





*Optimal håndtering av flaskebalsler i et kraftnett gir også kostnader, men dette er ikke et effektivitetstap. I et fritt marked er priser viktig for formidling av kostnadsinformasjon, også kapasitetskranker, som en alltid vil ha i et optimalt utbygd nett. Tilslores informasjonen trekkes markedet vekk fra den optimale allokeringen. Dersom en håndterer flaskebalsene på en suboptimal måte medfører dette en samfunnsøkonomisk kostnad, som måles som differansen mellom denne og den samfunnsøkonomisk optimale. Denne kostnaden er derfor en pris for færre priser.*



## **Forord**

Denne oppgaven avslutter mitt masterstudie i økonomi og administrasjon med spesialisering i energiøkonomi. Det har vært spennende og lærerikt å fordype seg i et emne innen kraftprising.

Mine veiledere, Olvar Bergland og Torstein Bye, fortjener en stor takk for god hjelp underveis i arbeidet med oppgaven. Uten deres hjelp hadde jeg antakelig aldri kommet i mål. Videre vekket deres engasjement og formidlingsevne min interesse for kraft- og energimarkeder.

Takk til Statnett generelt og Pål Kristian Myhrer Vormedal spesielt, for datatilgang og behjelpelighet tilknyttet oppgaven. Uten tilgang til datamaterialet hadde ikke min analyse vært mulig. Medstudent Kevin Kaushal fortjener og å takkes for gode diskusjoner i arbeidet med masteroppgaven og andre kurs.

Alle feil og mangler er undertegnede ansvar.

Ås, 12. mai 2015

Eivind N. Skjærven



## **Sammendrag**

Organisering av kraftmarkeder har vært et sentralt emne innen energiøkonomi siden bølgen av deregulering på slutten av 1980- og tidlig 1990-tallet. Nodeprising av kraft er anerkjent som den samfunnsøkonomisk mest effektive måten å håndtere flaskehalser i et kraftnett. I NordPool-området benyttes ikke denne markedsorganiseringen, men en forenklet soneprismodell som krever spesialregulering innen sonen. I denne masteroppgaven benyttes betinget optimering til å løse en forenklet optimal lastflytmodell. Dette gjøres for et teoretisk nettverk for å gi et estimat på mulige effektivitetsgevinster ved et nodeprisregime kontra soneprising i den norske delen av NordPool. Selv om modellen er en vesentlig forenkling av det faktiske problemet, gir analysen med mine forutsetninger indikasjoner på at betydelige effektivitetsgevinster er realiserbare.





## **Abstract**

Organization of power markets has been a central topic in energy economics since before the wave of deregulation in the late 1980s and early 1990s. Nodal pricing of electricity is widely acknowledged as the optimal regime for handling transmission bottlenecks in a network. In the NordPool area, a simplified zonal price regime is applied. The management of bottlenecks in this regime requires the network administrators to perform counter trade within predefined zones. In this Master thesis, I implement a constrained optimization formulation of a simplified optimal load flow model. The model handles a theoretical network and yields estimates for possible efficiency gains from changing from zonal pricing to nodal pricing in the Norwegian part of the NordPool area. Although the actual problem is much more complex than what is included in the model, it indicates the possibility of substantial efficiency gains.



# Innhold

Forord .....	iii
Sammendrag.....	v
Abstract.....	vii
Innhold.....	ix
Figurfortegnelse .....	x
Tabellfortegnelse .....	xi
1. Innledning.....	1
2. Bakgrunn .....	3
2.1 Hvorfor prisområder? .....	3
2.2 Diskusjon rundt optimalt antall prisområder etter høyprisperiode i 2010.....	3
2.3 Ulike soneprismodeller .....	4
2.4 Historikk om spesialreguleringskostnader.....	4
3. Teori.....	5
3.1 Nodeprising .....	5
3.1.1 Flaskehals .....	5
3.1.2 Tap.....	6
3.1.3 Hjelpetjenester .....	6
3.2 Flaskehalshåndtering .....	6
3.2.1 Sonepriser og markedsrett .....	9
3.3 Modellering av vekselstrømnett.....	9
4. Problemstillinger .....	11
4.1 Vil flaskehalshåndtering med nodepriser gi en samfunnsøkonomisk bedre løsning enn dagens spesialregulering?.....	11
4.1.1 Er regulering av last relativt mindre effektivt enn produksjonsregulering? .....	11
4.1.2 Økt markedsfleksibilitet reduserer effektivitetstapene – hvordan maksimere gevinsten? .....	11
5. Metode.....	13
5.1 Optimal økonomisk lastflyt ved hjelp av betinget optimering.....	13
5.1.1 Etterspørsels- og tilbudskurvenes funksjonelle form.....	14
5.1.2 Nettverkets topologi .....	15
5.1.3 Optimal lastflyt.....	15
5.2 Valg av elastisiteter .....	16
5.2.1 Etterspørselastisiteter .....	16

5.2.2 Tilbudselastisiteter .....	16
6. Analyse.....	19
6.1 Beskrivelse av datasettet.....	19
6.2 Kalibrering av modellen.....	19
6.2.1 Uten effektiv flaskehals.....	20
6.2.2 Med én effektiv flaskehals .....	22
6.2.3 Med to effektive flaskehals .....	23
6.2.4 Med én effektiv flaskehals, regulert til en prissone.....	24
6.3 Simuleringer.....	25
6.3.1 Forenkling av etterspørselsetastisiteter .....	25
6.3.2 Resultat av simuleringer.....	26
6.3.3 Sammenlikning av velferdseffekter ved regulering på tilbuds- og etterspørselssiden ....	26
6.4 Sensitivitetsanalyse.....	29
6.4.1 Variasjon av elastisitet for alle produsenter .....	29
6.4.2 Variasjon av elastisitet for nedregulert produsent .....	30
6.4.3 Variasjon av elastisiteter på etterspørselssiden.....	32
7. Diskusjon.....	33
7.1 Forenklinger.....	33
7.2 Elastisiteter.....	35
7.3 Validitet av resultater.....	37
8. Konklusjon.....	39
9. Litteraturliste.....	41
10. Vedlegg.....	A
10.A1 GAMS-kode for beregning av PTDF.....	A
10.A2 Antakelser for simuleringene .....	D
10.A3 GAMS-kode for optimering .....	E
10.A4 Matematisk vedlegg.....	Q

## Figurfortegnelse

Figur 1 Optimale og forenklede sonepriser. Kilde: Bye et al (2010: 36).....	4
Figur 2 Node 1, lavprisområde. Node 2, høyprisområde. Mulighet for overføring gir én pris. ....	7
Figur 3 Effektivitetstap ved nodeprising og motkjøp.....	8
Figur 4 Tilpasning i node uten tilførsel til systemet. ....	14
Figur 5 Teoretisk nettverks topologi.....	15

Figur 6 Flyt i modellen uten flaskehalsler. ....	20
Figur 7 Fordeling av effektivitetstapratene. ....	28
Figur 8 Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselasticitet i alle noder. ....	29
Figur 9 Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselasticitet i regulert node. Elasticitet 0,05-0,5. ....	<b>Feil! Bokmerke er ikke definert.</b>
Figur 10 Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselasticitet i regulert node. Elasticitet 0,001-0,5. ....	<b>Feil! Bokmerke er ikke definert.</b>
Figur 11 Sensitivitetsanalyse – differanse mellom etterspørselselasticitet i mest og minst pris-elasticke noder. ....	32
Figur 12 Sensitivitetsanalyse – økt nivå etterspørselselasticiteter. Konstantdifferanse lik 0,01. ....	32
Figur 13 Sammenstilling av kurver benyttet av E. Bjørndal et al (2012) (venstre) og kurver basert på kapittel 5.1.1. Kilde: E. Bjørndal et al. (2012). ....	33
Figur 14 Illustrasjon av endring i effektivitetstap. ....	36

## Tabellfortegnelse

Tabell 1 Spesialreguleringens volum 2007-2013 (GWh). Kilde: (NVE, 2014). ....	4
Tabell 2 Regnskapsmessige kostnader i MNOK ved spesialregulering 2007-2013. Kilde: (NVE, 2014). ....	4
Tabell 3 PTDFer for nettverk benyttet i analysen. ....	15
Tabell 4 Maskin- og programvare benyttet i analysen. ....	19
Tabell 5 Elasticiteter benyttet i kalibreringen. ....	19
Tabell 6 Resultat av kalibrering uten flaskehals. ....	21
Tabell 7 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, uten flaskehals. ....	21
Tabell 8 Resultat av kalibrering med én flaskehals. ....	22
Tabell 9 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med én flaskehals. ....	22
Tabell 10 Resultat av kalibrering med to flaskehals. ....	23
Tabell 11 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med to flaskehals. ....	23
Tabell 12 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med én flaskehals, spesialregulering. ....	24
Tabell 13 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med en flaskehals og spesialregulering. ....	24
Tabell 14 Resultat av 18 simuleringer (Effektivitetstapverdier i NOK). ....	26
Tabell 15 Reguleringer av forbruk/etterspørselsiden. ....	27
Tabell 16 Reguleringer av produksjon/tilbudssiden. ....	27
Tabell 17 Sammenligning av velferdseffekter ved node- og sonepris. Jfr. Green (2007: 140). ....	37
Tabell 18 Relative effektivitetstap beregnet av E. Bjørndal et al. (2012). ....	38
Tabell 19 Antakelser for de 18 simuleringene, del 1. ....	D
Tabell 20 Antakelser for de 18 simuleringene, del 2. ....	D



## 1. Innledning

Nodeprising av strøm er allment anerkjent som det mest effektive prisregimet i et deregulert kraftmarked, på tross av dette er det få markeder i verden hvor nodeprising er implementert (NVE, 2012: 17). I Norge praktiseres ikke nodeprising, delvis grunnet motstand fra kraftprodusenter, leverandører og tradere (Montel, 2015), samt at implementering av et rent nodeprisregime er utfordrende (NVE, 2012).

Kraftsystemet i Norge driftes etter N-1 kriteriet. N-1 kriteriet sier at dersom en komponent i nettet faller ut skal det eksistere en komponent som overtar. Når systemet faktisk driftes etter nevnt kriterium skal sluttbrukerne ikke utsettes for strømbrudd (Bye et al., 2010: 9). N-1 kriteriet og de fysiske begrensningene på overføringskapasitet resulterer i overføringsskranger, eller flaskehals, mellom komponenter i nettet. Flaskehalsene kan håndteres ved å la markedet deles i flere prisområder eller ved å regulere markedsaktørene.

I Norge opereres det per 12. mai 2015 med fem budområder. Budområdene reflekterer viktige skranger på overføringskapasitet mellom komponenter i nettet. I realiteten er det mange flere overføringsbegrensninger i nettet enn hva disse fem områdene reflekterer. Med utbygging av store utenlandskabler og et økende kraftforbruk i den norske delen av NordPool har overføringskapasiteten i Norge blitt knappere og knappere (NVE, 2012). Dette reflekteres blant annet av at Statnett (systemansvarlig) per 16. april 2015 vurderer opprettelse av et sjette prisområde i Norge (Montel, 2015).

Ved implementering av nodeprising i Norge vil det ved aktive flaskehals kunne oppstå svært mange prisområder. Motstanden mot nodeprising fra tidligere nevnte markedsaktører skyldes at disse mener markedet vil bli uoversiktlig ved mange prisområder. Det er også bekymring for mulig markedsrett ved flere prisområder, men mulighetene for dette bestemmes av flaskehalsene i nettet, antallet aktører og deres størrelse (NVE, 2012). Markedsrett forsvinner ikke ved å se bort fra aktørenes lokalisering og overføringsforhold i prismekanismen. Derimot er soneprisregimet en organisering med flere budrunder i samme marked som kan ha ufordelaktige konsekvenser (Bye et al., 2010; Holmberg & Lazarczyk, 2015). Det kan videre diskuteres hvorvidt flaskehals er eksogene (Mirza & Bergland, 2015). Den diskusjonen holdes utenfor denne oppgaven.

Med dagens markedsdesign håndterer Statnett flaskehals internt i budområdene med spesialregulering. I denne oppgaven brukes begrepene motkjøp og spesialregulering om hverandre. Spesialreguleringen gjøres ved «pay-as-bid»-aktivering av bud i regulerkraftmarkedet. I et optimalt dimensjonert nettverk vil det fra tid til annen oppstå flaskehals, og det antas at nodeprising er den optimale måten å håndtere disse flaskehalsene på. Når systemansvarlig reguler markedet oppstår normalt et effektivitetstap. Det er viktig å bemerke at spesialregulering kan realisere samme teoretiske effektivitetstap som nodeprising. Dette forutsetter at det kan gjøres perfekt prisdiskriminering på tilbuds- og etterspørselssiden de i nodene det oppstår en overføringsbegrensning mellom (Bye et al., 2010: 40) og at det ikke utøves markedsrett i regulerkraftmarkedet.

I denne masteroppgaven gis en indikasjon på gevinsten ved overgang til et nodeprisregime i den norske delen av det nordiske kraftmarkedet, ved å analysere de samfunnsøkonomiske effektene av Statnetts spesialreguleringer. Det vektlegges deretter å analysere markedsfleksibilitetens effekt på den mulige effektivitetsgevinsten ved å håndtere flaskehalsene med nodeprising. I oppgaven benyttes begrepet effektivitetstaprate. Dette er effektivitetstapet ved spesialregulering delt på effektivitetstapet ved markedsdeling. Effektivitetstapet ved nodeprising må tolkes teoretisk da dette faktisk er den optimale måten å håndtere flaskehalsene på.

Kapittel to gir en grundigere innføring i nodeprising og tidligere diskusjoner rundt markedsdesignproblematikken. I kapittel tre redegjøres det for de viktigste prinsippene i nodepristeorien, før kapittel fire introduserer problemstillingene som belyses. I det femte kapitlet redegjøres det for den betingede optimeringsmodellen som benyttes for å komme frem til resultatene i analysekapitlet. I kapittel syv diskuteres resultatene og modellen grundigere. Dette leder frem til oppgavens konklusjon i kapittel åtte.



## 2. Bakgrunn

### 2.1 Hvorfor prisområder?

Kraften benyttes til ulike formål på forskjellige lokasjoner, og derfor verdsetter sluttbrukere kraften forskjellig. På samme måte kan kraft produseres ved hjelp av ulike teknologier med ulik kostnadsstruktur. Likevel er kraft et homogent gode som i et fritt marked vil gi lik pris. Imidlertid vil det potensielt være svært mange ulike priser om kraften *ikke* kan handles fritt mellom ulike områder. Dersom det er ubegrenset mulighet for handel mellom områdene, det vil si ingen flaskehals, vil prisen være lik i alle områder.

Ethvert sted i nettverket med produksjon eller last (forbruk) refereres til som en node. Budområdene består av mange noder og er strukturert slik at vedvarende flaskehals mellom enkelte noder deler markedet. Dette gjøres fordi det ikke er hensiktsmessig å gjøre spesialregulering ved større og vedvarende flaskehals i nettet (NVE, 2012: 12). Soneprising er en aggregert og potensielt mindre nøyaktig tilnærming til geografisk prisvariasjon enn slik nodeprising defineres i kapittel 3. Hvordan denne aggregeringen gjøres er ikke tilforlataelig (E. Bjørndal et al., 2012).

### 2.2 Diskusjon rundt optimalt antall prisområder etter høyprisperiode i 2010

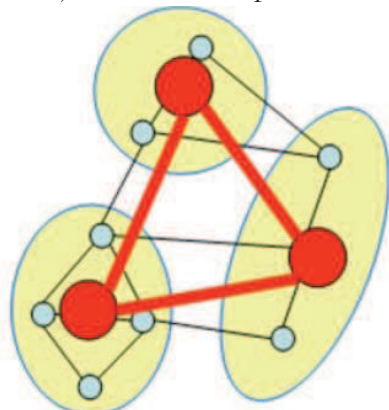
Vinteren 2009/2010 oppstod en periode med svært høye priser. Sommeren 2010 nedsatte derfor regjeringen et ekspertutvalg som skulle se på årsaken til disse de ekstreme prisene. Dette resulterte i rapporten, «Flere og riktigere priser – Et mer effektivt kraftsystem» også kalt «Bye-rapporten». Vinteren 2010/2011 var det igjen meget høye priser. Med unntak av Nord-Norge og Midt-Norge hvor prisene var noe lavere denne vinteren, steg prisene med 4% - 23 % i første kvartal 2011. (NVE, 2011a)

I kjølvannet av dette var det jevnlig diskusjoner rundt strømprisene i media. Høsten 2011 kunne Nationen presentere en undersøkelse gjort av Sentio der 8 av 10 forbrukere ønsket én pris på strøm i hele landet (TV2, 2011). Tidligere konsernsjef i NTE Torbjørn R. Skjerve mente også at dette var et viktig mål som enkelt kunne realiseres (Teknisk Ukeblad, 2010) . NTE henvendte seg derfor til daværende olje- og energiminister Ola Borten Moe hvor de fremmet dette synspunktet. Ministeren avviste at én strømpris burde være et politisk mål, begrunnet med at det ikke ville utnytte fleksibiliteten i kraftsystemet (Teknisk Ukeblad, 2011).

«Bye-rapporten» konkluderte med at for å hindre dannelse av ekstrempriser burde en nærme seg en nodeprismodell (Bye et al., 2010: 10). I en nodeprismodell reflekterer flere ulike elektrisitetspriser de lokale fundamentale forhold og overføringsbegrensninger på en så detaljert måte som mulig. Det er nettopp den korrekte beskrivelsen av overføringsforholdene i prisfastsettelsen som gir en optimal prismekanisme.

## 2.3 Ulike soneprismodeller

Som nevnt i kapittel 2.1 kan sonepriser beregnes på ulike måter. Bjørndal et al. (2012: 4) beskriver forskjellen mellom optimale sonepriser og forenklete sonepriser. I en optimal soneprisberegning



**Figur 1 Optimale og forenklete sonepriser. Kilde: Bye et al (2010: 36).**

hensyntas nettverket på nodenivå og man løser optimeringen av lastflytproblemet med sidevilkåret at priser i gitte noder skal være like. En aggregerer altså ikke opp nettverket i prisfastsettelsesmekanismen, men legger kun til flere sidevilkår.

Forenklete sonepriser kan for eksempel beregnes ved å aggregere opp nettet til et mindre detaljert nivå. Hvordan aggregeringen bør gjøres er ikke ukomplisert og å neglisjere nettverkets topologi (nettverkets oppbygning) kan potensielt være meget kostbart. Figur 1 illustrerer hvordan en optimal soneprismodell hensyntar alle åtte noder og linjer med sidevilkår om lik pris i tre områder, mens en forenklet modell kun tar hensyn til de tre røde linjene.

## 2.4 Historikk om spesialreguleringskostnader

Størrelsen på spesialreguleringskostnadene varierer fra år til år, avhengig av blant annet hydrologiske forhold, revisjoner og enkelthendelser (NVE, 2014). Tabell 1 nedenfor viser spesialreguleringens volum i perioden 2007-2013.

**Tabell 1 Spesialreguleringens volum 2007-2013 (GWh). Kilde: (NVE, 2014).**

År	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Regulert kvantum ned	1681	566	791	318	638	791	475
Regulert kvantum opp	398	377	399	542	381	242	366
<b>Totalt</b>	<b>2079</b>	<b>943</b>	<b>1190</b>	<b>860</b>	<b>1019</b>	<b>1033</b>	<b>841</b>

Spesialregulering gjøres ved «pay-as-bid»-aktivering av bud gitt i regulerkraftmarkedet. «Pay-as-bid» vil si at produsenten mottar betaling lik prisen den selv bød inn i regulerkraftmarkedet, ikke markedsklarere pris. Tabell 2 viser de regnskapsmessige kostnadene Statnett hadde direkte knyttet til spesialregulering i 2007-2013. Denne oppgaven forsøker å gi et estimat på forholdet mellom de samfunnsøkonomiske kostnadene ved å håndtere flaskehalsene med spesialregulering, kontra å gjøre dette med nodeprising. Det ses i stor grad vekk fra endrede kostnader for systemansvarlig grunnet endret informasjonsflyt etc. ved å gå fra en sone- til en node-prisstruktur.

**Tabell 2 Regnskapsmessige kostnader i MNOK ved spesialregulering 2007-2013. Kilde: (NVE, 2014).**

År	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
Inntakt nett, overlast	54	50	50	75	44	44	38
Inntakt nett, spenning	5	6	8	28	0	2	1
Revisjoner	50	38	75	32	57	54	43
Feil/utfall	6	19	18	5	46	19	20
Annet	1	4	4	2	1	2	2
<b>Totalt</b>	<b>115</b>	<b>117</b>	<b>154</b>	<b>143</b>	<b>147</b>	<b>121</b>	<b>104</b>

I 2014 økte spesialreguleringskostnadene til ca. 272 MNOK totalt, volumet var 2004 GWh i samme år.

## 3. Teori

### 3.1 Nodeprising

Nodeprising, og kjent som Locational Marginal Pricing, krediteres gjerne til Schweppe et al. og deres *Spot Pricing of Electricity* (1988). I Norge var dette et kjent prinsipp da Vidkun Hveding introduserte dette allerede i 1969 i publikasjonen *Optimum structure of a country's energy production : digital simulation techniques in power system planning* (Hveding, 1969). Hvedings studie hadde derimot større fokus på optimal kapasitetsutnyttelse av kraftverk, og mindre fokus på fysikkens påvirkning i overføringen. Schweppe et al. ble anerkjent for å utarbeide en prismekanisme som tar hensyn til de fysiske begrensningene i nettet (Schweppe et al., 1988: Vedlegg D). Denne mekanismen definerer kraftpriser konsistente med marginalkostnad (inkludert levering) til alle noder i nettet. Viktigheten av å ta hensyn til overføringsnettet i prismekanismen er stor fordi det er en kostnad knyttet til levering av kraft. Den kortsiktige kostnaden ved kraftlevering består av tre hovedkomponenter

- i) flaskehalskostnader
- ii) tap som følge av resistans i nettet
- iii) kostnaden som bæres av systemoperatøren ved levering av hjelpetjenestene reaktiv kraft og roterende masse (M. Bjørndal, 2000: 21).

Ignorerer en overføringskostnader vil en på lang sikt potensielt gi feil insentiver for utbygging av ny produksjons- og overføringskapasitet.

Prinsipielt kan en tenke seg å beregne priser på en hvilken som helst handelsvare ved ulike steder, men totalt ignorerer kostnadene ved å få levert varen til gitt salgssted. Flaskehalskostnader, som redegjøres nærmere for i kapittel 3.2, er alternativkostnaden som oppstår ved at det aktiveres produksjon fra en produsent med høyere marginalkostnad enn den billigste kraften i nettet (out-of-merit order dispatch).

Motstanden i nettet fører til at deler av kraften som tilføres går tapt under overføring. Ignorerer dette vil en realisere en ikke-effektiv markedstilpasning. Kraftoverføringens fysikk har den konsekvens at normale spatiale prismodeller ikke kan overføres direkte til kraftmarkedet. Dessverre gjør dette at analogien med varehandel ikke er overførbar til at nodeprisforskjellen vil være forskjellen i transportkostnader (Wu, Varaiya, Spiller, & Oren, 1996: 22).

#### 3.1.1 Flaskehals

Flaskehals oppstår dersom ønsket overføring er større enn linjenes termiske kapasitet. Kirchoffs lover styrer kraftflyten og gjør håndteringen av disse flaskehalsene til et mer komplekst problem enn det kan synes som ved første øyekast. Å redusere overføring på en linje med bindende skranke vil ikke bare påvirke flyten på denne linjen, men det vil påvirke flyten på flere andre linjer i nettet avhengig av nettverkets topologi. Det finnes utallige numeriske eksempler på dette ved hjelp av små nettverksmodeller, et av de bedre finnes i Chao & Pecks *Reliability Management in Competitive Electricity Markets* (1998). Her viser de hvordan Power Transfer Distribution Factors (PTDF) beregnes for et nettverk med seks noder og åtte linjer. M. Bjørndals doktoravhandling *Topics on Electricity Transmission Pricing* (2000) gir en intuitiv innføring i endringer i kraftflyt. Bjørndal beregner PTDFer for et 4 noders nettverk og konkluderer med at «...flaskehals i et nettverk er et nettverksproblem, og ikke et linjeproblem» (M. Bjørndal, 2000: 16-19). PTDFer for nettverket benyttet i denne analysen presenteres i kapittel 5.1.3.

### 3.1.2 Tap

Ved overføring går noe av kraften tapt da det er motstand i linjene. Den tapte kraften omgjøres til varme. Overføringstapet øker kvadratisk med overføringen, og totalt overføringstap tilsvarer normalt 2-5% av total kraftproduksjon i systemet (M. Bjørndal, 2000: 13). Marginaltapet er - som navnet tilsier – den deriverte av tapet. Marginaltapet er symmetrisk med hensyn på innmating og uttak av nettet, det vil si at marginaltap ved innmating tilsvarer det negative marginaltap ved uttak. Derfor vil innmating eller uttak i en node kunne avlaste nettet. Av den årsak kan den merkelige konsekvensen at en aktør kompenseres for uttak oppstå i enkelte situasjoner (Statnett, 2013c).

### 3.1.3 Hjelpetjenester

Reaktiv kraft og roterende masse er nødvendig for å drifte et kraftsystem, systemoperatøren håndterer disse hjelpetjenestene. Kostnaden av disse tjenestene av bæres derfor av systemoperatøren.

Reaktiv kraft er et konsept som kan virke illusorisk for en økonomisk orientert leser. I Hogans *Contract Networks for Electric Power Transmission* siterer han Reason på følgende, «... *To best understand reactive-power compensation, simply accept the fact that VARs (reaktiv kraft, forf. anm.) must be supplied to a transmission line to compensate for reactive power consumption. Do not try to understand the meaning of reactive power in physical terms*» (Hogan, 1992: 219). Det er allikevel en verdi i å vite at komplett beskrivelse av et kraftsystem tar hensyn til reaktiv kraft, og at reaktiv kraft er nyttig for å kontrollere spenningen i systemet (M. Bjørndal, 2000: 7).

Roterende masse er potensiell kraftproduksjon fra produsenter som er koblet til systemet og som ved eventuell feil kan øke produksjon i løpet av kort tid, normalt 10 minutter. Roterende masse er viktig for leveringssikkerheten da det gjør systemet mer fleksibelt (California ISO, 2006: 1).

## 3.2 Flaskehalshåndtering

For å håndtere flaskehalser har markedsansvarlig prinsipielt to valg

- i) markedsdeling eller
- ii) motkjøp.

Markedsdeling betyr å tillate prisvariasjon i mellom de ulike nodene. Med markedsdeling menes å tillate prisvariasjon mellom de ulike nodene. Det tillegges ikke andre restriksjoner enn å begrense flyten mellom nodene, slik at linjene ikke skades og at eventuelle utfall kan håndteres av systemansvarlig. Dersom markedsdelingen gjøres korrekt vil konsumenter og produsenter i ulike noder få korrekte allokeringssinsentiver, og nodeprising som beskrevet i avsnitt 3.1 er et resultat av en optimal lastflytberegning (Bye et al., 2010: 35).

Nodeprising slik det er beskrevet ovenfor er lite benyttet, men flere markeder i USA, Sør-Amerika samt New-Zealand og Australia er eksempler på markeder hvor detaljerte nettverksbeskrivelser er inkludert i prisfastsettelsesmekanismen (Holmberg & Lazarczyk, 2015; NVE, 2011c).

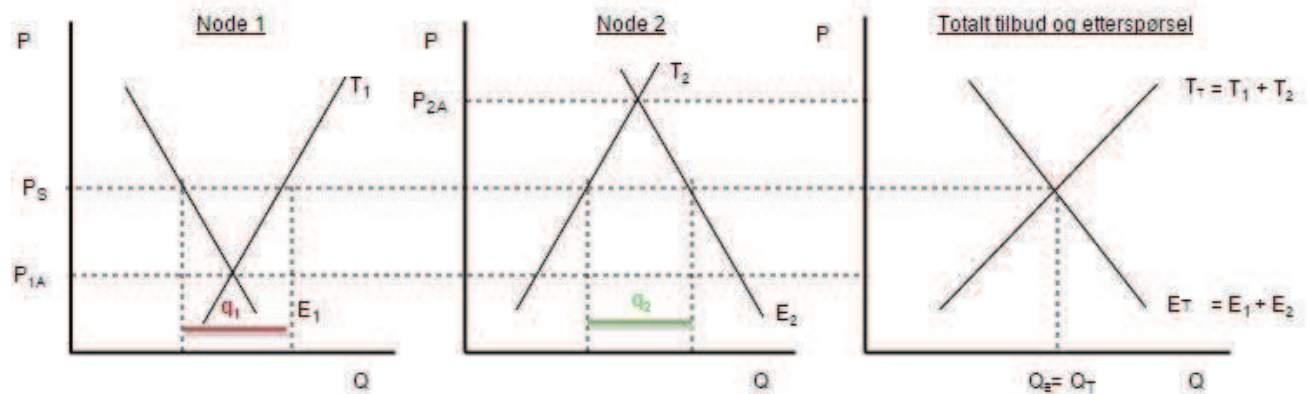
Nodeprismodeller benyttes derimot i stor grad til å analysere samfunnsøkonomiske effekter av andre markedsmodeller, da nodeprismodellen realiserer den økonomisk optimale allokeringen uavhengig av potensielle flaskehalser.

Som et alternativ til nodepriser kan en organisere markedet i prissoner, som beskrevet i kapittel 2.3. Dette innebærer å aggregere nettmodellen til et mindre nøyaktig nivå og la prisene variere mellom områdene med de hyppigste flaskehalsene. Eventuelt kan en også si at hele systemet skal være én prissoner, slik Sverige var til 2011, da ignorerer alle flaskehals i markedsmekanismen. Dersom en velger en av disse prisregimene må systemoperatøren som nevnt gjøre motkjøp for å håndtere flaskehals internt i prisområdene.

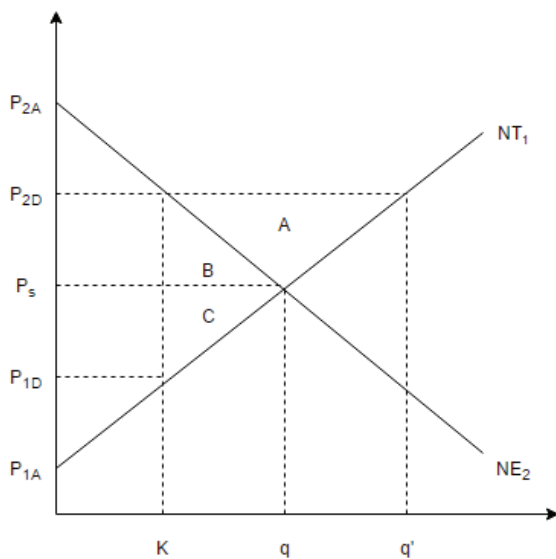
Statnett gjør motkjøp (spesialregulering) for å håndtere flaskehals internt i budområdene. Dette gjør de for å «flytte» flaskehalsene til de definerte grensene mellom budområder. Dersom spesialreguleringskostnader over en periode anslås å overstige 20 millioner kroner skal det vurderes å opprette et nytt budområde (Statnett, 2013a: 15). Potensielt kan motkjøp realisere samme effektivitetstap som nodeprising, men det forutsetter at det er perfekt konkurranse i regulerkraftmarkedet. Følgende beskrivelse bygger på «Bye-rapporten» (Bye et al., 2010: 39-40).

Dersom en antar to noder hvorav det ene er en høyprisnode og det andre er en lavprisnode vil kraft flyte fra høyprisnode til lavprisnode, gitt fravær av flaskehals. Ved ubegrenset kraftflyt mellom de to nodene vil prisen bli lik i begge noder. Dersom det er begrenset overføringskapasitet mellom nodene vil systemansvarlig ha to alternativer. Å dele markedet i flere prisområder eller å kjøpe kapasitet opp eller ned i nodene (spesialregulering).

Figur 2 viser node 1 som lavprisnode og node 2 som høyprisnode og hvordan disse får samme pris dersom et ubegrenset kvantum kan overføres fra node 1 til node 2. I dette eksempelet overføres kvantumet  $q_1$  fra node 1 til node 2, tilsvarende importen  $q_2$ .  $P_{1A}$  og  $P_{2A}$  viser autarkipriser (priser ved ingen mulighet for import/eksport) i hver av nodene.



Figur 2 Node 1, lavprisområde. Node 2, høyprisområde. Mulighet for overføring gir én pris.



**Figur 3 Effektivitetstap ved nodeprising og motkjøp.**

Figur 3 viser hvordan netto etterspørsel fra node 2 og netto tilbud fra node 1 kobles sammen og illustrerer forskjellen i samfunnsøkonomisk effektivitet ved markedsdeling og motkjøp.  $P_{1A}$  og  $P_{2A}$  betegner priser, som i figur 2, ved en autarkisk tilpasning i nodene.  $NT_1$  og  $NE_2$  viser netto tilbuds- og etterspørselskurve fra node 1 og 2 dersom de kan selge og kjøpe mer enn det deres autarkitilpasning tillater. En kan se at dersom det ikke er noen begrensning på overføring mellom node 1 og node 2 vil prisen være  $P_s$  i begge noder og mengden  $q$  vil overføres fra node 1 til node 2, på samme måte som forklart i figur 2.

Dersom det er begrenset overføring mellom de to nodene ( $K$  i figur 2) vil prisen i node 1 bli  $P_{1D}$  og i node 2 bli  $P_{2D}$  ved nodeprising. Det samfunnsøkonomiske effektivitetstapet av denne løsningen er arealet av B og C. Alternativet til denne allokeringen, gitt flaskehalsen, er én pris og motkjøp. Fellesprisen for de to områdene er da  $P_{2D}$  da den MWh med høyest marginalkostnad bestemmer prisen i prissonen.

Produsenten lokalisert i node 1 vil ved prisen  $P_{2D}$  ha insentiver til å produsere kvantumet markert  $q'$ , som ikke er en mulig løsning. Spesialregulering benyttes da for å redusere produksjon og/eller last slik at det realiseres en mulig løsning.

Hvis spesialreguleringen kun gjøres mot tilbudssiden må lavprisprodusenten i node 1 kompenseres med differansen mellom den prisen de kunne solgt til ( $P_{2D}$ ) og profitten de ville hatt ved å produsere disse enhetene (alternativkostnaden av produksjon). Dette tilsvarer arealet av A, B og C. Dersom systemansvarlig har mulighet til å gjøre førstegrads prisdiskriminering på tilbuds- og etterspørselssiden vil de kunne realisere samme teoretiske effektivitetstap som nodeprising. Dette kan gjøres ved å kompensere konsumenter i node 2 for å redusere deres forbruk og dermed kompensere produsentene i node 1 med en lavere total kostnad (Bye et al., 2010: 40). Igjen nevnes forutsetningen for at effektivitetstapet er likt, at det ikke er noen markeds makt i regulerkraftmarkedet som muliggjør strategisk atferd.

Green (2007) estimerer i *Nodal Pricing of Electricity: How much does it cost to get it wrong?* at den totale velferdsøkningen av å gå fra et prisområde til optimale nodepriser er 1,3% av kraftprodusentenes inntekter. Han viser og at nodepriser – i samsvar med teorien - gir riktigere investeringsinsentiver. Videre beregner Green at markedsorganisering med én pris har et høyere effektivitetstap enn en modell som tillater begrenset markedsdeling ved å betale ulike priser til kraftprodusentene, men opprettholder uniform pris til konsumenter (Green, 2007: 139).



### 3.2.1 Sonepriser og markedsmakt

Holmberg & Lazarczyks *Comparison of congestion management techniques: Nodal, zonal and discriminatory pricing* (2015) støtter opp om Greens funn vedrørende investeringsinsentiver. De gjør videre en studie av mulige markedsimperfeksjoner ved valgt prisregime og har flere interessante funn.

Ved valg av sone- eller uniformprising får en to sekvensielle markeder, dette gir rom for strategisk atferd fra kraftprodusentene (Holmberg & Lazarczyk, 2015: 146). De svenske forskerne viser at selv i markeder med fri konkurranse gir disse sekvensielle markedene uheldige insentiver til kraftprodusentene. Kraftprodusentene har mulighet til å maksimere profitt ved å strategisk melde inn bud for de MWh som er innenfor den markedsklarerende MWh. Dette gjør de ved å spille et såkalt increase – decrease (inc-dec) spill. Inc-dec spillet kan utøves av produsenter i noder med eksportsranke. Til og med når de ikke produserer kraft selv kan de selge kraft i spotmarkedet i første runde (til høy pris) og kjøpe denne tilbake i andre runde i regulerkraftmarkedet (til lav pris). En slik strategisk oppførsel har blitt observert i flere kraftmarkeder. For ytterligere diskusjon henvises til Holmberg & Lazarczyk (2015: 148-156) Mulighet for slik strategisk oppførsel bør tas med i betraktningen ved valg av prisregime.

Green (2007) gjør også en analyse av potensiell markedsmakts effekt på den mulige besparelsen ved overgang fra en soneprismodell eller uniformprising til en nodeprismodell. I utgangspunktet er Greens estimat at den mulige besparelsen er henholdsvis 1,2 % av produsentenes totalinntekt ved overgang fra sonepriser til nodepriser. Dersom det utøves markedsmakt er derimot den samme potensielle besparelsen 2,3%. Selv om økningen er på kun 1,1 prosentpoeng tilsvarer dette en økning på 92%. En ytterligere diskusjon rundt Greens estimater foreligger i kapittel 7.

Dessverre er en analyse av utøvelse av markedsmakt i regulerkraftmarkedet ikke inkludert i denne oppgaven, men er svært interessant for videre forskning.

### 3.3 Modellering av vekselstrømnett

Ved modellering av kraftoverføring er det vanlig å gjøre flere vesentlige forenklinger. Dersom en skal fult ut modellere et vekselstrømsystem (AC-system) jobber en med et krevende ikke-lineært system. Ikke-lineariteten kommer av de fysiske variablenes samspill, da det er heterogen gjensidig avhengighet mellom disse (Purchala, Meeus, Van Dommelen, & Belmans, 2005: 2).

Optimeringen må løses ved hjelp av en ikke-lineær iterativ metode da problemet er ikke-konvekst og har flere lokale optimum (Kristjánsson, 2013: 3). M. Bjørndal (2000: 9-16) gir en god introduksjon til utfordringene ved å modellere vekselstrømnett.

En forenklet tilnærming til modellering av kraftoverføring i et økonomisk perspektiv er en likestrøms-modell hvor tap ignoreres. Denne tilnærmingen realiseres ved å anta at fasevinkelen mellom strøm og spenning er 0, og da jobber man med en likestrømstilnærming (DC-tilnærming). Slik forenkles beregningen signifikant. De ikke-lineære kraftflytlikningene fra vekselstrømmodellen erstattes da med noen lettere håndterbare lineære kraftflytlikninger (M. Bjørndal, 2000: 15 - 17).

Likestrømstilnærmingen benyttes i analysen i kapittel 6 og kraftflytlikningene redegjøres nærmere for i avsnitt 5.1. Hvorvidt en lineær DC-modell faktisk kan brukes til å analysere aktiv kraftflyt er avhengig av at forutsetningene i forenklingen holder. De viktigste forutsetningene for gyldighet av en DC-modell i et AC-nett er de to følgende;

- i) flatest mulig voltprofil og
- ii) Høy nok X/R-ratio. (Purchala et al., 2005: 6).

Med lavest mulig voltprofil menes det at spenningsavvikene, fra den forhåndsdefinerte spenningsstørrelsen, skal være så små som mulig. X/R-raten – forholdet mellom reaktans og resistans – må være stort nok ellers holder ikke antakelsen om ignorerbar resistans. Purchala et al. (2005) foreslår en nedre grense for X/R-raten lik 4. Modellen som presenteres i kapittel i fem forutsetter at det norske sentralnettet tilfredsstillere disse kriteriene.



## **4. Problemstillinger**

### **4.1 Vil flaskehalshåndtering med nodepriser gi en samfunnsøkonomisk bedre løsning enn dagens spesialregulering?**

Da det norske kraftmarkedet er organisert med budområder på et forenklet nivå må Statnett håndtere interne flaskehals i de norske budområdene med motkjøp. Teorien redegjort for i kapittel 3 stadfester at en nodeprismodell er en samfunnsøkonomisk mer effektiv løsning enn soneprising.

Hovedhypotesen er at en nodeprismodell vil gi en samfunnsøkonomisk mer effektiv håndtering av flaskehals enn dagens håndtering med spesialregulering.

#### **4.1.1 Er regulering av last relativt mindre effektivt enn produksjonsregulering?**

Gitt at nodeprisregimet gir en mer effektiv løsning vil denne effektiviteten påvirkes av markedsaktørenes prisfleksibilitet. I kapittel 5.2.1 og 5.2.2 redegjøres for sanntidselastisitetene som antas å representere markedet som modelleres best. Gitt disse er det grunn til å anta at nedregulering av last potensielt er meget ineffektivt. Slik Statnett håndterer markedet i dag er det overvekt av produksjonsregulering, dette reflekteres og av forbrukernes lave fleksibilitet. I dagens marked gjøres ikke reguleringer mot sluttbrukerne, følgende underhypotese må derfor tolkes teoretisk.

Den første underhypotesen er derfor at regulering av en svært uelastisk etterspørselsside er relativt lite effektivt sammenliknet med reguleringer på tilbudssiden.

#### **4.1.2 Økt markedsfleksibilitet reduserer effektivitetstapene – hvordan maksimere gevinsten?**

Det antas at et mer fleksibelt marked er mer effektivt. Med forestående implementering av Avanserte Måle- og Styringssystem (AMS) i den norske delen av det nordiske kraftmarkedet forventes det at kraftmarkedet skal bli mer fleksibelt. Økt fleksibilitet forventes og å gi et mer effektivt kraftmarked (Bye et al., 2010: 101-102).

Den andre underhypotesen er at økt markedsfleksibilitet vil gi et mer effektivt marked og at et nodeprisregime utnytter fleksibiliteten i markedet bedre enn et soneprisregime med spesialregulering.



## 5. Metode

### 5.1 Optimal økonomisk lastflyt ved hjelp av betinget optimering

Metoden som benyttes i analysen er betinget optimering, og det beregnes optimal økonomisk lastflyt etter en forenklet likestrømstilnærming som beskrevet i kapittel 3.3. Målfunksjonen, maksimering av velferd, løses ved hjelp av en optimering i programmeringsspråket GAMS (General Algebraic Modeling System). Matematisk formuleres optimeringen som følger.

$$\text{Maksimer} \quad q^t q^{ef} \sum \left[ \int_0^{q_i^e} P_i^e(q) dq - \int_0^{q_i^t} P_i^t(q) dq \right] \quad (5-1)$$

$$\text{Under sidevilkår} \quad q_i = q_i^t - q_i^e \quad (5-2)$$

$$q_i = \sum_{j \neq i} f_{ij} \quad (5-3)$$

$$\sum_{ij \in L_i} f_{ij} = 0 \quad (5-4)$$

$$\sum q_i^e = \sum q_i^t \quad (5-5)$$

$$- \underline{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq \bar{f}_{ij} \quad (5-6)$$

Likning (5-1) er målfunksjonen hvor en maksimerer velferden gitt ved summen av integralet under etterspørselskurvene minus integralet under tilbudskurvene i de ulike nodene. Denne fremgangsmåten er vanlig, og kan trygt brukes også ved produksjonskostnader tilnærmet lik 0. Tilbudskurvene slik de benyttes her forutsettes å hensynta alle relevante kostnader, også alternativkostnader og vannverdi.

Likning (5-2) definerer netto krafttilførsel til nettverket fra *node i* som differansen mellom produksjonen i noden og forbruket i samme noden. Likning (5-3) og likning (5-4) definerer kraftflyten basert på Kirchoffs kraftlover. Den første definerer at all tilførsel fra *node i* er summen av kraften som flyter fra linjene tilknyttet *node i* og den andre definerer kretsflytloven. Kretsflytloven sier at i ethvert nettverk vil det være uavhengige kretser. Antallet uavhengige kretser vil være antallet linjer minus antallet noder pluss en. Energibalanselikningen defineres i (5-5) og skyggeprisen på denne likningen gir en felles kraftpris, systemprisen, i alle noder dersom det ikke er noen overføringsbegrensing i nettet. Slik modellen er formulert i denne oppgaven er «negativ flyt» på linje 12 (se figur 5 og tabell 3) flyt fra node 2 til node 1. Likning (5-6) viser at det er mulig å definere en grense på overføring fra node 1 til node 2 og en grense på flyt fra node 2 til node 1. Det er videre verdt å bemerke at modellen ignorerer overføringstap. Feilmarginen ved denne antakelsen er antatt ignorerbar da overføringstapet i det norske nettet er lite. De ulike variablene er forklart nærmere i vedlegg 10.A4. I analysen benyttes elastisiteter, priser og forbruksdata for spotmarkedet med oppløsning på timenivå. Dataene brukes til å simulere en teoretisk nodemodell og estimere det relative effektivitetstapet Statnetts spesialreguleringer gir. En diskusjon rundt forenklingene gis i kapittel 7.1.

### 5.1.1 Etterspørsels- og tilbudskurvenes funksjonelle form

Det antas produksjon og forbruk i alle noder og at deres respektive tilbuds- og etterspørselskurver kan representeres av følgende ikke-lineære funksjoner;

$$q_i^e = A_i P_i^{\varepsilon_i} \leftrightarrow P_i = \left( \frac{q_i^e}{A_i} \right)^{\frac{1}{\varepsilon_i}} \quad (5 - 1.1)$$

Likning (5-1.1) viser etterspørselsfunksjonen for node  $i$  og den tilhørende inverse etterspørselsfunksjonen for samme node.  $A_i$  er konstantleddet,  $P_i$  er prisen i noden,  $\varepsilon_i$  er etterspørselens egenpriselastisitet i noden og  $q_i^e$  er etterspurt mengde.

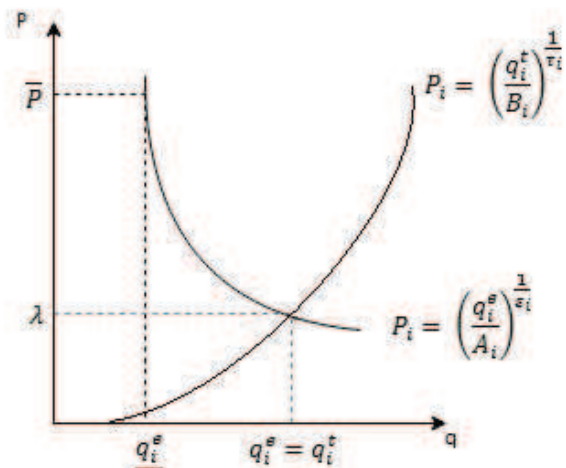
$$q_i^t = B_i P_i^{\tau_i} \leftrightarrow P_i = \left( \frac{q_i^t}{B_i} \right)^{\frac{1}{\tau_i}} \quad (5 - 1.2)$$

På samme måte representerer likning (5-1.2) tilbudsfunksjonen i node  $i$  hvor  $B_i$  er konstantleddet,  $P_i$  er prisen i noden,  $\tau_i$  er tilbudets egenpriselastisitet i noden og  $q_i^t$  er tilbudt mengde.

I en «badekarmodell» maksimeres velferd ved å optimere summen av integralene under etterspørselskurver for flere perioder slik at vannet fordeles optimalt i tid. Ved å utlede betalingsviljen for kraft over flere perioder, kan kraftprodusentene bestemme vannverdien. Vannverdien er alternativkostnaden av å bruke «vannet i dag i stedet for i morgen» (Førsund, 2007). Tilbudskurvene i analysen i kapittel seks er antatt å inkludere vannverdien (alternativkostnader). Modellen kunne potensielt vært konstruert som en «badekarmodell», eksempelvis ved å optimere for to perioder med etterspørsel i alle noder. Metoden vil kunne realisere samme løsning.

Siden det benyttes ikke-lineære kurver vil ikke de inverse etterspørselskurvene skjære prisaksen. Derfor antas en makspris lik 30000 NOK/MWh for å beregne integralene (NordPool, 2013). Figur 4 illustrerer beregnet integral for en fiktiv node, i en situasjon uten overføringskranker. Alternativt til å beregne absolutte velferdsnivåer kan en belyse problemstillingen ved å løse et likningssett som realiserer allokeringer ved de ulike markedsstrukturene og se på differansene mellom disse. Denne metoden er ikke benyttet i de følgende analyser.

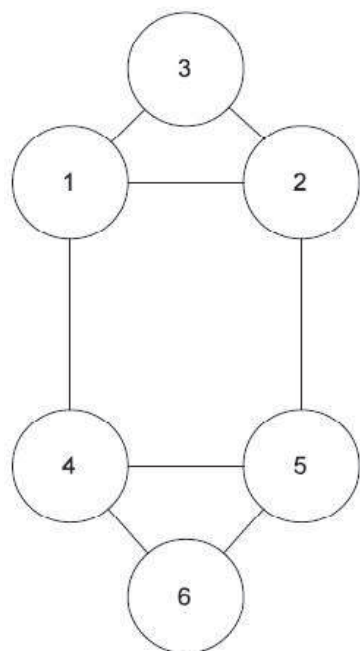
Vi ser i figur 4 at maksprisen ( $\bar{P}$ ) definerer en nedre grense for etterspørsel ( $q_i^e$ ) i eksempelknoden, og at beregningen derfor modifiseres noe. GAMS-programmet i vedlegg 10.A3 og det korte matematiske vedlegget 10.A4 viser at integralene tar hensyn til makspris og nedre etterspørselsgrense. Eksempelen som illustreres i figur 4 viser en situasjon hvor tilbud og etterspørsel i noden er i likevekt, og det vil derfor ikke være noen eksport eller import til/fra illustrert node.



Figur 4 Tilpasning i node uten tilførsel til systemet.

## 5.1.2 Nettverkets topologi

Optimeringen er formulert for et nettverk tilsvarende det som benyttes i Chao & Pecks *Reliability Management in Competitive Electricity Markets* (1998). Topologien vises i figur 5.



Figur 5 Teoretisk nettverks topologi.

## 5.1.3 Optimal lastflyt

Det er beregnet Power Transfer Distribution Factors for nettverket i figur 5. PTDFene for nettverket uten overføringsbegrensninger fremkommer i tabell 3. PTDFene «Forteller hvordan en endring i kraftbalansen (forholdet mellom produksjon og forbruk) i et budområde påvirker flyten på hver kritiske linje.» (NVE, 2012: 19) GAMS-koden for denne beregningen vises i vedlegg 10.A1.

Beregningen gjøres ved å sette netto krafttilførsel ( $q_i$ ) i en gitt node lik 1 og alle andre  $q_i$  lik 0 med unntak av referansenoden. En tilfeldig referansenode velges og her settes netto krafttilførsel lik -1, deretter løses likningssettet 5.3 – 5.5. I mitt eksempel er node 6 valgt som referansenode og nevnte likningssett løses ved å sette  $q_1=1$ , deretter settes  $q_2=1$ , også videre,  $q_6$  er gjennom alle beregningene lik -1. I henhold til likning (5-3) og (5-4) vil det være tre uavhengige kretser i dette nettverket.

Tabell 3 PTDFer for nettverk benyttet i analysen.

Linje	Node med tilførsel					
	1	2	3	4	5	6
12	0,27	-0,27	0,00	0,07	-0,07	0,00
13	0,13	-0,13	-0,50	0,03	-0,03	0,00
23	-0,13	0,13	-0,50	-0,03	0,03	0,00
14	0,60	0,40	0,50	-0,10	0,10	0,00
25	0,40	0,60	0,50	0,10	-0,10	0,00
45	0,07	-0,07	0,00	0,27	-0,27	0,00
46	0,53	0,47	0,50	0,63	0,37	0,00
56	0,47	0,53	0,50	0,37	0,63	0,00

Verdiene i hver kolonne i tabell 3 viser hvordan kraften flyter i nettverket ved tilførsel fra gitt node. Negativt fortegn på en flytvariabel, eksempelvis for 23 i kolonne 1, indikerer at kraft flyter fra node j til i (her fra node 3 til 2). I Kolonne 6 vises 0 flyt på alle linjer, da all kraft brukes og produseres i node 6.

## 5.2 Valg av elastisiteter

### 5.2.1 Etterspørselselastisiteter

Benyttede etterspørselselastisiteter hentes fra Bye & Hansens funn i *How do Spot prices affect aggregate electricity demand?* (2008). Da spesialregulering må aktiveres raskt, og priser i en nodemodell må realiseres nært driftstimen, benyttes sanntids-elastisiteter beregnet for engrosmarkedet. Bye & Hansen viser at elastisitetene varierer sterkt gjennom året, og at det helt ned på time- og dagsnivå er signifikante variasjoner i elastisiteter. Spesielt er det store forskjeller mellom sommer og vinter, hvor vinter er den perioden med mest elastisk etterspørsel. Vinterperioden i Bye & Hansens analyse er november til april og sommerperioden er mai til oktober. Generelt ser en høyere elastisiteter ved høyere priser. Det er forskjeller mellom ukedager med aktiv produksjon fra industrien (tirsdag-torsdag), samt mandager og fredager hvor industrien respektivt aktiverer og deaktiverer produksjon. Helgene skiller seg ut grunnet stengt industri. Timevariasjoner kommer av de naturlige forbrukssvingningene i løpet av døgnet grunnet arbeidstider, søvntider, timer med naturlig lys osv.

Dersom det ikke er geografiske forskjeller i elastisiteter vil det ikke være noen grunn til at kraften skal flytte seg i nettverket, gitt samme produksjonskostnader. I denne analysen benyttes Bye & Hansens (2008) beregnede elastisitetene for Norge og Sverige. Dette muliggjør geografisk variasjon av elastisiteter i modellen. Denne tilnærmingen til geografisk variasjon av elastisiteter velges siden det ikke foreligger annen empirisk litteratur til å begrunne geografisk variasjon i elastisiteter.

Elastisitetene i Norge er i de fleste perioder høyere enn de svenske, altså er det høyere prisresponsivitet i Norge enn i Sverige. Dette forklares av to hovedmomenter, i Sverige er det flere langsiktige kontrakter og det er mindre oppvarming som baserer seg på elektrisitet (Bye & Hansen, 2008: 18). Når sluttbrukeren ikke benytter elektrisiteten til oppvarming er det få, om noen, substitutter for elektrisitet og dermed en relativt mindre elastisk etterspørsel.

Vi kan nå abstrahere oss bort fra Norge og Sverige, og tenke på et område der kraften i større grad benyttes til oppvarming enn et annet. En kan tenke seg et område hvor sluttbrukerne er husholdninger med muligheter for å endre varmekilder ved høye priser, og et annet område med industri- og/eller tjenestevirksomhet hvor det er begrensede muligheter for å endre kraftforbruket på kort sikt. Derfor benyttes elastisiteter beregnet for Norge i noder som kalles husholdningsnoder. Elastisiteter beregnet for Sverige i noder refereres til som næringsnoder.

### 5.2.2 Tilbudselastisiteter

En normal tilbudskurve skal på kort sikt representere marginalkostnaden av produksjon over den variable gjennomsnittskostnaden. Da marginalkostnaden av vannkraftproduksjon er tilnærmet null, snakker en gjerne om vannverdier som representerer alternativkostnadene i stedet for marginalkostnad for denne produksjonsteknologien (Førsund, 2007). Ved modellering av kraftmarkedet kan en alternativt la tilbuds- og etterspørselsfunksjoner representeres av budkurver. Dette gjøres blant annet i *Congestion Management in the Nordic Power Market – Nodal Pricing versus Zonal Pricing* (E. Bjørndal et al., 2012). Det fordelaktige med denne formen for modellering er at en kan se bort fra antakelser om produksjonsteknologi, og anta at konsumenter og produsenter byr inn faktisk betalingsvilje og marginalkostnad eller vannverdi.

Da analysen i denne oppgaven er av det norske markedet er det virkelighetsnært å forutsette mulig produksjon fra kun vannkraft. I Norge utgjør vannkraft mer enn 95% av total produksjon (NVE, 2015: 41). I Mirza & Berglands *Market Power in Norwegian Electricity Market: Are the Transmission Bottlenecks Truly Exogenous?* (2015), beregnes elastisiteter for kraftprodusentene i budområde NO1.

Hvorvidt elastisiteter beregnet for NO1 kan generaliseres til resten av landet er usikkert, men det forutsettes i følgende analyse at produsentene har en rimelig lik vurdering av vannverdien. NVEs rapport om *Kostnader i energisektoren* (NVE, 2015) viser at det er en heterogenitet i kostnadsstrukturen blant norske vannkraftprodusenter. Deres villighet til å skru produksjon opp og ned på svært kort sikt bør derimot være avhengig av vannverdien. Denne bestemmes av prisen de kan få for vannet fremover tid. Her kan det være forskjeller mellom de fem budområdene i den norske delen av NordPool, men dette fanger ikke de følgende simuleringer opp. Heterogenitet blant produsenter er modellert i sensitivitetsanalysen og diskutert i kapittel 7.

Elastisitetene Mirza & Bergland (2015) estimerer, i deres analyse av utøvelse av markedsrett i en del av det nordiske kraftmarkedet, kan forstås som snittverdier over tid. De har benyttet et datasett med verdier fra 2004 til 2008 og beregner elastisiteter for alle 24 timer i døgnet. Det antas at elastisiteter beregnet for perioden er gyldige i dag. Gjennomsnittlig elastisitet på tilbudssiden er 0,41, med en spredning fra 0,21 til 0,71 i løpet av døgnet (Mirza & Bergland, 2015: 328-330). En kan se at tilbudssiden er vesentlig mer prissensstiv enn etterspørselssiden på kort sikt.

I ekstremisituasjoner som eksempelvis vinteren 2009/2010 hvor prisene var opptil 12 NOK/KWh er det rimelig å anta at tilbudselastisitetene var lavere enn beregnet av Mirza & Bergland (2015). Tilbudselastisitetene reflekterer produsentenes mulighet og vilje til å justere produksjon opp/ned innen driftstimen. I nevnte ekstremisituasjon nevnes følgende som årsaker til ekstrempriser i tillegg til svært lave temperaturer (Bye et al., 2010: 16);

- Lav vannstand gjennom året resulterte i lav effektkapasitet i vannkraftverkene.

- Flere svenske kjernekraftverk ute av drift, med usikkerhet rundt korrekt oppstartdato.

I et kraftsystem som det nordiske med store sesongvariasjoner kan det oppstå slike ekstreme hendelser. Da Mirza & Berglands (2015) elastisiteter er beregnet basert på data fra 2004 til 2008 er heller ikke periodene med svært høye priser vintrene 2009/2010 og 2010/2011 inkludert i deres datagrunnlag. Siden elastisitetene er snittverdier over tid vil ikke disse nødvendigvis fange opp tilfeller hvor produsentene er mindre prisfleksible enn normalt. Effekter av dette diskuteres ytterligere i sensitivitetsanalysen.





## 6. Analyse

Analysen er gjennomført ved hjelp av program- og maskinvare spesifisert i tabell 4.

**Tabell 4 Maskin- og programvare benyttet i analysen.**

<b>Operativsystem</b>	Windows 8.1, 64-bit
<b>Prosesor</b>	Intel ® Core™ i7-4510 CPU @ 2.00 GHz
<b>RAM</b>	8,00 GB
<b>Programvare</b>	GAMS 24.3.2 r47788, Released Aug 29, 2014 WEX-WEI x86
<b>Solver</b>	MINOS

### 6.1 Beskrivelse av datasettet

Deler av datagrunnlaget i analysen er taushetsbelagt etter avtale med Statnett. Dette er aktiveringer gjort til spesialregulering i perioden 2010-2014. I datasettet har det ikke vært mulig å identifisere hvor de faktiske aktiveringene er gjort utover prisområde. Aktiveringene skjer på kort sikt og det er innhentet tall på timespriser for forbruk, produksjon, og spotpris i alle norske budområder for alle timer i 2010-2014 fra 4. januar 2010. Det er hentet priser i NOK for perioden 29. desember 2013 til 31. desember 2014 og priser i EUR fra 01.01.2010 til 29.12.2013. Det er benyttet daglige kurser fra Norges Bank (2015) til å beregne priser i NOK og EUR for hele perioden. For dager det ikke noteres valutakurser, helligdager o.l., er kurs tegnet siste virkedag benyttet til å beregne spotpris for gitt dag.

Det er valgt å gjennomføre simuleringer for 11 ulike datoer i 2013 og 2014. Benyttede elastisiteter er som nevnt hentet fra Bye & Hansen (2008) samt Mirza & Bergland (2015).

### 6.2 Kalibrering av modellen

For kalibrering av modellen er timen kl. 18-19 den 21. februar 2013 tilfeldig valgt. Gitt denne timen benyttes elastisiteter i tabell 5 nedenfor. Videre følger valg av priser og forbruk i noden. Alle disse dataene vil påvirke verdiene modellen realiserer og således også konklusjonen. I kapittel 6.3.2 fremkommer resultatene av alle simuleringer og det er tydelig stor spredning i estimatene.

Tabell 5 krever en kort kommentar med hensyn på elastisitetene. Det antas en uniform tilbudselasticitet, da geografisk variasjon av tilbudselasticiteter ikke kan defineres ved andre empiriske funn. Etterspørselselasticitetene varierer geografisk, node 1 og node 5 har en mindre

**Tabell 5 Elastisiteter benyttet i kalibreringen.**

Node	Elastisitet	
	Etterspørsel	Tilbud
n1	-0,017416	0,211
n2	-0,028107	0,211
n3	-0,028107	0,211
n4	-0,028107	0,211
n5	-0,017416	0,211
n6	-0,028107	0,211

elastisk etterspørsel. Disse to nodene kan eksempelvis tolkes som næringsnoder, node 2,3,4 og 6 som husholdningsnoder.

For den tilfeldig valgte timen 21. februar 2013 var prisen 330,57 NOK/MWh og totalt forbruk i sone NO1 var 7260 MWh. I det faktiske datagrunnlaget er det differanse mellom forbruk og produksjon i NO1 i de ulike timene. Energibalansen, likning (5-5), dikterer at totalt tilbud og etterspørsel må være i balanse i systemet og det forutsettes derfor at total produksjon i sonen er lik forbruket i sonen,

hvilket er en grov forenkling. Konsekvenser av denne forenklingen diskuteres i kapittel 7.1.

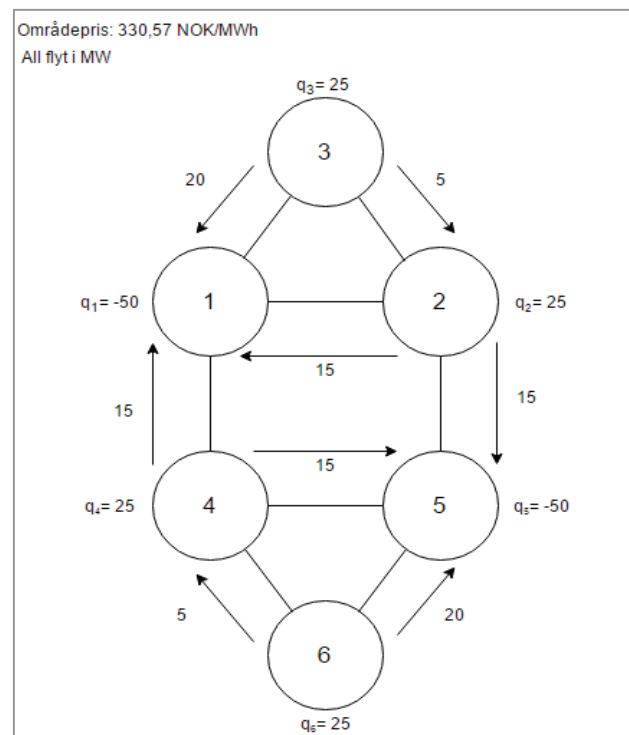
Grunnet de lavere etterspørselstetthetene i næringsnodene (node 1 og 5) antas en høyere betalingsvillighet her. For at modellen skal realisere flyt må det antas differanse i flyt mellom lav- og høyelastisitetsnoder. Dette realiseres ved å velge 950 MWh forbruk i node 1 og 5 som etterlater 828,75 MWh til de fire resterende nodene. Med dette datagrunnlaget gjøres tre optimeringer, én uten effektiv flaskehals, én med effektiv flaskehals på kun en linje og én med effektiv flaskehals på to linjer. Avslutningsvis i kalibreringen reguleres overføringen på en linje med effektiv flaskehals slik at modellen realiserer én pris.

Programmeringen som benyttes til denne optimeringen ligger vedlagt i vedlegg 10.A3. Siden summen av de fem første nodelikningene (likning (5-2)) alltid er lik den siste, er nodelikningen for node 6 ikke inkludert i optimeringen. Node 6 er tilfeldig valgt, og en hvilken som helst av de seks kunne vært utelatt. Nodeprisen i denne noden vil være lik skyggeprisen på energibalansen, altså systemprisen. Det understrekes at det er de relative forskjellene i effektivitetstap som er interessant, ikke den absolutte størrelsen på samfunnsøkonomisk overskudd da dette ikke er særlig informativt.

### 6.2.1 Uten effektiv flaskehals

Som en kan se i tabell 6 på neste side realiserer modellen systemprisen 330,57 NOK/MWh. Det konsumeres og produseres i henhold til antakelsen 7260 MWh i sonen. Samtlige noder produserer 1210 MWh. Nodene med lavest priselastisitet (node 1 og 5) har netto import på 50 MWh, mens de andre nodene har netto eksport på 25 MWh hver. Flyt-, produksjons- og forbruksverdier er avhengig av differanser mellom nodene før kalibrering av konstantledd. Figur 6 viser hvordan netto krafttilførsel til nettet og flyt fordeles på de seks nodene og de åtte linjene. Den er som forventet symmetrisk flyt rundt node 1 og 5.

Det bemerkes i forbindelse med figur 6 at  $q_1$  til  $q_6$  ikke indikerer produksjon og forbruk hver node, men netto tilførsel til systemet. Tabell 6 viser tilpasningen og tilhørende samfunnsøkonomisk overskudd i hver av de seks nodene. Netto tilførsel fra en node er avhengig av antatt differanse i forbruk i nærings- og husholdningsnoder.



Figur 6 Flyt i modellen uten flaskehals.

**Tabell 6 Resultat av kalibrering uten flaskehals.**

Node	Pris (NOK/MWh)	Forbruk (MWh)	Produksjon (MWh)	Samf.Overskudd (NOK)
n1	330,57	1 260,00	1 210,00	35 507 970,00
n2	330,57	1 185,00	1 210,00	32 172 680,00
n3	330,57	1 185,00	1 210,00	32 172 680,00
n4	330,57	1 185,00	1 210,00	32 172 680,00
n5	330,57	1 260,00	1 210,00	35 507 970,00
n6	330,57	1 185,00	1 210,00	32 172 680,00
<b>Total</b>		7 260,00	7 260,00	199 706 660,00

Modellen realiserer forventet allokering, med samme pris i alle noder. Det bemerkes igjen at de samfunnsøkonomiske overskuddenes absolutte verdi er av liten interesse og er svært høye grunnet den funksjonelle formen og antakelsen om makspris på kr 30 000. Den nedre grensen for etterspørsel i node 1 i dette tilfellet er 1159,88 MWh. Dette multiplisert med maksprisen er 34 976 100, eller tilsvarende 98% av beregnet samfunnsøkonomisk overskudd i node 1.

**Tabell 7 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, uten flaskehals.**

Linje	Nedre Grense	Løsning	Øvre Grense	Skyggepris
12	-INF	-15	+INF	0
13	-INF	-20	+INF	0
23	-INF	-5	+INF	0
14	-INF	-15	+INF	0
25	-INF	15	+INF	0
45	-INF	15	+INF	0
46	-INF	5	+INF	0
56	-INF	-20	+INF	0

Tabell 7 viser den samme flyten som figur 6, samt tilhørende øvre og nedre kapasitetsgrenser og skyggepris. En skyggepris tolkes som endringen i målfunksjonen ved å endre en skranke med én enhet (Førsund, 2007: 22). En kan se at dersom flyten går fra node 2 til 1 vil modellen realisere negativ flyt på linje 12. Notasjonen i tabellen krever en kort forklaring, -INF betegner negativt uendelig, +INF betegner positivt uendelig, forkortelsen vil forekomme flere ganger. Med andre ord indikerer -INF ubegrenset flyt fra node 2 til 1, +INF indikerer ubegrenset flyt fra node 1 til 2.

I dette tilfellet er det ikke innført flytbegrensninger, skyggeprisen er derfor null på samtlige linjer. En negativ skyggepris på en linje vil ikke indikere at den har en negativ verdi, men at den vil øke verdien av målfunksjonen med gitt skyggepris dersom flyten kan økes i den retningen som fortenget indikerer.

## 6.2.2 Med én effektiv flaskehals

I scenarioet med en effektiv flaskehals benyttes nøyaktig samme datagrunnlag som for eksempelet i kapittel 6.2.1, men det innføres en kapasitetsgrense på linje 12. Dermed kan det ikke overføres mer enn 5 MWh fra node 2 til node 1 over linje 12. Når det ikke lenger er ubegrenset flyt får vi, i samsvar med teorien, flere ulike priser. Systemprisen gir utgangspunktet for beregningen av nodepriser. Denne er nå 330,856 NOK/MWh, altså marginalt høyere enn scenarioet uten flaskehalser.

Korrekte nodepriser fremkommer i tabell 8 hvor nodeprisen tilsvarende summen av skyggeprisen på energibalansen og skyggeprisen på deres respektive nettolikning (likning (5-2)).

**Tabell 8 Resultat av kalibrering med én flaskehals.**

Node	Pris (NOK/MWh)	Forbruk (MWh)	Produksjon (MWh)	Samf.Overskudd (NOK)
n1	351,46	1 258,66	1 225,75	35 502 150
n2	310,25	1 187,12	1 193,91	32 178 510
n3	330,86	1 184,97	1 210,22	32 172 600
n4	336,01	1 184,46	1 214,17	32 171 110
n5	325,71	1 260,33	1 206,22	35 509 320
n6	330,86	1 184,96	1 210,22	32 172 600
<b>Total</b>		7 260,50	7 260,50	199 706 290

En ser her at total produksjon og forbruk har fått en liten økning, men at totalt samfunnsøkonomisk overskudd har fått en liten reduksjon med 370 NOK. Lastflyten i dette scenarioet fremkommer i tabell 9. En ser at det er nå flere linjer med endret flyt.

**Tabell 9 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med én flaskehals.**

Linje	Nedre Grense	Løsning	Øvre Grense	Skyggepris	Δflyt
12	-5	-5	+INF	-77	-10
13	-INF	-15	+INF	0	-5
23	-INF	-10	+INF	0	5
14	-INF	-13	+INF	0	-2
25	-INF	20	+INF	0	5
45	-INF	12	+INF	0	-3
46	-INF	-3	+INF	0	-2
56	-INF	-22	+INF	0	2

Tabell 9 viser at flyten fra node 2 til node 1 er begrenset til 5 MW, som forutsatt ovenfor. Endringen i flyt sammenliknet med situasjonen uten begrensninger på flyt er en reduksjon på 10, altså er skranken bindende og vi har en skyggepris på linjen på NOK 77 (negativt fortegn i tabellen grunnet flytretning).

I samtlige noder er endringen i tilpasning skjedd i henhold til forventning. Økt pris har gitt lavere konsum og økt produksjon, mens områder med lavere pris har justert opp forbruk og ned produksjon som sørger for total energibalanse. Et interessant moment er at total produksjon og forbruk har økt, men at det samfunnsøkonomiske overskuddet er redusert fordi kraften ikke får flyte dit den har størst verdi.

### 6.2.3 Med to effektive flaskehals

I dette scenariet endres ikke kapasitetsgrensen på linje 12, flyt fra node 2 til node 1 er fortsatt begrenset til 5 MW. Det innføres nå også en begrensning på linje 56 slik at det ikke kan flyte mer enn 10 MW fra node 6 til node 5, optimal flyt her var 22 MW i eksempelet med én flaskehals. Systemprisen blir nå NOK 306,36.

**Tabell 10 Resultat av kalibrering med to flaskehals.**

Node	Pris (NOK/MWh)	Forbruk (MWh)	Produksjon (MWh)	Samf.Overskudd (NOK)
n1	358,81	1 258,20	1 231,11	35 500 080
n2	313,43	1 186,78	1 196,48	32 177 600
n3	336,12	1 184,45	1 214,26	32 171 080
n4	334,35	1 184,62	1 212,91	32 171 590
n5	337,89	1 259,52	1 215,60	35 505 940
n6	306,36	1 187,54	1 190,74	32 179 620
<b>Total</b>		7 261,10	7 261,10	199 705 910

Optimale nodepriser er nå ulike for alle nodene, node 6 realiserer som forventet systemprisen og vi ser at det samfunnsøkonomiske overskuddet reduseres med ytterligere 380 NOK. Den totale produksjonen økes med 0,6 MWh. Produksjonen øker i noder med prisøkning, men reduseres i node 4 og node 6 hvor prisene går ned.

**Tabell 11 Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med to flaskehals.**

Linje	Nedre Grense	Løsning	Øvre Grense	Skyggepris	Δflyt
12	-5	-5	+INF	-93	0
13	-INF	-17	+INF	0	2
23	-INF	-12	+INF	0	2
14	-INF	-5	+INF	0	-8
25	-INF	17	+INF	0	-3
45	-INF	17	+INF	0	5
46	-INF	7	+INF	0	4
56	-10	-10	+INF	-60	-12

I tabell 11 ser en nå at det er skyggepriser ulik null på begge linjene med bindende skranker. Den nye flytbegrensningen gir endret flyt på alle linjer med unntak av linje 12 hvor skyggeprisen stiger som følge av en ny flaskehals i nettet.

### 6.2.4 Med én effektiv flaskehals, regulert til en prissone

På eksempeltidspunktet benyttet i kapittel 6.2.1-6.2.3 ble det regulert ned 15 MWh i NO1 for å realisere et prisområde. Denne reguleringen er simulert ved å benytte eksempelet med én flaskehals og regulere ned produksjon i node 2. Dette vil føre til at skranken mellom node 1 og node 2 ikke er bindende. Statnetts faktiske regulering var ned 15 MWh, i kalibreringen er produksjon redusert med 22,79 MWh. En kunne fått modellen til å realisere løsningen med regulering av 15 MWh ved å øke elastisitetene. Modellen ignorerer enkelte momenter som gjør en slik tilnærming mer komplisert. Det går her ikke inn på hvilken pris nedreguleringen ble gjort til av hensyn til informasjon som er markedssensitiv, men verdien er større enn skyggeprisen på linjen.

**Tabell 12** Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med én flaskehals, spesialregulering.

Node	Pris (NOK/MWh)	Forbruk (MWh)	Produksjon (MWh)	Samf.Overskudd (NOK)
n1	339,28	1 259,43	1 216,66	35 505 550
n2	339,28	1 184,13	1 172,12	32 184 020
n3	339,28	1 184,13	1 216,66	32 170 160
n4	339,28	1 184,13	1 216,66	32 170 160
n5	339,28	1 259,43	1 216,66	35 505 550
n6	339,28	1 184,13	1 216,66	32 170 160
<b>Total</b>		7 255,40	7 255,40	199 705 600

I tabell 12 ser vi at modellen som ønsket har realisert én pris i alle noder. Denne er høyere enn prisene i noen av de andre tilfellene. Effektivitetstapet er beregnet til NOK 1060. Dette er 2,68 ganger høyere enn ved nodeprising og én effektiv flaskehals.

**Tabell 13** Flyt på linjene, kapasitetsgrenser og tilhørende skyggepris, med en flaskehals og spesialregulering.

Linje	Nedre Grense	Løsning	Øvre Grense	Skyggepris
12	-5	-5	+INF	0
13	-INF	-18	+INF	0
23	-INF	-15	+INF	0
14	-INF	-22	+INF	0
25	-INF	18	+INF	0
45	-INF	-1	+INF	0
46	-INF	-7	+INF	0
56	-INF	-25	+INF	0

I henhold til forventning er også skyggeprisen på alle linjene 0 etter motkjøpet gjort i node 2 som fjernet den effektive flaskehalsen. Det bes bemerket at i kalibreringen ble flyt redusert med 10 MW mens Statnetts spesialregulering var på 15 MWh. I simuleringene i kapittel 6.3 er flyt i alle 18 simuleringer redusert med kvantum tilsvarende det Statnett regulerte. Tilsvarende fremgangsmåte i kalibreringen ville krevd at det ikke kunne flyte noe kraft fra node 2 til node 1.

### 6.3 Simuleringer

Fremgangsmåten for simuleringer i analysen er den samme som i kalibreringen i kapittel 6.2.1, 6.2.2 og 6.2.4. Kort kan fremgangsmåten oppsummeres i følgende firestegs prosess;

1. *Simuleringen gjøres med ubegrenset overføring. Dette realiserer en potensiell allokering uten flaskehals.*
2. *Overføringskapasiteten på en tilfeldig valgt linje reduseres med det volumet Statnett regulerte produksjon/last opp eller ned. Dette realiserer flere prisområder og viser effektivitetstap ved flaskehalsen kontra at dette håndteres med nodeprising.*
3. *Det reguleres produksjon opp eller ned. Effektivitetstapet her beregnes mot scenariet uten overføringsbegrensning. Effektivitetstapet ved spesialregulering sammenlignes med størrelsen på effektivitetstapet ved nodeprising.*
4. *Det reguleres last opp eller ned. Effektivitetstapet her beregnes mot scenariet uten overføringsbegrensning. Effektivitetstapet ved spesialregulering sammenlignes med størrelsen på effektivitetstapet ved nodeprising.*

Det er gjennomført 18 simuleringer for 11 ulike datoer i 2013 og 2014. For fire av de ti datoene er det kun gjort tilbudssidereguleringer, altså steg 1 til 3 ovenfor. Av disse er tre nedreguleringer og en oppregulering. I de resterende seks tilfellene er det gjort reguleringer på både tilbuds- og etterspørselssiden i den retning som Statnett regulerte i den timen det simuleres for.

Hvor mye som flyter over de åtte linjene i nettet er, som tidligere nevnt, avhengig av antakelsen om hvor stor forskjell det er i konsum mellom høy- og lavelastisitetsnoder. Dette gjøres i forkant av kalibreringen av konstantledd. Jo større forskjell som antas i etterspørsel mellom høy- og lavelastisitetsnoder jo mer flyter på linjene. Dette har blitt tilpasset i simuleringene for å tillate å simulere opp- eller nedregulering mellom 1 MWh til 329 MWh. Statnett har regulert større volum enn dette, men modellen er med antatte elastisiteter for lite fleksibel til å håndtere de timene det er størst differanse mellom tilbud og etterspørsel i høy- og lavprisområder. For å håndtere dette kunne en ha endret elastisiteter i analysen, men for å gi mest mulig sammenliknbare resultater holdes elastisitetene uendret. Gjennomsnittlig regulert volum av Statnett for 2013 og 2014 er henholdsvis 34 og 33 MWh, det er gjort reguleringer for begge volumene i gitt år.

#### 6.3.1 Forenkling av etterspørselstelasiteter

I alle scenarier er det antatt to ulike etterspørselstelasiteter. -0,02 for node 2, 3, 4 og 6, mens -0,01 benyttes for node 1 og 5 (Bye & Hansen, 2008: 13). Dette kan tolkes som heterogenitet blant eksempelvis husholdninger og næringsvirksomhet, diskutert i kapittel 5.2.1. Inicialt ble det forsøkt å la elastisitetene variere med ukedager og timer i henhold til beregninger av Bye & Hansen (2008: 33-34, 54), men flere av disse er positive og gir meningsløse resultater. Bye & Hansen (2008: 14, 22) diskuterer mulig spuriøsitet vedrørende estimerte sanntidstelasiteter, derfor forutsettes følgende forenkling som akseptabel. Elastisitetene er antakelig noe høyere på etterspørselssiden når vi får ekstremt høye priser som diskutert av Bye et al. (2010: 66), dette fanges heller ikke opp i modellen.

Det var tenkt å la elastisitetene variere med årstid og ha perfekt uelastisk etterspørsel i sommerhalvåret, men grunnet integralberegningen vil en få mange tilfeller av 0 under brøkstreken som umuliggjør beregningen ved antatt funksjonell form. Det refereres til likning (5-1.1) som viser hvorfor dette ikke er mulig. Tilbudselastisitetene varierer etter hver enkelt time,



som beregnet av Mirza & Bergland (2015). Tilbudssiden er, i normalsituasjoner, vesentlig mer prissensitiv enn etterspørselssiden.

### 6.3.2 Resultat av simuleringer

Tabell 14 gir en oversikt over de 18 simuleringene som er gjennomført i analysen.

**Tabell 14 Resultat av 18 simuleringer (Effektivitetstapverdier i NOK).**

Simulering nr	Område	Dag	Dato	Tid	Effektivitetstap nodeprising	Effektivitetstap motkjøp	Effektivitetstap- rate	Side regulert
1	NO3	Mandag	01.07.2013	20-21	1 574	3 411	2,17	Tilbud
2	NO2	Tirsdag	01.04.2014	07-08	108 342	181 213	1,67	Tilbud
3	NO3	Mandag	04.03.2013	22-23	57 090	113 310	1,98	Tilbud
4	NO5	Torsdag	16.01.2014	14-15	-	10		Tilbud
5	NO5	Søndag	06.01.2013	10-11	10	680	68,00	Etterspørsel
6	NO5	Søndag	06.01.2013	10-11	10	20	2,00	Tilbud
7	NO4	Torsdag	25.07.2013	19-20	9 370	18 060	1,93	Tilbud
8	NO4	Torsdag	25.07.2013	19-20	9 370	136 440	14,56	Etterspørsel*
9	NO1	Lørdag	01.03.2014	23-00	900	2 500	2,78	Tilbud
10	NO1	Lørdag	01.03.2014	23-00	900	23 600	26,22	Etterspørsel*
11	NO1	Mandag	29.04.2013	22-23	1 200	6 600	5,50	Tilbud
12	NO1	Mandag	29.04.2013	22-23	1 200	12 100	10,08	Etterspørsel
13	NO4	Fredag	21.02.2014	19-20	2 050	7 750	3,78	Tilbud
14	NO4	Fredag	21.02.2014	19-20	2 050	19 320	9,42	Etterspørsel
15	NO3	Fredag	20.09.2013	08-09	6 390	13 060	2,04	Tilbud
16	NO3	Fredag	20.09.2013	08-09	6 390	176 990	27,70	Etterspørsel*
17	NO3	Lørdag	06.12.2014	19-20	70	820	11,71	Tilbud
18	NO3	Lørdag	06.12.2014	19-20	70	12 940	184,86	Etterspørsel

Det bemerkes at simulering 1 til 4 kun er gjort for tilbudssiden, samtlige av de påfølgende reguleringer er gjort på både tilbuds- og etterspørselssiden. Dette innebærer ikke at det regulerte kvantum har vært like stort, da modellen ikke nødvendigvis klarer å realisere en sonepris ved antatte elastisiteter. Antakelser for samtlige simuleringer fremkommer i Vedlegg 10.A2. Merk at for regulering 8, 10 og 16 er det regulert en kombinasjon av produksjon og last.

### 6.3.3 Sammenlikning av velferdseffekter ved regulering på tilbuds- og etterspørselssiden

For simulering 5 til 18 er den samme teoretiske flaskehalsen håndtert med opp- eller nedregulering av produksjon og last. Så langt dette har latt seg gjøre, hver for seg. Dette danner grunnlaget for en sammenlikning av effektivitet ved regulering på respektive sider av markedet. Etterspørselssiden er som nevnt svært prisuelastisk, på grunn av måten integralene er definert må det bestemmes en nedre grense for etterspørselen i hver node, som vist i figur 3.



**Tabell 15 Reguleringer av forbruk/etterspørselssiden.**

<b>Lastreguleringer</b>					
<b>Simulering nr</b>	<b>Effektivitetstap nodeprising</b>	<b>Effektivitetstap motkjøp</b>	<b>Effektivitetstap- rate</b>	<b>Effektivitetstap motkjøp pr MWh regulert</b>	
5	10	680	68,00		170,00
8	9370	136440	14,56		4012,94
10	900	23600	26,22		240,82
12	1200	12100	10,08		172,86
14	2050	19320	9,42		254,21
16	6390	176990	27,70		4316,83
18	70	12940	184,86		862,67
<b>Gjennomsnitt</b>	<b>2856</b>	<b>54581</b>	<b>48,69</b>		<b>1432,90</b>

**Tabell 16 Reguleringer av produksjon/tilbudssiden.**

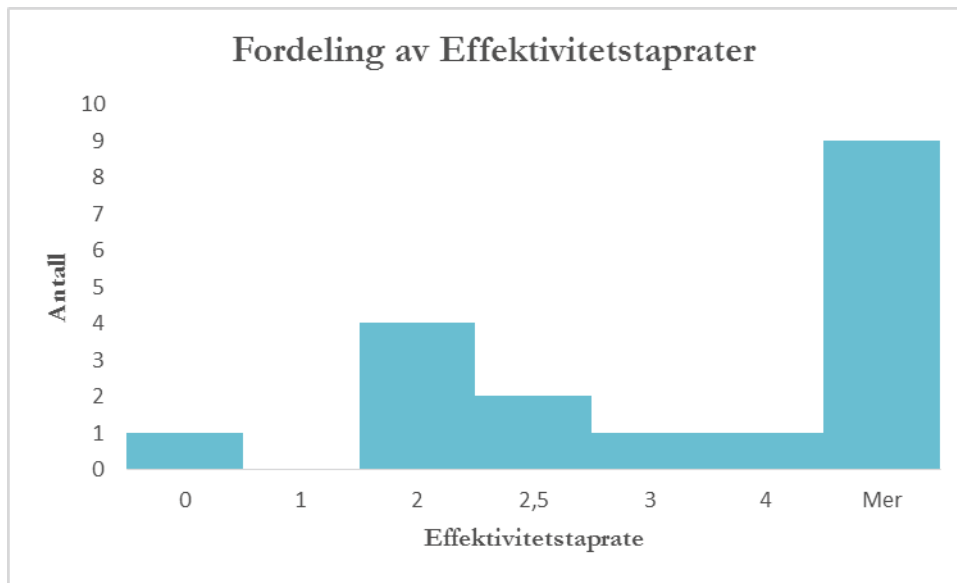
<b>Produksjonsreguleringer</b>					
<b>Simulering nr</b>	<b>Effektivitetstap nodeprising</b>	<b>Effektivitetstap motkjøp</b>	<b>Effektivitetstap- rate</b>	<b>Effektivitetstap motkjøp pr MWh regulert</b>	
6	10	20	2,00		10,00
7	9 370	18 060	1,93		531,18
9	900	2 500	2,78		47,17
11	1 200	6 600	5,50		132,00
13	2 050	7 750	3,78		164,89
15	6 390	13 060	2,04		318,54
17	70	820	11,71		41,00
<b>Gjennomsnitt</b>	<b>2 856</b>	<b>6 973</b>	<b>4,25</b>		<b>177,83</b>

Tabell 15 og 16 viser sammenlikninger av effektivitetstap når spesialregulering gjøres av henholdsvis last og produksjon. Vi ser at det er vesentlig dyrere å henvende seg til den uelastiske etterspørselssiden, med et gjennomsnittlig effektivitetstap pr MWh regulert lik NOK 1432,90. Tilsvarende er effektivitetstapet pr MWh regulert på tilbudssiden lik NOK 177,83.

Grunnet den svært uelastiske etterspørselen er det ikke mulig å regulere forbruket så langt ned at modellen realiserer en pris i alle tilfeller. Dette reflekterer de faktiske markedsforholdene ved at det i hovedsak reguleres produksjon. I enkelte tilfeller er det regulert last på den ene siden av flaskehalsen og produksjon på den andre siden av flaskehalsen. Dette er gjort i simulering nummer 8, 10 og 16, som nevnt i kapittel 6.3.2. Da er last regulert ned til nedre grense og produksjon regulert så langt ned at det realiseres en pris. Disse tre simuleringene realiserer de høyeste effektivitetstapratene. Dersom vi ser bort fra de tre reguleringene med kombinert last og produksjons regulering dannes et mer nyansert bilde.

Forholdet mellom effektivitetstap pr MWh regulert viser at lastregulering er 1,9 ganger dyrere enn produksjonsregulering. Dette forholdet følger av elastisitetene på de ulike sidene av markedet. Videre er resultatene i simulering 8, 10 og 16 en indikasjon på at kombinert last- og

produksjonsregulering kan være samfunnsøkonomisk ineffektivt. Men lastregulering med antatt elastisitet er lite realistisk



**Figur 7 Fordeling av effektivitetstaprate.**

Histogrammet viser at halvparten av effektivitetstap-ratene er lik 4 eller lavere. De resterende er spredt fra 9,42 til 184,6. Tar en utgangspunkt i de ni reguleringene med effektivitetstaprate under 9,42 er deres snittverdi 2,65. Med utgangspunkt i reguleringene som er minst i favør nodeprising kan vi beregne et konservativt estimat på kostnaden av nodepriser kontra dagens spesialreguleringer. De ni simuleringer som benyttes er oppgitt i vedlegg 10.A2. Basert på de ni valgte simuleringene er estimatet at effektiv nodeprising vil koste samfunnet kun 18% - 60 % av hva spesialreguleringen koster samfunnet i effektivitetstap. Inkluderende man alle 18 simuleringene for å anslå hva nodeprising kan koste samfunnet kontra effektivitetstapet ved spesialregulering er spredningen enda større. Estimater ville da vært 1 % - 60 %. Flere av reguleringene gjennomført i denne analysen er noe urealistiske, derfor bør ikke den prosentvise besparelsen tolkes rigid. Simuleringene gir uansett en indikasjon på at reguleringene Statnett gjør i dag neppe er samfunnsøkonomisk effektive.

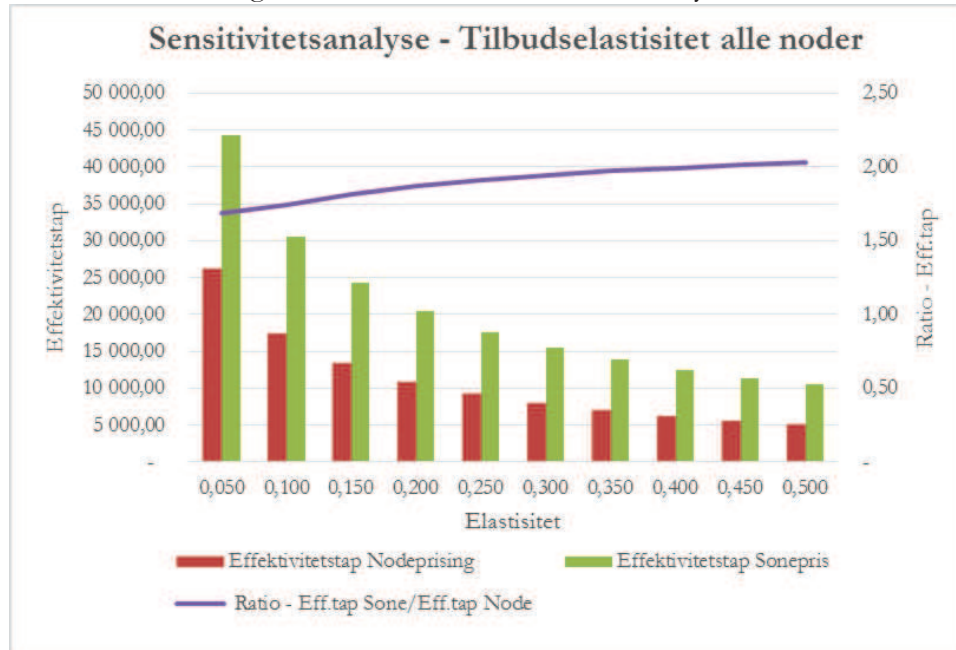
Det bes bemerket at det ikke i noe tilfelle er slik at effektivitetstapraten er 0, men for simulering nummer 4 gir ikke flaskehalsen noe teoretisk effektivitetstap ved nodeprising, således er denne angitt lik 0.

## 6.4 Sensitivitetsanalyse

Samtlige sensitivitetsanalyser er utført ved å variere elastisiteter for simulering nummer 7. Denne simuleringen er blant de som best gjensker spesialreguleringen gjort av Statnett. Dette fordi nedregulering av samme volum som Statnett gjorde i gitt driftstid gir én pris i modellen. En indikasjon på at elastisiteten valgt i simuleringen kan reflektere de faktiske markedsforhold.

### 6.4.1 Variasjon av elastisitet for alle produsenter

For å vurdere elastisitetenes effekt på tilbudssiden, er analyser gjennomført med elastisiteter fra 0,001 til 0,5 i samtlige noder. Resultatene av denne analysen fremkommer i figur 8.

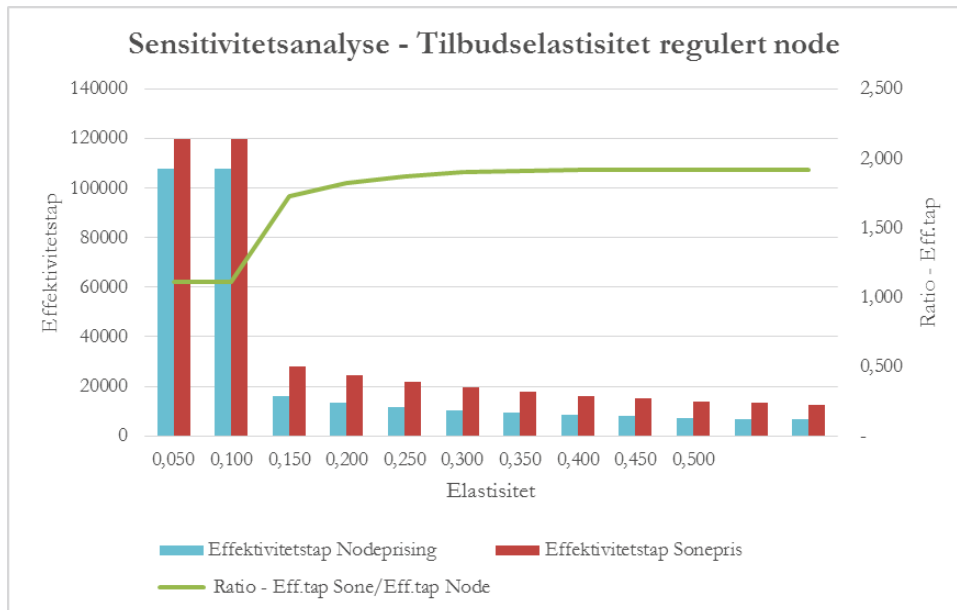


**Figur 8** Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselastisitet i alle noder.

Modellen ble også kjørt ved tilbudselastisiteter lik 0,001 og 0,005, men ble for lite fleksibel til å kunne realisere en løsning. En ser at effektivitetstapet avtar når tilbudselastisitetene øker. Når tilbudselastisiteten blir 10 ganger større, reduseres eksempelvis effektivitetstapet ved soneprising 4,22 ganger. Av større interesse ser man at selv om effektivitetstapene reduseres, øker effektivitetstapratene. Altså utnytter nodeprising økt markedsfleksibilitet bedre enn sonepriser.

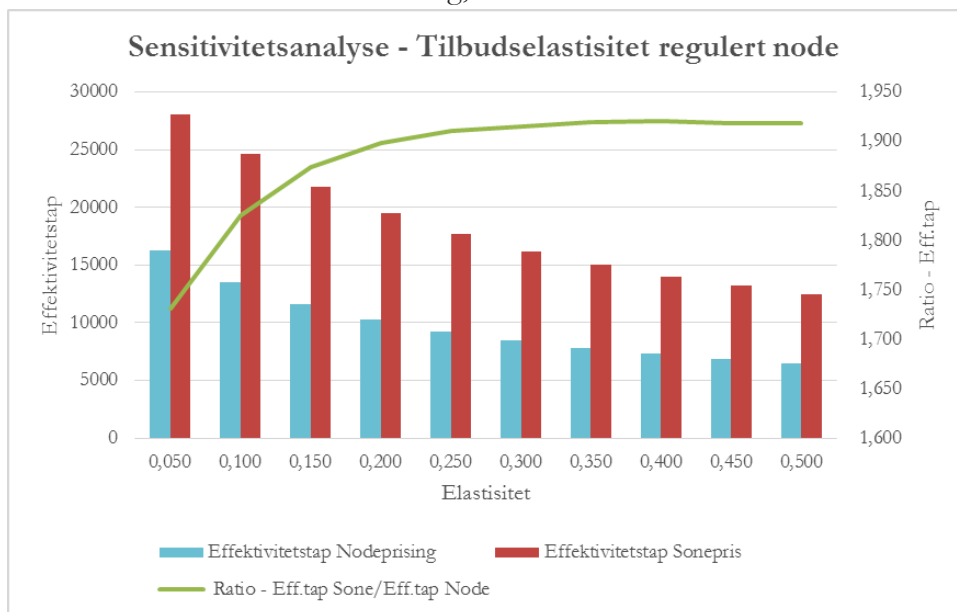
## 6.4.2 Variasjon av elasticitet for nedregulert produsent

I denne delen av sensitivitetsanalysen holdes tilbudselasticiteten i node 1, 2, 3, 4, og 5 konstant mens tilbudselasticiteten i node 6, hvor produksjonen reguleres, endres fra 0,001 til 0,5.



**Figur 9** Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselasticitet i regulert node. Elasticitet 0,001-0,5.

Slik analysen gjøres her økes fleksibiliteten i kun en node, simuleringene viser at effekten av dette er betydelig, men avtakende. Dette fordi effektivitetsgevinsten er avhengig av samspillseffekten med alle nodene i systemet. Når elasticitetene på tilbudssiden kun endres i den regulerte noden klarer modellen å realisere en løsning, ved selv de laveste elasticitetene.



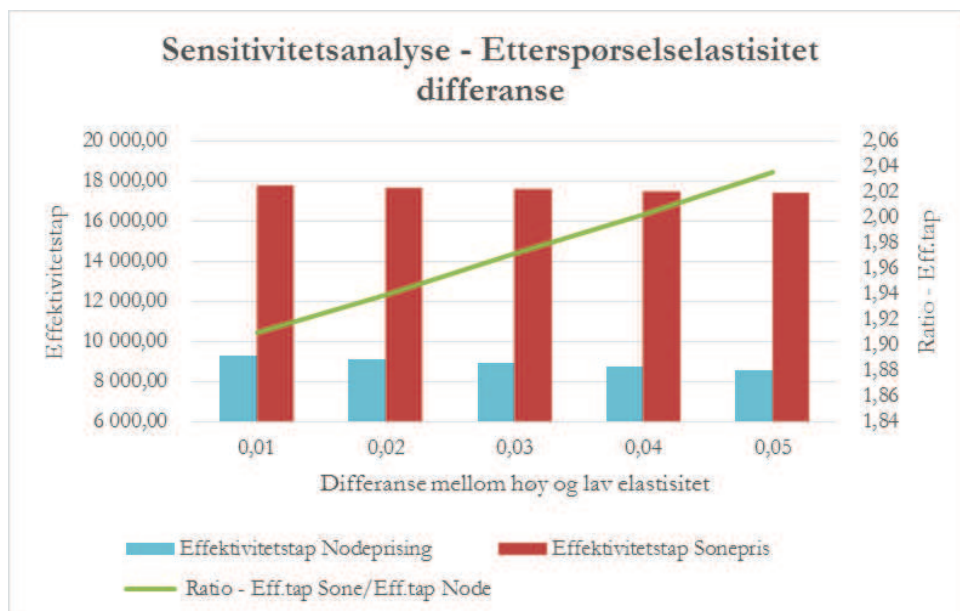
**Figur 10** Resultat av sensitivitetsanalyse, varierer tilbudselasticitet i regulert node. Elasticitet 0,05-0,5.

Ved antatte elasticiteter under 0,05 i node 6 får vi et relativt høyt effektivitetstap uavhengig av markedsorganisering. Fleksibiliteten er så lav når elasticitetene er 0,001 til 0,005 at GAMS-koden ikke klarer å fange opp forskjeller i effektivitetstap mellom dem. Når elasticitetene er 0,05 eller høyere får vi mer sammenliknbare resultater. En ser i figur 10 at økt elasticitet på tilbudssiden i

regulert node reduserer velferdstapet, og at nodeprising utnytter fleksibiliteten bedre. Nodeprising gir i alle simuleringer et lavere teoretisk effektivitetstap. Når tilbudselasticiteten blir høy nok, ca. 0,3, avtar den relative effektivitetsgevinsten, på grunn av de nevnte samspillseffektene. Her ser vi at nodeprising har et effektivitetstap på omtrent halvparten av effektivitetstapet ved soneprising.

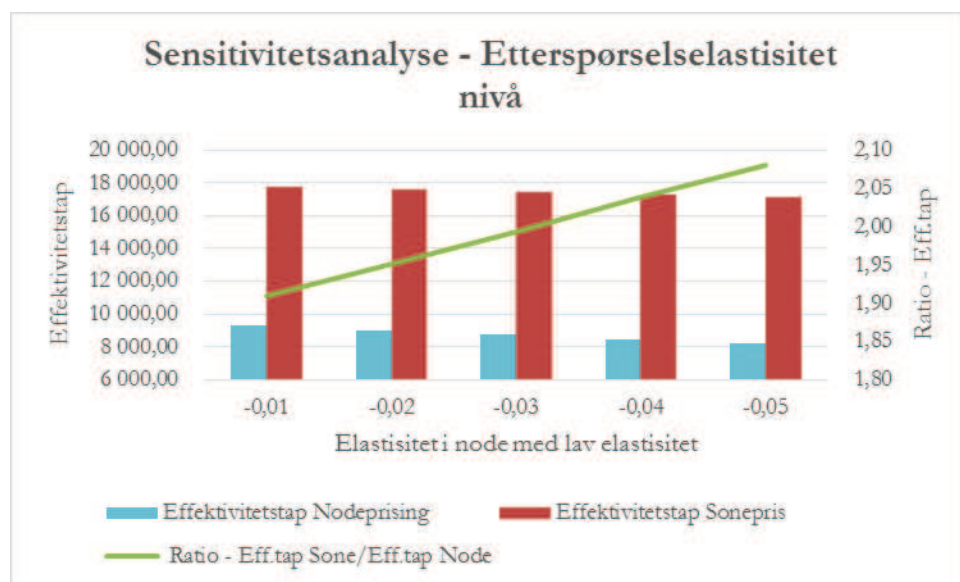
### 6.4.3 Variasjon av elastisiteter på etterspørselssiden.

Resultatene som fremkommer i figur 11 er generert ved å holde elastisiteten i lavelastisitetsnodene lik -0,01 og øke differansen slik at for den siste simuleringen er elastisitetene henholdsvis -0,01 og -0,06 for lav- og høylastisitetsnodene.



Figur 11 Sensitivitetsanalyse – differanse mellom etterspørsel elastisitet i mest og minst pris-elastiske noder.

Resultatene i figur 12 er beregnet ved å øke etterspørsel elastisitetene i alle noder, i simuleringen merket -0,05 er elastisitetene lik -0,05 i lavelastisitetsnoder og -0,06 i de med høylastisitetsnoder.



Figur 12 Sensitivitetsanalyse – økt nivå etterspørsel elastisiteter. Konstantdifferanse lik 0,01.

De ulike metodene elastisitetene er variert gir prinsipielt samme resultat. Nodeprising utnytter økt fleksibilitet i markedet bedre enn spesialregulering, samtidig som økte elastisiteter reduserer effektivitetstapets størrelse.

## 7. Diskusjon

Enhver økonomisk modell er en forenklet gjengivelse av et komplekst samspill. Resultatene en slik modell genererer er følgelig strengt avhengig av forutsetninger og antakelser en gjør. Modellens kvalitet avgjør følgelig resultatenes validitet.

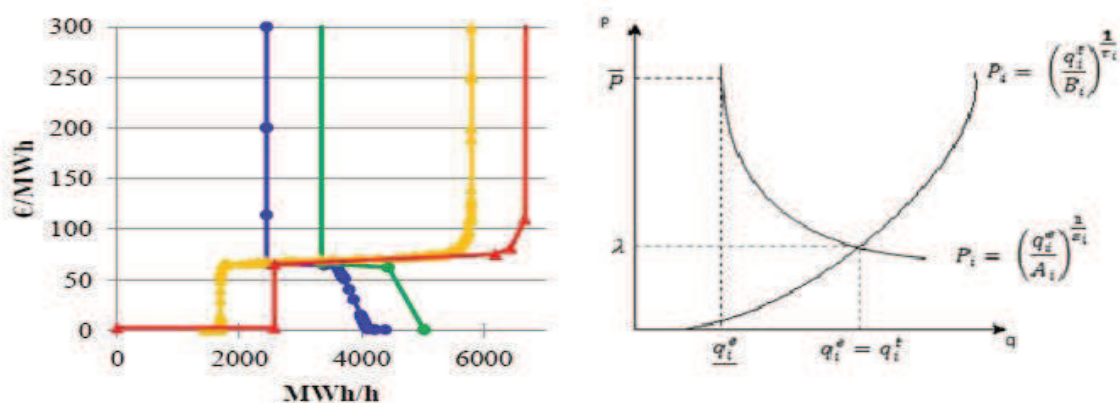
### 7.1 Forenklinger

I modellen er det forutsatt at all produksjon i et prisområde går til forbruk i samme område, og at alt forbruk i området dekkes av produksjon i området. Følgelig ignoreres flyt mot tilliggende prisområder. Simuleringene i kapittel 6 fanger derfor ikke opp eventuelle effekter ved at soneprisområdet, hvor regulering utøves, er koblet mot andre områder som krever eller ikke krever regulering. Konsekvensen av denne forenklingen er at prinsipielt kan analysen i kapittel 6 tolkes som en sammenlikning av nodeprising og uniformprising. Den samme forenklingen fører til at modellen ikke tar hensyn til at nodeprising i et land kan påvirke, eller påvirkes av, markeder i omkringliggende land hvor en eksempelvis har soneprising eller kun et prisområde. I *Nodal Pricing in a Coupled Electricity Market* (2014) analyserer E. Bjørndal et al. effekter av nodeprising koblet mot markeder med andre prisregimer. De viser at i et hybridsystem utnyttes deler av nettverket bedre, men at det kan gi ukorrekte insentiver som fører til overflødig produksjon og potensielt forverrer effekten av enkelte flaskehalsar (E. Bjørndal et al., 2014: 1). Disse momentene fanges ikke opp i denne oppgaven.

Som nevnt i kapittel 5.1 ignoreres overføringstapet. Dette endrer nødvendigvis de absolutte verdiene på effektivitetstap ved de ulike markedsstrukturene, men det vil ikke påvirke den relative forskjellen mellom de. Den benyttede modellen er en såkalt DC-tilnærming, konsekvensene av å modellere vekselstrømnett ved hjelp av denne tilnærmingen er tidligere omtalt i kapittel 3.4. Mulige feilslutninger fra denne tilnærmingen antas å være lite sannsynlig.

Topologien i modellen er et teoretisk nettverk mye brukt i litteraturen. Det er ikke forsøkt å gjengi den faktiske topologien i de ulike områdene i Norge. Denne forenklingen er vesentlig, men den prinsipielle innsikten modellen gir forringes ikke av den topologiske forenklingen.

Tilbuds- og etterspørselskurvene er relativt gode forenklinger av de faktiske kurvene slik de bys inn på NordPool. Den ikke-lineære målfunksjonen gir en prinsipielt god tilnærming til de mer nøyaktige budkurvene som gjerne benyttes i mer empiriske modeller. Forutsatt at rett elastisitet velges til rett time. Figur 13 sammenstiller kurvene slik de ser ut i modellen gitt funksjonene i



Figur 13 Sammenstilling av kurver benyttet av E. Bjørndal et al (2012) (venstre) og kurver basert på kapittel 5.1.1. Kilde: E. Bjørndal et al. (2012).



kapittel 5.1.1 og i analysen av Bjørndal et al (2012). En kan se at kurvene i modellen benyttet i denne oppgaven og modellen til E. Bjørndal et al (2012) er prinsipielt like. Området til venstre for nedre grense i denne analysen og til venstre for den vertikale linjen i Bjørndal et al. (2012) tolkes som en del av etterspørselen som er helt uavhengig av prisendringer på kort sikt. Dette kan også tolkes som fastkraft-delen i Statnetts samlast-modell. Det bemerkes at den prissensitive delen av etterspørselskurvene i denne oppgaven er brattere enn slik de fremstår i figur 4 og 13. Tilbudssiden er antatt uniform, en noe urealistisk forenkling, men det produseres i hovedsak ved hjelp av vannkraft som antas å ha små variasjoner i vannverdi. Heterogenitet blant produsenter belyses i noen grad i kapittel 6.4.1 når elastisiteten i kun node 6 endres.

I modellen er det også forutsatt at valgt prisregime ikke påvirker «0-prisen» i timene analysen gjøres for, dette er nødvendigvis ikke korrekt. For å få modellen til å realisere den samme systemprisen som markedet er modellen først simulert uten flaskehals. Ser en da på prisen som realiseres når det er én flaskehals håndtert med spesialregulering gir dette en annen pris. Dette illustreres i kapittel 6.2.1 og 6.2.4. Uten flaskehals er prisen 330,57 NOK/MWh og ved regulering er prisen 339,28 NOK/MWh. Dette er ikke korrekt da prisen faktisk var 330,57 NOK/MWh i timen hvor spesialreguleringen ble utført. Endret prisregime vil uansett kunne endre «0-prisen».

Nodepris-allokeringene i analysen er beregnet ved å benytte priser, forbruk og elastisiteter fra spotmarkedet, sammenliknet med aktiveringer av bud i regulerkraftmarkedet. En slik tilnærming er en potensielt vesentlig feilkilde, da disse nødvendigvis ikke er direkte sammenliknbare. Modellen tar ikke hensyn til oppstarts- eller rampingrestriksjoner i sanntidsmarkedet, eller andre infleksibiliteter utover de benytte elastisiteter. Se eventuelt E. Bjørndal et al. (2012: 37-38) for ytterligere diskusjon rundt dette.

Modellen optimeres kun for en periode, altså ignoreres dynamikk ifht blokkbud og raske lastendringer som følge av stokastisk produksjon fra uregulerbar kraftproduksjon eller endring av flyt på store utenlandskabler. En analyse ved å utvide modellen til flere perioder og introdusere stokastisk produksjon fra en eller flere noder ville være meget interessant. Dette er ikke gjort grunnet oppgavens avgrensning i tid og omfang. Videre er det heller ikke tatt hensyn til kostnadene av økt kompleksitet i systemansvarliges markedsbalansering. Informasjon fra spotmarkedet er verdifull for den momentane balanseringen av kraftnettet og en kan således tenke seg at dette blir dyrere, men på samme måte er de regnskapsmessige kostnadene av spesialreguleringen lite vektlagt.

Flaskehalsinntekter er ikke beregnet og tatt hensyn til i beregningene av samfunnsøkonomisk overskudd. Flaskehalsinntekter er definert som prisen i en node ganger netto flyt inn i samme node. Dette er vesentlig, E. Bjørndal et al. (2012) beregner forskjeller i effektivitetstap mellom optimale sonepriser og nodepriser i det norske markedet. Ser en nærmere på resultatene til E. Bjørndal et al. (2012) øker flaskehalsinntektene i alle fire scenariene de simulerer. Om disse ikke inkluderes kan gi ulike effekter på totalt velferdsnivå.

Fordelingseffekter blant markedsaktørene er ikke analysert. Fokuset har vært på endringer i velferd, derfor har ikke endringer i konsument- og produsentoverskudd blitt analysert hver for seg. Med utgangspunkt i E. Bjørndal et al.(2012) og Green (2007), kan det gis indikasjoner på effektene for konsument- og produsentoverskudd og flaskehalsinntekter ved overgang fra sonepriser til nodepriser. Det understrekes av E. Bjørndal et al. (2012) at deres endringer i overskuddene ikke kan tolkes kvantitativt da den forenklete sonemodellen i flere av simuleringene har to linjer og et



snitt som er overbelastet. Disse to linjene óg snittet måtte vært håndtert med spesialregulering for sammenliknbare estimater, effekten av dette har de ikke beregnet

Som nevnt viser Bjørndal et al. (2012) at i alle fire scenariene i deres analyse øker flaskehalsinntektene når en mer detaljert nettbeskrivelse realiseres. Endringer i konsument og produsentoverskudd er her mer tvetydig. I et av scenariene øker eksempelvis produsentoverskuddet ved nodeprising mens det reduseres ved en optimal soneprismodell. I et annet scenario reduseres konsumentoverskuddet vesentlig mindre ved nodeprising kontra optimale sonepriser. Derimot øker konsument- og produsentoverskuddet ved nodeprising og optimale sonepriser i deres fjerde scenario. Generelt finner Bjørndal et al. (2012) at økt fleksibilitet på etterspørselssiden kommer konsumentene til gode og skifter flaskehalskostnaden over på produsentene. Dette er i samsvar med Green (2007) som viser at økte elastisiteter alltid kommer konsumentene til gode, mens en uniform pris er til fordel for produsentene uavhengig av elastisitet.

En videre diskusjon rundt resultatene vist i kapittel 6 kontra Bjørndal et al. (2012) og Green (2007) foreligger i kapittel 7.3

## 7.2 Elastisiteter

Det er usikkerhet knyttet til elastisitetene, dette vises blant annet i SAKS-rapporten fra 2014 (Statnett, 2014), men modellen reflekterer at tilbudssiden er vesentlig mer prissensitiv enn etterspørselssiden. Som sensitivitetsanalysen viser gir høyere elastisitet, det vil si et mer fleksibelt marked, lavere effektivitetstap når flaskehalser oppstår. Effektiviteten av de ulike flaskehalshåndteringsmetodene er også strengt avhengig av antatte elastisiteter.

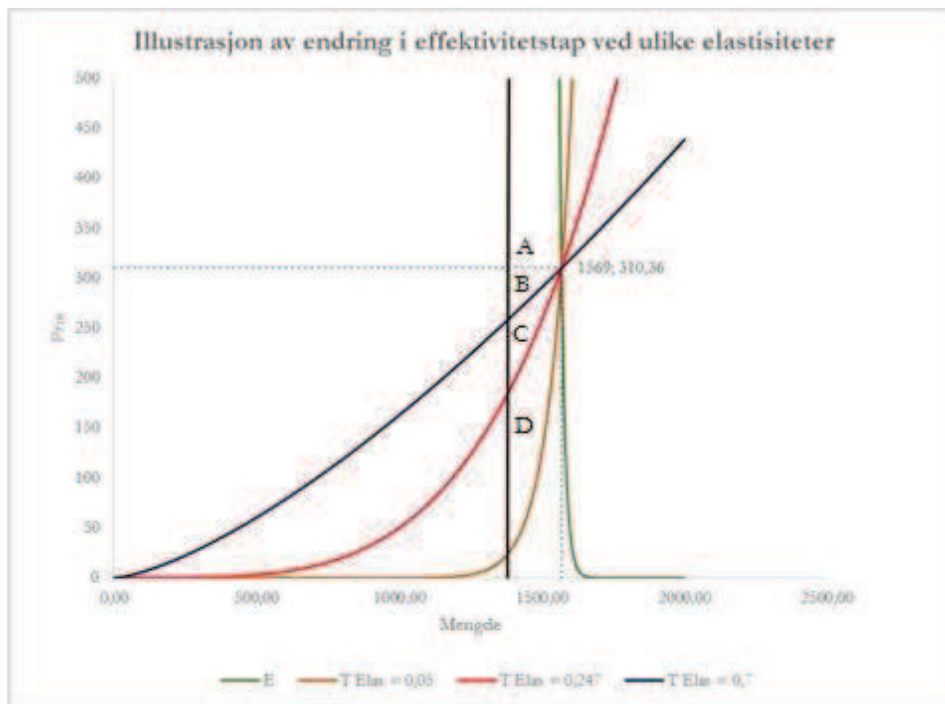
Etterspørselstelasitetene som benyttes i Statnetts-analyser er  $-0,03$  (Statnett, 2014: 37). I analysene ovenfor er etterspørselstelasitetene  $-0,01$  og  $-0,02$  i de ulike nodene. Om en benytter elastisitet  $-0,01$  eller  $-0,05$  i analysen gir ikke særlig store utslag på det absolutte samfunnsøkonomiske overskuddet. Sammenlignes derimot endringene i forholdet mellom effektivitetstapene ved en økning av elastisiteter, vises at reduksjonen i effektivitetstap ved nodeprising er større enn reduksjonen i effektivitetstap ved soneprising. Modellen tar ikke hensyn til variasjon i etterspørselstelasiteter over tid.

Slik analysene er utført i kapittel 6 er tilbudselastisitetene variert slik at de skal være så korrekte som mulig med hensyn på timen reguleringen er utført. For å identifisere viktigheten av tilbudssidens prissensitivitet er tilbudselastisitetene variert fra  $0,001$  til  $0,5$  for simulering nummer 7 (vist i figur 8, 9 og 10). Når tilbudselastisiteten øker i alle noder avtar effektivitetstapene gradvis. Igjen ser en at nodeprising utnytter fleksibiliteten i systemet bedre enn soneprisen. Denne effekten avtar i liten grad. Ved tilbudselastisitet lavere enn  $0,05$  i alle noder klarer ikke modellen å realisere noen løsning da den totale fleksibiliteten i modellen blir for liten. Dette reflekter at modellen er en forenkling spesielt med tanke på diskusjonen rundt høyprisperioden i 2009/2010 i kapittel 5.2.2. Allikevel er markedet antakelig ikke på den bratteste delen av budkurven når prisen i markedet er  $310,36$  NOK/MWh. Således er det lite sannsynlig at elastisiteten skal være så lav i nettopp dette scenariet.

Sensitivitetsanalyser er også gjort ved kun å variere elastisiteten i noden hvor tilbudet reguleres ned. Igjen er tilbudselastisiteten variert fra  $0,001$  til  $0,5$ , nå kun i node 6. I alle andre noder er det benyttet elastisitet lik  $0,247$  i henhold til tidligere omtalte forutsetninger. Modellen realiserer da et meget

høyt effektivitetstap ved elastisiteter lik 0,001 og 0,005, men er ikke presis nok til å beregne noen differanse mellom effektivitetstapene ved så lite prissensitivt tilbud. Det er heller ingen annen empirisk litteratur som indikerer at tilbudselastisitetene skal være så lave over tid, men det kan oppstå ekstremisituasjoner som nevnt i kapittel 5.2.2. Ser en bort fra disse og fokuserer på tilbudselastisitet fra 0,1 og oppover ser en at markedet nyter godt av fleksibiliteten i denne ene noden frem til et den er på ca 0,25 fremkommer noen interessante resultater. Når elastisiteten i kun node 6 økes over ca 0,25 fortsetter en svak reduksjon av effektivitetstapene, mens den relative gevinsten ved nodeprising avtar raskere og flater ut. De fleste av disse funnene er intuitive, men er enklere å forstå når løsningene illustreres grafisk som i figur 14 nedenfor.

Figur 14 tar utgangspunkt i simulering nummer 7 i tabell 14, den samme reguleringen som er omtalt i sensitivitetsanalysen. For å gjøre endringene tydeligere er det i illustrasjonen «nedregulert» et større



**Figur 14** Illustrasjon av endring i effektivitetstap.

kvantum enn i den faktiske beregningen. Etterspørselskurven er også forenklet da den har elastisitet lik -0,01. Siden Statnett gjør volumreguleringer for å realisere én pris i budområdet er analysen gjort på samme måte. I sensitivitetsanalysen ble det regulert ned 34 MWh ved alle elastisiteter og reguleringen realiserte én pris i alle simuleringer. Figur 14 viser at ved en tilbudselastisitet lik 0,7 er effektivitetstapet arealet av A og B Videre ved tilbudselastisitet lik 0,247 og 0,05 øker effektivitetstapet ved regulering med arealet av henholdsvis C og D.

Generelt ser vi at jo høyere elastisitet på tilbud- og etterspørselssiden jo lavere blir effektivitetstapet uavhengig av valgt prispolitikk, men jo mer fleksibelt markedet er jo bedre utnytter nodeprising dette sammenliknet med soneprising.

### 7.3 Validitet av resultater

I analysen i kapittel 6 har det i de fleste tilfeller vært nødvendig å regulere opp/ ned et større kvantum enn Statnett har gjort for å realisere én pris i budområdet. Dette kan ha ført til at de utførte beregninger viser et større effektivitetstap enn det reguleringen faktisk har resultert i. De fleste av Statnetts spesialreguleringer gjøres på tilbudssiden. Om en derfor kun tar utgangspunkt i de utførte tilbudsreguleringer, for å prøve å estimere effektivitetstapet av spesialregulering for et år, kan det tas utgangspunkt i det gjennomsnittlige effektivitetstapet pr MWh regulert i modellen. Dette er beregnet til 177,83 NOK/MWh. Nodeprising gir i gjennomsnitt et effektivitetstap på kr 88,38 NOK/MWh pr MWh redusert produksjon eller last. Tar en utgangspunkt i differansene mellom effektivitetstap pr MWh regulert ved spesialregulering og effektivitetstap pr MWh redusert flyt i nodeprismodellen, kan det gis et anslag på det totale effektivitetstapet som en direkte konsekvens av dagens prispolitikk. Blant tilbudsreguleringene er denne differansen i snitt 89,45 NOK/MWh. Totalt volum regulert i 2014 var 2 004 209 MWh. Vi ser da at når det tas utgangspunkt i gjennomsnittverdien er effektivitetstapet ved spesialreguleringen 179 MNOK. Modellen er dessverre ikke nøyaktig nok til at dette kan tolkes som et empirisk estimat på effektivitetstapet ved dagens prisregime. Modellen gir likevel en indikasjon på at dagens reguleringer neppe er samfunnsøkonomisk effektive.

Tar man, på tross av unøyaktigheten, utgangspunkt i at de 179 MNOK er representativt, kan en se dette i sammenheng med norske kraftprodusenters totalinntekt fra produksjon i de fem norske budområdene (Jfr. (Green, 2007)). En forenklet beregning, med gjennomsnittlig områdepris ganger produksjon pr time, viser at totalinntekten for norske kraftprodusenter i 2014 var noe i overkant av 33 mrd NOK. 179 MNOK utgjør da anslagsvis 0,54% prosent av produsentenes totalinntekt for 2014. Ved en empirisk tolkning utgjør dette den mulige effektivitetsgevinsten. En slik beregnet effektivitetsgevinst kan sammenliknes med Green (2007), hvor han estimerer at effektivitetsgevinst ved overgang fra sone- til nodeprising er 1,2% av produsentenes totalinntekter per år.

Tabell 17 viser resultater av simulering nummer 7 (i tabell 14) med elastisiteter benyttet i kapittel 6.3 og med Greens antatte etterspørselastisitet, -0,15. Her analyseres endring i effektivitetstap mot nodepriser som 0-alternativ. En ser tydelig at økte elastisiteter øker den mulige gevinsten.

På samme måte som Green (2007) viser sensitivitetsanalysene i denne oppgaven at når elastisiteten øker, øker også den mulige effektivitetsgevinsten ved nodeprising. Analysen viser jo større andel som ikke er prissensitiv jo mindre er den mulig effektivitetsgevinsten, med andre ord, mer fleksibilitet gir større potensiell gevinst.

**Tabell 17 Sammenligning av velferdseffekter ved node- og sonepris. Jfr. Green (2007: 140).**

	Etterspørselastisitet -0,01 og -0,02		Etterspørselastisitet -0,15 og -0,16	
	Nodepriser	Sonepriser	Nodepriser	Sonepriser
<b>Total velferd (NOK)</b>	44 242 870	44 234 410	27 202 030	27 192 250
<b>Totalinntekt (NOK)</b>	532 124	624 582	503 601	556 675
<b>Endring (NOK)</b>	-	-8 460,00	-	-9 780,00
<b>% av Inntekt</b>		-1,4 %		-1,8 %

Greens (2007) tolkning av avvikene krever en vesentlig mer empirisk modell, og gir derfor moderat innsikt i den faktiske besparelsen. Samtidig bemerkes at det er de relative effektivitetseffektene mellom alternativene som er interessant. Og således i mindre grad effektivitetsgevinsten i forhold til totalinntekten. Dette fordi størrelsen på det samfunnsøkonomiske overskuddet og avvikene er en teoretisk konstruert størrelse som er strengt avhengig av forutsetningene i analysen, mens totalinntekten er en empirisk verdi. Bjørndal et al. (2012) sammenlikner relative effektivitetseffekter ved sone- og nodeprising.

Deres resultater kan og sammenliknes med resultatene i denne analysen. Bjørndal et al. (2012) benytter en mer empirisk modell enn modellen som er benyttet i denne oppgaven, men kun beregnet for fire datoer i 2010. Flaskehalsinntekter er inkludert i beregningen av de samfunnsøkonomiske overskuddene og sonemodellen benyttet i deres analyse er en såkalt optimal sonemodell. Dette er en sonemodell med en detaljert nettbetegnelse som beskrevet i kapittel 2.3. Basert på Bjørndal et al. (2012) kan en anslå at kostnaden av flaskehalsene ved nodepriser er 48%-100% av kostnadene ved sonepriser. Basert på beregningene i kapittel 6 er tilsvarende tall 18%-60%. Hovedforskjellen kan antakelig tilskrives en ulik kalkulering av sonepriser, samt at Bjørndal et al. (2012) har en mer empirisk tilnærming. Dette er hovedmomentene som antas å føre til at modellen i kapittel 6 estimerer en større potensiell gevinst.

Ser vi på reguleringer på etterspørselsiden er gjennomsnittlig effektivitetstap ved soneprising 48,69 ganger høyere enn soneprising. Etterspørselsregulering slik det presenteres i kapittel 6.3 gir det et stort effektivitetstap, men det er en lite realistisk måte å håndtere flaskehalsene på.

**Tabell 18 Relative effektivitetstap beregnet av E. Bjørndal et al. (2012).**

Dato simulert	Relative effektivitetstap		Effektivitetstap- rate
	Optimale sonepriser	Nodepriser	
15.12.2010	-17,30	-15,60	1,11
07.10.2010	-1,50	-1,50	1,00
01.08.2010	-31,50	-15,00	2,10
06.01.2010	-2,30	-1,80	1,28

Resultatene her er derfor lite sammenliknbare med lastreguleringene Statnett gjør i dag. Likevel indikerer de at det vil være samfunnsøkonomisk mindre effektivt å nedregulere sluttbrukernes forbruk enn produksjon med dagens elastisiteter. Modellens simulering 8, 10 og 16 der tilbud og etterspørsel er regulert simultant gir lite samfunnsøkonomisk effektive resultater sammenlignet med nodeprising. Dette kan virke kontraintuitivt, men i de tilfeller hvor dette er forsøkt har det vært nødvendig å kjøpe ned all last som er priselastisk i tillegg til deler av produksjonen. Altså har det vært nødvendig å regulere ned store kvantum av den mest verdifulle kraften i konsum.

AMS forventes å gi økt forbrukerfleksibilitet. Sensitivitetsanalysene indikerer at dette vil gi et mer effektivt marked. Et meget viktig moment her er at når markedene blir mer fleksible vil effektivitetstapene reduseres uansett prisregime, men en forenklet soneprisstruktur vil ikke utnytte markedsfleksibiliteten like godt som nodeprising.

## 8. Konklusjon

I denne oppgaven er hovedhypotesen at spesialreguleringene Statnett gjør ved dagens markedsdesign er mindre effektivt enn en nodeprisorganisering i den norske delen av det nordiske kraftmarkedet. Videre har fokuset vært på hvilke effekter markedsfleksibilitet har på de ulike prisregimenes effektivitet.

Ved hjelp av en forenklet optimal økonomisk lastflytmodell, programmert i GAMS, har det blitt beregnet effekter av å håndtere ulike flaskehalsar med både nodeprising og spesialregulering. For å identifisere markedsfleksibilitetens effekt har det blitt utført flere sensitivitetsanalyser hvor etterspørsels- eller tilbudselasticitetene er endret og alt annet holdt konstant. En beregner det samfunnsøkonomiske overskuddet, det vil si summen av produsent og konsumentoverskudd i alle tilfellene og sammenligner disse.

Som diskutert i kapittel 7 er modellen en forenkling av de faktiske spesialreguleringene slik de utføres av Statnett. Blant de viktigste forenklingene nevnes at soneprismodellen er en svært rudimentær modell som ikke tar hensyn til flyt innad i området i prisfastsettelsen (E. Bjørndal et al., 2012), eller nodeprisingens effekt på flyt mot markeder med andre prisregimer (E. Bjørndal et al., 2014). Topologien benyttet i analysen er forenklet og langt fra å representere de faktiske forhold i budområdene.

Til tross for begrensningene gir modellen klare indikasjoner på at det er muligheter for vesentlige effektivitetsgevinster ved å benytte nodeprising i stedet for soneprising. Analysene viser at et konservativt estimat basert på beregningene i kapittel 6 er at effektiv nodeprising koster samfunnet 18 - 60% av hva spesialreguleringen koster i påført effektivitetstap. Den prosentvisebesparelsen bør ikke tolkes rigid, men er en indikasjon på at reguleringene Statnett gjør i dag ikke er samfunnsøkonomisk effektive. Det tas ikke hensyn til endringer i andre regnskapsmessige kostnader for systemansvarlig. De antatte elasticitetene har stor påvirkning på den prosentvise besparelsen som er diskutert ifht Green (2007) i kapittel 7.

Analysene viser også at nedregulering av last er potensielt vesentlig mer kostbart for samfunnet enn nedregulering av produksjon. Dette skyldes at elasticitetene på etterspørselssiden er vesentlig lavere enn den antatte tilbudselasticitetene og at det derfor er antatt en høyere betalingsvillighet (mindre villighet til regulering) her. Dette gjør indirekte at en kjøper ned kraften der den er mest verdifull i konsum. Denne måten å håndtere flaskehalsar på mot sluttbrukere er ikke realistisk i dagens marked, men resultatet gir likevel noe innsikt. Sensitivitetsanalysene belyser at når markeds fleksibiliteten økes, ved å gjøre konsumenter og/eller produsenter mer prisresponsive, blir markedet mer effektivt. Et nodeprisregime utnytter økt markedsfleksibilitet bedre enn et nodeprisregime. Ved implementering av AMS vil nodeprising utnytte den økte fleksibiliteten, dette kan bidra med, bedre enn dagens prisregime.

Fokuset i modelleringen har vært å belyse velferdseffektene ved de ulike prisregimene. Endringer i systemansvarliges kostnader ved ulike prisregimer er derfor ignorert. Å utvikle modellen til en full «badekarmmodell» med dynamisk lagring av vann i stedet for den enkle tilbudsfunksjonen som er valgt, eventuelt utvikle modellen over flere perioder og tilføre stokastisk produksjon vil også være en meget interessant analyse. Dessverre ligger dette utenfor denne oppgavens avgrensning.





## 9. Litteraturliste

- Bjørndal, E., Bjørndal, M., & Cai, H. (2014). Nodal Pricing in a Coupled Electricity Market. *Social Science Research Network Working Paper Series*. doi: citeulike-article-id:13496382
- Bjørndal, E., Bjørndal, M., & Gribkovskaia, V. (2012). *Congestion management in the Nordic power market: nodal pricing versus zonal pricing* (Vol. no. 15/12). Bergen: Samfunns- og næringslivsforskning.
- Bjørndal, M. (2000). *Topics on electricity transmission pricing*. [Bergen]: Norges handelshøyskole.
- Bye, T. A., Bjørndal, M., Doorman, G., Kjølle, G., & Riis, C. (2010). *Flere og riktigere priser - Et mer effektivt kraftsystem*. Oslo: Retrieved from <https://www.regjeringen.no/nb/dokumenter/ekspertutvalget-for-driften-av-kraftsyst/id626571/>.
- Bye, T. A., & Hansen, P. V. (2008). *How do Spot prices affect aggregate electricity demand?* (Vol. no. 527). Oslo: Statistisk sentralbyrå, Forskningsavdelingen.
- California ISO. (2006). *Spinning Reserve and Non-Spinning Reserve*. Folsom, CA: California\_ISO Retrieved from <http://www.caiso.com/Documents/SpinningReserveandNonSpinningReserve.pdf>.
- Chao, H.-P., & Peck, S. (1998). Reliability Management in Competitive Electricity Markets. *Journal of Regulatory Economics*, 14(2), 189-200. doi: 10.1023/A:1008061319181
- Førsund, F. R. (2007). *Hydropower economics*. New York, NY: Springer.
- Green, R. (2007). Nodal pricing of electricity: how much does it cost to get it wrong? *Journal of Regulatory Economics*, 31(2), 125-149. doi: 10.1007/s11149-006-9019-3
- Hogan, W. (1992). Contract networks for electric power transmission. *Journal of Regulatory Economics*, 4(3), 211-242. doi: 10.1007/BF00133621
- Holmberg, P., & Lazarczyk, E. (2015). Comparison of congestion management techniques: Nodal, zonal and discriminatory pricing. *The Energy Journal*, 36(2), 145-166. doi: <http://dx.doi.org/10.5547/01956574.36.2.7>
- Hveding, V. (1969). *Optimum structure of a country's energy production: digital simulation techniques in power system planning*. Oslo: Norconsult.
- Kristjónsson, M. (2013). *Enforcing the N-1 Criterion in Power Transmission Networks: An Analysis of a Theoretical Model*. (MSc in Economics and Business Administration Master of Science), NHH, Bergen.
- Mirza, F. M., & Bergland, O. (2015). Market Power in Norwegian Electricity Market: Are the Transmission Bottlenecks Truly Exogenous? *Energy Journal*, 36(4), 313-330.
- Montel. (2015). Vurderer nytt sørnorsk prisområde. *Montel Nyhetsbrev Norge*(Nr 13 2015), 7.
- NordPool. (2013). NO. 69/2013 - NEW MINIMUM AND MAXIMUM PRICE CAPS IN NOK FROM 29 DECEMBER. Retrieved 30.03.2015, 2015, from <http://www.nordpoolspot.com/message-center-container/nordicbaltic/exchange-message-list/2013/Q4/No-692013---New-minimum-and-maximum-price-caps-in-NOK-from-29-December/>
- Norges Bank. (2015). *Valuta Kurser for Euro* [Valutakurser]. Retrieved from: [http://www.norges-bank.no/WebDAV/stat/valutakurser/sdv/valuta\\_dag.sdv](http://www.norges-bank.no/WebDAV/stat/valutakurser/sdv/valuta_dag.sdv)

- NVE. (2011a). *Kvartalsrapport for kraftmarknaden. 1. kvartal 2011*. (Nr 7). Oslo: Norges vassdrags- og energidirektorat Retrieved from <http://www.nve.no/no/Kraftmarked/Analyser/Kvartalsrapporter/>.
- NVE. (2011c). *Mapping of selected markets with Nodal pricing or similar systems - Australia, New Zealand and North American power markets*. Oslo: Norges Vassdrags- og Energidirektorat Retrieved from <http://www.nve.no/Global/Publikasjoner/Publikasjoner%202011/Report%202011/report2-11.pdf>.
- NVE. (2012). *Tid for ny markedsdesign?* Oslo: Norges vassdrags- og energidirektorat.
- NVE. (2014). *Driften av kraftsystemet 2013*. Oslo: Norges vassdrags- og energidirektorat Retrieved from [http://webby.nve.no/publikasjoner/rapport/2014/rapport2014\\_38.pdf](http://webby.nve.no/publikasjoner/rapport/2014/rapport2014_38.pdf).
- NVE. (2015). *Kostnader i energisektoren - Kraft, varme og effektivisering*. Oslo: Norges vassdrags- og energidirektorat.
- Purchala, K., Meeus, L., Van Dommelen, D., & Belmans, R. (2005). *Usefulness of DC power flow for active power flow analysis*. Paper presented at the Power Engineering Society General Meeting, 2005. IEEE.
- Schweppe, F., Caramanis, M., Tabors, R., & Bohn, R. (1988). *Spot Pricing of Electricity*. Boston: Springer US.
- Statnett. (2013a). *Rapport fra systemansvarlig - Om kraftsystemet i Norge 2013*. Oslo: Statnett Retrieved from <http://www.statnett.no/Global/Dokumenter/Kraftsystemet/Rapport%20fra%20Systemansvarlig%20om%20Kraftsyst.pdf>.
- Statnett. (2013c). *Workshop om marginaltap*. Oslo: Statnett Retrieved from <http://www.statnett.no/Global/Dokumenter/Kundeportalen/Statnett%20-%20Marginaltap.pdf>.
- Statnett. (2014). *SAKS 2014 - Gjennomgang av og behov for SAKS-tiltak*. Oslo: Statnett Retrieved from <http://www.statnett.no/Global/Dokumenter/Kraftsystemet/Tariff%20og%20tilknytning/%C3%B8konomisk%20info/SAKS%202014%20-%20Gjennomgang%20av%20og%20behov%20for%20SAKS-tiltak.pdf>.
- Teknisk Ukeblad. (2010). Lik strømpris i hele Norge. Retrieved 19.01.2015, 2015, from <http://www.tu.no/kraft/2010/12/07/lik-strompris-i-hele-norge>
- Teknisk Ukeblad. (2011). Moe sier nei til lik strømpris. Retrieved 20.01.2015, from <http://www.tu.no/kraft/2011/04/28/moe-sier-nei-til-lik-strompris>
- TV2. (2011, 16.01.2015, kl. 13.40). Åtte av ti vil ha lik strømpris i hele Norge. from <http://www.tv2.no/a/3638873>
- Wu, F., Varaiya, P., Spiller, P., & Oren, S. (1996). Folk theorems on transmission access: Proofs and counterexamples. *Journal of Regulatory Economics*, 10(1), 5-23. doi: 10.1007/BF00133356



## 10. Vedlegg

### 10.A1 GAMS-kode for beregning av PTDF

Variables

```
Q1 netto krafttilførsel i node 1
Q2 netto krafttilførsel i node 2
Q3 netto krafttilførsel i node 3
Q4 netto krafttilførsel i node 4
Q5 netto krafttilførsel i node 5
Q6 netto krafttilførsel i node 6
f12 flyt fra 1 til 2
f13 flyt fra 1 til 3
f23 flyt fra 2 til 3
f14 flyt fra 1 til 4
f25 flyt fra 2 til 5
f45 flyt fra 4 til 5
f46 flyt fra 4 til 6
f56 flyt fra 5 til 6
opt fiktiv optimand
;
Equation NR1 Nodelikning 1;
      NR1.. Q1 =e= f12 + f13 + f14 ;
Equation NR2 Nodelikning 2;
      NR2.. Q2 =e= -f12 + f23 + f25;
Equation NR3 Nodelikning 3;
      NR3.. Q3 =e= - f13 - f23 ;
Equation NR4 Nodelikning 4;
      NR4.. Q4 =e= - f14 + f45 + f46 ;
Equation NR5 Nodelikning 5;
      NR5.. Q5 =e= - f25 - f45 + f56;
Equation NR6 Nodelikning 6;
      NR6.. Q6 =e= - f46 - f56 ;
Equation LR1 Sløyfelikning 1;
      LR1.. f12 + f23 - f13 =e= 0 ;
Equation LR2 Sløyfelikning 2;
```

```

LR2.. f12 + f25 - f45 - f14 =e= 0 ;

Equation LR3 Sløyfelikning 3;
LR3.. f45 + f56 - f46 =e= 0 ;

Equation EB Energibalansen ;

EB.. Q1 + Q2 + Q3 + Q4 + Q5 + Q6 =e= 0 ;

Equation Opti Fiktiv optimisering;

Opti.. Opt =e= 0;

Q1.fx = 1;
Q2.fx = 0;
Q3.fx = 0;
Q4.fx = 0;
Q5.fx = 0;
Q6.fx = - 1;

Model PTDF1 Power transfer distribution factor node 1
/ALL/;

SOLVE PTDF1 using lp maximizing opt;

Q1.fx = 0;
Q2.fx = 1;
Q3.fx = 0;
Q4.fx = 0;
Q5.fx = 0;
Q6.fx = - 1;

Model PTDF2 Power transfer distribution factor node 2
/ALL/;

SOLVE PTDF2 using lp maximizing opt;

Q1.fx = 0;
Q2.fx = 0;
Q3.fx = 1;
Q4.fx = 0;
Q5.fx = 0;
Q6.fx = - 1;

Model PTDF3 Power transfer distribution factor node 1
/ALL/;

SOLVE PTDF3 using lp maximizing opt;

```

```
Q1.fx = 0;  
Q2.fx = 0;  
Q3.fx = 0;  
Q4.fx = 1;  
Q5.fx = 0;  
Q6.fx = - 1;
```

```
Model PTDF4 Power transfer distribution factor node 1  
/ALL/;
```

```
SOLVE PTDF4 using lp maximizing opt;
```

```
Q1.fx = 0;  
Q2.fx = 0;  
Q3.fx = 0;  
Q4.fx = 0;  
Q5.fx = 1;  
Q6.fx = - 1;
```

```
Model PTDF5 Power transfer distribution factor node 1  
/ALL/;
```

```
SOLVE PTDF5 using lp maximizing opt;
```

```
Q1.fx = 0;  
Q2.fx = 0;  
Q3.fx = 0;  
Q4.fx = 0;  
Q5.fx = 0;  
Q6.fx = 1-1;
```

```
Model PTDF6 Power transfer distribution factor node 1  
/ALL/;
```

```
SOLVE PTDF6 using lp maximizing opt;
```

## 10.A2 Antakelser for simuleringene

Tabell 19 Antakelser for de 18 simuleringene, del 1.

Simulering nr	Område	Dag	Dato	Time	Retning	Differanse		Antatt		Regulert	
						høy/lav	elas	Linje	Flyt før regulering	av Statnett	i modellen
1	NO3	Mandag	01.07.2013	20-21	NED	75,00	13		20	20	20 Tilbud
2	NO2	Tirsdag	01.04.2014	07-08	NED	1 500,00	56		378	329	329 Tilbud
3	NO3	Mandag	04.03.2013	22-23	NED	412,50	13/56		165	143	143 Tilbud
4	NO5	Torsdag	16.01.2014	14-15	NED	75,00	14		15	1	1 Tilbud
5	NO5	Søndag	06.01.2013	10-11	NED	150,00	12		30	1	4 Etterspørsel
6	NO5	Søndag	06.01.2013	10-11	NED	150,00	12		30	1	2 Tilbud
7	NO4	Torsdag	25.07.2013	19-20	NED	300,00	56		40	34	34 Tilbud
8	NO4	Torsdag	25.07.2013	19-20	NED	300,00	56		80	34	34 Etterspørsel
9	NO1	Lørdag	01.03.2014	23-00	NED	300,00	25		55	33	53 Tilbud
10	NO1	Lørdag	01.03.2014	23-00	NED	300,00	25		55	33	98 Etterspørsel
11	NO1	Mandag	29.04.2013	22-23	OPP	300,00	23		20	20	50 Tilbud
12	NO1	Mandag	29.04.2013	22-23	OPP	300,00	23		20	20	70 Etterspørsel
13	NO4	Fredag	21.02.2014	19-20	OPP	300,00	14		60	27	47 Tilbud
14	NO4	Fredag	21.02.2014	19-20	OPP	300,00	14		60	27	76 Etterspørsel
15	NO3	Fredag	20.09.2013	08-09	NED	300,00	13		80	41	41 Tilbud
16	NO3	Fredag	20.09.2013	08-09	NED	300,00	13		80	41	41 Etterspørsel
17	NO3	Lørdag	06.12.2014	19-20	NED	300,00	25		60	5	20 Tilbud
18	NO3	Lørdag	06.12.2014	19-20	NED	300,00	25		60	5	15 Etterspørsel

Tabell 20 Antakelser for de 18 simuleringene, del 2.

Simulering nr	Etterspørselastisitet			Tilbuds- elastisitet	Områdepris	Forbruk	Produksjon	Netto import	Antatt forbruk		
	n1 & n5	n2, n3, n4 & n6	n1 & n5						n2, n3, n4 & n6	n2, n3, n4 & n6	
1	-0,02	-0,01	0,31	268,71	2150	1605	545	408,33	333,33		
2	-0,02	-0,01	0,489	231,15	4468	7703	-3235	1 744,67	244,67		
3	-0,02	-0,01	0,283	283,23	2555	1618	937	700,83	288,33		
4	-0,02	-0,01	0,314	272,73	2705	5991	-3286	500,83	425,83		
5	-0,02	-0,01	0,351	255,54	2020	2408	-388	436,67	286,67		
6	-0,02	-0,01	0,351	255,54	2020	2408	-388	436,67	286,67		
7	-0,02	-0,01	0,247	310,36	1569	2804	-1235	461,50	161,50		
8	-0,02	-0,01	0,247	310,36	1569	2804	-1235	461,50	161,50		
9	-0,02	-0,01	0,469	232,49	4477	2380	2097	946,16	646,16		
10	-0,02	-0,01	0,469	232,49	4477	2380	2097	946,16	646,16		
11	-0,02	-0,01	0,283	330,46	4254	2119	2135	909,00	609,00		
12	-0,02	-0,01	0,283	330,46	4254	2119	2135	909,00	609,00		
13	-0,02	-0,01	0,247	255,25	2501	2726	-225	616,83	316,83		
14	-0,02	-0,01	0,247	255,25	2501	2726	-225	616,83	316,83		
15	-0,02	-0,01	0,422	369,50	2591	2094	497	631,83	331,83		
16	-0,02	-0,01	0,422	369,50	2591	2094	497	631,83	331,83		
17	-0,02	-0,01	0,247	287,03	2777	1849	928	662,83	362,83		
18	-0,02	-0,01	0,247	287,03	2777	1849	928	662,83	362,83		

De ni benyttede simuleringen for å beregne 18%-60% kostnad av flaskehals ved node- kontra soneprising er nummer 2, 7, 3, 6, 15, 1, 9, 13 og 11.

## 10.A3 GAMS-kode for optimering

*Kommentar til optimeringskoden: Programmeringen som følger viser fremgangsmåten jeg har benyttet til kalibreringen i kapittel 6.2.1-6.2.4. Koden er ikke pen, men funksjonell og skrevet av en nybegynner.*

```
Option nlp = minos;  
*Option nlp = conopt;
```

Parameters

```
QE      Total etterspørsel i markedet  
QT      Totalt tilbud i markedet  
so1     Samfunnsøkonomisk overskudd node 1  
so2     Samfunnsøkonomisk overskudd node 2  
so3     Samfunnsøkonomisk overskudd node 3  
so4     Samfunnsøkonomisk overskudd node 4  
so5     Samfunnsøkonomisk overskudd node 5  
so6     Samfunnsøkonomisk overskudd node 6  
  
A1      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 1  
A2      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 2  
A3      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 3  
A4      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 4  
A5      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 5  
A6      Konstantledd i etterspørs.funksjon i node 6  
  
Epsi1   Etterspørselselastisitet i node 1 (egenpris)  
Epsi2   Etterspørselselastisitet i node 2 (egenpris)  
Epsi3   Etterspørselselastisitet i node 3 (egenpris)  
Epsi4   Etterspørselselastisitet i node 4 (egenpris)  
Epsi5   Etterspørselselastisitet i node 5 (egenpris)  
Epsi6   Etterspørselselastisitet i node 6 (egenpris)  
  
B1      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 1  
B2      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 2  
B3      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 3  
B4      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 1  
B5      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 2  
B6      Konstantledd i tilbudsfunksjon i node 3  
  
Tau1    Tilbudselastisitet node 1  
Tau2    Tilbudselastisitet node 2  
Tau3    Tilbudselastisitet node 3  
Tau4    Tilbudselastisitet node 4  
Tau5    Tilbudselastisitet node 5  
Tau6    Tilbudselastisitet node 6  
  
Ps_0    Systempris startverdi  
p1_0    Startpris til produsent i node 1 (NOK pr MWh)  
p2_0    Startpris til produsent i node 2 (NOK pr MWh)  
p3_0    Startpris til produsent i node 3 (NOK pr MWh)  
p4_0    Startpris til produsent i node 4 (NOK pr MWh)  
p5_0    Startpris til produsent i node 5 (NOK pr MWh)  
p6_0    Startpris til produsent i node 6 (NOK pr MWh)  
  
qe1_0   Antatt etterspørsel i MWh i node 1
```

```
qe2_0      Antatt etterspørsel i MWh i node 2
qe3_0      Antatt etterspørsel i MWh i node 3
qe4_0      Antatt etterspørsel i MWh i node 4
qe5_0      Antatt etterspørsel i MWh i node 5
qe6_0      Antatt etterspørsel i MWh i node 6
```

```
qt1_0      Antatt tilbud i MWh i node 1
qt2_0      Antatt tilbud i MWh i node 2
qt3_0      Antatt tilbud i MWh i node 3
qt4_0      Antatt tilbud i MWh i node 4
qt5_0      Antatt tilbud i MWh i node 5
qt6_0      Antatt tilbud i MWh i node 6
```

```
;
```

```
*Startverdier
```

```
*Epsil og 5 -> Swe
```

```
*Epsi2,3,4 og 6 -> Nor
```

```
Epsi1 = -0.017416;
```

```
Epsi2 = -0.028107;
```

```
Epsi3 = -0.028107;
```

```
Epsi4 = -0.028107;
```

```
Epsi5 = -0.017416;
```

```
Epsi6 = -0.028107;
```

```
*Uniform tilbudsside
```

```
Tau1 = 0.211;
```

```
Tau2 = 0.211;
```

```
Tau3 = 0.211;
```

```
Tau4 = 0.211;
```

```
Tau5 = 0.211;
```

```
Tau6 = 0.211;
```

```
*Antar lik pris i alle områder pga flyt mellom nodene...
```

```
p1_0 = 330.57;
```

```
p2_0 = 330.57;
```

```
p3_0 = 330.57;
```

```
p4_0 = 330.57;
```

```
p5_0 = 330.57;
```

```
p6_0 = 330.57;
```

```
*Likevekt mellom alle 6 noder i etterspurt og tilbudt kvantum
```

```
qe1_0 = 1260;
```

```
qe2_0 = 1185;
```

```
qe3_0 = 1185;
```

```
qe4_0 = 1185;
```

```
qe5_0 = 1260;
```

```
qe6_0 = 1185;
```

```
qt1_0 = 1210;
```

```
qt2_0 = 1210;
```

```
qt3_0 = 1210;
```

```
F
```

```
qt4_0 = 1210;
qt5_0 = 1210;
qt6_0 = 1210;
```

```
*Kalibrering av konstantledd etterspørselsfunksjoner
```

```
A1 = qe1_0 / (p1_0**Epsi1) ;
A2 = qe2_0 / (p2_0**Epsi2) ;
A3 = qe3_0 / (p3_0**Epsi3) ;
A4 = qe4_0 / (p4_0**Epsi4) ;
A5 = qe5_0 / (p5_0**Epsi5) ;
A6 = qe6_0 / (p6_0**Epsi6) ;
```

```
*Kalibrering av konstantledd tilbudsfunksjoner
```

```
B1 = qt1_0 / (p1_0**Tau1);
B2 = qt2_0 / (p2_0**Tau2);
B3 = qt3_0 / (p3_0**Tau3);
B4 = qt4_0 / (p4_0**Tau4);
B5 = qt5_0 / (p5_0**Tau5);
B6 = qt6_0 / (p6_0**Tau6);
```

```
Display A1, A2, A3, A4, A5, A6, B1, B2, B3, B4, B5, B6;
```

```
Variables
```

```
S0          Samfunnsøkonomisk overskudd
```

```
qe1          Etterspørsel i node1
qe2          Etterspørsel i node2
qe3          Etterspørsel i node3
qe4          Etterspørsel i node4
qe5          Etterspørsel i node5
qe6          Etterspørsel i node6
```

```
qt1          Produksjon i node1
qt2          Produksjon i node2
qt3          Produksjon i node3
qt4          Produksjon i node4
qt5          Produksjon i node5
qt6          Produksjon i node6
```

```
q1          Nettotilførsel til systemet fra node 1
q2          Nettotilførsel til systemet fra node 2
q3          Nettotilførsel til systemet fra node 3
q4          Nettotilførsel til systemet fra node 4
q5          Nettotilførsel til systemet fra node 5
q6          Nettotilførsel til systemet fra node 6
```

```
f12         Flyt fra node 1 til node 2
```

```

f21      Flyt fra node 2 til node 1
f13      Flyt fra node 1 til node 3
f31      Flyt fra node 3 til node 1
f23      Flyt fra node 2 til node 3
f32      Flyt fra node 3 til node 2
f14      Flyt fra node 1 til node 4
f41      Flyt fra node 4 til node 1
f45      Flyt fra node 4 til node 5
f54      Flyt fra node 5 til node 4
f25      Flyt fra node 2 til node 5
f52      Flyt fra node 5 til node 2
f46      Flyt fra node 4 til node 6
f64      Flyt fra node 6 til node 4
f56      Flyt fra node 5 til node 6
f65      Flyt fra node 6 til node 5

```

```
;
```

Positive variables

```

qt1, qt2, qt3, qt4, qt5, qt6,
qe1, qe2, qe3, qe4, qe5, qe6,
ps;

```

```

ps.up= 30000;
qe1.lo = 1159.879057 ;
qe2.lo = 1036.781894 ;
qe3.lo = 1036.781894 ;
qe4.lo = 1036.781894 ;
qe5.lo = 1159.879057 ;
qe6.lo = 1036.781894 ;

```

Equation Obj            Samfunnsøkonomisk overskudd;

```

Obj..      so =e=  ps.up*qe1.lo
              +
((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
              -
((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1.lo**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
              -
((1/B1)**(1/Tau1))*(qt1**((1/Tau1)+1))/((1/Tau1)+1)
              + ps.up*qe2.lo
              +
((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
              -
((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2.lo**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
              -
((1/B2)**(1/Tau2))*(qt2**((1/Tau2)+1))/((1/Tau2)+1)
              + ps.up*qe3.lo
              +
((1/A3)**(1/Epsi3))*(qe3**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)

```

H



$$\begin{aligned}
& - \\
& ((1/A3)**(1/Epsi3))* (qe3.lo**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1) \\
& - \\
& ((1/B3)**(1/Tau3))* (qt3**((1/Tau3)+1))/((1/Tau3)+1) \\
& + ps.up*qe4.lo \\
& + \\
& ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1) \\
& - \\
& ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4.lo**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1) \\
& - \\
& ((1/B4)**(1/Tau4))* (qt4**((1/Tau4)+1))/((1/Tau4)+1) \\
& + ps.up*qe5.lo \\
& + \\
& ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1) \\
& - \\
& ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.lo**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1) \\
& - \\
& ((1/B5)**(1/Tau5))* (qt5**((1/Tau5)+1))/((1/Tau5)+1) \\
& + ps.up*qe6.lo \\
& + \\
& ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1) \\
& - \\
& ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.lo**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1) \\
& - \\
& ((1/B6)**(1/Tau6))* (qt6**((1/Tau6)+1))/((1/Tau6)+1)
\end{aligned}$$

;

Equation Net1 Nettolikning 1;

$$\text{Net1.. Q1 =e= qt1 - qe1;}$$

Equation Net2 Nettolikning 2;

$$\text{Net2.. Q2 =e= qt2 - qe2;}$$

Equation Net3 Nettolikning 3;

$$\text{Net3.. Q3 =e= qt3 - qe3;}$$

Equation Net4 Nettolikning 4;

$$\text{Net4.. Q4 =e= qt4 - qe4;}$$

Equation Net5 Nettolikning 5;

$$\text{Net5.. Q5 =e= qt5 - qe5;}$$

Equation Net6 Nettolikning 6;

$$\text{Net6.. Q6 =e= qt6 - qe6;}$$

```

Equation NR1 Nodelikning 1;
      NR1.. Q1 =e= f12 + f13 + f14 ;
Equation NR2 Nodelikning 2;
      NR2.. Q2 =e= -f12 + f23 + f25 ;
Equation NR3 Nodelikning 3;
      NR3.. Q3 =e= - f13 - f23;
Equation NR4 Nodelikning 4;
      NR4.. Q4 =e= - f14 + f45 + f46 ;
Equation NR5 Nodelikning 5;
      NR5.. Q5 =e= - f25 - f45 + f56;
*Equation NR6 Nodelikning 6;
*      NR6.. Q6 =e= - f46 - f56 ;
Equation LR1 Sløfvelikning 1;
      LR1.. f12 + f23 - f13 =e= 0 ;
Equation LR2 Sløfvelikning 2;
      LR2.. f12 + f25 - f45 - f14 =e= 0 ;
Equation LR3 Sløfvelikning 3;
      LR3.. f45 + f56 - f46 =e= 0 ;
Equation EB Energy balance equation ;
      EB.. qe1 + qe2 + qe3 + qe4 + qe5 + qe6 =e= qt1 + qt2 + qt3
+ qt4 + qt5 + qt6 ;
Model NODE_MOD / all / ;

*Mellom node 1 og 2
f12.lo = -inf;
f12.up = inf;

*Mellom node 1 og 3
f13.lo = -inf;
f13.up = inf;

*Mellom node 2 og 3
f23.lo = -inf;
f23.up = inf;

```

```
*Mellom node 1 og 4
f14.lo = -inf;
f14.up = inf;
```

```
*Mellom node 2 og 5
f25.lo = -inf;
f25.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 5
f45.lo = -inf;
f45.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 6
f46.lo = -inf;
f46.up = inf;
```

```
*Mellom node 5 og 6
f56.lo = - inf;
f56.up = inf;
```

```
Solve NODE_MOD using nlp maximizing so;
```

```
so1 = ps.up*qe1.lo
      + ((1/A1)**(1/Epsi1))* (qe1.l**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/A1)**(1/Epsi1))* (qe1.lo**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/B1)**(1/Tau1))* (qt1.l**((1/Tau1)+1))/((1/Tau1)+1) ;
```

```
so2 = ps.up*qe2.lo
      + ((1/A2)**(1/Epsi2))* (qe2.l**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/A2)**(1/Epsi2))* (qe2.lo**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/B2)**(1/Tau2))* (qt2.l**((1/Tau2)+1))/((1/Tau2)+1) ;
```

```
so3 = ps.up*qe3.lo
      + ((1/A3)**(1/Epsi3))* (qe3.l**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/A3)**(1/Epsi3))* (qe3.lo**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/B3)**(1/Tau3))* (qt3.l**((1/Tau3)+1))/((1/Tau3)+1) ;
```

```
so4 = ps.up*qe4.lo
      + ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4.l**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4.lo**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/B4)**(1/Tau4))* (qt4.l**((1/Tau4)+1))/((1/Tau4)+1) ;
```

```
so5 = ps.up*qe5.lo
      + ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.l**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.lo**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/B5)**(1/Tau5))* (qt5.l**((1/Tau5)+1))/((1/Tau5)+1) ;
```

```
so6 = ps.up*qe6.lo
      + ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.l**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.lo**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/B6)**(1/Tau6))* (qt6.l**((1/Tau6)+1))/((1/Tau6)+1) ;
```

```
QT = qt1.1 + qt2.1 + qt3.1 + qt4.1 + qt5.1 + qt6.1 ;
QE = qe1.1 + qe2.1 + qe3.1 + qe4.1 + qe5.1 + qe6.1 ;
```

```
Display so1, so2, so3, so4, so5, so6, QT, QE;
```

```
*Mellom node 1 og 2
f12.lo = -5;
f12.up = inf;
```

```
*Mellom node 1 og 3
f13.lo = -inf;
f13.up = inf;
```

```
*Mellom node 2 og 3
f23.lo = -inf;
f23.up = inf;
```

```
*Mellom node 1 og 4
f14.lo = -inf;
f14.up = inf;
```

```
*Mellom node 2 og 5
f25.lo = -inf;
f25.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 5
f45.lo = -inf;
f45.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 6
f46.lo = -inf;
f46.up = inf;
```

```
*Mellom node 5 og 6
f56.lo = - inf;
f56.up = inf;
```

```
Solve NODE_MOD using nlp maximizing so;
```

```
so1 = ps.up*qe1.lo
      + ((1/A1)**(1/Epsi1))* (qe1.1**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/A1)**(1/Epsi1))* (qe1.lo**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/B1)**(1/Tau1))* (qt1.1**((1/Tau1)+1))/((1/Tau1)+1) ;
```

```
so2 = ps.up*qe2.lo
      + ((1/A2)**(1/Epsi2))* (qe2.1**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/A2)**(1/Epsi2))* (qe2.lo**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/B2)**(1/Tau2))* (qt2.1**((1/Tau2)+1))/((1/Tau2)+1) ;
```

```
so3 = ps.up*qe3.lo
```

```
L
```

```

+ ((1/A3)**(1/Epsi3))* (qe3.l**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
- ((1/A3)**(1/Epsi3))* (qe3.lo**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
- ((1/B3)**(1/Tau3))* (qt3.l**((1/Tau3)+1))/((1/Tau3)+1);

so4 = ps.up*qe4.lo
+ ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4.l**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
- ((1/A4)**(1/Epsi4))* (qe4.lo**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
- ((1/B4)**(1/Tau4))* (qt4.l**((1/Tau4)+1))/((1/Tau4)+1);

so5 = ps.up*qe5.lo
+ ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.l**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
- ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.lo**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
- ((1/B5)**(1/Tau5))* (qt5.l**((1/Tau5)+1))/((1/Tau5)+1) ;

so6 = ps.up*qe6.lo
+ ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.l**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
- ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.lo**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
- ((1/B6)**(1/Tau6))* (qt6.l**((1/Tau6)+1))/((1/Tau6)+1) ;

QT = qt1.l + qt2.l + qt3.l + qt4.l + qt5.l + qt6.l ;
QE = qe1.l + qe2.l + qe3.l + qe4.l + qe5.l + qe6.l ;

Display so1, so2, so3, so4, so5, so6, QT, QE;

```

```

*Mellom node 1 og 2
f12.lo = -5;
f12.up = inf;

```

```

*Mellom node 1 og 3
f13.lo = -inf;
f13.up = inf;

```

```

*Mellom node 2 og 3
f23.lo = -inf;
f23.up = inf;

```

```

*Mellom node 1 og 4
f14.lo = -inf;
f14.up = inf;

```

```

*Mellom node 2 og 5
f25.lo = -inf;
f25.up = inf;

```

```

*Mellom node 4 og 5
f45.lo = -inf;
f45.up = inf;

```

```

*Mellom node 4 og 6

```

```

f46.lo = -inf;
f46.up = inf;

*Mellom node 5 og 6
f56.lo = - 10;
f56.up = inf;

Solve NODE_MOD using nlp maximizing so;

so1 = ps.up*qe1.lo
      + ((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1.l**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1.lo**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/B1)**(1/Tau1))*(qt1.l**((1/Tau1)+1))/((1/Tau1)+1) ;

so2 = ps.up*qe2.lo
      + ((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2.l**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2.lo**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/B2)**(1/Tau2))*(qt2.l**((1/Tau2)+1))/((1/Tau2)+1) ;

so3 = ps.up*qe3.lo
      + ((1/A3)**(1/Epsi3))*(qe3.l**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/A3)**(1/Epsi3))*(qe3.lo**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/B3)**(1/Tau3))*(qt3.l**((1/Tau3)+1))/((1/Tau3)+1) ;

so4 = ps.up*qe4.lo
      + ((1/A4)**(1/Epsi4))*(qe4.l**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/A4)**(1/Epsi4))*(qe4.lo**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/B4)**(1/Tau4))*(qt4.l**((1/Tau4)+1))/((1/Tau4)+1) ;

so5 = ps.up*qe5.lo
      + ((1/A5)**(1/Epsi5))*(qe5.l**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/A5)**(1/Epsi5))*(qe5.lo**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/B5)**(1/Tau5))*(qt5.l**((1/Tau5)+1))/((1/Tau5)+1) ;

so6 = ps.up*qe6.lo
      + ((1/A6)**(1/Epsi6))*(qe6.l**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/A6)**(1/Epsi6))*(qe6.lo**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/B6)**(1/Tau6))*(qt6.l**((1/Tau6)+1))/((1/Tau6)+1) ;

QT = qt1.l + qt2.l + qt3.l + qt4.l + qt5.l + qt6.l ;
QE = qe1.l + qe2.l + qe3.l + qe4.l + qe5.l + qe6.l ;

Display so1, so2, so3, so4, so5, so6, QT, QE;

qt2.fx = 1172.115;

*Mellom node 1 og 2
f12.lo = -5;
f12.up = inf;

```

```
*Mellom node 1 og 3
f13.lo = -inf;
f13.up = inf;
```

```
*Mellom node 2 og 3
f23.lo = -inf;
f23.up = inf;
```

```
*Mellom node 1 og 4
f14.lo = -inf;
f14.up = inf;
```

```
*Mellom node 2 og 5
f25.lo = -inf;
f25.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 5
f45.lo = -inf;
f45.up = inf;
```

```
*Mellom node 4 og 6
f46.lo = -inf;
f46.up = inf;
```

```
*Mellom node 5 og 6
f56.lo = - inf;
f56.up = inf;
```

Solve NODE\_MOD using nlp maximizing so;

```
so1 = ps.up*qe1.lo
      + ((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1.l**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/A1)**(1/Epsi1))*(qe1.lo**((1/Epsi1)+1))/((1/Epsi1)+1)
      - ((1/B1)**(1/Tau1))*(qt1.l**((1/Tau1)+1))/((1/Tau1)+1) ;
```

```
so2 = ps.up*qe2.lo
      + ((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2.l**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/A2)**(1/Epsi2))*(qe2.lo**((1/Epsi2)+1))/((1/Epsi2)+1)
      - ((1/B2)**(1/Tau2))*(qt2.l**((1/Tau2)+1))/((1/Tau2)+1);
```

```
so3 = ps.up*qe3.lo
      + ((1/A3)**(1/Epsi3))*(qe3.l**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/A3)**(1/Epsi3))*(qe3.lo**((1/Epsi3)+1))/((1/Epsi3)+1)
      - ((1/B3)**(1/Tau3))*(qt3.l**((1/Tau3)+1))/((1/Tau3)+1);
```

```
so4 = ps.up*qe4.lo
      + ((1/A4)**(1/Epsi4))*(qe4.l**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/A4)**(1/Epsi4))*(qe4.lo**((1/Epsi4)+1))/((1/Epsi4)+1)
      - ((1/B4)**(1/Tau4))*(qt4.l**((1/Tau4)+1))/((1/Tau4)+1);
```

```
so5 = ps.up*qe5.lo
      + ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.l**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/A5)**(1/Epsi5))* (qe5.lo**((1/Epsi5)+1))/((1/Epsi5)+1)
      - ((1/B5)**(1/Tau5))* (qt5.l**((1/Tau5)+1))/((1/Tau5)+1) ;
```

```
so6 = ps.up*qe6.lo
      + ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.l**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/A6)**(1/Epsi6))* (qe6.lo**((1/Epsi6)+1))/((1/Epsi6)+1)
      - ((1/B6)**(1/Tau6))* (qt6.l**((1/Tau6)+1))/((1/Tau6)+1) ;
```

```
QT = qt1.l + qt2.l + qt3.l + qt4.l + qt5.l + qt6.l ;
QE = qe1.l + qe2.l + qe3.l + qe4.l + qe5.l + qe6.l ;
```

```
Display so1, so2, so3, so4, so5, so6, QT, QE;
```



## 10.A4 Matematisk vedlegg

Følgende viser optimeringen for likning 5-1 – 5-5 skrevet ut, samt derivasjonen med hensyn på de tre beslutningsvariablene.

$$\text{Maksimer} \quad \sum_{q^t q^e f} \left[ \int_0^{q_i^e} P_i^e(q) dq - \int_0^{q_i^t} P_i^t(q) dq \right] \quad (5-1)$$

$$\text{Under sidevilkår} \quad q_i = q_i^t - q_i^e \quad (5-2)$$

$$q_i = \sum_{j \neq i} f_{ij} \quad (5-3)$$

$$\sum_{ij \in L_l} f_{ij} = 0 \quad (5-4)$$

$$\sum q_i^e = \sum q_i^t \quad (5-5)$$

$$- \underline{f}_{ij} \leq f_{ij} \leq \bar{f}_{ij} \quad (5-6)$$

$q_i$  er netto krafttilførsel til nettet fra node  $i$ ,

$q_i^t$  er produksjon i node  $i$ ,

$q_i^e$  er forbruk/last i node  $i$

$f_{ij}$  er flyt fra node  $i$  til  $j$ , dersom verdien er negativ går flyten fra  $j$  til  $i$ .

$-\underline{f}_{ij}$  og  $\bar{f}_{ij}$  er eksogent definerte kapasitetsgrenser for overføring på linje  $ij$ .

Med topologien definert i 5.1.2 har vi tre uavhengige sløyfer ( $l$ ), gitt 8 noder og 6 linjer.

Den generelle beskrivelsen over tar ikke hensyn til integralenes ikke-lineære form, Lagrangen nedenfor gjør derimot det.

$$\mathcal{L} = \bar{P} \cdot \underline{q}_i^e + \left(\frac{1}{A_i}\right)^{\frac{1}{\varepsilon_i}} \cdot \frac{q_i^{e(\frac{1}{\varepsilon_i}+1)}}{\left(\frac{1}{\varepsilon_i}+1\right)} - \left(\frac{1}{A_i}\right)^{\frac{1}{\varepsilon_i}} \cdot \frac{q_i^{e(\frac{1}{\varepsilon_i}+1)}}{\left(\frac{1}{\varepsilon_i}+1\right)} - \left(\frac{1}{B_i}\right)^{\frac{1}{\tau_i}} \cdot \frac{q_i^{t(\frac{1}{\tau_i}+1)}}{\left(\frac{1}{\tau_i}+1\right)}$$

$$\begin{aligned} & - \mu_i(q_i - q_i^t + q_i^e) \\ & - \varphi_i(q_i - \sum f_{ij} + \sum f_{ji}) \\ & - \pi_l(\sum_{ij \in L_l} f_{ij}) \\ & - \lambda(\sum q_i^e - \sum q_i^t) \\ & - \psi_{ij}(-\underline{f}_{ij} - f_{ij} + \bar{f}_{ij}) \end{aligned}$$

$$(1) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i^e} = \left(\frac{1}{A_i}\right)^{\frac{1}{\varepsilon_i}} \cdot q_i^{e \frac{1}{\varepsilon_i}} - \mu_i - \lambda = 0$$

$$(2) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i^t} = - \left(\frac{1}{B_i}\right)^{\frac{1}{\tau_i}} \cdot q_i^{t \frac{1}{\tau_i}} + \mu_i + \lambda = 0$$

$$(3) \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f_{ij}} = \varphi_i - \varphi_j - \pi_l + \psi_{ij} = 0$$



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
67 23 00 00  
[www.nmbu.no](http://www.nmbu.no)