



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

**Masteroppgave 2023 30 stp**

Fakultet for realfag og teknologi

# **MultiGNSS og Absolutt Posisjonsbestemmelse. Litteraturstudie og programvære implementering**

MultiGNSS and absolute positioning.

Literature studies and software implementation.

Liudmila Sherstnyakova

Geomatikk

## **Forord**

Denne teksten er skrevet som avslutning av min mastergrad studie ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet. Det har vært en veldig krevende prosess: studiene ble preget av pandemien og alle måtte tilpasse seg selvstendig arbeid med nettbasert undervisning. Noen fag ble endret eller tatt ut av planen.

Men likevel har jeg kommet hit. Først og fremst vil jeg takke så mye min veileder, Ola Øvstedal, for tålmodighet og faglige utfordringer. Jeg vil også takke Bjørn Erik Roald for inspirasjon ved implementering av programvaren. Og selvfølgelig vil jeg takke alle lærerne på universitetet for deres tid og kunnskap. En egen takk går til familien, som ble nødt til å savne meg mens jeg satt klistret til bøker og skjermen.

Jeg lærte veldig mye gjennom disse studiene og håper at dette arbeidet kan forenklet livet til de som kommer etter.

## Sammendrag

I dag utvikles nye teknologier fortere enn noen gang. Man ser verdien av å automatisere diverse oppgaver, både for å spare tid og eliminere mennesket-faktoren. Og veldig ofte kommer man bort i behov for å vite nøyaktig posisjon for hvor arbeidet skal utføres eller for hvor man befinner seg. Vi ser det i biler, i mobiltelefoner, i datamaskiner - overalt. Slike systemer benytter GNSS - Globale Navigasjons Satellitt Systemer, som består av et visst antall satellitter plassert høyt over jordkloden, og et sett med bakkestasjoner, som kommuniserer med satellittene og utfører nødvendige beregninger.

I dette arbeidet har vi sett på de mest etablerte GNSS systemer, som finnes i dag. Vi har studert hvordan de opereres, hva slags signaler de bruker og hva slags data de utveksler. Vi har også sett på hvordan denne informasjon kan brukes til å bestemme posisjon på bakken, hvilke metoder kan benyttes og hvilke oppgaver de kan løse. I tillegg har vi vurdert hva som skal til for å oppnå bedre nøyaktighet i beregningene, samt hva som står i veien for dette.

Som en del av arbeidet ble det laget noen applikasjoner i Python programmeringsspråk for å jobbe med data fra GNSS mottakere. Det ble laget et lesebibliotek for å lese RINEX format, og basert på det ble det implementert én av metodene for posisjonsbestemmelse - Single Point Positioning, SPP. Biblioteket kan forhåpentligvis brukes videre av fremtidige studenter i læringsprosessen.

Vi valgte SPP fordi denne metoden krever ikke kompleks utstyr for å utføre beregninger. Det er en av de mest grunnleggende posisjoneringsmetode innenfor satellittnavigasjon. Dette er en populær teknikk på grunn av dens enkelhet og relativt lave kostnader, til tross for noe verre presisjon sammenlignet med andre metoder. For beregninger av atmosfæriskekorreksjoner ble det brukt Klobuchar modell til ionosfæren og Modified Hopfield til troposfæren, sammen med GPS og Galileo data. Vi analyserte nøyaktighet av posisjonering ved bruk av bare én eller flere GNSS sammen og hva atmosfæren har å si for endelige koordinater.

## Summary

New technologies emerge today faster than ever. People have realised value in automation of various tasks, both to spare time and eliminate human-factor. Very often it is necessary to know exact location for where job is being done or where people are at a given time. We see that everywhere - in cars, apps on smartphones, computers. Such systems make use of GNSS - Global Navigation Satellite Systems, which consist of a certain amount of satellites placed high above the Earth surface, and a number of ground stations, that communicate with the satellites and perform necessary calculations.

In this work we have taken a look at the most well-established GNSS systems on the market today. We learned how these operate, what kind of signals they use and what data is available from them. We have studied how this information could be used to determine ground position, which methods are suitable to use in that process and what kind of problems are these methods applicable to. Additionally we have tried to answer a question of how one could achieve better precision in the calculations as well as what are the obstacles for it.

As part of this thesis we have implemented several applications using Python programming language in order to facilitate analysis of data from GNSS receivers. A reader library for RINEX format has been developed, and based on that library - one of positioning methods - Single Point Positioning, SPP. Hopefully this library could be of use for future students in their studies.

We have chosen SPP because this method does not require complex equipment to perform calculations. It is one of the most basic positioning methods in the field of satellite navigation. The method is popular due to its simplicity and relatively low cost, even though the precision level of SPP is somewhat lower, compared to other methods. SPP includes atmospheric corrections in the calculation. For ionosphere corrections we have used Klobuchar model, whereas for the troposphere we chose Modified Hopfield. We used data from GPS and Galileo to execute the algorithm. Once we got the results, we analysed precision level based on usage of one vs several GNSS systems as well as influence of the atmosphere on the final coordinates.

# Innhold

<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstilling . . . . .	1
<b>2</b>	<b>GNSS</b>	<b>2</b>
2.1	GPS . . . . .	4
2.2	GLONASS . . . . .	8
2.3	Galileo . . . . .	13
2.4	BeiDou . . . . .	16
2.5	QZSS . . . . .	20
2.6	IRNSS . . . . .	20
2.7	SBAS . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Posisjonsbestemmelse med GNSS</b>	<b>24</b>
3.1	Beregning av satellittkoordinater . . . . .	24
3.2	Målemetoder . . . . .	30
3.2.1	Statiske vs Kinematiske målinger . . . . .	30
3.2.2	Sanntidsmålinger vs Etterprosessering . . . . .	31
3.2.3	Enkeltpunktbestemmelse . . . . .	32
3.2.4	Differensiellmålinger . . . . .	33
3.3	SPP . . . . .	34
3.4	PPP . . . . .	35
3.5	RTK . . . . .	36
3.6	Observasjonsstørrelser . . . . .	39
3.6.1	Kodemålinger . . . . .	41
3.6.2	Fasemålinger . . . . .	42
3.6.3	Ambiguity Resolution . . . . .	44
3.7	Differensiering av GNSS observasjoner . . . . .	45
3.7.1	Enkel differensiering . . . . .	45
3.7.2	Dobbel differensiering . . . . .	48
3.7.3	Trippel differensiering . . . . .	49
3.8	Lineær kombinasjoner . . . . .	51
3.8.1	Wide-lane fasekombinasjon . . . . .	53
3.8.2	Narrow-lane kodekombinasjon . . . . .	54
3.8.3	Melbourne-Wubbenas kombinasjon . . . . .	55
3.8.4	Geometrifri kombinasjon . . . . .	55
3.8.5	Ionosfærefri kombinasjon . . . . .	56
3.8.6	Egenskaper til mest brukte lineære kombinasjoner . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Feilkilder i GNSS</b>	<b>58</b>
4.1	Satellittrelaterte feilkilder . . . . .	58

4.2	Signalforplanting gjennom atmosfæren . . . . .	59
4.3	Mottakerrelaterte feilkilder . . . . .	60
4.4	Øvrige påvirkningen på posisjonsbestemmelse . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Atmosfære</b>	<b>65</b>
5.1	Troposfæreforsinkelse . . . . .	67
5.1.1	Hopfield modell . . . . .	69
5.1.2	Modifisert Hopfield modell . . . . .	71
5.1.3	Saastamoinen modell . . . . .	72
5.1.4	UNB3 modell . . . . .	73
5.2	Kartleggingsfunksjoner . . . . .	76
5.2.1	Ifadis kartleggingsfunksjon . . . . .	77
5.2.2	Niell kartleggingsfunksjon . . . . .	77
5.2.3	Isobarisk kartleggingsfunksjon . . . . .	78
5.2.4	Vienna kartleggingsfunksjon . . . . .	80
5.3	Ionosfæreforsinkelse . . . . .	81
5.3.1	Klobuchar modell . . . . .	84
5.3.2	NeQuick model . . . . .	87
5.3.3	BDGIM model . . . . .	87
<b>6</b>	<b>Forskning og resultater</b>	<b>92</b>
6.1	RINEX format . . . . .	92
6.2	RINEX lesebibliotek . . . . .	92
6.2.1	Input parametre . . . . .	92
6.2.2	Output modellen . . . . .	94
6.3	Sammenligning av troposfæriske modeller . . . . .	101
6.4	SPP - Single Point Position . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>118</b>
	<b>Litteraturliste</b>	<b>119</b>
<b>A</b>	<b>Appendix</b>	<b>125</b>
A.1	Operative GPS-satellitter . . . . .	125
A.2	Operative Galileo-satellitter . . . . .	127
A.3	Operative GLONASS-satellitter . . . . .	128
A.4	Operative BeiDou-satellitter . . . . .	129

## Figurer

1	GPS: romsegment (bilde tatt fra (gps.gov, u.å.[a])) . . . . .	4
2	GPS-satellitter, 14.04.2023 (bilde tatt fra (glonass-iac.ru, u.å.[m])) . . . . .	5
3	GPS: PDOP, 14.04.2023 (bilde: (glonass-iac.ru, u.å.[m])) . . . . .	6
4	GPS: kontrollsegment . . . . .	8
5	GLONASS: romsegment (glonass-iac.ru, u.å.[g]) . . . . .	9
6	GLONASS-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[j]) . . . . .	9
7	GLONASS: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[j]) . . . . .	10
8	GLONASS: kontrollsegment (Wikipedia, 2023) . . . . .	12
9	Galileo: romsegment (Norsk Romsenter, u.å.[b]) . . . . .	14
10	Galileo-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[e]) . . . . .	14
11	Galileo: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[e]) . . . . .	15
12	Galileo: kontrollsegment (European Space Agency, u.å.[b]) . . . . .	16
13	BeiDou: romsegment (Everything RF, u.å.[a]) . . . . .	17
14	BeiDou-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[a]) . . . . .	18
15	BeiDou: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[a]) . . . . .	18
16	QZO-bane til QZSS satellittene (qzss.go.jp, u.å.[a]) . . . . .	20
17	IRNSS satellittene, (Pandya, 2020) . . . . .	21
18	Oversikt over SBAS, september 2022 (EUSPA, 2022) . . . . .	22
19	Broadkastede efemerider (Seeber, 2003, s.225) . . . . .	26
20	SPP (Lotfy mfl., 2020, s.492) . . . . .	34
21	PPP (Everything RF, u.å.[b]) . . . . .	35
22	RTK (Nasrullah, 2016, s.19) . . . . .	37
23	Grunnleggende GNSS-prinsippet (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.4) . . . . .	40
24	Kodemåling. Målt gangtid for signalet (Skogseth & Norberg, 2014, s.58). . . . .	41
25	Fasemåling. Avstandsending til satellitt (Skogseth & Norberg, 2014, s.59). . . . .	42
26	Enkel Differensiering: mellom-mottakere (Van Sickle & Dutton, u.å.[b]) . . . . .	46
27	Enkel Differensiering: mellom-satellitter (Van Sickle & Dutton, u.å.[b]) . . . . .	47
28	Dobbel Differensiering (Van Sickle & Dutton, u.å.[b]) . . . . .	48
29	Trippel Differensiering (Van Sickle & Dutton, u.å.[b]) . . . . .	50
30	Tykkelsen til polytropiske lag av troposfæren, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.130): . . . . .	68
31	Geometri for den troposfæriske baneforsinkelsen, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.132) . . . . .	71
32	Geometrisk beskrivelse av ionosfæreforsinkelse, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.121) . . . . .	82
33	RinexData modell . . . . .	100
34	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp elevasjonsvinkel, $hoh = 0$ . . . . .	103
35	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet: $E = 60^\circ$ , $0km \leq Hoh \leq 45km$ . . . . .	105

36	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet: $E = 60^\circ$ , $0km \leq Hoh \leq 30km$ . . . . .	105
37	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet: $E = 60^\circ$ , $0km \leq Hoh \leq 30km$ . . . . .	105
38	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet: $E = 90^\circ$ , $0m \leq Hoh \leq 2000m$ . . . . .	106
39	Modifisert Hopfield, 3D modell: $10^\circ \leq E \leq 90^\circ$ , $0km \leq Hoh \leq 45km$ . . . . .	107
40	Vertikal troposfæreforsinkelse ved havnivå ved forskjellige initielle verdier for trykk . . . . .	109
41	Vertikal troposfæreforsinkelse ved havnivå ved forskjellige initielle verdier for trykk . . . . .	110
42	SPP algoritme . . . . .	112
43	Oversikt over punktene K004, SSIR og NMB1 . . . . .	113
44	SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, GPS . . . . .	114
45	SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, GPS . . . . .	114
46	SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, Galileo . . . . .	115
47	SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, Galileo . . . . .	115
48	SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, GPS + Galileo . . . . .	116
49	SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, GPS + Galileo . . . . .	116
50	SSIR - N, GNSS sammenligning . . . . .	116
51	SSIR - Ø, GNSS sammenligning . . . . .	117
52	Tre punkter, Nord . . . . .	117
53	Tre punkter, Øst . . . . .	117



## Tabeller

1	GPS: Signaloversikt (tatt 15.04.2023 fra (glonass-iac.ru, u.å.[f])) . . . . .	6
2	GLONASS: Fordelingen av bærefrekvensene i L1 og L2. (Glonass Signal Description, u.å.) . . . . .	11
3	GLONASS: Signaloversikt (glonass-iac.ru, u.å.[i]) . . . . .	13
4	Galileo: Signaloversikt, 15.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[d]) . . . . .	16
5	BeiDou: Signaloversikt (glonass-iac.ru, u.å.[k]) . . . . .	19
6	Parametere til GNSS . . . . .	27
7	Lineære kombinasjoner med egenskaper . . . . .	57
8	Feilkilder med tilhørende RMS avstandsfeil . . . . .	58
9	Ionosfæreforsinkelse på signalene ved enfrekvens- og dobbel-frekvens observasjoner. . . . .	67
10	Korreksjonsledd $B$ , (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.136) . . . . .	73
11	Korreksjonsledd $\delta R$ , (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.137) . . . . .	73
12	Oppslagstabell til UNB3, (Collins, 1999, s.40) . . . . .	74
13	Konstanter til Ifadis MF . . . . .	77
14	Koeffisienter til Niell MF, (Kristiansen, 2021, s.303) . . . . .	78
15	Konstanter til VMF1, (Boehm mfl., 2006) . . . . .	80
16	Values of $n_i$ and $m_i$ . . . . .	89
17	Input parametre til rinex-reader biblioteket . . . . .	94
18	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp elevasjonsvinkel, hoh = 0 . .	102
19	Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet: $E = 60^\circ$ , $0km \leq Hoh \leq 45km$ . . . . .	104
20	Modified Hopfield, 3D . . . . .	107
21	Operative GPS-satellitter . . . . .	125
22	Operative Galileo-satellitter . . . . .	127
23	Operative GLONASS-satellitter . . . . .	128
24	Operative BeiDou-satellitter . . . . .	130

# 1 Innledning

Vi bor i en data-drevet verden. Det genereres massevis av data hver eneste sekund. Det kan være i form av epost, bilder og video, datastrøm fra diverse sensorer for å nevne noe. Data brukes for å kommunisere, handle i butikker. I det siste har vi til og med sett selvkjørende biler. Flere og flere av de prosessene som automatiseres i dag krever nøyaktig posisjonering til å fungere, og da gjerne i sanntid. I denne oppgaven skal vi se på hvilke GNSS brukes i markedet, hvordan de yter og hva man må vurdere for å oppnå bedre resultater.

## 1.1 Problemstilling

Det holder ikke bare å plassere satellitter i baner rundt Jorden. Man skal kunne behandle data som kommer fra de. For det kreves det algoritmer som er tilpasset et gitt GNSS og ikke minst programvaren som skal behandle input fra satellittene og produsere nyttig informasjon, f.eks. i form av koordinater til et gitt punkt. Denne oppgaven tar opp følgende problemstillinger:

- Hvilke GNSS er tilgjengelige på markedet i dag
- Hvilke metoder kan man bruke for posisjonsbestemmelse
- Hvilke faktorer begrenser nøyaktigheten og hvordan de henger sammen

For å svare bedre på dette, trenger man et verktøy for å håndtere data fra GNSS mottakere. Det skal lages en applikasjon som skal kunne lese RINEX format. I tillegg skal det implementeres SPP - én av metodene for å bestemme posisjon.

Ved NMBU ble det tidligere utviklet et verktøy for å lese RINEX filer, men det verktøyet krevde modernisering. For det første støtter det ikke siste versjon av RINEX format. For det andre ble det laget i MatLab, som har en kostbar lisensmodell. Dermed ble det bestemt at det skal brukes Python til å lage lesebiblioteket og at det skal støttes flere versjoner av RINEX.

## 2 GNSS

Global Navigation Satellite System (GNSS) er en fellesbetegnelse for ulike satellittbaserte systemer som brukes til navigasjon og posisjonering over hele verden. Slike systemer har mange forskjellige bruksområder, inkludert i bilnavigasjonssystemer, flynavigasjon, skipsfart og landmåling.

Per i dag eksisterer det fire GNSS-systemer med global dekning: GPS, Galileo, BeiDou og GLONASS. I tillegg til disse, er det to regionale systemer tilgjengelige: det japanske QZSS og det indiske IRNSS/NavIC.

Hvert GNSS-system består av tre deler (Forssell & Kjerstad, 2023):

- **Romsegment** inneholder vanligvis rundt 30 satellitter som befinner seg i en middels høy bane, cirka 20 000 kilometer over jordoverflate.
- **Kontrollsegment** består av én eller flere kontrollsentraler og et nettverk av bakkestasjoner. Disse følger satellittene og sender dataene som trengs til brukerne.
- **Brukersegment** omfatter alle militære og sivile mottakere som bruker GNSS-antenner for å motta signaler fra satellittene. Ved hjelp av disse signalene kan mottakerne beregne sin posisjon og navigere på en nøyaktig måte.

For å overføre informasjon fra satellitter til mottaker bruker GNSS to forskjellige teknikker: FDMA (Frequency Division Multiple Access) og CDMA (Code Division Multiple Access).

FDMA bruker ulike frekvensbånd for hver av radiosignaler. For eksempel, i et radiosystem med fem ulike kanaler vil hver kanal ha sitt eget unike frekvensbånd. På mottakersiden vil en enhet være i stand til å lytte til en bestemt kanal ved å stemme sin frekvensmottaker til den tilhørende frekvensen.

CDMA, derimot, bruker en annen tilnærming. I stedet for å dele opp signaler i forskjellige frekvensbånd, blir alle signaler sendt på samme frekvensbånd ved hjelp av unike koder. Hver enhet har sin egen unik kode som den bruker for å skille sin egen informasjon fra andre enheter som også bruker samme frekvensbånd.

En av de største forskjellene mellom FDMA og CDMA er hvordan de takler interferens og sikkerhet. I FDMA kan hver kanal oppleve interferens fra andre kanaler, mens i CDMA vil interferens fra andre enheter med andre koder bli sett på som støy og vil ikke forstyrre den originale informasjonen.

En annen forskjell er hvor enkelt det er å skalere opp systemet. Med FDMA må man legge til flere frekvensbånd for å legge til flere kanaler. Dette kan bli kostbart og ineffektivt når man skal håndtere store mengder data eller mange samtidige brukere. CDMA, derimot, kan håndtere flere brukere ved å tildele dem ulike koder, noe som gjør det enklere og mer effektivt å skalere systemet opp.

Så, i hovedsak er forskjellen mellom FDMA og CDMA i hvordan de deler opp informasjonen som skal sendes og hvordan de takler interferens og skalering.

Begge teknologiene har sine fordeler og ulemper (European Space Agency, u.å.[a]) og valget av teknologi vil avhenge av de spesifikke kravene til systemet.

### **CDMA. Fordeler og ulemper.**

- Fordeler
  - Tillater flere signaler å bli sendt samtidig over samme bærefrekvens
  - Gir signal separasjon ved hjelp av unike PRN (Pseudo-Random Noise) koder
  - Lav kryss-korrelasjonsegenskap reduserer interferens fra andre satellittens signaler
- Ulemper
  - Begrenset antall brukere på grunn av valg av PRN-koder og krysskorrelasjonsegenskaper
  - Kan oppleve "nær-langt-problemet" der mottakeren er mye nærmere en sender enn en annen
  - Krever spesielle teknikker for å takle nær-langt-problemet når GNSS - satellittsignaler kombineres med GNSS bakkebaserte pseudolitter

### **FDMA. Fordeler og ulemper.**

- Fordeler
  - Garanterer signal separasjon ved å tildele hver satellitt en spesifikk bærefrekvens
  - Enklere signal separasjon og mindre kompleksitet i antenne- og mottakerdesign
  - Mindre påvirket av "nær-langt-problemet" siden alle satellitter sender på forskjellige frekvenser
- Ulemper
  - Høyere kompleksitet og kostnader knyttet til antenne- og mottakerdesign på grunn av behovet for forskjellige båndpassfiltere og kalibrering
  - Begrenset bruk i moderne GNSS-systemer, brukt hovedsakelig av eldre GLONASS-signaler av historiske årsaker

De fleste GNSS systemene bruker bare CDMA teknikken. Her er det GLONASS som skiller seg ved at det opprinnelig kun brukte FDMA. Valg av teknikken kan knyttes til utviklingen av GLONASS-systemet under den kalde krigen. På den tiden ønsket Sovjetunionen å etablere sitt eget satellittnavigasjonssystem som kunne fungere uavhengig av det amerikanske

GPS-systemet. Den andre argument for å bruke FDMA var å unngå krysskorrelasjon mellom kodesekvenser fra satellitter. Senere, etter Sovjetunionens oppløsning og modernisering av GLONASS, ble CDMA gradvis introdusert i systemet. I dagens versjon av GLONASS benyttes både FDMA og CDMA for å sende navigasjonssignaler til brukerne, noe som gjør systemet kompatible med andre globale GNSS, forbedrer systemets ytelse, nøyaktigheten og kapasiteten.

## 2.1 GPS

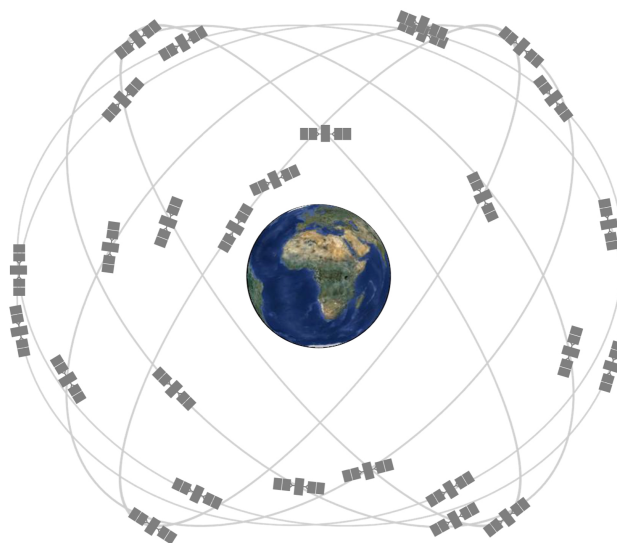
GPS (Global Positioning System) er det mest kjente og brukte GNSS-systemet, utviklet og vedlikeholdt av USA. Systemet har vært operativt siden 1993. GPS ble opprinnelig utviklet for militær bruk, men noen av tjenestene er fritt tilgjengelige og gir gode ytelser for sivile brukere.

GPS består av et nettverk av satellitter som sender signaler til GPS-mottakere på jorden, som deretter beregner mottakerens posisjon. Per 14. april 2023 var det totalt 31 satellitter i GPS-konstellasjonen, 1 av dem midlertidig tatt ut av bruk (gps.gov, u.å.[d]).

GPS-designet var opprinnelig laget for 24 satellitter, med åtte i hver av de tre omtrent sirkulære baner (glonass-iac.ru, u.å.[f]). Dette ble senere endret til seks MEO-baner, med fire satellitter i hver bane. De seks banene har høyde på omtrent 20200 km og en inklinasjon på  $55^\circ$  til ekvator. Satellittene fullfører én omløp hver 11 time og 58 minutter, slik at de passerer over samme eller nesten samme steder 2 ganger hvert døgn.

For å sikre dekning når de grunnleggende satellittene blir vedlikeholdt eller tatt ut av drift, er det mer enn 24 operative GPS-satellitter i verdensrommet. De ekstra satellittene kan øke ytelsen til GPS, men regnes ikke som en del av den primære konstellasjonen (Figur 1).

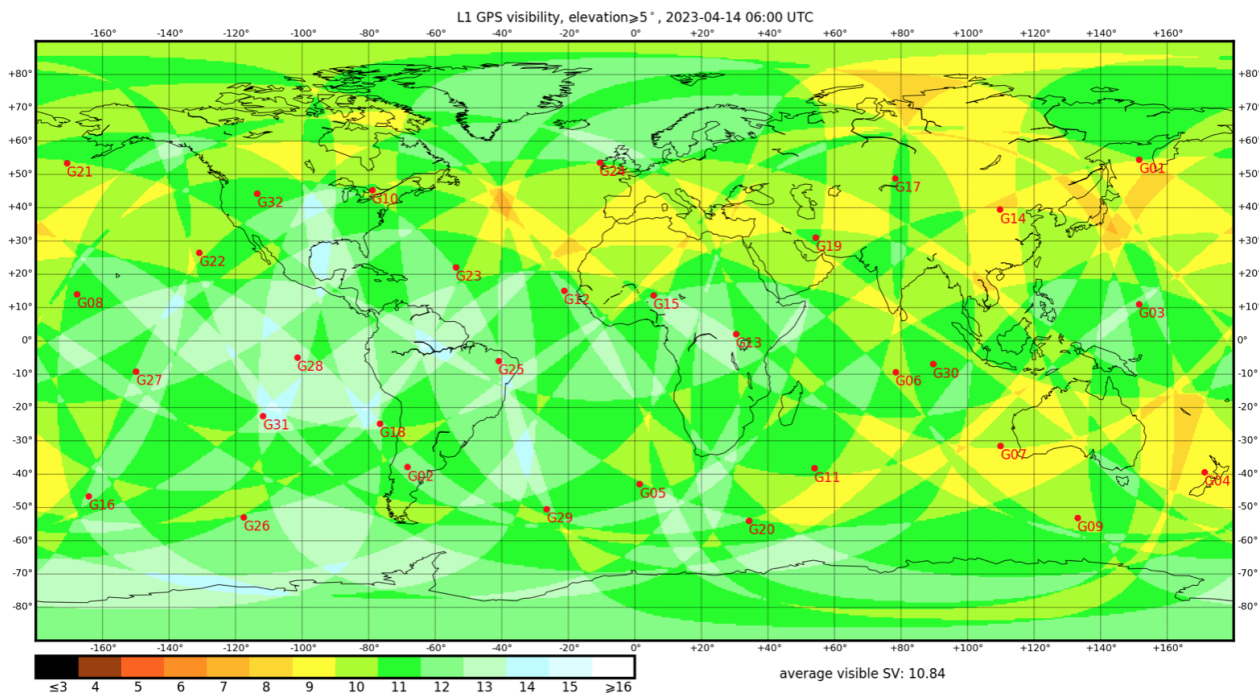
Figur 1: GPS: romsegment (bilde tatt fra (gps.gov, u.å.[a]))



Figur 2 viser antallet synlige GPS satellitter i ulike områder på Jorden den 14.04.2023. Største-

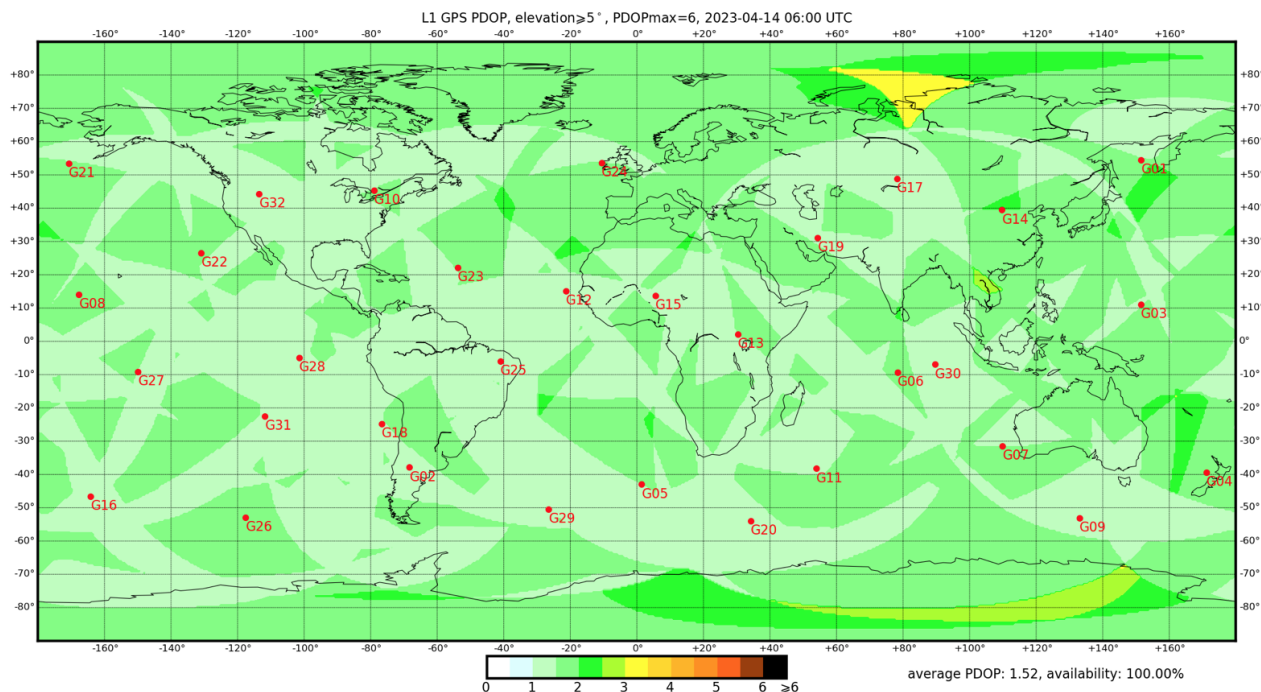
delen av områdene er representert av grønn farge, noe som indikerer tilstedeværelsen av 11-12 satellitter. Det finnes også områder med 7-9 synlige satellitter, som er markert med gul eller oransje farge. I gjennomsnitt er det 10,84 tilgjengelige satellitter som oppfyller kravet om at minst 4 satellitter må være synlige samtidig.

Figur 2: GPS-satellitter, 14.04.2023 (bilde tatt fra (glonass-iac.ru, u.å.[m]))



Figur 3 illustrerer PDOP (Position Dilution of Precision) verdiene for GPS-satellitter den 14.04.2023. PDOP gir en indikasjon på satellittgeometrien for de tilgjengelige satellittene. En god geometri, der satellittene er jevnt fordelt over himmelen, fører til at feil i observasjonene har mindre innvirkning på nøyaktigheten av posisjonsbestemmelsen sammenlignet med en dårlig geometri. En høy PDOP indikerer en dårlig satellittgeometri, mens en lav PDOP indikerer en god satellittgeometri. Som en generell regel er en PDOP-verdi under 4 å foretrekke. I denne figuren ser vi at PDOP-verdiene varierer fra 1 til 3, med et lite område over Tajmyrhalvøya i Russland som viser en PDOP på litt over 3. Gjennomsnittlig PDOP er 1,52, noe som indikerer en god satellittgeometri for GPS-satellittene.

Figur 3: GPS: PDOP, 14.04.2023 (bilde: (glonass-iac.ru, u.å.[m]))



GPS-satellittene sender ut signaler på tre frekvenser: L1 (1575.42 MHz), L2 (1227.60 MHz) og L5 (1176.45 MHz). (GIS Resources, 2022), (gps.gov, u.å.[c])

	Legacy Satellitter		Moderniserte Satellitter		
	Block IIA	Block IIR	Block IIR-M	Block IIF	GPS III/IIIF
Sivile signaler	L1 C/A	L1 C/A	L1 C/A L2C	L1 C/A L2C L5I Data L5Q Pilot	L1 C/A L2C L5 L1C
Signaler med tilgangskontroll	L1/2 P(Y)	L1/2 P(Y)	L1/2 P(Y) L1/2 M-kode	L1/2 P(Y) L1M L2M	L1 P(Y) L2M L1/2 M-kode

Tabell 1: GPS: Signaloversikt (tatt 15.04.2023 fra (glonass-iac.ru, u.å.[f]))

Beskrivelse av GPS-signaler:

- C/A (Coarse/Acquisition) GPS-signalet er en av de viktigste signalene i GPS-systemet. Det sendes kontinuerlig i L1-båndet. Mottakeren bruker C/A-koden til å beregne forsinkelsen av signalet fra GPS-satellitten, og dermed beregne avstanden til satellitten. C/A-signalet brukes hovedsakelig til å gi en grov posisjonering (innenfor noen få meter), og er tilgjengelig for sivile brukere.
- L2C står for "L2 Civil" og er den andre sivile GPS-signalet. Signalet sendes ut på L2-bånd. Ved å kombinere L2C og C/A i en dual-frekvensmottaker kan ionosfærisk korleksjon oppnås, noe som øker nøyaktigheter. Fordelene med L2C-signalet inkluderer

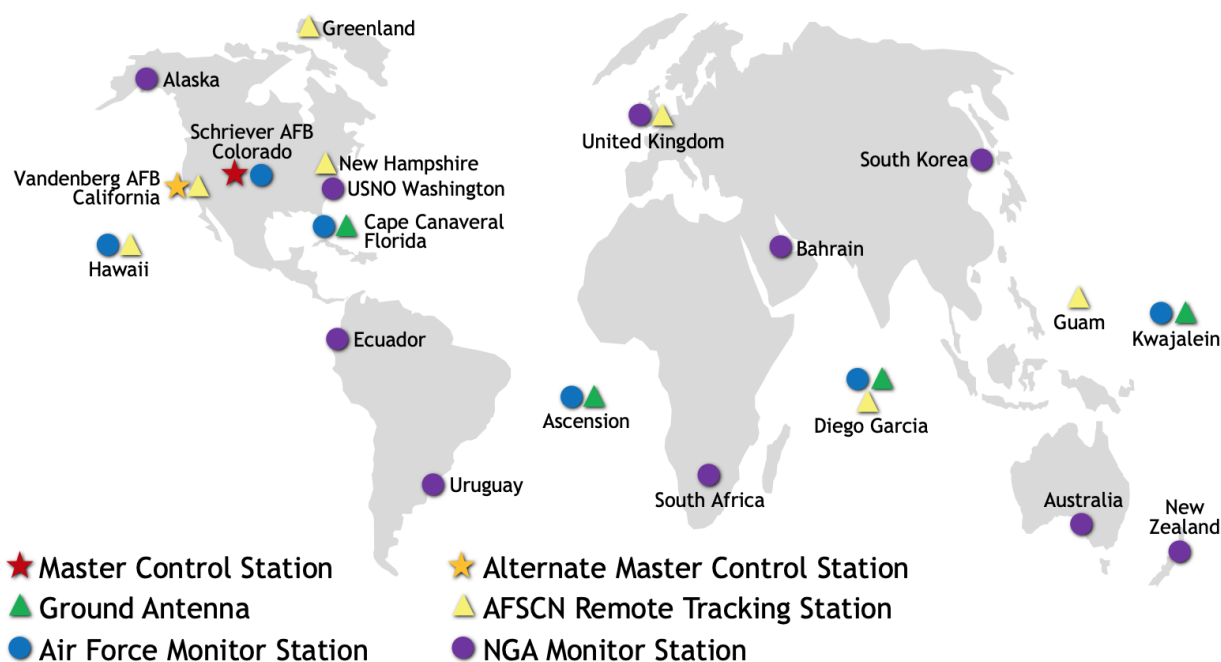
bedre presisjon, økt motstandskraft mot forstyrrelser og bedre sporing av satellitter i vanskelige forhold, for eksempel i bymiljøer med høye bygninger eller i skogsterreng. Det første GPS-satellitten som inkluderte L2C ble lansert i 2005. Hver GPS-satellitt som har blitt lansert siden da, har inkludert en L2C-sender.

- L5 signal opererer på L5-frekvensbånd og er det tredje sivile signal som ble introdusert for å møte kravene til høy-ytelse applikasjoner. Det er en av de nyere signalene som gir økt nøyaktighet og pålitelighet i posisjonsbestemmelse. Signalstyrken og kodingen av L5 gjør at det kan spores lettere enn tidligere GPS-signaler, selv i utfordrende miljøer som urbane områder med høye bygninger. Signalet har også en bedre motstandskraft mot forstyrrelser og jamming. Det er viktig å merke seg at L5 fortsatt er preoperasjonell og bør brukes på eget ansvar frem til det er deklart operasjonelt.
- L1C står for "L1 Civil" og er den fjerde sivile GPS-signalet, utviklet for å muliggjøre interoperabilitet mellom GPS og andre internasjonale GNSS. L1C gir gode muligheter for korreksjon av ionosfærisk forstyrrelse, noe som kan føre til nøyaktighetsforbedringer i posisjonsbestemmelse. Det gir også bedre nøyaktighet i høydebestemmelse, som er spesielt viktig i luftfart. L1C, sammen med L2C og L5, gir en svært robust service i GNSS, og ved å bruke teknikker som differensiell GPS, kan det muligens oppnå submeter nøyaktighet uten eksterne hjelpemidler. L1C-signal brukes hovedsakelig i sivile applikasjoner, inkludert navigasjon i biler, smarttelefoner og andre bærbare enheter. Det kan også brukes i landmåling, kartlegging og marine navigasjon. Den første GPS-satellitten med L1C ble lansert i desember 2018. L1C sendes på samme frekvens som det opprinnelige L1 C/A-signalet, som vil bli beholdt for bakoverkompatibilitet og for å sikre at eksisterende GPS-mottakere fortsatt kan brukes.
- P(Y) koder brukes for presis lokalisering og navigasjon og sendes ut på L1 og L2. P(Y) koden har en frekvens på 10.23 MHz. Disse kodene brukes av militære og autoriserte sivile brukere av GPS for å få høyere nøyaktighet og økt sikkerhet. P(Y) koder er unike for hver satellitt og består av en kompleks sekvens av binære tall. For å kunne bruke P(Y) koder, må brukeren ha autorisasjon og en spesiell mottaker som kan dekode koden. P(Y) koder er mer robuste og mindre utsatte for forstyrrelser og blokkering enn vanlige sivile koder, som f.eks C/A.

Kontrollsegmentet består av et globalt nettverk av bakkefasiliteter som sporer GPS - satellittene, overvåker deres sendinger, utfører analyser og sender kommander og data til satellittene: hovedkontrollstasjon i Colorado Springs i USA, alternativt kontrollstasjon i California, 16 overvåkningsstasjoner, 11 antennestasjoner. Disse stasjonene er spredt over hele verden (se Figur 4, tatt 26.03.2023 fra (gps.gov, u.å.[b])).



Figur 4: GPS: kontrollsegment



## 2.2 GLONASS

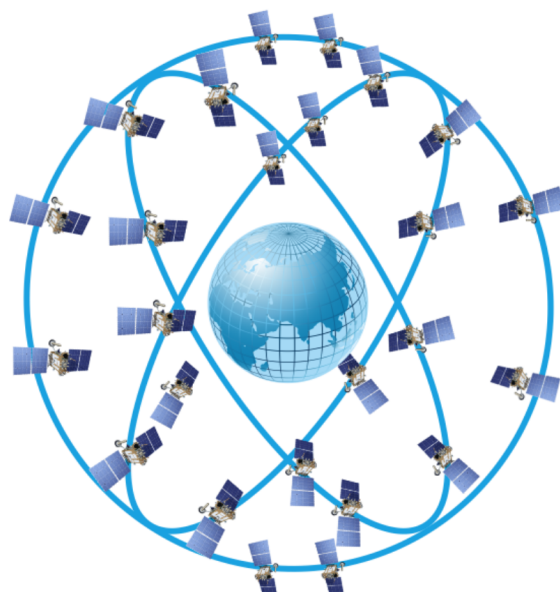
GLONASS (Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema) er et russisk satellittbasert navigasjonssystem. Systemet ble utviklet som en motvekt til det amerikanske GPS-systemet, og er nå en konkurrent til GPS og andre globale navigasjonssystemer.

GLONASS ble tatt i eksperimentell drift i 1993, og i 1995 ble det etablert en full operativ gruppe (24 satellitter av første generasjon GLONASS). Dessverre, i løpet av 1990-tallet ble GLONASS-hovedgruppen på grunn av økonomiske problemer gradvis forringet. Ved 2002 besto hovedgruppen av bare 7 satellitter. Dette kunne ikke sikre dekning selv over Russland, for ikke å nevne global dekning. I tillegg var presisjonsegenskapene mye dårligere enn GPS-systemet, og levetiden til satellittene var bare 3-4 år.

I 2002 ble det utviklet et omfattende statlig program (gpssoft.ru, u.å.) som hadde som mål å gi full dekning over Russland innen 2008, og global dekning ved begynnelsen av 2010. Målene ble nådd og den 2. september 2010 (RBC, 2010) ble det totale antallet GLONASS-satellitter økt til 26 - gruppen var fullstendig distribuert for å gi globalt dekning av jorden.

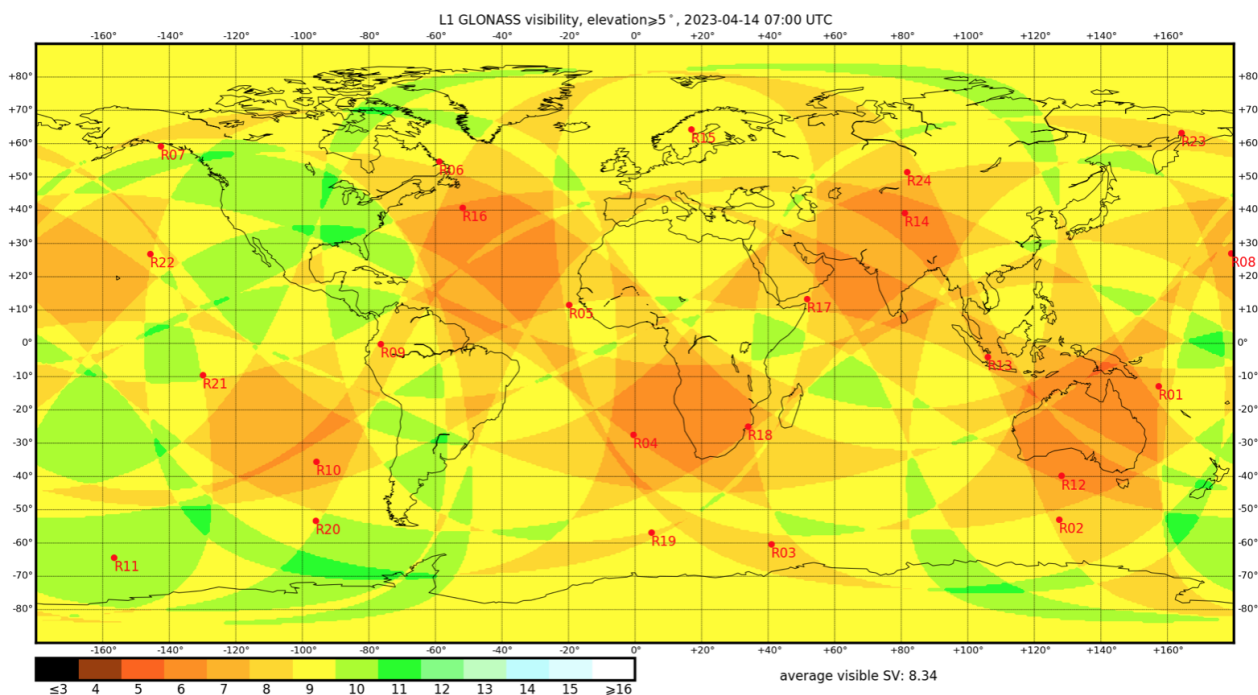
I dag består GLONASS av 24 satellitter (glonass-iac.ru, 2019, s.13) (pluss 1 som er på introduksjonsstadiet) som går i tre nesten sirkulære MEO-baner med en høyde på 18840 - 19440 km (den nominelle verdien er 19100 km), med en inklinasjon på  $(64,8 \pm 0,3)^\circ$  og omløpstid på 11 timer 15 minutter og  $44 \pm 5$  sekunder (se Figur 5). I hvert av de banene er det 8 satellitter plassert med jevn forskyvning på  $45^\circ$ . En slik satellittkonfigurasjon gjør det mulig å sikre kontinuerlig og global dekning av jordoverflaten.

Figur 5: GLONASS: romsegment (glonass-iac.ru, u.å.[g])



Figur 6 presenterer antall synlige GLONASS-satellitter i ulike områder over kloden den 14.04.2023. Det er betydelig variasjon i antallet satellitter, med verdier som spenner fra 5 til 11 synlige satellitter i ulike områder. Det er imidlertid ingen områder der antallet synlige satellitter er mindre enn 4, noe som betyr at systemet har tilstrekkelig dekning over hele kloden. Gjennomsnittet av antall synlige satellitter er 8,34.

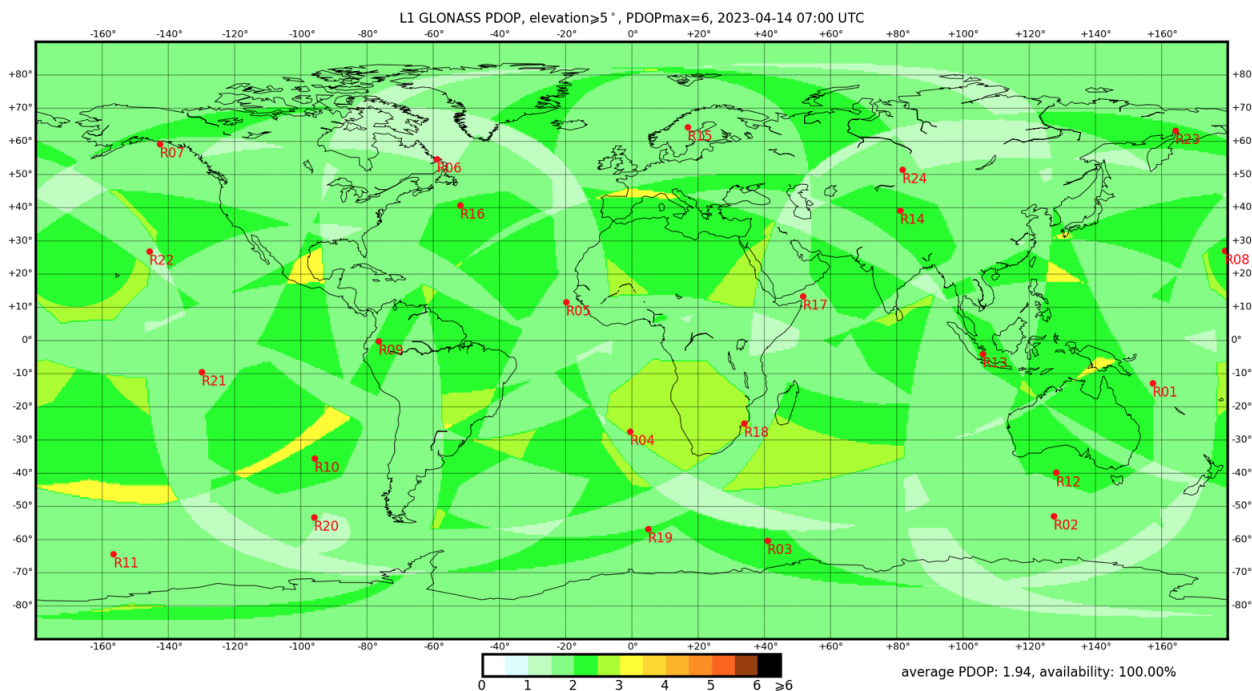
Figur 6: GLONASS-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[j])



Figur 7 viser PDOP (Position Dilution of Precision) verdiene for GLONASS-satellitter den

14.04.2023. Som nevnt tidligere, er en lav PDOP-verdi ønskelig, helst under 4. I denne tilfelle er nesten hele kartet farget grønt, noe som indikerer at PDOP-verdiene er 3 eller lavere. Det er noen få områder med PDOP-verdier litt over 3, men ingen overstiger 4. Dette betyr at satellittene er godt spredt over himmelen, og gir en god geometri for nøyaktig posisjonsbestemmelse. Gjennomsnitt PDOP-verdi er 1,94.

Figur 7: GLONASS: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[j])



GLONASS-satellittene sender ut to typer navigasjonssignaler i L1- og L2-underfrekvensene: åpne signaler, tilgjengelige for alle brukere, og krypterte signaler, som bare er tilgjengelige for spesielle (autoriserte) brukere. Autoriserte navigasjonssignaler moduleres med en spesiell kode og anbefales ikke til bruk uten tillatelse fra Russlands forsvarsdepartement. Åpne navigasjonssignaler moduleres med en åpen kode, som er tilgjengelig for ubegrenset antall sivile brukere.

