Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2022 30 stp
Fakultek for realfag og teknologi

Hvordan kan sammensettingen av utforskende oppgaver bidra til læring, og planlegging av undervisning?

How can the composition of inquiry- based tasks contribute to learning and planning the tution?

Ole Mathias Rønning Sagen
Lektorutdanning i realfag (LUR), NMBU

Innholdsfortegnelse

Forord

Nå har hele fem år sust forbi med eksamener, Covid-19 og ikke minst masse gode studievenner. Lektorprogrammet på NMBU har vært lærerikt og inspirerende for min videre vei som lærer. Gjennom min tid på Frogn VGs har jeg fått gode erfaringer og muligheten til å undervise forskjellige linjer som yrkesfag, salg, service og reiseliv og studiespesialiserende. Jeg vil gjerne takke Frogn VGs for å gi meg muligheten til å jobbe der. Dette har bidratt til å forme meg til en bedre lærer og jeg har fått mange gode erfaringer og refleksjoner over egne undervisningstimer og med kollegaene mine.

Jeg vil også takke familien for all støtte gjennom studiene her på Ås, og ikke minst samboeren min, Madeleine- Emilie Killingstad, som har holdt motet mitt oppe gjennom dette siste halvåret. En spesiell takk vil jeg gi til min stefar Asgeir Trønes. Du var en stor inspirasjon for meg når det gjaldt å gå veien som lektor.

Til slutt vil jeg takke min veileder Margrethe Naalsund!

Sammendrag

I 2020 tredde den nye fagfornyelsen i kraft (Udir, 2019). Innen matematikkfaget ble utforskning og problemløsning satt sammen til et kjerneelement som skulle implementeres i fagets tekstbøker, oppgaver og eksamensoppgaver. Denne masteren skal utforske sammenkoblingen mellom utforskende oppgaver i lærebøkene, og disse oppgavenes bidrag både til elevenes læring, og lærerens undervisning og planleggingsprosess. Moderne forskning viser at læreboken har en sentral rolle i norsk skole og i norsk undervisning (Gilje, et. Al., 2016; Pratama & Retnawati, 2018). Læreboken er et svært viktig verktøy, og fungerer som en rettesnor og en guide i lærerens undervisningsplanlegging og det påfølgende elevarbeidet.

I denne masteroppgaven analyserer jeg 3793 oppgaver fordelt på tre lærebøker rettet mot 1T-matematikk elever på videregående skole, to av bøkene ble gitt ut etter fagfornyelsen og en før. Analysen beror på to metoder, først blir det gjort en kvalitativ analyse av oppgavene i de tre bøkene for å se på fordelingen av åpne og lukkede oppgaver. Deretter ser jeg på et spesifikt kapittel fra hver av de tre bøkene og kategoriserer oppgavene fra kapitlene etter Blooms taksonomi, i dette tilfellet ser jeg på kapitlene som tar for seg funksjoner. Resultatene viser en kraftig økning i representasjonen av åpne oppgaver i norske læreverk etter iverksettelsen av den nye læreplanen. En annen ting det har blitt betraktelig mer av er oppgaver med høyere kognitive krav. Oppgaver med høye kognitive krav beror på at eleven må vurdere, utforske og anvende tidligere kunnskap og erfaringer (Valenta, 2016). Gjennom en studie gjort av Boaler (1997-1998) ser vi at elever lærer mer ved bruk av slike oppgaver. Dette gir læreren. An mulighet til å bruke boken som en guide for å stimulere til utforskende og elevorientert undervisning som bidrar positivt til læring og motivasjon.

Summary

During 2019 the Norwegian directory of education (UDIR) put forward a new curriculum standard: «fagfornyelsen», which has been implemented in the Norwegian school system since 2020 (UDIR, 2019). Within mathematics as a subject, exploration and problem-solving was put together as a core element, which was to be implemented in both the actual written curriculum, the textbook assignments, and final exams. This master thesis focuses on finding a connection between explorative assignments in textbooks and their contribution both to the students learning, and to the teachers planning process. Through research scientists have concluded that the textbooks have a significant role in the Norwegian classroom (Gilje, et. Al., 2016; Pratama & Retnawati, 2018). The written curriculum is an important tool for Norwegian teachers and acts like a guide for each class´ lectures and assignments.

In this thesis I will use qualitative content analysis to analyse 3793 assignments from three different textbooks aimed at students on the 1T- mathematic course in Highschool (Videregående skole) to look at the distribution between open and closed assignments. Then I will look at the chapter detailing functions in each of the three books and use Blooms taxonomy to categorize the open and closed assignments. The results show that there is a significant increase in open assignments in the textbooks published after the curriculum renewal. In addition there is an increase in assignments with higher cognitive requirements. Assignments with higher cognitive requirements are defined as assignments where the students must evaluate, explore and use prior knowledge and experience (Valenra, 2016). Through a study conducted by Boaler (1997, 1998) we have learned that students learn more by exploring those kinds of assignments. This gives the teacher an opportunity to use the textbook as a guide to stimulate the students to explore and to contribute to their own learning in a positive and motivating manner.

1. Innledning

1.1 Oppgaven

«Har du sett anmeldelsen av den nye matteboken?» skriver Ane Christiansen i Aftenposten (Chrsitiansen, 2020). Fokuset på lærebokanalyse og forskning er svært lav her i Norge skriver hun videre. Lærerbøker er blant landets mest leste bøker (Gilje, et al., 2016), og da er det merkelig at ingen går inn i innholdet og ser om det er god lærebok. Fra du begynner på barneskolen til du slutter på videregående, eller høyere utdanning, benytter alle elever seg av lærerbøker på skolen og hjemme. Læreboken gir også et godt grunnlag for hvordan læreren skal legge opp undervisningen, og den fungerer som en rettesnor for læreren (Pratama & Retnawati, 2018). Sammenlignet med andre land viser det seg at lærebokens rolle er svært fremtredende i Norge (Schmidt, McKnight, Valverde, Houang, & Wiley, 1996). Som lærer selv (vikariat i VGs og ungdomskolen) skulle jeg ideelt sett fått god tid på å planlegge undervisningen min i samråd med mine kollegaer, men i den travle hverdagen på skolen har jeg erfart at det ikke alltid er god nok tid til å forberede en aktiv matematikktime med diskusjoner, refleksjoner og utforskende arbeid. Ofte blir læreboken brukt på trinnmøtene for å planlegge undervisningen, og senere for å styre timene, og da er det nyttig å ha en lærebok som står i stil med læreplanen.

Før fagfornyelsen inneholdt lærebøker ofte mange oppgaver som liknet på hverandre, eller som gjenspeilet seg i tidligere eksempler gitt i boken. Dette kan sees i resultatdelen i boken Sinus 1T fra 2013 (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl, & Hals, 2014). I tillegg vises dette seg også i TIMMS rapporten fra 2010 hvor elevene ble spurt om hva det jobbes mest med i en matematikktime, konklusjonen: reproduserende oppgaver (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010). Reproduserende oppgaver er oppgaver der elevene følger samme løsningsmetode og strategi som et gitt eksempel tidligere i læreboken (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020). Etter læreren har undervist et tema og gjør en oppgave på tavlen med gjennomgang, blir ofte elevene sittende og løse oppgaver med samme mønster eller av samme type (Fuglestad, 2010). Dette har blitt dokumentert i flere undersøkelser, inkludert TIMMS rapporten publisert i 2010 (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010), og dette kommer også til syne i læreboken Sinus 1T (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl, & Hals, 2014). I teksten til Fuglestad (2010) skriver hun at oppgavene som oftest var lukket i den forstand at det kun var ett svar og at den ikke leder til noe mer undersøkelse. Som vikarlærer har jeg erfart at elever sier ting som: «Hva skal jeg gjøre?», «Hvilket eksempel fra boken skal jeg bruke for å løse denne oppgaven?» Dette kan sees på som at elevene kun er interessert i å få svaret, eller metoden gitt av læreren for å bli ferdig med oppgaven og gå videre. Det kan virke som om fokuset var å gjøre det bra på eksamen gjennom pugging ved oppgaveløsning, men ikke det å utfordre seg selv ved utforskning. Da dukker et par sentralt spørsmål opp: kan vi tillatte at matematikkboken er lagt opp på denne måten? Bør ikke elevene få utfordre seg og tenke på sin måte og nye måter?

I 2020 kom den nye læreplanen fra Utdanningsdirektoratet, og det ble mye forandringer i læringsmålene (Udir, 2019). Blant annet ble utforskning og problemløsning et kjerneelement for matematikkfaget for den videregående skolen. Fra læreplanen i 2006 (LK06) ble det lagt opp til at matematikkbøkene skulle inneholde 9 distinkte kapitler, den nye læreplanen legger opp til 6 kapitler. Dette tyder i utgangspunktet på at pensum har blitt redusert, men det er ikke tilfellet, fagets omfang er fremdeles like stort. Gjennom praksis fra studiet og erfaringer fra jobb på en videregående skole har jeg sett at det ikke nødvendigvis alltid er tid til å gå gjennom en utforskende oppgave i plenum med elevene. Det å sørge for at hvert delkapittel blir undervist ferdig oppfattes som svært viktig slik at elevene har kunnskapen de trenger til eksamen. Da bør også matematikkboken inneholde et mangfold av oppgaver og også utforskende oppgaver. Dette er fordi det er boken de jobber med når læreren er ferdig med å undervise, og det er den de har med hjem. Det handler heller ikke bare om oppgavene, men også om hvordan hvert delkapittel bli presentert. Dette er svært viktig for at elevene skal få motivasjon til å jobbe med matematikk (Wæge & Nosrati, 2019; Pintrich, 2003; Stedøy, 2018). Da hjelper det ikke med oppgaver som kun er repeterende eller at løsningsmetoden er lik for hver oppgave. Det kan bli veldig kjedelig for mange i lengden. En studie gjort av Gilje viser at læreboken oftest blir brukt som læremiddel i siste matematikktime (Gilje, et al., 2016).

I denne masteroppgaven vil jeg se på utforskende oppgaver i tre matematikkbøker for den videregående skolen, en fra før fagfornyelsen og to etter. Jeg vil se på innholdet av oppgavetyper og hva som blir vektlagt. Gjennom fagdidaktisk litteratur, kvantitativ bokanalyse og en analyse av tre matematikkbøker fra tre ulike forlag skal jeg se på teorien om hvordan utforskende oppgaver påvirker elevers læring i faget, og omfanget av utforskende- og åpne oppgaver i matematikkbøker. Modellen jeg skal bruke er inspirert av Blooms måltaksonomi (Bloom, 1956) som definerer graden av det kognitive kravet, eller, sagt på en annen måte, hvor kompleks oppgaven er (Pratama & Retnawati, 2018; Valenta, 2016).

1.2 Formålet med oppgaven

I denne masteroppgaven vil jeg analysere tre matematikkbøker fra tre ulike forlag, og se på hvordan oppgavene blir formulert. Er det reproduserende oppgaver som er i høysetet, eller er det også lagt vekt på utforskende oppgaver? Formålet er å se om de nye lærerbøkene støtter seg opp mot den nye læreplanen om utforskning og problemløsning. I tillegg er formålet å se på sammensetningen av utforskende oppgaver og disse oppgavenes bidrag til læring og planlegging.

1.3 Forskningsspørsmål og begrunnelse for valg av forskningsspørsmål

I alle mine år som elev og student har jeg elsket matematikk og har søkt etter hvilke praktiske anvendelser den har. Som elev er det vanskelig å vite hvordan matematikken kan brukes praktisk når verken læreren eller lærerboken forteller deg det. Som jeg nevnte tidligere har matematikkboken og oppgaveløsning en stor rolle i norsk matematikkundervisning (Valenta, 2016), og denne mangelen på informasjon er slående for en aspirerende matematiker. I tillegg fungerer læreboken som en guide eller en rettesnor for hvordan læreren kan planlegge undervisningen sin. Dette gjør seg spesielt gjeldene i perioder der felles planlegging med andre matematikklærere på samme skole og trinn ikke lar seg gjøre, viktigheten av et felles kunnskapsgrunnlag hos elevene kan ikke undervurderes. Med den nye lærerplanen (LK20) håper jeg at jeg finner stor forbedring i dette kontra LK06.

Forskningsspørsmålet mitt for denne masteren vil derfor være;

Hvordan kan sammensettingen av utforskende oppgaver bidra til læring, og planlegging av undervisning?

For å komme frem til et mulig svar vil jeg gjennomføre to analyser og sammenlikne med teorier. Den ene analysen vil være generell og jeg vil se på innholdet av åpne og lukkede oppgaver i to matematikkbøker. Den andre analysen vil gå mer inn i dybden av et kapittel fra hver bok hvor jeg kategoriserer oppgavene i Blooms taksonomi. Dette vil gi meg et svar på hva elevene og læreren kan forvente av boken, og om innholdet tilfredsstiller kjerneelementet om utforskning fra læreplanen i matematikk 1T (Udir, 2019).

1.4 Motivasjon

Min motivasjon for denne masteren er å få satt meg inn dypere i teorier som omhandler matematikkundervisning, matematikkoppgaver og ikke minst innholdet til læreverket. Matematikk er også et fag jeg er ekstremt glad i, og når jeg ser at elever har prestert dårlig på internasjonale tester som TIMMS Advanced (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010) vil jeg som lærer prøve å være en positiv drivkraft for elevene mine. Samtidig ønsker jeg å bli godt kjent med lærebøkene som benyttes og ikke minst noen deler av fagfornyelsen. Jeg har nå jobbet som ringevikar i to år, og 20 prosent fast i et år på en videregående skole, her har jeg fått kjent på at jeg har valgt riktig utdanning. Gleden av å kunne dra på jobb, forme og undervise elever blir større for hver dag. Personlig har jeg opplevd at elevene er interessert i å få svaret direkte, og de gjerne jobber alene med oppgaver som defineres som reproduserende. Fra mitt, kanskje idealistiske syn, skal matematikktimene være elevorienterte og utforskende. Jeg vil derfor se på om matematikkbøkene i dag er lagt opp til slik utforskende og elevorientert undervisning, og hvilken konsekvens dette kan ha på elevenes læring i fremtiden.

1.5 Oppbygging av oppgaven

I dette kapittelet skal jeg forklare hvordan masteren er bygget opp, og jeg har vist min motivasjon for lærebokanalyse og hva fokuset mitt har vært for analysen.

I kapittel 2 går jeg gjennom teori om Norges posisjon i matematikk, hva utforskende oppgaver er og hvilke faktorer som gjør at det er viktig at utforskende oppgaver blir gitt til elever, både fra lærer og i fra boken.

I kapittel 3 presenterer jeg metoden jeg har valgt å bruke for analysen og hvorfor jeg akkurat har valgt denne. Her går jeg igjennom hvordan analysen skal foregå og hvilke kriterier man må følge, og hvordan jeg kategoriserer dataene. Ved hjelp av Schreier (2012) sin artikkel om kvalitativ innholdsanalyse vil jeg lage to koderammer for min forskning. Den ene er inspirert av (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020), og den andre koderammen er inspirert fra Blooms måltaksonomi (Bloom, 1956).

Videre i kapittel 4 vil jeg presentere resultatene og analysen ut fra metodekapittelet i kapittel 3.

Videre i kapittel 5 vil jeg diskutere resultatene i lys av fagdidaktisk litteratur, og hvordan dette kan videreutvikles for elever og lærere, og til tilpasset opplæring for elever med ekstra behov. I tillegg vil jeg ta opp eventuelle feilkilder.

*

2. Teori

I dette kapittelet vil jeg se på teorier som bygger opp til mitt forskningsspørsmål. Innenfor utforskende oppgaver ligger det mye teori i grunn. Jeg skal gå mer inn på hva utforskende matematikk og matematikkundervisning er, hvordan læreboken fungerer som en guide for planlegging av undervisning og hvordan situasjonen for matematikk i Norge har vært de siste 20 årene. Samtidig vil jeg vise hvorfor akkurat utforsking er viktig innenfor matematikk og hva det innebærer.

2.1 Fagfornyelsen og den nye læreplanen LK20 for matematikk

I 2020 skjedde det store forandringer innenfor læreplanen for skolen. Jeg vil begynne dette kapittelet ved å oppsummere hva dette innebærer og hva som er de nye elementene innenfor matematikk 1T. Matematikk 1T er teoretisk matematikk som elevene på klassetrinn 1 ved videregående skole kan velge. Fra læreplanen i matematikk fellesfag vg1 teoretisk er et av de nye kjerneelementene utforsking og problemløsning. I denne delen skrives det som følger:

«Utforsking i matematikk T handler om at elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse. Elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene enn på løsningene. Problemløsing i matematikk T handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk. Videre innebærer det å vurdere om delproblemene best kan løses med eller uten digitale verktøy. Problemløsing handler også om å analysere og omforme kjente og ukjente problemer, løse dem og vurdere om løsningene er gyldige.» (Udir, 2019)

I tillegg skriver de om modellering og anvendelser, resonering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kunnskapsområder. Ord som går igjen i disse avsnittene er utforskende, kritisk tenking og resonering. Utforsking har, i læreplanen, blitt et begrep som er veldig viktig, og det er vesentlig at skolen og læremidlene legger til rette for dette. Senere skriver jeg om lærebokens rolle i skolesystemet og om at boken er et viktig verktøy læreren benytter for å planlegge undervisningen. Da må det stilles krav til kvaliteten på oppgavene.: Har de lav inngangsterskel?

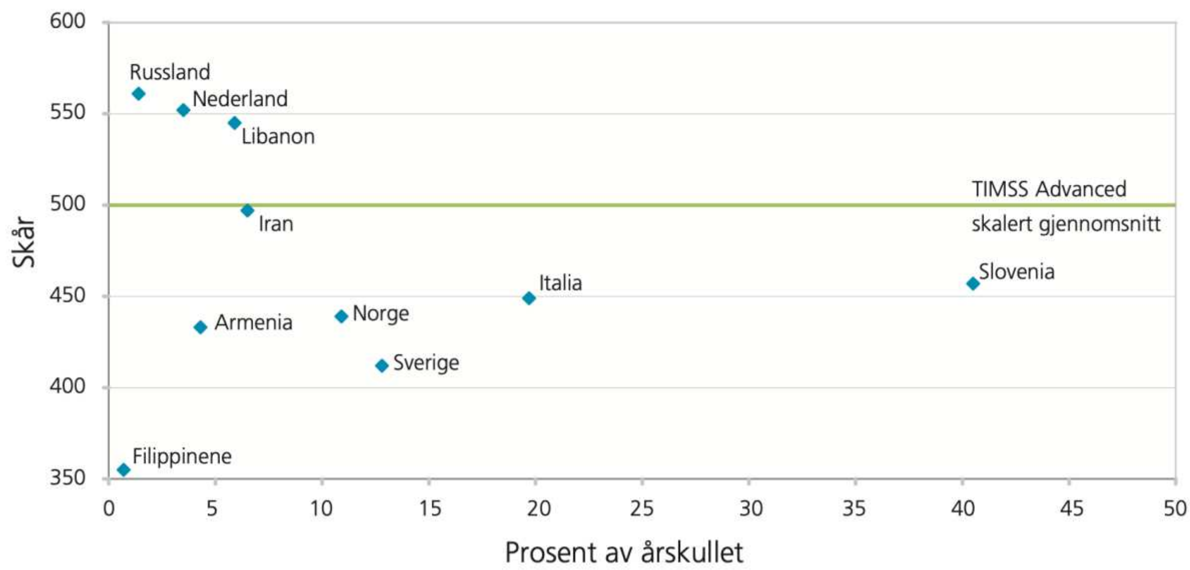
Treffer oppgavene elevers hverdag eller aktuelle samfunnsproblemstillinger? Gir de rom for diskusjon blant elevene?

Dette er en endring vi trenger ut fra hovedfunnene til rapporten TIMMS Advanced i 2010 som viser at norske klasser som i større grad enn andre benytter diskusjon og argumentasjon over løsningsmetoder og strategier, presterer bedre i matematikk (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010).

2.2 Norges posisjon i matematikk

I denne delen av oppgaven vil jeg legge frem tidligere resultater over hvordan matematikkundervisningen har vært i Norge og hvordan resultatene har vært.

Fra TIMMS rapporten i 2010 (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010) ble det lagt frem flere studier og analyser innenfor matematikkfaget fra Norge og andre land i perioden 1995 til 2008. Her var det blant annet studier om matematikkskår og hva elevene gjorde i matematikktimene.



Figur 1: Viser sammenhengen mellom matematikkskår og prosentandel av årskullet som tar fordypning i matematikk. (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010)

Fra figur 1 ser vi at Norge presterer dårligere enn både Slovenia og Italia selv om de er flere elever som tar fordypning matematikk. Som vi ser, blir 20% av det aktuelle årskullet i Italia testet. Grunnene som kommer frem til at Norge har en dårligere score handler om måten vi underviser på. I diskusjonsdelen av Matematikk i motvind (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010) skrivers det at:

«Å løse oppgaver på egen hånd er en sentral og viktig arbeidsmåte for å lære matematikk. Både i Norge og i andre land har denne måten å arbeide på en framtredende plass i undervisningen. Det framstår likevel som problematisk at det er en *mer ensidig vekt på denne arbeidsmåten i Norge enn i andre land*. Andre viktige arbeidsmåter for å lære matematikk – som argumentasjon og diskusjon av løsninger og strategier – blir mindre brukt i 3MX i Norge enn i tilsvarende kurs i andre land.» (Grønmo, Onstad & Pedersen, 2010)

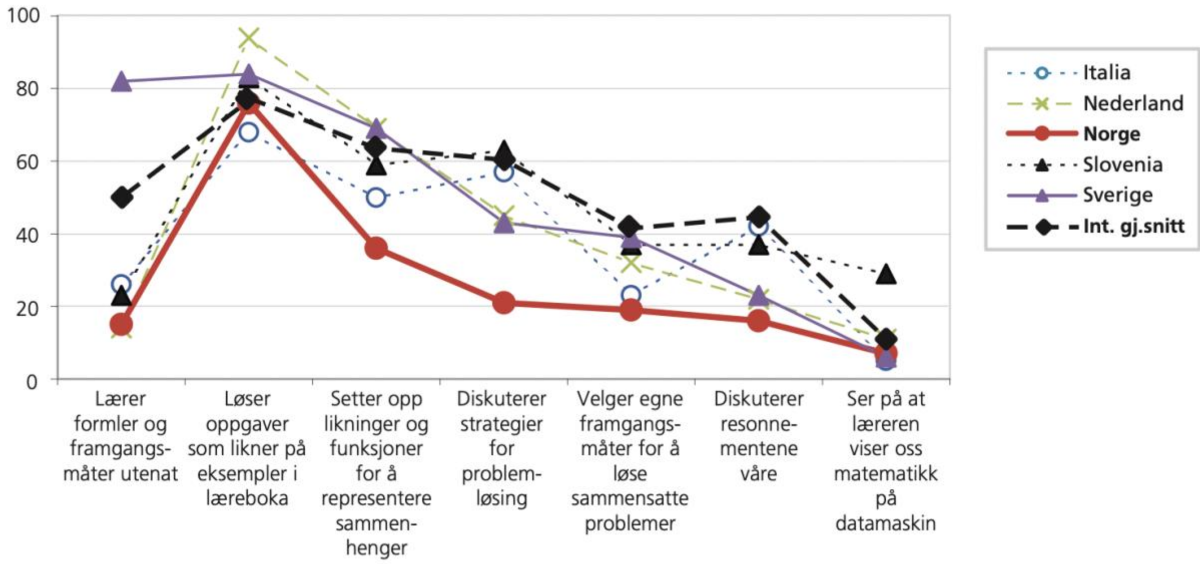
Det viser seg, gjennom analyser, at klasser i Norge som vektlegger diskusjoner og argumentasjoner presterer bedre enn klasser som ikke gjør dette så ofte. Grunner til dette ser jeg videre på i teorikapittelet.

Gjennom TIMMS Advanved rapporten ses det også på hva som kjennetegner norsk undervisning. Det ble satt opp syv punkter som elevene skulle svare på. Svaralternativene var; «Hver eller nesten hver eneste time», «Omtrent halvparten av timene», «Noen timer», eller «Aldri». Spørsmålene elevene fikk var som følger.

«

1. Vi lærer formler og framgangsmåter utenat
2. Vi løser oppgaver som likner på eksempler i læreboka
3. Vi setter opp likninger og funksjoner for å representere sammenhenger
4. Vi diskuterer strategier for problemløsing
5. Vi velger egne framgangsmåter for å løse sammensatte problemer
6. Vi diskuterer resonnementene våre
7. Vi ser på at læreren viser oss matematikk på en datamaskin»

(Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010)



Figur 2: Viser resultatet over hvilke arbeidsmetoder elevene jobber med. Den røde streken indikerer Norge (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010).

Resultatet vist i figur 2 viser resultatet over disse kategoriene. Her er svaret fra norske elever representert med den røde streken. Det elevene jobber mest med er å løse oppgaver som likner på eksempler i læreboken. Andersson-Bakken, Jegstad og Bakken refererer til slike oppgaver som reproduserende oppgaver (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020). Disse type oppgavene gjør at elevene lærer raskt, men det er gjerne kortvarig kunnskap som ikke like lett lar seg hente frem igjen senere, og i tillegg viser seg at elever som jobber på denne måten gjør det dårligere på tester enn elever som jobber utforskende (Boaler, 1997, 1998; Valenta, 2016). Med tanke på mitt forskningsspørsmål blir utforskning lagt lite vekt på. I tillegg påpekes det i TIMMS rapporten at trening av fremgangsmåter, diskutering og refleksjon rundt svaret blir mindre vektlagt her i Norge enn i andre land, og dette gjelder for alle trinn i Norsk skole (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010).

2.3 Hvorfor analysere lærerbøker?

Det har allerede blitt gjennomført mye forskning rundt lærebokens rolle og betydning innen matematikkundervisningen. I den norske skolen er lærerboken noe alle har lest, jobbet med, og har et forhold til på godt eller vondt, både nåværende elever, tidligere elever, og lærere som har vært på begge sider av pulten. Christiansen (2020) sier at «lærebøker er Norges mest leste litteratur, uten tvil» (Christiansen, 2020). Dette betyr at forskning på temaet er svært viktig for både samfunnet og elevenes utdanning. Lærerbokens rolle i matematikkfaget er også ofte primærkilden for undervisning (Kongelf, Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge, 2017a). Matematikkboken presenterer både fremgang og innholdet for undervisningen. Det gjør at eleven selv kan benytte lærerboken for å gjøre opp en mening på hvilket nivå h*n tilfredsstiller. Schmidt (referert i Kongelf, 2017a) skriver at læreboka styrer spesielt mye av undervisning i norsk skole. Dette støttes av rapporten fra TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy, & Arora, 2012). Forskningen her viser at betydningen av læreboken i undervisning er viktig, men viktigere i matematikkfaget.

Målene i lærerplanen er kunnskap elevene skal tilegne seg i løpet av endt videregående utdanning ut ifra utdanningsdirektoratet sine føringer. Måten matematikkbøkene blir fremstilt på, i form av oppgaver, innledning til kapiteler, eksempler og utforskende oppgaver, spiller en stor rolle i hvordan elevene forstår matematikk og temaene boken tar opp (Kongelf, 2017b). Etter fagfornyelsen i 2020 kom det nye lærebøker. Forskning innenfor lærebokanalyse vil derfor være nødvendig for at bøkene skal være gode nok og at har oppgaver til alle nivåer, lukkede, åpne og utforskende, og også for å sørge for at læreplanmålene dekkes på en tilfredsstillende måte.

Utdanningsdirektoratet utlyste et forskningsoppdrag av Gilje et al. (2016) hvor det var en studie på hva slags læringsmidler skolene velger ut, og hvordan dette blir brukt av lærere og elever i skoleverket. Et av hovedfunnene her var at det læremiddelet som oftest ble brukt i siste holdte undervisningstime var læreboken (s.71). I tillegg viste deg seg at læreboken ble brukt som et strukturert element i undervisningstimene og var et utgangspunkt for mange aktiviteter under økten (s.72). Samtidig viser det seg at læreren gjerne benytter seg av egne strategier som PowerPoint for å tilpasse og forenkle stoffet fra læreboken for elevene, som et supplement til boken, ikke som en egen undervisningsenhet. Igjen disse egenproduserte læremidlene er som regel lagd i henhold til læreboken (Gilje, et al., 2016).

I en annen artikkel av Pratama og Retnawati (2018) skriver de at meningen med lærebøker er:

- Legge til rette for læreren når h*n skal undervise
- La elevene få repetere stoffet hjemme eller å forberede seg på nytt stoff
- Gi oppgaver som elevene kan finne en interesse i

«A good textbook is a well tested textbook» (Pratama & Retnawati, 2018). En god lærebok er ifølge Pratama og Retnawati basert på fire kriterier; 1) Kompetanse, 2) Innhold, 3) Innledning av kapiteler og 4) Vurdering. Lærebøker er ikke bare en bok som inneholder oppgaver og eksempler. Den kan også være en guide for læreren med tanke på undervisningsform stoffet kan undervises i. Hvis innledningen av et nytt kapittel starter med en utforskende oppgave, kan læreren holde en utforskende undervisning. På denne måten kan lærebokens innhold bety mye for hvordan elevene lærer og hvor mye de lærer. En annen viktig faktor er å holde motivasjonen og interessen for faget ved like.

Summen av disse studiene og argumentene fra Christiansen (2020), Gilje, et. Al. (2016, Kongelf (2017b) og Pratama og Retnawati (2018) støtter godt opp mot viktigheten av mitt forskningsspørsmål. I tillegg stemmer det overens med min erfaring som vikarlærer.

En god analyse av en lærebok kan hjelpe skolen i stor grad når de skal velge seg et nytt læreverk. For skolen er dette et komplisert valg. Svensken Lennart Berglund har utviklet 13 spørsmål som skal ses på når lærerbøker skal vurderes. Disse punktene er;

«

1. Inneholder boka det rette stoffet?
2. Er innholdet korrekt?
3. Er innholdet aktuelt?
4. Presenteres innholdet korrekt?
5. Pedagogisk opplegg i boka
6. Språket i lærerboka
7. Illustrasjoner
8. Typografi og layout
9. Studietekninsk apparat
10. Papirkvalittet
11. Innbinding
12. Bokformatet
13. Bokomslaget»

(Imsen, Hvordan vurdere lærerbøker?, 2016)

Punkt 1-5 er noe som gjenspeiler seg med det Pratama og Retnawati (2018) skriver. I metodedelen av master ligger fokuset på punkt 1-5.

2.4 Utforskende matematikk

Utforskende matematikk

Hva er det som karakteriserer matematikk i utforskende matematikk? Dette skal jeg få frem i dette delkapittelet. Forskere forklarer dette på forskjellige måter, men som vi vil se er det en fellesfaktor som går igjen. Nå vil jeg legge frem noen utvalgte karakteriseringer av utforskende matematikk, før jeg presenterer kategoriseringen som blir brukt i min studie.

En generell oppfatning av undervisning og læring er at læreren er i sentrum og deler sin kunnskap til elevene som sitter og hører på. Gjennom oppgaveregning følger elevene faste rutiner og instrukser på hvordan de skal løse oppgavene (reproduserende). Utforsking er det stikk motsatte av denne prosedyren. Her skal elevene selv være aktive deltakere i sin egen læring.

«Gjennom utforskende (inquiry basert) undervisning skal elevene utforske og undersøke en matematisk problemstilling. De skal planlegge løsningsmetoder, forklare og begrunne løsningene, og oppmuntres til å stille nye spørsmål som de skal prøve å finne svar på.» (Stedøy, 2018). Dette blir en elevsentrert undervisning. Læreren kan presentere oppgaven og være en guide for elevene under løsningen, men elevene skal selv være på og jobbe som forskere.

«Et viktig stikkord for vår tilnærming til matematikk har vært *inquiry*. Dette begrepet handler om å stille spørsmål, undre seg, under- søke, utforske, eksperimentere og søke etter kunnskap» (Fuglestad, 2010). Det er dette de nye lærerplanene tilsier. Likevel er de aller fleste oppgavene like i stor grad, og da med tanke på løsningsmetoden og mønsteret til oppgaven. Fra en eldre rapport fra TIMMS i 2010 er dette dokumentert (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010).

I en artikkel av Artiuge og Blomhøj skrives det «Inquiry-based pedagogy can be defined loosely as a way of teaching in which students are invited to work in ways similar to how mathematicians and scientists work.» (Artigue & Blomhøj, Conceptualizing inquiry-based education in mathematics, 2013). Carlsen og Fuglestad (2010) definerer begrepet «inquiry» slik: «Inquiry er ikke en bestemt metode eller noen prosedyre, men heller en tilnærming og holdning til arbeidet preget av undring og utforskning for å finne svar» (Carlsen & Fuglestad, 2010). Dette er et begrep som kan være vrient å forstå seg på, men i bunn og grunn handler det om at eleven(e) skal tenke, reflektere og anvende det man har lært i matematikken til å komme frem til en ny strategi og fremgangsmåte og i tillegg forstå hvordan man kan bruke dette praktisk. Elevene blir på sett og vis «miniforskere». Hvis læreboken tillater, og inneholder, utforskende oppgaver, kan elevene få jobbe på denne måten. Gjennom mine år som elev har jeg merket at flere av de oppgavene hvor vi skulle diskutere sammen og legge en strategi for å komme frem til en løsning ble laget av læreren selv og var ikke en oppgave i seg selv fra læreboken.

Problemløsning

Hva mens med problemløsning? Posamentier og Krulik (1998) forteller at strategien for problemløsning består av (oversatt fra engelsk);

1) Jobbe bakover,
2) Finne et mønster,
3) Se på oppgaven fra et annet synspunkt,
4) Løse et enklere eller analogt problem,
5) Vurdere ekstreme tilfeller,
6) Visuell presentasjon,
7) Gjetting og testing,
8) Ta til rette for alle muligheter,
9) Organisere data, og til slutt
10) Logisk tenking

(Posamentier & Krulik, 1998, sitert i Intaros, Inprasitha, & Srisawadi, 2013).

Så en problemløsende oppgave vil være en oppgave som krever en eller flere av disse strategiene for å løses. Dette står i samsvar med læreplanen for matematikk 1T (Udir, 2019). Her står blant annet at:

«Problemløsing i matematikk T handler om at elevene utvikler en metode for å løse et problem de ikke kjenner fra før. Algoritmisk tenkning er viktig i prosessen med å utvikle strategier og framgangsmåter for å løse problemer og innebærer å bryte ned et problem i delproblemer som kan løses systematisk.» (Udir, 2019)

Undersøkelseslandskap

Skovmose (1998) forteller at definisjonen hans om undersøkelseslandskap ikke er absolutt. Han definerer det ved at slike type aktiviteter kan karakteriseres av ikke-formulerte oppgaver, men en form for landskap der læreren inviterer elevene til å arbeide utforskende. Dette kan være et utfordrende spørsmål fra læreren. Dette spørsmålet kan enten være fra matematikkboken eller funnet på av læreren selv. Her skal elevene få rom til å prøve seg frem og feile og de skal selv finne frem mønstre og løsninger. Spørsmålet er om slike type utfordrende og utforskende oppgavene kan virke pretensiøse og umulige for elevene. Det som er fint med utforskende oppgaver er at elevene har lov til å feile og de skal jobbe som utforskende matematikere. (Skovmose, 1998)

Flere løsninger

Innen utforskende oppgaver er det viktig at det er flere løsninger, og også strategier for å komme frem til en løsning. Ingen elever tenker helt likt, og elevene har ulike måter å tenke og regne seg frem til svaret på.

Fordeler og ulemper knyttet til utforskende matematikk

Undervisning som er knyttet til det som Skovmose kaller spalteoppgaver blir fattige, skriver han (Skovmose, 1998). En undervisning som tar for seg utforsking kan bidra til at elevene får noe som heter «Matemacy». «Matemacy» blir definert som elevens kompetanse til å forstå, tolke og få øynene opp for matematikken. Elevene som har fått utviklet matemacy vurderer matematikken på en kritisk måte og klarer å kvalitetssikre sitt arbeid. Samtidig skriver Skovmose at utforskende matematikk har flere risikoer ved seg, som for eksempel at det er vanskelig for eleven og vite hvor h*n skal videre i en oppgave. Hva er riktig strategi og hvordan skal man kombinere det man har lært med erfaringer til å finne en løsning. Samtidig er det ikke alltid læreren vet heller. I tillegg skal elevene «slite» og gjøre feil gjennom oppgaven og læreren skal veilede, men ikke for mye. Dette kalles for den proksimale utviklingssonen og det er her eleven får mest nytte av læringen. Problemet er at denne er forskjellig fra elev til elev.

Fra utdanningsdirektoratet skrives det også at elevene skal blir forberedt på å bli borgere i et samfunn som er under utvikling. Ved å legge fokus og gi eleven kompetanse innen utforsking og problemløsning skal de lære å resonere og tenke kritisk (Udir, 2019).

2.5 Motivasjon og utforskende oppgaver og undervisning

Når jeg skal se på utforskende oppgaver i matematikkbøker, hvordan disse er bygd opp og hva som gjør oppgaven utforskende, vil begrepene motivasjon og forståelse være sentrale. Hensikten til utforskende oppgaver er at elevene skal tenkte nytt og bryne seg litt på oppgaven(e). Ingen elever er like og noen elever vil ha en mer krevende jobb og trenger kanskje hjelp til å løse utforskende oppgaver. Det viktigste er at elevene forstår tankegangen og hensikten bak disse oppgavene. Dette kan være med på å gi en økt motivasjon for faget blant elevene. Men hva ligger i begrepet motivasjon?

«Motivasjon handler om hvordan følelser, tanker og fornuft tvinner seg sammen og gir farge, driv og glør til de handlingene vi utfører» (Imsen, 2015).
I min praksis har jeg opplevd elever som går inn i matematikktimen og sagt «jeg hater matematikk», og i slutten av timen syns de temaet var greit å forstå, fikk til oppgaver og fikk en mestringsfølelse. De fleste sa: «Jeg forsto endelig noe i matten!». Begrepet motivasjon kan deles opp i indre og ytre motivasjon. Innenfor matematikk kan indre motivasjon beskrives med at eleven gjør en oppgave fordi h*n syns den er morsom og interessant. De får en slags glede og stimuli ved å jobbe med og løse oppgaven. Ved ytre motivasjon arbeider eleven med oppgaven for å få oppnå et resultat, dette kan være i form av gode karakterer, ros av læreren eller ros hjemme (Wæge & Nosrati, 2019, ss. 18-21).

Videre i boka *Motivasjon I Matematikk* beskrives også teorien mellom autonome og kontrollerte former for ytre motivasjon. «Kontrollerte former for ytre motivasjon innebærer at elevene opplever at de ikke har noe valg. Den ytterste formen for ytre motivasjon er de klassiske tilfellet hvor elevenes handlinger styres av konkrete belønninger eller trusler og straff» (Wæge & Nosrati, 2019). Dette kan eksemplifiseres med en elev som strever etter å få en god karakter i matematikk. Autonom motivasjon kan beskrives med at en elev arbeider med matematikk av fri vilje for å enten oppnå resultater, eller vet at det kommer til å bli et nyttig redskap å ha med seg i jobben eleven vil utdanne seg til. Det finnes mange faktorer som kan gjøre oss motiverte. Om det er en lærer som eleven ser opp til og vil imponere, eller om det er et spennende tema som treffer interessen til eleven.

Tidligere ble indre og ytre motivasjon sett på som to motsatte poler (Lepper, Corpus, & Iyengar, 2005). For å eksemplifisere dette kan vi se for oss en elev som løser et ligningssystem med flere ukjente. En elev som er indre motivert vil syntes det er gøy å regne seg fram og finne ut hvilke løsninger som oppfyller likningen, mens en elev som er ytre motivert vil gjøre oppgaven fordi h*n vet at dette vil være et nyttig redskap å ha med seg senere. Derimot viser forskingen nå at det eksisterer og virker indre og ytre motivasjon i klasserommet (Wæge & Nosrati, 2019). Det er altså slik at en elev kan ha begge deler.

Med indre og ytre motivasjon følger det også noen negative konsekvenser. Ved ytre motivasjon kan eleven enten miste interessen for matematikk hvis h*n kun er opptatt av å oppnå gode resultater, mens for indre motivasjon kan eleven få dårligere resultater som igjen påvirker karakterene. Så spørsmålet blir da hvordan man skal kunne vedlikeholde motivasjonen for matematikk. Elever som er indre motivert har mer selvtillit, er mer utholdende og presterer bedre innenfor matematikk enn de som er ytre motivert. Indre motivasjon assosieres med mer kognitiv fleksibilitet, glede og involvering enn elever med ytre motivasjon (Pintrich, 2003).

Når det kommer til utforskende undervisning, vil jeg ta frem to begreper; instrumentell og relasjonell forståelse. Kjersti Wæge gjorde en studie i 2007 på undersøkende matematikkundervisning. Her viste hun at flere av elevene endret fokuset sitt fra instrumentell til relasjonell forståelse. Skemp (2006) definerer instrumentell forståelse ved at eleven mestrer det å bruke regler og formler innen matematikk for å løse oppgaver, men ikke kan forklare hvorfor. Relasjonell forståelse handler om at eleven vet hva h*n skal gjøre og hvorfor (Skemp , 2006). Gjennom utforskende oppgaver og undervisning er målet å få til denne overgangen. Skemp (2006) forteller også at mange matematikklærere underviser instrumentelt. Spørsmålet er om det er noen fordeler og ulemper med disse to formene. For instrumentell matematikk er tre fordeler som blir nevnt; 1) det er lettere å lære, 2) umiddelbar belønning og eleven får som regel riktig svar, 3) blir fortere ferdig og elevene trenger ikke å slite med oppgaven. For matematikkoppgaver kan dette overføres til det som kalles lukkede oppgaver (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020). Det er som regel en løsningsstrategi og den er gjerne gitt fra et eksempel fra læreboken. I relasjonell forståelse eller relasjonell matematikk vil elevene bruke mer tid for å forstå stoffet. I tillegg må det streves mer og når de først har fått svaret må de vurdere om det er rett. I bunn og grunn er instrumentell forståelse er en mer effektiv måte å lære matematikk enn relasjonell forståelse. Men gjennom relasjonell forståelse blir det lettere for elevene å møte på nye oppgaver, men det å lære blir vanskeligere. Hvis elevene får en relasjonell forståelse av et tema, blir det husket lenger (Skemp , 2006). Mine tanker rundt dette er at instrumentell forståelse består av pugging, og trening, mens relasjonell forståelse er utforskende måte hvor elevene reflekterer over hvorfor formler er som de er og hvordan og hva de fungerer på. Dette støtter opp til mitt forskningsspørsmål. Å arbeide eller undervise utforskende kan bidra til en relasjonell forståelse hos eleven og igjen bidra til læring. Gjennom forskning viser det seg at økter med et elevsentrert fokus har stor betydning for elevers interesse for matematikk.

2.6 Kognitive krav i matematikkoppgaver

Det finnes mange forskjellige matematikkoppgaver. Individuelle oppgaver, gruppeoppgaver, prosjektoppgave, praktiske, teoretiske, osv... I dette kapittelet vil jeg trekke frem kognitive krav innen matematikken og hva det er. Det å løse oppgaver har en sentral og tradisjonell rolle i matematikkundervisningen. Anita Valenta (2016) skriver at det er viktig at lærere er bevisste på hvilke oppgaver de velger ut. Dette har mye å si for hva elevene lærer og motivasjonen for faget (Valenta, 2016). Videre skriver hun at elevene enten kan se på matematikk som et fag der man skal huske, eller et fag hvor man skal tenke logisk. Kognitive krav deles inn i to kategorier. Lave kognitive krav og høye kognitive krav.

2.6.1 Lave kognitive krav

Det som kjennetegner lave kognitive krav er:

- Oppgaver som legger opp til samme type løsningsstrategi som elevene har brukt og jobbet med tidligere så det er.
- Ingen usikkerhet om hva elevene skal og hvordan de skal gjøre det.
- Reproduksjon og bruk av formler, regler og definisjoner.

(Valenta, 2016).

Slike typer oppgaver kan også kategoriseres som lukkede og reproduserende oppgaver og minner om definisjonen av instrumentell forståelse. Eksempler på slike oppgaver er likningsett, multiplikasjonstykker, addisjonsstykker. Slike oppgavetyper finnes det mye av i norske matematikklærebøker og det gir ingen rom for videre utforskning for elevene.

2.6.2 Høye kognitive krav – matematisk tenking

Det man mener med matematisk tenking er utforskning og utvikling av strategier og resonering (Valenta, 2016). Det som kjennetegner høye kognitive krav blant oppgaver, er at de:

- Krever kompleks tenking for å finne en fremgangsmåte.
- Krever utforsking og forståelse for begreper og relasjoner i matematikk.
- Tar i bruk forkunnskap og erfaringer i arbeidet
- Analysere, finne fremgangsmåter som kan fungere, begrunne valgene de tar og se om løsningen gir mening

(Valenta, 2016)

Eksempler på slike oppgaver er oppgaver som har en påstand som elevene må argumentere om påstanden er gyldig eller feil. Dette går igjen som utforskende oppgaver og gjenspeiler seg også Blooms taksonomi (Bloom, 1956; Artigue & Blomhøj, Conceptualizing inquiry-based education in mathematics, 2013). Blooms taksonomi er noe jeg forklarer mer i metodedelen av masteren og er brukt som en av mine to koderammer.

Gjennom en studie av Boaler (1997, 1998) viser det seg at elevene lærer mye når det stilles høyere kognitive krav enn der det stilles lavere kognitive krav. Som en følge av høye kognitive krav får også elevene en positiv innstilling til faget (Boaler (1997, 1998) sitert i Valenta, 2016). I undersøkelsen brukte han en klasse A og en klasse B. Klasse A jobbet med oppgaver med lave kognitive krav som handler om å memorere, følge faste prosedyrer og løsningsstrategier uten noen forståelse. Klasse B jobbet med oppgaver som hadde høye kognitive krav. Disse oppgavene var mer komplekse (Valenta, 2016). Gjennom intervjuer og observasjon fant Boaler (1997,1998 sitert i Valenta (2016) ut at:

«

- B-elevene trives bedre med faget, liker det bedre, betrakter det som et kreativt fag
- B-elevene «holder ut» lenger, prøver seg frem i større grad enn A-elevene; gir ikke opp, har tro på seg selv.
- A-elevene er mer passive, mindre engasjerte og kjeder seg i matematikktimene i større grad enn B-elevene
- B-elevene har bedre resultater på tester, til og med på tester som går på bruk av prosedyrer som A-elevene har jobbet mye mer med
- B-elevene har mye bedre resultater enn A-elevene når det gjelder problem elevene kan møte i sitt daglige liv
- A-elevene uttrykker i mye større grad enn B-elevene at de ikke forstår det de arbeider med i matematikktimene»

(Valenta, 2016)

Ikke bare gjør klasse B det bedre på prøver, men det skaper også en bedre holdning til faget. Om det bidrar på motivasjonen for faget kan man ikke si noe om i dette tilfellet, men det bidrar alle fall ikke negativt.

2.7 Eksempler på utforskende oppgaver

Til nå i dette kapittelet har det blitt sett på teorien om hva utforskning og hva utforskende oppgaver er, men hvordan ser de ut i praksis. Hva er det kjennetegner en utforskende oppgave i matematikk? På mange eksamener er oppgavene bygget opp ved økende vanskelighetsgrad gjennom selve oppgaven. På den siste deloppgaven må man gjerne benytte flere kunnskaper fra andre kapiteler og koble dette sammen for å finne en eller flere løsningsmetoder. Det er gjerne disse oppgavene som sies å definere høy måloppnåelse. Denne strategien av oppgaveoppbygging kan man kjenne igjen i matematikkbøkene. For å få fram alle elevene må man legge opp til oppgaver som gir et utbytte for elever med kunnskapshull fra tidligere av. Dette kommer frem av Stedøy (2018):

«Oppgaver som kan stimulere til utforskning for alle elever bør ha en lav inngangsterskel og samtidig gi rom for utvidelse og utfordringer på forskjellige nivå[1]. Oppgavene kan være lukkede, delvis åpne eller helt åpne. En lukket oppgave har bare begrensede løsningsmetoder, og løsningene er faste og udiskutable. En delvis åpen oppgave, kan ha mange vesensforskjellige løsningsmetoder, men løsningene er fortsatt faste og udiskutable. En helt åpen oppgave har mange ulike løsningsmetoder, og elevene må muligens gjøre forutsetninger og valg, slik at løsningene kan bli veldig forskjellige.» (Stedøy, 2018)

Første eksempel:

Skriv så mange naturlige tall du kan, men kun ved å bruke tallet 2.

Denne typen oppgave er åpen for mange løsninger. Eleven kan enten skrive tallet 2, 22, 222, osv. Eller så kan eleven bruke kvadratrot, de fire regneartene, potenser, logaritmer, osv. Her er det elevens fantasi som setter grensene, og dette er med på å skape utforskning og diskusjon.

Andre eksempel:

Hvor mange ganger må man brette et A4 ark for å nå samme høyden som verdens høyeste bygning?

Her er det flere løsningsmetoder eleven kan gå fram med, både regne forhånd eller digitale verktøy.

Joe Boaler (2016) legger frem noen forutsetninger som må være til stede dersom elevene skal arbeide utforskende. Disse punktene er:

- Oppgavene må tilby flere løsninger, metoder og representasjoner
- Problemstillingen er vist før metoden er blitt lært
- Lav inngangsterskel
- Begrunnelse og kritisk tenking blant elevene

- Be elevene visualisere problemet

(Boaler, Mathematical Mindsets, 2016)

Videre skriver han at hvis kun ett kriteriet er oppfylt, vil man oppnå at elevene jobber utforskende. Her ser man at det ikke skal mye til for å få til at alle elever kan være med på diskusjoner, kritisk tenking, begrunne valget de gjør og få lov til å bruke fantasien sin.

Gjennom min analyse vil jeg vektlegge disse forutsetningene for å skille mellom utforskende og lukkede oppgaver.

3. Metode

I denne delen av masteren vil jeg beskrive metodene og fremgangsmåten for hvordan min analyse av lærebøkene skal foregå. Første målet er å kartlegge delingen av åpne og lukkede oppgaver i bøkene og se om det er noen forskjeller mellom disse. Under kategorien åpne oppgaver ligger begrepet utforskende oppgaver som er hovedfokuset mitt. For den andre delen vil jeg gå inn i et og samme kapittel fra hver bok og benytte Blooms taksonomi for å gjøre en dypere analysedel av hver oppgave og kategorisere dette.

3.1 Kvalitativ innholdsanalyse

I min master har jeg valgt metoden kvalitativ innholdsanalyse for å samle inn den dataen jeg trenger for å svare på forskningsspørsmålet mitt. Denne metoden har mange beskrivelser og forklaringer på hvordan den skal benyttes, men det er noen fellesnevnere som går igjen.
Postholm og Jacobsen (2018) beskriver kvalitativ forskningsmetode som å innhente informasjon gjennom språk og ord (Postholm & Jacobsen, 2018). Det vil si hvordan oppgaver er bygd opp og hvordan forfatterne formulerer oppgaven. «Generelt innebærer kvalitativ innholdsanalyse å systematisere utvalgte tekstsitater, bilder eller andre dokumentariske kilder som er relevante for å belyse spesifikke problemstillinger.» (Grønmo S. , 2020). Fellesnevneren for kvalitativ innholdsanalyse er at det er en metode for å beskrive data som er kvalitativt. Denne beskrivelsen skal være systematisk ved at den kategoriseres og reduseres ned til en koderamme (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020; Postholm & Jacobsen, 2018; Schreier, 2012; Yin, 2014; Cavanagh, 1997). Dette kan være et godt metodevalg siden jeg skal gjennomføre en analyse av lærerbøker.

Gjennom forskjellige bøker, artikler og ellers på nettet har jeg sett at det brukes ulike begreper for kvalitativ innholdsanalyse. Postholm og Jacobsen (2018) bruker tekstanalyse og forteller at det handler om å lese og analysere dokumenter og kilder. Dette egner seg godt til da dokumenter, bøker, dagbøker, lærerbiografier, blogger og generelt tekster som skal analyseres og systematiseres. Gjennom denne analysen skal man systematisere og kategorisere dataen man samler inn. (Postholm & Jacobsen, 2018; Cavanagh, 1997; Schreier, 2012)

I Robert Yin sin artikkel «*Case Study Research. Design and Methods»* benyttes begrepet *arkivanalyse* (Yin, 2014, ss. 9-10). Her nevnes det at det er en metode for å analysere dokumenter eller tekster, Han peker på hvilke spørsmål man bør stille i en arkivanalyse. Dette er spørsmål som: hvem, hva, hvor, hvor mange og hvor mye. Disse spørsmålene passer godt når jeg vil se på hvor mange åpne kontra lukkede oppgaver som gis i «*Mønster matematikk 1T»* (Kalvø, Opdahl, Skrindo, & Weider, 2020). Måten å vise resultatet av analysen på er ved en fordeling, og da gjerne i prosent.

En annen beskrivelse av kvalitativ innholdsanalyse er gitt av Margit Schreier (Schreier, 2012). Hun skriver at kvalitativ innholdsanalyse er en metode for å systematisk beskrive kvalitativt datamateriale, og at dette blir gjort gjennom å klassifisere dataen samlet inn i en koderamme. For å vite når man skal benytte seg av denne metoden kan man se om visse sjekkpunkter er nådd. Schreier (2012) deler dette inn i fem punkter:

- Når man har rike data som krever tolkning.
- Om du har verbale data
- Om du har visuelle data
- Data som er samlet fra andre kilder (internett, dokumenter, osv. …)
- Data som du har samlet selv (intervju, fokusgruppeintervju) (Schreier, 2012, s. 3)

Videre skriver hun at kvalitativ innholdsanalyse skjer i åtte steg (oversatt til norsk), og det er disse stegene jeg kommer til å forklare i avsnitt 3.3 og anvende til min gjennomføring i avsnitt 3.4:

1. Bestemme deg for et forskningsspørsmål
2. Velge deg ut et datamateriale
3. Bygge en koderamme
4. Dele materialet inn i grupper av hva som skal kodes
5. Teste dette ut
6. Modifisere og evaluere
7. Analysere
8. Tolke og presentere det du har funnet fra analysen

(Schreier, 2012, s. 6)

3.2 Begrunnelse for valg av kvalitativ innholdsanalyse

I denne masteren er målet å se på vekten av utforskende oppgaver i matematikkbøker og bidraget til elevers læring, og se om de gir nok grunnlag for å være utforskende. Fra egen skolegang er erfaringer at de aller fleste matematikkoppgaver er reproduserende og regelbundne. Jeg gjorde oppgavene med samme fremgangsmåte. Kvalitativ innholdsanalyse har noen fordeler og noen ulemper.

3.3 Hvordan bruke kvalitativ innholdsanalyse i praksis

Fra Schreier sine åtte steg om hvordan kvalitativ innholdsanalyse skjer, vil jeg nå forklare kort om hvert av de åtte stegene som hun nevner.

3.3.1 Bestemme deg for et forskningsspørsmål og velge ut datamateriale

Steg nummer 1 og 2 vil naturligvis henge sammen på bakgrunn av at forskningsspørsmålet formes av datamaterialet, og motsatt. I min innholdsanalyse vil mitt datamateriale være matematikkboken *Mønster matematikk 1T*, *Matematikk 1T* for første trinn ved videregående skole og *Sinus 1T* som er en eldre lærebok fra forrige læreplan. Jeg kunne også valgt andre matematikkbøker, men realfagsveien syns jeg var mer spennende ved utvelgelsesprosessen, og i tillegg er dette den første matematikken på teoretisk basis elevene møter på ved oppstart av deres eventuelle videre studievei. Det å vise at matematikk ikke kun er oppgaveregning etter tillærte strategier for å gi variert undervisning og økt motivasjon synes jeg er viktigst. Av erfaring som lærer og elev vil de elevene som velger å gå videre innen matematikk ha en annen motivasjon i tillegg. Dette kan være til krav for videre studier eller jobb (Wæge & Nosrati, 2019).

3.3.1.2 Valg av og informasjon om datamaterialet

Matematikk 1T

Den første boken Matematikk 1T fra Aschehoug undervisning som følger fagfornyelsens læreplan i matematikk 1T (Borge, et al., 2020). I boka skriver forfatterne at de har med UTFORSK- oppgaver og SNAKK- oppgaver som gir elevene muligheten til å gå i dybden, se sammenhenger og muligheten til å snakke matematikk. I tillegg er det gitt det som kalles rød og blå oppgaver hvor forskjellen ligger i at røde oppgaver er fortsettelsen på kapittelet, men blå oppgaver gir større utfordring. Forfatterne av boken har god kompetanse innenfor matematikk, og undervisning på skole.

Mønster 1T

Den andre boken jeg plukket var Mønster 1T (Kalvø, Opdahl, Skrindo, & Weider, 2020) som er en lærebok for studiespesialiserende vg1. Denne boken følger også den nye fagfornyelsen som kom ut i 2020. Det skrives at boka legger vekt på læren om matematikk gjennom å se sammenhenger og mønstre ved å løse og utforske problemer. «Fagstoffet blir presentert i en utforskende form som gir bedre forståelse og legger til rette for dybdelæring» (Kalvø, Opdahl, Skrindo, & Weider, 2020). Videre skrives det at Mønster 1T byr på refleksjonsoppgaver som er med på å fremme dybdelæring og muntlig aktivitet blant elevene, som er med på å gi økt motivasjon og mestring.

Sinus 1T

Den tredje boken jeg valgte ut var Sinus 1T fra år 2014. Denne boken er fra den forrige læreplanen i matematikk, altså før fagfornyelsen i 2020. Her var ikke fokuset på utforsking, men på digital kompetanse. I forordene skrives det at fra 2015 er det sentralt med digital kompetanse. Elevene skulle lære seg å bruke det digitale verktøyet Geogebra og CAS. Geogebra er en graftegner, mens CAS er et regneverktøy som kan anvendes på flere temaer innenfor matematikken. Videre står det at; «I boka er det i tillegg en oppgavedel som inneholder både enkle repetisjonsoppgaver og treningsoppgaver i tillegg til mer krevende oppgaver» (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl, & Hals, 2014). Ingen av ordene «utforskende» eller «problemløsende» er nevnt i det hele tatt. Dette var den største grunnen til at jeg valgte denne boken. Her får jeg muligheten til å sammenlikne gammelt læreverk med nytt for å se om det har blitt noen endring og at de nye lærebøkene tilfredsstiller kravet om kjerneelementet utforskning og problemløsning.

Begrunnelse

Begrunnelsen min for å velge tre bøker innen matematikk 1T var for å se på forskjeller på bøkene i samme fag både før og etter fagfornyelsen. Dette gir et bedre utgangspunkt for sammenlikning, og kan også være nyttig for andre skoler slik at de kan se hvilken matematikkbok som byr på flest utforskende oppgaver. Ut ifra det kan resultatet kanskje gi skolene et argument for å velge den ene eller den andre boken. En annen grunn til dette valget er at disse bøkene gir elevene det første innblikket i teoretisk matematikk. I verden nå i dag trengs det flere realfagsutdannede og da er det viktig at både lærerne og læreverket er gode og holder elevens motivasjon oppe ved å by på utfordringer og hverdagslige problemstillinger som må jobbes med på en utforskende måte.

3.3.2 Bygge en koderamme

I steg nummer 3 handler det om å bygge en koderamme for. Dette vil være det viktigste verktøyet form min innholdsanalyse, og den bygger på å redusere data, samt danne et system for det. Videre i Schreier sin bok konstrueres koderammen i fire steg:

«

- Selecting
- Structuring and generating
- Defining
- Revising and expanding»

(Schreier, 2012, s. 80)

Til utvelgelsen må man bestemme seg for hvilke datamateriale som er relevant og hva som er irrelevant for forskningsspørsmålet. Men, hvordan skal man vite hva som er relevant data eller ikke? Her har jeg valgt å ta med begge deler for å få en god sikkerhet i videre analyse.

Etter dette skal koderammen genereres og struktureres. Ifølge Schreier kan dette gjøres på tre måter. Den første måten er konseptdrevet (deduktivt), den andre er datadrevet (induktivt) og den siste metoden er en kombinasjon av disse to. Senere i oppgaven vil jeg gå videre med metode nummer 3.

«Defining» eller definering handler om at koderammen må være forståelig for andre lesere og folk generelt. Her er det derfor viktig å få frem hva som er koden, hva jeg mener med koden og en beskrivelse eller et eksempel på dette. Dette gjøres i tabell 2 i avsnitt 2.4.

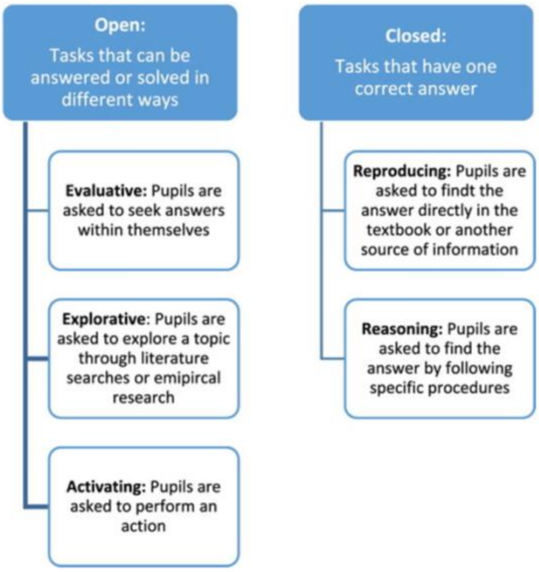
Siste punktet, «revising and expanding», handler om at forskeren må gå igjennom hvert punkt gang på gang for å sikre at all relevant data blir med i koderammen.

3.3.3 Dele materialet inn i grupper av hva som skal kodes

Herfra går vi videre til steg fire hvor jeg skal dele opp materialet som skal kodes. Her vil jeg gå inn på åpne og lukkede oppgaver fordi dette tilsvarer også utforskende og reproduserende oppgaver. I artikkelen "*Textbook tasks in the Norwegian school subject natural sciences: what views of science do they mediate?"* deles koderammen inn i to koder.

Kode 1: Åpne og lukkede oppgaver

Kode 2: Evaluerende, utforskende, aktiviserende, reproduserende og resonerende oppgaver (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020).



Figur 3: Viser koderamme for to nivåer. Nivå 1 (Åpne og lukkede), og nivå 2 (evaluerende, utforskende, aktiviserende, reproduserende og resonerende. (Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken, 2020)

Fra figur 3 er inspirasjonsgrunnlaget bak min første koderamme, som jeg kommer til å anvende i resultatdelen etter metodedel 1. I figuren forklarer hvert begrep som jeg overfører til min koderamme senere i dette kapittelet.

5.3.4 Testing av koderammen, modifisere og evaluere

I steg fem skal koderammen testes ut, og det hører sammen med steg seks som handler om å modifisere og evaluere. Det er ikke 100 prosent sikkert koderammen man har laget passer inn med funnene man samler inn, og da må man modifisere koderammen til det som egner seg best. Det viktigste med koderammen er at den tilfredsstiller forskningsspørsmålet slik at du kan få et mulig svar. I tillegg må alt evalueres og sjekke om det har en validitet. Det som gjelder da er å gjenta steg 1-5 til koderammen er god nok. Denne testen gjorde jeg for to tilfeldige kapitler fra hver av de tre lærebøkene. Dette fungerte godt, men jeg valgte å fjerne punktet aktiviserende. Grunnen for dette var at det ikke var noen oppgaver som kunne kategoriseres innenfor dette, og det er heller ingen del av læreplanen for matematikk.

5.3.5 Gjennomføring, analysere og fremlegg

Til slutt i steg 7 og 8 skal gjennomføringen analyseres og fremlegges. I disse stegene ser man på koderammen man til slutt har endt opp med og deretter tolker dette. Dette kommer jeg tilbake til i resultatdelen av masteren for begge koderammene.

3.4 Metodedel 1

Tabell 1 gir en oversikt over de ulike kodenivåene og noen eksempler på oppgaver fra boken som passer i kodenivåene. Kodenivå 1 var som sagt åpne og lukkede oppgaver. Dette er konseptdrevet eller det kan kalles deduktiv fordi det er kunnskap som er etablert, mens kodenivå 2 er induktiv. Jeg valgte å modifisere koderammen som blir nevnt av Anderson- Bakken med kollegaer (2020) ved å fjerne punktet om aktivisering etter en uttesting av koderammen. Man kan argumentere for at hjernen blir aktivisert, men hovedtanken bak dette punktet handler om at elevene blir bedt om å gjøre en handling, og slike oppgaver blir gjerne ikke lagt vekt på i matematikk 1T for den nye læreplanen. Jeg valgte denne koderammen fordi den er ryddig, enkel og den kan benyttes på andre matematikkbøker, både for videregående skole, ungdomsskolen og barneskolen. Hensikten med denne er kun å gi et inntrykk av fordelingen mellom åpne og lukkede oppgaver på en generelt plan for disse lærebøkene.

Tabell 1: Viser systematisering av koderammen delt opp i kode1 (deduktivt), kode 2 (induktivt), forklaring og eksempel på dette, og antall oppgaver fra boken Mønster matematikk 1T.

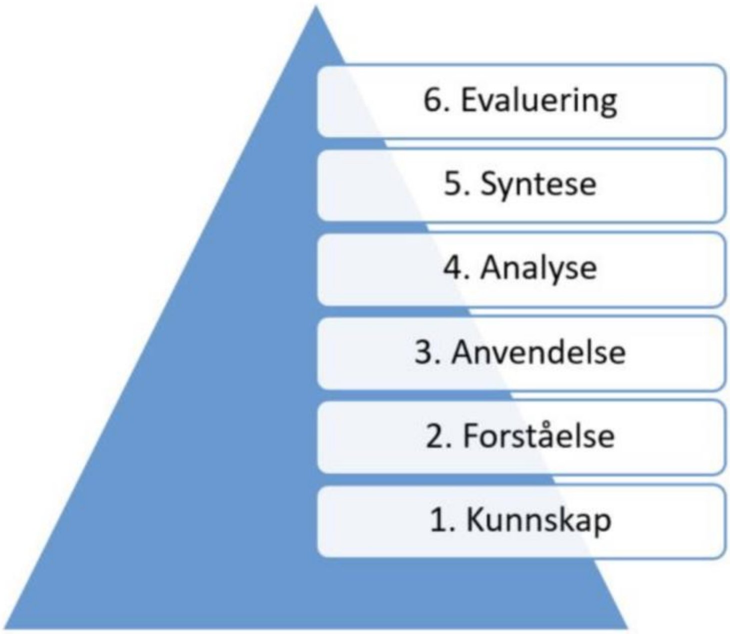
Kodenivå 1	Kodenivå 2	Forklaring	Eksempel	Antall
Åpne oppgaver	Utforskende	Oppgaven ber elevene utforske gjennom empirisk arbeid	En kube bestående av 27 biter males utvending. Finn et system på hvor mange kuber som bli malt på 0,1,2 og 3 sider	
	Evaluerende	Elevene skal anvende egne tanker/erfaringer for å løse oppgaven	Tallet 6 er et perfekt tall, fordi summen av alle faktorene blir tallet selv. 1 regnes som felles faktor. Tallet 6 er delelig med 1,2 og 3, og 1+2+3=6. Finn det neste perfekte tallet.	
Lukkede oppgaver	Reproduserende	Elevene finner løsningsmetode på oppgaven direkte i lærerboken	Boka gir en oppgave som er «hermet» etter et eller flere eksempler gitt tidligere. Eksempelvis likninger.	
	Resonerende	Elevene følger en spesifikk fremgangsmåte	Regn ut oppgaver: 23*42 187:2 $5*3+2*3^2$	

3.5 Metodedel 2

3.5.1 Blooms måltaksonomi

I den andre analysen min vil jeg gå nærmere inn på et kapittel i hver av de tre matematikkbøkene. Her skal jeg se over hver enkelt oppgave på i en mer spesifikk koderamme. For å gjøre dette holder det ikke med koderammen ovenfor. Gjennom en reviewartikkel kom jeg frem til en modell som passer godt til det jeg skal analysere. Denne modellen er hentet fra en annen analyse gjort av Pratama og Retnawati (2018). De skriver blant annet at «This article aims to describe the urgency of HOTS content analysis in mathematics textbook.The results of literature review show that HOTS is one of the main goals in education and become one of the top five variables that can improve studentachievement.» (Pratama & Retnawati, 2018). Dette støtter opp mot mitt forskningsspørsmål om hvordan utforskende oppgaver kan bidra til læring. I deres artikkel benytter de seg av en modifisert versjon av Blooms taksonomi i noe de kaller for HOTS som står for Higher Order Thinking Skills. HOTS er definert som et høyere nivå av forståelse enn det å kun huske regler, formler eller å gjenskape noe. Grunnen til at jeg valgte

Blooms måltaksonomi modellen for min koderamme er fordi denne har blitt brukt flere ganger i større studier, og vil kunne bli anvendt flere steder også. Blooms taksonomi eller måltaksonomi klassifiserer kunnskapsnivåene i læringsprosessen (Bloom, 1956). Denne modellen ser ut som følger;



Figur 3: Viser Blooms måltaksonomi (USN, 2022)

Nivåene i figur 3 går fra 1-6 og kompleksiteten og de kognitive kravene øker for hvert nivå (Bloom, 1956; Pratama & Retnawati, 2018; Valenta, 2016). For å bygge koderammen min brukte jeg igjen Schreier (2012) sine åtte punkter om hvordan kvalitativ innholdsanalyse skal gjennomføres. Hver forklaring har jeg selv formulert ut fra litteraturen til Bloom, Shorser og Pratama og Retnawati (Bloom, 1956; Pratama & Retnawati, 2018; Shorser, 1939-1999), som har benyttet seg av denne modellen og forklart denne. Denne forklaringen var viktig å ha i orden før uttestingen av koderammen skulle skje. Underveis i uttestingen funket koderammen bra, men jeg ville endre navnet på nivå 1, som var satt opp som kunnskap i Bloom taksonomi, og jeg ville endre på nivå 5 og 6. Nivå 1 ble til huske/reprodusere, nivå 5 ble til evaluerende og nivå 6 ble endret til lage/utforske. Dette endret jeg siden dette passet bedre til min tolkning av Bloom (1956), Pratama & Retnawati (2018) og Shorser (1939-1999) og gjennom en test av koderammen fungerte den bedre på lærebøkene. Nedenfor har jeg satt opp en tabell som viser oversikt over de ulike nivåene, sammen med en forklaring og eksempel på en oppgave. Dette vil være min koderamme for metodedel 2 i resultatdelen.

Tabell 2: Viser min koderamme for metodedel 2 inspirert fra Blooms taksonomi.

	Nivå	**Forklaring**	**Eksempel**
1	Huske/Reproduserende	Oppgaver som ber eleven bruke spesifikke formler eller løsningsstrategier som har blitt gjort tidligere i eksempler. Dette går som reproduserende oppgaver.	Løs likningssettet: 4x-y=5 y+x=8
2	Forståelse	Oppgave som ber om en beskrivelse og i noen grad formulering med egne ord. Eleven må også forstå informasjonen som blir gitt i oppgaven.	Finn tangenten til denne graf ved punkt f(x)=5
3	Anvendelse	Oppgaver som trenger mer enn en formel, teori eller løsningsmetode for å løses. Dette må eleven bruke på nye ukjente oppgaver.	Finn den deriverte av denne implisitte funksjonen
4	Analysere	Oppgaver krever at eleven identifiserer den passende løsningsstrategien for å komme frem til en løsning. Oppgaven ber også eleven bryte ned informasjonen og se om det er noen sammenhenger.	La f(x) være en fjerdegradsfunksjon. Hvor mange røtter kan denne funksjonen ha?
5	Evaluere	Oppgaver som ligner på analyseoppgavene, men konklusjonen som studenten skal nå er en algoritme for å løse det gitte spørsmålet. Eleven må også vurdere metoder, løsningsstrategier og svaret.	Vurdere om en påstand, løsningsstrategi eller er rett eller feil. Oppgaver hvor eleven selv kan velge løsningsstrategi.
6	Lage/Utforske	Oppgaver som ligner på synteseoppgavene, men eleven må ta egne vurderinger om hvilken informasjon som skal brukes. Eleven må sette sammen ideer, elementer og utforske.	En kube bestående av 27 biter males utvending. Finn et system på hvor mange kuber som bli malt på 0,1,2 og 3 sider

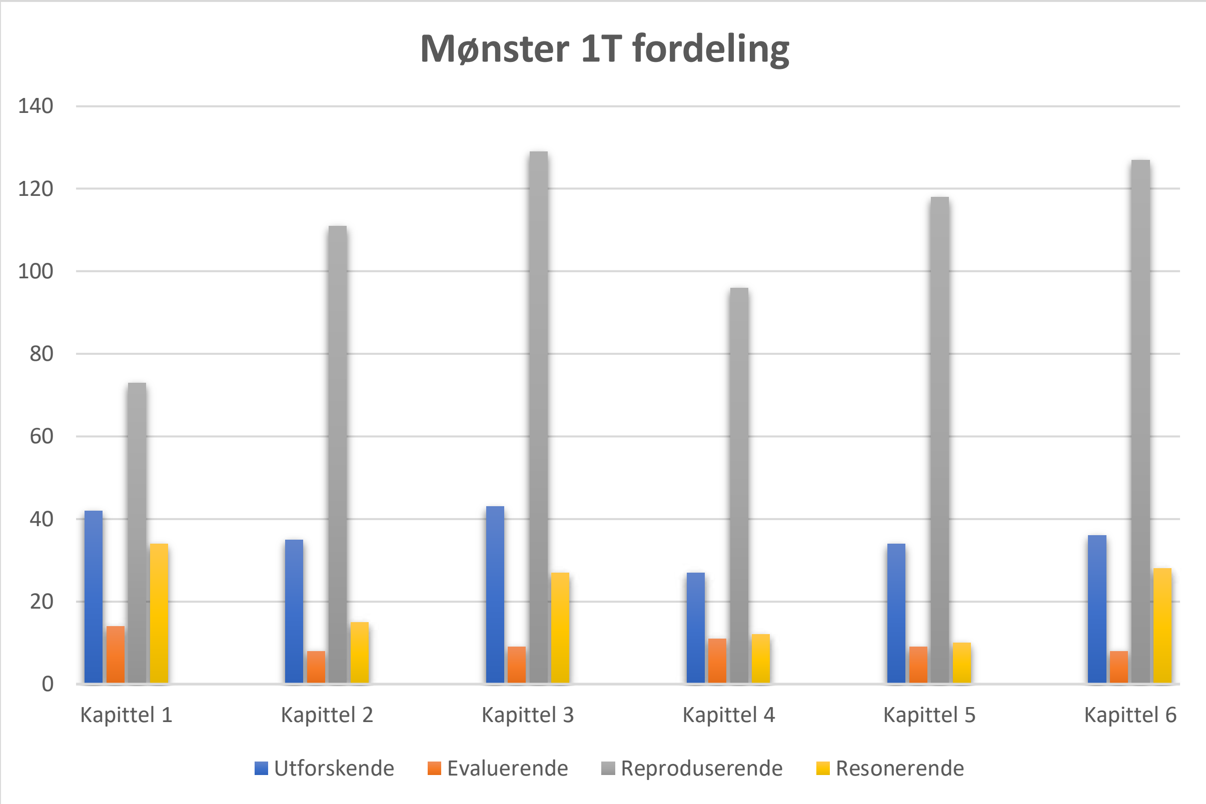
4. Resultater

4.1 Metodedel 1

Nå har jeg analysert og kategorisert hver oppgave fra bøkene *Mønster 1T, Matematikk 1T* og *Sinus 1T*. Her gikk jeg nøye gjennom hver oppgave og kategoriserte disse innenfor den første koderammen min. I tillegg til oppgavene som var satt opp i oppgavedelen av kapitlene, telte jeg også med oppgaver som var plassert i tekstbokser rundt i kapitelene. Det som overrasket meg mest her var at det var i tekstboksene de virkelig gode utforskende og evaluerende oppgavene befant seg, og i ikke i selve oppgavedelen av kapitelene. Nedenfor har jeg lagt ved figurer som viser fordelingen av oppgaver i *Mønster 1T*, *Matematikk 1T* og *Sinus 1T*.

Mønster 1T	Utforskende	Evaluerende	Reproduserende	Resonerende	Totalt
Kapittel 1	42	14	73	34	163
Kapittel 2	35	8	111	15	169
Kapittel 3	43	9	129	27	208
Kapittel 4	27	11	96	12	146
Kapittel 5	34	9	118	10	171
Kapittel 6	36	8	127	28	199
Totalt	217	59	654	126	1056

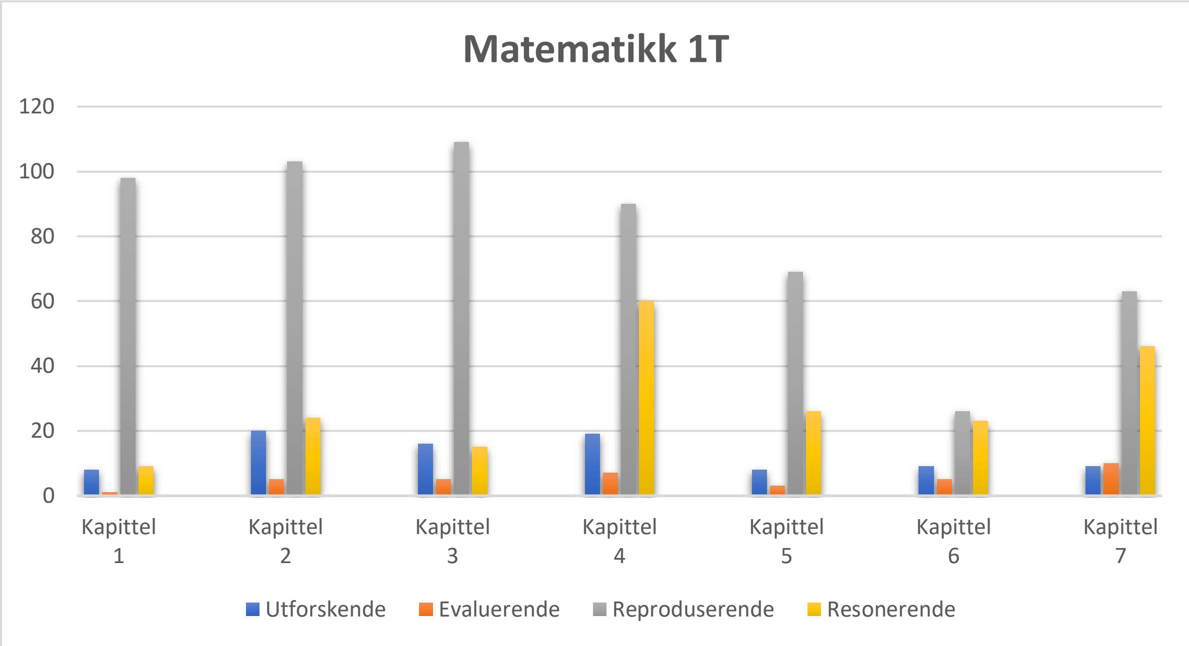
Figur 4: Viser fordeling av utforskende, evaluerende, reproduserende og resonerende oppgaver i Mønster 1T.



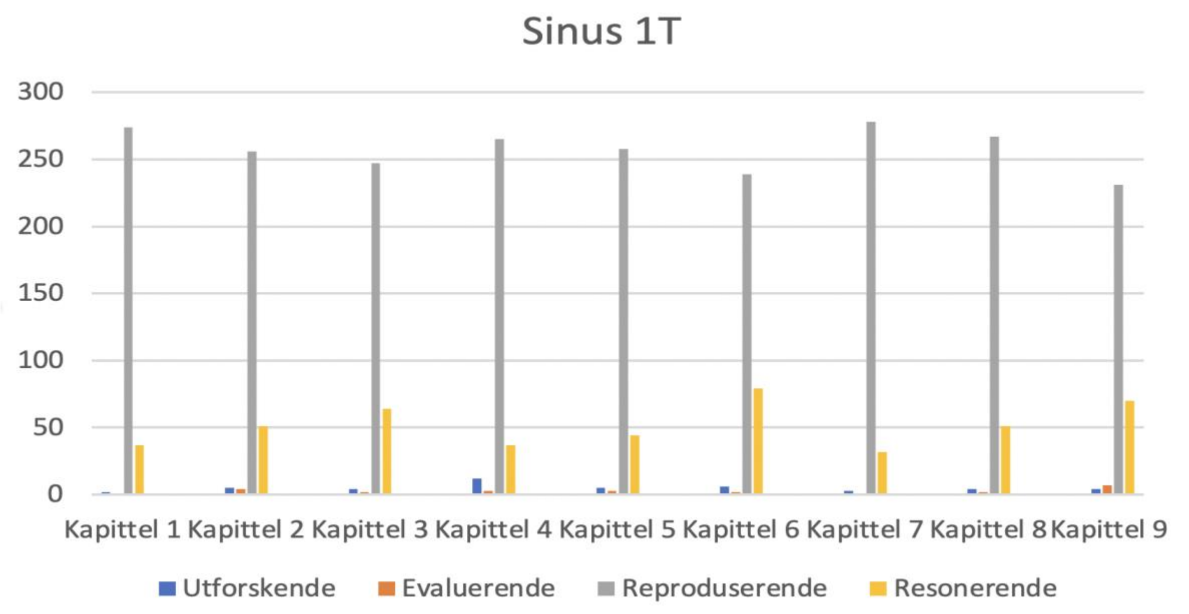
Figur 5: Viser fordelingen av de 4 oppgavetypene hentet fra koderammen for hvert kapittel i læreboken Mønster 1T. Farge kodene er lagt opp på denne måten; Blå=utforskende, oransje=evaluerende, grå= reproduserende, gul= resonerende. Y- aksen viser antall av hver oppgave.

Matematikk 1T	Utforskende	Evaluerende	Reproduserende	Resonerende	Totalt
Kapittel 1	8	1	98	9	116
Kapittel 2	20	5	103	24	152
Kapittel 3	16	5	109	15	145
Kapittel 4	19	7	90	60	176
Kapittel 5	8	3	69	26	106
Kapittel 6	9	5	26	23	63
Kapittel 7	9	10	63	46	128
Totalt	89	36	558	203	886

Figur 6: Viser fordeling av utforskende, evaluerende, reproduserende og resonerende oppgaver i Matematikk 1T.

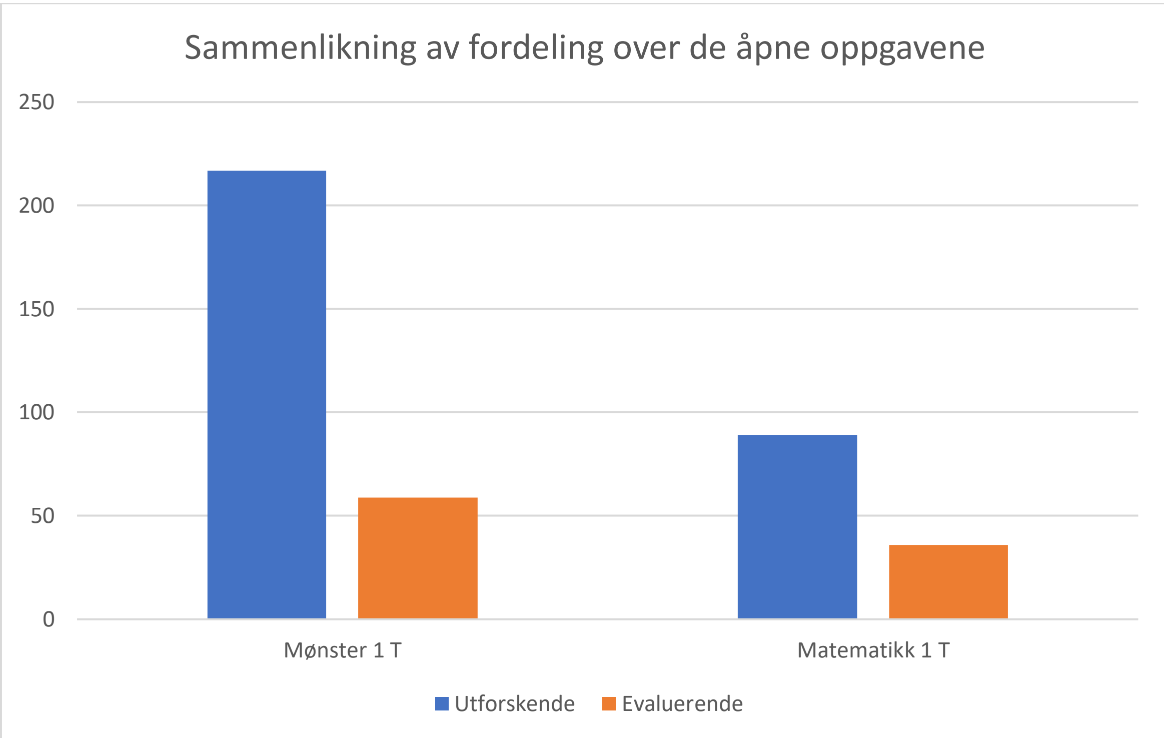


Figur 7: Viser fordelingen av de 4 oppgavetypene hentet fra koderammen for hvert kapittel i læreboken Matematikk 1T. Farge kodene er lagt opp på denne måten; Blå=utforskende, oransje=evaluerende, grå= reproduserende, gul= resonerende. Y- aksen viser antall av hver oppgave.



Figur 8: Viser fordeling av oppgaver i Sinus 1T fra koderammen fra tabell 1. x-aksen viser kapittel og y-aksen viser antall oppgaver. Blå=utforskende, Oransje=Evaluerende, Grå: Reproduserende, Gul= Resonerende

Resultatene i figurene 4-8 fra bokanalysen viser at bøkene *Mønster 1T* og *Matematikk 1T* inneholder mye mer av det som kan defineres som utforskende og evaluerende oppgaver enn *Sinus 1T*. Men ser man på forskjellene for de to bøkene etter fagfornyelsen ser man stor variasjon i antallet av disse utforskende oppgavene. Dette kan ses i figuren nedenfor, figur. Denne variasjon kommer mest sannsynlig av at *Mønster 1T* har 300 oppgaver mer enn *Matematikk 1T.* En bemerkning som ikke kommer frem her er måten kapittelet er lagt opp på. I *Mønster 1T* ble nesten hvert eneste delkapittel innledet med en *utforsk*- oppgave. *Matematikk 1T* hadde svært lite av dette. Måten den læreboken var lagt opp på var å skrive om teori og legge ved et eksempel. Ved side 2 eller senere kom det en liten *utforsk* -eller *snakkeoppgave*, mens gjengangeren i Mønster 1T er at kapitelet startet med en utforsk- oppgave. Dette kan ses i figur 10 og 11.



Figur 9: Viser oversikt over antall utforskende og evaluerende (åpne) oppgaver i Mønster 1T og Matematikk 1T

Som vi ser i figur 9 ovenfor er det over dobbelt så mange utforskende oppgaver i *Mønster 1T* enn i *Matematikk 1T*. Det er en relativt stor forskjell i hvor mye elevene får gjort sånne oppgaver. I studien til Gilje (2016) fant de ut at læremiddelet som oftest ble brukt siste time var læreboken, som tyder på at det blir ofte lagt opp til oppgaveløsing. Jeg skal ikke si at den ene læreboken er bedre enn den andre, men for både lærer og elev er det større muligheter for å ha en utforskende undervisning med *Mønster 1T*.

4G Vekstfart **201**

4G Vekstfart

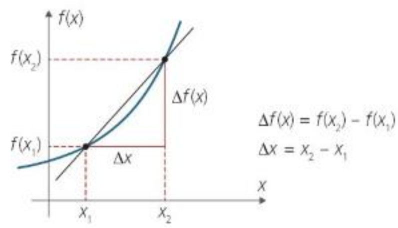
Gjennomsnittlig vekstfart

I kapittel 4B fant vi at stigningstallet, *a*, til en rett linje gjennom punktene $(x_1\,,\,y_1)$ og $(x_2\,,\,y_2)$, kan skrives $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$.
Vi sier også at $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ er *vekstfarten*.

For lineære funksjoner er vekstfarten altså lik stigningstallet for grafen til funksjonen. Det vil si at vekstfarten er konstant. På samme måte som stigningstallet, er også vekstfarten positiv, null eller negativ.

Hva er vekstfarten hvis funksjonen ikke er lineær og grafen ikke er en rett linje? Spørsmålet har ikke noe klart svar, fordi vekstfarten nå vil avhenge av hvor på grafen vi befinner oss. Men vi kan spørre om hva vekstfarten er i gjennomsnitt i et bestemt intervall langs *x*-aksen.
Vi tar for oss en vilkårlig funksjon *f*.

På grafen til *f* har vi valgt punktene $(x_1\,,\,f(x_1))$ og $(x_2\,,\,f(x_2))$.
Vi har trukket en rett linje gjennom punktene.



Når *x*-verdien endrer seg fra x_1 til x_2, endrer funksjonsverdiene seg fra $f(x_1)$ til $f(x_2)$. Endringen i funksjonsverdien er derfor $\Delta f(x) = f(x_2) - f(x_1)$.

Den gjennomsnittlige vekstfarten for *f* i intervallet $[x_1\,,\,x_2]$ er det samme som stigningstallet for linja gjennom punktene $(x_1\,,\,f(x_1))$ og $(x_2\,,\,f(x_2))$.

Den gjennomsnittlige vekstfarten i intervallet $[x_1\,,\,x_2]$ er
$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}.$$
Enheten for vekstfarten er enheten for *f(x)* dividert med enheten for *x*.

Figur 10: Viser utklikk fra kapittel 4G i boken Matematikk 1T (Borge, et al., 2020)

5.1 Vekst og vekstfart

UTFORSK

Du treng: GeoGebra

Tangent
Ein tangent i eit punkt på ein graf er ei rett linje som akkurat sneiar borti grafen i dette punktet, utan å krysse grafen i punktet.

Teikn grafen til ein andregradsfunksjon på forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, der $a \neq 0$. Vel sjølv tal for a, b og c. Plasser eit punkt på grafen og teikn ein tangent i punktet. Vis stigningstalet til tangenten. Vi bruker kommandoen «Tangent(<Punkt>, <Funksjon>)» for å teikne tangenten. Vi finn stigningstalet med kommandoen «Stigning(<Linje>)». Trekk punktet langs grafen og svar på spørsmåla:

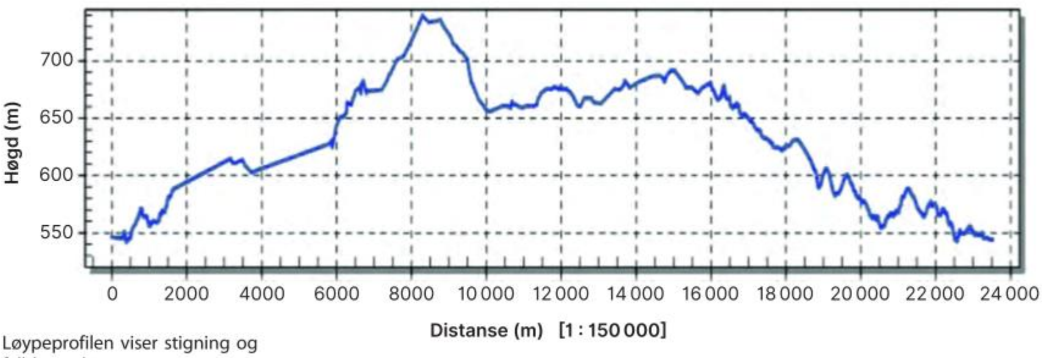
1 For kva verdiar av x er stigningstalet negativt?

2 For kva verdiar av x er stigningstalet positivt?

3 For kva verdiar av x er stigningstalet lik null? Kvar ligg dette punktet på grafen?

4 Samanlikn resultata med ein medelev.

Når vi går opp ei trapp, aukar vi høgda over bakken like mykje for kvart steg. Går vi på fjelltur, er det ikkje slik. Då stig det svært bratt nokre stader, mindre bratt andre stader, og somme stader går det også nedover.



Løypeprofilen viser stigning og fall langs løypa

Løypeprofilen er ein graf som seier noko om stigning og fall i dei ulike partia av turen. Når vi veit kor høg fjelltoppen er, og kor langt vi har gått, kan vi rekne ut kor mykje vi har stige i gjennomsnitt per meter. Kan vi seie noko om kor bratt det er nett der vi står?

Figur 11: Viser utklipp frå kapittel 5.1 i Mønster 1T (Kalvø, Opdahl, Skrindo, & Weider, 2020).

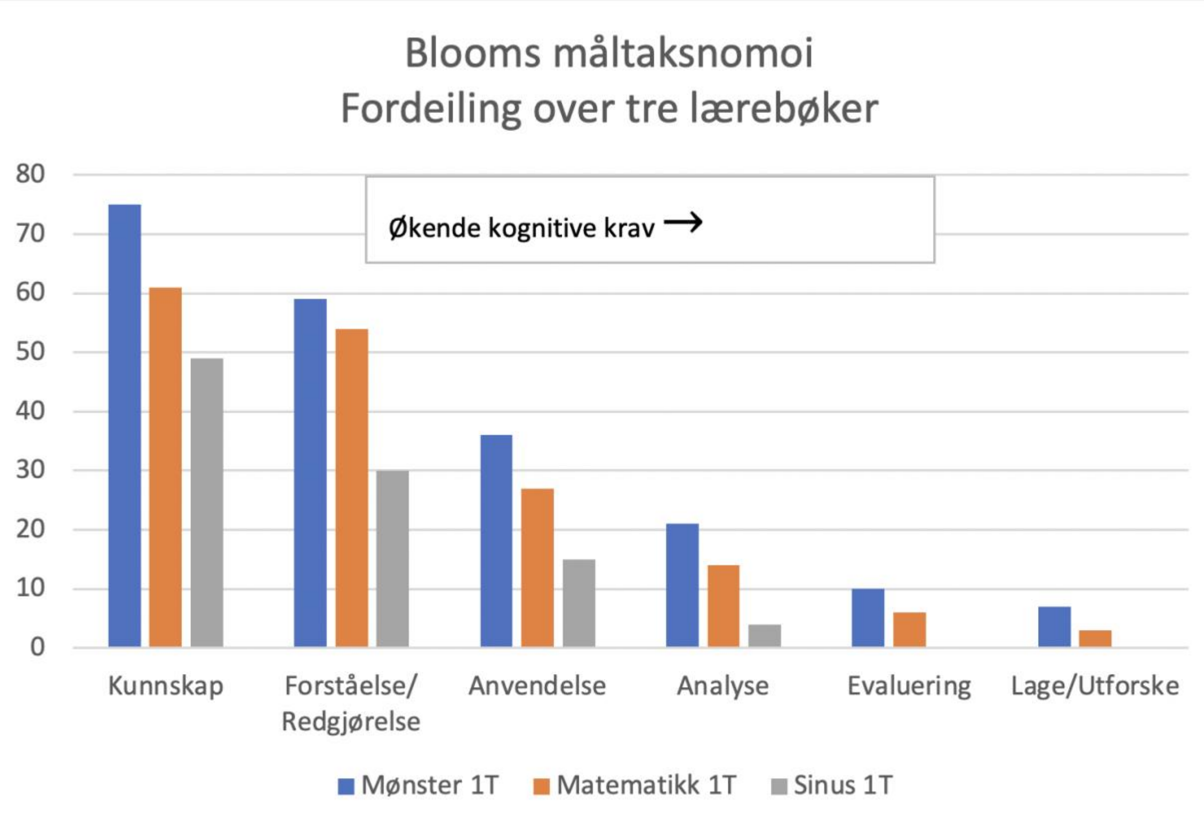
Her har jeg lagt ved to figurer, figur 10 og figur 11**,** som viser hvordan matematikkbøkene presenterer starten delkapittelet, og i disse figurene for vekstfart. Som jeg har nevnt startet delkapitlene i Mønster 1T fra Gyldendal med flere utforsk- oppgaver enn Matematikk 1T fra Aschehoug. For kapittelet om vekstfart ser man stor forskjell i presentasjonen av temaet. I stede for å presentere definisjonen av vekstfart med formler og forklaringer som læreboken *Matematikk 1T*, velger lærebokforfatterne av Mønster 1T å la elevene jobbe aktivt med en oppgave og deretter snakke med en medelev om svaret. En annen gunstig fremgangsmåte er at læreren får en god guide til hvordan h*n skal innlede stoffet og har en utforskende undervisningsøkt.

Ser man på *Sinus 1T* inneholder den få til ingen åpne oppgaver. Det var kun lukkede oppgaver i underveis i hvert delkapittel og de åpne oppgavene var helt bakerst i oppgavesammendraget i boken. Ifølge forordet til boken la den vekt på at eleven skulle øve seg til eksamen. Dette gjør at oppgave blir reproduserende og har lave kognitive krav.

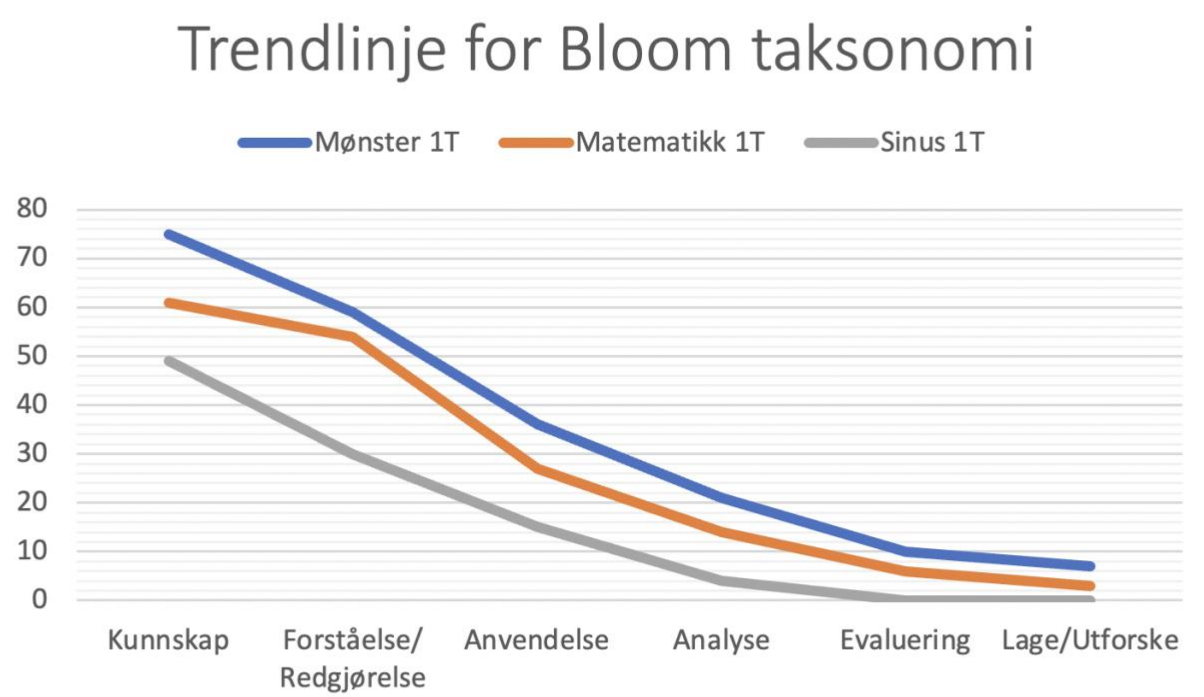
4.2 Blooms måltaksonomi

I den andre delen gjorde jeg en analyse av et kapittel fra de tre lærebøkene *Mønster 1T, Matematikk 1T* og *Sinus 1T*. Jeg valgte kapittelet som omhandlet funksjoner. Grunnen for dette var at det var her det var størst likhet mellom åpne oppgaver mellom *Mønster 1T* og *Matematikk 1T*. I tillegg er dette et sentralt kapittel for matematikk 1T. I analysen brukte jeg Blooms måltaksnomi som koderamme når jeg kategoriserte oppgavene i hver kodingsenhet. For hvert nivå i Blooms måltaksnomi øker de kognitive kravene.

Fra *Mønster 1T* analyserer jeg kapittel 3.
Fra *Matematikk 1T* analyserer jeg kapittel 4.
Fra *Sinus 1T* analyserer jeg kapittel 4.



Figur 12: Viser fordelingen av oppgaver i Mønster 1T (Blå), Matematikk 1T (oransje) og Sinus 1T (Grå) som er kategorisert i min andre koderamme.



Figur 13: Viser trendlinje av figur 12.

I figur 12 og 13 ser vi en stor økning i oppgaver med høyere kognitive krav. Trenden for matematikkbøkene *Mønster 1T* og *Matematikk 1T* (blå og oransje strek) i figur 13 ser man er like. For syntese og evaluering var det ingen oppgaver i det eldre læreverket. Dette tyder på at de nyere lærebøkene følger kjerneelementet i den nye læreplanen (Udir, 2019). Dette gir hvert fall gode grunnlag for å ha en undervisning og oppgaver med høye kognitive krav som igjen bidrar til økt læring hos elevene (Valenta, 2016; Pratama & Retnawati, 2018; Bolaer, 1997, 1998; Fuglestad, 2010).

5. Diskusjon

5.1 Metoden og resultatet

I metodedelen i masteren blir det lagt vekt på å redusere dataen som samles inn. Kvalitativ innholdsanalyse gir rom for å få store datasett redusert ved å velge ut hva som er relevant. Dette kan være en begrensing siden hele bildet av konteksten og datasettet kan gå tapt (Schreier, 2012). I min analyse har jeg kun sett på oppgavene som har blitt gitt, men ikke figurene, teksten utenom oppgavene, og hvordan de er lagt opp i henhold til teorien og læreplanen. Fra resultatene kommer det kun frem antall av de ulike oppgavene jeg har kategorisert. Det sees tydelig at antallet utforskende og problemløsende oppgaver har økt etter fagfornyelsen. Dette betyr at lærebøkene tilfredsstiller læreplanen om kjerneelementet problemløsning og utforskning (Udir, 2019) og gir rom for læreren å planlegge en utforskende undervisningsøkt som bidrar til læring. Det metoden ikke gjør er å kategorisere gjennomsnittlig tidsbruk for de oppgavene med høyere kognitive krav, eller de utforskende oppgavene. Ikke vet jeg hvor lang tid en gjennomsnittlig elev bruker på å løse den, og heller ikke hvor lang tid en lærer bruker for å bruke en sånn oppgave til innledning av nytt kapittel.

I min gjennomføring i metodedel 1 brukte jeg en koderamme som var laget for naturvitenskapelige fag, og ikke spesifikt matematikk. Grunnen til dette valget var fordi den passet godt til det jeg skulle forske på. I koderammen kom jeg samtidig over et begrep som jeg følte ikke passet helt inn som en lukket oppgave. Begrepet resonere betyr å tenke seg frem, og burde gå innenfor en åpen oppgave, eller utforskende oppgave. Mitt forsvar for dette var at jeg valgte å bruke Andersson-Bakken, Jegstad, & Bakken (2020) sin definisjon.

Resultatene representerer bare tall og søyler over hvordan utforskende oppgaver er fordelt i tre ulike lærebokforlag og kategorisert gjennom Blooms måltaksonomi, men de sier ingenting om hvilken tidsbruk hver enkelt elev bruker på en utforskende oppgaver generelt mot en reproduserende oppgave. Selv om de aller fleste oppgavene ble kategorisert som reproduserende vil det ikke si at elevene bruker mesteparten av tiden på dette. I tillegg sier det ikke noe om anvendelsen av disse i undervisning. Selv om boken Mønster 1T inneholdt over dobbelt så mange oppgaver vil ikke det si at alle elevene får nytte av dette på grunn av tidsbruken, og det er ikke sikkert læreren bruker dette til planlegging av undervisning heller.

For hver eneste elev vil det kanskje være ekstrempunkter hvor én elev bruker fem minutter, og en annen elev bruker 30 minutter. Dette skulle helst blitt vurdert i en større oppgave enn dette, og muligens gjort intervjuer og observasjoner av elever og undervisning. Hvis en ser på ytterpunktene vil en dårlig stilt elev oppfatte en tidkrevende utforskende oppgave enten å være utfordrende og inspirerende, eller som noe som gir en mer negativ følelse og mindre motivasjon innenfor matematikkfaget ved at eleven ikke får til oppgaven alene. Dette går på mestringsfølelsen i matematikk. Vil dette si at utforskende oppgaver ikke er ment for å løses for alle elever, eller er det kun de «flinkeste» som får til dette?

Noen fordeler med kvalitativ metode er at det er en fleksibel metode. Det innebærer at man lett kan gå inn og endre forskningsspørsmålet, innhente mer data uten at store forandringen av oppgaven generelt må endres. I tillegg kan får man redusert store datasett ned til relevante kodingsgrupper som videre sorteres inn i en koderamme. Når koderammen er laget, kan den samme koderammen brukes på andre lærerbøker for å sammenlikne data. Forskeren og leseren vil derfor få et bedre inntrykk av hva som vektlegges i resultatet. Forskere kan gjennom koderammen gjenskape likt resultat, og i forskningen gir dette validitet og reliabilitet.

5.2 Utforskende oppgaver

Det kan være lett å anta oppgaver som stiller høyere kognitive krav ikke er egnet for alle elever. En studie gjort av Boaler (2000) viser at en tendens blant lærere er å anta at elever som er svake i faget ikke har noe nytte av slike typer oppgaver

En risiko med utforskende oppgaver, og generelt utforskende matematikk er at elevene ikke alltid vet hvor de skal. Læreren kan lede elevene til et svar, men også samtidig la de prøve og feile og finne ut av hva som ble feil (Skovmose, 1998). For å knytte dette til en læringsteori av Lev Vygotsky kan man sammenlikne dette med å la eleven jobbe i den proksimale utviklingssonen. Av erfaringer og samtaler med andre lærere har jeg lært at dette er krevende. Alle elever har forskjellige utgangspunkt, styrker og svakheter og interesser. Å vite hvor denne sonen er for hver enkelt elev krever en god relasjon mellom lærer- elev. Resultatene jeg fikk viser at læreren kan bruke læreboken som et godt utgangspunkt for å skape en utforskende økt som kan bidra til elevers læring. Det jeg ikke vet er hvordan en og en elev og klassen responderer til disse oppgavene. Etter Bloom måltaksnomi øker den kognitive kompleksiteten for oppgavene etter stigende nivå.

Under avsnittet *Hva blir nytt i matematikkeksamen?* fra Udir sine sider skrives det: «Kjerneelementene i de nye læreplanene i matematikk legger vekt på utforsking, problemløsing, modellering, anvendelse, argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering. Elevene skal også utforske og oppdage sammenhenger i og mellom fag. Dette stiller nye krav til eksamen.» (Utdanningsdirektoratet, 2021) Hvis man tar utgangspunkt i det Skovmose (1998) skriver om risikoen til utforskende matematikk i avsnittet ovenfor, vil det da si at kanskje ikke alle elever klarer disse oppgavene. Hvordan skal disse formuleres slik at inngangsterskelen er lav? Videre skriver Udir om hvordan oppgavetypene i oppgavesettet: «Oppgavesettet inneholder oppgavetyper som krever utregning, begrunnelse, resonnement, argumentasjon og vurdering, blant annet oppgaver knyttet til problemløsing, utforsking og modellering.» (Utdanningsdirektoratet, 2021). Dessverre fikk jeg ikke tilgang til å se disse oppgavetypene, men spørsmålet er om dette er bra å innføre i eksamen. Disse type oppgavene ligger innenfor kategorien høye kognitive krav (Valenta, 2016), og dette kan gi store utslag både for svake og sterke elever i matematikk.

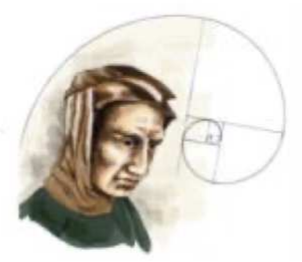
Fra min erfaring som vikar har jeg observert at lærere ber noen elever med ekstrabehov om ikke å gjøre noen av de spesifikke oppgaver i lærebøkene. Av det jeg har sett så er dette oppgaver hvor eleven skal knytte sammen mye av stoffet fra matematikken og finne ut hvordan man skal løse oppgaven. Dette er ifølge Joe Boaler (2016) en utforskende oppgave, som denne eleven ikke skal løse (Boaler, Mathematical Mindsets, 2016). Da kan man stille seg spørsmål om hvorfor ikke det ikke lages oppgaver med lavere inngangsterskel slik at disse elevene også kan føle at de mestrer deler oppgaven og utforskingen, som igjen kan bidra til motivasjon (Wæge & Nosrati, 2019). Dette står i strid med det Wæge og Nosrati (2019) skiver om motivasjon og mestring til eleven. Samtidig har jeg ingen data på hvordan følelsene til eleven er etter ikke å ha fått prøve på en slik oppgave. Har eleven kun godtatt dette, eller vil eleven helst prøve, men vet at h*n har for mange hull slik at kompetansen for å finne en løsningsmetode er ikke eksisterende. Her kan det være flere faktorer som spiller inn, og dette kan være et interessant forskningsobjekt senere.

I etterkant av denne masteroppgaven og gjennomføringen av kvalitativ innholdsanalyse ser jeg nye og kanskje bedre veier for å gi et bedre svar på forskningsspørsmålet mitt. I min forskning fant jeg en tallvis andel av hvilke oppgaver som kan betraktes som åpne og utforskende, og hvor mange oppgaver som kan betraktes som lukkede og reproduserende. I det resultatet får jeg et svar på hvor mye og hvor stor grad boken legger til rette for utforsking og problemløsning, men jeg ser også at andre metoder kan gi meg gode svar. Det kan for eksempel gjøres gjennom observasjon av en eller flere undervisningsøkter, eller intervju av lærer. Her kunne jeg hatt intervjuer av lærere på skoler med matematikkbøker fra ulike forlag, og hørt om hvor mye de bruker matematikkboken som et hjelpemiddel for å legge opp en undervisningstime som inneholder utforskende undervisning, utforskende samtaler og diskusjoner mellom elever og elev- lærer, og jeg kunne sett på digitale læremidler og digitale lærearenaer som alternativer til tradisjonelle lærebøker.

I utforskende oppgaver er gjerne oppgaveteksten lenger enn de lukkede oppgavene. Hvordan skal man da legge til rette for elever med dysleksi, ADHD, eller andre lese og skrivevansker? Elever med dysleksi vil få vanskeligheter med å lese oppgaven, og samtidig forstå hva oppgaven går ut på. Dette kan skape et dårlig forhold til slike oppgaver. Fra januar på Frogn VGs skulle det foregå et prosjekt for en matematikklasse hvor elevene skulle se på utviklingen for Frogn kommune sine skoler i forhold til antall beboende. Dette var en veldig lang tekstoppgave med mange diskusjonsspørsmål. Dette er i og for seg en veldig god utforskende oppgave der elevene må ta i bruk tidligere matematikkunnskaper, mattebegreper og i tillegg søke opp og finne mer data utover matematikkboken. Ulempen her vil være hvordan en elev med dysleksi vil håndtere dette, og hvordan man skal løse det. For å løse dette må man som lærer ivareta individuell tilpasset opplæring. Utforskende oppgaver er også mer tidkrevende enn lukkede oppgaver, og man må bruke tid på å fokusere på det samme. Hvordan vil en elev med ADHD respondere på dette? Fra min jobberfaring har dette fungert dårlig. Interessen forsvinner, men mindre man aktivt motiverer eleven.

Stedøy (2018) skriver at «Lærebøker og eksamensoppgaver inneholder mange lukkede oppgaver. Hvis elevene kun møter denne typen oppgaver, mister de muligheten for å få erfaring med utforsking.» (Stedøy, 2018). Videre legger hun til denne eksempeloppgaver som viser hvor lett det kan være å gjøre små endringer, for å få en lukket oppgave til å bli utforskende. Det kan derfor argumenteres for at hvis oppgaven omfattede og lukket har læreren fortsatt mulighet til å omdanne til en åpen og utforskende oppgave. Dette kan igjen brukes til å lage en utforskende undervisning som bidrar til elevers læring.

Oppgave 8 (4 poeng)



Fibonacci-tallene har fått navn etter Leonardo Fibonacci fra Pisa (ca. 1170–ca. 1250).

Fibonacci-tallene er en tallfølge der de to første tallene er 1. Hvert av de neste tallene er summen av de to tallene foran:
$1 + 1 = 2$, $1 + 2 = 3$, $2 + 3 = 5$, $3 + 5 = 8$ og så videre.

De åtte første Fibonacci-tallene er 1 , 1 , 2 , 3 , 5 , 8 , 13 , 21

a) Skriv opp de neste fire Fibonacci-tallene i tallfølgen ovenfor. Vis løsningsforslag.

b) I tallfølgen nedenfor er de to første leddene a og b. Hvert av de neste leddene er summen av de to leddene foran.

a , b , $a + b$, $a + 2b$, $2a + 3b$, $3a + 5b$

Skriv opp de fire neste leddene i denne tallfølgen.

Figur 14: Viser eksamensoppgave gitt for 10. trinn våren 2016 (Stedøy, 2018)

Dette er en klassisk lukket oppgave som gir elevene en forklaring og en start elevene skal fortsette på. De har fått servert en løsningsstrategi og skal kun bruke denne videre. Det å gi en slik oppgave gir ikke elevene rom får å tenke på andre måter eller sin egen måte. Argumentet for å ha slike oppgaver er tidsbegrensningen. Det er ikke alltid tid til utforskende tenking i slike situasjoner. Hensikten her er å vise hvor lett det kan være å gjøre om en lukket oppgave til en åpen oppgave. Den handler kun om å fjerne informasjon slik at eleven på å benytte tidligere erfaring. Hvis man overfører dette til en oppgave i en lærebok kan oppgaven i stede formuleres på denne måten:

«Fibonacci-tallene er en tallfølge der de to første tallene er 1. Hvert av de neste tallene er summen av de to tallene foran. Utforsk Fibonacci-tallene og finn egenskaper til tallene i tallfølgen.»

I denne nye oppgaven har det kun blitt fjernet informasjon slik at elevene må tenke logisk og sette opp en strategi for hvordan de skal angripe og løse oppgaven. Denne endringen tilfredsstiller flere av forslagene til Boaler (2016) om hvordan elevene kan arbeide utforskende.

For nybakte lærere kan det å gjøre om lukkede oppgaver til åpne oppgaver være tidkrevende og vanskelig. Dette er noe jeg kan stå for og har erfart gjennom jobb.

6. Konklusjon

Mange ser matematikk som et fag som er regelbundet og assosierer undervisningen med en streng struktur der det er felles undervisning først etterfulgt av oppgavejobbing. Eleven følger faste løsningsmetoder og memorere formler for å forberede seg til eksamen. Dette gjenspeiler seg i TIMMS Advanved rapporten fra 2010 (Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010) hvor det viste seg at elevene jobbet mest med reproduserende oppgaver. I dagens samfunn trengs det nye løsninger og da trengs det fagpersoner som kan tenke nytt og utforske nye muligheter. Fagfornyelsen var noe matematikkfaget trengte for videregående opplæring. I forordene til Sinus Matematikk 1T, som er en matematikkbok fra 2014, er ikke ordet «utforskende» eller «problemløsende» nevnt (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Svorstøl, & Hals, 2014). Her skriver forfatterne at de vanskeligste oppgavene står bakerst i læreboken, men heller ikke her er det noe særlig med utforskende oppgaver.

I min master var forskningsspørsmålet formulert slik; *Hvordan kan sammensetningen av utforskende oppgaver bidra til læring, og planlegging av undervisning?*

Gjennom mine resultater fant jeg ut at det har blitt en stor økning av utforskende oppgaver i nyere lærebøker. I tillegg har det også blitt en stor økning av mer komplekse og sammensatte oppgaver som stiller høyere kognitive krav. Elever som jobber utforskende og som jobber med oppgaver som stiller høyere kognitive krav får en relasjonell forståelse av matematikken (Boaler, 1997,1998; Grønmo, Onstad, & Pedersen, 2010; Pintrich, 2003; Pratama & Retnawati, 2018; Stedøy, 2018; Valenta, 2016; Wæge & Nosrati, 2019). Begge lærebøkene som ble gitt ut etter fagfornyelsen kommer også med utforsk, snakk, og diskusjonoppgaver gjennom introduksjon av nytt stoff. Denne sammensetningen gjør det mer tilgjengelig å lage utforskende undervisningsøkter for læreren. Ifølge Boaler (1997,1998) lærer elevene som jobber på denne måten (relasjonell forståelse) mye mer av stoffet enn elever som jobber med reproudeserende oppgaver og undervisnig som legger vekt på memoreing av formler og løsningstrategier (instrumentell forståelse). I tillegg gjør elever som har arbeidet utforskende det bedre på prøver med lukkede oppgaver enn de elevene som kun jobber med lukkede oppgaver, selv om elevene som har jobbet utforskende ikke har trent eller gjort slike lukkede oppgaver. Svaret på mitt forskningsspørsmål er at sammensetingen av utforskende oppgaver bidrar til økt læring og forståelse blant elevene, og i tillegg gir det en god mulighet for lærer å planelegge undervisning ut i fra disse oppgavene. Det dette avhenger av er at læreren legger opp til en utforskende undervisning og at læreren velger å gi ut utforskende oppgaver fra lærerboken som oppgaver i timen og eventuelt som lekse. Dette trener elevene på relasjonell forståelse.

Det har vært veldig lærerikt å jobbe med denne masteren. Det har vært mye teori og begreper som har vært nye for meg innen matematikkdidaktikk. Nå som jeg er ferdig sitter jeg igjen med mye mer kunnskap om dette som jeg skal ta med meg i min jobb som lektor.

7. Implikasjoner

Jeg har til nå jobbet fast på en videregående skole og undervist både studiespesialiserende -og yrkesfaglig matematikk. Gjennom samtaler med andre lærere forteller de at matematikkboken som den er i dag stiller med for dårlige og få utforskende oppgaver, og innledning av hvert delkapittel. Problemet er at nivået på disse oppgavene som oftest er for kategorien høy måloppnåelse, og da faller noen elever av. Forslag til videre forskning er å se på hvordan lærere benytter seg av de utforskende oppgavene fra læreboken i undervisningstimene. Hvordan innledes disse oppgavene og hvordan responderer og jobber elevene. En mulig metode kan være observasjoner av flere klasser med intervju etterpå. På denne måten får man nøyere sett på hvordan den nye lærerplanen har tredd i kraft og hvordan det påvirker elevers læring.

Et spørsmål som virkelig har satt seg hos meg er gjennom mine to år som vikarlærer er; Underviser du matematikk eller underviser du elever? Dette er et spørsmål til matematikklærere som omhandler, og setter spørsmålstegn ved, måten faget blir undervist på. Hvordan skal man introdusere temaet til elevene, og hvordan skal man holde en aktiv matematikktime? Jeg har undervist både studiespesialiserende matematikk, og matematikk for yrkesfag, og i tillegg fått være støtte og sett på hvordan flere faglærere underviser matematikk. Det hadde vært veldig spennende å se på forskjellene og likhetene her, og om det skjer mer utforskende undervisning i yrkesfaglig matematikk eller studiespesialiserende matematikk. Fra mine egne erfaringer og refleksjoner med andre lærere har jeg sett en merkbar forskjell på dette. Da tenker jeg på hvordan elevene i studiespesialiserende klassen hadde blitt påvirket ved å få samme undervisningsopplegg som den yrkesfaglige klassen.

En annet spørsmål som dukket opp hos meg var hvordan dette tilrettelegges for eksamensoppgaver for både videregående og ungdomsskolen i det Norske skoleverket. I samtaler med andre lærere har jeg fått høre at de utforskende oppgavene ikke gir en lav nok inngangsterskel slik av svake elever ikke har sjans til å klare dem. Hva vil da skje med mestringsfølelsen og motivasjonen for matematikk? Det hadde vært spennende å dykke ned i disse dataene og se hvordan slike oppgaver kan utformes på en god måte og hvordan elevene påvirkes av dette.

Bibliografi

Andersson-Bakken, E., Jegstad, K., & Bakken, J. (2020, april 13). *International Journal of Science Education.* Hentet fra Textbook tasks in the Norwegian school subject natural sciences: what views of science do they mediate?: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/09500693.2020.1756516

Angvik, M. (1982). Skolebokanalyse som tema for lærerutdanning og forskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 66(10)*, ss. 367-397.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). *Conceptualizing inquiry-based education in mathematics.* Karlsruhe: ZDM Mathemathics Education.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013, april 22). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM Mathematics Education*, ss. 797-810.

Bloom, B. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain.* New York: Longman.

Boaler, J. (1997). *Experiences School Mathematics: Teaching Styles, Sex and Setting.* Buckingham: Open University Press.

Boaler, J. (1998). *Open and Closed Mathematics: Student Experiences and understanding.* Journal for research in mathematics education, 29(1).

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets.* CA: Jossey-BassSan Francisco.

Borge, I. C., Engeseth, J., Haug, H., Heir, O., Moe, H., Norderhaug, T. T., & Vie, S. M. (2020). *Mamtematikk 1T.* Skien: Aschehoug undervisning.

Caitriona, R. (2012). *How am I using inquiry-based learning to improve my practice and to encourage higher order thinking among my students of mathematics?* Dublin: Dublin City University.

Carlsen, M., & Fuglestad, A. (2010). *Læringsfelleskap og inquiry for matematikkundervisning.* Akademika forlag.

Cavanagh, S. (1997). *Content analysis: concepts, methods and applications.* California: Nurse Researcher.

Christiansen, A. (2020, November 2). *Har du sett anmeldelsen av den nye matteboken?* Hentet fra Aftenposten: https://www.aftenposten.no/meninger/kronikk/i/PRReg6/har-du-sett-anmeldelsen-av-den-nye-matteboken?fbclid=IwAR0o0XlwcsUixUj5KmB1SGf2cg8_0qNS-_GsTUnhsAliEGd_Hohu-yXQxCA

Chrsitiansen, A. (2020, November 2). *Har du sett anmeldelsen av den nye matteboken?* Hentet fra Aftenposten: https://www.aftenposten.no/meninger/kronikk/i/PRReg6/har-du-sett-anmeldelsen-av-den-nye-matteboken

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013, August 25). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *DOI 10.1007/s11858-013-0539-x*, 45: 633-646.

Fuglestad, A. B. (2010). Bedre matematikkundervisning. *Tangenten 4/2010*, 9-14. Hentet fra caspar: http://www.caspar.no/artikkel_pdf/9c_t2010-4.pdf

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasnusseb, I., Kluge, A., . . . Skarpaas, K. G. (2016). *Med ARK&APP.* Oslo: Universitetet i Oslo.

Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2010). *Matematikk i motvind.* Oslo: Uniub: TIMSS Advanced 2008 i videregående skole.

Grønmo, S. (2020, Oktober 5). *Store Norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/innholdsanalyse

Imsen, G. (2015). Motivasjon, følelser og behov. I *Elevens verden* (ss. 293-327). 0105 Oslo: Universitetsforlaget.

Imsen, G. (2016). Hvordan vurdere lærerbøker? I G. Imsen, *Lærerens verden* (ss. 425-428). 0105 Oslo: Universitetsforlaget.

Intaros, P., Inprasitha, M., & Srisawadi, N. (2013). *Students' problem solving strategies in problem solving - mathematics classroom.* Thailand: Procedia, Social and Behavioral Sciences 116 (2014) 4119.

Kalvø, T., Opdahl, J. L., Skrindo, K., & Weider, Ø. (2020). *Mønster matematikk 1T.* Oslo: Gyldendal.

Kongelf, T. (2017a). *Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Kongelf, T. (2017b). *What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway.* Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Lepper, M., Corpus, J., & Iyengar, S. (2005). Intrinsic and extrinsic motivational orientations in the classroom: age differnces and academic correlates. Journal of Educational Psycology, 97(2).

Lithner, J. (2017, Mai 13). Principles for designing mathematical tasks that enhance imitative and creative reasoning. *Mathematics Education*, ss. 937-949.

Mullis, I., Martin, M., Foy, P., & Arora, A. (2012). *TIMSS 2011 International Results in Mathematics.* Boston: International Study Center, Boston College.

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Svorstøl, O., & Hals, S. (2014). *Sinus Matematikk 1T.* Oslo: Cappelen Damm.

Pintrich, P. R. (2003). A motivational Science Perspective on the Role of Student Motivation in Learning and Teaching Context. Journal of Educational Psychology, 95(4).

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions, Grades 6-12, A Resource for the Mathematics Teacher.* California: Corwin Press.

Postholm, M., & Jacobsen, D. (2018). *Forksningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning.* Oslo: Cappelen Damm.

Pratama, G. S., & Retnawati, H. (2018). Urgency of Higher Order Thinking Skills (HOTS) Content Analysis in Mathematics Textbook. *Journal of Physics: Conference Series 1097 012147*.

Säljö, R. (2013). Praktisk pedagogisk utdanning. I *Støtte til læring - tradisjoner og perspektiver. In R. J. Krumsvik, & R. Säljö* (ss. 53-80). Bergen: Fagbokforlaget.

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Valverde, G. A., Houang, R. I., & Wiley, D. E. (1996). *Many visions, many aims: A cross-national investigation of curricular intentions in school mathematics.* London: Kluwer Academic Publishers.

Schreier, M. (2012). *Qualitative Content Analysis in Practice.* London: SAGE Publications.

Shorser, L. (1939-1999). *Bloom's Taxonomy Interpreted for Mathematics.* Hentet fra math.toronto: https://www.math.toronto.edu/writing/BloomsTaxonomy.pdf

Skemp , R. R. (2006). Mathematics Teaching in the Middle School. I *Relational Understanding and Instrumental Understanding* (ss. 88-95).

Skovmose, O. (1998). *Matematikk for alle.* Trondheim: Rapport fra lamis 1. sommerkurs.

Stedøy, I. M. (2018, Februar). *Utforskende matematikkundervisning.* Hentet fra Realfagsløyper: https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-04/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning_0.pdf

Udir. (2019, November 15). Hentet fra Læreplan i matematikk fellesfag vg1 teoretisk (matematikk T): https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT09-01.pdf?lang=nno

USN. (2022). *Blooms taksonomi.* Hentet fra USN: https://usn.instructure.com/courses/17678/pages/blooms-taksonomi

Utdanningsdirektoratet. (2021, November 12). Eksempeloppgaver i matematikk 1T. Norge.

Valenta, A. (2016, September). *Kognitive krav i matematikkoppgaver.* Trondheim: Matematikksenteret,NTNU. Hentet fra matematikksenteret.no: https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/media/filer/MAM/Valenta%20Kognitive%20krav%20i%20matematikkoppgaver_0.pdf

Wæge, K., & Nosrati, M. (2019). *Motivasjon I Matematikk.* Oslo: Universitetsforlaget.

Yin, R. (2014). *Case Study Research. Design and Methods.* Thousand Oaks: Sage Publications.

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitskapelege universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway