



## Sammendrag

Formålet med denne oppgaven er å undersøke hvorvidt investorer bør inkludere råvarer i en tradisjonell portefølje som i utgangspunktet består av aksjer for å oppnå en høyere risikojustert avkastning, ved hjelp av en out-of-sample analyse.

Det er blitt benyttet futureskontrakter på tolv råvarer, som igjen er delt inn i fire forskjellige råvareklasser. Oppgaven tar utgangspunkt i tidsperioden 1990–2014, som igjen er delt inn i fem delperioder. Det er blitt konstruert fire porteføljer for hele perioden, samt for de ulike delperiodene. Det anvendte prestasjonsmålet er Sharpe ratio. Sharpe ratioen sammenlignes for alle porteføljene med S&P 500 som benchmark.

Vi har i første omgang analysert porteføljene i et in-sample rammeverk, slik det i stor grad er blitt gjort i tidligere forskning. Vi har deretter sett på råvarers diversifiseringsfordeler i et mer realistisk rammeverk; out-of sample optimering. I begge tilnærmingene har vi forsøkt å optimere tradisjonelle porteføljer ved å inkludere råvarer. Vi har deretter sammenlignet resultatene til de ulike porteføljene mot benchmark. For å undersøke om funnene er robuste, har vi analysert porteføljene i fem delperioder, for å se hvordan prestasjonene endrer seg i ulike økonomiske klima. Vi har også undersøkt hvorvidt rebalanseringsfrekvensen kan ha betydning for porteføljenes prestasjoner.

Resultatet av våre empiriske analyser tilsier at råvarer forbedrer en tradisjonell porteføljes risikojusterte avkastning i et in-sample rammeverk. Dette er uavhengig av hvilke delperioder eller rebalanseringsfrekvenser som undersøkes. Fordelene vedvarer derimot ikke når vi forlenger analysene til et out-of-sample rammeverk. Her vil tradisjonelle porteføljer, i de aller fleste tilfeller, gi en bedre risikojustert avkastning. Resultatet gjelder for alle porteføljene og alle undersøkte rebalanseringsfrekvenser. Det eneste unntaket fant vi i perioden 2000–2007, der out-of-sample råvareoptimerte porteføljer ga en høyere Sharpe ratio enn benchmark. Årsaken til dette er trolig den sterke oppgangen i råvarepris og handelsvolum som ble observert i perioden. Dermed kan vi ikke konkludere entydig med at råvarer øker en tradisjonell porteføljes risikojusterte avkastning.

## **Abstract**

The purpose of this thesis is to examine whether investors should include commodities in a traditional portfolio consisting of stocks, in order to achieve increased risk adjusted return in an out-of-sample setting.

We have used futures contracts on twelve individual commodities belonging to four different commodity classes. The time period analyzed spans from 1990 to 2014, which we have split into five sub-periods. We have optimized four different portfolios, which include commodities. Sharpe ratio is used to measure the portfolio performances, which are in turn compared to the benchmark, S&P 500.

First we have analyzed the portfolios in an in-sample setting as done in previous literature. Next, we have analyzed the diversification benefits of commodities in a more realistic setting; out-of-sample. In both approaches we optimize the portfolios by including commodities in a traditional portfolio. Thereafter we compare the portfolio performance against benchmark. To check the robustness of results we analyze the portfolio performance in five sub-periods to see if they change in different economical climates.

In an in-sample setting our empiric studies indicate that inclusion of commodities enhances a traditional portfolios risk adjusted return, independent of which sub-period or rebalancing frequency studied. However, these benefits do not persist in an out-of-sample setting. Here we see that the traditional portfolios, in most scenarios, show a better risk adjusted return. This applies for all portfolios and rebalancing frequencies. The only exception occurs during 2000–2007 when out-of-sample optimized commodity portfolios show a higher Sharpe ratio than the benchmark. A possible reason for this could be the alleged financialization of commodities, which occurred during this period. Therefore we are not able to conclude that commodities increase a portfolios risk adjusted return.

## **Forord**

Denne utredningen er skrevet som en avsluttende del av masterstudiet i Økonomi og administrasjon ved Handelshøyskolen ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet.

Det har vært en spennende og lærerik prosess hvor vi har fått benyttet tidligere tilegnet kunnskap. Arbeidet med oppgaven har vært utfordrende, men samtidig givende og interessant. Det har definitivt økt vår interesse for råvareinvesteringer.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder Glenn Kristiansen for nyttige og konstruktive tilbakemeldinger under arbeidet med oppgaven.

Vi vil til slutt takke familie, venner og kollegaer for deres bidrag og motivasjon.

Eventuelle feil og mangler er forfatterens ansvar.

Oslo, 15.5.2015

---

Håvard J. Watten

---

Thomas Fuglår

## Innhold

1	Introduksjon .....	1
1.1	Problemstilling.....	2
1.2	Oppbygging og strukturering av oppgaven .....	3
2	Tidligere forskning.....	4
3	Metode .....	6
3.1	Prosedyre .....	6
3.2	Avkastning .....	6
3.3	Standardavvik .....	6
3.4	Sharpe ratio.....	7
3.5	Investeringsstrategi .....	7
3.5.1	Naive porteføljer .....	8
3.5.2	Mean variance-porteføljer .....	8
3.5.3	Minimum varians-portefølje .....	9
3.5.4	Max Sharpe-portefølje.....	9
3.6	Rebalansering .....	9
3.7	Data.....	9
3.8	Valg av tidsperioder.....	11
4	Analyse og resultater.....	13
4.1	Deskriptiv statistikk .....	13
4.2	Korrelasjon .....	15
4.3	Naive porteføljer.....	17
4.4	In-sample optimering.....	18
4.5	Out-of-sample optimering .....	19
4.5.1	Hele perioden (1990–2014).....	19
4.5.2	Periode 1 (oktober 1990–januar 1994).....	20
4.5.3	Periode 2 (februar 1994–november 2000) .....	21
4.5.4	Periode 3 (desember 2000–mai 2004).....	22

4.5.5	Periode 4 (juni 2004–desember 2007) .....	22
4.5.6	Periode 5 (januar 2008–september 2014).....	23
5	Testing av hypoteser .....	24
5.1	Hypotese 1 .....	24
5.2	Hypotese 2 .....	25
6	Diskusjon .....	26
6.1	Forslag til fremtidig forskning.....	28
7	Konklusjon.....	29
8	Litteraturliste.....	30
8.1	Artikler.....	30
8.2	Hjemmesider.....	31
9	Vedlegg .....	I

## Figuroversikt

FIGUR 1: INDEKSERTE HISTORISKE PRISER FOR RÅVAREKLASSER OG S&P 500. HVER RÅVARE ER VEKTET 1/3 (SEPT 1990–SEPT 2014) .....	10
FIGUR 2: DEFINISJON AV FEM DELPERIODER 1990-2014 .....	11
FIGUR 3: FIREÅRIG RULLERENDE KORRELASJON MELLOM RÅVAREKLASSER OG S&P 500. HVER RÅVARE ER VEKTET 1/3 I HVER KLASSE (SEPT 1994–SEPT 2014) .....	16

## Tabelloversikt

TABELL 1: DESKRIPTIV STATISTIKK FOR SEPT 1990–SEPT 2014 .....	13
TABELL 2: KORRELASJONSMATRISER FOR AKTIVAENE (SEPT 1990–SEPT 2014). *, ** INDIKERER AT VERDI ER SIGNIFIKANT FORSKJELLIG FRA 0 PÅ HHV 5 % OG 1 % .....	16
TABELL 3: RAPPORTERER RESULTATER FOR NAIVT VEKTEDE PORTEFØLJER SOM ER REBALANSERT MÅNEDLIG (SEPT 1990–SEPT 2014). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE .....	18
TABELL 4: RAPPORTERER RESULTATER FOR IN-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (SEPT 1990–SEPT 2014). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	19
TABELL 5: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (SEPT 1990–SEPT 2014). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	20
TABELL 6: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (OKT 1990–JAN 1994). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	21
TABELL 7: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (FEB 1994–NOV 2000). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	21
TABELL 8: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (DES 2000–MAI 2004). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	22
TABELL 9: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (JUN 2004–DES 2007). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	23
TABELL 10: RAPPORTERER RESULTATER FOR OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (JAN 2008–SEPT 2014). PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. ....	23
TABELL 11: OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (1990–2014) MED TILHØRENDE SHARPE RATIO OG Z-TEST VERDIER. PORTEFØLJER SOM HAR HØYERE SHARPE RATIO ENN BENCHMARK, ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. * INDIKERER STATISTISK SIGNIFIKANT 5 % .....	25
TABELL 12: SHARPE RATIO TIL OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER (1990–2014) MED TILHØRENDE Z-TEST VERDIER. Z-VERDI OVER KRITISK VERDI (1,96) ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. * INDIKERER STATISTISK SIGNIFIKANT 5 % .....	26
TABELL 13: DESKRIPTIV STATISTIKK FOR IN-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER FOR DE FEM ULIKE DELPERIODENE (1990-2014) .....	I
TABELL 14: SHARPE RATIO TIL OUT-OF-SAMPLE OPTIMERTE PORTEFØLJER FORDELT PÅ DELPERIODER (1990–2014) MED TILHØRENDE Z-TEST VERDIER. Z-VERDI OVER KRITISK VERDI (1,96) ER MARKERT MED FET SKRIFTTYPE. * INDIKERER STATISTISK SIGNIFIKANT 5 % .....	II

## 1 Introduksjon

Til tross for at det har vært mulig å investere i råvarefutures i over 100 år, har dette ofte blitt sett på som instrumenter benyttet til spekulasjon og hedging. I løpet av de siste 10–15 årene, derimot, har råvarer vokst frem som en svært populær aktivagruppe blant investorer. Mellom 2003 og 2008 økte handel i råvarer fra \$13 milliarder til \$260 milliarder, og steg videre til \$410 milliarder i 2013. Noen tilskriver den voldsomme interesseøkningen til økt etterspørsel av råvarer i utviklingsland. Den økte etterspørselen har ført til økte priser som igjen har rettet fokus på råvarer som investeringsobjekt. Andre tilskriver den økte interessen til diversifiseringseffekten som er blitt påvist i en lang rekke med forskningsartikler av blant andre Bodie og Rosansky (1980), Satyanarayan og Varangis (1996), Jensen et al. (2000) og Conover et al. (2010). Råvarenes betydning har dermed endret seg betraktelig, og det vil derfor være viktig for dagens investorer å tilegne seg grundigere kunnskap om denne aktivagruppen.

Råvarer har en antatt lav korrelasjon sammenlignet med tradisjonelle aktiva som aksjer og obligasjoner, og kan gi diversifiseringsfordeler hvis de inkluderes i en portefølje. Den antatt lave korrelasjonen skyldes at råvarers prisvariasjoner er påvirket av en rekke risikoelementer slik som vær, geografiske forhold og tilbudsbegrensinger (Geman 2009). Daskalaki et al. (2014) bekreftet dette ved å se på perioden 1989–2010, hvorpå de konkluderte med at man ikke kunne sammenligne risikoelementene til råvarer og aksjer. Råvarer er også ansett som en hedge mot inflasjon (Bodie og Rosansky (1980), Erb og Harvey (2006) og Gorton og Rouwenhorst (2004)).

Tidligere forskning på råvarer og diversifiseringsfordeler er skrevet med fokus på in-sample analyser. Denne tilnærmingen er, etter vår mening, forholdsvis begrenset når det kommer til å påvise at råvarer vil forbedre tangentporteføljen i tidsperiode  $[t, t_{+1}]$ , dersom avkastningen i samme periode  $[t, t_{+1}]$  var kjent på forhånd og kunne bli brukt til å konstruere tangentporteføljen på tidspunkt  $t$ . In-sample analyser impliserer dermed at investorer sitter på all informasjon over fremtidig markedsutvikling. Dette vet vi er en feil antagelse, og in-sample analyser vil med andre ord overdrive diversifiseringsfordelene ved å inkludere råvarer i en portefølje.

En mer realistisk tilnærming til å analysere diversifiseringsfordelene av å inkludere råvarer i en portefølje, er out-of-sample analyser (Daskalaki & Skiadopoulos 2011). Grunnen til at out-



of-sample er mer realistisk, er antagelsen om at investorer ikke har forutsetning for å vite hvordan aktivaene utvikler seg frem til tidspunkt  $t_{+1}$ .

Tidligere studier har nesten utelukkende benyttet in-sample analyser til å vurdere porteføljenes prestasjonsmål. I denne oppgaven vil vi analysere porteføljeoptimeringen med den hensikt å se om diversifiseringsfordelene vedvarer når vi benytter en out-of-sample analyse. Tidligere studier har nesten utelukkende benyttet månedlig data og rebalansert porteføljene årlig og halvårlig. Vi vil derfor også undersøke hvorvidt en økt rebalansering påvirker porteføljenes prestasjonsmål. Vi har i den hensikt valgt å rebalansere både månedlig, kvartalsvis, halvårlig og årlig. For at det skal være mulig å rebalansere månedlig har vi valgt å benytte daglige avkastningsdata på våre aktiva.

Det er heller ikke blitt forsket mye på hvordan de ulike allokeringemetodene gjør det i ulike økonomiske klima. Vi har valgt å se på en periode på 24 år og dele denne opp i delperioder basert på konjunktursvingninger for å kunne undersøke hvordan de optimerte porteføljene utvikler seg i økonomiske opp- og nedgangstider.

Det er tidligere blitt gjort en rekke teoretiske forsøk på å inkludere råvareindekser i tradisjonelle porteføljer. Det finnes derimot få studier som ser på effekten av å inkludere individuelle råvarefutures. Et problem med å benytte seg av råvareindekser er at en indeks typisk har overvekt innenfor et bestemt område. Thomson Reuters CRB Index har for eksempel en overvekt av energiråvarer og jordbruksråvarer ettersom 39 % av råvarene er energikontrakter og 41 % er kontrakter rettet mot jordbruk. Vi har derfor valgt å se på effekten av å inkludere individuelle råvarefutures.

## **1.1 Problemstilling**

Vi vil i denne oppgaven forsøke å svare på noen problemstillinger vedrørende porteføljeoptimering med råvarefutures. Hovedproblemstillingen er:

*Vil inkludering av råvarefutures i en portefølje bestående av aksjer forbedre den risikojusterte avkastningen?*

For å besvare problemstillingen ønsker vi å teste følgende hypoteser:

Hypotese 1: Out-of-sample optimerte råvareporteføljer har høyere risikojustert avkastning enn benchmark

Hypotese 2: Økt rebalanseringsfrekvens påvirker risikojustert avkastning positivt

## **1.2 Oppbygging og strukturering av oppgaven**

Denne oppgaven består av sju deler, hvorav første del er en introduksjon med gjennomgang av problemstilling og hypoteser, samt begrunnelse for valg av tematikk og anvendte metoder.

Andre kapittel presenterer allerede foreliggende teori om råvarer i investeringsporteføljer.

Denne informasjonen er utgangspunktet for vår empiriske analyse.

I kapittel tre blir det aktuelle datamaterialet som er brukt i rapporten, lagt frem. Vi presenterer og begrunner her tidsperioden vi har valgt å ta utgangspunkt i, samt hvilke data vi har lagt til grunn for analysen. Vi presenterer i tillegg grafer med prisutviklingen og avkastningen til de ulike råvareklassene mot aksjeindeksen S&P 500. Videre beskriver vi de statistiske metodene som er brukt. Vi beskriver også metoden vi har brukt for å finne de ulike optimale porteføljene.

Fjerde kapittel inneholder deskriptiv statistikk for de ulike råvarene samt aksjeindeksen S&P 500 som blir benyttet som benchmark for hele perioden samt hver av delperiodene. Denne delen avsluttes med en beskrivelse og drøfting av korrelasjonen mellom aktivaene og korrelasjonens utvikling fra 1994 til 2014 med rullerende vindu. Vi gjennomgår porteføljeoptimeringen av naive porteføljer, in-sample og out-of-sample optimerte porteføljer. Vi beskriver de ulike porteføljesammensetningene for hver delperiode, sammenligner de konstruerte porteføljene opp mot benchmark og ser på hvordan de har prestert i forhold til prestasjonsmålene. Denne delen avsluttes med å drøfte de samme porteføljene på tvers av underperiodene.

I femte kapittel gjennomgår vi hypotesene om hvorvidt de kan bekreftes eller ikke.

I kapittel seks sammenstiller vi oppgavens funn i en diskusjon.

I kapittel syv er oppgavens konklusjon

## 2 Tidligere forskning

Til tross for at hovedvekten av studier har valgt å inkludere råvareindekser i tradisjonelle porteføljer, har enkelte studier, som for eksempel Greer (1994); Greer (2000) og Jensen et al. (2000); Jensen et al. (2002), i stedet belyst fordelene av å inkludere individuelle råvarefutures. Disse artiklene støtter antagelsen om at råvarefutures gir diversifiseringsfordeler og bidrar til å gi en hedge mot inflasjon. I Greers artikkel fra 1994 viser forfatteren at å inkludere råvarefutures i en portefølje bestående av aksjer gir en mer effektiv portefølje som er sikret mot inflasjon. Videre vil råvarer gi en konservativ investor en bedre risikjustert avkastning enn en tradisjonell portefølje bestående av aksjer og obligasjoner. Greer argumenterer for at råvarefutures har to typer risiko: Prisisiko, som kommer av fluktasjoner i prisen til råvaren, og finansiell risiko som skyldes gearingen investoren eksponeres mot når han eller hun inngår en råvarefutures-kontrakt. Investoren må vanligvis betale 5–15 % av kontraktens verdi i margin. Ved å plassere det resterende beløpet i banken kan man fjerne den finansielle risikoen. Greer viser at for perioden 1970 til 1993 at en ikke-gearet råvarekontrakt er mindre risikofylt enn aksjer og derfor en mer konservativ investeringsklasse.

Schneeweis et al. (1991) viser blant annet at fordelene ved å inkludere råvarefutures i en portefølje varierer over tid og at de fleste foregående studiene så på en relativt kort periode med data. Dette tyder på at resultatene er sensitive med hensyn til valg av tidsperiode.

Bodie (1983) så på hvordan det å inkludere råvarefutures i en tradisjonell portefølje kan forbedre risikjustert avkastning dersom inflasjon forekommer. Til dette benyttet Bodie Mean variance-analyser (MV-analyser), opprinnelig utviklet av Markowitz (1952).

Bodie og Rosansky (1980) konkluderte med at å investere 40 % av en portefølje i en råvarefuturesindeks kan redusere risikoen til porteføljen med 30 % uten at dette fører til lavere avkastning sammenlignet med en portefølje bestående kun av aksjer. Tidsperioden de så på var 1950–1976. Ved å se på 23 individuelle råvarefutures i nevnte periode fant de også at gjennomsnittlig avkastning på benchmark-porteføljen bestående kun av råvarefutures var omtrent samme som gjennomsnittlig avkastning i en portefølje bestående kun av aksjer. Det ble også påpekt at det i denne tidsperioden var negativ korrelasjon mellom råvarefutures og aksjer.

Det er i tillegg blitt gjort studier på hva som er optimal allokering av råvarer og hvor stor andel av en portefølje som bør bestå av råvarer. Greer (1994) fant at en 50 % investering i en

råvareindeks (Daiwa Physical Commodity Index) i kombinasjon med S&P 500-indeksen førte til lavere risiko enn hva en ville hatt sammenlignet med å kun investere i S&P 500-indeksen. Tidsperioden som her var benyttet var 1970–1993.

Conover et al. (2010) støtter disse resultatene for senere tidsperioder. Det ble her sett på perioden 1970–2007. De hevder at å inkludere 10–15 % av råvarefutures i en portefølje bestående kun av aksjer vil føre til en markant nedgang i risiko uten at det går utover avkastningen.

Georgiev (2001) viste at å kombinere en diversifisert portefølje bestående av amerikanske aksjer og obligasjonsjoner med en råvareindeks, ville redusere standardavviket med 0,9 % mens Sharpe ratioen ville være konstant. Det ble i samme studie benyttet lik fremgangsmåte på en global portefølje. I dette tilfellet ble standardavviket redusert med 0,5 %, mens Sharpe ratioen økte minimalt.

Satyanarayan og Varangis (1996) viser at om man inkluderer 3 % av Goldman Sachs Commodity Index i en internasjonal portefølje, kan dette føre til høyere avkastning og redusere porteføljens månedlige risiko med 3,67 %.

Belousova og Dorfleitner (2012) analyserte 25 individuelle råvarer fra et perspektiv som europeisk investor i perioden 1995–2010. De konkluderer med at diversifiseringsfordelene av råvarer varierer med hvilke typer råvarer som inkluderes i porteføljen. Cao et al. (2010) hevder i kontrast med dette at å inkludere råvarer ikke fører til en signifikant endring for årene 2003–2010. Disse funnene kan være et resultat av en økt likviditet i råvaremarkedene (Domanski & Heath 2007), som har ført til en sterkere korrelasjon med aksjer og obligasjoner (Silvennoinen og Thorp (2013), Büyüksahin og Robe (2014)) samt en økt korrelasjon mellom forskjellige råvareklasser (Tang & Xiong 2010).

Daskalaki og Skiadopoulos (2011) ser på porteføljeoptimering med råvarer ved hjelp av out-of-sample analyser. De konkluderer med at fordelene med råvarer som ble funnet i en in-sample spanning-test, ikke er til stede i en out-of-sample analyse. I motsetning til dette fant You og Daigler (2013) at å inkludere tilfeldig valgte futures i en portefølje kan sørge for at man diversifiserer vekk en del av den største risikoen. De inkluderte 39 individuelle råvarefutures i tillegg til råvareindekser og andre alternative aktiva og foretok en Markowitz-optimering. Porteføljene ble satt sammen in-sample og out-of-sample og de ble sammenlignet med tradisjonelle porteføljer bestående av aksjer og obligasjoner og naivt vektete porteføljer.

De konkluderte med at Markowitz-optimeringen gav diversifiseringseffekt både in-sample og out-of-sample. Vi ønsker med denne oppgaven å finne ut om out-of-sample optimerte råvareporteføljer har høyere risikjustert avkastning enn en tradisjonell portefølje.

Erb og Harvey (2006) peker på at geometrisk avkastning av en rebalansert portefølje kan være signifikant høyere enn avkastningen på en portefølje hvor rebalansering ikke forekommer. Vi ønsker derfor å teste også dette med en av våre hypoteser.

### 3 Metode

#### 3.1 Prosedyre

Vi starter vår empiriske analyse med å se på effekten av å inkludere råvarer i naivt vektete porteføljer. Deretter analyserer vi 10 % og 20 % MV-, minimum varians- og Max Sharpe-porteføljene in-sample. Vi benytter data i perioden  $[t, t_{+1}]$  for å lage en portefølje som kjøpes på tidspunkt  $t$ . Dette tilsier at investoren har perfekte avkastningsprognoser for alle investeringsobjekter og er derfor i stand til å lage en optimal portefølje med hensyn til avkastning og risiko. Dette gir selvfølgelig ikke et korrekt bilde av realiteten, men metoden gir oss mulighet til å se på maksimalt potensiale ved å inkludere råvarer i en portefølje.

Deretter analyserer vi 10 % og 20 % MV-, minimum varians- og Max Sharpe-porteføljene out-of-sample. Dette tilsier at vi benytter all tilgjengelig data frem til og med tidspunkt  $t$  for å lage en optimal porteføljevæktning som kjøpes på tidspunkt  $t$ . Man beholder porteføljen til  $t_{+1}$ , og prosessen gjentas.

#### 3.2 Avkastning

Vi har benyttet daglig logaritmisk avkastning for å beregne avkastningen til S&P 500, råvarefutures og risikofri rente. For å få årlig avkastning er den daglige avkastningen multiplisert med 250. Vi benytter formelen:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

hvor  $R_t$  er avkastning på dag  $t$ ,  $P_t$  er sluttkurs på dag  $t$  og  $P_{t-1}$  er sluttkurs på dag  $t-1$ .

#### 3.3 Standardavvik

Vi har i denne rapporten analysert risiko. Til dette har vi benyttet årlig prosentvis gjennomsnittlig standardavvik.

Variansen til den daglige avkastningen beregnes med følgende formel:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R}_t)^2$$

hvor  $n$  er antall observasjoner,  $R_t$  er avkastningen på dag  $t$  og  $\bar{R}_t$  er gjennomsnittlig total avkastning. Standardavviket beregnes på følgende måte:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2}$$

For å beregne årlig standardavvik multipliserer vi  $\sigma_t$  med  $\sqrt{250}$

### 3.4 Sharpe ratio

Sharpe ratio er en måte å beregne risikjustert avkastning på. Den blir beregnet ved bruk av årlige avkastninger, standardavvik og årlig risikofri rente på følgende måte:

$$\text{Sharpe ratio} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

hvor  $R_p$  er gjennomsnittlig avkastning på porteføljen,  $R_f$  er risikofri rente og  $\sigma_p$  er standardavviket til porteføljen. Vi har benyttet Sharpe ratioen til å rangere porteføljene.

### 3.5 Investeringsstrategi

Vi har sett på perioden 30. september 1990 til 30. september 2014, og har sett på de forskjellige allokeringsstrategiene med rebalansering for hvert år, hvert halvår, hvert kvartal og hver måned.

Vi skiller mellom en konservativ og en aggressiv investor basert på forskjellige nivåer av risiko og analyserer deretter fordelene av å inkludere råvarer for hver av investorene. Vi har forutsatt at shortsalg ikke er tillatt.

De forskjellige allokeringsstrategiene vi benytter er:

- Naive porteføljer:
  - 1/N med rebalansering
  - Strategisk vektet portefølje med rebalansering
- Optimerede porteføljer:
  - Mean variance (10 % og 20 % årlig standardavvik)

- Minimum varians
- Max Sharpe
- Forutsetninger for porteføljene:
  - At hele investorens formue er investert i porteføljen
    - Dette i tråd med Sharpe ratioen som forutsetter kun én investeringsportefølje
  - At investoren er spekulant og dermed ikke hedger

### 3.5.1 Naive porteføljer

Naive porteføljer er populære hos private investorer (Benartzi & Thaler 2001). Fordelen med naive porteføljestrategier, som 1/N, er at de ikke trenger noen form av input-data eller optimering, men til tross for dette kan de utkonkurrere porteføljer basert på minimum varians-optimering (DeMiguel et al. 2009). I 1/N porteføljen har hver eiendel lik vektning, altså 1/13 hver. Vi rebalanserer porteføljeverktene månedlig for å opprettholde vektingen.

Ved strategisk vektning kan man ta større hensyn til risikopreferansen til ulike investorer enn ved 1/N-porteføljen. Dette gjøres ved at man kan tilpasse vektingen av porteføljen ut i fra ønsket eksponering til de ulike aktivaene. Vi har konstruert to strategisk vektete porteføljer, en aggressiv med 60 % aksjer og 40 % råvarer og en konservativ med 80 % aksjer og 20 % råvarer i tråd med Bessler og Wolff (2014). I likhet med 1/N porteføljen rebalanseres de strategisk vektete porteføljene månedlig for å opprettholde vektingen.

### 3.5.2 Mean variance-porteføljer

Antagelsen om MV-optimering er at investoren foretrekker en portefølje bestående av aktiva som gir maksimal forventet avkastning til et gitt nivå av risiko. Det er denne antagelsen man må benytte seg av etter at man har kjørt optimeringsprosessen og kommet ut med en rekke porteføljer som danner den effisiente fronten. Langs denne fronten ligger det en rekke porteføljer med forskjellige risikonivåer. Ved å se på forventet avkastning og varians av en eiendel vil en investor prøve å gjøre en effektiv investeringsbeslutning og søke en høyest mulig avkastning for ett gitt risikonivå. Vi har valgt å lage to porteføljer hvor vi maksimerer avkastningen gitt årlig standardavvik på henholdsvis 10 % og 20 %.

### 3.5.3 Minimum varians-portefølje

Minimum varians-strategien bruker porteføljevækt som minimerer variansen av porteføljens avkastning. Fordelen med denne tilnærmingen er at det ikke krever en beregning av avkastning på forhånd, noe som ofte er gjenstand for estimeringsfeil. Denne strategien minimerer risiko i stedet for å maksimere diversifisering av risikoen. Ved å bruke denne strategien er det forventet at råvarer vil få en vesentlig andel av porteføljen om volatiliteten er lav og/eller korrelasjonen med S&P 500 og T-Bill er liten eller negativ.

### 3.5.4 Max Sharpe-portefølje

Den optimale porteføljen er en kombinasjon av aktiva som gir høyest risikojustert avkastning. Dette er en såkalt tangentportefølje som befinner seg på kapitalallokeringslinjen til den effisiente front. Dette er den porteføljen en rasjonell investor vil velge. Vi har maksimert Sharpe ratioen for å konstruere denne porteføljen. Det kan skrives på følgende måte:

$$\text{Maksimer } \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \text{ forutsatt at } \sum W_N = 1$$

hvor N er antall aktiva i porteføljen.

## 3.6 Rebalansering

Rebalansering er en kjent strategi innenfor risikostyring av porteføljer. Etter hvert som tiden går, vil avkastningen til de forskjellige aktivaene forandre seg. Dette fører til at den opprinnelige fordelingen i en portefølje beveger seg bort fra de opprinnelige porteføljevæktene. Vi rebalanserer derfor de naive porteføljene månedlig slik at porteføljevæktene holder seg rundt den fastsatte fordelingen. De øvrige porteføljene rebalanseres årlig, halvårlig, kvartalsvis og månedlig.

Vi har valgt å se bort fra transaksjonskostnader og rulleringskostnader når vi rebalanserer.

## 3.7 Data

I likhet med Belousova og Dorfleitner (2012) har vi inntatt perspektivet til en investor som allerede har en portefølje bestående av aksjer. Vi vil betrakte et amerikansk investeringsunivers hvor aksjer er representert med S&P 500-indeksen. Denne vil også fungere som vår benchmark. Vår risikofrie rente er T-Bill 13 ukers kontrakt som vi anser som et godt og tilnærmet risikofritt alternativ.



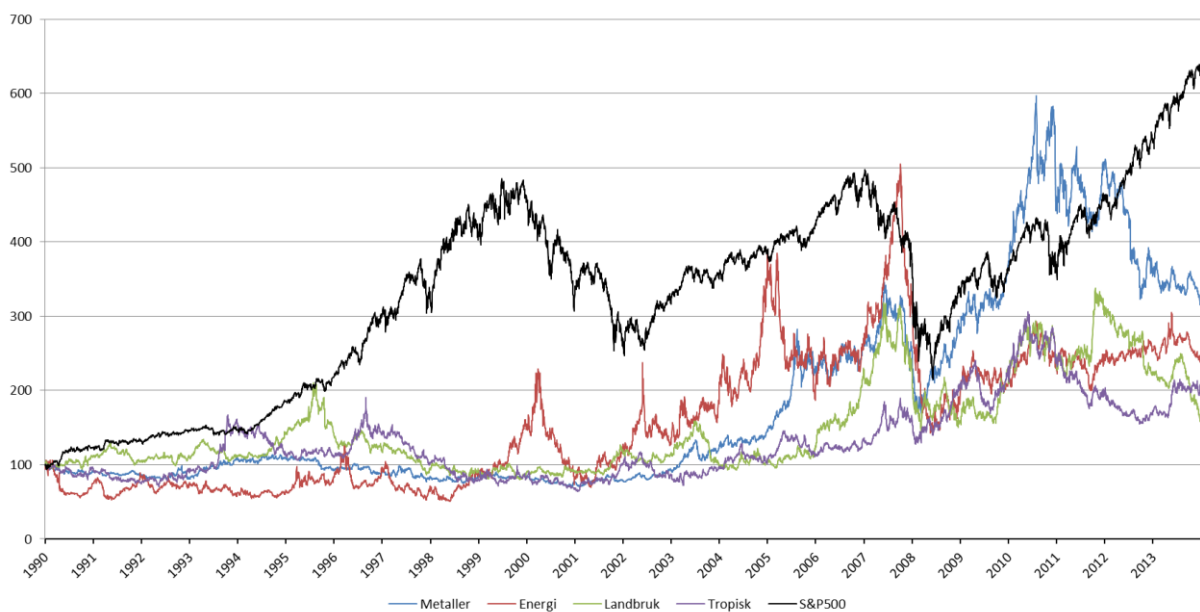
Siden vi akter å rebalansere porteføljene månedlig, skal vi benytte daglige data i tråd med Liu (2009). Vi har hentet inn daglig sluttkurs på frontkontraktene, som er den nærmeste futureskontrakten man kan kjøpe, til tolv forskjellige råvarer innenfor fire ulike sektorer.

Disse er:

- Industri- og edelmetall: kobber, sølv og gull
- Energi: råolje, naturgass og fyringsolje
- Landbruk: mais, soyabønner og hvete
- Tropiske: sukker, kakao og kaffe

Vårt datasett er fra 30. september 1990 til 30. september 2014. Dataene er hentet fra Thomson Reuters Datastream. Råvarene sukker, kakao og kaffe handles på ICE U.S.-børsen. De resterende råvarene handles på Chicago Mercantile Exchange. Dataene for S&P 500, T-Bill og Federal Funds target rate er også hentet fra Thomson Reuters Datastream.

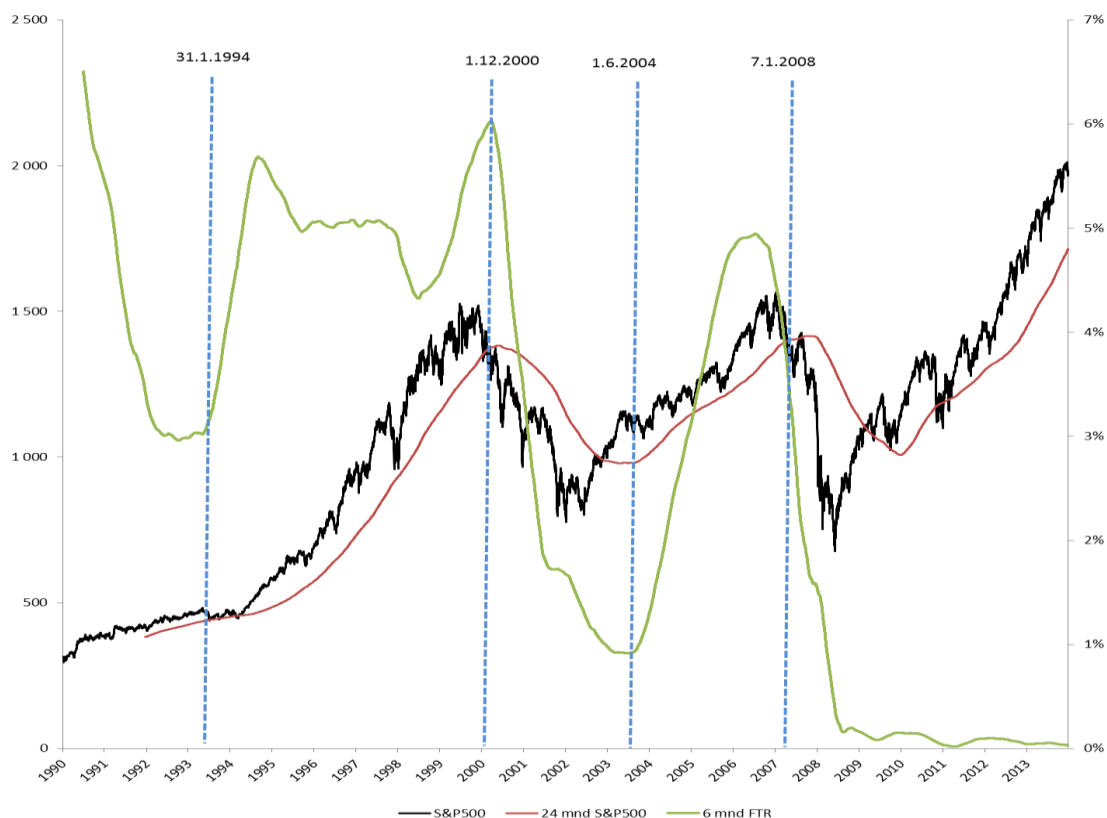
Figur 1 viser indeksjustert prisutvikling for råvarer og aksjeindeksen i perioden vi skal undersøke. Som det fremgår av figuren, steg prisene markant etter 2000 og særlig etter 2004.



**Figur 1: Indekserte historiske priser for råvareklasser og S&P 500. Hver råvare er vektet 1/3 (Sept 1990–Sept 2014)**

### 3.8 Valg av tidsperioder

For å se hvordan de ulike porteføljenes prestasjonsmål (Sharpe ratio) utvikler seg i løpet av perioden, har vi valgt å dele opp tidsrommet 1990–2014 i delperioder basert på konjunktursvingninger. Vi følger Jensen og Mercer (2003) tilnærming og ser på endringen i kortsiktige renter som en indikator på konjunkturrendring. Denne tilnærmingen bygger på at myndighetenes pengepolitikk er å jevne ut konjunktursvingninger ved å endre den kortsiktige renten. Vi benytter daglig rapportert Federal Funds target rate og ser på første endring som går i motsatt retning av foregående fastsettelse som en indikator på konjunkturrendring. Det er benyttet et seks måneders glidende snitt for å forsterke signalene. For å redusere antall perioder og styrke våre antagelser velger vi også å ta med signaler fra aksjemarkedet i likhet med Bessler et al. (2012). Antagelsen er at også aksjemarkedet fungerer som en indikator på konjunktursvingninger. Vi har benyttet et 24 måneders glidende snitt av S&P 500 og sammenlignet dette med indeksens verdi den aktuelle dagen. Tilfeller hvor disse to grafene krysser hverandre, indikerer en konjunkturrendring. Økonomisk vekst indikeres av at indeksen krysser det glidende snittet fra nedsiden og vise versa ved økonomisk nedgang.



Figur 2: Definisjon av fem delperioder 1990-2014

Som det fremgår av Figur 2, går den første delperioden fra 30. september 1990 til 31. januar 1994. Den består av 839 dager og karakteriseres som en resesjonsperiode. Det var synkende renter i perioden og T-Bill hadde et gjennomsnitt på 4,05 % p.a. Andre delperiode går fra 1. februar 1994 til 1. desember 2000 og inneholder en rekke hendelser slik som Asia-krisen, den russiske finanskrisen og oppbyggingen av Dot.com-boblen. Perioden består av 1714 dager og karakteriseres som en ekspansjonsperiode. T-Bill-renten steg i perioden og hadde et gjennomsnitt på 4,9 %. Tredje delperiode strekker seg fra 2. desember 2000 til 1. juni 2004. Den inneholder 870 dager og karakteriseres som en resesjonsperiode med synkende aksjemarkeder og en gjennomsnittlig risikofri rente på 1,93 %. Den fjerde delperioden går fra 2. juni 2004 til 7. januar 2008. Perioden inneholder 905 dager og karakteriseres som en ekspansjonsperiode. Gjennomsnittlig årlig risikofri rente var 3,61 %. Siste delperiode strekker seg fra 8. februar 2008 til 30. september 2014. Delperioden inneholder finanskrisen og karakteriseres som en resesjonsperiode. Gjennomsnittlig årlig T-Bill var på kun 0,27 %.

## 4 Analyse og resultater

### 4.1 Deskriptiv statistikk

I Tabell 1 presenterer vi den deskriptive statistikken for de forskjellige råvarene, S&P 500 og 13 ukers T-Bill (risikofri rente) for perioden 30. september 1990 til 30. september 2014, samt de fem delperiodene.

		Metaller				Energi			Landbruk			Tropisk			T-bill
		S&P500	Kobber	Sølv	Gull	Råolje	Naturgass	Fyringsolje	Mais	Soyabønner	Hvete	Sukker	Kakao	Kaffe	
<b>Hele Perioden</b> (1990-2014)	Avkastning (p.a.)	7,6 %	3,9 %	5,5 %	4,7 %	3,7 %	3,2 %	4,1 %	1,5 %	1,7 %	2,4 %	1,8 %	4,1 %	3,1 %	2,9 %
	Standardavvik (p.a.)	18,2 %	28,2 %	29,4 %	17,3 %	38,3 %	56,2 %	36,1 %	27,8 %	25,7 %	30,8 %	39,0 %	30,4 %	38,5 %	0,1 %
	Kurstosis	8,83	8,11	7,72	14,70	20,26	7,38	19,80	21,77	18,34	15,20	204,27	2,81	6,63	-1,48
	Skjevhet	-0,25	-0,19	-0,80	-0,29	-0,81	0,21	-1,40	-1,23	-1,10	-0,48	5,56	0,02	0,35	-0,13
	Antall	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010	6010
	Sharpe ratio	0,26	0,04	0,09	0,11	0,02	0,01	0,03	-0,05	-0,04	-0,01	-0,03	0,04	0,01	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Periode 1</b> (Okt -90 - Jan -94)	Avkastning (p.a.)	12,7 %	-8,9 %	2,6 %	-0,4 %	-26,6 %	8,7 %	-18,5 %	7,9 %	3,8 %	9,8 %	1,3 %	-3,9 %	-7,3 %	4,0 %
	Standardavvik (p.a.)	11,5 %	18,2 %	23,4 %	12,7 %	42,5 %	48,5 %	41,6 %	17,8 %	18,4 %	26,2 %	37,5 %	31,2 %	33,3 %	0,1 %
	Kurstosis	2,37	2,66	4,29	14,72	63,13	10,46	63,05	2,62	6,01	36,92	14,32	1,86	2,42	-0,71
	Skjevhet	0,12	-0,39	-0,48	-1,67	-4,26	0,15	-4,44	0,27	0,19	-3,49	-0,92	0,54	-0,12	0,81
	Antall	839	839	839	839	839	839	839	839	839	839	839	839	839	839
	Sharpe ratio	0,75	-0,71	-0,06	-0,35	-0,72	0,10	-0,54	0,21	-0,01	0,22	-0,07	-0,25	-0,34	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Periode 2</b> (Feb -94 - Nov -00)	Avkastning (p.a.)	14,7 %	-0,1 %	-1,5 %	-5,1 %	10,9 %	14,0 %	8,6 %	-4,7 %	-4,4 %	-5,2 %	-1,3 %	-5,9 %	-0,1 %	4,9 %
	Standardavvik (p.a.)	16,3 %	25,7 %	23,6 %	12,1 %	35,4 %	58,6 %	35,3 %	25,8 %	22,5 %	28,5 %	32,3 %	27,3 %	48,8 %	0,0 %
	Kurstosis	4,92	4,79	4,07	20,34	3,18	9,03	8,48	51,31	17,11	53,27	6,73	3,31	7,08	0,77
	Skjevhet	-0,40	-0,46	0,10	1,65	0,03	-0,55	-1,03	-3,12	-1,47	-1,12	-0,70	0,54	0,44	-0,49
	Antall	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714	1714
	Sharpe ratio	0,60	-0,20	-0,27	-0,83	0,17	0,16	0,11	-0,37	-0,41	-0,35	-0,19	-0,39	-0,10	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Periode 3</b> (Des -00 - Mai -04)	Avkastning (p.a.)	-4,6 %	11,7 %	7,6 %	11,0 %	8,0 %	0,0 %	2,6 %	12,5 %	15,3 %	11,5 %	-8,4 %	19,3 %	4,2 %	1,9 %
	Standardavvik (p.a.)	20,9 %	20,8 %	22,5 %	15,4 %	39,6 %	66,9 %	42,2 %	22,6 %	23,3 %	27,8 %	58,4 %	36,5 %	37,2 %	0,1 %
	Kurstosis	1,42	2,09	8,28	3,88	4,17	5,75	4,70	2,36	1,84	1,51	276,53	1,20	2,47	0,90
	Skjevhet	0,18	0,14	-1,05	0,07	-0,78	0,34	-0,76	0,48	-0,32	0,43	12,05	-0,18	0,51	1,40
	Antall	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870	870
	Sharpe ratio	-0,31	0,47	0,25	0,59	0,15	-0,03	0,02	0,47	0,57	0,34	-0,18	0,47	0,06	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Periode 4</b> (Jun -04 - Des -07)	Avkastning (p.a.)	6,5 %	24,4 %	25,4 %	21,6 %	22,4 %	4,6 %	24,6 %	10,1 %	9,9 %	23,3 %	12,5 %	11,2 %	12,7 %	3,6 %
	Standardavvik (p.a.)	12,1 %	38,7 %	31,8 %	22,3 %	37,9 %	57,8 %	34,7 %	28,8 %	27,3 %	29,6 %	29,2 %	28,4 %	32,1 %	0,1 %
	Kurstosis	2,06	9,67	8,06	20,43	25,16	4,46	0,98	1,24	8,93	0,40	2,81	4,28	2,94	-0,93
	Skjevhet	-0,36	-0,13	-1,37	-0,74	0,47	0,78	0,32	0,37	-1,21	0,38	0,00	-0,02	0,33	-0,59
	Antall	905	905	905	905	905	905	905	905	905	905	905	905	905	905
	Sharpe ratio	0,23	0,54	0,68	0,81	0,50	0,02	0,60	0,22	0,23	0,67	0,31	0,27	0,28	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>Periode 5</b> (Jan -08 - Sep -14)	Avkastning (p.a.)	4,9 %	-0,6 %	2,2 %	5,0 %	-0,6 %	-9,6 %	0,3 %	-5,6 %	-4,5 %	-9,5 %	4,6 %	6,5 %	5,7 %	0,3 %
	Standardavvik (p.a.)	23,3 %	31,1 %	38,1 %	21,1 %	38,5 %	49,9 %	31,0 %	35,0 %	31,7 %	36,7 %	38,0 %	30,7 %	32,6 %	0,0 %
	Kurstosis	9,02	3,00	5,58	5,24	6,66	5,70	3,35	14,35	20,34	1,73	2,88	3,35	2,10	7,58
	Skjevhet	-0,31	-0,14	-0,76	-0,31	0,18	0,82	-0,26	-1,11	-1,11	-0,02	-0,19	-0,46	0,13	2,87
	Antall	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682	1682
	Sharpe ratio	0,20	-0,03	0,05	0,23	-0,02	-0,20	0,00	-0,17	-0,15	-0,26	0,11	0,20	0,17	0,01
	JB (p verdi)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Tabell 1: Deskriptiv statistikk for sept 1990–sept 2014

For de ulike aktivaene har gjennomsnittlig årlig avkastning i hele perioden ligget mellom 1,5 % og 7,6 %. S&P 500 har hatt høyest avkastning med 7,6 % mens mais har gitt 1,5 % årlig avkastning. T-Bill hadde en avkastning på 2,9 %. De øvrige råvarene varierte mellom 1,7 % og 5,5 % for henholdsvis soyabønner og sølv. Vi observerte at T-Bill hadde høyere avkastning enn tre av råvarene; mais, soyabønner og sukker. Standardavviket for råvarene har ligget mellom 17,3 % og 56,2 %. Gull hadde det laveste standardavviket på 17,3 % og naturgass hadde det høyeste med 56,2 %. S&P 500 hadde et årlig standardavvik på 18,2 %.

Om man ser på Sharpe ratioene for hele perioden, var det S&P 500 som hadde høyeste Sharpe på 0,26 og mais har laveste med -0,05.

I første periode har årlig avkastning blant råvarene variert fra -26,6 % til 9,8 % for henholdsvis råolje og hvete. S&P 500 hadde en avkastning på 12,7 % mens T-Bill hadde en avkastning på 4 %. Blant energiråvarene råolje, naturgass og fyringsolje var standardavviket på henholdsvis 42,5 %, 48,5 % og 41,6 %. Periodens laveste standardavvik blant råvarene hadde gull med 12,7 %. S&P 500 hadde standardavvik på 11,5 %. Høyest Sharpe ratio hadde S&P 500 på 0,75 mens råolje hadde lavest Sharpe ratio med -0,72, tett fulgt av kobber med -0,71.

I andre periode er det kun energi som har hatt en positiv årlig avkastning blant råvarene. Avkastningene var for råolje, naturgass og fyringsolje på henholdsvis 10,9 %, 14 % og 8,6 %. Den høye avkastningen kan nok skyldes høy etterspørsel etter olje i starten av perioden (1994–1997) samtidig som Russland i perioden også reduserte oljeproduksjonen. Årlig avkastning blant de andre råvarene varierte mellom -0,1 % og -5,9 %, hvor kakao er den som har lavest avkastning. Årlig avkastning for S&P 500 og T-Bill var på henholdsvis 14,7 % og 4,9 % i andre periode. Standardavviket for råvarene varierte mellom 12,1 % for gull og 58,6 % for naturgass. Kaffe hadde i denne perioden standardavvik på 48,8 %, noe som er betydelig høyere enn om man sammenligner med standardavviket for hele perioden. Standardavvikene på S&P 500 var 16,3 %. Sharpe ratioen varierte i periode 2 mellom 0,6 og -0,83. S&P 500 hadde høyest Sharpe på 0,6 og gull den laveste med -0,83.

I tredje periode var det stort spenn mellom gjennomsnittlig årlig avkastning for de forskjellige råvarene. Sukker var den eneste råvaren som hadde negativ avkastning, med -8,4 %. Kakao hadde høyest avkastning med 19,3 %. Avkastningen for S&P 500 var negativ i denne perioden med -4,6 %. Dette kan skyldes at dot.com-boblen sprakk i 2001, noe som førte til at store verdier i teknologiselskaper ble utraderte. Avkastningen for T-Bill var 1,9 % i tredje periode. Dette var dermed en periode preget av store svingninger, noe standardavvikene på de forskjellige råvarene viser. Standardavvikene svinger mellom 66,9 % for naturgass til 15,4 % for gull. Gull er også den råvaren med høyest Sharpe ratio i perioden på 0,59. Sukker hadde lavest Sharpe ratio av råvarene med -0,18. S&P 500 hadde en negativ Sharpe ratio på -0,31.

I fjerde periode hadde alle råvarene positiv årlig gjennomsnittlig avkastning på mellom 4,6 % for naturgass og 25,4 % for sølv. Dette kan forklares med at det i tidsperioden 2004–2007 var en kraftig oppgang i verdensøkonomien. Kina investerte mye og hadde en høy vekst i bruttonasjonalprodukt disse årene. Kobber hadde en høy årlig avkastning i denne perioden på 24,4 %. Det hevdes at kobber er en råvare som gir et bilde på verdensøkonomien og blir brukt som et barometer (Daskalaki & Skiadopoulos 2011). Årsaken til dette er at kobber er relativt billig å kjøpe, samt at det kan brukes til mye innenfor industri som for eksempel store byggeprosjekter, fornying av infrastruktur, forbedring innenfor telekommunikasjon, helse, teknologi og innenfor energi.

S&P 500 og T-Bill hadde en avkastning på henholdsvis 6,5 % og 3,6 %. Standardavviket for råvarene varierte i perioden mellom 22,3 % og 57,8 % for henholdsvis gull og naturgass. S&P 500 hadde et årlig standardavvik i perioden på 12,1 %. Det var kun positive Sharpe ratioer denne perioden. Gull hadde høyeste Sharpe ratio med 0,81 mens naturgass hadde laveste Sharpe ratio med 0,02.

Femte periode starter i januar 2008, altså omtrent i det tidsrommet hvor finanskrisen startet. Avkastningen for råvarene varierte i perioden mellom -9,6 % og 6,5 % for henholdsvis naturgass og kakao. S&P 500 hadde en årlig avkastning på 4,9 % mens T-Bill hadde en avkastning på 0,3 %. Standardavviket for råvarene varierte fra 21,1 % for gull til 49,9 % for naturgass. S&P 500 hadde ett standardavvik på 23,3 %. Halvparten av råvarene hadde en negativ Sharpe ratio i perioden. Sharpe ratio varierte mellom -0,26 og 0,23 for henholdsvis hvete og gull. S&P 500 hadde en Sharpe ratio på 0,20.

## **4.2 Korrelasjon**

I tabell 2 ser vi at S&P 500 i hele perioden hadde en korrelasjon mellom -0,03 og 0,21 med råvarene. Gull hadde en negativ korrelasjon på -0,03. Høyest korrelasjon finner vi mellom kobber og S&P 500 på 0,21. Dette er ikke overraskende da kobber anses å være en god indikator på økonomien i verden, som nevnt tidligere.

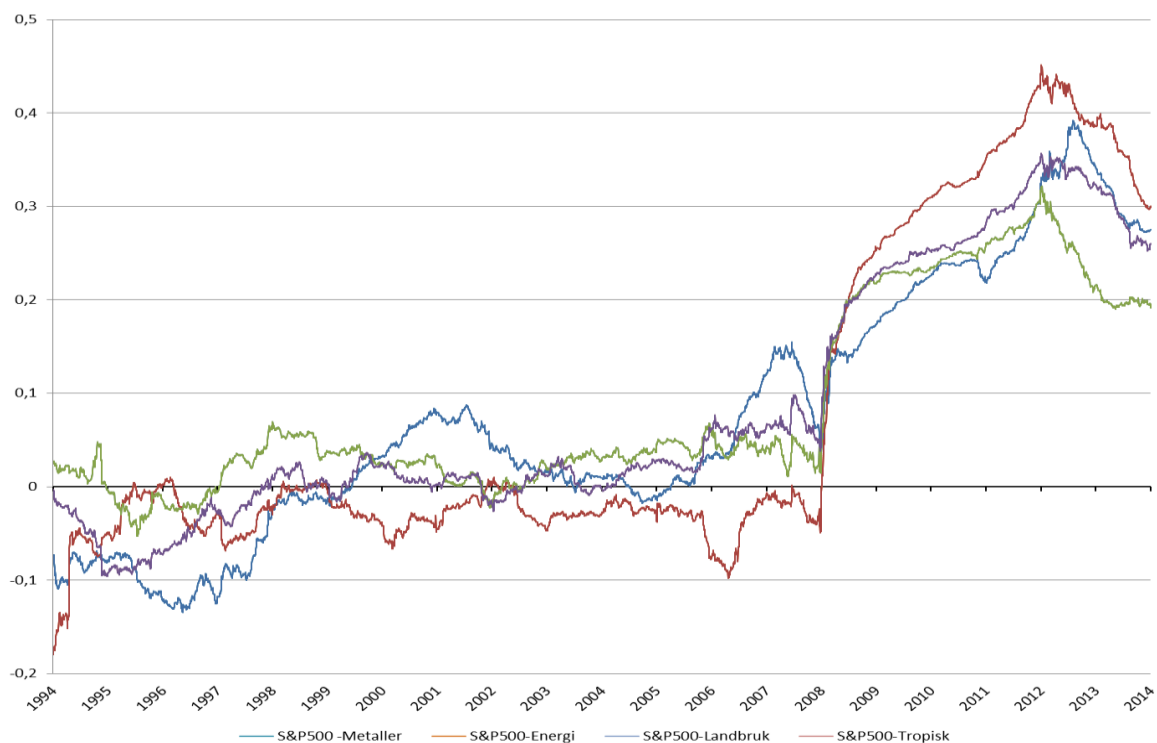
Når vi ser på korrelasjonen blant de ulike råvarene, korrelerte fyringsolje og råolje med 0,75. Energiråvarene har korrelert høyere med hverandre enn de har gjort med de andre råvareklassene. Dette er råvarer som er sterkt forbundet med hverandre i utvinningsprosessen. En av grunnene til den sterke korrelasjonen mellom råolje og fyringsolje er nok at fyringsolje blir utvunnet av råolje. Ellers ser vi at korrelasjonen mellom gull og sølv er på 0,7. Mais

korrelerer høyt med soyabønner og hvete, som er innenfor samme råvareklasse, med en korrelasjon på henholdsvis 0,52 og 0,55.

Korrelasjon		SP500	HG1	S11	GC1	CL1	NG1	HO1	C1	S1	W1	SB1	CC1	KC1
S&P500	SP500	1,00												
Kobber	HG1	0,21**	1,00											
Sølv	S11	0,06**	0,33**	1,00										
Gull	GC1	-0,03*	0,19**	0,70**	1,00									
Råolje	CL1	0,10**	0,19**	0,22**	0,23**	1,00								
Naturgass	NG1	0,02	0,05**	0,06**	0,06**	0,20**	1,00							
Fyringsolje	HO1	0,09**	0,17**	0,19**	0,19**	0,75**	0,25**	1,00						
Mais	C1	0,09**	0,15**	0,19**	0,14**	0,15**	0,07**	0,11**	1,00					
Soyabønner	S1	0,11**	0,18**	0,18**	0,13**	0,16**	0,07**	0,14**	0,52**	1,00				
Hvete	W1	0,09**	0,14**	0,17**	0,12**	0,13**	0,04**	0,10**	0,55**	0,35**	1,00			
Sukker	SB1	0,06**	0,12**	0,13**	0,10**	0,10**	0,06**	0,09**	0,12**	0,12**	0,13**	1,00		
Kakao	CC1	0,08**	0,11**	0,16**	0,13**	0,09**	0,03*	0,07**	0,11**	0,11**	0,08**	0,08**	1,00	
Kaffe	KC1	0,08**	0,12**	0,14**	0,09**	0,07**	0,03*	0,04**	0,10**	0,10**	0,11**	0,12**	0,16**	1,00

Tabell 2: Korrelasjonsmatrise for aktivaene (sept 1990–sept 2014). \*, \*\* indikerer at verdi er signifikant forskjellig fra 0 på hhv 5 % og 1 %

For å se hvordan korrelasjonen mellom de ulike råvareklassene og S&P 500 har utviklet seg i perioden har vi laget en fireårig rullerende korrelasjonsgraf, se Figur 3. Hver råvare innenfor råvareklassene er vektet 1/3.



Figur 3: Fireårig rullerende korrelasjon mellom råvareklasser og S&P 500. Hver råvare er vektet 1/3 i hver klasse (Sept 1994–Sept 2014)

Vi ser at de fire råvareklassene har hatt en tilnærmet lik utvikling gjennom perioden i forhold til S&P 500. Fra 1994 til 2008 har korrelasjonen mellom de forskjellige råvareklassene og S&P 500 ligget mellom -0,2 og 0,2. Fra slutten av 2008 ser vi et tydelig skift i korrelasjonen til alle fire råvareklassene hvor korrelasjonen steg til over 0,2. Med tanke på at figuren kun viser et fireårig snitt, ville den virkelige korrelasjonen ha vært enda høyere. Årsaken til at korrelasjonen steg så markant, tilskrives "finanzialization" av råvarer (Tang & Xiong 2010).

### **4.3 Naive porteføljer**

Vi har sett på hvordan strategien med naive porteføljer har klart seg sammenlignet med benchmark. Vi har som nevnt tidligere en naiv portefølje hvor 12/13 av porteføljen er investert i de tolv ulike råvarefuturesene og 1/13-del er investert i S&P 500, samt at vi har sett på strategisk vektete porteføljer med utgangspunkt i en aggressiv og en passiv portefølje. For hele perioden ser vi at benchmark gir best risikjustert avkastning med en Sharpe ratio på 0,26 og en avkastning på 8 %. 1/N porteføljen har laveste Sharpe ratio med -0,07. Alle tre porteføljer har i denne perioden et lavere standardavvik enn benchmark.

I første og andre delperiode ser vi at benchmark har høyeste Sharpe ratio med henholdsvis 0,67 og 0,60. 1/N porteføljen har negativ Sharpe ratio i begge disse periodene. I delperiode tre ser vi derimot at alle porteføljene har en høyere Sharpe ratio enn benchmark (-0,32). 1/N porteføljen har en Sharpe ratio på 0,17 mens den aggressive porteføljen har en Sharpe ratio på -0,23. Den passivt vektete porteføljen har en Sharpe ratio på -0,29. Alle de tre porteføljer har i denne perioden et lavere standardavvik enn benchmark.

Vi ser det samme i delperiode fire; alle porteføljene hadde en høyere Sharpe ratio enn benchmark som hadde en Sharpe ratio på 0,18. Den 1/N-vektete porteføljen hadde høyest Sharpe med 0,82 mens den aggressivt vektete og den passivt vektete var på henholdsvis 0,62 og 0,37.

For periode fem ser vi at det er S&P 500 som har høyeste Sharpe ratio med 0,21. Alle tre porteføljer har i denne perioden et lavere standardavvik enn benchmark.



	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR
Hele Perioden (1990-2014)	Benchmark	18 %	8 %	<b>0,26</b>
	1/N	15 %	2 %	-0,07
	Aggressiv	13 %	5 %	0,13
	Passiv	15 %	5 %	0,16
Periode 1 (Okt -90 - Jan -94)	Benchmark	12 %	12 %	<b>0,67</b>
	1/N	11 %	-3 %	-0,65
	Aggressiv	8 %	6 %	0,21
	Passiv	9 %	9 %	0,51
Periode 2 (Feb -94 - Nov -00)	Benchmark	16 %	15 %	<b>0,60</b>
	1/N	12 %	0 %	-0,41
	Aggressiv	11 %	8 %	0,28
	Passiv	13 %	11 %	0,44
Periode 3 (Des -00 - Mai -04)	Benchmark	21 %	-5 %	-0,32
	1/N	14 %	4 %	<b>0,17</b>
	Aggressiv	14 %	-1 %	<b>-0,23</b>
	Passiv	17 %	-3 %	<b>-0,29</b>
Periode 4 (Jun -04 - Des -07)	Benchmark	12 %	6 %	0,18
	1/N	15 %	16 %	<b>0,82</b>
	Aggressiv	10 %	10 %	<b>0,62</b>
	Passiv	10 %	8 %	<b>0,37</b>
Periode 5 (Jan -08 - Sep -14)	Benchmark	23 %	5 %	<b>0,21</b>
	1/N	19 %	-3 %	-0,15
	Aggressiv	19 %	1 %	0,03
	Passiv	21 %	2 %	0,07

**Tabell 3: Rapporterer resultater for naivt vektete porteføljer som er rebalansert månedlig (sept 1990–sept 2014). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.**

#### 4.4 In-sample optimering

In-sample betyr, som nevnt tidligere, at vi bruker tilgjengelig data frem til måned  $t_{+1}$  for å konstruere porteføljevektene for periode  $t$ . Dette impliserer at investoren har et perfekt bilde av hva faktisk avkastning blir i alle investeringsklasser, og har dermed mulighet for å konstruere optimale porteføljer basert på historiske tall uten fare for estimeringsfeil.

Som det fremgår av Tabell 4, vil MV-optimerte porteføljer optimert in-sample gi en langt høyere Sharpe ratio enn benchmark. Dette gjelder ikke minimum varians-porteføljen som ikke gjør det bedre enn benchmark. Disse funnene gjelder for alle rebalanseringsfrekvenser, samt for alle delperiodene. Tall for delperiodene, se vedlegg I.

Naturlig nok vil en økt rebalanseringsfrekvens føre til økt Sharpe ratio siden optimeringen oftere fanger opp aktivaenes prisendringer. Max Sharpe-porteføljen gjør det best med hensyn til risikojustert avkastning, en forutsetning som ligger til grunn for optimeringsmodellen.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljevekter				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	18 %	8 %	0,26	100 %				
	10% MV	11 %	14 %	<b>1,03</b>	41 %	26 %	6 %	15 %	12 %
	20% MV	20 %	24 %	<b>1,03</b>	18 %	20 %	15 %	23 %	24 %
	Min Var	10 %	4 %	0,11	33 %	37 %	6 %	12 %	12 %
	Max Sharpe	17 %	27 %	<b>1,40</b>	43 %	16 %	5 %	20 %	15 %
Halvårlig	Benchmark	18 %	8 %	0,26	100 %				
	10% MV	11 %	20 %	<b>1,51</b>	34 %	25 %	8 %	17 %	16 %
	20% MV	20 %	32 %	<b>1,45</b>	12 %	25 %	19 %	21 %	24 %
	Min Var	9 %	4 %	0,10	32 %	37 %	6 %	13 %	12 %
	Max Sharpe	20 %	36 %	<b>1,65</b>	24 %	29 %	11 %	22 %	14 %
Kvartalsvis	Benchmark	18 %	8 %	0,26	100 %				
	10% MV	11 %	30 %	<b>2,49</b>	32 %	25 %	10 %	17 %	15 %
	20% MV	20 %	55 %	<b>2,61</b>	14 %	19 %	22 %	22 %	23 %
	Min Var	9 %	4 %	0,07	32 %	35 %	7 %	14 %	13 %
	Max Sharpe	19 %	54 %	<b>2,65</b>	24 %	21 %	16 %	20 %	19 %
Månedlig	Benchmark	18 %	8 %	0,26	100 %				
	10% MV	11 %	40 %	<b>3,40</b>	25 %	25 %	12 %	20 %	18 %
	20% MV	20 %	69 %	<b>3,32</b>	7 %	22 %	28 %	21 %	23 %
	Min Var	8 %	4 %	0,16	30 %	33 %	8 %	15 %	14 %
	Max Sharpe	20 %	81 %	<b>4,15</b>	20 %	26 %	15 %	18 %	20 %

**Tabell 4: Rapporterer resultater for in-sample optimerte porteføljer (sept 1990–sept 2014). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.**

Så langt er våre funn i samsvar med andre studier med in-sample analyser hvor man har konkludert at risikojustert avkastning øker når råvarer inkluderes i en tradisjonell portefølje (Nijman og Swinkels (2003); Daskalaki og Skiadopoulos (2011); Belousova og Dorfleitner (2012)). I neste delkapittel skal vi analysere hvorvidt økningen i risikojustert avkastning vedvarer i en out-of-sample tilnærming.

## 4.5 Out-of-sample optimering

Som nevnt tidligere, er det viktig å ha samme rebalanseringsfrekvens for out-of sample analyse som for in-sample analyse. For eksempel ved å bruke en halvårlig rebalansering, blir seks måneder med daglig data brukt for å optimere porteføljen, som vi deretter lar stå urørt i seks måneder, før prosessen gjentar seg.

### 4.5.1 Hele perioden (1990–2014)

Resultatene for out-of-sample optimeringen for perioden 1990–2014 er vist i Tabell 5. Vi ser at ingen av de fire optimerte porteføljene har fått en høyere Sharpe ratio sammenlignet med S&P 500. Ser vi på 10 % MV-porteføljen, som er den porteføljen som har prestert best, er porteføljevektene fordelt med størst andel i S&P 500, etterfulgt av metaller, landbruk og tropiske råvarer for alle rebalanseringsfrekvenser. Man ser også at andelen i S&P 500 øker jo sjeldnere man rebalanserer.

Standardavviket for benchmark er 18 % for hele perioden sett under ett. Vi ser at standardavviket for MV 10 % er lavere sammen med porteføljen Minimum varians, mens Max Sharpe og MV 20 % har høyere standardavvik for alle rebalanseringsfrekvenser.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljevekter				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	18 %	8 %	<b>0,26*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	5 %	0,18	40 %	27 %	6 %	16 %	11 %
	20% MV	23 %	-2 %	-0,23	18 %	21 %	16 %	24 %	21 %
	Min Var	12 %	4 %	0,08	33 %	37 %	6 %	12 %	12 %
	Max Sharpe	20 %	5 %	0,09	43 %	17 %	5 %	21 %	14 %
Halvårlig	Benchmark	18 %	8 %	<b>0,26*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	3 %	-0,01	34 %	26 %	8 %	17 %	14 %
	20% MV	25 %	-4 %	-0,29	12 %	25 %	19 %	22 %	22 %
	Min Var	12 %	3 %	0,00	32 %	37 %	6 %	13 %	12 %
	Max Sharpe	21 %	-3 %	-0,30	23 %	29 %	11 %	23 %	13 %
Kvartalsvis	Benchmark	18 %	8 %	<b>0,26*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	3 %	0,02	32 %	25 %	10 %	17 %	15 %
	20% MV	25 %	-2 %	-0,21	14 %	20 %	22 %	22 %	22 %
	Min Var	11 %	4 %	0,14	32 %	35 %	7 %	14 %	13 %
	Max Sharpe	21 %	1 %	-0,10	24 %	21 %	16 %	20 %	18 %
Månedlig	Benchmark	18 %	8 %	<b>0,26*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	15 %	5 %	0,15	25 %	25 %	12 %	20 %	18 %
	20% MV	25 %	-5 %	-0,33	7 %	22 %	28 %	21 %	23 %
	Min Var	12 %	4 %	0,08	29 %	33 %	8 %	15 %	14 %
	Max Sharpe	22 %	0 %	-0,13	21 %	26 %	15 %	18 %	20 %

Tabell 5: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (sept 1990–sept 2014). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

#### 4.5.2 Periode 1 (oktober 1990–januar 1994)

I Tabell 6 ser vi at det i periode 1 er S&P 500 som har den høyeste Sharpe ratioen på 0,67 og en gjennomsnittlig avkastning på 12 % for alle rebalanseringsfrekvenser. For alle rebalanseringsstrategier bortsett fra S&P 500 er det negativ Sharpe ratio bortsett fra Max Sharpe som har en Sharpe ratio på 0,19. Dette var for årlig rebalansering i denne perioden. Periode 1 er en periode med lavkonjunktur, så at det er generelt lave og negative avkastningstall denne perioden, er ikke overraskende. Standardavviket for benchmark er 12 %.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljeverker				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	12 %	12 %	<b>0,67*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	7 %	4 %	-0,05	61 %	10 %	7 %	18 %	4 %
	20% MV	15 %	-5 %	-0,60	46 %	0 %	16 %	5 %	32 %
	Min Var	5 %	2 %	-0,42	30 %	42 %	5 %	14 %	9 %
	Max Sharpe	9 %	6 %	0,19	73 %	0 %	8 %	17 %	3 %
Halvårlig	Benchmark	12 %	12 %	<b>0,67*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	11 %	-4 %	-0,69	36 %	10 %	19 %	19 %	16 %
	20% MV	25 %	-21 %	-1,02	6 %	6 %	30 %	24 %	33 %
	Min Var	6 %	3 %	-0,21	28 %	40 %	8 %	16 %	9 %
	Max Sharpe	23 %	-17 %	-0,90	22 %	3 %	29 %	36 %	10 %
Kvartalsvis	Benchmark	12 %	12 %	<b>0,67*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	12 %	-8 %	-1,07	29 %	22 %	16 %	22 %	10 %
	20% MV	24 %	-18 %	-0,94	11 %	16 %	25 %	17 %	30 %
	Min Var	6 %	4 %	-0,08	29 %	37 %	8 %	17 %	8 %
	Max Sharpe	13 %	-10 %	-1,08	29 %	20 %	17 %	27 %	7 %
Månedlig	Benchmark	12 %	12 %	<b>0,67*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	2 %	-0,17	15 %	23 %	19 %	30 %	13 %
	20% MV	25 %	-4 %	-0,34	4 %	19 %	26 %	17 %	34 %
	Min Var	7 %	0 %	-0,63	29 %	35 %	10 %	17 %	9 %
	Max Sharpe	12 %	2 %	-0,19	27 %	24 %	14 %	25 %	10 %

Tabell 6: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (okt 1990–jan 1994). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

#### 4.5.3 Periode 2 (februar 1994–november 2000)

I periode 2 ser vi at det nok en gang er S&P 500 som har høyeste Sharpe ratio med 0,6 og en avkastning på 15 %. Dette er en periode med høykonjunktur, men høykonjunktoren gjenspeiles ikke i Sharpe ratioene til råvareporteføljene da disse stort sett er negative. Standardavviket for benchmark er 16 %.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljeverker				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	16 %	15 %	<b>0,60*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	15 %	5 %	0,01	39 %	20 %	5 %	23 %	13 %
	20% MV	22 %	-2 %	-0,30	28 %	20 %	16 %	12 %	25 %
	Min Var	9 %	0 %	-0,56	29 %	46 %	5 %	9 %	11 %
	Max Sharpe	16 %	6 %	0,05	64 %	8 %	3 %	16 %	9 %
Halvårlig	Benchmark	16 %	15 %	<b>0,60*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	3 %	-0,15	33 %	23 %	8 %	24 %	12 %
	20% MV	25 %	-2 %	-0,30	14 %	29 %	22 %	24 %	11 %
	Min Var	9 %	-2 %	-0,74	27 %	45 %	6 %	12 %	11 %
	Max Sharpe	16 %	7 %	0,12	41 %	17 %	11 %	19 %	11 %
Kvartalsvis	Benchmark	16 %	15 %	<b>0,60*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	13 %	2 %	-0,22	31 %	24 %	10 %	21 %	14 %
	20% MV	26 %	-4 %	-0,37	17 %	21 %	29 %	19 %	15 %
	Min Var	9 %	0 %	-0,53	25 %	46 %	6 %	12 %	12 %
	Max Sharpe	20 %	2 %	-0,17	30 %	19 %	18 %	20 %	14 %
Månedlig	Benchmark	16 %	15 %	<b>0,60*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	15 %	7 %	0,13	25 %	22 %	14 %	20 %	18 %
	20% MV	23 %	2 %	-0,14	8 %	20 %	33 %	19 %	21 %
	Min Var	10 %	4 %	-0,07	22 %	44 %	7 %	15 %	13 %
	Max Sharpe	18 %	1 %	-0,24	24 %	29 %	14 %	15 %	19 %

Tabell 7: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (feb 1994–nov 2000). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

#### 4.5.4 Periode 3 (desember 2000–mai 2004)

Tabell 8 viser periode 3, som er en lavkonjunkturperiode. Vi ser at S&P 500 gir en avkastning på -5 % og en Sharpe ratio på -0,32. 10 % MV- og minimumporteføljen gjør det bedre enn benchmark med hensyn til Sharpe ratio uavhengig av rebalanseringsfrekvens. Begge disse porteføljene er høyt vektet mot metaller.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføjljevekter				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	21 %	-5 %	-0,32	100 %	-	-	-	-
	10% MV	11 %	5 %	<b>0,25*</b>	17 %	46 %	4 %	23 %	11 %
	20% MV	23 %	-16 %	-0,76	3 %	13 %	29 %	32 %	23 %
	Min Var	11 %	6 %	<b>0,37*</b>	17 %	48 %	5 %	20 %	11 %
	Max Sharpe	19 %	0 %	<b>-0,08*</b>	28 %	17 %	2 %	32 %	21 %
Halvårlig	Benchmark	21 %	-5 %	-0,32	100 %	-	-	-	-
	10% MV	12 %	4 %	<b>0,18*</b>	16 %	46 %	5 %	21 %	11 %
	20% MV	23 %	1 %	<b>-0,04*</b>	3 %	30 %	10 %	24 %	33 %
	Min Var	11 %	8 %	<b>0,61*</b>	18 %	49 %	4 %	18 %	10 %
	Max Sharpe	17 %	-8 %	-0,59	10 %	29 %	6 %	34 %	21 %
Kvartalsvis	Benchmark	21 %	-5 %	-0,32	100 %	-	-	-	-
	10% MV	13 %	7 %	<b>0,40*</b>	17 %	45 %	6 %	21 %	11 %
	20% MV	23 %	5 %	<b>0,15*</b>	21 %	17 %	12 %	26 %	24 %
	Min Var	11 %	8 %	<b>0,58*</b>	21 %	46 %	4 %	19 %	10 %
	Max Sharpe	21 %	4 %	<b>0,08*</b>	16 %	20 %	6 %	29 %	29 %
Månedlig	Benchmark	21 %	-5 %	-0,32	100 %	-	-	-	-
	10% MV	15 %	5 %	<b>0,19*</b>	16 %	37 %	9 %	22 %	16 %
	20% MV	26 %	-18 %	-0,77	7 %	26 %	19 %	23 %	25 %
	Min Var	11 %	7 %	<b>0,49*</b>	21 %	41 %	6 %	19 %	12 %
	Max Sharpe	22 %	6 %	<b>0,17*</b>	13 %	32 %	11 %	25 %	19 %

Tabell 8: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (des 2000–mai 2004). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

#### 4.5.5 Periode 4 (juni 2004–desember 2007)

Tabell 9 viser resultatene for periode 4. Dette er en høykonjunkturperiode som avsluttes rett før finanskrisen i 2008. Minimum varians-porteføljen oppnår den høyeste Sharpe ratioen for alle rebalanseringsfrekvenser. Porteføljen er vektet med ca. 50 % i S&P 500 for alle rebalanseringsfrekvenser. S&P 500 har en avkastning på 6 % denne perioden og en Sharpe ratio på 0,18. Grunnen til at porteføljene som inkluderer råvarer gjør det bedre enn benchmark, skyldes trolig at perioden inkluderer den såkalte råvareboomen.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljevæker				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	12 %	6 %	0,18	100 %	-	-	-	-
	10% MV	12 %	10 %	<b>0,49*</b>	51 %	26 %	8 %	4 %	9 %
	20% MV	24 %	14 %	<b>0,43*</b>	9 %	34 %	21 %	19 %	18 %
	Min Var	10 %	12 %	<b>0,77*</b>	54 %	21 %	4 %	11 %	10 %
	Max Sharpe	20 %	17 %	<b>0,67*</b>	24 %	36 %	13 %	15 %	12 %
Halvårlig	Benchmark	12 %	6 %	0,18	100 %	-	-	-	-
	10% MV	13 %	9 %	<b>0,39*</b>	46 %	18 %	7 %	13 %	16 %
	20% MV	26 %	-3 %	-0,28	10 %	21 %	19 %	26 %	25 %
	Min Var	10 %	13 %	<b>1,00*</b>	56 %	17 %	5 %	10 %	11 %
	Max Sharpe	20 %	3 %	-0,03	21 %	20 %	15 %	25 %	19 %
Kvartalsvis	Benchmark	12 %	6 %	0,18	100 %	-	-	-	-
	10% MV	12 %	15 %	<b>0,91*</b>	44 %	16 %	9 %	15 %	17 %
	20% MV	24 %	10 %	<b>0,27*</b>	5 %	17 %	14 %	33 %	32 %
	Min Var	10 %	15 %	<b>1,20*</b>	54 %	17 %	6 %	12 %	12 %
	Max Sharpe	22 %	6 %	0,09	24 %	27 %	12 %	16 %	21 %
Månedlig	Benchmark	12 %	6 %	0,18	100 %	-	-	-	-
	10% MV	14 %	15 %	<b>0,78*</b>	31 %	23 %	10 %	16 %	20 %
	20% MV	25 %	5 %	0,05	6 %	21 %	17 %	31 %	25 %
	Min Var	10 %	14 %	<b>1,05*</b>	47 %	17 %	7 %	12 %	17 %
	Max Sharpe	21 %	4 %	0,00	20 %	30 %	13 %	17 %	20 %

Tabell 9: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (jun 2004–des 2007). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

#### 4.5.6 Periode 5 (januar 2008–september 2014)

Periode 5 varer fra finanskrisen slo inn i 2008 og frem til september 2014. Dette er en periode preget av lavkonjunktur, noe vi også ser på avkastningstallene da disse er tilnærmet null eller negative. I periode 5 har S&P 500 høyest avkastning sammenlignet med porteføljene for alle rebalanseringsfrekvenser. Den har også høyest Sharpe ratio (0,21) i alle tilfeller bortsett fra MV 10 % med årlig rebalansering, som har en Sharpe ratio på 0,26.

Rebalanseringsfrekvens	Portefølje	Std Dev	Avkastning	SR	Porteføljevæker				
					S&P500	Metaller	Energi	Landbruk	Tropisk
Årlig	Benchmark	23 %	5 %	0,21	100 %	-	-	-	-
	10% MV	16 %	4 %	<b>0,26</b>	40 %	29 %	7 %	10 %	14 %
	20% MV	24 %	-4 %	-0,19	12 %	27 %	6 %	42 %	13 %
	Min Var	16 %	3 %	0,17	35 %	30 %	7 %	12 %	16 %
	Max Sharpe	25 %	-1 %	-0,05	27 %	23 %	3 %	27 %	20 %
Halvårlig	Benchmark	23 %	5 %	<b>0,21*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	17 %	1 %	0,07	38 %	29 %	7 %	10 %	17 %
	20% MV	25 %	-2 %	-0,08	17 %	30 %	16 %	14 %	23 %
	Min Var	17 %	-1 %	-0,07	33 %	30 %	7 %	13 %	16 %
	Max Sharpe	26 %	-9 %	-0,36	14 %	58 %	5 %	14 %	10 %
Kvartalsvis	Benchmark	23 %	5 %	<b>0,21*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	17 %	2 %	0,09	37 %	23 %	12 %	10 %	18 %
	20% MV	25 %	-3 %	-0,15	15 %	22 %	23 %	20 %	20 %
	Min Var	15 %	1 %	0,06	34 %	28 %	8 %	12 %	18 %
	Max Sharpe	25 %	1 %	0,03	21 %	21 %	22 %	15 %	21 %
Månedlig	Benchmark	23 %	5 %	<b>0,21*</b>	100 %	-	-	-	-
	10% MV	17 %	0 %	-0,01	31 %	25 %	10 %	15 %	20 %
	20% MV	25 %	-12 %	-0,47	9 %	23 %	33 %	17 %	18 %
	Min Var	16 %	-2 %	-0,14	32 %	26 %	10 %	15 %	18 %
	Max Sharpe	28 %	-6 %	-0,23	19 %	19 %	21 %	15 %	26 %

Tabell 10: Rapporterer resultater for out-of-sample optimerte porteføljer (jan 2008–sept 2014). Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype.

## 5 Testing av hypoteser

For å teste hvorvidt out-of-sample optimerte råvareporteføljer har høyere risikojustert avkastning enn benchmark, sammenligner vi Sharpe ratioen for de ulike porteføljene mot Sharpe ratioen til benchmark. For å avgjøre hvorvidt det er en signifikant forskjell har vi benyttet tosidig z-test med signifikansnivå på 5 % og kritisk z-verdi på 1,96.

Vi benytter også samme tosidige z-test for å avklare hvorvidt økt rebalanseringsfrekvens påvirker risikojustert avkastning positivt. Sharpe ratioen for årlig, halvårlig, kvartalsvis og månedlig rebalanserte porteføljer sammenlignes mot hverandre. For å avgjøre hvorvidt det er en signifikant forskjell har vi benyttet tosidig z-test med signifikansnivå på 5 % og kritisk z-verdi på 1,96.

For å regne ut z-verdiene til Sharpe ratio benytter vi følgende formel publisert av Liu et al. (2012):

$$\frac{\sqrt{T}(\widehat{SR} - SR)}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\widehat{SR}^2}} \rightarrow N(0,1)$$

hvor  $T$  er antall observasjoner som inngår i beregningen av Sharpe ratioen,  $\widehat{SR}$  er Sharpe ratioen til porteføljen og  $SR$  er Sharpe ratioen til benchmark.

### 5.1 Hypotese 1

Hypotese 1: Out-of-sample optimerte råvareporteføljer har høyere risikojustert avkastning enn benchmark

Vi ser av Tabell 11 at benchmark i delperiodene 1, 2 og 5 har hatt høyere Sharpe ratio enn de optimerte porteføljene. 10 % MV har en høyere Sharpe ratio enn benchmark i periode 5.

Denne er derimot ikke statistisk signifikant med en Z-verdi på 1,9.

I periode 3 og 4 ser vi, som tidligere nevnt, at 10 % MV og Minimum varians-porteføljen har hatt en høyere Sharpe ratio enn benchmark for alle fire rebalanseringsfrekvenser.

For perioden som helhet ser vi derimot ikke de samme resultatene. Benchmark har for hver rebalanseringsfrekvens en signifikant høyere Sharpe ratio enn de råvareoptimerte porteføljene. Dette ser dermed ut til å være periodeavhengig. Med bakgrunn i disse resultatene kan vi ikke konkludere entydig med at råvarer øker en out-of-sample optimert porteføljes risikojusterte avkastning, og hypotese 1 må derfor forkastes.

		Hele perioden		Periode 1		Periode 2		Periode 3		Periode 4		Periode 5	
		SR	Z-verdi	SR	Z-verdi	SR	Z-verdi	SR	Z-verdi	SR	Z-verdi	SR	Z-verdi
Årlig	Benchmark	<b>0,26*</b>	0	<b>0,67*</b>	0	<b>0,60*</b>	0	-0,32	-	0,18	-	0,21	-
	10% MV	0,18	-5,90	-0,05	-20,99	0,01	-24,75	<b>0,25*</b>	16,54	<b>0,49*</b>	8,83	<b>0,26</b>	1,90
	20% MV	-0,23	-37,72	-0,60	-33,90	-0,30	-36,69	-0,76	-11,49	<b>0,43*</b>	7,37	-0,19	-16,44
	Min Var	0,08	-13,92	-0,42	-30,43	-0,56	-44,76	<b>0,37*</b>	19,67	<b>0,77*</b>	15,73	0,17	-1,57
	Max Sharpe	0,09	-12,76	0,19	-13,89	0,05	-22,93	<b>-0,08*</b>	6,88	<b>0,67*</b>	13,48	-0,05	-10,62
Halvårlig	Benchmark	<b>0,26*</b>	-	<b>0,67*</b>	-	<b>0,60*</b>	-	-0,32	-	0,18	-	<b>0,21*</b>	-
	10% MV	-0,01	-20,95	-0,69	-35,48	-0,15	-31,16	<b>0,18*</b>	14,70	<b>0,39*</b>	6,28	0,07	-5,77
	20% MV	-0,29	-41,31	-1,02	-39,76	-0,30	-36,73	<b>-0,04*</b>	8,08	-0,28	-13,48	-0,08	-11,76
	Min Var	0,00	-19,93	-0,21	-25,26	-0,74	-49,25	<b>0,61*</b>	25,18	<b>1,00*</b>	20,26	-0,07	-11,54
	Max Sharpe	-0,30	-42,01	-0,90	-38,44	0,12	-20,08	-0,59	-7,36	-0,03	-6,30	-0,36	-22,69
Kvartalsvis	Benchmark	<b>0,26*</b>	-	<b>0,67*</b>	-	<b>0,60*</b>	-	-0,32	-	0,18	-	<b>0,21*</b>	-
	10% MV	0,02	-18,18	-1,07	-40,29	-0,22	-33,72	<b>0,40*</b>	20,42	<b>0,91*</b>	18,42	0,09	-5,02
	20% MV	-0,21	-35,90	-0,94	-38,99	-0,37	-38,81	<b>0,15*</b>	13,78	<b>0,27*</b>	2,70	-0,15	-14,71
	Min Var	0,14	-9,35	-0,08	-21,77	-0,53	-43,94	<b>0,58*</b>	24,42	<b>1,20*</b>	23,47	0,06	-6,11
	Max Sharpe	-0,10	-27,47	-1,08	-40,35	-0,17	-31,88	<b>0,08*</b>	11,58	0,09	-2,52	0,03	-7,44
Månedlig	Benchmark	<b>0,26*</b>	-	<b>0,67*</b>	-	<b>0,60*</b>	-	-0,32	-	0,18	-	<b>0,21*</b>	-
	10% MV	0,15	-8,67	-0,17	-24,22	0,13	-19,62	<b>0,19*</b>	14,75	<b>0,78*</b>	15,84	-0,01	-9,22
	20% MV	-0,33	-44,51	-0,34	-28,59	-0,14	-30,79	-0,77	-11,76	0,05	-3,74	-0,47	-26,65
	Min Var	0,08	-14,12	-0,63	-34,54	-0,07	-27,78	<b>0,49*</b>	22,47	<b>1,05*</b>	21,11	-0,14	-14,44
	Max Sharpe	-0,13	-30,20	-0,19	-24,83	-0,24	-34,44	<b>0,17*</b>	14,25	0,00	-5,31	-0,23	-18,05

Tabell 11: Out-of-sample optimerte porteføljer (1990–2014) med tilhørende Sharpe ratio og Z-test verdier. Porteføljer som har høyere Sharpe ratio enn benchmark, er markert med fet skrifttype. \* indikerer statistisk signifikant 5 %

## 5.2 Hypotese 2

Hypotese 2: Økt rebalanseringsfrekvens påvirker risikjustert avkastning positivt

Vi har gjennomført en tosidig z-test hvor vi har sammenlignet Sharpe ratioene til de forskjellige rebalanseringsfrekvensene til de fire porteføljene. Dette med det formål å se om det er statistisk signifikant å øke rebalanseringsfrekvensen basert på Sharpe ratio. Tabell 12 viser z-verdier spesifisert på hele perioden samt de fem delperiodene.

For porteføljen 10 % MV ser vi at for perioden som helhet førte en økning i rebalanseringsfrekvensen til en nedgang i Sharpe ratio. Årlig rebalansering ga høyest Sharpe ratio.

For 20 % MV porteføljen ser vi at det lønte seg å øke rebalanseringsfrekvensen fra årlig til kvartalsvis rebalansering. Dette er derimot ikke statistisk signifikant på 5 % nivå.

Sammenligner vi derimot årlig og halvårlig rebalansering, ser vi at det ikke ga noen økt Sharpe ratio å øke rebalanseringsfrekvensen. Det ga også en redusert Sharpe ratio om man økte rebalanseringsfrekvensen fra kvartalsvis til månedlig.

For Minimum varians-porteføljen ga kvartalsvis rebalansering høyest Sharpe ratio.

For porteføljen Max Sharpe ser vi at for perioden som helhet, førte en økning i rebalanseringsfrekvens til en nedgang i Sharpe ratio; årlig rebalansering ga høyest Sharpe ratio.



Vi har gjort samme z-test for de fem delperiodene og kan ikke finne noen sammenheng i hvilken rebalanseringsfrekvens som var den beste i de ulike porteføljene. For z-verdier spesifisert for de fem delperioden, se vedlegg 2.

I våre in-sample analyser ser vi at økt rebalanseringsfrekvens ga en økt Sharpe ratio. Basert på tallene i Tabell 12 er det vanskelig å se et mønster av hvilken rebalanseringsfrekvens som ga best Sharpe ratio out-of-sample. For to av de fire porteføljene ga årlig rebalansering den høyeste Sharpe ratioen. For de to øvrige porteføljene ga kvartalsvis rebalansering den høyeste Sharpe ratioen, hvorav en ikke var statistisk signifikant. På grunn av dette er det vanskelig å konkludere entydig med at en økt rebalanseringsfrekvens gir en økt Sharpe ratio for out-of-sample optimerte porteføljer. Vi må derfor forkaste hypotese 2.

		10 % MV			20 % MV			Min Var			Max Sharpe		
		Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis
Hele periode	Sharpe	0,18	0,0	0,0	-0,23	0,0	0,0	0,08	0,0	0,09	0,0	0,0	0,0
	Årlig	-0,01	-15,0	0,0	-0,29	-3,8	0,0	0,00	-6,0	0,0	-0,30	-29,5	0,0
	Halvårlig	0,02	-12,2	<b>2,8</b>	0,0	-0,21	1,9	<b>5,8</b>	0,0	0,14	<b>4,5</b>	<b>10,5</b>	0,0
	Kvartalsvis	0,15	-2,8	<b>12,2</b>	<b>9,4</b>	-0,33	-7,3	-3,5	-9,2	0,08	-0,2	<b>5,8</b>	-4,7
	Månedlig												

Tabell 12: Sharpe ratio til out-of-sample optimerte porteføljer (1990–2014) med tilhørende Z-test verdier. Z-verdi over kritisk verdi (1,96) er markert med fet skrifttype. \* indikerer statistisk signifikant 5 %

## 6 Diskusjon

I kapittel 4 så vi at de naive porteføljene oppnådde best Sharpe ratio kun for delperiodene 3 og 4 og at benchmark hadde en bedre Sharpe ratio for de andre delperioden samt for hele perioden sett under ett. Dette kan sees i sammenheng med funnene fra avkastningstallenes deskriptive statistikk som viser at det var generelt høy avkastning blant råvarene i denne perioden. I og med at hver av råvarene er vektet likt i 1/N porteføljen kan en konkludere med at i perioder hvor det er høykonjunktur i råvaresektoren vil en 1/N portefølje gjøre det bra.

Vi fortsatte videre med å se på in-sample porteføljer. Der ser vi at å inkludere råvarefutures i optimeringen av porteføljene, vil gi en høyere Sharpe ratio enn benchmark for porteføljene 10 %, MV, 20 % MV og Max Sharpe. Vi observerte også at en økning i rebalanseringsfrekvens gir en økning i Sharpe ratio. Formålet med denne oppgaven var å se om funnene er de samme ved out-of-sample optimering. Vi sammenlignet derfor funnene fra out-of sample optimeringen og finner at alle råvareoptimerte porteføljer har en lavere Sharpe ratio enn

benchmark dersom vi ser på hele perioden (fra 1990-2014). Vi ser at de råvareoptimerte porteføljene har en høyere Sharpe ratio kun i periode 3 og 4. Dette kan ses i sammenheng med at også de naive porteføljene hadde en høyere Sharpe ratio enn benchmark i disse periodene. Som vi vet, var dette en periode med høy oppgang i råvarepriser. Vi ser også av porteføljene at det var generelt høye andeler råvarer i de optimerte porteføljene.

Resultatene viser at porteføljeoptimering hvor råvarer inkluderes i en out-of-sample setting periodeavhengig ettersom det kun gir en høyere Sharpe ratio i to av fem delperioder og ikke for hele perioden som helhet. Disse funnene, samt utfall av hypotese 1, gjør at vi har sammenfallende funn som Daskalaki og Skiadopoulos (2011) som viste at funnene i en in-sample analyse ikke var til stede i en out-of sample optimering.

Et naturlig spørsmål i denne sammenheng er hvorvidt porteføljevektene er stabile over tid. Og om fordelingen er forholdsvis lik i forskjellige markedsforhold. Vi har derfor sett på gjennomsnittlig andel av de forskjellige råvareklassene i de forskjellige rebalanseringsstrategiene i de forskjellige rebalanseringsfrekvensene, se Tabell 5–10.

Dersom man ser på fordelingen av aktiva for hele perioden, ser man at det er størst andel investert i S&P 500 i de fleste porteføljer, med unntak av MV 20 % hvor metaller har størst andel. Energi er den råvareklassen hvor det er lavest andel i våre porteføljer for hele perioden. Man ser også at andelen i S&P 500 øker jo sjeldnere man rebalanserer.

Som nevnt tidligere, er periode 2 og periode 4 preget av oppgang. Et viktig poeng i denne sammenhengen er at det ser ut til at andelen av S&P 500 i de forskjellige porteføljene er høyere enn ellers i perioder med oppgang. Av de forskjellige råvareklassene er det metaller som har gjennomsnittlig høyeste andel i porteføljene. Dette resultatet finner man også om man sammenligner antall ganger hvor S&P 500 har høyest andel i porteføljene med antall ganger metaller har hatt høyeste andel i porteføljene. Her ser vi at metaller har hatt høyeste andel i porteføljen flest ganger (40) sammenlignet med S&P 500 (39 ganger).

Vi har allerede konstatert at økt rebalansering i en in-sample optimering gir en økt Sharpe ratio. I hypotese 2 ønsket vi å finne svar på om en økt rebalanseringsfrekvens gir en økt Sharpe ratio i en out-of-sample optimering. Denne hypotesen må forkastes da vi ikke finner noen sammenheng mellom frekvensen for rebalansering og en økt Sharpe ratio i et out-of-sample rammeverk.

En begrensning ved denne oppgaven er at vi ikke har hensyntatt transaksjonskostnader. Transaksjonskostnadene øker naturligvis jo oftere man rebalanserer, og i og med at vi har valgt å benytte månedlig rebalansering, ville det påløpt store transaksjonskostnader ved denne typen investeringsstrategi som bør tas høyde for. Et annet aspekt som kunne styrket vår analyse, er å inkludere muligheten for shortsalg.

Siden vi har avdekket at avkastningsseriene ikke er normalfordelte bør man ta med et alternativt prestasjonsmål som tar høyde for dette. Tap tilknyttet rullinger av futures-kontrakter når markedet er i contango, er det heller ikke tatt høyde for i vår rapport.

### **6.1 Forslag til fremtidig forskning**

Basert på våre erfaringer fra denne oppgaven vil vi foreslå et par interessante tema for fremtidig forskning.

Først vil vi foreslå å konstruere en optimeringsmodell som tar hensyn til transaksjonskostnader, rulleringskostnader, samt muligheten for shortsalg og se om dette vil gi andre resultater for de ulike porteføljene. Videre forskning bør se mer på korrelasjonen mellom råvarer og aksjer, for å undersøke hvorvidt økningen under finanskrisen var forbigående eller om det har skjedd mer fundamentale endringer i markedet.

## 7 Konklusjon

Denne oppgaven undersøker om en investor bør inkludere råvarer i en tradisjonell portefølje bestående av aksjer. For å gjøre dette har vi i første omgang analysert porteføljene i et in-sample rammeverk slik det har blitt gjort i tidligere litteratur. Deretter ser vi på råvarers diversifiseringsfordeler i et mer realistisk rammeverk; out-of sample optimering. I begge tilnærmingene optimerer vi porteføljer ved å inkludere råvarer i en tradisjonell portefølje. Deretter sammenligner vi resultatene til de ulike porteføljene mot benchmark. For å teste om funnene våre er robuste, analyserer vi porteføljene i fem delperioder for å se hvordan prestasjonene endrer seg i ulike økonomiske klima. Vi undersøker også hvorvidt rebalanseringsfrekvensen kan ha betydning for porteføljenes prestasjoner.

I et in-sample rammeverk tilsier våre empiriske analyser at råvarer forbedrer en tradisjonell porteføljes risikojusterte avkastning for tre av våre optimerte porteføljer. Dette er uavhengig av hvilke delperioder eller rebalanseringsfrekvenser som undersøkes. Siden vi har valgt å fokusere på en mer realistisk tilnærming enn in-sample, vil funnene vi har gjort ikke kunne støtte tidligere studier som tilskriver råvarer diversifiseringsfordeler. Disse fordelene vedvarer ikke når vi forlenger analysene våre inn i et out-of-sample rammeverk. Her vil de tradisjonelle porteføljene, i de aller fleste tilfeller, gi en bedre risikojustert avkastning. Dette gjelder for alle porteføljene og alle rebalanseringsfrekvenser. Det eneste unntaket finner vi perioden 2000–2007 hvor out-of-sample råvareoptimerte porteføljer gir en høyere Sharpe ratio enn benchmark. En årsak til dette er trolig den sterke oppgangen i råvarers pris og handelsvolum som ble observert i perioden. Derfor kan vi ikke konkludere entydig med at råvarer øker en porteføljes risikojusterte avkastning.

## 8 Litteraturliste

### 8.1 Artikler

- Belousova, J. & Dorfleitner, G. (2012). On the diversification benefits of commodities from the perspective of euro investors. *Journal of Banking & Finance*, 36 (9): 2455-2472.
- Benartzi, S. & Thaler, R. H. (2001). Naive diversification strategies in defined contribution saving plans. *American economic review*: 79-98.
- Bessler, W., Holler, J. & Kurmann, P. (2012). Hedge funds and optimal asset allocation: Bayesian expectations and spanning tests. *Financial Markets and Portfolio Management*, 26 (1): 109-141.
- Bessler, W. & Wolff, D. (2014). Do Commodities add Value in Multi-Asset-Portfolios?
- Bodie, Z. & Rosansky, V. I. (1980). Risk and return in commodity futures. *Financial Analysts Journal*: 27-39.
- Bodie, Z. (1983). Commodity futures as a hedge against inflation. *The Journal of Portfolio Management*, 9 (3): 12-17.
- Büyüksahin, B. & Robe, M. A. (2014). Speculators, commodities and cross-market linkages. *Journal of International Money and Finance*, 42: 38-70.
- Cao, B., Jayasuriya, S. & Shambora, W. (2010). Holding a commodity futures index fund in a globally diversified portfolio: A placebo effect? *Economics Bulletin*, 30 (3): 1842-1851.
- Conover, C. M., Jensen, G. R., Johnson, R. R. & Mercer, J. M. (2010). Is now the time to add commodities to your portfolio? *The Journal of Investing*, 19 (3): 10-19.
- Daskalaki, C. & Skiadopoulos, G. (2011). Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence. *Journal of Banking & Finance*, 35 (10): 2606-2626.
- Daskalaki, C., Kostakis, A. & Skiadopoulos, G. (2014). Are there common factors in individual commodity futures returns? *Journal of Banking & Finance*, 40: 346-363.
- DeMiguel, V., Garlappi, L. & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22 (5): 1915-1953.
- Domanski, D. & Heath, A. (2007). Financial investors and commodity markets. *BIS Quarterly Review*, 3 (1): 53-67.
- Erb, C. B. & Harvey, C. R. (2006). The strategic and tactical value of commodity futures. *Financial Analysts Journal*: 69-97.
- Geman, H. (2009). *Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy*: John Wiley & Sons.
- Georgiev, G. (2001). Benefits of commodity investment. *The Journal of Alternative Investments*, 4 (1): 40-48.
- Gorton, G. & Rouwenhorst, K. G. (2004). Facts and fantasies about commodity futures: National Bureau of Economic Research.
- Greer, R. J. (1994). Methods for institutional investment in commodity futures. *The Journal of Derivatives*, 2 (2): 28-36.
- Greer, R. J. (2000). The nature of commodity index returns. *The Journal of Alternative Investments*, 3 (1): 45-52.
- Jensen, G. R., Johnson, R. R. & Mercer, J. M. (2000). Efficient use of commodity futures in diversified portfolios. *Journal of Futures Markets*, 20 (5): 489-506.
- Jensen, G. R., Johnson, R. R. & Mercer, J. M. (2002). Tactical asset allocation and commodity futures. *The Journal of Portfolio Management*, 28 (4): 100-111.

- Jensen, G. R. & Mercer, J. M. (2003). New evidence on optimal asset allocation. *Financial Review*, 38 (3): 435-454.
- Liu, Q. (2009). On portfolio optimization: How and when do we benefit from high-frequency data? *Journal of Applied Econometrics*, 24 (4): 560-582.
- Liu, Y., Rekkas, M. & Wong, A. (2012). Inference for the Sharpe ratio using a likelihood-based approach. *Journal of Probability and Statistics*, 2012.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection\*. *The journal of finance*, 7 (1): 77-91.
- Nijman, T. & Swinkels, L. (2003). *Strategic and tactical allocation to commodities for retirement savings schemes*: Tilburg University.
- Satyanarayan, S. & Varangis, P. (1996). Diversification benefits of commodity assets in global portfolios. *The Journal of Investing*, 5 (1): 69-78.
- Schneeweis, T., Savanayana, U. & McCarthy, D. (1991). Alternative commodity trading vehicles: a performance analysis. *Journal of Futures Markets*, 11 (4): 475-490.
- Silvennoinen, A. & Thorp, S. (2013). Financialization, crisis and commodity correlation dynamics. *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, 24: 42-65.
- Tang, K. & Xiong, W. (2010). Index investment and financialization of commodities: National Bureau of Economic Research.
- You, L. & Daigler, R. T. (2013). A Markowitz Optimization of Commodity Futures Portfolios. *Journal of Futures Markets*, 33 (4): 343-368.

## 8.2 Hjemmesider

<http://thomsonreuters.com/en/products-services/financial/commodities/commodity-indices/features---benefits.html> - Besøkt 18/4 2015

<http://oilprice.com/Metals/Copper/Why-Copper-Is-Such-An-Important-Economic-Indicator.html> - Besøkt 18/4/ 2015

## 9 Vedlegg

### Vedlegg 1

		Periode 1			Periode 2			Periode 3			Periode 4			Periode 5		
		Std Dev	Avkastning	SR	Std Dev	Avkastning	SR	Std Dev	Avkastning	SR	Std Dev	Avkastning	SR	Std Dev	Avkastning	SR
Årlig	Benchmark	12 %	12 %	0,67	16 %	15 %	0,60	21 %	-5 %	-0,32	12 %	6 %	0,18	23 %	5 %	0,21
	10% MV	10 %	14 %	<b>1,00</b>	10 %	16 %	<b>1,08</b>	10 %	17 %	<b>1,46</b>	10 %	19 %	<b>1,52</b>	14 %	10 %	<b>0,67</b>
	20% MV	19 %	13 %	<b>0,69</b>	20 %	22 %	<b>0,86</b>	20 %	26 %	<b>1,20</b>	20 %	46 %	<b>2,15</b>	20 %	17 %	<b>0,81</b>
	Min Var	6 %	3 %	-0,19	7 %	-1 %	-0,84	9 %	5 %	0,31	9 %	12 %	<b>0,98</b>	13 %	5 %	<b>0,34</b>
	Max Sharpe	12 %	16 %	<b>1,04</b>	16 %	23 %	<b>1,10</b>	16 %	31 %	<b>1,84</b>	16 %	40 %	<b>2,23</b>	20 %	26 %	<b>1,27</b>
Halvårlig	Benchmark	12 %	12 %	0,67	16 %	15 %	0,60	21 %	-5 %	-0,32	12 %	6 %	0,18	23 %	5 %	0,21
	10% MV	10 %	20 %	<b>1,59</b>	10 %	22 %	<b>1,65</b>	10 %	23 %	<b>2,04</b>	10 %	27 %	<b>2,30</b>	13 %	10 %	<b>0,74</b>
	20% MV	20 %	33 %	<b>1,42</b>	20 %	37 %	<b>1,63</b>	20 %	44 %	<b>2,11</b>	20 %	55 %	<b>2,58</b>	20 %	17 %	<b>0,80</b>
	Min Var	6 %	2 %	-0,33	7 %	-1 %	-0,86	8 %	3 %	0,09	9 %	15 %	<b>1,29</b>	13 %	4 %	<b>0,30</b>
	Max Sharpe	23 %	42 %	<b>1,68</b>	15 %	38 %	<b>2,27</b>	16 %	39 %	<b>2,27</b>	18 %	53 %	<b>2,81</b>	26 %	21 %	<b>0,80</b>
Kvartalsvis	Benchmark	12 %	12 %	0,67	16 %	15 %	0,60	21 %	-5 %	-0,32	12 %	6 %	0,18	23 %	5 %	0,21
	10% MV	10 %	41 %	<b>3,68</b>	10 %	35 %	<b>2,99</b>	10 %	25 %	<b>2,31</b>	10 %	30 %	<b>2,62</b>	13 %	14 %	<b>1,05</b>
	20% MV	20 %	50 %	<b>2,27</b>	20 %	61 %	<b>2,82</b>	19 %	45 %	<b>2,25</b>	20 %	60 %	<b>2,82</b>	20 %	35 %	<b>1,71</b>
	Min Var	5 %	2 %	-0,36	7 %	-1 %	-0,95	8 %	1 %	-0,07	8 %	15 %	<b>1,43</b>	12 %	4 %	<b>0,30</b>
	Max Sharpe	11 %	44 %	<b>3,74</b>	15 %	58 %	<b>3,53</b>	20 %	51 %	<b>2,44</b>	21 %	69 %	<b>3,16</b>	24 %	47 %	<b>1,93</b>
Månedlig	Benchmark	12 %	12 %	0,67	16 %	15 %	0,60	21 %	-5 %	-0,32	12 %	6 %	0,18	23 %	5 %	0,21
	10% MV	10 %	67 %	<b>6,30</b>	10 %	44 %	<b>3,85</b>	10 %	51 %	<b>4,86</b>	10 %	62 %	<b>5,68</b>	13 %	37 %	<b>2,88</b>
	20% MV	20 %	61 %	<b>2,87</b>	20 %	93 %	<b>4,46</b>	20 %	102 %	<b>5,03</b>	20 %	116 %	<b>5,69</b>	20 %	57 %	<b>2,83</b>
	Min Var	4 %	4 %	-0,09	5 %	-3 %	-1,47	7 %	1 %	-0,12	7 %	13 %	<b>1,32</b>	11 %	8 %	<b>0,70</b>
	Max Sharpe	9 %	61 %	<b>6,57</b>	16 %	79 %	<b>4,81</b>	16 %	87 %	<b>5,32</b>	15 %	95 %	<b>6,24</b>	28 %	85 %	<b>2,99</b>

Tabell 13: Deskriptiv statistikk for in-sample optimerte porteføljer for de fem ulike delperiodene (1990-2014)

## Vedlegg 2

	Frekvens	10 % MV				20 % MV				Min Var			Max Sharpe				
		Sharpe	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Sharpe	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Sharpe	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis	Sharpe	Årlig	Halvårlig	Kvartalsvis
Periode 1	Årlig	-0,05	0,0			-0,60	0,0			-0,42	0,0			0,19	0,0		
	Halvårlig	-0,69	-16,6	0,0		-1,02	-9,9	0,0		-0,21	<b>6,2</b>	0,0		-0,90	-26,6	0,0	
	Kvartalsvis	-1,07	-23,5	-8,8	0,0	-0,94	-8,4	1,7	0,0	-0,08	<b>9,9</b>	<b>3,7</b>	0,0	-1,08	-29,2	-4,1	0,0
	Månedlig	-0,17	-3,4	<b>15,0</b>	<b>25,9</b>	-0,34	<b>7,2</b>	<b>19,0</b>	<b>17,0</b>	-0,63	-5,5	-11,2	-14,6	-0,19	-10,9	<b>20,3</b>	<b>25,4</b>
Periode 2	Årlig	0,01	0,0			-0,30	0,0			-0,56	0,0			0,05	0,0		
	Halvårlig	-0,15	-6,5	0,0		-0,30	-0,1	0,0		-0,74	-6,6	0,0		0,12	<b>2,8</b>	0,0	
	Kvartalsvis	-0,22	-9,3	-2,7	0,0	-0,37	-2,5	-2,4	0,0	-0,53	1,1	<b>8,1</b>	0,0	-0,17	-9,1	-11,9	0,0
	Månedlig	0,13	<b>5,0</b>	<b>11,6</b>	<b>14,4</b>	-0,14	<b>6,5</b>	<b>6,6</b>	<b>9,1</b>	-0,07	<b>20,3</b>	<b>27,7</b>	<b>19,1</b>	-0,24	-11,8	-14,6	-2,8
Periode 3	Årlig	0,25	0,0			-0,76	0,0			0,37	0,0			-0,08	0,0		
	Halvårlig	0,18	-2,0	0,0		-0,04	<b>21,1</b>	0,0		0,61	<b>6,5</b>	0,0		-0,59	-13,7	0,0	
	Kvartalsvis	0,40	<b>4,3</b>	<b>6,2</b>	0,0	0,15	<b>26,7</b>	<b>5,7</b>	0,0	0,58	<b>5,6</b>	-1,0	0,0	0,08	<b>4,7</b>	<b>19,5</b>	0,0
	Månedlig	0,19	-1,9	0,0	-6,3	-0,77	-0,3	-18,9	-23,9	0,49	<b>3,2</b>	-3,5	-2,5	0,17	<b>7,4</b>	<b>22,2</b>	<b>2,7</b>
Periode 4	Årlig	0,49	0,0			0,43	0,0			0,77	0,0			0,67	0,0		
	Halvårlig	0,39	-2,7	0,0		-0,28	-21,0	0,0		1,00	<b>5,6</b>	0,0		-0,03	-21,2	0,0	
	Kvartalsvis	0,91	<b>10,6</b>	<b>12,9</b>	0,0	0,27	-4,9	<b>16,2</b>	0,0	1,20	<b>9,8</b>	<b>4,5</b>	0,0	0,09	-17,4	<b>3,8</b>	0,0
	Månedlig	0,78	<b>7,7</b>	<b>10,1</b>	-3,3	0,05	-11,4	<b>10,0</b>	-6,5	1,05	<b>6,7</b>	1,2	-3,6	0,00	-20,2	1,0	-2,8
Periode 5	Årlig	0,26	0,0			-0,19	0,0			0,17	0,0			-0,05	0,0		
	Halvårlig	0,07	-7,7	0,0		-0,08	<b>4,8</b>	0,0		-0,07	-10,0	0,0		-0,36	-12,4	0,0	
	Kvartalsvis	0,09	-6,9	0,7	0,0	-0,15	1,8	-3,0	0,0	0,06	-4,5	<b>5,4</b>	0,0	0,03	<b>3,2</b>	<b>16,0</b>	0,0
	Månedlig	-0,01	-11,1	-3,4	-4,2	-0,47	-10,9	-15,5	-12,6	-0,14	-12,9	-2,9	-8,3	-0,23	-7,6	<b>5,0</b>	-10,7

Tabell 14: Sharpe ratio til out-of-sample optimerte porteføljer fordelt på delperioder (1990–2014) med tilhørende Z-test verdier. Z-verdi over kritisk verdi (1,96) er markert med fet skrifttype. \* indikerer statistisk signifikant 5 %





Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
67 23 00 00  
[www.nmbu.no](http://www.nmbu.no)