Hver satellitt i GLONASS-systemet sender ut navigasjonssignaler på egne frekvenskanaler fra to frekvensbånd: L1 (1602 MHz) og L2 (1246 MHz). Satellittene som befinner seg på motsatt side på den samme banen (antipodiske satellitter) kan sende ut signaler på samme frekvenskanal. Totalt er det 14 frekvenskanaler, verdiene for dem kan finnes fra ligningene (glonass-iac.ru, 2019, s.14-15):

$$\begin{aligned}
 f_{K1} &= f_{01} + K\Delta f_1 \\
 f_{K2} &= f_{02} + K\Delta f_2
 \end{aligned}
 \tag{2.2.0.1}$$

hvor:

$K$  er en nummeret til frekvenskanalet: fra -7 til 6;

$$f_{01} = 1602\text{MHz};$$

$\Delta f_1 = 562,5\text{kHz}$  til L1 frekvensbånd;

$$f_{02} = 1246\text{MHz};$$

$\Delta f_2 = 437,5\text{kHz}$  til L2 frekvensbånd.

Kanalnummeret	Frekvens fra L1, MHz	Kanalnummeret	Frekvens fra L2, MHz
06	1605.3750	06	1248.6250
05	1604.8125	05	1248.1875
04	1604.2500	04	1247.7500
03	1603.6875	03	1247.1875
02	1603.1250	02	1246.8750
01	1602.5625	01	1246.4375
00	1602.0000	00	1246.0000
-01	1601.4375	-01	1245.5625
-02	1600.8750	-02	1245.1250
-03	1600.3125	-03	1244.6875
-04	1599.7500	-04	1244.2500
-05	1599.1875	-05	1243.8125
-06	1598.6250	-06	1243.3750
-07	1598.0625	-07	1242.9375

Tabell 2: GLONASS: Fordelingen av bærefrekvensene i L1 og L2. (Glonass Signal Description, u.å.)

Kontrollsegment består av:

- to systemkontrollsentre (i Moskva og Ussuryisk)
- fem telemetri-, overvåkings- og kontrollsentre
- to laseravstandsmålingsstasjoner
- ti kontroll- og målestasjoner

Figur 8: GLONASS: kontrollsegment (Wikipedia, 2023)



GLONASS gir også muligheten til å sende toveis kommunikasjon mellom brukeren og satellitten, som gir flere muligheter for overvåkning og kontroll. Systemet brukes hovedsakelig av russiske militære styrker, men er også tilgjengelig for sivile brukere. GLONASS er kompatibelt med GPS, og mange navigasjonsmottakere er i stand til å motta signaler fra både GLONASS og GPS samtidig, noe som gir enda mer nøyaktige posisjonsdata.

Per i dag er det fire generasjoner av GLONASS satellitter: GLONASS (ute av drift), GLONASS-M, GLONASS-K og GLONASS-K2 (under utvikling) (glonass-iac.ru, u.å.[i]). Signaloversikt til alle satellittene vises i tabell 3.

Den første generasjonen GLONASS besto av satellitter som ble lansert mellom 1985 og 1990. Disse satellittene var delt inn i forskjellige blokk-romfartøy (Block IIa, IIb og IIv). De veide rundt 1500 kg og hadde en designlevetid på ca 3,5 år. Disse satellittene brukte bare FDMA.

Den andre generasjon GLONASS-M (eller Uragan-M) ble utviklet fra 1990 og ble først sendt ut i bane i 2001. GLONASS-M-satellittene hadde en lengre designlevetid på 7 år og veide rundt 1415 kg. I satellittene SV 755-761 ble det CDMA introdusert.

GLONASS-K (eller Uragan-K) er den tredje generasjonen av GLONASS satellitter. Disse satellittene ble introdusert med økt designlevetid på 10 år og en betydelig redusert vekt på 935 kg. De introduserte det nye CDMA-signalet for sivile applikasjoner på alle satellitter på det nye L3-båndet (1202 MHz), samt andre sivile signaler på L1- og L2-båndene ved hjelp av FDMA-teknikk.

Den fjerde generasjonen, GLONASS-K2, er en videreutvikling av den tredje generasjonen GLONASS-satellitter. Den første satellitten forventes å bli lansert i 2023, med designlevetid på ca 10 år og vekt rundt 1600 kg. GLONASS-K2-satellittene har forbedret nøyaktighet, økt kraft og inneholder CDMA-signaler for å gi bedre koordinatbestemmelse og nøyaktig tidsreferanse.

	GLONASS	GLONASS-M	GLONASS-K	GLONASS-K2
Signaltype	FDMA	FDMA (CDMA på noen av satellittene)	FDMA og CDMA	FDMA og CDMA
Åpent signal og dens bærefrekvens *	L1OF (1602MHz)	L1OF(1602 MHz) L2OF (1246 MHz)	L1OF(1602 MHz) L2OF (1246 MHz) L3OC(1202 MHz) L2OC (1248 MHz)	L1OF(1602 MHz) L2OF (1246 MHz) L1OC(1600 MHz) L2OC (1248 MHz) L3OC(1202 MHz)
Signaler med tilgangskontroll og dens bærefrekvens *	L1SF(1592 MHz) L2SF (1237 MHz)	L1SF(1592 MHz) L2SF (1237 MHz)	L1SF(1592 MHz) L2SF (1237 MHz) L2SC(1248 MHz)	L1SF(1592 MHz) L2SF (1237 MHz) L1SC(1600 MHz) L2SC (1248 MHz)

Tabell 3: GLONASS: Signaloversikt (glonass-iac.ru, u.å.[i])

\* - for FDMA-signaler er verdien av senterfrekvensen gitt

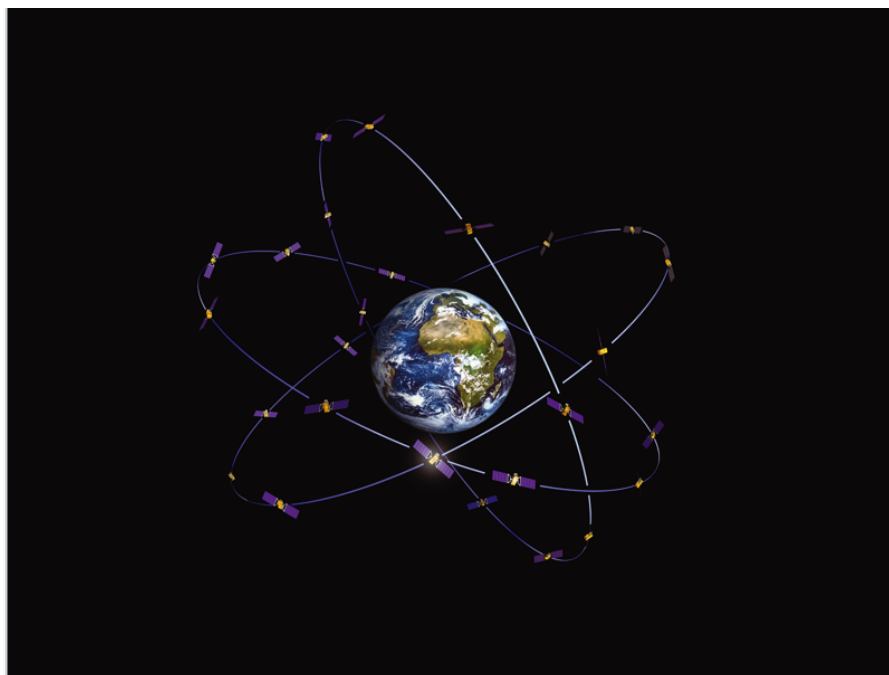
## 2.3 Galileo

Galileo er en europeisk GNSS-system, utviklet og vedlikeholdt av EU. Systemet er designet for å være både sivilt og kommersielt og etter planen vil bestå av 30 satellitter.

Galileo-systemet er utformet for å gi nøyaktig posisjonsinformasjon til brukere innen en meter eller mindre, avhengig av utstyret som brukes. Systemet er også designet for å være kompatibelt med eksisterende globale satellittnavigasjonssystemer som GPS og GLONASS, og dette gjør at brukere kan få en enda mer nøyaktig posisjonsbestemmelse.

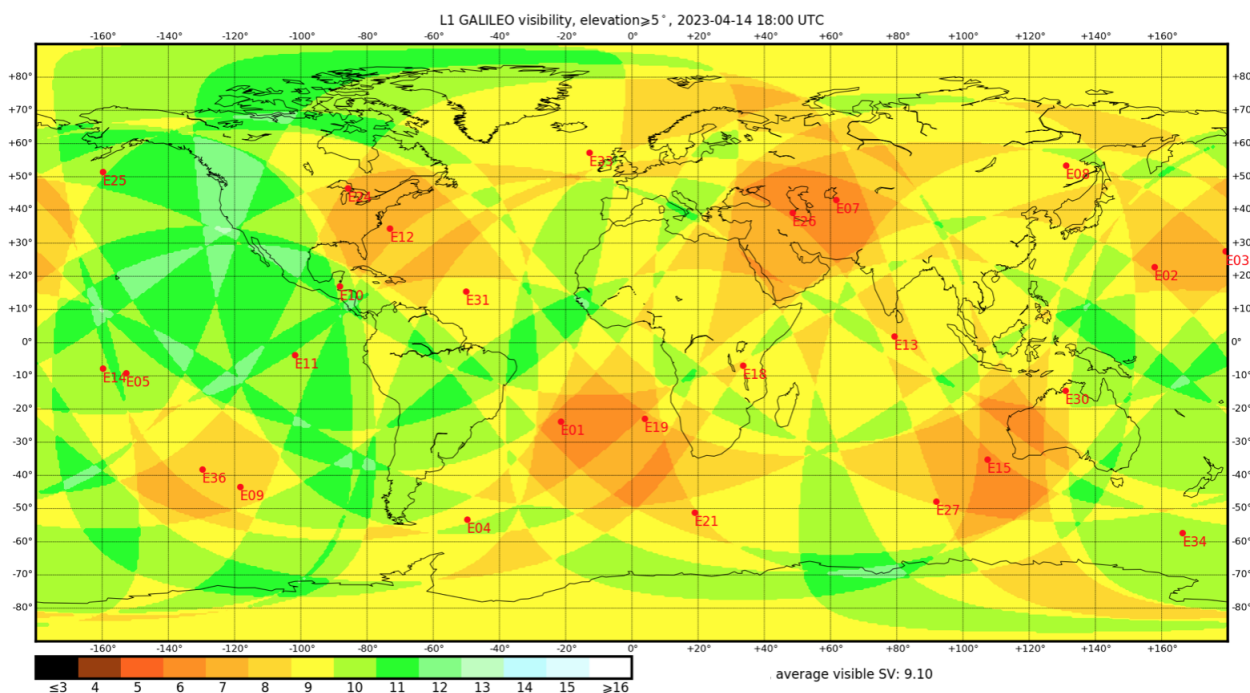
Den grunnleggende konfigurasjonen for Galileo-konstellasjonen er definert som 24/3/1 Walker konstellasjon: 24 satellitter i 3 MEO-bane med høyde 23222 km og inklinasjon 56°. Egentlig hvert baneplan inkluderer 10 satellitter som er jevnt fordelt, men to av de er reserver (Norsk Romsenter, u.å.[a]).

Figur 9: Galileo: romsegment (Norsk Romsenter, u.å.[b])



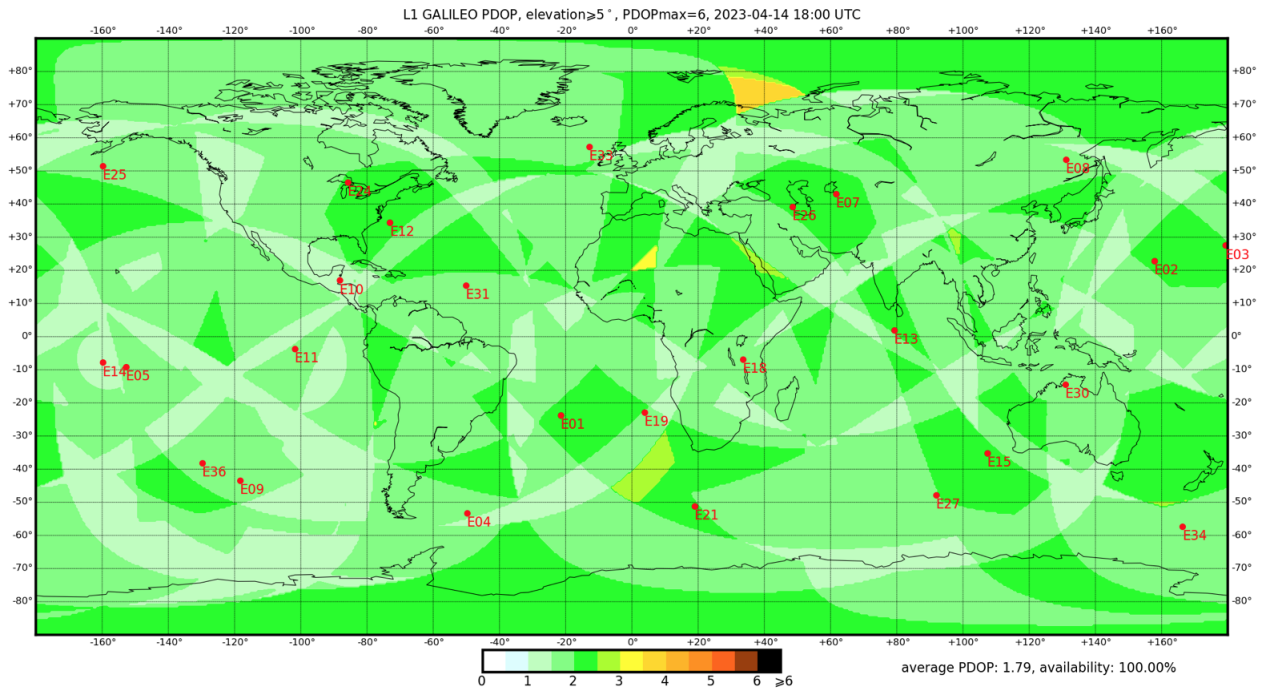
Figur 10 illustrerer antallet synlige Galileo-satellitter i ulike områder på Jorden den 14.04.2023. Dekningen er ikke jevnt fordelt, da det er flere områder der kun 6 satellitter er synlige, hovedsakelig over havområder. Imidlertid er det også et stort område i Sentral-Asia der det er 6 synlige satellitter samtidig. Ellers varierer antallet synlige satellitter fra 8 til 12. Gjennomsnittet av antall synlige satellitter er 9,10, noe som indikerer at dekkningen er god og oppfyller kravet om 4 synlige satellitter.

Figur 10: Galileo-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[e])



Figur 11 viser PDOP (Position Dilution of Precision) verdiene for Galileo-satellitter den 14.04.2023. PDOP gir en indikasjon på satellittgeometrien og det er ønskelig å holde verdien under 4. I figuren ser vi at PDOP-verdiene ligger i området 1-3 over store deler av Jorden. Det er imidlertid et område i Barentsregionen der PDOP-verdien er litt over 4. Gjennomsnittlig PDOP-verdi er 1.79, noe som betyr at satellittgeometrien er god.

Figur 11: Galileo: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[e])



Galileo-satellittene bruker frekvenser mellom 1.1 og 1.6 GHz, som er godt egnet for mobile navigasjons- og kommunikasjonstjenester. Hver satellitt sender ut 10 forskjellige navigasjonssignaler som muliggjør åpne, sikkerhetskritiske, kommersielle og offentlig regulerte tjenester (European Space Agency, u.å.[c]).

Signalene sendes på: E1 (1575.420 MHz), E5 (1191.795 MHz) og E6 (1278.750 MHz). E5-signalet er videre delt inn i signalene E5a (1176.450 MHz) og E5b (1207.140 MHz) (European Space Agency, u.å.[d]).

Galileo kontrollsegmentet omfatter to kontrollsentre, et globalt nettverk av bakkestasjoner som implementerer overvåkings- og kontrollfunksjoner, samt en serie tjenesteanlegg som støtter leveransen av Galileo-tjenestene.



Figur 12: Galileo: kontrollsegment (European Space Agency, u.å.[b])



	Galileo GIOVE-A	Galileo GIOVE-B	Galileo IOV	Galileo FOC
Signaler	L1 + E5 L1 + E6	L1 E5 E6	L1 E5 E6	L1 E5 E6

Tabell 4: Galileo: Signaloversikt, 15.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[d])

Frekvensbånd:

- E1: 1575.42 MHz
- E6: 1278.75 MHz
- E5: 1191.79 MHz

**2.4 BeiDou**

BeiDou, også kjent som BDS (Beidou Navigation Satellite System), er et globalt navigasjons-satellittsystem som er utviklet i Kina.

Det er tre generasjoner av BeiDou systemet (Van Sickle & Dutton, u.å.[a]):

BDS-1 er den første generasjonen, som bestod av tre satellitter og ble lansert i 2000. Dette systemet hadde begrenset dekning og nøyaktighet.

BDS-2 refererer til den andre generasjonen. Det ble lansert 16 satellitter mellom 2007 og 2012, og ytterligere 3 satellitter mellom 2016 og 2018. Dette systemet har bedre dekning og nøyaktighet enn BDS-1 og er kompatibelt med andre globale navigasjonssystemer som GPS og GLONASS.

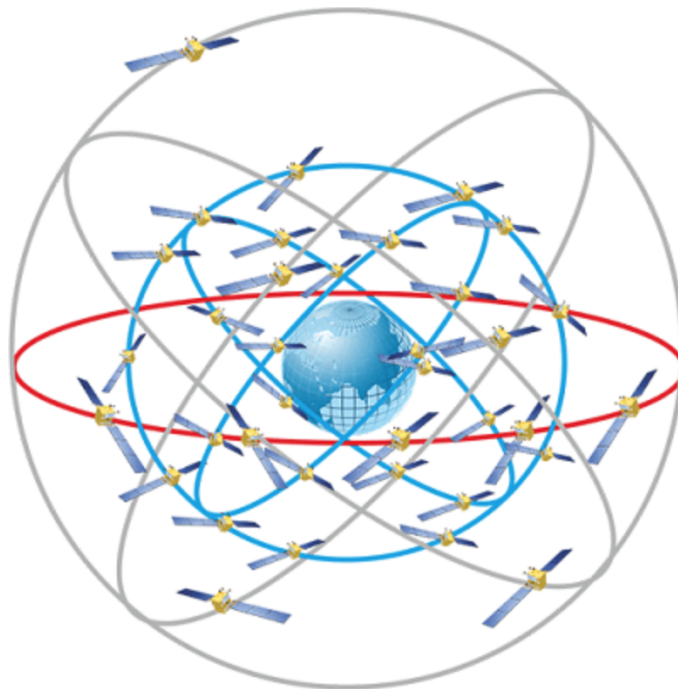
BDS-3 refererer til den tredje og siste generasjonen. Dette systemet har enda bedre dekning og nøyaktighet enn BDS-2, samt støtte for flere tjenester som bredbåndskommunikasjon og søk- og redningstjenester.

BDS-3-konstellasjonen består av (BDS, 2021, s.4):

- 3 GEO-satellitter, banehøyde på 35786 km
- 3 IGSO-satellitter, banehøyde på 35786 km, inklinaison på  $55^\circ$
- 24 MEO-satellitter, 3 baner med banehøyde 21528 km, inklinaison på  $55^\circ$ , backup-satellitter vil bli utplassert ved behov.

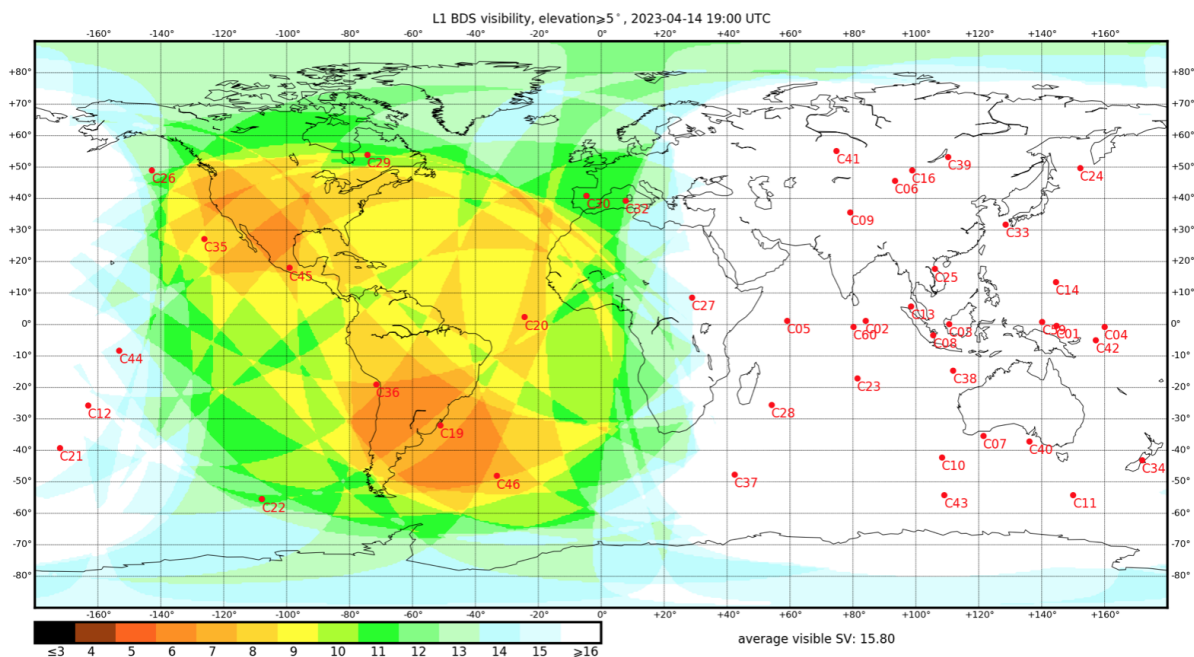
Per april 2023 er det 44 operasjonelle satellitter: 7 GEO (5 BDS-2 og 2 BDS-3), 10 IGSO (7 BDS-2, 3 BDS-3), 27 MEO (3 BDS-2, 24 BDS-3) (glonass-iac.ru, u.å.[b]).

Figur 13: BeiDou: romsegment (Everything RF, u.å.[a])



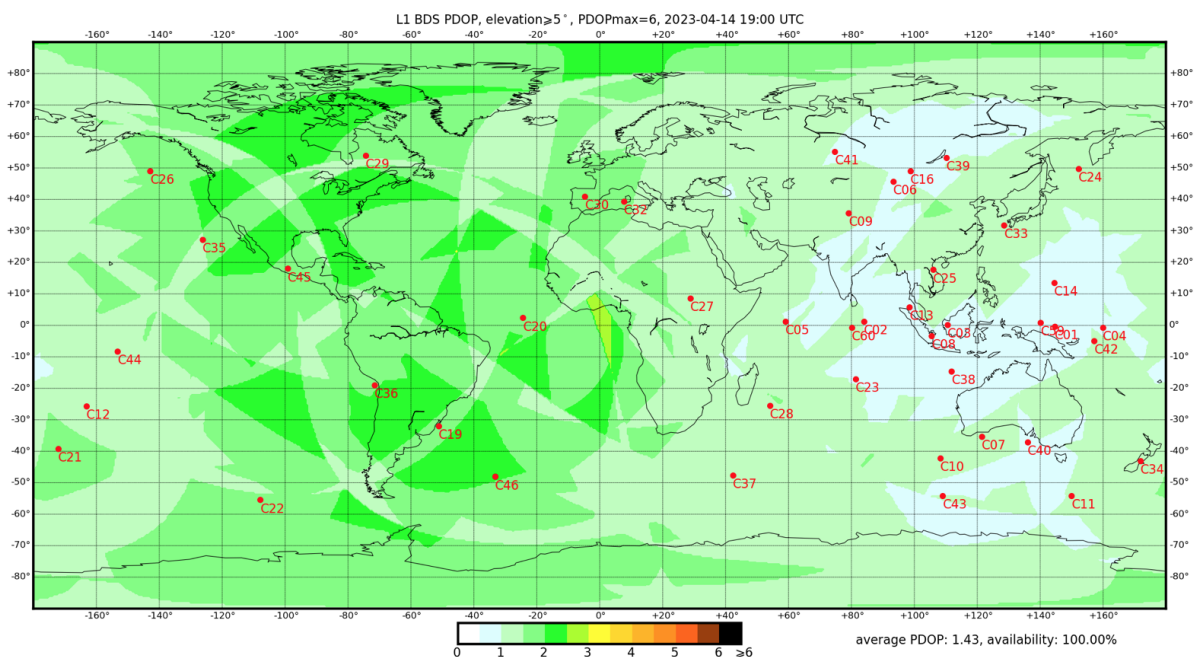
Figur 14 viser antallet synlige BeiDou-satellitter i ulike områder på Jorden den 14.04.2023. BeiDou-satellittsystemet er utviklet for å gi god dekning over Kina og nærliggende områder, og dette reflekteres tydelig på kartet. Over Kina og Russland er det mer enn 16 synlige satellitter samtidig. I Nord-Amerika og Sør-Amerika er tallene betydelig lavere, med mellom 6 og 12 synlige satellitter. Imidlertid, ettersom alle områder over hele kloden har mer enn 4 synlige satellitter samtidig, kan vi konkludere med at BeiDou har global dekning. Gjennomsnittlig antall synlige satellitter er 15,80 samtidig.

Figur 14: BeiDou-satellitter, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[a])



Figur 15 viser PDOP-verdiene for BeiDou-satellitter den 14.04.2023. PDOP gir en indikasjon på satellittgeometrien for de tilgjengelige satellittene og bør ideelt sett holdes under 4. Gjennomsnittlig PDOP-verdi for BeiDou-satellittene er 1,43. Verdiene er betydelig høyere over Amerika, med verdier opp mot 3, og lavere over Den fjerne østen, der verdiene ligger i området 0,5-1,5. Dette indikerer at BeiDou-satellittene har god geometri og kan gi nøyaktige posisjonsbestemmelser.

Figur 15: BeiDou: PDOP, 14.04.2023 (glonass-iac.ru, u.å.[a])



BeiDou sender ut følgende signaler (BDS, 2021, s.6-7):

- B1I: 1561.098 MHz, en frekvens som brukes til å sende standard navigasjonsmeldinger og klokkesynkronisering
- B1C: 1575.43 MHz, en frekvens som brukes til å sende signaler til sivile brukere for navigasjon og posisjonering
- B2I: 1207.14 MHz, brukes for sivile brukere og gir høyere nøyaktighet enn B1I
- B2a: 1176.45 MHz, en frekvens som brukes til å sende signaler til høyhastighetsbevegelser som fly og missiler
- B2b: 1207.14 MHz, en frekvens som brukes til å sende signaler til posisjons- og hastighetsbestemmelse i kritiske applikasjoner
- B3I: 1268.52 MHz, en frekvens som brukes til å sende signaler til tjenester med høy nøyaktighet, inkludert landmåling og geofysiske undersøkelser

Disse signalene brukes for å muliggjøre forskjellige applikasjoner og nøyaktighetskrav innen navigasjon og posisjonering.

	<b>GEO og IGSO satellitter</b>	<b>MEO satellitter</b>
Signaler	L1 (B1)	L1 (B1)
	L2 (B3)	L2( B3)
	L3/L5 (B2)	L3/L5 (B2)

Tabell 5: BeiDou: Signaloversikt (glonass-iac.ru, u.å.[k])

Frekvensbånd:

- B1(L1) 1575.42 MHz B1C  
1572.42 MHz B1C-SBAS  
1561.098 MHz B1I
- B2(L3) 1176.45 MHz B2a  
1207.14 MHz B2b  
1207.14 MHz B2b-PPP
- B3(L2) 1268.52 MHz B3I

Kontrollsegment er ansvarlig for BDS-drift og kontroll og består av: hovedkontrollstasjon (master control station, MCS), monitorstasjoner (monitoring stations, MS) og stasjoner for å sende data til satellittene (the time synchronization/upload stations TS/US). Alle stasjonene befinner seg i Kina.

## 2.5 QZSS

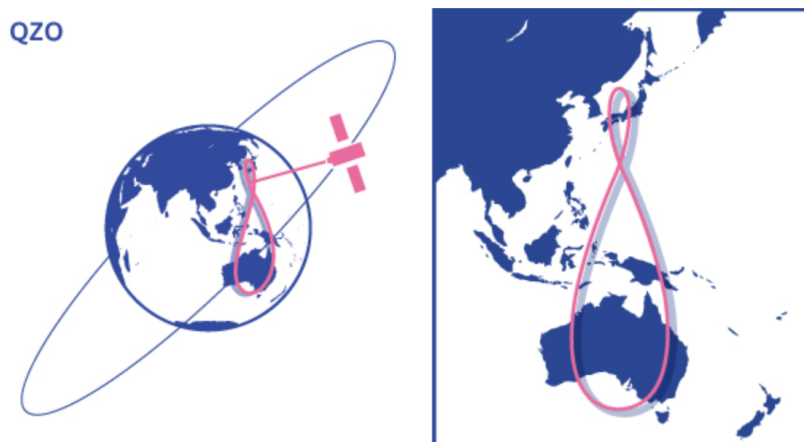
QZSS (Quasi-Zenith Satellite System) er et satellittsystem utviklet av Japan for å forbedre nøyaktigheten og påliteligheten til GNSS-tjenester i Japan og i Asia-Oseania-regionen ([qzss.go.jp](http://qzss.go.jp), u.å.[b]).

QZSS-satellitter bruker en spesiell bane kalt en QZO (Quasi-Zenith Orbit) som strekker seg fra nord til sør over Japan. En QZO-bane er en høyt elliptisk bane som har en periode på ca. 24 timer og inklinasjon på omtrent 40 grader i forhold til ekvatorplanet. Satellitten beveger seg langs denne banen og når sitt høyeste punkt over Japan og danner dermed en slags "bue" over Japan, før den faller tilbake til sitt laveste punkt på den motsatte siden av Jorden.

Denne banen gir QZSS-satellitter en unik evne til å opprettholde en stabil posisjon over Japan, og dermed gi en høy grad av nøyaktighet og pålitelighet for posisjonsbaserte tjenester i regionen, som for eksempel navigasjon og timing.

I tillegg har QZSS en egen satellitt plassert i en geostasjonær bane, og som fungerer som en referansesatellitt for å korrigere feil i GNSS-signaler og ytterlig forbedre posisjonsdata.

Figur 16: QZO-bane til QZSS satellittene ([qzss.go.jp](http://qzss.go.jp), u.å.[a])



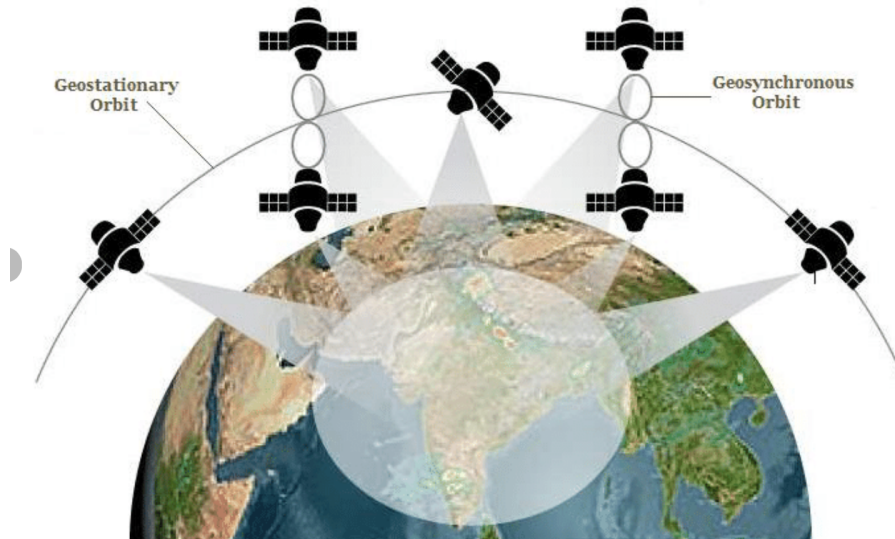
QZSS kan brukes til en rekke formål, inkludert navigasjon i luftfart, skipstrafikk, jernbane og veitrafikk, og vil være spesielt viktig for å støtte teknologi som autonome kjøretøy og droner.

## 2.6 IRNSS

IRNSS (Indian Regional Navigation Satellite System) ([isro.gov.in](http://isro.gov.in), u.å.[a]) er et navigasjonssatellittsystem utviklet av India for å gi nøyaktig og pålitelig posisjoneringstjenester til brukere i India og nærliggende regioner. Systemet består av en gruppe på syv satellitter, hvorav tre er geostasjonære satellitter og fire - skrå geosynkrone satellitter. GEO-satellittene brukes

til å gi kontinuerlig dekning over India og nærliggende områder. GSO-satellittene brukes til å utvide systemets dekning til høyere breddegrader og gi mer nøyaktige posisjonsbestemmelser i disse områdene.

Figur 17: IRNSS satellittene, (Pandya, 2020)



IRNSS tilbyr både standard posisjoneringstjenester (Standard Positioning Service, SPS) og presisjonsposisjoneringstjenester (Restricted Service, RS) til brukere. SPS er gratis tilgjengelig for alle brukere, mens RS er reservert for autoriserte brukere og krever spesielle mottakere for å motta signalet (isro.gov.in, u.å.[b]).

IRNSS har flere fordeler for brukere i India, inkludert bedre dekning og nøyaktighet i fjellområder, skogkledde områder og byområder, hvor andre GNSS signaler kan være blokkert eller redusert i styrke. Systemet kan også brukes til å støtte forskjellige applikasjoner, inkludert navigasjon for luftfart, sjøfart, jernbane og veitrafikk, samt applikasjoner i landbruk, fiske og geologisk kartlegging.

IRNSS ble utviklet av Indian Space Research Organization (ISRO), og den første satellitten ble lansert i 2013. Systemet ble fullt operativt i 2018 og har siden blitt brukt til å gi posisjoneringstjenester til brukere i India og nærliggende regioner. IRNSS-satellittsystemet er et viktig skritt i å utvikle India's egen navigasjonsinfrastruktur og bidrar til å øke landets uavhengighet fra andre lands systemer.

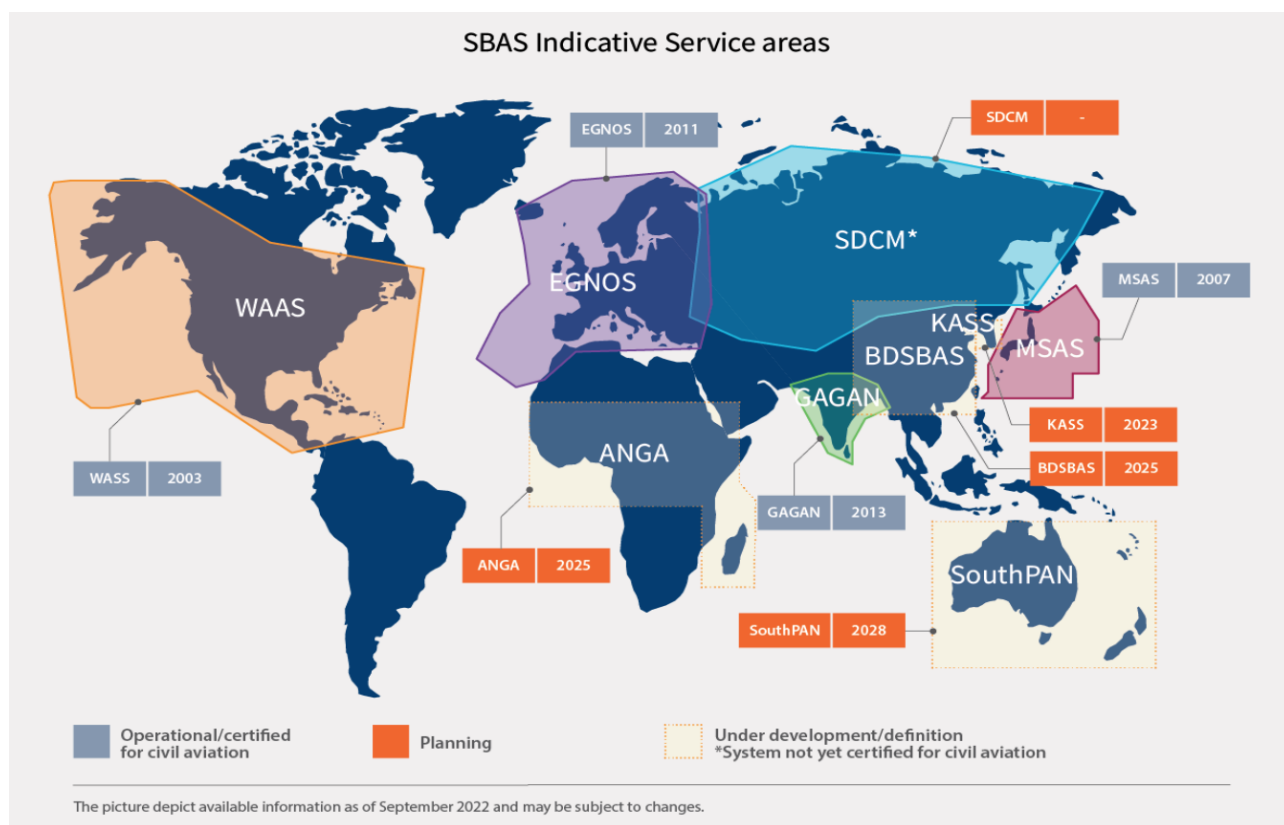
## 2.7 SBAS

SBAS (Satellite-Based Augmentation System) er et avansert system som brukes for å forbedre kvaliteten til navigasjonssignalene fra satellitter. Historien til SBAS går tilbake til midten av 1990-tallet, da behovet for å forbedre nøyaktigheten og påliteligheten til GNSS ble stadig mer påtrengende. SBAS ble utviklet som en løsning for å korrigere feil i GNSS-signalene og gi brukerne mer pålitelige navigasjonsdata.

SBAS benytter seg av målinger fra GNSS tatt av presist plasserte referansestasjoner. Alle målte GNSS-feil overføres til et sentralt datanettverk, der korreksjoner blir beregnet. Disse beregningene blir deretter sendt ut over det dekkede området ved hjelp av geostasjonære satellitter som fungerer som et forbedringssystem eller et overlegg til de opprinnelige GNSS-signalene (European Space Agency, u.å.[e]).

Flere land har implementert sine egne satellittbaserte forbedringssystemer, se figur 18

Figur 18: Oversikt over SBAS, september 2022 (EUSPA, 2022)



Det første SBAS-systemet som ble implementert var det amerikanske **WAAS** (Wide Area Augmentation System). WAAS ble utviklet av Federal Aviation Administration (FAA) i samarbeid med andre partnere. Safety-of-life WAAS-tjeneste ble aktivert 10 juli 2003. Systemet dekker Nord-Amerika og Karibia og gir forbedret nøyaktighet og integritet for luftfartsnavigasjon.

I Europa begynte utviklingen av SBAS med **EGNOS** (European Geostationary Navigation Overlay Service). EGNOS ble utviklet av European Space Agency (ESA). Open Service (OS) som er fritt tilgjengelig for bruk i Europa ble offisielt startet 01 oktober 2009, men sikkerhetstjeneste safety-of-life som gir den strengeste nivået av signalytelse ble operativt fra 02 mars 2011. EGNOS dekker Europa og Nord-Atlanteren og gir forbedret nøyaktighet og integritet for en rekke bruksområder, inkludert luftfart, landbasert navigasjon og maritime operasjoner.

I Japan ble **MSAS** (Multi-functional Satellite Augmentation System) utviklet for å forbedre nøyaktigheten og påliteligheten til GPS-signalene i luftfartsindustrien. MSAS ble operativt i 27 september 2007 og dekker Japan og nærliggende havområder.

**GAGAN** (GPS Aided GEO Augmented Navigation) er det indiske SBAS-systemet som hjelper med å forbedre navigasjonstjenesten i India og regionen rundt. GAGAN ble utviklet av Indian Space Research Organisation (ISRO) i samarbeid med Airports Authority of India (AAI) og ble operativt i 2013.

**SDCM**, som står for System for Differential Corrections and Monitoring, er et SBAS-system som utvikles i Russland. SDCM forventes å bli sertifisert i fremtiden, og dette er bare det første skrittet i SDCM-strategien. Målet med SDCM er å tilby tjenester til også den nordlige delen av Russland ved hjelp av ulike kringkastingsmetoder, for eksempel en potensiell polar MEO. SDCM er utviklet som en utvidelse til både GPS og GLONASS.

**BDSBAS** (BeiDou Satellite-Based Augmentation System) er et satellittbasert forbedringssystem som er knyttet til det kinesiske navigasjonssystemet BeiDou. BDSBAS er utviklet for å forbedre nøyaktigheten, påliteligheten og integriteten til navigasjonssignaler fra BeiDou-satellitter. Systemet bruker referansestasjoner plassert strategisk rundt om i regionen for å overvåke og korrigere signalene fra BeiDou-satellittene. Planlagt operativt i 2025.

**KAAS** (Korea Augmentation Satellite System) er et satellittbasert forbedringssystem utviklet og implementert av Sør-Korea. KAAS er designet for å forbedre nøyaktigheten, integriteten og påliteligheten til navigasjonssignaler fra ulike globale navigasjonssatellittsystemer (GNSS) som GPS, GLONASS og Galileo. Formålet med KAAS er å støtte ulike sektorer, inkludert luftfart, sjøfart og landbaserte applikasjoner, ved å gi forbedret navigasjonstjeneste i Sør-Korea og nærliggende områder.

**SouthPAN** (Southern Positioning Augmentation System) er det operative SBAS-systemet for Australia og New Zealand, og vil være det første av sitt slag på den sørlige halvkule når det når full operasjonell kapasitet.

**ANGA** (Augmented Navigation for Africa) er et program initiert av ASECNA (Agency for the Safety of Air Navigation in Africa) for å utvikle og implementere SBAS tjenester i Afrika og det indiske hav. ANGA-programmet er designet for å forbedre navigasjonstjenesten og sikkerheten i flytrafikken i regionen. Initiativet ANGA er anerkjent av International Civil Aviation Organization (ICAO) og har som mål å etablere autonome og operative SBAS-tjenester i AFI-regionen fra 2025 og videre (ASECNA, u.å.).



## 3 Posisjonsbestemmelse med GNSS

Grunnprinsippet for alle GNSS-systemer er at en bruker bestemmer sin posisjon ved å ta målinger til minst 4 GNSS-satellitter samtidig. Med fire målinger kan man finne 4 ukjente: X, Y og Z (eller breddegrad, lengdegrad og høyde) og klokkefeilen til GNSS-mottakeren.

Målingene som gjøres av GNSS-mottakere er ikke avstandsmålinger, men tiden som signalet tok for å reise fra satellitten til mottakeren. For å måle denne reisetiden må mottakeren kjenne tiden signalet forlot satellitten og tiden signalet ankom mottakeren. Når signalet forlater satellitten får det en tidsstempel, på denne måten vet mottakeren nøyaktig når signalet ble sendt. For å vite den nøyaktige ankomsttiden må mottakeren kjenne sin egen tid svært nøyaktig. Den mest økonomiske måten å oppnå dette på, er ved å bruke klokke inne i mottakeren: tiden vil imidlertid ikke være nøyaktig nok, og derfor må mottakeren beregne klokkefeilen for sin egen klokke.

Den målte reisetiden multipliseres med signalhastigheten (lysets hastighet i vakuum) for å få den faktiske avstanden mellom satellitten og mottakeren. Så for å ha en målenøyaktighet på noen få meter, må tiden til satellitten og mottakeren være kjent med en nøyaktighet på rundt 10 mikrosekunder. Denne tidsnøyaktigheten kan bare oppnås ved å bruke atomklokker, noe som vanlige mottakere ikke har. Da er det svært viktig å beregne mottaker-klokkefeil for å få nøyaktig posisjon.

Neste steg til mottakerposisjonen er å finne ut koordinater og klokkefeiler til gjeldende satellittene. Det kan gjøres ved hjelp av efemerider som sendes fra hver satellitt med navigasjonsmelding.

Videre for å beregne mottakerens posisjon brukes en teknikk som kalles trilaterasjon. Dette innebærer å finne snittet mellom de fire sfærene som er sentrert rundt hver avstandsmåling. Det punktet der de fire sfærene møtes, representerer mottakerens posisjon.

Det er imidlertid ikke alltid like enkelt å beregne posisjonen nøyaktig, da det kan være forstyrrelser som påvirker signalene. Derfor brukes ofte teknikker som differensiell GNSS, som tar hensyn til slike forstyrrelser og kan gi enda mer nøyaktige posisjonsberegninger.

Ved å bruke nødvendige korreksjoner, er vi i stand til å beregne posisjon med nøyaktighet på noen få meter. Og det er det GNSS tilbyr oss når som helst, hvor som helst!

### 3.1 Beregning av satellittkoordinater

For å kunne bestemme posisjonen til mottakeren må brukeren ha tilgang til sanntidsposisjonene til satellittene og satellittsystemtiden. Dette oppnås ved hjelp av navigasjonsmeldinger som blir generert av kontrollsegmentet og sendt ut til brukerne via GNSS-satellittene.

Navigasjonsmeldingen inneholder primært satellittkoordinater og variert informasjon om korrigerende av feilkilder, i tillegg til opplysninger om satellittenes helsetilstand. GPS, BeiDou

og Galileo viser satellittkoordinatene i navigasjonsmeldingen som Kepler-elementer, mens GLONASS bruker ECEF-koordinater for posisjon og hastighet, samt akselerasjon påvirket av solens og månens gravitasjon. (Sanz Subirana mfl., 2013, s. 56)

GLONASS-satellittkoordinatene beregnes i henhold til spesifikasjonene i GLONASS-ICD-dokumentet, ved hjelp av algoritmen som er gitt av dette ICD, kan en nøyaktighetsnivå på omtrent 3 meter oppnås. Her skal vi ikke beskrive hele algoritmen, siden det ble bestemt å ikke inkludere GLONASS satellittene i implementering. Algoritmen er godt beskrevet her: (Sanz Subirana mfl., 2013, s. 59-62)

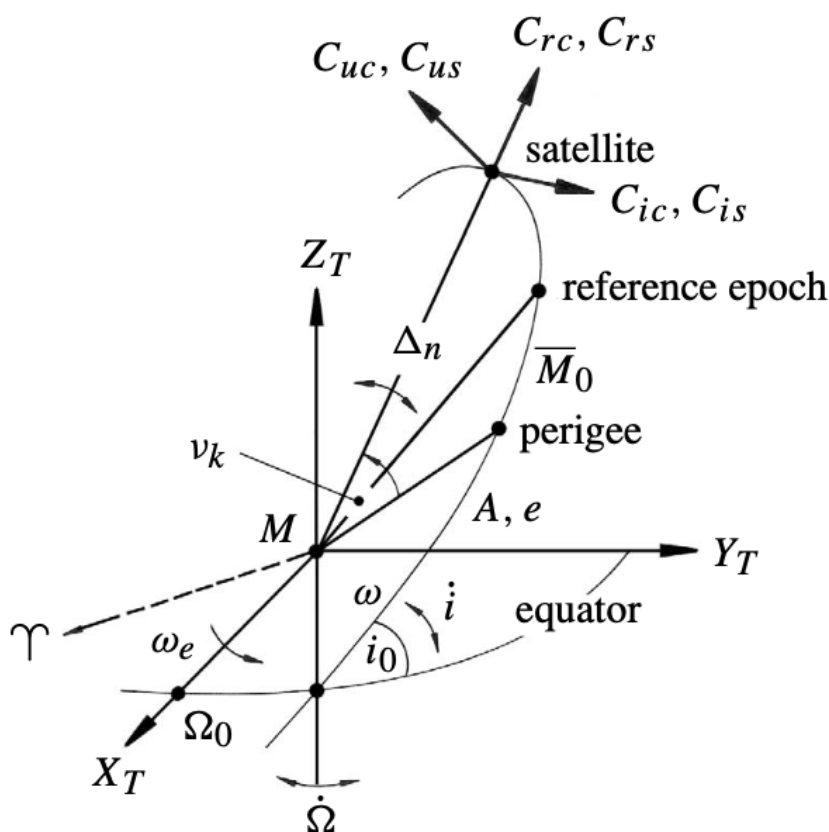
GLONASS-satellittkoordinatene beregnes i samsvar med spesifikasjonene som er beskrevet i GLONASS-ICD-dokumentet. Ved å bruke algoritmen som er beskrevet i dette dokumentet, er det mulig å oppnå en nøyaktighet på omtrent 3 meter. Selv om vi ikke vil gå inn i detaljer om hele algoritmen her, kan interesserte parter finne en grundig beskrivelse av den i (Sanz Subirana mfl., 2013, s. 59-62) . Det er verdt å merke seg at implementeringen vår ikke inkluderer GLONASS-satellittene.

Algoritme for å beregne satellittkoordinater til GNSS systemer som sender informasjon som Kepler-elementer er godt kjent, men siden den skal brukes i implementering av SPP (Single Point Position), skal vi beskrive den her.

Algoritmen kan brukes med GPS, Galileo og BeiDou satellittene, men på grunn av at disse GNSS systemene bruker ulike referanserammer, er verdiene for jordens gravitasjonskoeffisient og rotasjonshastighet forskjellige. Det er viktig å bruke riktige verdier for å sikre bedre nøyaktighet, se tabell 6.

Kringkastede ephemeris- og klokkeparametere fra navigasjonsfil til GPS/Galileo/BeiDou (Seeber, 2003, s.225-227):

Figur 19: Broadkastede efemerider (Seeber, 2003, s.225)



$\sqrt{A}$  - kvadratroten av den store halvaksen, [ $m^{1/2}$ ]

$e$  - eksentrisitet

$i_0$  - inklinaingsvinkelen ved referansetidspunktet, [semicircles]

$\Omega_0$  - lengdegraden til stigende knutepunkt for banen, beregnet i henhold til referansetidspunktet, [semicircles]

$\omega$  - perigeumsargumentet, [semicircles]

$\bar{M}_0$  - mean anomali ved referanseepoken, [semicircles]

*IODE* - Issue Of Data, Ephemeris, identifikasjonsnummer

$\Delta n$  - gjennomsnittlig bevegelsesdifferanse fra beregnet verdi, [semicircles/s]

$\dot{\Omega}$  - Endringshastigheten til rett stigning, [semicircles/s]

$\dot{i}$  - endringshastigheten til inklinaingsvinkelen, [semicircles/s]

$C_{us}$  - amplituden til sinusharmonisk korreksjonsterm til argumentet for breddegraden, [rad]

$C_{uc}$  - amplituden til cosinusharmonisk korreksjonsterm til argumentet for breddegraden, [rad]

$C_{is}$  - amplituden til sinusharmonisk korreksjonsterm til inklinaingsvinkelen, [rad]

$C_{ic}$  - amplituden til cosinusharmonisk korreksjonsterm til inklinaingsvinkelen, [rad]

$C_{rs}$  - amplituden til sinusharmonisk korreksjonsterm til baneradiusen, [m]

$C_{rc}$  - amplituden til cosinusharmonisk korreksjonsterm til baneradiusen, [m]

$t_{0e}$  - referansetidspunkt, ephemerisparametere, [s]

$t_{0_c}$  - referansetidspunkt, klokkeparametere, [s]

$a_0, a_1, a_2$  - polynomkoeffisienter for klokkekorreksjon (bias [s], drift [s/s], driftshastighet [s/s<sup>2</sup>])

*IODC* - Issue Of Data, Clock, identifikasjonsnummer

Data tatt fra:

GNSS	Referanseramme	a, [m]	f	GM, [m <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> ]	$\omega_e$ , [rad/s]
GPS	WGS84	6378137	1/298.257223563	$3.986005 \cdot 10^{14}$	$7.2921151467 \cdot 10^{-5}$
Galileo	GTRF	6378137	1/298.257223563	$3.986004418 \cdot 10^{14}$	$7.2921151467 \cdot 10^{-5}$
BeiDou	CTRF2000	6378137	1/298.257222101	$3.986004418 \cdot 10^{14}$	$7.2921150 \cdot 10^{-5}$
GLONASS	PZ-90	6378136	1/298.25784	$3.986004418 \cdot 10^{14}$	$7.2921150 \cdot 10^{-5}$

Tabell 6: Parametere til GNSS

$a$  - store halvaksen, [m]

$f$  - flattrykning;

$GM$  - Jordsentrisk gravitasjonskonstanten, [m<sup>3</sup>/s<sup>2</sup>];

$\omega_e$  - Jordrotasjonshastighet, [rad/s].

Data tatt fra: GPS: (Anthony & Quan, 2022, s.69)

Galileo: (European GNSS Open Service, 2021, s.44)

BeiDou: (*China Terrestrial Reference Frame 2000 2000*)

GLONASS: (FGBU 27, 2020, s.8).

Beregning av satellittkoordinater til GPS/Galileo og BeiDou:

1. Store halvakse:

$$A = (\sqrt{A})^2 \quad (3.1.0.1)$$

2. Beregn den gjennomsnittlige bevegelsen (mean motion) til satellitten:

$$n_0 = \sqrt{\frac{GM}{A^3}} \quad (3.1.0.2)$$

3. Korrigert gjennomsnittlig bevegelse:

$$n = n_0 + \Delta n \quad (3.1.0.3)$$

4. Beregn tiden  $t_k$  fra ephemeris referanseepoken:

$$t_k = t - t_{0_e} \quad (3.1.0.4)$$

5. Beregn den gjennomsnittlige anomalien for  $t_k$ :

$$\overline{M}_k = \overline{M}_0 + n \cdot t_k \quad (3.1.0.5)$$

6. Keplers ligning for den eksentriske anomalien, løses med iterasjon:

$$E_k = \overline{M}_k + e \sin E_k \quad (3.1.0.6)$$

$$E_0 = \overline{M}, \quad E_i = \overline{M} + e \sin E_i - 1, \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (3.1.0.7)$$

7. Beregn sanne anomalien,  $v_k$ :

$$\begin{aligned} \cos v_k &= \frac{\cos E_k - e}{1 - e \cos E_k} \\ \sin v_k &= \frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{1 - e \cos E_k} \end{aligned} \quad (3.1.0.8)$$

$$v_k = \arctan\left(\frac{\sqrt{1 - e^2} \sin E_k}{\cos E_k - e}\right) \quad (3.1.0.9)$$

8. Beregn breddegradsargumentet:

$$\Phi_k = v_k + \omega \quad (3.1.0.10)$$

9. Korreksjonen for breddegradsargumentet:

$$\delta u_k = C_{uc} \cos 2\Phi_k + C_{us} \sin 2\Phi_k \quad (3.1.0.11)$$

10. Korreksjonen til radius:

$$\delta r_k = C_{rc} \cos 2\Phi_k + C_{rs} \sin 2\Phi_k \quad (3.1.0.12)$$

11. Korreksjonen til inklinasjon:

$$\delta i_k = C_{ic} \cos 2\Phi_k + C_{is} \sin 2\Phi_k \quad (3.1.0.13)$$

12. Korrigert breddegradsargumentet:

$$u_k = \Phi_k + \delta u_k \quad (3.1.0.14)$$

13. Korrigert radius:

$$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k \quad (3.1.0.15)$$

14. Korrigert inklinasjon:

$$i_k = i_0 + \dot{i}t_k + \delta r_k \quad (3.1.0.16)$$

15. Posisjonen i banens plan:

$$\begin{aligned} X'_k &= r_k \cos u_k \\ Y'_k &= r_k \sin u_k \end{aligned} \quad (3.1.0.17)$$

For å beregne satellittkoordinatene i MEO/IGSO baner brukes punktene 16 og 17. For satellitter i GEO baner - punktene 18-21.

16. Korrigert lengdegrad for oppstigende knute (pass på referanseramme):

$$\Omega_k = \Omega_0 + (\dot{\Omega} - \omega_e)t_k - \omega_e t_{0e} \quad (3.1.0.18)$$

17. Jordfaste geosentriske satellittkoordinater:

$$\begin{cases} X_k = X'_k \cos \Omega_k - Y'_k \sin \Omega_k \cos i_k \\ Y_k = X'_k \sin \Omega_k + Y'_k \cos \Omega_k \cos i_k \\ Z_k = Y'_k \sin i_k \end{cases} \quad (3.1.0.19)$$

Noen av BeiDou satellitter befinner seg i GEO baner, til disse skal koordinatene beregnes på følgende måte (Wang, 2015, s.40-42):

For å kunne beregne koordinater til GEO-satellitter må gjøre en rotasjon basert på samme formel som over i det inertielle systemet, beregningen er som følger:

18. Korrigert lengdegrad for oppstigende knute:

$$\Omega_k = \Omega_0 + \dot{\Omega}t_k - \omega_e t_{0e} \quad (3.1.0.20)$$

19. Beregning av geostasjonær satellittkoordinater i brukerdefinert inertialt system:

$$\begin{cases} X_{Gk} = X'_k \cos \Omega_k - Y'_k \sin \Omega_k \cos i_k \\ Y_{Gk} = X'_k \sin \Omega_k + Y'_k \cos \Omega_k \cos i_k \\ Z_{Gk} = Y'_k \sin i_k \end{cases} \quad (3.1.0.21)$$

20. Beregning av geostasjonær satellittkoordinater i CGCS2000 referanseramme:

$$\begin{bmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{bmatrix} = R_z(\omega_e t_k) R_x(-5^\circ) \begin{bmatrix} X_{Gk} \\ Y_{Gk} \\ Z_{Gk} \end{bmatrix} \quad (3.1.0.22)$$

Her:

$$R_x(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & +\cos \phi & +\sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & -\cos \phi \end{pmatrix} \quad (3.1.0.23)$$

$$R_z(\phi) = \begin{pmatrix} +\cos \phi & +\sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & -\cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

21. Ved å kombinere ligninger 3.1.0.22 og 3.1.0.23 kan koordinatene til GEO-satellittene beregnes:

$$\begin{cases} X_k = X_{Gk} \cdot \cos(\omega_e t_k) + Y_{Gk} \cdot \sin(\omega_e t_k) \cdot \cos(-5^\circ) + Z_{Gk} \cdot \sin(\omega_e t_k) \cdot \cos(-5^\circ) \\ Y_k = X_{Gk} \cdot (-\sin(\omega_e t_k)) + Y_{Gk} \cdot \cos(\omega_e t_k) \cdot \cos(-5^\circ) + Z_{Gk} \cdot \cos(\omega_e t_k) \cdot \sin(-5^\circ) \\ Z_k = Y_{Gk} \cdot (-\sin(-5^\circ)) + Z_{Gk} \cdot \cos(-5^\circ) \end{cases} \quad (3.1.0.24)$$

## 3.2 Målemetoder

### 3.2.1 Statistiske vs Kinematiske målinger

Statistiske og kinematiske metoder er to ulike tilnærminger til å måle fysiske egenskaper som posisjon og bevegelse. Disse to metodene brukes i ulike situasjoner og har hver sine fordeler og ulemper. Mens statistiske målinger er mer egnet for situasjoner som krever høy nøyaktighet og presisjon, brukes kinematiske målinger ofte i situasjoner som krever sanntidsposisjonering og bevegelsesanalyse.

I denne sammenhengen vil vi se nærmere på de to metodene, og beskrive forskjellene mellom dem, samt deres bruksområder og begrensninger. Ved å forstå forskjellene mellom statistiske og kinematiske metoder, vil man kunne velge den mest hensiktsmessige tilnærmingen for ulike målebehov og oppnå nøyaktige og pålitelige resultater.

Statistiske og kinematiske målinger brukes innenfor ulike felt som landmåling, geodesi, navigasjon, kartlegging, og bevegelsesanalyse. Imidlertid vil valget mellom statistisk og kinematisk avhenge av faktorer som ønsket nøyaktighet, målebehov, tilgjengelige ressurser og tidsrammer.

Statistiske målinger betyr at mottakeren ikke beveger seg, men er stasjonær over et punkt i hele måleperioden. Dette gjør det mulig å estimere posisjonen med færre parametere, noe som gir høyere nøyaktighet og presisjon. Det er vanlig å bruke to eller flere mottakere samtidig for å få nøyaktige målinger.

Med tanke på observasjonstid kan man skille mellom korttids- og klassiske statiske målinger. Korttids statiske målinger tar mellom 5 og 20 minutter. Klassiske statiske målinger tar gjerne over 60 minutter. Jo lenger måletiden er, desto mer nøyaktige blir målingene, men det krever også etterprosessering for å oppnå høy presisjonsnøyaktighet.

Kinematiske målinger, derimot, innebærer å måle posisjonen til en mottaker i bevegelse. Dette gjør det mulig å beregne posisjonen i sanntid, noe som er nyttig for navigasjon, overvåking av bevegelse og analyse av dynamiske systemer.

En viktig begrensning av både statiske og kinematiske målinger er at de kan påvirkes av feilkilder som atmosfæriske forhold, flerveisinterferens, eller feil ved selve utstyret. Derfor er det viktig å velge riktig metode for å minimere feil og oppnå nøyaktige resultater.

Valg av enten statisk eller kinematisk måling vil avhenge av flere faktorer, som ønsket nøyaktighet, målebehov og tilgjengelige ressurser. Statische målinger er egnet for situasjoner der nøyaktighet og presisjon er avgjørende, og når mottakeren kan holdes i en fast posisjon over en lengre periode. Eksempler på applikasjoner som bruker statiske målinger inkluderer landmåling, geodetiske målinger og kartlegging av terreng.

På den andre siden er kinematiske målinger egnet for situasjoner som krever sanntidsposisjonering og bevegelsesanalyse, for eksempel når man navigerer et kjøretøy eller sporer en person eller et dyr.

Til slutt er det viktig å merke at begge målemetodene kan brukes sammen for å oppnå mer presis og nøyaktig posisjonering og bevegelsesanalyse. Ved å kombinere statiske og kinematiske målinger kan man få en mer omfattende og pålitelig analyse av posisjon og bevegelse, og dermed øke påliteligheten og nøyaktigheten til resultatene.

### **3.2.2 Sanntidsmålinger vs Etterprosessering**

Sanntidsmålinger og etterprosessering er to vanlige metoder innen GNSS-posisjonering. Sanntidsmålinger refererer til prosessen med å behandle GNSS-dataene i sanntid, mens etterprosessering refererer til behandlingen av dataene på et senere tidspunkt. Begge metodene har sine fordeler og ulemper, og valget mellom dem avhenger av den spesifikke applikasjonen og kravene til nøyaktighet og tid. Dette kapittelet skal beskrive forskjellene mellom sanntidsmålinger og etterprosessering i GNSS-posisjonering.

Det er flere faktorer som kan påvirke valget mellom sanntidsmålinger og etterprosessering. En av de viktigste faktorene er formålet med målingene. Hvis resultatene av målingene skal brukes umiddelbart, for eksempel i navigasjon, er sanntidsmålinger den eneste levedyktige metoden. Hvis resultatene derimot ikke trenger å være tilgjengelige med en gang, og nøyaktighet er viktigere enn hastighet, for eksempel for høyoppløselig kartlegging eller geodetiske formål, kan etterprosessering være det beste alternativet.

En annen faktor som kan påvirke valget mellom de to metodene er tilgjengeligheten av tek-



nologi og ressurser. Sanntidsmålinger krever ofte spesialisert utstyr og teknologi, og det kan være nødvendig med en konstant tilkobling til satellitter og internett for å kunne utføre målingene i sanntid. Ett av de viktigste kriterier til sanntidsmålinger er et god datainnsamlingssystem - nett av mottakere med kjente koordinater (basestasjoner), som beregner pseudoavstander til satellittene. Ettersom posisjoner til basestasjonene er kjent, kan korreksjonene til målingene beregnes. Ved å etablere en pålitelig og rask forbindelse mellom rovermottaker og datainnsamlingssystemet (kommunikasjonslink) er det mulig å overføre beregnede korreksjoner til roveren i sanntid, slik at måleresultatene kan analyseres uten forsinkelser. Etterprosessering, derimot, kan gjøres med vanlig utstyr og programvare, og resultatene kan behandles når det passer brukeren.

Kostnad kan også være en faktor som påvirker valget mellom sanntidsmålinger og etterprosessering. Sanntidsmålinger kan være mer kostbare på grunn av utstyrsbehov og behovet for en god internett-forbindelse, mens etterprosessering kan være en rimeligere metode.

Naturlig nok, må nøyaktighet også tas i betraktning. Sanntidsmålinger kan gi raskere resultater, men resultatene kan være mindre nøyaktige på grunn av begrensninger i teknologien og mangel på fullstendige og nøyaktige satellittdata. Etterprosessering kan gi mer nøyaktige resultater, spesielt på grunn av presis informasjon som satellittbaner og klokkefeil er tilgjengelige etter at målingene er tatt.

I noen tilfeller kan en kombinasjon av begge metodene være optimal. For eksempel kan sanntidsmålinger brukes til å samle inn rådata mens etterprosessering brukes senere for å forbedre nøyaktigheten. Dette kan være nyttig i situasjoner der det er begrenset tilgang til presis baneinformasjon eller atmosfæriske forstyrrelser har påvirket datainnsamlingen.

### **3.2.3 Enkelpunktbestemmelse**

Enkelpunktbestemmelse (absolutte målinger) er en populær måleteknikk på grunn av dens brukervennlighet og kostnadsbesparende egenskaper. Denne metoden innebærer å måle koordinatene i ett enkelt punkt uten noen korreksjoner. Avhengig av om det brukes kodemåling eller fasemåling, kan nøyaktigheten være omtrent 15 meter eller bedre.

Enkelpunktbestemmelse involverer en enkelt mottaker som tar målinger for å bestemme posisjonen direkte i forhold til satellittene. For å øke nøyaktigheten kan data samles over en lengre periode og effekten av feilkilder i GNSS må tas i betraktning og reduseres. Dette kan oppnås ved etterprosessering av satellittkoordinater og klokkekorreksjoner.

Absolutte målinger kan være nyttige i situasjoner der det ikke er mulig eller praktisk å bruke referansepunkter, for eksempel i utforskning av ukjente områder eller i navigasjon av autonome kjøretøy. Det er imidlertid viktig å være oppmerksom på at absolutte målinger kan være mer utsatt for feil og unøyaktigheter enn differensielle målinger som bruker kjente referansepunkter.

De vanligste teknikker for enkelpunktbestemmelse er SPP (Single Point Position) og PPP

(Precise Point Position). Det er flere faktorer som må tas i betraktning ved valg av teknikken, her er noen av de:

- Nøyaktighet: SPP gir vanligvis moderat nøyaktighet, typisk innenfor noen få meter. Dette skyldes at SPP bruker kringkastede efemerider fra navigasjonsmelding i beregningene sine. PPP, derimot, bruker mer nøyaktige IGS (International GNSS Service) data for å oppnå høyere nøyaktighet, vanligvis innenfor centimeter- til desimeterområdet.
- Bruksområder: SPP brukes vanligvis i generell navigasjon der moderat nøyaktighet er tilstrekkelig, for eksempel i personlig navigasjonssystemer og mobiltelefoner. PPP derimot brukes i applikasjoner som krever høy nøyaktighet, for eksempel landmåling, geodesi, vitenskapelige studier og presis navigasjon.
- Kostnad og tilgjengelighet: Siden SPP ikke krever eksterne korreksjonsdata, er det enklere og billigere å implementere. PPP derimot krever tilgang til korreksjonsdata fra referansestasjoner eller nettverk, noe som kan være kostbart og begrenset til visse områder.

Teknikkene skal nærmere beskrives i kapittel 3.3 og 3.4

### 3.2.4 Differensiellemålinger

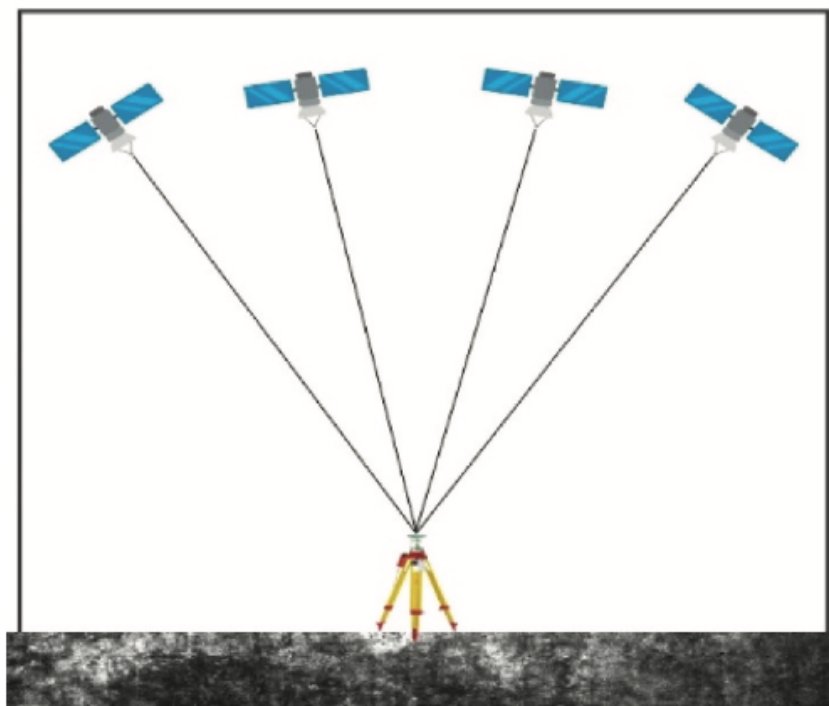
Differensielle målinger er en metode for å øke nøyaktigheten til posisjonsbestemmelse ved å bruke to eller flere GNSS-mottakere samtidig. Metoden går ut på å bruke observasjonene fra flere mottakere som befinner seg i samme geografiske område.

Målingene kan gjøres på to måter: statisk og kinematisk. Ved statisk differensiell måling plasseres to eller flere mottakere på faste punkter, og målingene utføres over en lengre periode. Ved å måle signalene fra samme satellitter samtidig på de ulike mottakerne, kan man beregne differansen i signalene og eliminere feil som er felles for begge mottakerne.

Differensielle målinger er en kraftig teknikk for å øke nøyaktigheten i posisjonsbestemmelse, og brukes i en rekke anvendelser, inkludert landmåling, navigasjon, kartlegging og overvåking av jordskjelv og andre geofysiske hendelser.

### 3.3 SPP

Figur 20: SPP (Lotfy mfl., 2020, s.492)



SPP (Single Point Position) er en posisjoneringsteknologi som benytter signaler fra satellitter i verdensrommet for å bestemme mottakerens posisjon. I SPP brukes vanligvis enfrekvente kode-observasjoner for å beregne posisjonen til mottakeren. Disse observasjonene er tilstrekkelige for å oppnå en viss grad av posisjonsnøyaktighet, selv om de ikke er like presise som faseobservasjoner. SPP har et bredt spekter av anvendelser, fra bilnavigasjon og landmåling til redningstjenester og flynavigasjon. Fordi SPP bare krever en enkelt mottaker og ikke trenger å kommunisere med andre mottakere eller stasjoner på bakken, kan den være enklere å bruke og mer fleksibel enn andre posisjoneringsteknologier.

SPP kan gi nøyaktige posisjonsdata med en feilmargin på noen få meter, selv om den kan være mindre nøyaktig enn andre teknologier som PPP eller RTK. Faktorer som signalstyrke, atmosfæriske forstyrrelser og antall satellitter som brukes, kan påvirke nøyaktigheten.

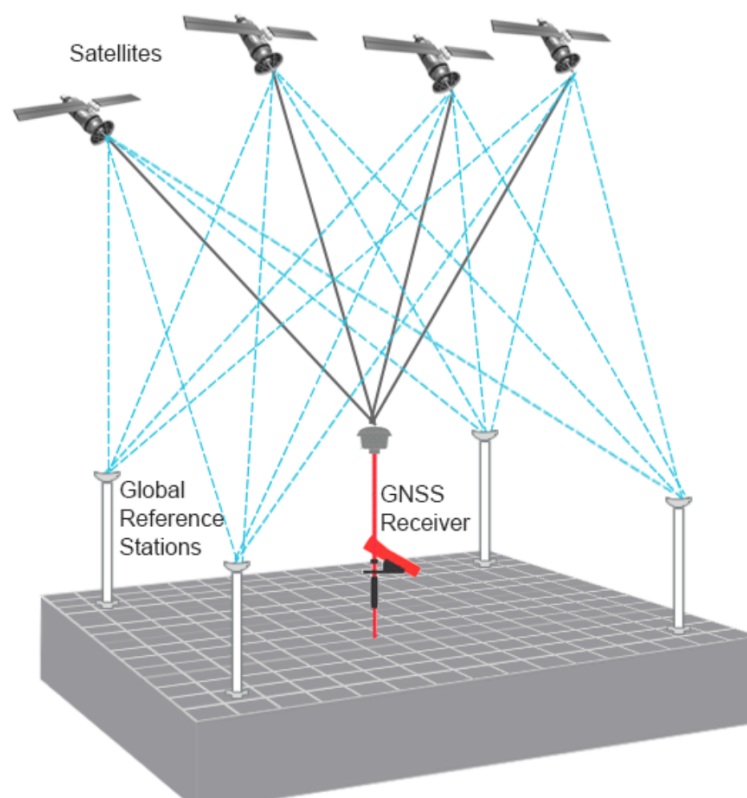
Selv om SPP-teknologi har blitt stadig mer vanlig og tilgjengelig i løpet av de siste årene, er det fortsatt noen utfordringer som må overvinnes for å maksimere nøyaktigheten og påliteligheten til teknologien. Atmosfæriske forstyrrelser og blokkering av signaler fra hindringer kan påvirke resultatet. Likevel er SPP en viktig teknologi for navigasjon og posisjonering, og dens anvendelser vil fortsette å utvikle seg i fremtiden.

I denne masteroppgaven blir det implementert SPP-algoritmen i Python. Selv om SPP ikke er like nøyaktig som PPP (Precise Point Positioning) eller RTK (Real Time Kinematic), er det fortsatt en verdifull teknologi å implementere og bruke i mange forskjellige applikasjoner.

En av fordelene med SPP er at den ikke krever avansert utstyr, noe som gjør teknologien mer tilgjengelig og kostnadseffektiv for mange brukere. Den andre fordel er at SPP kan være mer pålitelig i situasjoner der signalet fra satellittene er svakt eller forstyrret, fordi SPP bruker signalinformasjonen fra flere satellitter til å beregne posisjonen. I tillegg kan SPP være nyttig i situasjoner der det er vanskelig eller umulig å kommunisere med andre mottakere eller stasjoner på bakken, for eksempel i avsidesliggende områder eller under nødssituasjoner.

### 3.4 PPP

Figur 21: PPP (Everything RF, u.å.[b])



En annen teknikk for enkeltpunktbestemmelse er PPP (Precise Point Positioning). I PPP bruker man ikke kringkastede efemerider, men eksterne korreksjonsdata for å forbedre nøyaktigheten og påliteligheten i posisjonsbestemmelsen.

Nøyaktig korreksjonsdata kan være tilgjengelig gjennom IGS-tjenester som samler inn og distribuerer høykvalitetsdata fra ulike referansestasjoner rundt om i verden. IGS-dataene inneholder presise baner, klokkesynkronisering og atmosfæriske korreksjoner.

PPP bruker vanligvis tofrekvente observasjoner, som inkluderer både fase- og kodeobservasjoner. Ved å kombinere både fase- og kodeobservasjoner kan PPP kompensere for en rekke feilkilder og forstyrrelser. Dette gjør det mulig å oppnå høyere nøyaktighet i posisjonsbestemmelsen sammenlignet med SPP-metoden.

PPP kan gjøres enten som en etterprosesseringsteknikk eller som en sanntidsmålingsteknikk.

Ved etterprosessering analyseres observasjoner fra en mottaker som er samlet inn over en periode. Mottakerens observasjoner kombineres med IGS data for å beregne nøyaktige posisjoner med høy presisjon. Etterprosessering gir vanligvis bedre nøyaktighet enn sanntidsmåling på grunn av muligheten til å bruke lengre tidsintervaller med observasjoner og bedre korreksjonsdata.

Sanntidsmåling av PPP innebærer bruk av sanntids GNSS-datastrømmer fra referansestasjoner, sammen med bane- og klokkeinformasjon fra et nettverk av referansestasjoner eller et kommersielt PPP-tjenesteleverandør. For eksempel Fugro ([www.fugro.com](http://www.fugro.com)) bruker sanntids PPP i hverdagene sine.

Både etterprosessering og sanntidsmåling av PPP kan gi høy nøyaktighet i posisjonsbestemmelsen, men etterprosessering har vanligvis potensialet for å oppnå litt bedre nøyaktighet på grunn av bruk av lengre tidsserier med observasjoner og bedre tilgjengelige korreksjonsdata.

PPP har blitt stadig mer vanlig og tilgjengelig i løpet av de siste årene, og brukes i dag i en rekke forskjellige applikasjoner, fra landmåling og geodesi til navigasjon for fly og skip. PPP-teknologien gir svært nøyaktige posisjonsdata som kan brukes til å navigere og posisjonere seg på en nøyaktig måte, selv i områder der det kan være vanskelig å oppnå nøyaktige posisjonsdata med andre teknologier.

Selv om PPP-teknologi gir svært nøyaktige posisjonsdata, er det flere ting å vurdere for å få bedre ytelse. For det første er behovet for å ha tilgang til en stor mengde satellittsignaler, noe som kan være en utfordring i områder med mange hindringer som byer og skog. For det andre er PPP avhengig av kontinuerlig tilgang til GNSS-signaler, noe som igjen kan være vanskelig i områder med dårlig signaldekning.

Til tross for disse utfordringene, vil PPP fortsette å være en viktig teknologi for navigasjon og posisjonering i fremtiden. Som teknologien fortsetter å utvikle seg og bli mer sofistikert, vil det åpne opp nye muligheter for å forbedre vår evne til å navigere og posisjonere oss i en rekke forskjellige miljøer.

I konklusjonen kan vi si at både SPP og PPP er viktige teknologier for satellittnavigasjon og posisjonering. Mens SPP er en enklere og mer kostnadseffektiv teknologi som kan gi tilstrekkelig nøyaktighet for mange applikasjoner, er PPP en mer avansert teknologi som gir svært nøyaktige posisjonsdata og kan brukes i krevende applikasjoner der nøyaktigheten er avgjørende.

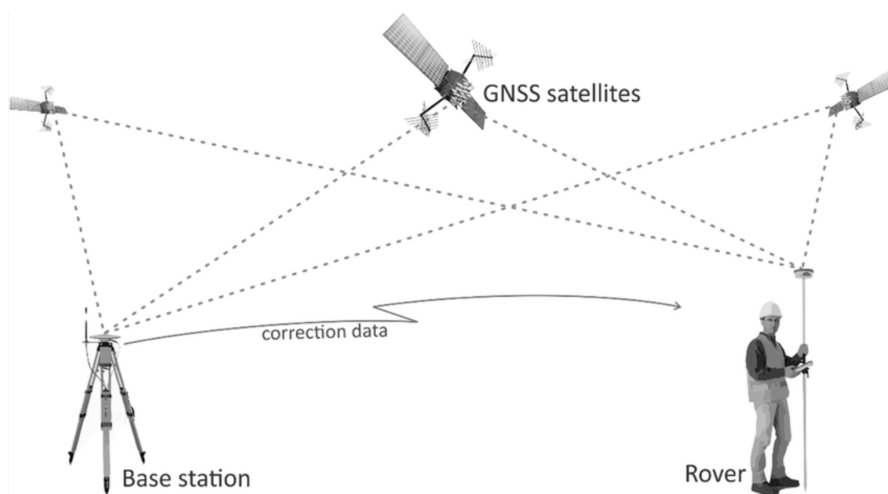
### **3.5 RTK**

Det er to forskjellige metoder som faller innen begrepet RTK (Real-Time Kinematic): Klassisk RTK og NRTK (Network Real-Time Kinematic). Begge gir høy presisjon i GNSS posisjons-

bestemmelse og brukes i landmåling, konstruksjon, landbruk og andre applikasjoner der nøyaktig posisjonsinformasjon er viktig.

Klassisk RTK består av en baseenhet og en roverenhet (22). Baseenheten mottar signaler fra GNSS-satellitter og beregner en nøyaktig posisjon ved å sammenligne signalene fra forskjellige satellitter. Denne posisjonen blir deretter brukt til å generere korreksjonsdata. Roverenheten er koblet til baseenheten via en radiosignalforbindelse og mottar korreksjonsdataene i sanntid. Roverenheten bruker disse korreksjonsdataene til å forbedre sin egen posisjonsbestemmelse og gir dermed en høyere presisjon enn hva som oppnås med vanlig GNSS-mottaker.

Figur 22: RTK (Nasrullah, 2016, s.19)



Fordeler med klassisk RTK:

- Svært nøyaktige posisjonsmålinger på centimeternivå
- Umiddelbare oppdateringer av posisjonsdata i sanntid
- Klassisk RTK-systemer er generelt robuste og pålitelige. De kan håndtere ulike terreng- og miljøforhold og opprettholde høy presisjon under utfordrende forhold

Ulemper med klassisk RTK:

- Begrenset rekkevidde: Klassisk RTK krever en radiosignalforbindelse mellom baseenheten og roverenheten. Dette begrenser avstanden mellom de to enhetene, vanligvis til noen få kilometer. Hvis de kommer utenfor rekkevidden, vil posisjonsbestemmelsen bli avbrutt.
- Behov for synslinje: RTK-systemet krever fri sikt mellom basenheten og roverenheten for å opprettholde kommunikasjonen. Eventuelle hindringer som bygninger, trær eller fjell kan forstyrre radiosignalene og påvirke systemets ytelse.
- Avhengig av referansestasjon: Klassisk RTK er avhengig av at basenheten er plassert på et kjent og nøyaktig referansepunkt. Hvis basenheten er feiljustert eller plassert på

et upålitelig punkt, kan det påvirke nøyaktigheten til posisjonsbestemmelsen.

- **Kostnad:** Klassisk RTK-systemer kan være relativt kostbare på grunn av behovet for dedikert utstyr, inkludert base- og roverenheter, radiosendere og mottakere.

Det er viktig å merke seg at de fleste av disse ulempene kan imøtekommes ved bruk av NRTK eller andre moderne GNSS-teknologier som utnytter nettverk av referansestasjoner og alternative kommunikasjonsmetoder.

NRTK, også kjent som nettverks-RTK eller VRS (Virtual Reference Station), er en metode for sanntidsposisjonsbestemmelse ved bruk av GNSS. I motsetning til klassisk RTK, som krever en dedikert baseenhet, bruker NRTK et nettverk av permanent installerte referansestasjoner. Disse referansestasjonene er nøye kalibrert og kjent for sine nøyaktige posisjoner. En roverenhet mottar signaler fra satellitter og er koblet til referansestasjonene via en datalink, for eksempel internett eller mobildata. Datalinken overfører informasjon mellom roverenheten og referansestasjonene. Referansestasjonene beregner kontinuerlig korreksjonsdata basert på sine nøyaktige posisjoner og signalene fra GNSS-satellittene. Korreksjonsdataene inneholder informasjon om feil og forvrengninger i GNSS-signalene. Roverenheten mottar korreksjonsdataene via datalinken og bruker dem til å kompensere for feil og forbedre nøyaktigheten i sanntid for sin egen posisjonsbestemmelse.

Fordeler med NRTK:

- **Større dekningsområde:** NRTK utnytter et nettverk av referansestasjoner som er distribuert over et område. Dette gjør det mulig å oppnå høy presisjon og sanntidsposisjonsbestemmelse over større avstander sammenlignet med klassisk RTK.
- **Fleksibilitet og mobilitet:** Med NRTK er roverenheten koblet til nettverket av referansestasjoner via en datalink, for eksempel internett eller mobildataforbindelse. Dette gir større fleksibilitet i forhold til valg av posisjon for roverenheten og fjerner begrensningen på radiosignalrekkevidde. Roverenheten kan dermed være mer mobil og dekke et bredere spekter av arbeidsområder.
- **Redusert behov for basestasjon:** I NRTK er det ikke nødvendig med en dedikert baseenhet. Referansestasjonene i nettverket fungerer som virtuelle referansepunkter og gir korreksjonsdata til roverenheten. Dette kan redusere kostnader og kompleksitet knyttet til å etablere og opprettholde en dedikert baseenhet.

Ulemper med NRTK:

- **Avhengighet av nettverket:** NRTK er avhengig av et pålitelig og robust nettverk av referansestasjoner. Hvis nettverket opplever problemer, for eksempel kommunikasjonsfeil eller feil på en referansestasjon, kan det påvirke nøyaktigheten og påliteligheten til posisjonsbestemmelsen.
- **Krever tilkobling til referansestasjoner:** For å kunne bruke NRTK, må roverenheten

være i stand til å koble seg til nettverket av referansestasjoner via en datalink. Dette kan være en begrensning i områder med dårlig mobildekning eller utilgjengelig internett-tilgang.

- Potensiell kostnad: Mens NRTK kan redusere behovet for en dedikert baseenhet, kan det kreve abonnement eller betaling for tilgang til referansestasjonsnettverket. Dette kan være en økonomisk faktor som må vurderes i forhold til prosjektets budsjett.

Valget mellom klassisk RTK og NRTK avhenger av applikasjonsbehov, prosjektomfang og tilgjengelighet av referansestasjoner og kommunikasjonsinfrastruktur. Uansett hvilken metode som brukes, har begge som mål å levere nøyaktig og pålitelig sanntidsposisjonsinformasjon som er avgjørende for mange industrielle, landmålings- og konstruksjonsapplikasjoner.

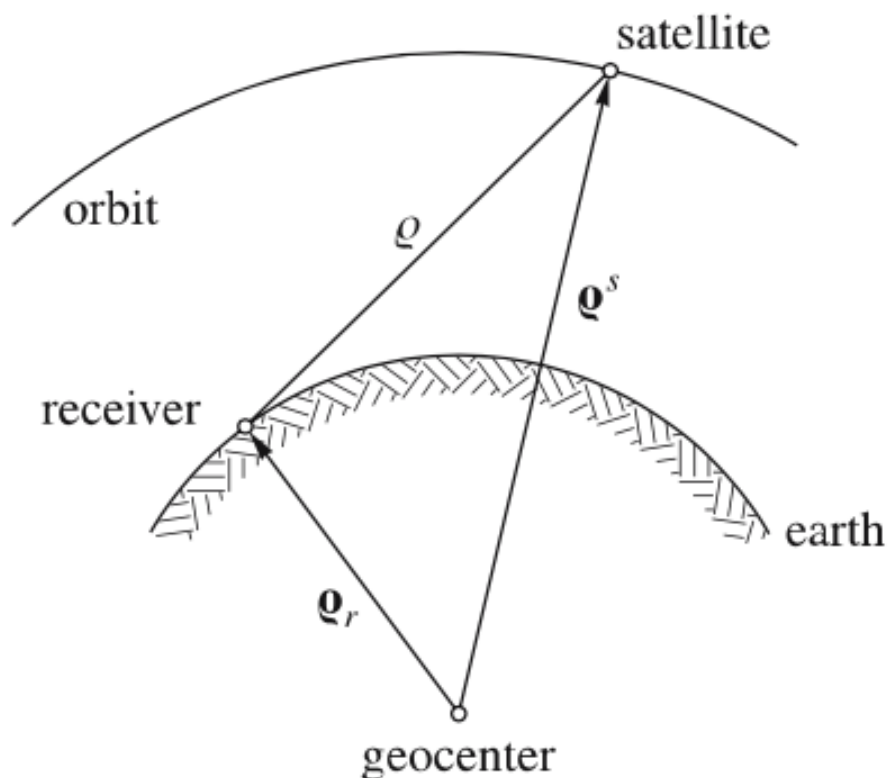
### 3.6 Observasjonsstørrelser

GNSS gir brukeren muligheten til å bestemme sin nøyaktige posisjon ved hjelp av avstandsmålinger til satellittene. Satellittene sender ut efemerider som inneholder nødvendig informasjon for å regne ut satellittens posisjon i forhold til geosenter (origo i referanseramme)  $q^s$ . Hvis mottakeren på bakken med en posisjon-vektor  $q_r$  har en klokke som er nøyaktig satt til systemtiden, kan den nøyaktige geometriske avstanden  $q$  til hver satellitt måles ved å registrere gangtiden for signalet fra satellitt til mottakeren. Avstanden til hver satellitt definerer en sfære med senter ved satellittposisjonen. Ved å bruke avstandsmålinger fra tre satellitter, kan mottakeren beregne sin posisjon ved å finne skjæringspunktet til de tre sfærene, som gir tre ukjente dimensjonene (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.4):

$$q = \|q^s - q_r\| \quad (3.6.0.1)$$



Figur 23: Grunnleggende GNSS-prinsippet (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.4)



Mottakere bruker en rimelig krystallklokke som er ikke nøyaktig synkronisert med den virkelige systemtiden. Som et resultat av denne mangelen på synkronisering vil avstanden som måles til satellitten avvike fra den faktiske geometriske avstanden. Pseudoavstanden  $R$  brukes for å representere de målte størrelsene som inkluderer korreksjonsverdier  $\Delta q$  som skyldes feil i mottakerens klokke eller klokke bias  $\delta$ . En enkel modell for pseudoavstander kan uttrykkes som:

$$R = q + \Delta q = q + c\delta \quad (3.6.0.2)$$

For å løse de fire ukjente: tre komponentene av posisjonen og klokke bias, trenges da pseudoavstand til minst fire satellitter samtidig.

Målingen av tid som utføres av mottakeren er basert på sammenligningen mellom det mottatte signalet ved mottakerens antenne og det genererte referansesignalet. På grunn av klokkefeil vil avstanden som måles være unøyaktig, og den kalles derfor pseudoavstand. For å beregne den nøyaktige avstanden må man også ta hensyn til støy som påvirker signalet når det passerer gjennom atmosfæren.

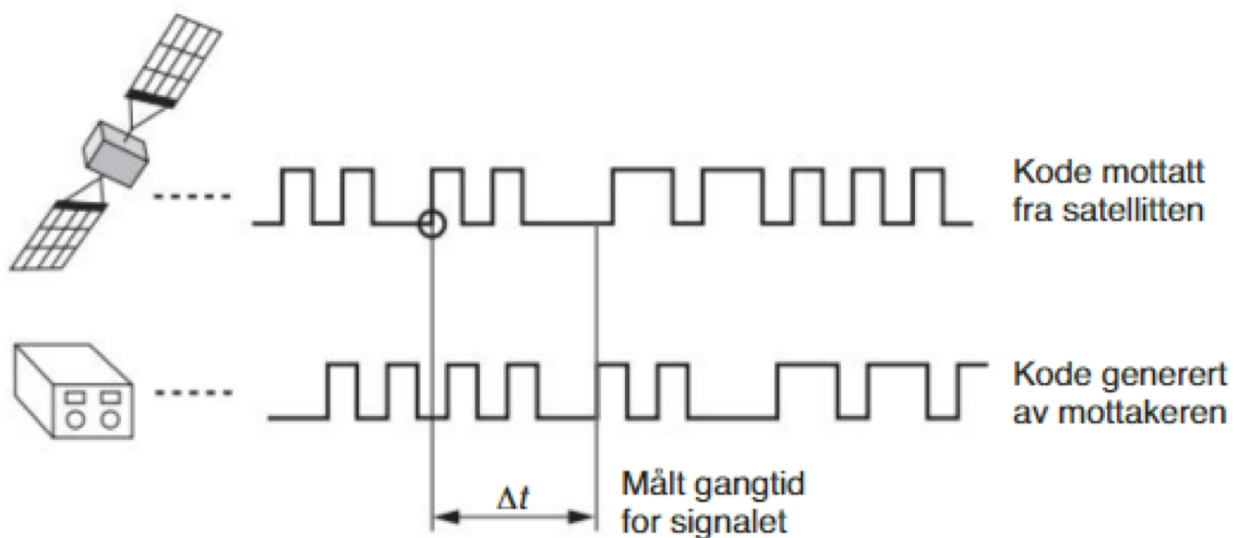
Det finnes to hovedtyper målinger i GNSS: kodemålinger og fasemålinger. Disse metodene skiller seg fra hverandre i hvordan de bestemmer avstandene. Kodemålinger gir pseudoav-

standsmålinger basert på koden, og fasemålinger gir avstandsmålinger basert på bæreølgen. Kodemålinger er vanligvis nøyaktige innenfor flere meter, mens fasemålinger kan være nøyaktige ned til centimeter eller til og med millimeter.

### 3.6.1 Kodemålinger

Kodemålinger fungerer ved at hver satellitt sender ut en unik kodesekvens som moduleres på signalet. Mottakeren genererer koder som den vet tilhører kjente satellitter, og prøver å matche disse kodene med koden som er mottatt fra satellitten. Når mottakeren har funnet en match, har den identifisert satellitten som signalet kommer fra.

Figur 24: Kodemåling. Målt gangtid for signalet (Skogseth & Norberg, 2014, s.58).



Ved å måle hvor lang tid det tar for signalet å reise fra satellitten til mottakeren, kan vi beregne avstanden mellom dem. Dette er mulig fordi signalet beveger seg med en hastighet som er tilnærmet lik lysets hastighet. Det er imidlertid viktig å ha veldig nøyaktige klokker både i satellitten og i mottakeren for å få nøyaktige posisjonsmålinger. Atomklokker er svært nøyaktige, men også veldig dyre, så de fleste mottakere har billigere og mindre presise klokker. For å kompensere for dette, må det tas hensyn til mottakerklokkens avvik som en ekstra ukjent faktor i posisjonsberegningen. Siden selv små tidsforskjeller kan gi store avvik i avstanden, er det viktig å ha så nøyaktige klokker som mulig for å oppnå presise posisjonsmålinger.

Observasjonslikning for kodemålinger mellom satellitt  $j$  og mottaker  $i$  ser sånn ut (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.105):

$$R_i^j = \rho + c \cdot \Delta\delta = \rho + c \cdot (dt_i - dT^j) \quad (3.6.1.1)$$

her:

$R_i^j$  - observert kode-pseudoavstand mellom satellitt  $j$  og mottaker  $i$ ;

$\rho$  - geometrisk avstand;

$c$  - lyshastighet;

$\Delta\delta$  - klokke bias;

$dt_i$  - klokkefeil til mottakeren;

$dT^j$  - klokkefeil til satellitten.

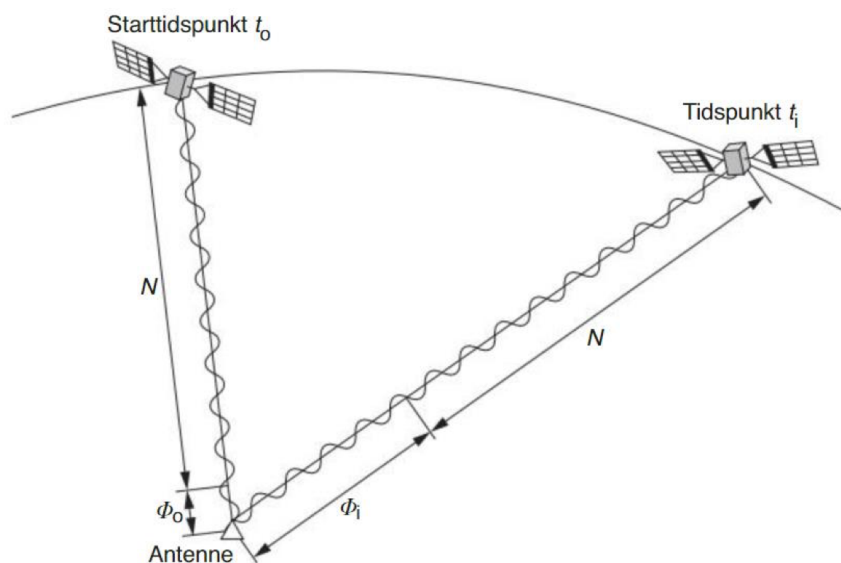
Ved å utvide modellen og sette inn nødvendige korreksjoner (atmosfæriske korreksjoner, jordrotasjonkorreksjoner osv) kan bedre nøyaktighet oppnås.

Fordelen med kodemålinger er at avstandsestimatet er entydig og ikke kan misforstås. Selv når observasjonene bare er fra ett enkelt tidspunkt, er avstanden nøyaktig bestemt. Ulempen med kodemålinger er den begrensede nøyaktigheten sammenlignet med faseobservasjoner. Tidligere har presisjon til kodemålinger blitt ansett å være  $\frac{\lambda}{100}$ , hvor  $\lambda$  er chiplengden. Dette gir nøyaktighet mellom  $3m$  og  $0.3m$ , avhengig av hvilken kodemåling som brukes. Med forbedret mottakerutstyr kan imidlertid en nøyaktighet på  $\frac{\lambda}{1000}$  oppnås i dag (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.106).

### 3.6.2 Fasemålinger

Fasemålinger er den andre metoden som brukes for å beregne avstanden mellom en satellitt og en mottaker. Metoden bruker målinger av forskjellen i fase mellom det mottatte signalet fra satellitten og et generert referansesignal på mottakeren. Ved å beregne antall hele og delvise syklener i denne forskjellen i fase, kan man beregne avstanden mellom satellitten og mottakeren. Fasemålinger gir veldig nøyaktige avstandsmålinger som kan oppnå millimeter presisjon, men er også utfordrende på grunn av målingene er tvetydige.

Figur 25: Fasemåling. Avstandsending til satellitt (Skogseth & Norberg, 2014, s.59).



Grunnlaget for fasemålingene er forskjellen i fase mellom satellittens sendte bølge og den referansebølgen som genereres på mottakeren,  $\varphi_r^s$ :

$$\varphi_r^s = \varphi^s - \varphi_r \quad (3.6.2.1)$$

her:

$\varphi^s$  - fase til bærebølgen med frekvens  $f^s$  slik den sendes ut fra satellitt;

$\varphi_r$  - fase til referansebærebølgen generert i mottakeren med frekvens  $f_r$ .

Bruker faseligning  $\varphi = f(t - \frac{\rho}{c})$  til  $\varphi^s$  og  $\varphi_r$  (parameteren  $t$  er en epoke i et felles tidssystem) (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.106):

$$\begin{aligned} \varphi^s &= f^s(t - \frac{\rho}{c}) - \varphi_0^s \\ \varphi_r &= f_r t - \varphi_{0r} \end{aligned} \quad (3.6.2.2)$$

De initiale fasene til satellitt ( $\varphi_0^s$ ) og mottaker ( $\varphi_{0r}$ ) bærebølger ved starten av målingen er påvirket av klokkefeil i både satellitten  $\delta t^s$  og mottakeren  $\delta t_r$ . Dette kan føre til feil i avstandsmålingene, derfor bør man ta hensyn til disse opprinnelige fasene:

$$\begin{aligned} \varphi_0^s &= -f^s \delta t^s \\ \varphi_{0r} &= -f_r \delta t_r \end{aligned} \quad (3.6.2.3)$$

Avviket til frekvensene  $f^s$  og  $f_r$  fra opprinnelig frekvensen  $f$  er svært lite og kan neglisjeres (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.107). Så, ved å sette sammen ligningene (3.6.2.2) og (3.6.2.3) og anta  $f = f^s = f_r$ :

$$\varphi_r^s = -f \frac{\rho}{c} - f \delta t, \quad \delta t = \delta t_r - \delta t^s \quad (3.6.2.4)$$

Når en GNSS-mottaker slås på, kan den ikke måle den faktiske faseforskjellen mellom satellitten og mottakeren, men den kan måle brøkdelen av den siste faseforskjellen. Det betyr at den ikke kjenner til det initiale antallet hele bølgelengder  $N$  mellom satellitten og mottakeren, men dette antallet forblir konstant så lenge det ikke er signalbrudd. Over tid måler mottakeren brøkdeler av faseforskjellen for hvert øyeblikk, samtidig som den holder styr på det totale antallet hele bølgeperioder som har skjedd siden den første øyeblikket. På ethvert tidspunkt kan det totale antallet bølgeperioder modelleres ved hjelp av en ligning som tar hensyn til de målte brøkdeler av faseforskjellen og det initiale antallet bølgeperioder. Dette gir informasjon som kan brukes til å bestemme avstanden mellom satellitten og mottakeren (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.107):

$$\varphi_r^s = \Delta \varphi_r^s \Big|_{t_0}^t + N \quad (3.6.2.5)$$

Ved å sette inn ligning (3.6.2.5) i ligning (3.6.2.4) og bruke  $f = \frac{c}{\lambda}$  får vi fasepseudoavstand i sykluser,  $\Phi$ :

$$\Phi = -\Delta\varphi_r^s = \frac{\rho}{\lambda} + \frac{c}{\lambda}\delta t + N \quad (3.6.2.6)$$

Ved å multiplisere  $\Phi$  med bølgelengden  $\lambda$  får man fasepseudoavstand  $L$ , uttrykt i meter:

$$L = \lambda\Phi = \rho + c\delta t + \lambda N \quad (3.6.2.7)$$

Ligningen for fasepseudoavstand er veldig lik ligningen for kodepseudoavstand, bortsett fra at den har en ekstra variabel - antall hele bølgelengder. Denne variabelen må estimeres separat med metoden som kalles "Ambiguity Resolution" (flertydighetsløsning) og er den største utfordringen med faseobservasjoner, da den gjør løsningen mer usikker.

For å utføre fasemålinger er det viktig at mottakeren opprettholder kontinuerlig kontakt med satellittsignalene. Hvis denne kontakten brytes, oppstår det noe som kalles fasebrudd. Når mottakeren gjenopptar fasemålingene etter et fasebrudd, er det ikke mulig å vite nøyaktig hvor mange bølgelengder satellitten har beveget seg i mellomtiden. Men dette kan beregnes ved hjelp av data fra de andre satellittene som ikke har hatt fasebrudd på samme tidspunkt.

Faseobservasjoner har høyere presisjon enn kodeobservasjoner og kan måle bølgefase med nøyaktighet bedre enn 0,01 sykluser, som tilsvarer millimeterpresisjon for en frekvens i gigahertz-området (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.107). For å få mer nøyaktige resultater bør feilkilder tas i betraktning i faseligningen.

### 3.6.3 Ambiguity Resolution

Faseobservasjoner er svært nøyaktige, men de er flertydige. Faseflertydigheter oppstår på grunn av flere faktorer, inkludert signalets reisevei gjennom atmosfæren, refleksjoner og multi-path-effekter. Disse flertydighetene forårsaker usikkerhet i beregningen av mottakerens posisjon. Ved å kjenne til flertydigheten i fasen, kan man bruke denne informasjonen til å justere de opprinnelige faseavlesningene. De justerte faseavlesningene blir da nøyaktige avstandsmålinger, og kan brukes i en løsning for å estimere mottakerens koordinater.

Ambiguity resolution involverer bruk av observasjoner fra flere satellitter og frekvensbånd for å estimere og fikse de ukjente faseflertydighetene. Dette gjøres ved å analysere signalene fra forskjellige satellitter og beregne avstanden mellom mottakeren og hver satellitt. Ved å sammenligne disse avstandene kan man estimere faseflertydighetene og deretter løse dem.

Det finnes ulike metoder og teknikker for ambiguity resolution, inkludert bruk av lineære kombinasjoner av målinger fra forskjellige satellitter og frekvensbånd, bruk av differensial GNSS-teknikker og utnyttelse av korrekturer og hjelpeinformasjon fra nettverk av referansestasjoner.

Ambiguity Resolution er en metode for å estimere den heltallsbaserte usikkerheten i faseobservasjoner. Nøyaktig estimering av  $N$  er nødvendig for å oppnå høy presisjon i posisjonsbestemmelse ved hjelp av fasepseudoavstander. En fordel med heltallsløsning er at den er heltallsbasert, og som flere observasjoner legges til modellen over tid, vil estimatene av  $N$  konvergere mot en heltallsverdi. Når konvergens er bekreftet, kan estimatet av  $N$  tilnærmes til heltallsverdien og bli "fastsatt". Dette fastsatte heltallsløsningen kan nå settes inn i modellen som en kjent parameter, og gir svært presise posisjonsestimater. Dette kalles en "fix løsning". Løsningen før fastsettelse av heltall  $N$  kalles en "float løsning". Mens float-løsninger viser presisjoner i størrelsesorden meter på hver tidsstempel, viser fix-løsninger koordinatpresisjon under 1 cm (Kristiansen, 2017).

Imidlertid er det også ulemper med faseobservasjoner som gjør at kodeobservasjoner fortsatt blir brukt. For det første krever det å få en fix-løsning mer observasjonsdata enn å bare bruke kodeobservasjoner. For det andre kan en "false fix" oppstå når  $N$  fastsettes til feil verdi, noe som resulterer i en alvorlig feil i posisjonsestimatet. For det tredje kan fasebrudd oppstå når mottakeren mister signalet fra en satellitt for en periode, noe som gjør at heltallsløsningen endrer seg og må fastsettes på nytt. Til slutt er fastsettelse av  $N$  i seg selv en komplisert prosess på grunn av andre kilder til usikkerhet i modellen som må tas hensyn til.

Ambiguity resolution er en kritisk del av GNSS-signalbehandling, da nøyaktige posisjonsberegninger er avhengige av å fikse flertydighetene. Ved å løse flertydighetene kan man oppnå høyere nøyaktighet og pålitelighet i posisjonsbestemmelsen, noe som er avgjørende for en rekke applikasjoner, inkludert navigasjon, kartlegging, presisjonslandbruk, og styring av autonome kjøretøy.

### **3.7 Differensiering av GNSS observasjoner**

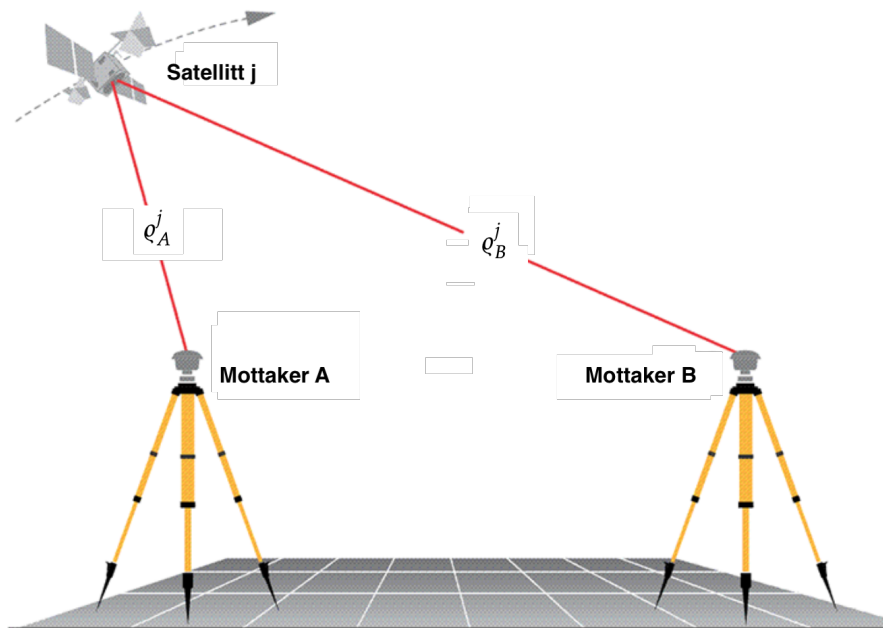
GNSS gir oss mulighet til å navigere med høy nøyaktighet i dagens verden. Ved å bruke signaler fra satellitter i bane rundt Jorden, kan GNSS-systemer bestemme posisjonen til en mottaker nesten hvor som helst. Men det er noen utfordringer som kan påvirke nøyaktigheten av disse posisjonsbestemmelsene. En av de største utfordringene er forvrengning av signalene fra satellittene når de passerer gjennom atmosfæren og når de når mottakeren. Dette kan føre til feil i posisjonsbestemmelsene. For å øke nøyaktigheten i GNSS-posisjonsbestemmelser, brukes differensieringsteknikker. Differensieringsteknikker kan redusere forstyrrelser som skyldes forskjellige feilkilder og øke nøyaktigheten av posisjonsbestemmelser. I dette kapitlet vil vi se nærmere på ulike typer av differensiering som brukes i GNSS-posisjonsbestemmelser.

#### **3.7.1 Enkel differensiering**

Det er to typer enkel differensiering: mellom-mottakere enkel differanse og mellom-satellitter enkel differanse. Mellom-mottakere enkel differanse innebærer å bruke to eller flere mot-

takere som observerer de samme satellittene samtidig. Mellom-satellitter enkel differanse involverer en enkel mottaker som observerer to satellitter samtidig.

Figur 26: Enkel Differensiering: mellom-mottakere (Van Sickle & Dutton, u.å.[b])



En enkel differanse **mellom mottakere** reduserer effekten av forstyrrelser, selv om de ikke elimineres helt. Når to mottakere observerer samme satellitt samtidig, vil klokkefeilen til satellitten være den samme for begge mottakerne. I tillegg vil atmosfæriske forstyrrelser og baneavvik være tilnærmet like for begge mottakere på grunn av den korte avstanden mellom dem i forhold til satellitten. Dette gjør det mulig å oppnå nøyaktige posisjonsestimater med centimeter- eller meter-nivå avhengig av avstanden mellom mottakerne.

Ved å benytte faseligningen til mottaker A og B har man:

$$\begin{aligned} L_A^j &= \rho_A^j + cdt_A - cdt^j + Trop^j_A - Ion^j_A + Bias^j_A \\ L_B^j &= \rho_B^j + cdt_B - cdt^j + Trop^j_B - Ion^j_B + Bias^j_B \end{aligned} \quad (3.7.1.1)$$

Differansen mellom disse to ligningene gir oss:

$$\Delta L_{AB}^j = L_A^j - L_B^j = \Delta \rho_{AB}^j + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop^j_{AB} - \Delta Ion^j_{AB} + \Delta Bias^j_{AB} \quad (3.7.1.2)$$

Her ble det antatt at  $dt^j$  er identisk, men dette er ikke helt riktig. Tiden som signalet overføres til mottaker A og B er litt forskjellig. Forskjellen kan være flere millisekunder hvis avstanden mellom mottakerne er over 1000 km.

Atmosfæriske korreksjoner kan reduseres betraktelig eller til og med helt forsvinne når mottakerne står ved siden av hverandre. En generell tommelfingerregel er at differensiell

troposfærisk feil i de horisontale koordinatene kan ignoreres hvis avstanden mellom mottakerne er mindre enn omtrent 30 km, men differansen i høyden må modelleres. Differensiell ionosfærisk feil kan vanligvis ignoreres i avstandsområdet fra 1 til 30 km, men det er fortsatt stor usikkerhet, og det anbefales vanligvis å kalibrere for ionosfæren ved å bruke to-frekvensmottakere når avstanden er på noen kilometer (Kristiansen, 2017, s.38-40).

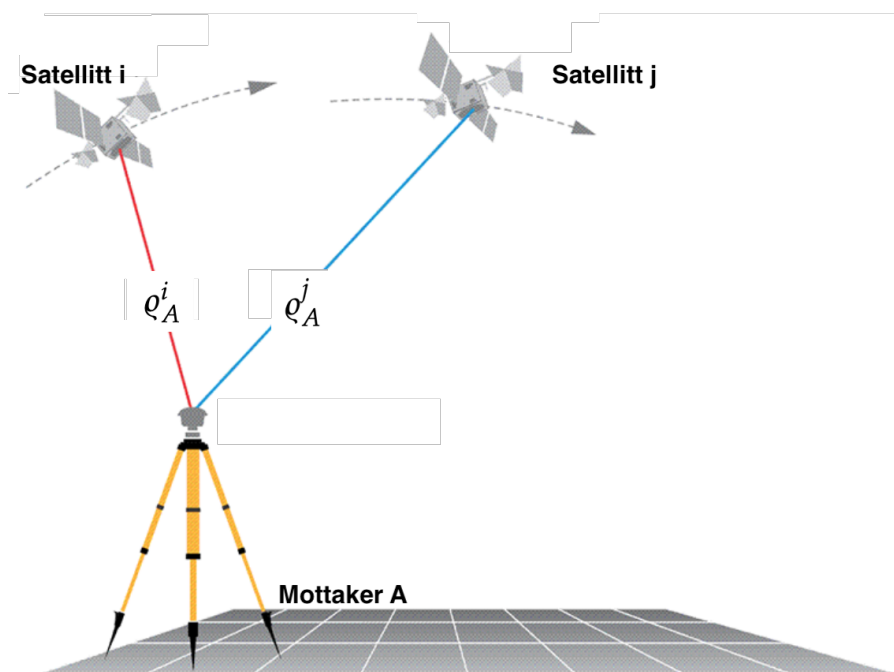
Tilsvarende kan gjøres med kodeobservasjoner:

$$\begin{aligned} P_A^j &= \rho_A^j + cdt_A - cdt^j + Trop_A^j + Ion_A^j \\ P_B^j &= \rho_B^j + cdt_B - cdt^j + Trop_B^j + Ion_B^j \end{aligned} \quad (3.7.1.3)$$

$$\Delta P_{AB}^j = P_A^j - P_B^j = \Delta \rho_{AB}^j + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop_{AB}^j + \Delta Ion_{AB}^j \quad (3.7.1.4)$$

Mens enkel differensiering har fordelen med å eliminere eller redusere mange feilkilder, begrenses den til å bare gi relativ posisjonering, som bare kan beregne den relative avstanden mellom to mottakere, A og B. En annen ulempe er at det fortsatt er en viktig ukjent parameter å ta hensyn til - feil i mottakerklokkene  $dt_A$  og  $dt_B$ .

Figur 27: Enkel Differensiering: mellom-satellitter (Van Sickle & Dutton, u.å.[b])



**Mellom-satellitter** enkel differanse innebærer at en enkelt mottaker observerer to satellitter samtidig, og deretter trekker fra koden og/eller fase-målingene av den ene satellitten fra den andre. Dette reduserer effektene av forstyrrelser, selv om det ikke eliminerer dem helt. Dataene som er tilgjengelige fra mellom-satellittene differanse tillater eliminering av mottakerklokkefeil fordi det kun er en klokke involvert. Og de atmosfæriske effektene på de



to satellittsignaler er igjen nesten identiske når de kommer til den ene mottakeren, slik at effektene av ionosfæriske og troposfæriske forsinkelser reduseres.

Faseobservasjoner:

$$\begin{aligned}
 L_A^i &= \rho_A^i + cdt_A - cdt^i + Trop_A^i - Ion_A^i + Bias_A^i \\
 L_A^j &= \rho_A^j + cdt_A - cdt^j + Trop_A^j - Ion_A^j + Bias_A^j \\
 \Delta L_A^{ij} &= L_A^i - L_A^j = \Delta\rho_A^{ij} - c\Delta dt_A^{ij} + \Delta Trop_A^{ij} - \Delta Ion_A^{ij} + \Delta Bias_A^{ij}
 \end{aligned}
 \tag{3.7.1.5}$$

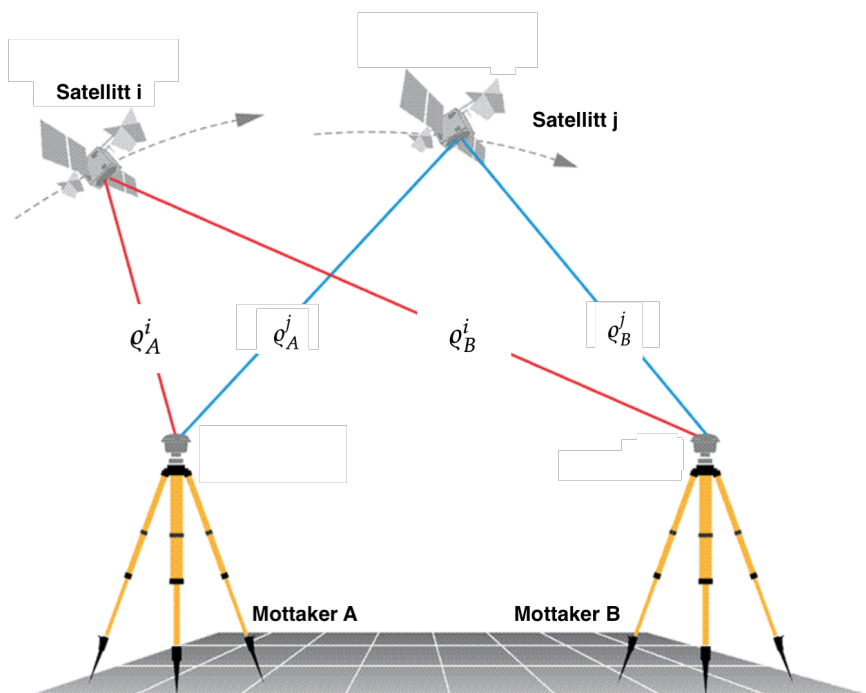
Kodeobservasjoner:

$$\begin{aligned}
 P_A^i &= \rho_A^i + cdt_A - cdt^i + Trop_A^i + Ion_A^i + Bias_A^i \\
 P_A^j &= \rho_A^j + cdt_A - cdt^j + Trop_A^j + Ion_A^j + Bias_A^j \\
 \Delta P_A^{ij} &= P_A^i - P_A^j = \Delta\rho_A^{ij} - c\Delta dt_A^{ij} + \Delta Trop_A^{ij} + \Delta Ion_A^{ij} + \Delta Bias_A^{ij}
 \end{aligned}
 \tag{3.7.1.6}$$

### 3.7.2 Dobbel differensiering

På en forenklet måte kan man si at når man kombinerer to ulike enkle differanser, får man en dobbel differanse. Dette konseptet refererer til en type mellomromsdifferanse som inneholder både en enkel differanse mellom to satellitter og en enkel differanse mellom to mottakere. Ved å inkludere begge disse typene av differanser, eliminerer man klokkefeil i både satellitter og mottakere. Dette fører til mer nøyaktige beregninger av posisjoner. Videre gjør separasjonen av feil som skyldes klokkebias det lettere å bestemme integrale syklusambiguiteter i bære-faseobservasjoner. Dette konseptet brukes mye i postprosessering og programvare, og bidrar til økt nøyaktighet i posisjonsberegningene .

Figur 28: Dobbel Differensiering (Van Sickle & Dutton, u.å.[b])



Faseobservasjoner:

$$\begin{aligned}
\Delta L_{AB}^i &= \Delta \rho_{AB}^i + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop_{AB}^i - \Delta Ion_{AB}^i + \Delta Bias_{AB}^i \\
\Delta L_{AB}^j &= \Delta \rho_{AB}^j + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop_{AB}^j - \Delta Ion_{AB}^j + \Delta Bias_{AB}^j \\
\nabla \Delta L_{AB}^{ij} &= (\Delta \rho_{AB}^i - \Delta \rho_{AB}^j) + (\Delta Trop_{AB}^i - \Delta Trop_{AB}^j) - \\
&\quad - (\Delta Ion_{AB}^i - \Delta Ion_{AB}^j) + (\Delta Bias_{AB}^i - \Delta Bias_{AB}^j)
\end{aligned} \tag{3.7.2.1}$$

Kodeobservasjoner:

$$\begin{aligned}
\Delta P_{AB}^i &= \Delta \rho_{AB}^i + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop_{AB}^i + \Delta Ion_{AB}^i + \Delta Bias_{AB}^i \\
\Delta P_{AB}^j &= \Delta \rho_{AB}^j + c\Delta dt_{AB} + \Delta Trop_{AB}^j + \Delta Ion_{AB}^j + \Delta Bias_{AB}^j \\
\nabla \Delta P_{AB}^{ij} &= (\Delta \rho_{AB}^i - \Delta \rho_{AB}^j) + (\Delta Trop_{AB}^i - \Delta Trop_{AB}^j) + \\
&\quad + (\Delta Ion_{AB}^i - \Delta Ion_{AB}^j) + (\Delta Bias_{AB}^i - \Delta Bias_{AB}^j)
\end{aligned} \tag{3.7.2.2}$$

Dobbel differensiering gir en stor fordel ved at fasetvetydigheten, som er en viktig parameter for nøyaktig stedfesting, kan løses til et helt tall (Kristiansen, 2017, s.40-42).

Hvis vi benytter ligning:  $Bias_r^s = \lambda(\varphi_{0r} - \varphi_0^s + N)$

og setter den nå i:

$$\Delta Bias_{AB}^i - \Delta Bias_{AB}^j = (Bias_A^i - Bias_B^i) - (Bias_A^j - Bias_B^j) = \lambda_k \nabla \lambda N_{AB}^{ij} \tag{3.7.2.3}$$

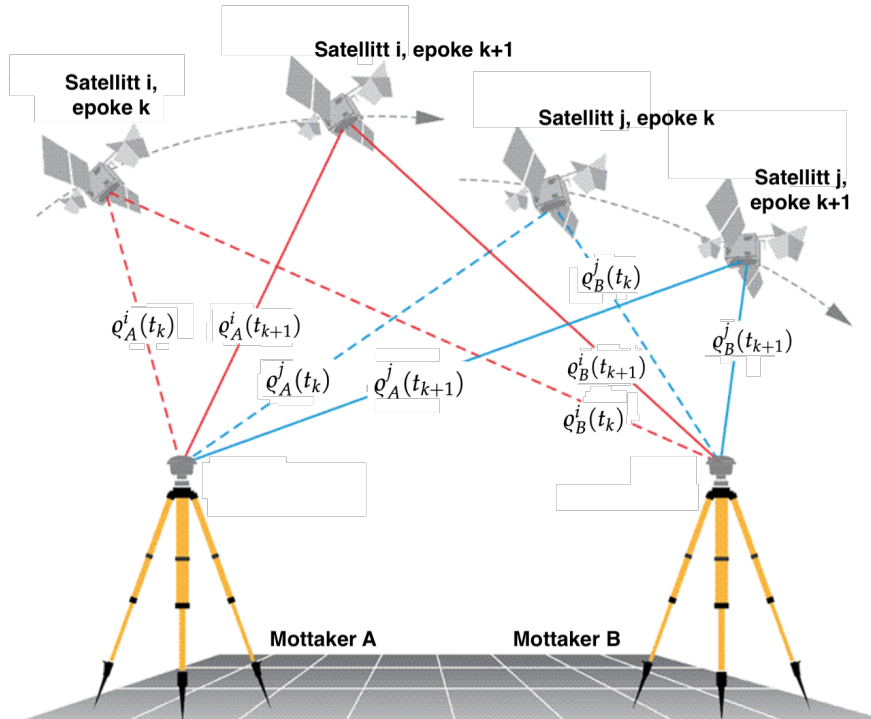
Da ligning til faseobservasjoner er:

$$\nabla \Delta L_{AB}^{ij} = \nabla \Delta \rho_{AB}^{ij} + \nabla \Delta Trop_{AB}^{ij} - \nabla \Delta Ion_{AB}^{ij} + \lambda_k \nabla \lambda N_{AB}^{ij} \tag{3.7.2.4}$$

### 3.7.3 Trippel differensiering

Hensikten med å beregne trippeldifferanser er å fjerne fasen tvetydighet. Trippeldifferansemetoden tar utgangspunkt i dobbeltdifferansene mellom mottakere A og B og satellittene  $i$  og  $j$  for to påfølgende tidspunkter,  $k$  og  $k + 1$ . Ved å danne trippeldifferansene kan man redusere feilene som skyldes variasjoner i for eksempel atmosfærisk påvirkning og uregelmessigheter i klokkefrekvensene til satellittene og mottakerne. Dette gjør at man kan oppnå mer presise posisjonsbestemmelser.

Figur 29: Trippel Differensiering (Van Sickle & Dutton, u.å.[b])



Faseobservasjoner og kodeobservasjoner lages på det samme måte som til dobbel differensiering (Kristiansen, 2017, s.42-43).

Faseobservasjoner:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta L_{AB_k}^{ij} &= \nabla \Delta \rho_{AB_k}^{ij} + \nabla \Delta Trop_{AB_k}^{ij} - \nabla \Delta Ion_{AB_k}^{ij} + \lambda_k \nabla \lambda N_{AB_k}^{ij} \\ \nabla \Delta L_{AB_{k+1}}^{ij} &= \nabla \Delta \rho_{AB_{k+1}}^{ij} + \nabla \Delta Trop_{AB_{k+1}}^{ij} - \nabla \Delta Ion_{AB_{k+1}}^{ij} + \lambda_k \nabla \lambda N_{AB_{k+1}}^{ij} \end{aligned} \quad (3.7.3.1)$$

$$\delta \nabla \Delta L_{AB_{k,k+1}}^{ij} = \delta \nabla \Delta \rho_{AB_{k,k+1}}^{ij} + \delta \nabla \Delta Trop_{AB_{k,k+1}}^{ij} - \delta \nabla \Delta Ion_{AB_{k,k+1}}^{ij} \quad (3.7.3.2)$$

Trippeldifferensiering kan bare fjerne tvetydigheten hvis det ikke har vært noen endringer i løpet av tidsintervallet mellom to påfølgende tidspunkter,  $t_k$  og  $t_{k+1}$ . Hvis det har vært et fasebrudd i signalet, vil dette dukke opp som en uteligger (outlier) i datasettet, som enkelt kan fjernes.

En ulempe med trippeldifferensiering er at det introduserer en økt korrelasjon mellom observasjonene over tid, noe som vanligvis fører til en reduksjon i vekten av dataene i databehandlingen. Dette er spesielt merkbart i høypresisjonsanvendelser av GNSS, der trippeldifferensiering derfor ikke brukes. På den andre siden er dette en teknikk med høy nytteverdi som kan anvendes for å finne bedre parametere for dobbel differensiering. Metoden er også robust på grunn av sin evne til å enkelt identifisere og fjerne fasebrudd (Kristiansen, 2017, s.42-43).

### 3.8 Lineær kombinasjoner

Lineære kombinasjoner i GNSS observasjoner refererer til en teknikk som brukes til å kombinere målinger fra samme mottaker til samme satellitt for å øke nøyaktigheten i posisjonsbestemmelsen.

Hvis vi kombinerer de opprinnelige observasjonene lineært, vil vi kunne skape nye observasjonsstørrelser med ulike egenskaper med tanke på bølgelengde, presisjon og ionosfæreffekt (Øvstedal, 2022).

En fordel med bruk av avledede observasjoner er at feil som finnes i de opprinnelige observasjonene elimineres eller reduseres når differanser dannes mellom målbare størrelser. I noen tilfeller kan flertydighetene til avledede observasjoner være lettere å løse enn flertydighetene til de opprinnelige observasjonene. På den annen side kan støynivået øke betydelig ved kombinasjonen. Bruken av lineære kombinasjoner i parameterestimeringsprosessen må derfor studeres grundig.

Siden lineære kombinasjoner hjelper å redusere forskjellige feilkilder, skal vi bruke kode- og fase ligninger i utvidet form, med mulige korreksjoner:

Kodeobservasjoner:

$$\begin{aligned} P_1 &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop + Ion_1 + b_{P_1}^r - b_{P_1}^s + \epsilon_{P_1} \\ P_2 &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop + Ion_2 + b_{P_2}^r - b_{P_2}^s + \epsilon_{P_2} \end{aligned} \quad (3.8.0.1)$$

Faseobservasjoner:

$$\begin{aligned} L_1 &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop - Ion_1 + b_{L_1}^r - b_{L_1}^s - \lambda_1 N_1 + \epsilon_{L_1} \\ L_2 &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop - Ion_2 + b_{L_2}^r - b_{L_2}^s - \lambda_2 N_2 + \epsilon_{L_2} \end{aligned} \quad (3.8.0.2)$$

her:

$P_i$  - kodemåling til frekvens  $f_i$ , [m]

$L_i$  - fasemåling til frekvens  $f_i$ , [m]

$\rho$  - geometrisk skråavstand mellom mottaker og satellitt, [m]

$\delta_{bane}$  - banefeil til satellitt, [m]

$dt_r$  - klokkefeil til mottaker, [s]

$dt^s$  - klokkefeil til satellitt, [s]

$Trop$  - troposfæreforsinkelse, [m]

$Ion_i$  - Ionosfæreforsinkelse på  $f_i$ , [m]

$\lambda_i$  - bølgelengde på  $f_i$

$N_i$  - heltallstvedydighet på  $f_i$

$b_{P_i}^r = \lambda_i \varphi_{0,P_i,r}$  - mottaker bias for kode  $P_i$

$b_{P_i}^s = \lambda_i \varphi_{0,P_i}^s$  - satellitt bias for kode  $P_i$

$b_{L_i}^r = \lambda_i \varphi_{0,L_i,r}$  - mottaker bias for fase  $L_i$

$b_{L_i}^s = \lambda_i \varphi_{0,L_i}^s$  - satellitt bias for fase  $L_i$

$\epsilon_{P_i}$  - kodefeil som inneholder multipath og støy på  $P_i$

$\epsilon_{L_i}$  - fasefeil som inneholder multipath og støy på  $L_i$

Her skal også ligning  $Ion_i = \frac{40.3}{f_i^2} TEC$  benyttes (skal se nærmere i avsnittet Atmosfære).  
For frekvensene  $f_1$  og  $f_2$  har vi:

$$Ion_1 = \frac{40.3}{f_1^2} TEC; \quad Ion_2 = \frac{40.3}{f_2^2} TEC$$

Som gir ionosfærens dispersive egenskap:

$$Ion_2 = \frac{f_1^2}{f_2^2} Ion_1 \quad (3.8.0.3)$$

Generelle formen for fasemålinger i enhet bølgelengder,  $\varphi_i$  (Øvstedal, 2022):

$$\phi_{LC} = m_1 \varphi_1 + m_2 \varphi_2 \quad (3.8.0.4)$$

hvor  $m_1$  og  $m_2$  er vilkårlige konstanter. Ved å variere disse konstantene kan forskjellige egenskaper til lineær kombinasjon oppnås.

Frekvensen til lineær kombinasjon:

$$f_{LC} = m_1 f_1 + m_2 f_2 \quad (3.8.0.5)$$

Bølgelengde til lineær kombinasjon:

$$\lambda_{LC} = \frac{c}{f_{LC}} = \frac{c}{m_1 f_1 + m_2 f_2} \quad (3.8.0.6)$$

Ionosfærisk forsterkningsfaktor:

$$V_I = \frac{m_1 f_2 + m_2 f_1}{m_1 f_1 + m_2 f_2} \quad (3.8.0.7)$$

Presisjon til lineær kombinasjon i enhet bølgelengder (antar uavhengige observasjoner):

$$s_{LC} = \sqrt{\alpha^2 s_{L_1}^2 + \beta^2 s_{L_2}^2} \quad (3.8.0.8)$$

Etter skalering til enhet meter, får vi:  $L_1 = \varphi_1 \lambda_1$  og  $L_2 = \varphi_2 \lambda_2$ . Lineær kombinasjon blir da:

$$\begin{aligned}
L_{LC} &= \alpha L_1 + \beta L_2 \\
\alpha &= \frac{m_1 f_1}{m_1 f_1 + m_2 f_2} \\
\beta &= \frac{m_2 f_2}{m_1 f_1 + m_2 f_2}
\end{aligned}
\tag{3.8.0.9}$$

På samme måte kan lineære kombinasjoner av kode-observasjoner beskrives:

$$P_{LC} = \alpha P_1 + \beta P_2 \tag{3.8.0.10}$$

I tabell 7 presentert verdiene for bølgelengder, ionosfærisk faktor og typisk presisjon til mest brukte lineære kombinasjoner.

### 3.8.1 Wide-lane fasekombinasjon

Wide-lane fasekombinasjoner er sammensatte signaler som benyttes for å øke bølgelengden av signalene. Dette resulterer i at fasebrudd blir mer synlige, noe som gjør det mulig å løse flertydigheter i posisjonsbestemmelse. Med det samme øker relaterte observasjonsstøyet betraktelig (se tabell 7).

Følgende koeffisientene brukes (Kristiansen, 2017, s 79):  $m_1 = 1, m_2 = -1$

$$\begin{aligned}
\alpha_{WL} &= \frac{f_1}{f_1 - f_2} \\
\beta_{WL} &= -\frac{f_2}{f_1 - f_2}
\end{aligned}
\tag{3.8.1.1}$$

Merker at:

$$\alpha_{WL} + \beta_{WL} = \frac{f_1}{f_1 - f_2} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} = 1;$$

$$\alpha_{WL} I_{on1} + \beta_{WL} I_{on2} = \frac{f_1}{f_1 - f_2} I_{on1} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \frac{f_1^2}{f_2^2} I_{on1} = -\frac{f_1}{f_2} I_{on1}$$

$$\lambda_{WL} N_{WL} = \alpha_{WL} \lambda_1 N_1 + \beta_{WL} \lambda_2 N_2 = \frac{f_1}{f_1 - f_2} \lambda_1 N_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \lambda_2 N_2 = \dots = \frac{c}{f_1 - f_2} (N_1 - N_2)$$

$$\lambda_{WL} = \frac{c}{f_1 - f_2}$$

Og får:

$$\begin{aligned}
L_{WL} &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop + \frac{f_1}{f_2} Ion_1 - \frac{c}{f_1 - f_2} (N_1 - N_2) + b_{WL}^r - b_{WL}^s + \epsilon_{WL} \\
b_{WL}^r &= \alpha_{WL} b_{L_1}^r + \beta_{WL} b_{L_2}^r \\
b_{WL}^s &= \alpha_{WL} b_{L_1}^s + \beta_{WL} b_{L_2}^s \\
\epsilon_{WL} &= \alpha_{WL} \epsilon_{L_1} + \beta_{WL} \epsilon_{L_2}
\end{aligned} \tag{3.8.1.2}$$

### 3.8.2 Narrow-lane kodekombinasjon

Narrow-lane kode-kombinasjon brukes sammen med wide-lane fasekombinasjon for å redusere støy i signalene som sendes og mottas. Fordel med narrow-lane kombinasjon er at den kan hjelpe til med å fjerne både ionosfæriske og geometriske forsinkelser i signalene. Dette bidrar til å øke nøyaktigheten i posisjonsbestemmelse ved å redusere usikkerhetene i avstanden mellom satellitten og mottakeren.

Narrow-lane har det laveste støynivået av alle lineære kombinasjoner og gir derfor de beste resultatene. Imidlertid er flertydigheten vanskelig å løse. Narrow-lane brukes hovedsakelig over korte interstasjonsavstander.

Følgende koeffisientene brukes (Kristiansen, 2017, s.80):  $m_1 = 1, m_2 = 1$

$$\begin{aligned}
\alpha_{NL} &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} \\
\beta_{NL} &= \frac{f_2}{f_1 + f_2}
\end{aligned} \tag{3.8.2.1}$$

Merker at:

$$\alpha_{NL} + \beta_{NL} = \frac{f_1}{f_1 + f_2} + \frac{f_2}{f_1 + f_2} = 1;$$

$$\alpha_{NL} Ion_1 + \beta_{NL} Ion_2 = \frac{f_1}{f_1 + f_2} Ion_1 - \frac{f_2}{f_1 + f_2} \frac{f_1^2}{f_2^2} Ion_1 = \frac{f_1}{f_2} Ion_1$$

$$\lambda_{NL} N_{NL} = \alpha \lambda_1 N_1 + \beta \lambda_2 N_2 = \frac{f_1}{f_1 + f_2} \lambda_1 N_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \lambda_2 N_2 = \dots = \frac{c}{f_1 + f_2} (N_1 + N_2)$$

$$\lambda_{NL} = \frac{c}{f_1 + f_2}$$

Og får:

$$P_{NL} = \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop + \frac{f_1}{f_2} Ion_1 + b_{NL}^r - b_{NL}^s + \epsilon_{NL}$$

$$b_{NL}^r = \alpha_{NL} b_{P_1}^r + \beta_{NL} b_{P_2}^r \quad (3.8.2.2)$$

$$b_{NL}^s = \alpha_{NL} b_{P_1}^s + \beta_{NL} b_{P_2}^s$$

$$\epsilon_{NL} = \alpha_{NL} \epsilon_{P_1} + \beta_{NL} \epsilon_{P_2}$$

### 3.8.3 Melbourne-Wubben kombinasjon

Melbourne-Wubben er en kombinasjon mellom wide-lane fasekombinasjon og narrow-lane kodekombinasjon (Kristiansen, 2017, s.80-81).

Dvs:

$$L_{MW} = L_{WL} - P_{NL} = -\lambda_{WL} N_{WL} + b_{MW}^r - b_{MW}^s + \epsilon_{MW}$$

$$b_{MW}^r = b_{WL}^r - b_{NL}^r = \frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L_1}^r - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L_2}^r - \frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P_1}^r - \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P_2}^r \quad (3.8.3.1)$$

$$b_{MW}^s = b_{WL}^s - b_{NL}^s = \frac{f_1}{f_1 - f_2} b_{L_1}^s - \frac{f_2}{f_1 - f_2} b_{L_2}^s - \frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{P_1}^s - \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{P_2}^s$$

En fordel med denne lineærkombinasjonen er at den eliminerer påvirkningen fra ionosfæren, troposfæren, satellitt- og mottakerklokker samt satellitt- og mottakerposisjoner, og er det bare fasetvetydighet  $Nwl$  som er igjen.

### 3.8.4 Geometrifri kombinasjon

En annen nyttig lineærkombinasjon som er mye brukt er geometrifri lineærkombinasjon. Denne lineærkombinasjonen er spesielt egnet for å oppdage følsomme fasebrudd, der forskjellen i fasetvetydighet mellom frekvens 1 og 2 er minimal.

Geometrifri kombinasjon (Kristiansen, 2017, s.82-83):

$$L_{GF} = L_1 - L_2 \quad (3.8.4.1)$$

$$P_{GF} = P_2 - P_1$$

Dvs:

$$L_{GF} = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} Ion_1 + b_{L_{GF}}^r - b_{L_{GF}}^s + \epsilon_{L_{GF}}$$

$$b_{L_{GF}}^r = b_{L_1}^r - b_{L_2}^r \quad (3.8.4.2)$$

$$b_{L_{GF}}^s = b_{L_1}^s - b_{L_2}^s$$

$$\epsilon_{L_{GF}} = \epsilon_{L_1} - \epsilon_{L_2}$$



$$P_{GF} = \frac{f_1^2 - f_2^2}{f_2^2} Ion_1 - b_{P_{GF}}^r + b_{P_{GF}}^s + \epsilon_{P_{GF}}$$

$$b_{P_{GF}}^r = b_{P_1}^r - b_{P_2}^r \quad (3.8.4.3)$$

$$b_{P_{GF}}^s = b_{P_1}^s - b_{P_2}^s$$

$$\epsilon_{P_{GF}} = -\epsilon_{P_1} + \epsilon_{P_2}$$

Det er tydelig at den geometrifrie lineærkombinasjonen inneholder ionosfæreforsinkelsen og fasetvetydighetsleddene (i tilfelle fasekombinasjonen), men er ikke påvirket av geometri eller klokkefeil i satellitt og mottaker. Fasetvetydighetsleddene forblir konstante over tid, slik at eventuelle hopp i  $L_{GF}$  må skyldes fasebrudd.

### 3.8.5 Ionosfærefri kombinasjon

Ionosfærefri lineærkombinasjon utnytter egenskapene til radiofrekvenser for å korrigere for ionosfæriske forstyrrelser. Teknikken innebærer å kombinere to forskjellige frekvenser på en måte som eliminerer ionosfæriske forsinkelser i signalene.

Ionosfærefri lineærkombinasjon bruker en ionosfærefri faseobservasjon ( $L_{IF}$ ) og en ionosfærefri kodeobservasjon ( $P_{IF}$ ), som kan skrives på en spesiell måte for å eliminere ionosfæriske forstyrrelser og øke nøyaktigheten i posisjonsbestemmelse.

Følgende koeffisientene brukes (Kristiansen, 2017, s.77-78):

$$\alpha_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (3.8.5.1)$$

$$\beta_{IF} = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}$$

Merker at:

$$\alpha_{IF} + \beta_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} = 1 ;$$

$$\alpha_{IF} Ion_1 + \beta_{IF} Ion_2 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} Ion_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \frac{f_1^2}{f_2^2} Ion_1 = 0$$

$$\lambda_{IF} N_{IF} = \alpha_{IF} \lambda_1 N_1 + \beta_{IF} \lambda_2 N_2 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 N_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 N_2 = \dots = \frac{c}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 N_1 - f_2 N_2)$$

Og får:

$$P_{IF} = \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop + b_{P_{IF}}^r - b_{P_{IF}}^s + \epsilon_{P_{IF}}$$

$$b_{P_{IF}}^r = \alpha_{IF} b_{P_1}^r + \beta_{IF} b_{P_2}^r \quad (3.8.5.2)$$

$$b_{P_{IF}}^s = \alpha_{IF} b_{P_1}^s + \beta_{IF} b_{P_2}^s$$

$$\epsilon_{P_{IF}} = \alpha_{IF} \epsilon_{P_1} + \beta_{IF} \epsilon_{P_2}$$

$$\begin{aligned}
L_{IF} &= \rho + \delta_{bane} + c(dt_r - dt^s) + Trop - \lambda_{IF} N_{IF} + b_{L_{IF}}^r - b_{L_{IF}}^s + \epsilon_{L_{IF}} \\
b_{L_{IF}}^r &= \alpha_{IF} b_{L_1}^r + \beta b_{L_2}^r \\
b_{L_{IF}}^s &= \alpha_{IF} b_{L_1}^s + \beta b_{L_2}^s \\
\epsilon_{L_{IF}} &= \alpha_{IF} \epsilon_{L_1} + \beta_{IF} \epsilon_{L_2}
\end{aligned}
\tag{3.8.5.3}$$

Ionosfærefri lineær kombinasjon utnytter egenskapene til signalene i ulike frekvensbånd for å redusere eller eliminere den ionosfæriske effekten. Denne metoden er spesielt nyttig i situasjoner der ionosfærisk refraksjon kan være betydelig, for eksempel ved lav elevasjonsvinkel på satellittene eller under visse atmosfæriske forhold.

### 3.8.6 Egenskaper til mest brukte lineære kombinasjoner

Her vises det bølgelengde, ionosfærisk forsterkningsfaktor og presisjon til mest brukte lineære kombinasjoner. Som opprinnelige data brukes L1 og L2 fra GPS:

Frekvens:

$$f_1 = 1575.42 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1227.60 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

Bølgelengden:

$$\lambda_{L1} = 19.02 \text{ cm}$$

$$\lambda_{L2} = 24.42 \text{ cm}$$

Presisjon: L1 - 0.3 cm; L2 - 0.39 cm

Signal	Koeffisienter i bølgelengder		Koeffisienter i meter		Bølgelengde $\lambda_{LC}$ , [cm]	Ionosfærisk forsterkningsfaktor, $V_I$	Typisk presisjon, [cm]
	$m_1$	$m_2$	$\alpha$	$\beta$			
Faseobservasjoner							
$L_1$	1	0	1	0	19.03	0.779	0.30
$L_2$	0	1	0	1	24.42	1.283	0.39
$L_{WL}$	1	-1	4.529	-3.529	86.19	-1	1.93
$L_{NL}$	1	1	0.562	0.438	10.70	1	0.24
$L_{IF}$	77	-60	2.546	-1.546	0.63	0	0.97
Kodeobservasjoner							
$P_1$	-	-	1	0	-	-0.779	30.00
$P_2$	-	-	0	1	-	-1.283	30.00
$P_{NL}$	1	1	0.562	0.438	-	-1	21.38
$P_{IF}$	77	-60	2.546	-1.546	-	0	89.35

Tabell 7: Lineære kombinasjoner med egenskaper

Lineære kombinasjoner:

WL - Wide-lane

NL - Narrow-lane

IF - ionosfærefri

## 4 Feilkilder i GNSS

GNSS er avhengig av nøyaktige målinger av satellittsignalene for å kunne gi pålitelige posisjonsdata. Imidlertid påvirkes signalene av forskjellige feilkilder, som kan føre til unøyaktige posisjonsmålinger. Noen av de vanligste feilkildene beskrevet her. Ved å forstå disse feilkildene og implementere riktige teknikker for å korrigere for dem, kan nøyaktigheten og påliteligheten til GNSS-posisjonsmålinger forbedres.

Innenfor GNSS kan feilkildene vanligvis deles inn i tre kategorier: satellittrelaterte feilkilder, feilkilder relatert til signalets forplantning gjennom atmosfæren og mottakerrelaterte feilkilder. I tabellen nedenfor vises disse tre kategoriene sammen med tilhørende RMS-avstandsfeil for en enkelt observasjon (Seeber, 2003, s. 299):

Feilkilde	RMS-feil
<b>Satellittrelaterte</b>	
Bane	1-2 m
Klokke	1-2 m
<b>Signalforplantning</b>	
Ionosfære (to-frekvent)	cm - dm
Ionosfære (modell, best)	1 - 2 m
Ionosfære (modell, middels)	5 - 10 m
Ionosfære (modell, dårlig)	10 - 50 m
Troposfære (modell)	dm
Flerveisinterferens	1 - 2 m
<b>Mottakerrelaterte</b>	
Observasjonsstøy	0,2 - 1 m
Hardware forsinkelse	dm - m
Antenne fasesenter	mm - cm

Tabell 8: Feilkilder med tilhørende RMS avstandsfeil

### 4.1 Satellittrelaterte feilkilder

**Banefeil** i GNSS kan oppstå på grunn av unøyaktigheter i satellittenes baner rundt jorden. Satellittene er i bevegelse og deres baner kan avvike fra de forventede banene på grunn av flere faktorer, som gravitasjonsforstyrrelser fra månen og solen, jordrotasjon, atmosfæriske effekter og ujevnheter i jordens gravitasjonsfelt. Dette kan føre til at satellittene er på feil sted i forhold til det forventede, og dermed føre til feil i posisjonsberegningene.

For å redusere banefeil bruker GNSS mottakere presise satellittbanedata fra tjenester som International GNSS Service (IGS) eller fra satellittene selv. Mottakere kan også bruke teknikker som differentialposisjonering for å korrigere for banefeil.

**Satellittklokkefeil** oppstår på grunn av avviket mellom systemtiden i GNSS-systemet og klokken i satellitt. Satellittklokkene er vanligvis atomklokker, som er veldig nøyaktige, men selv små feil i klokken kan føre til betydelige feil i posisjonsbestemmelsen.

Satellittklokkefeil kan skyldes ulike faktorer som aldring av atomklokkene, temperaturvariasjoner, og elektriske og magnetiske forstyrrelser i satellittene. Navigasjonsmeldinger inneholder nødvendig informasjon for å korrigere for satellitt klokkefeil.

For enda mer nøyaktige estimater kan presise klokkekorreksjoner fra kilder som IGS (International GNSS Service) eller NASA brukes. Ved å benytte slike korreksjoner kan man oppnå bedre resultater. Det er også mulig å eliminere satellittklokkefeil ved å danne enkeltdifferanser mellom to mottakere.

## 4.2 Signalforplanting gjennom atmosfæren

**Atmosfæriske forhold** kan påvirke GNSS-signalene og forårsake feil i posisjonsbestemmelsen. De to hovedeffektene er:

- Ionosfærisk forstyrrelse
- Troposfærisk forstyrrelse

For å redusere virkningen av atmosfæriske forhold på GNSS-målingene, brukes forskjellige teknikker som differensiell korrigering, bruk av flere frekvenser, og avanserte matematiske modeller for å kompensere for disse effektene. Mer om atmosfæriske forhold i egne kapitler.

**Flerveisinterferens** eller "multipath" er en form for interferens som oppstår når signalet fra en satellitt når mottakeren ved mer enn en bane eller vei. Dette kan skje når signalet reflekteres fra et hinder, for eksempel en bygning, før det når mottakeren, eller når signalet kommer til mottakeren via flere forskjellige veier på grunn av spredning i atmosfæren eller refleksjoner fra terreng og bygninger.

Flerveisinterferens kan forårsake forvrengning av signalet eller midlertidig reduksjon i signalkvaliteten eller styrken, som kan føre til unøyaktigheter i posisjonsbestemmelsen. Dette kan være spesielt utfordrende i urbane områder med høye bygninger og mange refleksjonsflater. For å redusere effekten av flerveisinterferens kan man bruke teknikker som adaptive antenner eller signalprosessering, samt velge en gunstig plassering av mottakeren.

**Interferens** av satellittsignaler refererer til uønsket støy eller forstyrrelser som påvirker signalene som sendes fra en navigasjonssatellitt til en mottaker på bakken. Dette kan være forårsaket av forskjellige faktorer, som for eksempel elektromagnetisk støy, atmosfærisk interferens, fysisk hindring eller andre radiosignaler som sendes på samme frekvens.

Interferens kan føre til at mottakeren har vanskeligheter med å opprettholde sporingen av satellittsignalet, og kan dermed resultere i unøyaktig eller feilaktig posisjonsbestemmelse. Interferens kan også forårsake tap av signal, som kan føre til midlertidig tap av posisjonsbestemmelse eller til og med totalt tap av posisjonssignal.

For å beskytte mot interferens kan det være nødvendig å bruke avanserte teknologier og teknikker, som for eksempel adaptive antenner og signalprosessering. Adaptive antenner kan tilpasse seg endringer i signalkvaliteten og filtrere ut uønsket støy eller interferens, mens signalprosessering kan brukes til å gjenkjenne og korrigere signalforstyrrelser.

I tillegg kan det være nødvendig å overvåke signalstyrken og frekvensene som brukes i navigasjonssystemet, og ta nødvendige tiltak hvis det oppdages unormal aktivitet. Dette kan omfatte å endre frekvensbåndene som brukes, eller å flytte til en annen posisjon som gir bedre signalstyrke og mindre interferens.

### 4.3 Mottakerrelaterte feilkilder

**Observasjonsstøy** oppstår fordi fase- og kodeobservasjoner ikke kan måles perfekt, men er utsatt for tilfeldige påvirkninger. Observasjonene påvirkes for eksempel av uønskede forstyrrelser i antennen, forsterkere, kabler og selve mottakeren.

Som en tommelfingerregel er oppløsningen for observasjoner med klassiske mottakere omtrent 1% av signalets bølgelengde ( $\lambda$ ). For eksempel, for GPS-signalene får vi følgende (Seeber, 2003, s 323):

C/A-kode:  $\lambda \approx 300m, noise \approx 3m$

P-kode:  $\lambda \approx 30m, noise \approx 30cm$  Bærefase:  $\lambda \approx 20cm, noise \approx 2mm$

**Antenne fasesenter** Når det gjelder presise bruksområder av GNSS, er det viktig å ha kunnskap om antennens fasesenter. Det mekaniske fasesenteret er vanligvis definert med submillimeter nøyaktighet, mens det gjennomsnittlige elektriske fasesenteret for ulike frekvensbånd vanligvis blir oppgitt av produsenten. Det faktiske elektriske fasesenteret er imidlertid avhengig av retningen til det innkommende radiosignalet og frekvensen. Forskjellen mellom det gjennomsnittlige og det faktiske elektriske fasesenteret kalles fasesentervariasjon (PCV, Phase Center Variations).

Hvis antenner av samme type brukes innenfor én observasjonssesjon over korte baselinjer, blir gjenværende faseforskyvninger og variasjoner i fasesenteret eliminert i differensieringsprosessen. I tilfeller der fasesentervariasjonen avhenger av azimut, må alle antenner orienteres før undersøkelsen. Av denne grunn har noen antenner en orienteringsmarkering rettet mot magnetisk nord.

Hvis forskjellige antenner brukes innenfor samme prosjekt eller når identiske antenner brukes med svært store baselinjer (i dette tilfellet observeres satelittsignalene under ulike elevasjonsvinkler på grunn av jordens krumning), må observasjonene korrigeres for PCV. Vær oppmerksom på at ulike antenner av samme type også kan vise forskjeller i PCV. For høyeste nøyaktighetskrav bør kun kalibrerte antenner brukes. Mer utdypende informasjon om antenne fasesenter og kalibrerings metoder kan finnes i (Seeber, 2003, s 320-323)

**Mottakerklokkefeil** er en feil som oppstår når klokken i mottakeren avviker fra GPS-tiden, som er den nøyaktige og presise tidsskalaen som genereres av satellittene. Feilen oppstår vanligvis på grunn av unøyaktigheter i klokken i mottakeren, som for eksempel quartz-klokker, som kan ha avvik og uregelmessigheter i avlesningene. Mottakerklokkefeil kan føre til unøyaktigheter i posisjonsberegningen og kan derfor påvirke nøyaktigheten av posisjonsdataene som mottakeren mottar fra satellittene. Mottakerklokkefeil estimeres sammen med mottakerens koordinater, derfor er det ikke nødvendig med modellering av den.

#### 4.4 Øvrige påvirkningen på posisjonsbestemmelse

**Wind-up effekt** påvirker kun fasemålingene, ikke kodemålingene. Dette skyldes den elektromagnetiske naturen til sirkulært polariserte bølger, som er innebygd i GNSS-signaler (GPS, Glonass, Galileo, Beidou). Korreksjonen er kun nødvendig for nøyaktig posisjonering (f.eks. PPP). Wind-up effekt på fasemålinger avhenger av den relative orienteringen til satellitt- og mottakerantennene, samt retningen på siktelinjen. For en mottaker med faste koordinater skyldes wind-up satellittens banebevegelse. Mens satellitten beveger seg langs sin bane, må den rotere for å holde solcellepanelene rettet mot solen for å oppnå maksimal energi, samtidig som antennen peker mot jordens sentrum. Denne rotasjonen forårsaker en fasevariasjon som mottakeren misforstår som en avstandsending (Sanz Subirana mfl., 2013, s. 127)

**Tidejord-effekter** Koordinater til mottaker påvirkes av tidevannsbevegelser, som må tas hensyn til når høy nøyaktighet er nødvendig. Det er viktig å merke seg at disse effektene ikke påvirker GNSS-signaler, men hvis tidevannseffektene ikke ble tatt i betraktning, ville mottakerkoordinatene svinge i forhold til en gjennomsnittsverdi som en konsekvens av disse effektene. De viktigste årsakene til at jordens skorpe varierer og påvirker mottakerens koordinater er tidevann, "ocean loading" og "Pole tide". I det følgende vil vi beskrive disse effektene uten å gi de nøyaktige ligningene for beregninger. Disse ligningene kan finnes i (Sanz Subirana mfl., 2013, s. 134-138).

*Tidevann* er det periodiske stigning og fall i havnivået som oppstår som et resultat av gravitasjonskreftene mellom jorden, månen og solen. Månen har den største innvirkningen på tidevannet på grunn av sin nære avstand til jorden. Solen har også en innvirkning, selv om den er noe mindre på grunn av sin større avstand.

Tidevann oppstår på grunn av den differensielle tiltrekningen til gravitasjonen fra månen og solen på jorden. Når månen og solen er i en linje med jorden, oppstår det høyvann, der havnivået stiger. Når månen og solen er på motsatt side av jorden, oppstår det lavvann, der havnivået faller. Disse sykliske endringene i havnivået skjer to ganger daglig og utgjør tidevannet.

Tidevannet kan føre til små, men målbare endringer i jordens overflate og landmasser. Dette kan påvirke målinger av punktlokasjoner ved hjelp av GNSS. Når tidevannet endrer land-

massene, kan det føre til forskyvning eller deformasjon av referansepunkter som brukes til posisjonsbestemmelse.

Tidevannet påvirker også høydenivået, spesielt nær kystområder. Dette kan være relevant for posisjonsbestemmelse i forbindelse med kartlegging av terreng eller konstruksjon i nærheten av kysten. Endringer i høydenivået på grunn av tidevann kan kreve korreksjoner eller justeringer i høydedata og målinger.

For å oppnå høy nøyaktighet i posisjonsbestemmelse er det vanlig å ta hensyn til tidevannseffekter og inkludere korreksjoner i beregningene. Tidevannstabeller og modeller brukes til å forutsi og korrigere for tidevannsvariasjoner på et gitt sted og tidspunkt. Ved å inkludere disse korreksjonene kan man oppnå mer nøyaktige og pålitelige posisjonsbestemmelser i områder der tidevannet har betydelig innvirkning.

*"Ocean loading"* refererer til effekten av den dynamiske belastningen som havets vekt har på jordens skorpe. Når vannmassene i havet endres på grunn av tidevannsbevegelser eller andre faktorer, påvirker dette vekten som virker på jordens overflate. Denne belastningen forårsaker deformasjon av jordens skorpe og kan påvirke koordinatene til mottakeren.

Når tidevannet stiger, øker vekten av vannmassene på den delen av jordens skorpe som er under havet, og dette fører til en liten deformasjon. Tilsvarende vil når tidevannet faller, redusert vekten på skorpen under havet, og dette kan føre til en annen deformasjon. Disse deformasjonene kan være små, vanligvis bare noen få millimeter, men de kan være målbare og kan påvirke nøyaktigheten av posisjonsbestemmelse.

For å ta hensyn til ocean loading i posisjonsbestemmelse, brukes modeller og beregninger som tar hensyn til variasjoner i vannmassene og deres vekt. Disse modellene tar vanligvis hensyn til faktorer som tidevannet, havstrømmer og atmosfæretrykket for å beregne den forventede deformasjonen for et gitt sted og tidspunkt. Ved å inkludere korreksjoner for ocean loading i posisjonsberegninger kan man oppnå mer nøyaktige og pålitelige resultater.

*"Pole Tide"* er en annen type tidevannseffekt som skyldes forskyvningene i jordens rotasjonsakse. Jordens rotasjonsakse opplever små, periodiske forandringer på grunn av påvirkningen fra månens og solens gravitasjon. Disse forandringene i rotasjonsaksen fører til en langsom bevegelse av polene, kjent som polvandring eller poltide.

Pole Tide forårsaker en langsom, periodisk deformasjon i jordens skorpe og kan påvirke koordinatene til en mottaker. Denne effekten har størst innvirkning på områder som ligger nær polene. Pole Tide-effekten kan være større enn solid tidevann og ocean loading i noen tilfeller.

For nøyaktig posisjonsbestemmelse er det viktig å ta hensyn til Pole Tide-effekten, spesielt ved lengre observasjonsperioder. Ved å inkludere korreksjoner for Pole Tide i beregningene kan man oppnå mer presise og pålitelige resultater i posisjonsbestemmelse over tid. Det finnes modeller og metoder for å beregne og korrigere for Pole Tide-effekten i geodesi og

posisjonsbestemmelse.

**Satellittgeometri** refererer til arrangementet av satellitter i forhold til mottakeren på Jorden. En ugunstig satellittgeometri kan føre til feil i beregning av posisjonen til mottakeren.

For eksempel, når satellittene er konsentrert i en del av himmelen, kan det være vanskeligere for mottakeren å oppfatte signalene fra satellittene på motsatt side av himmelen. Dette kan føre til en lavere nøyaktighet i posisjonsberegningene.

En annen faktor som kan påvirke satellittgeometrien er skyggeeffekter, som kan oppstå når bygninger, trær eller andre hindringer blokkerer signalet fra satellittene. Dette kan føre til endringer i signalstyrken og forstyrrelser som kan påvirke nøyaktigheten av posisjonsberegningene.

DOP ("dilution of precision") er en parameter som beskriver hvor god geometrien er for satellitter i forhold til en GNSS-mottaker når man bestemmer posisjon. Jo bedre geometri, jo bedre nøyaktighet i posisjonsbestemmelsen. DOP måles vanligvis som en verdi som indikerer hvor godt satellittene er fordelt i forhold til mottakeren. Det finnes flere typer DOP-verdier som måler nøyaktigheten på forskjellige aspekter av posisjonsbestemmelsen, inkludert 3D-nøyaktighet, horisontal og vertikal nøyaktighet, og tidsnøyaktighet. En DOP-verdi på mindre enn 4 er generelt sett ønskelig for å få høy nøyaktighet i posisjonsbestemmelsen, mens en DOP-verdi over 8 indikerer en dårlig geometri og kan føre til unøyaktigheter og usikkerhet i posisjonsbestemmelsen (Kartverket, 2009, s.16). Det er viktig å ta hensyn til DOP-verdiene når man bestemmer posisjon ved hjelp av GNSS, da de kan gi verdifull informasjon om nøyaktigheten til posisjonsmålingene.

For å redusere effekten av satellittgeometri, kan flere satellitter være nødvendig for å gi et mer omfattende og pålitelig signal. I tillegg kan GNSS-mottakere bruke avanserte algoritmer og teknologier for å korrigere for feil som skyggeeffekter og satellittbanefeil.

**Jamming** av satellittsignaler refererer til bevisst forstyrrelse eller blokkering av signalene som sendes fra en navigasjonssatellitt til en mottaker på bakken. Dette kan gjøres ved å sende ut kraftige radiobølger på samme frekvens som satellittsignalet, noe som vil overskygge eller forstyrre det originale signalet.

Jamming kan ha ulike årsaker, som for eksempel sabotasje, spionasje eller kriminell aktivitet. Det kan også være utilsiktet, for eksempel når en annen radiosender ved et uhell sender ut signaler på samme frekvens.

Når satellittsignalet blir forstyrret eller blokkert, vil mottaker ha vanskeligheter med å opprettholde sporingen av satellittsignalet, og posisjonsbestemmelsen vil dermed bli unøyaktig eller umulig. Jamming kan derfor ha alvorlige konsekvenser for navigasjons- og posisjoneringsapplikasjoner, som for eksempel i fly, skipsfart og militære operasjoner.



Det er ulike metoder for å beskytte mot jamming, som for eksempel ved å bruke kryptering og autentisering av satellittsignalene, og ved å bruke antenner som har bedre motstand mot interferens. I tillegg kan det være nødvendig å overvåke signalstyrken og frekvensene som brukes i navigasjonssystemet, og ta nødvendige tiltak hvis det oppdages unormal aktivitet.

**Spoofing** av satellittsignaler refererer til en form for angrep der en person eller enhet sender ut falske signaler som later som om de kommer fra en navigasjonssatellitt, og prøver å narre mottaker til å tro at disse signalene er de ekte signalene fra satellitten.

Spoofing kan gjøres ved å sende ut et kraftig signal på samme frekvens som satellittsignalet, og ved å manipulere informasjonen i det falske signalet, for eksempel posisjonsdata, tid eller andre parametere. Når mottakeren mottar det falske signalet, vil den prøve å beregne sin posisjon basert på informasjonen i det falske signalet, og vil dermed kunne bli lurt til å gi en feilaktig posisjon.

Spoofing kan ha ulike årsaker, for eksempel sabotasje, spionasje, kriminell aktivitet eller hacking. Det kan også være en utilsiktet bieffekt av andre radiosignaler eller elektromagnetisk støy.

For å beskytte mot spoofing kan det være nødvendig å bruke avanserte krypterings- og autentiseringsmetoder for å sikre at signalene fra satellitten ikke kan etterliknes eller manipuleres av uautoriserte parter. Det kan også være nødvendig å bruke teknologi som kan detektere og rapportere eventuelle spoofing-angrep som oppstår.

## 5 Atmosfære

Atmosfæren er et lag av gass som omgir jorden og er bundet til den ved jordens gravitasjonskraft. Den er sammensatt av flere forskjellige gasser, inkludert nitrogen, oksygen, argon, karbondioksid, neon og helium, samt små mengder av andre gasser og partikler. Atmosfæren roterer sammen med jorden, og massen av atmosfæren er omtrent  $5.15 \cdot 10^{15}$  tonn.

Beskrivelsen av atmosfære er hovedsakelig hentet fra (Dymnov, 2009; Frolova, 2007; Kristiansen, 2021; Seeber, 2003)

Atmosfæren kan deles inn i flere lag, hver med forskjellige egenskaper og høyder over jordoverflaten. Den nederste delen av atmosfæren, troposfæren, strekker seg fra overflaten opp til ca. 10-15 km høyde, og inneholder det meste av atmosfærens masse. Over troposfæren finner vi stratosfæren, mesosfæren og termosfæren, hver med sine egne egenskaper og funksjoner.

En av atmosfærens viktigste funksjoner er å beskytte jorden og dens beboere mot skadelige stråler fra solen og verdensrommet, inkludert ultrafiolett stråling og kosmisk stråling. Atmosfæren fungerer også som et isolerende lag som bidrar til å opprettholde en relativt stabil temperatur på jorden.

Atmosfæren spiller en viktig rolle i navigasjon og kommunikasjon, siden radiosignaler og andre typer signaler kan påvirkes av atmosfærens brytning og spredning.

Egenskapene til atmosfæren, når det gjelder spredning av elektromagnetiske bølger, endres over tid og med høyde over jordoverflaten.

I radiometeorologi er atmosfæren vanligvis delt inn i tre regioner: troposfæren, stratosfæren og ionosfæren. La oss nå se nærmere på disse lagene og deres karakteristiske egenskaper.

**Troposfæren** er det nederste laget av atmosfæren som begynner ved jordoverflaten og strekker seg til en høyde på omtrent 11-12 km. Høyden på troposfæren varierer og avhenger av breddegraden på stedet. For eksempel er høyden på troposfæren i polare breddegrader omtrent 8-10 km, mens i tropiske breddegrader når den øvre grensen for troposfæren en størrelse på 16-18 km. Troposfæren inneholder omtrent 80% av atmosfærens totale masse og nesten all vanddampen. Det er i denne regionen at atmosfæren blander seg mest, og derfor er det her luftforurensninger og gasser som karbondioksid kan ha stor påvirkning på luftkvaliteten og klimaet. Troposfæren har jevn nedgang i temperatur med høyden. Troposfæren avsluttes av et mellomliggende lag - tropopausen, hvor det vertikale temperaturgradientet faller nesten til null. Dette betyr at temperaturen i tropopausen, i motsetning til troposfæren, ikke endrer seg med høyden.

**Stratosfæren** er et lag av atmosfæren som ligger over troposfæren og adskilt fra den med tropopausen. Den øvre grensen for stratosfæren anses å være rundt 50-55 km. I stratosfæren øker temperaturen med høyden. Temperaturen på den øvre grensen til stratosfæren er om-

trent 0°C. Det er lite turbulens og nesten ingen vanddamp i stratosfæren. Det meste av ozoninnholdet i atmosfæren er konsentrert i dette laget.

I GNSS kombineres troposfæren og stratosfæren til ett lag og kalles troposfæren. Dette skyldes at atomer og molekyler i disse lagene er elektrisk nøytrale for radiobølger med en frekvens mindre enn 30 GHz. Frekvensene til bære-bølger i satellittnavigasjonssystemer er mye lavere og overstiger ikke 2 GHz. Derfor er både troposfæren og stratosfæren ikke-dispersive for GNSS-signaler. Imidlertid har stratosfæren og troposfæren mange forskjellige egenskaper, og for å unngå forvirring, brukes ofte begrepet "neutral atmosfære" som et generelt navn på disse lagene.

**Ionosfæren** utgjør den øverste delen av atmosfæren og består av ionisert gass. Dette laget strekker seg fra ca. 50 til 1000 km over jordoverflaten og spiller en viktig rolle i overføringen av radiobølger. Den elektriske ladningstettheten i ionosfæren varierer med høyden, og dette gjør at den kan deles inn i flere lag. Sånne faktorer som tid på dagen, årstid og solaktivitet har stor påvirkning til ionosfæren.

Den nedre delen av ionosfæren som ligger mellom 50-90 km, kalles D-laget. D-laget oppstår når solstråler ioniserer partiklene i atmosfæren og danner en elektrisk ladet region. Dette laget er spesielt aktivt om natten og påvirker spredninger av radiobølger på kortere bølgelengder. Det kan føre til svekket kommunikasjon i visse frekvensområder, spesielt på kortere avstander.

Neste lag er E-laget som ligger mellom 90 og 140 km over jordoverflaten. Elektrontettheten i E-laget er høyere enn i D-laget, som gjør at radiobølger kan spres over lange avstander på dagtid. Om natten svekkes E-laget, og D-laget blir mer aktiv. E-laget spiller en viktig rolle i overføring av langdistanse radiokommunikasjon, spesielt på mellombølge- og kortbølgeområdene.

Det høyeste laget av ionosfære som strekker seg fra ca. 150 til 1000 km, kalles F-laget. Den ble noen ganger kalt "appelsinlaget" på grunn av at det kan ha en oransje farge når det blir belyst av solnedgang eller soloppgang. Dette skyldes at molekyler i atmosfæren, spesielt nitrogen og oksygen, kan absorbere kortbølget rødt og oransje lys, og dette kan gi F-laget en oransje farge når sollyset passerer gjennom dette laget. Dette laget er også kjent for å være det mest dynamiske og variere mest i høyde og tetthet sammenlignet med de andre ionosfærelagene. F-laget er vanligvis delt inn i to underlag: F1 (160-250 km over jordoverflaten) og F2 (250-500 km over jordoverflaten). Elektrontettheten i F1-laget er vanligvis lavere enn i F2-laget. Disse underlagene påvirkes av forskjellige faktorer som solaktivitet og tid på døgnet, noe som gjør dem vanskelig å forutsi og modellere nøyaktig.

Forsinkelsen som radiobølger og andre elektromagnetiske signaler opplever når de passerer gjennom ionosfæren, avhenger av frekvensen på signalet og elektrontettheten i ionosfæren på det aktuelle tidspunktet. Generelt vil høyere frekvenser ha mindre forsinkelse enn lavere frekvenser, fordi de har kortere bølgelengder og dermed kan passere gjennom ionosfæren

lettere, se tabell nede (Seeber, 2003):

Enkelfrekvens	400 MHz	1600 MHz	2000 MHz	8000 MHz
Gjennomsnittseffekt	50 m	3 m	2 m	0.12 m
For 90% <	250 m	15 m	10 m	0.6 m
Maksimumeffekt	500 m	30 m	20 m	1.2 m
Dobbelfrekvens	150/400 MHz	400/2000 MHz	1227/1572 MHz	2000/8000 MHz
Gjennomsnittseffekt	0.6 m	0.9 cm	0.3 cm	0.04 cm
For 90% <	10 m	6.6 cm	1.7 cm	0.21 cm
Maksimumeffekt	36 m	22 cm	4.5 cm	0.43 cm

Tabell 9: Ionosfæreforsinkelse på signalene ved enfrekvens- og dobbel-frekvens observasjoner.

Det er viktig å merke seg at forsinkelsene kan variere betydelig avhengig av tid på døgnet, årstid, geografisk posisjon og solaktiviteten. Derfor er det viktig for kommunikasjons- og navigasjonssystemer å ta hensyn til atmosfæriske forhold ved beregning av signalforsinkelser og justering av signalparametere for å opprettholde nøyaktig posisjonsbestemmelse.

## 5.1 Troposfæreforsinkelse

I en høyde på ca 50 km går signalene inn i en elektrisk nøytral atmosfære, som består av troposfæren, tropopausen og stratosfæren. Påvirkning av dette laget på GNSS-signalet kalles vanligvis "troposfæreforsinkelse".

Atomene og molekylene som befinner seg i troposfærelaget, er elektrisk nøytrale, noe som betyr at de ikke sprer radiosignaler ved frekvenser opptil 30 GHz, slik at brytningsindeksen ikke avhenger av frekvensen, og  $n_p = n_g$ . Men her begynner tetthetsendringene i luften,  $\rho$ , påvirke brytningsindeksen betydelig med høyden. Lufttettheten i de høyeste lagene av atmosfæren er veldig lav: ved en høyde på 100 km reduseres den sammenlignet med overflateverdiene med en faktor på  $10^6$ , og ved 200 km med en faktor på  $10^{10}$  (Frolova, 2007, s.30). Siden lufttetthet avhenger av dens fysiske egenskaper, kan brytningsindeksen skrives som en funksjon av atmosfærens fysiske parametere. Basert på analysen av meteorologiske observasjoner over flere år, ble det foreslått empirisk formelen:

$$(n - 1) \cdot 10^6 = N_T = c_1 \cdot \frac{P}{T} + c_2 \cdot \frac{e}{T} + c_3 \cdot \frac{e}{T^2} \quad (5.1.0.1)$$

hvor:

$P$  - atmosfærisk trykk, [HPa];

$e$  - partiell damptrykk, [HPa];

$T$  - lufttemperatur, [K].

Ved å separere brytningsindeksen for tørr og våt komponent får vi verdiene ved høyde over havet = 0 (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.129):

$$\begin{aligned} N_{d0} &= c_1 \cdot \frac{P}{T} \\ N_{w0} &= c_2 \cdot \frac{e}{T} + c_3 \cdot \frac{e}{T^2} \end{aligned} \quad (5.1.0.2)$$

Koeffisientene  $c_i$  er empiriske og kan ikke beskrive lokale forholdene nøyaktig (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.129):

$$c_1 = 77.64 [Kmb^{-1}]$$

$$c_2 = -12.96 [Kmb^{-1}]$$

$$c_3 = 3.718 \cdot 10^5 [K_2mb^{-1}]$$

Påvirkning av troposfære på målt avstand (Seeber, 2003, s.57):

$$\Delta Trop = \int_s (n - 1) ds = 10^{-6} \int_s N_T ds \quad (5.1.0.3)$$

her  $s$  er signalgang fra mottakeren til øvre grensen av troposfære langs banen mottakeren-satellitt.

Våt og tørr komponentene bestemmes separat:

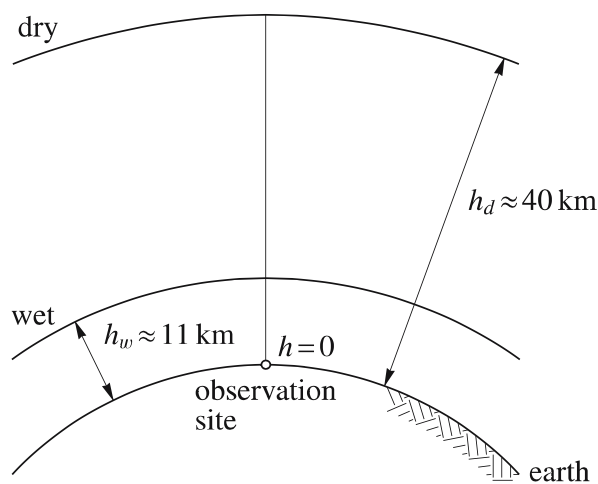
$$\Delta Trop = \Delta Trop_d + \Delta Trop_w = 10^{-6} \int_R^{h_d} N_d ds + 10^{-6} \int_R^{h_w} N_w ds \quad (5.1.0.4)$$

hvor:

$R$  - mottakerhøyde

$h_d$  og  $h_w$  - de effektive høydene til henholdsvis den tørre og den våte delen.

Figur 30: Tykkelsen til polytropiske lag av troposfæren, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.130):



Direkte måling av refraktiviteten langs signalbanen er vanligvis ikke gjennomførbar. Derfor ble det utviklet ulike modeller for å beskrive høydeavhengig oppførsel av refraktiviteten. Inngangsparametrene er hovedsakelig meteorologiske data nær observasjonsstedet.

For ulike praktiske beregninger brukes en viss betinget modell av atmosfæren, kalt standardatmosfæren. Den er kjennetegnet ved fordelingen av meteorologiske data med høyde  $H$ , nær deres gjennomsnittlige fordeling. Standardatmosfæren betraktes som polytropisk opp til tropopausen, og over den betraktes den som isothermisk, det vil si at opp til en høyde på 11 km endres temperaturen lineært, og deretter forblir konstant. I samsvar med disse representasjonene har funksjonene for trykk og temperatur med høyde  $h$ , [m] følgende form (NASA, u.å.):

$$\begin{aligned}
 &h < 11000 \\
 &\quad t = 15.04 - 0.00649 \cdot h \\
 &\quad P = 1012.9 \cdot \left(\frac{t + 273.1}{288.08}\right)^{5.256} \\
 &11000 < h < 25000 \\
 &\quad t = -56.46 \\
 &\quad P = 226.5 \cdot e^{(1.73 - 0.000157h)} \\
 &h > 25000 \\
 &\quad t = -131.21 + 0.00299 \cdot h \\
 &\quad P = 24.88 \cdot \left(\frac{t + 273.1}{216.6}\right)^{-11.388}
 \end{aligned} \tag{5.1.0.5}$$

her:

$P$  - trykk, [HPa];

$t$  - tempertur i °C.

Partiell damtrykk kan finnes ved hjelp av formelen (Rizos, 1997, s.266):

$$e = e_0 \cdot 10^{H \cdot \left(\frac{1+H}{8}\right)} \tag{5.1.0.6}$$

hvor  $e_0$  - partiell damptrykk i standard atmosfære, ved havnivå. Forskjellige kilder gir forskjellige verdier, f.eks i følge Rizos:  $e_0 = 15hPa$  (Rizos, 1997, s.266).

### 5.1.1 Hopfield modell

Helen Hopfield fra Johns Hopkins University i USA utviklet i 1969 en modell for den vertikale brytningsindeksen for korreksjon av avstandsmålingsdata.

Ved å analysere empiriske data, fant Hopfield en representasjon av den tørre refraktiviteten som en funksjon av høyden  $h$  over overflaten (Seeber, 2003, s.57):

$$N_d = N_{d0} \cdot \left( \frac{h_d - h}{h_d} \right)^4 \quad (5.1.1.1)$$

$h_d$  er høyde som tørr komponenten strekker seg til ble bestemt empirisk:

$$h_d = 40136 + 148.72(T - 273.16), [m] \quad (5.1.1.2)$$

Troposfæreforsinkelse til dry komponent (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.131):

$$\Delta Trop_d = \frac{10^{-6}}{5} \cdot N_{d0} \cdot h_d \quad (5.1.1.3)$$

Den våte delen av troposfæren er vanskeligere å modellere på grunn av de sterke variasjonene i vanninnhold i tid og rom. Likevel, på grunn av mangel på en passende alternativ, antar Hopfield-modellen samme funksjonelle modell til både de våte og tørre komponentene (Seeber, 2003, s.58):

$$N_w = N_{w0} \cdot \left( \frac{h_w - h}{h_w} \right)^4 \quad (5.1.1.4)$$

hvor gjennomsnittsverdien  $h_w = 11000 \text{ m}$  brukes.

Da (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.131):

$$\Delta Trop_w = \frac{10^{-6}}{5} \cdot N_{w0} \cdot h_w \quad (5.1.1.5)$$

Dette er vanskelig å bestemme nøyaktige verdier for  $h_d$  og  $h_w$  da de avhenger av lokasjon til mottaker og temperature, men de ligger i intervallene (Frolova, 2007, s.41):

$$\begin{aligned} 40 \text{ km} &\leq h_d \leq 45 \text{ km} \\ 10 \text{ km} &\leq h_w \leq 13 \text{ km}. \end{aligned}$$

Den vertikal troposfæreforsinkelse blir da (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.131):

$$\Delta Trop = \frac{10^{-6}}{5} \cdot (N_{d0} \cdot h_d + N_{w0} \cdot h_w), [m] \quad (5.1.1.6)$$

$N_{d0}, N_{w0}$  regnes ut fra ligning 5.1.0.2.

I modellen over er det ikke regnet med elevasjonsvinkel til satellitten og dermed ikke regnet ut den sånne forsinkelse. Transformasjon fra vertikal til skråforsinkelse ble gjort ved hjelp av

kartleggingsfunksjon til tørr ( $m_d(E)$ ) og våt ( $m_w(E)$ ) komponent (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.132):

$$m_d(E) = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 6.25}}; \quad (5.1.1.7)$$

$$m_w(E) = \frac{1}{\sin \sqrt{E^2 + 2.25}}$$

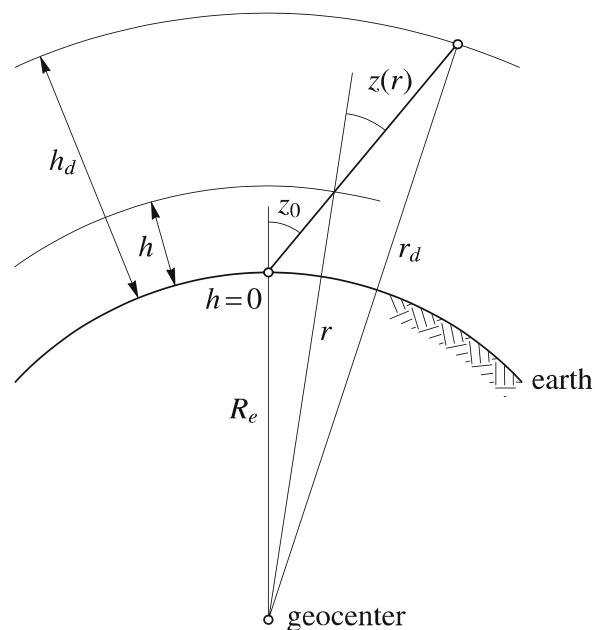
Da kan den totale troposfæreforsinkelse regnes ut:

$$\Delta Trop = \frac{10^{-6}}{5} \cdot (N_{d0} \cdot h_d \cdot m_d(E) + N_{w0} \cdot h_w \cdot m_w(E)), [m] \quad (5.1.1.8)$$

### 5.1.2 Modifisert Hopfield modell

Modifisert Hopfield modell bruker lengder av posisjonsvektorer i stedet for høyder, se bilde

Figur 31: Geometri for den troposfæriske baneforsinkelsen, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.132)



$R_e$  - Jordens radius,

$r = R_e + h$ ,

$r_d = R_e + h_d$

$z_0$  - senitvinkelen på observasjonsstedet

$z(r)$  - senitvinkelen

Den tørre og våte refraktiviteten kan bestemmes som (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.133):



$$N_d = N_{d0} \cdot \left( \frac{r_d - r}{r_d - Re} \right)^4$$

$$N_w = N_{w0} \cdot \left( \frac{r_w - r}{r_w - Re} \right)^4$$
(5.1.2.1)

De resulterende formlene til troposfæreforsinkelse:

$$\Delta Trop_i(E) = 10^{-6} N_{i0} \left[ \sum_{k=1}^9 \frac{\alpha_{k,i}}{k} r_i^k \right]$$

$$r_i = \sqrt{(Re + h_i)^2 - (Re \cos E)^2} - Re \sin E$$
(5.1.2.2)

hvor:

$$\alpha_{1,i} = 1$$

$$\alpha_{2,i} = 4a_i$$

$$\alpha_{3,i} = 6a_i^2 + 4b_i$$

$$\alpha_{4,i} = 4a_i(a_i^2 + 3b_i)$$

$$\alpha_{5,i} = a_i^4 + 12a_i^2b_i + 6b_i^2$$

$$\alpha_{6,i} = 4a_ib_i(a_i^2 + 3b_i)$$

$$\alpha_{7,i} = b_i^2(6a_i^2 + 4b_i)$$

$$\alpha_{8,i} = 4a_ib_i^3$$

$$\alpha_{9,i} = b_i^4$$

$$a_i = -\frac{\sin E}{h_i}$$

$$b_i = -\frac{\cos^2 E}{2h_i Re}$$

Indeks  $i$  ertstattes med  $d$  for den tørre komponenten og med  $w$  til den våte komponenten.

### 5.1.3 Saastamoinen modell

En annen empirisk modell for forsinkelse av satellittsignaler i troposfære ble utviklet i 1972 ved National Research Center i Canada av Juko Saastamoinen. I modellen forsinkelsen uttrykkes som en funksjon av meteorologiske parametere, inkludert temperature  $T$ , trykk  $P$ , partiell damptrykk  $e$  og senitvinkel  $z$  (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.135):

$$\Delta T_{trop} = \frac{0,002277}{\cos z} \left[ P + \left( \frac{1255}{T} + 0.05 \right) e - B \tan^2 z \right] + \delta R \quad (5.1.3.1)$$

her

$\Delta T_{trop}$  - troposfæreforsinkelse

$B$ ,  $\delta R$  - korreksjonsleddene:  $B$  avhenger av høyde til mottakeren og  $\delta R$  både av høyde og senit vinkelen. Korreksjonsleddene bestemmes ved å interpolere verdier fra tabeller 10 og 11.

Høyde, [km]	B, [HPa]
0,0	1,156
0,5	1,079
1,0	1,006
1,5	0,938
2,0	0,874
2,5	0,813
3,0	0,757
4,0	0,654
5,0	0,563

Tabell 10: Korreksjonsledd  $B$ , (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.136)

Zenitvinkel	Mottakerhøyde, moh							
	0	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000
60°00''	0,003	0,003	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001
66°00''	0,006	0,006	0,005	0,005	0,004	0,003	0,003	0,002
70°00''	0,012	0,011	0,010	0,009	0,008	0,006	0,005	0,004
73°00''	0,020	0,018	0,017	0,015	0,013	0,011	0,009	0,007
75°00''	0,031	0,028	0,025	0,023	0,021	0,017	0,014	0,011
76°00''	0,039	0,035	0,032	0,029	0,026	0,021	0,017	0,014
77°00''	0,050	0,045	0,041	0,037	0,033	0,027	0,022	0,018
78°00''	0,065	0,059	0,054	0,049	0,044	0,036	0,030	0,024
78°30''	0,075	0,068	0,062	0,056	0,051	0,042	0,034	0,028
79°00''	0,087	0,079	0,072	0,065	0,059	0,049	0,040	0,033
79°30''	0,102	0,093	0,085	0,077	0,070	0,058	0,047	0,039
79°45''	0,111	0,101	0,092	0,083	0,076	0,063	0,052	0,043
80°00''	0,121	0,110	0,100	0,091	0,083	0,068	0,056	0,047

Tabell 11: Korreksjonsledd  $\delta R$ , (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.137)

#### 5.1.4 UNB3 modell

UNB3-modellen ble utviklet av Collins og Langley i 1997 for å forbedre nøyaktigheten av satellittnavigasjonssystemer. UNB3 står for "University of New Brunswick 3", da den ble utviklet ved University of New Brunswick i Canada.

Modellen er basert på en hybridtilnærming som kombinerer prediksjon av meteorologiske

parameterverdier og beregning av zenith- og skråforsinkelser ved hjelp av Saastamoinen-modellene og Niell kartleggingsfunksjonene.

UNB3-modellen bruker en oppslagstabell av meteorologiske parameterverdier, inkludert barometrisk trykk ( $P$ ), temperatur ( $T$ ), vanndamptrykk ( $e$ ), temperaturgradient ( $\beta$ ) og høydefaktoren for vanndamptrykk ( $\lambda$ ). Disse parameterne varierer med breddegrad og dag i året (som utgangspunktet tatt dag 28 i året), og de brukes til å beregne både hydrostatisk og ikke-hydrostatisk senitforsinkelser. Deretter brukes disse verdiene til å beregne skrå forsinkelser ved hjelp av Niell funksjonene.

Gjennomsnitt					
Breddegrad Lat, [grad]	Trykk P, [mbar]	Temperatur T, [K]	Vanndamptrykk e, [mbar]	$\beta$ [Km <sup>-1</sup> ]	$\lambda$
15	1013.25	299.65	26.31	6.30e-3	2.77
30	1017.25	294.15	21.79	6.05e-3	3.15
45	1015.75	283.15	11.66	5.58e-3	2.57
60	1011.75	272.15	6.78	5.39e-3	1.81
75	1013.00	263.65	4.11	4.53e-3	1.55
Amplitude					
Breddegrad Lat, [grad]	Trykk P, [mbar]	Temperatur T, [K]	Vanndamptrykk e, [mbar]	$\beta$ [Km <sup>-1</sup> ]	$\lambda$
15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
30	-3.75	7.00	8.85	0.25e-3	0.33
45	-2.25	11.00	7.24	0.32e-3	0.46
60	-1.75	15.00	5.36	0.81e-3	0.74
75	-0.50	14.50	3.39	0.62e-3	0.30

Tabell 12: Oppslagstabell til UNB3, (Collins, 1999, s.40)

Det første steget i UNB3-algoritmen er å hente meteorologiske parameterverdier for en bestemt breddegrad og dag i året ved å bruke oppslagstabell tabell. Interpolasjonen mellom breddegrader utføres ved hjelp av en lineær funksjon (Leandro mfl., 2006):

$$X_{\phi}^j = \begin{cases} X_{15}^j, & \phi \leq 15 \\ X_i^j + \frac{(X_{i+1}^j - X_i^j)}{15} \cdot (\phi - Lat_i), & 15 < \phi < 75 \\ X_{75}^j, & \phi \geq 75 \end{cases} \quad (5.1.4.1)$$

her:

$X$  refererer til parameter:  $P$ ,  $T$ ,  $e$ ,  $\beta$  eller  $\lambda$ ;

$\phi$  - den aktuelle breddegraden, [grad];

$j$ : erstattes med *gjen* for gjennomsnittsparetere og *amp* til amplitude;

$i$ : indeksen for nærmeste tabellbredde som er mindre enn  $\phi$ ;

$Lat_i$ : breddegrad (fra tabellen)

Når gjennomsnitt og amplitude er beregnet for gitt breddegrad, kan parameterverdiene estimeres for ønsket dag i året (*doy*):

$$X_{\phi, doy} = X_{\phi}^{gjen} - X_{\phi}^{amp} \cdot \cos\left(\left(doy - 28\right) \cdot \frac{2\pi}{365.25}\right) \quad (5.1.4.2)$$

Når alle fem parameterne er bestemt for en gitt breddegrad og dag i året, kan zenith - forsinkelsene beregnes i henhold til:

$$\Delta Trop_d^z = \frac{10^{-6} k_1 R}{g_m} \cdot P_0 \cdot \left(1 - \frac{\beta H}{T_0}\right)^{\frac{g}{R\beta}} \quad (5.1.4.3)$$

$$\Delta Trop_w^z = \frac{10^{-6} (T_m k_2 + k_3) R}{g_m (\lambda + 1) - \beta R} \cdot \frac{e_0}{T_0} \cdot \left(1 - \frac{\beta H}{T_0}\right)^{\frac{(\lambda+1)g}{R\beta} - 1} \quad (5.1.4.4)$$

her:

$\Delta Trop_d^z$  - senitforsinkelse, tørr komponent;

$\Delta Trop_w^z$  - senitforsinkelse, våt komponent;

$P_0, T_0, e_0, \lambda, \beta$  - parametere, som er bestemt med (4.1.4.2);

$k_1, k_2, k_3$  - empiriske konstanter:

- $k_1 = 77.60 \text{ K/mbar}$
- $k_2 = 16,6 \text{ K/mbar}$
- $k_3 = 377600 \text{ K}^2/\text{mbar}$

$R$  - gasskonstanten for tørr luft:  $R = 287.054 \text{ J/kg K}$ ;

$g$  - overflateakselerasjon på jorden:  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ;

$g_m$  - akselerasjonen som skyldes tyngdekraften på sentrum av atmosfærekolonnen:

$$g_m = 9.784 \cdot \left(1 - 2.66 \cdot 10^{-3} \cos(2\phi) - 2.8 \cdot 10^{-7} H\right) \quad (5.1.4.5)$$

$H$  - ortometrisk høyde, [m]

$T_m$  - gjennomsnittstemperaturen til vanndampen i atmosfæren, [K]:

$$T_m = T \left(1 - \frac{\beta R}{g_m(\lambda + 1)}\right) \quad (5.1.4.6)$$

Totale skråforsinkelsen  $\Delta Trop$  kan da beregnes:

$$\Delta Trop = m_d \cdot \Delta Trop_d^z + m_w \cdot \Delta Trop_w^z \quad (5.1.4.7)$$

hvor  $m_d$  og  $m_w$  står for henholdsvis hydrostatisk og ikke-hydrostatisk Niell kartleggingsfunksjoner.

## 5.2 Kartleggingsfunksjoner

Gjennom mange studier har det blitt vist at forskjeller mellom matematiske modeller av troposfæren har en mindre innvirkning på nøyaktigheten av beregninger enn feil i modellering av dens egenskaper og neglisjering av asimutal asymmetri. For å forbedre beregningen av troposfærisk forsinkelse må gode kartleggingsfunksjoner ("Mapping Function", MF) anvendes. I begynnelsen av forskningen ble kartleggingsfunksjonen beskrevet som  $\frac{1}{\sin E}$  (Kristiansen, 2021, s.301) av satellittens elevasjonsvinkel over horisonten. Imidlertid tilfredsstilte ikke dette uttrykket lenger forskernes nøyaktighetskrav i behandlingen av GNSS-observasjoner.

Ettersom GNSS-observasjoner tas opp i ulike retninger, det vil si at GNSS-satellittene ses fra en mottaker på jordoverflaten i varierende asimut og elevasjonsvinkler, er det nødvendig å kjenne både den hydrostatisk og den fuktige forsinkelsen i hver retning for å korrigere forsinkelsen av signalene som går gjennom troposfærelaget. Derfor må etableres en sammenheng mellom vertikale troposfæreforsinkelsen og den sånne skråforsinkelsen. Dette oppnås ved hjelp av kartleggingsfunksjoner som beskriver hvordan forsinkelsen til elektromagnetiske bølger varierer avhengig av den skrå avstanden mellom sender og mottaker.

Marini (Marini, 1972, s.223-231) utledet uttrykk for troposfæriske korreksjoner basert på påstanden om avhengigheten av elevasjonsvinkelen.

$$m(E) = \frac{1}{\sin E + \frac{a}{\sin E + \frac{b}{\sin E + \dots}}} \quad (5.2.0.1)$$

Thomas Herring fra Massachusetts Institute of Technology i USA introduserte en brøkform for telleren i grunnuttrykket til Marini MF (Herring, 1992, s.157-164):

$$m(E) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}{\sin E + \frac{a}{\sin E + \frac{b}{\sin E + c}}} \quad (5.2.0.2)$$

Mange kartleggingsfunksjoner som ble utviklet senere har brukt dette uttrykket.

Målet med kartleggingsfunksjonens er å finne den funksjonelle formen av parameterne  $a$ ,  $b$ ,  $c$  som samsvarer best med atmosfæriske data på vilkårlig sted og tid.

For å gi et nyttig verktøy for å estimere atmosfæreforsinkelser, bør parameterne  $a$ ,  $b$  og  $c$  beregnes i forhold til tilgjengelig informasjon.

### 5.2.1 Ifadis kartleggingsfunksjon

J. Ifadis (Ioannis M. Ifadis, Avdeling for geodesi ved Aristoteles-universitetet i Hellas) baserte sin kartleggingsfunksjon på uttrykket til Marini (Frolova, 2007, s.48).

$$MF(\Theta) = \frac{1}{\sin \Theta + \frac{a}{\sin \Theta + \frac{b}{\sin \Theta + c}}} \quad (5.2.1.1)$$

Ved beregning av koeffisientene ble det tatt i betraktning avhengighet av atmosfærisk trykk ( $P_0$ ), temperatur ( $T_0$ ), vanndamptrykk ( $e_0$ ), brytningsindeks og dag i året. Koeffisientene ble bestemt empirisk på grunnlag av data som ble samlet inn 1978-1984:

$$\begin{aligned} a, b &= k_1 + k_2(P_0 - 1000) + k_3(T_0 - 15) + k_4\sqrt{e_0} \\ c &= \text{const} \end{aligned} \quad (5.2.1.2)$$

Koeffisient MF	Konstant			
	$k_1$	$k_2$	$k_3$	$k_4$
Tørr komponent				
a	$0.1237 \cdot 10^{-2}$	$0.13176 \cdot 10^{-6}$	$0.1378 \cdot 10^{-5}$	$0.8057 \cdot 10^{-5}$
b	$0.3333 \cdot 10^{-2}$	$0.1946 \cdot 10^{-6}$	$0.1040 \cdot 10^{-5}$	$0.1747 \cdot 10^{-4}$
c	0.078			
Våt komponent				
a	$0.5236 \cdot 10^{-3}$	$0.2471 \cdot 10^{-6}$	$0.1724 \cdot 10^{-6}$	$0.1328 \cdot 10^{-4}$
b	$0.1705 \cdot 10^{-2}$	$0.7384 \cdot 10^{-6}$	$0.3767 \cdot 10^{-6}$	$0.2147 \cdot 10^{-4}$
c	0,05917			

Tabell 13: Konstanter til Ifadis MF

### 5.2.2 Niell kartleggingsfunksjon

I 1996 ble det presentert Niell kartleggingsfunksjon som ikke krever overflate meteorologimålinger, men gir god nøyaktighet og presisjon. Denne kartleggingen bruker bare mottakerens geografiske beliggenhet og måletidspunktet som inndata (Sanz Subirana mfl., 2013).

Hydrostatisk komponent for Niell MF:

$$\begin{aligned} MF_d(E, H) &= m(E, a_d, b_d, c_d) + \Delta m(E, H) \\ \Delta m(E, H) &= \left( \frac{1}{\sin E} - m(E, a_{ht}, b_{ht}, c_{ht}) \right) \cdot H \end{aligned} \quad (5.2.2.1)$$

Hydrostatiske koeffisienter avhenger av tid og breddegrad:

$$\xi_d(\phi, t) = \xi_{avg}(\phi) - \xi_{amp}(\phi) \cdot \cos \left( 2\pi \cdot \frac{doy - 28}{365.25} \right) \quad (5.2.2.2)$$

$\xi$  erstattes med  $a, b$  eller  $c$

Våt komponent for Niell MF:

$$MF_w(E) = m(E, a_w, b_w, c_w) \quad (5.2.2.3)$$

hvor:

$E, [grad]$  - satellittens elevasjonsvinkel;

$H, [km]$  - høyde til mottakeren;

$m(E, a, d, c)$  - Marini uttrykket (Herring form);

$a_i, b_i, c_i$  - breddegradavhengige parametere, interpoleres fra tabell:

Koeffisienter til $MF_d$					
Koeffisient	Breddegrad, Lat [grad]				
	15°	30°	45°	60°	75°
Gjennomsnitt					
$a_{gjen}$	1.2769934e-3	1.2683230e-3	1.2465397e-3	1.2196049e-3	1.2045996e-3
$b_{gjen}$	2.9153695e-3	2.9152299e-3	2.9288445e-3	2.9022565e-3	2.9024912e-3
$c_{gjen}$	62.610505e-3	62.837393e-3	62.721774e-3	63.824265e-3	64.258455e-3
Amplitude					
$a_{amp}$	0.00	1.2709626e-5	2.6523662e-5	3.4000452e-5	4.1202191e-5
$b_{amp}$	0.00	2.1414979e-5	3.0160779e-5	7.2562722e-5	11.723375e-5
$c_{amp}$	0.00	9.0128400e-5	4.3497037e-5	84.795348e-5	170.37206e-5
Høydekorreksjoner					
$a_{ht}$	2.53e-5				
$b_{ht}$	5.49e-3				
$c_{ht}$	1.14e-3				
Koeffisienter til $MF_w$					
$a_w$	5.8021897e-4	5.6794847e-4	5.8118019e-4	5.9727542e-4	6.1641693e-4
$b_w$	1.4275268e-3	1.5138625e-3	1.4572752e-3	1.5007428e-3	1.7599082e-3
$c_w$	4.3472961e-2	4.6729510e-2	4.3908931e-2	4.4626982e-2	5.4736038e-2

Tabell 14: Koeffisienter til Niell MF, (Kristiansen, 2021, s.303)

### 5.2.3 Isobarisk kartleggingsfunksjon

Isobariske funksjoner for kartlegging (IMF) gir en matematisk modell som beskriver variasjonene i lufttetthet langs satellittsignalets bane gjennom den isobariske delen av atmosfæren. Isobarisk betyr at trykket langs samme høyde er likt, og IMF antar at lufttettheten kan beskrives som en funksjon av trykket.

IMF har blitt utviklet gjennom årene, og det finnes nå flere forskjellige versjoner av IMF som tar hensyn til forskjellige faktorer, som for eksempel luftfuktighet, temperatur og værforhold. De mest nøyaktige IMF-ene tar også hensyn til lokale forhold som topografi og vegetasjon, og de blir stadig forbedret etter hvert som det kommer mer data og bedre teknologiske verktøy.

Uttrykk for den hydrostatiske delen til IMF (Petrov, 2004):

$$MF_d(E, H) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}{\cos E + \frac{a}{\cos E + \frac{b}{\cos E+c}}} + \left( \frac{1}{\cos E} - \frac{1 + \frac{a_h}{1 + \frac{b_h}{1+c_h}}}{\cos E + \frac{a_h}{\cos E + \frac{b_h}{\cos E+c_h}}} \right) \cdot 10^{-3} \cdot H \quad (5.2.3.1)$$

$$a = a_0 + a_1 \cos 2(\varphi - \varphi_a) + \left( \zeta_0 + \zeta_1 \cos 2(\varphi - \varphi_\zeta) \right) \left( z(\varphi, \lambda) - (z_0 + z_1 \cos 2(\varphi - \varphi_z)) \right)$$

$$b = b_0$$

$$c = c_0 + c_1 \cos 2(\varphi - \varphi_c)$$

(5.2.3.2)

her:

$$a_0 = 0.00124$$

$$a_1 = 4 \cdot 10^{-5}$$

$$\varphi_a = 0.0349$$

$$a_h = 2.53 \cdot 10^{-5}$$

$$\zeta_0 = 7.4 \cdot 10^{-8}$$

$$\zeta_1 = -1.6 \cdot 10^{-8}$$

$$\varphi_\zeta = 0.0$$

$$z_0 = 11836.0$$

$$z_1 = 619.0$$

$$\varphi_z = 0.0524$$

$$b_0 = 0.002905$$

$$b_h = 5.49 \cdot 10^{-3}$$

$$c_0 = 0.0634$$

$$c_1 = 0.0014$$

$$\varphi_c = 0.0$$

$$c_h = 1.14 \cdot 10^{-3}$$

Uttrykk for den våte delen til IMF:

$$MF_w(E, H) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1+c}}}{\cos E + \frac{a}{\cos E + \frac{b}{\cos E+c}}} \quad (5.2.3.3)$$

$$a = a_0 + a_1(R - R_0) + \frac{\partial a}{\partial h} \cdot h$$

$$b = b_0 + b_1(R - R_0)$$

$$c = c_0 + c_1(R - R_0)$$

(5.2.3.4)

her:



$$\begin{aligned}
a_0 &= 6.8827 \cdot 10^{-4} \\
a_1 &= -2.0795 \cdot 10^{-4} \\
\frac{\partial a}{\partial h} &= -1.6580 \cdot 10^{-7} \\
b_0 &= 1.3503 \cdot 10^{-3} \\
b_1 &= 1.8882 \cdot 10^{-4} \\
c_0 &= 3.9647 \cdot 10^{-2} \\
c_1 &= 4.8581 \cdot 10^{-3} \\
R_0 &= 15.5
\end{aligned}$$

#### 5.2.4 Vienna kartleggingsfunksjon

Vienna kartleggingsfunksjon (VMF) introdusert av Boehm og Schuh [2004] (Boehm mfl., 2006). Den antar at troposfæren er symmetrisk rundt stasjonen og dermed koeffisienter avhenger kun av elevasjonsvinkelen og ikke av asimut. Koeffisientene til hydrostatisk delen av VMF ble tatt fra IMF, for våte delen - fra NMF ved 45° breddegrad.

VMF1, den oppdaterte versjon av VMF, er en av de mest nøyaktige kartleggingsfunksjon som er tilgjengelig i dag, og den baserer seg på strålesporing ("ray tracing") av radiobølger gjennom atmosfæren. I strålesporing lages en virtuell stråle eller bølge som utstråles fra en kilde og følger en gitt bane gjennom et gitt medium. Strålen eller bølgen kan reflekteres, brytes eller absorberes av ulike materialer og strukturer den passerer gjennom. Ved å modellere disse interaksjonene kan man beregne hvordan bølgen eller strålen vil se ut når den når et mål, for eksempel en mottaker.

VMF1 bestemmer koeffisientene  $b$  og  $c$  som analytiske funksjoner avhengig av dag i året og stasjonens breddegrad basert på empiriske data. Her benyttes det en rutenett med 156 punkter og månedlige verdier hver sjette time (kl: 00, 06, 12, 18). Koeffisientene ble tilpasset ved å bruke minste kvadraters metode.

For koeffisient  $b$  ble det bestemt en konstant verdi:  $b = 0,0029$ . Koeffisienten  $c$  kan bli funnet fra ligningen:

$$c = c_0 + \left[ \left( \cos \left( \frac{(doy - 28)}{365} 2\pi + \Psi \right) + 1 \right) \frac{c_{11}}{2} + c_{10} \right] (1 - \cos \phi) \quad (5.2.4.1)$$

Koeffisientene  $c_0$ ,  $c_{10}$  og  $c_{11}$  er gitt i tabell:

Halvkule	Koeffisienter			
	$c_0$	$c_{10}$	$c_{11}$	$\Psi$
Nord for ekvator	0.062	0.000	0.006	0
Sørlig for ekvator	0.062	0.001	0.006	$\pi$

Tabell 15: Konstanter til VMF1, (Boehm mfl., 2006)

Koeffisienten  $a$  (hydrostatisk og våt) estimeres som tidsserier med 6 timers oppløsning, og

er tilgjengelig i et globalt rutenett med en oppløsning på  $2^\circ$  i breddegrad og  $2.5^\circ$  i lengdegrad. Data kan lastes ned fra (*Vienna Mapping Functions Open Access Data 2020*) til alle VLBI stasjonene.

Endringene på koeffisientene til den våte delen skjer mye raskere enn ved 6-timers intervaller, noe som gjør denne metoden uegnet til å bestemme forsinkelsen forårsaket av fuktighet.

### 5.3 Ionosfæreforsinkelse

Hvordan påvirker ionosfæren GNSS-målinger? Ionosfæren er et dispergerende medium, som betyr at den bøyer GNSS-signalet og endrer hastigheten når det passerer gjennom de forskjellige ionosfærelagene for å nå en mottaker. Bøying av signalgangen forårsaker en ubetydelig avstandsfeil, spesielt hvis satellittens elevasjonsvinkel er større enn 5. Det er endringen i propagasjonshastigheten som forårsaker en store avstandsfeil, og som derfor bør tas hensyn til.

Det totale elektroninnholdet (TEC) kan regnes som:

$$TEC = \int_{rec}^{sat} n_e ds \quad (5.3.0.1)$$

her  $n_e$  er antall elektroner langs signalgangen  $s$ .

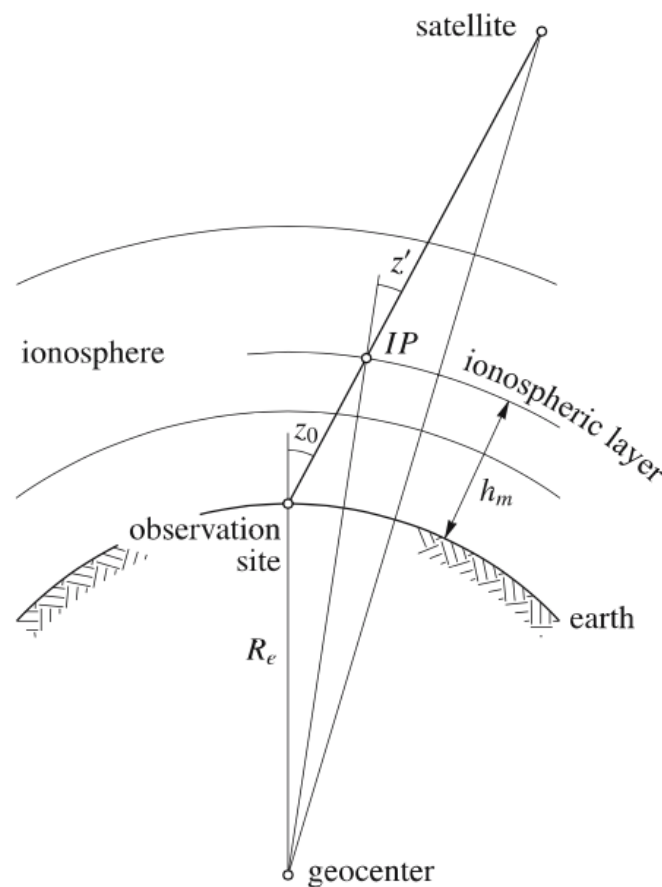
Det totale antallet elektroner per kvadratmeter varierer fra  $10^{16}$  til  $10^{19}$  ved senit (Kristiansen, 2021, s.310-316). Enheten som brukes for å måle TEC er kalt Total Electron Content Units (TECU):

$$1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ elektroner} / m^2$$

TEC påvirkes av flere faktorer:

- tiden på døgnet (elektron tetthetsnivå når en daglig maksimum på tidlig ettermiddag og et minimum rundt midnatt lokaltid)
- årstiden (elektrontetthet er høyere om vinteren enn om sommeren)
- 11-års solsyklus (elektron tetthet når en maksimal verdi omtrent hvert 11. år, kjent som solsyklus topp - i følge NOAAs romværsenter (National Oceanic and Atmospheric Administration) (NOAA US Department of Commerce, u.å.) er vi inne i solsyklus 25 som begynte i desember 2019)
- geografisk plassering (elektrontetthet er minimum i midlattitudeområder og svært uregelmessig i polare og ekvatoriale områder)

Figur 32: Geometrisk beskrivelse av ionosfæreforsinkelse, (Hofmann-Wellenhof mfl., 2008, s.121)



Ligning 5.3.0.1 inneholder et integral som beregner det totale antallet elektroner langs signalgangen mellom satellitten  $S$  og mottakeren  $M$ . Det totale elektroninnholdet i senit, også kjent som VTEC, er avhengig av det totale elektroninnholdet langs skråavstanden, som kalles STEC (Kristiansen, 2017):

$$VTEC = \frac{STEC}{F}.$$

Her  $F$  er avbildningsfunksjonen (eller skjevhetfaktoren) som avhenger av ionosfærens senitvinkel  $z'$ :

$$F = \frac{1}{\cos z'}.$$

Faktoren  $F$  øker med økende senitvinkel.

Merk at i formelen brukes senitvinkelen ved punktet kalt  $IP$ , ikke ved mottakeren  $M$ . Det er utfordrende å måle det totale antallet elektroner langs radiosignalet bane generelt, derfor er det vanlig å anta at ionosfæren kan beskrives som et tynt skall, der det totale antallet elektroner kan sees som konsentrert i et tynt lag ved en bestemt skalahøyde  $h_m$ . Skjæringspunktet der signalet fra satellitten og signalet fra mottakeren treffes i ionosfæren kalles Ionospheric Pierce Point (IPP). Skalahøyden  $h_m$  måles fra jordoverflaten til IPP.

Plasseringen av IPP avhenger av flere faktorer, inkludert frekvensen til radiosignalet, vinkelen det treffer ionosfæren, og tettheten til ionosfæren på det aktuelle stedet og tidspunktet. For GNSS-signaler brukes vanligvis  $h_m \approx 350\text{km}$ .

Når en radiobølge reiser gjennom ionosfæren, blir hastigheten og fasen til bølgen påvirket av endringer i brytningsindeksen. Dette fører til en endring i gruppehastigheten, som er forskjellen mellom radiobølgens faktiske faseskift og det forventede faseskiftet basert på bølgelengden. Når gruppehastigheten avtar, vil fasen til bølgen som passerer gjennom ionosfæren øke tilsvarende. Det vil si at avstanden mellom mottakeren og satellitten vil være for kort hvis den måles av bærefasen og for lang hvis den måles av koden, sammenlignet med den faktiske avstanden.

Når en radiobølge går fra ett medium til et annet, vil bølgens retning endre seg. Retningen avhenger av de to mediene sin relative brytningsindeks  $n$ , og kan uttrykkes som forholdet mellom bølgehastighetene i de to mediene (Kristiansen, 2021, s.313-315):

$$n = \frac{v_i}{v}$$

her:

$v_i$  - hastigheten i innfallsmediet

$v$  - hastighet gjennom den nye mediet.

Hvis bølger kommer fra "tomme rom" (vakuum), da  $v_i = c$  og brytningsindeksene for gruppe  $n_g$  og fase  $n_p$  ser slik ut:

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{c}{v_g} \\ n_p &= \frac{c}{v_p} \end{aligned} \tag{5.3.0.2}$$

$v_g$  - gruppehastighet;

$v_p$  - fasehastighet

Det finnes en sammenheng mellom gruppe- og fase- brytningsindeksene:

$$n_g = n_p + f \frac{dn_p}{df} \tag{5.3.0.3}$$

Brytningsindeksen  $n_p$  beskriver forplanting til fasen og kan uttrykkes ved rekke:

$$n_p = 1 + \frac{c_2}{f^2} + \frac{c_3}{f^3} + \frac{c_4}{f^4} + \dots \tag{5.3.0.4}$$

Ved å derivere rekka mhp frekvensen  $f$  og sette den inn i ligning (4.3.0.3):

$$n_g = 1 - \frac{c_2}{f^2} - \frac{c_3}{f^3} - \frac{c_4}{f^4} \quad (5.3.0.5)$$

For frekvensene  $> 1\text{GHz}$  kan høyre ordens ledd neglisjeres. Videre innfører  $c_2 = -40.3n_e$ . Da brytningsindekser ser slik ut:

$$\begin{aligned} n_g &= 1 + 40.3 \frac{n_e}{f^2} \\ n_p &= 1 - 40.3 \frac{n_e}{f^2} \end{aligned} \quad (5.3.0.6)$$

Forsinkelse gjennom ionosfærelaget kan skrives da:

$$Ion_g = \frac{40.3}{f^2} TEC$$

$$Ion_p = -\frac{40.3}{f^2} TEC$$

Eller:

$$Ion = Ion_g = -Ion_p = \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (5.3.0.7)$$

TEC kan finnes på to måter:

- fra differansen mellom målt pseudoavstand  $P_1$  og  $P_2$  på to frekvenser  $f_1$  og  $f_2$

$$TEC_{kode} = \frac{P_1 - P_2}{0.104m \cdot TECU}$$

- fra differansen i bærefase  $L_1$  og  $L_2$  på to forskjellige frekvenser  $f_1$  og  $f_2$

$$TEC_{fase} = \frac{-L_1 + L_2}{0.104m \cdot TECU}$$

Siden ionosfæren er et dispergerende medium, forårsaker det en forsinkelse som er frekvensavhengig. Jo lavere frekvens, jo større forsinkelse; det vil si at L2 ionosfærisk forsinkelse er større enn L1. Generelt er ionosfærisk forsinkelse på størrelsesorden 5 m til 15 cm, men kan nå over 150 m under ekstreme solaktiviteter, ved middagstid og nær horisonten.

Det er flere matematiske modeller som brukes til å estimere forsinkelser som GNSS-signaler opplever når de passerer gjennom atmosfæren. Her skal vi se på noen av de.

### 5.3.1 Klobuchar modell

Modellen ble utviklet av John Klobuchar i 1987, og den tar hensyn til variasjonene i ionosfærisk forsinkelse som oppstår på grunn av endringer i solvinden og magnetfeltet. Klobuchar-modellen ble utviklet spesielt for GPS-systemet, men den kan tilpasses til andre systemer med lignende ionosfæriske egenskaper.

Modellen bruker GPS-satellittdata for å beregne ionosfærisk forsinkelse i sanntid, og resultatene kan brukes til å korrigere GPS-målinger og forbedre nøyaktigheten. Klobuchar-

modellen er en av de vanligste modellene som brukes til å korrigere GPS-signaler for ionosfærisk forsinkelse, og den er en del av standarden for GPS-mottakere.

Klobuchar-modellen beskrives med åtte koeffisienter  $\alpha_n, \beta_n$  som broadcastes til brukeren i navigasjonsdata, og fjerner omtrent 50% av den ionosfæriske forsinkelsen ved midlere breddegrader. Disse parameterne må oppdateres minst hver sjettede dag.

Korreksjonsformelen ser slik ut (Sanz Subirana mfl., 2013). Her forsinkelsen gis i sekunder og refererer til GPS L1-frekvensen:

$$\Delta ION_{vert} = \begin{cases} DC + A_I \cdot \left(1 - \frac{x_I}{2} + \frac{x_I^4}{24}\right), & |x_I| < 1.57 \\ DC, & |x_I| \geq 1.57 \end{cases} \quad (5.3.1.1)$$

For å finne ut den sånn ionosfæreforsinkelsen, måtte vi skalere  $\Delta ION_{vert}$  med et faktor F:

$$\Delta ION = F \cdot \Delta ION_{vert} \quad (5.3.1.2)$$

hvor

$$F = 1 + 16 \cdot (0.53 - E)^3 \quad (5.3.1.3)$$

Amplitude ( $A_I$ ) og periode ( $P_I$ ) av ionosfærisk forsinkelse avhenger av geografisk breddegrad og er gitt av tredjegrads polynomer. Maksimum er satt til lokal tidspunkt kl.14 (50400 sekunder) for alle breddegrader.

$$A_I = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \alpha_n \phi_m^n, & A_I \geq 0 \\ 0, & A_I < 0 \end{cases} \quad (5.3.1.4)$$

$$P_I = \begin{cases} \sum_{n=0}^3 \beta_n \phi_m^n, & P_I \geq 72000 \\ 72000, & P_I < 72000 \end{cases} \quad (5.3.1.5)$$

$$x_I = \frac{2\pi \cdot (t - 50400)}{P_I} \quad (5.3.1.6)$$

$$\phi_m = \phi_I + 0.064 \cdot \cos \lambda_I - 1.617 \quad (5.3.1.7)$$

$$\lambda_I = \lambda_u + \frac{\psi \sin A}{\cos \phi_I} \quad (5.3.1.8)$$

$$\phi_I = \begin{cases} \phi_u + \psi \cos A, & |\phi_I| \leq 0.416 \\ 0.416, & \phi_I > 0.416 \\ -0.416, & \phi_I < -0.416 \end{cases} \quad (5.3.1.9)$$

$$\psi = \frac{0.0137}{E + 0.11} - 0.022 \quad (5.3.1.10)$$

$$t = \begin{cases} 4.32 \cdot 10^4 \lambda_I + t_{GPS}, & 0 \leq t < 86400 \\ 4.32 \cdot 10^4 \lambda_I + t_{GPS} - 86400, & t \geq 86400 \\ 4.32 \cdot 10^4 \lambda_I + t_{GPS} + 86400, & t < 0 \end{cases} \quad (5.3.1.11)$$

Her:

$E, A$  - elevasjonsvinkel og azimut til gjeldende satellitt, semicircle

$\phi_u$  - omtrentlig breddegrad til mottakeren

$\lambda_u$  - omtrentlig lengdegrad til mottakeren

$t_{GPS}$  - GPS systemtid

$x_I$  - fasens forskyvning gjennom ionosfæren

$t$  - lokal tid ved IP

$F$  - faktor for å skalere den vertikale forsinkelsen til skråforsinkelsen

$\phi_m$  - geomagnetisk breddegrad til IP

$\phi_I$  - breddegrad til IP

$\lambda_I$  - lengdegrad til IP

$\psi$  - jordsentrert vinkel

Noen av ulempene med Klobuchar-modellen:

- Det kan ta opp til 6 dager før modellkoeffisienter  $\alpha_n$  og  $\beta_n$  oppdateres, noe som kan føre til betydelig avvik mellom nåværende tilstand av ionosfæren og forutsagt tilstand.

- Elektronkonsentrasjonen i ionosfæren reduseres gradvis om natta og når sitt minimum rett før soloppgang, men modellen bruker konstante verdi på natttid, noe som samsvarer ikke med virkeligheten.

- Maksimal ionosfærisk forsinkelse oppstår ikke alltid kl. 14:00 lokal tid, men kan flyttes innenfor en periode på en til to timer i nærheten av lokal middagstid.

### 5.3.2 NeQuick model

NeQuick-modellen ble utviklet gjennom et samarbeid mellom Aeronomy and Radiopropagation Laboratory (ARPL) ved Abdus Salam International Centre for Theoretical Physics i Trieste, Italia og Institute for Geophysics, Astrophysics and Meteorology ved Universitetet i Graz, Østerrike (European GNSS Open Service, 2016). Dette er en tredimensjonal og tidsavhengig modell for ionosfærisk elektrontetthet. Modellen tar hensyn til variasjoner i solaktivitet, årstid, tid på døgnet og geografisk posisjon. Den gir en nøyaktig og rask beregning av ionosfærisk elektrontetthet i sanntid og brukes til å forbedre presisjonen av globale posisjoneringssystemer (GPS), radio- og satellittkommunikasjon og navigasjon.

NeQuick modellen kan beregne både VTEC (vertikal elektrontetthet) og STEC (skrå elektrontetthet) ved å integrere langs siktelinjen mottaker-satellitt. STEC kan deretter konverteres til skråforsinkelsen ved hjelp av formelen:

$$\Delta_{TROP} = \frac{40.3}{f^2} \cdot \int_{path} N \cdot dl = \frac{40.3}{f^2} \cdot STEC \quad (5.3.2.1)$$

NeQuick-G - modellen er en versjon av NeQuick-modellen som er spesielt tilpasset for Galileo-systemet for å hjelpe til med å beregne ionosfærisk forsinkelse i GNSS-signaler for enfrekvensbrukere. Den modellen har blitt testet og funnet å kunne redusere ionosfærisk forsinkelse med opptil 70-74%.

Galileo-satellitter sender tre ionosfæriske koeffisienter ( $a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}$ ) i navigasjonsmeldingen sin som brukes til å beregne effektivt ioniseringsnivå ( $Az$ ) som følger:

$$Az = a_{i0} + a_{i1} \times MODIP + a_{i2} \times MODIP^2 \quad (5.3.2.2)$$

MODIP ("modified Dip latitude") kan finnes i et tabellnett som tilhører NeQuick-G - modellen.

Koeffisientene  $a_0$ ,  $a_1$  og  $a_2$  oppdateres minst én gang om dagen.

### 5.3.3 BDGIM model

BDGIM (Beijing Dynamic Geomagnetic Ionospheric Model) brukes til å estimere ionosfærisk total elektroninnhold (TEC) over Kina-regionen. Modellen er utviklet ved Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences (CAS). BDGIM baseres på et omfattende datasett av GNSS-målinger fra et nettverk av stasjoner over Kina.

BDGIM er en empirisk modell som bruker observasjoner fra en rekke kilder, inkludert GNSS-målinger, ionosonde data og satellittdata for å utvikle et sett med matematiske modeller som



beskriver ionosfærens egenskaper. Modellen tar hensyn til variasjoner i geomagnetiske felt, solaktivitet, tid på dagen og geografisk posisjon for å produsere en prediksjon av ionosfærens elektron tetthet for en bestemt tid og sted.

BDGIM-modellen oppdateres kontinuerlig og gir TEC-estimeringer med en oppløsning på omtrent 2,5 grader i bredde- og lengdegrad og 5 minutter i tid.

BDGIM inneholder ni parametere som sendes ut i navigasjonsmelding og brukes til å korrigere effekten av ionosfærisk forsinkelse for en-frekventmottakeren (det finnes også metode for to-frekvente mottakere). Ifølge modellen må brukeren beregne korreksjonen for ionosfærisk forsinkelse ved å bruke ligningen:

$$Ion = M_F \cdot \frac{40.28 \cdot 10^{16}}{f^2} \left[ A_0 + \sum_{i=1}^9 \alpha_i A_i \right] \quad (5.3.3.1)$$

$Ion$  er "line-of-sight" (LOS) ionosfærisk forsinkelse langs signalbanen fra satellitt til mottaker, i meter;

$M_F$  er kartleggingsfunksjonen for konvertering mellom vertikale og skrå total elektroninnhold;

$f$  er bærefrekvensen til signalet, målt i Hertz;

$\alpha_i, i = \overline{1,9}$  - BDGIM parameterne fra navigasjonsmeldingen, i TECu;

$A_i, i = \overline{1,9}$  - korreksjonsparametere, i TECu;

$A_0$  er den forutsigende ionosfæriske forsinkelsen.

Her beskrives algoritmen til en-frekvente mottakere. Beskrivelsen baseres på den offisielle BeiDou spesifikasjonen, utgitt av China Satellite Navigation Office (China Satellite Navigation Office, 2017, s.43-50).

### 1. Beregn posisjonen til IPP (Ionospheric Pierce Point).

$\psi$  er vinkelen mellom mottakerposisjonen og IPP sett fra jordens sentrum, [rad]

$$\psi = \frac{\pi}{2} - E - \arcsin\left(\frac{Re}{Re + H_{ion}}\right) \cdot \cos E \quad (5.3.3.2)$$

$E$  - elevasjonsvinkel mellom mottaker og satellitt, [rad];

$H_{ion}$  - "høyden" til ionosfære-laget;

$Re$  - gjennomsnittlig radius til Jorden.

Den geografiske breddegraden  $\phi_g$  og lengdegraden  $\lambda_g$  for IPP kan beregnes på følgende måten:

$$\begin{cases} \phi_g = \arcsin(\sin \phi_u \cdot \cos \psi + \cos \phi_u \cdot \sin \psi \cdot \cos A) \\ \lambda_g = \lambda_u + \arctan\left(\frac{\sin \psi \cdot \sin A \cdot \cos \phi_u}{\cos \psi - \sin \phi_u \cdot \sin \phi_g}\right) \end{cases} \quad (5.3.3.3)$$

$\phi_u$  og  $\lambda_u$  er mottakeres geografiske bredde- og lengdegrad;  
 $A$  - asimut mellom mottaker og satellitt.

I jordfaste referanserammer (f.eks, WGS84 eller ITRF) de geomagnetiske bredde- og lengdegraden for IPP-projeksjon beregnes som følger:

$$\begin{cases} \phi_m = \arcsin(\sin \phi_M \cdot \sin \phi_g + \cos \phi_M \cdot \cos \phi_g \cdot \cos(\lambda_g - \lambda_M)) \\ \lambda_m = \arctan\left(\frac{\cos \phi_g \cdot \sin(\lambda_g - \lambda_M) \cdot \cos \phi_M}{\sin \phi_M \cdot \sin \phi_m - \sin \phi_g}\right) \end{cases} \quad (5.3.3.4)$$

hvor  $\phi_M$  og  $\lambda_M$  er den geografiske bredde- og lengdegraden til Nordpolens magnetiske pol, [rad].

I solfaste referanserammer (inertial referanseramme) de geomagnetiske bredde- og lengdegraden for IPP beregnes som følger:

$$\begin{cases} \phi' = \phi_m \\ \lambda' = \lambda_m - \arctan\left(\frac{\sin(S_{lon} - \lambda_M)}{\sin \phi_M \cdot \cos(S_{lon} - \lambda_M)}\right) \end{cases} \quad (5.3.3.5)$$

hvor  $S_{lon}$  - gjennomsnittlig geografisk lengdegrad for solen, [rad]:

$$S_{lon} = \pi(1 - 2 \cdot (t - \text{int}(t))) \quad (5.3.3.6)$$

Her  $t$  er tiden (i dager) for beregnings-epoken uttrykt som modifisert juliansk dato (MJD) (antall dager siden midnatt 17. november 1858), og  $\text{int}()$  betyr at tallet rundes ned.

**2. Beregn  $A_i, i = \overline{1,9}$ .**

$$A_i = \begin{cases} \tilde{P}_{|n_i|,|m_i|}(\sin \phi') \cos(m_i \cdot \lambda'), & m_i \geq 0 \\ P_{|n_i|,|m_i|}(\sin \phi') \sin(-m_i \cdot \lambda'), & m_i < 0 \end{cases} \quad (5.3.3.7)$$

Verdier for  $n_i$  og  $m_i$  vises i tabell nedenfor:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$n_i/m_i$	0/0	1/0	1/1	1/-1	2/0	2/1	2/-1	2/2	2/-2

Tabell 16: Values of  $n_i$  and  $m_i$

$\tilde{P}_{n,m}$  er normalisert Legendre funksjon av grad  $n$  og orden  $m$ :  $\tilde{P}_{n,m} = N_{n,m} \cdot P_{n,m}$ ,  $N_{n,m}$  - normaliseringsfunksjon:

$$\begin{cases} N_{n,m} = \sqrt{\frac{(n-m)! \cdot (2n+1) \cdot (2-\delta_{0,m})}{(n+m)!}} \\ \delta_{0,m} = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & m > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5.3.3.8)$$

$P_{n,m}$  er den klassiske, unormaliserte Legendre funksjonen:

$$\begin{cases} P_{n,n}(\sin \phi') = (2n-1)!!(1 - (\sin \phi')^2)^{n/2}, & n = m \\ P_{n,m}(\sin \phi') = \sin \phi' \cdot (2m+1) \cdot P_{m,m}(\sin \phi'), & n = m+1 \\ P_{n,m}(\sin \phi') = \frac{(2n-1) \cdot \sin \phi' \cdot P_{n-1,m}(\sin \phi') - (n+m-1) \cdot P_{n-2,m}(\sin \phi')}{n-m}, & \text{else} \end{cases} \quad (5.3.3.9)$$

hvor:

$$(2n-1)! = (2n-1)(2n-3)\dots 1 \quad (5.3.3.10)$$

$$P_{0,0}(\sin \phi') = 1 \quad (5.3.3.11)$$

## 2. Beregn den forutsigende ionosfæriske forsinkelsen $A_0$ .

$$\begin{cases} A_0 = \sum_{j=1}^{17} \beta_j \cdot B_j \\ B_j = \begin{cases} \tilde{P}_{|n_j|,|m_j|}(\sin \phi') \cdot \cos(m_j \cdot \lambda'), & m_j \geq 0 \\ \tilde{P}_{|n_j|,|m_j|}(\sin \phi') \cdot \sin(-m_j \cdot \lambda'), & m_j < 0 \end{cases} \end{cases} \quad (5.3.3.12)$$

hvor:

$$\begin{cases} \beta_j = a_{0,j} + \sum_{k=1}^{12} \left( a_{k,j} \cdot \cos(\omega_k \cdot t_p) + b_{k,j} \cdot \sin(\omega_k \cdot t_p) \right) \\ \omega_k = \frac{2\pi}{T_k} \end{cases} \quad (5.3.3.13)$$

$a_{k,j}, b_{k,j}$  - non-broadcast BDGIM-koeffisienter, som kunne finnes i dokumentasjon til BeiDou system. (China Satellite Navigation Office, 2017, s.50);

$T_k$  er perioden for forutsigelse som tilsvarer de non-broadcast koeffisientene

$t_p$  er en oddetallstime for den tilsvarende dagen (01:00:00, 03:00:00, 05:00:00 ..., eller 23:00:00 i MJD), brukeren bør velge en  $t_p$  som er nærmest til beregnings-epokens tidspunkt.

## 3. Beregn den vertikale ionosfæriske forsinkelsen av IPP.

$$VTEC = A_0 + \sum_{i=1}^9 \alpha_i A_i \quad (5.3.3.14)$$

**4. Beregn ionosfærisk kartleggingsfunksjon  $M_F$  for IPP.**

$$M_F = \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{R_e}{R_e + H_{ion}} \cdot \cos(E) \right)^2}} \quad (5.3.3.15)$$

**5. Beregn Ion ionosfærisk forsinkelse langs signalbanen fra satellitt til mottaker**

Beregnes vha ligning (4.3.3.1)

**Relaterte parameterverdier:**

$$H_{ion} = 400, [km]$$

$$R_e = 6378, [km]$$

$$\lambda_M = -\frac{72.58^\circ}{180^\circ} \cdot \pi, [rad]$$

$$\phi_M = -\frac{80.27^\circ}{180^\circ} \cdot \pi, [rad]$$

## 6 Forskning og resultater

I denne masteroppgaven ble det bestemt å se på nøyaktighet av koordinatbestemmelse, som er hovedformål av alle GNSS systemer. Som vist over, er det flere faktorer og parametre som må vurderes for å forbedre resultatet. Her prøver vi å gi en oversikt over påvirkning av troposfære på resultater.

Vi har valgt å se på troposfæriske forsinkelser og korreksjonsmodeller som et utgangspunkt for å vise hvilken betydning plassering til mottakeren og elevasjonsvinkelen til satellitt har for signalforsinkelsen.

Men aller først var det nødvendig å utvikle en måte å jobbe med dataene fra satellittene. Dataene kommer fra mottakere og er lagret i et format som heter RINEX.

### 6.1 RINEX format

I 1989 ble det publisert første spesifisering for en felles dataformat for utveksling av GNSS data. Behovet var å standardisere output fra GNSS mottakere og forenkle bearbeiding av produsert data. Det nye formatet fikk navnet RINEX - Receiver Independent Exchange Format, og etterhvert ble den opprinnelige spesifiseringen videreutviklet til å støtte flere parametre og nye GNSS systemer. Mot slutten av 2021 ble det publisert versjon 4.00 av RINEX formatet, men flere aktører har ikke gått over til denne og fortsatt bruker versjon 3.04 og 3.05.

Generelt sett består RINEX av tre forskjellige filer: observasjonsdata, navigasjonsdata og meteorologisk data. Hver fil består av header og data blokk, hvor diverse parametre har bestemt posisjon og lengde, slik at formatet er optimalisert for å ta opp minst mulig plass.

### 6.2 RINEX lesebibliotek

Som en del av denne masteroppgaven er det utviklet en programvare i Python, som ble kalt `rinex-reader`. Applikasjonen lar brukeren lese input filer i RINEX format og bruke denne informasjon videre til diverse beregninger. Rent teknisk er dette et lesebiblioteket, som tilbyr leserutinen for RINEX versjon 3.04, 3.05 og 4.00 navigasjons- og observasjonsfiler, i tillegg til et par hjelpefunksjoner for å søke i RINEX data etterpå. `Rinex-reader` er laget som en open-source applikasjon og er tilgjengelig for installasjon og bruk for publikum. Koden er tilgjengelig på Github plattformen: <https://github.com/liudmila-sherstnyakova/rinex-reader>

#### 6.2.1 Input parametre

Siden RINEX filer kan ha stor mengde data, særlig i observasjonsfiler, som kan inneholde data med én sekund intervaller, kan det kreve mye ressurser for å parse en slik fil. Dermed lar `rinex-reader` biblioteket definere en eller flere input filtre, for å begrense eksekveringstid

og minnebruk. Etter vurdering av typisk anvending, har det blitt definert følgende input parametre:

- `rinex_file_path` - en påkrevd felt, som angir hvor RINEX filer ligger.
- `start_epoch` - valgfritt filter, som lar brukeren begrense tidsperiode, som skal leses inn. Man kan bruke dette feltet alene for å lese kun én eneste tidsblokk. Hvis man vil ha alle blokker innen et gitt tidsvindu, f.eks. fra kl. 11:00 til kl. 18:00, er man nødt til å bruke `start_epoch` sammen med `end_epoch` filter.
- `end_epoch` - valgfritt filter for å spesifisere slutt på tidsperiode. Kan bare brukes sammen med `start_epoch` filteret og må være et senere tidspunkt enn `start_epoch`.
- `gnss` - valgfritt filter for å begrense hvilke satellitter som blir lest. Denne kan man bruke til å bare lese GPS eller Galileo satellitter. Det skal være en liste av én eller flere GNSS symboler, f.eks `gnss = ['G', 'E']`. Satellitter fra GNSS som ikke inngår i denne listen vil ignoreres. Filteret bruker standard RINEX symboler for diverse GNSS:
  - G - GPS
  - R - Glonass
  - E - Galileo
  - C - BeiDou
  - J - QZSS
  - I - NavIC/IRNSS
  - S - SBAS
- `obs_types` - valgfritt filter for å begrense hvilke kanaler blir lest. Denne kan man bruke til å bare lese C1C eller L2X verdier. Det skal være en liste av én eller flere navn, f.eks. `obs_types = ['C1C', 'C2X']`. Biblioteker også tilbyr mulighet til å bruke regex - et verktøy for å matche alle typer basert på en maske. I så fall bruker man punktum ('.') som et wildcard tegn. For eksempel `obs_types = "C."` vil lese inn alle kanaler, som starter med 'C'. Notasjonen for en obs. type består av (for fullstendig beskrivelse bør man referere til korrekt versjon av RINEX formatet):
  1. Type - C, L, D, S, X
  2. Bånd - nummer fra 1 til 9
  3. Attributt - A, B, C, D, E, I, L, M, N, P, Q, S, W, X, Y, Z

Tabell 17 gir oppsummering av input parametrene. Det er verdt å merke at alle filtrene gjelder kun observasjonsfiler, siden de er desidert størst. Navigasjonsfiler derimot er ikke så store, så det er enkelt å lese dem i sin helhet.

Parameter navn	Påkrevd	Beskrivelse
rinex_file_path	Ja	Sti til RINEX filen
start_epoch	Nei	Tidsblokk filter. Spesifiserer periodestart for data som skal inkluderes i resultatet. Hvis angitt, det må være tidspunkt i ISO 8601 format, f.eks. '2022-01-01T00:00:00'. Hvis start_epoch er brukt uten end_epoch, resultatet vil inneholde kun én tidsblokk. Hvis start_epoch er brukt sammen med end_epoch, resultatet vil inneholde alle blokk fra tidsrammen.
end_epoch	Nei	Tidsblokk filter. Spesifiserer periodeslutt for data som skal inkluderes i resultatet. Hvis angitt, det må være tidspunkt i ISO 8601 format, f.eks. '2022-01-01T00:00:00'. Hvis brukt, må være tidspunkt etter start_epoch.
gnss	Nei	GNSS filter. Spesifiserer GNSS typer (f.eks. 'G' eller 'E'), som vil inkluderes i resultatet. Andre GNSS vil ignoreres
obs_types	Nei	Filter for observasjonstyper. Kan være en liste av verdier, f.eks. ['C1C', 'C2X', ... ] Kan også være en regex streng, som vil inkludere alle obs typer som matcher, f.eks. 'C1.'.

Tabell 17: Input parametre til rinex-reader biblioteket

## 6.2.2 Output modellen

Når en fil er lest, vil data representeres av datamodell, definert som en del av biblioteket. Modellen strukturerer informasjon på samme måte som i RINEX format, med header og data delene. Samme struktur gjelder uansett RINEX versjon og filtype.

```

1 result = read_rinex_file('path/to/file.22o')
2
3 # result:
4 # {
5 #   'header': <header fields>,
6 #   'data': <observation record data>
7 # }
8
9 # To access values use following expressions:
10 header = result.header
11 data = result.data

```

**Header** RINEX definerer header som et sett med forskjellige felter, som er beskrivende for hele filen. Her er det f.eks. samlet format versjon, mottaker ID, start tidspunkt for observasjoner, osv. Antall og type felter vil variere litt fra versjon 3 til versjon 4, men felles tegn er at hver linje er markert med en så-kalt label - en markør som fasiliterer automatisk innlesing av filer. Noen av feltene er obligatoriske, andre - valgfrie. Man må sette seg nøye inn i respektive formatspesifikasjoner for å forstå sammensetting bedre. Header er adskilt fra resten av fil med en spesiell nøkkelord - END OF HEADER.

Som nevnt over, vil rinex-reader biblioteket dele resultatet i header og data delene. Når filen er lest, vil `resultat.header` inneholde alle linjene fra RINEX header. Alle obligatoriske felter vil være tilgjengelige som separate objekter, mens valgfrie felter vil være samlet under felles objekt:

```
1 # Observasjonsheader
2
3 result.header:
4 {
5     "antenna": {
6         "number": "1451-12216",
7         "type": "TPSHIPER_VR    NONE",
8         "height": 1.3142,
9         "east": 0.0,
10        "north": 0.0
11    },
12    "approximate_position": {
13        "x": 3172507.4901,
14        "y": 603208.4428,
15        "z": 5481884.1614
16    },
17    "file_type": "O",
18    "gnss": "M",
19    "marker_name": "K004",
20    "obs_types": {
21        "R": ["C1C", "L1C", "D1C", "C2C", "L2C", "D2C"],
22        "E": ["C1X", "L1X", "D1X", "C5X", "L5X", "D5X"],
23        . . .
24    },
25    "other": {
26        "COMMENT": "Win64 build Jun 01, 2022 (c) Topcon ...",
27        "# OF SATELLITES": "123",
28        . . .
29    },
30    "system_time": "GPS",
31    "time_of_first_observation": "2022-09-29T11:00:00.000000000",
32    "version": 3.05
33 }
```

```
1 # Navigasjonsheader RINEX V3
2
3 result.header:
4 {
5     "file_type": "N",
6     "gnss": "M",
7     "created_by": "Author",
8     "agency": "Agency",
9     "creation_time": "2022-01-01T00:00:00",
10    "version": 3.05,
```



```

11     "corrections": {
12         "ION": {
13             "E": {
14                 "NO_TIME": {
15                     "ai0": 123.123,
16                     "ai1": 123.123,
17                     "ai2": 123.123,
18                     "ai3": 123.123
19                 }
20             },
21             "C12": {
22                 "NO_TIME": {
23                     "alpha0": 123.123,
24                     ...
25                     "beta3": 123.123
26                 }
27             },
28             ...
29         }
30     },
31     "other": {
32         "COMMENT": "Win64 build Jun 01, 2022 (c) Topcon ...",
33         ...
34     }
35 }

```

For å få tak i data etter innlesing, kan man bruke følgende:

```

1 antenna_h = result.header.antenna.height
2 approximate_pos_x = result.header.antenna.approximate_position['X']
3 rinex_version = result.header.version
4 rinex_comment = result.header.other['COMMENT']
5 obs_types_r = result.header.obs_types['R']
6 time = result.header.time_of_first_observation

```

RINEX versjon 3 og 4 spesifiserer ionosfæriske korreksjoner på forskjellige måter. Versjon 3 har korreksjonene som en del av header. Lesebiblioteket vil derfor også inneholde de som `result.header.corrections['ION']`. Derimot RINEX versjon 4 inneholder korreksjonene som en del av data blokk, og så vil lesebiblioteket gjøre det samme.

**Data blokk** Efemerider er plassert i data del av RINEX. Lesebiblioteket grupperer data basert på satellittnavn og deretter på dato. Det har blitt gjort et forsøk å implementere så lik modell som mulig for de forskjellige RINEX versjonene og filtypene, men det endelige resultatet vil inneholde noen variasjoner likevel.

Observasjonsdata inneholder en liste med satellitter, og for hver satellitt er det en liste med observerte epoker. Hver epoke inneholder data for de forskjellige observasjonstypene. Rekkefølge av disse verdiene avhenger av `SYS/#/OBSYPES` linje fra RINEX header, samt

eventuell `obs_types` input filter verdi. Modellen kan beskrives med følgende struktur:

```
1 # Observasjonsblokk V3 og V4
2
3 result.data:
4 {
5     "satellites": {
6         "R02": {
7             "2022-09-29T11:00:00": [
8                 [23121980.8, -1, -1],
9                 [123470115.813, -1, 6],
10                . . .
11            ]
12        },
13        "E01": {
14            "2022-09-29T11:00:00": [
15                [23121980.8, -1, -1],
16                [123470115.813, -1, 6],
17                . . .
18            ]
19        },
20        . . .
21    }
22 }
```

Hver efemeride verdi vil bestå av tre tall: verdi, LLI og SSI. Disse kommer i samme rekkefølge som definert av RINEX. Dersom parameteren har verdi -1, betyr det at det var ingen verdi angitt i RINEX fil. Parametrene er også navngitt for å forenkle tilgang i koden:

```
1 val = result.data.satellites['R02']['2022-09-29T11:00:00']['C1C']['value']
2 lli = result.data.satellites['R02']['2022-09-29T11:00:00']['C1C']['lli']
3 ssi = result.data.satellites['R02']['2022-09-29T11:00:00']['C1C']['ssi']
```

Navigasjonsblokk har fått samme grupperingsrekkefølge. Inne i hver epoke er det en rekke objekter, som er avhengig av hva slags navigasjonsblokk det var snakk om. For eksempel, GPS\_CNAV blokk vil inneholde et sett med objekter som er forskjellig fra objektene definert i BDS\_CNAV1. Når det er sagt, så må det legges merke til at tilsvarende objektene på tvers av modellene har fått samme navn. For eksempel i RINEX V4 spesifisering for GPS\_CNAV navigasjonsblokk finnes det et objekt med navn `C_rs`. Samtidig heter tilsvarende objekt i RINEX V3 spesifisering `Crs`. For å forenkle bruk av de forskjellige objektene i koden etterpå, ble det gjort en unifisering og standardisering av navnene, slik at det brukes samme navn for respektive objekter på tvers av versjoner. For å se komplett liste av objekter i en navigasjonsblokk, se passende RINEX spesifisering og/eller definisjon av datatypen i lesebiblioteket.

```
1 # Navigasjonsblokk V4 (V3 vil ha tilsvarende struktur forutenom corrections)
2
3 result.data:
```

```

4 {
5     "satellites": {
6         "R02": {
7             "2022-09-29T11:00:00": {
8                 SV_pos_X,
9                 URAI,
10                msg_frame_time,
11                ...
12            }
13        },
14        "E01": {
15            "2022-09-29T11:00:00": {
16                Crs,
17                omega,
18                clock_bias,
19                ...
20            }
21        }
22    },
23    "corrections": {
24        "STO": {
25            "R02": {
26                "2022-09-29T11:00:00": {
27                    time_offset,
28                    A0,
29                    ...
30                }
31            }
32        },
33        "EOP": { ... },
34        "ION": { ... }
35    }
36 }

```

Her er et eksempel på hvordan dataene kan aksesseres etter innlesing. For mer informasjon, referer til dokumentasjon, som følger med biblioteket.

```

1 nav_data = read_rinex_file('path/to/file.22n')
2 obs_data = read_rinex_file('path/to/file.22o')
3
4 # RINEX V3 Nav fil definerer korreksjoner i header:
5 c11_ion_alpha0 = nav_data.header.corrections['ION']['C11']['M'].Alpha0
6 e_ion_ai0 = nav_data.header.corrections['ION']['E']['NO_TIME'].ai0
7 time = nav_data.header.created_time
8
9 # C1C verdi for R02 satellitt ved 2022-09-29T11:00:00:
10 c1c = obs_data.data.satellites['R02']['2022-09-29T11:00:00']['C1C']['value']
11
12 # Interval verdi lest fra observasjonsheader

```

```
13 obs_interval = obs_data.header.interval
```

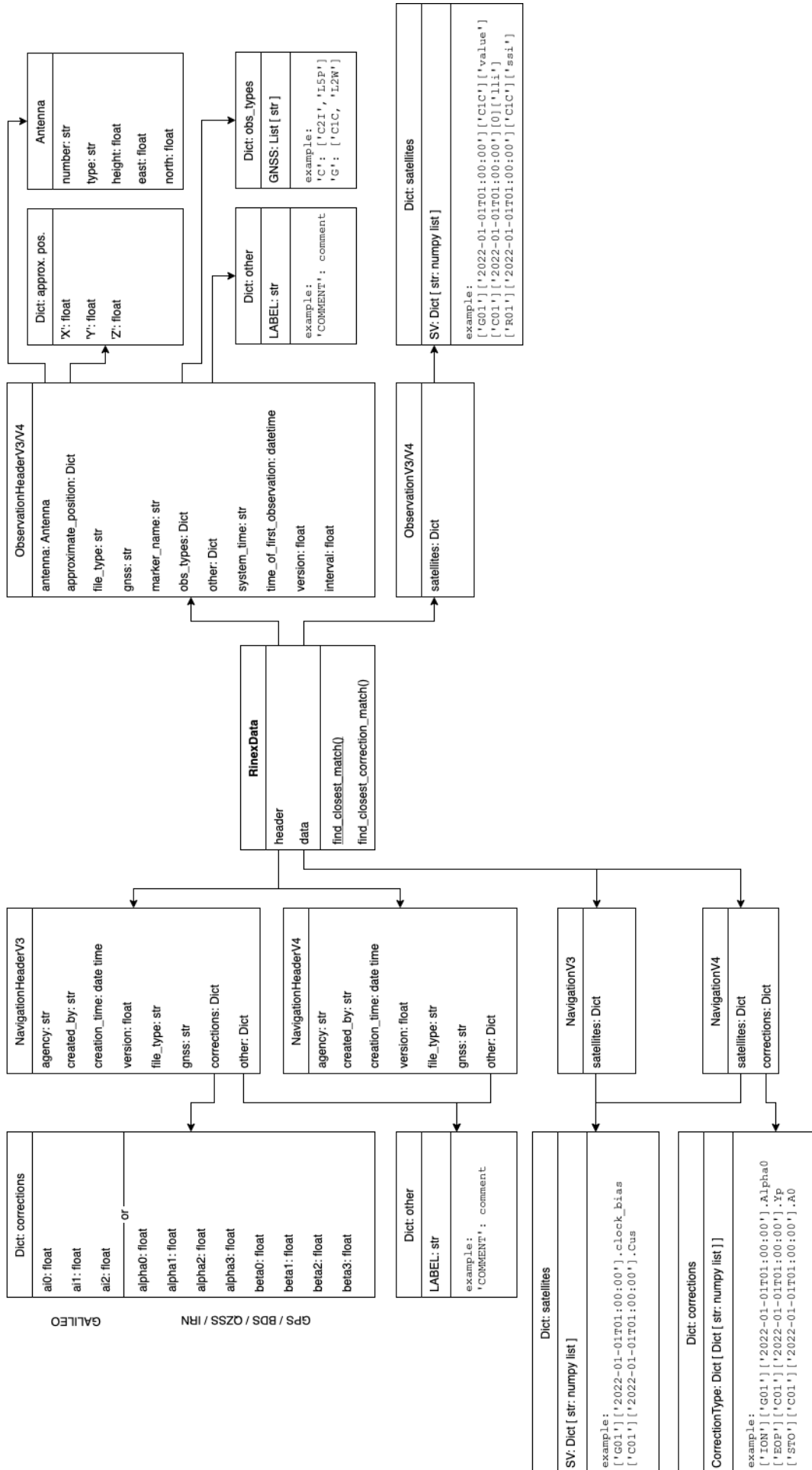
Lesebiblioteket definerer også et par søkefunksjoner for å finne nærmeste blokk med navigasjons- og korreksjonsdata for en gitt satellitt eller GNSS type.

- **find\_closest\_match** - vil finne nærmeste blokk i navigasjonsfil, basert på satellitt PRN og angitt tidspunkt. Output vil inneholde efemerider som er nødvendig for å bestemme satellittposisjonen i gitt epoke.
- **find\_closest\_correction\_match** - vil finne nærmeste korreksjonsblokk, basert på korreksjonstype, satellitt PRN og angitt tidspunkt. Output vil inneholde koeffisienter for ionosfæriske modeller.

```
1 nav_data = read_rinex_file('path/to/file.22n')
2
3 # Jobbe med efemerider fra navigasjonsfil
4 nav_blokk = nav_data.find_closest_match(sv='G01',
5                                         timestamp='2022-09-29T11:41:00'
6                                         )
7 sqrt_A_verdi = nav_blokk.sqrt_A
8 Cuc_verdi = nav_blokk.Cuc
9
10 # Jobbe med koeffisienter av ionosfæriske korreksjoner
11 korr_blokk = nav_data.find_closest_correction_match(
12                                     correction_type='ION',
13                                     sv='G01',
14                                     timestamp='2022-09-29T11:41:00'
15                                     )
16 Alpha0_verdi = korr_blokk.Alpha0
```

Diagrammet 33 viser hele output modellen definert av lesebiblioteket. Den sentrale datatypen er `RinexData`. Denne returneres når RINEX filen er lest ferdig. Denne typen vil ha forskjellig innhold, alt ettersom hvilken filtype - observasjon eller navigasjon - som ble lest inn. Diagrammet viser også hvilke andre datatyper er definert, hva slags felter de inneholder og hvordan hele hierarkiet henger sammen. På den ene siden er det samlet typene, som beskriver observasjonsdata, mens på den andre siden - typene for navigasjonsdata.

Figur 33: RinexData modell



### 6.3 Sammenligning av troposfæriske modeller

Troposfærisk forsinkelse av signaler fra satellitter er en viktig faktor som kan påvirke nøyaktigheten av posisjonsbestemmelse ved hjelp av GNSS. For å redusere effekten av troposfærisk forsinkelse, er det utviklet ulike modeller for å beskrive denne forsinkelsen og korrigere for den.

En av de viktigste faktorene som påvirker troposfærisk forsinkelse, er satellittens elevasjonsvinkel, som er vinkelen mellom satellittens posisjon på himmelen og horisonten. Jo lavere elevasjonsvinkel, desto lengre vei må signalet reise gjennom troposfæren, og dermed større forsinkelse kan oppstå. Ulike modeller for troposfærisk forsinkelse kan gi forskjellige resultater avhengig av satellittens elevasjonsvinkel.

En annen faktor som kan påvirke troposfærisk forsinkelse er mottakernes høyde over havet. Dette skyldes at troposfærens sammensetning og tetthet varierer med høyde, og dermed kan påvirke forsinkelsen av signalene. Modeller som tar høyde for mottakernes høyde over havet, kan derfor gi mer nøyaktige beregninger av troposfærisk forsinkelse.

For å sammenligne ulike modeller for troposfærisk forsinkelse med tanke på satellittens elevasjonsvinkel og mottakernes høyde over havet, kan det være nyttig å utføre eksperimenter og beregninger med forskjellige kombinasjoner av disse faktorene. Dette kan gi innsikt i hvordan ulike modeller fungerer i forskjellige situasjoner og hjelpe til med å identifisere hvilken modell som gir best resultater for spesifikke applikasjoner.

I dette arbeidet har vi forsøkt å utføre sammenligning av noen av eksisterende troposfæriske modeller. I beregningene gikk vi ut ifra ligninger for standard atmosfære (se 5.1.0.5 og 5.1.0.6).

Standard atmosfære er en ideell modell som beskriver hvordan atmosfæren varierer med høyde over havet under normale forhold. Denne modellen gir en god indikasjon på hvordan forholdene i atmosfæren endrer seg med høyden, men i virkeligheten kan det være stor variasjon i atmosfærens egenskaper på forskjellige steder og i forskjellige situasjoner. Det er derfor viktig å ta hensyn til lokale forhold og faktiske atmosfæriske egenskaper på stedet når man skal beregne troposfærisk forsinkelse. Dette kan inkludere endringer i temperatur, lufttrykk og fuktighet på stedet, som kan ha en betydelig innvirkning på forsinkelsen av signaler fra satellitter.

For å ta hensyn til lokale forhold kan det være nødvendig å utføre målinger og beregninger basert på faktiske data fra stedet, og bruke disse til å justere modellene for troposfærekorreksjoner. Dette kan bidra til å øke nøyaktigheten i posisjonsbestemmelsen og redusere feil og unøyaktigheter som kan oppstå som følge av antagelser om standard atmosfære.

#### **Sammenligning av troposfæriske modeller med tanke på satellittens elevasjonsvinkel.**

Når man ser på satellittens elevasjonsvinkel, er det intuitivt at jo mer vinkler en satellitt fra senit, desto større blir troposfærisk forsinkelse av signalet. Dette skyldes at signalet må

passere gjennom en lengre vei gjennom atmosfæren når satellitten er nær horisonten, og dermed vil forsinkelsen øke.

I tabell 18 er det samlet verdier produsert av fem forskjellige modeller for ulike elevasjonsvinkler. Antagelsen som er gjort her, er at mottakeren er på havnivå (høyde over havet er satt til 0). Fra tabellen ser vi at ved lave elevasjonsvinkler (f.eks.  $10^\circ$ ), gir alle modellene en forsinkelse på mer enn 13 meter. Dette skyldes at signalet må passere gjennom en større del av atmosfæren når satellitten er nær horisonten.

Samtidig kan vi se en gradvis forbedring av resultatet i takt med økning av elevasjonsvinkelen fra  $10^\circ$  til  $90^\circ$ . Dette skyldes at når satellitten er høyere på himmelen, vil signalet passere gjennom en mindre del av atmosfæren, og dermed vil troposfærisk forsinkelse reduseres.

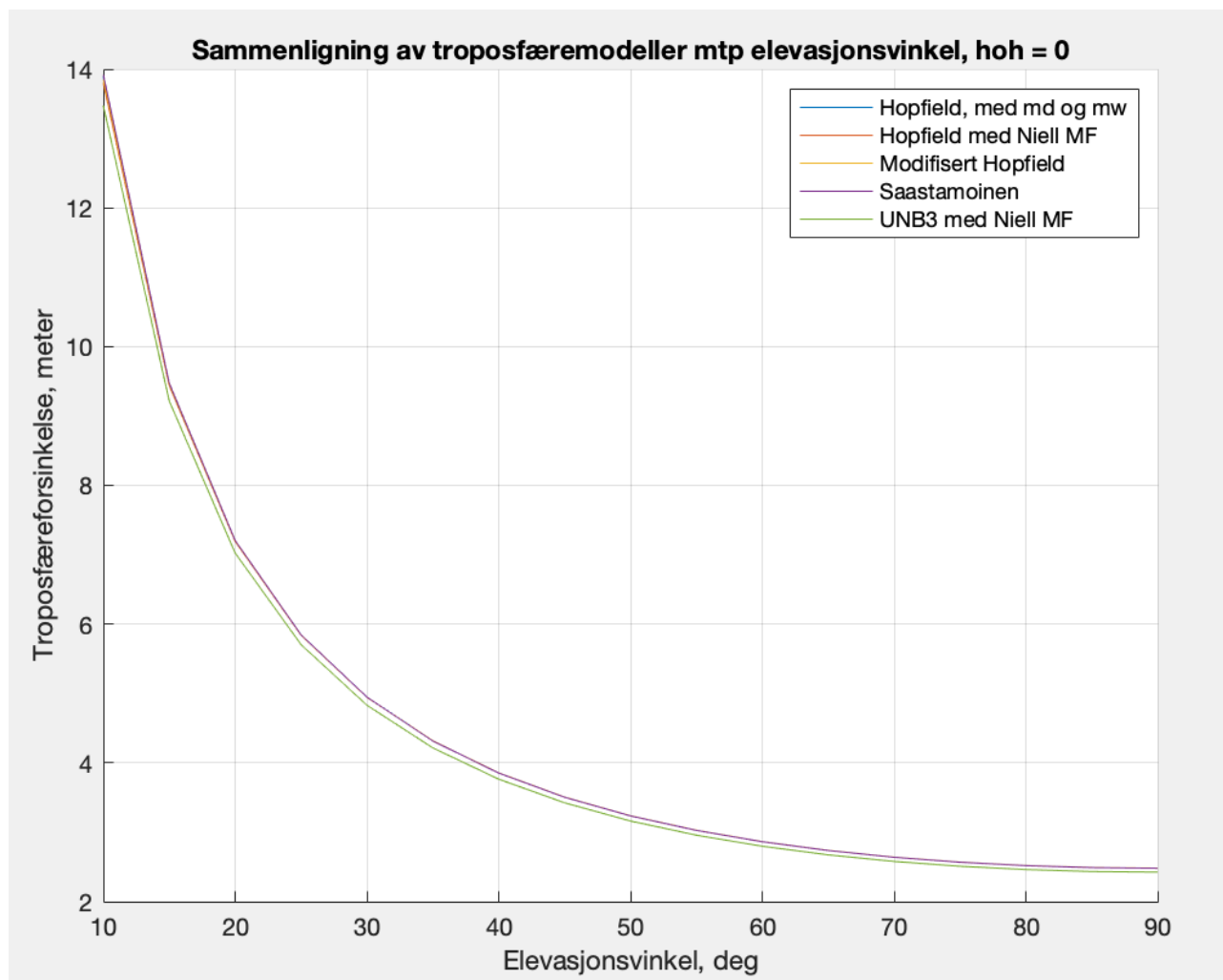
Her bør det også legges merke til at for alle modeller, bortsett fra UNB3 ble det brukt standard atmosfære ved beregningene. UNB3 beregner forsinkelser utfra lengdegraden til mottakeren. I sammenligning ble det antatt lengdegraden på  $60^\circ$  på grunn av at videre i oppgaven ble det analysert data fra tre mottakere som ble plassert i Ås (latitude er på ca  $59,67^\circ$ ).

Elevasjonsvinkel, $^\circ$	Modell til troposfærisk forsinkelse				
	Hopfield med md og mw, meter	Hopfield med Niell MF, meter	Modified Hopfield, meter	Saastamoinen, meter	UNB3 Niell, meter
10	13.8875	13.7989	13.8465	13.9174	13.4737
15	9.4668	9.4378	9.4533	9.4728	9.2168
20	7.2048	7.1930	7.1997	7.2060	7.0249
25	5.8463	5.8409	5.8443	5.8459	5.7046
30	4.9487	4.9461	4.9480	4.9480	4.8307
35	4.3177	4.3164	4.3176	4.3150	4.2158
40	3.8550	3.8545	3.8552	3.8530	3.7647
45	3.5057	3.5056	3.5061	3.5041	3.4239
50	3.2369	3.2370	3.2373	3.2355	3.1616
55	3.0277	3.0279	3.0281	3.0264	2.9574
60	2.8643	2.8646	2.8647	2.8631	2.7978
65	2.7373	2.7376	2.7377	2.7362	2.6739
70	2.6403	2.6406	2.6407	2.6392	2.5791
75	2.5688	2.5691	2.5691	2.5677	2.5093
80	2.5198	2.5200	2.5200	2.5186	2.4613
85	2.4911	2.4912	2.4912	2.4898	2.4332
90	2.4818	2.4818	2.4818	2.4804	2.4240

Tabell 18: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp elevasjonsvinkel, hoh = 0

Figur 34 illustrerer resultater veldig godt - alle kurvene reduseres ettersom  $E$  stiger.

Figur 34: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp elevasjonsvinkel, hoh = 0



**Sammenligning av troposfæriske modeller med tanke på mottakernes høyde over havet.** Troposfæren går vanligvis opp til en høyde på ca. 10-15 km over jordoverflaten, avhengig av breddegrad, årstid og værforhold. Over dette nivået begynner det tropopause og stratosfæren, som er et annet lag av atmosfæren.

I stratosfæren øker temperaturen med økende høyde på grunn av tilstedeværelsen av ozonlaget, som absorberer den ultrafiolette strålingen fra solen. Dette fører til en økning i brytningsindeksen til atmosfæren, som i sin tur kan føre til økt troposfæreforsinkelse for radiosignaler, som passerer gjennom stratosfæren. Akkurat dette fenomenet ser vi på beregnede resultater: for de fleste troposfæremodeller begynner forsinkelse å øke fra høyde på ca 35 km over havet. Dette gjelder ikke UNB3 som ikke bruker standard atmosfære, men i stedet benytter sine egne verdier, som er avhengige av breddegrad til mottakeren.

I tabell 19 har vi samlet forsinkelseverdier for høyder fra 0km til 45km ved  $E = 60^\circ$ . Det ble også analysert andre verdier til elevasjonsvinkler, og det viser seg at mønsteret er det samme uansett  $E$ . Her er det valgt å vise frem data og grafer bare for  $E = 60^\circ$ .

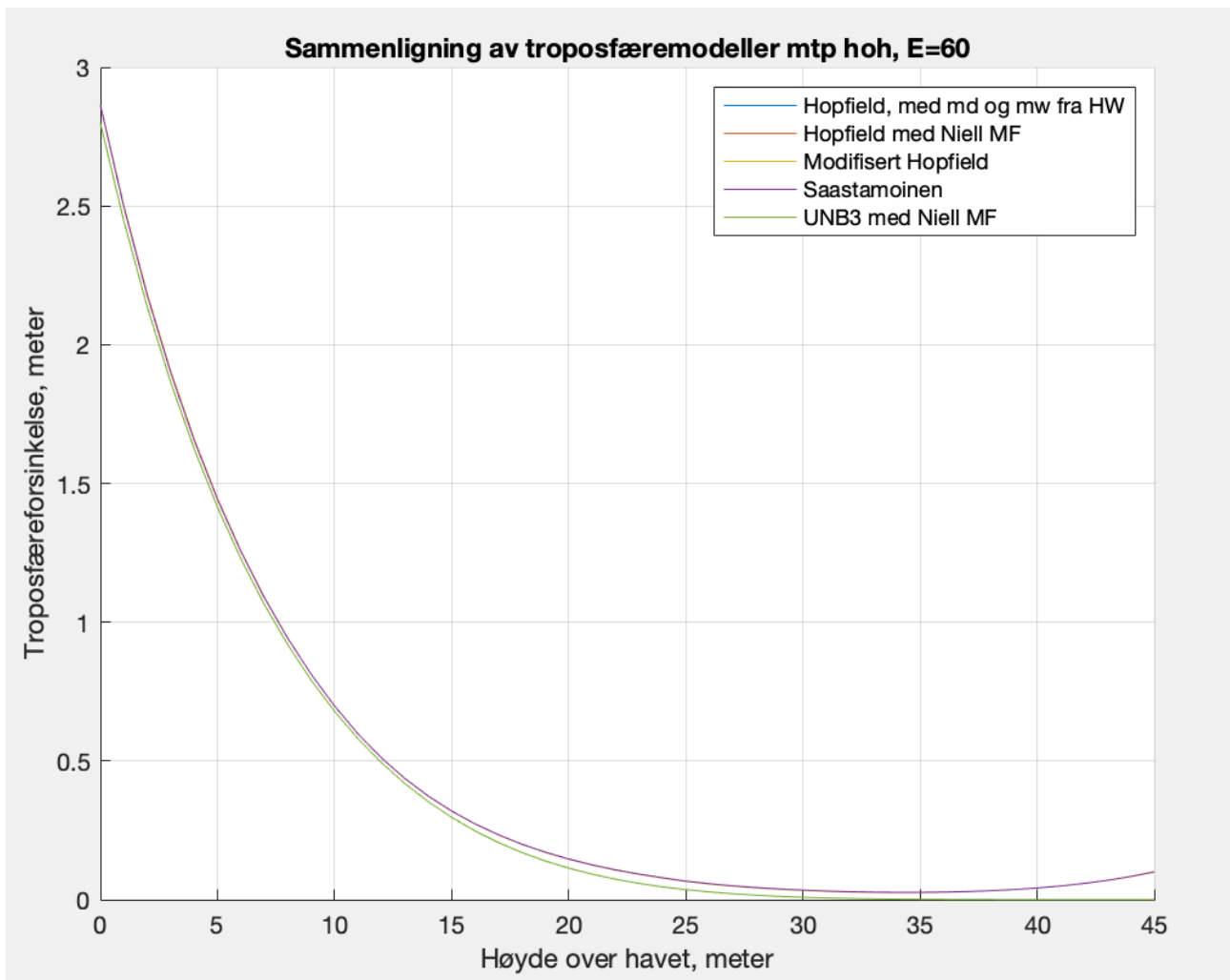


Resultater er også illustrert på figur 35. Dersom man fokuserer på høyder fra 30km og oppover, vil forskjellen mellom UNB3 og andre modeller være veldig tydelig. Se figur 37.

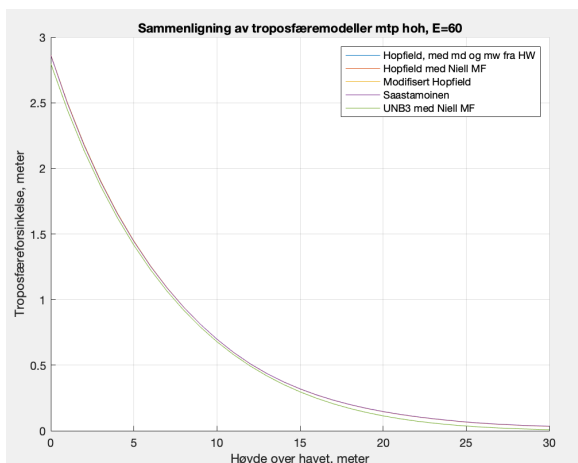
Høyde meter	Modell til troposfærisk forsinkelse				
	Hopfield med md og mw, meter	Hopfield med Niell MF, meter	Modified Hopfield, meter	Saastamoinen, meter	UNB3 Niell, meter
0	2.8643	2.8646	2.8647	2.8631	2.7978
1	2.5009	2.5012	2.5013	2.4963	2.4453
2	2.1834	2.1837	2.1837	2.1776	2.1363
3	1.9052	1.9055	1.9056	1.8997	1.8647
4	1.6610	1.6613	1.6613	1.6564	1.6255
5	1.4462	1.4464	1.4465	1.4427	1.4144
6	1.2568	1.2570	1.2571	1.2545	1.2280
7	1.0898	1.0900	1.0900	1.0884	1.0636
8	0.9424	0.9425	0.9426	0.9418	0.9186
9	0.8123	0.8124	0.8124	0.8123	0.7908
10	0.6976	0.6977	0.6977	0.6981	0.6785
11	0.5969	0.5971	0.5971	0.5978	0.5800
12	0.5103	0.5104	0.5104	0.5111	0.4938
13	0.4362	0.4363	0.4363	0.4370	0.4186
14	0.3729	0.3730	0.3730	0.3736	0.3532
15	0.3188	0.3189	0.3189	0.3195	0.2966
16	0.2726	0.2727	0.2727	0.2733	0.2478
17	0.2331	0.2331	0.2331	0.2338	0.2058
18	0.1993	0.1994	0.1994	0.2000	0.1699
19	0.1704	0.1705	0.1705	0.1712	0.1394
20	0.1458	0.1458	0.1458	0.1466	0.1136
21	0.1247	0.1247	0.1247	0.1255	0.0919
22	0.1066	0.1067	0.1067	0.1075	0.0737
23	0.0912	0.0913	0.0913	0.0922	0.0586
24	0.0781	0.0781	0.0781	0.0791	0.0462
25	0.0658	0.0658	0.0658	0.0668	0.0361
26	0.0566	0.0566	0.0566	0.0577	0.0278
27	0.0490	0.0490	0.0490	0.0500	0.0212
28	0.0427	0.0427	0.0427	0.0437	0.0160
29	0.0375	0.0375	0.0375	0.0385	0.0119
30	0.0334	0.0334	0.0334	0.0344	0.0087
31	0.0301	0.0301	0.0301	0.0311	0.0062
32	0.0278	0.0278	0.0278	0.0287	0.0044
33	0.0263	0.0263	0.0263	0.0271	0.0030
34	0.0256	0.0256	0.0256	0.0263	0.0020
35	0.0258	0.0258	0.0258	0.0264	0.0013
36	0.0269	0.0269	0.0269	0.0273	0.0008
37	0.0289	0.0289	0.0289	0.0292	0.0005
38	0.0321	0.0321	0.0321	0.0322	0.0003
39	0.0364	0.0364	0.0364	0.0365	0.0002
40	0.0422	0.0422	0.0422	0.0421	0.0001
41	0.0494	0.0494	0.0494	0.0494	0.0000
42	0.0585	0.0585	0.0585	0.0585	0.0000
43	0.0696	0.0696	0.0696	0.0698	0.0000
44	0.0830	0.0830	0.0830	0.0837	0.0000
45	0.0991	0.0991	0.0991	0.1005	0.0000

Tabell 19: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet:  
 $E = 60^\circ, 0km \leq Hoh \leq 45km$

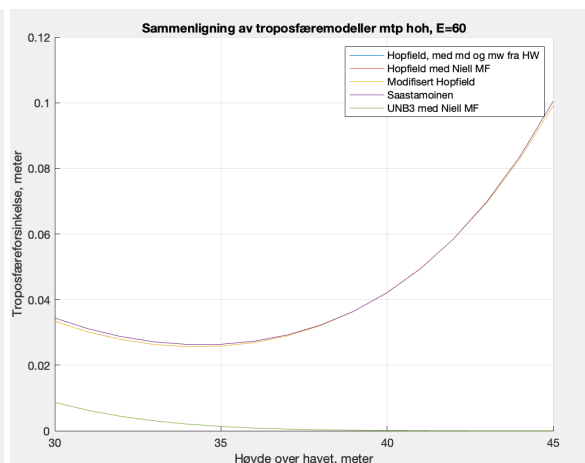
Figur 35: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet:  
 $E = 60^\circ, 0km \leq Hoh \leq 45km$



Figur 36: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet:  
 $E = 60^\circ, 0km \leq Hoh \leq 30km$

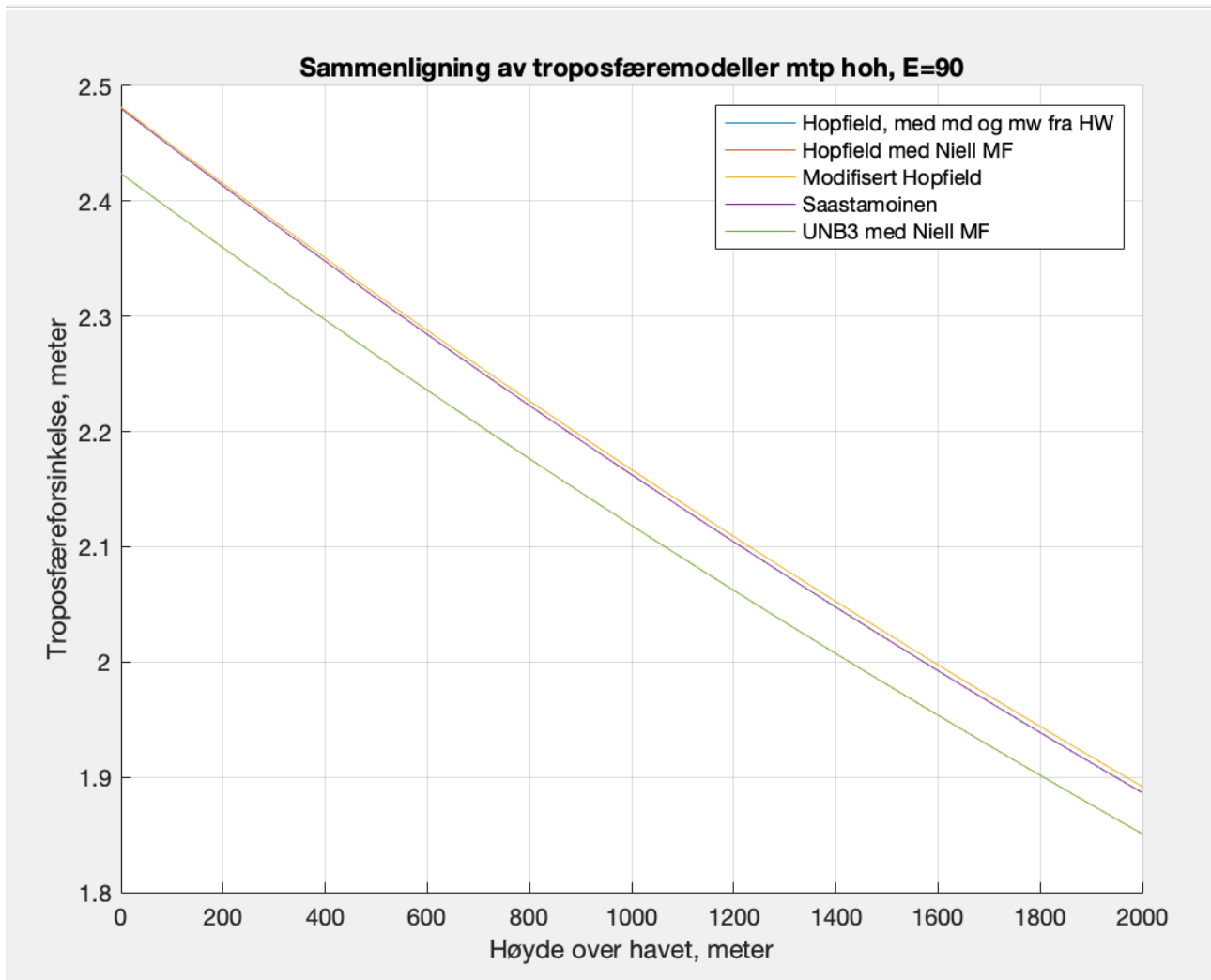


Figur 37: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet:  
 $E = 60^\circ, 0km \leq Hoh \leq 30km$



Siden det er upraktisk å plassere mottaker i en høyde over 2000 m (som omtrent er høyden som brukes ved omløpsfotografering) i vanlige oppgaver, kan det være mer informativt å se på endringen i troposfæreforsinkelsen i området 0-2000 m over havet (se figur 38). Her kan vi observere at modellene gir omtrent like resultater, med unntak av UNB3 som skiller seg litt ut (forskjellen på omtrent 2 cm). Troposfæreforsinkelsen reduseres fra omtrent 2,45 m til 1,9 meter med økende høyde.

Figur 38: Sammenligning av troposfæriske modeller mtp høyde over havet:  
 $E = 90^\circ, 0m \leq Hoh \leq 2000m$

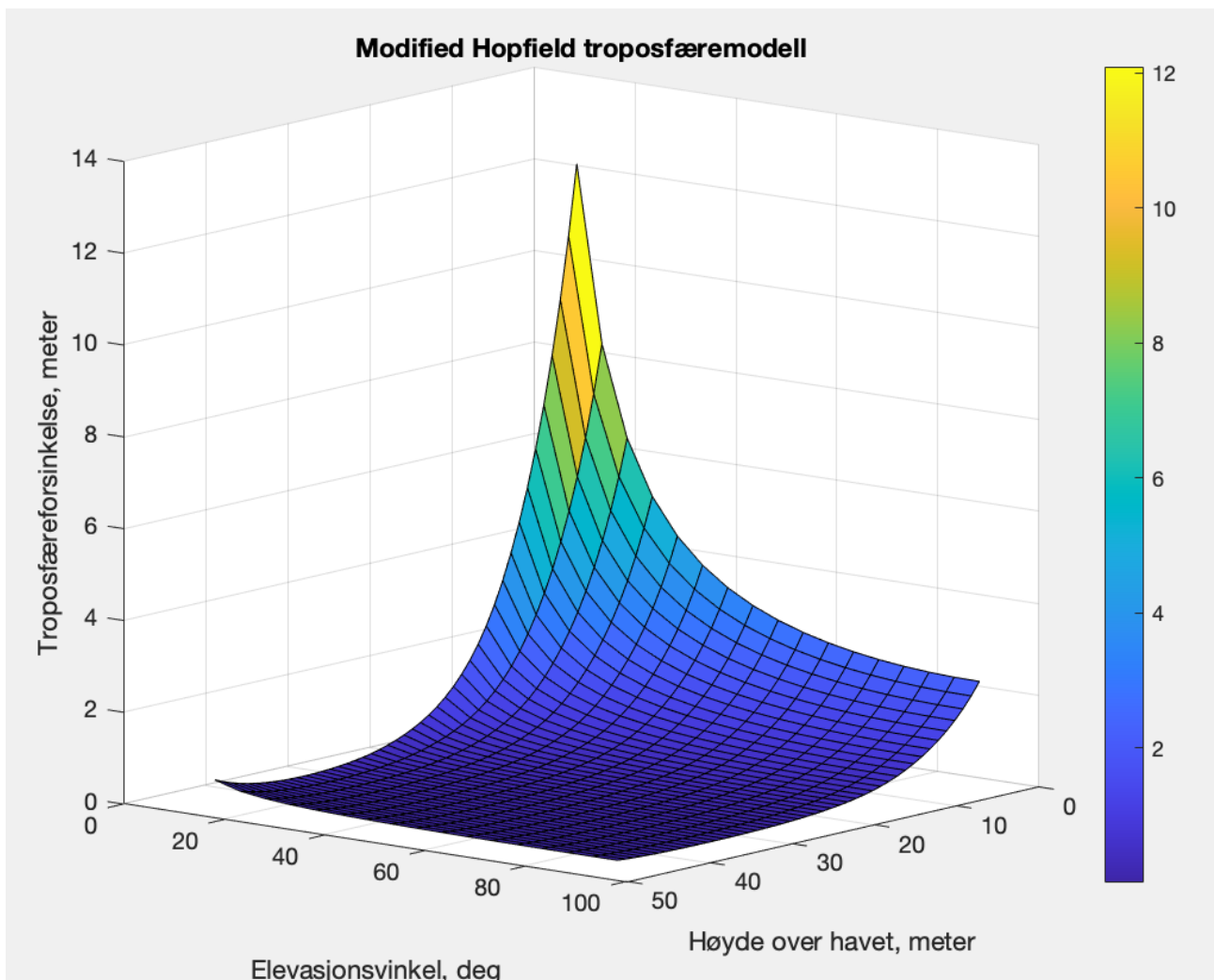


**Modifisert Hopfield modell** Etter å ha sammenlignet forskjellige modeller for troposfærisk forsinkelse, ble det konkludert med at de gir omtrent samme resultat. Derfor valgte vi å implementere kun én av modellene, som i denne oppgaven er Modifisert Hopfield-modellen. I dette avsnittet er det visst hvordan elevasjonsvinkelen til satellitten og høyden til mottakeren i sammenheng kan påvirke troposfærisk forsinkelse.

Elevasjon \ Høyde	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
10	13.8465	7.0071	3.3912	1.5512	0.7091	0.3200	0.1622	0.1261	0.2076	0.4892
15	9.4533	4.7782	2.3084	1.0554	0.4825	0.2177	0.1104	0.0855	0.1403	0.3301
20	7.1997	3.6374	1.7560	0.8028	0.3670	0.1656	0.0840	0.0650	0.1064	0.2503
25	5.8443	2.9519	1.4246	0.6512	0.2977	0.1343	0.0681	0.0527	0.0862	0.2027
30	4.9480	2.4989	1.2058	0.5512	0.2520	0.1137	0.0577	0.0446	0.0729	0.1715
35	4.3176	2.1804	1.0520	0.4808	0.2198	0.0992	0.0503	0.0389	0.0636	0.1495
40	3.8552	1.9468	0.9392	0.4293	0.1962	0.0886	0.0449	0.0347	0.0568	0.1334
45	3.5061	1.7704	0.8541	0.3904	0.1785	0.0805	0.0408	0.0316	0.0516	0.1213
50	3.2373	1.6347	0.7886	0.3604	0.1648	0.0744	0.0377	0.0292	0.0477	0.1120
55	3.0281	1.5290	0.7376	0.3371	0.1541	0.0695	0.0353	0.0273	0.0446	0.1047
60	2.8647	1.4465	0.6977	0.3189	0.1458	0.0658	0.0334	0.0258	0.0422	0.0991
65	2.7377	1.3823	0.6668	0.3048	0.1393	0.0629	0.0319	0.0247	0.0403	0.0947
70	2.6407	1.3333	0.6432	0.2940	0.1344	0.0606	0.0307	0.0238	0.0389	0.0913
75	2.5691	1.2972	0.6257	0.2860	0.1307	0.0590	0.0299	0.0231	0.0378	0.0888
80	2.5200	1.2724	0.6137	0.2805	0.1282	0.0579	0.0293	0.0227	0.0371	0.0871
85	2.4912	1.2579	0.6067	0.2773	0.1268	0.0572	0.0290	0.0224	0.0367	0.0861
90	2.4818	1.2531	0.6044	0.2763	0.1263	0.0570	0.0289	0.0223	0.0365	0.0858

Tabell 20: Modified Hopfield, 3D

Figur 39: Modifisert Hopfield, 3D modell:  
 $10^\circ \leq E \leq 90^\circ, 0\text{km} \leq \text{Hoh} \leq 45\text{km}$



Tidligere har vi basert oss på standard atmosfæriske verdier. Men hva hvis de atmosfæriske trykk- og temperaturverdiene avviker fra de standardverdiene? Vil det resultere i store endringer i troposfæriske forsinkelser? For å undersøke dette, skal vi beregne troposfæriske forsinkelser i tilfeller der elevasjonsvinkelen til satellitten er  $90^\circ$ , mottakeren befinner seg på havnivå, men de atmosfæriske trykk- og temperaturverdiene varierer.

I disse tilfellene kan vi ikke bruke modellen til standard atmosfære som er gitt i ligningen 5.1.0.5. I stedet skal brukes følgende (Frolova, 2007):

$$\begin{aligned}
 P &= P_0 \cdot (1 - 0.0226 \cdot H)^{5.226} \\
 T &= T_0 - 6.5 \cdot H \\
 t &= T - 273.15 \\
 e &= e_0 \cdot 10^{H \cdot \frac{1 + \frac{H}{8}}{8}}
 \end{aligned}
 \tag{6.3.0.1}$$

her:

$P_0, T_0, e_0$  - de innledende parameterne, verdiene som vanligvis er satt på havnivå

$P$  - trykk, [HPa]

$T$  - temperatur i  $^\circ K$

$t$  - temperatur i  $^\circ C$

$e$  - partiell damptrykk, [HPa].

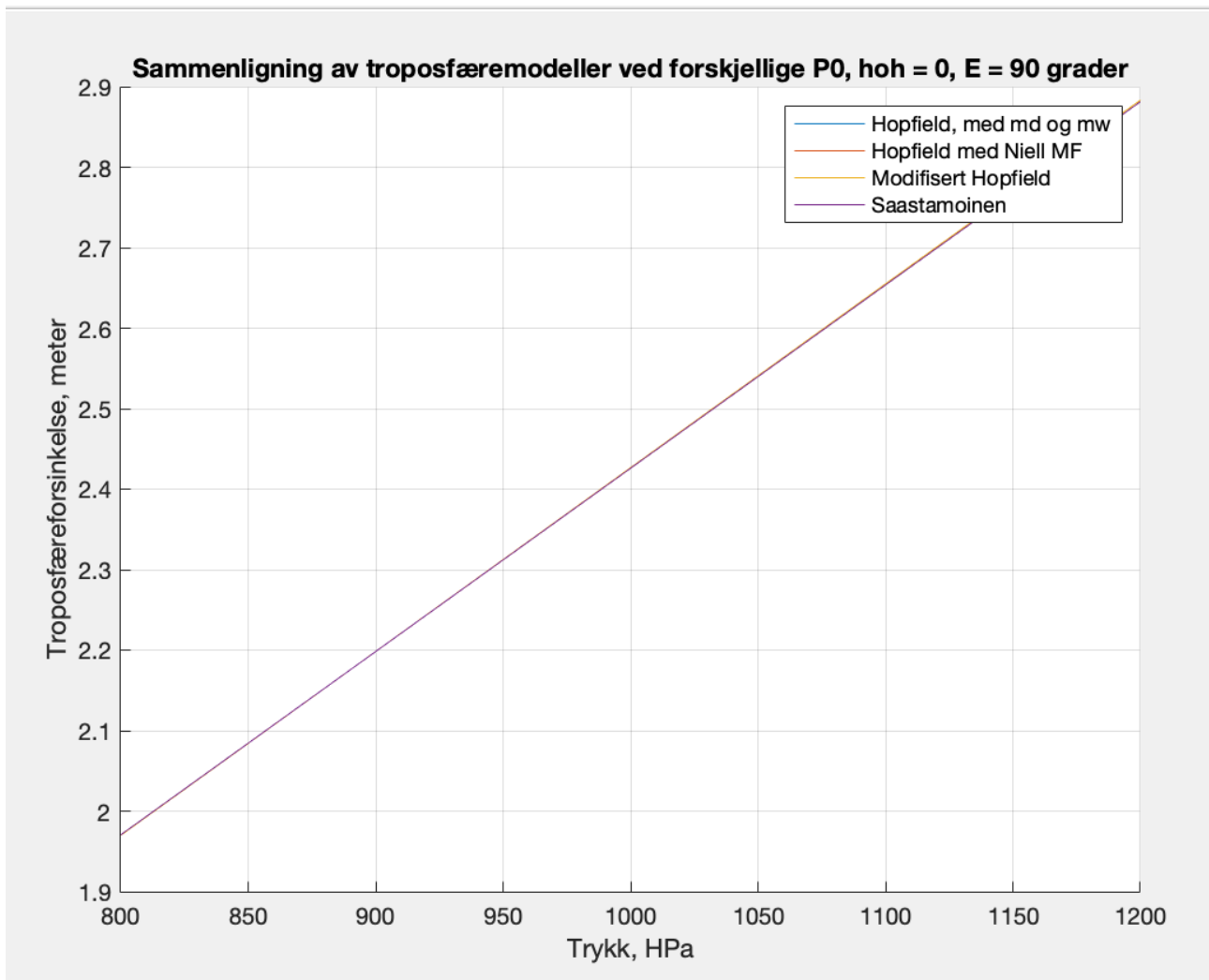
Initielle parameterne kan finnes i forskjellige kilder, her skal vi bruke:

$$P_0 = 1013,25 \text{ hPa}$$

$$t_0 = 18^\circ C \quad e_0 = 15 \text{ hPa}$$

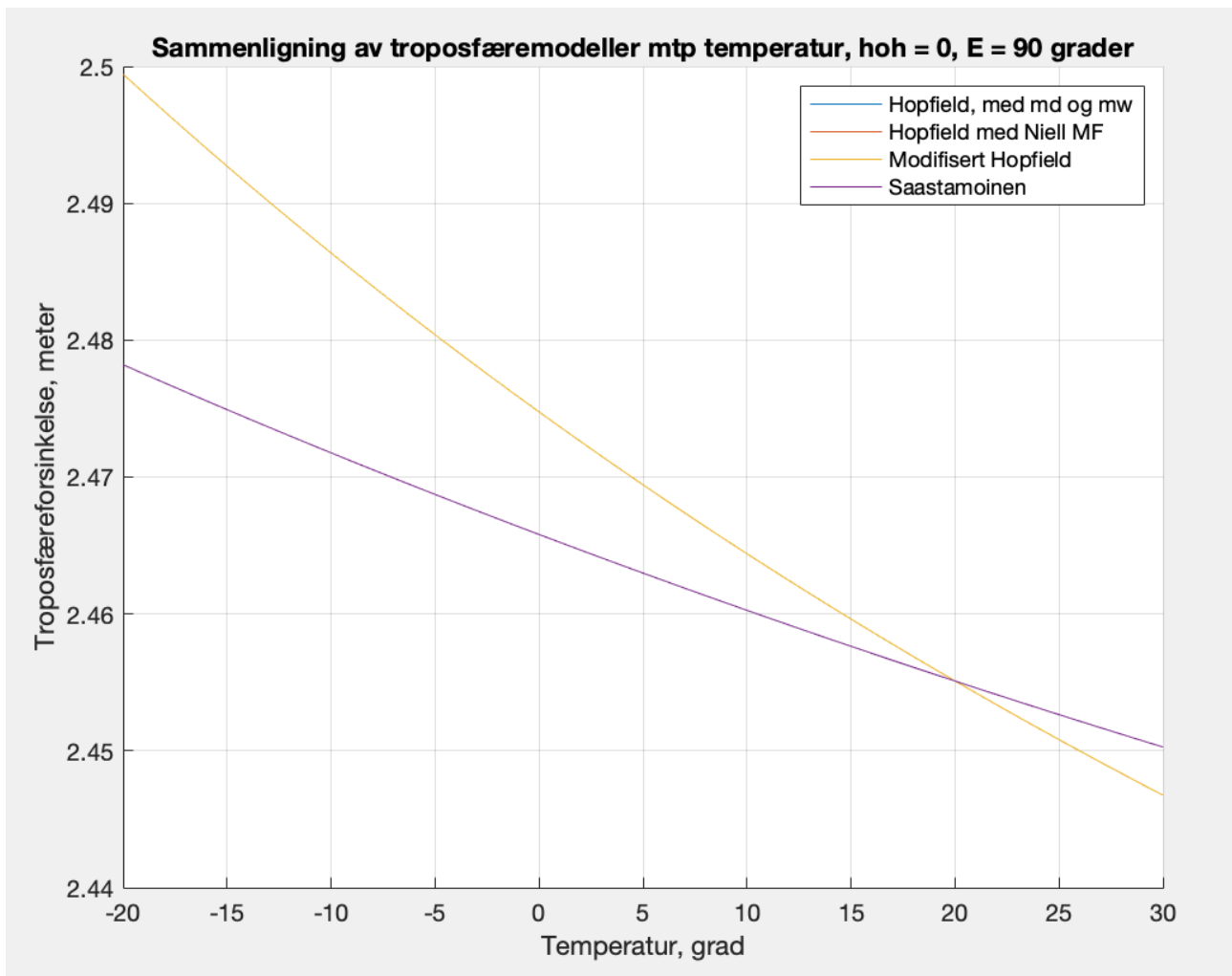
Først skal vi variere trykk  $P_0$  og holde andre parametere uendret (se figur 40). I dette tilfellet observerer vi at troposfæreforsinkelsen øker lineært når trykket øker: fra 1,97 meter ved  $P = 800 \text{ hPa}$  til 2,9 meter ved  $P = 1200 \text{ hPa}$ .

Figur 40: Vertikal troposfæreforsinkelse ved havnivå ved forskjellige initielle verdier for trykk



Nå skal vi variere temperatur  $t_0$  og holde andre parametere uendret (se figur 41). Nå er det motsatt: troposfæreforsinkelse faller med stigende temperatur, men forandring er rimelig liten: bare 5 cm ved temperaturstigning på  $50^\circ\text{C}$ . Her er Saastamoinen modell skiller seg litt fra de andre.

Figur 41: Vertikal troposfæreforsinkelse ved havnivå ved forskjellige initielle verdier for trykk



Basert på grafene 40 og 41, kan vi konkludere med at temperaturen har svært liten innvirkning på troposfæreforsinkelsen, mens de atmosfæriske trykkverdiene er mye mer betydningsfulle.

## 6.4 SPP - Single Point Position

SPP er en av de mest grunnleggende posisjoneringsmetode innenfor satellittnavigasjon. Dette er en populær teknikk på grunn av dens enkelhet og relativt lave kostnader. Metoden krever bare en enkelt mottaker og gir en akseptabel nøyaktighet for mange applikasjoner.

Selv om SPP ikke gir like nøyaktige resultater som mer avanserte teknikker som differential GPS eller RTK posisjonering, kan det likevel være en nyttig og kostnadseffektiv løsning for mange applikasjoner der høy nøyaktighet ikke er nødvendig.

I denne masteroppgaven ble det valgt å implementere SPP algoritme i Python. Selve algoritmen tatt fra forelesning i GMGD222 Anvendt satellittgeodesi som ble undervist

HØST2021/VÅR2022 (Øvstedal, 2021). Kodebasen ligger tilgjengelig på Github plattformen: [https://github.com/liudmila-sherstnyakova/gnss\\_spp](https://github.com/liudmila-sherstnyakova/gnss_spp)

Implementasjonen tok utgangspunkt i RINEX filer, som ble lest inn ved hjelp av rinex-reader biblioteket beskrevet over. Det ble brukt følgende modeller for beregninger av atmosfæriske korreksjoner:

- Troposfæriske korreksjoner - Modifisert Hopfield modell.
- Ionosfæriske korreksjoner - Klobuchar modell.

Denne implementasjonen støtter kun to GNSS - GPS og Galileo. Disse ble valgt på grunn av samme algoritme for beregning av satellittkoordinater. Andre GNSS kan legges til i fremtiden, men det vil kreve implementasjon av tilhørende nye algoritmer. I så fall er det også viktig å huske å legge til ekstra parameter for klokkekorreksjon for hver ny GNSS som tas i bruk.

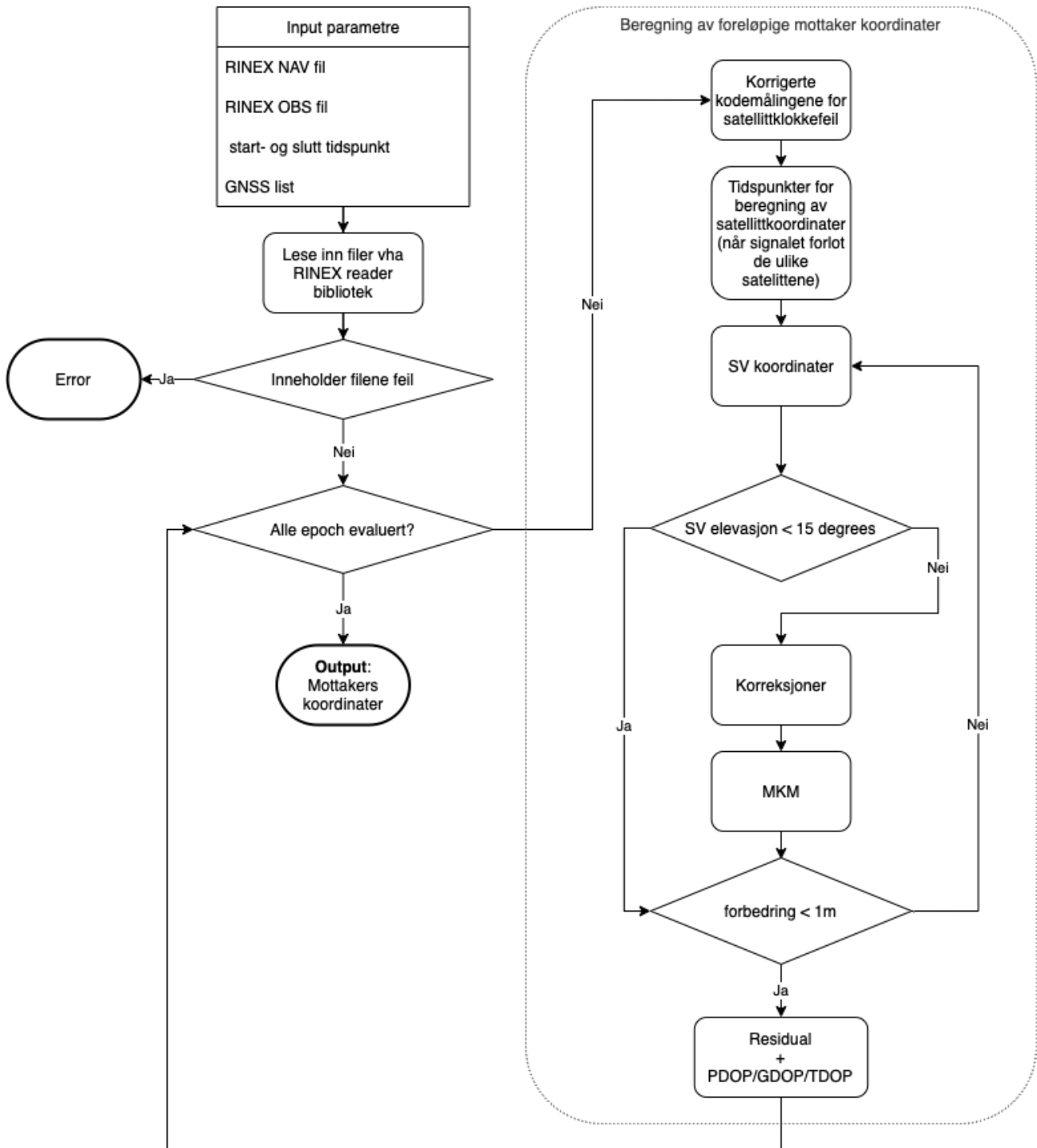
Når det gjelder atmosfæriske korreksjoner, ble det gjort et par antagelser. Siden vi manglet meteorologiske data, bruker vi Modifisert Hopfield metoden med den antagelsen at vi opererer med standard atmosfæren. For ionosfæren bruker vi Klobuchar for både GPS og Galileo, siden signalet trenger gjennom samme lag, så vi antar at vi kan bruke GPS korreksjonsparametre også til Galileo satellittene.

