



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

**Masteroppgave 2021 30 stp**

Fakultet for realfelt og teknologi

Ola Øvstedal

## **Interpolering av geografiske data**

Interpolation of geographic data

**Yauheni Pilipuk**

Geomatikk



## Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg min 3-årige mastergraden i Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitetet (NMBU).

For gode råd og vegledning under arbeidet med masteroppgaven vil jeg takke min hovedleder Ola Øvstedal.

Til slutt vil jeg takke familie og venner for støtte og tålmodighet under arbeidsprosess.

## Sammendrag

Undersøkelse av en objektsbevegelse utføres ved en samling av informasjonen om dets beliggenhet (f. eks geografiske koordinater) med diskrete tidsintervaller. Ofte er det av interesse å estimere den ukjente posisjonen til objektet ved ikke-registrerte tidspunkter for å øke den tidsmessige oppløsningen til dataene, for å korrigere feil eller manglende datapunkter. Estimering av en ukjent plassering til objekter mellom kjente punkter langs et spor kalles **sporinterpolering**.

I denne oppgaven undersøkes to ulike typer av bevegelse: en bil- og en fotgjengbevegelse. Hver av disse bevegelsene er beskrevet av koordinatsett med 0,1 sekund tidsoppløsning for bilbevegelsen og 1 sekund tidsoppløsning for fotgjengbevegelsen. Baseres på disse koordinatsettene skapes tre testkoordinatsett for hver av disse bevegelse typene. For bilbevegelsen har testkoordinatsettet 0.2, 0.5 og 1 sekunders tidsoppløsning. For fotgjengbevegelsen – 2, 5 og 10 sekunders tidsoppløsning.

Hver av disse testkoordinatsett blir undersøkt ved hjelp av innebygde i Matlab interpoleringsmetoder som lineærinterpolasjon, kubisk spline interpolasjon, kubisk Hermite interpolasjon og Modifisert Akima kubisk Hermite interpolasjon.

Resultatene av oppgave viser at modifisert Akima kubisk Hermite interpolasjon viser beste resultater alle testkoordinatsett unntatt bilbevegelse med 1 sekund tidsoppløsning. Den beste resultat i dette testkoordinatsettet viser kubisk Hermite interpolasjon, som har også gode resultater i bil- og fotgjengbevegelse med tidsoppløsning 0,1 og 1 sekund henholdsvis.

## Abstract

Examination of an object's motion is performed by collecting the information about its location (eg geographical coordinates) at discrete time intervals. It is often of interest to estimate the unknown position of the object at unregistered times in order to increase the temporal resolution of the data, to correct errors or missing data points. Estimating an unknown location to objects between known points along a track is called track interpolation.

In this task, two different types of movement are examined: a car and a pedestrian movement. Each of these movements is described by coordinate sets with 0.1 second time resolution for the car movement and 1 second time resolution for the pedestrian movement. Based on these coordinate sets, three test coordinate sets are created for each of these motion types. For the car movement, the test coordinate set has 0.2, 0.5 and 1 second time resolution. For the pedestrian movement - 2, 5 and 10 second time resolution.

Each of these test coordinate sets is examined using Matlab interpolation methods built into Matlab such as linear interpolation, cubic spline interpolation, cubic Hermite interpolation and Modified Akima cubic Hermite interpolation.

The results of the task show that modified Akima cubic Hermite interpolation shows best results all test coordinate sets except car movement with 1 second time resolution. The best result in this test coordinate set shows cubic Hermite interpolation, which also has good results in car and pedestrian movement with a time resolution of 0.1 and 1 second, respectively.

# Innhold

Forord .....	ii
Sammendrag .....	iii
Abstract .....	iv
Figurer .....	vii
Tabeller.....	ix
1 Innledning.....	1
1.1 Formål med oppgaven .....	1
1.2 Tidlige undersøkelser .....	2
2 Teori .....	3
2.1 Interpolasjon .....	3
2.1.1 Lagrange interpolasjon.....	4
2.1.2 Lineær interpolasjon («linear»).....	5
2.1.3 Kubisk spline («spline») .....	6
2.1.4 Stykkevis kubisk Hermite interpolasjons polynom («pchip»).....	7
2.1.5 Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon («makima») .....	8
2.1.6 Utskrivelse av alle interpoleringsmetodene. ....	9
2.1.7 Realisering i Matlab .....	10
2.2 Statistiske parametere .....	11
3 Forsøksdesign.....	13
3.1 Forsøk .....	13
3.1.1 Fasitkoordinatsett .....	14
3.1.2 Testkoordinatsett.....	15
3.2 Utstyr .....	17
3.3 Programvare.....	18
3.3.1 Matlab .....	18
3.3.2 QGIS .....	18
3.3.3 Microsoft Excel.....	18
3.3.4 AutoCad .....	18
3.3.5 CSRS-PPP.....	18
3.4 Metode .....	19
3.4.1 Forberedelse av data til prosessering .....	19
3.4.2 Prosessering .....	21
3.4.3 Etter prosessering av data og analyse .....	22
3.4.3.1 Interpolering til fasit tidsopløsning.....	22
3.4.3.2 Andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best ( $P_{best}$ ); .....	24

3.4.3.2 $RMSE_{\text{nord}}$ , $RMSE_{\text{øst}}$ ;	27
3.4.3.3 $RMSE_{\text{cross}}$	28
4 Resultater	31
4.1 Testkoordinatsett 1.1	31
4.2 Testkoordinatsett 1.2	33
4.3 Testkoordinatsett 1.3	34
4.4 Testkoordinatsett 2.1	36
4.5 Testkoordinatsett 2.2	37
4.6 Testkoordinatsett 2.3	39
5 Diskusjon	41
5.1 Testkoordinatsett 1.1	41
5.2 Testkoordinatsett 1.2	41
5.3 Testkoordinatsett 1.3	41
5.4 Testkoordinatsett 2.1	42
5.4 Testkoordinatsett 2.2	44
5.4 Testkoordinatsett 2.3	44
6 Konklusjon	46
Referanser	47
Vedlegg	48
Vedlegg 1	48
Vedlegg 2	50

## Figurer

Figur 1 - Lagrange interpolerende polynom .....	4
Figur 2 - Lineær interpolasjon.....	5
Figur 3 - Lineær interpolasjon.....	5
Figur 4 - Kubisk spline.....	6
Figur 5 - Kubisk spline interpolasjon.....	7
Figur 6 – Hermite interpolasjon .....	7
Figur 7 - Stykkevis kubisk Hermite interpolasjons polynom (PCHIP).....	8
Figur 8 - Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon (Makima).....	8
Figur 9 - Ulike interpolasjonsmetoder .....	9
Figur 10 - Nærmeste punkt.....	11
Figur 11 – Differansen mellom fasit- og test punkt i nord- og øst-retning .....	11
Figur 12 - «cross track error» .....	12
Figur 13 – Forsøk 1: Målt vegstrekning på fylkesvei 6814 .....	13
Figur 14 – Målinger langs veien. ....	13
Figur 15 – Utførelse av forsøket. ....	13
Figur 16 - Forsøk 2: Målt gangtur i Ås .....	14
Figur 17 - Testkoordinatsett 1.1 (2.1). Tidsoppløsning 0,2 (2) sekund.....	16
Figur 18 - Testkoordinatsett 1.2 (2.2). Tidsoppløsning 0,5 (5) sekund.....	16
Figur 19 - Testkoordinatsett 1.3 (2.3). Tidsoppløsning 1 (10) sekund.....	16
Figur 20 - Leica Viva GS16 .....	17
Figur 21 - TopCon Legacy E.....	17
Figur 22 – Fasitkoordinatsett 1.....	19
Figur 23 – Gjennomsnitt verdi for punktsett .....	20
Figur 24 – Interpolasjon av nord-koordinater .....	23
Figur 25 – Interpolasjon av øst-koordinater .....	23
Figur 26 - Punkt 648 for alle interpoleringsmetodene .....	24
Figur 27 - Avvik i nord-retninger.....	26
Figur 28 - Avvik i øst-retninger .....	26
Figur 29 – «Cross track error». ....	28
Figur 30 – hjelpepunkt langs spor .....	28
Figur 31 – nærmeste punkt fra spoter til fasitpunkt .....	29
Figur 32 - Beregning av "cross track error" .....	29
Figur 33 – Rotasjon av koordinatsystemet.....	29
Figur 34 - «cross track error» for «spline»-interpolasjonsmetode .....	30
Figur 35 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	31
Figur 36 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	31
Figur 37 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	32
Figur 38 - Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	32
Figur 39 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	33
Figur 40 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	33
Figur 41 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	33
Figur 42 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	34
Figur 43 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	34
Figur 44 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	35
Figur 45 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	35
Figur 46 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	35



Figur 47 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	36
Figur 48 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	36
Figur 49 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	36
Figur 50 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	37
Figur 51 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	37
Figur 52 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	38
Figur 53 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	38
Figur 54 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	38
Figur 55 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode .....	39
Figur 56 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode.....	39
Figur 57 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode .....	39
Figur 58 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode .....	40
Figur 59 – Største avvik på testkoordinatsett 1.1 .....	41
Figur 60 - Største avvik på testkoordinatsett 1.12.....	41
Figur 61 - Største avvik på testkoordinatsett 1.3.....	41
Figur 62 – Punkter til positive og negative avvik for testkoordinatsett 2.1 -2.3.....	42
Figur 63 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (1).....	43
Figur 64 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (2).....	43
Figur 65 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (3).....	43
Figur 66 - Største avvik på testkoordinatsett 2.2 (1).....	44
Figur 67 - Største avvik på testkoordinatsett 2.2 (2).....	44
Figur 68 - Største avvik på testkoordinatsett 2.3 (1).....	44
Figur 69 - Største avvik på testkoordinatsett 2.3 (2).....	45
Figur 70 - Interpolasjon av nord-koordinater for testkoordinatsett 1.2.....	48
Figur 71 - Interpolasjon av øst-koordinater for testkoordinatsett 1.2 .....	48
Figur 72 - Interpolasjon av nord-koordinater for testkoordinatsett 2.2.....	49
Figur 73 - Interpolasjon av øst-koordinater for testkoordinatsett 2.2 .....	49

## Tabeller

Tabell 1 - Fasitdatasett 1 .....	14
Tabell 2 - Fasitdatasett 2 .....	15
Tabell 3 – Fasitkoordinatsett 1 (opprinnelig).....	19
Tabell 4 – Fasitkoordinatsett 1 med riktig tidsposisjon .....	20
Tabell 5 – Testkoordinatsett 1.1 (tidsoppløsning 0,2 sekund) .....	21
Tabell 6 – Testkoordinatsett 1.2 (tidsoppløsning 0,5 sekund) .....	21
Tabell 7 - Testkoordinatsett 1.3 (tidsoppløsning 1 sekund) .....	21
Tabell 8 - Testkoordinatsett 2.1 (tidsoppløsning 2 sekund) .....	21
Tabell 9 - Testkoordinatsett 2.2 (tidsoppløsning 5 sekund) .....	22
Tabell 10 - Testkoordinatsett 2.3 (tidsoppløsning 10 sekund) .....	22
Tabell 11 - Interpolering av nord-koordinater til 0,1 sekunders oppløsning .....	23
Tabell 12 - Interpolering av øst-koordinater til 0,1 sekunders oppløsning .....	24
Tabell 13 - Avvik i nord-retninger .....	25
Tabell 14 - Avvik i øst-retninger.....	25
Tabell 15 - Lengder mellom fasit og testpunktene.....	27
Tabell 16 - $P_{best}$ .....	27
Tabell 17 - $RMSE_{nord}$ .....	28
Tabell 18 - $RMSE_{øst}$ .....	28
Tabell 19 – Statistikken for Testkoordinatsett 1.2 .....	30
Tabell 20 - $RMSE_{cross}$ for Testkoordinatsett 1.2.....	30
Tabell 21 – Resultater fra Testkoordinatsett 1.1 .....	32
Tabell 22 - Resultater fra Testkoordinatsett 1.2 .....	34
Tabell 23 - Resultater fra Testkoordinatsett 1.3 .....	35
Tabell 24 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.1 .....	37
Tabell 25 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.2 .....	38
Tabell 26 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.3 .....	40
Tabell 27 - Fasitkoordinatsett 1 (punkt 3470, 3480).....	42
Tabell 28 – Største avvik for testkoordinatsett 1.1 – 1.3.....	42
Tabell 29 – Største avvik for testkoordinatsett 1.1 – 1.3.....	45

# 1 Innledning

## 1.1 Formål med oppgaven

Formålet med denne oppgaven er å undersøke seks testkoordinatsett, som ble laget baseres på bilbevegelse med tidsmessig oppløsning 0.2, 0.5 og 1 sekund og fotgjengbevegelse på 2, 5 og 10 sekund tidsoppløsning ved hjelp av ulike interpolasjonsmetodene.

Hoved formålet av oppgaven er å vise hvilken av interpoleringsmetodene for hvert testkoordinatsett beskriver et spor på en beste måte.

## 1.2 Tidlige undersøkelser

I 2015 i *Department of Geography & Sustainable Development School of Geography and Geosciences University of St Andrews* ble testet en ny kinematisk interpolasjonsmetode. For å undersøke denne metoden ble brukt seks typer av empiriske datasett (to typer korrelert tilfeldige turer, karibou, syklist, orkan og sporingsdata). Resultater sammenlignet med interpolasjonsmetoder som lineærinterpolasjn, begrensede tilfeldige turmodeller, B'ezier kurver og Catmull-Roms kurver. Evalueringsparametere var andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best ( $P_{\text{best}}$ ) og rotens gjennomsnittlige kvadrerte feil (root mean square error, **RMSE**).

For den første korrelerte tilfeldige gangen (CRW1) hadde den lineære metoden den laveste RMSE, mens tiden geografisk begrenser tilfeldig gange hadde den høyeste RMSE. Med den mer korrelerte tilfeldige gangen (CRW2) ga de lineære, kinematiske og Catmull-Rom-kurvemetodene nesten identiske resultater, og kinematiske og Catmull-Rom-kurvemetodene resulterte i lavere RMSE ved høyere verdier. Med karibou-dataene resulterte den lineære metoden i den laveste RMSE, etterfulgt av Catmull-Rom-metoden. Med syklistdataene utførte kinematiske og Catmull-Rom metoder nesten identisk, med den laveste RMSE, etterfulgt av B'ezier, lineær og begrenset tilfeldig gange. I orkanen Katrina-datasettet utførte Catmull-Rom og kinematiske metoder igjen på samme måte, men for større  $k$  resulterte disse to metodene i mye lavere RMSE enn de andre tre metodene.

Endelig for atletdatasettet ved lave  $k$ -verdier utfører de lineære, Catmull-Rom og kinematiske metodene nesten identiske, men når  $k$  øker, har den kinematiske og Catmull-Rom-metoden lavere RMSE enn den lineære og andre metoder

$P_{\text{best}}$ -målet, hadde CRW1 lineær den beste  $t$  i omtrent 40% av interpolasjonspunktene. Den lineære metoden fungerte enda bedre med karibou-dataene, med  $P_{\text{best}}$ -estimatet oppover på 40% av interpolasjonene. I syklistdataene var lineær og Catmull-Rom veldig nær med  $P_{\text{best}}$  ca 30% hver, men når  $k$  øker, ga den kinematiske metoden like gode resultater. Med orkanen Katrina-datasettet dukker det opp et mer uforutsigbart mønster: ved lave verdier for  $k$  hadde den lineære metoden de høyeste  $P_{\text{best}}$ -verdiene, mens for høyere  $k$  fungerte Catmull-Rom og kinematisk metode bedre. I atletdatasettet fungerte den lineære metoden best med  $P_{\text{best}}$  40%, men ved høyere  $k$  presterte Catmull-Rom og kinematiske metoder igjen best like bra.

Resultatene viste at kinematisk interpolering var en passende interpolasjonsmetode med hurtig bevegelige gjenstander (f.eks. syklist-, orkan- og idrettssporingsdata), mens andre algoritmer klarte seg best med de korrelerte tilfeldige gang- og kariboudataene.

## 2 Teori

### 2.1 Interpolasjon

Interpolasjon er en metode å beskrive en analytisk funksjon som går gjennom alle kjente punkter. Interpolasjonen brukes til å bestemme manglende verdier i mellomrommet mellom kjente kontrollpunkter.

Avhengig av mengde kontrollpunkter, som benyttes ved beregning av ukjente punkter, kan interpolasjon klassifiseres som global interpolasjon og lokal interpolasjon.

Den globale interpolasjonen er polynominterpolasjon av  $(n-1)$  grad ( $n$  er antall punkter). Ved beregning av polynomet benyttes alle kjente punkene og hvert nytt punkt påvirker på hele interpolasjons funksjonen.

Den lokale eller stykkevis interpolasjonen benytter punkter som begrenser ett eller to polynomer. Fordelen for bruk av den lokale interpolasjonen er at innsetning av nye punkt ikke påvirker på interpolasjons funksjonen og dermed forminskes beregningstid av den.

Eksempel av interpolasjonsmetoder er:

- den globale interpoleringen:

- Lagrange interpolasjon
- Newtons interpolasjon.

- den lokale (stykkevis) interpoleringen:

- stykkevis lineær interpolasjon
- stykkevis kvadratisk interpolasjon
- stykkevis kubisk interpolasjon (kubisk spline-, Hermite-, Akima-interpolasjonen).

For presentere ulike interpolasjonsmetodene brukes et enkelt testeksempel i XY-koordinat system.

<u>X:</u>	<u>-5</u>	<u>-4</u>	<u>-3</u>	<u>-2</u>	<u>-1</u>	<u>0</u>	<u>1</u>	<u>2</u>	<u>3</u>	<u>4</u>	<u>5</u>
<u>Y:</u>	0,5	1	2	4	8	18	8	4	2	1	0,5

### 2.1.1 Lagrange interpolasjon

Hvis det eksisterer  $n$ -gradspolynom  $p(x)$  som samsvarer med funksjonen  $f(x)$  ved  $(n + 1)$  tydelige verdier av  $x$ , nemlig  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ , så vil vi oppnå samme unike polynom uansett hvilken form for polynom vi velger.

Lagrange interpolerende polynom beregnes ved hjelp av følgende formel:

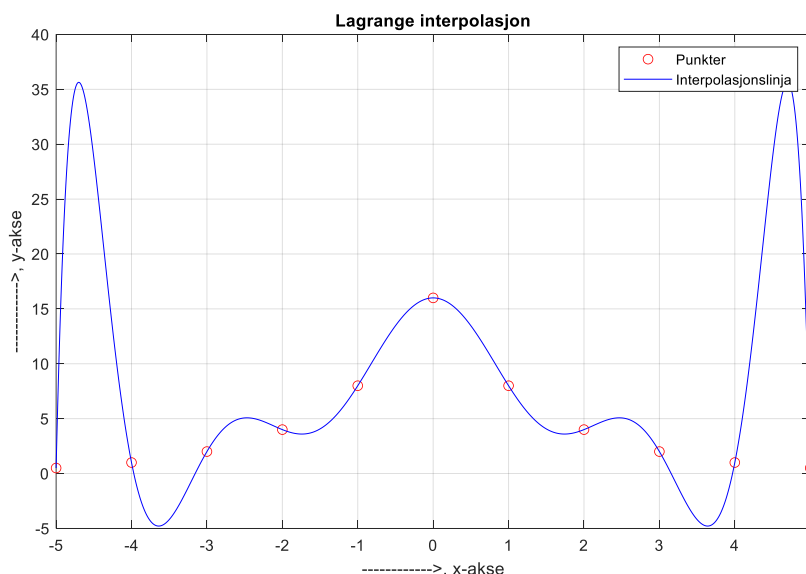
$$p_n(x) = f(x_0) \cdot L_0(x) + f(x_1) \cdot L_1(x) + \dots + f(x_n) \cdot L_n(x); \quad (2.1)$$

der  $L_k(x)$  - Lagrange basis funksjonen

Lagrange basis funksjonen:

$$L_k(x) = \frac{\prod_{j=0, j \neq k}^n (x - x_j)}{\prod_{j=0, j \neq k}^n (x_k - x_j)} = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)}{(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)} \quad (2.2)$$

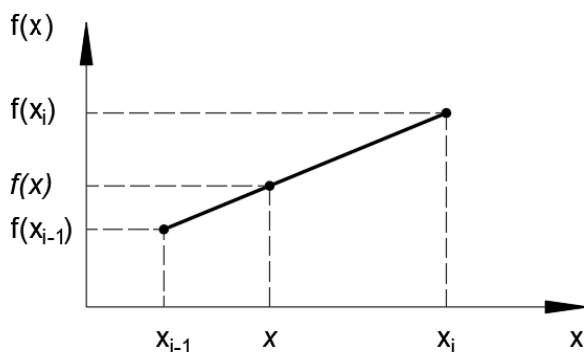
Figuren 1 viser Lagrange interpolerende 11-gradspolynom.



Figur 1 - Lagrange interpolerende polynom

## 2.1.2 Lineær interpolasjon («linear»)

Lineær interpolasjon antar at funksjonssammenhengen mellom de kjente punktene er lineær (figur 2).

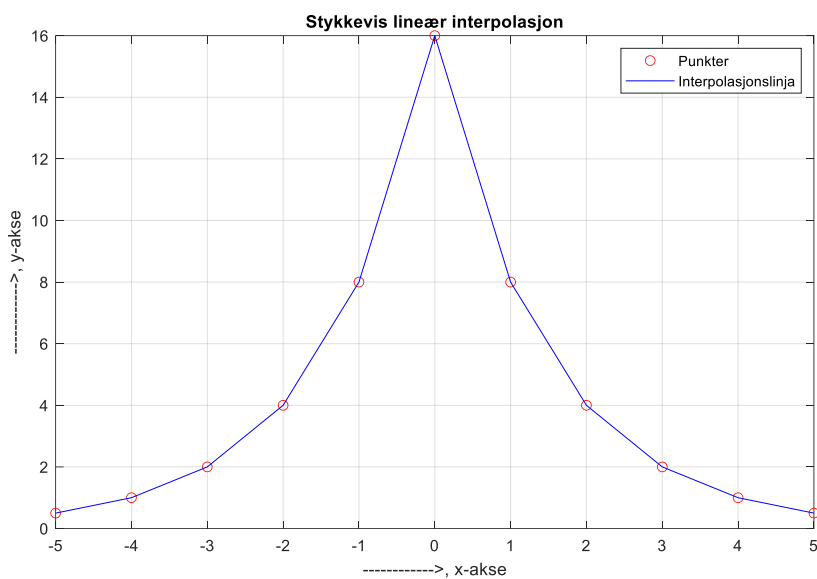


Figur 2 - Lineær interpolasjon

Verdi  $x$  mellom de to kjente punktene  $x_{i-1}$  og  $x_i$  beregnes med neste formel:

$$f(x) = f(x_{i-1}) + \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \cdot (x - x_{i-1}) \quad (2.3)$$

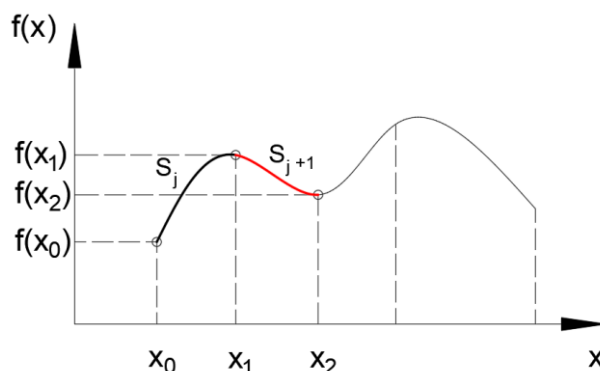
Figur 3 viser en lineær interpolasjon for testeksempel.



Figur 3 - Lineær interpolasjon

### 2.1.3 Kubisk spline («spline»)

Kubisk spline er en funksjon som defineres stykkevis av ikke større enn 3-gradspolynom,  $S_j$ . Dermed deltar ved beregning av et polynom kun tre punkter, som definerer polynoms formen.



Figur 4 - Kubisk spline

Kubiskpolynom beregnes etter formelen:

$$S_i(x) = a_i + b_i \cdot (x - x_i) + c_i \cdot (x - x_i)^2 + d_i \cdot (x - x_i)^3 = y_i(x); \quad (2.4)$$

der,  $a_i$ ,  $b_i$ ,  $c_i$ ,  $d_i$  – ukjente koeffisienter for hvert polynom. Dette gir  $4 \cdot i$  ukjente koeffisienter.

For å finne alle koeffisientene må vi løse ligningssystem av ligninger som oppfyller neste krav:

1. Hvert polynom går gjennom to punkter  $x_i$  og  $x_{i+1}$ :

$$\begin{aligned} S_i(x_i) &= a_i + b_i \cdot (x_i - x_i) + c_i \cdot (x_i - x_i)^2 + d_i \cdot (x_i - x_i)^3; \\ S_i(x_{i+1}) &= a_i + b_i \cdot (x_{i+1} - x_i) + c_i \cdot (x_{i+1} - x_i)^2 + d_i \cdot (x_{i+1} - x_i)^3; \end{aligned} \quad (2.5)$$

**(2 · i) – ligninger.**

2. I et punkt mellom polynomer må utfylles krav av glatthet. Eller med andre ord den første og den andre deriverte (som er tangenter til en funksjon i et punkt) i endepunkt for første polynom må være lik med den første deriverte i startpunkt for neste polynom. Dette sikrer at funksjonen ikke har noen kinks i punkt mellom polynomer.

$$\begin{aligned} S_i'(x_i) &= S_{i+1}'(x_i) \\ S_i''(x_i) &= S_{i+1}''(x_i) \end{aligned} \quad (2.6)$$

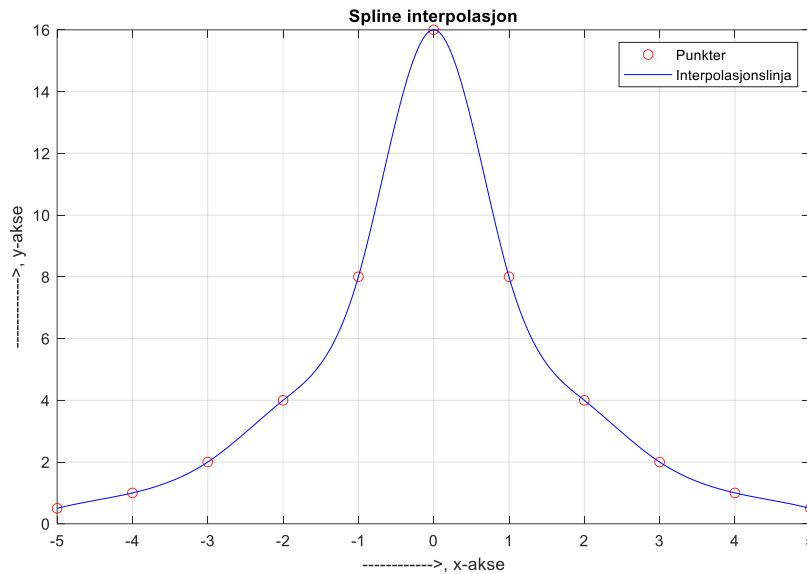
**(2i - 2) – ligninger.**

3 To siste ligninger fås av krav på starten og sluppen av hele funksjonen. For naturlig spline er den første og den andre deriverte lik 0:

$$\begin{aligned} S_i'''(x_0) &= 0 \\ S_i'''(x_n) &= 0 \end{aligned} \quad (2.7)$$

Figur 5 viser en lineær interpolasjon for testeksempel.

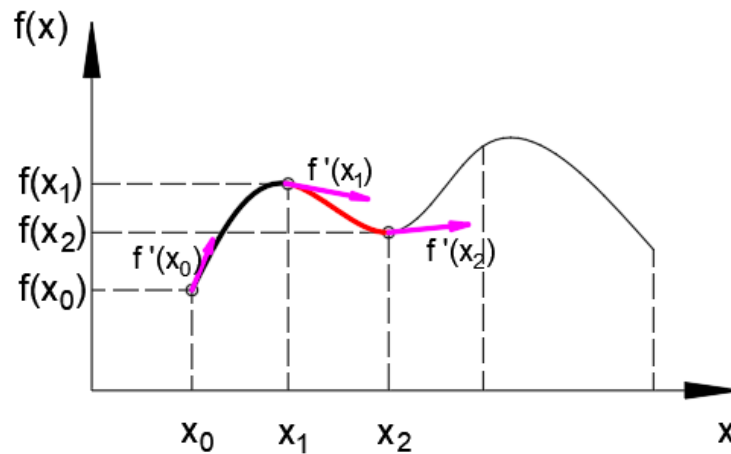




Figur 5 - Kubisk spline interpolasjon

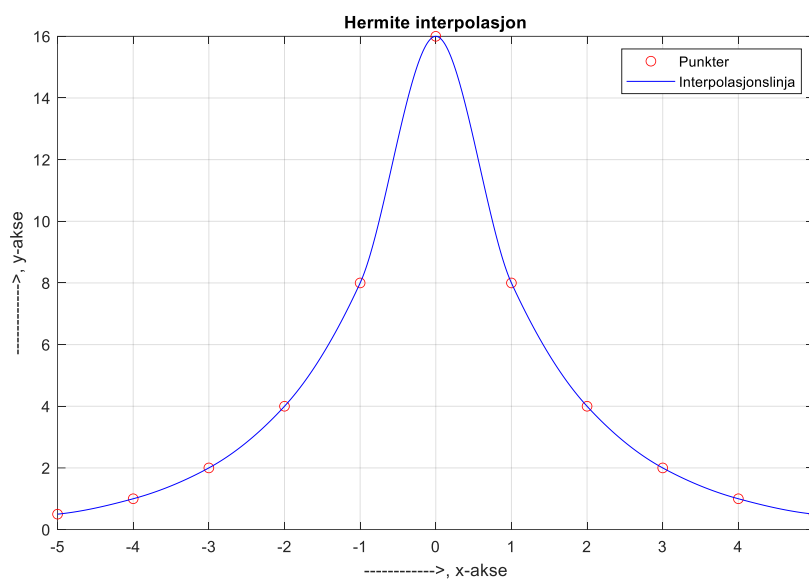
#### 2.1.4 Stykkevis kubisk Hermite interpolasjons polynom («pchip»)

Som kubisk spline er Hermite interpolasjon også en funksjon av 3-gradspolynom. Hoved forskjellen i beregning av Hermite interpolasjon er at for hvert punkt er kjent både posisjon (x-, y-koordinat) og den første deriverte (tangenten) som beskriver retning av funksjonen (figur 6).



Figur 6 – Hermite interpolasjon

Figur 7 viser en Hermite interpolasjon for testeksempel.

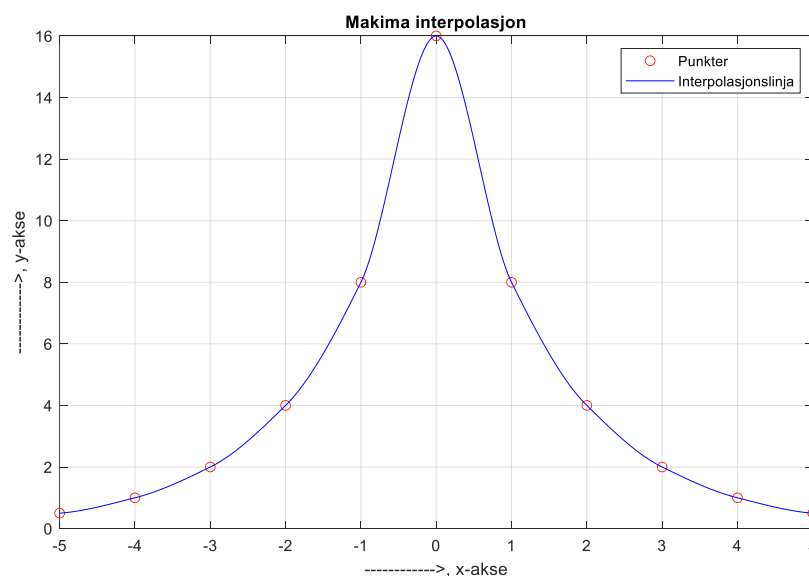


Figur 7 - Stykkevis kubisk Hermite interpolasjons polynom (PCHIP)

### 2.1.5 Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon («makima»)

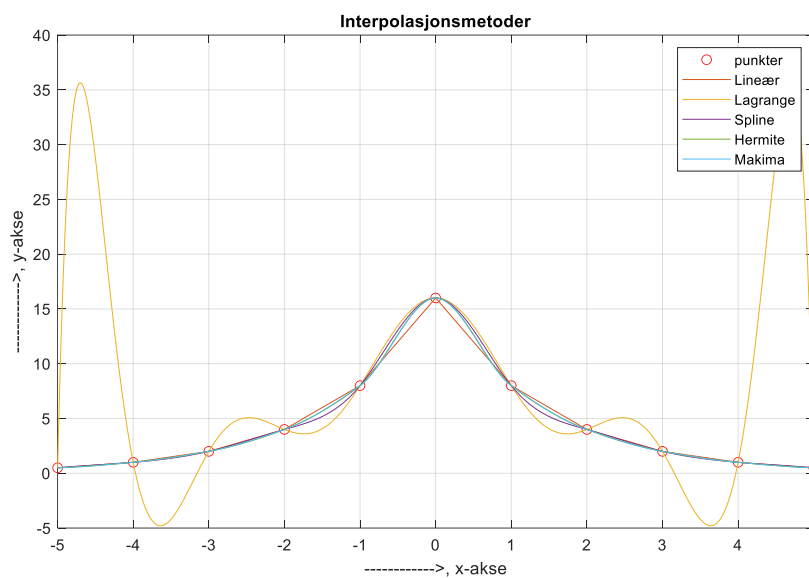
Som kubisk spline er Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon også en funksjon av 3-gradspolynom. Resultat av interpolasjonen med «makima»-metoden gir bølger som finner en fin mellomgrunn mellom «spline»- og «pchip»-metoden.

Figur 8 viser en Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon for testeksempel.



Figur 8 - Modifisert Akima stykkevis kubisk Hermite-interpolasjon (Makima)

## 2.1.6 Utskrivelse av alle interpoleringsmetodene.



**Figur 9 - Ulike interpolasjonsmetoder**

Som vi ser fra figur 9, gir Lagrange interpolasjon store oscillasjoner. Derfor skal denne metoden ikke brukes i denne oppgaven.

### 2.1.7 Realisering i Matlab

I Matlab kan interpolasjon utføres ved hjelp av innebygde funksjoner.

#### **Spline:**

```
s = spline(x,y,xq)
```

`s = spline (x, y, xq)` returnerer en vektor med interpolerte verdier `s` som tilsvarer spøringspunktene i `xq`. Verdiene av `s` bestemmes av kubisk splineinterpolasjon av `x` og `y`.

#### **Cubic:**

```
p = pchip(x,y,xq)
```

`p = pchip (x, y, xq)` returnerer en vektor med interpolerte verdier `p` som tilsvarer spøringspunktene i `xq`. Verdiene til `p` bestemmes av formbevarende stykkevis kubisk interpolasjon av `x` og `y`.

#### **Makima:**

```
yq = makima(x,y,xq)
```

`yq = makima (x, y, xq)` utfører Modified Akima Interpolation ved å bruke verdiene `y` på prøvepunktene `x` for å finne interpolerte verdier `yq` ved spøringspunktene `xq`.

Eller

```
vq = interp1(x,v,xq,method)
```

`vq = interp1 (x, v, xq, metode)` angir en alternativ interpolasjonsmetode: 'linear', 'nearest', 'next', 'previous', 'pchip', 'cubic', 'v5cubic', 'makima', or 'spline'. Standardmetoden er 'linear'.

## 2.2 Statistiske parametere

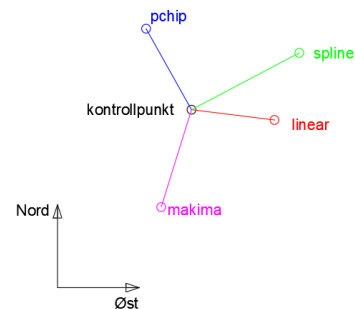
Et hoved mål ved en evaluering av interpolasjonsmetoder er å finne hvor godt interpolerte punkter i et bestemt tidspunkt tilsvarer med fasitpunkt i det samme tidspunktet.

To parameter som brukes for evalueringen er (Long J. A., 2015):

- andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best ( $P_{best}$ ).
- rotens gjennomsnittlige kvadrerte feil (root mean square error, **RMSE**)

$P_{best}$  er sammenlignende parameter som viser hvor mange punkt i hver interpoleringsmetode plasseres nærmest til fasitdata.

$$P_{best} = \frac{n_{n\ddot{a}r}}{n_{tot}} \cdot 100\% \quad (2.8)$$



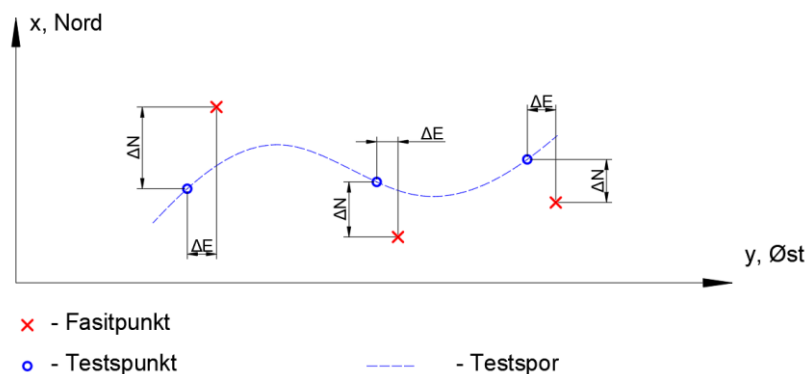
Figur 10 - Nærmeste punkt

Avstanden beregnes ved hjelp av Pytagoras' læresetning:

$$L = \sqrt{(N_{i,fasit} - N_{i,test})^2 + (E_{i,fasit} - E_{i,test})^2} \quad (2.9)$$

- **RMSE** beregnes etter formelen (for eksempel for nord-retning):

$$RMSE_{nord} = \sqrt{\frac{\sum (N_{i,fasit} - N_{i,test})^2}{n}} \quad (2.10)$$

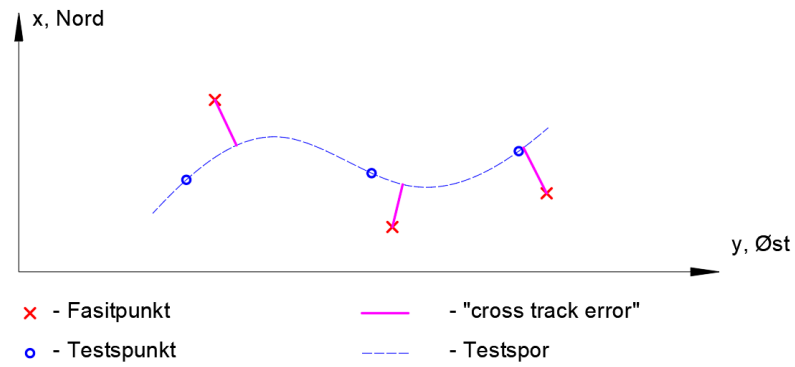


Figur 11 – Differansen mellom fasit- og test punkt i nord- og øst-retning

I denne oppgaven er mest aktuelt beregne RMSE-verdi (figur 12) på tvers av bevegelsesretning ( $RMSE_{cross}$ )

Beregningen utføres etter formelen:

$$RMSE_{cross} = \sqrt{\frac{\sum(\text{"cross track error"})^2}{n}} \quad (2.11)$$



Figur 12 - «cross track error»

## 3 Forsøksdesign

### 3.1 Forsøk

**Forsøket 1 (bilkjøring med lav hastighet)** ble utført av Asle Einar Fornes i Statens vegvesen på 24. mars 2020. Observerte vegstrekning er 2 km strekning langs fylkesvei 6814 på Skatval i Stjørdal kommune. Målinger utføres langs kantlinjer i midten av den på begge sider av veien (figur 13,14).



Figur 13 – Forsøk 1: Målt vegstrekning på fylkesvei 6814



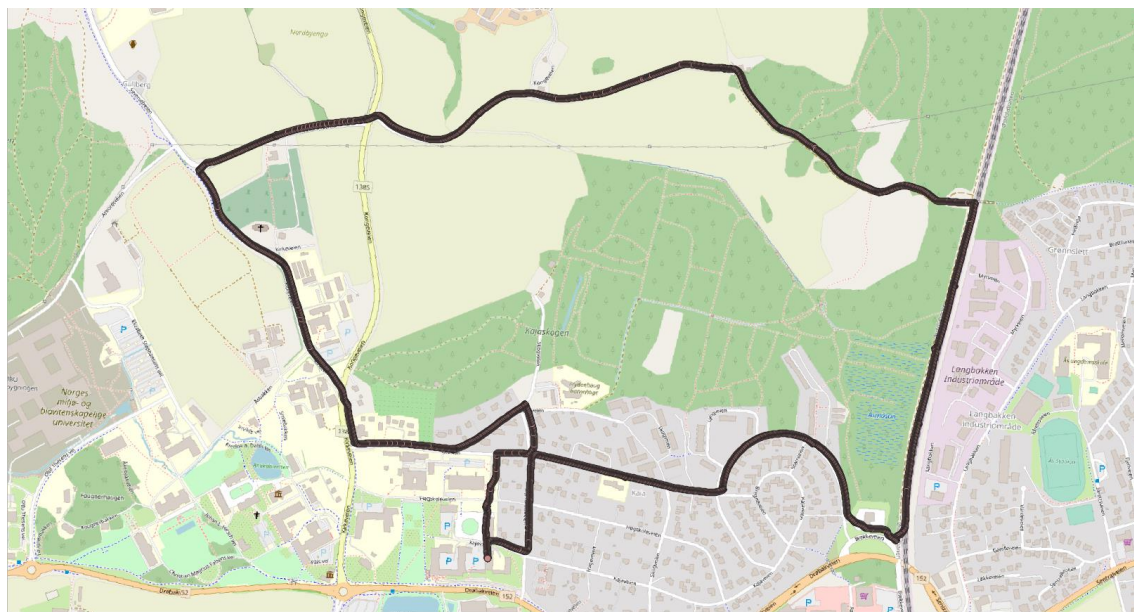
Figur 14 – Målinger langs veien.

Ved forsøket ble brukt en mottaker Leica Viva SG16. Mottakeren ble programmert til å logge med 10 Hz, altså en måling i 0,1 sekund. Selv mottakeren ble montert på en stang som står ca. 1 meter foran svingakslingen. Ved hjelp av et kamera under speilet (figur 15) kan en følge med på monitor om en treffer over hvit kantlinje, viktigst i kurve.



Figur 15 – Utførelse av forsøket.

**Forsøket 2 (gangtur)** ble gjennomført som på 01. oktober 2020, som en del av emnet GMGD320-Satellittgeodesi analyse med en flerfrekvens mottakeren TopCon Legacy E. Observerte vegstrekning er en strekning langs både asfalt- og grusveier i Ås med veistreking ca. 5,3 km (figur 16).



**Figur 16 - Forsøk 2: Målt gangtur i Ås**

Gangturen ble startet og stoppet ved inngangen til TF-3. Mottakeren ble programmert til å logge med 1 Hz, altså en måling i sekund.

### 3.1.1 Fasitkoordinatsett

#### Fasitkoordinatsett 1:

Fasitdatasett 1 er et koordinatsett med tidsmessig oppløsning 0,1 sekund. Dette koordinatsettet inneholder informasjon om punkt-ID, punktrolle, y-koordinat, x-koordinat, ortometrisk høyde, geoideseparasjon, reflektorhøyde, dato/tid, standard avvik i y-retning, standard avvik i x-retning, standard avvik for ortometrisk høyde og antall brukte satellitter.

Tabellen 1 viser **fasitdatasett 1** i txt-format.

**Tabell 1 - Fasitdatasett 1**

Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto. høyde	Geoideseparasjon	Reflektorhøyde	Dato/tid	Sa y	Sa x	St.	
2055032409254090	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7112	7052469.3223	3.3755	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:40,80	0.0031	0.0040	0.0087	23
2055032409254090	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7118	7052469.3206	3.3741	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:40,90	0.0038	0.0054	0.0108	15
2055032409254100	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7110	7052469.3208	3.3753	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,00	0.0040	0.0057	0.0114	15
2055032409254110	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7112	7052469.3223	3.3736	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,10	0.0041	0.0057	0.0115	15
2055032409254120	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7125	7052469.3211	3.3740	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,20	0.0041	0.0058	0.0116	15
2055032409254130	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7115	7052469.3217	3.3755	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,30	0.0042	0.0059	0.0119	15
2055032409254140	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7112	7052469.3198	3.3746	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,40	0.0036	0.0051	0.0102	15
2055032409254150	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7103	7052469.3209	3.3760	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,50	0.0036	0.0051	0.0102	15
2055032409254160	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7093	7052469.3207	3.3740	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,60	0.0037	0.0052	0.0104	15
2055032409254170	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7109	7052469.3207	3.3750	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,70	0.0038	0.0053	0.0107	15
2055032409254180	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7105	7052469.3203	3.3732	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,80	0.0039	0.0055	0.0109	15
2055032409254190	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7096	7052469.3203	3.3735	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:41,90	0.0040	0.0056	0.0112	15
2055032409254200	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7084	7052469.3220	3.3774	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:42,00	0.0039	0.0055	0.0111	15
2055032409254210	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.7023	7052469.3259	3.3772	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:42,10	0.0041	0.0057	0.0115	15
2055032409254220	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.6946	7052469.3311	3.3758	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:42,20	0.0041	0.0058	0.0116	15
2055032409254230	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069.6811	7052469.3408	3.3748	38.5117	2.0300	24.03.2020 09:25:42,30	0.0042	0.0059	0.0119	15

Valgte referanserammen er Euref1989, kartprojeksjon UTM33, høydereferanse: NN2000.



## Fasitkoordinatsett 2:

Fasitdatasett 2 er et koordinatsett med tidsmessig oppløsning 1 sekund som ble fått ved hjelp av en Internett-tjeneste «Natural Resources Canada» for etter prosessering av GNSS-data (CSRS-PPP). Tjenesten tar inn observasjonen på RINEX-formatet. En PPP-løsning blir beregnet ved å anvende presise efemerider (satellittkoordinater) og satellittklokke-korreksjoner. Disse korreksjonene henter tjenesten selv og velger alltid de beste dataene tilgjengelig.

Tabellen 2 viser **fasitdatasett 2** i txt-format.

Tabell 2 - Fasitdatasett 2

DIR	FRAME	STN	DAY	YEAR	YEAR-MM-DD	HR:MN:SS.SS	NSV	GDOP	RMSC (m)	RMSP (m)	ELAT (m)	DOLON (m)	DHGT (m)	SDLAT (95%)	SDLON (95%)	SDHGT (95%)
7	FIN	IGB14	GMSD	275.469433	2020-10-01	11:15:59.00	15	1.5	0.750	0.0015	2.0947	-1.5004	-1.1968	0.1399	0.1451	0.2570
8	FIN	IGB14	GMSD	275.469444	2020-10-01	11:16:00.00	15	1.5	0.410	0.0015	2.1077	-1.4965	-1.1988	0.1399	0.1451	0.2569
9	FIN	IGB14	GMSD	275.469456	2020-10-01	11:16:01.00	15	1.5	0.414	0.0016	2.1126	-1.4929	-1.2074	0.1399	0.1451	0.2569
10	FIN	IGB14	GMSD	275.469468	2020-10-01	11:16:02.00	14	1.7	0.297	0.0024	2.1176	-1.5090	-1.2037	0.1399	0.1451	0.2571
11	FIN	IGB14	GMSD	275.469479	2020-10-01	11:16:03.00	15	1.5	0.457	0.0024	2.1160	-1.5090	-1.2068	0.1399	0.1451	0.2572
12	FIN	IGB14	GMSD	275.469491	2020-10-01	11:16:04.00	14	1.7	0.328	0.0024	2.1126	-1.5084	-1.1991	0.1399	0.1451	0.2572
13	FIN	IGB14	GMSD	275.469502	2020-10-01	11:16:05.00	15	1.5	0.488	0.0023	2.0975	-1.4719	-1.2110	0.1398	0.1450	0.2569
14	FIN	IGB14	GMSD	275.469514	2020-10-01	11:16:06.00	15	1.5	0.662	0.0021	2.0972	-1.4702	-1.2130	0.1398	0.1450	0.2569
15	FIN	IGB14	GMSD	275.469525	2020-10-01	11:16:07.00	15	1.5	0.570	0.0018	2.1066	-1.4788	-1.2116	0.1398	0.1450	0.2569
16	FIN	IGB14	GMSD	275.469537	2020-10-01	11:16:08.00	15	1.5	0.474	0.0021	2.1194	-1.4724	-1.2152	0.1398	0.1450	0.2569
17	FIN	IGB14	GMSD	275.469549	2020-10-01	11:16:09.00	15	1.5	0.477	0.0023	2.1222	-1.4694	-1.2165	0.1398	0.1450	0.2569
18	FIN	IGB14	GMSD	275.469560	2020-10-01	11:16:10.00	15	1.5	0.508	0.0019	2.1216	-1.4751	-1.2117	0.1398	0.1450	0.2569
19	FIN	IGB14	GMSD	275.469572	2020-10-01	11:16:11.00	15	1.5	0.471	0.0018	2.1160	-1.4859	-1.2086	0.1398	0.1450	0.2570
20	FIN	IGB14	GMSD	275.469583	2020-10-01	11:16:12.00	15	1.5	0.487	0.0019	2.1139	-1.4874	-1.2085	0.1398	0.1450	0.2570

)	LATDD	LATMN	LATSS	LONDD	LONMN	ONSS	HGT (m)	UTMZONE	UTM EASTING	UTM NORTHING	UTM_SCLPNT	UTM_SCLCBN
59	39	55	99525	10	46	39.90270	133.2128	32	600150.0687	6615506.8356	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99567	10	46	39.90295	133.2108	32	600150.0722	6615506.8487	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99583	10	46	39.90318	133.2022	32	600150.0757	6615506.8537	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99599	10	46	39.90215	133.2059	32	600150.0595	6615506.8562	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99594	10	46	39.90215	133.2028	32	600150.0595	6615506.8567	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99583	10	46	39.90219	133.2105	32	600150.0602	6615506.8533	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99534	10	46	39.90452	133.1986	32	600150.0971	6615506.8391	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99533	10	46	39.90463	133.1966	32	600150.0988	6615506.8389	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99544	10	46	39.90408	133.1980	32	600150.0901	6615506.8420	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99605	10	46	39.90449	133.1944	32	600150.0960	6615506.8611	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99614	10	46	39.90468	133.1931	32	600150.0989	6615506.8639	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99612	10	46	39.90432	133.1979	32	600150.0933	6615506.8632	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99594	10	46	39.90363	133.2010	32	600150.0827	6615506.8573	0.99972293	0.99970208
59	39	55	99587	10	46	39.90353	133.2011	32	600150.0812	6615506.8558	0.99972293	0.99970208

Hoved målet av fasitdatasett er å sammenligne de beregnede punktene fra ulike interpoleringsmetoder.

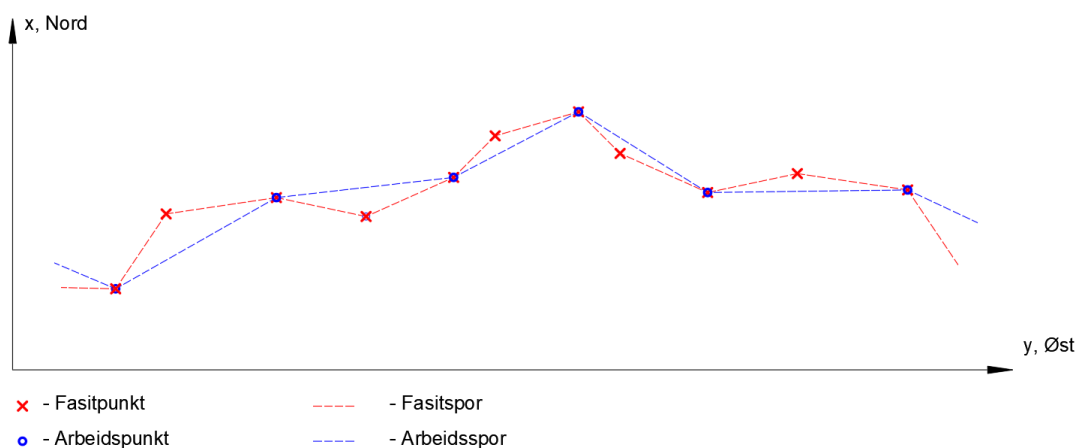
Videre i oppgaven blir fasit datasett redigert med hensyn på «tid/epoke». Dette blir beskrevet i punktet «Forberedelse av data til prosessering».

### 3.1.2 Testkoordinatsett

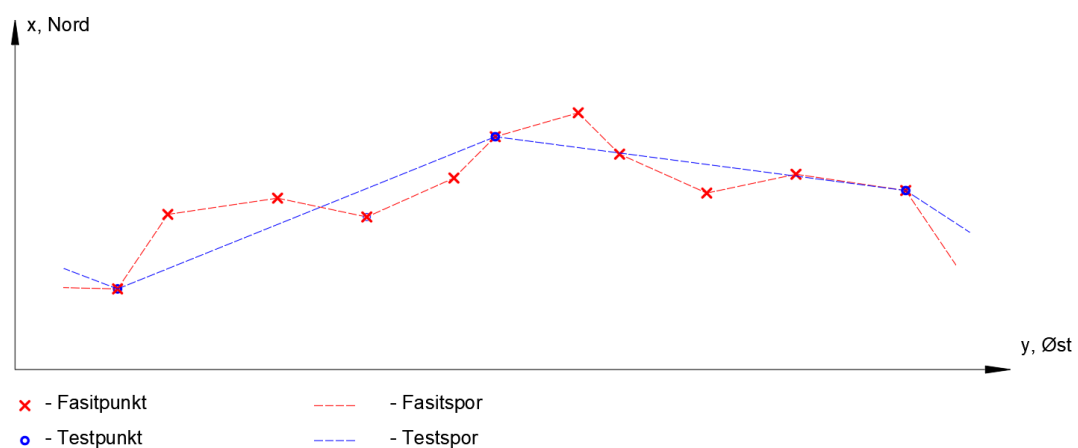
Baseres på de to fasitkoordinatsettene ble laget 6 ulike typer av testkoordinatsett, som skal undersøkes i denne oppgaven. Disse testkoordinatsettene er:

- testkoordinatsett 1.1 - fylkesvei 6814 på Skatval i Stjørdal kommune (0,2 sek)
- testkoordinatsett 1.2 - fylkesvei 6814 på Skatval i Stjørdal kommune (0,5 sek)
- testkoordinatsett 1.3 - fylkesvei 6814 på Skatval i Stjørdal kommune (1 sek)
- testkoordinatsett 2.1 - rundtur i Ås (2 sek)
- testkoordinatsett 2.2 - rundtur i Ås (5 sek)
- testkoordinatsett 2.3 - rundtur i Ås (10 sek)

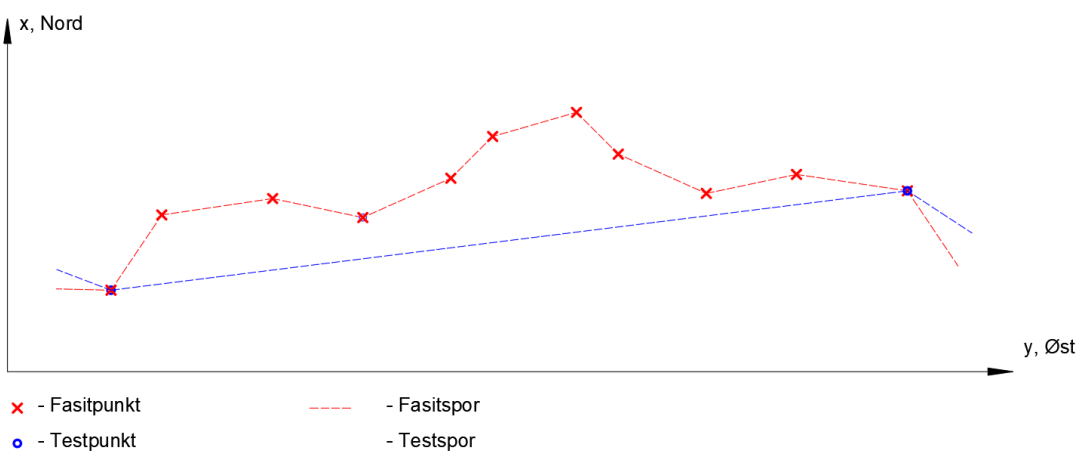
Figur 17-19 viser prinsipp hvordan skapes disse testkoordinatsettene i forhold til fasitkoordinatsett.



Figur 17 - Testkoordinatsett 1.1 (2.1). Tidsoppløsning 0,2 (2) sekund



Figur 18 - Testkoordinatsett 1.2 (2.2). Tidsoppløsning 0,5 (5) sekund



Figur 19 - Testkoordinatsett 1.3 (2.3). Tidsoppløsning 1 (10) sekund

## 3.2 Utstyr

### Leica GS16:

Leica Viva GS16 er en GNSS-mottaker fra Leica Geosystems. Den har støtte på globale satellittsystemer:

- GPS (L1, L2, L2C, L5)
- Glonass (L1, L2)
- BeiDou (B1, B2, B32)
- Galileo (E1, E5a, E5b, Alt-BOC, E62)

og regionale satellittsystemene:

- QZSS3, SBAS



Figur 20 - Leica Viva GS16

Nøyaktighet for kinematiske målinger:

- Horisontalt:
  - 8 mm + 1 ppm (Uten nettverks-RTK)
  - 8 mm + 0.5 ppm (Med nettverks-RTK)
- Vertikalt:
  - 15 mm + 1 ppm (Uten nettverks-RTK)
  - 15 mm + 0.5 ppm (Med nettverks-RTK)

### TopCon Legacy E:

- s/n mottaker: 340-0206

- s/n antenne: 308-0694

En høykvalitets geodetisk mottaker. Måler på flere frekvenser, men har kun støtte på GPS og GLONASS. Mottaker måler C/A-kode, P-kode og fasemålinger L1 og L2.

Antenna som ble brukt var TPSPG\_A1 antenne.



Figur 21 - TopCon Legacy E

## 3.3 Programvare

### 3.3.1 Matlab

Matlab er beregningsprogram utviklet av Mathworks. Den inkluderer en Live Editor for å lage skript som kombinerer kode, utdata og formatert tekst i en kjørbart notatbok. Matlab er brukt for å behandle data, utføre alle beregninger og visualisere resultater. Versjonen som er brukt er Matlab R2019b.

### 3.3.2 QGIS

QGIS er en open-source programvare for geografiske informasjonssystemer (GIS). Programmet kan visualisere kart, samt redigere og analysere geografiske data i de aller fleste filformater. QGIS har støtte for både vektorkart og rasterkart. I denne oppgaven er QGIS brukt for visualisering av data av ulike interpolasjonsmetoder. Versjonen som er brukt er QGIS Desktop 3.8.3.

### 3.3.3 Microsoft Excel

Microsoft Excel er et dataprogram produsert av Microsoft Office. Programmet er basert på regneark hvor man kan behandle data, utføre beregninger og analysere informasjon. I denne oppgaven er Microsoft Excel brukt for å utføre enkelt kontroll av Matlab-beregninger. Microsoft Excel tillater å lage en rekkefølge av beregninger. Versjonen som er brukt er Microsoft 365.

### 3.3.4 AutoCad

AutoCad er et tegnings- og beregningsprogram produsert av Autodesk. I denne oppgaven er AutoCad brukt for å visualisere og kontrollere beregninger i selvvalgte steder. Samtidig er programmet brukt for å utføre enkelte skisser. Versjonen som er brukt er Autocad 2019.

### 3.3.5 CSRS-PPP

Er en Internett-tjeneste for etterprosessering av GNSS-data som er utviklet og driftes av «Natural Resources Canada» (NRC). Tjenesten bruker kun observasjoner fra både GPS- og GLONASS satellitter. Tjenesten tar inn observasjonen på RINEX-formatet. En PPP-løsning beregnes ved å anvende presise efemerider (satellittkoordinater) og satellittklokke-korreksjoner. Disse korreksjonene henter tjenesten selv og velger alltid de beste dataene tilgjengelig. De beregnede koordinatene blir gitt i den internasjonale terrestriske referanserammen ITRF for gjeldende epoke.

## 3.4 Metode

### 3.4.1 Forberedelse av data til prosessering

#### Fasitkoordinatsett 1:

En studering av et koordinatsett til forsøk 1 viser at målinger ble utført fra kl. 09:25:40,80 til kl. 09:40:16,00 (tidsoppløsning 0,1 sekund). Derved må antall observasjoner være lik 8753. Faktisk antall observasjoner i koordinatsettet er lik 7919. Dette sier at det finnes noen steder uten observasjoner. Figur 22 viser et eksempel av dette stedet.



Figur 22 – Fasitkoordinatsett 1

Siden interpolasjon utføres med hensyn på tid, er det svært viktig å ha riktig tidsrekkefølge til utførte observasjoner. Tabell 3 viser et sted der det mangler 3,5 sekunder eller 35 observasjoner.

Tabell 3 – Fasitkoordinatsett 1 (opprinnelig)

Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto, høyde	Geoidseparasjon	Reflektorhøyde	Dato	Tid	Sa y	Sa x	St.avv orto, høyde
2055032409254080	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.800'	0,0031	0,0040	0,0087
2055032409254090	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7118	7052469,3206	3,3741	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.900'	0,0038	0,0054	0,0108
2055032409254100	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7110	7052469,3208	3,3753	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.000'	0,0040	0,0057	0,0114
2055032409254110	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3736	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.100'	0,0041	0,0057	0,0115
2055032409254120	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7125	7052469,3211	3,3740	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.200'	0,0041	0,0058	0,0116
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2055032409295990	GNSSCodeMeasuredRTK	290758,4015	7051753,0397	48,6440	38,5272	2,0300	24.03.2020	'09:29:59.900'	0,4323	0,6373	1,2646
<b>2055032409300000</b>	<b>GNSSCodeMeasuredRTK</b>	<b>290758,4935</b>	<b>7051752,5814</b>	<b>48,6620</b>	<b>38,5272</b>	<b>2,0300</b>	<b>24.03.2020</b>	<b>'09:30:00.000'</b>	<b>0,4316</b>	<b>0,6364</b>	<b>1,2627</b>
<b>2055032409300350</b>	<b>GNSSCodeMeasuredRTK</b>	<b>290762,2815</b>	<b>7051736,5375</b>	<b>48,8630</b>	<b>38,5272</b>	<b>2,0300</b>	<b>24.03.2020</b>	<b>'09:30:03.500'</b>	<b>0,3874</b>	<b>0,5752</b>	<b>1,1346</b>
2055032409300360	GNSSCodeMeasuredRTK	290762,4198	7051736,0887	48,8890	38,5272	2,0300	24.03.2020	'09:30:03.600'	0,3918	0,5779	1,1462
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2055032409401590	GNSSPhaseMeasuredRTK	291077,1278	7052460,1641	3,2890	38,5115	2,0300	24.03.2020	'09:40:15.900'	0,0040	0,0067	0,0139
2055032409401600	GNSSPhaseMeasuredRTK	291077,2236	7052460,1063	3,2914	38,5115	2,0300	24.03.2020	'09:40:16.000'	0,0041	0,0069	0,0142

For å oppnå den riktige tidsrekkefølgen ble alle data lagret i Microsoft Excell og manglende epoker ble settet inn koordinatdatasett. Samtidig bestemte jeg å lage en kolonne «Punkt №» til. Bruk av riktig posisjon og tid av observasjoner tillater å unngå feil ved interpolering.

Tabell 4 viser at nytt datasett inkluderer alle tidsepoker, både med og uten observasjoner.

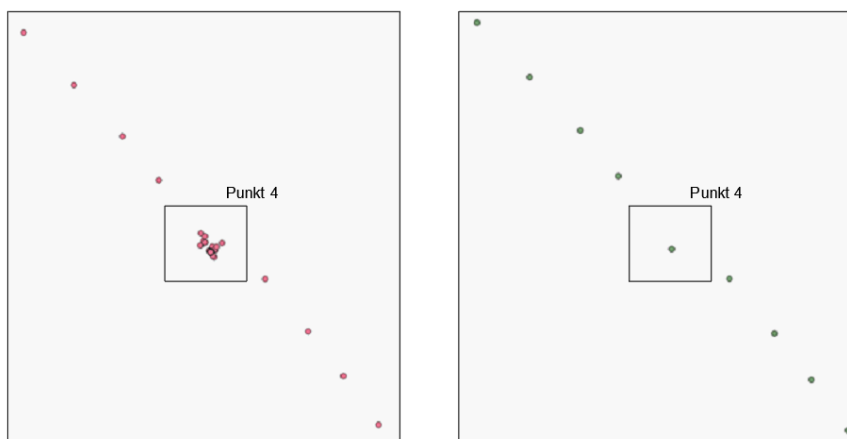
**Tabell 4 – Fasitkoordinatsett 1 med riktig tidsposisjon**

Punkt Nr	Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto, høyde	Geoide-separasjon	Reflektor-høyde	Dato	Tid	Sa y	Sa x	St.avv orto. høyde
1	2055032409254080	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.800'	0,0031	0,0040	0,0087
2	2055032409254090	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7118	7052469,3206	3,3741	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.900'	0,0038	0,0054	0,0108
3	2055032409254100	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7110	7052469,3208	3,3753	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.000'	0,0040	0,0057	0,0114
4	2055032409254110	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3736	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.100'	0,0041	0,0057	0,0115
5	2055032409254120	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7125	7052469,3211	3,3740	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.200'	0,0041	0,0058	0,0116
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
2592	2055032409295990	GNSSCodeMeasuredRTK	290758,4015	7051753,0397	48,6440	38,5272	2,0300	24.03.2020	'09:29:59.900'	0,4323	0,6373	1,2646
2593	2055032409300000	GNSSCodeMeasuredRTK	290758,4935	7051752,5814	48,6620	38,5272	2,0300	24.03.2020	'09:30:00.000'	0,4316	0,6364	1,2627
2594									'09:30:00.100'			
2595									'09:30:00.200'			
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
8752	2055032409401590	GNSSPhaseMeasuredRTK	291077,1278	7052460,1641	3,2890	38,5115	2,0300	24.03.2020	'09:40:15.900'	0,0040	0,0067	0,0139
8753	2055032409401600	GNSSPhaseMeasuredRTK	291077,2236	7052460,1063	3,2914	38,5115	2,0300	24.03.2020	'09:40:16.000'	0,0041	0,0069	0,0142

Dette koordinatsett skal brukes som fasit koordinatsett 1.

### Fasitkoordinatsett 2:

Forsøk 2 ble utført fra kl. 11:16:53 til kl. 12:53:58 (antall observasjoner er lik 5889). I motsetning til forsøk 1 oppstod det ikke noen fasebrudd ved målingen. Imidlertid ble det utført en måling over 22 kontrollpunkter langs rundtur. For å negligjere effekten av disse målingene og å simulere kontinuerlige bevegelse langs hele veien ble det destemt å erstatte punktsett over hvert kontrollpunkt med gjennomsnitt verdi (figur 23)



**Figur 23 – Gjennomsnitt verdi for punktsett**

Tidsintervall til og fra det gjennomsnitt punktet er lik tidsmessig oppløsning, nemlig 1 sekund.

Etter redigering er antall observasjoner lik 3810 (eller 1 time 3 minutter 30 sekunder). Dette koordinatsett skal brukes som fasit koordinatsett 2.

### 3.4.2 Prosessering

Ved hjelp av Matlab ble laget 6 typer av testkoordinatsett.

Tabeller 5-7 viser testkoordinatsettene 1.1 – 1.3 med riktig posisjon og tid.

**Tabell 5 – Testkoordinatsett 1.1 (tidsoppløsning 0,2 sekund)**

	Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto, høyde	Geoide-separasjon	Reflektor-høyde	Dato	Tid	Sa y	Sa x	St.avv orto. høyde
1	2055032409254080	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.800'	0,0031	0,0040	0,0087
3	2055032409254100	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7110	7052469,3208	3,3753	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.000'	0,0040	0,0057	0,0114
5	2055032409254120	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7125	7052469,3211	3,3740	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.200'	0,0041	0,0058	0,0116
7	2055032409254140	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3198	3,3746	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.400'	0,0036	0,0051	0,0102
9	2055032409254160	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7093	7052469,3207	3,3740	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.600'	0,0037	0,0052	0,0104
11	2055032409254180	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7105	7052469,3203	3,3732	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.800'	0,0039	0,0055	0,0109
13	2055032409254200	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7084	7052469,3220	3,3774	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.000'	0,0039	0,0055	0,0111
15	2055032409254220	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,6946	7052469,3311	3,3758	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.200'	0,0041	0,0058	0,0116
17	2055032409254240	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,6666	7052469,3485	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.400'	0,0042	0,0058	0,0117
19	2055032409254260	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,6260	7052469,3779	3,3752	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.600'	0,0036	0,0051	0,0102
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

**Tabell 6 – Testkoordinatsett 1.2 (tidsoppløsning 0,5 sekund)**

	Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto, høyde	Geoide-separasjon	Reflektor-høyde	Dato	Tid	Sa y	Sa x	St.avv orto. høyde
1	2055032409254080	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.800'	0,0031	0,0040	0,0087
6	2055032409254130	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7115	7052469,3217	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.300'	0,0042	0,0059	0,0119
11	2055032409254180	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7105	7052469,3203	3,3732	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.800'	0,0039	0,0055	0,0109
16	2055032409254230	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,6811	7052469,3408	3,3748	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.300'	0,0042	0,0059	0,0119
21	2055032409254280	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,5750	7052469,4112	3,3759	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.800'	0,0036	0,0051	0,0101
26	2055032409254330	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,3898	7052469,5342	3,3765	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:43.300'	0,0040	0,0056	0,0113
31	2055032409254380	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,1271	7052469,7113	3,3744	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:43.800'	0,0041	0,0058	0,0115
36	2055032409254430	GNSSPhaseMeasuredRTK	291068,7882	7052469,9372	3,3729	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:44.300'	0,0043	0,0059	0,0120
41	2055032409254480	GNSSPhaseMeasuredRTK	291068,3816	7052470,2009	3,3702	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:44.800'	0,0042	0,0059	0,0119
46	2055032409254530	GNSSPhaseMeasuredRTK	291067,9196	7052470,5119	3,3685	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:45.300'	0,0040	0,0056	0,0113
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

**Tabell 7 - Testkoordinatsett 1.3 (tidsoppløsning 1 sekund)**

	Punkt-ID	Punktrolle	y-koordinat	x-koordinat	Orto, høyde	Geoide-separasjon	Reflektor-høyde	Dato	Tid	Sa y	Sa x	St.avv orto. høyde
1	2055032409254080	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7112	7052469,3223	3,3755	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:40.800'	0,0031	0,0040	0,0087
11	2055032409254180	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,7105	7052469,3203	3,3732	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:41.800'	0,0039	0,0055	0,0109
21	2055032409254280	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,5750	7052469,4112	3,3759	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:42.800'	0,0036	0,0051	0,0101
31	2055032409254380	GNSSPhaseMeasuredRTK	291069,1271	7052469,7113	3,3744	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:43.800'	0,0041	0,0058	0,0115
41	2055032409254480	GNSSPhaseMeasuredRTK	291068,3816	7052470,2009	3,3702	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:44.800'	0,0042	0,0059	0,0119
51	2055032409254580	GNSSPhaseMeasuredRTK	291067,4033	7052470,8543	3,3641	38,5117	2,0300	24.03.2020	'09:25:45.800'	0,0038	0,0054	0,0107
61	2055032409254680	GNSSPhaseMeasuredRTK	291066,2105	7052471,6600	3,3591	38,5118	2,0300	24.03.2020	'09:25:46.800'	0,0044	0,0063	0,0125
70	2055032409254770	GNSSPhaseMeasuredRTK	291064,8777	7052472,5771	3,3515	38,5118	2,0300	24.03.2020	'09:25:47.700'	0,0042	0,0060	0,0121
81	2055032409254880	GNSSPhaseMeasuredRTK	291062,9894	7052473,9081	3,3298	38,5119	2,0300	24.03.2020	'09:25:48.800'	0,0038	0,0055	0,0109
91	2055032409254980	GNSSPhaseMeasuredRTK	291061,1271	7052475,2456	3,3029	38,5119	2,0300	24.03.2020	'09:25:49.800'	0,0047	0,0067	0,0134
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Tabeller 8-10 viser testkoordinatsettene 2.1 – 2.3.

**Tabell 8 - Testkoordinatsett 2.1 (tidsoppløsning 2 sekund)**

	YEAR-MM-DD	HR:MN:SS.SS	UTM_NORTHING	UTM_EASTING
1	01.10.2020	11:15:59	6615506,8356	600150,0687
3	01.10.2020	11:16:01	6615506,8537	600150,0757
5	01.10.2020	11:16:03	6615506,8567	600150,0595
7	01.10.2020	11:16:05	6615506,8391	600150,0971
9	01.10.2020	11:16:07	6615506,8420	600150,0901
11	01.10.2020	11:16:09	6615506,8639	600150,0989
13	01.10.2020	11:16:11	6615506,8573	600150,0827
15	01.10.2020	11:16:13	6615506,8573	600150,0838
17	01.10.2020	11:16:15	6615506,8655	600150,0885
19	01.10.2020	11:16:17	6615506,8636	600150,0878
...	...	...	...	...

**Tabell 9 - Testkoordinatsett 2.2 (tidsoppløsning 5 sekund)**

	YEAR-MM-DD	HR:MN:SS.SS	UTM_NORTHING	UTM_EASTING
1	01.10.2020	11:15:59	6615506,8356	600150,0687
6	01.10.2020	11:16:04	6615506,8533	600150,0602
11	01.10.2020	11:16:09	6615506,8639	600150,0989
16	01.10.2020	11:16:14	6615506,8633	600150,0872
21	01.10.2020	11:16:19	6615506,8632	600150,0836
26	01.10.2020	11:16:24	6615506,8652	600150,0879
31	01.10.2020	11:16:29	6615506,8653	600150,0823
36	01.10.2020	11:16:34	6615506,8682	600150,0855
41	01.10.2020	11:16:39	6615506,8571	600150,0741
46	01.10.2020	11:16:44	6615506,8536	600150,0724
...	...	...	...	...

**Tabell 10 - Testkoordinatsett 2.3 (tidsoppløsning 10 sekund)**

	YEAR-MM-DD	HR:MN:SS.SS	UTM_NORTHING	UTM_EASTING
1	01.10.2020	11:15:59	6615506,8356	600150,0687
11	01.10.2020	11:16:09	6615506,8639	600150,0989
21	01.10.2020	11:16:19	6615506,8632	600150,0836
31	01.10.2020	11:16:29	6615506,8653	600150,0823
41	01.10.2020	11:16:39	6615506,8571	600150,0741
51	01.10.2020	11:16:49	6615506,8642	600150,0742
61	01.10.2020	11:16:59	6615513,6608	600148,5711
71	01.10.2020	11:17:09	6615527,3188	600147,0442
81	01.10.2020	11:17:19	6615540,8614	600144,6870
91	01.10.2020	11:17:29	6615555,3388	600141,7944
...	...	...	...	...

### 3.4.3 Etter prosessering av data og analyse

Denne delkapittelet beskriver interpolering til fasit tidsoppløsning og beregninger av alle nødvendige evaluerings parametere:

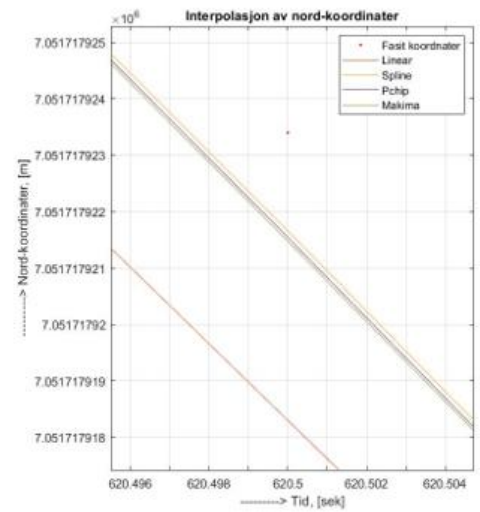
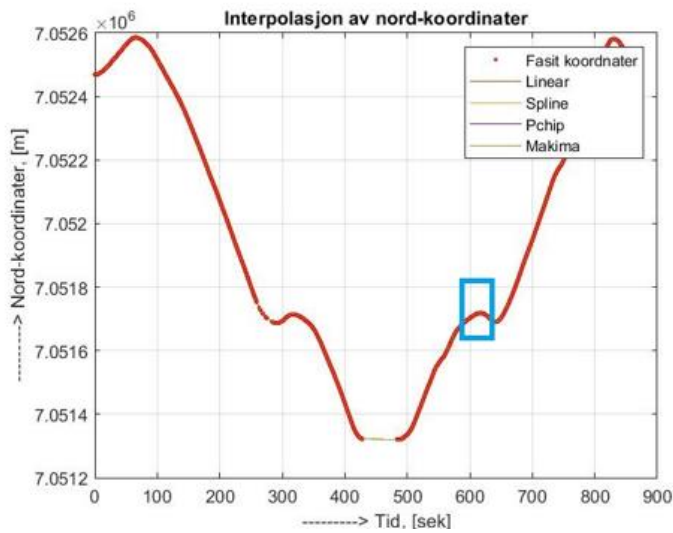
- andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best ( $P_{best}$ );
- $RMSE_{nord}$ ,  $RMSE_{øst}$ ;
- $RMSE_{cross}$ .

Figurer og tabeller presenteres for testkoordinatsett 1.2 (tidsoppløsning 0,5 sekund).

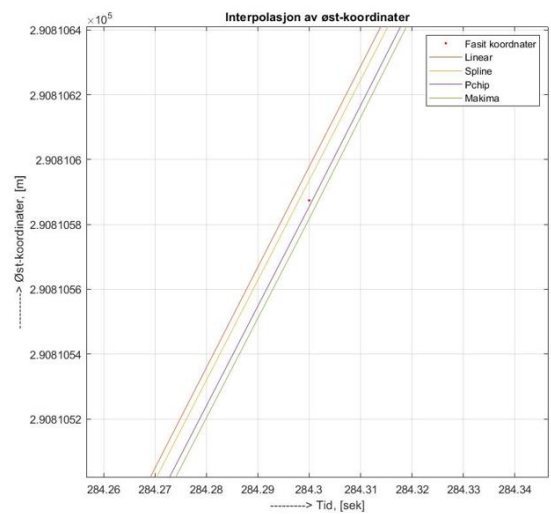
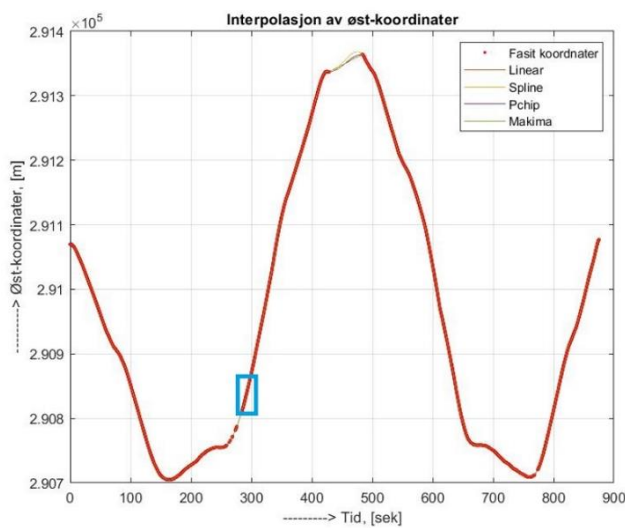
#### 3.4.3.1 Interpolering til fasit tidsoppløsning

Interpolering utføres ved hjelp av innebygde funksjoner i beregningsprogramvare Matlab til fasitkoordinatsettets tidsoppløsning (0,1 sekund for testkoordinatsett 1 og 1 sekund for testkoordinatsett 2). Både nord- og øst-koordinater interpoleres separat med hensyn på tid. Figurer 24, 25 viser av utførte interpolasjonen.





Figur 24 – Interpolasjon av nord-koordinater



Figur 25 – Interpolasjon av øst-koordinater

Figurer til interpolasjonen av nord- og øst-koordinater for testkoordinatsett 2 finnes i vedlegg 1.

Tabeller 11-12 viser resultat av interpolasjonen.

Tabell 11 - Interpolering av nord-koordinater til 0,1 sekunders oppløsning

Tid	Nord, [m]			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
'09:25:40.800'	<b>7052469,3223</b>	<b>7052469,3223</b>	<b>7052469,3223</b>	<b>7052469,3223</b>
'09:25:40.900'	7052469,3222	7052469,3232	7052469,3222	7052469,3222
'09:25:41.000'	7052469,3221	7052469,3234	7052469,3221	7052469,3221
'09:25:41.100'	7052469,3219	7052469,3231	7052469,3220	7052469,3220
'09:25:41.200'	7052469,3218	7052469,3225	7052469,3219	7052469,3218
'09:25:41.300'	<b>7052469,3217</b>	<b>7052469,3217</b>	<b>7052469,3217</b>	<b>7052469,3217</b>
'09:25:41.400'	7052469,3214	7052469,3209	7052469,3214	7052469,3215
'09:25:41.500'	7052469,3211	7052469,3201	7052469,3211	7052469,3212
'09:25:41.600'	7052469,3209	7052469,3197	7052469,3207	7052469,3209
'09:25:41.700'	7052469,3206	7052469,3197	7052469,3204	7052469,3206

'09:25:41.800'	7052469,3203	7052469,3203	7052469,3203	7052469,3203
...	...	...	...	...

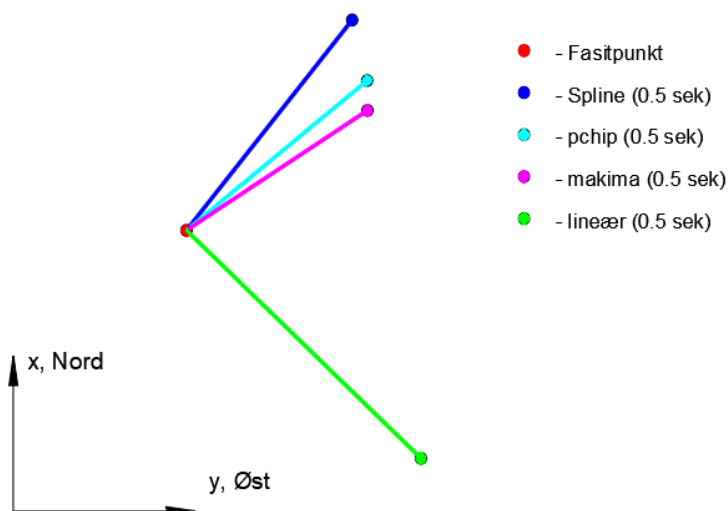
Tabell 12 - Interpolering av øst-koordinater til 0,1 sekunders oppløsning

Tid	Øst, [m]			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
'09:25:40.800'	<b>291069,7112</b>	<b>291069,7112</b>	<b>291069,7112</b>	<b>291069,7112</b>
'09:25:40.900'	291069,7113	291069,7105	291069,7113	291069,7113
'09:25:41.000'	291069,7113	291069,7103	291069,7114	291069,7114
'09:25:41.100'	291069,7114	291069,7105	291069,7115	291069,7114
'09:25:41.200'	291069,7114	291069,7110	291069,7115	291069,7115
'09:25:41.300'	<b>291069,7115</b>	<b>291069,7115</b>	<b>291069,7115</b>	<b>291069,7115</b>
'09:25:41.400'	291069,7113	291069,7120	291069,7115	291069,7115
'09:25:41.500'	291069,7111	291069,7123	291069,7113	291069,7113
'09:25:41.600'	291069,7109	291069,7122	291069,7111	291069,7111
'09:25:41.700'	291069,7107	291069,7117	291069,7109	291069,7108
'09:25:41.800'	<b>291069,7105</b>	<b>291069,7105</b>	<b>291069,7105</b>	<b>291069,7105</b>
...	...	...	...	...

### 3.4.3.2 Andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best ( $P_{best}$ );

Målet er å finne nærmest liggende punkt til et kontrollpunkt.

Figur 26 viser posisjon av fasit og testspunkt 648 i tid '09:26:45.500'.



Figur 26 - Punkt 648 for alle interpoleringsmetodene

For å beregne  $P_{\text{best}}$  må finnes først differansen mellom fasit- og testkoordinatsett for både nord- og øst-retningen med formel:

$$\begin{aligned}\Delta N &= (N_{i,\text{fasit}} - N_{i,\text{test}}) \\ \Delta E &= (E_{i,\text{fasit}} - E_{i,\text{test}})\end{aligned}\quad (3.1)$$

Resultater av beregninger vises på tabell 13, 14.

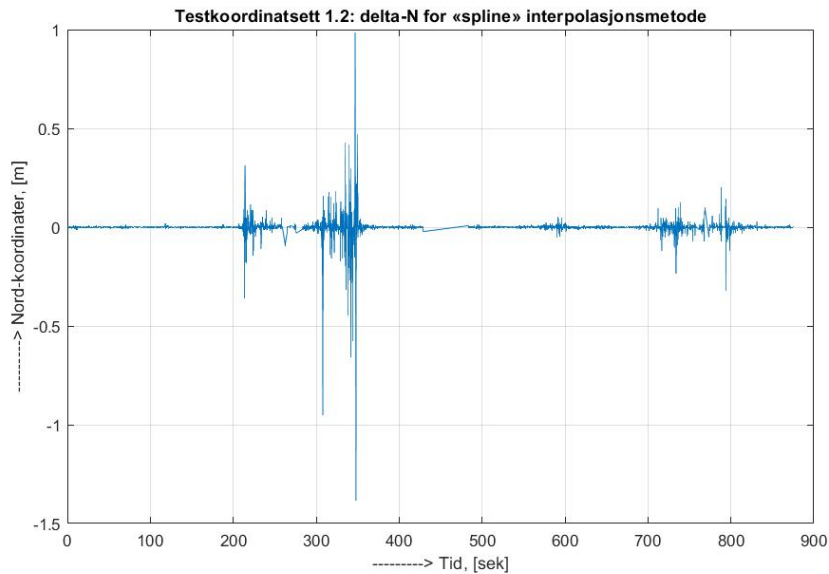
Tabell 13 - Avvik i nord-retninger

Tid	Nord, [m]			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
'09:25:40.800'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
'09:25:40.900'	0,0016	0,0026	0,0016	0,0016
'09:25:41.000'	0,0013	0,0026	0,0013	0,0013
'09:25:41.100'	-0,0004	0,0008	-0,0003	-0,0003
'09:25:41.200'	0,0007	0,0014	0,0008	0,0007
'09:25:41.300'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
'09:25:41.400'	0,0016	0,0011	0,0016	0,0017
'09:25:41.500'	0,0002	-0,0008	0,0002	0,0003
'09:25:41.600'	0,0002	-0,0010	0,0000	0,0002
'09:25:41.700'	-0,0001	-0,0010	-0,0003	-0,0001
'09:25:41.800'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
...	...	...	...	...

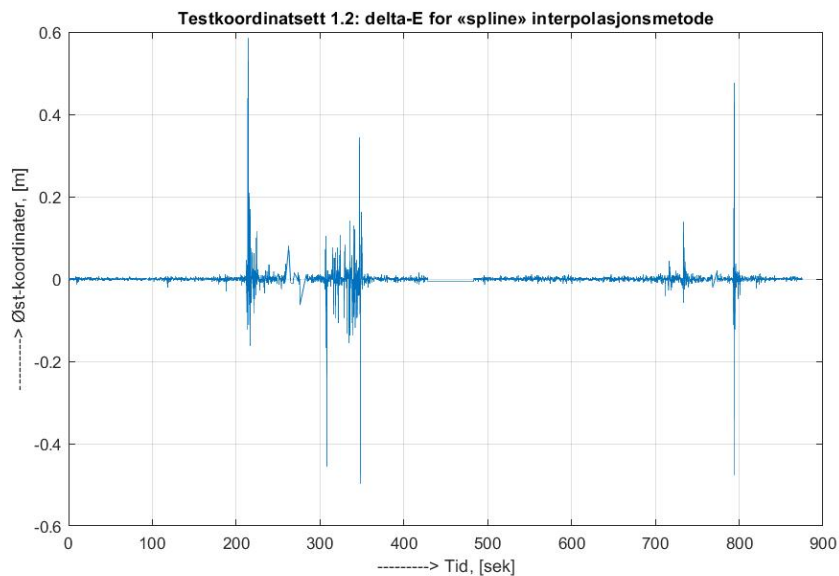
Tabell 14 - Avvik i øst-retninger

Tid	Øst, [m]			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
'09:25:40.800'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
'09:25:40.900'	-0,0005	-0,0013	-0,0005	-0,0005
'09:25:41.000'	0,0003	-0,0007	0,0004	0,0004
'09:25:41.100'	0,0002	-0,0007	0,0003	0,0002
'09:25:41.200'	-0,0011	-0,0015	-0,0010	-0,0010
'09:25:41.300'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
'09:25:41.400'	0,0001	0,0008	0,0003	0,0003
'09:25:41.500'	0,0008	0,0020	0,0010	0,0010
'09:25:41.600'	0,0016	0,0029	0,0018	0,0018
'09:25:41.700'	-0,0002	0,0008	-0,0001	-0,0001
'09:25:41.800'	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>	<b>0,0000</b>
...	...	...	...	...

Figurer 27, 28 viser utskrivelse avvik i nord- og øst-retning for «spline»-interpolasjonsmetode.



**Figur 27 - Avvik i nord-retninger**



**Figur 28 - Avvik i øst-retninger**

Største verdier til avvik i nord- og øst-retningen gir oss første forståelse av kvalitet til interpolasjonsmetode.

Selv avstanden mellom fasit og testpunktene finnes ved hjelp av Pytagoras' læresetning (2.9):

$$L = \sqrt{(N_{i,fasit} - N_{i,arbeid})^2 + (E_{i,fasit} - E_{i,arbeid})^2}$$

Tabell 15 viser resultat av denne beregninger.

Tabell 15 - Lengder mellom fasit og testpunktene.

Tid	Lengde, [m]			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
'09:25:40.800'	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>
'09:25:40.900'	0,00167	0,00289	0,00170	0,00171
'09:25:41.000'	0,00130	0,00269	0,00141	0,00138
'09:25:41.100'	0,00040	0,00107	0,00040	0,00039
'09:25:41.200'	0,00128	0,00209	0,00126	0,00127
'09:25:41.300'	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>
'09:25:41.400'	0,00162	0,00132	0,00167	0,00173
'09:25:41.500'	0,00084	0,00211	0,00105	0,00106
'09:25:41.600'	0,00161	0,00308	0,00183	0,00177
'09:25:41.700'	0,00023	0,00126	0,00029	0,00019
'09:25:41.800'	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>	<b>0,00000</b>
...	...	...	...	...

For å beregne  $P_{best}$  ble i Matlab laget skript som beregner en andel av punkt som ligger nærmest til fasit punkt for hvert tidspunkt.

$P_{best}$  beregnes formelen (2.8):

$$P_{best} = \frac{n_{nær}}{n_{tot}} \cdot 100\%$$

Tabell 16 viser resultat for  $P_{best}$ :

Tabell 16 -  $P_{best}$

Tidsoppløsning	$P_{best}$ , %			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
<b>0,5 sekund</b>	45,44	45,50	36,96	32,04

Tabeller av  $P_{best}$  for de andre testkoordinatsettene finnes i «Resultat»-kapittelet.

### 3.4.3.2 $RMSE_{nord}$ , $RMSE_{øst}$ ;

Baseres på  $\Delta N$  og  $\Delta E$  kan beregnes RMSE i nord- og øst-retninger etter formelen (2.10):

$$RMSE_{nord} = \sqrt{\frac{\sum(N_{i,fasit} - N_{i,test})^2}{n}}$$

$$RMSE_{øst} = \sqrt{\frac{\sum(E_{i,fasit} - E_{i,test})^2}{n}}$$

Tabell 17,18 viser resultat for  $RMSE_{nord}$ ,  $RMSE_{øst}$ :

Tabell 17 -  $RMSE_{nord}$

Tidsoppløsning	RMSE_nord, m			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
0,5 sekund	0,0412	0,0417	0,0408	0,0406

Tabell 18 -  $RMSE_{øst}$

Tidsoppløsning	RMSE_øst, m			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
0,5 sekund	0,0258	0,0244	0,0242	0,0243

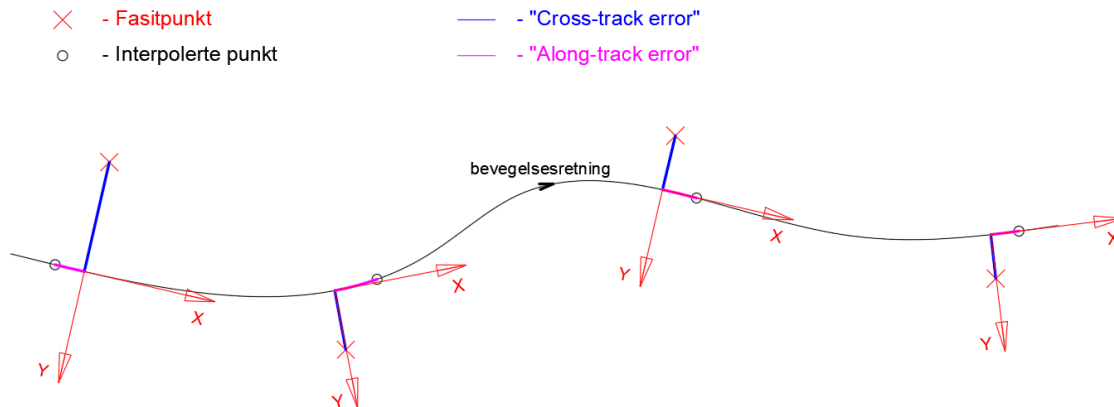
### 3.4.3.3 $RMSE_{cross}$

$RMSE_{cross}$  beregnes med formelen (2.11):

$$RMSE_{cross} = \sqrt{\frac{\sum("cross\ track\ error")^2}{n}}$$

«Cross track error» finnes som differansen mellom fasit og testpunkt på tvers av bevegelsesretning. I geometrisk forstand er det minste avstand fra fasitpunkt til testsporet.

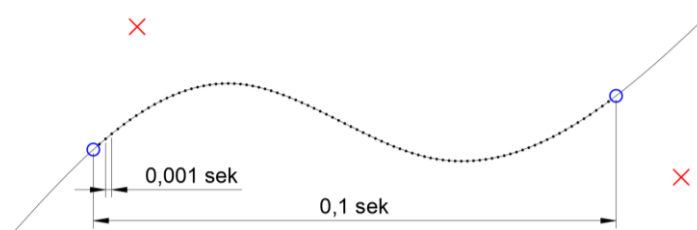
Figur 29 viser geometrisk forstand «cross track error».



Figur 29 – «Cross track error».

For å beregne «cross track error» må vi:

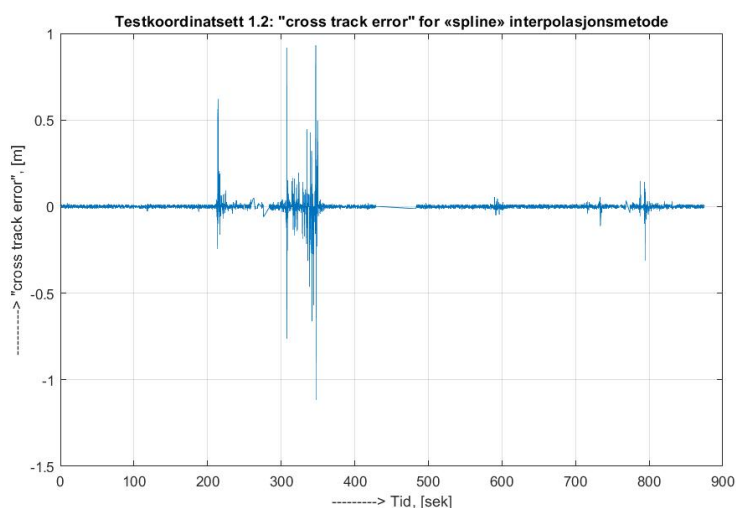
- lage hjelpepunkt langs sporet (jeg bestemte å lage punkter hver 2 cm);



Figur 30 – hjelpepunkt langs spor



Figurer 34 viser utskrivelse «cross track error» for «spline»-interpolasjonsmetode.



Figur 34 - «cross track error» for «spline»-interpolasjonsmetode

Tabell 19 viser største, minste, gjennomsnitt verdier av «cross track error».

Tabell 19 – Statistikken for Testkoordinatsett 1.2

	Testkoordinatsett 1.2 (0,5 sekund)			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
"cross track error"_min	-1,0812	-1,1153	-1,0855	-1,0967
"cross track error"_max	0,9468	0,9323	0,9603	0,9423
"cross track error"_mean	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001

Figurer av «cross track error» for de andre testkoordinatsettene finnes i «Resultat»-kapittelet.

Tabell 20 viser resultat for  $RMSE_{cross}$ :

Tabell 20 -  $RMSE_{cross}$  for Testkoordinatsett 1.2

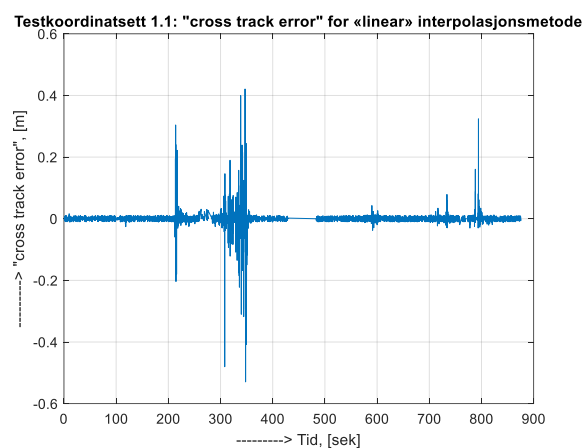
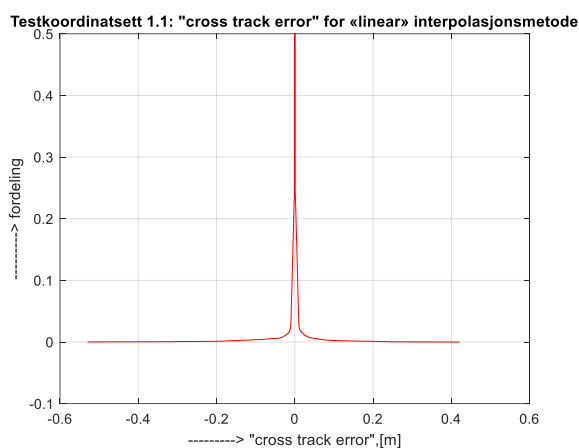
Tidsoppløsning	RMSE_cross, m			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
0,5 sekund	0,0411	0,0414	0,0406	0,0399



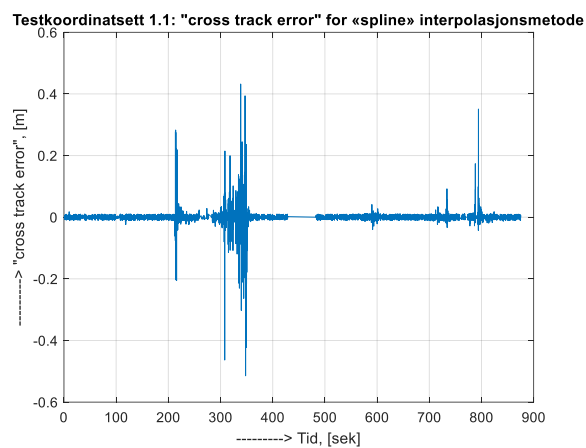
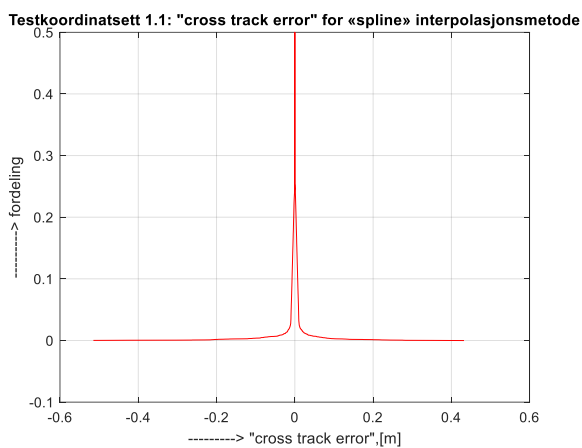
## 4 Resultater

Dette kapittelet representerer resultatene av hver interpolasjonsmetode til hvert testkoordinatsett. Resultatene presenteres som et plot og viser et avvik på tvers av bevegelsesretning («cross track error»), fordelingsplot av disse avvikene og en tabell som viser statistiske tall for hver interpolasjonsmetode.

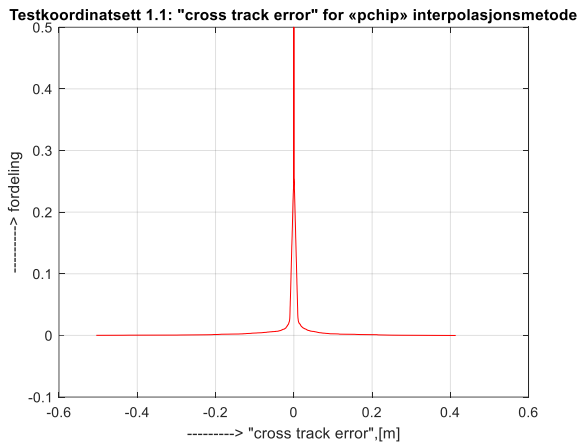
### 4.1 Testkoordinatsett 1.1



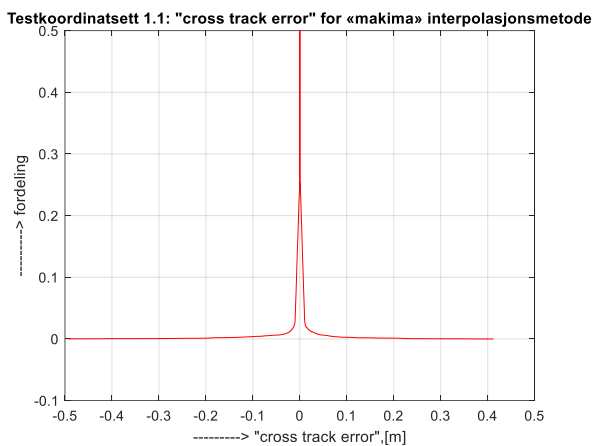
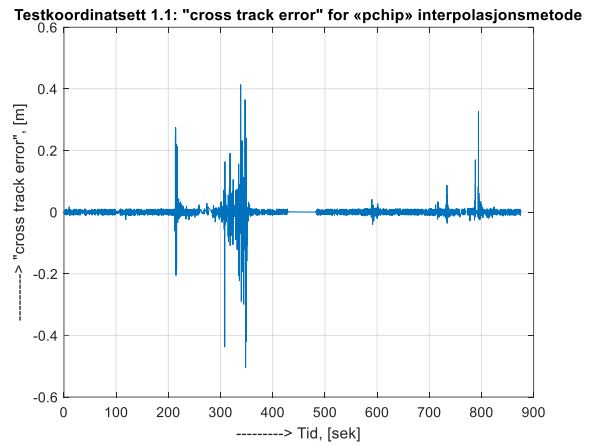
Figur 35 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode



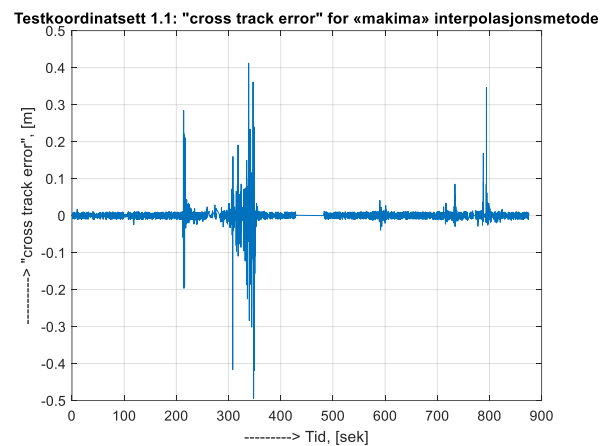
Figur 36 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode



Figur 37 – Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode



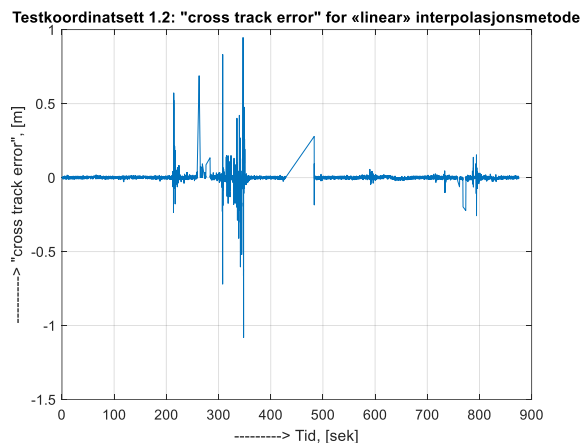
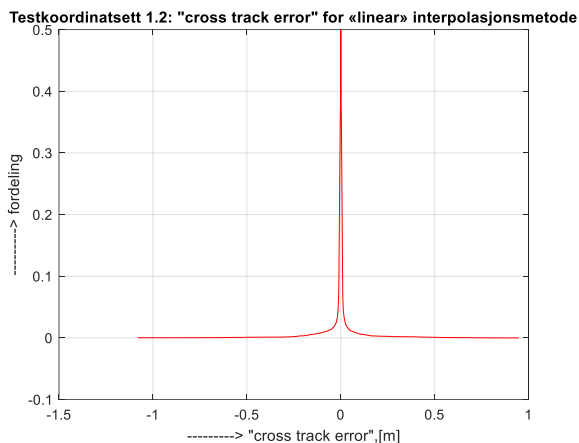
Figur 38 - Testkoordinatsett 1.1: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode



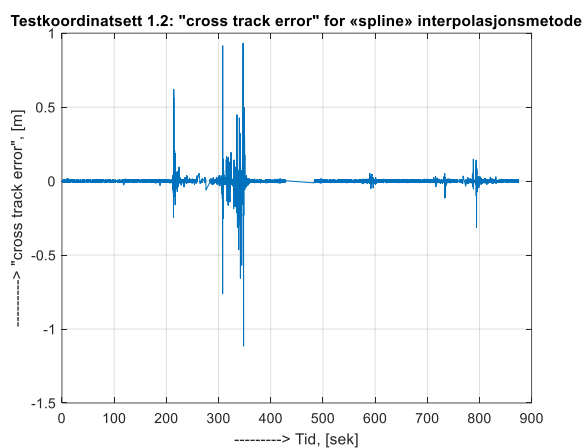
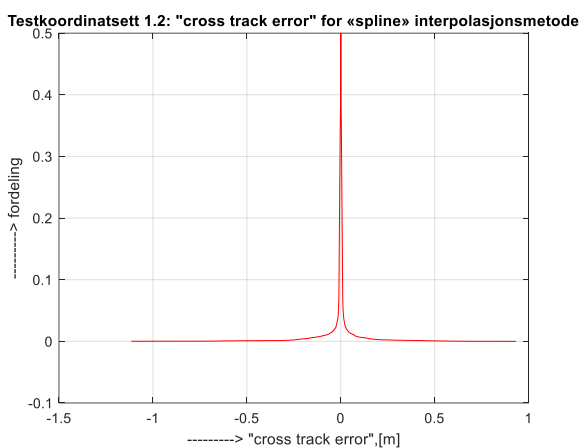
Tabell 21 – Resultater fra Testkoordinatsett 1.1

	Testkoordinatsett 1.1 (0,2 sekund):			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
$P_{best}$ , [%]	72,23	65,27	57,77	54,78
"cross track error" _min, [m]	-0,5294	-0,5146	-0,5047	-0,4944
"cross track error" _maks, [m]	0,4210	0,4321	0,4135	0,4122
"cross track error" _gjennom, [m]	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000
RMSE_cross, [m]	0,0200	0,0207	0,0198	0,0196

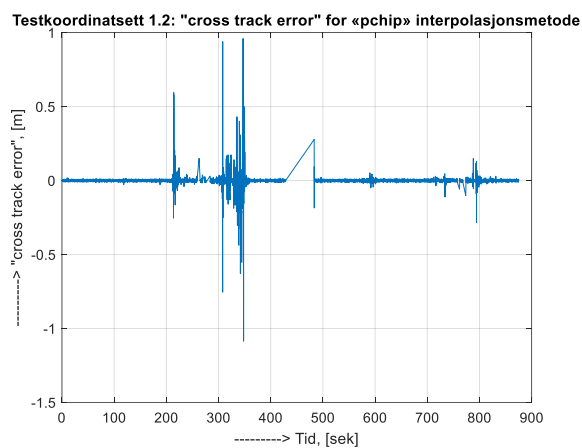
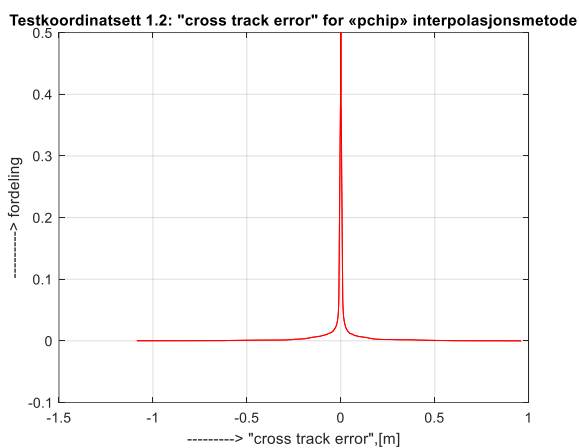
## 4.2 Testkoordinatsett 1.2



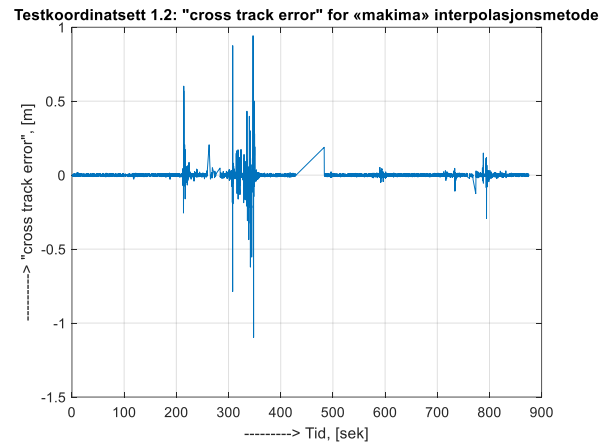
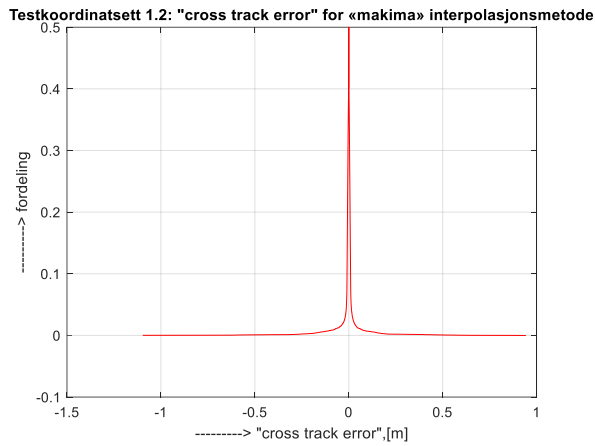
Figur 39 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode



Figur 40 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode



Figur 41 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

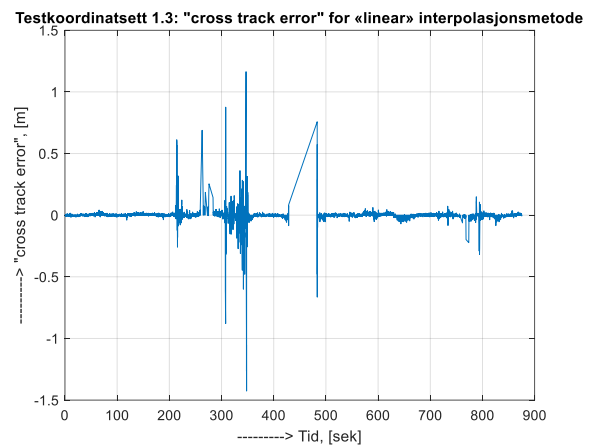
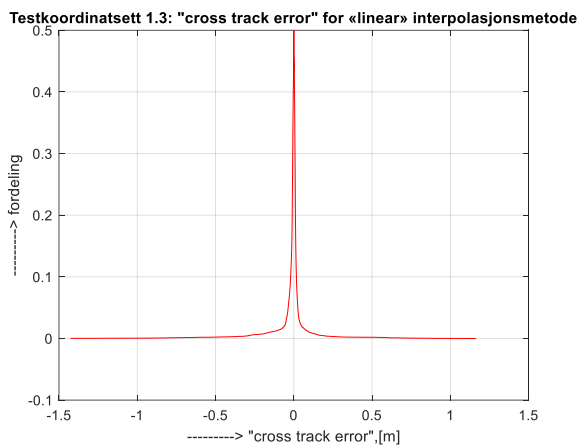


Figur 42 – Testkoordinatsett 1.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode

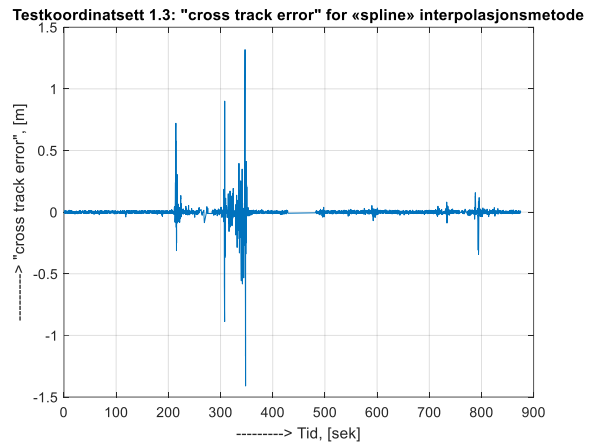
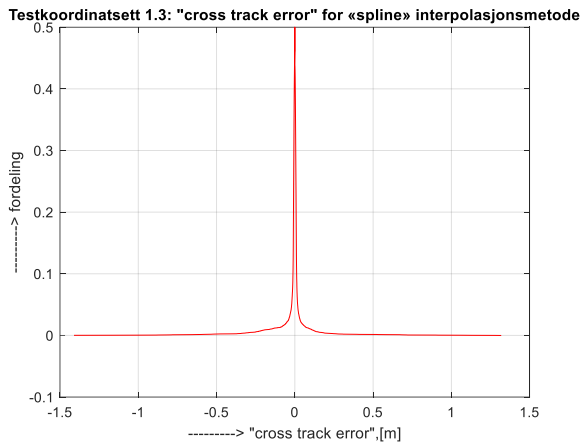
Tabell 22 - Resultater fra Testkoordinatsett 1.2

	Testkoordinatsett 1.2 (0,5 sekund):			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
$P_{best}$ , [%]	45,44	45,50	36,96	32,04
"cross track error"_min, [m]	-1,0812	-1,1153	-1,0855	-1,0967
"cross track error"_maks, [m]	0,9468	0,9323	0,9603	0,9423
"cross track error"_gjennom, [m]	-0,0002	-0,0002	-0,0002	-0,0001
RMSE_cross, [m]	0,0411	0,0414	0,0406	0,0399

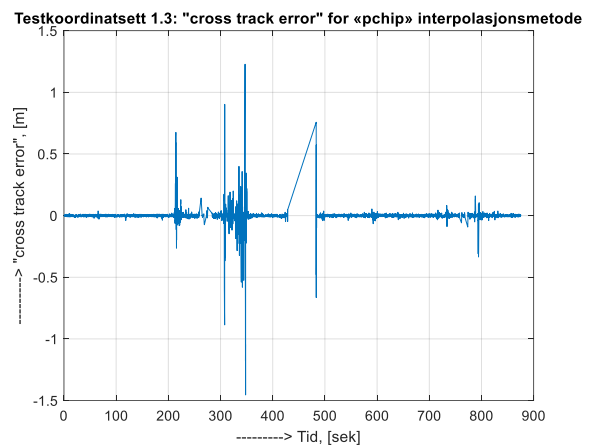
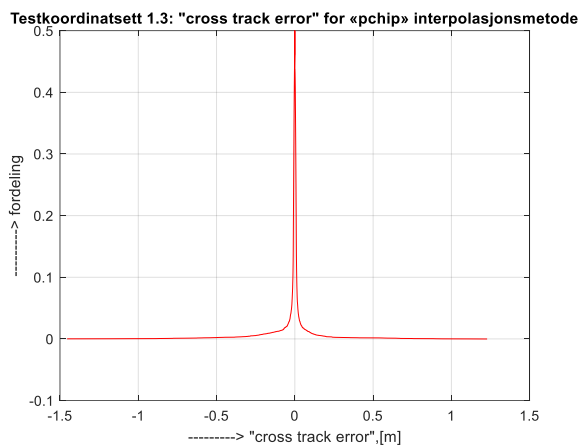
### 4.3 Testkoordinatsett 1.3



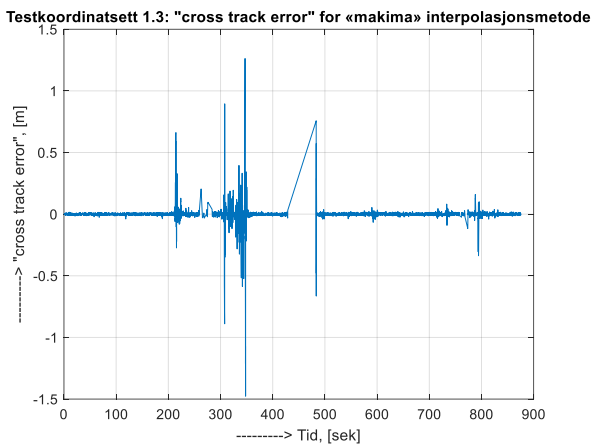
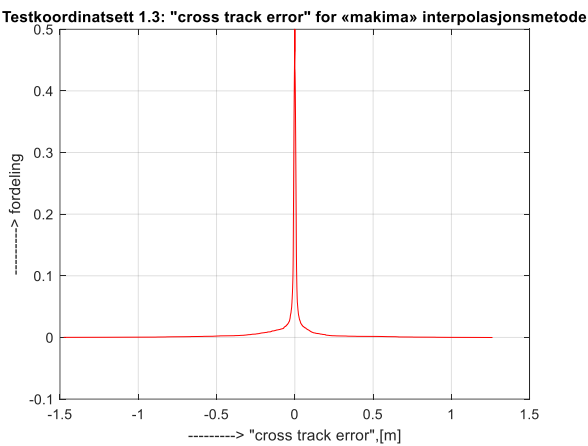
Figur 43 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode



Figur 44 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode



Figur 45 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

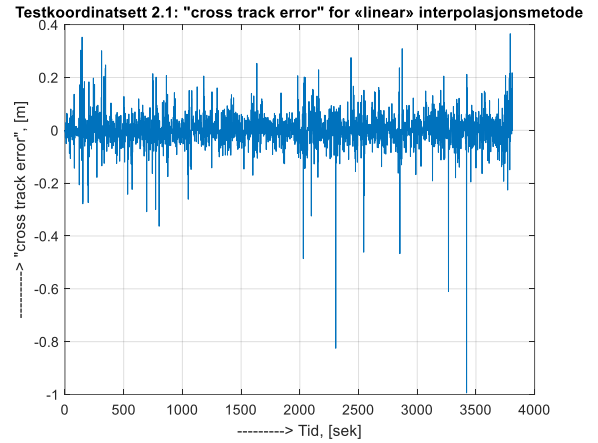
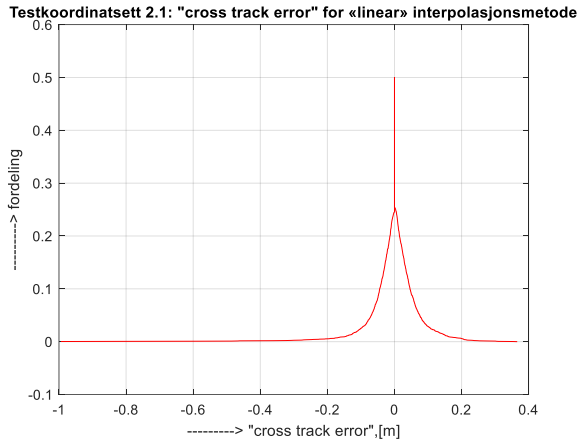


Figur 46 – Testkoordinatsett 1.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode

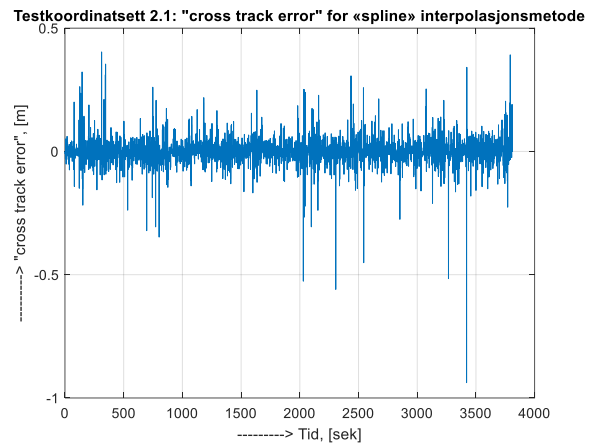
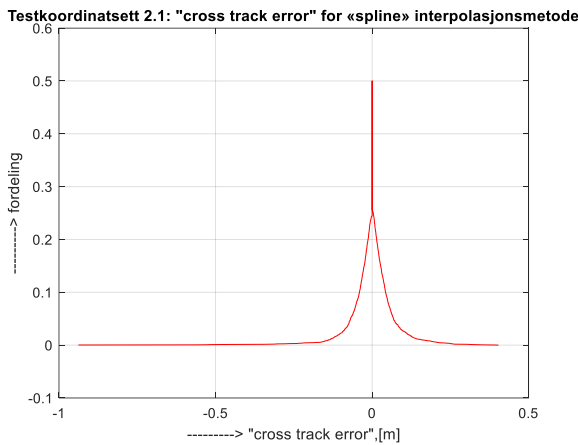
Tabell 23 - Resultater fra Testkoordinatsett 1.3

	Testkoordinatsett 1.3 (1 sekund):			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
$P_{best}$ , [%]	27,26	47,88	30,33	24,60
"cross track error"_min, [m]	-1,4265	-1,4105	-1,4543	-1,4767
"cross track error"_maks, [m]	1,1637	1,3181	1,2281	1,2623
"cross track error"_gjennom, [m]	-0,0017	-0,0014	-0,0013	-0,0013
RMSE_cross, [m]	0,0626	0,0621	0,0610	0,0614

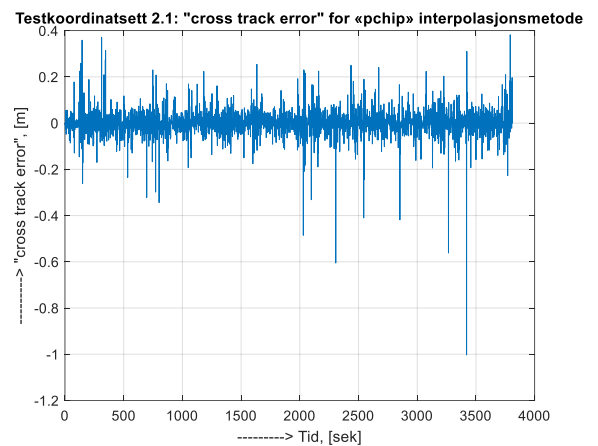
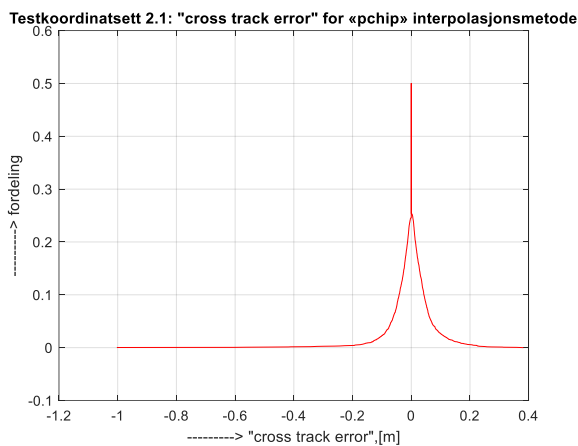
## 4.4 Testkoordinatsett 2.1



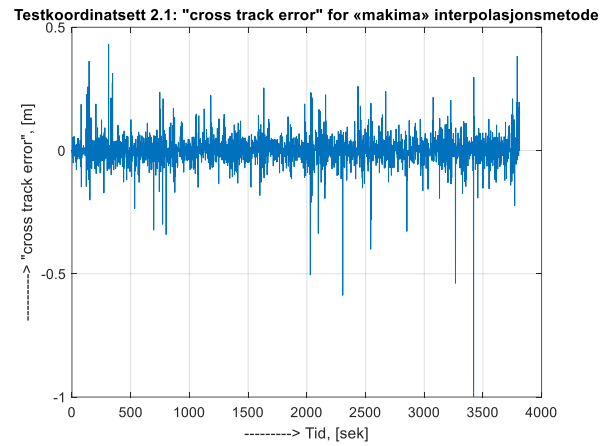
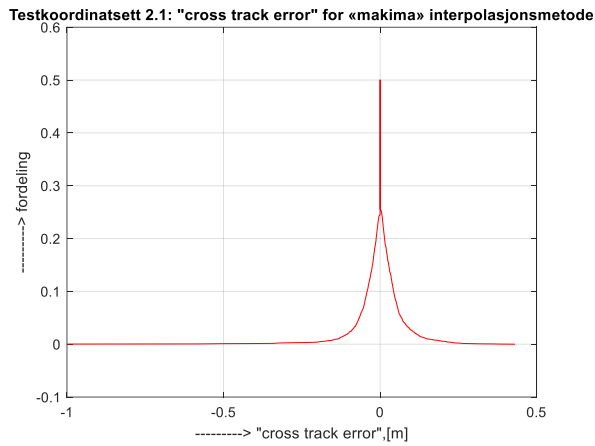
Figur 47 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode



Figur 48 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode



Figur 49 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

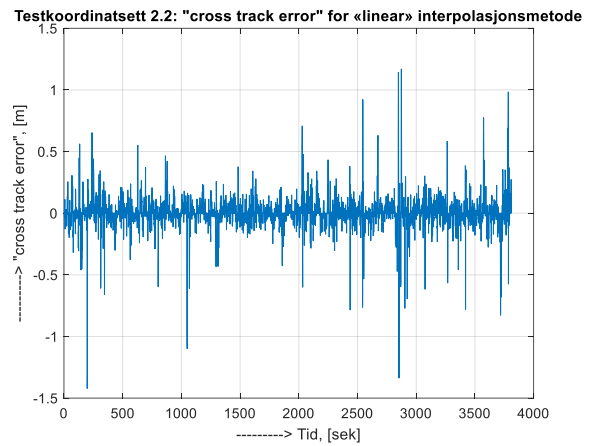
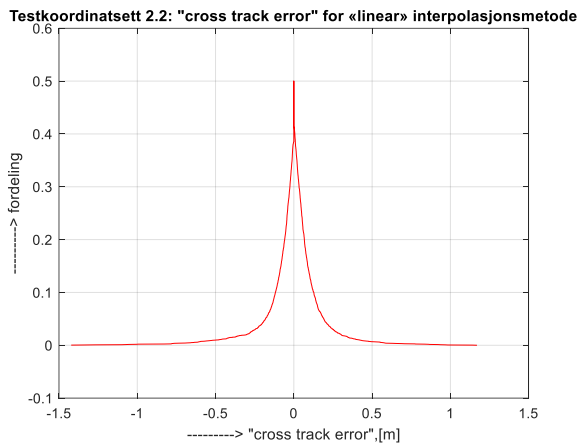


Figur 50 – Testkoordinatsett 2.1: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode

Tabell 24 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.1

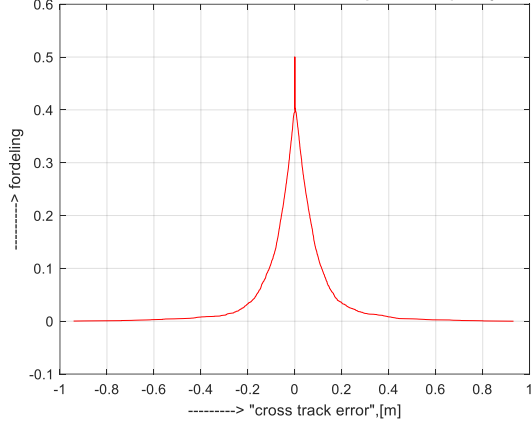
	Testkoordinatsett 2.1 (2 sekunder):			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
$P_{best}$ , [%]	70,94	67,53	57,11	54,51
"cross track error"_min, [m]	-0,9940	-0,9379	-1,0029	-0,9988
"cross track error"_maks, [m]	0,3657	0,4034	0,3820	0,4306
"cross track error"_gjennom, [m]	0,0004	0,0005	0,0004	0,0005
RMSE_cross, [m]	0,0547	0,0518	0,0519	0,0515

## 4.5 Testkoordinatsett 2.2

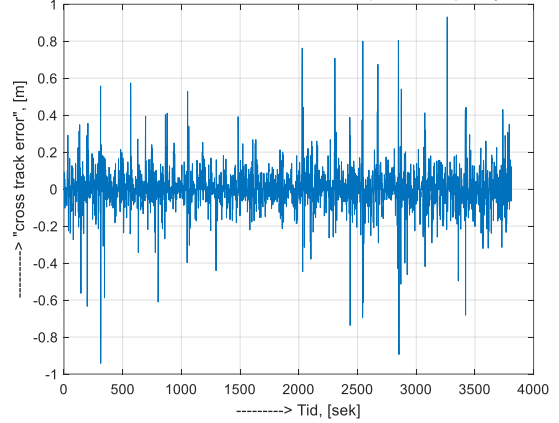


Figur 51 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode

Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

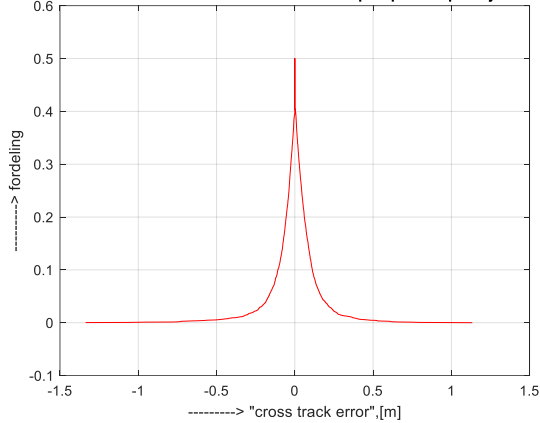


Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

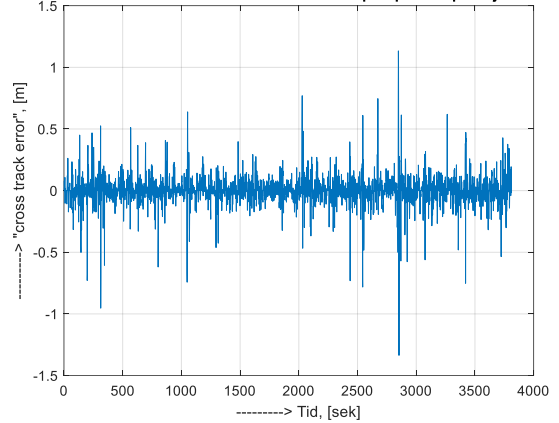


Figur 52 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

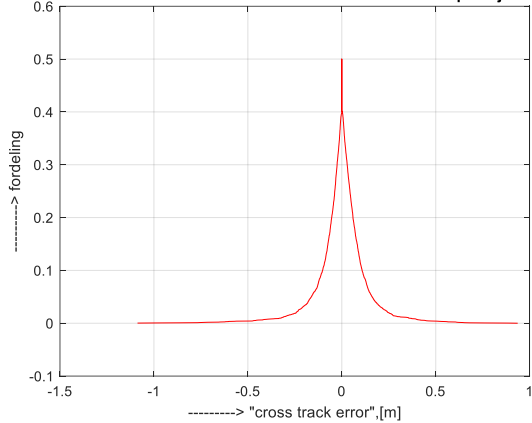


Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

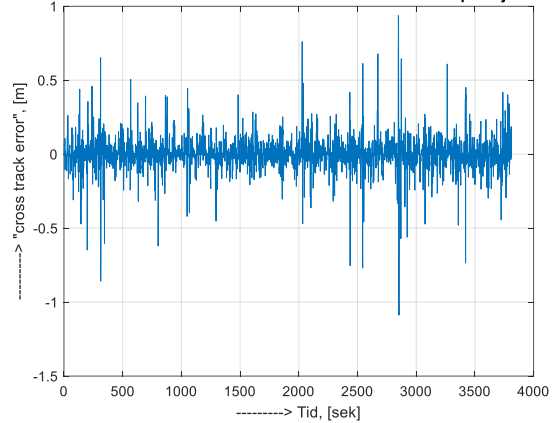


Figur 53 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode



Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode



Figur 54 – Testkoordinatsett 2.2: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode

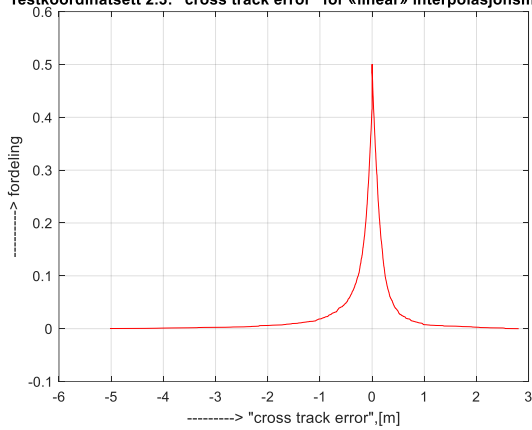
Tabell 25 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.2

	Testkoordinatsett 2.2 (5 sekunder):			
	Linear	Spline	Pchip	Makima
$P_{best}$ , [%]	50,50	46,51	31,76	31,31
"cross track error" _min, [m]	-1,4219	-0,9420	-1,3363	-1,0874
"cross track error" _maks, [m]	1,1695	0,9311	1,1333	0,9361
"cross track error" _gjennom, [m]	0,0017	0,0025	0,0012	0,0016
RMSE_cross, [m]	0,1455	0,1180	0,1234	0,1152



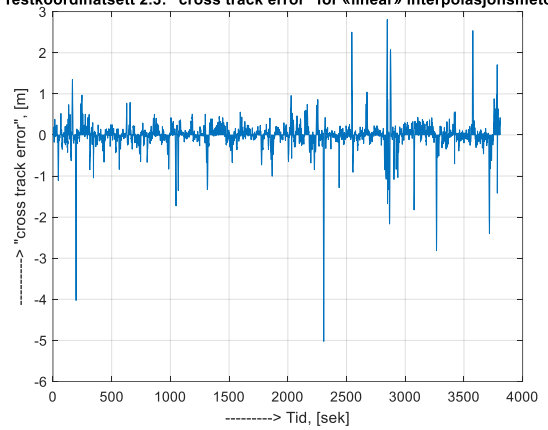
## 4.6 Testkoordinatsett 2.3

Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode

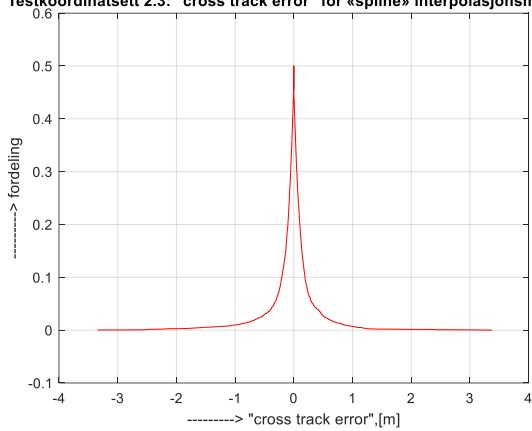


Figur 55 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode

Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «linear» interpolasjonsmetode

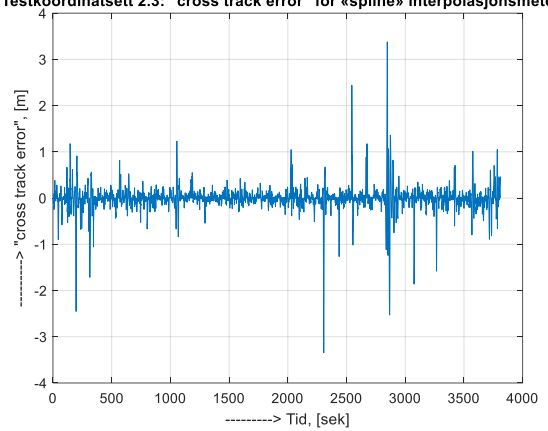


Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

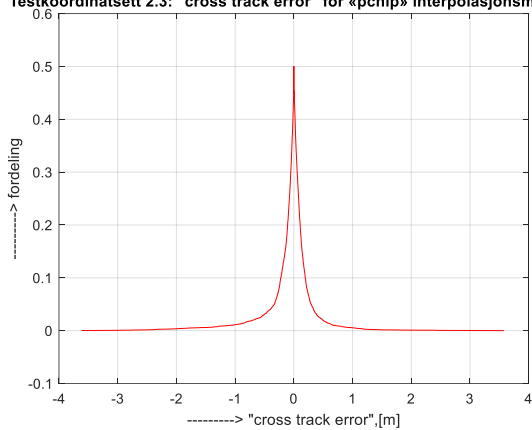


Figur 56 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «spline» interpolasjonsmetode

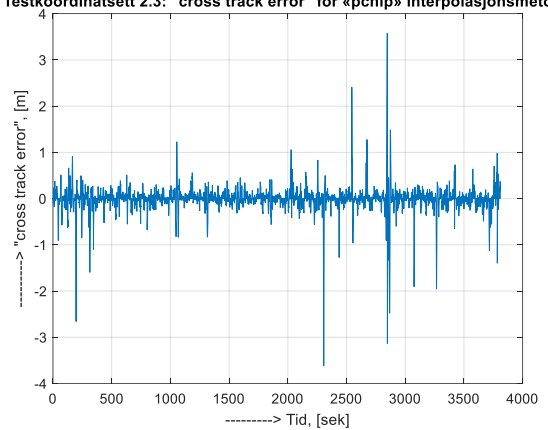


Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

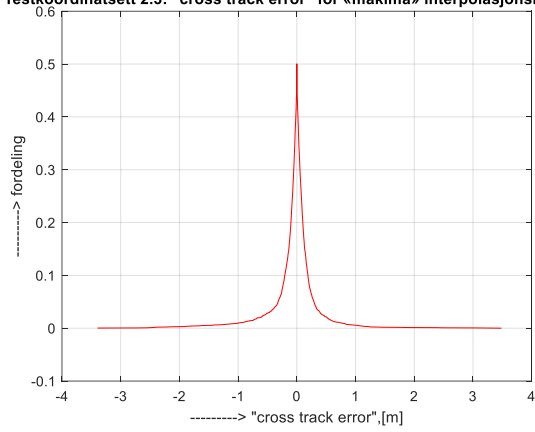


Figur 57 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode

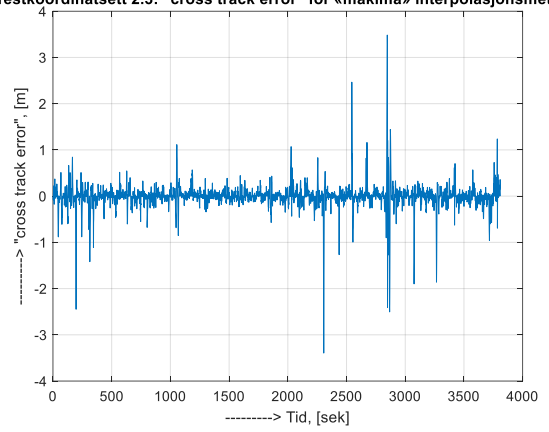
Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «pchip» interpolasjonsmetode



Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode



Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode



**Figur 58 – Testkoordinatsett 2.3: "cross track error" for «makima» interpolasjonsmetode**

**Tabell 26 - Resultater fra Testkoordinatsett 2.3**

	<b>Testkoordinatsett 2.3 (10 sekunder):</b>			
	<b>Linear</b>	<b>Spline</b>	<b>Pchip</b>	<b>Makima</b>
$P_{best}$ , [%]	35,93	45,25	25,91	22,99
"cross track error"_min, [m]	-5,0228	-3,3433	-3,6138	-3,3944
"cross track error"_maks, [m]	2,8083	3,3774	3,5767	3,4837
"cross track error"_gjennom, [m]	-0,0123	-0,0057	-0,0128	-0,0088
RMSE_cross, [m]	0,3995	0,3004	0,3029	0,2920

## 5 Diskusjon

I denne kapitlet analyseres steder der oppstår største avvik på tvers av bevegelsesretning («cross track error»). Disse stedene skal visualiseres og avviket skal forklares.

### 5.1 Testkoordinatsett 1.1



Figur 59 – Største avvik på testkoordinatsett 1.1

### 5.2 Testkoordinatsett 1.2



Figur 60 - Største avvik på testkoordinatsett 1.12

### 5.3 Testkoordinatsett 1.3



Figur 61 - Største avvik på testkoordinatsett 1.3

Fra beregninger og figurer 59-61 ser vi at største positivt og negativt avvik på tvers av bevegelsesretning for testkoordinatsett 1.1 -1.3 oppstår i tidspunkt 3470 og 3480 henholdsvis.

Analyse av fasitkoordinatsett 1 viser at disse avvikene oppstår på grunn av fasebrudd (tabell 27).

**Tabell 27 - Fasitkoordinatsett 1 (punkt 3470, 3480)**

3470	2055032409312770	GNSSCodeMeasuredRTK	291099,4832	7051676,9031	72,5560	38,5173		24.03.2020	31:27,7	'09:31:27.700'
3471	2055032409312780	GNSSPhaseMeasuredXRT	291100,3922	7051677,9264	73,9890	38,5172		24.03.2020	31:27,8	'09:31:27.800'
3472	2055032409312790	GNSSPhaseMeasuredXRT	291100,8608	7051677,6932	74,0350	38,5172		24.03.2020	31:27,9	'09:31:27.900'
3473	2055032409312800	GNSSPhaseMeasuredXRT	291101,3504	7051677,4978	74,1030	38,5172		24.03.2020	31:28,0	'09:31:28.000'
3474	2055032409312810	GNSSPhaseMeasuredXRT	291101,8244	7051677,2684	74,1720	38,5172		24.03.2020	31:28,1	'09:31:28.100'
3475	2055032409312820	GNSSPhaseMeasuredXRT	291102,2987	7051677,0392	74,2430	38,5172		24.03.2020	31:28,2	'09:31:28.200'
3476	2055032409312830	GNSSPhaseMeasuredXRT	291102,7491	7051676,7620	74,2480	38,5172		24.03.2020	31:28,3	'09:31:28.300'
3477	2055032409312840	GNSSPhaseMeasuredXRT	291103,1919	7051676,4626	74,2800	38,5172		24.03.2020	31:28,4	'09:31:28.400'
3478	2055032409312850	GNSSPhaseMeasuredXRT	291103,7331	7051676,4192	74,4060	38,5171		24.03.2020	31:28,5	'09:31:28.500'
3479	2055032409312860	GNSSPhaseMeasuredXRT	291104,0603	7051675,7993	74,2890	38,5171		24.03.2020	31:28,6	'09:31:28.600'
3480	2055032409312870	GNSSPhaseMeasuredXRT	291104,6047	7051675,7896	74,4150	38,5171		24.03.2020	31:28,7	'09:31:28.700'
3481	2055032409312880	GNSSCodeMeasuredRTK	291104,4787	7051673,9142	73,5170	38,5171		24.03.2020	31:28,8	'09:31:28.800'

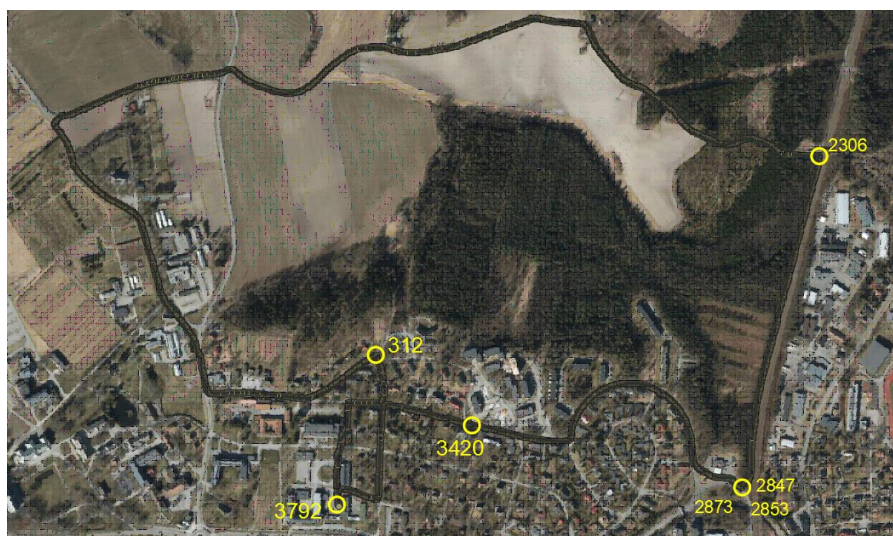
Tabell 28 viser hvor store avvik i disse punktene oppstår for hver av interpolasjonsmetode og sier hvor godt disse metodene klarer seg i de kritiske punktene

**Tabell 28 – Største avvik for testkoordinatsett 1.1 – 1.3**

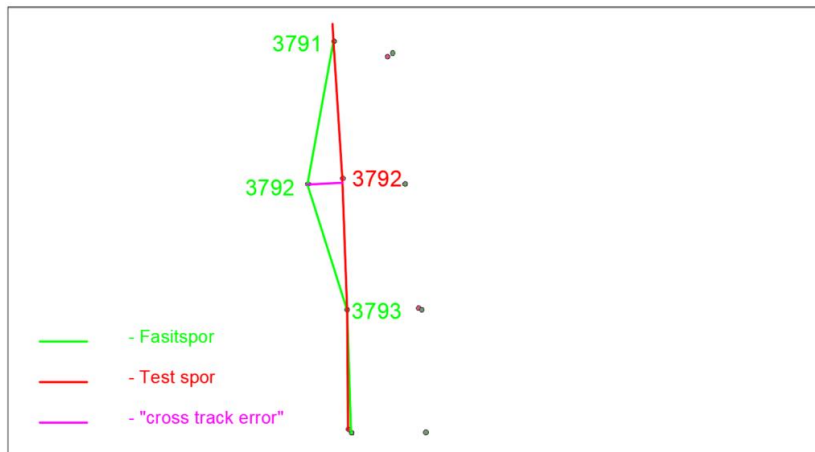
	Punkt	Avvik, [m]			
		Linear	Spline	Pchip	Makima
Testkoordinatsett 1.1	3470	0,4210	0,3938	0,3648	0,3612
	3480	-0,5294	-0,5146	-0,5047	-0,4944
Testkoordinatsett 1.2	3470	0,9468	0,9323	0,9603	0,9423
	3480	-1,0812	-1,1153	-1,0855	-1,0967
Testkoordinatsett 1.3	3470	1,1637	1,3181	1,2281	1,2623
	3480	-1,4265	-1,4105	-1,4543	-1,4767

## 5.4 Testkoordinatsett 2.1

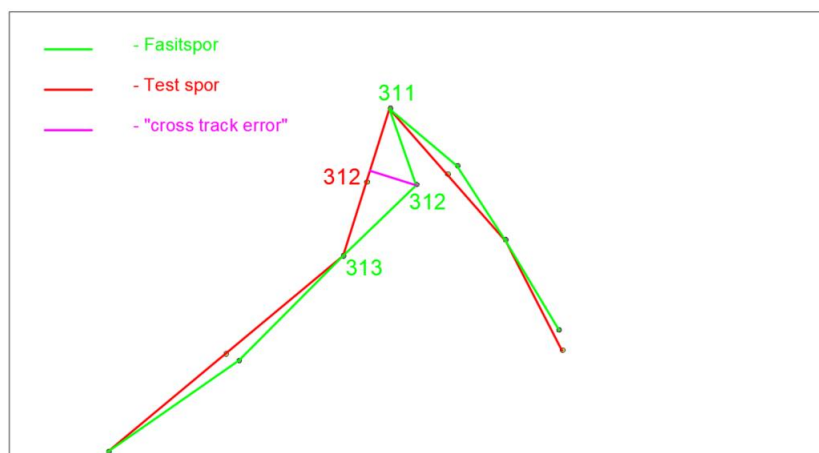
Figuren 62 viser hvor oppstår største positive og negative avvik på tvers av bevegelsesretning for testkoordinatsett 2.1 -2.3



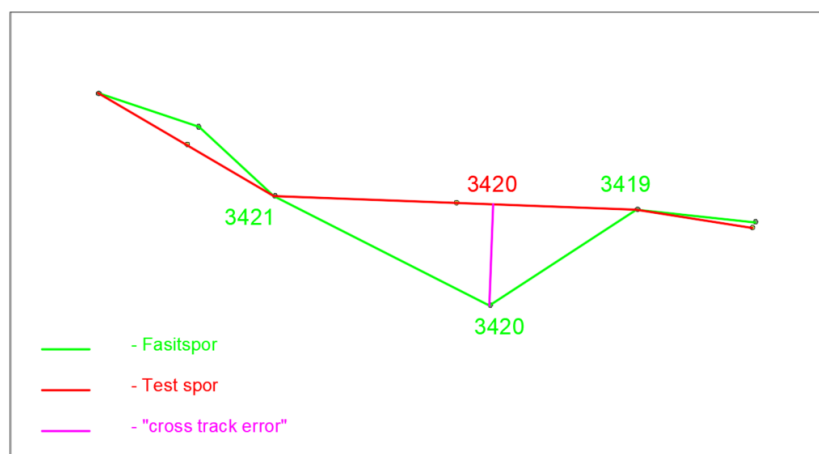
**Figur 62 – Punkter til positive og negative avvik for testkoordinatsett 2.1 -2.3**



Figur 63 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (1)

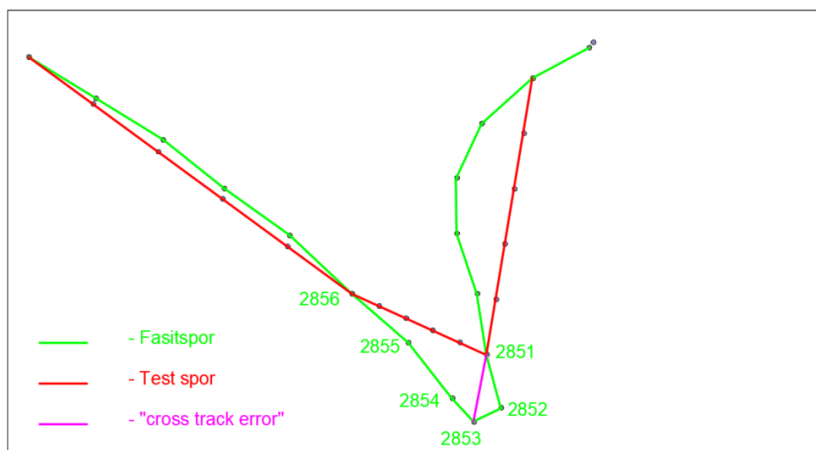


Figur 64 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (2)

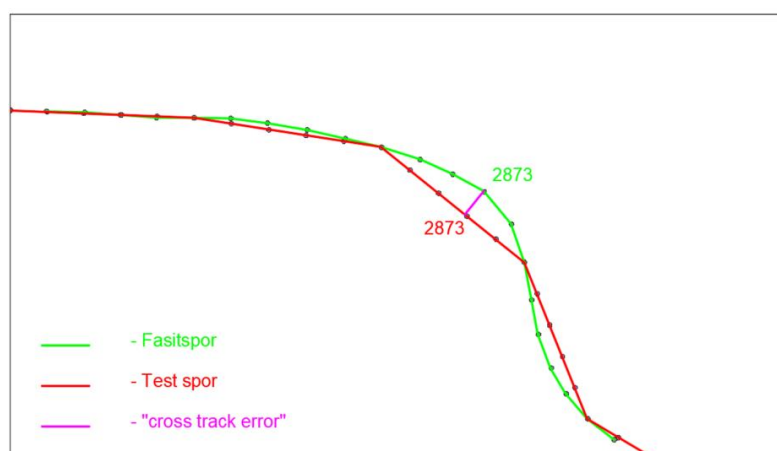


Figur 65 - Største avvik på testkoordinatsett 2.1 (3)

## 5.4 Testkoordinatsett 2.2

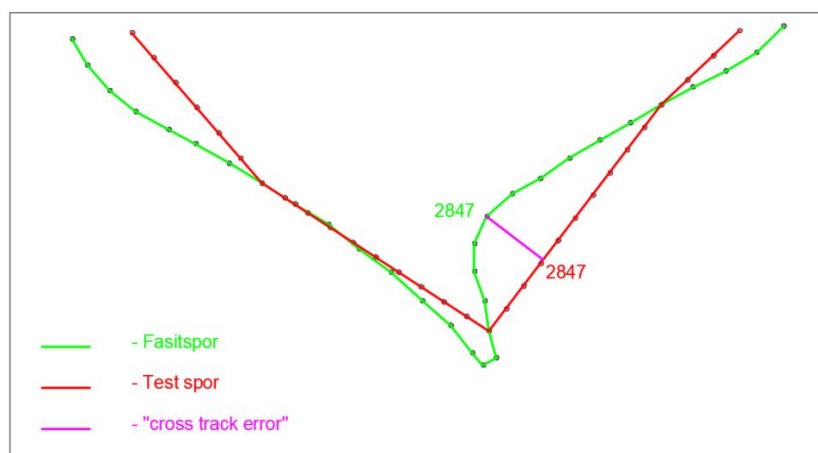


Figur 66 - Største avvik på testkoordinatsett 2.2 (1)

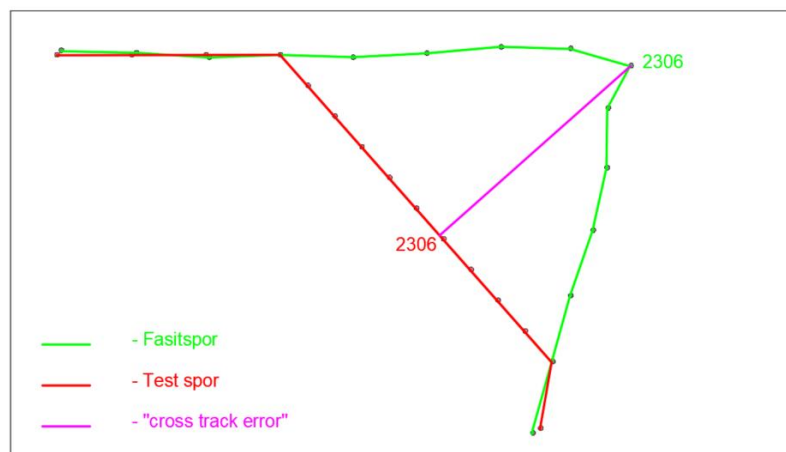


Figur 67 - Største avvik på testkoordinatsett 2.2 (2)

## 5.4 Testkoordinatsett 2.3



Figur 68 - Største avvik på testkoordinatsett 2.3 (1)



Figur 69 - Største avvik på testkoordinatsett 2.3 (2)

Det hoved årsaket at det oppstår så store avvik er at disse testkoordinatsettene beskriver en fotgjengbevegelse. Fra figurer ser vi at størst avvik finnes i et sted hvor bevegelsesretning var plutselig endret, som er forventet for denne bevegelsesmåten.

Tabell 29 viser hvor store avvik i disse punktene oppstår for hver av interpolasjonsmetode og sier hvor godt disse metodene klarer seg i de kritiske punktene

Tabell 29 – Største avvik for testkoordinatsett 1.1 – 1.3

	Punkt	Avvik, [m]			
		Linear	Spline	Pchip	Makima
Testkoordinatsett 2.1	312	0,3012	0,4034	0,3708	0,4306
	3420	-0,9940	-0,9379	-1,0029	-0,9988
	3792	0,3657	0,3916	0,3820	0,3822
Testkoordinatsett 2.2	2853	-1,3371	-0,8944	-1,3363	-1,0874
	2873	1,1695	0,5409	0,6136	0,6449
Testkoordinatsett 2.3	2306	-5,0228	-3,3433	-3,6138	-3,3944
	2847	2,8083	3,3774	3,5767	3,4837

## 6 Konklusjon

I denne oppgaver ble utført undersøkelse om hvor godt ulike interpolasjonsmetoder beskriver ulike typer av bevegelse. Kontrollkoordinatsett representeres av bilbevegelse og fotgjengbevegelse. Baseres på disse koordinatsettene ble laget tre testkoordinatsett for hver av disse bevegelse typene. For bilbevegelse har testkoordinatsett 0.2, 0.5 og 1 sekund tidsoppløsning. For fotgjengbevegelse 2, 5 og 10 sekund tidsoppløsning.

Evalueringsparameter som ble brukt for å sammenligne resultatene er rotens gjennomsnittlige kvadrerte feil (**RMSE**) og andelen av punkt i interpolasjonen der en gitt metode klarte seg best (**P<sub>best</sub>**).

For testkoordinatsett 1.1 (bilbevegelse med tidsoppløsning 0,2 sekund) har «makima»-metode den laveste RMSE, mens «spline»-metode hadde den høyeste RMSE. «Makima»-metode viser den laveste RMSE også for testkoordinatsett 1.2 (bilbevegelse med tidsoppløsning 0,5 sekund). «Linear»- og «spline»-metoden viser nesten identiske resultater. Med testkoordinatsett 1.3 (bilbevegelse med tidsoppløsning 1 sekund) resulterte verdien av RMSE viser «pchip»-metode. «Linear»-metoden har høyeste verdi. RMSE for «makima»-metode viser nesten det samme resultat som «pchip»-metode. For testkoordinatsett 2.1 (bilbevegelse med fotgjengbevegelse 2 sekund) viser den laveste verdien av RMSE «makima»-metode og den høyeste RMSE for «linear»-metode. RMSE verdier for «spline»- og «pchip»-metode viser nesten identiske resultater og er ikke så mye større enn for «makima»-metode. Med testkoordinatsett 2.2 (bilbevegelse med fotgjengbevegelse 5 sekund) utførte «makima»-metode den laveste RMSE, mens «linear»-metode hadde den høyeste RMSE. Endelig for testkoordinatsett 2.3 (bilbevegelse med fotgjengbevegelse 10 sekund) viser fortsatt «makima»-metode den laveste resultat.

P<sub>best</sub> – målet viser høyeste resultat for «linear»-metode i testkoordinatsett 1.1 (72,23%), 2.1 (70,94%) og 2.2 (50,50%). I testkoordinatsett 1.2, 1.3 og 2.3 den høyeste resultat for P<sub>best</sub> viser «spline»-metode med verdi 45,50%, 47,88% og 45,25% henholdsvis.

Den viktigste evalueringsparameter i denne sammenligning er RMSE. Og resultatene viser at «makima»-metode beskriver fasitkoordinatsettet best i testkoordinatsett 1.1, 1.2, 2.1, 2.2, 2.3. «Pchip»-metode viser beste resultat i testkoordinatsett 1.3 og samtidig nesten identiske resultat i testkoordinatsett 1.1, 2.1. «Spline»-metode viser nesten identiske resultat med «makima»-metode «makima»-metode i testkoordinatsett 2.1. «Linear»-metode viser et godt resultat i testkoordinatsett 1.1.



## Referanser

Ashino R. & Vaillancourt R. (n.d.), «Numerical Methods with Matlab», side 35-36

Chowdhury N. A. (2019), «Numerical Methods», side 103-132

Lai C.-H, (2014), “Numerical methods and optimization. An introduction”. Side: 113-122

Spline interpolation, [https://en.wikipedia.org/wiki/Spline\\_interpolation](https://en.wikipedia.org/wiki/Spline_interpolation), Hentet: 21.05.2021.

Cubic Hermite spline, [https://en.wikipedia.org/wiki/Cubic\\_Hermite\\_spline](https://en.wikipedia.org/wiki/Cubic_Hermite_spline). Hentet: 21.05.2021.

Ghilani, C. D. (2010), Adjustment Computations: Spatial Data Analysis, fifth edn, Wiley

Leica Geosystems (n.d.), ‘Leica viva gs16 data sheet’, Tilgjengelig fra: [https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica\\_viva\\_gs16\\_ds.ashx?la=en&hash=EB1C7278B6E75F4ADDF9E80849879557](https://leica-geosystems.com/-/media/files/leicageosystems/products/datasheets/leica_viva_gs16_ds.ashx?la=en&hash=EB1C7278B6E75F4ADDF9E80849879557), Hentet: 21.05.2021.

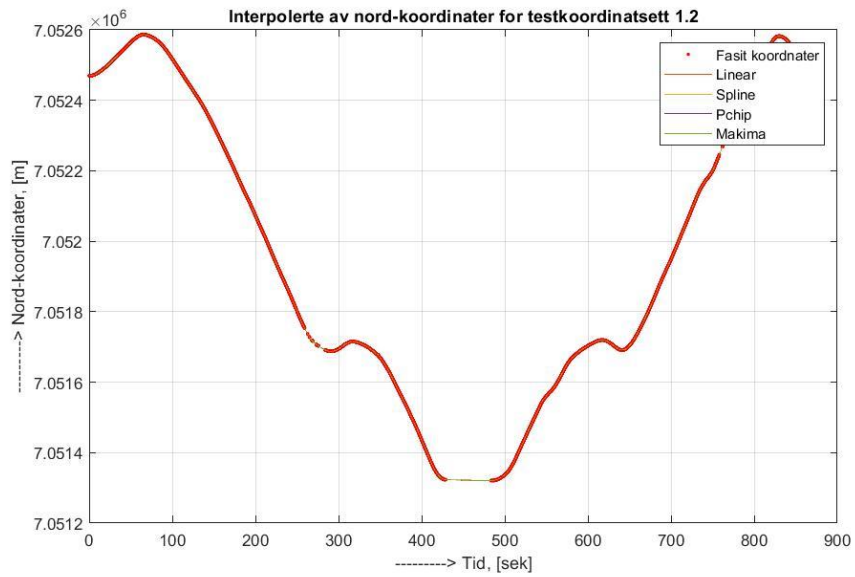
Coburn, J C; Crisco, J J (n.d.), “INTERPOLATING THREE-DIMENSIONAL KINEMATIC DATA”.

Mondoloni S., Swierstra S., Paglione M (), “ASSESSING TRAJECTORY PREDICTION PERFORMANCE – METRICS DEFINITION”

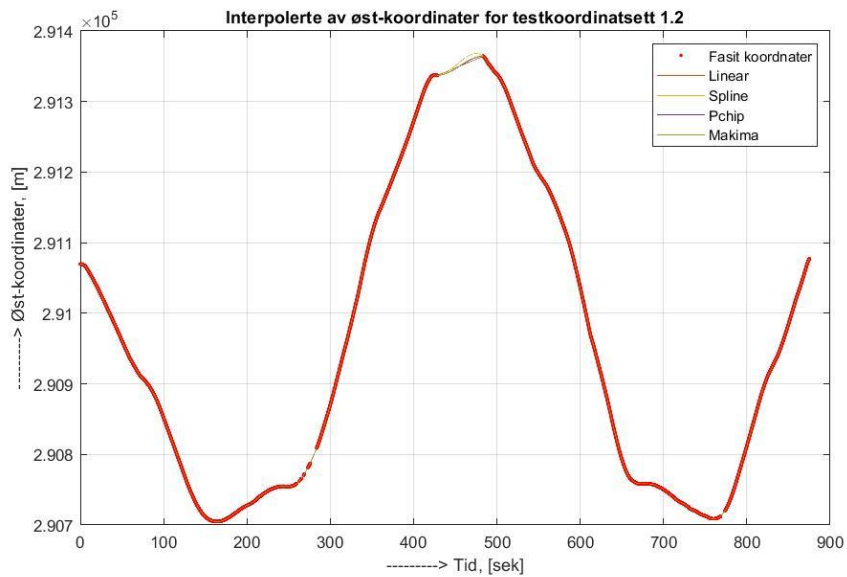
Jed A. Long J. A. (2015), “Kinematic interpolation of movement data”

Vedlegg 1

Testkoordinatsett 1.2:

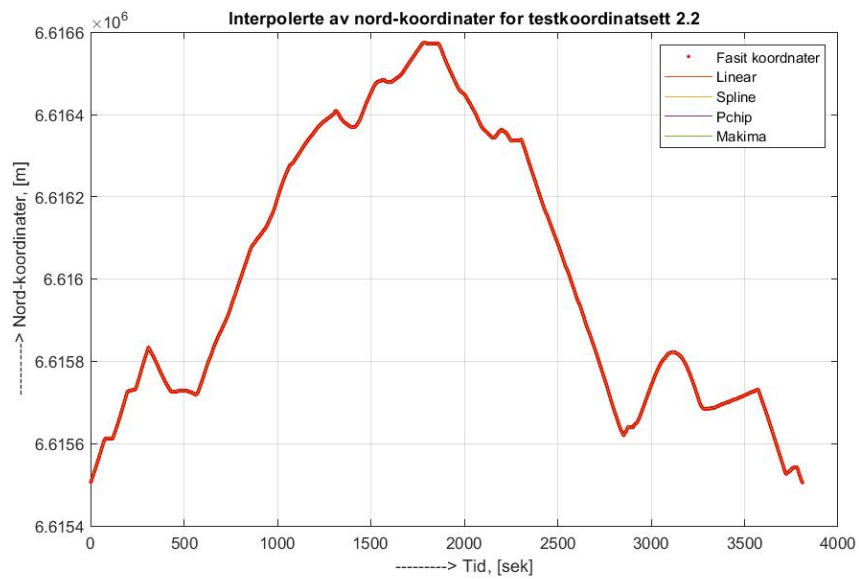


Figur 70 - Interpolasjon av nord-koordinater for testkoordinatsett 1.2

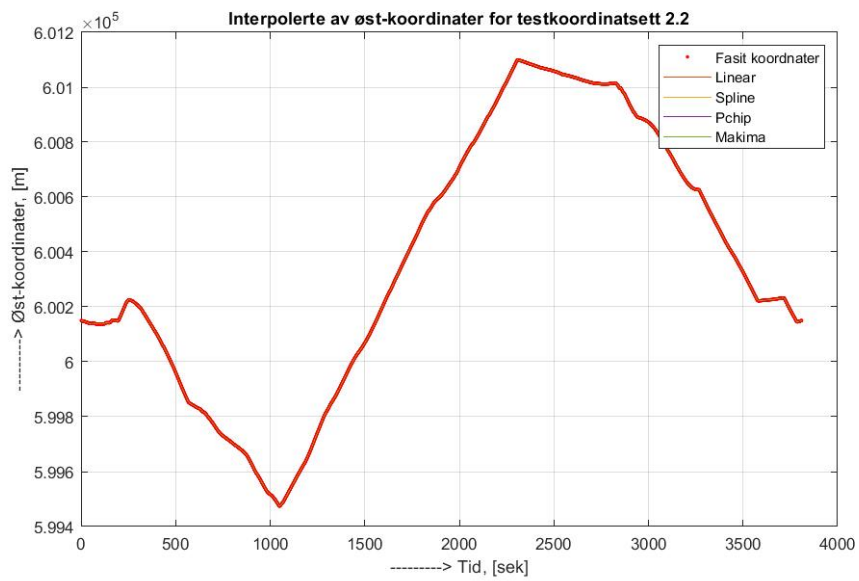


Figur 71 - Interpolasjon av øst-koordinater for testkoordinatsett 1.2

## Testkoordinatsett 2.2:



Figur 72 - Interpolasjon av nord-koordinater for testkoordinatsett 2.2



Figur 73 - Interpolasjon av øst-koordinater for testkoordinatsett 2.2

## Vedlegg 2

### Matlab-kode:

```
clear
clc
format long g

%% 1. Innlesning av data:
% Data er lest inn fra en fil med med kolonner:
% Punkt nummer/Tid,[sek]/Tid,[h:m:s:SSS]/Nord,[m]/Øst,[m]
Koor = readmatrix('Data_Leica.xlsx'); % datafil med koordinater;

dT = 0.1; % tidsmessig oppløsning
T = Koor(:,2); % Tid fra tidspunkt (1) til (end)
N = Koor(:,4); % Nord-koordinater fra tidspunkt (1) til (end)
E = Koor(:,5); % Øst-koordinater fra tidspunkt (1) til (end)
S = (1:length(N))'; % Punkt nummer fra tidspunkt (1) til (end)
Data = [S T N E] % Samlende data

% Utskrivelse av gitte data:
figure(1)
plot(E,N,'r.',E,N,'r-'), grid on,hold on
title('Fasit koordinatsett 1 (tidsmessig oppløsning 0.1 sekund)')
legend('Fasit koordnater', 'Fasit spor')
xlabel('-----> Øst-koordinater, [m]')
ylabel('-----> Nord-koordinater, [m]')

%% 2. Testdatasett (tidsoppløsning 0.2, 0.5 eller 1 sek):
% N2 - Nord-koordinater med "ny tidsoppløsning"
% E2 - Øst-koordinater med "ny tidsoppløsning"
% T2 - Tid med "ny tidsoppløsning"
% S2 - Steg med "ny tidsoppløsning"

faktor = 2;
S2 = (1:faktor:S(end))';
if S2(end) ~= S(end);
    S2 = [S2; S(end)];
end

T2 = T(S2);
N2 = N(S2);
E2 = E(S2);
Data2 = [S2 T2 N2 E2] % samlende datasett

% Utskrivelse av gitte data:
figure(2)
plot(E,N,'r.'), grid on,hold on
plot(E2,N2,'bo',E2,N2,'b-')
title('Testkoordinatsett 1.1 (tidsoppløsning 0.2 sekund)')
legend('Fasit koordnater', 'Testkoordinater', 'Testspor')
xlabel('-----> Øst-koordinater, [m]')
ylabel('-----> Nord-koordinater, [m]')

%% 3. Observasjoner uten data skal kastes ut:
% N3 - Nord-koordinater uten data skal kastes ut
% E3 - Nord-koordinater uten data skal kastes ut
% T3 - Tid uten data skal kastes ut
% S3 - Steg uten data skal kastes ut

% Først finner jeg epoker uten data:
ones_m = ones(length(N2),1)
for k = 1:length(N2)
    if N2(k)>0
        ones_m(k,1)=0;
    end
end
sum(ones_m)
feil = find(ones_m==1)
Data3 = Data2
```

```

Data3(feil,:)=[]

S3 = Data3(:,1)
T3 = Data3(:,2)
N3 = Data3(:,3)
E3 = Data3(:,4)
Data3

%% Lagring av testkoordinatsett
% fileID = fopen('Test_002_sek.txt', 'w');
% fprintf(fileID, '%10.4f %10.4f\r\n', [E3 N3]');
% fclose(fileID);

%% 4. Inteplolering til fasit tidsoppløsning (XY-koordinatsystemet):
% X-akse == tid, [sek]
% Y-akse == Nord- eller Øst-koordinater, [m]
X_T3 = T3          % gitt tidsintervall, [sek]
Y_N3 = N3          % gitte Nord-koordinater, [m]
Y_E3 = E3          % gitte Øst-koordinater, [m]

% Interpolering utføres til tidsintervall som i "fasit"-koordinater, nemlig
% 0,1 sekund:
X_T = T
Y_N_linear = interp1(X_T3, Y_N3, X_T, 'linear');
Y_E_linear = interp1(X_T3, Y_E3, X_T, 'linear');

Y_N_spline = interp1(X_T3, Y_N3, X_T, 'spline');
Y_E_spline = interp1(X_T3, Y_E3, X_T, 'spline');

Y_N_pchip = interp1(X_T3, Y_N3, X_T, 'pchip');
Y_E_pchip = interp1(X_T3, Y_E3, X_T, 'pchip');

Y_N_makima = interp1(X_T3, Y_N3, X_T, 'makima');
Y_E_makima = interp1(X_T3, Y_E3, X_T, 'makima');

Koor_N_T=[X_T Y_N_linear Y_N_spline Y_N_pchip Y_N_makima]
Koor_E_T=[X_T Y_E_linear Y_E_spline Y_E_pchip Y_E_makima]

% utskrivelse av interpolerte nord-koordinater:
figure(3)
plot(T,N,'r.'), grid on,hold on
plot(X_T,Y_N_linear,X_T,Y_N_spline,X_T,Y_N_pchip,X_T,Y_N_makima )
title('Interpolerte av nord-koordinater for testkoordinatsett 1.1')
legend('Fasit koordnater', 'Linear', 'Spline','Pchip','Makima')
xlabel('-----> Tid, [sek]')
ylabel('-----> Nord-koordinater, [m]')

% utskrivelse av interpolerte øst-koordinater:
figure(4)
plot(T,E,'r.'), grid on,hold on
plot(X_T,Y_E_linear,X_T,Y_E_spline,X_T,Y_E_pchip,X_T,Y_E_makima )
title('Interpolerte av øst-koordinater for testkoordinatsett 1.1')
legend('Fasit koordnater', 'Linear', 'Spline','Pchip','Makima')
xlabel('-----> Tid, [sek]')
ylabel('-----> Øst-koordinater, [m]')

% Utskrivelse av gitte og interpolerte koordinatsett (som eksempel for linear-
interpolasjonen):
figure(5)
plot(E,N,'r.',E,N,'r-'), grid on,hold on
plot(Y_E_linear, Y_N_linear,'bx',Y_E_linear, Y_N_linear,'b- )
title('Gitte- og interpolerte koordinatsett for linear-interpolasjonen')
legend('Fasit koordnater', 'Fasitspor', 'Interpolerte koordinater', 'Interpolertespor')
xlabel('-----> Øst-koordinater, [m]')
ylabel('-----> Nord-koordinater, [m]')

%% 5. LAGRING AV DATA (0,5 sek):
% fileID = fopen('Koordinater_02_sek_LIN.txt', 'w');
% fprintf(fileID, '%10.4f %10.4f\r\n', [Y_E_linear Y_N_linear]');
% fclose(fileID);
%
```

```

% fileID = fopen('Koordinater_02_sek_SPLINE.txt', 'w');
% fprintf(fileID, '%10.4f %10.4f\r\n', [Y_E_spline Y_N_spline]);
% fclose(fileID);
%
% fileID = fopen('Koordinater_02_sek_PCHIP.txt', 'w');
% fprintf(fileID, '%10.4f %10.4f\r\n', [Y_E_pchip Y_N_pchip]);
% fclose(fileID);
%
% fileID = fopen('Koordinater_02_sek_MAKIMA.txt', 'w');
% fprintf(fileID, '%10.4f %10.4f\r\n', [Y_E_makima Y_N_makima]);
% fclose(fileID);

%% 6. delta_N og delta_E:
% Først må vi kaste ut fra opprinnelige data (N-, Ø-) tidspunkter uten koordinater
% for å oppnå data "kun" med kontroll punkter:
ones_m = ones(length(N),1)
for k = 1:length(N)
    if N(k)>0
        ones_m(k,1)=0;
    end
end
sum(ones_m)
feil = find(ones_m==1)
Data4 = Data
Data4(feil,:)=[]

S4 = Data4(:,1)
T4 = Data4(:,2)
N4 = Data4(:,3)
E4 = Data4(:,4)

% Fra interpolerte koordinatsett kastes også observasjoner med tidspunkter
% uten koordinater fra fasit koordinatsett
Koor_N_fast = Koor_N_T
Koor_E_fast = Koor_E_T
Koor_N_fast(feil,:) = []
Koor_E_fast(feil,:) = []

delta_N = Koor_N_fast(:,2:end) - N4
delta_E = Koor_E_fast(:,2:end) - E4

%% 7. P_best

[a,b] = size(delta_N)
P_best = [zeros(a,b)]
for k = 1:a
    for i = 1:b
        len(k,i) = sqrt((delta_N(k,i))^2 + (delta_E(k,i))^2);
    end
    min_len = min(len(k,:));
    [c,d]= find(len(k,)==min_len);
    P_best(k,d)=1;
end
P_best_sum = sum(P_best);
P_best_prosent = (P_best_sum/a)*100

%% 8. RMS_N, RMS_E:

RMS_N = sqrt(sum(delta_N.^2)/length(Koor_N_fast))
RMS_E = sqrt(sum(delta_E.^2)/length(Koor_E_fast))

%% 9. RMS_cross, RMS_along:
%% 9.1 Lengde av alle intervaller og tidsendring i hver polynom:
dX_T2 = dT*0.01
X_T_ny = (T(1):dX_T2:T(end))'

Y_N2_linear = interp1(X_T3, Y_N3, X_T_ny, 'linear');
Y_E2_linear = interp1(X_T3, Y_E3, X_T_ny, 'linear');

Y_N2_spline = interp1(X_T3, Y_N3, X_T_ny, 'spline');

```

```

Y_E2_spline = interp1(X_T3, Y_E3, X_T_ny, 'spline');

Y_N2_pchip = interp1(X_T3, Y_N3, X_T_ny, 'pchip');
Y_E2_pchip = interp1(X_T3, Y_E3, X_T_ny, 'pchip');

Y_N2_makima = interp1(X_T3, Y_N3, X_T_ny, 'makima');
Y_E2_makima = interp1(X_T3, Y_E3, X_T_ny, 'makima');

Koor_N2 =[X_T_ny Y_N2_linear Y_N2_spline Y_N2_pchip Y_N2_makima];
Koor_E2 =[X_T_ny Y_E2_linear Y_E2_spline Y_E2_pchip Y_E2_makima];

% Lengde av polynomer:
LEN = []
[a,b]= size(X_T3)
[c,d] = size(Koor_N2)
s3_help = (S3(1):0.01:S3(end))';

for i = 2:d
    for k = 1:a-1
        [r1,c1]=find(s3_help == S3(k,1));
        [r2,c2]=find(s3_help == S3(k+1,1));
        martisa_N = Koor_N2(r1:r2,:);
        martisa_E = Koor_E2(r1:r2,:);
        LEN(k,:) = sum(abs(diff(complex(martisa_E(:,2:end),martisa_N(:,2:end))))));
    end
end

tid = []
for k = 1:a-1
    t = T3(k+1)-T3(k);
    tid = [tid; t];
end

%% 9.2 Tidsendring til 2 cm avstand
fart = LEN./tid; % farten fra punkt "n" til punkt "n+1"
delta_L_NE = 0.02; % avstandendring i nord-øst koordinat system
delta_t_NE = delta_L_NE./fart; % tid for å gå 0.05 m

[a,b] = size(T3)
[c,d] = size(delta_t_NE)
full_t_linear = []
full_t_spline = []
full_t_pchip = []
full_t_makima = []

for k = 1:a-1
    for i = 1 % for linear
        t_linear = (T3(k,1):delta_t_NE(k,i):T3(k+1,1))';
        full_t_linear = [full_t_linear; t_linear];
    end
    for i = 2 % for spline
        t_spline = (T3(k,1):delta_t_NE(k,i):T3(k+1,1))';
        full_t_spline = [full_t_spline; t_spline];
    end
    for i = 3 % for pchip
        t_pchip = (T3(k,1):delta_t_NE(k,i):T3(k+1,1))';
        full_t_pchip = [full_t_pchip; t_pchip];
    end
    for i = 4 % for makima
        t_makima = (T3(k,1):delta_t_NE(k,i):T3(k+1,1))';
        full_t_makima = [full_t_makima; t_makima];
    end
end

end
full_t_linear = [full_t_linear; T3(end)];
full_t_spline = [full_t_spline;T3(end)];
full_t_pchip = [full_t_pchip;T3(end)];
full_t_makima = [full_t_makima;T3(end)];

%% 9.3 Interpolering på ny tidsendring:

```

```

N_005_m_linear = interp1(X_T3, Y_N3, full_t_linear, 'linear');
E_005_m_linear = interp1(X_T3, Y_E3, full_t_linear, 'linear');

N_005_m_spline = interp1(X_T3, Y_N3, full_t_spline, 'spline');
E_005_m_spline = interp1(X_T3, Y_E3, full_t_spline, 'spline');

N_005_m_pchip = interp1(X_T3, Y_N3, full_t_pchip, 'pchip');
E_005_m_pchip = interp1(X_T3, Y_E3, full_t_pchip, 'pchip');

N_005_m_makima = interp1(X_T3, Y_N3, full_t_makima, 'makima');
E_005_m_makima = interp1(X_T3, Y_E3, full_t_makima, 'makima');

%% 9.4 Koorditater til nærmeste punkt:
N4
E4
% Linear interpolering:
N_005_m_linear
E_005_m_linear
[a,b] = size(N4)
[c,d] = size(N_005_m_linear)
L_min_linear = []
for m = 1:a
    L_min = 1000;
    for n = 1:c
        len = sqrt((N4(m)-N_005_m_linear(n))^2+(E4(m)-E_005_m_linear(n))^2);
        if len < L_min
            L_min = len;
            L_min_linear(m,1) = len;
            N_min_linear(m,1) = N_005_m_linear(n);
            E_min_linear(m,1) = E_005_m_linear(n);
        end
    end
end
end

% spline:
[a,b] = size(N4)
[c,d] = size(N_005_m_spline)
L_min_spline = []
for m = 1:a
    L_min = 1000;
    for n = 1:c
        len = sqrt((N4(m)-N_005_m_spline(n))^2+(E4(m)-E_005_m_spline(n))^2);
        if len < L_min
            L_min = len;
            L_min_spline(m,1) = len;
            N_min_spline(m,1) = N_005_m_spline(n);
            E_min_spline(m,1) = E_005_m_spline(n);
        end
    end
end
end

% pchip:
[a,b] = size(N4)
[c,d] = size(N_005_m_pchip)
L_min_pchip = []
for m = 1:a
    L_min = 1000;
    for n = 1:c
        len = sqrt((N4(m)-N_005_m_pchip(n))^2+(E4(m)-E_005_m_pchip(n))^2);
        if len < L_min
            L_min = len;
            L_min_pchip(m,1) = len;
            N_min_pchip(m,1) = N_005_m_pchip(n);
            E_min_pchip(m,1) = E_005_m_pchip(n);
        end
    end
end
end

% makima:
[a,b] = size(N4)
[c,d] = size(N_005_m_makima)

```



```

L_min_makima = []
for m = 1:a
    L_min = 1000;
    for n = 1:c
        len = sqrt((N4(m)-N_005_m_makima(n))^2+(E4(m)-E_005_m_makima(n))^2);
        if len < L_min
            L_min = len;
            L_min_makima(m,1) = len;
            N_min_makima(m,1) = N_005_m_makima(n);
            E_min_makima(m,1) = E_005_m_makima(n);
        end
    end
end

N_min_tot = [T4 N_min_linear N_min_spline N_min_pchip N_min_makima]
E_min_tot = [T4 E_min_linear E_min_spline E_min_pchip E_min_makima]
L_min_tot = [L_min_linear L_min_spline L_min_pchip L_min_makima]

%% 9.5 RMSE_cross

[a,b]=size(N4)
for k = 2:a
    i =1
    d_E = E4(k,i)-E4(k-1,1);
    d_N = N4(k,i)-N4(k-1,1);
    RV(k-1,i)=atan2(d_E,d_N);
    if RV(k-1,1) < 0
        RV(k-1,1) = RV(k-1,1) + 2*pi;
    end
end
RV = [RV; zeros(1,1)]
alfal_deg = RV*180/pi

nabla_N = N4-N_min_tot(:,2:5)
nabla_E = E4- E_min_tot(:,2:5)

[a,b] = size(nabla_N)
for k =1:a
    for i = 1:b
        Rot_matrise = [cos(RV(k,1)) sin(RV(k,1)); ...
            -sin(RV(k,1)) cos(RV(k,1))];
        nabla_X(k,i) = Rot_matrise(1,:)*[nabla_N(k,i);nabla_E(k,i)];
        nabla_Y(k,i) = Rot_matrise(2,:)*[nabla_N(k,i);nabla_E(k,i)];
    end
end

CROSS = sqrt(nabla_Y.^2+nabla_X.^2)
CROSS_end = CROSS
[a,b] = size(CROSS)
for i = 1:b
    for k = 1:a
        if nabla_Y(k,i) < 0
            CROSS_end(k,i) = CROSS_end(k,i)*(-1);
        end
    end
end

CROSS_feil_max = max(CROSS_end)
CROSS_feil_min = min(CROSS_end)
CROSS_feil_mean = mean(CROSS_end)
RMS_CROSS_feil = sqrt(sum(CROSS_end.^2)/length(CROSS_end))
CROSS_END = [S4 CROSS_end]

```



**Norges miljø- og biovitenskapelige universitet**  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway