

Lars Digermeb.  
G. Wiedehy

HYDRAULIKK

HYDROSTATIK.

FORELESNINGER

VED

NORGES LANDBRUKSHØISKOLE

AV

DOSENT STYRI

-- o --

Hydrostatikk er læren om vannets likevektsforhold, og beskjeftiger sig utelukkende med væsken, når den er i "ro".

Undersøkelsen av lovene for vannet i bevegelse hører inn under "Hydrodynamikken", og tilsammen danner disse vannbygningens almindelige del eller "Hydraulikken".

Til forenkling av de matematiske uttrykk for vannets lover (formlene), og dermed til lettelse for beregningene går ut fra en del forutsetninger som ikke er absolutt riktige, men som fullt ut tilfredsstillende den almindelige praksis.

Man går således ut fra at væsken er "fullkommen" eller "ideell". En væske er fullkommen når den ikke forandrer sitt volum ved trykk, og ikke gjør noen motstand mot formforandringer.

I hydrostatikken bortses helt fra væskens friksjon, og den kan betraktes som et elastisk legeme med fasthet = 0 med hensyn på strekk, bøining, vridning og avskjæring, men med uendelig stor fasthet med hensyn på trykk. For vannets vedkommende er den relative volumforminskelse 0,000047 for 1 atm. trykk ved + 15° C. Som hydrodynamikken vil vise, er friksjonsarbeidet proporsjonalt med kvadratet på hastigheten. Når forskyvningshastigheten blir meget liten, vil også friksjonsarbeidet nærme sig null. Det ses tydelig at antagelsen om vannet som en fullkommen væske ingen skadelig innflytelse kan ha for den praktiske nytte av de derpå byggede arbeidsformler.

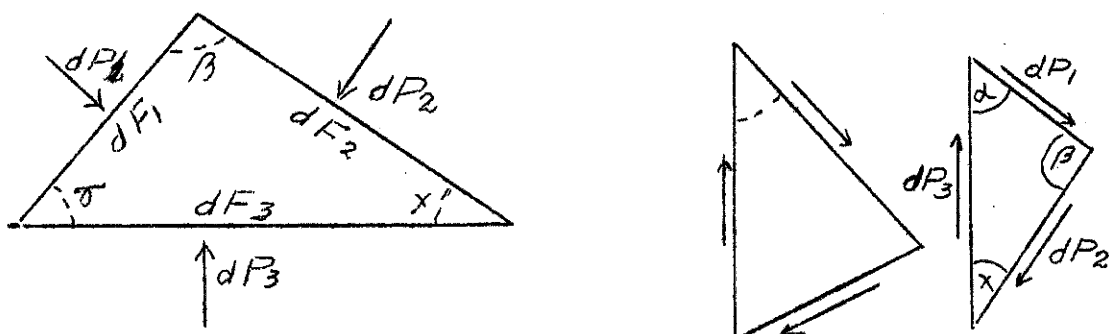
På et flateelement som adskiller to eller begrenser et væskeelement i en fullkommen væske kan der fra væsken bare være rettet trykk loddrett på flaten. Et skrått rettet trykk vilde kunne spaltes i en komponent loddrett, og en parallell flaten. Denne siste komponent vilde på grunn av manglende friksjonsmotstand frembringe en bevegelse av væskepartiklene langs flaten, hvilket er utelukket, da væsken jo er i ro.

Betegner  $dP$  hele den trykkraft som flateelementet utsettes for, og er  $dF$  arealet av flaten, blir  $\frac{dP}{dF} = p = \text{trykk}$

ket pr. flateenhet, det s.k. spesifikke trykk.

Det spesifikke trykk.

Tenker man sig i et punkt av væsken et lite element i form av et trekantet prisme med rett avskårne ender, vil der på sidene  $dF_1$ ,  $dF_2$  og  $dF_3$  være trykkraftene  $dP_1$ ,  $dP_2$  og  $dP_3$ , virkende loddrett på siden.



Da elementet er i ro, må resultanten av de 3 krefter være lik null, hvorfor disse siste satt sammen efter hverandre vil danne en sluttet polygon likedannet med tverrsnittet av det trekantede prisme. Dermed blir kreftene proporsjonale med de sideflater hvorpå de virker, og forholdet mellom kraft og flate. (D.v.s.  $p$  = det spesifikke trykk) konstant i alle retninger i et punkt i væsken:

"Det spesifikke trykk i et punkt i en væske er like stort i alle retninger".

Det spesifikke trykk uttrykkes generelt ved formelen  $p = f(x, y, z) + C$ , der sier at  $p$  er en funksjon av beliggenheten i forhold til rumkoordinatene (de korrigerende  $x$  og  $y$  og den vertikale  $z$ ) samt av en konstant faktor  $C$ .

For å bestemme  $C$  må man kjenne trykket på et bestemt sted i væsken.

Tenkes lagt en flate gjennom de punkter i væsken som har samme spesifikke trykk, får man den såkalte "Nivåflate", "isobar" eller liketrykksflate, hvorav det kun går en gjennom hvert punkt i væsken. En av disse nivåflater er væskens overflate, når trykket der er konstant. Spm regel er

dette væskens berøringsflate med luften, hvor trykket er  $1,034 \text{ kg/cm}^2$  ved 760 m/m Hg søile.

I ethvert punkt av nivåflaten er kraften alltid rettet loddrett flaten. Av de ytre krefter som øver innflytelse på det spesifikke trykk, er det bare tyngdekraften eller massekraften som har betydning for den landøkonomiske vannbygningens praksis, og dens virkeretning faller sammen med vertikalsaksen  $z$  i rumkoordinatsystemet.

Det generelle uttrykk for  $p$  er sprunget ut av den såkalte hydrostatiske grunnformel:

$$dp = \frac{\gamma}{g} (Xdx + Ydy + Zdz)$$

hvor  $dp$  er trykktilveksten ved koordinatøkningen  $dx$ ,  $dy$  og  $dz$  og  $X$ ,  $Y$  og  $Z$  er kraftkomponentene u  $x$ ,  $y$  og  $z$  retningen.  $\gamma$  er væskens spesifikke vekt, og  $g$  er massekraften.

Optrer kun massekraften og koordinatsystemet, ordnes med  $Z$ -aksen i dennes retning (vertikalt), fås:

$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot (gdz) = \gamma \cdot dz$$

Summeres nu alle trykktilvekster fra  $Z = 0$  til  $Z = Z$ , fås det spesifikke trykk  $p = \gamma \cdot Z + C$ . D.v.s. det spesifikke trykk i et punkt i en væske er lik væskens spesifikke vekt gange punktets vertikale avstand fra væskeoverflaten<sup>Z</sup> pluss en konstant.

Settes  $Z = 0$ , fås trykket i væskeflaten  $p = C$ .

Konstanten er således det trykk som av det begrensede medium utføres på væskens overflate. I almindelighet er dette luftens trykk på vannflaten. D.v.s.  $1,034 \text{ kg/cm}^2$ . Det konstante trykktillegg kan også omgjøres til vækehøide ved å divideres med væskens spesifikke vekt. Derved kan finnes avstander fra punktet til en tenkt overflate, hvor konstanttillegget er = 0.

Stikkes et lufttomt rør, hvis øvre ende er lukket ned i en væske, vil denne stige med en viss høide  $H$ .

Ved den åpne ende av røret er trykket:

$$p = \gamma \cdot z + p_0 = \gamma \cdot (z + H_0)$$

$$\text{d.v.s. } H_0 = \frac{p_0}{\gamma}$$

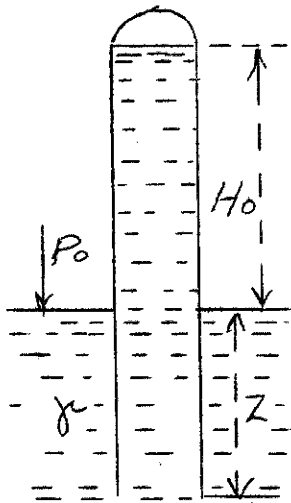
For vann fås:  $p_0 = 1,034 \cdot 100^2 \text{ kg/cm}^2$ ;

$$\gamma = 1000 \text{ kg/cm}^2. \quad H_0 = \frac{10340}{1000} = 10,34 \text{ m.}$$

Det atmosfæriske lufttrykk holder likevekt med 10,34 m vannsøyle.

Ved kommuniserende rør kan en væskes spesifikke vekt bestemmes når man kjen-

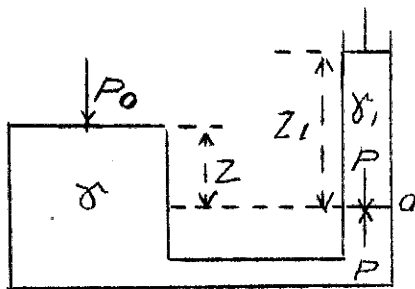
ner den annen væskes, og disse to væsker kan fylles i røret uten at de blandes sammen.



Ved "A" blir trykket:

$$p = p_0 + \gamma \cdot z = p_0 + \gamma_1 \cdot z_1$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_1} = \frac{z_1}{z}$$



### Pascals lover.

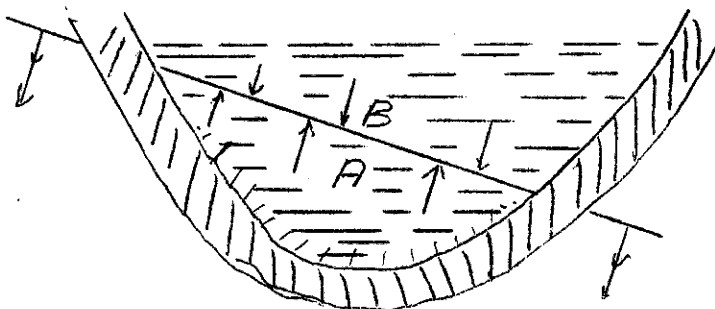
Er en væske innesluttet i en lukket beholder og utsatt for stort trykk, kan trykktilveksten på grunn av beliggenheten bli meget liten i forhold til konstanttillegget.

Pascals lov sier at i sådanne tilfelle er det spesifikke trykk i væsken konstant i alle punkter. Et eksempel herpå har man i den hydrauliske presse, der består av to stempler i en og samme lukkede beholder fylt med væske. Der bortses i almindelighet fra friksjonstap mellom stemplene og pakningene og sies at arbeidet forplanter sig uten tap fra det ene stempel til det annet gjennom væsken. Det annet stempel må nemlig gi plass for den samme væskemengde som det første fortrenger.

### Beholderens styrke.

I en beholder vil væsken trykke på beholderens vegger med samme kraft som den hvormed beholderen trykker på væsken, og kraftoverføringen skjer som tidligere påvist lodd-

rett på berøringsflaten. For å kunne motstå trykket fra væsken må beholderen utvide sig inntil den derved fremkomne spenning i veggen holder likevekt med trykket innenfra.



Har beholderen en vilkårlig form som figuren viser, og man kan benytte Pascals lov, får man følgende forhold: Et tenkt plan inne i væsken skiller denne i sekken A og det annet rum B. Trykket fra B på

det spenningsløse planet overføres gjennom væskesekken A på dennes ytre begrensningsvegg og holdes i likevekt ved trykket fra denne. Resultanten av B's trykk på planet, og resultanten av den ytre begrensningsveggs trykk på sekken blir således like store, motsatt rettede og har samme angrepspunkt. Herav følger at væskens trykk på en krum flate er lik væskens trykk på det plan som avskjærer flaten. Trykkresultantens angrepspunkt ligger i planets tyngdepunkt, og retningen er loddrett planet.

Denne resultantkraft må beholderveggen være sterk nok til å opta som strekk i det av planet frembragte tenkte snitt.

Er beholderen cylindrisk og aksen ligger i det tenkte plan, vil det tenkte snitt ligge loddrett på veggen. Regnes med en så liten del av cylinderhøyden at trykket kan regnes konstant (Pascal), og kalles den  $h$ , samt settes diameteren =  $d$ , vil aksialplanet gjennom cylinderringen ha en flate  $d \cdot h$ , og kraften som virker på denne flate:  $K = p \cdot d \cdot h$ , hvor  $p$  er trykket på flateenheten.

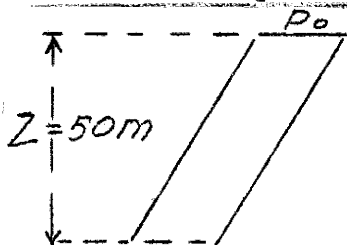
Halvparten av denne kraft faller på hver side av ringen på grunn av symmetrien, og der har man et ringtverrsnitt  $\delta \cdot h$ , hvor  $\delta$  er veggtykkelsen på beholderen. Regnes alt i kg og cm, fås strekkraften i veggen:

$$\sigma = \frac{1 \cdot p \cdot d \cdot h}{2 \cdot \delta \cdot h} = \frac{1}{2} \frac{p \cdot d}{\delta} \quad \text{i kg/cm}^2$$

Er der spørsmål om en åpen vannbeholder, vil lufttrykket på væskeoverflaten holdes i likevekt av lufttrykket på beholderveggen utenfor, og det spesifikke trykk i et punkt i beholderen blir:  $p = \gamma \cdot z$ .

Da  $\gamma = 1 \text{ gr/cm}^2$ , blir  $p = z$ .

Regnes  $\text{kg/cm}^2$  og  $z$  oppgis som vertikal trykkehøide i meter, fås  $p$  i  $\text{kg}$  ved å dividere  $z$  med 10. F.eks.  $z = 50$ .



$p = 5 \text{ kg/cm}^2$ . (Er  $z$  i  $\text{cm}$ , fås

$p = 5000 \text{ gr/cm}^2 = 5 \text{ kg/cm}^2$ .) Har

man nu en trykkehøide i vannrøret

på 50 m, d.v.s.  $p = 5 \text{ kg/cm}^2$ , og

man har et turbinrør på  $d = 100 \text{ cm}$  med en utnyttelse av platetykkelsen på bare 75 % på grunn av klinkeforbindelsen, fås en nødvendig platetykkelse ved en tillatt spenning  $\sigma = 800 \text{ kg/cm}^2$ .

$$\delta = \frac{5 \cdot 100}{2 \cdot 800 \cdot 0,75} = 0,417 \text{ cm.}$$

(I alm. legger man til ca. 2 m/m såkalt rusttillegg, så her vilde velges  $\delta = 6 \text{ m/m}$ .)

### S i l o e r.

Beregningen av veggen i en cylindrisk silo skjer på samme vis som vist for et vannrør. Kun må trykket pr. flateenhet bestemmes på annet vis.

Ved teoretiske betraktninger og etterfølgende trykkmålinger er man kommet til at trykket i en rund beholder fra et kornet ifyllt materiale kan uttrykkes ved H. A.

Janssens formler:

$$p_{\text{bunn}} = \frac{\gamma}{4 \cdot K} \cdot d \left( 1 - e^{-4K \frac{x}{d}} \right) \quad \text{og}$$

$$p_{\text{side}} = \frac{\gamma}{4 \cdot \mu} \cdot d \left( 1 - e^{-4K \frac{x}{d}} \right), \quad \text{hvor}$$

$$\left. \begin{array}{l} p_{\text{bunn}} = \text{trykket mot bunnen} \\ p_{\text{side}} = \text{" " siden (veggen)} \end{array} \right\} \text{pr. flateenhet}$$

$$\gamma = \text{rumvekten}$$

$\mu$  = friksjonskoeffisient mot veggen

d = den runde silos diameter (lysvidde)

$$K = \mu \cdot \frac{P_{side}}{P_{bunn}}, \text{ erfaringstall}$$

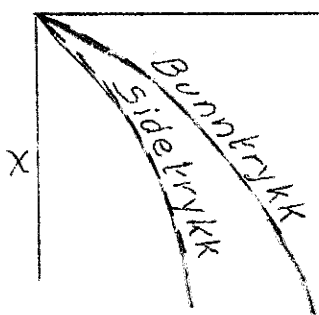
(Inntil  $x = 2 d$  kan brukes  $K = \mu \cdot \text{tg}^2 (45 - \frac{\phi}{2})$ )

x = punktets dybde fra overflaten

e = grunntallet i det naturlige log.system, og

$\phi$  = indre friksjonskoeffisient (naturlig skråningsvinkel),

Som det fremgår av figuren, avtar trykktilveksten etterhvert som x økes, inntil den ved en viss dybde blir praktisk talt konstant. Den logaritmiske linje minner om en parabel.



Hvor spørsmålet er om det

ifyllingsstoff man kjenner under navnet "ensilasje", har man imidlertid ingen friksjonskoeffisient eller naturlig skråningsvinkel å regne med. Tar man bort hylsteret, vil silomassen i almindelighet bli stående. Dette har bragt mange til å anta at massen intet trykk øver mot veggen.

Grunnen til at massen blir stående er at stråene binder hverandre innbyrdes, men denne bindeevne tas først i bruk etterat formassen har deformert sig. Den vil i lik-

net med en viskelærspile tilta i omkrets samtidig med at den synker noe sammen. Jo større søilehøide tverrsnittet bærer, desto større tverrutvidelse. Denne tverrutvidelse

må hindres av beholderveggen, idet denne ellers måtte sprekke op og gi luften adgang til den hermetisk innelukede silomasse. En silovegg må derfor gis en styrke, så den fullt ut holder likevekt med trykket fra formassen, og er den av et materiale som lett sprekker ved strekk,

f.eks. jernbetong, må strekkspenningene gjøres tilstrekkelig små. *L. Betongen må ikke sprekke*  
*L. Jern må ikke bli så helle det sammen visk*  
*L. det sprekke*

Trykkets størrelse kan kun bestemmes ved måling i

stor skala. Det er sterkt avhengig av formassens sønder-

*blom. Nedre 1/3 med jern armert. 10" red. neste 1/3 med 25% Og den svake 1/3 med 25% Skal det hentes hit må det her brukes dobbelt stålbelt 1) dobbelt 20 mm st jern*

*Trykket ut  
til siden  
er ca 1/3 av  
trykket loddret  
Det trykket  
er proporsjonelt  
med deformasjon*



delingsgrad, massens art og av vanninnholdet. De tall man hittil har regnet med, skriver sig fra Amerika, men de synes å være svært små, likesom de menn som har stillet dem op, ikke kan ha kjent til de forannevnte faktiske trykkforhold i siloer.

(1200-1800)

Ved en måling utført ved Landbrukshøiskolen 1922 ved en 10 m høi silo (d = 3,4 m) fylt med turnipsblader, er målt et trykk på siloveggen ca. 1 m over bunnen på op mot 3500 kg pr. m<sup>2</sup> (svarende til 3,5 m vannhøide), og det anbefales inntil videre å benytte dette tall.

En betongvegg bør ikke utsettes for større strekkspenning enn 4,5 kg/cm<sup>2</sup>, likesom jerninnlegget må være sterkt nok til med en spenning av 1200 kg/cm<sup>2</sup> alene å kunne motstå strekket, om betongen skulde sprekke.

*13*

Da jerntverrsnittet ved samme utvidelse bærer 15 gange så meget som samme antall cm<sup>2</sup> betongtverrsnitt, skulde betongtverrsnittet gis et tillegg på 15 . jerntverrsnittet i veggen for å få effektivt betongtverrsnitt, men det vil ikke ha store økonomiske konsekvenser om man regner med betongtverrsnittet uten tillegget.

Ved 3,4 m diameter fås en veggtykkelse når

str.betong = 4,5 og p = 0,35 kg/cm<sup>2</sup>.

$\frac{d \cdot p}{2 \cdot \sigma} = s$

$\delta_{\text{betong}} = \frac{0,35 \cdot 340}{2 \cdot 4,5} = 13,2 \text{ cm.}$

*Arbeidsformel*

Det nødvendige jerninnlegg blir

$\delta = \frac{0,35 \cdot 340}{2 \cdot 1200} = 0,0496 \text{ cm, d.v.s. } 4,96 \text{ cm}^2 \text{ jern-}$

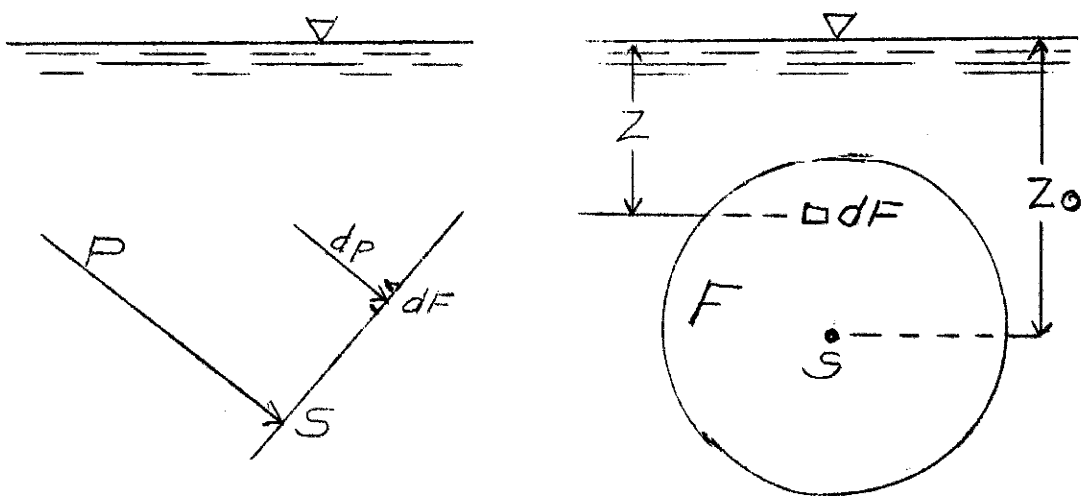
tverrsnitt på 1 m høi ring av beholderen. Regnet man med jerninnlegget i det effektive tverrsnitt, vilde det tjenestgjøre som 0,0496 . 15 = 0,794 cm betongtverrsnitt, og veggtykkelse  $\delta_{\text{betong}}$  kunde da gjøres 13,2 - 0,794 = 12,4 cm tykk.

Hydrostatisk trykk på plane flater.

Forutsettes at luften har fri adgang så vel til væskens overflate som til baksiden av den plane flate, vil

overtrykket fra væsken på flaten være  $p = \gamma z$ , hvor  $z$  er den vertikale avstand fra det betraktede punkt til væskens frie overflate (den hydrostatiske trykkehøide) og  $\gamma$  væskens egenvekt.

Det spesifikke trykk i et punkt i en væske er lik vekten av den væskesøile, hvis grunnflate er lik flateenheten og hvis høide er lik trykkehøiden.



$$dP: \gamma \cdot z \cdot dF$$

På det lille flateelement  $dF$  virker trykket

$dP = \gamma \cdot z \cdot dF$ , idet elementet tenkes så lite at det spesifikke trykk er konstant  $\gamma \cdot z$  innen dets grenser.

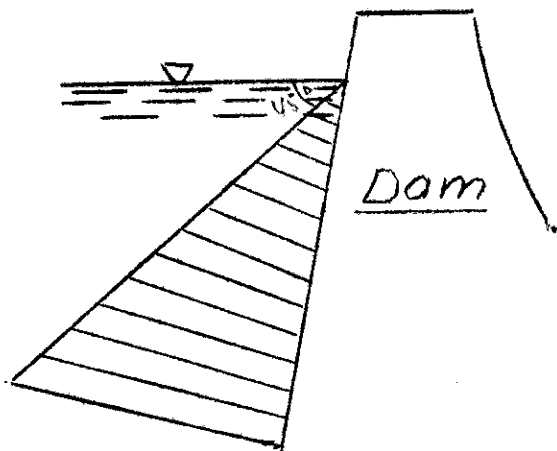
På hele flaten virker trykket  $P =$  summen av alle småtrykkene  $dP$ . Betegner  $S$  (stort  $s$ ) summen av alle de uendelige små produkter  $dP$  (som har hver sin hydrostatiske trykkehøide), får man  $P = S \cdot \gamma \cdot z \cdot dF = \gamma \cdot S \cdot z \cdot dF$ , idet de felles faktorer  $\gamma$  kan settes utenfor sumtegnet (utenfor parantesen). Summen av alle småflater gange deres tyngdepunktavstander fra en og samme linje (her væskens overflate) er hvad man kaller hele flatens statiske moment med hensyn til vedkommende linje, og den er lik hele flaten gange dens tyngdepunktavstand fra nevnte linje. Kalles nu flatens tyngdepunktavstand fra overflaten  $Z_0$ , fås  $P = \gamma \cdot F \cdot Z_0$ .

Vanntrykket på en flate er lik vekten av en væskesøile med flaten som grunnflate og tyngdepunktets vertikale avstand fra overflaten som høide.

Har man en damluke av størrelse 1,5 m høide og 1 m bredde, og dens flates tyngdepunkt ligger 5 m under vannoverflaten, kreves for å trekke luken  $\neq$  lukeplanet, en kraft ( $\gamma = 1$ ).

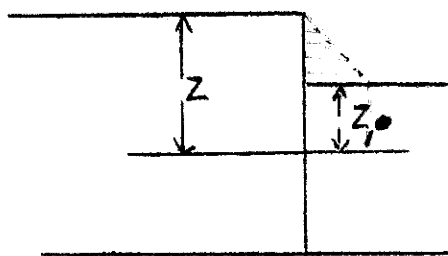
$K = P \cdot f = 1,50 \cdot 1 \cdot 5 \cdot f = 7,5 f$  tonn, hvor  $f =$  friksjonskoeffisienten mellom luken og lukeføringen.

Som det fremgår av formelen  $P = \gamma \cdot F \cdot Z$ , er trykket proporsjonalt med dybden under væskeoverflaten. Avsetter man fra en dams forside vanntrykket på de forskjellige punkter langs en linje loddrett ut til siden efter en bestemt målestokk, f.eks.  $1 \text{ kg/cm}^2 = 10 \text{ cm}$ , vilde samtlige linjers ytre endepunkter ligge i en rett linje, hvis damforsiden danner et plan.



Det fremkomne triangel mellom dammen og vanntrykklinjens ytre begrensningelinje kan tjenestgjøre som et såkalt trykkdiagram, idet man ved hjelp av det overalt kan lese av vanntrykket på vedkommende sted. Enn videre innses lett at areælet av

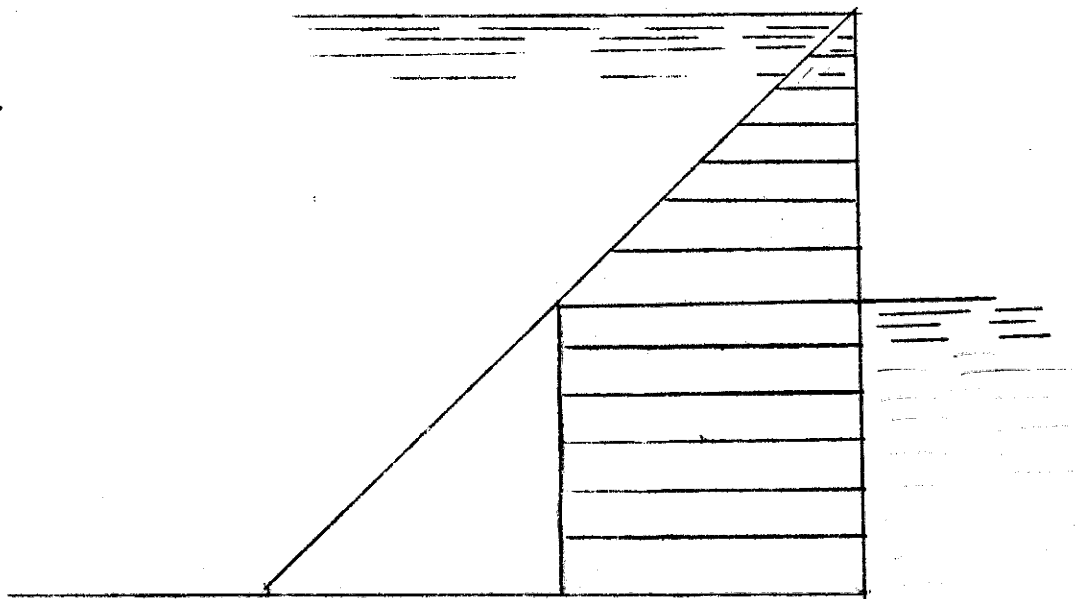
vanntrykktriangleret også gir et mål for det samlede vanntrykk mot flaten. Har man vann stående et stykke op på baksiden av veggen i en beholder fylt med vann, vil man delvis få et mottrykk å regne med. Har man på forsiden vanntrykket  $p = \gamma \cdot z$ , vil dette herske uinnskrenket inntil vannspeilet på baksiden nås.



Kommer man under dette blir mottrykket  $p_1 = \gamma \cdot z_1$ , og resultatet av begge trykk:  $p - p_1 = \gamma (z - z_1)$ . Som det vil ses, vil trykket bli konstant på den del av veggen som ligger under vannspeilet på baksi-

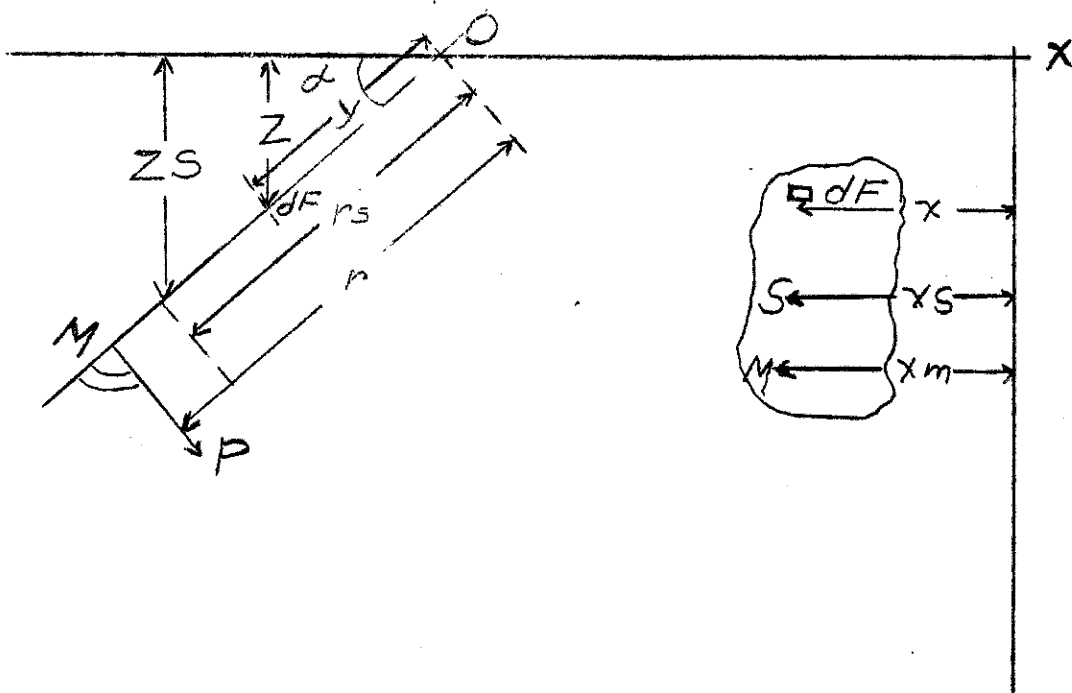
den av veggen, idet likevekten i  $Z$  vil bevirke samme tilvekst i  $Z_1$ .

Trykkdiagrammet vil bli sammensatt av det før viste triangelformede ned til undervannsspeilet, hvorefter det vil fortsette som et rektangel.



Vanntrykkets angrepspunkt.

Når det gjelder å understøtte de med vanntrykk belastede flater må foruten vanntrykkets størrelse også dets angrepspunkt kjennes. <sup>\*</sup>Beliggenheten kan finnes analytisk på følgende måte, idet man oppstiller momentligningene med hensyn på et par akser, f.eks. den horisontale og den vertikale akse gjennom et punkt  $O$  i vannoverflaten.



$$P \cdot r = \gamma \int z \cdot dF \cdot y$$

$$P = \gamma \cdot F \cdot Z_s \text{ og } Z_s = r_s \cdot \sin \alpha ; P = \gamma \cdot F \cdot r_s \cdot \sin \alpha$$

$$Z = y \cdot \sin \alpha$$

$$P \cdot r = \gamma \cdot F \cdot r_s \cdot \sin \alpha, r = \gamma \cdot \sin \alpha \int dF \cdot y^2$$

$$r = \frac{\int dF \cdot y^2}{F \cdot r_s} = \frac{I}{S}$$

$\int dF \cdot y^2 = I =$  flatens treghetsmoment med hensyn på X-aksen.

$S =$  flatens statiske moment med hensyn på X-aksen.

Er flaten rektangelformet og den ene begrensningsslinje ligger i vannspeilet, vil

$$I = \frac{b \cdot y^3}{3} \text{ og } S = \frac{b \cdot y^2}{2}$$

$$r = \frac{b \cdot y^3}{3} = \frac{2}{3} y, \frac{b \cdot y^2}{2}$$

hvor  $y$  er rektangelets høyde og  $b$  rektangelets bredde. Ved en damundersøkelse tenker man sig alltid en lammell av dammen delt op ved 2 vertikale snitt loddrett dammens lengderetning og med  $l$  m innbyrdes avstand. Resultanten av vanntrykket på damlamellen faller da i nedre tredjedelspunkt av den våte forside og loddrett denne.

Når man så kjenner såvel vanntrykkets angrepspunkt som dets størrelse, kan man sørge for at ikke dammen velter, samt at trykket på grunnen ikke overskrider den tillatelige belastning.

Er flaten usymmetrisk, så man også må bestemme beliggenheten i X-retningen, fås:

$$P \cdot X_m = \gamma \int Z \cdot dF \cdot X$$

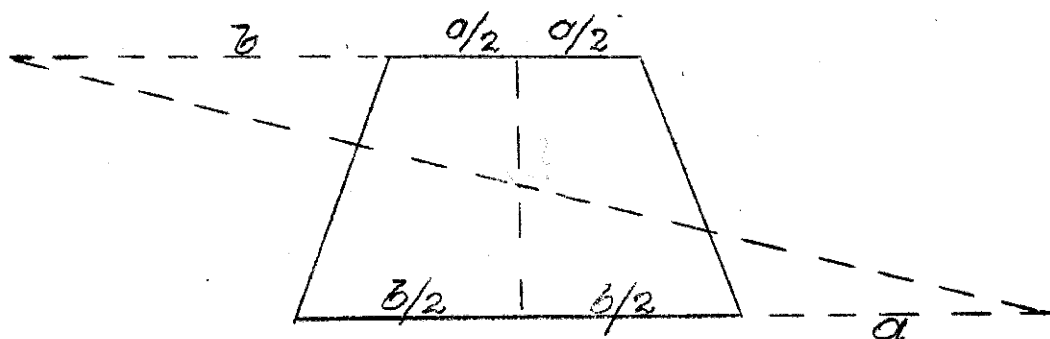
$$\gamma \cdot F \cdot r_s \cdot \sin \alpha \cdot X_m = \gamma \cdot \sin \alpha \int dF \cdot x \cdot y = \gamma \cdot \sin \alpha \cdot I_{xy}$$

$$X_m = \frac{I_{xy}}{S}, \text{ hvor } I_{xy} \text{ er hvad man kaller flatens centri-}$$

fugalmoment med hensyn til  $x$  og  $y$ -aksen.

I den praktiske vannbygning vil man almindelig ha med symmetriske flater å gjøre, hvorfor den siste undersøkelse er av mer teoretisk interesse.

Grafisk kan vanntrykkets angrepspunkt finnes ved hjelp av vanntrykksdiagrammet, idet resultattrykket må gå gjennom dettes tyngdepunkt. Består diagrammet av et triangel, finnes dettes tyngdepunkt i medianenes skjæringspunkt (i  $\frac{2}{3}$  av dybden) og er diagrammet et trapets, kan tyngdepunktet finnes med følgende konstruksjon:

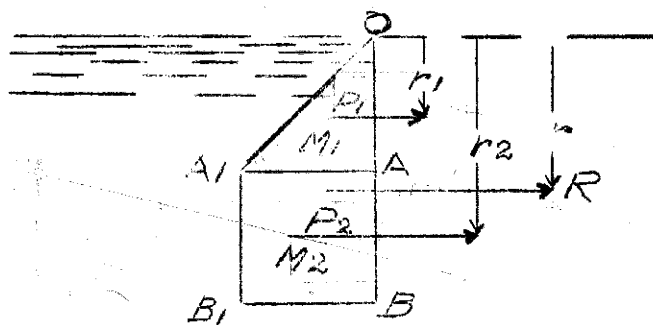


Er diagrammet sammensatt av et triangel og et rektangel, kan resultanten finnes ved momentopstilling med hensyn på vannspeilet:

$$R \cdot r = P_1 \cdot r_1 + P_2 \cdot r_2$$

og

$$R = P_1 + P_2$$



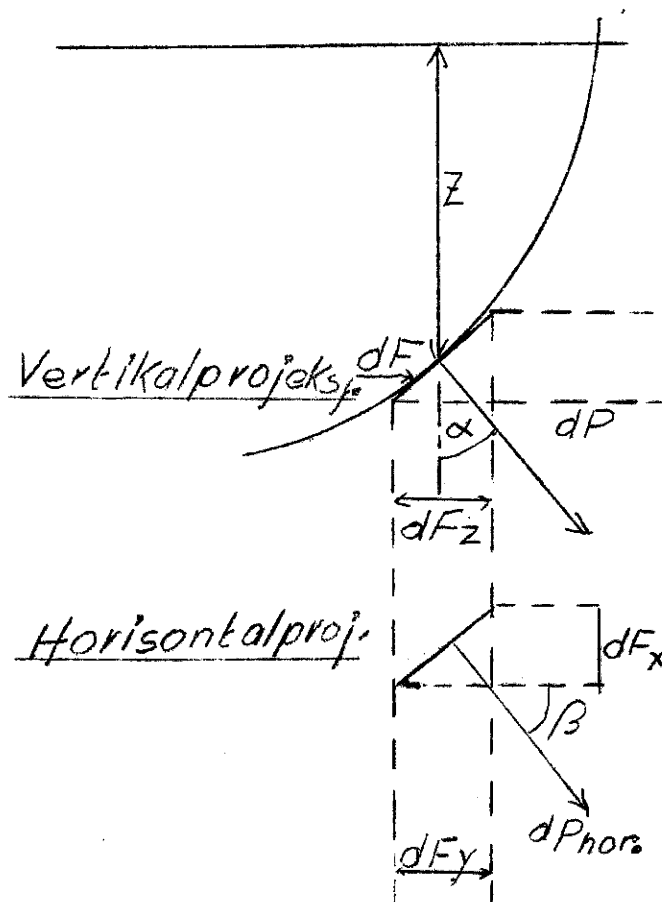
Linjen A - A<sub>1</sub> er grunnlinje for såvel  $\triangle OAA_1$  som  $\square A_1ABB_1$ . De to trykk P<sub>1</sub> og P<sub>2</sub> er derfor proporsjonale med henholdsvis  $\frac{OA}{2}$  og AB. Avsettes derfor AB fra M<sub>1</sub> og  $\frac{OA}{2}$  fra M<sub>2</sub>, begge loddrett linjen OB, vil skjæringspunktet for krysningslinjene mellom dem gi et punkt på resultanten R. Er veggen vertikal og plan, vil en vinkel på  $45^\circ$  med den gi trykksdiagrammet.

Er veggen krum, fås diagrammet ved å avsette de enkelte trykk loddrett veggen, og man så forbinder de derved fremkomne punkter. Det bemerkes dog at diagrammets areal ved krum vegg ikke gir mål for resultantens størrelse.

Hydrostatisk trykk på krumme flater.

Når væsken ikke følger Pascals lov og er begrenset av en krum flate, kan resultanten finnes på følgende måte:

Hvert elementærtrykk  $dp$  spaltes i en vertikal og to på hverandre loddrette horisontale komponenter, hvorefter alle likerettede krefter settes sammen. Derved fås tre resulterende trykk av bestemt størrelse, retning og angrepspunkt.



$dP = \gamma \cdot z \cdot dF$ , spaltes i vertikalkomponentene

$dP_{vert} = \gamma \cdot z \cdot \cos \alpha \cdot dF$  og horisontalkomponenten:

$dP_{hor} = \gamma \cdot z \cdot \sin \alpha \cdot dF$  som igjen spaltes i de to horisontale komponenter:

$dP_x = \gamma \cdot z \cdot \sin \alpha \cdot dF \cdot \cos \beta$  og horisontalprojeksjon:

$dP_y = \gamma \cdot z \cdot \sin \alpha \cdot dF \cdot \sin \beta$   
De samlede trykk i

de tre retninger blir:

$$P_z = \gamma \int z \cos \alpha \cdot dF$$

$$P_x = \gamma \int z \sin \alpha \cdot dF \cos \beta$$

$$P_y = \gamma \int z \sin \alpha \cdot dF \sin \beta$$

$\cos \alpha \cdot dF$  er projeksjonen av flaten  $dF$  på det horisontale X - Y plan og  $\gamma \cdot z \cdot \cos \alpha \cdot dF$  er vekten av den vertikale væskesøyle over  $dF$ .

Den vertikale resultatant av alle trykk på en krum flate = vekten av den vertikale væskesøyle som hviler på flaten.

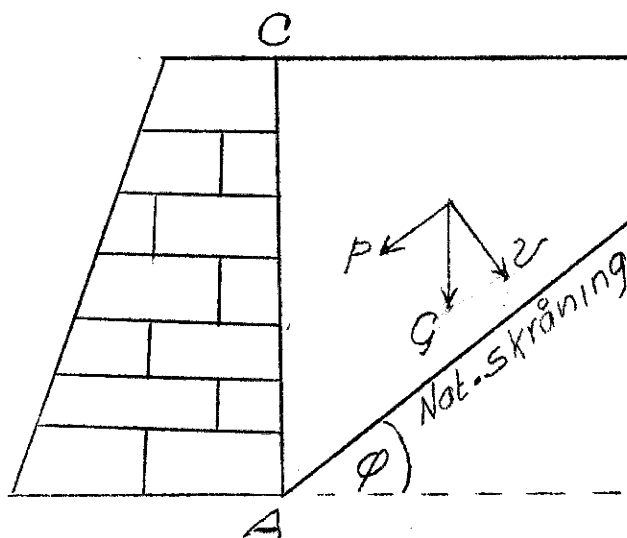
I formelen for  $P_x$  og  $P_y$  betyr størrelsen under sumtegnet ( $\int$ ) det statiske moment med hensyn på overflaten

av den krumme flates projeksjon på henholdsvis Y - Z-planet og X - Z-planet.

Den horisontale resultant av trykkene på en krum flate i en bestemt retning = vekten av en væskeøile, hvis grunnflate er lik den krumme flates projeksjon på et plan loddrett den givne retning, og hvis høide er lik avstanden fra projeksjonsflatens tyngdepunkt til væskeoverflaten.

### Jordtrykk.

Når en vegg støtter en jordmasse med steilere begrensning enn jordens naturlige skråningsvinkel, vil veggen få et trykk fra jordmassen, hvorfor den må gjøres stiv nok til å opta dette.



Tenkes lagt inn et glideplan langs den naturlige skråningslinje og triangel ABC utgjørende et fast jordlegeme, vil denne jordmasse ved å gli langs planet Ab ikke kunne

skyve på muren med noen kraft. Vekten G vil kunne spaltes i en kraft  $\perp$  AB (v) og en  $\parallel$  AB (p). Når man har  $\phi =$  naturlig skråningsvinkel, vil  $p = v \cdot f$ , hvor f er friksjonskoeffisient. Det blir derfor intet overskudd av p.  $\phi$ ker vinkelen  $\phi$ , blir G mindre, men der blir større og større overskudd av p.

Til å begynne med vokser p's overskudd sterkere enn vekten av jordprismet ABC avtar. Efterat parallellkomponenten p har nådd sitt maksimumoverskudd, avtar G sterkere enn p's overskudd vokser, hvorfor trykket på veggen atter blir mindre.

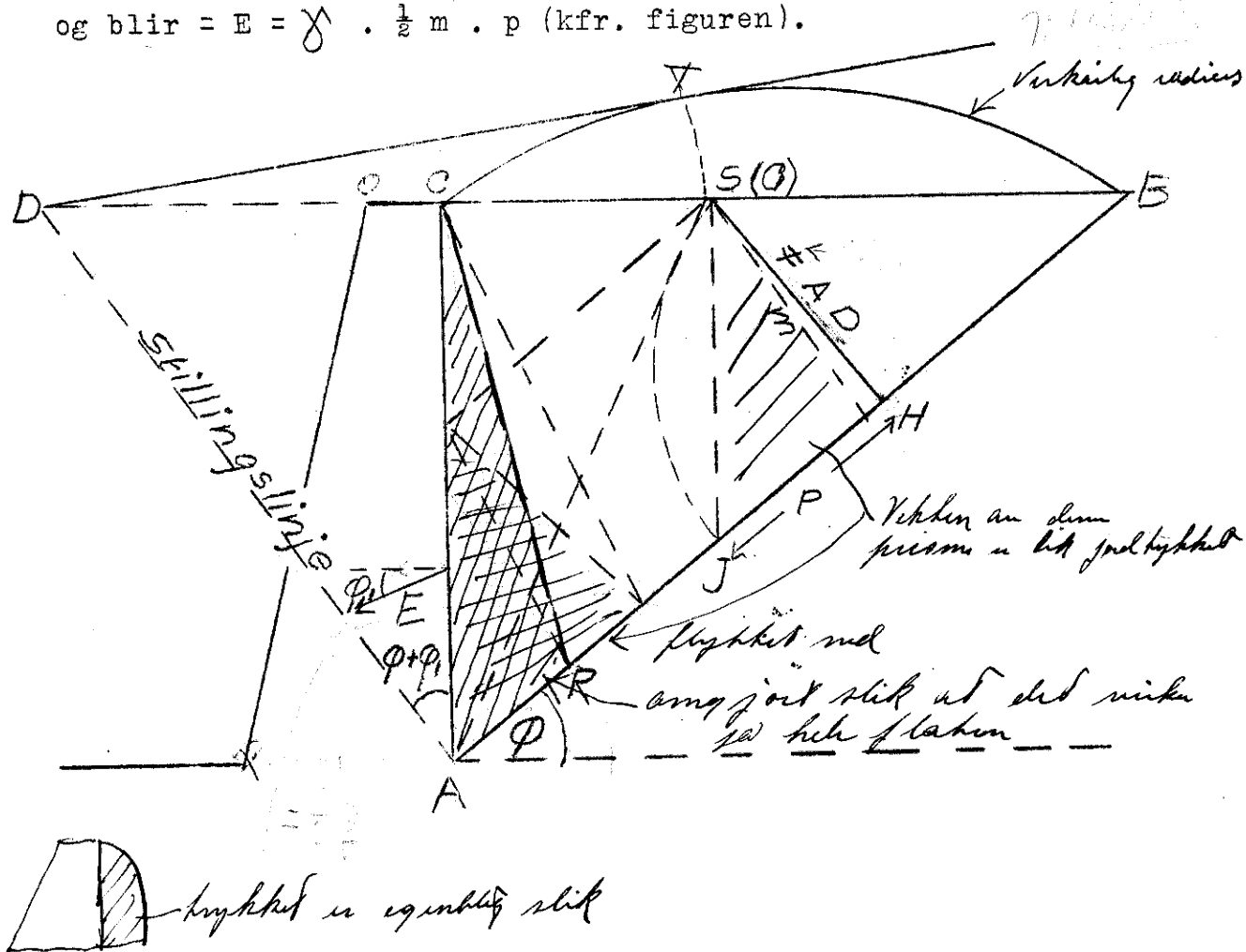


Ad matematisk vei kan den stilling for det tenkte glideplan som gir maksimalt trykk på veggen, bestemmes, og resultatet finnes i den såkalte Rebhams setning, der lettest defineres gjennom nedenstående ligning.

Det maksimale jordtrykk fås når

$$\triangle AGC = \triangle AHG$$

og blir  $E = \gamma \cdot \frac{1}{2} m \cdot p$  (kfr. figuren).



$\phi$  = friksjonsvinkelen for jord som har naturlig skråningsvinkel.

$\phi_1$  er friksjonsvinkelen for jord på mur. Den settes gjerne  $= \frac{1}{2} \phi$ .

Konstruksjonen fremgår av figuren. Buen slås med vilkårlig radius over linjen CB. Så tegnes tangenten DT, og med passerens slås buen TG med punkt D som centrum. Linjen GH er radius for buen GJ, der slås med H som centrum.  $m$  = triangelhøiden i  $\triangle JHG$  og  $p$  = grunnlinjen i  $\triangle IHG$  gir et mål for det samlede jordtrykk  $E$  og dimensjonene måles i samme målestokk som den hvori støttemuren ACOP er tegnet

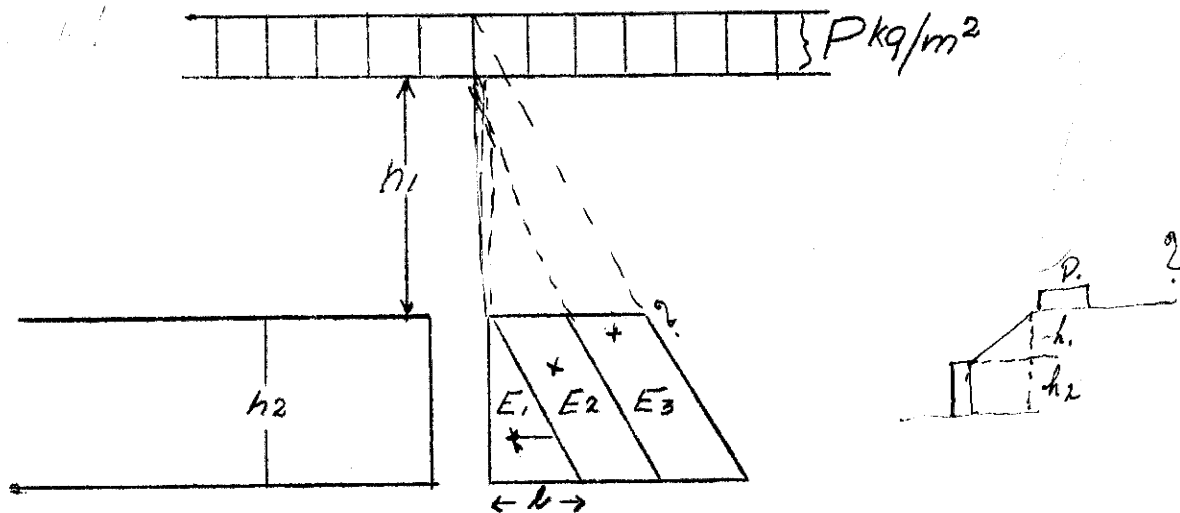
JHG føres ned til linjen AC, hvor det på vanlig vis omgjøres i et  $\triangle$  ACR, hvilket gir selve trykkdiagrammet i hvis tyngdepunkt (medianenes skjæringspunkt) E angriper. E danner vinkelen  $\phi_1$  med normalen på AC i nedre tredjedelspunkt.

Matjord	Tørr	1400	35 - 40°
	Nat. fukt.	1600	45°
	Vannmett.	1800	27°
Sand	Tørr	1600	30 - 35°
	Nat. fukt.	1800	40°
	Vannmett.	2000	25° <i>25° i glidning</i>
Lerjord	Tørr	1500	40 - 45°
	Våt	1900	20 - 25°
Grus	Tørr	1800	30 - 40°
	Våt	1860	25°
Materiale fra elveleie	Tørr	1800	45°
	Våt	1800	30°

*Vi kan fra denne tabellen de egenskaps tall ved beregning.*

I almindelighet vil man med tilstrekkelig nøiaktighet kunne beregne sig til jordtrykket ved hjelp av formler, utledet av et tilfelle med horisontalt terreng og med  $\phi_1 = 0$ .

Glideplanet som gir maksimum, halverer her vinkelen mellom veggen og den naturlige skråningslinje. Da  $\phi_1 = 0$ , står E loddrett veggen, og størrelsen av den blir for 1 m bred stripe av veggen:



- 18 - *← friksjon kutt.*

*Leh + for ÷  $\frac{\phi}{2}$   
ved forankring  
Vi ser at det  
viker meget.*

$$E_1 = \frac{1}{2} \gamma h_2^2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$E_2 = \gamma \cdot h_1 \cdot h_2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$E_3 = p \cdot h_2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

Alle mål i kilogram og meter,  $\gamma$  regnes gjerne 1600 - 1800 og  $\phi = 30 - 35^\circ$ .

Det spesifikke jordtrykk, eller trykket pr. flateenhet ved foten av veggen: *( $45^\circ + \frac{\phi}{2}$ ) ved forankring!*

$$e = \gamma \cdot h_2 \cdot \text{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

Settes  $\gamma = 1000$ ,  $\phi = 0$  (for vann) blir, idet  $\text{tg } 45^\circ = 1$

$$E = \frac{\gamma \cdot h^2}{2} = \frac{h^2}{2} = k \cdot 1 \cdot \frac{h}{2} = P,$$

hvorved forbindelsen ses med den i hydrostatikken utviklede formel for trykket mot den plane flate.

Det her omhandlede jordtrykk kalles det aktive jordtrykk, fordi jorden søker å klemme veggen ut. 112.

Graver man en forankringssten ned i jorden, vil stenen for å kunne trekkes i ankerstagets retning, måtte skyve jorden undav. I dette tilfelle fås det passive jordtrykk.

I veibygningen kjenner vi til hvordan friksjonskraften minsker hestens nødvendige bremskraft når kjøretøyet skal nedover en bakke så bratt at der må holdes igjen. Skal vognen opover, må hesten overvinne både parallelkomponenten og friksjonen.

På lignende vis er det med henholdsvis det aktive og det passive jordtrykk. Tilnærmet kan også det passive jordtrykk beregnes efter de sist angitte 3 formler, idet man kun innfører  $45^\circ + \frac{\phi}{2}$  i parentesens istedenfor  $45^\circ - \frac{\phi}{2}$ . 112

Heri ligger grunnen til at en forholdsvis liten pel eller nedgravet sten kan opta så store strekkrefter, når strekkraften bare ikke løfter pel eller sten rett op av jorden.

Trekkets retning må være minst mulig egnet til løfting av ankeret rett op av bakken. Sådanne forankringer

brukes meget i kaibygging, til forankring av bolverk, samt til forankring av vinkel- og endemaster i linjestrekk.

---o---

Sprekker dem. Og da sprekker det hvor det  
er svakhet - I kn - vinkler - og andre delingene.  
Ha fuger med visse mellomrum.

HYDRAULIKK

HYDRODYNAMIKK

FORELESNINGER

VED

NORGES LANDBRUKSHØISKOLE

AV

DOSENT STYRI

-- 0 --

## H y d r o d y n a m i k k .

1. Som i hydroaerodynamikken går man også her ut fra at væsken er ideell.

2. For opstilling av bevegelseslæren forlanges enn videre at bevegelsestilstanden er uforandret gjennom et lengere tidsrum (permanent bevegelse), samt at der ikke oppstår hulrum inne i væsken. Der må være kontinuitet i vann-

3. løpet.  
*Valiumet er konstant.*

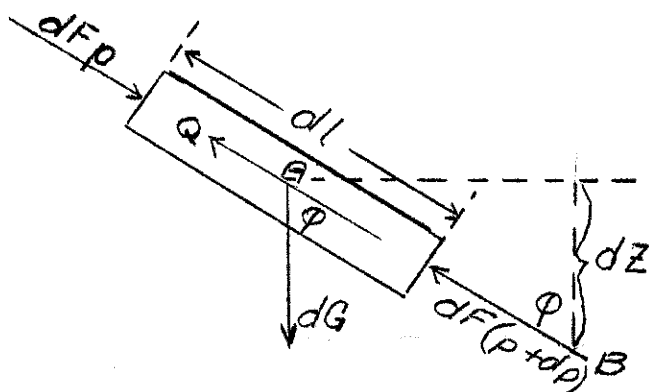
Kalles et vilkårlig tverrsnitt  $F$  målt i  $m^2$  og hastigheten  $V$  målt i  $m/sek$ , blir vannmengden  $Q = F \cdot V$ , hvor  $Q$  er den passerende vannmasse i  $m^3$  pr. sek.

$$F \cdot V = \text{konstant.}$$

$V =$  omvendt proporsjonal med tverrsnittet, hvilket er læren om vannløpets kontinuitet.

Det er meget lite sannsynlig at  $V$  er konstant i alle tverrsnittets enkelte deler. Deles  $F$  op i så små flatelementer ( $df$ ) at hastigheten  $v$  innen disse kan regnes konstant, får man:  $Q = \int df \cdot v$ , og  $V = \frac{\int df \cdot v}{F} =$  den midlere hastighet.

### Bernoullis ligning.



Et lite væskeelement av cylinderform med tverrsnitt  $dF$ , lengde  $dl$ , masse  $dm$  og tetthet  $\delta$  (masse pr. volumenhet) veier  $dG = dm \cdot g = (dl \cdot dF) \delta \cdot g$

På øvre ende virker trykket  $dF \cdot p$ , og på nedre ende  $dF \cdot (p + dp)$ . Når elementet beveger sig fra A til B må overvinnes en friksjonskraft  $dQ$  som kan betraktes som en kraft med retning motsatt bevegelsesretningen.

Vi forutsetter nu at elementet bevegtes fra A til B og setter denne avstand =  $dl$ . Tapet i beliggenhets-

energi blir  $dG \cdot dz$  og der er utført arbeidet  $(dq + dF \cdot dp) \cdot l$ .  
Overskuddet av energi må være medgått til å øke elementets såkalte levendekraft (kfr. kraft x vei = levende kraft)

$$dG \cdot dz - dQ \cdot dl - dF \cdot dp \cdot dl = \frac{dmG}{2} \cdot dv^2, \text{ hvor } dv = \text{hastighetstilveksten. Settes nu } q = \text{friksjonsmotstanden pr. masseenhet}$$

$$q = \frac{dQ}{(dF \cdot dl) \delta} \text{ c: } dQ = q \cdot dF \cdot dl \cdot \delta \text{ fås}$$

$$dl \cdot dF \cdot \delta \cdot g \cdot dz - q \cdot dF \cdot dl \cdot \delta \cdot dl - dF \cdot dp \cdot dl = \frac{dF \cdot dl \cdot \delta}{2} dv^2$$

$$\delta \cdot g \cdot dz - q \delta \cdot dl - dp = \frac{\delta}{2} dv^2$$

Samles alle sådanne uttrykk for bevegelsen langs en bane fra et sted hvor det spesifikke trykk =  $p_0$ , til et sted hvor det er  $p$ , og begynnelses- og endehastigheten er henholdsvis  $v_0$  og  $v_1$ , får man, idet den spesifikke vekt er

$$\delta = \delta \cdot g \text{ og } \delta = \frac{\delta}{g}$$

$$\delta \cdot Z - \delta \int q \cdot dl = p - p_0 + \frac{\delta}{2g} (v^2 - v_0^2),$$

hvor  $Z$  = tapet i beliggenhetshøide og  $\int q \cdot dl$  = den samlede bevegelsesmotstand langs veien.  $Z$  kalles den til opnåelse av hastigheten  $v$  nødvendige trykkehøide.

Dette er Bernoullis ligning. Da friksjonsmotstandskraften  $dQ$  søker å minske hastigheten, kan den uttrykkes som et trykkehøidetap =  $y$

$$\delta \cdot y = \delta \int q \cdot dl \text{ og ligningen kan skrives:}$$

$$\delta (Z - y) = p - p_0 + \frac{\delta}{2g} (v^2 - v_0^2)$$

*Friksjonstap  
hydraulisk trykk  
støttap*

Optrer flere hemmende krefter enn friksjonskraften, f.eks. støttap, kan også disse uttrykkes som trykkehøidetap. Etter at de samlede høidetap er fratrukket  $Z$  medgår resten til å forandre trykket i væsken samt til forandringer i den levende kraft, c: i hastigheten.

Det trykk som finnes inne i en vannmasse i bevegelse kalles hydraulisk trykk, og det kan måles ved på ledningen å sette manometer eller stigerør.

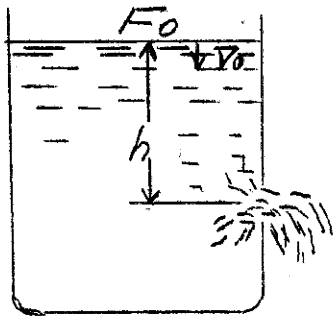
13

Utløpshastighet og hastighetskoeffisient.

Holdes væsken i et kar på konstant høide og der i dybden  $h$  under væskeflaten er et hull i veggen, fås

etter Bernoulli: Overflatens areal =  $F_0$

Utløpsåpningens areal =  $F$



Ved overflaten har vannpartiklene hastighet  $v_0$  og trykket  $p_0$ , ved utløpet henholdsvis  $v$  og  $p$ . Der bortses fra trykkehøidetap på veien.

$$\gamma \cdot h = p - p_0 + \frac{\gamma}{2g} (v^2 - v_0^2)$$

*Utløpshastighet  $v = \sqrt{2gh}$*

Da trykket både i overflaten og ved utløpet = 1 atmosfære, blir  $p = p_0$ .

$$\gamma \cdot h = \frac{\gamma}{2g} (v^2 - v_0^2) \text{ eller } 2gh = (v^2 - v_0^2)$$

På grunn av kontinuiteten passerer samme vannmasse vannspeilet som utløpsåpningen

$$F_0 \cdot v_0 = F \cdot v \text{ c: } v_0 = v \cdot \frac{F}{F_0}$$

$$v^2 = 2gh + \left(\frac{F}{F_0} \cdot v\right)^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \left(\frac{F}{F_0}\right)^2}}$$

*Utkastet vil med å slippe  $v_0$  i liten men det må ta hensyn til den med  $v_0$*

Sløifes den forholdsvis ubetydelige  $\left(\frac{F}{F_0}\right)^2$

får man det tilnærmede

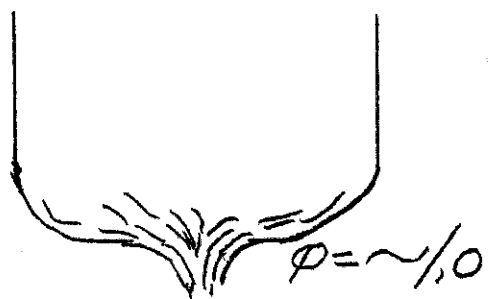
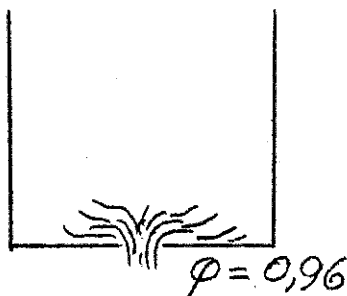
$$v = \sqrt{2gh} \text{ (Torricellis formel). } \underline{13}$$

Faller væskepartikkelen fritt stykket

$$h = \frac{g}{2} \cdot t^2, \text{ fås, idet } v = g \cdot t, \text{ også } v = g \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{2gh}$$

c: utløpshastigheten fra et kar er den samme som den hastighet partikkelen vilde ha fått om den hadde falt fritt fra vannspeilet til utløpsåpningen.

De forskjellige mangler ved utviklingen av denne formel gjør imidlertid at man må innføre en såkalt hastighetskoeffisient  $\phi$ , hvis størrelse avhenger av åpningens form.



Efter Weisbach kan som middel settes  $\phi = 0,97$

$$\text{og man får: } v = \phi \cdot \sqrt{2gh} = 0,97 \cdot \sqrt{2gh}$$

*13*



Kontraksjonskoeffisient. Avløpsmengde pr. sek.

Er der en åpning i veggen i et kar fylt med vann, vil vannet strømme til fra siden, ovenfra og nedenfra. Da de fra åpningens sider tilstrømmende vannmengder på grunn av tregheten ikke kan gå over i strømrretningen gjennom hullet uten å influere på selve utløpsstrålens form, vil strålen snurpes sammen straks utenfor munningen.

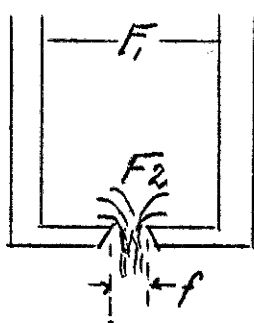


Den maksimale sammensnurping, eller minimum av stråletverrsnittet finnes ved skarpkantede runde åpninger i den halve diameters avstand fra kanten av hullet.

Kalles strålens minste tverrsnitt  $f$  og vannhastigheten i dette snitt er

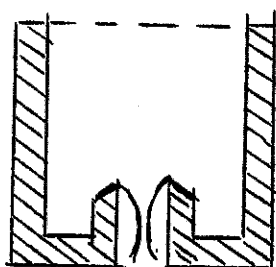
$v = \phi \cdot \sqrt{2gh}$ , fås en utløpsmengde pr. tidsenhet

$Q = f \cdot v = f \cdot \phi \cdot \sqrt{2gh} = \frac{f}{F} \cdot F \cdot \phi \cdot \sqrt{2gh}$ , hvor  $F =$  selve åpningens flateinnhold. Uttrykket  $\frac{f}{F} \phi$  kalles kontraksjonskoeffisienten, og den varierer med trykkhøyden, munningsens form og størrelse, samt forholdet mellom munningsens og karetts tverrsnitt og avstanden fra munning til nærmeste vegg.



$\frac{F_1}{F_2} = \infty$	$\phi = 0,64$
" = 5	" = 0,66
" = 1,25	" = 0,84
" = 1	" = 1,00

Ved densåkalte Bordas munning:



$\alpha = 0,5$

Ved renhilsjonskål i fjøset må en hørke på dette  slik, men ikke slik 

↑ Bøye 209, luft  
Kammern og hør.

$\phi \cdot \mu = \mu$  kalles avløpskoeffisienten, og man får vannmengden:  $Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2gh}$

Har man en godt avrundet munning forsynt med et kort ansattsrør, forsvinner kontraksjonen omtrent helt i likhet med hastighetsreduksjonen.

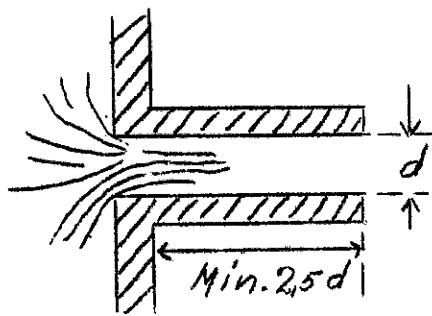
Hamilton Smith samlet i 1866 resultatene av de forsøk man dengang kjente, og resultatene fra en kvadratisk åpning i tynn vegg og med sidelengde = a var ved forskjellig avstand h fra væskeoverflaten:

	a = 0,0006 m	a = 0,03 m
h = 0,21	$\mu = 0,656$	$\mu = 0,616$
0,3	0,648	0,613
0,9	0,632	0,607
6,0	0,606	0,602
30,0	0,599	0,598

Ved rektangulære åpninger med større bredde enn høide er  $\mu$  større, ved runde åpninger mindre enn ved kvadratiske. I almindelighet kan man for utløp gjennom skarpkantet hull (på tynn vegg) sette  $\mu = 0,62$ .

Et eventuelt ansattsrør på en cylindrisk åpning er uten innflytelse, hvis dets lengde er mindre enn åpningens diameter. Er rørets lengde 2,5 - 3 x diameter, vil det fylles helt av vannstrålen, og  $\mu$  vokser til 0,82.

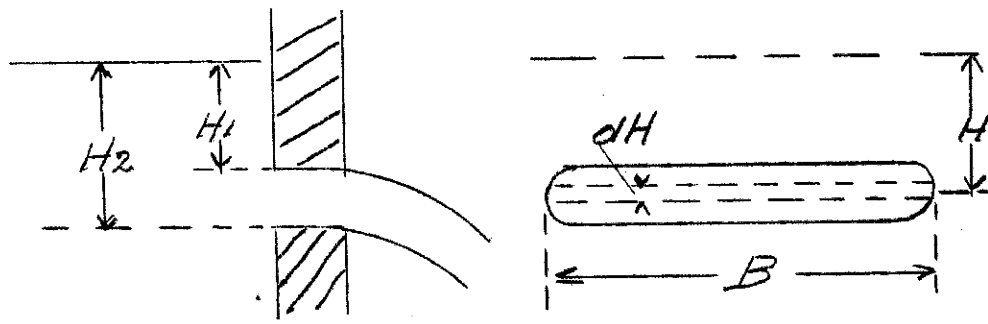
Er munningen godt avrundet vokser  $\mu$  til 0,96 - 0,98. *karbinel full effekt*



Skjer der kontraksjon fra alle sider, kalles den fullstendig. Skjer den kun fra en, to eller tre sider, blir den partiell eller ufullstendig.

Vannmassen gjennom "Overfall" og luker i fri luft.

Skjærer man ut en åpning i veggen av en vannbeholder (eller i en dam), kalles denne en lukeåpning, hvis den ikke rekker op til vannoverflaten. Rekker utskjæringen op i vannspeilet, kalles den et overfall.



Har man en horisontal stripe av en lukeåpning i dybden H under væskeoverflaten og med dimensjonen  $dF = B \cdot dH$ , vil der ut gjennom denne pr. tidsenhet rinne en vannmengde

$$dQ = \mu dF \sqrt{2gH} = \mu \cdot B \cdot dH \cdot \sqrt{2gH}$$

$\mu$  varierer riktignok i tverrsnittet, men gis i denne utvikling en gjennomsnittsverdi, således at den kan settes konstant.

Summeres nu alle vannmengder som løper ut gjennom åpningens samtlige horisontale striper, fås

$$Q = \int dQ = \mu \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} B \sqrt{H} \cdot dH$$

Er luken rektangulær og med vertikale og horisontale sider, vil B være konstant, og man får

$$Q = \mu \cdot B \cdot \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} \sqrt{H} \cdot dH \quad \text{eller}$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu \cdot B \cdot \sqrt{2g} \cdot (H_2^{3/2} - H_1^{3/2}) ; (H^{3/2} = H \cdot \sqrt{H})$$

Rekker lukeåpningen over væskeoverflaten (overfall), blir  $H_1 = 0$ , og man får

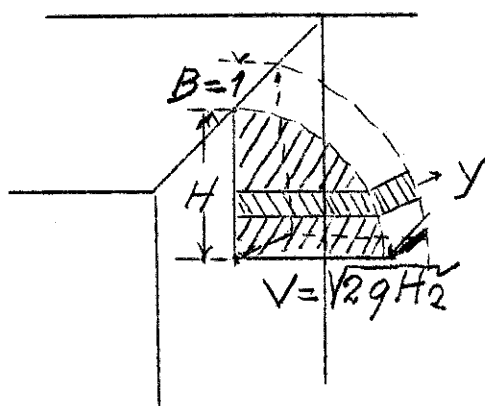
$$Q = \frac{2}{3} \mu \cdot B \cdot \sqrt{2g} \cdot H_2^{3/2} \quad (\text{eller} = \frac{2}{3} \mu \cdot B \cdot H_2 \sqrt{2gH_2}) \quad (13)$$

Dermed er vannføringsformlene funnet for henholdsvis luke og overfall.

Disse formler kan for et rektangulært overløp med vertikale sider også utledes ved en ren geometrisk be-

traktning. Er åpningens bredde = måleenheten = 1, fås følgende:

Vannhastigheten i utløpet i en vilkårlig dybde h under vannoverflaten =  $\sqrt{2gh}$ , idet der foreløpig bortses fra koreksjonskoeffisienten. Avsettes i forskjellige dybder i utsnittet hastigheten i en bestemt målestokk loddrett ut fra veggens forside og man forbinder de ytre endepunkter, vil forbindelseslinjen danne en parabel, ( $h = \frac{1}{2g} \cdot x^2$ )



Tenkes nu et lite felt av åpningen avgrenset med 2  $\neq$  planer i avstanden y fra hverandre, fås en lukeåpning mellom disse =  $y \cdot 1$  og hastigheten =  $\sqrt{2gh}$ . Vannmengden gjennom denne lille åpning  $Q_y = y \cdot 1 \cdot \sqrt{2gh}$ .

Da nu størrelsen  $\sqrt{2gh}$  er avsatt ved hjelp av parabelen, vil, idet bredden på løpet = 1, vannmassen  $Q_y$  = det areal av parabelflaten som avskjæres av de to parallelle planer og som ligger mellom disse (dobbelt skravert på figuren). Hele vannmassen gjennom spalten vil være lik summen av alle småflater, eller lik arealet av parabelflaten. Dette er  $\frac{2}{3} \cdot \text{høide} \cdot \text{grunnlinje} = \frac{2}{3} \cdot H_2 \cdot \sqrt{2gH_2}$ .

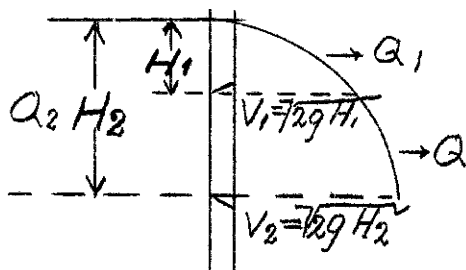
Da utløpsmengden blir proporsjonal med overfallets bredde (når der bortses fra korreksjonen), vil der ved bredden B og med innførelse av faktoren  $\mu$  fås:

$$Q = \frac{2}{3} \mu B \cdot H_2 \cdot \sqrt{2gH_2} \quad 13$$

Er åpningen en lukeåpning og ikke et overfall, kan man først regne vannmassen gjennom åpningen skåret helt op, og så trekke fra vannmassen gjennom et overfall med samme bredde, men med dybde ned til lukens overkant.

$$Q = Q_2 - Q_1 = \frac{2}{3} \mu B \cdot H_2 \sqrt{2gH_2} - \frac{2}{3} \mu B \cdot H_1 \cdot \sqrt{2gH_1} = \frac{2}{3} \mu B \cdot \sqrt{2g} \cdot (H_2 \sqrt{H_2} - H_1 \sqrt{H_1})$$

Disse formler for vannmassen er riktige forutsatt der ikke er noen tilløpshastighet i vannet. En sådan vil komme i tillegg til den hastighet vannpartiklene får på grunn av beliggenheten under vannspeilet. For lett å kunne ta med tilløpshastigheten  $v_0$ 's inn-



flyttelse kan den omgjøres i såkalt hastighetshøide !  
 $v_0 = \sqrt{2gH_0}$  c:  $H_0 = \frac{v_0^2}{2g}$ , hvormed vannspeilet tenkes hevet.

De før opstilte formler blir for luken

$$Q = 2/3 \mu B \sqrt{2g} \left[ \left( H_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( H_1 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

og for overfallet

$$Q = 2/3 \mu B \sqrt{2g} \left[ \left( H_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

Er lukeåpningen under vann (dykket, se senere), er vannhastigheten i tilløpet under 0,5 m/sek, eller er dammens forside loddrett, så vannstrålen må bøie om  $90^\circ$ , behøves ikke tas hensyn til tilløpshastigheten.

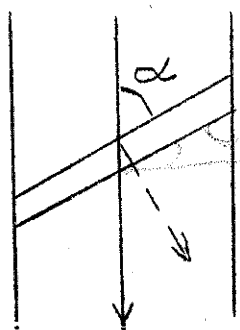
Er dammens retning (lukens terskel) ikke loddrett på retningslinjen, men danner vinkelen  $\alpha$  med denne,

regnes med  $V_0 \sin \alpha$  istedenfor  $v_0$ . Er  $v_0$  gjennemsnittshastigheten i vann-

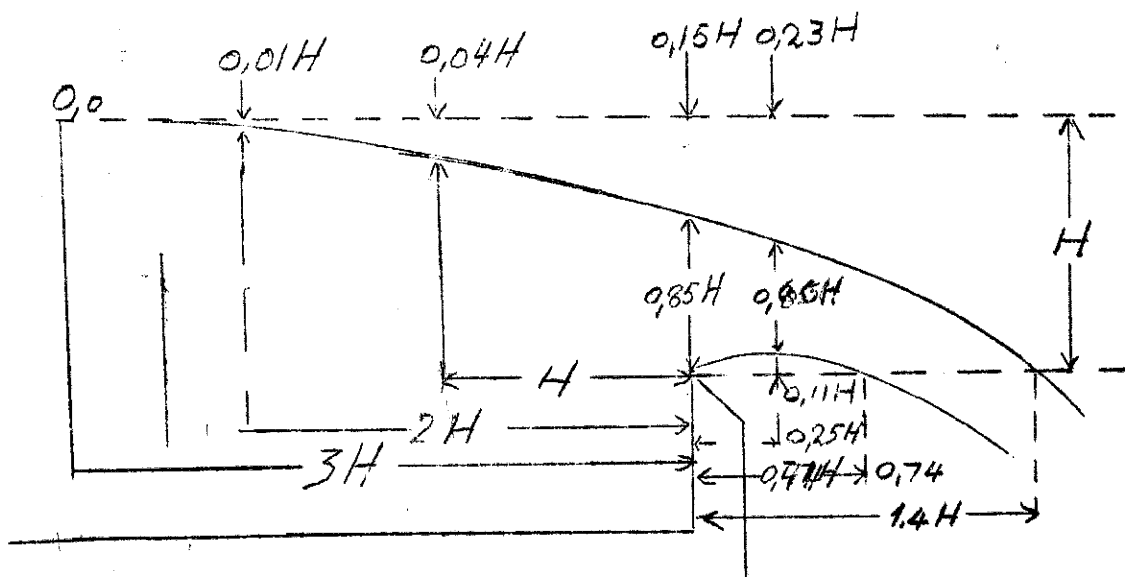
løpet, vil overflatehastigheten være betydelig større. Derfor må også  $V_0$  gis en korreksjonsfaktor  $\mathcal{S}$  så den kan gis riktig verdi for den del av vannløpet som åpningen ligger i. Ved

små dammer settes den = 1, men ved

store dammer og små overfallshøider kan der i middel settes lik 1,66.  $\mathcal{S}$  vokser med tiltagende damhøide og avtagende overfallshøide.



Ved et 4-kantet utsnitt over tynn vegg vil ifølge Rekbock vannets begrensningelinje være som vist i nedenstående figur. Som det ses vil man først i en avstand



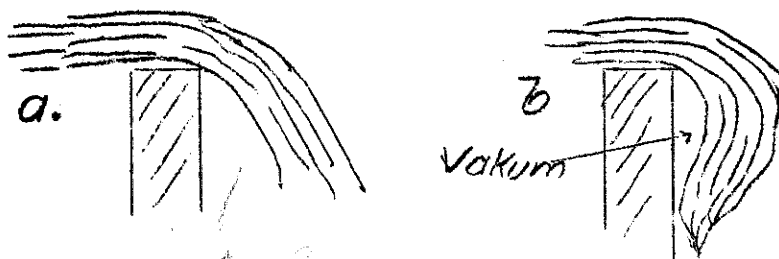
3 H fra terskelen ha vannoverflate, som ikke har senket sig, og målinger av overfallets dybde må derfor foretas minst så langt fra dammen. Selve målingen foretas ved hjelp av en målestang som settes på overflaten av en større sten (eller nedrammet pel), hvis høide i forhold til terskelen i overløpet er kjent.

Bestemmelse av  $\mu$ .

Da fastsettelsen av koeffisienten  $\mu$  vil avgjøre beregningens riktighet, er der gjennom tidene gjort mange undersøkelser for å få bestemt dennes størrelse.

Man har funnet:

- 1) Skarpe kanter gir mindre  $\mu$  enn avrundede.
- 2)  $\mu$  vokser med tilløpshastigheten.
- 3)  $\mu$  vokser i tilfelle sidekontraksjonen med overfallets bredde, først hurtig, senere langsommere.
- 4)  $\mu$  er avhengig av strålens form. Stråler i fri luft nar mindre  $\mu$  enn andre stråler.



Strålen i tilfelle a gir 25 % mindre enn i tilfelle b.

Skal man i et overløp med sidevegger (ingen sidekontraksjon) ha "luftet" strålen, må der sørges for at luften får adgang fra siden under strålen straks bak dammen, da ellers luften under strålen vil suges med vannet og dette klappes inn til veggen.

Som middelveier for  $\mu$  kan settes:

1) Ved fullstendig kontraksjon (  $B <$  kanalbredden):

$$\mu = 0,62 \text{ for skarpe kanter}$$

$$\mu = 0,68 \text{ " runde "}$$

2) Ved ufullstendig kontraksjon med kontraksjon alene nedenfra (  $B =$  kanalbredden) = *grundverdi*

$$\mu = 0,64 - 0,66 \text{ for skarpe kanter}$$

$$\mu = 0,70 \text{ " runde "}$$

Der er opstillet en masse formler til beregning av  $\mu$  så den ikke lenger alene må bestemmes efter skjønn. I de nyere av disse er tatt hensyn til såvel forholdet mellom kanaldybden H og overfallshøiden h, som mellom kanalbredden B og overfallsbredden b. En av dem er opstillet av Freese: For små dammer uten sidekontraksjon:

$$2/3 \mu = (0,41 + \frac{0,0014}{h}) (1 + 0,55 \frac{h^2}{H^2})$$

og for små dammer med sidekontraksjon:

$$2/3 \mu = 2/3 (0,5755 + \frac{0,017}{h+0,18} - \frac{0,075}{b+1,2}) \sqrt{1 + \{0,025 + 0,25 (\frac{b}{B})^2 + \frac{0,0375}{(\frac{h^2}{H^2}) + 0,02} \} (\frac{h}{H})^2}$$

Disse formler er opstillet på grunnlag av målinger i overløp med h 0,1 - 0,6 m og b op til 5 m, samt  $b \leq h$ , og brukes almindelig kun for måledammer av omtrent samme størrelse.

Da formler av størrelse som Freese's er tungvinte å bruke, velger man ofte  $\mu$  skjønnsmessig og efter følgende opstilling:



$$\mu = 0,80$$

når kronen er bred, glatt og godt avrundet.



$$\mu = 0,72$$

når kronen er smalere, skarpe-  
re avrundet og forsiden skrå.



$$\mu = 0,67$$

når kronen er skarpkantet og forsiden skrå.



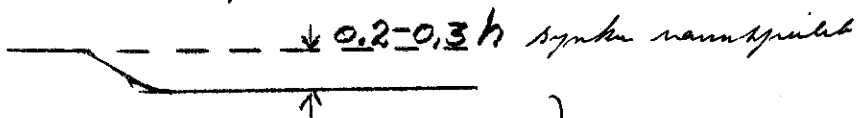
$$\mu = 0,62$$

når dammen er tynn, skarp-  
kantet og forsiden loddrett.



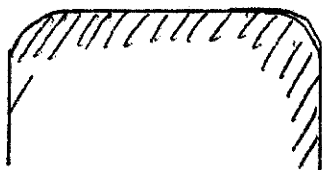
$$\mu = 0,62 - 0,60$$

når dammen har skarp kant og forsiden loddrett.



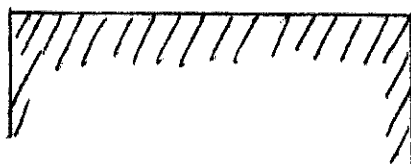
$$\mu = 0,60$$

når kronen har stor bredde og er godt avrundet.



$$\mu = 0,54$$

når kronen er bred og skarp-  
kantet





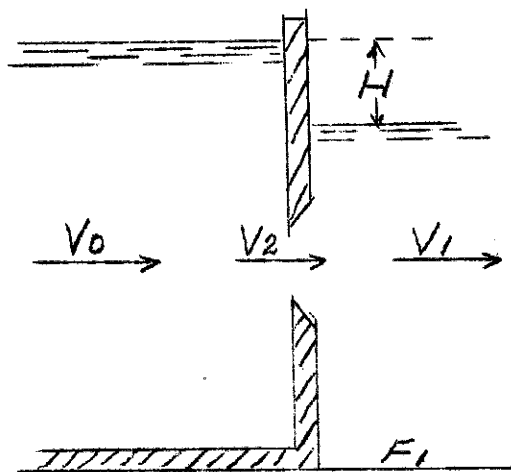
I alle tilfelle er forutsatt sidekontraksjon.

Er der ledervegger på sidene, vokser  $\mu$  med 0,03.

Vannavløpets størrelse når åpningen er under vann.

En under trykk strømmende væske vil med pludselig økning av vanntverrsnittet (c: reduksjon av hastigheten) få et trykkløstap proporsjonalt med kvadratet på differensen mellom begynnelses- og slutt hastigheten før og etter økningen (Carnet).

Anvendelse i teknikk



Bernoullis ligning når  $p_0 =$

1 atm. = p.

$$= \gamma \cdot H = \frac{\gamma}{2g} (v_1^2 - v_0^2);$$

$$2gH = v_1^2 - v_0^2$$

blir derfor modifisert på

grunn av tapet

$$2g \left( H - \frac{(v_2 - v_1)^2}{2g} \right) = v_1^2 - v_0^2$$

$$v_2 = v_1 + \sqrt{2gH + v_0^2 - v_1^2}$$

(-tegnet bortfaller da  $v_2 > v_1$ ), og vi får

$$Q = \mu_1 \cdot v_2 F = \mu_1 \cdot F \left( v_1 + \sqrt{2g \left( H + \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g} \right)} \right)$$

hvor  $\mu_1$  er avløpskoeffisienten for dykket åpning og F er åpningens størrelse.

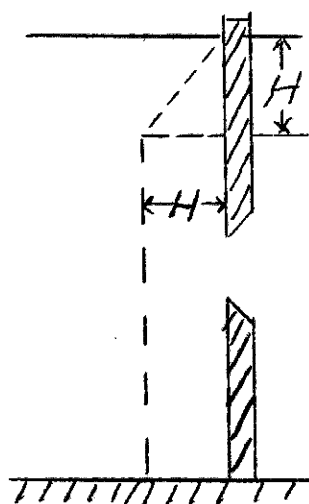
I almindelighet blir  $\mu_1$  satt lik avløpskoeffisienten ved den luftede stråle, som ellers er underkastet de samme kontraksjonsforhold. Sløifer man  $v_1$ , får man

$$Q = \mu_1 \cdot F_1 \sqrt{2g \left( H + \frac{v_0^2}{2g} \right)}$$

Ofte settes dog undervannets sugende virkning inn ved hjelp av en multiplikator, gjerne 1,5 foran leddet  $\frac{v_0^2}{2g}$ .

Formelen for Q kan man også komme til ved betraktning av trykkløst diagrammet på dammens forside. Her bortses fra tilløpshastigheten.

Trykket vil stige proporsjonalt med væskedybden inntil undervannspeilet nås. På dypere liggende væskepar-



tikler vil tillegget til trykkhøyden  $H$  opheves av et nøyaktig like stort trykk fra vannstanden på den annen side av væskeåpningen (undervannspeilet), hvorfor trykket på dammens forside under undervannspeilet blir konstant lik  $H$  *ge*. Hvor som helst

parti av veggen vil man få den samme gjennemløpshastighet

$v_2 = \sqrt{2gH}$ , og vannmassen blir da med avløpskoeffisienten  $\mu_1$

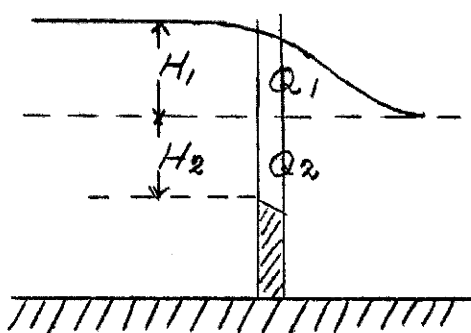
$$Q = \mu_1 \cdot F \cdot \sqrt{2gH}$$

Tas der hensyn til tilløpshastigheten  $v_0$  fås:

$$Q = \mu_1 \cdot F \cdot \sqrt{2g \cdot \left( H + \frac{v_0^2}{2g} \right)}$$

Er åpningen i veggen et overfall med terskelen under undervannspeilet, vil en del av vannstrålen måtte regnes etter utløp i fri luft og en del etter utløp under vann.

$$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{2}{3} \mu \cdot B \sqrt{2g} \left[ \left( H_1 + \int \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \int \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] + \mu_1 \cdot B \cdot H_2 \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{H_1 + \int \frac{v_0^2}{2g}}$$



$\mu = 0,83$  og  $\mu_1 = 0,67$  når kroken er godt avrundet.

$\mu = 0,83$  og  $\mu_1 = 0,62$  når kroken er skarpkantet. Ved grunn-

avløp over hele kanalbredden så kontraksjon alene skjer ovenfra

kan settes  $\mu = 0,7$ .

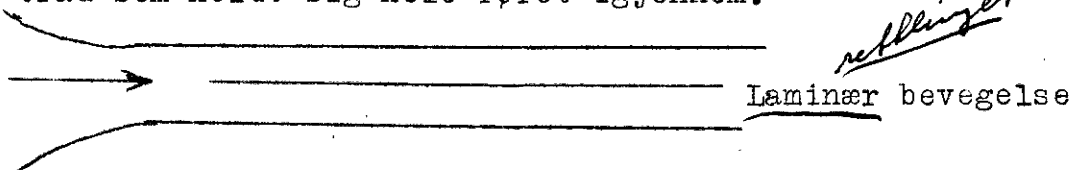
Er vannavløpet sådan at utløpsforholdene er meget forskjellige for dets forskjellige deler, regner man ut vannmassen seksjonvis. Utløpet deles op i seksjoner på det vis at delenes avløpsmasse kan regnes ut på grunnlag av det foran fremførte.

Vannets friksjon.

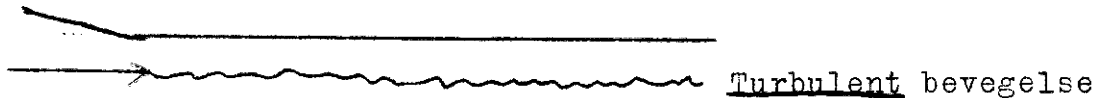
Den antagelse at vannpartiklene kan forskyves i forhold til hverandre uten tap av energi (uten friksjon) er tilnærmet riktig sålenge hastigheten er meget liten. Så snart der er tale om vannføring må der alltid tas hensyn til friksjonens motstand mot bevegelsen, hvilket enten viser sig i tap av beliggenhetsenergi eller av vannpartiklenes levende kraft. *kinetisk energi*

Når vann glir langs en vegg, vil der på selve veggen ligge et lag med vann på hvilket glidningen foregår. Selve veggens materiale har derfor ingen innflytelse på bevegelsesmotstanden. Derimot influerer veggens sårhetsgrad sterkt på den letthet hvormed vann glir langs den.

Det nærmest den stillestående vannbetrukne vegg liggende væskelag vil ha en forholdsvis liten hastighet. Jo lenger væskelaget ligger fra veggen, desto større vil dets hastighet være. På grunn av motstanden mot den glidning lagene har på hverandre oppstår der et trykktap som for meget små hastigheter er proporsjonalt med hastigheten. *1/3*  
O. Reynolds ledet en farvet væske inn i centrum av et cylindrisk glatt rør, hvor vannet løp inn gjennom et avrundet munnstykke. For små hastigheter fikk han en jevn farvet tråd som holdt sig hele røret igjennem.



Ved økning av hastigheten intraff ved den såkalte "kritiske hastighet" (avhengig av temperatur og diameter) brudd på den farvede stråle.



*Den samme regel turbulente bevegelse for de tilfeller vi kommer bort i*  
Var der hvirvelbevegelser i vannet, blev den farve stråle brutt før den bestemte "kritiske hastighet" var nådd. For 20° C fantes for vann

$V_{krit.} \text{ cm/sek} = \frac{20}{d \text{ cm}}$ , hvor d er rørets diameter. Denne

"kritiske hastighet" er så liten at den under normale forhold ingen rolle spiller i praksis.

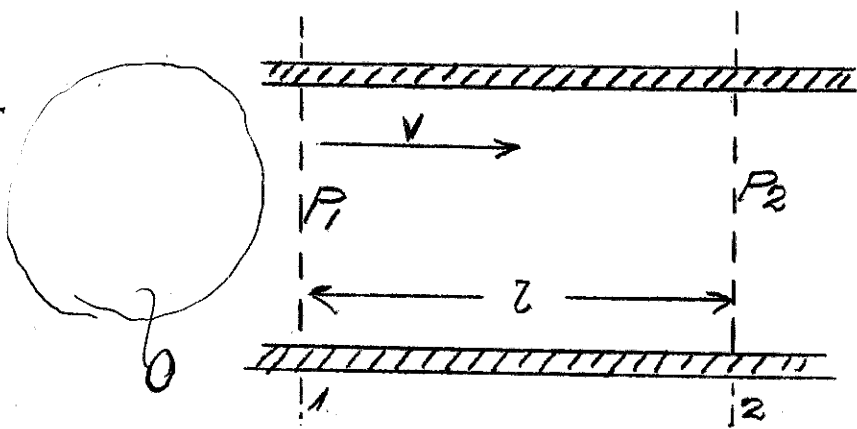
De hvirvelbevegelser som opptrer i en strømmende væske, hvor hastigheten er større enn den kritiske, gjør at loven for bevegelsen ikke lar sig oppstille ved en teoretisk betraktning. Derimot har man ved forsøk funnet at friksjonen er direkte proporsjonal med:

- a) Berøringsflatens størrelse.
- b) Væskens tetthet  $\delta (= \frac{\rho}{g})$
- c) Hastighetens kvadrat.
- d) En erfaringskoeffisient ( $\xi$ ) som er avhengig av flatens renhet og glatthet, men ikke av materialet (da jo dette dekkes av et lag væske), samt av tverrsnittets størrelse og av hastigheten. Friksjonen er avhengig av trykket.

Friksjonsmotstanden i cylindriske rør.

*Brøkkraft høytt kraft eller arbeid.*

Har man et rør med konstant tverrsnitt  $F$  og



indre omkrets  $O$  ved snitt 1 et trykk  $p_1$  og i avstanden  $l$  derfra, i snitt 2 et trykk  $p_2$   $kg/cm^2$ , vil der på dette parti forbrukes en kraft  $F \cdot (p_1 - p_2)$

Er nu hastigheten konstant, vil kraften alene kunne medgå til å overvinne friksjonen, og man får

$$F (p_1 - p_2) = \underbrace{O}_{a} \cdot \underbrace{l}_{b} \cdot \underbrace{\frac{\rho}{g}}_c \cdot \underbrace{v^2}_{d} \cdot \underbrace{\xi}_2 \quad \text{idet } \frac{\xi}{2} \text{ innføres for}$$

å få uttrykket  $2g$ . Idet der erindres at  $p = \gamma \cdot h$  fås ved å dividere med  $\gamma \cdot F$  på begge sider av likhetstegnet.

$$h = h_1 - h_2 = \underbrace{\xi}_{\text{langden}} \cdot \underbrace{l}_{\text{langden}} \cdot \frac{O}{F} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (v = \sqrt{\frac{F \cdot h}{O \cdot l}} \cdot \sqrt{2g} = k \cdot \sqrt{R \cdot I})$$

hvor  $h$  er den trykkhøide som medgår til å overvinne friksjonen (den samme som på side er kalt  $y$ )

- $k =$  frikskoeffisient
- $R =$  hydraulisk radius.
- $I =$  fallet

Idet  $Q = \pi \cdot d$  og  $F = \frac{\pi d^2}{4}$  fås:  $h = 4 \xi \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$

ofte innføres  $4 \xi = \lambda =$  koeffisienten for cylindriske rør:

$$h = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Er  $Q$  vannmassen pr. sek, blir:

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{4 \cdot Q}{\pi d^2} \text{ . Innføres dette, fås}$$

$$h = \lambda \cdot \frac{1.8}{\pi^2 \cdot 2g} \cdot \frac{Q^2}{d^5} = 0,083 \lambda \cdot \frac{Q^2}{d^5}$$

$h$ : proporsjonalt med  $Q^2$  og omvendt proporsjonalt med  $d^5$ .

Halveres diameteren, økes falltaptet på grunn av friksjonen til det 32-dobbelte.

Koeffisienten  $\lambda$  bestemmes nu gjerne efter

H. Langs formel:  $\lambda = a + \frac{2b}{\sqrt{v \cdot d}}$

$v$  = hastigheten i meter pr. sek.  $d$  = rørets diameter i meter.  $2b$  ses av følgende tabell, hvor  $t$  er temperatur.

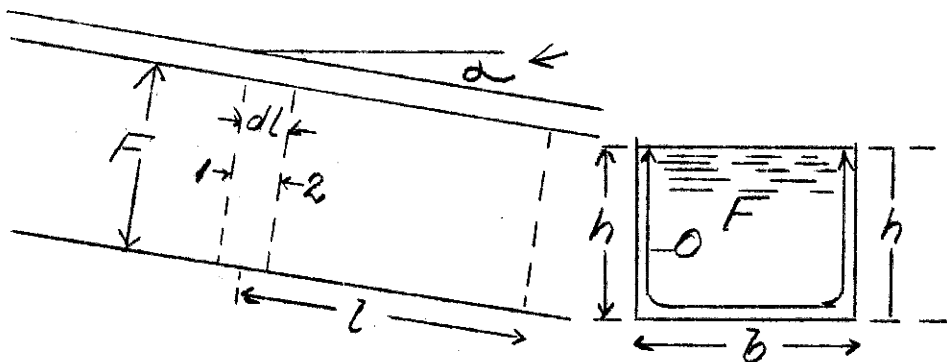
t	0° C	10°	20°	100°
2b	0,0023	0,002	0,0018	0,0004

Almindelig velges  $2b = 0,0018$ . For rene, aldeles glatte rør uten tverrsnittsovergang og rørskjøter  $a = 0,01$ . For rene, glatte, sømløse rør, trukne kobberør eller messingør og undtagelsesvis for glatte smijernsrør  $a = 0,014$ . For ganske rene rør med små ujevnheter på berøringsflate og skjøter, f.eks. omhyggelig utførte støpejernsrør og for almindelig klinkede turbinør med forholdsvis tynne plater, samt for sveisede turbinør  $a = 0,02$ .

Er der påtagelige ujevnheter, avlagring på berøringsflater o.l., multipliseres  $\lambda$  med en koeffisient  $(\frac{d}{d_1})^5$ , hvor  $d$  er diameteren i det rene rør og  $d_1$  i det ujevne. I almindelighet vil  $\lambda$  ligge mellom 0,02 - 0,024. *Må ikke brukes for liten!*

Friksjonsmotstanden i kanaler.

Da der overalt langs kanaler ved vannets overflate hersker et konstant trykk = 1 atm., kan friksjonsarbeid



beidet alene skje på bekostning av beliggenhetsenergien.

Tyngdekraften utfører arbeidet, idet kanalens heldning, eller fallet forårsaker den nødvendige senkning av beliggenheten.

Har man mellom snitt 1 og 2 (i avstand  $dl$ ) en væskemengde  $dl \cdot F$  og av vekt  $dl \cdot F \cdot \gamma = G$ , vil der på denne virke en friksjonskraft =  $\xi \cdot 0 \cdot dl \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2}$ .

Når denne væskemengde er flyttet lengden  $l$ , er tapet i beliggenhetsenergi  $G \cdot \sin \alpha \cdot l$ , og der er utført et friksjonsarbeide = friksjonskraft \cdot veilengden  $l$ . Er der ikke noen forandring i hastigheten, må energitapet være lik det utførte arbeide.

$$dl \cdot F \cdot \gamma \cdot l \cdot \sin \alpha = \xi \cdot 0 \cdot dl \cdot \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot l$$

For så små vinkler som det her er tale om, kan man sette  $\sin \alpha = \text{tg } \alpha = \frac{h}{l} = I$  = det relative fall. Innsattes dette, fås etter forkortning:

$$v = \sqrt{\frac{F}{0} \cdot I \cdot \sqrt{2g}} = \underline{k \cdot \sqrt{R \cdot I}} \quad \text{1/3}$$

$\frac{F}{0} = R$  kalles den hydrauliske radius.

Denne formel for hastighetsberegningen blev opstillet i 1755 av Chezy og kalles ofte den Chezy-Eytelweinske formel.

$$v = k \cdot \sqrt{R \cdot I}$$

*V: selvs k = 50 med målingserumme.*  
Eytelwein trodde at "k" var konstant 50,9, men nye undersøkelser har vist at så ikke er tilfelle. Det er særlig begrensingsflatenes glatthet som influerer på konstantens verdi. Likeså den hydrostatiske radius.

Oftest benyttes det sist utviklede uttrykk for hastigheten ved beregningen også for rør, idet man lett kommer over i uttrykket

$$v = k \cdot \sqrt{R \cdot I} \quad \text{fra } h = 4 \cdot \xi \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Det er stillet op en hel del formler for utregning av k. De har alle det tilfelles at de krever innsetning av erfaringskoeffisienten, og formelens nøiaktighet står og faller med den riktige innsetning av denne.

Den ene av formlene er: Ganguillet og Kütters: *lange*

$$v = \left[ \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0,00155}{I}}{1 + (23 + \frac{0,00155}{I}) \frac{n}{\sqrt{R}}} \right] \sqrt{R \cdot I} \quad AB$$

koeffisienten n ses av tabellen side <sup>24</sup> *kanal. røret og runde; kanal*

*Bau* → Til vannverksberegninger brukes meget den såkalte Ganguillet og Kutters korte formel

$$v = \frac{100 \cdot \sqrt{R}}{m + \sqrt{R}} \cdot \sqrt{R \cdot I}, \quad \text{hvor } m \text{ gjerne settes} = 0,35 \text{ (bør ikke gjøres for liten).}$$

*hvor m gjerne settes = 0,35 (bør ikke gjøres for liten). *hvor m gjerne settes = 0,35 (bør ikke gjøres for liten).**

I 1897 opstillet Bazin sin nye formel

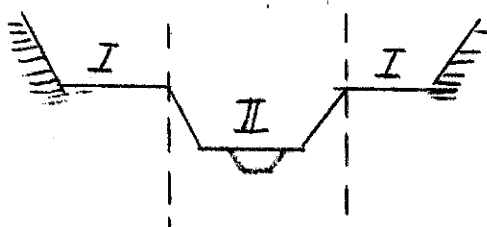
$$v = \frac{87}{1 + \frac{c}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot I} \quad AB$$

Verdien av c leses i tabellen. Det er Ganguillet og Kutters og bazins nye formel som er den mest brukte.

Bazins skal etter Oberbaurat Siedek i Wien være den beste og er lettest å behandle, men det anbefales å ta kontroll ved også å benytte den annen. Man velger da den hastighet som er ugunstigst for anlegget.

Skal anlegget føre frem en viss mengde vann, pleier man å gjøre et større tillegg til den ved beregningen funne vannmasse. For øvrig regner man alltid i vannføringsberegning, så man er på den sikre side på grunn av at beregningen bygger på så utrygt grunnlag som erfaringskoeffisienten.

Ved sammensatte kanalprofiler deles dette op i



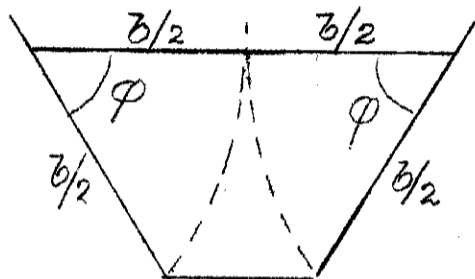
seksjoner som beregnes hver for sig, og deres vannmasser legges sammen.

Skal der ved en bestemt hastighet benyttes minst mulig fall, c: der skal finnes  $I_{min}$ , må R

gjøres størst mulig, idet  $R.I = \text{konstant}$ .

Skal omvendt fallet være størst mulig med bestemt hastighet, må  $R$  gjøres minst mulig. Er der en bestemt vannmasse og et bestemt fall, fås det gunstigste trapetsformede tverrsnitt ved å gjøre vannspeilets bredde (dagbredden) = 2 x den skrå sidelengde.

Går kanalen gjennom jord, vil jordarten bestemme den sterkeste skråning som kan has, uten at jorden raser ned. Når skråningsvinkelen  $\phi$  er kjent, konstrueres profilet som figuren viser.



Fås ikke tilstrekkelig tverrsnitt ved første konstruksjon, konstrueres et nytt. Der kan selvfølgelig også beregnes hvor stor dagbredden må gjøres.

Kan man se bort fra jordarten, fås det gunstigste trapets med  $\phi = 60^\circ$ , d.v.s. tverrsnittet = den halve likesidede sekskant. Den gunstigste form for rektangulært tverrsnitt har den halve bredde til høyde.

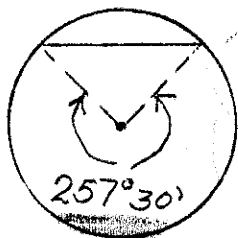
Ved kanaler må også undersøkes hvorvidt den beregnede hastighet vil bevirke graving så kanalprofilet blir ødelagt. Efter Telfords undersøkelser angripes:

	: Bunn- : hastighet:	: Midlere : hastighet	: Overflate- : hastighet m/sek.
Slam	: 0,076	: 0,01	: 0,15
Bløt lere	: 0,152	: 0,23	: 0,3
Sand	: 0,3	: 0,46	: 0,6
Fin singel	: 0,609	: 0,96	: 1,22
Grov "-	: 0,941	: 1,23	: 1,52
Pukksten	: 1,22	: 1,5	: 1,85
Skifer	: 1,52	: 1,86	: 2,22
Lagret fjell	: 1,83	: 2,27	: 2,75
Hårdt "-	: 3,05	: 3,7	: 4,27

*Handwritten notes in cursive script at the bottom of the page, partially obscured and difficult to read.*



Ved rør får man største vannhastighet når fyl-  
lingen er som figuren viser.



Den største vannmengde fås når det  
cirkulære tverrsnitt er fylt i en  
høide =  $1,8 \times$  radius.

Ved dreinsledninger kan man ikke  
benytte den samme koeffisient som anvendes ved kloakk- og  
vannverksberegninger. Selve friksjonen langs dreinsrørets veg-  
ger blir liten i forhold til falltapet på grunn av ujevnhete-  
ne i rørskjøter og de derav følgende hvirveldannelser og tverr-  
snittsforsnevninger. For dreinsberegninger er der derfor stil-  
let op en rekke særskilte koeffisienter.

Da  $R = \frac{F}{O} = \frac{\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = \frac{d}{4}$ , finnes ofte disse dreins-  
formler under formen  $v = k \sqrt{d \cdot I}$ , idet  $\frac{1}{\sqrt{4}}$  er slått sammen med  
konstanten, der følgelig blir halvparten så stor som den el-  
lers vilde ha vært.

I Krüger: "Kulturtechnischer Wasserbau" er an-  
gitt følgende verdier for k:

Ved d = 4	5	8	10	13	16 cm	
er k = 12,5	13,6	16,0	17,3	18,8	20	
Ved $v_{\min} =$ 0,16	$I_{\min} = 4,1$	2,8	1,2	0,8	0,6	0,4 ‰

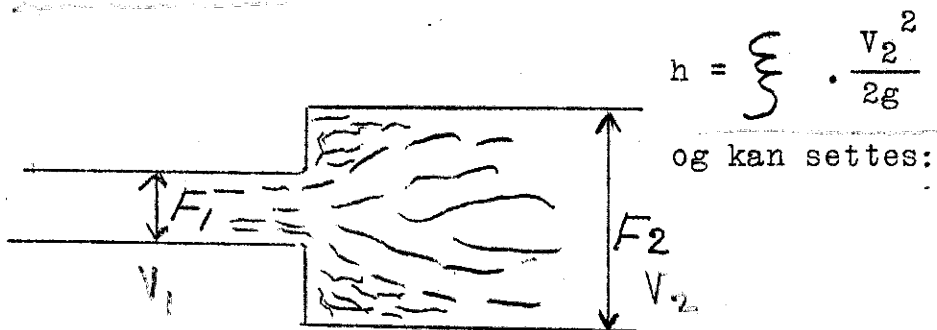
Ved hjelp av formelen  $v = k \sqrt{d \cdot I}$  kan regnes  
ut det minskede fall man tillater på grøfter av hensyn til  
faren for gjenslamming. Regnes minste tillatte hastighet  
 $v_{\min} = 0,16$  m/sek, fås de fall som i tabellen ovenfor er  
angitt som  $I_{\min}$  og i o/oo.

For grafisk å avlæse de forskjellige vann-  
føringsdata ved et dreinsanlegg finnes der diagrammer, hvor-  
av kan leses de sammenhørende verdier på rørdimensjon, fall,  
hastighet og vannmasse.

Kjenner man avløpsmengden pr. sek pr. hektar,  
kan i forbindelse med vannmassen også avleses avvannet areal.

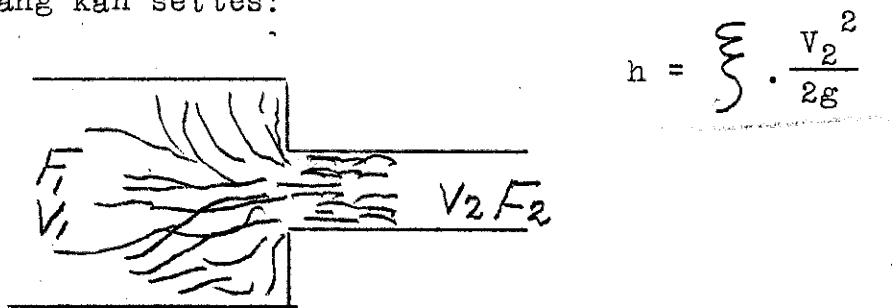
Falltap ved tverrsnitts- og retningsfor-  
andringer, avgreninger, samt ved innløp  
i et rør.

Når der i et vannledningsrør er en utvidelse av tverrsnittet, vil vannet ved å strømme inn i denne lide et trykkhøidetap på grunn av de hvirveldannelser som er forårsaket av utvidelsen. Tapet settes i almindelighet til



$F_2 : F_1 =$	1,3	1,5	2,0	3	4	5	10	50
$zeta =$	0,09	0,25	1,0	4	9	16	81	2401

Ved innsnevring av tverrsnittet med skarp overgang kan settes:



$F_2 : F_1 =$	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$zeta =$	0,5	0,46	0,42	0,33	0,23	0,13	0,00

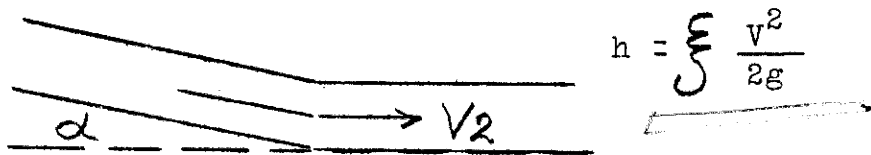
Som det vil ses av tabellene er der langt mindre falltap ved en forsnevring enn ved en utvidelse.

Trykkhøiden avsettes lettere i hastighet enn hastigheten i trykkhøide. Avrundes overgangen, blir tapet så lite at det helt kan bortses fra det. Det tap som opstår ved skarpkantet forsnevring, skriver sig fra at strålen snurpes sammen, for så å utvide sig og fylle røret. Ved denne utvidelse av stråletverrsnittet vil den vesentlige del av tapet ligge.

13

Ved retningsforandringer med skarpe vinkler

(knær) blir koeffisienten for sirkelformet tversnitt og  $d = 30 \text{ m/m}$  (er  $d$  mindre, stiger tapet).



$\alpha = 20^\circ$	$40^\circ$	$60^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$	$100^\circ$	$120^\circ$	$140^\circ$	$160^\circ$
---------------------	------------	------------	------------	------------	-------------	-------------	-------------	-------------

$\zeta = 0,03$	0,14	0,37	0,75	1,0	1,27	1,87	2,43	2,85
----------------	------	------	------	-----	------	------	------	------

Skjer bøiningen etter en sirkelbue

med radius  $r$  og rørdiameter  $d$ ,

blir  $h = \zeta \frac{v^2}{2g} \frac{w^\circ}{90^\circ}$



$d : r = 0,4$	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
---------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

$\zeta = 0,14$	0,16	0,20	0,30	0,44	0,66	1,0	1,4	2,0
----------------	------	------	------	------	------	-----	-----	-----

Koeffisienten er uavhengig av krumningens lengde, men kun så lenge  $r$  er uforandret. Veksler krumningsretningen fordobles koeffisienten. Ved forgreninger kan regnes som for retningsforandringer tillagt innløpstapet.

Ved vannets innløp i et rør blir trykkehøide-

tapskoeffisienten:

- Ved skarpkantet innløp  $\zeta = 0,5$
- " brukne kanter " = 0,25
- " avrundet innløp etter vegglatheten " = 0,06 - 0,01
- " skarpkantet skrått innløp " =  $0,5 + 0,3 \sin \alpha + 0,2 \sin^2 \alpha$

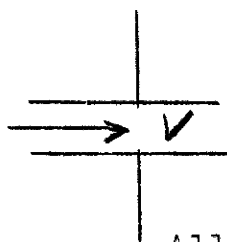


Ved rørrunningen trukket et styk-

ke inn i beholderen

tverre (stumpe) kanter = 0,56

knivspisse kanter = 1,30



Alle disse ekstra tap i trykkehøide kan finnes

gjennom formelen  $h = \zeta \frac{v^2}{2g}$ , hvorfor de kan legges sammen i summen  $\sum \zeta \frac{v^2}{2g}$

Bernoullis ligning i sin almindelighet.

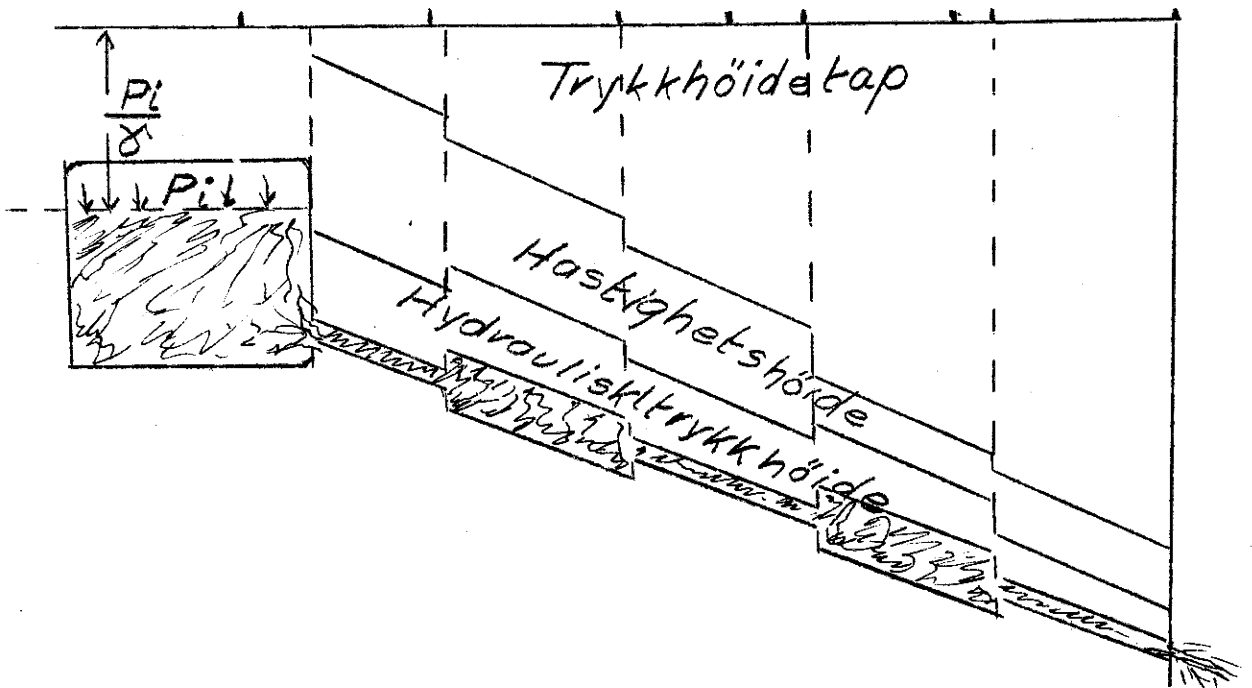
Skal man på et sted finne hvor stort hydraulisk trykk man disponerer, settes op ligningen:

$$H = h + \frac{v^2}{2g} + \sum \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \sum \xi \frac{v^2}{2g}$$

Er  $h = 0$  (ved utløpet) fås:

$$H = \left( 1 + \sum \lambda \frac{1}{d} + \sum \xi \right) \frac{v^2}{2g} \quad \text{og} \quad v = \sqrt{\frac{H \cdot 2g}{1 + \sum \lambda \frac{1}{d} + \sum \xi}}$$

Hvorledes de forskjellige trykkehøidetap sammen med hastighetshøiden og den tilbakeværende hydrauliske trykkehøide tilsammen utgjør den samlede disponible trykkehøide på hvert sted i ledningen, kan ses i nedenstående grafiske fremstilling.



Der er tenkt at utløpet skjer fra en lukket beholder med et trykk i væskeoverflaten =  $P_i$ . Dette omgjøres til væskehøide =  $\frac{P_i}{\gamma}$ . Hastigheten regulerer sig selv, slik at fraregnes hastighetshøiden, vil resten av det samlede trykk ved utløpet være medgått til å overvinne

$$\sum \xi \frac{v^2}{2g} + \sum \lambda \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}$$

10 - 20 mm - 3/16" rai  
 20 - 40 " 3/8 " 1/2"  
 40 - 60 " 1/2 " 2"

Koeffisienter  $n$  og  $\frac{1}{n}$  til Gangvillet og Kutters,  
og  $c$  til Bazins formel.

	$n$	$\frac{1}{n}$	$c$
1. Kanaler med omhyggelig høvlede bord eller med glatt cementbeklødning	0,010	100	0,06
2. Kanaler av bord	0,012	83,33	0,16
3. -" - " hugget kvader, godt fuget klinkersten	0,013	76,92	0,46
4. Kanaler med cementpuss, alt efter utførelsen	0,013 - 0,017	76,92 58,82	
5. Kanaler av bruddstensmur, i fjell, grov cementpuss	0,017	58,82	0,85
6. Kanaler med omhyggelig og glatt plastrede skråninger	0,022	45,45	
7. Kanaler i jord, bekker og elver	X 0,025	40,00	1,30
8. Vassdrag, her og der med rullesten og vannplanter, grove og ujevne	0,028 0,03	35,71 33,33	
9. Vassdrag med grov grus og rullesten, fjellstrender	0,035	28,57	1,75
10. Drensgrøfter (Prøisisk angivelse)	0,03	33,33	

Det greske alfabet.

$A\alpha$ alpha	$B\beta$ beta	$\Gamma\gamma$ gama	$\Delta\delta$ delta	$E\varepsilon$ epsilon	$Z\zeta$ zeta	$H\eta$ eta	$\Theta\theta$ theta
$I\iota$ iota	$K\kappa$ kappa	$\Lambda\lambda$ lambda	$M\mu$ my	$N\nu$ ny	$\Xi\xi$ xi	$O\omicron$ omikron	$\Pi\pi$ pi
$\rho\rho$ rho	$\Sigma\sigma$ sigma	$\tau\tau$ tau	$\Upsilon\upsilon$ ypsilon	$\Phi\phi$ phi	$\chi\chi$ chi	$\Psi\psi$ psi	$\Omega\omega$ omega

$\Delta$  brukes meget på platebetykkelse  
 $\varepsilon$  — " lengdeforandr. pr. vol. enhet  
 $\gamma, \beta, \gamma$  — " vinkler  
 $\zeta$  (zeta) og  $\eta$  (eta) nytteverknining  
 $\lambda$  (lambda) for varmeledningsevne  
 $\mu$  my anslagskoeffisient  
 $\xi$  xi utføringskoeffisient for motst. forvar.  
 $\sigma$  anstrengelse pr  $cm^2$  materiale.  
 $\tau$  tau avkleppningskoeffisient.

D a m b y g n i n g

Forelesninger

ved

Norges Landbrukshøiskole

av

Dosent Styri

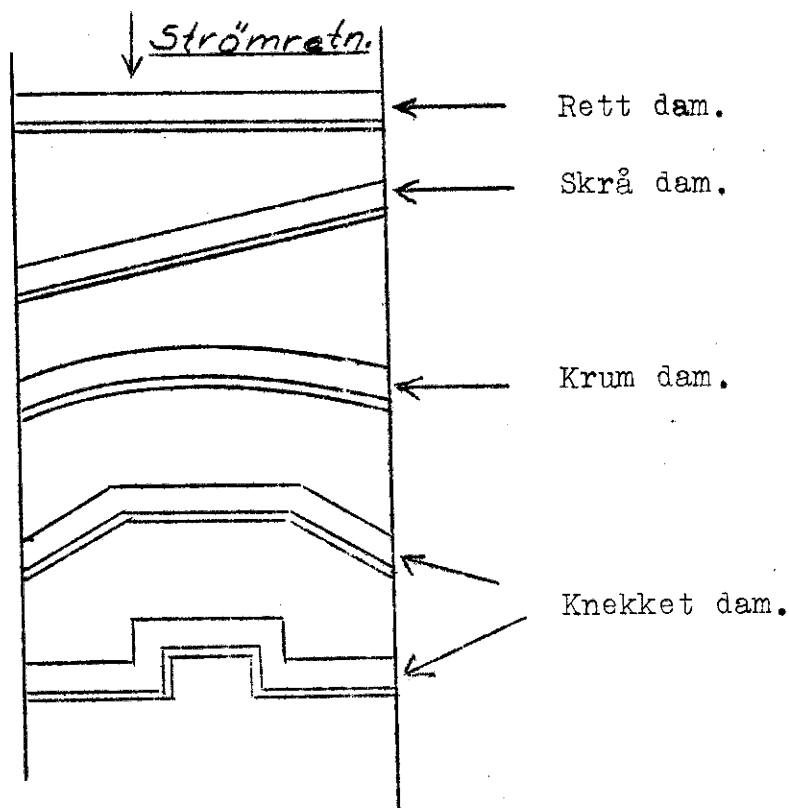
## D a m b y g n i n g .

---

Når man skal skaffe et vannmagasin til vassdragsregulering, til reservoar for et vannverk, til fløtningsvann, drift av en kanal eller sluse, eller man alene vil heve vannspeilet av hensyn til elvens fløtbarhet og seilbarhet eller konsentrasjon av et fall, skjer dette ved anlegg av dammer. De legges tvert over elveleiet og stemmer vannet op ved å forhindre det frie løp for damstedet.

Selve dammens form og materiale bestemmes gjerne av damstedets art, bunnens beskaffenhet, tilgang på byggemateriale, opstuvingshøiden, magasin størrelse, vannføringen og dammens levealder, idet der alltid må sørges for tilstrekkelig sikkerhet mot undervasking, velting, forskyvning og gjennombrudd av damlegemet.

Dammen kan enten bare delvis stenge elveløpet (Ufullkommen dam) eller den kan gå tvert over dette. I siste fall kan den ha en av følgende grunnrissformer:



Den rette dam er den korteste, gir derfor gjerne minst masse og brukes mest. På grunn av eiendommeligheter i damstedet kan imidlertid en skrå eller knekket grunnform gi en gunstigere løsning.

Den krumme form virker delvis som hvelv, men ved de såkalte gravitasjonsdammer, som ved hjelp av sin tyngde motstår vanntrykket, tas intet hensyn til denne ekstra sikkerhet. Krumnings-

radien er gjerne 100 - 400 m. En krum grunnform anvendes nødvendig hvor damlengden blir over 150 - 200 m. 13

Dammene kan ligge helt under vann og de kan helt eller delvis være ført op over vannspeilet. Ligger kronen i første tilfelle lavere enn undervannspeilet, kalles dammen en grunddam, og ligger den oversvømmede krone over undervannspeilet, kalles dammen en overfallsdam. Ved en fast dam forstår man en demning hvor avløpsåpningen for vannet ikke er regulerbar. Avløpsmengden vil her alltid stå i et bestemt forhold til vannspeilets høide over overløpets terskel. 13

Ved de "bevegelige dammer" derimot kan vannføring og opdemningshøide innen visse grenser reguleres ved at avløpsåpningens størrelse varieres.

Rekker dammen over vannspeilet, gis den gjerne en overhøide avpasset etter magasinets størrelse og adgangen til bølgedannelse. Undertiden danner denne overhøide et ekstra magasin til utjevning av skadeflom på den tid det normale magasin er fullt. Kronens bredde står gjerne i forhold til damstørrelsen og den trafikk den skal gi adgang til.

Bunnavløp anbringes almindelig på damstedets laveste parti, så man ved reparasjon og eftersyn kan få tappet magasinet helt tomt. Det kan utføres som en lukeåpning som tar f.eks. regulert vannføring tillagt 50 - 100 %, eller som en spalteåpning i hele dammens høide og som kan lukkes igjen med bjelker. (Ved mindre dammer.) Et sådant bunnavløp kan benyttes til spyleluke om magasinet skulde ville fylles av finmateriale. En luke er utsatt for sterkt slit og der må ved større dammer sørges for reserveåpning for eventuell reparasjons skyld.

Særlig nyttig er bunnavløpet ved dammens opførelse. Først føres op det parti av dammen, hvori luken ligger og vannet føres imens forbi gjennom den åpne del av elveløpet. Mens resten av dammen føres op slippes så vannet gjennom bunnavløpet. 13

Overløpet er den del av dammen hvor vannet normalt slippes videre når magasinet er fullt, forutsatt man ikke sørger for et sådant avløp gjennom rør eller kanaler. Selv om det siste er tilfelle, sørges dog for at man gjennom overløp kan slippe eventuelle

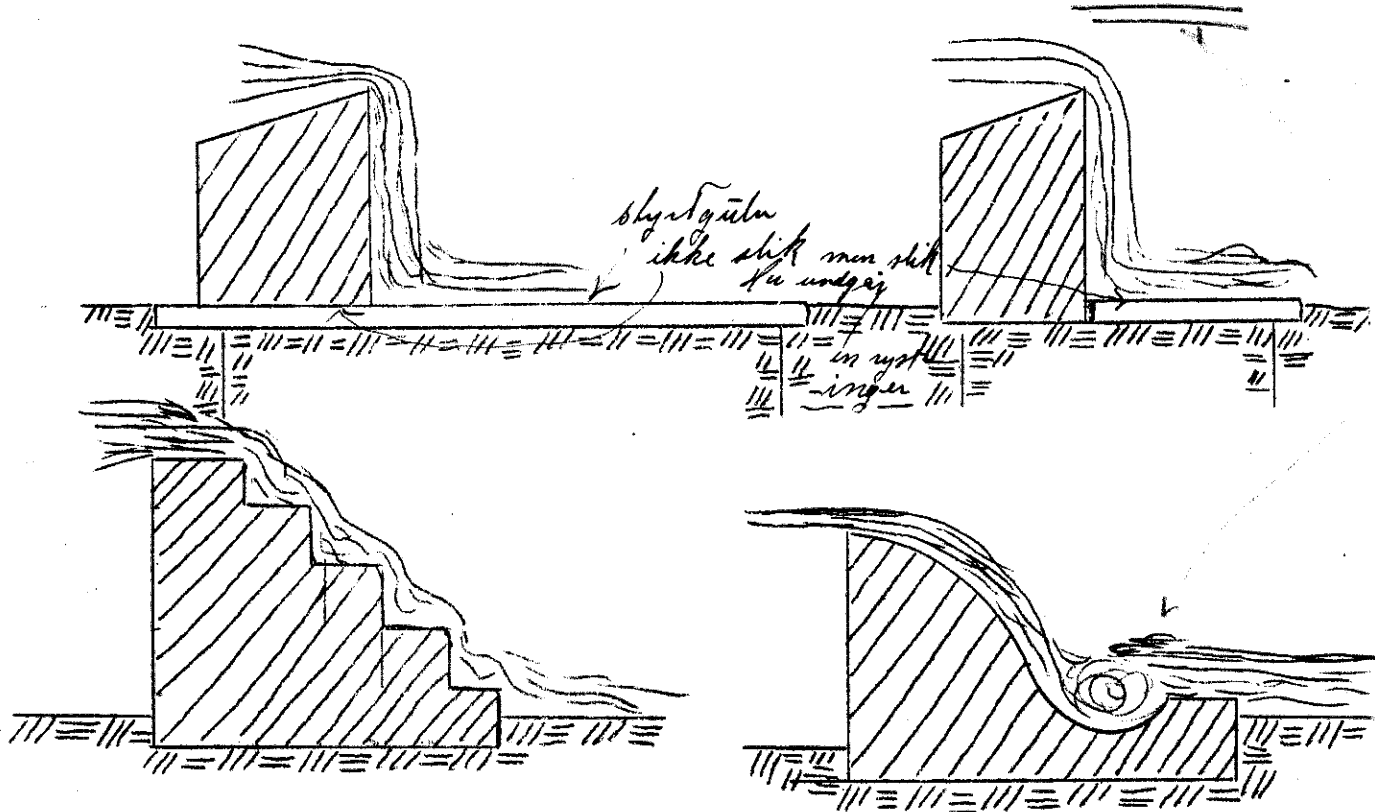


flomvannmasser videre.

Selve flomløpets størrelse beregnes etter formelen:

$Q = \frac{2}{3} \cdot \lambda \cdot b \cdot h \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ , med  $\lambda$  i middel = 0,66 (ved skarpkantet bred krone  $\lambda = 0,54$ , og ved godt avrundet krone uten sidekontraksjon  $\lambda = 0,83$ ).  $b$  = overløpsbredden og  $h$  = dybden fra vannspeilet til terskelen.  $h$  må måles minst  $3 \cdot h$  inn i magasinet, da vannspeilet nærmere dammen synker eftersom vannet får fart. Den ut over dammen styrrende vannmasse har en stor levende kraft, og der må sørges for at den ikke får adgang til å grave på dammens bakside. For å hindre dette kan anbringes et styrtgulv bak dammen, hvis bunnen her er løs. Gulvet må kunne motta de nedstyrtende vannmasser, og bør ikke bindes sammen med selve dammen, hvorved rystelsene ikke forplantes til denne.

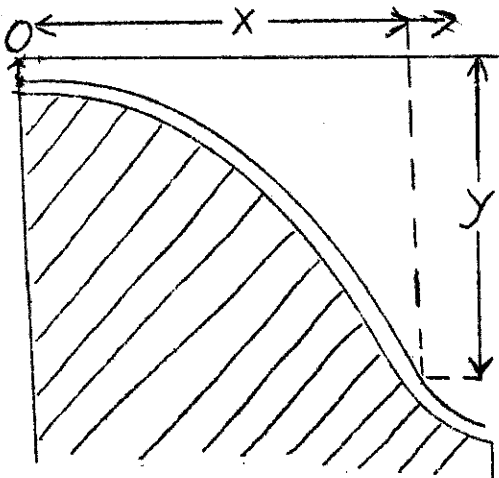
Baksiden av dammen kan utformes trappeformet, så overvannet styrter i små fall fra trin til trin, eller der kan ved damfoten på baksiden være utbygget en liten vannbeholder, så de nedstyrtende vannmassers kraft blir brutt mot den der værende vannpute.



Et overløp formes dog nūtildags gjerne efter den kūrve den nedstyrtende vannmasse vilde beskrive ved å slippes fritt ut i luften fra dammen.

Kalles vannhastigheten  $V$ , vil en partikkel efter  $t$  sekund ha beveget sig  $x = V \cdot t^m$  i horisontal retning efter å ha forlatt punkt 0.

Samtidig vilde tyngdens accelerasjon ha bevirket fallet

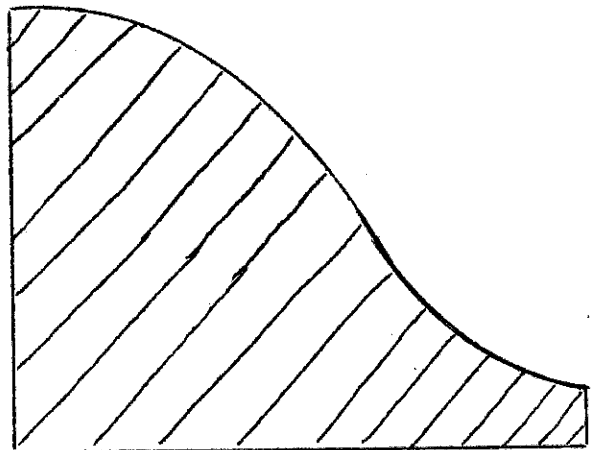


$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$  i vertikal retning. Kurvens form fås av ligningen  $y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{v^2}$ , og kan følgelig konstrueres op, idet  $v = \frac{Q}{F} = \frac{2/3 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}}{b \cdot (0,7 - 0,8 \cdot h)}$

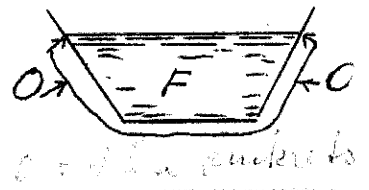
De 20 - 30 % reduksjon av overløpets høide h kommer av at vannspeilet har senket sig så meget i selve overløpet.

Ved damfoten tvinges vannmassen ved hjelp av en kontrakurve, så den forlater overløpet med horisontal bevegelsesretning. Overløpets bakside bør på grunn av den store slitasje helst steinsettes og med anvendelse av særlig fet mørtel (1 : 2). Eventuelt støpes i minst 20 cm. tykkelse av en riktig fet betong (1 : 1½ : 2½).

For trafikken føres gjerne en bro over overløpet, enten i ett spenn, eller overløpet er delt op i seksjoner ved hjelp av bukker eller pilarer. Hvor dammen skal stenge i et fløtningsløp, kan det bli nødvendig å bygge en fløtningsrenne til forbi-transport av tømmeret. Disse



legges helst med fall 1 : 15 - 1 : 20, gis en vanndybde på 0,5 m., og det regnes å gå 3 stokker ved siden av hverandre på 1 meter bredde. Rennens kapasitet regnes å være halvparten av det absolutte maksimum, når rennen går full av stokker. Vannhastigheten blir regnet efter  $v = k \cdot \sqrt{R \cdot I}$ , og k kan settes = 50. R = F/O og I = h/l, eller fallet pr. lengdeenhet. Inntaket til rennen føres gjerne gjennom en sliss i dammen. Den gjøres ofte litt bredere enn rennen bakenfor, og kan stenges ved en luke på vannsiden. Skal fløtning kunne skje ved forskjellig vannstand, bør inntaket kunne heves og senkes med denne. Åpningen i slissen under rennen stenges i så fall ved en luke som ligger under og er festet til rennen således at den følger dennes bevegelser.



Rennen føres så langt at tømmeret slippes i elveløpet bakenfor dam-

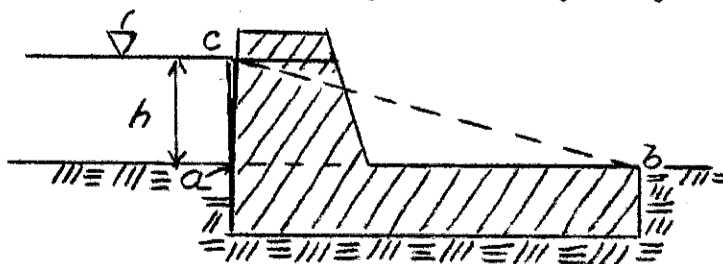
men. Rennet blir bygget op på bukker, og forat denne underbygning skal bli billigst mulig, tas den almindelig ut ved en av dalsiderne.

Skal dammen tjene som inntak for rørledning eller kanal, må disse føres gjennom dammen uten fare for lekkasje, samt utstyres med luker til avstenging av gjennomløpet, varegrinder til rensing av vannet for større flytende gjenstander, avstengbare rum foran luken, så denne kan tørrlegges, d.v.s. alt som kan tjene til sikring for de tilknyttede anlegg (kraftstasjon, vannverk e.l.).

Enn videre kan det være tale om en liten med bjelker avstengbar forsenkning av damkronen, som fører litt under vannspeilet og som tjener til utstyrning av isflak, samt til beskyttelse av fiskeinteresser, anlegg av fisketrapper og ålerenner. Til forbi-transport av skib, tømmerflåter o.l. utstyres dammen eventuelt med sluser.

En av de viktigste oppgaver i dambygning er å forhindre at vannsig under dammen forårsaker skade. Er der fast fjell uten sprekker i damstedet, er oppgaven forholdsvis enkel å løse. Jo mer gjennomtrengelig bunnen er, desto større forsiktighet. Særlig må man på løs bunn ta spesielle forholdsregler.

Vannet vil her trenge ned i bunnen med et trykk svarende til høiden op til vannspeilet. Strømhastigheten under dammen vil innstille sig sådan at dette trykk medgår til den levende kraft i vannet samt friksjonsarbeidet på veien fra dammens forside til bakside, hvor vannstrømmen kommer op i dagen uten overtrykk. Blir vannstrømhastigheten så stor at vannet begynner å rive med sig finpartiklene, vil der snart dannes sig årer med mindre motstand, d.v.s. større vannhastighet og dermed igjen større gravende evne. Resultatet vil være at vannmassen bryter sig løp under dammen. Avsettes dette strømmende vanns overtrykk (det hydrodynamiske trykk) fra en horisontal



linje a - b, vil trykkdiagrammets øvre begrensningelinje b - c, den såkalte hydrauliske stigningslinje, angi faren for undegraving. Da den absolutte høideforskjell h mellom b og

c er kjent, blir det jordarten som bestemmer den lengde som vannet må tilbakelegge under dammen, d.v.s. den hydrauliske stigningslinjes

steilhet. Denne nødvendige veilengde kan bestemmes av formelen:

$l = c \cdot h$ , hvor  $l$  er veilengde,  $h$  trykkehøide og  $c$  er en erfarings-

koeffisient. For mudder og nilsand (Nilen) .....  $c = 18$

" glimmerholdig fin sand (Colorado-  
river og Himalayelv) .....  $c = 15$

" grovkornet sand (Central- og Syd-  
India) .....  $c = 12$

" sand med singels og rullestein ...  $c = 5 - 9$

Disse erfaringstall er stillet op av den amerikanske ingeniør W. G. Bligh efter undersøkelser særlig av dammer i India (helt dykket overfallsdammer) og Egypten (lukedammer) med opdemningshøide 3,6 - 4 meter.

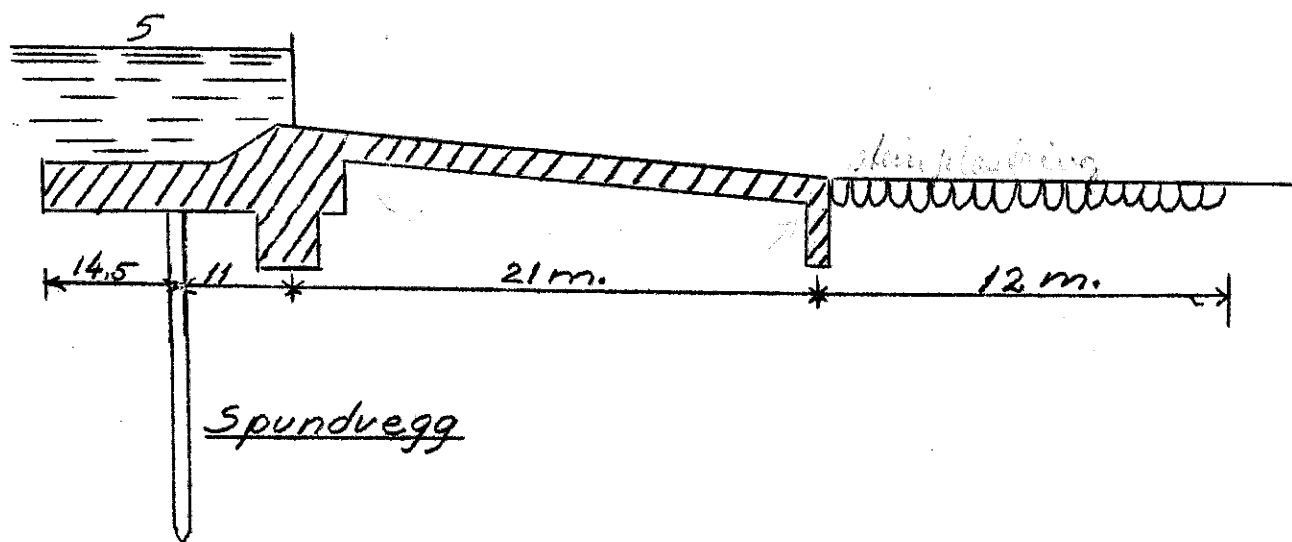
Den nødvendige damlengde fås ved at selve dammen gis den nødvendige utstrekning eller ved å legge et gulv i forbindelse med dammen. Dammens vekt er gjerne minst  $1/3$  større enn vanntrykket fra undersiden. Legges en del av gulvet ovenfor dammen, vil det der kunne gjøres betydelig svakere, da vanntrykket på begge sider blir omtrent like stort. Det gjøres f.eks. av 1,2 - 1,5 m. tykt leirlag plastret med stein.

Veilengden kan kunstig økes ved under og i forbindelse med dammen å anbringe vertikale mūr- eller spundvegger. Vannet vil følge med og op langs disse istedenfor å gå den kortere vei gjennom jorden. Er der flere vegger, må minste avstand mellom disse være to gange veggens dybde, hvis de skal virke som ovenfor nevnt. Köehn anfører at halvparten av trykkehøiden bør nøytraliseres ved mūr-klosser eller spundvegger, mens resten må optas gjennom fundamentets lengde.

Det bør sørges for en spundvegg på baksiden av dammen for å hindre undervasking fra nedstrømssiden, likesom der bør anbringes et gulv et stykke nedenfor dammen og nedenfor dette igjen en steinplastring. En dam på løsbunn kan også ha en steinfylling bakenfor istedenfor gulv. Overløpet vil da arte sig som et lengre stryk. Straks efter byggingen vil der gå en del vann gjennom steinfyllingen, men de faste partikler som følger med vannet vil litt efter litt gjøre fyllingen tett. På grunn av synkningen må gjerne efterfylles litt og avslutter man arbeidet med steinplastring, vil man få en god dam. Der må ikke regnes med den del av fyllingen som ligger foran dammen, når man skal bestemme lengden ( $l = c \cdot h$ ). Der regnes med 50 % hulrum ved

vektsbestemmel sen (1/3 større enn trykket nedenfra).

Eventuelle spundvegger må ikke avbryte murverket. En i India nu meget brukt type ses av følgende figur. Den gir lite undervannsarbeid og krever lite masse, men gir vannet en stor hastig-



het, så der må sørges for god beskyttelse mot undervasking nedenfor dammen.

Faste dammer.

A. Mur- og betongdammer.

Den teoretisk riktige form for en massiv dam er trianglet med toppunktet i vannspeilet. Skal ikke hvelvvirking tas til hjelp, må damtverrsnittet gis sådan dimensjon at dammen gjennom sin vekt alene motstår vannets trykk med tilstrekkelig sikkerhet. Man får en såkalt "Gravitasjonsdam".

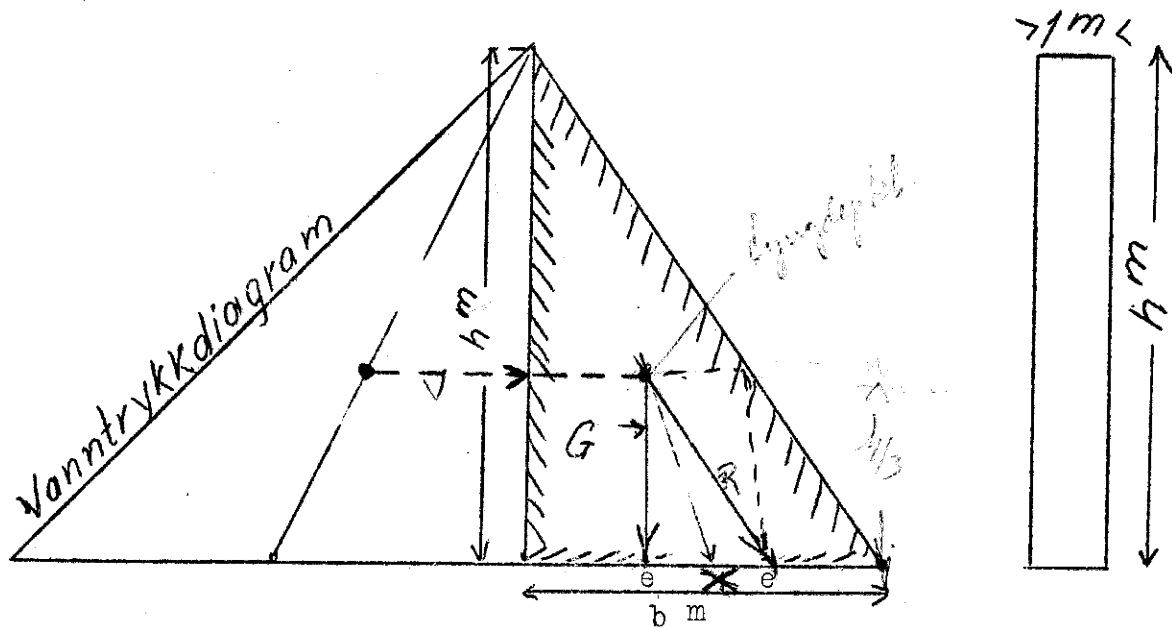
Man forlanger gjerne 1) dobbelt sikkerhet mot velting, 2) at det ikke noe sted oppstår større spenning enn tillatelig, og 3) at friksjonsvinkelen ikke overskrides.

1) Har man triangelformen med toppunktet i vannspeilet, loddrett forside, damhøide  $h^m$ , bunnbredde  $b^m$  og egenvekt på vann og dam henholdsvis  $j_v$  og  $j_m$ , fås når man betrakter en damlengde = 1 m. Vanntrykket  $V = \frac{h^2}{2} \cdot j_v$  virker horisontalt i høiden  $h/3$  over grunnen.

Damseksjonens vekt  $G = \frac{b \cdot h}{2} \cdot j_m$  virker vertikalt i avstanden  $2/3 b$  fra tverrsnittets bakre omdreiningspunkt.

Stilles nū op ligningen for veltingsmomentet (med dobbelt sikkerhet) fås:  $j = j^s = \text{sp.v.}$

$$2 \cdot \frac{h^2}{2} \cdot j_v \cdot \frac{h}{3} = \frac{b \cdot h}{2} \cdot j_m \cdot \frac{2}{3} \cdot b, \quad h^3 j_v = b^3 j_m$$



$$h^2 \cdot j_v = b^2 \cdot j_m ; \quad b = h \cdot \sqrt{j_v/j_m}$$

Settes  $j_v = 1$  og  $j_m = 2,2$ , fås  $b = \underline{\text{ca. } 0,67 \cdot h}$ . Konstruerer man resultanten R som diagonalen i parallelogrammet med V og G som sider, ser man at den skjærer bunnfugen i avstanden  $b/3$  fra bakre begrensningsspunkt.

2) Ved såvel tom som full dam vil resultanten av de op tredende krefter gå gjennom et av tredjedelspunktene, og regnes ved full dam bare med vertikalkomponenten, blir resultantkraften i begge tilfelle  $= G = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h \cdot j_m$ . Den bunnflate hvorpå dette trykk optrer er  $b \cdot 1$ . På grunn av eksentrisiteten  $e$ , blir spenningen (anstrengelsen pr. kvadratenhet) ved bunnlinjens to begrensningsspunkter:

$$\sigma = \frac{G}{b \cdot 1} \pm \frac{G \cdot e}{1 \cdot b^2} = \frac{G}{b \cdot 1} \left( 1 \pm \frac{6 \cdot e}{b} \right). \quad \text{Så lenge } 6 \cdot e/b \text{ er mindre enn } 1,$$

vil der ikke kunne op tre strekk i fugen, d.v.s.  $e$  er mindre enn  $b/6$ . Fugens 3-delingspunkter er således yttergrenser for resultantens beliggenhet, hvis der ikke tillates strekk. Dette forlanges gjerne i dambygging som sikkerhet mot sprekklaging. Derfor kan resultanten ikke noesteds tillates å komme utenfor dammens midtre tredjedel. På grunn av eksentrisiteten blir spenningene satt sammen av den jevnt fordelt  $\sigma = \text{kraft/tverrsnitt} \left( \frac{G}{b \cdot 1} \right)$  og den såkalte bøiningsspenning som forårsakes av momentet  $G \cdot e$  (flytning av en kraft parallell sig selv), kan skje når man til den rene kraftvirkning i det tilflyttede punkt legger innflytelsen av momentet: kraft x den flyttede avstand. Innfører man det såkalte motstandsmoment som er en funksjon av

tverrsnittet, (for rektangulære bjelker  $b \cdot h^2/6$ ) hvor  $b$  er bredden og  $h$  høiden), får man bøiningsspenningen i de ytre begrensningpunkter:

$$\sigma = \pm \frac{\text{momentet}}{\text{motstandsmomentet}} = \pm \frac{G \cdot e}{I \cdot \frac{b^2}{6}}$$

*S. 10-11*  
*σ = G/e*

Fortegnet  $\pm$  betyr at det blir strekk på motsatt side av tyngdepunktet som kraften, og trykk på samme side som kraften er. Selve formelen for den samlede spenning benyttes ofte i en litt omformet skikkelse:

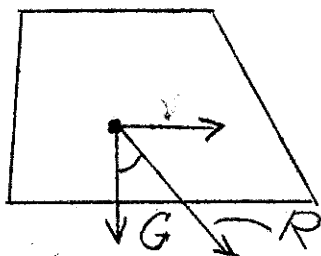
$$\sigma_1 = \frac{G \cdot (4 \cdot b - 6 \cdot a)}{b^2} \quad (\text{på trykksiden})$$

$$\sigma_2 = \frac{G \cdot (6 \cdot a - 2 \cdot b)}{b^2} \quad (\text{på strekksiden}),$$

hvor  $a$  er avstanden fra kraften til nærmeste begrensningpunkt. Er  $a$  mindre enn  $b/3$ , regnes  $\sigma = 2/3 \cdot g/a$ , idet man helst bortser fra den del av tverrsnittet hvor der oppstår strekk.

Avsetter man i en bestemt målestokk  $\sigma_1$  og  $\sigma_2$  loddrett nedover fra de respektive bunnlinjers endepunkter og trekker en rett linje mellom deres endepunkter, får man et trykkdiagram som i samme målestokk viser spenningen på hvilket som helst punkt på bunnlinjen. Foruten at man undgår strekk, forlanger man også at maksimum trykk ikke overskrider den tillatte spenning for såvel murmassene som bunnen i dammens fundamentgrav. Ved små dammer er det tilstrekkelig å regne med resultantens vertikalkomponent. Men ved større dammer må undersøkes i snitt loddrett på resultanten og med den virkende i full størrelse.

3) Det må også undersøkes hvorvidt resultantens retning i forhold til bunnfugens heldning rømmer noen fare for utglidning. Friksjonen må alene kunne holde dammen på plass, idet man bortser fra kohesjonen.  $V < G \cdot f$  ;  $V/G = \text{tg } \alpha < f$ .  $f = 0,67 - 0,75$ , hvilket



svarer til  $\alpha = 33 - 37^\circ$ . Triangelformen med loddrett vannside blir sjelden benyttet helt uforandret. Av hensyn til kronebredde legges der på en kloss med skrå eller vertikal bakside. Overgangen mellom klossens og dammens

fri bakside rundes gjerne av etter en cirkelbue. Dammens forside gis ofte, istedenfor den loddrette begrensning, stigning 50 : 1 - 10 : 1. Ved små dammer vil tverrsnittet være trapesformet, altså med rette

begrensningslinjer. Ved høie dammer derimot kan begge sidelinjer være rette, brukne eller sammensatt av rette linjer og kurver.

I alle tilfelle forlanges det at trykklinjen (forbindelseslinjen mellom skjæringspunktene for de forskjellige horisontallinjer og resultatanten av de over disse virkende krefter) ligger i midtre tredjedel for såvel tom som full dam. 13

Mens man ved små dammer greier sig med en enkelt resultatundersøkelse, må man ved høie dammer undersøke forholdet i forskjellig dybde under kronen, f.eks. for hver 2 m. øket dybde. Der undersøkes alltid med vannspeil helt op til damkronen. Hvis der trenger noe vann inn i dammen, vil dette bevirke et opadvirkende trykk, et såkalt bunntrykk på dammen, hvilket vil bringe trykkresultanten bakover i tverrsnittet. Da nettop overgangen mellom bunn og murmasse er et svakt punkt, må man i almindelighet gå ut fra at der optrer vanntrykk nedenfra. Ved drenering under dammen kan man svekke dette bunntrykk, men man får det neppe helt bort.. Ved en rekke dammer er sådant undertrykk direkte påvist ved manometre. Ifølge Engels Handbuch des Wasserbaues, Bind I, s. 645 kan man efter de hittil utførte målinger anta at:

1) Ved udrenert bunn fordeler vanntrykket sig efter et trapes med sidelengder lik fullt vanntrykk ved vannsiden og halvt vanntrykk ved luftsiden.

2) Ved drenert dambunn fullt vanntrykk ved vannsiden og null ved luftsiden (triangelformet diagram).

Mens der inne i dammen og hvor der intet hensyn tas til bunntrykket uavkortet fordres at resultatanten skal ligge innenfor midtre tredjedel, anfører Engels at der for bunnfugens vedkommende ved hensyntagen til bunntrykket er tilstrekkelig at: 1) trykket ikke overskrider det tillatelige, samt 2) at muren ikke glir.

Det siste kan man motvirke ved å la bunnen stige bakover, eller ved å senke dammen så dypt ned i fjellet (bunnen) at mottrykket fra den loddrette bunnvegg bak dammen hindrer forskyvning.

Ziegler har ifølge Engels, s. 647, eftervist ved tallrike eksempler fra ødelagte dammer, at disses svakhet har bestått i forminskelse av byggegrunnens motstand mot vanntrykket gjennom an-



grep av trykkvann.

Hvor det på damstedet er særlig streng vinter, kan det i vannspeilhøyden opstå et betydelig istrykk som må tas i betraktning ved dammens stabilitetsundersøkelser. Ifølge A. Ludin: Die Wasserkrafte, Bind II, s. 936, har der opstått et virksomt istrykk på 40 - 75 tonn pr. 1 m. dam. Det kan imidlertid for en stor del motvirkes ved i hvert fall i dammens øvre del å ha en slakt skrånende vannside. Det kan også måtte tas hensyn til trykk fra jordfylling foran dammen.

Vinden kan øve innflytelse dels gjennom bølgeslag som særlig er farlig for tynne murer, og dels ved å stuve vannet op mot dammen. Utstrekningen av magasinet i utpreget vindretning kan bevirke ekstra overhøide av damkronen for å hindre at bølgeslag under opstøving f.eks. skal skylle over kronen på et sted hvor der kan skje skade.

Hvelvdammer beregnes i motsetning til gravitasjonsdammer å motstå vanntrykket gjennom hvelvvirkning. Ved særlig tynne hvelv kan man se bort fra dammens virkning gjennom sin egen tyngde og regne den helt som hvelv. Trykket pr. flateenhet i et vertikalt snitt gjennom bucentret finnes av ringspenningsformelen:

$$\frac{\text{Vanntrykk} \times \text{bueradius}}{\text{buetverrsnitt}} = \text{spenning. } \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Hvelvdammer som krever god støtte i dalsiden, er særlig gunstig for kortere dammer. Radien for buen er ofte 0,8 - 1 gange kordelengden.

Foruten at der er laget en rekke hvelvdammer med bare ca. 50 % sikkerhet som gravitasjonsdam, er der også laget mange dammer utelukkende under hensyntagen til hvelvvirkningen. Særlig har den engelske ingeniør Wade i Ny-Sydwalet vært en dristig foregangsmann på dette område. En amerikansk dam: Six-mile-Creek lukker en 30 m. bred klippeslukt. Den har 20,5 m. radius, 2,4 m. maks. tykkelse, og beregnes for 27 m. opdemning. Av hensyn til den 3 km. nedenfor liggende by Ithaka, blev den dog bare ført op i 10 m. høyde. Den beregnede hvelvspenning var 20 kg/cm<sup>2</sup> med et bunntrykk på grunn av egenvekt = 7,4 kg/cm<sup>2</sup>. I disse hvelv har det tildels vært anbefalt å legge inn jern til motvirkning av lokale sprekkedannelser.

U t f ø r e l s e .

Kan man få ført dammen ned på fjell, renses dette for jord i den utstrekning at intet mer kan rase ned i den utsprengte fot. Gruben føres ved forsiktig sprengning så dypt ned i fjellet at frisk, tett og bæredyktig grunn nås, hvorefter denne spyles ren for finpartikler. Av klangen av et nedfallende spett kan man høre om der er fast fjell. Eventuelle sprekker i fjellet må gyses omhyggelig igjen med fet cementmørtel, likesom der over hele damfoten legges et lag av fet blanding, f.eks. 1 : 2 eller 1 : 2 : 2, hvorpå selve mur- eller *bet med avgang mellom sten og sliss bli utest.* betongmassen bringes på plass. Det må herunder nøie påses at binde- midlet ikke blir uroet ved transport eller arbeide i den tid det tren- ger til å bli hårdt. Er der en kilde i damstedet, lages om denne en trang kum med røravløp ut av dammen. Fra kummen føres f.eks. et 4" *lakum.* rør vertikalt op gjennom murmassen. Når massen er hård, stenges av- løpsrøret igjen, hvorefter kildevannet stiger til likevekt nås, hvor- på kummen fylles igjen med ren cement. *Under vanns støpning?* For å senke bunnvannstrykket mest mulig er i enkelte dammer parallelt forsiden ført en eller to rekker med vertikale drenrørstenger fra fjellet op i et horisontalt samlør med avløp på baksiden. I andre er anbragt en eller flere bak hverandre liggende horisontale drenrørstenger enten helt nede på fjellet eller et lite stykke oppe i dammen. Disse rør gis også avløp bakover. Av hensyn til vannsaget under dammen bør slissen mellom fjellet og dammen (foran og bak damfoten) støpes eller mures omhygge- lig igjen. Ved store dammer har man også helt op til kronen innstøpt en rekke vertikale drenstrenger parallelle og like bak forsiden (vannsiden). Disse skal tjene til å tørrlegge selve dammassen og fø- res ofte ut i en inspeksjonstunnel, hvorfra avløpet føres. Derved kan større lokale lekkasjer påvises og repareres i tide. For å få minst mulig vann inn i dammen utføres forsiden særlig omhyggelig og av det beste materiale. Ofte gis betongdammen en særskilt klødning med naturstein eller en særskilt tett puss og overstrykes med tett- ingsvæsker. Ved murdammer legges gjerne bruddsteinen uregelmessig i en meget våt betongseng (støpebetong), f.eks. 1 : 3 : 5, og der sør- ges for at alle fuger er godt fylt. Der kan dog også anvendes tørrmur hvor man har særlig god byggestein. Disse forbindes da ofte innbyr- des med jernklammer, og det må på vannsiden sørges for en særskilt

tetting. I stillestående vann kan anvendes en jordfylling. Ved mindre dammer kan spekning anvendes, og det er benyttet plankelag samt betongkaker.

De til dammen påtenkte materialer må undersøkes omhyggelig før anvendelsen. God murstein finnes sjelden. Den bør kunne kiles. Steinbruddet bør av hensyn til omkostningene ikke ligge langt borte fra damstedet. Selve steinen må være motstandsdyktig mot såvel trykk som forvitring. Lar man steinen ligge over en vinter utsatt for frost, ses lettere sletter. De beste steiner legges ytterst i dammen.

Til kult og pukk velges også helst stein av de sterkeste steinarter. Sanden må være ren, særlig er humusinnhold skadelig (sandkornene er da gjerne overtrukket med en brunlig matt hinde). Glimmerholdig sand bør undgås. Selve kornene må være runde og av en sterk bergart. Best er en ujevn kornstørrelse med minst mulig hulrum (krever lite bindemiddel) og stor egenvekt. Cementen er vanlig langsomt bindende portlandcement som må tilfredsstillende statens forskrifter. Da norsk cement gjerne er mere å stole på enn utenlandsk, bør kun denne brukes, men la den ikke bli for gammel, utsett den ikke for fuktighet før anvendelsen, og la det ikke gå lang tid fra vanntilsetning til anvendelse, særlig i varmt vær. Under herdningen må beskyttes mot vannets fordampning, og helst vannes. En tilsetning av kalk (helst hydraulisk) eller "trass" øker støpens vanntetthet og er derfor å anbefale. Vannet som anvendes til blandingen bør helst være godt drikkevann.

Støpematerialenes godhet avgjøres ved å prøvestøpe små blokker som eventuelt kan bruddbelastet i en betongpresse med trykkmåler.

Da betongens godhet er sterkt avhengig av blandingen, må denne utføres omhyggelig. Best er blandemaskin. Håndblanding skjer på et tett tregulv ved at sand og cement først blandes til der fås en helt ensartet grå masse (minst tre ganger omkastning). Derpå tilsettes vann under omrøring, og endelig blandes pukken inn i massen. Før tilsattes bare så meget vann at konsistensen blev jordfuktig, så satsen efter å være kommet på plass måtte stampes tett. Nu anvendes ofte så meget vann at satsen såvidt glir ut av sig selv og

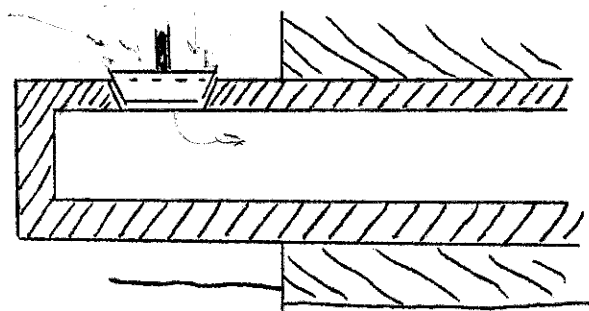
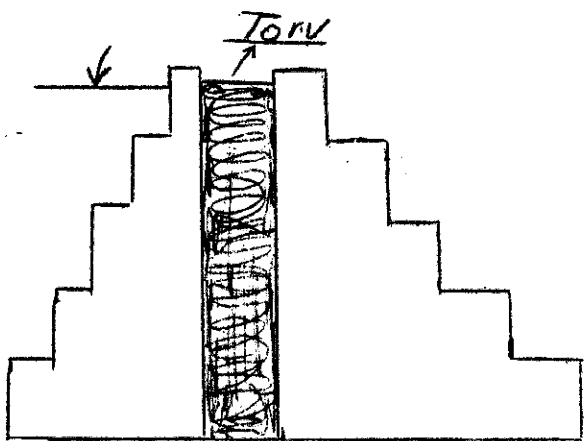
*Det lurt menn laget pukk og utstøpning i stein. Cementen kan også  
komme hit i samme rekke.*

fyller formen. Litt sammenklapping er dog fordelaktig også i siste tilfelle.

Blandingsforhold for betong i vann: 1 : 2,5 : 3. Over vann magrere, f.eks. 1 : 4 : 6 eller 1 : 5 : 7. Av prosent stein kan brukes op til 25 %, men helst ikke i tynne murer og ved stor påkjenning.

Ved frost bør arbeidet helst innstilles. Hvis arbeidet fortsetter etter lengre tids stillstand, bør murverkets overflate *for rakk slamlaget. Skrup det en en time eller to etter leggingen.* renses med vann og stålbørster, hvorefter gyses med cementvelling før muren føres videre. Skal stampebetong anvendes, legges der ikke tykkere skikt enn 20 cm. om gangen, og der må sørges for en omhyggelig gjennomført stamping. Ved murverk anbefaler Engels at man ikke skal utjevne bunnen med en tykk betongkake, da en omhyggelig muring gir en tettere tilpasning til sålens ujevnheter enn man får med betong. Enn videre tilråder han minst mulig gjennomgående liggefuger (E.S. 652).

En egen form for tørrmurdammer er de såkalte rosentorvdammer. I en avstand av 1 - 4 m. foran den egentlige murdam settes op en tynn dammur med loddsider mot den bakre mur. I mellomrummet anbrin-



ges et tettingslag av torv *slagger* (rosentorv), grubeavfall o.l. De bør som alle steindammer helst stå på fjell. Tapping foregår gjennom en muret kanal, hvori fra vannside er innsatt en mot vannet helt lukket kasse. I dennes over-side er der et hull som kan frigjøres eller stenges ved hjelp av en konnus, der reguleres fra damkronen gjennom en skrue eller vektstang.

#### R ø i s d a m m e r

er den enkleste form for en steindam, og utføres som en steinfylling med et eller annet tettings-skikt på forsiden. Anvendes gjerne på av-

sidesliggende steder. Steinfylling setter sig, så en betongkake vil sprekke. Flomløpet gjøres helst som tunnel ved siden av dammen, men kan også formes som et langt stryk. Er bunnen løs, kan der føres en tynn mur eller betongvegg ned til fjell (tettingskjerne) og med støtte av steinfylling på begge sider. Vekten av steinfylling på løs bunn må, som ved alle dammer på jord, være minst 1/3 større enn bunntrykket. og må regnes med 50 % hulrum. Kfr. for øvrig "dammer på løs bunn".

Jernbetong er også anvendt i dammer, idet man har delt op dammen i seksjoner ved hjelp av bukker på hvilke jernbetongplater er lagt op. Tilstrekkelig stivhet mot vanntrykket kan fås ved å fylle jord eller stein i celler mellom bukkene, men almindeligst er å legge platen så meget på skrå at vanntrykket selv klemmer dammen fast mot underlaget. Resultanten gjennom midten av underlaget, fundamentet. Den siste type går gjerne under navnet "Ambursendam". Står denne på løs bunn, må bukkene føres op på en jernbetongbunnplate som optar bunntrykket samt sørger for tilstrekkelig veilengde for vannstrømmen under dammen. Spundvegger anvendes selvsagt også her. Ambursendammenes hovedfordeler er: Lite materialforbruk, rask byggetid, grei utførelse med hensyn på grunnens tørrlegging og vannets forbiføring, opheving av istrykk, idet isen glir opover den skrå flate, samt at utettheter og feil lett kan opdages og utbedres. Særlig den siste egenkap synes å veie tungt til fordel for Ambursendammen, idet massive betongdammer, selv om de er tette til en begynnelse, meget ofte efter noen års forløp viser sig å slippe vann igjennem, og å stoppe lekkasje gjennom en gravitasjonsdam er ikke så helt liketil. (Kfr. Tekn. Ukebl. 1925, nr. 16).

*Temperaturutvidelsesfugen.*

Delitasjonsfuger anvendes undertiden som beskyttelse mot sprekkdannelse på tilfeldige steder, når dammen i kulde trekker sig sammen. Lengdeforminskelsen  $\Delta l = \alpha t \cdot l = \frac{\sigma \cdot l}{E}$  (Hookes lov). Strekket pr. flateenhet i tverrsnittet  $\sigma = \alpha \cdot t \cdot E$ , hvor  $\alpha$  = varmeutvidelseskoeffisient = ca. 0,000012, E = elastisitetskoeffisienten = ca. 143000 og t = temperaturfallet. Kan muren på grunn av friksjonen i damfoten ikke følge med i sammentrekningen og man regner strekkfastheten = 20 kg/cm<sup>2</sup>, vil sprekkedannelsen skje så snart temperaturfallet blir over  $t = \frac{20}{0,000012 \cdot 143000} = \text{ca. } 11,6^\circ \text{ C.}$

Da murstøping oftest utføres i en varm årstid, må der

sørges for enten en bueform som delvis tillater en sammentrekning, innlegg av jern til å ta op strekket, eller opdeling i så korte lengder at disse har adgang til å trekke sig sammen. Ved Oliver Bridge-dammen (New York) 27,5 m. seksjoner. Ved små dammer kortere (10 - 15 m.). I massivdammer bør fugens vegger gripe inn i hverandre med fortanning, og tetthet mod vannsig kan fås ved en dobbeltnot fylt med en plastisk asfalmørtel, eller man kan anvende en fjerende, vertikal bølge- eller Z-formet kobberplate. Fugen kan dannes ved at man først støper op den ene seksjons vegg, hvorpå denne smøres inn med fett, så ikke den neste seksjons støpemasse biter sig fast. Ved Ambursendammer kan f.eks. dilatasjonsfuger lages over hver annen eller tredjehver bukk.

### J o r d d a m m e r .

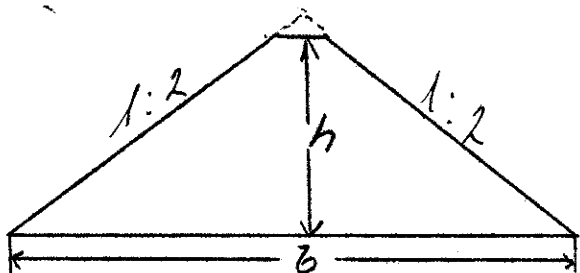
Den beste jord til fremstilling av et tett damle-  
ge me er en blanding av sand og leire. Ludin (s. 991) foretrekker 50 - 60 % sandinnhold. Ifølge Engels (I s. 634) gir leire tilsatt 15 % sand den største fasthet (Schelten) og samme steds er gjengitt efter Wollny:

- 1) Selv små mengder leire forringer meget sterkt sands gjennomtrengelighet.
- 2) Større leirtilsetning enn 30 volumprosent er uten betydning for vanngjennomtrengeligheten, og
- 3) 10 - 20 % sand tilsatt leire gir største tetthet.

En for fet jord har lett for å danne sprekker. Alle bestanddeler av organisk oprinnelse bør søkes undgått.

Sin form får dammen ved at skråningene gjøres 1 : 2 (undertiden slakere på vannsiden) og kronebredde 3 - 5 meter.

Da en triangelformet dam får en vekt:  $(j_j - j_v) \cdot h \cdot b/2$  og vanntrykket i horisontal retning er:  $j_v \cdot h^2/2$ , må, når  $f$

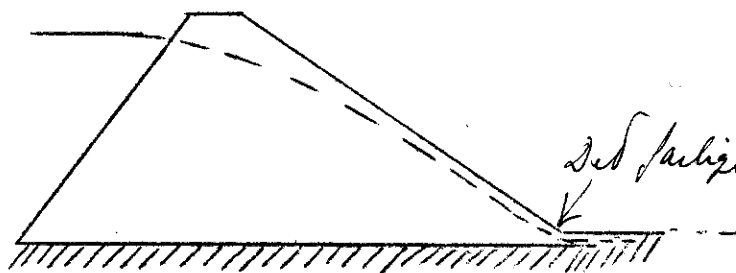


er friksjonskoeffisienten, minst  $f \cdot (j_j - j_v) \cdot h \cdot b/2 = j_v \cdot h^2/2$ . Er  $f = 0,5$ ,  $j_j = 1,5$  og  $j_v = 1,0$ , blir  $b = 4 \cdot h$ , d.v.s. skråningen

1 : 2 og ingen kronebredde.

Det blir derfor i almindelighet tettheten som av-

gjør dammens godhet, og der må sørges for at det grunnvannspeil som alltid dannes i jorddammer, ingensteds kan komme frem på dammens bakside. Særlig farlig er overgangen mellom skråning og jorden bak dammen, idet det synkende grunnvannsspeil på dette punkt allerede får et slakere fall, idet overgangen skal dannes til det horisontale vannspeil bak dammen. Det er derfor anbefalt å formidle overgangen



gjennom et slakere fall og heller innskrenke krone-

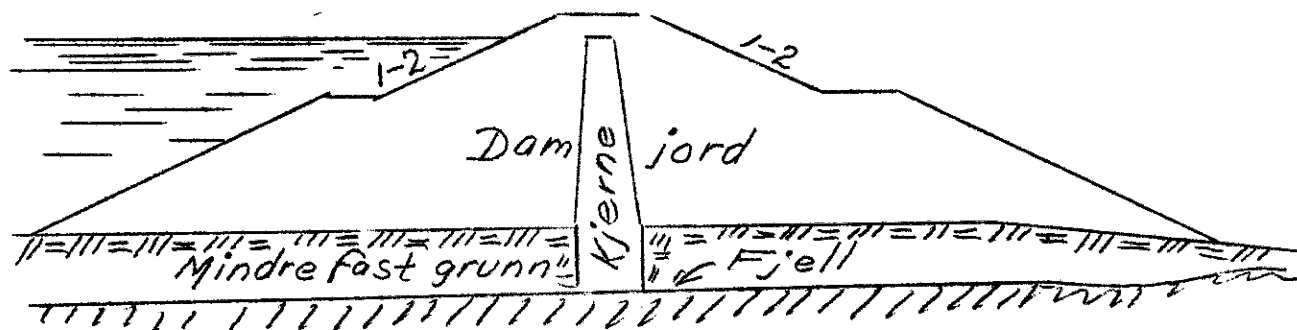
bredden. Undertiden dreneres dammens bakside, og

særlig da dennes fot som

sikkerhet mot at vannet skal bryte sig frem i dagen (grunnvannsspeilet senkes).

For å forhindre vannangrep på jordskråningen, beskyttes denne ofte med en steinklødning eller et dekke av betongplater på vannsiden. På baksiden anbringes ved høie dammer renner til å opfange regnvannet.

Er ikke damjorden ugjennemtregelig nok, må der sørges for ekstra tetting. Der legges da enten en klødning på dammens forside, eller der settes inne i dammen en vertikal såkalt tettingskjerne. Disse tettingslag kan gjøres av leire, betong, jernbetong eller murverk. Særlig i tilfelle kappe av leire må denne beskyttes omhyggelig mot tilfeldige skader. Utføres kjernen som en hul jernbetongkasse, og man gjennom rør i bunnen slipper ut det vann som trenger gjennom veggen på vannsiden, er man sikret mot at lekkasjevann trenger inn i dammens bakre jordmasser. Dessuten blir det ikke adgang til inspeksjon inne i kjernen, eventuelt kappen eller kjernen må føres ned til en undergrunn som byr tilstrekkelig sikkerhet mot undervasking. - Fig. viser en jorddam med tettingskjerner.



Efterat mathord og eventuelt gjennemtregelig jord er fjernet i tilstrekkelig dybde, føres damjord på i nødig over 15 cm. tykke lag, som under vanntilsetning stampes eller valeses til den ønskede tetthet. Der kan regnes med 0,5 m<sup>3</sup> stampet damjord pr. arbeidstime. Da dammens tetthet avhenger av stampearbeidet, må dette påses godt utført. En valsing med trommel som har en riflet overflate er heldig for en god forbindelse med det neste lag. Ved dampvalse har vært anvendt en valsevekt av 2 kg/cm<sup>2</sup> bæreflate. I Amerika har man hver forholdene har tillatt det, spylet jordmassene ut med vannstråler og ledet jordvellingen i renner med minst 3 - 4 % fall inn på damstedet. Her utfelles jordpartiklene i en klarekum som dannes ved at sideskråningene på forhånd forhøies ved hjelp av små jordvoller. Etter utfellingen tømmes vannet forsiktig ut og ny velling ledes inn i klarekummen. Det har vært brukt fra 50 l/sek. ved 30 m. vanntrykk ved dyse, men det angis at det beste resultat fås ved 70 - 105 m. trykk og 280 - 450 l/sek. pr. dyse. Virkningsgraden er etter jordarten 15 - 30 % (Ludin s. 1003).

Da jord i fylling alltid setter sig, må enten dammen gis en overhøide (ca. 1/20 av dammens høide) eller der må foretas en etterfylling ved hvilken der må sørges for god forbindelse mellom den nye jord og den som allerede har satt sig.

Vannet må under ingen omstendighet slippes over kronen og nedover den ubeskyttede bakside av dammen. Derfor må der sørges for tilstrekkelig overløp for største flomvannmengde, uten at vannstanden stiger til kronen. Dette nødvendige overløp må alltid være åpent. Det utføres i mūr eller betong. Overløpsvannet må heller ikke bakfra kunne angripe jordfyllingen. Alle rør og lukegjennomføringer må være utført slik at der ikke blir lekkasje langs veggene.

#### D a m m e r a v t r e .

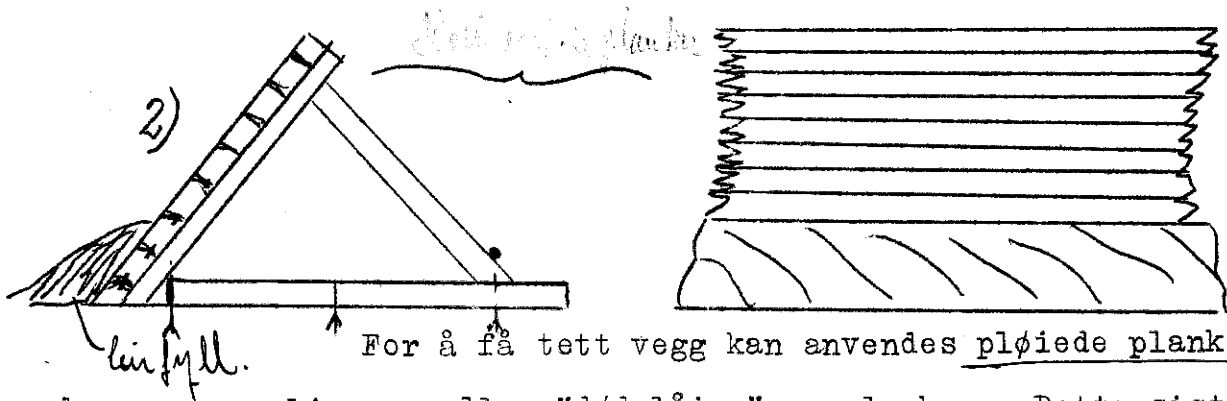
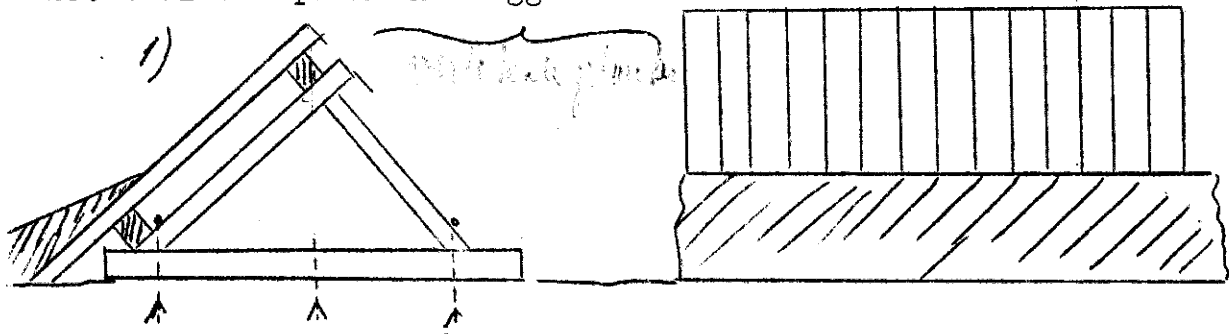
I egne med billig adgang til trevirke kan det ofte bli tale om å anvende dette materiale til dambygning. Særlig vil det bli brukt til mere provisoriske dammer med liten opdemningshøide. Blir dammen stadig under vann, kan den bli meget gammel, selv om den er laget av tre. Skal den være avvekslende våt og tørr, råtner den etter få års forløp. Blir en del av dammen stadig under vann, mens



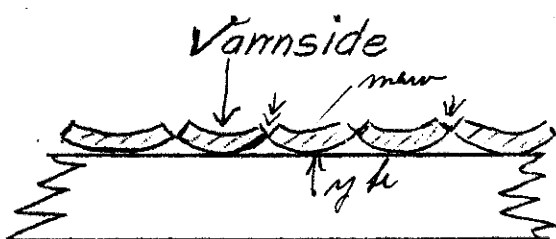
resten er avvekslende over og under vannspeilet, bør den del som lett råtner lages for sig, så den kan fornyes uten at hele dammen behøver å bygges om.

Da tredammers tyngde er meget liten, må enten vanntrykket klemme dammen ned mot underlaget (skrå vannside), eller de må støttes ved forankring eller belastning med andre materialer.

Bukkedammen bygges op på samme måte som jernbetongdammer med en tett trevegg båret av loddrett på den stående bukker. Veggen gjøres gjerne av planker. Står disse op-ned, støttes de av horisontale puter, der igjen hviler på de vertikale bukker. Settes bukkene tilstrekkelig tett, kan de direkte bære plankeveggen, i hvilket tilfelle plankene legges horisontalt.



For å få tett vegg kan anvendes pløiede planker, under- og overliggere eller "dødslåing" av plankene. Dette siste består i at man ved hjelp av et flatjern presser inn en not i plankekanten, hvorefter ørene teljes vekk. Når plankeveggen blir våt, søker det sammenpressede materiale å utvide sig igjen og spenner derved kraftig mot naboplankene. Settes planker kant i kant mot vanntrykk, bør åpninger av den kileformede fuge mellom plankene (på grunn av plankenes krumme form) vendes mot vannet:



Derved vil ved lekkasjer åpningens lettere stoppes til ved hjelp av forurensninger i vannet. Bukkedammer passer best på fjell, og der må ved mose- eller leirfyll sørges for tetting

av bunnfugene. Overløpet frembringes ved en lokal senkning av kronehøyden. Ved anbringelsen av sidevegger kan forhindres at overløpsvannet kommer bort til bukkene.

Ved splintbelte festes bukkene til fjellet, likesom alle sammenhugninger sikres ved belter eller haker.

Er dammens forside vertikal må bukkens forreste stender forankres forsvarlig (se: Bukker i avsn. bevegelige dammer). eller skaffes belastning ovenfra. På løs bunn må sørges for bunn-

plate, styrtgulv og spundvegger. De sistnevnte kan også alene besørge små opdemninger, nødvendig over 1,5 meter. Veggen må slås så langt ned i jorden at den derved får støtte nok til å motstå vanntrykket. *Bukkens egnd. fundam. i vann*

Regnes med tillatt spenning på  $100 \text{ kg/cm}^2$ , blir nødvendig planketyk-

kelse i cm:  $d = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{h^3}$  når h er høyden i dm. fra jorden til

vannspeilet. Dybden i jorden må dessuten være tilstrekkelig til å

hindre undervasking. Hvor en enkelt spundvegg blir for svak, kan ned-

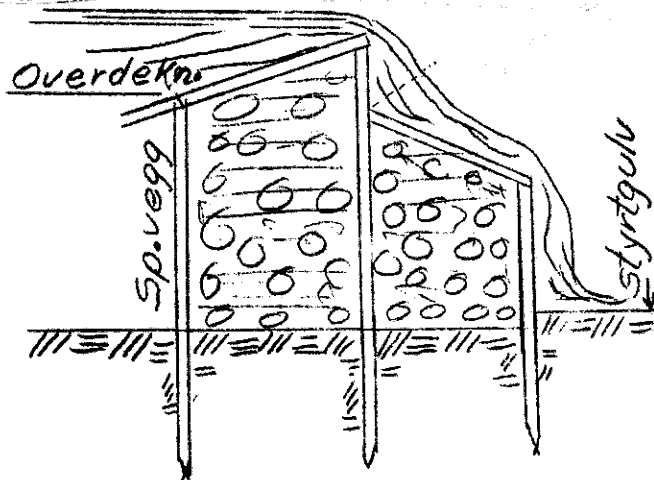
rammes to til flere stykker i innbyrdes avstand ikke under  $\frac{2}{3}$  av opdemningshøyden (Hütte III, s. 192, 22. oplag). Man binder disse sam-

men og fyller kassen med jord. Veggen må beregnes for kombinert vann-

og jordtrykk, og kan ifølge Hütte bruke formelen:  $d = 2,4 \cdot \sqrt{h^3}$ ,

hvor d er i cm. og h i meter.

Skal disse kassedammer gis overløp, bør de på dette sted overdekkes og i tilfelle sådan at eventuelt tømmer ikke får tak i enden på overdekningsmaterialet.



#### Lafte dammer

består av tømrede kasser fylt helt eller delvis med stein. Gjøres ikke veggen i kassens forside tett, kan tetting fås ved en ekstra plankevegg. Kassen kan gjøres kontinuerlig tversover elveløpet, eller der kan dannes

enkle kasser som støtter den foran liggende tette trevegg. Ved lange kasser forbindes langveggene med *mange* ekstra tverrvegger. Disse ligger på

skrå forat steinfyllingen bedre skal tyngje kassen ned. Kassene hug-

ges ofte sammen på land, sammenbindes med hakebelter, fløtes på

plass og senkes ved å fylles med stein. De gjøres så tunge at de står

Teste de med slam og <sup>21</sup> sand.

med egen vekt. Til ytterligere sikkerhet gjøres ofte vannsiden skrå, så bunnbredden blir 1 - 1,5 x høiden. *Brødder i høyde ca 2 m.*  
*I høye dammer legger man ofte forankringen dobbelt.*  
På fjell beltes kassene fast, og på løs bunn beskyttes mot undervasking.

Tredammer kan bli mange hundrede år gamle når materialet er godt og de stadig ligger under vann. Ved vekslende vannstand står de bare 20 - 30 år. Sand og grus må aldri anvendes som fyll direkte inntil treverket, da dette i så fall snarere råtner op. (Ekman: Skogteknologi, s. 339). Derimot vil leire være skikket til fyllmateriale, likesom torv er brukt i stor utstrekning.

*Under tiden bygges man tak over treverket. Skal det være vannløst over gjøres det helt over. Lag glideflate*  
Bevegelige dammer. *Se en vindgjer at tømme skubbet skal mot.*

Ved en bevegelig dam er gjennomløpsåpningen regulérbar. Derved fås innen visse grenser adgang til å regulere såvel vannspeilets høide som den gjennom åpningen slupne vannføring. Dammen får sitt navn etter de midler hvormed reguleringen skjer. De almindeligste typer er bjelkedammer og nåledammer, sjeldnere er valse-dammer, segmentdammer og klaffedammer og tillike kan efter bevegelsesmetoden utskilles opdriftsdammer.

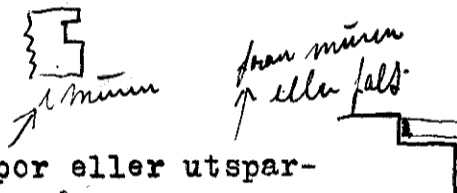
### Bjelkedammer

består av horisontale bjelker der senkes ned i spor eller utsparringer i siderne på de løp som skal stenges. *legges i skråning 1:5* Tross vanntrykket tiltar med dybden, gjøres av praktiske hensyn alle bjelker av samme dimensjon, og denne bestemmes av anstrengelsen i den dypest beliggende bjelke. Dimensjonen kan finnes efter følgende formel:

$$M_D = 1000 \cdot \frac{h \cdot b \cdot l^2}{8} = \sigma \cdot W, \text{ hvor}$$

- Trykket*  $M_D$  = bøiningsmomentet
- fast på bjelkebredden i kvadrattallet*  $b$  = bjelkebredden i cm.
- $h$  = vanddybden i meter
- $l$  = spennvidden i m.
- $\sigma$  = spenningen i kg/cm<sup>2</sup>
- $W$  = bjelkens motstandsmoment i cm<sup>3</sup>

For rektangulært tverrsnitt er  $W = b \cdot d^2/6$ , hvor  $d$  er bjelkens dimensjon i cm. loddrett vannsiden.  $\sigma$  bør for trebjelker ikke settes høiere enn 80 kg/cm<sup>2</sup>. *Det er trykket som vi må ha med hensyn. Lag bjelken kvadratisk*



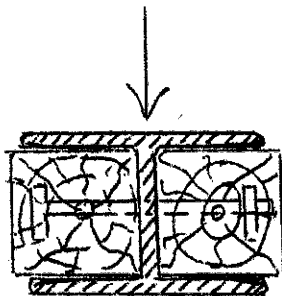
*Benyt vanntrykket etter bjelkeavviklingen.*

*Åpen da turarket kan som utfylling*

- 22 -

Blir trebjelken for svar, kan anvendes I-jerns bjelker med "steget" i vanntrykkets retning. Ved hjelp av påskrudde treforinger på begge sider fås tetting mot nabobjelkene. En del I-jerns

Nr.	Vekt	W
:	:kg. pr.	: cm <sup>3</sup>
:	: l m.	:
12	: 11,15	: 54,7
14	: 14,37	: 81,9
16	: 17,90	: 117
18	: 21,90	: 161
20	: 26,30	: 214
22	: 31,09	: 278
24	: 36,19	: 354
26	: 41,92	: 442



motstandsmoment, W, finnes av følgende tabell.

Jernbøiningspåkjenningen kan ved vannbyggingsarbeider settes til  $800 \text{ kg/cm}^2$ .

I begge ender er bjelken forsynt med til begge sider utstående pigger eller med ører, så man kan trekke bjelken op ved hjelp av hakestenger. Til disse siste kan være festet wire så heisingen kan utføres med bommer eller spill. Det må være like rask løfting i begge ender. I bunnen av løpet legges en tresville, hvis det er liten slitasje og lett å skifte den ut. Hvis ikke, kan der legges et U-jern med flensene ned. Som føringer ved større løp anvendes gjerne U- eller I-jern, forsvarlig festet til eventuelt murverk med ankere i 0,5 - 1 meter innbyrdes avstand og klinket til flensene avvekslende på begge sider. Ved mindre løp kan bjelkene gli på en ~~plate~~. Undertiden kan man utføre mindre opdemninger ved å sette jernstendere hed i gamle overløpskroner og støtte noen få bjelker mot disse.



Bjelkestengsler er sene å manøvrere og anvendes gjerne i løp som sjelden skal lukkes eller åpnes.

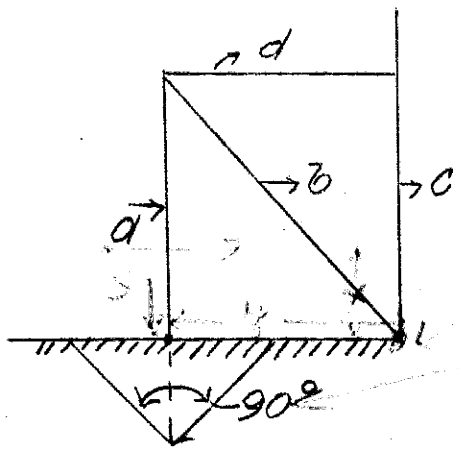
Ved

### l u k e d a m m e r

stenges løpene ved tavler eller plater, d.v.s. luker der går i spor eller føringer på samme vis som bjelkene. Disse kan sitte i sidene på pilarer eller dannes av faste eller bevegelige bukker, eller stendere. Bukkene optar såvel vanntrykket fra luken som trykket fra manøvreringsbroen, mens stendere nedentil støtter sig til terskelen og oventil støtter sig til broen.

Vanntrykket fra luken vil søke å velte bukken bakover. Derved oppstår strekk i stolpen "A" og trykk i streveren "B". Stolpen "c" får å bære halvdel av brobanen som ligger på puten "d". Den annen halvdel av brobanevekten må bæres av "a".

$a \cdot x = S \cdot y$



Strekket i "a" finnes ved å opstille momentet av vanntrykket med hensyn på bakre endepunkt av streveren. Dette moment holdes i likevekt av momentet av kraften i "a" med hensyn på samme punkt. "a" må forankres ved jern som føres ned i underlaget. Regnes med at ankret river med sig fra underlaget en kegle med 90° toppvinkel og høide lik forankringsdybden, skal vekten av

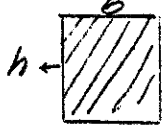
denne være dobbelt så stor som strekket i "a".

Trykkraften i "b" finnes på lignende vis ved opstilling av kraftmomentet med hensyn på "A"s fotpunkt. Streveren blir utsatt for knekning og kan beregnes ved formelen

$$P_{kn} = \frac{3,14^2 \cdot E \cdot I}{l^2} \quad (\text{Euler}) \quad \text{og} \quad P_{kn} = P \cdot (1 - a(1/i) + b \cdot (1/i)^2) \quad (\text{Tetmajr})$$

$P_{kn}$  er den trykkraft i kg. som frembringer brudd i streveren

$E$  = elastisitetskoeffisienten (100.000 for tre og 2.150.000 for flussjern).  $I$  = treghetsmomentet. (For rektangulært tverrsnitt



$$I = bh^3/12. \quad \text{For cirkeltverrsnitt: } I = 3,14 \cdot d^4/64. \quad \text{For jernprofiler finnes det i de tekniske håndbøker tabeller.)}$$

$l$  = streverens lengde i cm.

$P$  = den trykkraft i kg. som bevirker ren knusning av samme tverrsnitt, d.v.s. for tre:  $F \cdot 293$  og for flussjern:  $F \cdot 3800$ , idet  $F$  er tverrsnittet i  $cm^2$ .

$a$  for tre = 0,00662, for flussjern = 0,00368.  $b = 0$  for tre og jern.  $i$  = treghetsradien =  $I/F$

Den formel som gir minst  $P_{kn}$  må brukes, og streverens trykkraft må ikke være større enn  $P_{kn}/n$ , hvor  $n$  er sikkerhetsgraden, for tre = 10 og for flussjern = 5.

Som tilfeldig belastning på brobanen regnes 250 kg/m<sup>2</sup>, hvis det ikke må beregnes for en spesiell trafikk. Som tillatte spenninger regnes for tre 80 og for flussjern 800 kg/cm<sup>2</sup> ved vannspeil i kronehøide.

Bukkens knutepunkter må tillate en sikker kraftoverføring. Ved jernbukker brukes ofte knuteplater og nagler, ved

tre forsatter, haker, skruber og helst tømmerlås for såvel strekk som trykkoverføring. Bulldog og alligator (helst i galvanisert form) er begge vel skikket til bruk i bukkeforbindelser. Boltdimensjon og kraftoverføring pr. lås ses av følgende sammenstilling:

Boltdia- meter Tommer	Alligator					Bulldogg	
	Nr.	Diameter x høide Tommer "	Maks. opnådd prøve- last kg.	Kortva- rig be- lastning kg.	Tillatt belast- ning kg.	Dimensj. Tommer	Tillatt be- lastning kg.
3/8						3"	500
1/2	0	2 1/8 x 1	3080	850	750	3" 3 3/4" 4"	700 900 1300
5/8	1	3 x 1	4350	1200	1100	3" 3 3/4" 4"	800 1000 1500
3/4	2	3 3/4 x 1	6400	1800	1600	3 3/4"	1200
	3	4 1/2 x 1	7000	2000	1800	4"	1700
	5	4 3/4 x 1 1/4	9300	2600	2300	5"	2300
7/8	4	5 1/2 x 1	10300	2900	2600	5"	2500
	6	5 3/4 x 1 1/4	11900	3200	2900		
1	7	6 1/4 x 1 1/4	12500	3500	3200	5"	3000
5/4						5"	3500

Bukken kan utstyres med horisontalledd i fotpunktene, så den kan legges ned på overløpets krone, hvorved løpet kan bli kvitt de opstående bukker. Disse siste kalles i så fall "Fermette" eller "Poiree"ske bukker". Den samme frigjørelse kan fås ved å utføre de i løpet nødvendige lukeføringer av løsbare stendere som enten kan trekkes op eller svinges om ledd, så løpet blir fritt.

Mens broen ved "Fermette"-dammer tas bort etterhvert som bukkene legges ned, blir den stående ved anvendelse av systemet med de løsbare stendere, og må derfor dimensjoneres for det frigjorte spenn. For å kunne opta trykket fra stenderne kan broen utføres som et horisontalt fagverk. En sådan frigjørelse av løpet er av særlig betydning, hvor der foregår fløtning, idet man da kan undgå at en stokk legger sig på tvers foran løpet og hindrer gjennomfløtningen. For å hindre at flytende stokker kan komme inn mellom benene på bukken og bryte den i stykker bør disse klædes på sidene i vannspeilhøiden.

Lukene selv lages ved større anlegg ofte av jernplater støttet av horisontale profiljern sammenbundet i en profiljernsramme. Ved mindre anlegg lages de gjerne av tre, bordplanker eller bjelker etter vanntrykk og lukeåpningens bredde.

Trelukene holdes sammen ved hjelp av gjennomgående skruebolter, ved rammekonstruksjon eller ved labanker. Det må alltid sørges for at eventuelt jern ikke blir stikkende frem, om luken blir litt slitt.

Til manøvrering av luken brukes spill i forbindelse med tannstenger festet til luken, vågarmer eller bommer, og lukene må både kunne løftes og senkes eventuelt under fullt vanntrykk.

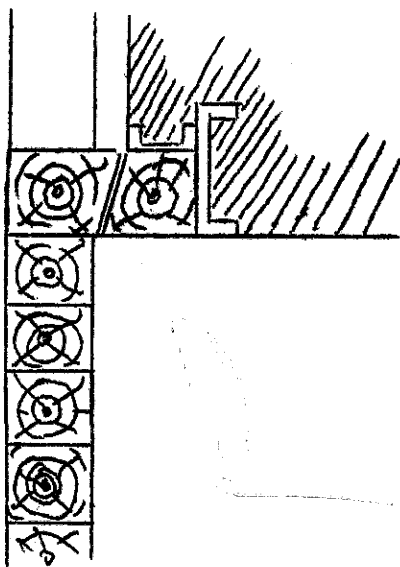
Den kraft som skal til for løfting er:

$$K = V \cdot f + G, \text{ og for senking: } K = V \cdot f - G.$$

$G$  = lukevekten,  $V$  = vanntrykket og  $f$  = friksjonskoeffisienten, hvis størrelse etter Heggstad kan settes:

for tre på stein .....	0,5	Foruten at optrekkskraften kan
" " " tre .....	0,4	forminskes ved foringer på gli-
" " " jern .....	0,35	debanen, kan også lukene deles
" jern " " .....	0,35	etter høiden. Der brukes da of-
" " " bronse .....	0,3	te særskilte føringer for hver
" bronse på " .....	0,3	luke, men der kan også bare
		brukes ett sett førings Skinner.

Av hensyn til rusting, kvister o.l. bør der kunne utvikles 100 - 150 % større kraft.

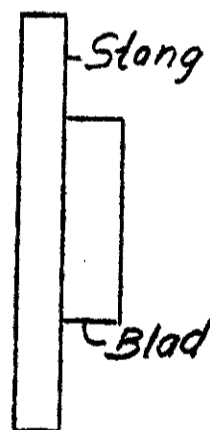
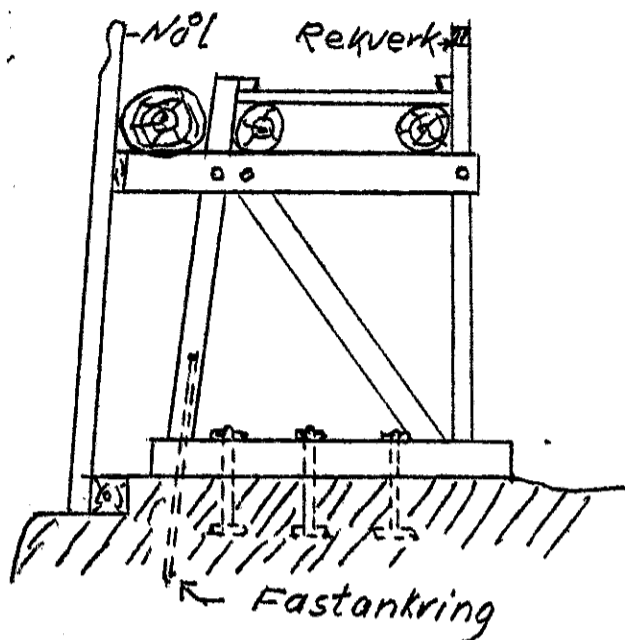


Nedentil støter luken mot en terskel som for bjelkedammer nevnt. Når ikke luken op over vannspeilet, må der også sørges for tetting mellom luken og åpningens overkant, f.eks. som vist på skissen, ved hjelp av to skråhugne stokker, en på luken og en festet til dammen.

Foruten disse såkalte glideluker has rulleluker, hvor valser eller hjul forårsaker rullende friksjon mellom luke og føring. (Stoney-luker på frittliggende valser.)  
*Ettersom skive jerns til skive, må en bruke null friksjon mellom skive luke. litt ut. så det blir rullende friksjon.*

### N å l e d a m m e r

består oftest av firkant - nåler - som nedentil støtter sig til en terskel i muroverkant og oventil ligger an mot en pute, ofte plasert på manøvreringsbroen. Se fig. Nålene gis ofte en stigning 5 : 1, da de (ellers) ved tom dam lett kunde stupe fremover, dersom de stod vertikalt. Firkanten legges oftest med siden til puten, og for å få nålene drevet godt sammen brukes en nålekniv, d.v.s. en lang stang med et knivblad i den ene ende. Bladet stikkes inn i den spalte som ved å utvides skal klemme nålene til siden. Denne utvidelse fås ved å føre knivstangens øvre ende til siden (parallelt puten). Så snart en spalte blir bred nok, settes inn en ny nål. Vanskeligheten ved å få en nåledam helt tett er en av dennes største mangler. Både vann- og vanskelighet med manøvreringen på grunn av isdannelse forårsaket av lekkasjevannet kan være av interesse. Noen tetting kan fås ved at man slipper finpartikler - myrjord, sagflis, slagg o.l. - ned foran dammen, hvilket blir ført med strømmen inn i spaltene. Der hvor der ikke er isvanskeligheter kan man rulle ned seilduk på dammens forside.



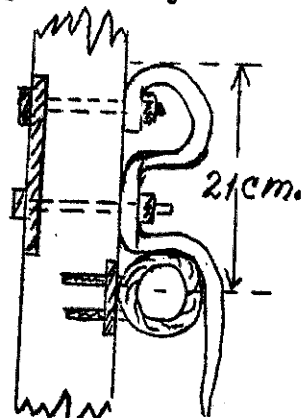
Nålene blir utsatt for vanntrykk som stiger proporsjonalt med dybden under vannoverflaten. Maksimal spenning settes til  $60 - 80 \text{ kg/cm}^2$  ved normal vannstand, og maksimalmomentet finnes ved at man prøver sig frem eller på grafisk måte med kraft- og taugpolygoner. Tilstrekkelig nøiaktig kan man bestemme <sup>på</sup> måleledimensjonen ved å regne med vannstand til øvre oplager (puten), sette spenningen i treet til  $100 \text{ kg/cm}^2$ . Derved kan brukes momentformelen  $M_{\text{maks.}} = 0,128 \cdot v \cdot l$ , hvor  $V$  er samlet vanntrykk på nålen og  $l$  er avstanden mellom terskel og pute. Har man rektangulært nåletverrsnitt og vanntrykkretning parallelt de to sideflater, får man:  $M = 0,128 \cdot V \cdot l = \sigma \cdot b \cdot h^2/6$ , hvor  $b$  er



nålens bredde (dimensjon loddrett vanntrykket),  $h$  er nålens tykkelse i vanntrykkets retning og  $\sigma$  er spenningen. Alle mål i kg. og cm. Bukkene beregnes for vannstand til kronen med spenning i treet:  $80 \text{ kg/cm}^2$  og i jern  $800 \text{ kg/cm}^2$ .

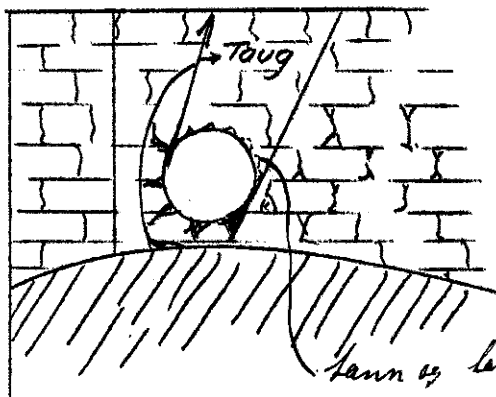
Ved 2,5 m. normal opdemningshøide kreves 4" x 4" nåler. Større nåler blir tynge å manøvrere, hvorfor nåledammer sjelden gjøres med større opdemningshøide. Det er dog i Amerika brukt nåler for 5,5 meters opstuvingshøide, men der må brukes kran til manøvreringen (Ludin, s. 792).

Der kan brukes maskiner til å ta op nålene, men i almindelighet utføres arbeidet med håndkraft, og en mann kan greie 40 meter på en dag (Heggstad). Ved å bruke kjettinger eller å stikke ståltrådtaug gjennom huller i nålene kan hindres at disse følger med vannet når de ved å løftes op slipper taket i terskelen. Det samme kan opnås ved den konstruksjon som blev brukt ved kanalisasjon av Oder. Se fig. Puten som nålen støtter sig mot består av et rør (80 mm. ytre og 60 mm. indre diam.) og nålen er utstyrt med en hake som er så lang at nålen blir hengende i den når den ved å løftes op fra terskelen blir svinget bakover av vannet. Ved å gi haken det øvre fremspring kan man få tak med en vektstang, så opløftingen fra terskelen lettes betydelig og gjøres raskere. Haken letter også arbeidet med å lukke igjen løpet, idet nålen skyves frem til haken sier stopp, hvorpå strømmen (fører) svinger nålen ned på plass.



### V a l s e d a m m e r

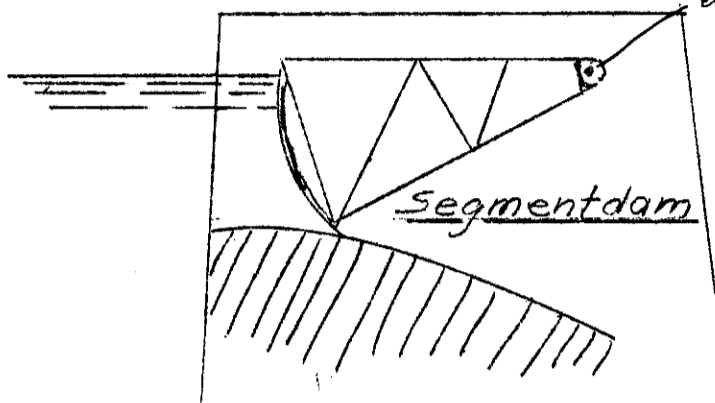
består av store jernplatecylindre som ved å rulles ned stenger for gjennomløpet. Undertiden er de utstyrt med skjold på forsiden. Cylindrenes ender støtter sig mot skråttliggende rulleplan i utsporing i vegger. Skråplanene er ofte utstyrt med fastliggende tannstenger, og bevegelsen skjer ved hjelp av ståltrådtaug, hvis ene ende er rullet op om og festet til valseenden. Ved Rånåsfoss has



en valse med 45 m's lengde og 6,5 m's opstuvingshøide, men der finnes en valse med opstuvingshøide på 12,80 meter (Engels, s. 623).

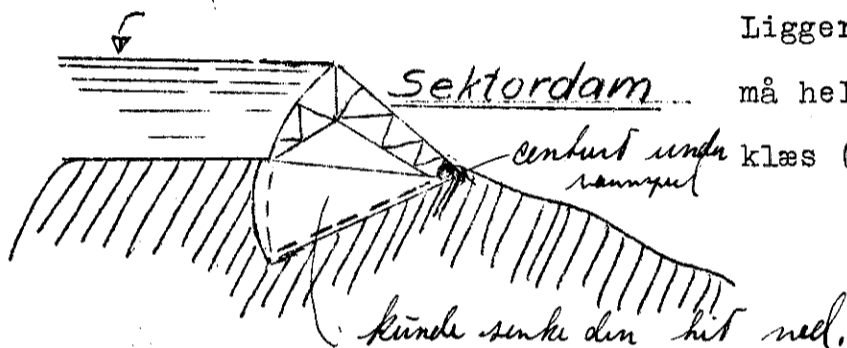
### Segmentdammer

har segmentformet tverrsnitt og åpner eller lukker gjennomløpet ved svinging om en fastliggende aksel plassert i centrum.



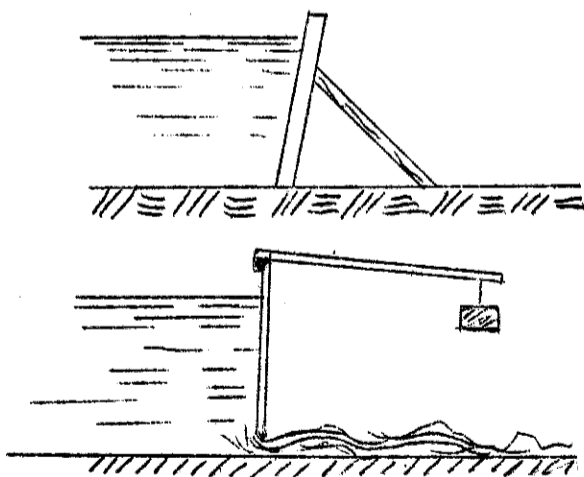
*centrum over vannflaten*

Akselen ligger over vannspeilet, hvorved alle bevegelsesdeler blir vannfri. Segmentdammen oppgis av Engels å være samtlige bevegelige dammer overlegen på opptil 12 meter brede åpninger (s. 624).



Ligger akselen i damkronen, må hele konstruksjonen innklås (Sektordam - Rånåsfoss.)

### Klaffedammer



består av lemmer som er svingbare om horisontale aksler og holdes oppe ved strevere eller kontravekter. De kan være innrettet så at det innen visse grenser rent automatisk regulerer avløpsmengden, eller således

at de faller overende når vannstanden når over et visst maksimum.

### Opdriftsdammer

er dammer hvis bevegelser utføres ved hjelp av flottører eller pontonger som ligger i særskilte grupper. Flottøren heves ved at man gjennom en ledning slipper vann inn i gruben og senkning ved at man tømmer gruben gjennom en annen ledning. Flottøren kan enten være direkte forbundet med dammen eller kraftoverføringen kan skje gjen-

nem et vektstangsystem.

- o -

De bevegelige dammer er ofte bygget op på toppen av en fast dam. Når den bevegelige dam er lukket, vil den faste dam måtte motstå hele vanntrykket med sin tyngde alene, idet vekten av den bevegelige dam gjerne er meget liten. Det kan derfor bli nødvendig å forsterke tverrsnittet av det damstykke der gjennømløpet er lagt. Særlig gjelder dette de punkter, hvor der er pilarer eller bukker. Legger man gjennømløpet der dammen har sin minste høide, vil man ofte finne at det normale tverrsnitt er tilstrekkelig også i dette avsnitt.

Selv om imidlertid bunnfugen viser tilfredsstillende resultater med hensyn på trykkresultantens beliggenhet, vil trykklinjen i de øverste skikt ofte ligge langt utenfor den midtre tredjedel. Muren i overløp bør derfor ved undersøkelsen deles op med horisontale linjer i f.eks. 1 meters avstand og resultanten for vekt og vanntrykk for de overliggende masser konstrueres for hver enkelt delelinje. De deler av dammen som får resultanten utenfor midtre tredjedel må ved forankring bindes fast til de underliggende muremasser.

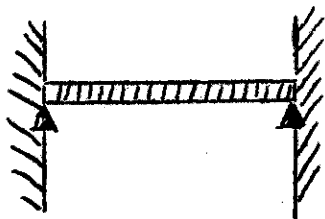
N e d b ø i n i n g.



$$f = \frac{5}{384} \frac{Pl^4}{EJ}$$



$$f = \frac{1}{48} \frac{Pl^3}{EJ}$$



$$f = \frac{1}{384} \frac{Pl^4}{EJ}$$

V a s s d r a g s r e g u l e r i n g .

Forelesninger

ved

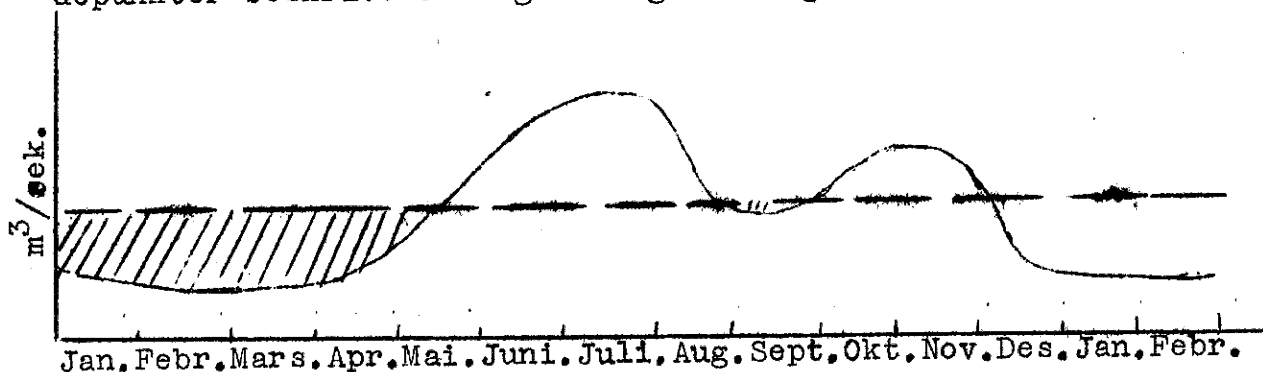
NORGES LANDBRUKSHØISKOLE

av

Dosent S t y r i .

--:oOo:--

Avsetter man på et rutepapir dagene som abcisse og hver dags vannføring i en elv som ordinat, vil sistnevntes endepunkter beskrive en meget uregelmessig kurve.



Følger man en sådan vannføringskurve år efter år vil man finne at det gjerne er lite vann midt på vinteren. Vår og forsommer gir gjerne stigning i vannføringen. Eftersommeren gir mindre vann, mens høsten bringer flom der igjen går over i vinterens lavvannføring.

Disse svingninger i vannføringen varierer sterkt fra år til år. Der gis også periodiske årrekker med lite vann som følges av vannrike år.

Denne sterke svingning i vannføringen er til stor ulempe for utnyttelsen av våre elvers vannkraft. Særlig er dette tilfelle hvor der kreves en årviss, jevn kraftytelse, i hvilket tilfelle den minste vannføring bestemmer kraftens størrelse. Selv om der var adgang til helt å utnytte den uregelmessige vannføring, vilde det store krav til maskineri by på store ulemper for anlegget.

Ulempene ved den svingende vannføring søker man å råde bot på gjennom vassdragsreguleringen. Dennes oppgave blir derfor å samle op vann i flomtiden for så fra magasinet å spe på når vannføringen blir liten.

Får man gjennom bruk av magasiner gjort vannføringen helt jevn, kalles reguleringen ideell; men så langt er det sjelden tale om å drive den. Den første forøkelse av lavvannføringen krever relativt lite magasin på grunn av tilskuddstidens ringe lengde. Prisen på kubikkmeteren i et magasin vokser også med øking av magasinets størrelse. Øking av den regulerte vannføring blir derfor etterhvert kostbarere. Reguleringens nyttevirkning vil sette den økonomiske grense for reguleringsgraden.

Hensikten med reguleringen er i almindelighet å utnytte vannet i kraftøiemed. Har man  $Q$  m<sup>3</sup>/sek. og  $H$  meter fallhøide, vil der kunne fåes:

$$\frac{1000 \cdot Q \cdot H}{75} \text{ rå hestekrefter.}$$

Kalles omsetningseffekten på turbinakselen og omformingseffekten til elektrisk energi  $\eta$ , vil  $\eta$  gi nyttevirkingen. Denne kan med et lavt tall settes = 0,75 og vi får:

$$\frac{1000 \cdot Q \cdot H \cdot 0,75}{75} = 10 \cdot Q \cdot H \text{ elektriske HK.} \quad H \text{ er i siste}$$

likning nettofallhøiden. *Man kan nu se gjennom på hvordan*

*Denne H. for peltet ble mindre en diff på vannhø. For å få se gjennom på hvordan*  
*regne med 10. Q.H. elektrisk HK.*  
*no og regne med.*

Reguleringsbassengets størrelse

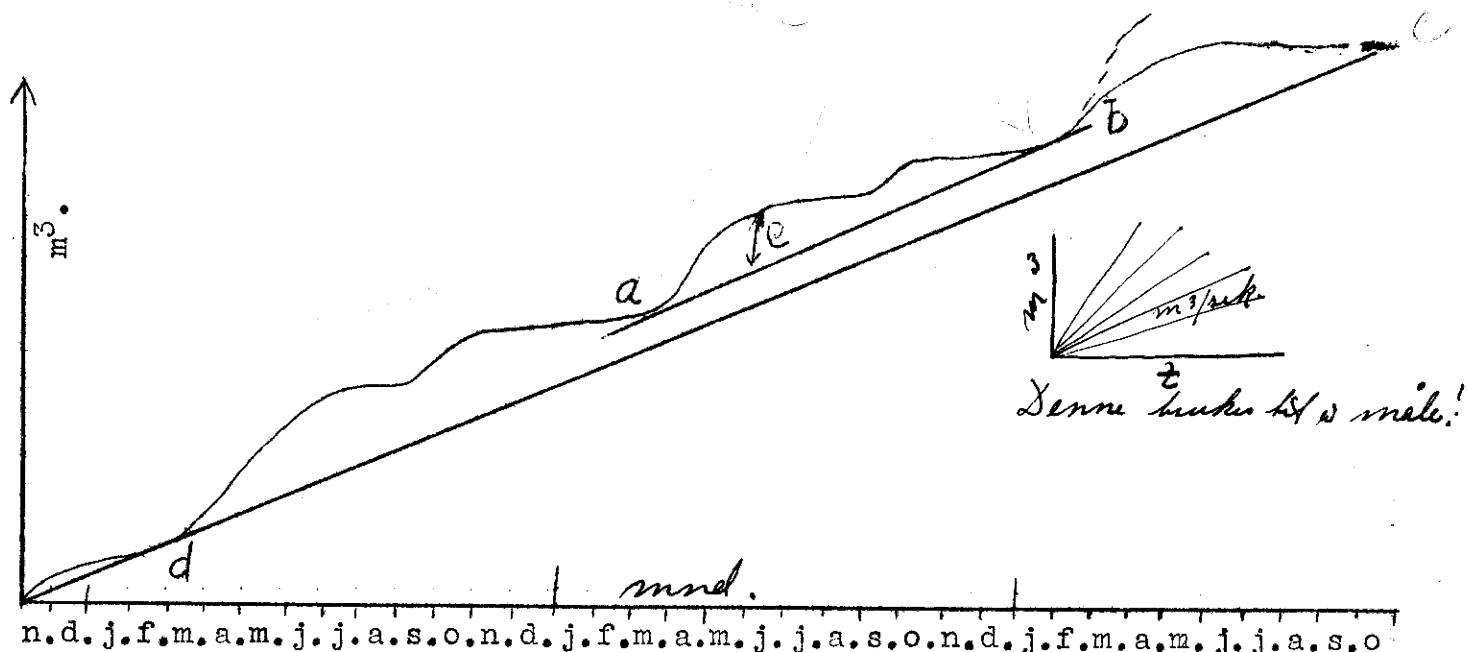
kan finnes rent beregningsmessig ved etterhvert å summere de ved lavvannføring manglende vannmengder. Langt lettere vil det imidlertid være å utføre denne undersøkelse grafisk.

På den før viste figur er den naturlige vannføringskurve vist ved den helt trukne linje. Krevs der en jevn vannføring svarende til den horisontale strekede linje, vil ordinatavsnittet mellom de to linjer angi mangel eller overskudd på årets forskjellige tider.

Da antall dage (eller sekunder) er avsatt i målestokk som abcisse, gir flatearealene mellom de to kurver nødvendig magasin (under den rette linje), eller det til magasinering disponible overskudd av vann (over den rette linje). Den ideelle regulering er tilstede, når arealene på begge sider av den jevne vannføringslinje er like store.

En betydelig lettere metode er det å tegne op summasjonskurven. Ved denne avsettes også tiden som abcisse, men som ordinat opføres fra et bestemt tidspunkt den tilførte vannmasse, istedenfor som tidligere vannføringen pr. sek.

Summasjonskurven vil derfor stadig stige. En eventuell jevn vannføring vil vise sig som en rett linje hvis stigning blir sterkere jo større vannføringen er.

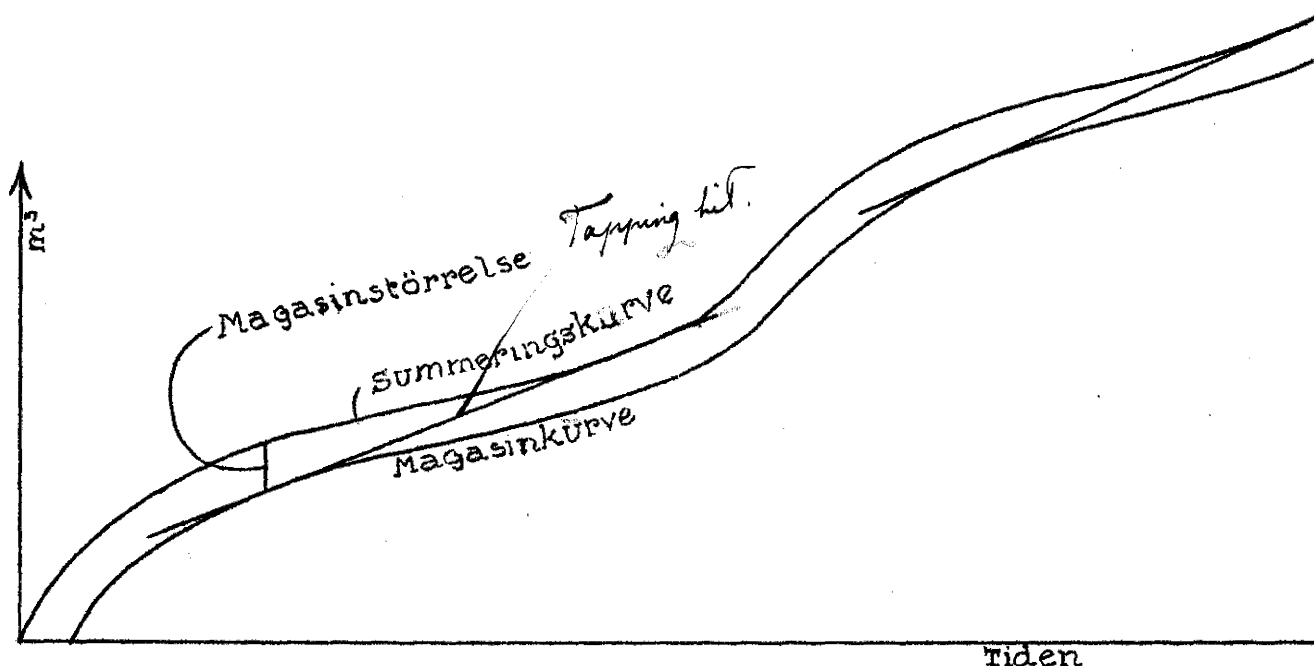


I tiden mellem to lavvannsperioder kan ikke fåes en større jevn vannføring enn den rette linje som tangerer de to buker, angir, når der på forhånd ikke has opsamlet noget vann. (a - b). Det for en sådan jevn tapping nødvendige magasin finnes direkte av det maksimale ordinatavsnitt mellem den rette linje og summeringskurven. (c). På lignende måte finnes den maksimale jevne vannføring i en lengere periode uttrykt ved den rette linje som fra undersiden tangerer de to dypeste buker i periodens summasjonskurve (d - e). Da vannføringsforholdene er svært ujevne, kan det godt hende at man må gjemme på vann gjennom flere år for så å anvende det i en særlig regnfattig periode.

En prosjektering av fremtidig vannutnytting må bygges på tidligere undersøkelser, og resultatets pålitelighet avhenger av undersøkelsestidens lengde.

For en rekke av våre større vassdrag er vannføringen målt av Statens Vassdragsvesen, tildels for en lengere årrekke, og resultatene meddeles i Vassdragsdirektørens publikasjoner.

Har man et magasin av en bestemt størrelse, kan de derved oppåelige jevne vannføringer finnes ved under (og i en avstand fra summeringskurven lik magasin størrelsen) å trekke en ny kurve likeformet med ovennevnte (summeringskurven). Ved tangenter fra toppene på denne nye magasinkurve til bukene på summeringskurven fåes den maksimale jevne vannføring for de kritiske lavvannsperioder.



#### Magasinet

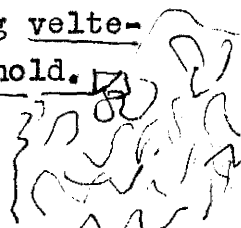
fåes gjennom opdemning eller ved senkning av sjøer. Damtyper blir nærmere behandlet i dambygningslæren.

Ved hjelp av et kotekart vil man kunne finne magasinets økning i ruminnhold for hver meters heving av vannspeilet. Ved hjelp av de dermed økede omkostninger vil prisen på den økede vannføring lett kunne bestemmes, hvilket gir den økonomiske berettigelse for magasineringens vidtgåenhet.

Ved større reguleringsarbeider trenges konsesjon, og i betingelsene for disse blir de tillatte vannstandsvariasjoner nærmere fiksert. Der tales således om den høieste og den laveste regulerte vannstand.

Ved damanlegg må der sørges for at der gjøres minst mulig skade. Ved uregulerte sjøer vil disse ved heving av vannspeilet kunne holde tilbake flomtopper for etterhvert å slippe vannet ut. Denne naturlige selvregulering finnes sterkt fremtredende i elver med store innsjøer. Ved vårflommen 1907 var der i Gudbrandsdalslågen et tilløp til Mjøsen på  $2000 \text{ m}^3/\text{sek.}$ , mens avløpet var  $1250 \text{ m}^3/\text{sek.}$  Denne selvregulerende evne tapes gjennom regulering, idet fylte magasiner må slippe flomtoppene forbi. En regulering kan derfor virke skadelig m.h. på skadeflomme, og det kan være tale om ikke å fylle dammene (magasiner) sterkere enn at de skal kunne jevne ut en flomtopp. (Tyskernes: Hochwasserschutzraum).

Av andre eventuelle skader ved regulering kan nevnes: Forringelse av fiske, ødeleggelse av vinterveie og velteplasser, ødeleggelse av jord og forandring av naturforhold.





Ved senking av vannstand kan store områder ismeris. De hydrostatiske  
faktorene forandres også - dvs. utgledningen kan bli følger. En regulering  
dvs. senking av vannmassene kan virke utjevne på temperaturen.

- 6 -

Ved tapning av et magasin må mest mulig holdes jevn vannføring. Derved vil det bli minst mulig adgang til dannelse av isnåler, likesom tapet ved at vannet blir holdt tilbake i sneen på elvebredden blir redusert. En øket vannføring i islagt elv vil kunne forårsake at det sprenge isdekke samler sig til isdemninger som, når vannet til slutt bryter sig igjennem den, forårsaker flombølge.

Har man en rekke reguleringsdammer i et elveløp, tømmes gjerne de nederste først.

### Reguleringsstillatelse - Expropriasjon og betegnelser.

Adgang til vassdragsregulering og utnyttning av vannfall er begrenset ved reguleringsloven av 14/12-1917 og konseksjonsloven av 14/12-1917. §§ 2 og 3 i Reguleringsloven lyder så: "§ 2: Vassdragsreguleringer, som fremmer industrielle formål, kan, utenfor de tilfeller, som er nevnt i § 3, bare utføres av staten eller den, som får tillatelse av kongen (koncession). § 3. 1: Koncession utkreves ikke til gjenopførelse av lovlig bestående anlegg på samme sted, såfremt arbeidet påbegynnes innen en frist av 5 år, fullføres med rimelig hurtighet og ikke medfører nogen utvidelse av reguleringen. Til utbedring og ombygning av sådant anlegg kreves heller ikke koncession, når arbeidet ikke medfører nogen utvidelse av reguleringen. -

2. Koncession er heller ikke nødvendig til reguleringsforetagender som:

- a) ikke bevirker, at et efter stedforholdene betydelig areal av dyrket eller dyrkbar jord, naturlig eng, skog eller havnegang ødelegges eller lider skade,
- b) ikke bevirker skade eller ulempe for færdsel, fløtning eller fiske eller nogen annen for det allmene skadelig forandring av naturforholdene,
- c) ikke medfører opdemning eller senkning av innsjø, som ikke i sin helhet er undergitt eiendomsrett,
- d) ikke medfører en økning av vannkraften i det hele vassdrag over 3000 naturhestekrefter eller for nogen enkelt eller flere vannfall, som hensiktsmessig kan utnyttes under ett, over 500 naturhestekrefter.

Økningen av hestekraften (vannkraften) beregnes på grunnlag av den økning av vassdragets lavvannføring, som reguleringen antas å ville medføre utover den vannføring, som har

kunnet påregnes år om annet i 350 dage av året.

Ved beregningen av denne økning forutsettes det, at magasinet utnytted på sådan måte at vannføringen i lanvannsperioden blir så jevn som mulig.

Den her under 2 omhandlede fritagelse for nødvendigheten av konsesjon gjelder dog ikke regulering av et basseng som tidligere er regulert uten konsesjon, enten i henhold til denne bestemmelse eller i henhold til undtagelsesbestemmelsen i § 2 post 1 i lov om vassdragsreguleringer i industrielt øiemed av 4. aug. 1911."

Hvor der iflg. denne lov kreves og erholdes tillatelse må der gjerne betales avgifter pr. naturhestekraft. Ved reguleringsanlegg er det i alm. spørsmål om den forøkede hestekraft. Den erfaringsmessige minste vannføring i 350 av årets dage er avgiftsfri. De 15 ugunstigste dage regnes således ikke med.

Hvis reguleringen byr på tilstrekkelig store fordele, kan man få ekspropriere de grunneiendomme som reguleringen trenger.

~~URSTED~~ Ved skjønn blir verdien på disse avgjort, likesom den skade eller innskrenkning som foretagentet måtte medføre for eiendom eller eiendomsherligheten blir taksert. Denne funne takstsum, redusert med de eventuelt innvunne fordele, tillegges 25 %. Ved reguleringsprosjektet blir benyttet endel benevninger som nedenfor skal angis efter prof. Heggstad: Ved nedslagsdistriktet forståes det område hvorfra elven har sitt tilløp. Det begrenses av vannskillet mot de øvrige vassdrag. Det kan ofte finnes på rektangelkarter. Fylkeskartene er mindre å stole på.

For de forskjellige vannstande i et vassdrag har man følgende betegnelser:

Høieste flomvannstand, det vil si den høieste vannstand som overhodet er observert.

Almindelig eller normal flomvannstand, eller den høide hvortil flommen almindelig år om annet når.

Almindelig sommervannstand. Almindelig vintervannstand.

Laveste vannstand, det vil si den laveste vannstand som nogensinne er iaktatt.

Midlere vannstand er det aritmetiske middeltall av alle de i et år med bestemte mellemrum avleste vannstande.

I innsjøer hvor regulering er gjennomført taler man videre om:

Høieste regulerte vannstand. Laveste regulerte vannstand.  
For vannføringen har man tilsvarende betegnelser:

Største flom, almindelig flom, almindelig sommervannføring, alm. vintervannføring og minste vannføring, samt ved regulerte vassdrag: Regulert vannføring. Ved midlere vannføring menes årets vannføring fordelt på antall sekunder i året.

Endelig forståes i lovgivningen ved et vassdrags naturlige lavvannføring den minste vannføring som år om annet er påregnelig i 350 dage av året.

Vannføringen regnes i m<sup>3</sup> eller liter pr. sekund.

Et bassengs reguleringshøide eller tappeshøide er forskjellen mellom høieste og laveste regulerte vannstand.

#### Reguleringsplanens grunnlag:

§ 5 i Lov om vassdragsregulering av 14/12-1917 lyder:

"Ansøking om konsesjon til å utføre et reguleringsforetagende i henhold til denne lov skal sendes til vedkommende regjeringsdepartement, og i almindelighet være led-saget av:

- a) en fullstendig plan tillikemed fornødne målinger, grunnundersøkelser, forklaringer, tegninger, beregninger og omkostningsoverslag;
- b) oppgave over de fordeler, som foretagendet antas å ville medføre, og over størrelsen av den vannkraft som der-ved vil kunne tilveiebringes eller utnytted,
- c) opplysning om hvorvidt og i tilfelle i hvilken utstrekning foretagendet kan antas å medføre skade eller ulempe for almene interesser, såsom ferdsel, fløtning eller fiske, forandring av naturforholdene eller lignende,
- d) oppgave (i tilfelle efter arealberegning) over den skade eller ulempe, som foretagendet antas å ville forvolde på jord, skog, beite eller annen eiendom eller eiendomsherlighet, uansett om denne skade eller ulempe voldes på egen eller andres eiendom eller eiendoms-herlighet,
- e) for reguleringsdammer; forslag til reglement for manøvreringen,
- f) fullstendig oppgave over de nyttbare fallhøider i ved-

kommende vassdrag tillikemed opgave over vassføringsforholdene,

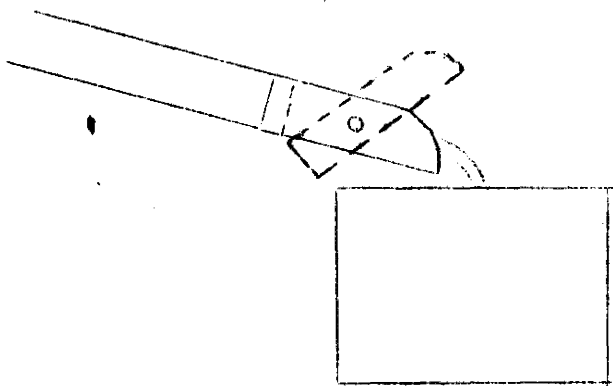
- g) opplysning om at der har været gitt alle eiere av nedenfor liggende bruk og vannfall anledning til å ta del i foretaket. *eks. Njåm regulerings-*

Det hydrologiske grunnlag for prosjektet bør bygges på målinger gjennom flest mulig år a.h. til svingninger i vannføringen. Er der tale om flere magasiner må man kjenne nedslagsdistriktet for hvert av disse, likesom magasineringssevnen ved forskjellig opdemningshøide og de dermed forbundne omkostninger må kjennes. Kotekart over magasinplassen (både for opdemning og senkning av sjøer) må tegnes. Grunnundersøkelse må gjøres særlig omhyggelig ved damsteder, tunneltraceer osv. likesom transportforhold og adgang til byggematerialer (særlig av ren sand) er av stor betydning for såvel valg av damtype som omkostningen ved forbygningsarbeidene.

Det hydrologiske grunnlag fåes gjennom undersøkelse av vannføringen. Denne kan gjøres med direkte måling i elven, ved nedbørsobservasjoner eller ved overføring av erfaringstall.

A. Direkte måling.

1. Målekar. Ved ganske små avløpsmengder kan disse måles ved å avlese den tid som medgår til å fylle et kar av kjent volum. Har man to kar ved siden av hverandre kan man innrette sig således at bunnventilen i det ene nylig fylte åpnes, idet vanntilførslen ledes over i det andre nettop tømte og



lukkede kar. Ved å ordne denne fylling og tømning automatisk og forbinde karrene med et telleapparat, kan vannmengden måles gjennom et lengere tidsrum.

2. Gjennomstrømsapparat. Man borer huller i siden eller bunnen på en beholder. Disse huller kan man tette ved klaffeteller propper. Så måles avløpet gjennom de enkelte huller, mens vannstanden i beholderen holdes konstant ved et bestemt merke. Derpå kan vannstrømmen man vil måle ledes inn i beholderen og man åpner for så mange huller at vannspeilet holder sig ved nevnte merke. Om man ikke vil måle hullenes vannmengde direkte, kan de tilnermet

bestemmes gjennom:  $Q = \mu \sqrt{F \cdot V \cdot 2gh}$ . (Se i Hydrodynamikken).

3. Måledammer anvendes ofte ved måling i bekker, kanaler og mindre elver. Der benyttes overfall på tynn vegg, og de er bygget så at overfallsterskelen ved alle vannføringer ligger over undervannspeilet (fullkomment overfall). Overfall med sidekontraksjon gir de påliteligste resultater og anvendes helst overalt undtatt i kanaler og renner med loddrette sidevegger. I siste tilfelle må der sørges for luftholing av strålen. Sørges der for et større magasin ovenfor måledammen slipper man å ta hensyn til tilløpshastigheten.

4. Hastighetsformlerne kan gi en beregnet midlere hastighet som multiplisert med vannløpets tverrprofilflate gir vannføringen. Der kreves dog regelmessig profil og jevnt fall på en lengere strekning. Metoden er på grunn av usikkerheten ved valg av ruheetskoeffisient lite brukbar for nøyaktigere undersøkelser og brukes bare i mangel av noget bedre.

Betydelig mere brukt enn de behandlede 4 metoder er direkte bestemmelse av vannhastigheten. Denne er meget variabel i et elveløp. Den avtar fra midten mot begge sider, og er langt mindre ved bunnen enn oventil. På det punkt i tverrsnittet som har den største hastighet, har man den såkalte strømstrek, hvis beliggenhet er avhengig av tverrsnittets form.

Den gjennomsnittlige hastighet i et vertikalt snitt finnes  $0,52 - 0,6 Z$ , hvor  $Z$  er hele vanndybden. Denne midlere hastighet er av Ritter angitt  $0,85 \times$  overflatehastigheten.

$V_m = 0,85 \cdot V_0$  og resultatet skal stemme med 10 % nøyaktighet. Med samme nøyaktighet kan man efter Engels sette  $V_m = \frac{6}{7} \cdot V_0$  og dybden for midlere hastighet  $0,6 \cdot Z$ .

Efter samme forfatter skal den største hastighet ved vindstille ligge i overflaten undtagen i små kanaler, hvor den ligger litt under vannspeilet. I en og samme vertikal avtar hastigheten mot bunnen og desto sterkere jo sterkere fall og jo mindre vanndybde. Bunnhastigheten er som regel større enn 0.

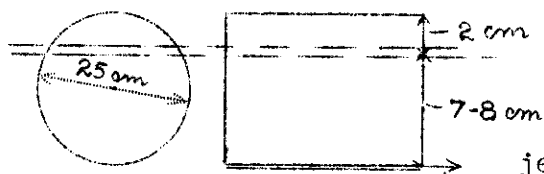
Har man målt den maximale overflate-hastighet  $V_{0max}$ , kan som middel for hele tverrsnittet settes:

$$\underline{V_{mid.} = 0,75 \cdot V_{0max.}}$$

Til måling av vannhastigheten kan man benytte:

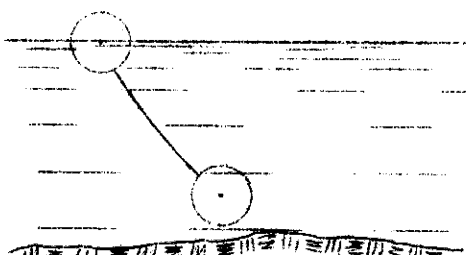
5. Flytemerker: Disse bør være laget sådan at de gir minst mulig luftmotstand samtidig som de er godt synlige. De bør heller ikke være for store. Vannhastigheten måles gjennom den tid de bruker for å tilbakelegge en kjent avstand mellom to på elven loddrett stående siktelinjer. Der måles på en strekning hvor profilet er jevnest mulig, elven retttest mulig og uten bakevjer. Observasjonstiden bør minst være 15-30 sekunder.

Til måling av overflatehastigheten kan benyttes hule kuler eller trestykker som belastes så de blir liggende passe dypt:



T.eks. som skissen viser. Har man to hule kuler av samme diameter, som

kan forbindes, og hvorav den ene fylles med vann, kan man måle hastigheten i hvilken som helst dybde bare der er plass til kulen. Er  $V_0$  overflatehastigheten målt med den flytende



kule alene og  $V$  den felles hastighet når de er bunde sammen, så den fylte kule kommer i den ønskede dybde, hvor man vil måle hastigheten  $V_1$ , blir:  $V = \frac{V_0 + V_1}{2}$

og  $V_1 = 2.V - V_0$ .

Vil man måle den midlere hastighet i snittet, kan benyttes en cylindrisk stav av lengde lik  $2/3$  av vanndybden og som i den ene ende er forsynt med sandsekk så den stikker ned i med  $2/3$  av sin lengde, eller også en såkalt hydrometrisk stav, der består av en sammentrykkbar lukket rør-cylinder belastet så den stikker ned  $7/8$  av vanndybden.

Da det er vanskelig å få flytemerker til å beholde sin plass i forhold til elvebredden på en lengere strekning, uten når de flyter i strøstreken, egner de sig best til hastighetsmåling på sistnevnte sted.

*Skikkelig måling 4-5. måling. En måling med litt hastighet. Skyldes at det blei danna vann.*

6. Logg. Håndloggen består av en trekantet treplate med 15-20 cm. sidelengde. Hjørnene er med tre stropper festet til en line der er inndelt med knuter. Loggen kastes ut og man teller antall knuter  $c$ : bestemmer den linelengde som løper ut i et målt tidsrum, idet loggen følger vannet. Ved et rykk i linen løsnes de to stropper, så treplaten lett lar sig trekke inn ved den stropp som er festet til det tredje hjørne.

Patentloggen er en propell som drives rundt av

vannet. Propellens omdreining forplantes gjennom tauget inn til et telleapparat som direkte gir hastigheten.

7. Pitots rør består av et i  $90^\circ$  bøiet glassrør. Den nedre horisontale rørende settes nøiaktig rettet mot strømmen på det punkt hvor hastigheten skal måles. Den levende kraft i vannet på dette punkt vil bringe vannstanden inne i det vertikale rør til å stige over vannflaten utenfor efter forholdet:  $h = \frac{v^2}{2g}$ . For å få en roligere væskemengde inne i røret er innløpsåpningen ofte snurpet noget sammen. For en bekvemmere avlesning satte Reichenbach Pitots rør sammen med et annet rør med åpning til siden, hvori vannstanden vil stille sig så høit som utenfor. Ved hjelp av en felles kran (hane) kan begge rør lukkes nedentil og man kan løfte op rørene og avlese høidedifferansen mellem de innesperrede vann-søiler. Darcy forbandt Reichenbachs to rør oventil med et rør og satte på dette krumme forbindelsesrør en med hane lukkbar gummislange, så der ved sugning kan frembringes luftfortynnet rum over væskesøilene. Derved vil søilene løftes op så den uforandrede høidedifferans kan avleses bekvemt uten at apparatet løftes op.

8. Woltmanns hydrauliske flygel består av en propell festet til en aksel. Propellen og dermed akselen drives rundt av strømmen, og antall omdreininger i en bestemt tid kan avleses på et telleapparat, som ved en snor kan løftes inn på propell-akselens snekkeskrue. Efter den ønskede tids forløp senkes telleapparatet ut av inngrep med akselens snekkeskrue, strømmåleren løftes op og telleapparatet avleses. Ved moderne apparater sluttes en elektrisk strøm for hver gang akselen har gjort et visst tall omdreininger og varsler v.hj. av en ringklokke. Ved disse trenges således ikke å løfte måleren op av vannet for avlesningens skyld.

Målerne er gjerne forsynt med rør så de innstiller sig riktig i forhold til strømretningen. Til vern mot skade er alm. de ømfintligere dele bak propellen lagt inn i en torpedoformet hylse.

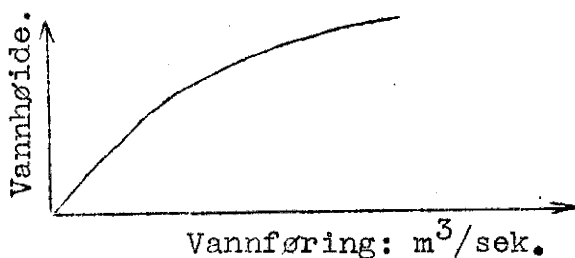
Strømmålerne senkes ned festet til en stang, eller fires ned v.hj. av en line, enten fritt eller glidende langs en stang. Ofte angis med en viser på en skive på hvilken dybde måleren arbeider. Der kan måles hastigheter på ned til 10 cm./sek.

Forholdet mellem strømhastighet og omdreiningstall  $n$  er:

$V = \alpha + \beta n + \gamma n^2$ . Ved  $n = 0$  blir  $V = \alpha$  som altså er apparatets indre motstand.  $\gamma$  er så liten at den ofte sløifes, så formelen reduseres til:  $V = \alpha + \beta n$ . Koefficientene finnes ved at man fører måleren med flere bestemte hastigheter gjennom stille vann, og resultatene settes op i kurveform. Får apparatet et støt, kan dette bevirke endring av koefficientene og apparatet må prøves påny. Da smøring vil bevirke forskjellig friksjon efter smøringsgraden, må sådan helt undgås.

Ved de to siste typer hastighetsmålere deles elveprofilen op i rutenett og vannhastigheten måles i hver rute. Jo mindre ruter dess nøyaktigere resultater, men dess senere arbeide. Summen av de enkelte hastigheter x sine resp. ruters flateinnhold, gir samlet vannføring. Måles på dette vis vannføringen ved forskjellig vannstand, kan disse resultater settes op i en vannføringskurve og av den kan sluttes vannføringen også ved andre vannstande. Har man på et sted i en elv en gang fått tegnet op en sådan vannføringskurve trenger man senere kun å måle vannstanden for å finne vannføringen til hver tid.

Er måleren plasert ved utløpet av en sjø, vil der måtte regnes med svingninger i dennes vannstandshøide, idet det er disse som sammenlagt med avløpet gir klarhet over tilløpet. Avløpsmengde siden siste avlesning må derfor korrigeres med økning eller minskning av sjøens magasin. Dette siste finnes v.hj. av et kotekart og planimeter.



### 9. Skjermmålere

er undertiden anvendt til måling av vannhastigheter i kanaler. De gjøres så de fyller kanalen, men gis tilstrekkelig klaring så de går tilstrekkelig lett. Da skjermen må følge med vannet, gir forskyvningen direkte mål for vannhastigheten. Forskyvningen kan avleses automatisk ved hjelp av kontakter. Kanalen må på en ikke for kort strekning være av ensartet tverrsnitt.



B. Nedbørsobservasjoner.

Kjenner man ikke avløpstallene i et vassdrag, kan nedbørsmålinger tjene som grunnlag for bestemmelse av disse.

Iflg. årsberetningen 1922/23 fra de norske meteorologiske institusjoner, mottok disse i nevnte budgettår observasjoner fra 179 termometerstasjoner, hvorav 174 hadde nedbørsmåler, 86 hårhygrometer, 61 psykrometer, 9 termografer og 67 kvikksølvbarometer. Dessuten innkom observasjoner fra 424 nedbørsstasjoner, hvorav 409 hadde snedybde målinger, 46 måling av sneens vannverdi, 47 iakttagelse av sterke regnskyl og 3 registrerende målere. En av stasjonene er høifjellsstasjon. Disse stasjoner er spredt utover hele landet og det er derfor stor sannsynlighet for at man har en i det distrikt, hvor man har reguleringsprosjektet.

Observasjoner offentliggjøres i "Nedbørsiakttagelser for Norge" for hvert år. I 1914 blev utgitt et tilleggshäfte til årgang XVIII, 1912, inneholdende middelverdier, maxima og minima. I 1920 og 1921 blev utgitt tilleggshæfter til årg. XXIV, 1918 og XXV, 1919, med oversikter over nedbørsforhold, snedybder, samt dage med nedbør, og sneens vannverdi.

De normale årlige nedbørshøider i m/m i årene 1876-1915 ligger iflg. tilleggshæftet 1918 mellom 300 (det indre Finnmark, øverst i Gudbrandsdalen og på Dovre) og 3000 (Kvintingen, Haukeland og Hovlandsdalen). Ved direkte måling i våre Vestlandselver viser det sig at mange av dem fører betydelig mere vann enn svarende til ovennevnte maksimum 3000 m/m.

Ved lufttrykk 760 m/m Hg, vil 1 m<sup>3</sup> mettet luft inneholde følgende antall gram vanddamp:

Ved	-20°C	- 10	0	+ 10	+ 20	+ 30°C.
	0.94	2.15	4.57	9.14	17.36	31.51 gram

Når luften løftes ved vindtrykket mot stengende fjellkjeder, vil den utvide sig p.gr. av det mindre lufttrykk og avkjøles. Tørr luft avkjøles 1° pr. 100 meters opstigning, våt luft avkjøles langsommere. (I middel for året kan regnes 0,6° pr. 100 m. eller 0,45 om vinteren, 0,67 om våren, 0,7 om sommeren og 0,59 om høsten). Denne avkjøling bringer nedbør med sig. På baksiden av fjellkjeden synker luften ned og blir trykket sammen, hvorved den oppvarmes og altså blir tørrere. Derav stor nedbør langs kysten.

Det synes som om nedbøren stiger med høiden over havet, hvilket er forklaringen på at elver kan føre mere vann enn nedbøren nede ved havet viser. Mange av disse elver har forøvrig også tilløp fra bræer, hvor der tilføres distriktet vannmasser gjennom kondensasjon med avleiring direkte på sneen. Ved reguleringsprosjekter på Vestlandet har der været gitt nedbørs-tillegg på 10 % for hver 100 meter nedslagsdistriktet stiger tilværs, når det stenger for den regnførende vind.

Endel av nedbøren synker ned i jorden, for langsomt å tilføres vassdraget eller oppbrukes av vegetasjonen. Endel fordamper og resten sendes som overvann ned i vassdraget. Hvor meget av nedbøren som faller til hver av disse tre dele er avhengig av mange faktorer. Er jorden gjennomtrengelig og flat, blir der meget grunnvann. Er der vind, varme, stor vegetasjon, flatt eller svakt fall, liten og fint fordelt nedbør, blir der stor fordunstning. Er der heftige regnskyl, ingen vegetasjon, sterkt kupert og ugjennemtregelig grunn, samt litet nedslagsdistrikt, vil vannet hurtig og med små tap strømme ned i elven, hvis det da ikke blir liggende igjen som sne og is.

Den brøkdel som angir hvor meget av nedbøren der går til vassdraget, kalles avløpskoefficienten. Denne er for større vassdrag 0,3 - 0,8. Den kan dog i flate, lavtliggende egne uten tilløp fra høiden og med liten, jevnt fordelt årsnedbør synke ned til nogen få %, og i ville fjellegne uten vegetasjon og med stor nedbør med liten fordampning stige til 0,9.

Bestemmelsen av avløpskoefficienten vil lettes betydelig, hvis man har et annet vassdrag med nogenlunde de samme nedbørs- og avløpsforhold, hvori man har foretatt nedbørs- og avløpsmålinger gjennom lengere tidsrum. Har man så nedbørsmålingen i det distrikt projektet gjelder, benytter man avløpstallene fra det kjente sammenlignbare vassdrag. - På blad 1 er fra Tekn. Ukeblad 1917 gjengitt Holmsens tabell over sammenholdte nedbørs- og avløpstall i en del av våre vassdrag. For å få et pålitelig middeltall for nedbøren, bør observasjoner være foretatt i minst 30 år. De enkelte års nedbør kan svinge fra 2/3 - 1,5 gange middeltallet.

C. Gjelder opgaven alene å bestemme dimensjonene på en kanal som skal kunne opta flomvannet, kan man ofte nøie sig med å benytte erfaringstall. De blir almindelig angitt som l/sek. eller  $m^3/sek.$  pr.  $km^2$  nedslagsdistrikt, og er den største tilløpsmengde man behøver å regne med.

Hvordan vannføringstallene er for en rekke av våre vassdrag sees av blad 2 (Efter vassdragsdirektør Rogstad , i Tekn. Ukeblad 1915).

Efter prof. Hasund føres op som sådanne erfarings-tall:

- 1) Østlandets flatbygder: Årsnedbør 500 - 900 m/m.  
100 - 300 l/sek. 100 ved store distrikter med sjøer.  
Ellers 150 - 200 - 300 i bakket terreng.
- 2) Østlandets dal og fjellbygder: Samme årsnedbør eller mindre,  
300 - 600 l/sek.
- 3) Vestlandet: Årsnedbør 1200 - 3000 m/m.  
200 l/sek. på flatlandet med myrer og sjøer, ellers  
400 - 600 - 800, og hvor tilløp fra brøer optil 1000-  
1200 l/sek.

Disse tall er imidlertid i mange tilfeller altfor små som mål for maximalflom, og særlig for små vassdrag. Iflg. Tekn. Ukebl. nr. 44, 1924 er der fra et 17 km<sup>2</sup> stort nedslagsdistrikt i Møre fylke målt ca. 2,0 m<sup>3</sup>/sek. pr. km<sup>2</sup>. Hvor en forliten antatt flomvannføring vil kunne forårsake skade, må sådanne erfaringstall helst settes rømmelig. I det nevnte Tekn. Ukebl. er for Møre fylke satt op det erfaringsresultat at flomavløpet i m<sup>3</sup>/sek. motsvarer årsavløpshøiden i meter.

Ved små felter gis et tillegg av: 1/F til 3/F m<sup>3</sup>/sek. efter terrengets art, og hvor F er feltets størrelse i km<sup>2</sup>.

Den schweisiske ingeniør Lautenberg har satt op en del empiriske formler for vannføringen. De er angitt i Stru-  
kel: Wasserbau, 1. del, 1904, side 44 o. fr. Formlene er gjen-  
gitt og tilpasset for våre forhold i "Regler for utarbeidelse  
av forslag til vei- og broarbeider i Statens veivesen, hvor-  
fra hitsettes:

1) For store samlede nedslagsdistrikter - 4 døgns regnflom.

$$Q_1 = k \cdot \left[ a_1 F_1 \frac{1 + 0.00005 F_1}{1 + 0.0001 F_1 (1 + 0.00001 F_1)} + a_2 F_2 \frac{1 + 0.00005 F_2}{1 + 0.0001 F_2 (1 + 0.00001 F_2)} + \dots \text{osv.} \right] \frac{H_1}{50} \dots (1)$$

2) For mindre nedslagsdistrikter (Ikke større enn ca. 5000 km<sup>2</sup>)  
1 døgns regnskyll. + osv.)

$$Q_2 = k \cdot 2,9 \left[ a_1 F_1 \left( \frac{114}{115 + 0.05 F_1} + 0.007 \right) + a_2 F_2 \left( \frac{114}{115 + 0.05 F_2} + 0.007 \right) \dots \right] \frac{H_2}{250}$$

3) For små nedslagsdistrikter (Ikke større enn 400-450 km<sup>2</sup>)  
1 times skybrudd

$$Q_3 = k \cdot a \cdot F \cdot \frac{32}{31 + F} \cdot \frac{35}{0.035} \frac{H_3}{\dots} \dots (3)$$

Som tidligere nevnt er:

$Q_1, Q_2$  og  $Q_3$  vannføring pr.sek. i m<sup>3</sup>.  $k = 105/100$  à  $110/100$ .

$a, a_1, a_2 \dots$  er koeffisienter avhengige av terrenget.

$F = (F_1 + F_2 + \dots)$  er nedslagsdistriktet i km<sup>2</sup>.

$H_1$  er 1 døgns regnhøide i m/m ved 4 døgns maks. regn.

$H_2$  er samlet regnhøide i m/m ved 1 døgns maks. regnskyll.

$H_3$  er regnhøide i m/m pr.sek. under 1 times maks. skybrudd.

Tabell over verdier av  $a$  (Struckels Wasserbau 1897 s.35)

Terrengets beskaffenhet	Meget ugj.trengelig grunn.			Middels gjennemtrengelig grunn			Lett gjennemtrengelig grunn		
	meget bratt	mid-dels bratt	flatt	meget bratt	mid-dels bratt	flatt	meget bratt	mid-dels bratt	flat
<u>I. Høifjell-høil.</u>									
1. Bræer, tett skog ur, sterkt vannabsorberende	0.65	0.55	-	0.55	0.45	-	0.45	0.35	-
2. Aker, middels tett skog	0.75	0.65	-	0.65	0.55	-	0.55	0.45	-
3. Havnegang, eng	0.85	0.75	-	0.75	0.65	-	0.65	0.60	-
4. Nakent fjell	0.90	0.80	-	0.80	0.70	-	0.70	0.60	-
<u>II. Lavland, bakkeland:</u>									
1. Skog, porøs ur sandgrunn e.l.	-	0.55	0.55	-	0.45	0.35	-	0.35	0.25
2. Aker, mindre tett skog	-	0.65	0.55	-	0.55	0.45	-	0.35	0.35
3. Havnegang, eng	-	0.75	0.65	-	0.65	0.55	-	0.60	0.50
4. Nakent fjell (sjelden lågland)	-	0.80	0.70	-	0.70	0.60	-	0.60	0.50

Tabell 1. Nedbørs-og avløpsmengder (Efter Holmsen i Tekn. Ukeblad).

Vassdrag	Obs. år.	Nedbørs-omr. km <sup>2</sup> .	M å n e d													Året
			J.	F.	M.	A.	M.	J.	J.	A.	S.	O.	N.	D.		
Tista	96-04	1573	n. 35 a. 36	38 29	54 32	40 62	51 77	39 26	59 20	108 25	57 29	91 33	47 42	66 40	685 451	
Klara v. Nyberg-sund	03-15	4345	n. 31 a. 20	30 18	38 18	31 36	41 117	50 84	76 49	87 52	45 39	50 30	57 25	58 21	593 513	
Klara v. Fæmunden	96-15	1709	n. 29 a. 16	27 13	30 13	21 13	35 50	51 96	61 68	78 48	42 39	38 30	33 22	36 19	480 427	
Glåma v. S.borg	96-15	1800	n. 29 a. 12	28 9	34 10	27 21	39 80	45 98	64 70	86 58	44 45	52 35	37 26	45 16	531 480	
Glåma v. Elverum	96-15	15200	n. 28 a. 12	27 9	31 9	24 20	37 139	48 103	66 49	83 51	44 37	43 32	33 20	38 14	502 495	
Glåma v. Aursund.	03-15	850	n. 41 a. 16	40 11	31 10	21 9	30 111	51 230	66 107	78 63	46 54	36 45	36 30	37 21	513 703	
Rena	03-15	2273	n. 24 a. 9	28 7	30 8	25 13	34 122	45 88	61 37	86 38	35 32	46 23	38 19	42 13	494 409	
Lågen v. Losna	96-13	10800	n. 29 a. 7	24 6	23 6	18 10	30 84	36 173	54 132	72 97	34 51	38 37	31 16	36 9	423 626	
Otta	01-15	4075	n. 38 a. 4	26 5	27 5	13 9	25 76	27 219	47 213	65 142	30 58	38 43	32 16	33 7	401 798	
Vinstra v. Olstappen	05-15	1275	n. 23 a. 17	29 12	36 13	35 16	43 111	53 197	97 157	117 127	40 67	43 48	49 31	51 22	616 819	
Snarumse. v. Krøderm	96-09	4950	n. 39 a. 10	33 7	47 8	35 13	51 105	50 182	66 103	96 76	52 53	72 45	39 28	51 14	631 644	
Numedalslågen v. Labro	96-09	4340	n. 34 a. 12	31 10	52 12	41 23	56 126	55 183	70 68	103 55	52 38	48 42	43 30	53 15	671 614	
Fede-elven	98-15	211	n.186 a.189	167 155	148 144	119 164	87 98	68 41	92 35	147 67	96 76	181 134	184 173	232 224	1707 1499	
Sira	96-15	1920	n.172 a.130	139 98	123 81	93 102	77 298	69 286	91 139	139 103	103 113	163 146	171 168	201 169	1540 1832	
Suldalslågen	04-11	1220	n.244 a. 70	168 49	34 34	82 54	71 313	68 577	92 386	160 262	125 201	132 175	138 78	131 72	1496 2272	
Blåelva	09-14	152	n.373 a.172	280 108	164 51	195 89	134 440	110 645	107 750	220 724	245 536	234 374	325 190	382 196	2769 4323	
Vossa	95-14	1032	n.204 a. 60	147 52	105 35	70 71	71 300	68 435	84 270	130 175	139 156	161 171	169 100	172 87	1520 1911	
Hornin-dals-elva	01-14	365	n.237 a.141	173 119	113 86	82 111	64 257	52 315	65 234	113 136	140 144	142 178	173 156	137 143	1451 2020	
Aura	03-14	1037	n.134 a. 22	116 19	53 16	55 18	42 101	51 322	68 272	95 197	108 108	84 72	109 36	92 28	1007 1211	
Gaula	08-15	3050	n. 74 a. 8	66 8	41 15	37 52	37 196	55 159	72 72	93 60	79 93	59 58	61 20	43 12	717 726	
Namsen v. Fiskumf.	08-13	3285	n.141 a. 64	106 33	57 31	50 68	48 254	47 212	71 188	86 97	91 93	117 144	92 51	84 50	990 1385	
Røsåa	05-11	1520	n.154 a. 44	87 36	64 30	54 28	38 73	54 314	71 342	90 194	122 128	95 123	82 60	95 47	1006 1419	

*lav til p. høyere  
vekt 18 d. i. h. h. h.*

Største gjennomsnittl. og minste vannføring. (Efter Rogstad i Tekn. Ukebl)

Vassdrag.	År.	m <sup>3</sup> pr. sek.				Nedbør område km <sup>2</sup>	Liter pr. sek. pr. km <sup>2</sup>					
		max.	Mid- lere	350 dage	Min.		Max.	Mid- lere	I 350 dage		Minst	
									% av m.	% av gj.s.		
Klara ved Fæmunden	96-13	96	23.4	6,5	5,4	1709	58	13.7	3,8	27.8	3,2	23.4
Glåma ved Elvrum	88-10	2400	245	45	34	15200	158	16,1	3	18,7	2,2	13,7
Glåma ved Arnes		3900	620	120	75	37000	105	16,7	3,2	19,2	2,0	12,0
ved Mørkfoss		3500	660	130	80	40300	87	16,3	3,2	19,6	2,0	12,3
Lågen ved Losna	96-10	2050	210	20	18	10800	190	19,4	1,9	9,8	1,7	8,8
Vinstra ved Olstappen	08-13	240	30	6	5	1275	188	23,5	4,7	20	3,9	16,6
Snarumselv Krøderen	90-09	995	105	12	8,5	4950	201	21,2	2,4	11,3	1,7	8,0
Numedalsl. Tunhøvd	06-14	310	40	5	2	1770	175	22,6	2,8	12,4	1,1	5,0
Tokke ved Totak	95-14	281	30,5	3	2,3	824	341	37	3,6	9,7	2,8	7,6
Nisserelv Høgfoss	00-12	197	38	6	2,2	1352	146	28	4,4	15,7	1,6	5,7
Fyrriselv Sundsl.	00-08	270	30	2	0,7	1028	263	29,2	2	6,9	0,7	2,4
Fedeelv v. Refsti.	98-11	125	10	1,3	0,8	211	593	47,5	6,2	13	3,7	8,0
Sira ved Flikeid.	97-07	750	106	23	10	1920	390	55,2	12	20,6	5,2	9,4
Bjerkreims elv. Bj.br.	96-13	420	45,4	8	3,8	641	655	70,7	10,9	15,4	5,9	8,3
Ulla ved Hauge bro	06-13	180	30	4	2,5	374	482	80	10,7	13,4	6,7	8,4
Suldålslåg s.d.vann	04-11	560	88	8,5	7,0	1480	378	59,5	5,8	9,8	4,7	7,9
Blåelv ved Fielhaugv.	09-14	122	21	1,5	0,6	152	800	138	9,9	7,2	4,0	2,9
Jondalelv Eidevann	09-13	66	5,8	0,7	0,4	87	758	66,7	8	12	4,6	6,9
Vossa ved Bulken	95-12	500	61	4,5	2	1032	485	59	4,3	7,3	1,9	3,2
Flåmselv Kleivvann	08-13	62	7,2	0,2	0,15	113	547	63,7	1,8	2,8	1,3	2,0
Aurlandselv Vassbygdv.	08-14	570	35,3	3	1,8	714	798	49,5	4,2	8,5	2,5	5,0
Jølstra. Jølstravatn	03-14	155	30,6	3	1,2	387	401	79	7,8	8,9	3,1	3,9
Loelv ved Lovatn	00-06	98	15,7	2	1,5	260	375	60,4	7,7	12,7	5,8	9,6
Tafjordelv Onilsvatn	09-12	103	14.4	1,5	1,5	281	367	51,3	5,3	10,3	5,3	10,3
Aura ved Eikisdalsv.	02-13	323	39,6	3,5	2,5	1037	312	38,1	3,4	8,9	2,4	6,3
Namsen ved Fiskumfoss	08-13	825	150	13	8	3200	258	47	4,1	8,7	2,5	5,3
Røså ved Tustervatn	04-11	325	62,5	13	8	1520	214	41	8,5	20,7	5,3	13
Værdalselv Gunnfoss	09-14	299	35	3,5	1,4	876	341	40	4	10	1,5	8,9

Statikk og fasthetslære m/ jernbetong.

---

Forelesninger

ved

Norges Landbrukshøiskole

av

Dosent Styri.

## Bygningsstatikk.

Statikk er den del av mekanikken som behandler likevektslæren. Dens oppgave er å finne de på konstruksjonen og i konstruksjonsdelene opptredende krefter og danner dermed grunnlaget for den riktige dimensjonering.

Undersøkelsene kan enten skje analytisk (d.v.s. beregningsmessig) eller geometrisk (d.v.s. grafisk). Den analytiske metode gir nøyaktigere resultater enn den konstruktive, men er ikke så oversiktlig og gir lettere adgang til feil.

Læren om den geometriske metode kalles grafostatikk.

I den almindelige bygningsstatikk behandles kun krefter som optrer i samme plan. Lær kreftene på og i konstruksjonen sig finne gjennom de tre likevektsbetingelser

1.  $(\sum x = 0, \sum y = 0 \text{ og } \sum M = 0)$   
kalles denne for statisk bestemt. Er dette ikke tilfelle, blir den statisk ubestemt og kreftene må bestemmes gjennom formforandringene.

*1. Kan løse med 3 ukjente  
2. her er det bare 2 ukjente*

Konstruksjon er en eller flere ganger statisk ubestemt eftersom man får en eller flere ukjente enn det antall uavhengige ligninger som kan stilles op på grunn av de tre likevektsbetingelser.

## Krefter og Momenter.

En kraft oppstår i en konstruksjonsdel når konstruksjonen skal overføre veker fra et punkt til et annet. Sådanne veker er konstruksjonens egen vekt samt de såkalte tilfeldige belastninger såsom vindtrykk, snelast, korn, høi, kuer, hester o.s.v. Disse veker danner sammen med oplagerkreftene, d.v.s. mottrykket i oplagerene de s.k. ytre krefter der angriper konstruksjonen utenfra og hvilke må holde likevekt med hverandre i tilfelle ro.

Ved at disse veker flyttes fra angrepspunktet

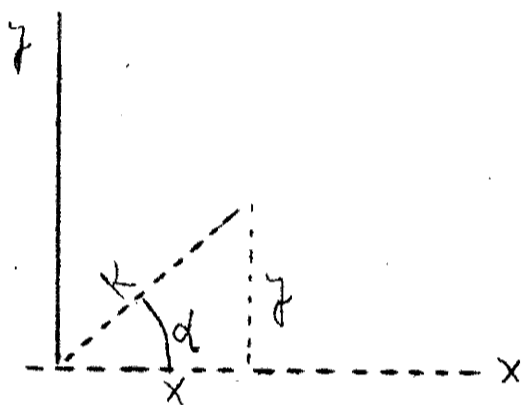


hen til oplagret opstår de s.k. indre krefter og det er disse som bestemmer konstruksjonsdelens dimensjoner overensstemmende med materialegenskapene.

Materialet har bare til opgave å overføre kreftene og har ellers intet med disse å gjøre i en enkelt statisk bestemt opgave, når undtas innflytelsen av egenvekten.

En kraft er bestemt når man kjenner dens angrepspunkt, retning og størrelse.

I analytisk beregning angis kraften i kg og retningen ved hjelp av vinklene mellom kraftens retningslinje og et rettvinklet aksekors med Origo i kraftens angrepspunkt.



Kraftens projeksjoner på x og y akse blir da henholdsvis  $x = K \cdot \cos \alpha$  og  $y = K \cdot \sin \alpha$ .

Er der flere krefter som virker på samme punkt og dette er i ro, må  $\sum K \cdot \cos \alpha = 0$  og  $\sum K \cdot \sin \alpha = 0$ .

I grafostatikk angis kraftstørrelsen ved en linjelengde i bestemt målestokk, f.eks. 1 cm = 100 kg og retnings- og angrepspunkt tegnes op i forbindelse med konstruksjonen.

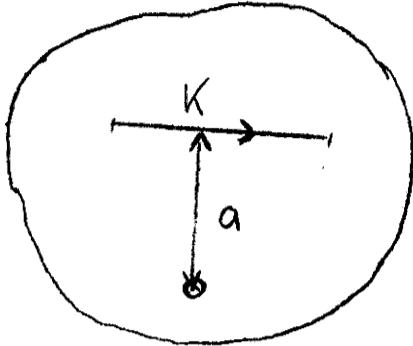
En pilspiss på kraftlinjen angir til hvilken side kraften virker. Er et punkt i ro og påvirket av flere krefter, er  $\sum$  projeksjonen på x-aksen = 0 og  $\sum$  projeksjon på y-aksen = 0.

Er der likevekt tilstede hvor en kraft angriper i et punkt, vil kraften i sin retningslinje frembringe en nølaktig likestor og motsatt rettet kraft. Aksjon = Reaksjon.

I ethvert punkt optrer derfor kreftene parvis.

Er et legeme, som angripes av en kraft, oplagret i et punkt i kraftens retningslinje, vil der optre likevekts-tilstand ved en motsatt rettet oplagerkraft.

Ligger imidlertid opplagringspunktet i en loddrett avstand  $a$  fra retningslinjen, vil kraften søke å svinge legemet rundt oplagerpunktet. Svingetendensens styrke er proporsjonal med såvel størrelsen av kraften  $K$  som avstanden  $a$  og



produktet  $K \cdot a$  kalles for kraftens moment m.h.p. omdreiningpunktet.

Det er positivt (+) når svingeretningen er med viseren på et ut  $\curvearrowright$  og negativt (-)  $\curvearrowleft$

når svingeretningen er motsatt  $\curvearrowleft$

For at legemet skal være i ro må der optre et likestort moment som og motsatt rettet  $K \cdot a$ . d.v.s.  $\sum M = 0$ .

Virker der 2 eller flere krefter på legemet med retningslinjen utenfor opplagringspunktet, vil svingetendensens styrke være lik summen av kreftenes momenter m.h.p. omdreiningpunktet.

I praksis benyttes dette til bestemmelse av opplagertrykkene ved bjelker på 2 oplagere. Momentpunktet velges i det ene oplager, hvorved der fås en ligning med den annen opplagerkraft som eneste ukjente.

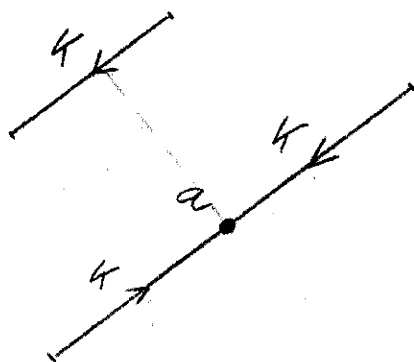
Derpå bestemmes den annen opplagerkraft på samme måte eller den finnes av  $\sum y = 0$ .

Virker 2 parallele, like store og motsatt rettede krefter på et legeme og med innbyrdes avstand  $a$ , fås et kraftpar der gir et moment som er like stort m.h.p. hvilket-somhelst omdreiningpunkt, nemlig den ene kraft gange den loddrette avstand  $a$  mellom retningslinjene. Ved kraftpar er  $\sum x = 0$  og  $\sum y = 0$ , men  $\sum M = \sum K \cdot a$ .

#### Flytning av krefter.

Har man et fast legeme, d.v.s. et system av innbyrdes uforskyvelige punkter, kan man innenfor legemet flytte kraften i dens retningslinje uten innflytelse på kraftsystemet.

Flytter man en kraft parallell med retningslinjen, vil man få følgende resultat. Tenker man sig i det punkt hvortil man vil flytte kraften  $K$  anbragt 2 motsatt rettede krefter av størrelse  $= K$  og parallell den kraft man vil flytte, og avstanden for flytningen er  $a$ , vil den ene av de nye krefter sammen med den oprinnelige  $K$  danne et kraftpar, og den tilbakeværende av de nye krefter vil virke som om man hadde flyttet  $K$  hen i det nye punkt, d.v.s. parallell sig selv.



Man kan flytte en kraft parallell sig selv, når man til virkningen av kraften i det tilflyttede punkt legger virkningen av et moment = kraften x den flyttede avstand.

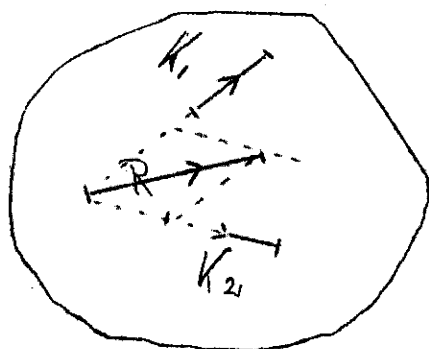
#### Krefters sammensetning. Resultant.

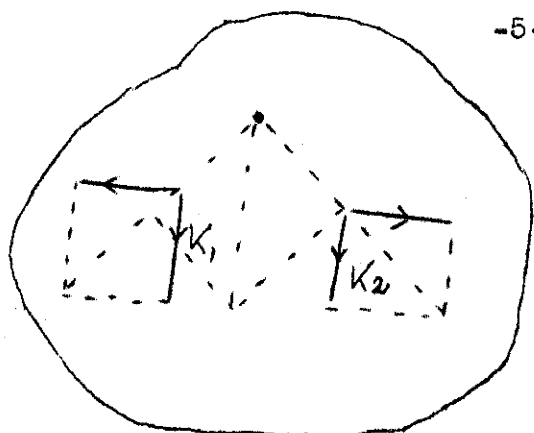
Virker der på et legeme flere krefter, vil disse i virkning (bortsett fra kraftpar) kunne erstattes av en enkelt, tenkt kraft som kalles for kreftenes resultant. De enkelte krefter som erstattes av resultanten kalles dennes komponenter.

Resultanten kan analytisk finnes ved hjelp av likevektsligningen, men den grafiske metode er på dette område helt overlegen.

Har man 2 krefter og disses retningslinje forlenges til skjæring med hverandre, kan man flytte kreftene til samme angrepspunkt. Konstruerer man så parallelogrammet med kreftene som sider, vil diagonalen være = resultanten. Dens linjelengde gir avlest i samme målestokk som den hvori de 2 krefter er avsatt resultantens størrelse og dermed er den bestemt m.h.p. angrepspunkt, retning og størrelse.

Resultanten er diagonalen i kreftenes parallelogram.



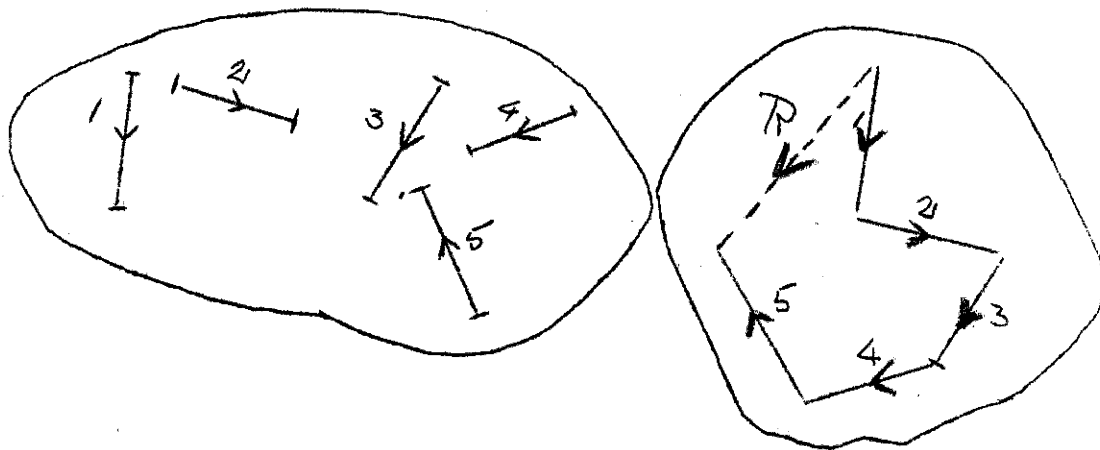


Er der to parallelle krefter kan de settes sammen ved at 2 likestore, motsatt rettede i samme retningslinje virkende krefter legges til kreftene  $K_1$  og  $K_2$ , en til hver. Derved kan angrepspunktet finnes og retning og

størrelse. De siste er forøvrig henholdsvis parallell og summen av de 2 parallelle krefter (hvis de er ensrettede, differensen hvis de er motsatt rettede).

Er der flere enn 2 krefter, kan først 2 settes sammen til en resultant derefter denne med en tredje kraft o.s.v.

Krefter som virker på et legeme kan avsettes etter hverandre i en s.k. kraftpolygon utenfor legemet. Kraftene avsettes i riktig retning og størrelse og således at når man begynner i en ende av polygonen og følger den rundt, skal man stadig gå enten med pilspissene eller mot dem.



Polygonen er åpen hvis der er en resultant og dennes retning og størrelse finnes ved å slutte polygonen med den (streket).

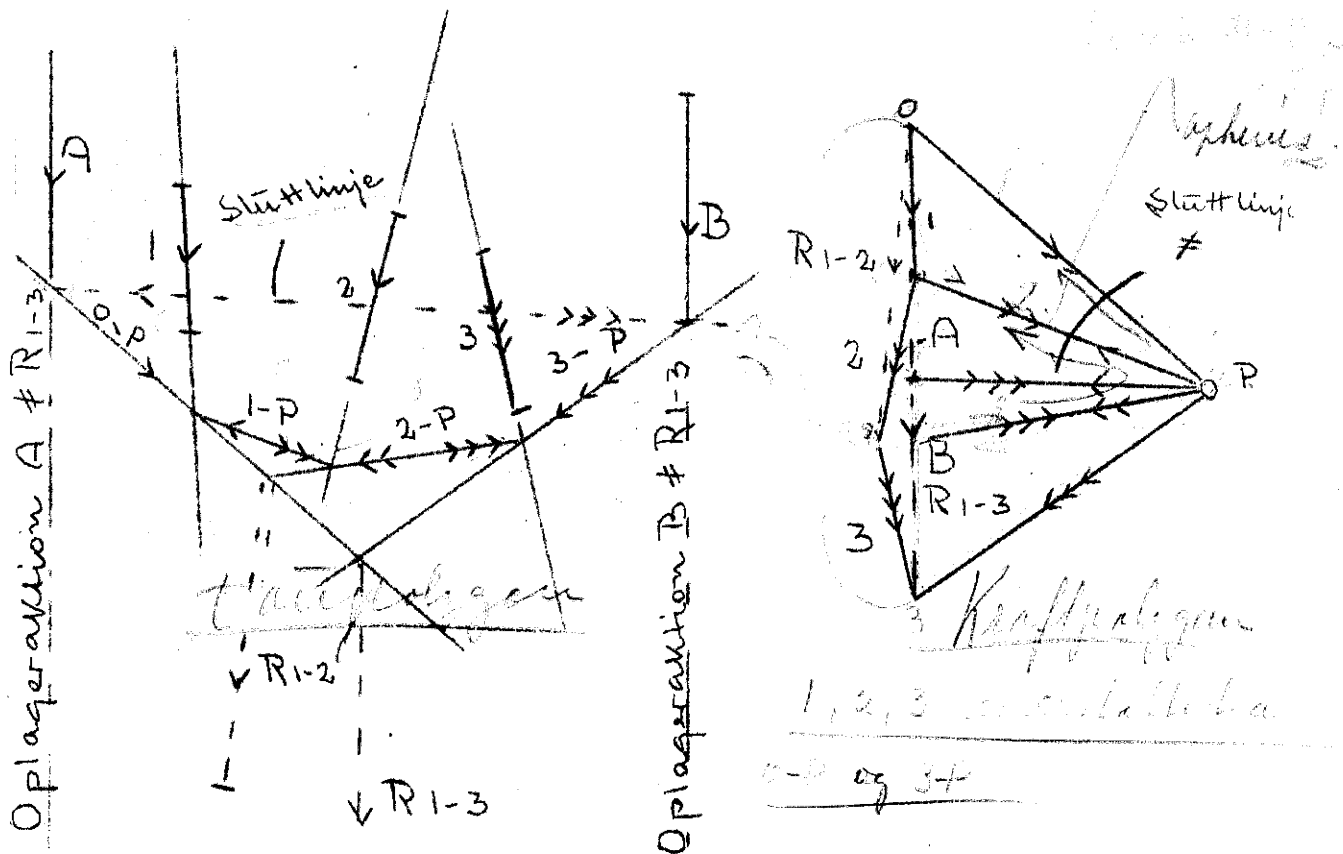
Resultantens pilretning er motsatt kraftpolygonens. Er kraftpolygonen lukket, er resultanten = 0. Et kraftsystem i likevekt må derfor ha en lukket kraftpolygon.

Kraft og Taugpolygoner.

Efter ovenstående fremgangsmåte har man ikke funnet resultantens angrepspunkt, hvilket i tilfelle må finnes analytisk eller ved suksessive sammensetninger av kreftene.

Resultantens angrepspunkt kan imidlertid også bestemmes på følgende måte:

Tilside for kraftpolygonen legges et punkt, polen, hvorfra trekkes linjer (polstråler) til kreftenes endepunkter.



Fra venstre i kraftsystemet trekkes en linje parallell polstrålen O-P til skjæring med kraft 1 og fra dette skjæringspunkt en linje parallell polstrålen 1-P til kraftens 2's retningslinje nåes, fra dette skjæringspunkt en linje parallell polstråle 2-P til skjæring med kraft 3's retningslinje o.s.v. inntil man fra siste kraft fra skjæringspunktet trekker en linje parallell siste polstråle (3-P).

Nu kan kraft 1 tenkes erstattet av komp. O-P og 1-P (danner et lukket krafttriangel i kraftpolygonen). Kraft 2

erstattes av 1-P og 2-P. Komponent 1-P vil være rettet mot høire fra kraft 1 og mot venstre fra kraft 2. Komponentene 1-P er motsatt rettet, like store og ligger i samme retningslinje, hvorfor de ophever hverandres virkning og kraft 1+2 er erstattet av 0-P og 2-P. Føres disse til skjæring finnes angrepspunktet for resultant  $R_{1-2}$ , og dens retning og størrelse finnes i kraftpolygonen.

Legger man til kraften 3 opheves virkningen av komp. 2-P og de 3 krefter er erstattet av 0-P og 3-P.

Føres disse retningslinjer til skjæring, finnes angrepspunktet til resultanten for 1+2+3, og dens retning og størrelse finnes på vanlig vis i kraftpolygonen. På dette vis kan et likegyldig antall krefter settes sammen grafisk til en fastlagt resultant. Polygonen som skjærer kraftretningene kalles taugpolygonen.

Er legemet oplagret på 2 oplagere, og kraftresultanten og oplagerreaksjonene er innbyrdes parallelle, føres sistnevntes retningslinjer til skjæring med taugpolygonen. De derved fremkomne skjæringspunkter forbindes ved hjelp av den såkalte sluttlinje. Trekkes nu en linje gjennom polen parallell sluttlinjen, vil resultanten i kraftpolygonen deles i oplagerreaksjonene.

Vi har fått en ny taugpolygon, nemlig linjen parallell 0-P utenfor A, sluttlinjen og linje parallell 3-P utenfor B. A erstattes av komponenten 0-P og sluttlinjens komp. i kraftpolygonen. Berstattes av komp. 3-P og sluttlinjekomponenten, den siste nu motsatt rettet. Da de 2 sluttlinjekomponenter er motsatt rettet, like store og ligger i samme retningslinje, faller de vekk, og komponentene 0-P og 3-P erstattes i kraftsystemet av kreftene A og B.

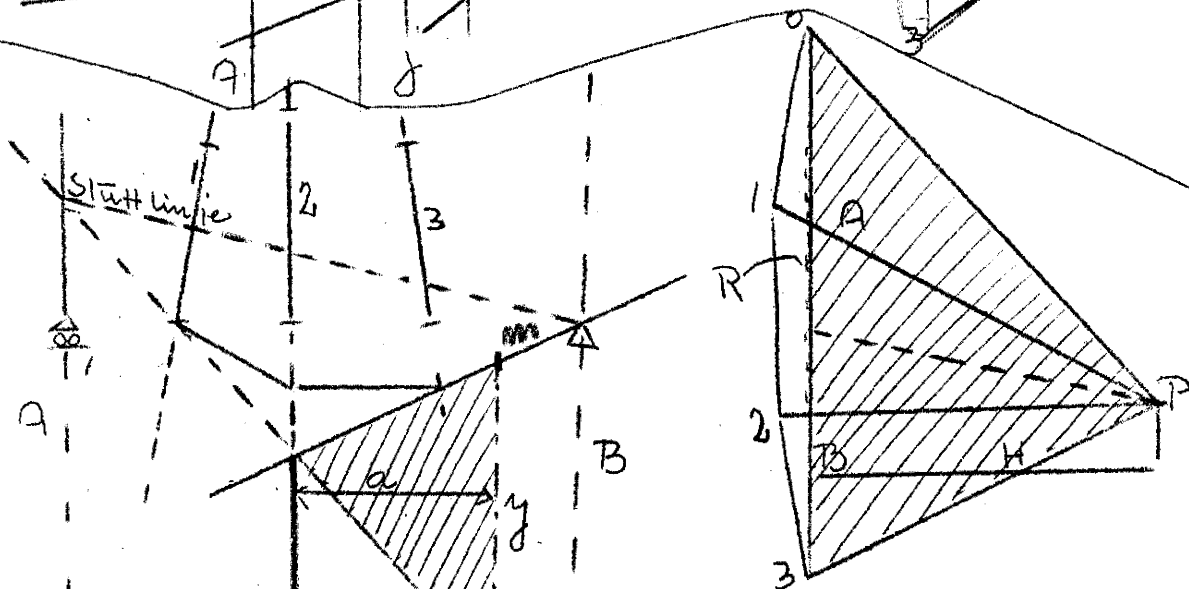
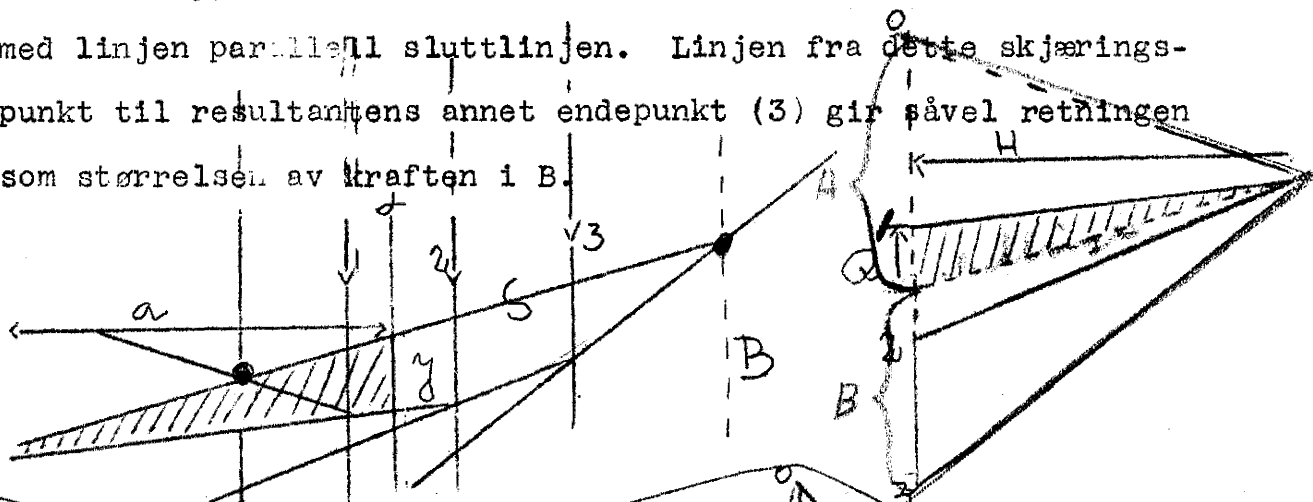
På dette vis er de opprinnelige krefter erstattet av kreftene A og B som virker i oplagerne og hvor de holdes i likevekt av de motsatt rettede oplagerkrefter (Aksjon = Reaksjon), se figur.

Hvilke av resultantavsnittene tilhører et be-

stemt oplager finnes av at krafttriangleret i kraftpolygonen har sine tilsvarende krefter gående ut fra et og samme punkt i taugpolygonen.

Skal oplagertrykkene bestemmes på et system hvor det ene trykks retningslinje (A) er bestemt og man kjenner et punkt på den annen (B) legges ytterste taugpolygonside gjennom B og taugpolygonen og sluttlinjen tegnes på vanlig vis.

Da retningen av A er kjent, kan denne trekkes i kraftpolygonen fra resultantens endepunkt (0) til skjæring med linjen parallell sluttlinjen. Linjen fra dette skjæringspunkt til resultantens annet endepunkt (3) gir såvel retningen som størrelsen av kraften i B.



Har man gjennom kraft og taugpolygonen funnet resultanten, kan dennes moment med hensyn på et punkt m bestemmes på følgende vis:

Gjennom m trekkes en linje parallell resultanten og de ytterste taugpolygonsider føres til skjæring med denne. På grunn av at sidene i det derved fremkommende triangel og sidene i krafttriangleret bestående av resultanten, og de ytterste polstråler er parvis parallelle er:  $R : y = H : a$   $M = R.a = H.y$ , d.v.s. kraftsystemets moment med hensyn på et punkt m er = linjeavsnittet y ganger poldistansen H. Da momentets dimensjon

er kraft  $x$  lengde må  $H$  måles i kraftmålestokken og  $y$  i lengdemålestokken.

Innføres oplagerkreftene i kraftsystemet og taugpolygonen trekkes op, vil første og siste taugpolygonside falle sammen og danne sluttlinjen.

I et system i likevekt vil alltid taugpolygonen være lukket.

Tenker man sig nu et snitt parallell resultanten lagt mellom 2 av kreftene og alle krefter på høire side av disse fjernet, vil resultanten eller den algebraiske sum, oplagerkraften medregnet av de på venstre side av snittet værende krefter (den såkalte transversalkraft eller skjærkraft  $Q$ ) ligger i skjæringslinjen mellom sluttlinjen og den overskårne taugpolygonside (da disse er de ytterste sider i taugpolygonen for kreftene til venstre for snittet), og størrelsen finnes ved hjelp av de dermed parallelle linjer i kraftpolygonen.

I de på fig. skraverte triangler sees på grunn av de parvis parallelle sider at  $H : a = Q : y$ , d.v.s. Resultanten  $Q$ 's moment med hensyn på snittet  $Q \cdot a = H \cdot y$ . Da  $H$  er konstant, blir altså momentet i et punkt i et sådant kraftsystem proporsjonal med ordinatavsnittet  $y$  inne i den lukkede taugpolygon, som av den grunn ofte kalles momentkurven  $Y$  maks. gir  $M$  maks.

Dette har i praksis stor betydning ved de grafiske bestemmelser av maksimalmomentet på en bjelke, f.eks. ved en nål i en nåledam utsatt for vanntrykk.

Som det sees kan ikke skjærkraften ligge mellom oplagerne. Denne skjærkraft har fått navnet fordi den søker å skjære bærere tvert over.

Den er positiv når den virker opover og negativ når den virker nedover på venstre side av snittet.



### Krefters spaltning.

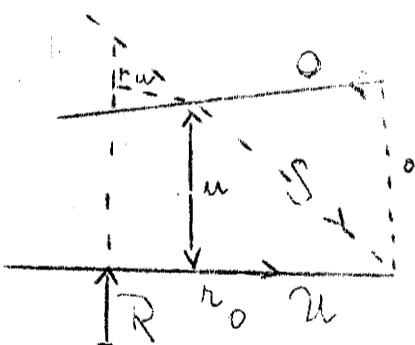
Likesom to krefter kan erstattes av en resultantkraft gjennom dens skjæringspunkt, kan omvendt den ene kraft erstattes av komponenter der likeledes kan finnes gjennom kreftenes parallellogram. Fordringen for at dette skal kunne skje er at de to retninger og kraften skjærer hverandre i samme punkt. Komponenten er bestemt hvis begge retninger er bestemt eller den ene retning og et punkt på den annen.

I forrige avsnitt er vist en grafisk metode hvorefter man kan spalte resultanten i 2 oppløsningskrefter. Man kan også spalte en kraft i 3 retninger i planet, når bare ikke disse skjærer hverandre i samme punkt.

Da denne oppgave ofte forekommer i fagverksoppgaven, skal her vises tre metoder.

#### 1). Ritters metode eller Momentmetoden.

2 av de ukjente krefters retningslinjer føres til skjæring og om det derved fremkommende punkt oppstilles momentet for kreftene. De to krefter som går gjennom momentpunktet faller ut av ligningen da dens arm = 0 og følgelig får man en ligning med bare den tredje ukjente kraft som ukjent.



$$R \cdot r_u = U \cdot u \quad \text{J:} \quad U = \frac{R \cdot r_u}{u}$$

$$R \cdot r_0 = 0 \cdot 0 \quad \text{J:} \quad 0 = \frac{R \cdot r_0}{0}$$

$$R \cdot r_s = S \cdot s \quad \text{J:} \quad S = \frac{R \cdot r_s}{s}$$

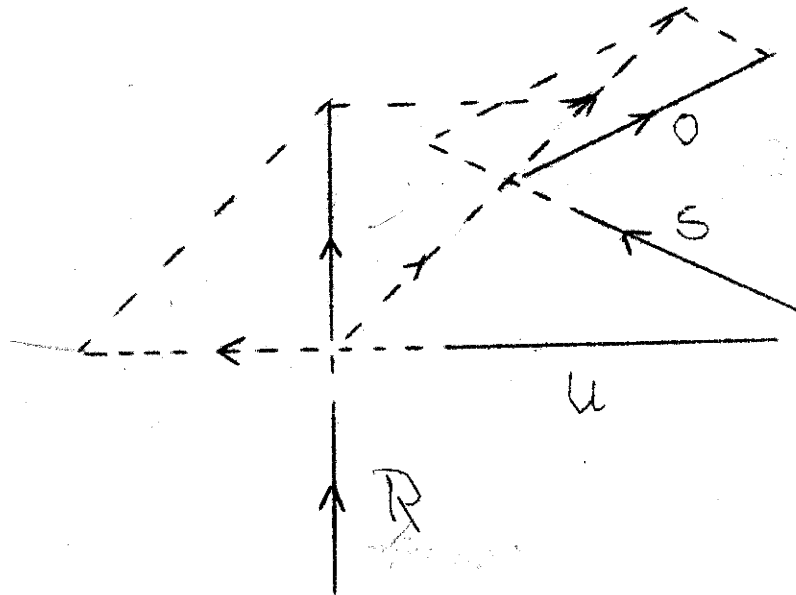
Armen måles på konstruksjonen og kraftretningen angis med piler. Blir svaret negativt, har man satt gal pilretning.

Ritters metode trenger ikke anvende om resultanten idet man godt kan ta summen av de momenter som virker på den ene side av snittet på grunn av de ytre krefter. Ritters metode egner sig ikke til bestemmelse av alle krefter, hvis 2 av retningene er parallelle.

2). Culmanns eller Snittmetoden.

*Snittmetode*

Den ene av de ukjente <sup>krefters</sup> retningslinje føres til skjæring med den kjente.



Den sistnevnte spaltes så i denne retning samt i en gjennom de to andres skjæringspunkter, og den siste komponent spaltes så i de 2 ennå ukjente krefters retning.

*Hvor det gjelder å finne alle krefter brukes*

3). Cremona eller punktmetoden.

*Viktig*

Hvis ikke oppgaven er bare å finne komponenten i 3 retninger, men som ved fagverket å bestemme alle stavkrefter, vil man hurtigst og sikrest løse oppgaven grafisk ved å begynne ved oplageret og gå fra knutepunkt til knutepunkt.

*Stille spørsmål om legge i samme plan*

Er konstruksjonen statisk bestemt, vil der i hvert nytt knutepunkt man kommer til bare være 2 ukjente stavkrefter og oppgaven blir således stadig å spalte en resultantkraft i 2 kjente retninger som skjærer resultatanten i knutepunktet.

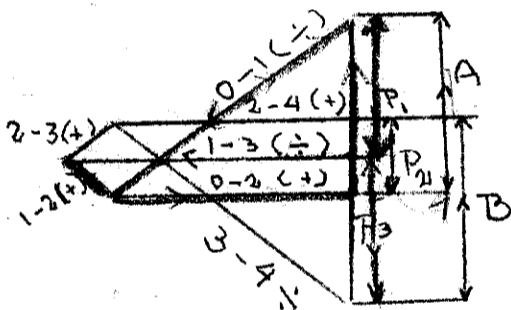
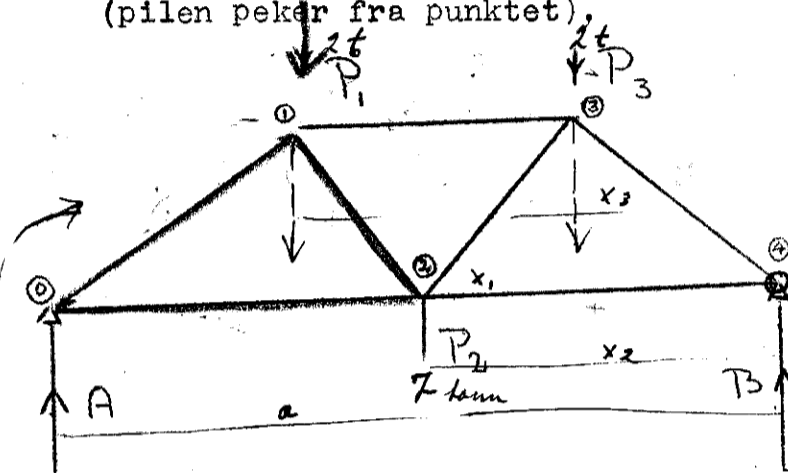
Alle krefter som virker på et knutepunkt i likevekt danner en lukket kraftpolygon. Tegner man først en kraftpolygon av de ytre krefter, idet man går i en bestemt retning rundt bærereren, og man på denne polygon konstruerer opp de enkelte knutepunktets kraftpolygoner slipper man å tegne opp hver enkelt stavs kraftpolygonlinje mere enn en gang.

Dette er Cremonas metode.

For ethvert knutepunkt tegnes kraftpolygonen opp, idet man går rundt punktene i en bestemt retning f.eks.

med viserne på et ur. Kraftretningen fåes da når man lar pilspissen peke den samme vei hele tiden rundt polygonen.

Da hver stav tilhører 2 knutepunkter vil man få 2 pilretninger idet kraft blir motsatt rettet når man går rundt det annet knutepunkt. Det er derfor oversiktligere å sette + på stavkraften når den trykker punktene fra hverandre (pilen peker mot punktet) og - når den trekker punktene sammen (pilen peker fra punktet).



På grunn av at hvert punkt i fagverket har en lukket polygon i kraftplanet og hvert punkt i kraftplanet hvor flere krefter støter sammen svarer til en polygon i fagverket, kalles metoden ofte punktmetoden. Alle krefter fåes i den målestokk hvori de yttre krefter er avsatt.

Bjelken.

Hvor bæreren mellom to oplagere består av en massiv bjelke, må man stanse kraftundersøkelsen når alle yttre krefter er bestemt. De i bjelken opptredende kritiske indre anstrengelser skyldes almindelig ikke direkte kreftene men disse momentene.


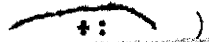
På grunn av at de ytre krefters moment bøier bjelken kalles det gjerne bøiningsmomentet og dimensjoner er som i alle momenter kraft x lengde.

Det resulterende ytre moment på et punkt av bjelken er avhengig av beliggenheten i forhold til kreftenes retningslinje.

Man får momentet i et tenkt snitt i en bjelke ved kun å regne med de på den ene side av snittet virkende

ytte krefter (oplagerkraften iberegnet). Momentets størrelse er lik den algebraiske sum av de enkelte krefters momenter med hensyn på snittet.

På venstre side av snittet regnes momentene positive når de svinger med viseren på et ur ( ↻ + ) og negative når de svinger mot viseren på et ut ( ↺ + ). På høire side av et snitt er den omvendt.

Forøvrig regnes gjerne et moment positivt når det bøier bjelken med buken nedover (  ) og negativt når buken vender opover (  ).

Er bjelken lagt op på 2 oplagerpunkter, regner man den for enkelt statisk bestemt og den lar sig løse av

$$\sum x = 0 \text{ og } \underline{\underline{\sum M = 0.}}$$

Egentlig skulde det ene oplager la sig bevege i en retning (f.eks. horisontalt) uten friksjon, men almindelig bortsees det fra dette ved den simpelt understøttede bjelke.

Derimot kan ikke bortsees fra denne fordring ved overdekning av større spenn, f.eks. ved bjelkebroer. Settes en rekke enkelt understøttede bjelker sammen til en bjelke ved hjelp av frittstående mellembjelker og friksjonsløse ledd så den ligger over mange felter, er systemet fremdeles enkelt statisk bestemt (som på figuren).

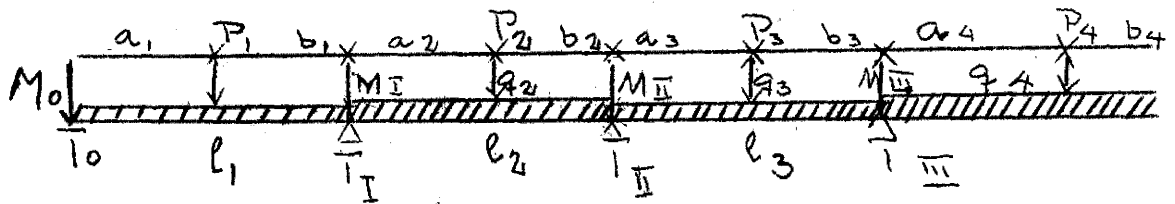
En sådan bjelke er den såkalte Gerberbærer.

Ved hjelp av de konsoler (utoverhengende bjelkeender) man der får, vil momentene i bjelken kunne reduseres i betydelig grad, men fordringen for at dette kan finne sted er at der er fri bevegelse i leddene, f.eks. bolteforbindelse.

Er derimot leddene stive, får man den såkalte kontinuerlige bjelke og nedbøining i et felt vil fremtvinge bøining av bjelken i de andre felter. De statiske likevektsligninger vil ikke lenger kunne løse opgaven og man må ta hensyn til forforandringer.

På grunnlag av disse er for bjelken med faste oplagere i samme høide utviklet den såkalte Clapeyrons ligning

ved hjelp av hvilke man i almindelighet kan finne negativmomentene over støttene



$$M_0 l_1 + 2M_I(l_1 + l_2) + M_{II} l_2 = \frac{\sum P_1 \cdot a_1 (l_1^2 - a_1^2)}{l_1} + \frac{\sum P_2 \cdot b_2 (l_2^2 - b_2^2)}{l_2} + \dots$$

*Handwritten note:*  $\rightarrow \frac{1}{4}(q_1 l_1^3 + q_2 l_2^3)$

Sådanne ligninger kan stilles op for hver 2 og 2 felter ved siden av hverandre, altså 1 ligning mindre enn antall felter og følgelig et ukjent oplagermoment mindre enn antallet felter.

Er der flere ukjente enn antall ligninger, må nogen av de ukjente søkes uttrykt ved hjelp av kjente verdier eller ved hjelp av en av de andre ukjente.

Ligningen man får når man flytter et felt til høyre fåes av den foregående ved å forhøje alle indekser en enhet.

$\sum P_1 a_1$  o.s.v. betyr at der er flere enkeltkrefter i et felt, fåes et tilsvarende ledd for hver enkeltkraft.

$q_1, q_2$  o.s.v. er samlet belastning (egenvekt + tilfeldig belastning pr. lengdeenhet). Er først oplagermomentene bestemt kan man finne støttetrykkene ved å begynne i endene og stille op den algebraiske sum av momentene til kreftene på den ene side av snittet gjennom et oplager. Dette skal være lik det utregnede. Man sørger kun for aldri å ha mere enn en ukjent hver gang.

Er dermed alle de ytre krefter bestemt, kan bøjningsmomentene bestemmes hvorsomhelst man ønsker det på bjelken.

For bjelker med like lange spenn samt enkelte andre tilfelle er der ved bestemte belastninger regnet ut ferdige koeffisienter som er samlet i tabeller i tekniske lærebø-

bøker. Det er gjerne de største positive momenter (i feltet) og negative (over oplageret) som derved kan bestemmes med en enkel regneoperasjon, idet der bare innføres dimensjonene for belastning og spennvidde. Almindelig finnes også koeffisienter for støttetrykkene. *Se 1.64 b.*

Vil endel av oppgaver kunne regnes ut ved hjelp av sådanne tabeller, forenkles ofte arbeidet om denne del skilles ut. Innflytelsen av den resterende del av belastningen kan så finnes ved hjelp av Clapeyron.

Man kan nemlig undersøke de forskjellige belastningers innflytelse hver for sig for til slutt å legge sammen resultatene bare disse har samme dimensjoner.

*J. Jun hetting  
i tegne og grafisk!* Dette er Superposisjonsprinsippet.

#### Fagverket.

Fagverket er en stiv bærer sammensatt av enkelte staver som festes sammen i såkalte knutepunkter. Denne forbindelse regnes å skje ved hjelp av dreibare ledd uten friksjon.

De øvre begrensingsstaver kalles overgurter, de undre for undergurter. Mellom disse fører de loddrette der kalles vertikaler eller stendere og de skrå som kalles strevere eller diagonaler.

Belastes fagverket bare i knutepunktene, blir stavene alene utsatt for aksialkrefter (forutsatt fri bevegelse i knutepunktene), mens de enkelte staver også blir utsatt for bøiningemomenter hvis de belastes mellom knutepunktene.

Et fagverk er ytre enkelt statisk bestemt eller ubestemt eftersom de ytre krefter lar sig løse av likevektslikningen eller ei.

Da der er 3 likevektsbetingelser, kan der eventuelt være 3 oplagerukjente, hvorfor det ene oplager må bevege sig friksjonsløst i en retning (et fast og et bevegelig).

Kan stavkreftene finnes ved hjelp av likevektsbetingelsen, er fagverket indre statisk bestemt.

Ved et knutepunkt forlanges der ved likevekt at kraftprojeksjon på henholdsvis x-akse og y-akse er = 0

$$(\sum x = 0, \quad \sum y = 0).$$

Der kan derfor for hvert knutepunkt stilles op 2 hverandre uavhengige ligninger og er der k punkter, får vi:

$$2.k \text{ ligninger.}$$

Er s antallet staver, får man:

$$2k = s + o$$

hvor o er det antall oplager ukjente man kan ha. Er fagverket ytre statistisk bestemt, er

$$o = 3$$

og antallet staver i et indre og ytre statistisk bestemt fagverk blir derfor

$$s = 2k - 3.$$

$$k=3 \\ s = 2 \cdot 3 - 3 = 3$$

Har man 3 punkter som skal forbindes ufor-skyvelig med hverandre, trengs 3 staver. For hvert punkt yderligere som skal festes ufor-skyvelig til systemet kreves 2 staver som ikke ligger i hinannes forlengelse.

Er det derfor k punkter kreves til fast forbindelse mellom disse

$$s = 2k - 3$$

antall staver. D.v.s. det antall som gir et statistisk bestemt fagverk der bygges op av triangler.

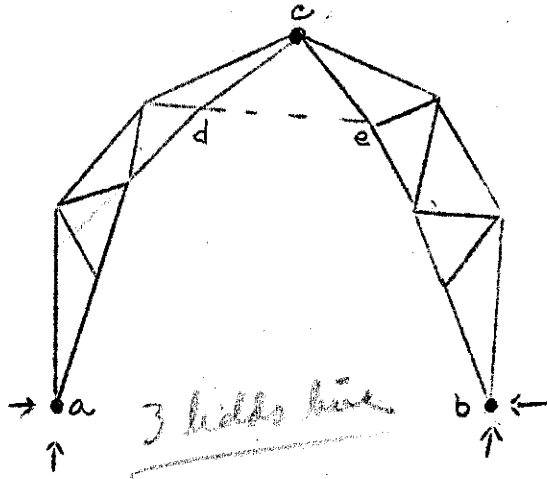
Ved undersøkelser av stavkrefter kan man anvende Ritters, Culmanns eller helst Cremonas metode etter at oplagerkreftene er bestemt ved momentet om det ene oplager.

Som det av fagverkets ligninger fremgår, er der en forbindelse mellom antallet staver og oplagerukjente, idet summen av disse = 2 k. Økes derfor en oplagerukjent, må man sløife en stav forat beholde fagverket som enkelt statistisk bestemt.

Lar man hosstående fagverk få ledd i begge oplagere, så de blir faste, får man 4 oplagerukjente hvorfor man må sløife staven d-e og man får knutepunktet c, se topp-

Ok  
MB

ledd.



Dermed har man i grunnen delt op fagverket i 2 stykker. Disse to tilsammen danner den såkalte treledds bue som muligens vil få betydning i den landøkonomiske husbygning. Den løses statisk lettest gjennom superposisjonsloven. Alle belastninger samles til resultanten, en for hver side av midtleddet.

Ser man bort fra den ene, kan den annen resultat spaltes i en kraft gjennom sin halvdels fotledd, og en kraft med retning gjennom de 2 andre ledd.

Så dekomponeres den annen resultat på samme vis og komponentene i fotleddet samles. Dermed er de ytre krefter bestemt og de indre kan bestemmes.

Foruten de vertikale oplagertrykk som fremkalles ved en bjelke og et almindelig fagverk, optrer der ved treledds bue også horisontale krefter i oplagerne. Disse må optas gjennom strekkbånd eller direkte av støttene eller jord, og er i statisk henseende skillepunktet mellom bjelker eller fagverk og

#### Buen.

Buen kan som fagverket være statisk bestemt (som treledds bue) eller mere eller mindre statisk ubestemt (buen uten ledd, buen med toppledd alene og 2-ledds bue).

Har man en massiv bue med 3 ledd, bestemmes oplagerkreftene som for 3-ledds bue av fagverk omtalt. Det er særlig kraften i toppleddet man her ønsker.



Derefter deles buen op i vertikale lameller hvis vokter (iberegnet tilfeldig belastning) og tyngdepunkter bestemmes. Kraften i toppleddet settes så sammen med vekten av den nærmeste lamell og resultanten føres til skjæring med retningslinjen for vekten i lamell nr. 2 fra toppleddet, for der å settes sammen med denne.

Sådan fortsettes helt ned i oplageret på begge sider.

Den derved fremkomne resultantkraftpolygon kalles trykklinjen. Hvor denne skjærer gjennom lamellfugene fåes vinkelpunktene for en ny polygon som kalles støttelinjen. Disse to faller ganske nær sammen og forveksles ofte. Hvis nu buen overalt har støttelinjer i tverrsnittenes tyngdepunkter, kan der alene opstå et rent trykk av størrelse \*

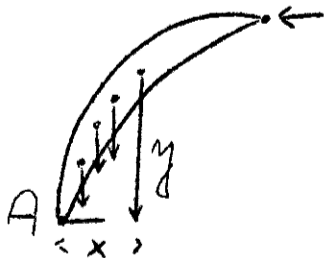
$\frac{\text{resultantkraften}}{\text{buetverrsnittet}}$

like stort over hele snittet.

Ligger støttelinjen utenfor tyngdepunktet, vil trykket øke utenfor støttelinjen på samme side av tyngdepunktet som denne, og avta på den annen.

Vil man undgå strekk, må overalt støttelinjen ligge inni buens midtre tredjedel. (Kfr. sammensatt trykk og bøining i fasthetslæren).

Tilfredsstillter ikke buen kravet til støttelinjen ved de forskjellige belastninger, må den omformes.



Da det ytre moment i et vertikalsnitt i avstand  $x$  fra oplageret til å begynne med vokser for igjen å avta mot toppleddet, hvor det er lik 0, får treleddsbuen sin største dimensjon midt mellom leddene.

Buer av sten uten ledd er 3 dobbelt statisk

ubestemt, men kan for mindre buers vedkommende med tilstrekkelig nøyaktighet betraktes som 3-leddsbuer.

Er tykkelsen i toppen  $h_t$  gjør man ofte de andre tykkelser i hvelvet større.

Tykkelsen i en radiell fuge kan bl.a. finnes av følgende formel:

$$h = h_t : \cos \varphi$$

hvor  $\varphi$  er krumningsradiens vinkel med vertikalen.

$$h_t = 0,2 + \frac{1}{21000} \cdot \frac{G}{\sigma} \cdot \frac{1}{f} \quad (\text{Schwartz})$$

hvor  $h_t$  er i meter,  $G$  vekten i kg av buehalvdelen 1 m dyp.  $\sigma$  tillatt spenning,  $l$  spennvidde og  $f$  pilhøyden.

Buen gjøres ikke med over  $120^\circ$  centervinkel.

Selve buen formes almindelig om trykklinjen for egenvekt +  $1/2$  total tilfeldig belastning, idet man lar trykkpolygonen gå gjennom midtpunktet av såvel topp som vederlagsfugene (kemperfugene).

Dessuten undersøkes trykklinjens forløp ved ensidig tilfeldig belastning, idet man lar trykkpolygonen gå gjennom et punkt over toppfugens midtpunkt i en avstand fra dette

$$e = \frac{5 \cdot h_t^2}{16 f}$$

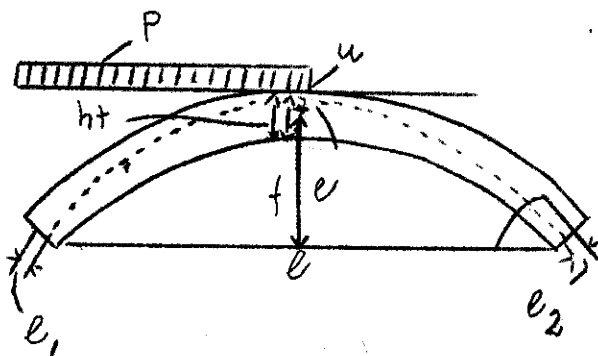
og i den belastede kemperfuge avst:

$$l_1 = \cos \varphi_k \left( 2e + \frac{1}{8} \frac{P \cdot f}{u + 0,14 f} \right)$$

og i det ubelastede kemperfuge

$$l_2 = \cos \varphi_k \left( 2e - \frac{1}{8} \frac{P \cdot f}{u + 0,14 f} \right) \quad (\text{Hütte, 1909, s.344, Bd.III})$$

blir  $l_2$  negativ ligger punktet over midtpunktet.



Tilfredsstillt buen kravet på at støttelinjen skal ligge inne i midtre tredjedel, samt at ikke spenningene blir for store, er dermed bueprosjektet i orden, hvis den da ikke er overdimensjonert så man vil gjøre den litt spinklere. Er buen av større dimensjon, kan det være tale om å undersøke under hensyntagen til deformasjonene.

Skal man mure op buer, bør fugene stå loddrett på støttelinjen.

Efter at oplagerreaksjonene er bestemt må man undersøke om vederlaget er tungt nok til sammen med trykket fra buen å få resultatanten holdt innenfor midtre tredjedel. Særlig er dette påkrevet ved pillarer. Sistnevnte resultatant må ikke bevirke større trykk enn tillatelig mot underlaget.

#### Fasthetslære.

Henger man et lodd op i en spiralfjær eller klemmer man et stykke viskelær sammen ved å legge et lodd på det, vil man få se at fjæren eller viskelæret forandrer sin form. Reduseres eller økes belastningen, vil det resultere i en ny formforandring.

Formforandringer viser sig som en tiltagen eller avtagen av legemets volum. Så snart imidlertid loddet fjernes, søker legemet å få sin oprinnelige form tilbake.

Ved deformingeringen opstår der indre, såkalte elastiske krefter i legemet, som gjør det istand til å overføre vekten av loddet til understøttelsespunktet. Det er nettop igjennem de ved deformasjonen fremkalte indre krefter at materialene kan overføre en kraft fra et punkt til et annet.

Den egenskap hos materialet at det søker å innta oprinnelig form efter avlastningen kalles elastisitet og den elastiske motstand mot formforandringer kalles spennkraft.

Med spenningen ( $\sigma$ ) forstår man spennkraften

$\sigma = \frac{F}{A}$

pr. flateenhet og den fåes følgelig ved å dividere kraften med tverrsnittet.

$$\sigma = \frac{P}{F}$$

når spennkraften fordeler sig jevnt over hele tverrsnittet.

Den samlede kraft P er alltid lik summen av alle flateelementene x de respektive spenninger. I almindelighet forstår man ved spenningen spennkraften i kg pr. cm<sup>2</sup>.

Når spenningen ( $\sigma$ : belastningen) øker vil man nærme sig den spennkraft som er maksimum av hvad materialet tåler før legemet går istykker, d.v.s. legemets fasthet.

Et legemes evne til etter avlastning å gjenvinne sin oprinnelige form, stanser op ved en bestemt spenningstilstand den såkaldte elastisitetsgrense, økes spenningen over denne vil man etter avlastningen få en blivende deformasjon.

Endel materialer er enn videre i besiddelse av en viss treghet, så deformasjonens fulle størrelse først inntreffer lenge etter at belastningen er fullbragt. Dette kalles for den elastiske ettervirkning.

Samtidig med at deformasjon er nødvendig for kraftoverføringen gir den også et mål for spenningers størrelse, idet det er en viss relasjon mellom spenning og deformasjon.

Hos mange av våre byggematerialer er dette forhold temmelig nær enkelt proporsjonalt, så man kan sette

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} \quad (\text{Hookes lov})$$

innen en maksimal spenningstilstand som kalles for proporsjonalitetsgrense.

For tre	250 kg/cm <sup>2</sup>
" smijern	1600 "
" flusjern	2400 "
" sten	10 - 100 "

$\sigma$  = spenningen

$\epsilon$  = den relative forlengelse.

E = en koeffisient, spesifikk for materialet, den såkaldte elastisitetmodul som for følgende stoffer er:

*lengde av det vi kan regne med. Ved strekk av  
 høymyr 90 - Ved høyrekke 100 kg/cm<sup>2</sup>.  
 Ved flusjern 2400, men det må være meget stort jernmakere  
 eller stjern utvidet seg når belastningen bare rakk. Hvis man  
 ikke hadde prop. ville det bli mang deformasjon. En bra måte*

$\sigma = \text{kg/cm}^2$   
sammenheng!  
↑  
): et belastningsstadi

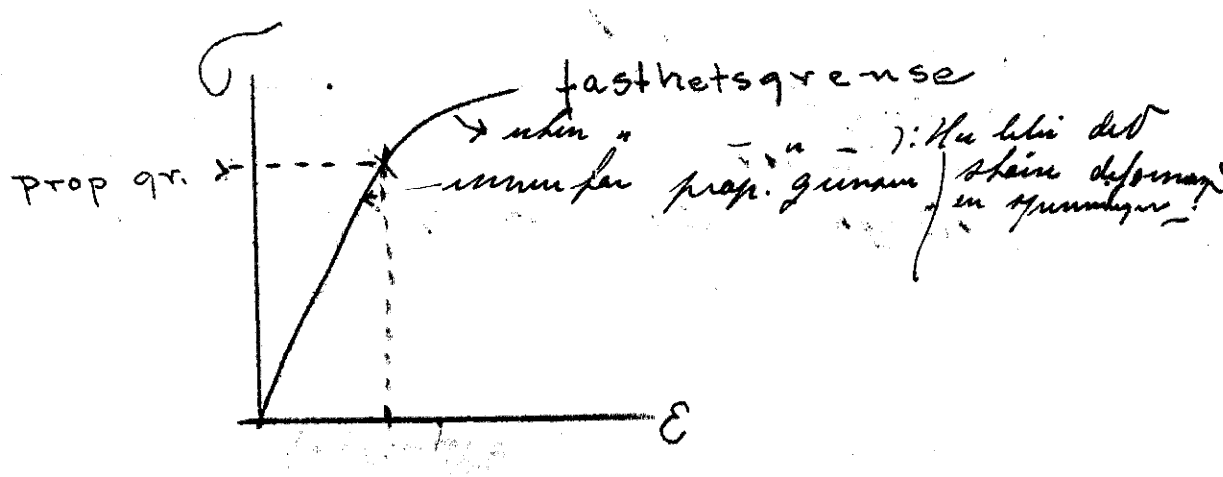
Tre	=	100000	kg/cm <sup>2</sup>
Smijern	=	2000000	"
Flusjern	=	2150000	"
Støpejern	=	1000000	"
Stål	=	2200000	"
Sten	=	.	"
(Betong	=	143000	) "

Økes spenningen ytterligere vil det optre en større deformasjon enn proporsjonalt med spenningen.

112.

Tegnes op de sammenhørende verdier av  $\sigma$  og  $\epsilon$

i et rettvinklet axesystem får man det såkalte arbeidsdiagram for vedkommende materiale.



Hvis man strekker eller trykker sammen et stykke smibart jern vil man ved en bestemt spenning iaktta at jernet plutselig begynner å deformere sig sterkt uten at man behøver å øke belastningen, ja fortsettelsen av den sterke deformasjon krever ofte mindre belastning enn den der satte den igang.

Denne spenningstilstand kalles for flytegrensen ved strekk og knusningsgrensen ved trykk.

Grunnen til at kurven synker efter maksimal belastning er at tverrsnittet på brudstedet snurper

sig sammen, så P avtar tross at  $\frac{P}{F}$  blir større.

Flere andre materialer har meget sterk deformasjon straks før bruddet, men ikke så utpreget flytegrense som smijern.

Ved iakttagelse av det sammentrykte viskelær, sees at det har fått en tverrutvidelse. Tverrutvidelsen er mindre enn deformasjonen i kraftens retning og kan iflg. forsøk settes = en viss brøkdel av denne.

$$\epsilon_q = \frac{1}{m} \frac{\sigma}{E}$$

hvor m ligger mellom grenseverdiene 2 og 4 og kalles Poissons konstant. For jern settes den = 10/3. Denne tverr<sup>de</sup>formasjon tas i den praktiske bygningsmekanikk intet hensyn til og i formelen

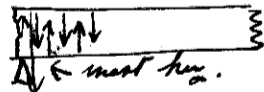
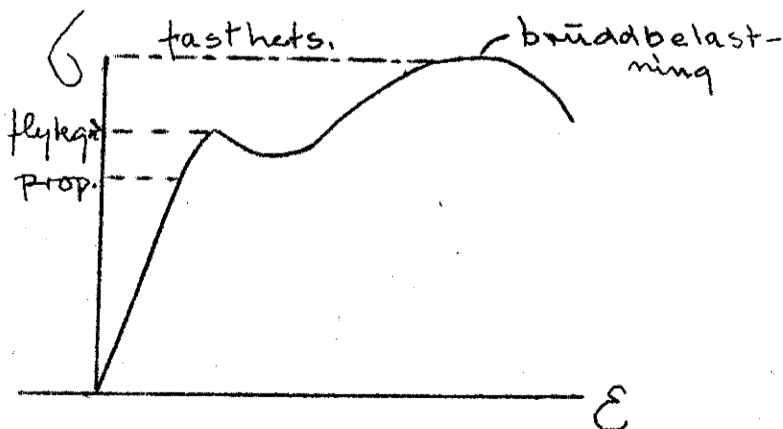
$$\sigma = \frac{P}{F}$$

betyr alltid F det opprinnelige tverrsnitt av staven (før belastningen).

### Spenningsformer.

Arten av spenninger i et legeme er avhengig av kraftens angrepsmåte. Virker kraften med sin retningslinje langs stavens tyngdepunktakse får man rent strekk eller rent trykk eftersom kraften virker fra eller mot staven.

Søker kraften å klippe over et stavtverrsnitt får man ren avskjæring. Sådanne opptrer ved bjelken ved opplagere idet kraften her søker å klippe bjelken over. Enn videre opptrer den i trekonstruksjoner ved tapper og forsatter.



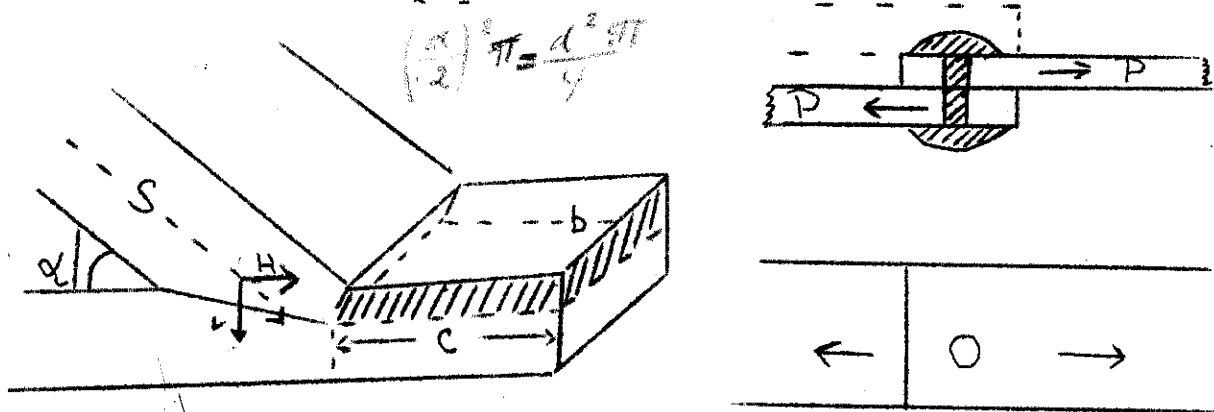
Er det i sperren en kraft S spaltes denne i en horisontalkraft  $H = S \cos \alpha$  og en vertikalkraft  $V = S \sin \alpha$ . I det punkterte snitt med areal C . b må forskyvningskrefter, av-

skjæringsspenningen,  $\frac{H \cdot c \cdot \sin \alpha}{c \cdot b}$  ikke overstige materialets evne til å motstå anstrengelsen. Enn videre må den flate som overfører trykket fra sperren til fot, ikke overanstreges.

I dette tilfelle vil vertikalkraften ved friksjon  $S \cdot \sin \alpha \cdot f$  delvis opheve  $H = S \cdot \cos \alpha$ , så strengt tatt er det kun differensen mellom disse, som må optas av flaten  $c \cdot b$ .

Er det satt en bolt igjennem forbindelsen kan regnes med at friksjonen økes kunstig med en kraft  $Z \cdot f$ , hvor  $Z$  efter Melan kan settes  $= 300 \cdot d^2$ , hvor  $d$  er boltediameteren.  $f$  kan for tre på tre settes  $= 0,5$ .

Er der kraftoverføring i bolter eller nagleforbindelser i jern kan avskjæringsspenningen optræ på mange vis, likesom der også optræ trykk og strekkspenninger. Naglen må ha tilstrekkelig tverrsnitt  $(\frac{\pi d^2}{4})$  til å motstå kraftoverføringen i



snittet mellem de to plater.  $\frac{\pi d^2}{4} \cdot t > P$ .

Er naglen dobbelt snittet  $\circ$ : overføres kraften fra en plate til 2 andre, en på hver side, behøves bare det



halve nageltverrsnitt. Efter svekkelsen gjennom naglehullet må det ennu være tverrsnitt nok tilbake i platen til å kunne overføre kraften  $P$  til partiet bak naglen. Her blir det strekkpåkjenning



Så må partiet bak naglen være sterkt nok, så at det ikke blir revet ut av naglen, og endelig må arealet av plate-

kanten i naglehullet på baksiden av naglediameteren  $\perp$  P være sterkt nok til å overføre trykket P gjennom trykk mot naglen.

Med hensyn til de materialanstrengelser der kan tales, merkes at ved jern tåles som avskjæring  $4/5$  av strekkfastheten og trykket mot platekant kan settes =  $8/5$  av strekkfastheten (da materialet ikke kan gli ut til siden); se forøvrig avsnittet tillatt spenning.

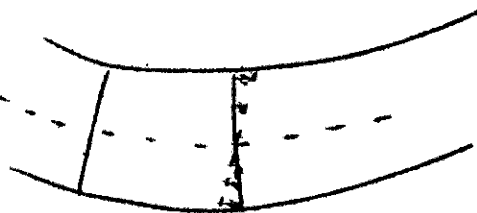
Ved bolteforbindelse i tre må de samme undersøkelser gjøres. Er boltene lange kan det dertil være nødvendig også å undersøke dem på

### Bøining.

Man tenker sig en bjelke utsatt for et rent bøiningmoment. Da systemet er i likevekt vil det i ethvert tenkt snitt på bjelken finnes en spenningstilstand som holder likevekt med de ytre krefter  $\mathcal{O}$ ; finnes et indre moment som er like stort og motsatt rettet det ytre moment.

Når en bjelke bøies, vil den forkortes på oversiden og forlenges på undersiden, følgelig oppstår det trykkspenninger på oversiden og strekkspenninger på undersiden (idet vi slutter fra virkning til årsak). Selve stavaksens bøiede form kalles den elastiske linje.

For å få et enklere forhold mellem spenninger inne i bjelkesnittet antar man at snitt som er plane før bøiningen også beholder sin planhet etterpå.



På et sted i bjelken vil fibrene hverken forlenges eller forkortes, idet spenningen her er 0. Dette sted ligger på den såkalte 0-linje eller nøtrale akse og er ved homogene tverrsnitt med samme elastisitetskoeffisient for strekk og trykk i midten av bjelken.



Har man  $2\neq$ , plane snitt loddrett bjelkeaksen vil de efter bøiningen stå på skrå i forhold til hverandre.

På grunn av snittenes planhet sees lett på fig. at deformasjonen i partiet mellem de to snitt er proporsjonal med avstanden fra 0-aksen.

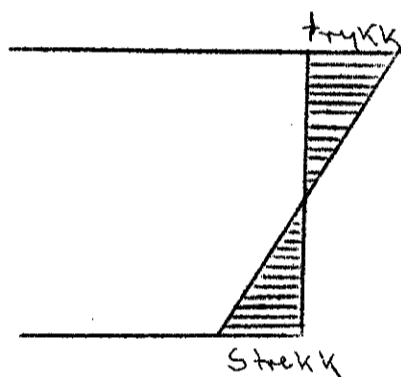
Fra Hookes lov vet vi er

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{\Delta l}{l} \text{ } \therefore \sigma = \frac{\Delta l}{l} \cdot E$$

altså

Spenningen er proporsjonal med forkortelsen og og dermed proporsjonal med avstanden fra 0-aksen.

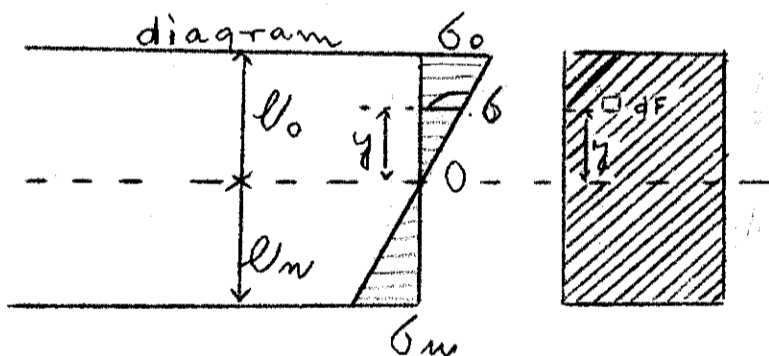
Avsettes i en bestemt målestokk f.eks. 100 kg =



1 cm spenningen, altså trykket eller strekket pr.  $\text{cm}^2$  som abscisse rett ut fra vedkommende punkt i tverrsnitt, vil abscisseendepunktene forbindelseslinje danne to triangler, som således

er snittets spenningsdiagram.

Betyr  $dF$  i avstanden  $y$  fra 0-aksen en del av tverr-



snittet, så lite at spenningen  $\sigma$  kan regnes konstant på det, blir kraften som virker på  $dF = dk = dF \cdot \sigma$ .

Da nu spenningen er proporsjonal med avstanden fra 0-aksen blir  $\sigma : y = \sigma_0 : l_0$  hvor  $\sigma_0$  er spenningen i avstanden  $l_0$  fra nullinjen (ved overkanten) eller  $\sigma = \frac{\sigma_0}{l_0} \cdot y$  og man får at kraften på platen  $dF$ :

$$dk = \frac{\sigma_0}{l_0} dF \cdot y$$

Et sådant uttrykk kan fåes for enhver liten flate i tverrsnittet.

Da det på bjelken utenfra bare optrer et rent mo-

ment må summen av alle små horisontalkrefter  $d \cdot k$  i snittet være = 0.

$$\int d k = \frac{\sigma_0}{I_0} \int d F \cdot y = 0$$

Da  $\frac{\sigma_0}{I_0}$  er en konstant, endelig størrelse, må

$$\int d F \cdot y = 0.$$

$\int d F \cdot y$  = flatens statiske moment med hensyn på nullinjen, hvorav følger at nullinjen og tyngdepunktaksen faller sammen, idet tyngdepunktet er det punkt hvorom flatenes statiske moment = 0.

Summen av alle indre småkrefters moment med hensyn på et hvilket som helst punkt gir det indre moment som holder likevekt med det ytre. Hensiktsmessig velges nullinjen som momentpunkt og momentsummen blir da:

$$M_0 = \int d k \cdot y = \frac{\sigma_0}{I_0} \int d F \cdot y^2 = \frac{\sigma_0}{I_0} \cdot I_S$$

hvor  $I_S$  er hvad man kaller flatens treghetsmoment med hensyn på tyngdepunktlinjen.  $I_S$  er kun avhengig av tverrsnittets form; det er for rektagelet:



$$I_S = \frac{b \cdot h^3}{12} = \text{treghetsmomentet}$$

og for sirkelen:  $\langle d \rangle = \frac{\pi d^4}{64} = \text{treghetsmomentet}$

Det er almindeligvis den maksimale spenning i snittet som interesserer og den finnes lengst fra 0-linjen.

$$\sigma_0 = \frac{M \cdot I_0}{I_S} \quad \text{og} \quad \sigma = \frac{M \cdot y}{I_S}$$

den siste formel gir spenningen i en vilkårlig avstand  $y$  fra nullinjen.

Innfører man uttrykket  $W = \frac{I_S}{I_0} = \text{motstandsmomentet}$  i formelen for kantspenningen  $\sigma$  fåes:

$$\sigma_0 = \frac{M}{W} \quad \text{eller} \quad M = \sigma_0 \cdot W$$

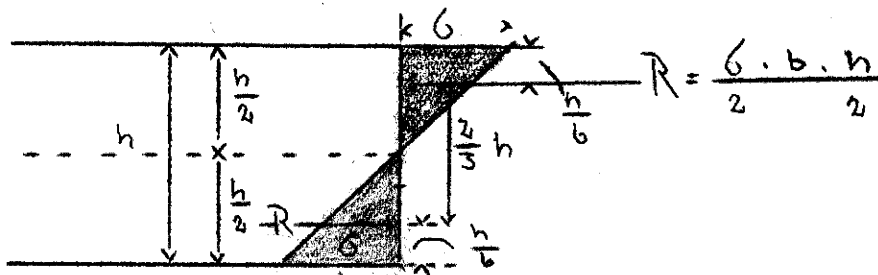
som er den almindelige bøiningsformel.

$I$  har benevnningen  $\text{cm}^4$ , og  $W$  har benevnningen  $\text{cm}^3$ .  
 $W$  for rektangulære tverrsnitt  $\square$   $h = \frac{b \cdot h^2}{6}$  og for sirkeltverrsnitt  $\langle d \rangle = \frac{\pi d^3}{32}$

Da man alltid i en ligning må ha samme dimensjoner på de forskjellige ledd, og  $\sigma$  angis i  $\text{kg/cm}^2$  mens  $W$  angis i  $\text{cm}^3$ ,

må bøiningmomentet alltid innføres i kg cm.

1 ton . m = 1000,00 kg cm.



Har man et rektangulært tverrsnitt av bredde  $b$ , vil den øverste og underste rekke  $cm^2$  ( $\sigma: b \text{ cm}^2$ ) ha spenningen henholdsvis  $-\sigma$  (trykk) og  $+\sigma$  (strekk). Da spenningene vil avta etter den rette linje mot 0-linjen vil den midlere spenning : trykk (eller strekk) pr.  $cm^2$  over (og under) nullinjen være (henholdsvis)

$$-\frac{\sigma}{2} \text{ (og } +\frac{\sigma}{2} \text{ )}.$$

Da her er forutsatt homogent materiale og samme elastisitetskoeffisient for strekk og trykk vil nullinjen ligge i bjelkens halve høide.

Er bjelkens høide  $h$ , blir resultantkraften over nullinjen

$$-\frac{\sigma}{2} \cdot b \cdot \frac{h}{2} = -\frac{\sigma \cdot b \cdot h}{4}$$

og under nullinjen

$$+\frac{\sigma \cdot b \cdot h}{4}$$

På grunn av det triangelformede trykkdiagram angriper resultanten i  $1/3$  av triangelhøiden utenfra  $\sigma: \frac{h}{6}$  og armen mellom dem blir

$$h - \left(\frac{h}{6} + \frac{h}{6}\right) = \frac{2}{3} h$$

Disse krefter er motsatt rettede, parallelle og like store. De frembringer et moment

$$K \cdot a = M = W \cdot \sigma$$

$$\frac{\sigma \cdot b \cdot h}{4} \cdot \frac{2}{3} h = \sigma \cdot \frac{b h^2}{6}$$

som holder likevekt med det ytre moment  $M$ . Innsettes i ligningen  $M = \sigma \cdot W$  verdien for  $W$  i rektangulære tverrsnitt

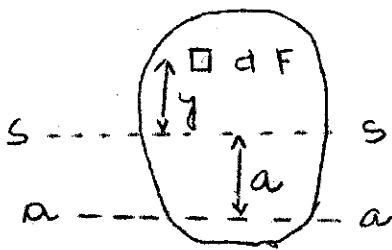
$$= \frac{b h^2}{6} \text{ fåes } M = \sigma \frac{b h^2}{6}$$

altså det samme uttrykk som det der er utledet gjennom geometrisk betraktningsmåte.

*Handwritten notes at the bottom of the page, partially illegible, discussing the derivation of the moment of resistance formula.*

### Sammensatte tverrsnitt.

Har man satt sammen tverrsnittet av forskjellige deler, finner man tyngdepunktet ved at alle enkelte tverrsnitts moment med hensyn på f.eks. øvre begrensningslinje er lik det samlede tverrsnitt gange tyngdepunktavstanden fra samme begrensningslinje  $X_s = \frac{\sum f \cdot X}{\sum f}$  Derved kan maksimumspenningen finnes når det sammensatte tverrsnitts treghetsmoment kjennes. Dette siste kan finnes på følgende vis:



Man har et legeme av flateinnhold  $F$  hvis treghetsmoment  $I_s$  med hensyn på tyngdepunktaksen  $s - s$  man kjenner, og søker treghetsmomentet med

hensyn på en i avstanden  $a$  liggende med  $s - s$  akse.

Treghetsmomentet av et vilkårlig flateelement  $dF$  med hensyn på  $a - a$  er

$$dF (y + a)^2 = dF \cdot y^2 + 2 \cdot a \cdot dF \cdot y + dF \cdot a^2$$

Summen av alle småflatenes (hele legemets) treghetsmoment m.h.på  $a - a$  akse blir da

$$I_a = \int dF \cdot y^2 + 2 \cdot a \int dF \cdot y + a^2 \int dF$$

$$\int dF \cdot y^2 = I_s \quad \int dF \cdot y = 0$$

idet det er det statiske moment m.h.på tyngdepunktet  $\int dF \cdot y = F$

$$\underline{I_a = I_s + F \cdot a^2}$$

En flates treghetsmoment m.h.på en akse

≠ tyngdepunktaksen er lik summen av flatenes treghetsmoment m.h.på tyngdepunktaksen, og flaten gange kvadratet på avstanden mellom de to akser.

Man kan så i det sammensatte tverrsnitt summere de enkelte flaters treghetsmomenter m.h.på den nye tyngdepunktakse, og ved å dividere dem med de største avstander fra ytterkant til tyngdepunkt, finne minste motstandsmoment. (som gir størst kantspenning).

Skjærspenning ved bøining.

Tar man endel bord og legger på hverandre til man får bjelkeformen, renskjærer endene og bøier bordene, vil endene bli sagtakket idet bordene på undersiden blir forlenget og på oversiden forkortet. Limer eller spikrer man bordene sammen og bøier påny vil endene fortsette å være plane etter bøiningen, samtidig med at bæreevnen er øket sterkt.

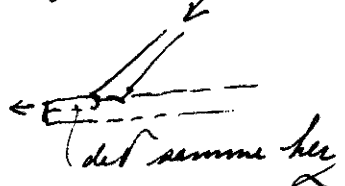
Var der f.eks. 6 bord a 2 cm tykkelse og 10 cm bredde vilde bjelken av løse bord ha:

$$W = 6 \frac{10 \cdot 2^2}{6} = 40 \text{ cm}^3$$

mens den annen bjelke

$$W = \frac{10 \cdot 12^2}{6} = 240 \text{ cm}^3$$

$$M_b = \frac{q l^2}{8} \cdot 6 \cdot W = \delta \cdot \frac{b h^2}{6}$$



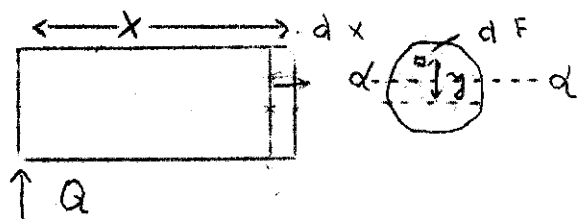
Ø: styrken øket til det 6-dobbelte. Denne styrkeforøkelse kommer av at limet eller spikerne hindrer den innbyrdes forskyvning i fugene mellom bordene og limet eller spikerne må selvsagt være sterke nok til å motstå den horisontale forskyvningskraft mellom disse. *skjærspenningen*

I en bjelke oppstår det ved bøining alltid i et hvert snitt ≠ aksen og loddrett bøieplanet sådanne forskyvnings- krefter og disse må optas gjennom sammenhengskraften i materia- let. 12.

Undersøker man denne forskyvningskraft som i et punkt virker pr. 1 cm<sup>2</sup> får man den såkalte skjærspenning i dette punkt.

Har man en bjelkeende med Q som eneste virkende kraft, vil momentet i avstanden x være = Q · x og i avstanden

$$x + d \text{ x være } Q_x + Q \cdot d \text{ x .}$$



I snitt med avstand X fra Q blir spenningen i avstand y fra 0-linjen

$$\sigma_x = \frac{Q \cdot x \cdot y}{I}$$

og i avstand x + dx fra Q.

$$x + dx = \frac{Q \cdot x \cdot y}{y} + \frac{Q \cdot dx \cdot y}{y} = \frac{Q \cdot y}{y} (x + dx)$$

*går ikke  
skilf  
inn på  
matemat*

$$Q \cdot x = M = Q_x \cdot x = \sigma_x \cdot y$$

$$Q_x = \frac{M}{x} = \frac{Q \cdot x \cdot y}{x} = \frac{Q \cdot y}{1}$$

$$\sigma_{x+dx} = \frac{Q \cdot x \cdot y}{I} + \frac{Q \cdot dx \cdot y}{I} = \sigma_x + d\sigma$$

Tenker man sig nu et prisme med tverrsnitt d F gående mellem de to snitt i avstanden y fra 0-linjen vil det på dette herske et overtrykk

$$d F \cdot d \sigma = d F \cdot \frac{Q \cdot dx \cdot y}{I}$$

Regner man nu med alle de prizmer som tilsammen danner tverrsnittet over et vilkårlig valgt snitt  $\alpha - \alpha$  og summerer de på disse herskende overtrykk fåes kraften  $\int dF \cdot d\sigma$ .

I snittet  $\alpha - \alpha$  har man på lengden dx et flateinnhold dx.b , hvor b er snittbredden. For at nu ikke det over snittet liggende overtrykk skal forskyve overdelen langs snittet, må det herske en motkraft i dette således at

$$dx \cdot b \cdot \tau = \int dF \cdot d\sigma = \frac{Q \cdot dx}{I} \int dF \cdot y = \frac{Q \cdot dx \cdot S}{I}$$

$$\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$$

hvor  $\tau$  = forskyvningskraften pr. cm<sup>2</sup> i horisontalsnitt ved bøyning, altså skjærspenningen og

$$S = \int dF \cdot y$$

*S = flates statiske moment m.h.t. 0 linjen*  
 *$\tau$  = tværsnittets forskyvningskraft*

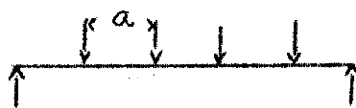
er lik den over snittet  $\alpha - \alpha$  værende flates statiske moment m.h.på tyngdepunktet.  $\tau$  angis i kg/cm<sup>2</sup> hvorfor den fordrer alle de andre faktorer uttrykt i kg og cm .

Da  $\tau$  er proporsjonal med S, vil den stige fra 0 ved øverste punkt i tverrsnittet inntil den i høide med tyngdepunktet når sitt maksimum. For rektangulære tverrsnitt med  $I = \frac{bh^3}{12}$  og  $S = \frac{bh^2}{8}$  blir  $\tau_{maks.} = \frac{3}{2} \frac{Q}{bh}$  altså 50 % større enn skjærkraft dividert med tverrsnittets flateinnhold.

Da skjærkraftspenningen er proporsjonal med Q vil den ikke kunne forandres mellem belastningspunktene ved konsentrert belastning.

Hele forskyvningskraften mellem 2 belastningspunkter med avstanden a blir

$$\tau \cdot F = \tau \cdot (b \cdot a)$$



hvor b er bjelkebredden, når det ingen belastning er mellem punktene. Ved jevnt fordelt belastning vil Q og dermed  $\tau$  avta

proporsjonalt med avstanden fra oplageret. Hvor momentet er maksimum er  $Q$  og  $\tau = 0$ .

Det kan påvises at skjærspenningene i 2 på hverandre loddrette snitt er like store. Derav fremgår at også den rene avskjæringspenning fordeler sig på samme måte i tverrsnittet som den ved bøiningen frembrakte horisontale forskyvningspenning, altså størst ved nullinjen.

*G. N.*

Knekning.

Har man i en søile et helt igjennem homogent materiale og belastningen angriper i tverrsnittets tyngdepunkt, samt er rettet langs søileaksen, er det likegyldig for bæreren hvor lang søilen er. Bæreevnen avgjøres da av trykkfastheten

$\sigma = \frac{P}{F}$  *trykk per flateenhet*

Imidlertid er intet materiale homogent, hvorfor tverrsnittenes tyngdepunkter ikke alle blir liggende i kraftens retningslinje. Følgelig vil det ved siden av den rene trykkspenning også opptre bøyningmomenter som vil bevirke at søilen bøier ut til siden. Derved øker igjen bøyningmomentet og er ikke søilen sterk nok vil den knekke ut til siden.

Jo lenger søilen er i forhold til tverrsnittet, desto større fare er det for en sådan utknekning.

Den belastning som er maksimum av søilens bæreevne kalles knekkraften og spenningen som der optrær kalles knekkspenningen.

Et matematisk uttrykk for søilens bæreevne er stillet op av Euler:

*Knekkkraft 2 g. på stukk*      *4 g. på stukk*

1)  $P_{kn} = \frac{1}{4} \frac{\pi^2 E J}{l^2}$  *altri 1. v.*

2)  $P_{kn} = \frac{1 \pi^2 E J}{l^2}$  *drei fitt*

3)  $P_{kn} = \frac{4 \pi^2 E J}{l^2}$  *2. 2)*

4)  $P_{kn} = \frac{9 \pi^2 E J}{l^2}$  *4 g. på stukk*

$J =$  tverrsnittets lengdemoment  
 $E =$  materialets elasticitetskoeffisient  
 $l =$  søilens lengde

Knekkraften varierer med innspenningsmåten og er ovenfor angitt for 4 forekommende tilfelle.

Av disse er tilfelle 2) det som alm. benyttes.

Har en søile lengden  $l$ , treghetsmomentet  $I$  og materialets elastisitetskoeffisient  $E$  blir den maksimale bæreevne

$$P_{kn} = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$$

og knekkspenningen

$$\sigma_{kn} = \frac{P_{kn}}{F} = \frac{\pi^2 E I}{F \cdot l^2}$$



Innfører man nu  $I = F \cdot i^2$  hvor  $i$  = treghetsradien en tenkt avstand fra tyngdepunktet i hvilken  $F$  ved å plaseres gir treghetsmomentet  $I$ , fåes følgende:

$$P_{kn} = \frac{\pi^2 E F}{\left(\frac{l}{i}\right)^2} \text{ og } \sigma_{kn} = \frac{P_{kn}}{F} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{l}{i}\right)^2}$$

$$I = F \cdot i^2$$
$$i = \sqrt{\frac{I}{F}}$$

Forholdet  $\left(\frac{l}{i}\right)$  kalles slankhetsforholdet og er som man ser den eneste variable faktor der avgjør  $\sigma_{kn}$  idet såvel  $\pi$  som  $E$  er konstante.

Jo mindre  $\frac{l}{i}$  gjøres, desto større blir etter formelen den maksimale spenning.

Nu kan imidlertid ikke spenningen bli større enn materialets trykkfasthet så Eulers knekkformler kan kun brukes til en slankhetsgrense som er funnet å være flg:

for sveisjern	$\frac{l}{i}$	=	112
" flusjern	"	=	105
" stål	"	=	90
" støpejern	"	=	80
" tre	"	=	100

Blir slankheten mindre anvendes nu gjerne

Tetmajers formel

$$\sigma_{kn} = \sigma_{bruddfasthet} \cdot \left(1 - a \cdot \left(\frac{l}{i}\right) + b \cdot \left(\frac{l}{i}\right)^2\right)$$

for flusjern :	$\sigma$	=	3100	a =	0,00368	b =	0
" flusstål	"	=	3350	" =	0,00185	" =	0
" sveisjern	"	=	3030	" =	0,00426	" =	0

*base for slankhetsgrense*



for støpejern = 7760 a = 0,01546 b = 0,00007  
 " tre " = 293 " = 0,00662 " = 0

Setter man  $\alpha = \frac{\sigma_{knekkfasthet}}{\sigma_{bruddfasthet}}$  fåes den såkalte

Tetmajers formidlingskoeffisient.

På grunnlag av disse formler gjengis efter Boemer flg. 3 tabeller over knekkfasthet og formidlingskoeffisient:

Verdi av knekkfastheten ved søiler av tre, flussjern og støpejern.

1. tre.

$\sigma_{tr} = 280$  kg/qcm; E = 100000 kg/qcm.

For  $X = \frac{l}{I} = 5$  til 100 Tetmajerformel:  $\sigma_k = 293 - 1,94 X$  kg/qcm.

For  $X = \frac{l}{I} > 100$  Eulerformel:  $\sigma_k = \pi^2 \frac{E}{X^2}$  kg/qcm.

*De samme! kan sagt ligg her*

X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$
5	283	1,001	42½	211	0,754	80	138	0,493	135	54	0,193
7½	278	0,993	45	206	0,736	82½	133	0,475	140	50	0,179
10	274	0,979	47½	201	0,718	85	128	0,457	145	47	0,168
12½	269	0,961	50	196	0,700	87½	123	0,439	150	44	0,157
15	264	0,943	52½	191	0,682	90	118	0,421	155	41	0,146
17½	259	0,925	55	186	0,664	92½	114	0,405	160	38	0,136
20	254	0,907	57½	181	0,646	95	109	0,387	165	36	0,129
22½	249	0,889	60	177	0,632	97½	104	0,371	170	34	0,121
25	244	0,871	62½	172	0,614	100	99	0,353	175	32	0,114
27½	240	0,857	65	167	0,596	105	90	0,321	180	30	0,107
30	235	0,839	67½	162	0,578	110	82	0,293	185	29	0,104
32½	230	0,821	70	157	0,561	115	75	0,268	190	27	0,096
35	225	0,804	72½	152	0,543	120	69	0,246	195	26	0,093
37½	220	0,787	75	147	0,525	125	63	0,225	200	25	0,089
40	216	0,771	77½	143	0,511	130	58	0,207			

X = slanketallet

*a = sier hvor stor del av bruttolast som blir formidlet til tetmajerskoeffisienten  
 = bruttolast / tetmajerskoeffisient*

( II. Flussjern.

trykkekraften  $\sigma_{tr} = 3800$  kg/qcm;  $E = 2150000$  kg/qcm.

For  $X = \frac{1}{1} = 10$  til 105 Tetmajerformel:  $\sigma_k = 3100 - 11,4 \times$  kg/qcm.

For  $X = \frac{1}{1} > 105$  Eulerformel  $\sigma_k = \frac{n^2 E}{X^2}$  kg/qcm.

X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$
10	2986	0,786	50	2530	0,666	87½	2102	0,553	140	1083	0,285
15	2929	0,771	52½	2501	0,658	90	2074	0,546	145	1009	0,266
17½	2905	0,763	55	2473	0,651	92½	2046	0,538	150	943	0,248
20	2872	0,756	57½	2444	0,643	95	2017	0,531	155	883	0,232
22½	2844	0,748	60	2416	0,636	97½	1989	0,523	160	829	0,218
25	2815	0,741	62½	2387	0,628	100	1960	0,516	165	779	0,205
27½	2786	0,733	65	2359	0,621	102½	1931	0,508	170	734	0,193
30	2758	0,726	67½	2331	0,613	105	1903	0,501	175	693	0,182
32½	2729	0,718	70	2302	0,606	107½	1836	0,483	180	655	0,171
35	2701	0,712	72½	2274	0,598	110	1754	0,462	185	620	0,163
37½	2673	0,703	75	2245	0,591	115	1605	0,423	190	588	0,155
40	2644	0,696	77½	2117	0,583	120	1474	0,388	195	558	0,147
42½	2615	0,688	80	2188	0,576	125	1358	0,357	200	531	0,140
45	2587	0,681	82½	2159	0,568	130	1256	0,331			
47½	2558	0,673	85	2131	0,561	135	1165	0,307			

Ullakke. 7: For tryk 60 - For tryk 90.  
 Sædte det var lidt mindre det var 25  
 mm så nu skulle mig på 4.7 7: om halvpart  
 an 82 7: vi var ha stam dimensionen.

*[Handwritten signature]*

III. Støpejern.

$\sigma_{tr} = 8000 \text{ kg/qcm} ; E = 1000 \ 000 \text{ kg/qcm}.$

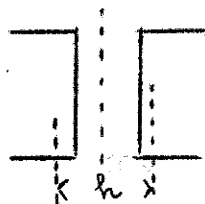
For  $X = \frac{1}{i} = 10$  til 80 Tetmajerformel :  $\sigma_k = 7760 - 120X + 0,53 X^2 \text{ kg/qcm}$

For  $X = \frac{1}{i} > 80$  Eulerformel :  $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{X^2} \text{ kg/qcm}$

X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$	X	$\sigma_k$ kg/ qcm	$a = \frac{\sigma_k}{\sigma_{tr}}$
10	6613	0,827	42½	3617	0,452	75	1741	0,218	115	746	0,093
12½	6343	0,793	45	3433	0,429	77½	1643	0,205	120	686	0,086
15	6079	0,760	47½	3256	0,407	80	1552	0,194	125	632	0,079
17½	5822	0,728	50	3085	0,386	82½	1450	0,181	130	584	0,073
20	5572	0,697	52½	2921	0,365	85	1366	0,171	135	542	0,068
22½	5328	0,666	55	2763	0,345	87½	1289	0,161	140	504	0,063
25	5091	0,636	57½	2612	0,327	90	1218	0,152	145	470	0,059
27½	4861	0,608	60	2468	0,309	92½	1154	0,144	150	439	0,055
30	4637	0,580	62½	2330	0,291	95	1094	0,137	155	411	0,051
32½	4420	0,553	65	2199	0,275	97½	1038	0,130	160	386	0,048
35	4209	0,526	67½	2075	0,259	100	987	0,123	165	363	0,045
37½	4005	0,501	70	1957	0,245	105	895	0,112	170	342	0,043
40	3808	0,476	72½	1846	0,231	110	816	0,102			

Er søilen satt sammen av profiljern ved hjelp av jernlasker må man sørge for at det enkelte profil mellom laskene beregnet på knekning er sterkt nok til å opta den på dette fallende kraft.

Har man en sådan av to ensartede dele sammensatt søile f.eks. av 2 [- jern med lengde l, samlet belastning P



og h = avstanden mellom de enkelte

[- jern tyngdepunkter, vil på et av profiljernene kunne optre en trykkraft.

$$P_1 = P \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{68} \cdot \frac{1}{h}}$$

(Krohn's formel)

$\rightarrow P_1 = P \cdot \frac{1}{68} \cdot \frac{1}{h}$

h = lengden av søilen  
 P = samlet belastning  
 P<sub>1</sub> = trykkraften som optas av et av profiljernene

Er  $\frac{1}{h}$  liten blir  $P_1 = \frac{1}{2} P$   
 For grenseverdien  $x = \frac{1}{I} = 105$  blir  $\frac{1}{h} = 52,5$

og  $P_1 = 0,81 P$  *7. resultat om halvparten av kraften går over på den ene halvparten.*  
 Etter Euler ( $x > 105$ ) blir  $P_1 = 0,00029 P \left(\frac{1}{h}\right)^2$

Laskene må ha minst 2 nagler i hver forbindelse.

For klinkede profiler beregnes som for enkle valseprofiler og det trekkes ikke fra for naglehuller sålenge disse ikke er mere enn 12 % av tverrsnittet og maksimal nagleavstand ikke overstiger 7 x den sammenklinkede jerntykkelse.

For å kunne benytte Tetmajers formel for andre belastningsmåter enn for tilf. 2 på side 33 må man innføre en beregnet fri knekringslengde  $l_0$  nemlig for

tilf. 1	=	$l_0 = 2$	l
"	2	=	$l_0 = 1$
"	3	=	$l_0 = 0,71$ l
"	4	=	$l_0 = 0,5$ l

Sammensatte spenninger.

Hvor man har tydelig uttalte symetriakser om hvilke motstandsmomentet kjennes, må kraftresultanten spaltes i komponenter loddrett disse akser. Derved fåes bøining i 2 plan som i almindelighet står loddrett på hverandre.

I flg. superposisjonsprinsippet (deformasjonene er uavhengig av hverandre) kan innflytelser i et punkt fra hver bøiningsretning regnes ut for sig og resultatene legges sammen.

Er tverrsnittet, rektangulært vil i 2 av hjørnene de to bøiningsmomenter gi spenninger av samme fortegn, og i de to andre vil samlet spenning være differensen mellem de to spenningsandeler.

Ved runde tverrsnitt vil det kun bli tale om et bøiningsmoment og da om diameteren loddrett kraftresultanten.

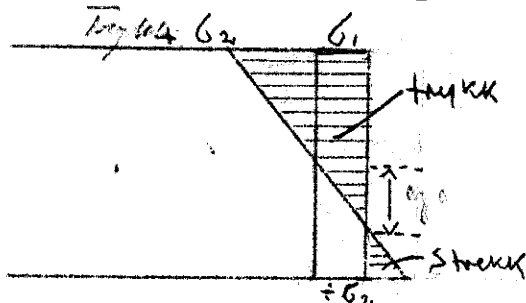
Optrer det bøining samtidig med rent strekk eller trykk får man flg. resulterende spenninger ved homogent materiale:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{F} + \frac{M \cdot y}{I}$$

Ved tverrsnittets ytterpunkt fåes

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{F} + \frac{M \cdot y}{I} = \frac{P}{F} + \frac{M}{W}$$

Avsettes som abscisser fra et snitt de positive spenninger fra  $\frac{P}{F}$  til høire og fra  $\frac{M}{W}$  til venstre fåes ved trykk + bøining et resultat som fremgår av hosstående trykkdiagram.



Ønsker man å finne avstand  $y_0$  fra tyngdepunktet til det punkt hvor spenningen er = 0 får man:

$$0 = \frac{P}{F} - \frac{M \cdot y_0}{I} \quad \text{d: } y_0 = - \frac{P \cdot I}{F \cdot M}$$

Dette nye nullpunkt må ligge på den side av tyngdepunktaksen hvor spenningen fra

$$\frac{P}{F} \text{ og } \frac{M}{I}$$

har motsatt fortegn.

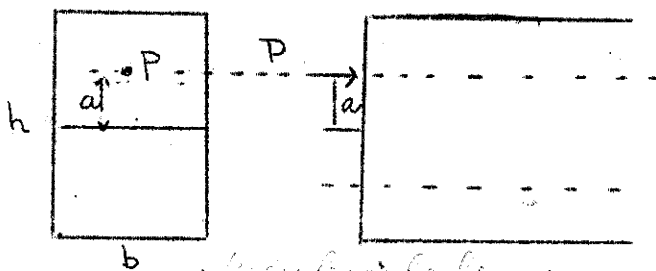
Ønsker man å undersøke hvor stort momentet må være for at det nye nullpunkt skal falle i tverrsnittets begrensningelinje d: det opptrer ikke strekk i tverrsnittet, får man:

$$0 = \frac{P}{F} - \frac{M}{W}$$

Ved excentrisk belastede søiler er det avstanden a fra P's angrepspunkt til tyngdepunktet i tverrsnittet som multiplisert med P gir bøyingsmomentet.

Er tverrsnittet rektangulært og P angriper i en symetriakse får man:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{bh} + \frac{P \cdot a \cdot b}{bh^2} = \frac{P}{bh} \left( 1 + \frac{6a}{h} \right)$$



$$0 = \frac{P}{F} - \frac{P \cdot a \cdot 6}{b h^2} = \frac{P}{F} \left( 1 - \frac{6a}{h} \right)$$

$$\frac{P}{F} = \frac{6a}{h}$$

$$\text{): } 1 - \frac{6a}{h} = 0 \text{ eller } a = \frac{h}{6}$$

Ved  $a = \frac{h}{6}$  vil nullpunktet ligge i tverrsnittets

underkant; er a mindre vil det også her bli trykk.

Hvis derfor kraften P angriper i tverrsnittets midtre

3. del og ligger i symetriaksen kan det ikke opstå strekk i materialet. Dette har særlig interesse ved dammen hvor ingen trykkresultant tillates å frembringe strekk.

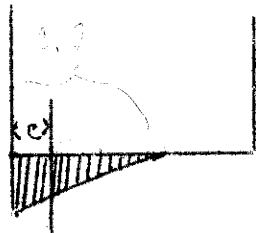
Innføres  $a = \frac{h}{6}$  i ligningen for  $\sigma$  blir

$$\sigma = \frac{P}{F} \left(1 + \frac{6a}{h}\right) = \frac{2 \cdot P}{F}$$

i ytterkanten på trykksiden, altså det dobbelte av den jevnt fordelte belastning  $\frac{P}{F}$ .

Ligger P utenfor midtre tredjedel i avstand c fra nevnte begrensningslinje og materialet ikke optar strekk f.eks. en støttemur, regner man med et effektivt trykktverrsnitt av høide  $3 \cdot c$  hvilket gir et triangelformet trykkdiagram.

$$2 \cdot \frac{P}{b \cdot 3c}$$



Den foran skrevne verdi

for  $\sigma$  kan omformes i

flg. uttrykk når  $a = \frac{h}{2} - c$

og  $b = 1$

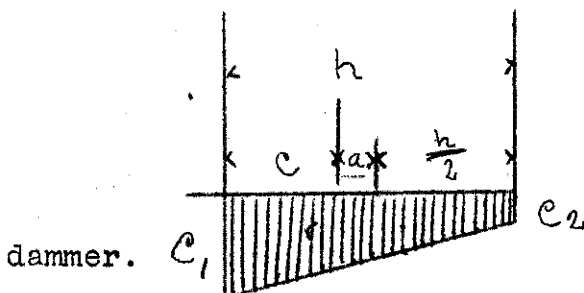
$$F = h \cdot 1$$

$$\sigma_1 = \frac{P}{h} \left(1 + \frac{6 \cdot \frac{h}{2} - 6c}{h}\right) = \frac{P}{h^2} (4h - 6c)$$

og

$$\sigma_2 = \frac{P}{h} \left(1 - \frac{6 \cdot \frac{h}{2} + 6c}{h}\right) = \frac{P}{h^2} (6c - 2 \cdot h)$$

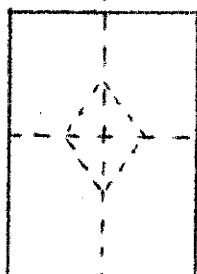
hvilke formler alm. benyttes ved spenningsundersøkelser i



Er  $c < \frac{h}{3}$  blir  $\sigma_1 = \frac{2P}{3 \cdot c}$ .

Angriper ikke P i symetriaksen må den spaltes med en komponent i hver symetriakse. Den må derfor ikke ligge utenfor den rette linje mellom disses 3<sup>dje</sup> dels punkter hvis det ikke skal opstå strekk i tverrsnittet.

Er søilen utsatt for knekning, kan man ikke uten videre innføre  $\frac{P}{F}$  i ligningen for trykk + bøining.



Efterhvert som slankheten tiltar vil er

tilsynelatende ren trykkspenning  $\frac{P}{F}$

legge større og større beslag på mate-

rialets ydeevne. Ved  $X = 80$  vil det

sees av tabeller for tre et bæreevnen

*oplag. ligger spekket med 45°  
For å unngå trekket og med et lite bidrag  
oppover i den spennings sone så unngå trekket, det blir deformering*

er bare ca. halvdelen av hvad den er når det ikke optrær knekning.

Bæreevnen ved  $x = 80$  er redusert til  $138 \text{ kg/cm}^2$  mens den ellers er  $293 \text{ kg/cm}^2$ . Har man ved  $x = 80$  en spenning  $\frac{P}{F} = 13,8 \text{ kg/cm}^2$  er  $1/10$  av ydeevnen allerede lagt beslag på.

Ved bøiningsberegninger er spenningen regnet i forhold til bæreevnen  $293 \text{ kg/cm}^2$  og for å kunne legge sammen knekkspenning og bøiningsspenning må den førstnevnte også regnes ut i forhold til 293, ): man innfører istedenfor  $\frac{P}{F} = 13,8 \text{ kg/cm}^2$  en beregnet like farlig spenning i uknekket materiale =  $29,3 \text{ kg/cm}^2$  der så legges sammen med  $\sigma_2 = \frac{M}{W}$

Som det vil sees omgjøres bare brøken  $\frac{13,8}{138}$  til  $\frac{29,3}{293}$  der jo er den samme størrelse.

Til denne omgjøring til ekvivalensspenning i uknekket materiale er det lettest å anvende Tetmajers formidlingskoeffisient og man får den beregnede spenning ved å dividere  $\frac{P}{F}$  med  $\alpha$ .

$\alpha$  er jo  $\frac{\sigma_{\text{knekkfasthet}}}{\sigma_{\text{bruddfasthet}}}$  og følgelig

$$\text{er } \sigma^*_{\text{brudd}} = \frac{\sigma_{\text{knekkfasthet}}}{\alpha}$$

#### Hovedspenninger.

Inne i en bøiet bjelke vil trykk- eller strekkspenninger og skjærspenninger kunne settes sammen til resultanter. Disse gir de såkalte hovedspenninger og kan regnes ut etter flg. formel:

$$\sigma_{\text{maks}}^{\text{min}} = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Den vinkel  $\varphi$  deres retning danner med bjelkeaksen fåes av

$$\text{tg. } 2\varphi = \frac{-\tau}{\sigma}$$

Retningen for de maks. og minimale spenninger står loddrett på hverandre.

Den op tredende hovedspenning er større enn trykkspenningen såsnart det optrær skjærspenning i snittet. Bjelken dimensjoneres imidlertid for maks. randspenning hvor

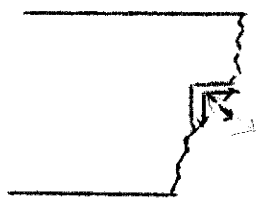
$\tau = 0$  ):  $\sigma$  maks. =  $\sigma$  og  $\sigma$  synker hurtigere enn tilveksten i hovedspenningen på grunn av  $\tau$ , eftersom man nærmer sig nullinjen.

Ved nullinjen er  $\sigma = 0$  så hovedspenningen blir =  $\tau$

Ved oplagrene kan hovedspenningen inne i bjelken bli større enn randspenningen på grunn av  $\tau$ 's store verdi, men randspenningen er her langt under den spenning bjelken er dimensjonert etter.

Det er bare hvor bjelkehøyden blir stor i forhold til lengden at hovedspenningen ved oplagrene kan bli større enn randspenningen ved maksimalmomentet.

Som angitt i siste avsnitt under kapitlet skjærspenning ved bøining vil  $\tau$  horisontal og  $\tau$  vertikal være like store. Ved nullinjen er  $\sigma = 0$  så skjærspenningen optrær alene.



Settes de to skjærspenninger i et punkt sammen til en resultant vil dennes retning danne  $45^\circ$  med bjelkeaksen og frembringer strekkspenning.

Da tverrsnittflaten vil øke proporsjonalt med kraften blir strekkspenningen like stor som skjærspenningen.

Ved betong er strekkstyrken bare  $1/3$  av avskjæringsstyrken, så ødeleggelser på grunn av for store skjærspenninger vil egentlig skyldes overskridelse av strekkstyrken for materialet. Ved oplagrene vil derfor eventuelle revner i betongbjelken gjerne danne  $45^\circ$  med bjelkeaksen.

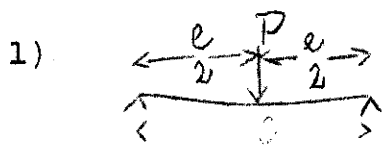
#### Nedbøining.

Når en bjelke belastes vil den som tidligere angitt inn ta en bøiet form. Da en for stor senkning av bjelkens midtparti i forhold til den rette linje mellom oplagrene vil bevirke ulemper, settes ofte grensen for denne.

I husbygning forlanges gjerne at  $f \leq \frac{1}{500} l$  og ved broer at  $f \leq \frac{1}{1000} l$ , hvor  $f$  er nedbøiningen (pilen) og  $l$  er spennvidden.



Av de her opførte ferdige formler kan lett  $f$  beregnes:



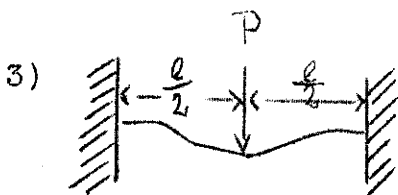
Fritt opplagret bjelke med enkeltlast på midten:

$$f = \frac{1}{48} \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I}$$



med jevn fordelt belastning

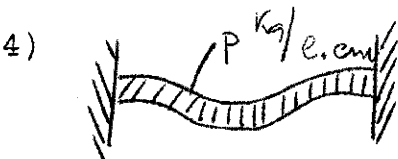
$$f = \frac{5}{384} \frac{p \cdot l^4}{E \cdot I}$$



Innspendt i begge ender.

Enkeltlast på midten

$$f = \frac{1}{192} \frac{P \cdot l^3}{E \cdot I}$$



Jevn fordelt belastning

$$f = \frac{1}{384} \frac{p \cdot l^4}{E \cdot I}$$

### Tillatte spenninger.

I det foregående er angitt de spenninger som vil forårsake brudd på materialet. På grunn av mulige materialfeil er det imidlertid ikke bruddfastheten som beregningsmessig skal opptre i konstruksjonen, men en brøkdel av denne som kalles den tillatte spenning.

Disse spenningstall finnes gjerne opført i byggeforskrifter hvor sådanne finnes, og nedenfor gjengis noen av tallene fra Oslo angående byggematerialer:

Dep.'s forskrifter for till. spenninger.

Tillatelig påkjenning  $\sigma$  av bygningsmaterialer i  $\text{kg/cm}^2$ .

De følgende påkjenninger gjelder ikke for jernbetongkonstruksjoner.

#### 1. Flussjern og stål.

Anm. de nedenanførte påkjenninger gjelder kun for jern av kvalitet som bestemt i de tyske "Normalbedingungen" eller godkjent av den herværende materialprøveanstalt som hermed jevn-gode materialer.

For ringere kvaliteter må påkjenningen ikke overstige

1000 kg/cm<sup>2</sup>. Jernkvaliteten må altså opgives.

- a. Fagverks- og takkonstruksjoner samt bjelker for gulv, trapper og vegger

$$\sigma = 1200$$

Spennvidden regnes fra midt til midt av oplagerplatene. Nedbøiningen må for bjelker ikke overskride  $\frac{1}{500}$  av spennvidden.

- β. Søiler ved nøiaktig beregning av de ugunstigste påkjenninger, excentrisk belastning er herved å ta i betraktning

$$\sigma = 1200$$

og trykkede ledd i fagverks- og takkonstruksjoner må, beregnet etter Eulers formel, opvise en 4-dobbelt sikkerhet mot knekning.

$$I_{\min} = 2,0 P_t l_m^2; P_t = \frac{I_{\min}}{2,5 l_m^2}; l_m = \sqrt{\frac{I_{\min}}{2,5 P_t}}$$

For søile forlanges 5-dobbelt sikkerhet.

*Men dette er ikke*

*et sikkerhetsmoment*

*og brukes i min tabell*

$$I_{\min} = 2,5 P_t l_m^2$$

- γ Fagverks- og takkonstruksjoner når påkjenningene beregnes for samtidig ugunstigste virkning av egenvekt, nyttelast, sne og vindtrykk

$\sigma$  i kg/cm<sup>2</sup>

150 kg/cm<sup>2</sup> - - - - - 1400

Trykkede deler må, beregnet etter Eulers

formel, opvise en 4-dobbelt sikkerhet mot knekning:

$$I_{\min} = 2 P_t l^2$$

- δ Nagler og dreiede skruebolter: På avskjæring - - - - - 1000  
 På overflatetrykk (Lachleibung) - - - - - 2000  
 For alm. udreiede skruebolter 750 resp. - - - - - 1500

2. Smijern eller sveisjern

(se anm. til 1).

For smijern eller sveisjern er de under a - angitte påkjenninger å forminske med 10 %, for nagler gjelder de under a-δ angitte verdier.

Støpejern i lagerdeler o.l. trykk - - - - - 1000

3. Støpejern i søiler og andre konstruksjoner.

Trykk - - - - - 500

Strekk og bøining - - - - - 250

$\sigma_i$  kg/cm<sup>2</sup>

Avskjæring - - - - - 200

Støpejernssøiler beregnes på knekking etter formelen

$$I_{min} = 8 P_t l_m^2$$

4. Tre: a. Ek.

Trykk  $\perp$  fiberne - - - - - 35

Trykk  $\neq$  fiberne - - - - - 80

Strekk og bøining - - - - - 100

Avskjæring parallell fiberne - - - - - 15

"  $\perp$  fiberne - - - - - 80

$\beta$ . Gran og furu, rettvokset, feilfritt materiale:

Trykk  $\perp$  fiberne - - - - - 20

Trykk - - -  $\neq$  - - - - - 60

Strekk og bøining - - - - - 90

Avskjæring parallell fiberne - - - - - 10

"  $\perp$  fiberne - - - - - 60

Søiler av tre må, efter Eulers formel opvise 10-dobbelt knekksikkerhet  $E = 100000$  kg/cm<sup>2</sup>.

$$I_{min} = 100 P_t l_m^2$$

Ved byggverker av rent forbigående art (f.eks. utstillingsbygninger) kan påkjenningene forøkes med 25 % og

$$I_{min} = 60 P_t l_m^2$$

5. Sten (naturlig sten)

I Trykkspenning i kvadere(underlagsstener).

a. Granitt eller syenitt - - - - - 50

$\beta$ . Kalksten og marmor samt sandsten - - - - - 30

$\gamma$  Klebersten (slettefri) - - - - - 50

II. Bruddstens murverk

a. Granitt og syenitt og gneis - - - - - 25

$\beta$ . Sandsten, kalksten og marmor - - - - - 15

$\gamma$ . Ålesundsmur i mørtel 1:4 - - - - - 12

De minste verdier gjelder for slanke søiler og pillarer.

6.	<u>Murverk og betong.</u>	$\bar{\sigma}$ i kg/cm <sup>2</sup>
I.	<u>Teglstensmurverk.</u>	
a.	Porøs teglsten i kalkmørtel 1:3 - - - - -	4
$\beta$ .	Alm. teglsten i kalk - - - - -	7
$\gamma$ .	" " i kalk og cement (1 c : 2 k : 6 s) - -	10
$\delta$ .	Hårdbrent teglsten (klinker) i cement 1:3 - - - - -	15
$\epsilon$ .	Beste klinker i cement 1:3 - - - - -	20
	<u>II. Bruddstensmurverk (tuktet) tørrmur</u>	
a.	Gråsten i god binding (forbandt) - - - - -	5
$\beta$ .	Granitt eller gneis (tuktet) - - - - -	10
III.	<u>Betong i fundamenter og vegger.</u>	
a.	Maskinblandet av cement, sand og pukkeller grov	
	singel i forhold 1:5:7 - - - - -	12
	"     "     1:4:6 - - - - -	15
	"     "     1:3:5 - - - - -	20
	"     "     1:2:4 - - - - -	25
	"     "     1:1 $\frac{1}{2}$ :2 $\frac{1}{2}$ - - - - -	30
$\beta$ .	Sandsten murt i kalk 1:3 - - - - -	7
	"     "     i kalkcementmørtel 1:2:6 - - - - -	10

Av disse spenninger er det særlig de tillatte belastninger for tre som faller i øinene, idet de syntes altfor strenge for det landøkonomiske bygningsvesen.

Wykander fører op som middeltall for gran:

strekk	814
trykk	369
bøining	604
avskjæring	80.

Disse verdier varierer med materialet, idet fastheten er omtrent proporsjonal med den spesifikke vekt og ovennevnte tall tilsvarer en sp.vekt av 0,44. Tørrhetsgraden influerer også sterkt fastheten. Ovennevnte tall er ved en alm. lufttørr tilstand (12 %). Er materialet ikke ordentlig uttørret ved full belastning, reduseres bæreevnen med 10-30 %, og ved vannbygningsarbeide regnes helst med 40 % forminskelse.

Som det sees, er strekkfastheten = 2 x trykkfastheten og bøyingsfastheten = 1,5 x trykkfastheten.

Suenson: Vanngehalt 1 %      15,5 %    93 %    av treets tørrvekt.  
Trykkfasthet            668        327        162 kg/cm<sup>2</sup>.

De ovennevnte fasthetstall vil også variere sterkt med kvistmengden. For gran vil trykkfastheten ved kvistfri materiale ligge op til 15 % over fastheten ved kvistmateriale.

Strekkfastheten vil variere i ennu høiere grad, idet strekk i motsetning til trykk ikke overføres gjennom kvister. Særlig vil smale planker kunne miste betydelig av sin bæreevne når der er store kvister i strekktverrsnittet.

Ved store dimensjoner og særlig ved rundt virke vil vanskelig kvisten gjøre sig i den grad gjeldende at forholdstallet mellom strekk- og trykkfastheten vil bli betydelig forandret.

Er man opmerksom på dette forhold ved anvendelse av materialer f.eks. om man ved bjelker anbringer kvister på oversiden konkaven, og man lager bjelken av det mest kvistfri, rette tunge tømmer, vil man fullt forsvarlig kunne øke de tillatelige spenninger.

Den sikkerhet man regner med ved tre, er fra 3-10 etter omstendighetene, og et uthus hvor man har en rolig virkende belastning må være det sted hvor man først og fremst skulde kunne minske sikkerheten. Særlig vil det la sig gjøre å anvende forholdsvis høie spenninger i de konstruksjonsdeler som ved et eventuelt brudd ikke river andre <sup>deler</sup> med sig.

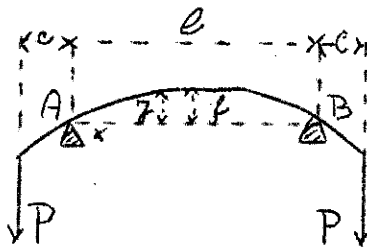
Så kan man heller øke sikkerheten etterhvert som konstruksjonselementene blir viktigere.

Da det av mange forsøk fremgår at veden ytterst er sterkere enn lengere inne i stammen, vil man særlig ved rundt virke ha adgang til å øke den tillatte spenning.

Alt tremateriale utsatt for luft vil i årenes løp bli dårligere, men dette er en så langsomtgående prosess, at man i landøkonomisk bygningsvesen ikke må legge for stor vekt på den.

Trematerialer.

Dimensjon		Tverrsnitt flate cm <sup>2</sup>	Tregghetsgrad		Motstands- mom.		Vekt kg <del>ml</del>	Tregghetsmoment	
Tomme	cm		i <sub>max</sub> cm	i <sub>min</sub> cm	W <sub>max</sub> cm <sup>3</sup>	W <sub>min</sub> cm <sup>3</sup>		S <sub>max</sub> cm <sup>4</sup>	S <sub>min</sub> cm <sup>4</sup>
1"x4"	2,5x10,5	26,5	3,05	0,72	46,0	10,9	1,6		
1"x6"	2,5x15,5	39	4,5	0,72	100	16,1	2,3		
2"x4"	5,0x10,5	52,5	3,05	1,45	92,0	44,0	3,2		
2"x6"	5,0x15,5	77,5	4,5	1,45	200	65,0	4,7		
4"x4"	10,5x10,5	110,0	3,05	3,05	192	192	6,6	1010	1010
3"x3"	8,0x8,0	64,0	2,32	2,32	85,3	85,3	3,8	340	340
4"x5"	10,5x13,0	137,0	3,76	3,05	295	239	8,2	1930	1260
5"x5"	13,0x13,0	169,0	3,76	3,76	365	365	10,2	2380	2380
5"x6"	13,0x15,5	202,0	4,5	3,76	520	436	12,1	4030	2830
5"x7"	13,0x18,0	232,0	5,22	3,77	702	504		6320	3280
6"x6"	15,5x15,5	240,0	4,50	4,50	620	620	14,4	4800	4800
6"x7"	15,5x18,0	279,0	5,2	4,5	835	720	16,8	7550	5590
6"x8"	15,5x21,0	325,0	6,09	4,5	1140	840	19,5	11900	6500
7"x9"	18,0x23,5	422,0	6,8	5,2	1650	1270	25,2	19400	11400
8"x8"	21,0x21,0	441,0	6,09	6,09	1540	1540	26,5	16200	16200
8"x10"	21,0x26,0	547,0	7,52	6,09	2360	1900	32,8	30600	20000



Oplagertrykk

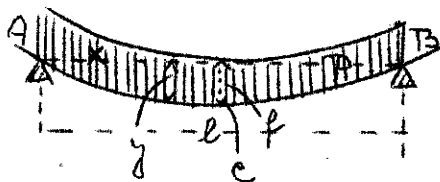
$$A = B = P$$

Bøiningmoment

$$\text{For AB : } M = Pc = \text{konst.}$$

Senkning f i midten

$$f = \frac{P l^2 c}{8 E J}$$



Oplagertrykk

$$A = B = \frac{P}{2}$$

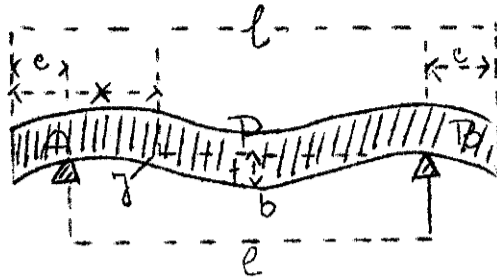
Bøiningmom.

$$M = \frac{Px}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Senkning f ved C:

$$f = \frac{5 P l^3}{384 E J}$$

$$M_{\text{max}} = \frac{Pl}{8}$$



Oplagertrykk

$$A = B = \frac{P}{2}$$

Bøiningmoment

$$M = \frac{Px}{2} \left(1 - \frac{c}{x} \frac{x}{l}\right)$$

$$M_a = M_B = -\frac{Pc^2}{2l}$$

$$M_c = -\frac{Pl}{4} \left(-\frac{1}{2} + \frac{2c}{l}\right)$$

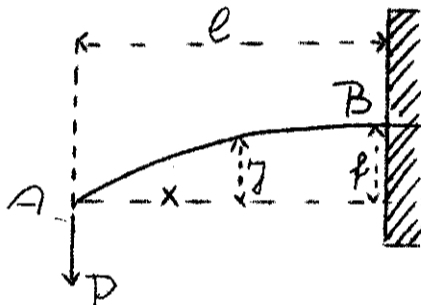
$$M_a = M_B = M_C = \frac{Pl}{47}$$

for  $c = 0,207 l$ .

Senkning f. for c:

$$f = \frac{Pl^3}{24EJ}$$

$$\left[ \frac{5}{16} - \frac{5c}{2l} \right] + \frac{6c^2}{l^2} - 4 \frac{c^3}{l^3} - \frac{c^4}{l^4}$$



Oplagertrykk

$$B = P$$

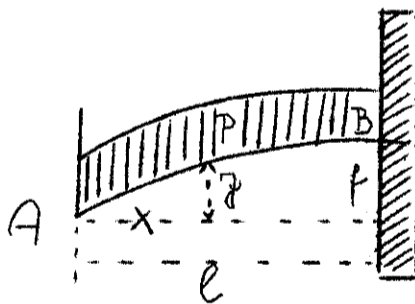
Bøiningmom.

$$M = Px$$

$$M_{maks} = Pl$$

Senkning f ved B:

$$\frac{Pl^3}{3EJ}$$



Oplagertrykk

$$B = P$$

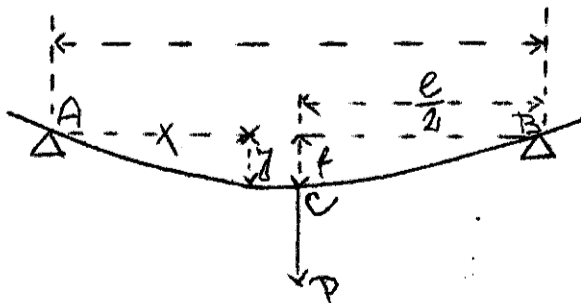
Bøiningmom.

$$M = \frac{Px^2}{2l}$$

$$M_{maks} = \frac{Pl}{2}$$

Senkning f ved B:

$$f = \frac{Pl^3}{8EJ}$$



Oplagertrykk

$$A = B = \frac{P}{2}$$

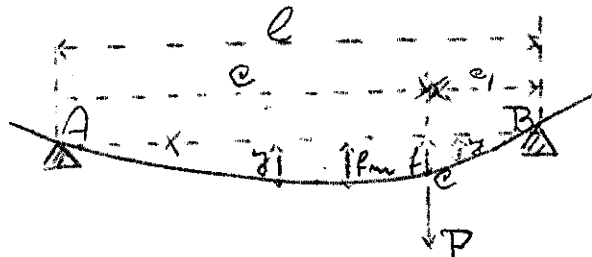
Bøiningsmom.

$$M = \frac{Px}{2}$$

$$M_{maks} = \frac{Pl}{4}$$

Senkning f ved C:

$$f = \frac{P l^3}{48 E J}$$



Oplagertrykk

$$A = \frac{P c_1}{l}$$

$$B = \frac{P c_2}{l}$$

Bøiningsmom.

for AC :  $M = \frac{P c_1 x}{l}$

" BC :  $M = \frac{P c_2 x_1}{l}$

$$M_{maks} = \frac{P c_1 c_2}{l}$$

Senkning f ved C:

$$f = \frac{P}{3 E J} \frac{c_1^2 c_2^2}{l}$$

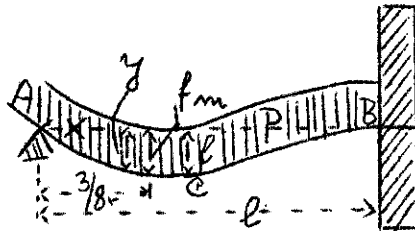
$f_{maks}$  ved

$$x = c \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c_1}{c}}$$

$$c > c_1$$

$$x_1 = c_1 \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \frac{c}{c_1}}$$

$$c < c_1$$



Oplagertrykk

$$A = \frac{3}{8} P$$

$$B = \frac{5}{8} P$$

Bøiningsmom.

$$M_x = \frac{Px}{2} \left( \frac{3}{4} - \frac{x}{l} \right)$$

$$M_{maks} = M_B = -\frac{Pl}{8}$$

$$M_C = +\frac{9}{128} Pl$$

$$\text{ved } x = \frac{3}{8} l.$$

Største positive mom.

Største f

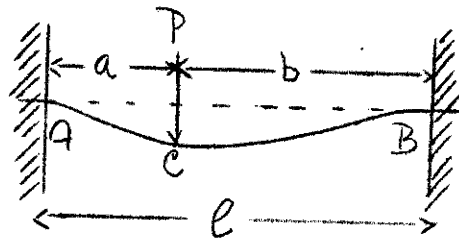
$$f = \frac{P l^3}{185 E J}$$

$$\text{ved } x_1 = \frac{1}{16} l (1 + \sqrt{33})$$

$$= 0,4215 l$$

Vendepunkt ved

$$x = \frac{3}{4} l.$$



Oplagertrykk

$$A = \frac{Pb}{l^3} (l^2 - a^2 + ab)$$

$$B = \frac{Pa}{l^3} (l^2 - b^2 + ab)$$

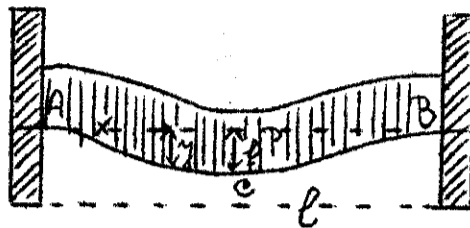
Bøiningsmom.

$$M_A = -\frac{Pab^2}{l^2}$$

$$M_B = -\frac{Pa^2b}{l^2}$$

$$M_C = \frac{2Pa^2b^2}{l^3}$$





Oplagertrykk

$$A = B = \frac{P}{2}$$

Bøiningmom.

$$M_x = -\frac{Pl}{8} \left( \frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2} \right)$$

$$M_a = M_B = -\frac{Pl}{12}$$

$$M_C = +\frac{Pl}{24}$$

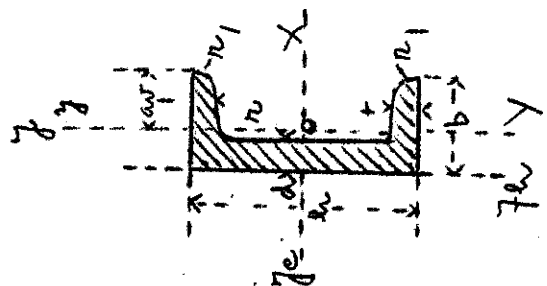
Største  $f$ :

$$f = \frac{Pl^3}{384 EJ}$$

**C - Jern**

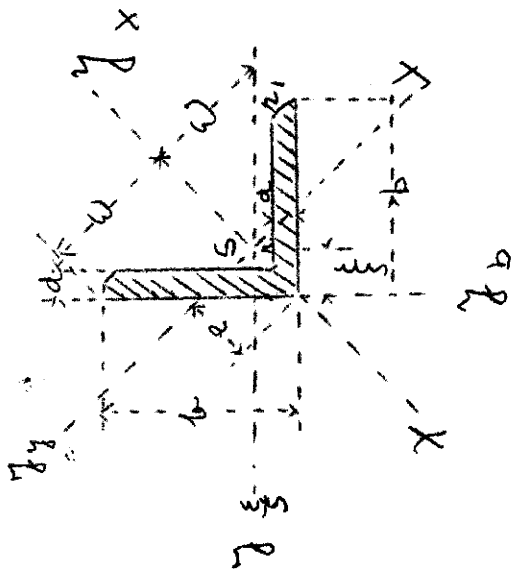
**Normalprofil.**

Profil nr.	Høide h mm	Bredde b mm	Steg d mm	Tykkelse t mm	Tverrsnitt cm <sup>2</sup>	Vekt pr. lm kg	Tyngdepunkt avstand w cm	$J_x$ cm <sup>4</sup>	$J_y$ cm <sup>4</sup>	$W_x$ cm <sup>3</sup>	$W_y$ cm <sup>3</sup>	$\frac{W_x}{W_y} = u$	$i_x$ cm	$i_y$ cm	Tregghetsradius	a1 cm	a2 cm
3	30	33	5	7	5,44	4,27	1,99	6,39	4,26	5,33	2,68	1,59	1,08	0,99	-	-	-
4	40	35	5	7	6,21	4,87	2,17	14,1	7,05	6,68	3,08	2,29	1,50	1,04	-	-	-
5	50	38	5	7	7,12	5,59	2,43	26,4	10,6	9,12	3,75	2,83	1,92	1,13	-	-	-
6 $\frac{1}{2}$	65	42	5,5	7,5	9,03	7,09	2,78	57,5	17,7	14,1	5,07	3,49	2,52	1,25	-	-	-
8	80	45	6	8	11,0	8,64	3,05	106	26,5	19,4	6,36	4,17	3,10	1,33	-	-	-
10	100	50	6	8,5	13,5	10,6	3,45	206	41,2	29,3	8,49	4,86	3,91	1,47	-	-	-
12	120	55	7	9	17,0	13,35	3,90	364	60,7	43,2	11,1	5,48	4,62	1,59	-	-	-
14	140	60	7	10	20,4	16,01	4,25	605	86,4	62,7	14,8	5,84	5,45	1,75	-	-	-
16	160	65	7,5	10,5	24,0	18,84	4,66	925	116	85,3	18,3	6,32	6,21	1,89	-	-	-
18	180	70	8	11	28,0	21,98	5,08	1354	150	114	22,4	6,71	6,95	2,02	-	-	-
20	200	75	8,5	11,5	32,2	25,28	5,49	1911	191	148	27,0	7,09	7,70	2,14	-	-	-
22	220	80	9	12,5	37,4	29,36	5,86	2690	245	197	33,6	7,28	8,48	2,26	-	-	-
24	240	85	9,5	13	42,3	33,21	6,27	3598	300	248	39,6	7,57	9,22	2,42	-	-	-
26	260	90	10	14	48,3	37,92	6,64	4823	371	317	47,7	7,78	9,88	2,56	-	-	-
28	280	95	10	15	53,3	41,84	6,97	6276	448	399	57,2	7,84	10,9	2,74	-	-	-
30	300	100	10	16	58,8	46,16	7,30	8026	535	495	67,8	7,89	11,7	2,90	-	-	-



-Likkebenede vinkeljern.

Profil nr.	Bredde mm	Fykellose	Tverrsnit <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>	Vægt for L E kg	Avstand fra tyngdepunkt S og hovedaksen	$\frac{W}{cm}$	$\frac{b-x}{cm}$	$\frac{e}{cm}$	J <sub>x</sub> = max cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	J <sub>y</sub> = min cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	J <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>z</sub> cm <sup>3</sup>	Profil nr.
1½	15	3	0,82	0,64	0,67	1,02	0,48	0,24	0,23	0,06	0,08	0,15	0,15	0,19	1½
2	20	4	1,05	0,82	1,06	0,73	0,51	0,29	0,28	0,08	0,10	0,19	0,19	0,28	2
2½	25	3	1,12	0,88	0,85	1,40	0,60	0,62	0,44	0,15	0,17	0,39	0,45	0,58	2½
3	30	4	1,45	1,14	1,41	0,90	1,36	0,77	0,55	0,19	0,21	0,48	0,58	0,71	3
3½	35	3	1,42	1,12	1,03	1,77	0,73	1,27	0,72	0,31	0,30	0,79	0,86	1,22	3½
4	40	4	1,85	1,45	1,77	1,08	1,74	1,61	0,91	0,40	0,37	1,01	1,22	1,71	4
4½	45	4	2,27	1,78	1,24	2,11	0,89	2,85	1,35	0,76	0,61	1,81	2,26	2,90	4½
5	50	6	3,27	2,57	1,36	2,04	0,96	3,91	1,84	1,06	0,78	2,49	3,05	4,12	5
5½	55	4	2,67	2,10	1,41	2,50	1,00	4,68	1,90	1,24	0,88	2,96	3,51	4,40	5½
6	60	6	3,87	3,04	1,53	2,42	1,08	6,50	2,63	1,77	1,15	4,14	5,05	6,00	6
6½	65	4	3,08	2,42	1,58	2,88	1,12	7,09	2,50	1,86	1,17	4,48	5,40	6,40	6½
7	70	6	4,48	3,52	1,70	2,80	1,20	9,98	3,52	2,67	1,57	6,33	7,89	9,00	7
7½	75	8	5,80	4,55	1,81	2,72	1,28	12,4	4,38	3,38	1,81	7,89	9,40	11,00	7½
8	80	5	4,30	3,38	1,81	3,22	1,28	12,4	3,91	3,25	1,80	7,83	9,40	11,00	8
8½	85	7	5,86	4,60	1,92	3,14	1,36	16,4	5,16	4,59	2,28	10,4	12,6	14,6	8½
9	90	9	7,34	5,76	2,04	3,06	1,44	19,8	6,24	5,40	2,65	12,6	15,20	17,9	9
9½	95	5	4,80	3,77	1,98	3,60	1,40	17,4	4,91	4,59	2,32	11,0	13,05	15,20	9½
10	100	7	6,56	5,15	2,11	3,51	1,49	23,1	6,53	6,02	2,85	14,6	17,9	21,0	10
10½	105	9	8,24	6,47	2,21	3,44	1,56	28,1	7,94	7,67	3,47	17,9	21,0	24,0	10½
11	110	6	6,31	4,95	2,21	3,94	1,56	27,4	7,04	7,24	3,27	17,3	21,0	24,0	11
11½	115	8	8,23	6,46	2,32	3,86	1,64	34,8	8,96	9,35	4,03	22,1	26,3	31,0	11½
12	120	10	10,07	7,90	2,43	3,78	1,72	41,4	10,64	11,27	4,64	26,3	31,0	36,0	12

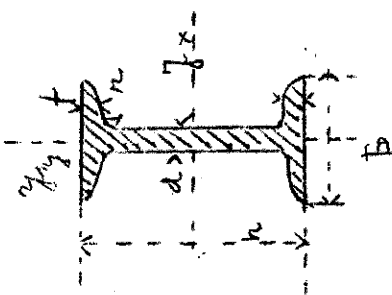
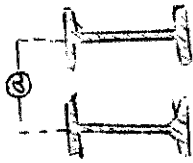




Profil nr.	Bredde b mm	Tykkelse d mm	Tverrsnit cm <sup>2</sup>	Vekt for 1 m kg	w cm	e cm	b- $\frac{3}{2}$ cm	$\frac{3}{2}$ cm	J <sub>x</sub> =max cm <sup>4</sup>	W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup>	J <sub>y</sub> =min cm <sup>4</sup>	W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	J <sub>z</sub> cm <sup>4</sup>	W <sub>z</sub> cm <sup>3</sup>	Profil nr.
12	120	11	25,4	19,94	4,75	8,64	3,36	541	63,8	140	29,4	541	39,5	12	
13	130	13	29,7	23,31	4,86	8,56	3,44	625	73,7	162	33,4	394	46,0	12	
15		15	33,9	26,61	4,96	8,49	3,51	705	83,2	186	37,5	446	52,5		
12		12	30,0	23,55	5,15	9,36	3,64	750	81,6	194	37,8	472	50,4		
13	130	14	34,7	27,24	5,26	9,28	3,72	857	93,3	223	42,4	540	58,2	13	
16		16	39,3	30,85	5,37	9,20	3,80	959	104	251	46,7	605	65,8		
13		13	35,0	27,48	5,54	10,08	3,92	1014	102	262	47,3	638	63,3		
14	140	15	40,0	31,40	5,66	10,00	4,00	1148	116	298	52,6	723	72,3	14	
17		17	45,0	35,33	5,77	9,92	4,08	1276	129	334	58,0	805	81,2		
14		14	40,3	31,64	5,95	10,8	4,20	1343	127	347	58,3	845	78,2		
15	150	16	45,7	35,87	6,07	10,7	4,30	1507	142	391	64,4	949	88,7	15	
18		18	51,0	40,04	6,17	10,6	4,40	1665	157	438	71,1	1052	99,3		

Profil-Tabellen. I - jern. Normalprofil.

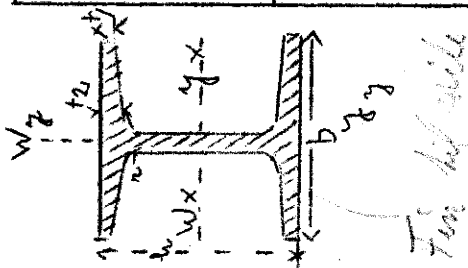
Profil nr	Højde h mm	Bredde b mm	Tykkelse a mm	Tykkelse t mm	Vægt for 1 m	Tregthetsmoment Jx cm <sup>4</sup>	Tregthetsmoment Jy cm <sup>4</sup>	Tregthetsradius ix cm	Tregthetsradius iy cm	Motstandsmoment Wx cm <sup>3</sup>	Motstandsmoment Wy cm <sup>3</sup>	Wx/Wy = u	a cm
8	80	42	3,9	5,9	5,95	77,8	6,29	3,20	0,91	19,5	3,00	6,50	6,14
9	90	46	4,2	6,3	7,07	117	8,78	3,61	0,99	26,0	3,82	6,81	6,94
10	100	50	4,5	6,8	8,32	171	12,2	4,01	1,07	34,2	4,88	7,74	7,74
11	110	54	4,8	7,2	9,66	239	16,2	4,41	1,15	43,5	6,00	7,25	8,52
12	120	58	5,1	7,7	11,15	328	21,5	4,81	1,23	54,7	7,41	7,38	9,29
13	130	62	5,4	8,1	12,64	436	27,5	5,20	1,31	67,1	8,87	7,56	10,1
14	140	66	5,7	8,6	14,37	573	35,2	5,61	1,39	81,9	10,7	7,65	10,8
15	150	70	6,0	9,0	16,01	735	43,9	6,00	1,47	98,0	12,5	7,84	11,6
16	160	74	6,3	9,5	17,90	935	54,7	6,40	1,55	117	14,8	7,91	12,4
17	170	78	6,6	9,9	19,78	1166	66,6	6,80	1,63	137	17,1	8,01	13,2
18	180	82	6,9	10,4	21,90	1446	81,3	7,20	1,71	161	19,8	8,13	14,0
19	190	86	7,2	10,8	24,02	1763	97,4	7,60	1,79	186	22,7	8,19	14,8
20	200	90	7,5	11,3	26,30	2142	117	7,99	1,87	214	26,0	8,23	15,6
21	210	94	7,8	11,7	28,57	2563	138	8,40	1,95	244	29,4	8,30	16,3
22	220	98	8,1	12,2	31,09	3060	162	8,80	2,02	273	33,1	8,40	17,1
23	230	102	8,4	12,6	33,52	3607	189	9,21	2,10	314	37,1	8,46	17,9
24	240	106	8,7	13,1	35,19	4246	221	9,59	2,19	354	41,7	8,49	18,7
25	250	110	9,0	13,6	39,01	4966	256	10,0	2,27	397	46,5	8,54	19,5
26	260	113	9,4	14,1	41,92	5744	288	10,4	2,32	442	51,0	8,67	20,2
27	270	116	9,7	14,7	44,90	6626	326	10,8	2,39	491	56,2	8,74	21,0
28	280	119	10,1	15,2	47,96	7587	364	11,1	2,44	542	61,2	8,86	21,8
29	290	122	10,4	15,7	50,95	8636	406	11,6	2,50	596	66,6	8,95	22,5
30	300	125	10,8	16,2	54,24	9800	451	11,9	2,56	653	72,2	9,04	23,3
32	320	131	11,5	17,3	61,07	12510	555	12,7	2,67	782	84,7	9,23	24,8



15-10 9. 4. 1910

Bredflensede Differdinger bjelker.

Profil nr.	Højde h mm	Bredde b mm	Flens-tykkelse t <sub>1</sub> mm t <sub>2</sub> mm		Flens-tykkelse t <sub>0</sub> mm	Værransitt cm <sup>2</sup>	Vekt for kg	J <sub>x</sub> <sup>4</sup> cm <sup>4</sup>	J <sub>y</sub> cm <sup>4</sup>	Treghets-radius i <sub>x</sub> cm i <sub>y</sub> cm	Mot-stands moment W <sub>x</sub> cm <sup>3</sup> W <sub>y</sub> cm <sup>3</sup>	$\frac{W_x}{W_y} = \frac{u}{v}$	
18 B	180	180	9	16,72	8,5	59,9	47	3512	1073	7,66	390	119	3,28
20 B	200	200	9,5	18,12	8,5	70,4	55,3	5171	1568	8,56	517	157	3,29
22 B	220	220	10,0	19,5	9,0	82,6	64,8	7379	2216	9,45	671	201	3,34
24 B	240	240	10,5	20,85	10,0	96,8	76,0	10260	3043	10,4	855	254	3,37
25 B	250	250	10,9	21,7	10,5	105,1	82,5	12066	3575	10,7	965	286	3,37
26 B	260	260	11,7	22,9	11,0	115,6	90,7	14352	4261	11,1	1104	328	3,37
27 B	270	270	11,95	23,6	11,25	123,2	96,7	16529	4920	11,6	1224	365	3,35
28 B	280	280	12,35	24,4	11,5	131,8	103,4	19052	5671	12,0	1361	405	3,36
29 B	290	290	12,7	25,2	12,0	141,1	110,8	21866	6417	12,4	1508	443	3,40
30 B	300	300	13,25	26,25	12,5	152,1	119,4	25201	7494	12,9	1680	500	3,36
32 B	320	300	14,1	27,0	13,0	160,7	126,2	30119	7867	13,7	1882	524	3,59
34 B	340	300	14,6	27,5	13,4	167,4	131,4	35241	8097	14,5	2073	540	3,84
36 B	360	300	16,15	29,0	14,2	181,5	142,5	42479	8793	15,3	2360	586	4,03
38 B	380	300	17,0	29,8	14,8	191,2	150,1	49496	9175	16,1	2605	612	4,26
40 B	400	300	18,2	31,0	15,5	203,6	159,8	57834	9721	16,9	2892	648	4,46
42 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> B	425	300	19,0	31,75	16,0	215,9	167,9	68249	10078	17,9	3212	672	4,78
45 B	450	300	20,3	33,0	17,0	229,3	180,0	80887	10668	18,8	3595	711	5,06
50 B	500	300	22,6	35,2	19,4	261,8	205,5	111283	11718	20,6	4451	781	5,70
55 B	550	300	24,5	37,0	20,6	288,0	226,1	145957	12582	22,5	5308	839	6,32
60 B	600	300	24,7	37,2	20,8	300,6	236,0	179303	12672	24,4	5977	845	7,07
65 B	650	300	25,0	37,5	21,1	314,5	246,9	217402	12814	26,3	6690	854	7,84
70 B	700	300	25,0	37,5	21,1	325,2	355,3	258106	12818	28,2	7374	854	8,63



Cirkelformet tverrsnitt.



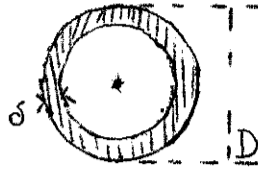
Treghetsradius  $i = \frac{1}{4} d$ .  
 $d$  = diameter.  $J = \frac{\pi d^4}{64}$  treghetsmoment.  
 $F$  = tverrsnitt.  $W = \frac{\pi d^3}{32}$  motstandsmoment.  
 $U = \pi d$  omkrets.

d	$U = \pi d$	$F = \frac{\pi d^2}{4}$	$J = \frac{\pi d^4}{64}$	$W = \frac{\pi d^3}{32}$
1	3,142	0,7854	0,0491	0,0982
2	6,283	3,1416	0,7854	0,7854
3	9,425	7,0686	3,976	2,651
4	12,566	12,566	12,57	6,283
5	15,708	19,635	30,68	12,27
6	18,850	28,274	63,62	21,21
7	21,991	38,48	117,9	33,67
8	25,133	50,27	201,1	50,27
9	28,274	63,62	322,1	71,57
10	31,416	78,54	490,9	98,17
11	34,558	95,03	718,7	130,7
12	37,699	113,1	1018	169,6
13	40,841	132,7	1402	215,7
14	43,982	153,9	1886	269,4
15	47,124	176,7	2485	331,3
16	50,265	201,1	3217	402,1
17	53,407	227,0	4100	482,3
18	56,549	254,5	5153	572,6
19	59,690	283,5	6397	673,4
20	62,832	314,2	7854	785,4
21	65,973	346,3	9547	909,2
22	69,115	380,1	11499	1045
23	72,257	415,5	13737	1194
24	75,398	452,4	16286	1357
25	78,540	490,9	19175	1534
26	81,681	530,9	22432	1726
27	84,823	572,6	26087	1932
28	87,965	615,8	30172	2155
29	91,106	660,5	34719	2394
30	94,248	706,9	39761	2651
31	97,389	754,8	45333	2925
32	100,531	804,2	51472	3217
33	103,673	855,3	58214	3528
34	106,814	907,9	65597	3859
35	109,956	962,1	73662	4209
36	113,097	1018	82448	4580
37	116,239	1075	91998	4973
38	119,381	1134	102354	5387
39	122,522	1195	113561	5824
40	125,66	1257	125664	6283
41	128,81	1320	138709	6766
42	131,95	1385	152745	7274
43	135,09	1452	167820	7806
44	138,23	1521	183984	8363
45	141,37	1590	201289	8946
46	144,51	1662	219787	9556



Runde støpejern søiler.

$i = \frac{1}{3} D$  v/ tynne rør .  
 D = ytre diameter  
 $\delta$  = veggtykkelsen  
 F = tverrsnitt  
 J = treghetsmoment  
 W = motstandsmom.  
 G = vekt for 1 m  
 ( $\gamma = 7250$ ).



D	F	J	W	G	
mm	cm <sup>2</sup>	cm <sup>4</sup>	cm <sup>3</sup>	kg/m	
80	10	22,0	137	34,2	16,0
	14	29,0	165	41,2	21,0
90	10	25,1	204	45,3	18,2
	14	33,4	250	55,6	24,2
100	10	28,3	290	58,2	20,5
	14	37,8	359	71,8	27,4
	18	46,4	409	81,8	33,6
110	10	31,4	397	72,2	22,8
	14	42,2	497	90,4	30,6
	18	52,0	572	104	37,7
120	10	34,6	527	87,8	25,1
	14	46,6	666	111	33,8
	18	57,7	774	129	41,8
130	10	37,7	683	105	27,3
	12	44,5	782	120	32,3
	14	51,0	871	134	37,0
	16	57,3	949	146	41,6
	18	63,3	1019	157	45,9
	20	69,1	1080	166	50,1
140	10	40,8	868	124	29,6
	12	48,3	997	142	35,0
	14	55,4	1114	159	40,2
	16	62,3	1218	174	45,2
	18	69,0	1312	187	50,0
	20	75,4	1395	199	54,7
150	12	52,0	1248	166	37,7
	14	59,8	1398	180	43,4
	16	67,4	1534	205	48,8
	18	74,7	1656	221	54,1
	20	81,7	1767	235	59,2
	22	88,5	1866	249	64,1
160	24	95,0	1954	261	68,9
	12	55,8	1547	192	40,5
	14	64,2	1727	216	46,6
	16	72,4	1899	237	52,5
	18	80,3	2056	257	58,2
	20	88,0	2200	275	63,8
170	22	95,4	2329	291	69,1
	24	103	2445	306	74,3
	12	59,6	1869	220	43,2
	14	68,6	2104	244	49,7
	16	77,4	2320	273	56,1
	18	85,9	2517	296	62,3
180	20	94,3	2699	318	68,3
	22	102	2863	337	74,2
	24	110	3013	354	79,8
	12	63,3	2246	250	45,9
	14	73,0	2533	282	52,9
	16	82,4	2799	311	59,8
180	18	91,6	3043	338	66,4
	20	101	3269	363	72,9
	22	109	3475	386	79,2
	24	118	3664	407	85,3

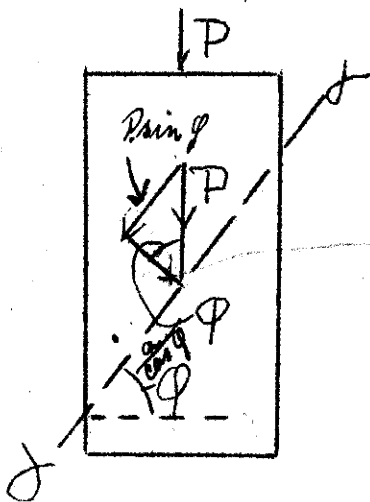
Jernbetong.

Jernbetongens beregningsgrunnlag.

Søiler.

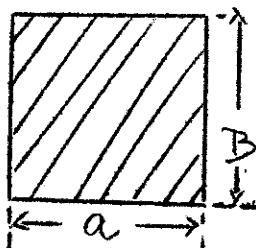
Den tilsynelatende fasthet.

Den størrelse som kalles betongens trykkfasthet fremkommer ved knusning av terninger. Når imidlertid høiden på prøvelegemet er flere ganger så stor som bredden, vil der optre brudd ved en mindre belastning enn den som svarer til ovennevnte trykkfasthet. Bruddet skjer nå ikke lenger på grunn av ren trykkspenning, men forårsakes av skjærspenningen langs en flate som danner en spiss vinkel med legemets på trykkretningen loddrett stående endeflater. Det er denne bruddbelastning dividert med tverrsnittet som kalles den tilsynelatende fasthet, og som man må regne med i praksis. Den kan utledes av terningsfastheten på



følgende måte:

Den tilsynelatende fasthet er  $\frac{P}{a \cdot b}$ . Langs et snitt  $\alpha - \alpha$  får man en komponent av  $P = P \cdot \sin \varphi$  og arealet av den skrå snittflate er:  $\frac{a}{\cos \varphi} \cdot b$ . Bortser man fra normalkomponenten  $P \cdot \cos \varphi$  som vil bevirke friksjonsmotstand, vil skjærspenningen måtte opta hele forskyvningskraften  $= P \cdot \sin \varphi$



$$\tau_b = \frac{P \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi}{a \cdot b} = \frac{1}{2} \frac{P}{a \cdot b} \cdot \sin 2 \varphi$$

$\sin 90^\circ = 1$

$\tau_b$  vil få sitt max. når  $2 \varphi = 90^\circ$  ):  $\varphi = 45^\circ$  og blir da  $= \frac{1}{2} P/F$ .

Da nu avskjæringsfastheten ved betong er ca. 0,3. terningsfastheten  $\sigma_t$ , får vi brudd når: ca.  $0,3 \sigma_t = \frac{1}{2} P/a \cdot b$ , eller den

$\sigma_b = P/a \cdot b$

tilsynelatende fasthet er:  $P/a.b = ca. 0,6 \sigma_t$ .

$\frac{P}{F} = 0,6 \sigma_t$

I rene betongsøiler bevirker denne glidning langs skråflaten at man ikke kan regne med mer enn 60 % av betongens terningsfasthet. Er ved sentrisk belastning pillarens eller veggens høide (h) større enn 4 ganger dens minste tverrsnittsdimensjon (b) bestemmes påkjeningen etter flg. formel:

$\sigma_b = 0,7(1 + 0,1 \frac{h}{b}) \frac{P}{ab}$

B. arb. formel!

Søiler med lengdearmring.

Trykker man sammen en betongsøile med innstøpte jernstenger liggende i kraftens retning, får betong og jern samme deformasjon.

Begge materialer regnes å følge Hooks lov, og man får derfor den felles lengdeforandring:  $\epsilon = \frac{\sigma_j}{E_j} = \frac{\sigma_b}{E_b}$  hvor  $\sigma_j$  = jernspenning,  $\sigma_b$  = betongspenningen,  $E_j$  = jernets elastisitetkoeffisient,  $E_b$  = betongens elastisitetkoeffisient.

$\sigma_j = \sigma_b \cdot \frac{E_j}{E_b} = \sigma_b \cdot n$

$n = \frac{E_j}{E_b}$

hvor "n" er forholdet mellom de to koeffisienter. Denne varierer sterkt idet  $E_b$  ikke er konstant, men i almindelighet settes  $n = 15$ . Anvendes derfor lengdearmring, vil jerntverrsnittet ( $f_j$ ) erstatte et betongtverrsnitt som er n ganger så stort, og man får et tenkt betong-tverrsnitt, det såkalte ideelle tverrsnitt:

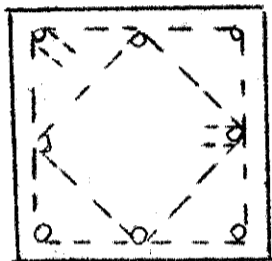
$F_i = F_b + 15 f_j$ , og betongspenningen:  $\sigma_b = \frac{P}{F_b + 15 f_j}$

Ved å bruke jern kan man således få innskrenket søilens virkelige tverrsnitt. Foruten å virke med sitt n-dobbelte tverrsnitt, vil jerninnlegget i søilen også motvirke tendensen til dannelse av de skrå glideflater, og dermed øke fastheten. Denne kan derfor settes noget høiere i armerte enn i uarmerte søiler, men dette fordrer et minimum av jern i tverrsnittet.

Anvendes lengdearmring uten at de langsgående jern innbyrdes bindes sammen, vil de kunne knekke ut fra betongtverrsnittet og rive med sig den utenforliggende del. Der må derfor sørges for sådan sammenbinding ved hjelp av horisontale bølger

eller såkalt tverrarmering som legges i bestemt innbyrdes avstand op gjennom hele søilen. Det synes som jern anvendt som tverrarmering virker kraftigere enn som lengdearmering. Ved forsøk er påvist en minst dobbelt så sterk virkning. Ved forsøk med 25 x 25 cm<sup>2</sup> søiler, arm. 4 stk. 15 m/m ø-jern og 7 m/m bøiler, gav bøileavstand 1/4 x søilebredde 22 % større  $\sigma_t$  enn bøileavstand = søilebredden. Regnes med stor betongspenning bør derfor bøileavstanden reduseres.

For op til 22 m/m øjern i lengdearmeringen kan brukes 6 m/m bøiler, inntil 32 m/m ø-jern 8 m/m bliler og 10 m/m bøiler for større dimensjon. Tverrsnittet på søilen er gjerne 4- eller



8-kantet og der anvendes 4 eller 8 lengdestenger. Brukes 8 stenger, bør der være 2 sett bøiler som hver binder sammen 4 stenger.

Ved sentrisk belastning regnes betongspenningen efter flg. formel når høiden er større enn 15 ganger minste tverrsnittsdimensjon:

$$\sigma_b = 0,8 \left[ 1 + 0,0001 \left( \frac{h}{l} \right)^2 \right] \frac{P}{F_b + 15f_j}$$

Som jernbetongsøiler må bare regnes søiler som har en samlet vertikal armering minst 0,6 % av søiletverrsnittet. Som effektiv regnes kun vertikalarmering der er avstivet med bøiler i innbyrdes avstand av ikke over 12 ganger diameteren av den anvendte vertikalarmering, dog ikke over 3/4 av søilens minste tverrdimensjon. I intet tilfelle må regnes med en vertikalarmering større enn 3 % av søiletverrsnittet. *Minst 0,6 - 3,0% av søileverrsnittet*

Som bærende jernbetongvegger må kun regnes vegger som har en vertikalarmering på minst 0,4 % og en horisontalarmering på 0,33 % av veggverrsnittet. Kan veggen til en viss grad undergå lengdeforandring, kan horisontalarmeringen innskrenkes til 0,2 %.

*med litt avvik i innbyggning av søiler i betong*

Søiler med spirallarmering.

Når et belastet legeme forhindres i deformasjon i tverretningen, vil belastningen kunne økes sterkt. Dette er årsaken til den i forrige avsnitt omtalte kraftige virkning av jern anvendt som bøiler. I de spirallarmerte søiler er det meste jern derfor anvendt som tverrarmering i form av en kontinuerlig spirall omkring lengdearmeringsjernene. Disse søiler får sirkelformet tverrsnitt. Man regner her i formelen for det ideelle tverrsnitt med tverrarmeringsjernet som et tenkt lengdearmeringsjern av samme vekt men med 3 ganger så stor innflytelse som det ordinære lengdearmeringsjern.  $F_i = \text{det ideelle tverrsnitt}$

$F_i = F_b + 15 \cdot f_j + 45 \cdot f_s$  hvor  $f_s$  er tverrsnittet av det tenkte lengdearmeringsjern med samme vekt i kg.

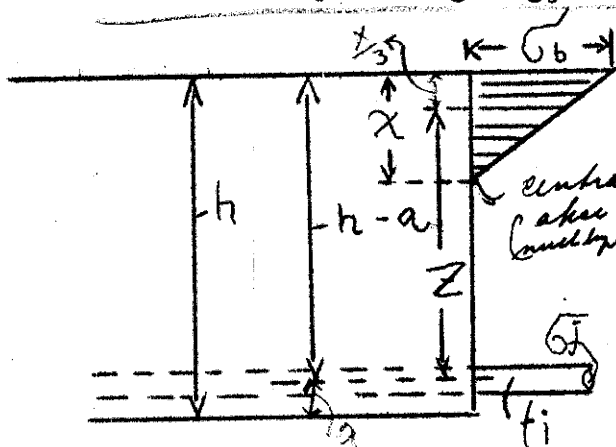
Til spirall brukes ofte 6-8 m/m  $\emptyset$ -jern, og spirallens stigning gjøres op til  $1/5$  kjernediameter eller 8 cm. Fri søilelengde max. 10 ganger kjernediameteren. Til lengdearmering brukes gjerne 8 stk.  $\emptyset$ -jern. Der forlanges et visst minimum av jern anvendt som lengdearmeringsjern, idet forsøk har vist at spirallarmerte søiler uten lengdearmering deformerer sig så sterkt at de er lite anvendelige i praksis. Dertil er lengdearmeringsjern en sikkerhet mot eventuell utkneking. Vertikalarmeringen må utgjøre minst  $1/3$  del av spirallarmeringens ekvivalensflate med max. 3 % av søiletverrsnittet samt  $F_{i\max.} = 2 F_b$ .

Bjelker.

Da betongens evne til å opta strekk kun er ca.  $1/13$  av terningfastheten, vil strekkfastheten meget snart overskrides. Derfor må der på strekksiden være anbragt så meget jern at det alene kan opta samlet strekkpåkjenning i tverrsnittet. Ved beregning går man derfor ut fra at bare jernet er virksomt på strekksiden. Overensstemmende med det tidligere påviste virker det med sitt 15-doble tverrsnitt som tenkt betong-tverrsnitt.

Til forenkling av arbeidsformlene gåes ut fra de grove, men tilstrekkelig nøiaktige tilnærmelser at Hookes lov

om at  $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$  samt at to plane snitt i en bjelke efter bøining fremdeles er plane også gjelder for jernbetong.



Betongen får på oversiden av 0-linjen et triangelformet trykk-  
centralsdiagram med tyngdepunkt i avstanden  $\frac{x}{3}$  ovenfra. Strekket tenkes kon-  
centrert i jerninnlegget med en kon-  
stant spenning  $\sigma_j$  over hele jern-  
tverrsnittet.

Da  $\sum x = 0$  og  $\sum M = 0$ , blir, når b er bjelkebredden og M er det ytre moment:

$$\frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2} = f_j \cdot \sigma_j \cdot z \quad z = \text{indre arm} \quad (1)$$

$$\text{og } M = \frac{\sigma_b \cdot x \cdot b}{2} (h - a - x/3) = f_j \cdot \sigma_j (h - a - x/3) \quad (2)$$

herav finnes:

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot M}{x \cdot b (h - a - x/3)} \quad \text{og} \quad \sigma_j = \frac{M}{f_j (h - a - x/3)} \quad (3)$$

I flg. Hookes lov er nu:  $\epsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b}$  og  $\epsilon_j = \frac{\sigma_j}{E_j}$

og da deformasjonen er proporsjonal med avstanden fra 0-linjen:

$$\frac{\epsilon_b}{x} = \frac{\epsilon_j}{(h-a-x)} \quad \text{eller} \quad = \frac{\sigma_b \cdot E_j}{x \cdot E_b} = \frac{n \cdot \sigma_b}{x} = \frac{\sigma_j}{(h-a-x)}$$

$$\therefore \sigma_j = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h-a-x}{x} \quad (4)$$

Innsettes denne verdi i ligning (1) fåes:

$$\frac{x \cdot b}{2} = n \cdot f_j \cdot \frac{h-a-x}{x} \quad (5), \text{ hvorav } x \text{ kan bestemmes:}$$

$$x = \frac{n \cdot f_j}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b (h-a)}{n \cdot f_j}} \right] \quad (5b)$$

Den samme ligning for x fåes om man stiller op momentligning for det ideelle tverrsnitt. Null-linjen faller følgelig sammen med tyngdepunktlinjen for det ideelle tverrsnitt.

Treghetsmomentet med hensyn på null-linjen blir:

$$I = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot f_j (h - a - x)^2. \quad \text{Innsettes her verdien av } f_j \text{ fra ligning (5), fåes: } I = \frac{b \cdot x^2}{2} (h - a - x/3) \quad (6)$$

Arbeidsformlene.

Har man gitt det ytre moment M og de tillatte spenninger  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$ , kan bjelkehøiden (h-a) og jern-tverrsnittet ( $f_j$ ) finnes på flg. måte: Fra ligning (4) fåes:

$$x = \frac{n \cdot \sigma_b (h-a)}{\sigma_j + n \cdot \sigma_b} = \underline{\underline{s(h-a)}} \quad (7)$$

Ved bestemte sammenhørende verdier av n,  $\sigma_b$  og  $\sigma_j$  vil  $s = \frac{n \cdot \sigma_b}{\sigma_j + n \sigma_b}$  kunne regnes ut på forhånd og verdien finnes i tabellen side 78

Settes denne inn i første del av (2):

$$M = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2} (h-a-x/3) = \frac{\sigma_b \cdot b}{2} \cdot s(h-a) \left[ h-a - \frac{s(h-a)}{3} \right]$$

hvorav:  $h - a = \sqrt{\frac{2}{s \cdot \sigma_b (1 - s/3)}} \sqrt{\frac{M}{b}} = r \sqrt{\frac{M}{b}}$  *arbeidsformel*

Verdien av  $r = \sqrt{\frac{2}{s \cdot \sigma_b (1 - s/3)}}$  er likesom for s regnet ut for

de almindelig forekommende sammenhørende verdier av  $\sigma_b$ ,  $\sigma_j$  og  $n = 1$  og finnes i tabellen side 78

Tas siste del av ligning (2) på lignende vis, fåes:

$$F_j = \frac{M}{\sigma_j (h-a-x/3)} = \frac{M}{\sigma_j (h-a - \frac{s(h-a)}{3})}$$

Innsettes nu  $h-a = r \cdot \sqrt{M/b}$ , fåes:

$$F_j = \frac{M}{\sigma_b \left[ r \cdot \sqrt{M/b} - \frac{s}{3} \cdot r \sqrt{M/b} \right]} = \frac{\sqrt{M/b}}{\sigma_j \cdot r (1-s/3)} = t \cdot \sqrt{M \cdot b} \quad \text{arbeidsformel}$$

*u 781.*

t finnes likesom s og r ferdig utregnet i tabeller.

Ved hjelp av disse formler og tabeller kan man finne bjelkehøide og jern-tverrsnitt på grunnlag av valgte spenninger, og man kan finne spenninger på grunnlag av valgte høider og jern-innlegg. Regnes med kg og cm fåes (h-a) i cm og  $f_j$  i cm<sup>2</sup>.

Plater kan beregnes som bjelker ved at man tenker sig skåret ut en passende bred stripe f.eks. 1 meter. - Se side 64 b.

Skjærspenninger.

Innsettes i den i statikken funne formel  $\tau = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$

verdien for  $S = \frac{b \cdot x^2}{2}$  og  $I = \frac{b \cdot x^2}{2} (h-a-x/3)$ , fåes skjærspenningen

Ved beregning av bøyingsmomentene for kontinuerlige konstruksjoner med jevnt fordelt belastning kan der regnes med følgende formler:  $M_g = C \cdot g \cdot l^2$  og  $M_p = C \cdot p \cdot l^2$  hvor  $l$  er det betraktede felts spennvidde for feltmomentene og middeltallet for de to nabofelters spennvidder for oplagermomentet. Tabellen kan brukes for feltdifferenser opptil 20 %.

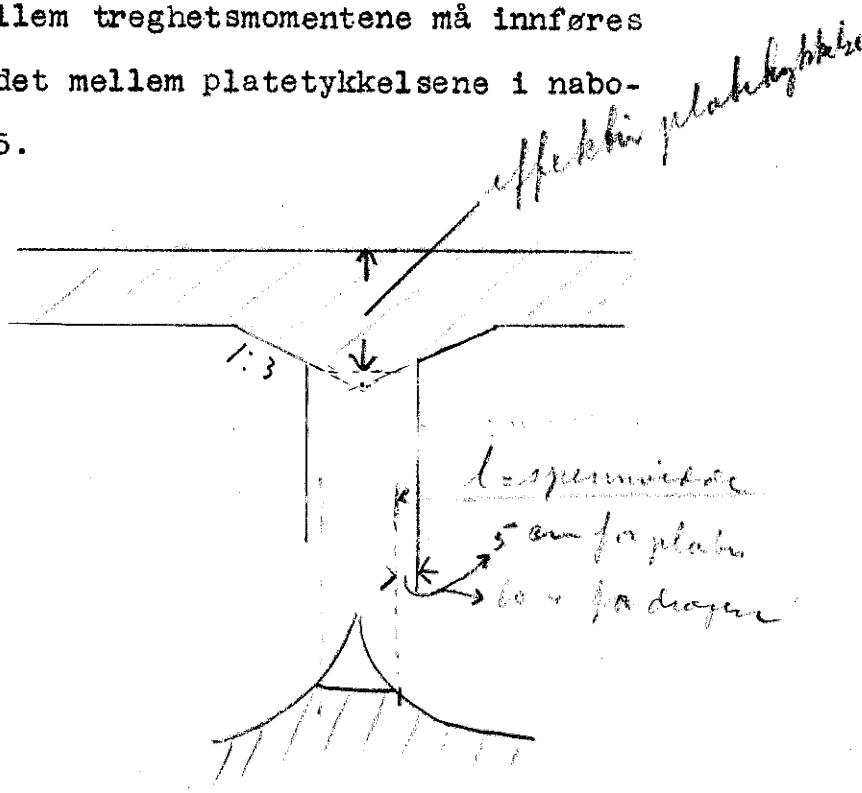
$g =$  egenvekt  
 $p =$  nyttelast

Momentkoeffisienten  $C$  for

		2 felter		Flere felter	
		+	-	+	-
Endefelt	g	0,07		0,08	
	p	0,095	0,031	0,1	0,028
Endefelters indre støtte	g		0,125		0,107
	p		0,125		0,12
Midtfelters støtter	g				0,083
	p				0,11
Midtfelter	g			0,047	
	p			0,085	0,05

Forholdet mellom treghetsmomentene må innføres i beregningen når forholdet mellom platetykkelsene i nabofelter er større enn 1,25.

Spennvidde





i null-linjen ved jernbetongen:

$$\epsilon = \frac{Q \cdot \frac{b \cdot x^2}{2}}{b \cdot \frac{x^2}{2} (h-a-x/3)} = \frac{Q}{b \cdot (h-a-x/3)} = \text{ca. } \frac{Q}{b \cdot 0,9 \cdot h}$$

Efter norske regler regnes:

for rektangulære tverrsnitt

$$\tau_b = 1,14 \frac{Q}{b \cdot h_0}$$

" T-formede tverrsnitt

$$\tau_b = 1,09 \frac{Q}{b \cdot h_0}$$

*alts. formuler!*

hvor  $h_0$  er høiden fra armeringens tyngdepunkt til ytterkant betong på trykksiden. Som under tilsynelatende fasthet angitt, kan den rene avskjæringsfasthet settes =  $0,3 \sigma_t$ . Imidlertid setter den like store skjærspenning i horisontal og vertikal retning sig sammen til resultant der virker som rent strekk og hvis retning danner  $45^\circ$  med null-linjen. Det blir derfor strekkfastheten hos betong som avgjør max. forskyvningskraft ved bøining. Finner man at  $\tau_b$  blir for stor, må man forsøke tverrsnittet eller opta forskyvningskraft ved jerninnlegg. Sistnevnte kan gjøres i form av bøiler av rundjern og ved at en del av lengdearmeringsjernet bøies op (ved opleggene) med  $45^\circ$  vinkel for i overkant av bjelken å føres inn over oplegget. Er der flere jern, bør de bøies op på forskjellig plass.

*for kвал 6 kg*

Efter norske regler tillates  $\tau_b = 4 \text{ kg/cm}^2$ . Over-skrides dette, må jerninnlegget opta hele forskyvningskraften. Dog tillates  $\tau_b$  ikke over  $14 \text{ kg/cm}^2$ .

Bøilervanvendes ~~gj~~ i bjelker i max.avstand  $3/4$  bjelkehøide også om de ikke er påkrevet på grunn av skjærspennin-gen, idet de i høy grad øker betongens trykkfasthet.

Strekkarmeringsstenger bør ikke slutte i strekk-sonen, men såvidt mulig føres op i trykksonen eller inn over oplegget. Minste forankringslengde:

$$l = \frac{\sigma_j}{\sigma_{jt}} \cdot 30 d$$

$\sigma_j$  = optredende jernspenning

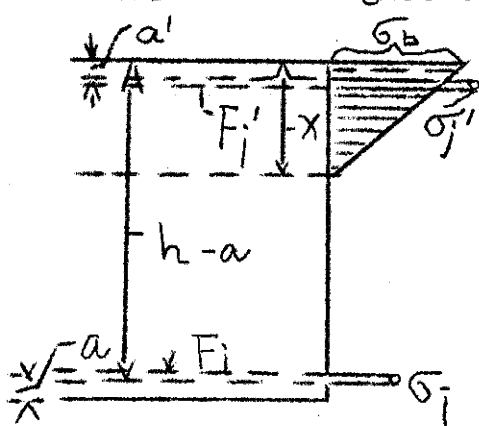
$\sigma_{jt}$  = tillatt jernspenning

d = jerdiameter.

*1/3*  
*↓*

Bjelker med dobbelt armering.

Undertiden er bjelkens konstruksjonshøide så liten at betongen alene ikke er istand til å opta alt trykk. Der legges da inn jern også på oversiden av null-linjen og så langt fra denne som mulig. Jerninnlegget,  $F'_j$ , virker med sitt 15-dobbelte tverrsnitt omregnet til betong. Man får følgende formler:



$$\frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F'_j \cdot (x - a') - n \cdot F_j \cdot (h - a - x) = 0$$

$$x = \frac{n \cdot (F'_j + F_j)}{b} \left[ -1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot (F'_j + F_j) \cdot (h - a)}{n \cdot (F'_j + F_j)}} \right]$$

$$n \cdot F_j \cdot (h - a - x) = \frac{b \cdot x^2}{2} + n \cdot F'_j \cdot (x - a')$$

$$I = \frac{b \cdot x^3}{3} + n \cdot F'_j \cdot (x - a')^2 + n \cdot F_j \cdot (h - a - x)$$

$$I = \frac{b \cdot x^2}{2} (h - a - x/3) + n \cdot F'_j \cdot (x - a') \cdot (h - a - a')$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{I} = \frac{2 \cdot M \cdot x}{b \cdot x^2 (h - a - x/3) + 2 \cdot n \cdot F'_j \cdot (x - a') \cdot (h - a - a')}$$

$$\sigma_j = n \frac{\sigma_b}{x} (h - a - x) \quad \text{og} \quad \sigma'_j = n \cdot \frac{\sigma_b}{x} (x - a')$$

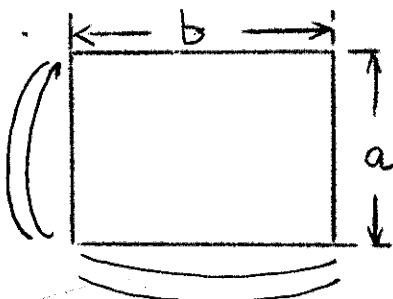
Bjelker med profiljern.

Hvor armeringen består av stive profiljern istedenfor av rundjern, finnes  $x$  på vanlig vis. Ved spenningsberegningen benyttes som ved dobbeltarmert bjelke treghetsmomentet. Ved beregning av dette må imidlertid tas med det stive jerntverrsnitts treghetsmoment om sin tyngdepunktakse. Se: treghetsmoment ved sammensatte tverrsnitt i statikken.  $I = \frac{b \cdot x^3}{3} + n(I_j + F_j \cdot (h - a - x)^2)$ . I tilfelle jernet tjener som støtte for forskallingen, får jerninnlegget alene å bære den samlede egenvekt uten støtte av betongen. Det blir bare nyttelasten som bæres av det sammensatte tverrsnitt. Systemet byr på billigere forskalling og forenkling av arbeidet. Ulempene er at jerninnlegget ikke lar sig tilpasse efter bøyingsmomentet, samt at eventuell nødvendig armering mot skjærspenning vanskelig lar sig utføre. Jernforbruket blir større enn ved  $\emptyset$ -jernsarmering, idet ikke hele jerntverrsnittet lar sig plasere så langt fra null-linjen som ved sistnevnte.

Man kan imidlertid ikke være sikker på samarbeidet mellom betongen og de langt fra hverandre liggende stive profiljern. Man regner derfor ofte som om jerninnlegget må bære all belastning, men tillater f.eks. 10 % høiere spenninger, idet betongen jo vil yde noen hjelp.

#### Kryssarmerte plater.

Ligger en jernbetongplate op på fire vegger som begrenser et rum, vil den fra alle kanter senke sig ned til sitt dypeste punkt. På undersiden vil der følgelig bli strekk i alle retninger, men der regnes i almindelighet bare med anstrengelsene i de retninger som ligger parallelt med begrensningssidene. Danner disse et rektangel med sidene a og b kan platen tenkes sammensatt



av to plater med armering parallelt a og bærende  $p_1$  kg/cm<sup>2</sup> og spennvidde a, samt en plate parallell b og bærende  $p_2$  kg/cm<sup>2</sup> og spennvidde b. Platens samlede belastning er  $p_1 + p_2 = p$  kg/cm<sup>2</sup>.

$$\text{Nedbøiningen } f = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_1 \cdot a^4}{E_1 \cdot I_1} = \frac{5}{384} \cdot \frac{p_2 \cdot b^4}{E_2 \cdot I_2}, \text{ hvor } E_1, I_1 \text{ og } E_2, I_2$$

er elastisitetsmodul og treghetsmomentene i de to retninger.

Tross den ene retnings armeringsjern må ligge under den annens, kan man med tilstrekkelig nøiaktighet sette:  $E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$ , altså:

$$p_1 \cdot a^4 = p_2 \cdot b^4 \quad \text{og} \quad p_1 = \frac{b^4}{a^4 + b^4} \cdot p \quad \text{og} \quad p_2 = \frac{a^4}{a^4 + b^4} \cdot p$$

Allerede ved  $b = 2 a$ , blir  $p_1 = 0,94 p$  og  $p_2 = 0,06 p$ , så platen parallell b omtrent ikke deltar i lastberegningen. Ved  $b = 1,5 a$  bør allerede tas hensyn til lastfordelingen i de to retninger.

Momentet for platen finnes på vanlig vis for de to bøiningsretninger, og man tar intet hensyn til at betongen på trykksiden blir gjenstand for anstrengelsene fra to på hverandre loddrette retninger.

b/a	b <sup>4</sup>	a <sup>4</sup>
	a <sup>4</sup> + b <sup>4</sup>	a <sup>4</sup> + b <sup>4</sup>
1,0	0,5	0,5
1,1	0,5942	0,4058
1,2	0,6746	0,3254
1,3	0,7497	0,2593
1,4	0,7935	0,2065
1,5	0,8351	0,1649

Fra Bjørnstad & Frost: "Jernbetong" hitsettes følgende tabell over lastfordeling i de to retninger:

*ribbeløse dekker*  
Ribbeløse dekker er en egen platetype som bæres av søiler. De kalles også ofte "paddehatt" og "Pilz"dekker. De er temmelig tykke plater med armeringsjern ordnet i striper på kryss og tvers mellom søilehodene. Disse siste har ofte en fortykkelse i plateovergangen, og her finnes gjerne ekstra armering i form av ringer i platens overkant. Systemet er utformet i Amerika.

#### Betongens blandingsforhold og utbytte.

Ved betong forstår man en blanding av cement, sand, singel eller pukksten og vann. Mangler singel eller grus, går blandingen under navn av mørtel.

Ved blandingsforholdet forstås forholdstallene mellom antall volumdeler cement, sand og singel eller pukk, idet gjerne cementmengden settes = 1. 1:3:4 betyr således: 1 del cement, 3 deler sand og 4 deler singel eller pukk. Da cementens volum avhenger sterkt av pakningsgraden, bør man alltid regne 1 sekk = 43 liter, med vekt 57 kg. For å få en helt tett støp, må cementmengden være lik sandens hulrumprosent, hvortil legges 16-20 %. Dette vil sjelden gi magrere mørtel enn 1:2,5. Ennvidere kreves en mørtelmengde = singelens eller pukkens hulrum + 15 - 20 % ): 1 - 1,5 så meget sand som pukk. En rikelig mørtelmengde letter støpearbeidet betraktelig og sikrer en pen støp. Mørtelens cementmengde spares derimot ofte på når der ikke er spesielle krav til tetthet eller stor påkjenning gjør det påkrevet.

Vanntilsetningen er avhengig av hvilken konsistens man ønsker på støpemassen. Har man fått en viss konsistens på betongen, vil en liten vanntilsetning forandre denne betydelig.

De mengder cement, sand og singel eller pukk som trengs til å gi 1 m<sup>3</sup> mørtel eller betongstøp, sees av flg. tabell:

Mørtel			Betong		
Blan- ding.	Cement kg	Blanding	Cement kg	Sand l.	Pukk eller singels l.
1:2	650	1:1:2	490	350	700
1:3	510	1:1,5:2,5	385	415	690
1:4	400	1:2:3	320	450	675
1:5	310	1:2:4	285	410	820
1:6	260	1:3:3	260	555	555
1:7	230	1:3:4	235	510	680
1:8	200	1:3:4,5	225	480	720
1:10	160	1:3:5	215	465	775
Jordfuktig blanding.		1:4:6	175	500	750
		1:5:7	145	525	735
		1:6:8	125	540	720
			Tregtflytende blanding 35 % vann.		

Betongens herdning og styrke.

Betongen stivner og blir hård på grunn av kjemiske prosesser som oppstår i cementen ved tilsetning av vann. Ifølge H.b.E.II.s.39 stivner cementen ved dannelse av små hexagonale plater av tricalciumaluminat og fine nåler av monokalciumsilikat, hvorefter den langsomtgående herdning skyldes en tett masse av monokalciumsilikat samt store krystaller av kalkhydrat. Denne kjemiske prosess ledsages av varmeutvikling, 2-3°C for langsomt bindende og opptil 10°C for hurtigbindende cement. For de ytre deler av betongen hvor luftens kullsyre kan trenge inn, vil der dannes noe kalkkarbonat.

Fersk støp må beskyttes mot at herdningsvannets fordamper, eller der må sørges for eventuell tilførsel så der stadig er tilstrekkelig vann til de kjemiske prosesser. Binder cement under vann, utvider den sig og i luften trekker den sig litt sammen. For mørtel og betong er funnet ca. 0,3 - 1,2 m/m pr. m. Til å opta disse uttøringsvirkninger anbringes like som for temperaturforandringer ofte dilatasjonsfuger.

*Inn i en bit av en gammel betong er det  
to huller for alu. beleggkabeler som skal  
man av kvart til alle deler.*

Herdningshastigheten øker med temperaturen og innstilles ved 0°C på grunn av at vannet fryser, for igjen å fortsette når temperaturen stiger. Herdningshastigheten kan økes ved tilsetning av kjemikalier f.eks. det kraftigvirkende vannglass, samt natron, soda, kalciunkarbonat, alun, sukker m.fl. Hvordan cementmengden influerer på styrken sees et par eksempler på i flg. tabeller hentet fra H.d.E. II, s. 76-77:

Mørtel av normalsand. (Middel av 10 prøver).

Vektsdeler	Strekfasthet				Trykkfasthet			
	7 dager		28 dager		7 dager		28 dager	
	kg	Forh.-tall	kg	Forh.-tall	kg	Forh.-tall	kg	Forh.-tall
1:0	51,0	100	64,8	100	397	100	464	100
1:2	32,1	63	36,2	56	298	75	341	74
1:3	23,5	46	25,4	40	196	50	253	55
1:5	11,7	23	14,8	23	56	14	116	25
1:7	7,2	14	9,4	15	44	11	67	12
1:9	6,6	13	7,6	12	20	5	43	9

Forholdstall: Fastheten for ren cement er = 100.

Fastheten synes å tilta ved alderen. Særlig er tilveksten stor for mager og for våt betong (H.d.E.II.s.78).

Ved prøver med 20 cm kubus av pukkbetong 1:2,5:5, utført ved Handerking fantes flg. middeltall etter Bønisch:

Alder: 7 dager    28 d.    150 d.    970 d.    3285 d.

Fasthet: 202        254        332        520        570 kg/cm<sup>2</sup>.

Iflg. H.D.E.II s. 88, midlet for 5 prøver med 30 cm kubus:

Alder:                    28 d.        90 d.    1 år    2 år.    8 år.

Jordfuktig betong: 167 kg/cm<sup>2</sup>    203    247    277    304

Våt betong:            121        151    188    225    227

Bearbeidningen øver sterk innflytelse på betongfastheten. Selve blandingen utføres med maskin og for hånd. Det beste og sikreste resultat fåes ved maskinblanding. I Stockholm stadsforskrifter av 1914 må cementmengden økes med 10 % i tilfelle håndbland. Av kjente maskiner nevnes Smiths og

Ransames, som kan fåes i forskjellige størrelser. Ved håndblanding tørrblandes først mørtelen så den blir helt igjennem ensfarvet. Den bør kastes om minst 3 ganger på en tett lem. Så tilsettes vann og pukk, hvorpå ny omkastning på blandeblettet. Cementtilsetningen bør helst skje i hele sekker. Satsen bør ikke ligge ferdigblandet for lenge før den fylles i formen.

Fra en undersøkelse med forskjellig ventetidsinnflytelse på den ferdige betongs fasthet hitsettes fra H.d.E.II, s.84: Middel av 5 enhetsprøver etter 28 dager:

Ventetid i timer:	Ingen	1	2	3	5	8	12	16	24
Fasthet kg/cm <sup>2</sup> :	303	294	301	291	278	255	175	86	33

Jo høiere temperatur og jo raskere bindende cement desto raskere må satsen anbringes på endelig plass.

Tilsetningsstoffene må være av beste kvalitet, spesielt trykkfaste, motstandsdyktige mot atmosfæretierne samt rene.  
Frost, varme og kjemikalier:

Hvordan frysning og senere optining av nylaget sats virker, sees av flg. tabell H.d.E.II.s.91:

Alder på prøvene		Straks etter blandingen		Frosset i 3 timer og optinet igjen.		Do. i 24 timer		Do. i 3 dager.	
		7 dager	28 dager	7 dager	28 dager	7 dager	28 dager	7 dager	28 dager
Vektbl.	Blandings-tilstand	Midlere trykkfasthet kg/cm <sup>2</sup>							
Mørtel 1:3	Jordfukt. Våt	262	408	216	405	203	339	103	205
		118	256	124	246	105	228	73	140
Betong 1:5	Jordfukt. Våt	254	360	214	318	204	283	24	36
		153	238	157	264	157	257	72	144

Det synes som om godt herdnet betong er frostbestandig. Frost under bindingen kan stanse denne p.gr.a. at vannet ikke blir tilgjengelig. Er støpen ikke helt fast, vil frost kunne sprengte den fra hverandre så tetthet og dermed styrke minskes selv om herdningen fortsetter etter frostens opphør.

Overfor varme bevarer godt herdnet og tørr betong sig utmerket og må regnes som ildsikker, den kan derfor beskytte jernkonstruksjoner.

Fra Suenson hitsettes oberstltn. Gruts resultater  
etter opvarmning til forskjellig temperatur: Mørtel 1:3.

2½-3 måneder gammel. Terninger. Kantlengde 5 cm.

Max. temp.: 20°C 100° 150° 200° 300° 500° 700° 1000°

Trykkstyrke: 3 73,9 370,1 425,3 424,2 379,2 304,6 171,3 47,1 kg/cm<sup>2</sup>

Kjemikalienes innflytelse på betongen er noget forskjellig. Syrer, særlig de som <sup>2</sup>lett <sup>1</sup>danner oppløselige kalksalter, er meget skadelige. Dannes derimot et tungt- eller uopløselig salt, vil dette i nogen grad beskytte betongen. Rene alkalier er uten innflytelse, og haloidsaltene (kalium-, natrium- og ammoniumklorid) virkning er gunstig likesom de kullsure alkalier hvis kullsyre letter dannelsen av kulsur kalk. Magnesiumklorid derimot likesom de svovelsure salter (særlig alkalisalter) virker skadelig.

Kloakkvann er gjerne alkalisk.

Undertiden er det kullsyrerikt, men er støpen fet, dannes snart et slambelegg som beskytter mot svake syrer. (Suenson: Bygningsmaterialer).

Fete oljer gir sammen med cementsalt syrer hvorfor støpen blir morken. Dyriske oljer virker sterkere enn planteoljer, og linoljen er helt uskadelig da den stivner i overflaten. Tjære, petroleum og andre mineralske oljer inneholder ingen fete syrer så de er uskadelige, og kan derfor brukes til smurning av (betong) cementformer.

Jern. Jernets anvendelse i forbindelse med betong skyldes først og fremst cementens evne til å feste til sig jernet så kraftoverføringen kan finne sted. Forbindelsens styrke er med hensyn til jernet avhengig av overflatens art, samt i nogen grad jern diameter og innspenningslengde. I flg. Bach var heftfastheten for dreiede jernstenger bare halvparten av heftfastheten ved stenger med valsehuden på, og ved rustne lå den endog 44 % høiere enn ved den sistnevntes (Suenson). Rust skader således ikke når den bare ikke finnes i løse flak.

I følge Bach gav forskjellig diameter flg. tall:



Jerndiameter: m/m    10    20    40

Heftfasthet kg/cm<sup>2</sup>:    14,1    18,5    27,7

Og ved 20 m/m rundjern og forskjellig innspenningslengde:

Insp.lengde i cm:            3        6        15      40

Heftfasthet i kg/cm<sup>2</sup>:    54,9    47,2    36,2    28,8

Når flytegrensen nåes, vil jernet snurpe sig sammen og delvis løsrive sig fra støpen hvorfor heftstyrken reduseres sterkt når denne spenningstilstand er nådd.

Av betydning for samarbeidet mellom de to materialer, jern og betong, er også at varmeutvidelseskoeffisienten er praktisk talt den samme, nemlig ca. 0,000012. Derfor vil der ved temperatursvingninger ikke opstå indre spenningstilstander som kan virke skadelig på bæreevnen. (Betongkoeffisienten varierer mellom 0,0000082 og 0,0000147 og er minst for magre blandinger).

Ennvidere vil jernet inne i betongen være meget godt beskyttet både mot rust og varme. - Det jern som almindelig anvendes hos oss er rundjern av bløtt stål (flussjern). Det fåes i lengder på 10-12 m og forskjellig diameter. Der bør ikke brukes mange forskjellige diametre i samme konstruksjon og spesielt ikke med små sprang i diametrene, da der lett kan tas feil. Ved diameter under 13 m/m må betales overpris for jernet. Jo mindre diameter dess større overpris. Ennvidere er prisen avhengig av leveringstiden idet prisen for jern levert fra verk ligger betydelig under prisen for jern levert fra lager. Der trenges 6-8 uker til verksleveringer.

Jern kappes ved hjelp av meisel eller sakser i riktig lengde og bøies 10 m/m og derunder kan bøies ved hjelp av to bindhaker slått ned ved siden av hverandre i en planke med plass til jernet mellom. Ved hjelp av en rørstump kan krøker bøies for hånden.

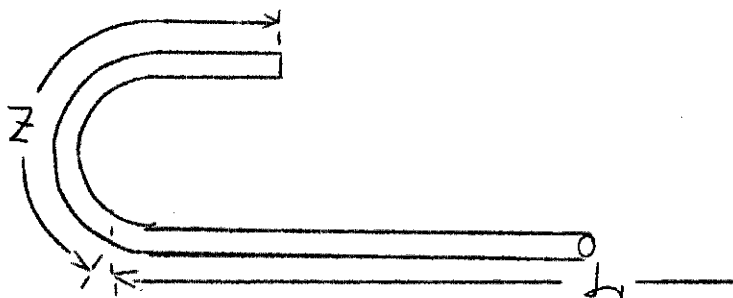
Armeringsjernene tegnes op utenfor jernbetongkonstruksjonen og påskrives alle dimensjoner samtidig som jernet gis beliggenhets eller posisjonsnr. Så føres det inn i en bøie-

liste efter f.eks. flg. skjema så jernet kan formes ferdig på forhånd:

Bøieliste						
Pos. nr.	An-tall	Belig-genhet	Tykkelse m/m	Lengde m/m	Skisse	Anm.
1	2	Drager 1.	18	7100		

Krokens lengde Z er avhengig av jerndiameteren, og kan settes som flg.

Diameter m/m	Z i m/m
8	80
10	100
13-16	110-120
20-25	160-170
28-32	200



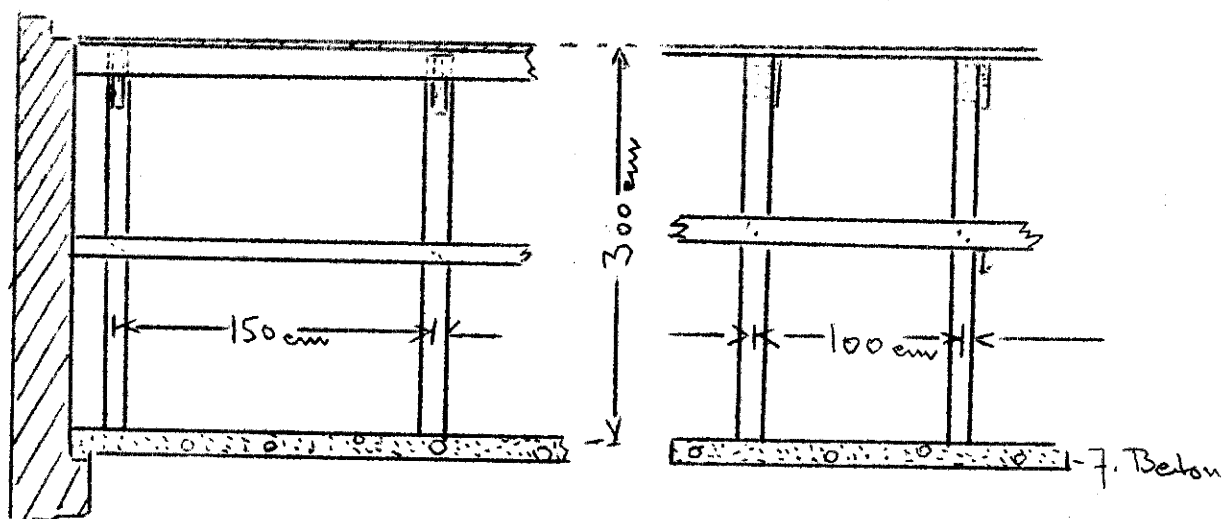
Når jernet legges ut påsees at det får den på tegningen opførte innbyrdes avstand. De bindes i platen fast til de s.k. fordelingsjern ): 6-8 m/m  $\phi$ -jern, 2-3 stk. pr. meter som ligger loddrett på armeringsjernet retning.- Fordelingsjernet legges på den side av armeringsjernet som er lengst fra platens ytterside.- I dragerne bindes jernet fast til bøiler og eventuelt nåler. Selve fastbindingen skjer med bløt jerntråd ca. 1 m/m tykk, og der går med ca. 100 m av denne til 25 m<sup>2</sup> jern plate.

Under støpearbeidet rystes jernet så betongen legger sig godt omkring det. Samtidig løftes jernstengene forsiktig så der blir 1 cm støp utenfor platejernene og 2 cm støp utenfor dragerjernene.

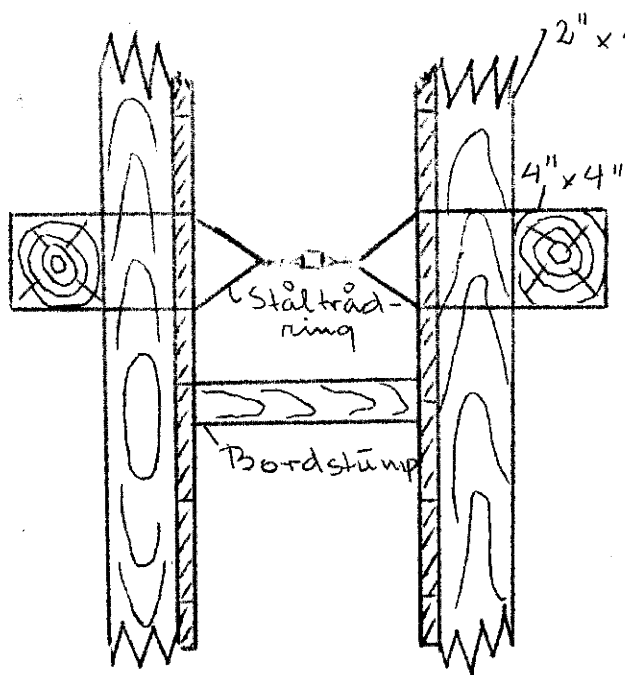
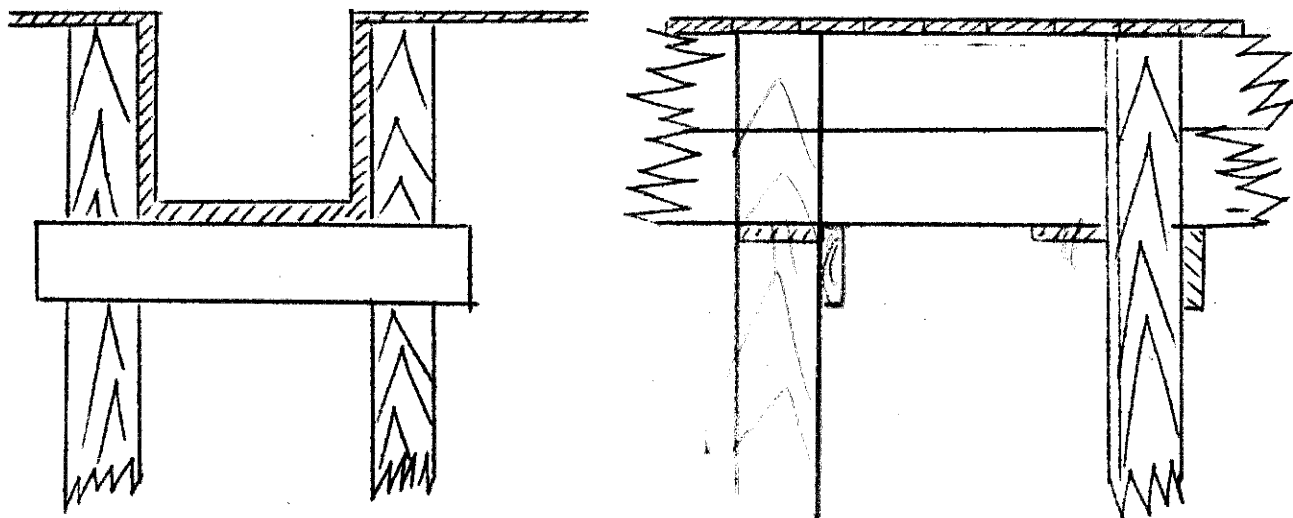
#### Forskalling.

Med forskalling forstår man den form hvori støpnin-gen skjer. Den utføres gjerne av uhøvlede bord, båret av sten-dere og ridbord. Skal støpen være særlig fint og nøiaktig, brukes ofte høvlet materiale inn mot støpen. Til platen settes stolpene i ca. 1,5 m avstand i rekken. Avstandene mellom rek-kene er for 1" forskallingsbord 80-90 cm når støpen ikke er tyk-kere enn 12 cm. Forskallingsbordene hviler direkte på planker

eller firkant lagt op på stolpene eller direkte på "ridbord") :  $5/4'' \times 5''-6''$  som er spikret til stolpenes øvre ender. For sikkerhets skyld spikres ofte en bordstump til stolpen under ridbordet. Er stolpene lange, forbindes de innbyrdes ved s.k. sverter, d.e. tverrbord som føres helt ut i veggen. Der bør aldri være over 2 m avstand mellom tverravstiverne. Stolpene står ofte på en bordstump, og er det løs bunn, på en bjelke eller planke for å hindre at stolpeenden trykkes ned i underlaget.



Ofte er der under stolpene anbragt kiler så forskallingshøiden kan reguleres. Ofte gis støpen en liten overhøide midt i feltet så den ferdige plate eller bjelke ikke henger i bue når den er tatt i bruk. Ved bjelker settes ofte en stolperække på hver side av bjelken. (Fig. neste side). Ved søiler kan alle vegger forskalles ferdig med en gang eller man setter bordstumper i den 4. vegg etterhvert som man fyller søilen. Veggene må avstives omhyggelig så ikke betongmassen kan klemme den ut nogetsteds. Avstivning utgjøres ofte av påspikrede grunder av solide bord eller planker. Selve søilen må også sikres mot forskyvning under fylling av kassen. I vegger ligger gjerne bordene horisontalt, støttet til vertikale spikerslag. Disse stendere støttes ofte av horisontale puter. De to forskallingsveggers stendere eller eventuelt puter er bundet sammen med ståltrådringer som ved å tvinnes sammen presser veggene mot hverandre. Veggene holdes fra hverandre med bordstumper som fjernes etterhvert som formen blir fylt.



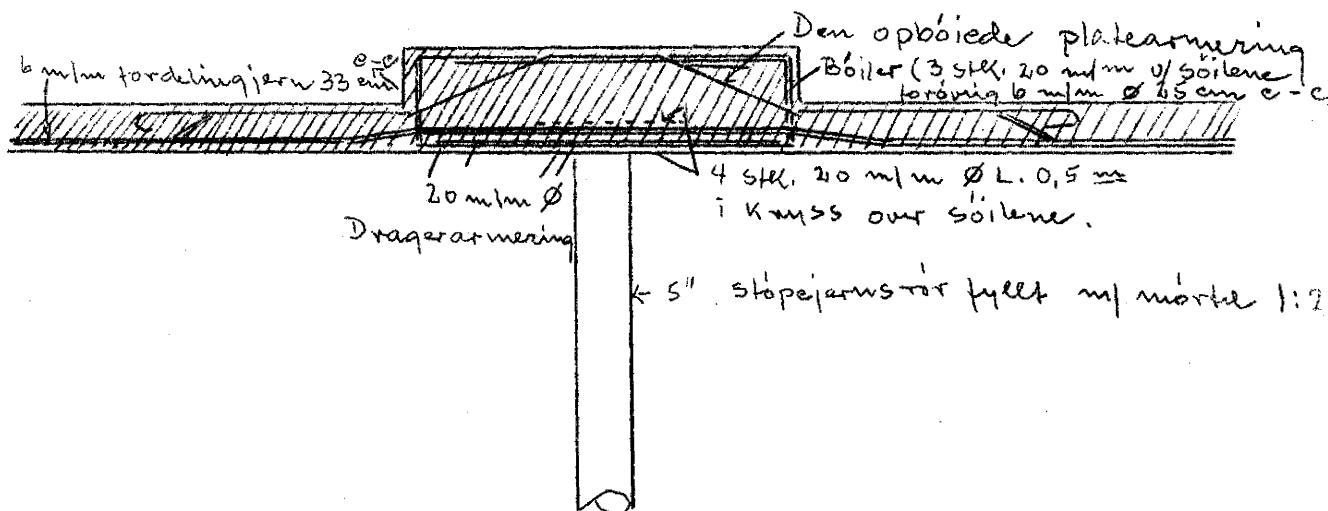
Avstanden mellom stender og puter er avhengig av materialdimensjonene. Flytende betong kan betraktes som en væske med sp.vekt 1,27 (Suenson). Støpes små høider ad gangen, vil forskallingen ikke bli anstrengt på langt nær så sterkt som når store høider blir støpt med

en gang. Også veggformen må forstøttes så den ikke forskyver sig under fyllingen. Der må aldri settes forskalling på tele.

All forskalling må oppsettes med det for øie at den skal kunne tas ned igjen med minst mulig brekasje, samt at materialene er mest mulig skikket til <sup>ny</sup> anvendelse. De må derfor helst ikke deles op i for mange stumper, likesom solid spikring hvor bordene er støttet av annet treverk er en uting. Hvor spikerne derimot skal bære belastningen må sørges for at forbindelsen ikke svikter. Når betongen er bragt på plass, må den ikke forstyrres gjennom rystinger i forskallingen.

Den tid som medgår før forskallingen kan rives kan for bærende konstruksjoner settes = 3 + 3 1 dager, hvor 1 er spennvidde i meter. Sideplater som intet har å bære, kan fjernes

efter 3 døgns forløp. Det under forutsetning av en temperatur 15-20°. Ved lavere temperaturer må forskallingen stå lenger. Det anbefales å vise den yderste forsiktighet når forskallingen skal fjernes. Således må påsees at betongen virkelig er blitt fast og bæredyktig før de bærende deler av forskallingen rives bort.



$\frac{1.10}{x} = 8$

$\frac{h-a}{1.17}$

217

Dimensjoneringstabell for enkelt armert jernbetongplater

(ribbe-).  $n = 15$ . Jernspenning  $\sigma_j = 1200 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma_b$	$x =$	$h - a - x/3 =$	$h - a =$	$f_j =$
21	0,208 (h-a)	0,930 (h-a)	0,701 $\sqrt{M/b}$	0,00128 $\sqrt{M/b}$
22	0,216 "	0,927 "	0,673 "	0,00133 "
23	0,223 "	0,925 "	0,649 "	0,00139 "
24	0,231 "	0,923 "	0,625 "	0,00144 "
25	0,238 "	0,921 "	0,604 "	0,00150 "
26	0,245 "	0,918 "	0,585 "	0,00155 "
27	0,252 "	0,916 "	0,567 "	0,00160 "
28	0,259 "	0,914 "	0,549 "	0,00166 "
29	0,266 "	0,911 "	0,534 "	0,00171 "
30	0,273 "	0,909 "	0,519 "	0,00177 "
31	0,280 "	0,907 "	0,504 "	0,00182 "
32	0,286 "	0,905 "	0,491 "	0,00188 "
33	0,292 "	0,903 "	0,480 "	0,00192 "
34	0,298 "	0,901 "	0,468 "	0,00198 "
35	0,304 "	0,899 "	0,458 "	0,00203 "
36	0,310 "	0,897 "	0,447 "	0,00208 "
37	0,316 "	0,895 "	0,437 "	0,00213 "
38	0,322 "	0,893 "	0,428 "	0,00218 "
39	0,328 "	0,891 "	0,419 "	0,00223 "
40	0,333 "	0,889 "	0,411 "	0,00228 "
41	0,339 "	0,887 "	0,403 "	0,00233 "
42	0,345 "	0,885 "	0,395 "	0,00238 "
43	0,350 "	0,883 "	0,388 "	0,00243 "
44	0,355 "	0,882 "	0,381 "	0,00248 "
45	0,360 "	0,880 "	0,375 "	0,00253 "
46	0,365 "	0,878 "	0,368 "	0,00258 "
47	0,370 "	0,877 "	0,362 "	0,00263 "
48	0,375 "	0,875 "	0,356 "	0,00268 "
49	0,380 "	0,873 "	0,350 "	0,00273 "
50	0,385 "	0,872 "	0,345 "	0,00277 "
51	0,389 "	0,870 "	0,340 "	0,00282 "
52	0,394 "	0,869 "	0,335 "	0,00286 "
53	0,398 "	0,867 "	0,331 "	0,00291 "
54	0,403 "	0,866 "	0,326 "	0,00295 "
55	0,407 "	0,864 "	0,321 "	0,00300 "
56	0,412 "	0,863 "	0,317 "	0,00305 "
57	0,416 "	0,861 "	0,313 "	0,00309 "
58	0,420 "	0,860 "	0,309 "	0,00314 "
59	0,425 "	0,858 "	0,305 "	0,00318 "
60	0,429 "	0,857 "	0,302 "	0,00322 "
61			0,298 "	0,00327 "
62			0,294 "	0,00332 "
63			0,291 "	0,00336 "
64			0,287 "	0,00341 "
65			0,284 "	0,00345 "
66			0,281 "	0,00349 "
67			0,278 "	0,00354 "
68			0,275 "	0,00358 "
69			0,272 "	0,00362 "
70			0,269 "	0,00367 "