Ved beregningene ble det ekskludert satellitter med elevasjonsvinkel mindre enn  $15^\circ$  og samtidig grensen for godkjent presisjon ble satt på  $1m$ . Diagram 42 beskriver implementert algoritmen:

1. lese inn både navigasjons- og observasjonsfiler og sjekk om det finnes noen feil
2. for hver epoke skal det beregnes foreløpige mottaker koordinater:
  - (a) beregne korrigerede kodemålingene for satellittklokkefeil
  - (b) beregne koordinater for hver satellitt observert i gjeldende epoke
  - (c) for de satellittene som har stor nok elevasjonsvinkel (over  $15^\circ$ ) vil det påføres troposfæriske og ionosfæriske korreksjoner
  - (d) utføre MKM metoden
  - (e) repeter dette dersom forbedringen i koordinatene er større enn gitt terskelverdi (1 meter)
  - (f) ved tilfredsstillende forbedring, beregn PDOP/GDOP/TDOP og fortsett til neste epoke
3. når alle epokene er evaluert, det endelige resultatet vil gi mottakerens koordinater



Figur 42: SPP algoritme



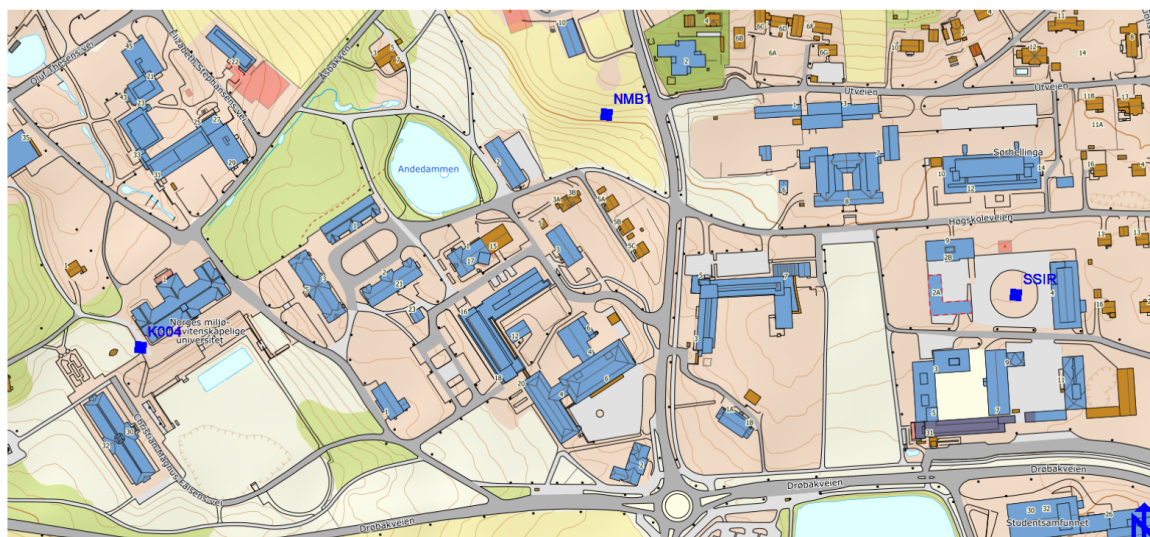
For å teste implementert SPP algoritme ble det brukt data som ble samlet i emnet GMGD320 undervist HØST2022.

Da ble det opprettet tre kontrollpunkter som var plassert innen gangavstand fra hverandre på campus, som vist på figur 43:

- NMB1: et punkt med god satellittdekning, uten noe obstruksjoner;
- SSIR: et punkt med en del obstruksjoner;

- K004: et punkt med mye obstruksjoner - ligger ved bygningsvegg.

Figur 43: Oversikt over punktene K004, SSIR og NMB1



Data ble samlet inn over en periode på 18 timer ved hjelp av en TOPCON Hiper VR mottaker. For å kunne analysere nøyaktigheten av SPP algoritmen, ble koordinatene til kontrollpunktene også målt ved hjelp av CPOS og brukt som referansepunktene.

Vi vil fokusere videre på ett av kontrollpunktene, kalt SSIR, som er et vanlig punkt med flere hindringer i nærheten av seg.

Det ble utført analyse for følgende tilfeller:

- Bare GPS data tilgjengelig
- Bare Galileo data tilgjengelig
- GPS og Galileo data tilgjengelig

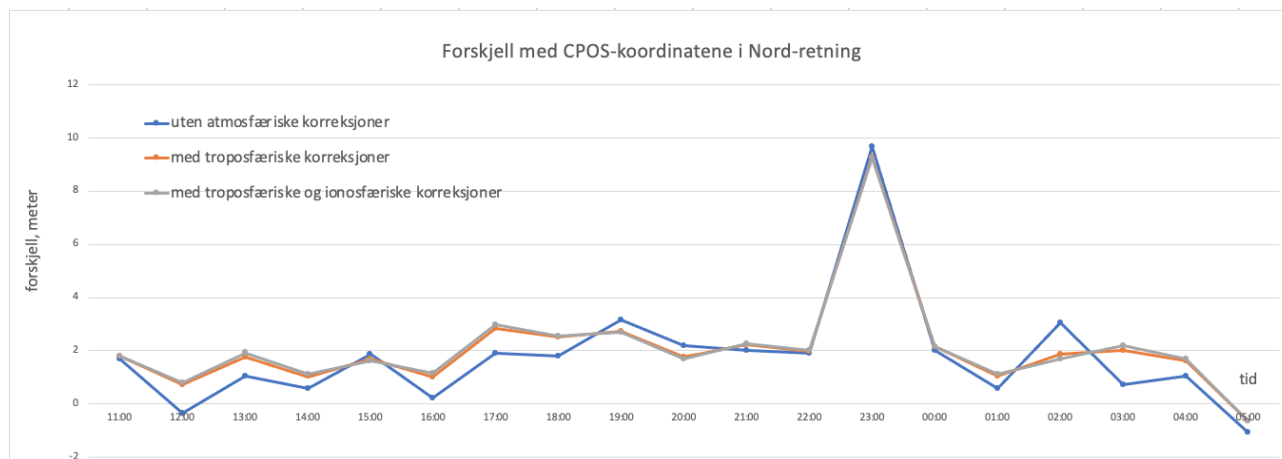
Grafene som er presentert i dette avsnittet viser forskjellen mellom resultatene som ble oppnådd ved bruk av SPP algoritmen og fasit koordinatene fra CPOS.

#### Data fra bare GPS satellitter:

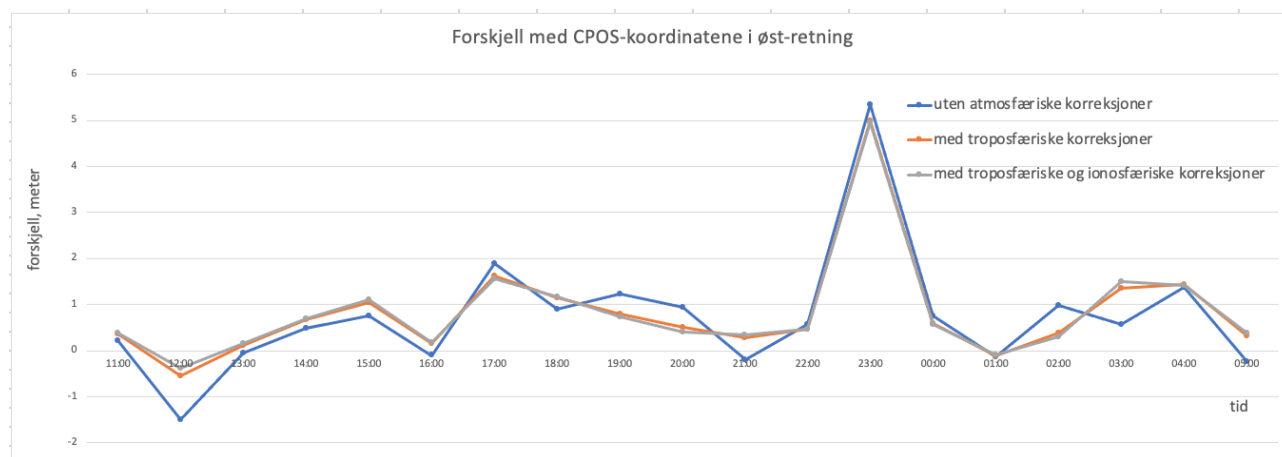
Figur 44, 45 viser avvik i grunnris fra CPOS data når det bare er GPS satellitter tilgjengelig og forskjellige atmosfæriske korreksjoner tatt i betraktning.

Forventningen var at ukorrigerede data avvirket mer, og det stemte ganske bra med resultatene. Vi ser at for noen tidsperioder er kurven for ukorrigerede data nærmere fasit. Dette kan skyldes lokale atmosfæriske endringer, sammenlignet med standard atmosfære. I tillegg ser vi at det generelle avviket er på ca 2 m, mens rundt kl 23:00 var det et hopp i verdiene. Dette kan muligens forklares ved uforutsette midlertidige hindringer ved tidspunktet.

Figur 44: SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, GPS



Figur 45: SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, GPS



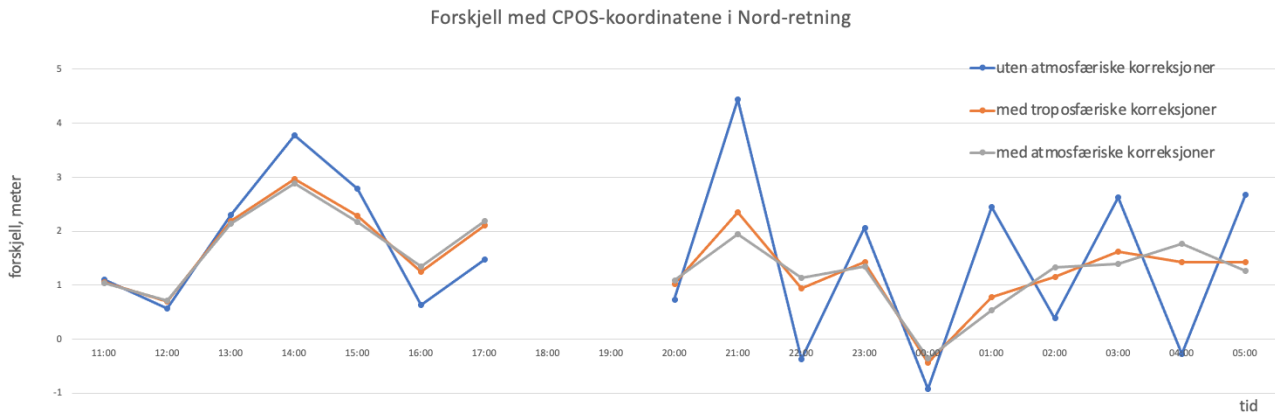
### Data fra bare Galileo satellitter:

Figur 46, 47 viser avvik i grunnris fra CPOS data når det bare er Galileo satellitter tilgjengelig og forskjellige atmosfæriske korreksjoner tatt i betraktning.

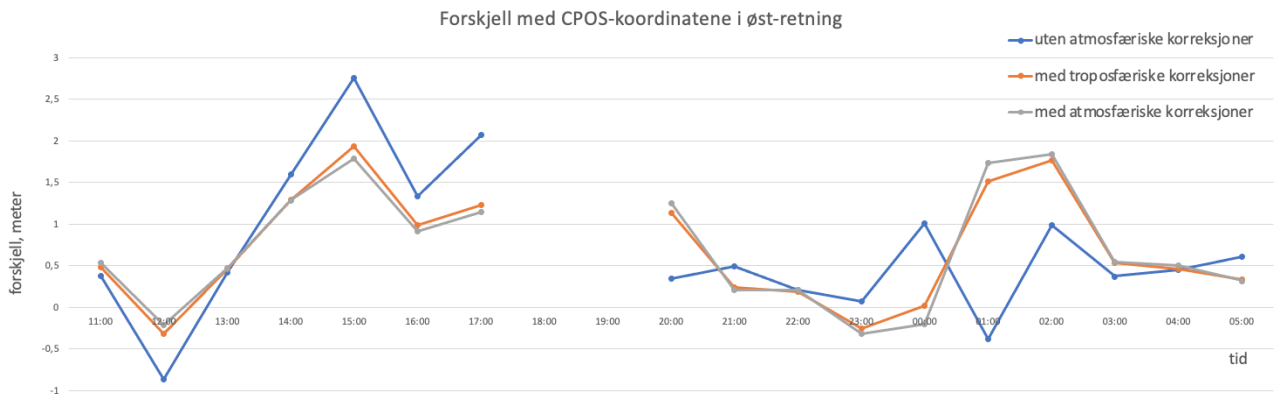
Forventningen var at ukorrigerede data avvirket mer her også. Resulterende grafer viser store variasjoner i tillegg til "hull" i dataserien for noen klokkeslett. Dette skyldes typisk mangel av synlige Galileo satellitter for et gitt tidspunkt, eller at noen av satellittene har elevasjonsvinkel mindre enn  $15^\circ$ .

Samtidig ser vi at avviket er en del høyere enn for GPS - opptil 4 meter i retning nord.

Figur 46: SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, Galileo



Figur 47: SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, Galileo

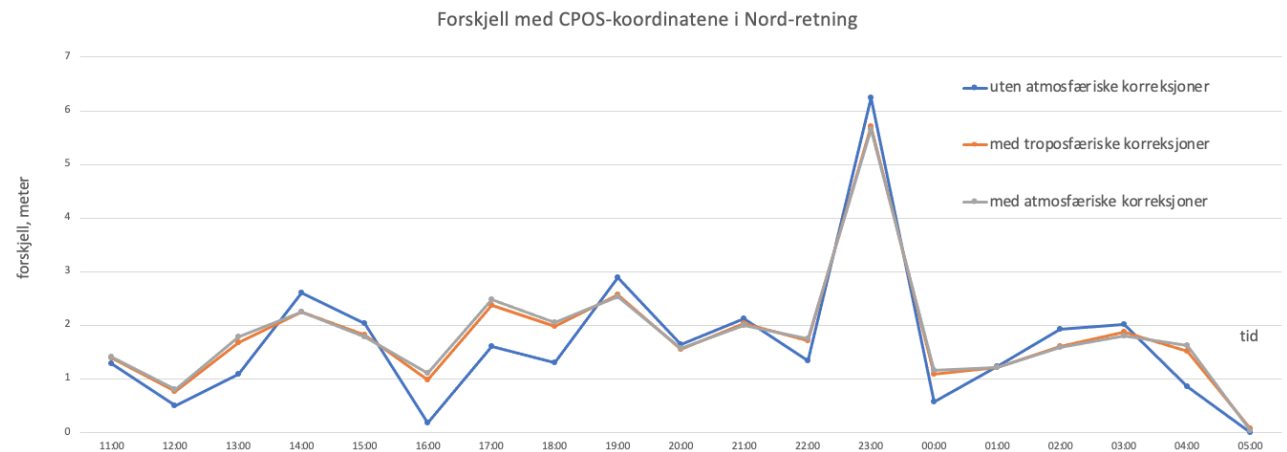


### Data fra GPS og Galileo satellitter:

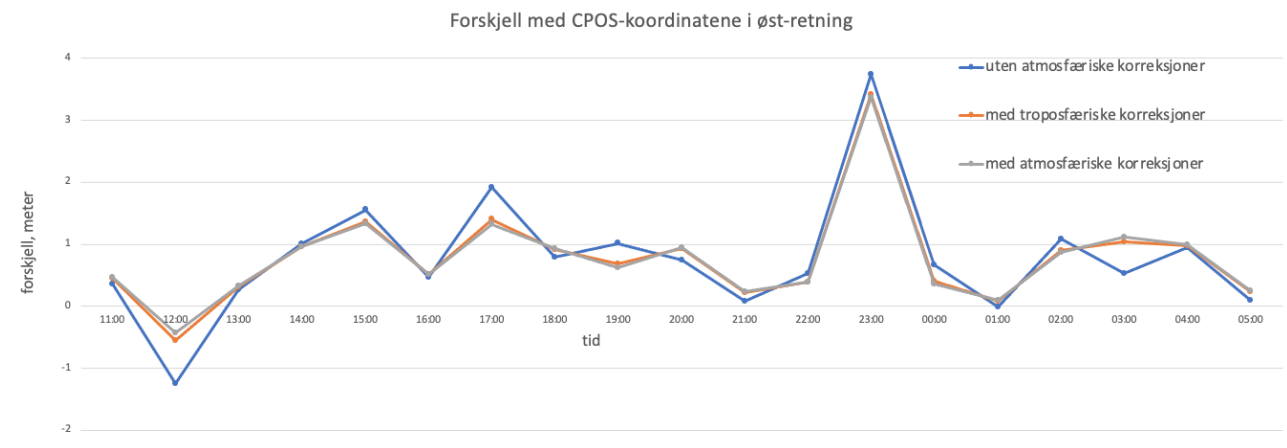
Figur 48, 49 viser avvik i grunnris fra CPOS data når det både er GPS og Galileo satellitter tilgjengelig og forskjellige atmosfæriske korreksjoner tatt i betraktning.

Her ser vi at de to GNSS systemene kompenserer for hverandre og utjevner forskjellene noe, men det gjelder både forbedringer og forverringer. For eksempel GPS hadde et hopp rundt kl 23:00 på ca 10 m i retning nord og ca 5 m i retning øst (noe Galileo ikke hadde), mens sammenslåing av de to sistemene også arvet dette hoppet, enda det ble mindre: i retning nord ble det bare 6 m, mens i øst - 4 m.

Figur 48: SSIR - N, 18 timers data med 1t interval, GPS + Galileo



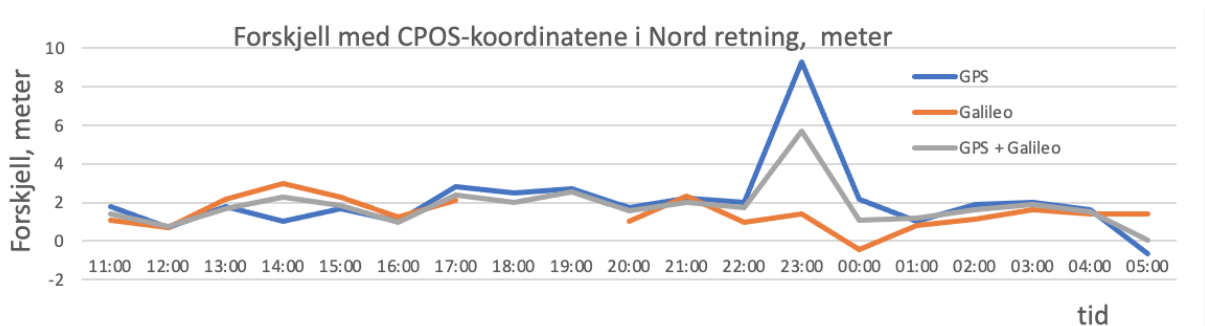
Figur 49: SSIR - Ø, 18 timers data med 1t interval, GPS + Galileo



## GPS, Galileo og GPS + Galileo

Når vi plotter alle scenariene på samme graf, ser vi tydelig hvordan systemene kompenserer for hverandre. De "hullene" for Galileo ble dekket av GPS og avviket ble mindre. Samtidig som noen steder (f.eks. kl 14:00-15:00) var GPS mer nøyaktig alene enn sammen med Galileo.

Figur 50: SSIR - N, GNSS sammenligning





## 7 Konklusjon

I denne oppgaven har vi studert og beskrevet eksisterende GNSS systemer og teoretiske modeller for posisjonsbestemmelse. Det ble diskutert påvirkning av diverse faktorer på GNSS presisjon.

Det ble utviklet et lesebibliotek, som ble kalt rinex-reader og som lar brukeren parse data fra mottakere i RINEX format, noe som er nødvendig dersom man vil implementere algoritmer for koordinatberegning. Biblioteket representerer data ved hjelp av intern datamodell, som forhåpentligvis skal være enkelt å bruke i fremtiden. Vi fokuserte også på robusthet av rinex-reader, slik at store RINEX filer ikke tar timevis å lese inn. Av den grunn ble det valgt Python som programmeringsspråk og dets spesialiserte moduler for databehandling, som for eksempel numpy. Fremtidig bruk av rinex-reader vil kreve noe Python kunnskap, men produktet er godt dokumentert både i vedlagt dokumentasjon og i kommentarer i selve koden.

I tillegg til rinex-reader ble det også laget en implementasjon av SPP, én av algoritmer for posisjonsbestemmelse. Det ble brukt Klobuchar og Modified Hopfield modeller for beregning av atmosfæriske korreksjoner. SPP gir ikke den beste nøyaktighet, men til gjengjeld er enkel i både implementasjon og bruk - det kreves ikke ekstra utstyr. Nøyaktighetsnivå kan være tilfredsstillende for visse typer applikasjoner.

## Litteraturliste

- Anthony, T. & V. Quan (2022). *Navstar GPS Space Segment/User Segment L5 Interfaces*.  
Publisher: Space Systems Command (SSC).  
Tilgjengelig fra <https://www.gps.gov/technical/icwg/IS-GPS-705J.pdf> (lest 14.4.2023).
- ASECNA (u.å.). *About ANGA-AFRICA*.  
Tilgjengelig fra <https://www.anga-africa.org/en/home/about-anga/> (lest 4.5.2023).
- BDS (2021). *BeiDou Navigation Satellite System Open Service Performance Standard*.  
Tilgjengelig fra <http://m.beidou.gov.cn/xt/gfxz/202105/P020210526216231136238.pdf>  
(lest 4.5.2023).
- Boehm, J., B. Werl & H. Schuh (feb. 2006). «Troposphere mapping functions for GPS and very long baseline interferometry from European Centre for Medium-Range Weather Forecasts operational analysis data: TROPOSPHERE MAPPING FUNCTIONS FROM ECMWF». I: *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* 111.B2. ISSN: 01480227. DOI: 10.1029/2005JB003629.  
Tilgjengelig fra <http://doi.wiley.com/10.1029/2005JB003629> (lest 7.5.2023).
- China Satellite Navigation Office (2017). *BeiDou Navigation Satellite System Signal In Space Interface Control Document Open Service Signal B1C (Version 1.0)*.  
Tilgjengelig fra  
<http://en.beidou.gov.cn/SYSTEMS/Officialdocument/201806/P020180608525871869457.pdf>  
(lest 1.5.2023).
- China Terrestrial Reference Frame 2000* (2000).  
Publisher: National Bureau of Surveying and Geo-information.  
Tilgjengelig fra <https://www.unoosa.org/pdf/icg/2012/template/CTRF2000.pdf> (lest 14.4.2023).
- Collins, J. P. (1999). *Assessment and development of a tropospheric delay model for aircraft users of the GPS TR203*. Technical Report 203. Fredericton, Canada: University of New Brunswick.  
Tilgjengelig fra <https://gge.ext.unb.ca/Pubs/TR203.pdf> (lest 10.5.2023).
- Dymnov, D.G. (2009). «Development of hardware methods of accounting for the influence of the troposphere in satellite measurements in geodesy». PhD Thesis. Moscow: Moscow State University of Geodesy og Cartography.
- European GNSS Open Service (2016). *Ionospheric correction Algorithm for Galileo single frequency users*.  
Tilgjengelig fra <https://galileognss.eu/wp-content/uploads/2020/08/Galileo-Ionospheric-Model-v1.2.pdf> (lest 2.5.2023).
- European GNSS Open Service (2021). *Signal-in-space Interface Control Document*.  
Tilgjengelig fra <https://www.gsc-europa.eu/sites/default/files/sites/all/files/Galileo-OS-SIS-ICD-v2.0.pdf> (lest 14.4.2023).



- European Space Agency (u.å.[a]). *CDMA FDMA Techniques*.  
Tilgjengelig fra [https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/CDMA\\_FDMA\\_Techniques](https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/CDMA_FDMA_Techniques) (lest 14.5.2023).
- European Space Agency (u.å.[b]). *Galileo Global Ground Segment*.  
Tilgjengelig fra [https://gssc.esa.int/navipedia/images/5/59/Galileo\\_Global\\_Ground\\_Segment.jpg](https://gssc.esa.int/navipedia/images/5/59/Galileo_Global_Ground_Segment.jpg) (lest 4.5.2023).
- European Space Agency (u.å.[c]). *Galileo navigation signals and frequencies*.  
Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/esa-galileo> (lest 4.5.2023).
- European Space Agency (u.å.[d]). *Galileo Signal Plan*.  
Tilgjengelig fra [https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Galileo\\_Signal\\_Plan](https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/Galileo_Signal_Plan) (lest 4.5.2023).
- European Space Agency (u.å.[e]). *Galileo Signal Plan*.  
Tilgjengelig fra [https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/SBAS\\_Systems#SDCM](https://gssc.esa.int/navipedia/index.php/SBAS_Systems#SDCM) (lest 4.5.2023).
- EUSPA (2022). *What is SBAS?*  
Tilgjengelig fra <https://www.euspa.europa.eu/european-space/eu-space-programme/what-sbas> (lest 4.5.2023).
- Everything RF (u.å.[a]). *BeiDou description*.  
Tilgjengelig fra <https://www.everythingrf.com/community/what-is-beidou> (lest 14.5.2023).
- Everything RF (u.å.[b]). *What is PPP or Precise Point Positioning*.  
Tilgjengelig fra <https://www.everythingrf.com/community/what-is-ppp-or-precise-point-positioning> (lest 6.5.2023).
- FGBU 27 (2020). *Earth parameters 1990 - PZ 90.11*.  
Tilgjengelig fra <https://structure.mil.ru/files/pz-90.pdf> (lest 1.5.2023).
- Forssell, B. & N. Kjerstad (feb. 2023). *GNSS*.  
Tilgjengelig fra <https://snl.no/GNSS> (lest 24.4.2023).
- Frolova, E.K. (2007). «Methodology for accounting for the influence of the troposphere on the accuracy of satellite based coordinate determination». PhD Thesis. Novosibirsk: Siberian State Geodetic Academy.
- GIS Resources (mar. 2022). *Everything You Need To Know About GPS L1, L2, and L5 Frequencies*.  
Tilgjengelig fra <https://gisresources.com/everything-you-need-to-know-about-gps-l1-l2-and-l5-frequencies/> (lest 4.5.2023).
- Glonass Signal Description (u.å.). *Glonass Signals Description*.  
Tilgjengelig fra <https://kaf401test.rloc.ru/articles/9/31/> (lest 4.5.2023).

glonass-iac.ru (2019). *Maintenance Characteristics Standard*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/upload/docs/stehos/stehos.pdf> (lest 14.5.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[a]). *Beidou characteristics estimation*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/beidou/technical/> (lest 14.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[b]). *Beidou status*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/beidou/sostavOG/> (lest 14.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[c]). *Galileo Composition and status*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/galileo/sostavOG/> (lest 13.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[d]). *Galileo GNSS*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/guide/gnss/galileo.php> (lest 15.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[e]). *Galileo Technical characteristics estimation*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/galileo/technical/> (lest 14.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[f]). *Global Navigational satellite system GPS*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/guide/gnss/gps.php> (lest 15.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[g]). *GLONASS - Global GNSS*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/guide/glonass.php> (lest 4.5.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[h]). *Glonass Composition and status*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/glonass/sostavOG/> (lest 14.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[i]). *Glonass History*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/guide/> (lest 15.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[j]). *Glonass Technical characteristics estimation*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/glonass/technical/> (lest 14.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[k]). *GNSS Beidou*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/guide/gnss/beidou.php> (lest 6.5.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[l]). *GPS Composition and status*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/gps/sostavOG/> (lest 13.4.2023).  
glonass-iac.ru (u.å.[m]). *GPS Technical characteristics estimation*.

Tilgjengelig fra <https://glonass-iac.ru/gps/technical/> (lest 14.4.2023).  
gps.gov (u.å.[a]). *GPS Constellation*.

Tilgjengelig fra <https://www.gps.gov/multimedia/images/constellation.jpg> (lest 15.4.2023).

gps.gov (u.å.[b]). *GPS.gov: Control Segment*.

Tilgjengelig fra <https://www.gps.gov/systems/gps/control/> (lest 26.3.2023).  
gps.gov (u.å.[c]). *GPS.gov: New Civil Signals*.

Tilgjengelig fra <https://www.gps.gov/systems/gps/modernization/civilsignals/> (lest 4.5.2023).

gps.gov (u.å.[d]). *GPS.gov: Space Segment*.

Tilgjengelig fra <https://www.gps.gov/systems/gps/space/> (lest 4.5.2023).  
gpssoft.ru (u.å.). *Statlig program - Glonass*.

Tilgjengelig fra <http://www.gpssoft.ru/fcp'glonass.html> (lest 15.4.2023).

- Herring, T. A. (1992). «Modelling atmospheric delays in the analysis of space geodetic data». I: *Proceedings of Symposium on Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy* 36.
- Hofmann-Wellenhof, B., H. Lichtenegger & E. Wasle (2008). *GNSS—global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer. ISBN: 9783211730126.
- isro.gov.in (u.å.[a]). *IRNSS Programme*.  
Tilgjengelig fra <https://www.isro.gov.in/IRNSSProgramme.html> (lest 6.5.2023).
- isro.gov.in (u.å.[b]). *Satellite Navigation Service*.  
Tilgjengelig fra <https://www.isro.gov.in/SatelliteNavigationServices.html> (lest 6.5.2023).
- Kartverket (des. 2009). *Satellittbasert posisjonsbestemmelse*.  
Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/kartverket-posisjon> (lest 6.5.2023).
- Kristiansen, O. (2017). *Posisjonering med GNSS. Teori og Anvendelser*.
- Kristiansen, O. (2021). *Referansesystemer og romgeodetiske metoder v 3.2*.
- Leandro, R., M. Santos & R. B. Langley (2006). *UNB Neutral Atmosphere Models: Development and Performance*.  
Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/Leandro-atm-models> (lest 6.5.2023).
- Lotfy, A., M. A. Abdelfatah & H. Hosny (jan. 2020). «Improving the performance of GNSS kinematic point positioning technique by simulated data». I: *NRIAG Journal of Astronomy and Geophysics* 9.1, s. 491–498. ISSN: 2090-9977. DOI: 10.1080/20909977.2020.1783633.  
Tilgjengelig fra <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/20909977.2020.1783633> (lest 6.5.2023).
- Marini, J. W. (feb. 1972). «Correction of Satellite Tracking Data for an Arbitrary Tropospheric Profile». I: *Radio Science* 7.2, s. 223–231. ISSN: 00486604. DOI: 10.1029/RS007i002p00223.  
Tilgjengelig fra <http://doi.wiley.com/10.1029/RS007i002p00223> (lest 7.5.2023).
- n2yo.com (u.å.[a]). *Beidou Navigation System satellites*.  
Tilgjengelig fra <https://www.n2yo.com/satellites/?c=35> (lest 13.4.2023).
- n2yo.com (u.å.[b]). *Galileo satellites*.  
Tilgjengelig fra <https://www.n2yo.com/satellites/?c=22> (lest 13.4.2023).
- n2yo.com (u.å.[c]). *Glonass Operational satellites*.  
Tilgjengelig fra <https://www.n2yo.com/satellites/?c=21> (lest 14.4.2023).
- n2yo.com (u.å.[d]). *GPS Operational satellites*.  
Tilgjengelig fra <https://www.n2yo.com/satellites/?c=20> (lest 13.4.2023).
- NASA (u.å.). *Earth Atmosphere Model - Metric Units*.  
Tilgjengelig fra <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/atmosmet.html> (lest 6.5.2023).
- Nasrullah, A. R. (2016). «Systematic Analysis of Unmanned Aerial Vehicle (UAV) Derived Product Quality». Master Thesis in Geoinformatics. University of Twente.  
Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/nasrullah-uav-quality> (lest 6.5.2023).

- Norsk Romsenter (u.å.[a]). *Galileos oppbygning og virkemåte*.  
Tilgjengelig fra <https://www.romsenter.no/Fagomraader/Satellitnavigasjon/Galileos-oppbygning-og-virkemaate> (lest 4.5.2023).
- Norsk Romsenter (u.å.[b]). *Konstellasjon av Galileo-satellitter*.  
Tilgjengelig fra <https://www.romsenter.no/Aktuelt/Bilder-og-video/Satellitter/Galileo/Konstellasjon-av-Galileo-satellitter> (lest 4.5.2023).
- NOAA US Department of Commerce (u.å.). *Hello Solar Cycle 25*.  
Tilgjengelig fra <https://www.weather.gov/news/201509-solar-cycle> (lest 6.5.2023).
- Pandya, D. (2020). *NavIC Satellite Formation*.  
Tilgjengelig fra <https://www.researchgate.net/figure/NavIC-Satellite-Formation-fig1-342600551> (lest 6.5.2023).
- Petrov, L. (2004). *Isobaric Mapping Function*.  
Tilgjengelig fra <http://astrogeo.org/petrov/discussion/imf/imf.html> (lest 6.5.2023).
- qzss.go.jp (u.å.[a]). *Quasi-Zenith Satellite Orbit (QZO)*.  
Tilgjengelig fra <https://qzss.go.jp/en/technical/technology/orbit.html> (lest 6.5.2023).
- qzss.go.jp (u.å.[b]). *What is the Quasi-Zenith Satellite System (QZSS)?*  
Tilgjengelig fra <https://qzss.go.jp/en/overview/services/sv02-why.html> (lest 6.5.2023).
- RBC (2010). *Launch of Glonass satellites*.  
Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/rbc-glonass-launch> (lest 15.4.2023).
- Rizos, C. (1997). *Principles and practice of GPS surveying*. OCLC: 38819621. Kensington, N.S.W.: School of Geomatic Engineering, University of New South Wales. ISBN: 9780858390713.
- Sanz Subirana, J., J. M. Juan Zornoza & M. Hernández-Pajares (2013). *GNSS DATA PROCESSING. Volume I: Fundamentals and Algorithms*.  
Tilgjengelig fra <https://gssc.esa.int/navipedia/GNSS-Book/ESA-GNSS-Book-TM-23-Vol-I.pdf> (lest 4.5.2023).
- Seeber, G. (2003). *Satellite geodesy*. 2nd completely rev. and extended ed. OCLC: ocm52258226. ISBN: 9783110175493.
- Skogseth, T. & D. Norberg (2014). *Grunnleggende landmåling*. 3. utg. OCLC: 1028431059. Oslo: Gyldendal undervisning. ISBN: 9788205449343.
- Van Sickle, J. & J. Dutton (u.å.[a]). *Chinese BeiDou*.  
Publisher: e-Education Institute, College of Earth and Mineral Sciences, The Pennsylvania State University; V3 Consultants, Lakewood, CO.  
Tilgjengelig fra <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1879> (lest 4.5.2023).
- Van Sickle, J. & J. Dutton (u.å.[b]). *Differencing*.  
Publisher: e-Education Institute, College of Earth and Mineral Sciences, The Pennsylvania State University; V3 Consultants, Lakewood, CO.  
Tilgjengelig fra <https://www.e-education.psu.edu/geog862/node/1727> (lest 4.5.2023).

*Vienna Mapping Functions Open Access Data* (2020).

Tilgjengelig fra <https://vmf.geo.tuwien.ac.at/trop/products/VLBI/> (lest 26.4.2023).

Wang, X. (jul. 2015). «gLAB upgrade with BeiDou Navigation System Signals».

Masteroppg. Universitat Politècnica de Catalunya.

Tilgjengelig fra

<https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/84163/memoria.pdf> (lest 6.5.2023).

Wikipedia (apr. 2023). *Glonass*.

Tilgjengelig fra <https://tinyurl.com/glonass-ground-stations> (lest 7.5.2023).

Øvstedal, O. (2021). *Absolutt posisjonsbestemmelse med kode-observasjoner - SPS*. NBMU.

Øvstedal, O. (2022). *Lineære kombinasjoner av GNSS observasjoner*. NBMU.

# A Appendix

## A.1 Operative GPS-satellitter

(glonass-iac.ru, u.å.[l]; n2yo.com, u.å.[d])

Satellitt	Lansering (UTC)	Tatt i bruk	Sat.type	Bane/Slot	PRN
NAVSTAR 67 (USA-239)	04.10.2012	14.11.2012	II-F	A1	24
NAVSTAR 58 (USA-190)	25.09.2006	13.10.2006	IIR-M	A2	31
NAVSTAR 69 (USA-248)	21.02.2014	30.05.2014	II-F	A3	30
NAVSTAR 62 (USA-201)	15.03.2008	24.03.2008	IIR-M	A4	07
USA-343	18.01.2023	16.02.2023	III-A	A6	28
NAVSTAR 51 (USA-166)	29.01.2003	18.02.2003	II-R	B1	16
NAVSTAR 65 (USA-213)	28.05.2010	27.08.2010	II-F	B2	25
NAVSTAR 59 (USA-192)	17.11.2006	13.12.2006	IIR-M	B4	12
NAVSTAR 73 (USA-260)	25.03.2015	20.04.2015	II-F	B5	26
NAVSTAR 80 (USA-309)	05.11.2020	02.12.2020	III-A	B6	14
NAVSTAR 61 (USA-199)*	20.12.2007	02.01.2008	IIR-M	C1	29
NAVSTAR 68 (USA-242)	15.05.2013	21.06.2013	II-F	C2	27
NAVSTAR 74 (USA-262)	15.07.2015	12.08.2015	II-F	C3	08
NAVSTAR 57 (USA-183)	26.09.2005	13.11.2005	IIR-M	C4	17
NAVSTAR 54 (USA-177)	20.03.2004	05.04.2004	II-R	C5	19
NAVSTAR 56 (USA-180)	06.11.2004	22.11.2004	II-R	D1	02
NAVSTAR 66 (USA-232)	16.07.2011	14.10.2011	II-F	D2	01
NAVSTAR 52 (USA-168)	31.03.2003	12.04.2003	II-R	D3	21
NAVSTAR 70 (USA-251)	17.05.2014	10.06.2014	II-F	D4	06
NAVSTAR 81 (USA-319)	17.06.2021	25.05.2022	III-A	D5	11
NAVSTAR 78 (USA-293)	22.08.2019	01.04.2020	III-A	D6	18
NAVSTAR 72 (USA-258)	29.10.2014	12.12.2014	II-F	E1	03
NAVSTAR 75 (USA-265)	31.10.2015	09.12.2015	II-F	E2	10
NAVSTAR 64 (USA-206)	17.08.2009	27.08.2009	IIR-M	E3	05
NAVSTAR 47 (USA-150)	11.05.2000	01.06.2000	II-R	E4	20
NAVSTAR 79 (USA-304)	30.06.2020	01.10.2020	III-A	E5	23
NAVSTAR 76 (USA-266)	05.02.2016	09.03.2016	II-F	F1	32
NAVSTAR 60 (USA-196)	17.11.2007	31.10.2007	IIR-M	F2	15
NAVSTAR 71 (USA-256)	02.08.2014	17.09.2014	II-F	F3	09
NAVSTAR 77 (USA-289)	23.12.2018	13.01.2020	III-A	F4	04
NAVSTAR 43 (USA-132)	23.07.1997	31.01.1998	II-R	F6	13

Tabell 21: Operative GPS-satellitter

\*) PRN29 er midlertidig tatt ut av bruk 13.04.2023

Satellitt-type:

- II-F: den andre generasjonen av GPS-satellitter ("Block II") som ble lansert fra 1990 til 1997;
- II-R: den andre generasjonen av GPS-satellitter ("Block II") som ble lansert mellom 1997 og 2004
- IIR-M: GPS-satellitter fra "Block IIR" som er forbedret versjon av "Block II". Satellittene IIR-M inneholder en ekstra navigasjonssender kjent som "M-Code", denne senderen gir økt sikkerhet og presisjon for militære brukere av GPS-systemet. Ble lansert fra 2005 til 2009;
- III-A: den tredje generasjonen av GPS-satellitter ("Block III"). Satellittene med "III-A" betegnelse har spesielle funksjoner, som inkluderer en militær M-kode-sender og en civile L1C-sender. Ble lansert fra 2018.

## A.2 Operative Galileo-satellitter

(glonass-iac.ru, u.å.[c]; n2yo.com, u.å.[b])

Satellitt	Lansering (UTC)	Tatt i bruk	Bane/Slot	PRN
GSAT0218	12.12.2017	12.12.2017	A01	E31
GSAT0210	24.05.2016	01.12.2016	A02	E01
GSAT0215	12.12.2017	12.12.2017	A03	E21
GSAT0217	12.12.2017	12.12.2017	A04	E27
GSAT0206	11.09.2015	04.12.2015	A05	E30
GSAT0211	24.05.2016	01.12.2016	A06	E02
GSAT0216	12.12.2017	12.12.2017	A07	E25
GSAT0205	11.09.2015	28.01.2016	A08	E24
GSAT0220	25.07.2018	25.07.2018	B01	E13
GSAT0221	25.07.2018	25.07.2018	B02	E15
GSAT0223	05.12.2021	05.05.2022	B03	E34
GSAT0219	25.07.2018	25.07.2018	B04	E36
GSAT0101	21.10.2011	10.12.2011	B05	E11
GSAT0102	21.10.2011	16.01.2012	B06	E12
GSAT0222	25.07.2018	25.07.2018	B07	E33
GSAT0203	27.03.2015	03.12.2015	B08	E26
GSAT0224	05.12.2021	29.08.2022	B15	E10
GSAT0214	17.11.2016	25.08.2017	C01	E05
GSAT0209	17.12.2015	22.04.2016	C02	E09
GSAT0213	17.11.2016	09.08.2017	C03	E04
GSAT0103	12.10.2012	01.12.2012	C04	E19
GSAT0207	17.11.2016	31.08.2017	C06	E07
GSAT0208	17.12.2015	22.04.2016	C07	E08
GSAT0212	17.11.2016	01.08.2017	C08	E03

Tabell 22: Operative Galileo-satellitter



### A.3 Operative GLONASS-satellitter

(glonass-iac.ru, u.å.[h]; n2yo.com, u.å.[c])

Satellitt	Lansering (UTC)	Tatt i bruk	Bane	Slot	SV
Kosmos 2456	14.12.2009	30.01.2010	I	1	730
Kosmos 2485	26.04.2013	04.07.2013	I	2	747
Kosmos 2476	04.11.2011	08.12.2011	I	3	744
Kosmos 2544	11.12.2019	03.01.2020	I	4	759
Kosmos 2527	17.06.2018	29.08.2018	I	5	756
Kosmos 2457	14.12.2009	24.01.2010	I	6	733
Kosmos 2477	04.11.2011	18.12.2011	I	7	745
Kosmos 2475	04.11.2011	20.09.2012	I	8	743
Kosmos 2501	30.11.2014	15.02.2016	II	9	702
Kosmos 2436	25.12.2007	22.01.2008	II	10	723
Kosmos 2547	25.10.2020	28.04.2022	II	11	705
Kosmos 2534	27.05.2019	22.06.2019	II	12	758
Kosmos 2434	25.12.2007	08.02.2008	II	13	721
Kosmos 2522	22.09.2017	16.10.2017	II	14	752
Kosmos 2529	03.11.2018	21.11.2018	II	15	757
Kosmos 2564	28.11.2022	22.12.2022	II	16	761
Kosmos 2514	07.02.2016	28.02.2016	III	17	751
Kosmos 2494	23.03.2014	14.04.2014	III	18	754
Kosmos 2433	26.10.2007	25.11.2007	III	19	720
Kosmos 2432	26.10.2007	27.11.2007	III	20	719
Kosmos 2500	14.06.2014	03.08.2014	III	21	755
Kosmos 2557	07.07.2022	30.12.2022	III	22	706
Kosmos 2460	01.03.2010	28.03.2010	III	23	732
Kosmos 2545	16.03.2020	14.04.2020	III	24	760
Kosmos 2559	10.10.2022	under test	III	25	707

Tabell 23: Operative GLONASS-satellitter

## A.4 Operative BeiDou-satellitter

(glonass-iac.ru, u.å.[b]; n2yo.com, u.å.[a])

Satellitt	Lansering (UTC)	Sat.type	Bane	PRN
Compass-G8	17.05.2019	BDS-2	GEO	C01
Compass-G6	25.10.2012	BDS-2	GEO	C02
Compass-G7	12.06.2016	BDS-2	GEO	C03
Compass-G4	31.10.2010	BDS-2	GEO	C04
Compass-G5	24.02.2012	BDS-2	GEO	C05
BeiDou-3 G1	01.11.2018	BDS-3	GEO	C59
BeiDou-3 G2	09.03.2020	BDS-3	GEO	C60
Compass-IGSO1	31.07.2010	BDS-2	IGSO	C06
Compass-IGSO2	17.12.2010	BDS-2	IGSO	C07
Compass-IGSO3	09.04.2011	BDS-2	IGSO	C08
Compass-IGSO4	26.07.2011	BDS-2	IGSO	C09
Compass-IGSO5	01.12.2011	BDS-2	IGSO	C10
Compass-IGSO6	29.03.2016	BDS-2	IGSO	C13
Compass-IGSO7	09.07.2018	BDS-2	IGSO	C16
BeiDou-3 I1	20.04.2019	BDS-3	IGSO	C38
BeiDou-3 I2	24.06.2019	BDS-3	IGSO	C39
BeiDou-3 I3	04.11.2019	BDS-3	IGSO	C40
Compass-M3	29.04.2012	BDS-2	MEO	C11
Compass-M4	29.04.2012	BDS-2	MEO	C12
Compass-M6	18.09.2012	BDS-2	MEO	C14
BeiDou-3 M1	05.11.2017	BDS-3	MEO	C19
BeiDou-3 M2	05.11.2017	BDS-3	MEO	C20
BeiDou-3 M3	12.02.2018	BDS-3	MEO	C21
BeiDou-3 M4	12.02.2018	BDS-3	MEO	C22
BeiDou-3 M5	29.07.2018	BDS-3	MEO	C23
BeiDou-3 M6	29.07.2018	BDS-3	MEO	C24
BeiDou-3 M11	24.08.2018	BDS-3	MEO	C25
BeiDou-3 M12	24.08.2018	BDS-3	MEO	C26
BeiDou-3 M7	11.01.2018	BDS-3	MEO	C27
BeiDou-3 M8	11.01.2018	BDS-3	MEO	C28
BeiDou-3 M9	29.03.2018	BDS-3	MEO	C29
BeiDou-3 M10	29.03.2018	BDS-3	MEO	C30
BeiDou-3 M13	19.09.2018	BDS-3	MEO	C32
BeiDou-3 M14	19.09.2018	BDS-3	MEO	C33
BeiDou-3 M15	15.10.2018	BDS-3	MEO	C34

BeiDou-3 M16	15.10.2018	BDS-3	MEO	C35
BeiDou-3 M17	18.11.2018	BDS-3	MEO	C36
BeiDou-3 M18	18.11.2018	BDS-3	MEO	C37
BeiDou-3 M19	16.12.2019	BDS-3	MEO	C41
BeiDou-3 M20	16.12.2019	BDS-3	MEO	C42
BeiDou-3 M21	23.11.2019	BDS-3	MEO	C43
BeiDou-3 M22	23.11.2019	BDS-3	MEO	C44
BeiDou-3 M23	22.09.2019	BDS-3	MEO	C45
BeiDou-3 M24	22.09.2019	BDS-3	MEO	C46

Tabell 24: Operative BeiDou-satellitter

Satellitt-type:

- BDS-2 var den andre generasjonen av BDS-satellitter, som ble lansert fra 2007 til 2012. Denne generasjonen bestod av 10 satellitter som gir regional dekning over Asia - Stillehavsområdet. BDS-2 hadde begrenset dekning og nøyaktighet sammenlignet med andre satellittnavigasjonssystemer.
- BDS-3 er den tredje og siste generasjonen av BDS-satellitter, som ble lansert fra 2015 til 2020. BDS-3 består av et globalt satellittnavigasjonssystem som gir tjenester i hele verden, og som tilbyr økt nøyaktighet og pålitelighet sammenlignet med BDS-2. BDS-3 består av et nettverk av satellitter i lav jordbane, mellomjordbane og geostasjonær bane, og inkluderer også satellitter med høy presisjon for spesielle applikasjoner.



**Norges miljø- og biovitenskapelige universitet**  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway