Norges Landbrukshøgskole
Institutt for driftslære og landbruksøkonomi

Harald Giæver

Forelesninger i landbruksøkonomi

DRIFTSØKONOMI

DEL I

Vollebekk 1967

Norges Landbrukshøgskole
Institutt for driftslære og landbruksøkonomi

Harald Giæver

Forelesninger i landbruksøkonomi

D R I F T S Ø K O N O M I

Del I

Vollebekk 1966

FORORD

I 1965 foreleste jeg for første gang det utvidete kurset i driftsøkonomi for jordbruksavdelingens linje A og den økonomiske hovedfaggruppen ved linje B. Disse forelesningene inneholder en god del stoff som ikke tidligere er forelest i økonomiske kurser ved jordbruksavdelingen. Oppbyggingen av kurset avviker også til dels sterkt fra de kurser som er forelest tidligere. Fra studentene har det vært ytret ønsker om å få forelesningene i stensilert form. Selv om det ikke har vært tid til å gjennomarbeide den skriftlige fremstillingen så godt som jeg kunne ønske, tror jeg det er bedre for studentene å få forelesningene i den form de nå foreligger, enn å være henvist til sine egne forelesningsreferater.

Dette kurset må nærmest oppfattes som en oversiktskurs. I den teoretiske delen av kurset har jeg forsøkt å få med en innføring i mange forskjellige teorier, prinsipper og synsmåter som jeg mener har betydning for forståelsen av driftsøkonomiske problemer i landbruket. I den anvendte delen har jeg forsøkt å gi en innføring i forskjellige former for driftsanalyse, i forskjellige metoder for driftsplanlegging, og i mange forskjellige driftsøkonomiske problemer som kan tas opp under de enkelte driftsgrener og driftsformer. Denne bredden i framstillingen har selvfølgelig måttet gå ut over detaljrikdommen og dybden når det gjelder de enkelte emner.

I de muntlige forelesningene har jeg forøvrig i mange tilfelle gått gjennom detaljer og eksempler som det ikke har vært tid og plass til å ta med her. Når det gjelder emner hvor jeg har kunnet henvise til annen lett tilgjengelig litteratur, har jeg ofte lagt mindre vekt på en fullstendig behandling.

Den delen av forelesningene som utgis nå, dekker det meste av den teoretiske delen av kurset. I løpet av vårsemesteret 1967 håper jeg å få ferdig et kompendium som dekker den mer anvendte delen. Det er også meningen å lage en mer fyldig litteraturliste som gir litteraturhenvisninger for hvert kapittel.

Vollebekk, oktober 1966

Harald Giæver

I. INNLEDNING

A. Hva driftsøkonomien handler om.

I økonomisk teori skiller en ofte mellom tre hovedformer av økonomiske enheter: bedrifter, som har til formål å maksimere sin fortjeneste, husholdninger, som har til formål å maksimere medlemmenes velferd, og service-organisasjoner, som har til formål å yte sine medlemmer visse varer eller tjenester for lavest mulig kostnad.

Dette med målsettingen vil vi snart komme tilbake til, og vi vil kanskje finne at en bedrifts målsetting kan være betydelig mer komplisert enn det enkle utsagnet ovenfor antyder. Mer forsiktig kan vi si at noen av kjennetegnene på en bedrift er at den produserer varer og/eller tjenester for salg til andre, og at den legger stor vekt på fortjenesten som en del av sin målsetting. Mange bedrifter har flere forskjellige produksjonsavdelinger, ofte også geografisk adskilte fabrikker, som kan være lokalisert i forskjellige land. Et eksempel er Borregaard-konsernet. Vi ser likevel på dette som en bedrift, fordi det har en toppledelse og i prinsippet arbeider ut fra en felles målsetting. [1/]

Faget bedriftsøkonomi er den del av økonomien som behandler økonomiske problemer sett fra den enkelte bedrifts synsvinkel. I jordbruket har det vært vanlig å bruke betegnelsen "driftsøkonomi" eller "driftslære" om det faget som behandler de økonomiske problemer på det enkelte gardsbruk. Driftsøkonomien for jordbruket er altså en underavdeling av den generelle bedriftsøkonomien, som igjen er en underavdeling av den generelle økonomien.

[1/] I daglig tale brukes ordet "bedrift" ofte om den enkelte fabrikk eller geografisk avgrensete anlegg. For å unngå forvirring, foretrekker derfor noen å bruke betegnelsen "foretak" på den økonomiske enheten som vi her har kalt bedrift. De tilsvarende betegnelser på svensk er "foretag", på engelsk "firm".

Nå kan det i høy grad diskuteres om det er grunn til å skille ut driftsøkonomien for jordbruket som et eget fagområde. De økonomiske teorier og prinsipper er nemlig de samme enten bedriften er et gardsbruk eller den er et industriellt storkonsern. Den første delen av dette kurset, som vesentlig behandler teorier og prinsipper, kan vi derfor si er generell bedriftsøkonomi, men med eksempler hentet fra jordbruket, og med størst vekt på de deler av den generelle bedriftsøkonomien som foreleseren tror er mest relevante når det gjelder de typer av økonomiske problemer en møter i de enkelte landbruksbedrifter. Den siste delen er mer spesiell og konsentrert om problemstillinger i jordbruket. I denne delen vil vi diskutere metoder for driftsplanlegging i jordbruket, kombinert planlegging for jord- og skogbruk, og endel praktiske erfaringer, samt empiriske forskningsresultater fra forskjellige driftsformer og produksjonsgrener i norsk jordbruk.

B. Om bedriftsøkonomi og bedriftsledelse

Mellom bedriftsøkonomi og bedriftsledelse er det sterke bånd, men de forskjellige forfattere som har forsøkt å beskrive dette forholdet har ikke alltid vært enige om hvor grensene går. F. eks. har den kjente amerikanske jordbruksøkonomen Earl O. Heady nærmest hevdet at produksjonsøkonomien (som er den viktigste del av bedriftsøkonomien) forsyner bedriftsledelsen med alt den trenger å vite for å kunne treffe fornuftige avgjørelser. På den annen side hevder den like kjente jordbruksøkonomen Glenn L. Johnsen at bedriftsledelse er noe meget mer enn bare økonomi : under "farm management" vil han ta med omtrent alt fra de produksjonstekniske fagene over økonomi til psykologi og filosofi. Meget av denne uenigheten skyldes nok at de forskjellige forfattere legger forskjellig innhold i begrepene "bedriftsøkonomi" og "bedriftsledelse", og det har derfor liten hensikt å diskutere hvilket syn som er"riktig".

En vanlig brukt definisjon på økonomi er at det er "læren om anvendelsen av knappe ressurser som har alternative anvendelser". Bedriftsledelse kan vi kanskje si er "det å ta avgjørelser på bedriftens vegne". Vi kommer da kanskje til at bedriftsøkonomien er i stand til å forsyne bedriftsledelsen (eller den som skal analysere problemene for bedriftsledelsen) med nyttige og viktige tankeredskaper, men at bedriftsledelse består i noe mere enn bare å bruke disse tankeredskapene. Dette skal vi komme tilbake til i den delen av teorien som behandler bedriftsledelse i situasjoner med risiko og usikkerhet.

Gardbrukerens oppgaver som bedriftsleder kan en si faller i to hovedgrupper:

1) Samordning av de enkelte ledd av drifta.

Gardbrukeren må besvare en rekke spørsmål som har med valg av driftsopplegg og produksjonsmetoder å gjøre, som:

Hva skal det produseres på garden ?
Hvor meget skal det produseres av hvert produkt ?
Hvordan skal produksjonen utføres ?
Når skal produksjonen foregå ?
Hvordan skal produktene markedsføres ?
Hvilke investeringer skal en foreta ?
Hvordan skal investeringene finansieres ?

Vi skal sammenligne forholdene på gardsbruket med forholdene i en større bedrift, der leder-funksjonene er delt på forskjellige personer. Spørsmålene ovenfor kan fi si hører til den øverste bedriftsledelsens problemer. Når avgjørelsen er fattet med hensyn til disse spørsmålene, skal avgjørelsene settes ut i livet. Dette er arbeidsformannens eller den daglige driftsledelses problemer:

2) Arbeidsledelse og kontroll.

Her gjelder det å sette produksjons- og investeringsplanene ut i livet, velge rett tid for utførelsen av de enkelte arbeidsoppgaver og kontrollere kvaliteten av arbeidet, etc. Regnskapsføring og noteringer kan en også si hører med til denne delen av oppgavene.

På enmannsbruk er gardbrukeren selv både "arbeidsleder" og"arbeider". Det er meget som tyder på at kvaliteten i den daglige utførelse av oppgavene har svært meget å si for de økonomiske resultater av gardsdrifta. Likevel har dette punktet svært ofte blitt forsømt i litteratur om driftsøkonomi. Årsaken er nok delvis at vi har lite å si om dette punktet. Heller ikke i dette kurset vil vi si noe større om denne del av driftslederfunksjonene. Vi vil konsentrere oppmerksomheten om de ting som er nevnt under punkt 1.

Heller ikke spørsmålene under punkt 1 kan besvares ut fra det som vi vanligvis forstår med økonomi alene. For det første krever svar på spørsmåleme at vi kjenner gardbrukerens <u>målsetting</u> For det annet må vi vite en hel del om de rent fysiske betingelsene og mulighetene for å drive forskjellig slags jordbruksproduksjon, kjenne sammenhengen mellom innsats og utbytte målt i fysiske måleenheter, etc. Dette er noe som hører inn under de produksjonstekniske fagene (plantekulturfagene, husdyrfagene, og de tekniske fagene). Økonomien kommer så inn som siste ledd i kjeden. Dens oppgave er å finne fram til de handlinger som, innenfor rammen av gitte ressurser og produksjonstekniske muligheter, fører oss lengst mulig henimot den oppstilte målsettingen.

C. <u>Om normativ økonomi og målsettingen.</u>

Vi skiller iblant mellom <u>positiv økonomi</u> 1/ og <u>normativ økonomi</u>.

Den positive økonomi's rolle er å forklare og forstå økonomiske fenomener, herunder også å spå om fremtiden, men ikke å lede eller kontrollere disse fenomenene.

Den normative økonomi's rolle er å gi råd og anbefalinger. For å kunne gjøre dette, må vi vite en hel del om årsakssammenhenger i det økonomiske liv, men dette er ikke nok.

1/ I stedet for "positiv økonomi" bruker en undertiden uttrykket "beskrivende økonomi".

Vi må også vite noe om <u>målsettingen</u>. Vi kan ikke si noe om en økonomisk handling er "riktig" eller "gal" (eller "fornuftig" eller "ufornuftig") hvis en ikke vet hvilke mål en sikter mot. I bedriftsøkonomien har en ofte forutsatt at målsettingen består i å maksimere fortjenesten. De fleste av oss har kanskje følelsen av at fullt så enkelt er det ikke i virkeligheten. Vi kommer kanskje virkeligheten nærmere om vi sier at målsettingen inneholder forskjellige elementer, hvorav fortjenesten er ett (og for de fleste et meget viktig) element.[1] Andre elementer i målsettingen kan bestå av hensyn til sikkerheten, hensynet til likviditetsforholdene, den arbeidsinnsats som kreves, feriemuligheter, prestisje, trivsel i arbeidet, etc. Særlig i jordbruket, der gardbrukeren er både bedriftsherre og arbeider, garden er både arbeidsplass og hjem, og gardbrukerfamilien er både produsenter og konsumenter av de produkter som produseres, er det ikke urimelig å tro at andre elementer i målsettingen kan bli tillagt adskillig vekt.

Den gitte målsetting kan en forsøke å kvantifisere på en eller annen måte. I økonomien forutsetter vi ofte at bedriftslederen har en <u>målsettingsfunksjon</u> (eller "objektfunksjon") som han forsøker å maksimere. Med dette mener vi en formel som uttrykker det totale resultatet som en søker å gjøre best mulig, og viser hvilken avveining en gjør mellom de forskjellige elementer i målsettingen. Som et forenklet eksempel kan vi tenke oss at en bestemt gardbruker har følgende målsettingsfunksjon:

$$Y = \text{Nettoinntekten} - 6 \times (\text{Egen innsats i timer}).$$

Denne formelen forteller oss at gardbrukeren ikke legger ensidig vekt på høy nettoinntekt, men foretar en avveining mellom ønsket om høyest mulig nettoinntekt og ønsket om mest mulig fritid. Han er villig til å arbeide mer dersom han derved

---

[1] Formodningen om at de fleste bedriftsledere har en målsetting som inneholder flere, og ofte høyst forskjellig artede elementer er også blitt bekreftet ved sosiologiske undersøkelser. Forutsetningen om fortjenestemaksimering kan vi kanskje se på som en første tilnærmete beskrivelse av virkeligheten.

kan øke nettoinntekten med minst 6 kroner for hver times merinnsats, men vil arbeide mindre dersom reduksjonen i arbeidsinnsats fører til en reduksjon i nettoinntekt som er mindre enn 6 kroner timen.

Vi må anta at fprskjellige gardbrukere har forskjellig målsettingsfunksjon, og i praksis har vi små muligheter for å finne ut hvorledes disse målsettingsfunksjonene ser ut. En må også understreke at mange av de elementene som vi må regne med inngår i en gardbrukers målsettingsfunksjon ikke kan måles på noen objektiv måte. Dette gjelder f.eks. mulige elementer som "prestisje" og "trivsel i arbeidet".[1/]

Det har vært vanlig å se på bedriftsøkonomien som et normativt fag. Med andre ord: Formålet med faget er å komme fram til råd og anbefalinger om driftsøkonomiske avgjørelser. Hvordan kan vi gjøre dette hvis vi ikke kjenner gardbrukerens (eller bedriftslederens) målsetting til bunns ? Vi har to utveier: Enten kan vi gi våre anbefalinger et forbehold: "Hvis du ønsker å oppnå de og de mål, bør du gjøre slik og slik". Dette kan en kalle en "betinget normativ" fremgangsmåte. Eller vi kan utarbeide forslag i flere alternativer, og for hvert alternativ beregne inntekter og andre målbare resultater, men så overlate til gardbrukeren selv å foreta den endelige avveining mellom de forskjellige elementer i hans målsetting. Om vi på forhånd har

---

1/ Innen bedriftsøkonomien er det en skole som ikke er villig til å forutsette målsettingsfunksjoner av dette slaget. I stedet forutsetter man at bedriftslederen stiller opp visse absolutte mål, og gjerne flere forskjellige mål samtidig. Vi kan som eksempel tenke oss at en gardbruker spesifiserer følgende mål: Den årlige nettoinntekt må være minst Kr. 2o ooo, antallet arbeidstimer på familien må ikke overstige 3ooo, og han må få anledning til å drive med visse produksjonsgrener som interesserer ham. Såfremt han finner fram til en driftsplan som oppfyller disse målsettingene, er han tilfreds ("satisfied"), og spør da ikke om noen annen driftsplan kanskje er enda bedre. Hvis ingen av de oppstilte driftsplaner i første omgang tilfredsstiller målsettingskravene, må en enten lete videre etter andre alternativer, eller stille opp et nytt sett av mål, som er noe mindre kravstore, og se om en kan finne planer som tilfredsstiller disse. Denne måten å definere målsettingen på kalles "satisfieringsskolen". En praktisk fordel ved denne måten er at det kan være lettere å få en gardbruker (eller en annen bedriftsleder) til å spesifisere slike absolutte mål, enn til å fortelle hvilken vekt han vil legge på de ulike elementer i målsettingsfunksjonen.

drøftet med gardbrukeren hvilke mål han legger mest vekt på, kan vi unngå å kaste bort tid til å utarbeide forslag for alternativer som han i alle tilfelle straks vil forkaste.

D. Kan en gjennom studier lære å bli en god driftsøkonom ?

Driftsøkonomi i praksis er neppe noe helt eksakt fag. Når bedriftsherren skal treffe avgjørelser eller den driftsøkonomiske rådgiver bestemmer seg for hvilke råd han vil gi, vil begge sannsynligvis i ganske stor utstrekning bygge på skjønnsmessige vurderinger. Det er flere grunner til dette. Som alt nevnt er det meget vanskelig å komme fram til noe eksakt og fullstendig uttrykk for målsettingen. Dertil kommer at de økonomiske problemer som vi står ovenfor er uhyre kompliserte. En eksakt metode for driftsøkonomiske avgjørelser som tok hensyn til absolutt alle de faktorer som vi ønsker å ta hensyn til ville bli umåtelig komplisert, og tilsvarende arbeidskrevende og kostbar å anvende. Ofte må vi finne fram til et kompromiss mellom ønsket om metoder som er mest mulig objektive og eksakte, og ønsket om metoder som er raske og billige å arbeide med. I slike metoder kommer en ikke utenom bruk av en god del skjønn.

Men når en skal bruke skjønn, gjelder det også at en har mest mulig erfaring å bygge på. Slik erfaring må en skaffe seg gjennom arbeid med driftsøkonomiske spørsmål i praksis, gjennom arbeid i en bedrift eller som driftsøkonomisk rådgiver.

Dette betyr ikke at et mer teoretisk studium av driftsøkonomiske problemer er bortkastet. Et slikt studium kan skaffe oss en god del av den innsikt i driftsøkonomiske problemer som den praktiske erfaring senere skal bygge videre på.

Et mer teoretisk studium kan være til nytte på forskjellige måter. Først og fremst kan en finne en god del av nytte i den generelle økonomiske teori, og da først og fremst i produksjonsteorien. Fra denne teorien kan en hente begreper og et kjennskap til økonomiske modeller, som senere kan være til stor nytte når en skal tenke gjennom praktiske problemer. Slike økonomiske modeller kan en undertiden nytte direkte som grunnlag for praktiske beregninger, dersom en er i stand til å tallfeste de størrelsene som inngår i modellen. Men selv om en ikke kan komme så langt, er modellene nyttige som tanke-verktøy: de minner oss om lovmessigheter og pm logiske sammenhenger som en bør ta hensyn til dersom en vil komme frem til fornuftige avgjørelser.

En annen del av dette kurset vil behandle kalkylemetoder og metoder for driftsplanlegging. Slike metoder kan lettere nyttes direkte i praksis. De har mer karakter av ferdiglagete "oppskrifter" på hvorledes vi kan løse driftsøkonomiske problemer, og det er av stor verdi i praktisk arbeid å være kjent med en del slike "kokebok-oppskrifter". Men like nyttig som det er å kjenne til slike oppskrifter, like viktig er det å være klar over hvilke forutsetninger de bygger på og hvilke mangler de har. Tankeløs bruk av ferdiglagete oppskrifter kan lett føre oss galt avsted. Ofte kan en stå overfor praktiske problemer der oppskriften ikke passer så godt. Da gjelder det at en er i stand til å resonnere økonomisk og på egen hånd.

En tredje del av kurset vil behandle empiriske data og forskningsresultater som kan være til nytte som grunnlag for driftsplanlegging og driftsøkonomisk rådgivning i det hele tatt. I denne delen av kurset vil vi ta for oss de viktigste produksjonsgrenene, i norsk jordbruk, diskutere forskjellige økonomiske sider ved disse produksjonsgrenene, og hvilke krav de stiller til naturgitte forhold, til arbeidsinnsats og til kapitalinnsats.

II. LITT PRODUKSJONSTEORI FOR STATISK ENVARE-PRODUKSJON

A. Forholdet mellom teori og virkelighet.

Hva er en teori? Vi kommer kanskje nokså nær om vi sier at en teori er en tanke-konstruksjon som kan hjelpe oss til å forstå en del av virkeligheten. En teori skal ikke være noen fullstendig beskrivelse av virkeligheten. Virkeligheten er uhyre komplisert og full av detaljer. Når en konstruerer en teori, forsøker en å skille ut de trekk av virkeligheten som har størst betydning for de problemer som vi vil studere. Hvilke trekk en vil skille ut og ta med i teorien, avhenger av hva teorien skal brukes til.

Iblant blir det innvendt mot en teori at den er "urealistisk" fordi det er visse trekk i virkeligheten som teorien ikke har tatt hensyn til. Men ut fra dette synspunkt er enhver teori "urealistisk". Derimot kan en med full rett hevde at en teori er en "dårlig" teori for et gitt formål dersom teorien ikke har fått med de trekk som er av størst betydning for det fenomen en vil studere.

Når det gjelder de empiriske vitenskapene skiller vi ofte mellom hypotese, teori og "lov". En hypotese kan en si er en "teori på prøve". Det er en foreløpig forklaring eller tankekonstruksjon som en har stillet opp for å forklare et gitt fenomen, men ennå ikke har utsatt for grundig testing. Til en hypotese stiller en følgende krav:

Den skal være logisk riktig.

Den skal være så enkel som mulig uten at det går ut over evnen til å forklare.

Den skal gi en best mulig forklaring på de fenomener vi vil forklare.

Den skal kunne brukes som grunnlag for "spådommer" eller prognoser om ting som vi ennå ikke har observert.

Den skal av natur være slik at den kan forkastes, dersom observasjoner av virkeligheten viser at den ikke forklarer våre fenomener på en god måte.

En hypotese blir "testet" ved at en på grunnlag av hypotesen lager "spådommer" om ting vi ennå ikke har observert i virkeligheten, og så ser hvorledes disse observasjonene stemmer overens med spådommene. Stemmer de dårlig, må hypotesen forkastes, ellers får den karakteren "midlertidig godtatt". En hypotese som har vært utsatt for gjentatte og grundige testinger på denne måtem og aldri er blitt forkastet, blir opphøyet til teori. Teorien blir undertiden kalt en "lov" dersom den er særdeles grundig testet og i et meget stort antall tilfelle alltid har vist seg å gi riktige prognoser.

Noen av disse ting er det nyttig å ha for øyet når vi studerer den såkalte klassiske produksjonsteorien. Slik vi kjenner den idag ble denne teorien utformet i årene omkring 193o, og formålet med utformingen var først og fremst positivt og ikke normativt. En var først og fremst opptatt av å forklare hvorledes markedspriser oppsto og hvorfor de oppførte seg som de gjorde. For å kunne gjøre dette måtte en kunne forklare hvordan vareprodusenter ville oppføre seg på markedene for produksjonsfaktorer og for produkter, og som et ledd i dette arbeidet ble produksjonsteorien formulert.

Formålet med utformingen av produksjonsteorien var altså ikke så meget å kunne gi råd til produsentene eller bedriftene om hvordan de burde opptre. Men dersom vi forutsetter at de har til målsetting først og fremst å maksimere sin fortjeneste, er den klassiske produksjonsteorien til hjelp også til dette. I alle tilfelle forsyner den oss med begreper og med innblikk i viktige forhold som påvirker bedriftens økonomi.

B. Litt kostnadsteori

I den enkleste delen av produksjonsteorien gjør vi følgende forutsetninger:

1) Envare-produksjon
2) Momentanproduksjon
3) "Sikkerhet"
4) Teknisk målbarhet
5) Konstant teknikk
6) Kontinuitetsfaktorer

Vi forutsetter altså at bedriftene har fullstendig kunnskap både om de tekniske vilkår for produksjonen og om prisene på produksjonsmidler og på produkter. En slik forutsetning er selvsagt ikke"realistisk". Men det vesentlige for vårt formål er at mange spørsmål i driftsøkonomien kan analyseres ganske tilfredsstillende om vi later som om vi har fullstendig kunnskap om disse forholdene. Vi forutsetter ikke bare at vi har fullstendig kunnskap om produksjonsmessige og prismessige forhold, men også at alt foregår med sikkerhet: Når vi har valgt en viss innsats av produksjonsmidler, vet vi også med matematisk sikkerhet hvor stort utbytte av produkt vi kommer til å få, og hvilke priser vi må betale for produksjonsmidlene og hvilke priser vi vil oppnå for produktene.

Som en ytterligere forenkling forutsetter en del av produksjonsteorien såkalt "momentanproduksjon": Produktet forutsettes å fremkomme i samme øyeblikk som produksjonsfaktorene settes inn, og vi studerer bare ett slik "øyeblikk". Men denne delen av teorien er meget anvendelig til å studere produksjon som foregår innenfor en gitt tidsperiode som ikke bør være for lang, f.eks. ett år. Dette gjør teorien vel anvendelig til å drøfte mange produksjonsøkonomiske spørsmål i jordbruket.

Hvis vi ytterligere forutsetter at bedriften bare fremstiller ett produkt, får vi en produksjonsteori for envareproduksjon. Denne teorien er grundig gjennomgått som del av kurset i sosialøkonomi, og dette stoffet forutsettes derfor kjent. [1/] Her vil vi bygge litt videre på det som alt er kjent, og vise noen forsøk på mer direkte praktisk anvendelse av resultatene.

Vi bør skille mellom to hovedtyper av problemer:

a) Noen produksjonsfaktorer holdes konstant mens andre varieres

b) Alle produksjonsfaktorer som inngår i en gitt produksjonsprosess varieres sammen og i samme forhold.

1/ For linje A vil det bli utarbeidet et eget lite stensiltrykk som gjennomgår de viktigste deler av denne delen av produksjonsteorien.

Begge tilfelle svarer til praktiske problemstillinger. Som eksempel på (a) kan en tenke seg korndyrking og et tilfelle der en holder innsatsen av jordareal, såkorn, maskininnsats og arbeidsinnsats konstant, men gradvis øker innsatsen av forskjellige gjødselslag. Det typiske forløpet av produksjonskurven er økning i produksjonsmengde med økende gjødselmengde opp til et visst maksimumspunkt, og så sannsynligvis reduksjon i produktmengde dersom en øker gjødselinnsatsen ytterligere. Hvis vi øker gjødselmengden tilstrekkelig langt, kan vi tenke oss at vi når et kvelningspunkt der produkutbyttet blir 0. Et annet eksempel er melkeproduksjon, dersom en holder innsatsen av produksjonsfaktoren "ku" konstant og gradvis øker formengden. Med økende formengde vil melkemengden også øke opp til et visst maksimumspunkt, men det er lite sannsynlig at vi kan fore så sterkt at melkemengden begynner å synke igjen. Kua vil sannsynligvis nekte å ete mer før vi kommer så langt.

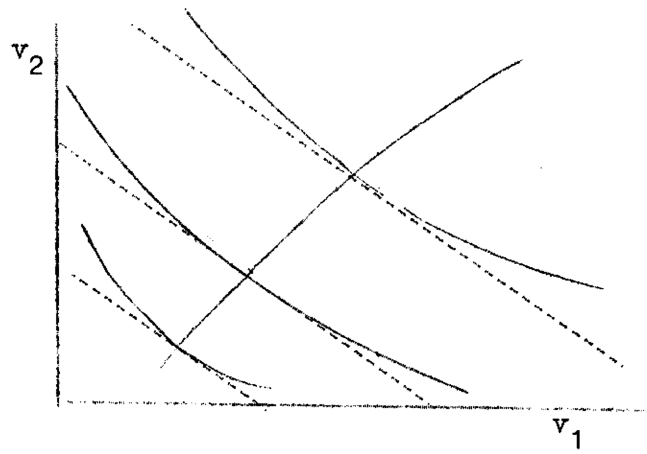
Som eksempel på (b) kan vi tenke oss et tilfelle der vi samtidig øker innsatsen av jordareal, såkorn, maskininnsats og kunstgjødselinnsats, og i samme forhold. Dette vil si at såmengde pr. dekar, maskininnsats pr. dekar og kunstgjødsel pr. dekar holdes konstant, og vi øker omfanget av kornproduksjonen simpelthen ved å produsere korn i større skala. Dersom jorda er av ensartet kvalitet og vi kan se bort fra omløpsproblemer, vil vi da også vente at kornutbyttet pr. dekar vil holde seg konstant, og total produktmengde vil øke proporsjonalt med økningen i innsats av produksjonsfaktorer. Vi forutsetter altså at produktfunksjonen er av pari-passum-karakter. Det tilsvarende eksempel fra melkeproduksjon er at vi øker kutall, formengder etc. i samme forhold. Dermed blir formengdene pr. ku konstante, og vi venter oss dermed også et konstant melkeutbytte pr. ku og et melkeutbytte totalt som øker proporsjonalt med faktorinnsatsen.

Den første problemstillingen er naturlig når vi vil diskutere intensitetsproblemet i jordbruket. Begrepet intensitet slik det blir brukt i jordbruksøkonomien henspiller på innsatsen av variable produksjonsfaktorer som gjødsel, formidler, andre uvarige driftsmidler, maskininnsats, arbeidsinnsats etc., pr. arealenhet i planteproduksjonen og pr. husdyr i husdyrproduksjonen. Det har alltid vært ansett for et viktig driftsøkonomisk problem å bestemme den mest lønnsomme innsats av disse variable produksjonsfaktorer pr. arealenhet og pr. husdyrenhet. I dette arbeidet er den klassiske produksjonsteorien til meget god hjelp.

Den andre problemstillingen er aktuell når vi skal kombinere forskjellige produksjonsgrener til en driftsplan for ett og samme bruk. For at ikke beregningene skal bli alt for kompliserte, er det da hensiktsmessig å forutsette et konstant forhold mellom de forskjellige produksjonsfaktorer innen en og samme produksjonsgren. Med andre ord, vi går ut fra at intensitetsspørsmålet er løst først ved egne beregninger, og at vi så går ut fra et gitt intensitetsnivå for hver enkelt produksjonsgren når vi går videre til å kombinere produksjonsgrenene til driftsplaner.

Vi vil nå se på tilfellet der en eller flere produksjonsfaktorer holdes konstant mens andre varieres. Hvis to produksjonsfaktorer er variable, kan en fremstille forholdet mellom faktorinnsats og produktutbyttet gjennom det velkjente faktordiagrammet i fig. 2.1

Fig. 2.1



Til ethvert punkt i faktordiagrammet svarer en bestemt innsats av de to produksjonsfaktorer v_1 og v_2 og en bestemt mengde av produktet x. Isokvanter forbinder punkter i faktordiagrammet som gir samme produktmengde. Det går en isokvant gjennom ethvert punkt i faktordiagrammet, men bare tre av disse isokvantene er tegnet inn i figuren. I faktordiagrammet er også tegnet inn noen av kostnadslinjene, som forbinder punkter som gir samme sumkostnad til de to faktorer v_1 og v_2. 1/

1/ Hos Frisch er disse linjene kalt "omkostningslinjer". I det følgende vil en basere terminologien på uttrykket "kostnad", som er mer i samsvar med vanlig språkbruk.

Dersom produsenten ønsker å maksimere sin fortjeneste, vil han alltid tilpasse seg slik at han for en gitt sumkostnad til v_1 og v_2 fremstiller den størst mulige produktmengde, eller at han fremstiller en gitt produktmengde med lavest mulig kostnader. I begge tilfelle vil han tilpasse seg på substitumalen, som forbinder de punkter i faktordiagrammet der en kostnadslinje tangerer en isokvant.

Til ethvert punkt på substitumalen svarer det altså en bestemt produktmengde, bestemte mengder av de to produksjonsfaktorer, og dermed også en bestemt sumkostnad, som vi kan kalle de variable kostnadene ved å fremstille den gitte produktmengden.

Dersom vi kjenner produktfunksjonen og faktorprisene og vi forutsetter at produsenten tilpasser seg på substitumalen, kan vi altså også bestemme et entydig forhold mellom produktmengde og variable kostnader. Om q_1 og q_2 betegner prisene på de to produksjonsfaktorene og vi betegner de variable kostnadene som b, har vi

$$b = v_1q_1 + v_2q_2$$

Siden v_1 og v_2 er gitt når produktmengden er gitt, kan vi se på b som en funksjon av produktmengden x:

$$b = b(x) \quad \text{(langs substimalen)}$$

Dette kalles den substimale kostnadsfunksjonen eller bare kostnadsfunksjonen.

I tillegg til den variable kostnaden b er det i de fleste tilfeller også visse faste kostnader, som vi kan betegne B. Disse faste kostnader er som regel knyttet til de faste produksjonsfaktorene, og varierer ikke med produktmengden.

Summen av faste og variable kostnader er hos Frisch kalt globalomkostningen. Vi vil her kalle den totalkostnadene.

$$\text{Totalkostnadene} = B + b(x).$$

Totalkostnadene er altså også en funksjon av produktmengden. Vi kan fremstille totalkostnadene grafisk i et diagram med produktmengden målt langs den vannrette aksen. Som regel fremstiller en imidlertid heller tre andre kostnadsbegreper, som kan avledes av de vi har gjennomgått her:

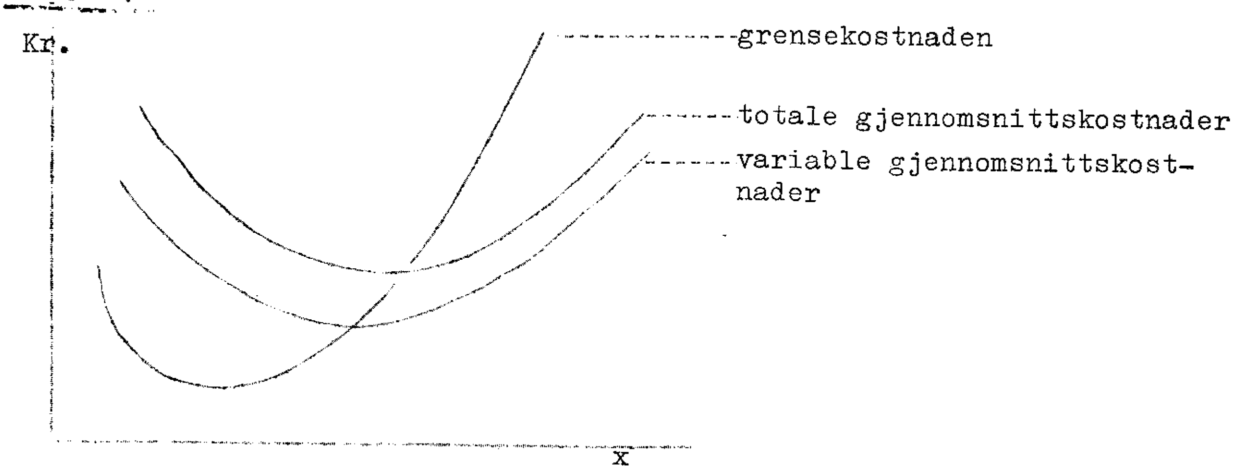
$$\text{Totale gjennomsnittskostnader} = \frac{\text{Totalkostnadene}}{\text{produktmengden}} = \frac{B}{x} + \frac{b(x)}{x}$$

$$\text{Variable gjennomsnittskostnader} = \frac{\text{Variable kostnader}}{\text{produktmengden}} = \frac{b(x)}{x}$$

Grensekostnaden = $b'(x)$ 1/

Grensekostnaden forteller hvor meget det koster å øke produksjonen med den siste enhet. Disse tre kostnadsbegrepene kan en fremstille grafisk i det samme kostnadsdiagrammet. Dersom produktfunksjonen er en regulær ultrapassumlov og faktorprisene ikke varierer med faktormengden, får kurvene i diagrammet i prinsippet en slik form som i fig. 2.2

Fig. 2.2



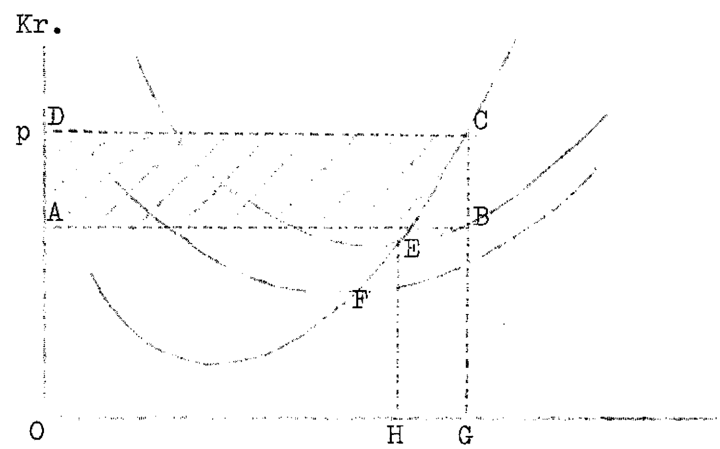
De tre kurvene forholder seg på en bestemt måte til hverandre. Grensekostnadskurven skjærer de to kurvene for gjennomsnittskostnader i deres minimumspunkter. Det er nokså lett å bevise matematisk at det må være slik, man vi kan også se det intuitivt: Så lenge merkostnaden ved å produsere en enhet mer er mindre enn gjennomsnittskostnaden, må gjennomsnittskostnaden synke hvis vi produserer en enhet mer. Når merkostnaden ved å produsere en enhet mer er større enn gjennomsnittskostnaden, må gjennomsnittskostnaden øke når vi produserer en enhet mer.

1/ Jeg har her fulgt den samme terminologien som i Holtes Sosialøkonomi.

De to kurvene for gjennomsnittskostnader ligger langt fra hverandre ved liten produksjon, men nærmer seg hverandre etter hvert som produksjonen økes. Avstanden mellom dem tilsvarer nemlig leddet $\frac{B}{x}$, som blir mindre ettersom x øker.

Vi vil nå se på hvor stor produktmengde det vil lønne seg for produsenten å produsere, dersom han tar markedsprisen for produktet som gitt. Så lenge prisen er høyere enn minimumspunktet på kurven for "variable gjennomsnittskostnader", vil det lønne seg å produsere så meget at grensekostnaden = produktprisen. I fig. 2.3 er prisen p.

Fig. 2.3



Det vil lønne seg for produsenten å øke produksjonen opp til et kvantum som tilsvarer OG. Han oppnår en fortjeneste pr. produktenhet som tilsvarer differensen mellom produktprisen og den totale gjennomsnittskostnaden ved denne produktmengden, altså avstanden BC. Total fortjeneste blir produktmengde x (fortjeneste pr. produktenhet), som på figuren er representert av arealet ABCD.

Dersom prisen synker ned til et nivå som tilsvarer minimumspunktet for totale stykkostnader, vil det lønne seg å redusere produksjonen så den tilsvarer OH. Produsenten får akkurat dekket sine kostnader, og fortjenesten blir 0. Synker prisen ytterligere så prisnivået blir et sted mellom minimumspunktene E og F, får produsenten ikke dekket sine totale kostnader, og fortjenesten blir negativ. Ikke desto mindre vil det fortsatt lønne seg for ham å produsere en slik mengde at grensekostnad = produktpris. Han vil da få dekket sine variable kostnader og dessuten få et visst beløp til overs til delvis dekning av de faste kostnadene. Dette er bedre enn å innstille produksjonen helt. Først når prisen synker under minimumspunktet for "variable gjennomsnittskostnader" vil det lønne seg best å innstille produksjonen.

Prisområdet mellom det som er representert av E og F i diagrammet blir i engelsk-språklig litteratur kalt området for "cut-throat competition". Det henspiller på at priskonkurransen mellom konkurrerende bedrifter her er så hard at bedriften ikke får dekket sine fulle kostnader. De vil holde det gående så lenge det nåværende faste produksjonsapparat består, men er ikke istand til å legge seg opp fonds til nyanskaffing av bygninger og maskiner etter hvert som disse blir utslitt. Dersom ikke prisene stiger igjen før den tid, vil de etter hvert falle ut av produksjon.

Denne diskusjonen har en del interesse for situasjonen på mange norske gardsbruk. I jordbruket er en stor del av totalkostnadene faste både på kort sikt og på mellomlang sikt. Mange gardsbruk vil derfor fortsette å produsere temmelig lenge selv om de ikke får dekket sine totale kostnader. En full diskusjon omkring disse forholdene er det imidlertid ikke tid til å komme inn på her.

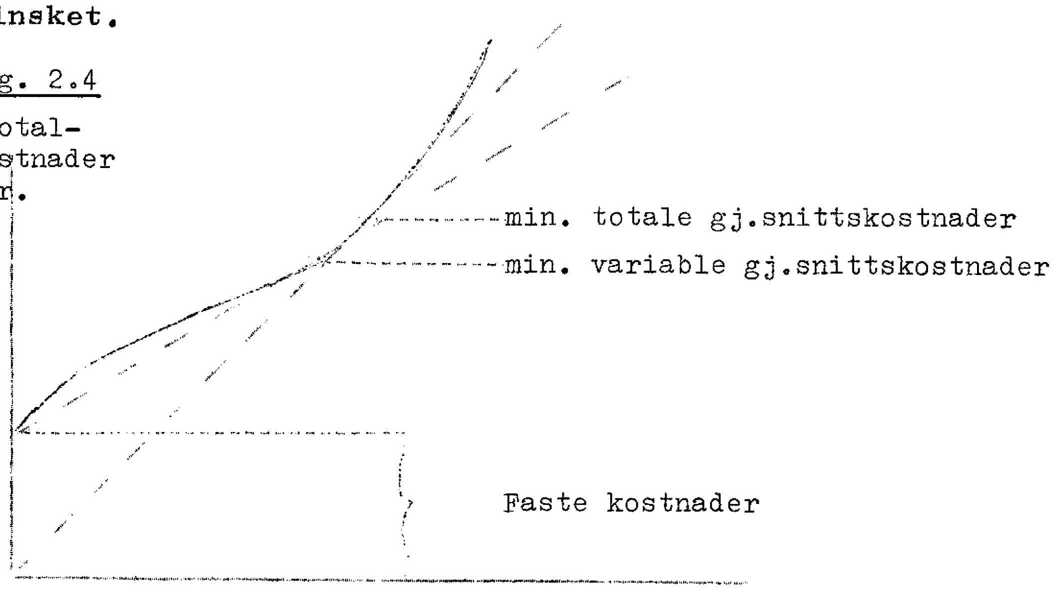
Forholdene er også mer komplisert på vanlige gardsbruk, fordi en her produserer mer enn ett produkt. Men om vi tenker oss en kombinasjon av priser på forskjellige produkter, vil vi komme til det samme resultat. Ved visse priskombinasjoner er det mulig å legge opp produksjonen slik at totalinntektene overstiger totalkostnadene, og en får en positiv fortjeneste. Ved andre priskombinasjoner er dette umulig, og en er da i området for "cut-throat competition". Hvis det blir produsert to produkter, kunne vi fremstille dette i et diagram med prisene avsatt langs de to aksene. Et visst område innen diagrammet ville tilsvare prisområdet for "cut-throat competition".

Det er imidlertid viktig å merke seg at dette området ikke er det samme for alle bruk. Jo mer effektiv produksjonen og driftsorganiseringen er, jo lavere priser kan bedriften ta uten å få negativ fortjeneste.

Undertiden kan det være nyttig å studere kurven for totalkostnadene i stedet for de tre kurvene i fig. 2.2. Fordi de funksjonene som bestemmer de tre kurvene er avledet av funksjonen for totalkostnadene, er det en lovmessig sammenheng mellom kurven for totalkostnader og kurvene for grensekostnaden, totale gjennomsnittskostnader og variable gjennomsnittskostnader.

I fig. 2.4 er målestokken langs x-aksen tilnærmet den samme som i fig. 2.2, mens målestokken langs ordinataksen er forminsket.

Fig. 2.4

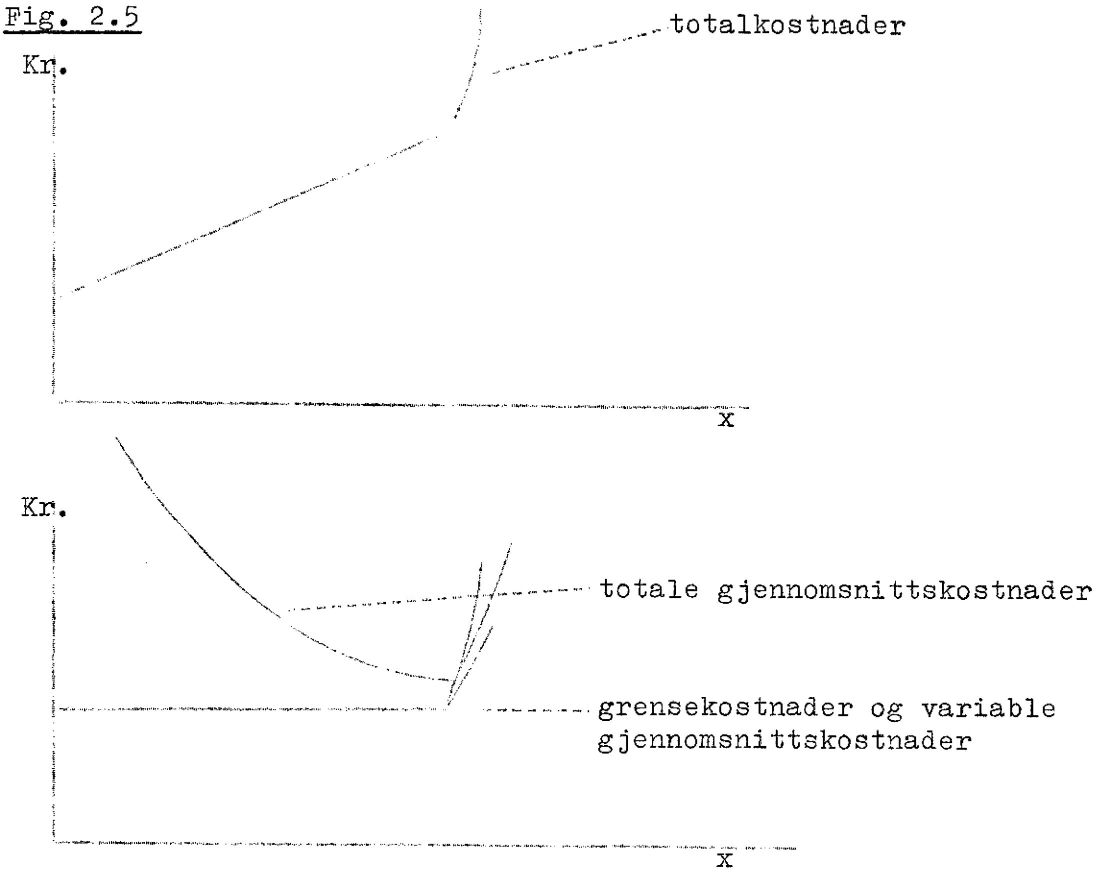


Den heltrukne linjen er kurven for totalkostnader. Den skjærer ordinat-aksen i et punkt som svarer til størrelsen av de faste kostnadene. Om vi trekker en rett linje gjennom dette punktet og et hvilket som helst punkt på totalkostnadskurven, vil hellningskoeffisienten til denne linjen gi de variable gjennomsnittskostnader ved vedkommende produksjonsomfang. Hellningskoeffisienten er jo her lik $\frac{\text{variable kostnader}}{\text{produktmengde}}$. Vi finner det produksjonsomfang som gir lavest mulig variable gjennomsnittskostnader ved å dreie en slik linje inntil den såvidt tangerer totalkostnadskurven.

På samme måte vil hellningskoeffisienten til en rett linje gjennom origo og et hvilket som helst punkt på totalkostnadskurven gi de totale gjennomsnittskostnadene ved vedkommende produksjonsomfang, da denne hellningskoeffisienten er lik $\frac{\text{totale kostnader}}{\text{produktmengde}}$.

Den formen på kostnadskurvene som er vist i fig. 2.2 og 2.4 ansees ofte som "typisk", men vi skal merke oss at kurvene kan ha andre former. Ved visse produksjoner kan grensekostnadene stige over hele skalaen av produksjonsomfang. (Tegn de tilsvarende kostnadskurvene!) I det tilfellet som er vist i fig. 2.5 er grensekostnadene konstante over et større område, helt fra produksjonsomfang 0 og opp til et nærmere angitt produksjonsomfang. Fra dette punktet av stiger de meget brått. I dette tilfellet faller de variable gjennomsnittskostnadene og grensekostnadene sammen helt til dette punktet, mens de totale gjennomsnittskostnadene synker helt til en når dette punktet.

Fig. 2.5



Denne typen av kostnadskurver kan en finne ved mange typer av mekanisert produksjon, og det er kapasiteten av det maskinelle utstyr som avgjør fra hvilket punkt kurvene begynner å stige. 1/ I noen tilfelle kan kapasiteten overhode ikke overskrides, og kostnadskurvene blir da vertikale i kapasitetspunktet. I andre tilfelle kan produksjonen økes noe ved å kjøre maskinutstyret med overbelastning, men kostnadskurvene stiger da meget brått. Det er dette siste tilfelle som er antydet i fig. 4.5. 2/

Denne kostnadsanalysen gjelder for en begrenset tidsperiode, slik at noen av produksjonsfaktorene er faste. For hver mulig

---

1/ Mer om begrepet "kapasitet" på side 2.15.

2/ Les mer om kostnadsforløpet i Fog og Rasmussen, I.,s. 9o-1o4.

kombinasjon av varige produksjonsmidler kan vi tegne et tilsvarende diagram. Jo større mengden av "faste" produksjonsfaktorer er, jo større produktmengde kan produseres før de totale gjennomsnittskostnadene begynner å stige.

Nå kan vi spørre: Hvilken kombinasjon av "faste" og variable produksjonsfaktorer bør en ta sikte på å sette inn, når en ønsker å produsere en gitt produktmengde pr. tidsenhet, men er i stand til å planlegge det faste produksjonsutstyret helt fra grunnen av ? Denne problemstillingen er aktuell f.eks. om en skal planlegge et foredlingsanlegg for jordbruksprodukter, og den mengde produkter som skal foredles gjennom anlegget pr. tidsenhet er bestemt på forhånd. Normalt vil en da planlegge anlegget slik at totalkostnadene pr. år ved den gitte produktmengde blir lavest lavest mulig. 1/

Hvis vi bedømmer situasjonen ut fra et totalkostnadsdiagram, blir situasjonen slik som i fig. 2.6. Det er her antydet kostnadskurver for tre anlegg av forskjellig størrelse, men det kan tenkes at vi har mange flere alternativer å velge mellom. Disse kurvene kan kalles "korttidskurver", fordi hver av dem gjelder når det faste anlegget er gitt. Vi kan nå også tegne en "langtidskurve", som gjelder når vi har anledning til å velge størrelsen på det faste anlegget.2/ Denne langtidskurven blir en"innhylningskurve" for korttidskurvene. For ethvert gitt produksjonsomfang vil vi velge det anlegg som for dette produksjonsomfanget gir lavest mulig totale kostnader. Om det ønskete produksjonsomfang pr. tidsenhet tilsvarer produktmengden OC, vil vi altså velge det minste anlegget o.s.v. I fig. 2.6 er denne innhylningskurven ikke tatt med.

Hvis vi bedømmer situasjonen ut fra et kostnadsdiagram over gjennomsnittskostnader, slir situasjonen som i fig. 2.7. I dette diagrammet er kurvene for variable gjennomsnittskostnader utelatt, mens en har tatt med kurvene for korttids grensekostnader og totale gjennomsnittskostnader.

1/ Ved gitt produktmengde er det ett og det samme enten vi sier at vi vil minimere totalkostnadene eller de totale gjennomsnittskostnadene.

2/ Når vi nå snakker om "korttidskurver" og om produksjonsproblemer på kort og på lang sikt, har vi strengt tatt forlatt forutsetningen om momentanproduksjon. I stedet for momentanproduksjon tenker vi nå på produksjon som foregår innenfor en begrenset tidsperiode, f.eks. et år, og "korttidskurvene" gjelder for en slik begrenset tidsperiode.

Fig. 2.6

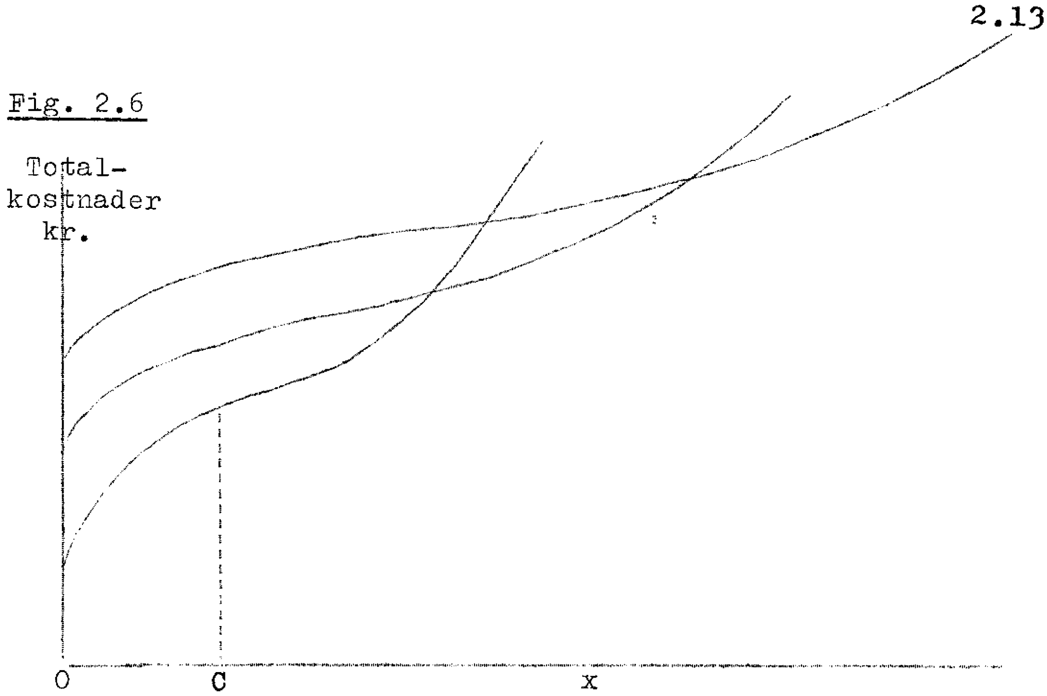
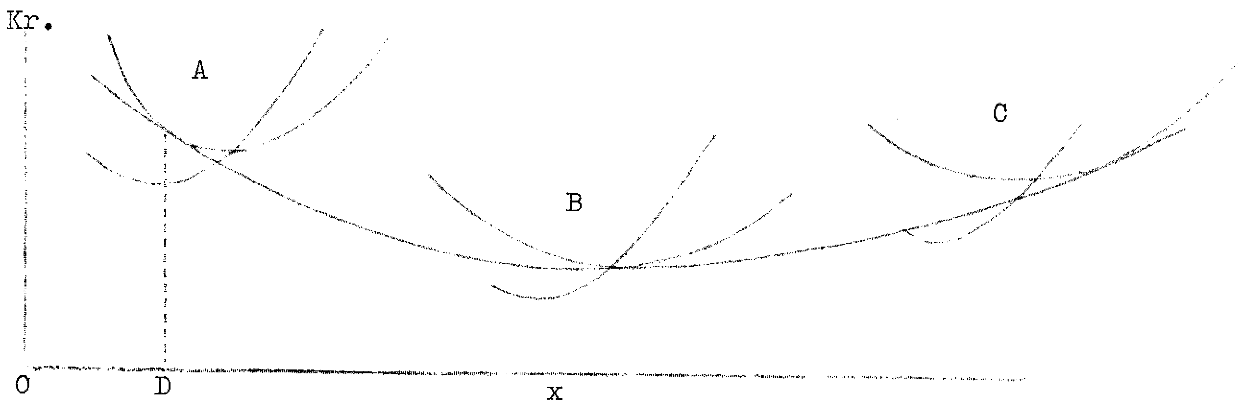


Fig. 2.7



Bedømt ut fra dette diagrammet vil en velge det anlegget som for det gitte produksjonsomfanget gir lavest mulig totale gjennomsnittskostnader. Vi kan også her tegne en "langtidskurve", som er en innhylningskurve for korttidskurvene. I fig. 2.7 er en slik langtidskurve antydet, og den er her tegnet slik at den tangerer hver korttidskurve i et punkt. Dersom vi har en uendelighet av størrelser på det faste anlegg å velge mellom, blir langtidskurven en slik tangeringskurve, men hvis en bare har et begrenset antall alternativer for faste anlegg, vil langtidskurven følge hver korttidskurve over det område hvor vedkommende korttidskurve ligger lavest.

Om det ønskete produksjonsomfang tilsvarer produktmengden OD, vil en altså bygge opp et fast produksjonsapparat som tilsvarer korttidsdiagrammet A, og sette inn så meget av variable faktorer at vi får produktmengden OD. I dette tilfelle vil vi altså bygge et anlegg som ikke utnyttes så sterkt at de totale gjennomsnittskostnader <u>for dette anlegget</u> når minimum. Mange har hatt vanskelig for å akseptere denne konklusjonen, og de har hevdet at langtidskurven må gå gjennom minimumspunktene for korttidskurvene. At den konklusjonen som er hevdet her er riktig, ser vi kanskje lettest ved å se på totalkostnads-diagrammet, fig. 2.6. Det må alltid være fordelaktig å investere i et slikt anlegg at en for den gitte produktmengde får lavest mulig totalkostnader, selv om kapasiteten av dette anlegget ikke utnyttes fullt ut. For å illustrere dette kan en henvise situasjonen for en gardbruker som skal velge størrelsen av den traktor han skal anskaffe. Han vil ofte [1/] finne at han kan få traktorarbeidet utført billigere med en større traktor som ikke utnyttes fullt ut, (slik at en ikke når minimumspunktet for totale gjennomsnittskostnader for denne traktoren), enn med en mindre traktor som utnyttes så sterkt at totale gjennomsnittskostnader for denne traktoren når minimum.

I fig. 2.7 er kurvene tegnet slik at langtidskurven begynner å stige igjen når produksjonen blir tilstrekkelig stor. Ved empiriske undersøkelser har en sjelden vært i stand til å påvise noen slik stigende gren av kurven. For de fleste produksjoner ser det ut til at større anlegg alltid kan produsere med lavere gjennomsnittskostnader eller i hvert fall med like lave gjennomsnittskostnader som mindre anlegg, uansett hvor langt ut i størrelsesskalaen en går. Det refereres ofte til "stordriftens fordeler". En annen sak er at det ofte viser seg at kurven "flater ut" når en kommer opp i en viss anleggsstørrelse, slik at en kan si at det er meget lite å oppnå i retning av kostnadssparing ved å øke anlegget ut over en viss størrelse.

1/ men naturligvis ikke alltid

C. En merknad om "kapasitet"

Det snakkes svært ofte om "kapasiteten" av en maskin eller et anlegg. Vi skal merke oss at forskjellige forfattere definerer begrepet på høyst forskjellige måter.

Det fins i hvert fall tre forskjellige definisjoner som blir brukt:

a) Kapasiteten defineres som det som kan produseres (pr. tids-enhet) ved et varig produksjonsanlegg, når de produksjons-faktorer som er variable tilsettes i slik mengde at en får maksimal produksjon. I fig. 2.2 svarer dette til det produksjonsomfang hvor grensekostnadskurven blir vertikal. Ut fra dette punktet kan produksjonen altså overhode ikke økes.

b) Kapasiteten defineres som den produktmengde (pr. tidsenhet) som gir lavest mulig totale gjennomsnittskostnader. I fig. 2.2 blir dette altså den produktmengde ved hvilken grensekostnads-kurven skjærer kurven for totale gjennomsnittskostnader.

c) Kapasiteten defineres som den produktmengde som svarer til tangeringspunktet mellom langtids-kostnadskurven og korttids-kostnadskurven. I fig. 2.7 svarer dette for anlegg A til produktmengden OD.

Vi ser at når produksjonen er av slik natur at kostnadskurvene får en form som i fig. 2.2 og 2.4, gir de tre definisjonene høyst forskjellige resultater. På den annen side, hvis produksjonen er av slik natur at kostnadskurvene får den form som er angitt i fig. 2.5, er det ingen vesentlig forskjell på resultatet av definisjon a og b.

I daglig tale er det kanskje mest vanlig å snakke om "kapasitet" i forbindelse med det siste tilfelle, hvor en maskin eller et anlegg har en temmelig vel definert yteevne som en ikke uten store kostnader kan overskride. Vi ser at det i slike tilfelle er nokså likegyldig om vi bruker definisjon a eller b, mens definisjon c fortsatt legger en helt annen mening i begrepet. I disse forelesningene vil uttrykket "kapasitet" bare bli brukt i slike tilfelle, og med "kapasitet" menes da denne veldefinerte yteevnen. Men denne diskusjonen viser at en bør være varesom med å snakke om "kapasitet" uten å presisere hva en mener, og da særlig når kostnadskurvene har en slik form som i fig. 2.2.

III. NOEN ANVENDELSER AV TEORIEN FOR STATISK ENVARE-PRODUKSJON.

A. Noen generelle spørsmål.

Den delen av den klassiske produksjonsteorien som dels er gjennomgått i et tidligere kurs og dels i korthet er referert ovenfor, er anvendelig til analyse av visse driftsøkonomiske problemer:

a) drøfting av intensitetsproblemer

b) Kortsiktig tilpasning av produktmengder under gitte prisforhold

c) Drøfting av bedrifts-størrelsens eller bruksstørrelsens betydning!

Punkt b er berørt foran. Vi vil nå se litt på hvordan en har forsøkt å bruke teorien til å behandle problemer under (a).

Vår første vanskelighet når vi vil bruke teorien til å beskrive virkeligheten, er at vi i virkeligheten ikke har en matematisk sammenheng mellom faktorinnsats og produktmengde. Vi vil bruke kunstgjødselinnsats som et eksempel. Med en og samme gjødselmengde pr. dekar får vi avlinger som både varierer fra et jordstykke til et annet innen samme år, og varierer fra år til år på samme jordstykke. Vi kan si at egentlig har vi å gjøre med en mengde produktfunksjoner, en for hvert jordstykke for hvert år. Men vi kan forenkle forholdet og si at det vi er interessert i, er å få vite sammenhengen mellom gjødselinnsats og den gjennomsnittlige produktmengde under visse beskrivbare forhold (f.eks. på en bestemt jordart og på jord med visse analysetall for næringsinnhold).

For å få rede på en slik sammenheng, må en legge opp gjødslingsforsøk. Vi kan tenke oss at vi gir stigende mengde nitrogengjødsel: f.eks. o, 2o, 4o, 6o og 8o kg kalksalpeter pr. dekar, og stigende mengde fosfatgjødsel f.eks. o, 15, 3o og 45 kg superfosfat (med gitt P-innhold) pr. dekar. Vi kan legge opp forsøkene slik at vi gir alle mulige kombinasjoner av de bestemte mengdene av N og P. Hvis vi gjentar forsøk etter dette samme opplegget på forskjellige felt og gjennom flere år, kan vi på grunnlag av resultatene beregne anslag over den gjennomsnittlige produktmengde som en kan vente å få for gitte innsatsmengder av faktorer.

Stort sett kan en vel si at det er etter slike opplegg de fleste gjødslingsforsøk blir drevet, både her i landet og i andre land.

Slike forsøk gir oss imidlertid bare verdier for visse punkter i produktfunksjonen, nemlig for de punkter som tilsvarer de gitte gjødselmengder. Helst ville vi ha en produktfunksjon som viser produktutbytte for enhver gjødselinnsats som ligger innenfor et visst variasjonsområde. For å få en slik kontinuerlig produktfunksjon, må vi gjøre visse tilleggs-forutsetninger. Først må en forutsette at produktfunksjonen er av en bestemt matematisk type. Det er mange forskjellige matematiske typer som kan komme på tale. Hvis vi kaller produktmengden for x og mengden av innsatsfaktorer for v_1, v_2, osv., kan vi skrive ned noen aktuelle typer. I de fleste av formlene nedenfor er det forutsatt at det bare er to variable produksjonsfaktorer, men formlene kan lett generaliseres til å gjelde et større antall produksjonsfaktorer.

Mitscherlichs funksjon:

$$x = A(1 - e^{-a_1v_1})(1 - e^{-a_2v_2})$$

En funksjon som Frisch har foreslått:

$$x = \frac{(v_1v_2v_3)^2}{v_1^4 + v_2^4 + v_3^4}\left(\frac{a_1}{v_1} + \frac{a_2}{v_2} + \frac{a_3}{v_3}\right)$$

Annengradsfunksjonen:

$$x = a_o + a_1v_1 + a_2v_2 + a_3v_1^2 + a_4v_2^2 + a_5v_1v_2$$

Kvadratrotfunksjonen:

$$x = a_o + a_1v_1 + a_2v_2 + a_3\sqrt{v_1} + a_4\sqrt{v_2} + a_5\sqrt{v_1v_2}$$

Cobb-Dpuglas-funksjonen:

$$x = a_ov_1^{a_1}v_2^{a_2}$$

Hver av disse funksjonstypene har bestemte egenskaper og kan passe mer og mindre godt til forskjellige formål. Ved valg av funksjonstype kan en dels bygge på teknisk-biologiske kunnskaper om funksjonstypen ved den gitte produksjon, og dels velge funksjonstype etter hvor godt den synes å "beskrive" observasjonsmaterialet som en har skaffet seg gjennom forsøk. Det er likevel en usikkerhet knyttet til begge disse metodene. Det er i virkeligheten slett ikke sikkert at den "sanne"produktfunksjonen følger noen av de matematiske typene som vi kan velge mellom.

Etter at en har valgt funksjonstype, må en estimere (anslå) verdiene av parametrene A, a_1, a_2 osv. Dette gjør en på grunnlag av observasjonene fra forsøk og ved å følge en eller annen statistisk estimeringsmetode. For flere av de funksjonene som er gjengitt ovenfor kan en bruke den såkalte "minste kvadraters metode". Som resultat får en et anslag over den produktfunksjon som vi er interessert i. Det er meget lite sannsynlig at vi får den sanne produktfunksjonen, tvert om vil anslagene våre etter all sannsynlighet avvike mer eller mindre fra de sanne verdiene. Ved hjelp av statistiske metoder kan vi i hvert fall danne oss et inntrykk av hvor pålitelig resultatene er.

B. Produktfunksjoner for gjødsel - avling.

Såvidt vites er det ennå ikke beregnet noen slike produktfunksjoner på grunnlag av norske gjødslingsforsøk. I U.S.A. har det vært en god del interesse for denne metodikken, og det er beregnet et betydelig antall produktfunksjoner for forskjellige planteslag, jordarter og klimaforhold.

Når det gjelder valg av funksjonstype ved gjødsling, spilte Mitscherlichs funksjon før ofte en betydelig rolle, kanskje særlig ved mer teoretiske behandlinger av gjødslingsspørsmål. I U.S.A. har en for det meste anvendt kvadratfunksjonen og kvadratrotfunksjonen, som begge har gitt ganske bra tilpasning til forsøksresultatene. Som eksempel gjengir en nedenfor en estimert produktfunksjon for mais.

$$Y = 7{,}51 + 0{,}584N + 0{,}664P - 0{,}0016N^2 - 0{,}0018P^2 + 0{,}00081NP$$

der Y står for avling og N og P er innsatsen av nitrogen og av fosfat. Funksjonene er basert på amerikanske måleenheter. Avlingen er målt i bushels/acre, innsatsen av N i pounds/acre, innsatsen av P i pounds P_2O_5 per acre.

(1 pound	=	0,4536 kg	1 acre	=	4.046 dekar)
(1 bushel mais	=	25.401 kg	1 kg P_2O_5	=	0,4365 kg P)

Vi skal se litt på hvorledes en kan bruke en slik funksjon til å bestemme optimale gjødselmengder (altså optimal gjødslings-intensitet) ved gitte priser på gjødsel og på produkter. En mulig fremgangsmåte ville være først å bestemme substitumalen, som altså ville angi det mest økonomiske forhold mellom N og P. Ved å forutsette at økning i total gjødselinnsats ville skje langs substitumalen, kunne vi nå beregne kostnadsfunksjonen, altså en funksjon som viser gjødselkostnaden som en funksjon av den avlingsmengde vi ønsker å oppnå. Og så til sist kan vi bestemme ved hvilken avlingsmengde grensekostnad = produktpris.

Det er imidlertid en mer direkte metode som er raskere. Fra -roduksjonsteorien vet vi at en variabel faktor er tilsatt i optimal mengde når grenseproduktiviteten av vedkommende faktor er lik det omvendte prisforhold mellom produkt og produksjons-faktor. La oss helt generellt skrive produktfunksjonen som

$$x = x(v_1, v_2).$$

Kall produktprisen for p og prisene på de to produksjonsfaktorer for q_1 og q_2. Optimumsbetingelsen sier:

$$\frac{\partial x}{\partial v_1} = \frac{q_1}{p}$$

$$\frac{\partial x}{\partial v_2} = \frac{q_2}{p}$$

Når vi kjenner produktfunksjonen, kan vi også finne uttrykket for grenseproduktiviteten (eller den partielle deriverte) av de to produksjonsfaktorer. Hvis vi gjør dette for den annengradsfunksjonen som er gjengitt ovenfor og krever at disse uttrykkene for grense-produktivitet skal være lik det omvendte prisforhold slik som angitt her, får vi to ligninger som inneholder to ukjente, nemlig optimumsmengdene av N og P. Vi kan lett løse disse ligningene og kommer da til optimal gjødselmengde. Vi ser også at denne optimale gjødselmengden avhenger av prisforholdene.

De tallmessige beregningene er gjennomgått i forelesningene og vil ikke bli gjentatt her. Vi kan imidlertid konstatere at dette er en "metode" som kan brukes til å besvare spørsmål om optimal intensitet i praksis,dersom vi er i stand til å bestemme gode anslag for produktfunksjonene.

Vi bør imidlertid tenke gjennom noen mangler ved denne metoden slik den er beskrevet her:

1) Vi bør også ta hensyn til ettervirkningen av gjødsel.
2) Det er mulig at produktkvaliteten, og dermed produktprisen, vil endres med endret gjødselinnsats.
3) Valg av matematisk funksjonstype vil påvirke de konklusjoner vi kommer fram til, og vi har ingen fullt tilfredsstillende metode til å bestemme funksjonstype.
4. Vi utnytter ikke den enkelte gardbrukers personlige kjennskap til hvordan det enkelte jordstykke reagerer på gjødsel.
5) En slik funksjon må bygge på et stort antall gjødslingsforsøk om vi skal vente at resultatet er representativt nok til å bygge på.
6) Har forsøksbetingelsene vært gunstigere enn de betingelser vi kan vente å ha i praksis?

Alt i alt er det kanskje sannsynlig at en enklere form for analyse gir resultater som er tilstrekkelig nøyaktige for praktiske avgjørelser om gjødslingsintensitet. Men produksjonsteorien kan gi oss verdifull innsikt i de forhold som en bør ta hensyn til ved avgjørelser i intensitetsspørsmål.

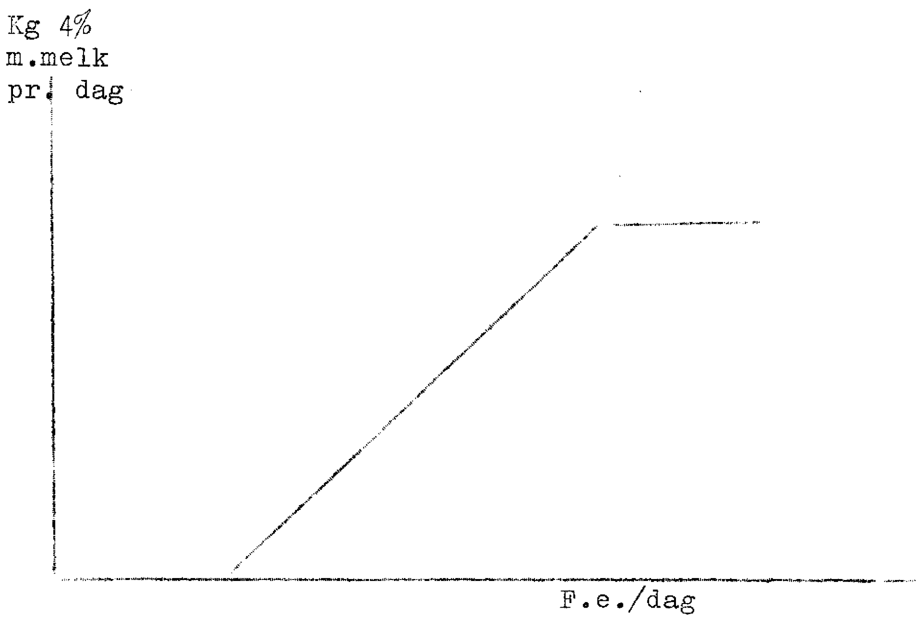
En enklere metode går rett og slett ut på å sammenligne merverdi av avling og merkostnad til gjødsel for hvert trinns økning i gjødselmengde. En slik beregning kan stilles opp i form av differansekalkyler, som vil bli omtalt senere. Så lenge merverdi av avling ved å øke gjødselinnsatsen overstiger merkostnaden til gjødsel, er økningen lønnsom. Denne metoden er forsåvidt ut fra økonomiske prinsipper like holdbar som den metode som er beskrevet ovenfor. Dens mangel er at en får en betydelig mindre nøyaktig bestemmelse av optimumspunktet.

To praktiske forhold gjør at det siste momentet kanskje ikke behøver å tillegges så stor vekt. For det første er det i alle tilfelle en betydelig usikkerhet knyttet til beregningen av det egentlige optimumspunkt, ved siden av at vi i praksis heller ikke er i stand til å dosere gjødselmengdene så nøyaktig som det teoretiske opplegg forutsetter. For det annet viser det seg som regel at innsatsmengder i rimelig nærhet av det egentlige optimumspunkt gir et økonomisk resultat som avviker ubetydelig fra det økonomiske resultat i optimumspunktet.

C. Produktfunksjoner for melk.

Når det gjelder melkeproduksjon, har en i rådgivningsarbeidet overfor produsentene gjerne bygget på en meget enkel "modell" for funksjonsforholdet mellom forinnsats og melkeutbytte. Dette er vist i fig. 3.1. Opp til en formengde som svarer til vedlikeholdsbehovet får en overhode intet produkt. Deretter øker produktmengden med 2,5 kg. melk (målt som 4% m.melk) opp til en forinnsats som svarer til "normalforing". Økning i formengde ut over denne mengden gir ingen økning i produktmengden.

Fig. 3.1



Punktet for normalforing varierer fra ku til ku og fra måned til måned innen laktasjonsperioden.

Ved denne enkle modellen har en ikke noen kontinuerlig funksjon for grenseproduktivitet, slik som det er forutsatt i den klassiske produksjonsteorien. Grenseproduktiviteten er 2,5 kg. melk/f.e. mellom vedlikeholdspunktet og normalforingspunktet, og 0 utenom dette området. Ut fra økonomiske kriterier kan vi imidlertid lett se at om denne modellen er riktig, vil det alltid lønne seg å fore ved normalforingspunktet. Intensitetsproblemet kan altså meget enkelt besvares: "Følg normalforing !"

Ved denne modellen forutsetter en gjerne også at forskjellige formidler kan erstatte hverandre etter konstante erstatningsforhold, så lenge kravene til stofflig innhold i forrasjonen er tilfredsstillet. Hvis vi tenker oss isokvanter i et faktordiagram, vil disse isokvantene bli rette linjer.

Fra forskjellig hold er det uttrykt skepsis m.h.t. spørsmålet om denne enkle modellen er "riktig", og landbruksøkonomer har ofte bedt om at ernæringsforskerne skulle legge opp sine forsøk på en slik måte at det ble mulig å fastlegge krumme produktfunksjoner for melk. I slike produktfunksjoner ville grenseproduktiviteten avta kontinuerlig innen et visst innsatsområde, og <u>optimal forinnsats bedømt ut fra en slik produktfunksjon ville variere med prisforholdene mellom melk og for.</u> Dersom en slik krum produktfunksjon er "riktig", vil det ha visse praktiske konsekvenser for rådgivningsarbeidet. For eksempel ville det lønne seg for produsentene å fore hardere i høstmånedene mens melkeprisen er høy, enn i vårmånedene.

Hvis vi skal bruke en og samme produktfunksjon for mange kyr og for forskjellige tidspunkter innen laktasjonsperioden, må funksjonen inneholde ledd som beskriver kuas yteevne og tidspunktet innen laktasjonen. Noen foringsforsøk utført ved Iowa State University ga som resultat følgende anslåtte produktfunksjon:

$$M = -731{,}76 + 1{,}6302\ H + 3{,}1309\ G + 0{,}1497\ A + 14{,}2243\ T - 0{,}000388\ H^2 - 0{,}001192\ G^2 + 4{,}3792\ T^2 - 0{,}001056\ HG - 0{,}1570\ GT - 0{,}0865\ HT$$

hvor: M = pund 4% målemelk i en fire-ukersperiode

G = " kraftforblanding – " –

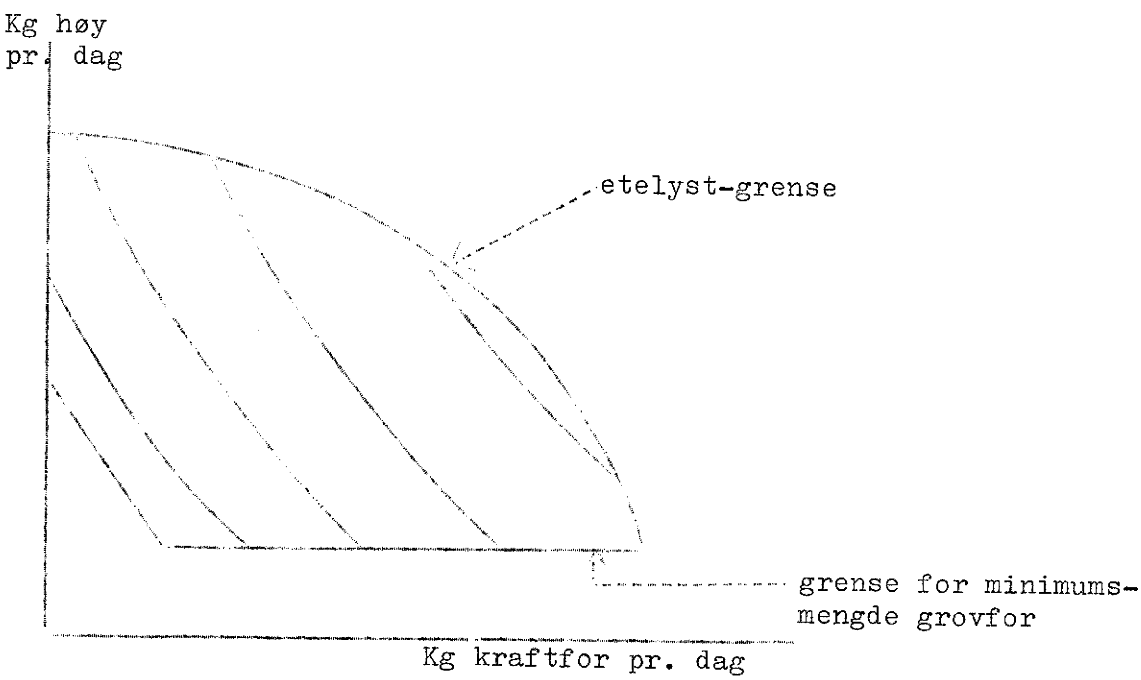
H = " høy – " –

A = kuas "yteevne", målt som pund melk i en viss forberedelsesperiode

T = tid, målt som antall fire-ukersperioder fra forsøkets begynnelse.

Dersom en slik funksjon gir en god beskrivelse av funksjonsforholdet mellom forinnsats og melkeproduksjon, kan den brukes til å bestemme økonomisk optimal innsats av kraftfor og høy for hver måned av laktasjonsperioden og for hver ku, når melkepris, kraftforpris og høypris er gitt. Hvis vi prøvde å gjøre dette, ville vi imidlertid i mange tilfelle finne at "optimumspunktet" for forinnsats ligger utenfor det "mulige" området. Her er forholdene for husdyrproduksjon og for planteproduksjon forskjellige. Av kunstgjødsel kan vi i praksis gi en hvilken som helst mengde vi måtte bestemme oss for. Når det gjelder kyr, er valgmulighetene begrenset til et område i faktordiagrammet som er bestemt dels av kravet til livnæring, dels av kuas etelyst (eller vomkapasitet) og dels av drøvtyggernes krav til visse minstemengder av trevlerikt for. I prinsippet kan dette området, samt noen av isokvantene, se slik ut som i fig. 3.2.

Fig. 3.2



Dersom "optimumspunktet" kommer utenfor det området som er vist i figuren, må en forandre litt på fremgangsmåten, og bestemme det punkt innenfor det praktiske mulige område ("admissible område"), som gir høyest mulig "melkeinntekt - forkostnad". Ut fra amerikanske prisforhold (og trolig også ut fra vanlige norske prisforhold) ligger dette punktet svært ofte ved øvergrensen av området, slik at den mest økonomiske tilpasning består i å rasjonere kraftforet etter visse prinsipper, men la kua få så mye grovfor som hun vil ete. Det er derfor blitt hevdet at ut fra praktiske synspunkter trenger vi ikke å bestemme isokvantene innen hele faktor-diagrammet, men bare de punkter som ligger langs "etelystgrensen".

Ut fra de amerikanske forsøkene fikk isokvantene en svak krumning, men avvek ikke særlig meget fra rette linjer.

Dette amerikanske resultatet bygger imidlertid på et meget beskjedent forsøksmateriale, og metodikken er slik at en neppe kan si ut fra disse resultatene om produktfunksjonen er av den type som er vist i fig. 3.1, eller om den er krum. Dette ville ha krevet langt mer omfattende forsøk, og en meget mer grundig analyse. Forøvrig er det også fra norsk husdyrernæringshold påpekt at produktfunksjonen sannsynligvis er krum i område omkring normalforing, men at det område hvor kurven krummer så meget at dette er av økonomisk interesse, er så lite at man gjør meget liten feil ved å bruke en "modell" av den typen som er vist i fig. 3.1.

Det bør også påpekes at den funksjonstype som er gjengitt ovenfor er lite tilfredsstillende ut fra det man ellers vet om årsaksforhold i melkeproduksjonen. En av de konklusjoner som en kan trekke av denne funksjonen er at økonomisk optimal innsats av kraftfor skulle være den samme for kyr med høy og lav yteevne. Dette virker meget lite sannsynlig ut fra hva vi vet fra praksis og fra andre forsøksresultater.

D. Produktfunksjoner for voksende dyr.

På grunnlag av foringsforsøk er det i U.S.A. også beregnet (anslåtte) produktfunksjoner for kjøttproduksjon på storfe, for fleskeproduksjon, for broilers, og for kalkuner. Ved disse forsøkene har problemstillingen vært noe annerledes enn beskrevet foran. Ved produksjonsfunksjoner for planteproduksjon og for melk gjelder funksjonene for en bestemt tidsperiode, f.eks. en vektsesong eller en måned. Ved de funksjoner som er publisert for voksende dyr, har en latt tiden variere sammen med forinnsatsen, slik at det til en stor forinnsats også tilsvarer en høyere alder på slaktedyra. Noen av disse forsøkene er gjennomgått i forelesningene og vil ikke bli diskutert her.

E. Totalfunksjoner for gardsbruk.

Ved de produktfunksjoner som vi har sett på hittil, har en drøftet enkeltproduksjoner og innsats av produksjonsfaktorer som i hvert fall er så noenlunde homogene. Det har vært gjort mange forsøk på å fremstille produktfunksjoner for hele bedrifter, og til og med for hele næringssektorer og for land. Ved slike forsøk møter en flere vanskeligheter:

a) Antallet produksjonsfaktorer er meget stort.
b) Det fremstilles mer enn ett produkt.

For å kunne utføre beregningsarbeidet i praksis må en da slå sammen flere produksjonsfaktorer i grupper, og måle dem med en eller annen felles måleenhet. Denne sammenslåingen (aggregeringen) reiser mange teoretiske problemer. Enklest er det hvis faktorene er fullstendige ekvivalensfaktorer eller fullstendige samkoblingsfaktorer (se produksjonsteorien). Men svært ofte treffer en andre former, og som regel må en nøye seg med å måle innsatsen av en faktorgruppe (ofte kalt et "faktor-kompleks"). Vi kan f.eks. måle kraftforinnsatsen som forenheter eller som kroner kraftforkostnad, og arbeidsinnsatsen som antall timer, selv om både kraftforet og arbeidet har vært av forskjellig kvalitet.

Det er i teorien mulig å skrive ned produktfunksjoner med mer enn ett produkt, men slike funksjoner er vanskelige å estimere, og i praksis nøyer en seg ofte med å måle verdien av bruttoproduksjonen i kroner.

Som eksempel skal en vise en inndeling som er blitt brukt i noen norske undersøkelser over produktfunksjoner for hele jordbruk.

x = bruttoproduksjon (målt i kroner/år)
v_1 = jord (målt i dekar)
v_2 = arbeid (målt i sum reduserte timer/år)
v_3 = kunstgjødsel (målt i kroner kostnad/år)
v_4 = innkjøpt for (målt i kroner kostnad/år)
v_5 = maskininnsats (målt i kroner kostnad/år)
v_6 = buskap (målt i kroner kapitalinnsats)

Merk at innenfor ett og samme faktorkompleks må innsatsen enten måles som innsats/tidsenhet, eller som realkapitalinnsats ved et gitt tidspunkt. Vi må altså ikke blande disse to målemetodene innenfor samme faktorkompleks. Når det gjelder "jord" og "husdyrkapital", kan vi si at det vi egentlig setter inn i produksjonen er de tjenester som disse realkapital-gjenstandene yter, og vi kunne forsåvidt uttrykt enhetene som "tjenestene av 1 dekar jord/år" og som "tjenestene av 1 krones buskapkapital/år".

Ved grupperingen ovenfor forsøkte en å få representert alle de økonomiske produksjonsfaktorer som betyr noe i jordbruket. De viktigste av de som savnes er: driftslederinnsats og bygninger. Den første ble sløyfet fordi vi ikke har noen metode til å måle den. Bygninger ble sløyfet fordi innsats av bygninger ble ansett for å være "samkoblet" med innsatsen av visse andre faktorkomplekser, først og fremst med buskap. Resonnementet er at bygninger bare erproduktive når de forekommer sammen med husdyr eller med visse andre faktorgrupper, og at bygningenes "produktive innsats" er tilnærmet proporsjonal med innsatsen av husdyr etc. En vil derfor ikke kunne oppnå noe ved å ta bygninger med som egen faktorgruppe.

De produktfunksjonene som er beskrevet foran ble anslått på grunnlag av observasjoner fra forsøk. Når det gjelder produktfunksjoner for hele bruk, må en bygge på tall som en kan finne fra praksis. Dette skaper en betydelig usikkerhet når det gjelder fortolkninger av resultatene. En har valget mellom tre typer av tall:

1) observasjoner over en årrekke fra samme bruk (tidsserie-data)
2) observasjoner av et antall bruk for samme år ("tverrsnittsdata")
3) en kombinasjon av de to.

Ved den undersøkelsen som er nevnt her brukte en "tverrsnittsdata". På grunnlag av regnskapstall fra 142 bruk kom en fram til følgende anslåtte produktfunksjon:

$$x = 1{,}97 \cdot v_1^{0{,}13} v_2^{0{,}30} v_3^{0{,}09} v_4^{0{,}26} v_5^{0{,}13} v_6^{0{,}25}$$

En kan tenke seg å bruke resultatene på forskjellige måter. Ved å bygge på resultater fra produksjonsteorien, kan vi bruke funksjonen til å finne fram til økonomisk optimalt forhold mellom innsatsen av forskjellige produksjonsfaktorer. Videre kan en bruke funksjonen til å bestemme grenseproduktiviteten (målt i verdi) av de forskjellige faktorkomplekser på et bruk med gitt innsats av faktorer. Som eksempel gjengir en henholdsvis innsats og grenseproduktivitet på "gjennomsnittsbruket" etter denne undersøkelsen:

	Innsats:		Grenseproduktivitet:	
Jord	144,7	dekar	31,25	kroner/dekar
Arbeid	4925	timer/år	2,13	kroner/time
Kunstgjødsel	2184	kroner/år	1,49	kroner/krone
Innkjøpt for	8783	kroner/år	1,05	kroner/krone
Maskiner	5804	kroner/år	0,79	kroner/krone
Buskap	18843	kroner	0,46	kroner/krone kapital

Vi kan sammenligne dette med kostnadene med å øke innsatsen av vedkommende faktor, og derved se om "gjennomsnittsbruket" er noenlunde riktig tilpasset ut fra økonomiske kriterier. Således koster det vel en krone (inkl. renter) å øke kunstgjødsel- eller kraftforinnsatsen med en krone. Å øke arbeidsinnsatsen med en time kan koste 4 kroner (ut fra prisnivået i 1957-60, som disse resultatene bygger på) dersom arbeidskraften leies, men kan "koste" ingenting dersom det skjer ved større innsats av familiens faste arbeidskraft. Ved økning av buskap-innsatsen vil en få større kostnader til renter, dyrlege og medisin, og i visse tilfelle må en også regne større kostnader til bygninger (dersom bygningene må utvides).

Funksjonen gir også et uttrykk for passus-koeffisienten. Ved Cobb-Douglas-funksjonen er passuskoeffisienten simpelt hen lik summen av de enkelte eksponentene, i dette tilfelle 1,16. Dette sier at dersom vi øker innsatsen av samtlige produksjonsfaktorer med en prosent, vil produksjonen øke med 1,16 prosent. Innenfor det observasjonsområdet som beregningene bygger på, er det altså en betydelig økonomisk fordel ved å øke bruksstørrelsen.

Det er imidlertid mange usikkerhetsfaktorer både av økonomisk-teoretisk og statistisk art knyttet til slike totalfunksjoner. Det er mulig at anslagene inneholder visse systematiske feil, og en bør være svært forsiktig med å trekke vidtgående konklusjoner av slike resultater. Det er neppe tilrådelig å bruke resultatene til rådgivning på enkeltbruk, men mange landbruksøkonomer mener at de gir et tilnærmet riktig uttrykk for forholdene innenfor et jordbruksdistrikt som helhet når det gjelder grenseproduktiviteten av de enkelte faktorer.

IV. LITT PRODUKSJONSTEORI FOR STATISK FLERVAREPRODUKSJON

A. Noen hovedtyper av flervare-produksjon

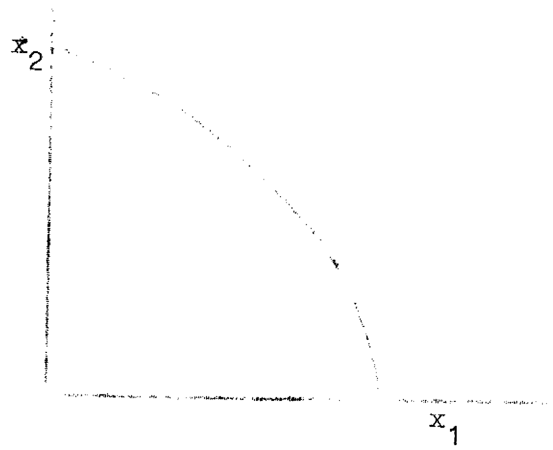
Vi vil nå se på situasjonen når det kan produseres mer enn ett produkt ved samme bedrift. Vi kan skille mellom to hovedtyper:

Ved samkoblet produksjon blir to eller flere produkter fremstilt ved samme produksjonsprosess, og når en produserer noe av ett av produktene, vil det derfor også bli fremstilt noe av det eller de andre produktene. Eksempler på samkoblet produksjon i jordbruket er korn og halm, sauekjøtt og ull, mjølk og kjøtt av utrangerte kyr. Alt etter som verdien av produktene fordeler seg på de forskjellige produktslagene, snakker vi om hovedprodukt, sideprodukt og biprodukt. Merk at denne klassifiseringen er knyttet til verdiene, og kan derfor endre seg dersom prisforholdene endrer seg. Det kan hende at et sideprodukt eller et biprodukt utvikler seg til å bli hovedprodukt fordi prisen på dette produktet stiger sterkt, og omvendt kan et tidligere hovedprodukt gå over til å bli sideprodukt eller biprodukt.

Vi kan skille mellom stiv samkobling, når mengdeforholdet mellom de forskjellige produktslagene ikke kan varieres, og halvstiv samkobling, når mengdeforholdet kan varieres innen visse grenser. Vi kan f.eks. til en viss grad variere forholdet mellom produsert mjølk og produsert kukjøtt ved å drive mer eller mindre sterk utrangering, og har i dette tilfelle halvstiv samkobling.

Den andre hovedtypen av flervareproduksjon kalles ofte assortert produksjon. I dette tilfelle er det mulig å produsere noe av ett produkt uten å produsere noe av de øvrige, men den mengde som det er mulig å produsere av ett produkt avhenger av hvor meget det blir produsert av de øvrige. Hvis valget står mellom bare to produkter kan sammenhengen fremstilles grafisk i et produktdiagram, slik som er vist i fig. 4.1. Ved flere enn to produkter må en beskrive sammenhengen algebraisk, men i prinsippet har vi å gjøre med samme typer av konkurranseforhold.

Fig. 4.1



Kurven i fig. 4.1 viser den største mengde som kan produseres av x_2 hvis det er bestemt å produsere en gitt mengde av x_1, eller omvendt. Kurven kalles ofte en transformasjonskurve (undertiden "isofaktor-kurve" eller "isokostnadskurve", fordi den viser hvor meget det er mulig å produsere med en og samme totale faktorinnsats, eller med en og samme totale kostnadsinnsats). Det kan være forskjellige årsaker til at det er en sammenheng mellom de mengder som kan fremstilles av de to produkter:

a) De to produktene konkurrerer om de samme begrensete ressurser
b) Et biprodukt fra produksjonen av det ene produktet kan utnyttes som produksjonsfaktor ved produksjonen av det andre produktet, slik at produksjonen av det ene produktet til en viss grad hjelper til ved produksjonen av det andre produktet
c) Det er en eller annen vekselvirkning, ofte av biologisk art, mellom produksjonen av de to produktene (f.eks. omløpvirkning, kryssbestøvningsforhold, etc.)

B. Begrensete produksjonsfaktorer og alternative produkter

Her skal vi drøfte punkt a, som er meget viktig. Vi vil for enkelhets skyld forutsette at bare en produksjonsfaktor som er felles for de to produktene er begrenset. De resultater som vi kommer fram til, gjelder også om flere produksjonsfaktorer er begrenset. Videre vil vi foreløpig forutsette at grenseproduktiviteten er avtagende med stigende faktorinnsats både for produkt nr. 1 og for produkt nr. 2.

Som eksempel vil vi anta at produktfunksjonene for de to produksjonen kan skrives i tabellform slik som nedenfor:

v	x_1	x_2
o	o	o
5	7	11
1o	13	2o
15	18	27
2o	22	32
25	25	35
3o	27	36

Sett at den totale tilgangen på produksjonsfaktoren er begrenset til 3o enheter. Vi kan fordele dette slik at o enheter blir brukkt til å produsere produkt nr. 1 og 3o enheter blir brukt til å produsere produkt nr. 2. Da får vi o produktenheter av det første produktet og 36 enheter av det andre. Eller vi kan bruke 5 enheter til å produsere produkt nr. 1 og resten, eller 25 enheter, til å produsere produkt nr. 2. Da får vi 7 enheter av det første produktet og 25 enheter av det andre. Slik kan vi fortsette. I tabellen nedenfor er det vist hvilke kombinasjoner av de to produktene det er mulig å produsere. For hvert trinn har en også vist forholdet $\frac{x_2}{x_1}$. Dette viser hvor meget en må gi opp av produkt nr. 2 for å kunne produsere mer av produkt nr. 1. For lave verdier av x_1 må en gi opp lite av produkt nr. 2 for å få mer av produkt nr. 1. Jo større produksjon vi allerede har av produkt nr. 1, jo mer må en gi opp av produkt nr. 2 for å få enda mer av produkt nr. 1.

x_1	x_2	$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1}$
o	36	
		- o,143
7	35	
		- o,5oo
13	32	
		- 1,ooo
18	27	
		- 1,75o
22	2o	
		- 3,ooo
25	11	
		- 5,5oo
27	o	

Disse tallene kan overføres til et diagram av samme type som fig. 4.1. Hvis produksjonsfaktoren kan fordeles kontinuerlig mellom produksjonen av de to produkter, og begge disse har kontinuerlige produktfunksjoner, vil transformasjonskurven bli helt jevn. Her har vi bare beregnet visse punkter på transformasjonskurven.

Hvis vi kjenner de algebraiske uttrykkene for de to produktfunksjonene, kan vi beregne den algebraiske ligningen for transformasjonskurven. For eksempel, sett at de to produktfunksjonene så slik ut som nedenfor, og totalmengden av v er gitt. Vi har her tre ligninger:

$$x_1 = 1{,}5\ v_1 - 0{,}02\ v_1^2$$

$$x_2 = 2{,}4\ v_2 - 0{,}04\ v_2^2$$

$$v_1 + v_2 = 30$$

I dette tilfelle betegner v_1 og v_2 de mengder av samme produksjonsfaktor som brukes til å produsere henholdsvis x_1 og x_2. På grunnlag av de tre ligningene kan vi eliminere v_1 og v_2 og komme fram til en ligning som viser forholdet mellom x_1 og x_2 direkte.

Av særlig interesse er det å bestemme helningen på transformasjonskurven i et gitt punkt. Vi kan komme fram til et helt generellt uttrykk for denne helningen. Generellt kan vi skrive produktfunksjonene for de to produktene:

$$x_1 = x_1(v)$$

$$x_2 = x_2(v)$$

La oss si at vi har fordelt den disponible mengden av faktoren v mellom de to produksjonsgrenene. Vi får da produsert en viss mengde av produkt nr. 1 og en viss mengde av produkt nr. 2, og dette svarer til et bestemt punkt på transformasjonskurven. Vi vil bestemme kurvens helning i dette punktet.

La oss si at vi endrer den mengden av faktoren som går til produkt nr. 1 med en ganske liten mengde dv. Da vil den mengden som går til produkt nr. 2 endres med en tilsvarende mengde, men med motsatt fortegn, altså - dv.

Som følge av endret faktorinnsats vil mengden av produkt nr. 1 endres med en liten mengde dx_1. Denne mengden er lik grenseproduktiviteten av faktoren v med hensyn på produkt nr. 1, ganger endringen i faktor-innsats.

For å unngå misforståelser nå når vi har å gjøre med forskjellige produkter, vil en skrive grenseproduktiviteten fullt ut, f.eks. som $\frac{x_1}{v}$. Det er da klart at en mener grenseproduktiviteten av faktoren med hensyn på produkt nr. 1).

Vi kan altså skrive:

$$dx_1 = \frac{\partial x_1}{\partial v} dv \qquad (4.1)$$

På samme måte vil produktmengden av produkt nr. 2 endres med en liten mengde dx_2, som er lik grenseproduktiviteten av faktoren v med hensyn på prpdukt nr. 2, ganger endringen i faktorinnsats ved produksjonen av dette produktet:

$$dx_2 = \frac{\partial x_2}{\partial v} (- dv) \qquad (4.2)$$

Helningen på transformasjonskurven kan beskrives ved forholdet dx_2/dx_1 , og dette forholdet kan vi nå bestemme:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial v} dv}{\frac{\partial x_1}{\partial v} (- dv)} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial v}}{\frac{\partial x_1}{\partial v}} \qquad (4.3)$$

Transformasjonskurven har altså i ethvert punkt en helning som tilsvarer det angitte forholdet mellom grenseproduktivitetene, med negativt fortegn. At fortegnet vanligvis vil bli negativt ser vi av fig. 4.1. Når vi produserer <u>mer</u> av det ene produktet, vil vi som regel få <u>mindre</u> av det andre produktet.

Vi skal nå se på hvordan det vil lønne seg for produsenten å tilpasse seg på transformasjonskurven. Dersom produktprisene er gitt og er uavhengige av hvor meget det produseres, kan vi trekke <u>inntektslinjer</u> i produktdiagrammet, og disse linjene vil bli rette linjer. Hver linje representerer forskjellige kombinasjoner av x_1 og x_2 som gir samme totalinntekt. Dersom vi kaller produktprisene p_1 og p_2 og totalinntekten I, er ligningen for en inntektslinje:

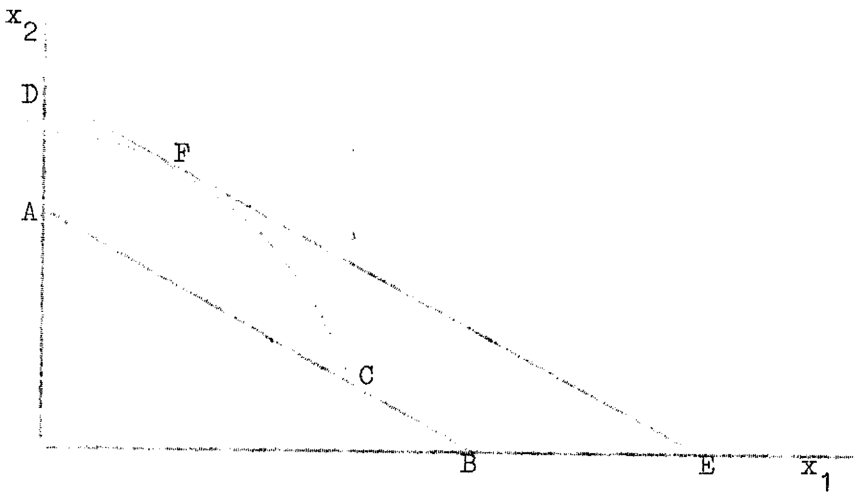
$$p_1x_1 + p_2x_2 = I \qquad (4.4)$$

eller

$$x_2 = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1 \qquad (4.5)$$

Hvis produsenten ønsker å gjøre totalinntekten så stor som mulig, vil han velge den inntektslinjen som ligger lengst mulig opp til høyre i produktdiagrammet. Dersom transformasjonskurven er konkav mot origo, slik som i fig. 4.1. og fig. 4.2, vil dette være den linjen som såvidt tangerer transformasjonskurven.

Fig. 4.2



I fig. 4.2 vil det f.eks. være mulig å produsere en kombinasjon av de to produktene som tilsvarer punktet C. En oppnår da en totalinntekt som tilsvarer inntektslinjen AB. Totalinntekten kan imidlertid forbedres ved å produsere mer av produkt nr. 2 og mindre av produkt nr. 1, helt til en når punktet F, som gir den høyest oppnålige totalinntekt.

I tangeringspunktet F har inntektslinjen og transformasjonskurven samme helning. Transformasjonskurvens helning er gitt av (4.3). Inntektslinjens helning finner vi lett av (4.5). Den er:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{p_1}{p_2} \qquad (4.6)$$

I tangeringspunktet har de to kurvene samme helning. Dette kan vi sette som en <u>nødvendig</u> betingelse for økonomisk optimal tilpasning:

$$\frac{\dfrac{\partial x_2}{\partial v}}{\dfrac{\partial x_1}{\partial v}} = \frac{p_1}{p_2} \qquad (4.7)$$

(Her har vi sløyfet de negative fortegn på begge sider av likhetstegnet, fordi disse opphever hverandre.)

Optimumsbetingelsen (4.7) kan skrives på en annen måte som sier nøyaktig det samme:

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v} \qquad (4.8)$$

$\frac{\partial x_1}{\partial v}$ står for grenseproduktiviteten av faktoren med hensyn på produkt nr. 1 uttrykt i fysiske enheter, og $p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v}$ står for grenseproduktiviteten av faktoren med hensyn på produkt nr. 1 uttrykt i verdi-enheter. Med andre ord, $p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v}$ uttrykker den økning i produktverdi av produkt nr. 1 som vi vil få hvis vi øker innsatsen av produktfaktoren med en enhet. Dette blir gitt forskjellige betegnelser. I en del litteratur kalles uttrykket grenseverdien av faktoren ved produksjon av produkt nr. 1 . I engelsk-språklig litteratur blir uttrykket kalt "marginal value productivity". Vi kan også kalle det grenseproduktiviteten uttrykt i verdi.

I ord kan vi uttrykke (4.8) slik: Hvis tilgangen på en produksjonsfaktor er begrenset og den har alternative anvendelser, vil den være optimalt fordelt mellom de forskjellige anvendelser når dens grenseproduktivitet uttrykt i verdi er den samme ved alle anvendelse .

Vi har utledet denne optimumsbetingelsen for et tilfelle med bare to produkter og en begrenset produksjonsfaktor. Vi kunne ha utledet det samme resultatet for det generelle tilfelle med mange begrensete produksjonsfaktorer og mange alternative produkter. Hvis vi f.eks. har to begrensete faktorer (nr. 1 og nr. 2) og tre alternative produkter (nr. 1, nr. 2 og nr. 3, kan vi skrive en slik betingelse for hver begrenset faktor:

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_1} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_1} = p_3 \cdot \frac{\partial x_3}{\partial v_1}$$

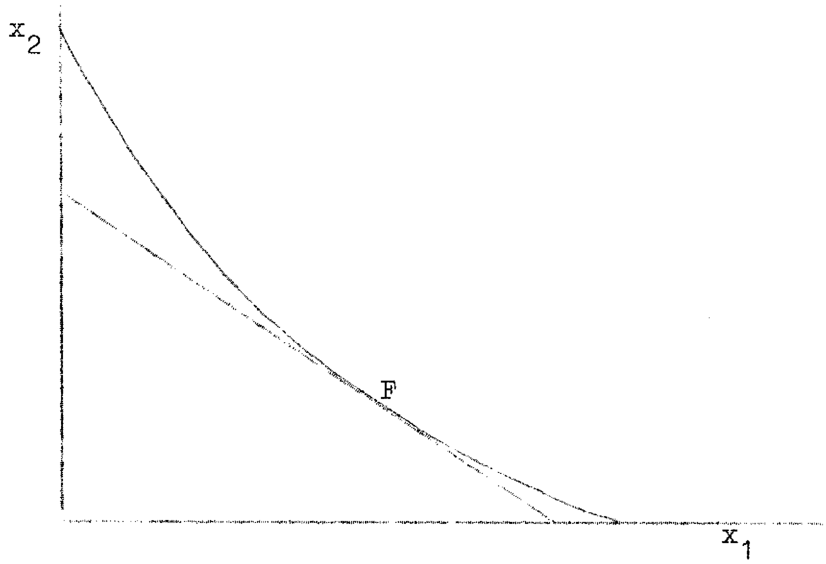
$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v_2} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v_2} = p_3 \cdot \frac{\partial x_3}{\partial v_2} \qquad (4.9)$$

Den første betingelsen sier at faktor nr. 1 skal ha samme grenseproduktivitet uttrykt i verdi ved de alternative anvendelsene. Den andre betingelsen sier det samme for faktor nr. 2.

For eksempel: Om produksjonsfaktoren jord er begrenset, som den som oftest er i jordbruket, er jorda optimalt anvendt når grenseverdien av jord (av samme kvalitetsklasse) uttrykt i verdi er den samme ved kornproduksjon, beiteproduksjon, rotvekstproduksjon, osv. Om arbeidskraften i en bestemt tidsperiode er begrenset, er den optimalt anvendt når grenseproduktiviteten av arbeidet, uttrykt i verdi, er den samme i husdyrproduksjonen, i rotvekstproduksjonen, ved arbeid utenom bruket, osv. 1/

Vi skal trekke fram et par tilfelle hvor dette prinsippet ikke kan brukes. Et slikt tilfelle er når transformasjonskurven er konveks mot origo, slik som i fig. 4.3. Tangeringspunktet F

Fig. 4.3



1/ En annen sak er at det i praksis ofte kan være meget vanskelig å bestemme grenseproduktiviteten av de forskjellige produksjonsfaktorer ved forskjellige anvendelser med noenlunde god nøyaktighet. Ofte må en nøye seg med en nokså grov skjønnsmessig vurdering. Det er likevel nyttig å kjenne til det prinsippet som er beskrevet foran.

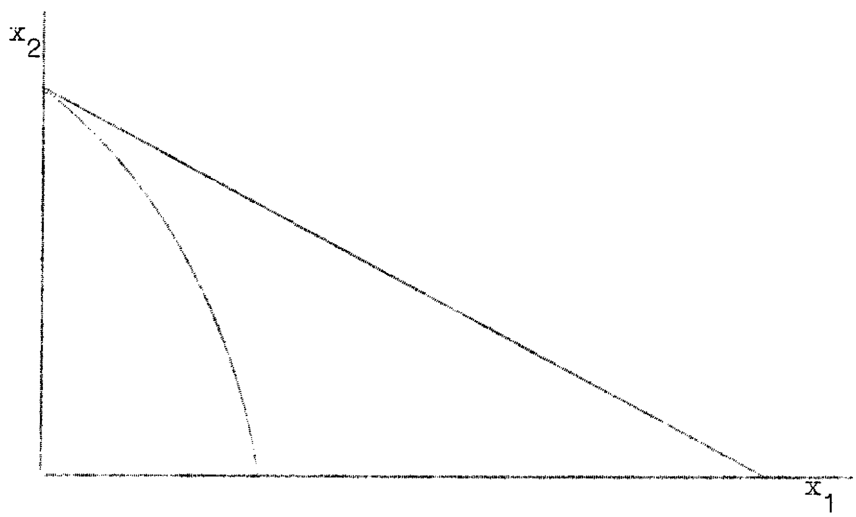
er i dette tilfelle ikke et maksimumspunkt, men et minimumspunkt for totalinntekten, til tross for at betingelsene i (4.8) og (4.9) også her er tilfredsstillet. 1/

Årsaken til dette er at faktorinnsatsen for det ene, eller for begge, produksjonene ligger innen det første, urasjonelle området, der vi får tiltagende grenseproduktivitet når vi øker faktorinnsatsen.

I tillegg til optimumsbetingelsen i (4.8) må vi altså sikre oss at grenseproduktiviteten av den begrensete faktoren er konstant eller avtagende ved alle anvendelser i det punktet som vi velger som tilpasningspunktet.

Den andre unntagelsen går fram av fig. 4.4. Her lønner det seg å produsere bare produkt nr. 2, til tross for at transformasjonskurven er konveks mot origo. Årsaken er at grenseproduktiviteten av den (de) begrensete faktorer uttrykt i verdi overalt er lavere ved produksjon av produkt nr. 1 enn ved produksjon av produkt nr. 2.

Fig. 4.4



Det lønner seg da å spesialisere produksjonen om produkt nr. 2.

1/ Ved bruk av litt mer matematikk kunne vi vise hvordan noe slikt kan forekomme. Vi husker fra matematikken at når den første-deriverte av en funksjon er null, har funksjonen enten en maksimumsverdi eller en minimumsverdi. Ved å undersøke den annen-deriverte, kan vi se om det er et maksimums- eller et minimumspunkt vi har funnet. Ved en slik transformasjonskurve er det altså et minimumspunkt.)

C. Alternativ-verdier.

En bedrift som produserer, eller har muligheter for å produsere, flere forskjellige produkter er som regel interessert i å gjøre det økonomiske resultatet av virksomheten som helhet så god som mulig. Vi har nettopp sett at en av betingelsene for dette er at bedriften fordeler de faste og de begrensete produksjonsfaktorene slik mellom deres alternative anvendelser, at deres grenseproduktivitet uttrykt i verdi blir den samme over alt.

Dersom vi planlegger for hele bedriften med alle dens forskjellige produksjonsgrener samtidig, behøver en egentlig ikke å tenke så meget over dette. Dersom vi er i stand til å sette opp en produksjonsplan som maksimerer det samlete økonomiske resultat, blir denne betingelsen automatisk oppfyllt. Men ofte er det hensiktsmessig å planlegge for en begrenset del av den økonomiske virksomheten av gangen. Vi ønsker f.eks. å studere spørsmålet om optimal gjødslingsintensitet på eng, eller vi ønsker å planlegge for jordbruket uten at vi samtidig planlegger for økonomisk virksomhet utenom jordbruket. Slike mer avgrensete analyser er ofte hensiktsmessige, fordi de er mindre tidkrevende enn totalplanlegging, og fordi en kan konsentrere arbeidet om enklere problemstillinger.

Ved slike avgrensete analyser trenger vi en metode til å sette priser på produksjonsfaktorer som er begrenset for bedriften som helhet, men som kan fordeles mellom enkelte produksjonsgrener eller deler av virksomheten. Vi ønsker f.eks. å beregne grensekostnaden ved å produsere for på beite, fordi vi trenger slike kostnader som utgangspunkt for å vurdere virkningen (for garden som helhet) av en høyere eller lavere beiteprosent. Da må vi kunne sette en "pris" på det jordarealet vi bruker til beite. Å gå ut fra "markedsprisen" på jord er sjelden aktuelt, for den enkelte gard har ikke så ofte høve til å utvide arealet. Som et annet eksempel kan en nevne problemet med å verdsette arbeidsinnsatsen til den faste arbeidskraft på bruket. Vi kan trenge å kjenne "verdien" av denne arbeidskraften, f.eks. som utgangspunkt for å beregne det økonomiske resultatet av kjøp av arbeidssparende maskiner. Dersom det ikke er aktuelt eller mulig å leie ekstrahjelp, er "vanlig arbeidslønn" ikke noe brukbart mål.

Fra produksjonsteorien for envare-produksjon husker vi at dersom en produksjonsfaktor kan kjøpes fritt til en gitt markedspris, vil det lønne seg å øke innsatsen av denne produksjonsfaktoren inntil dens grenseproduktivitet er lik det omvendte prisforhold mellom produkt og produksjonsfaktor. Vi kan skrive som optimumsbetingelse:

$$\frac{\partial x_1}{\partial v} = \frac{q}{p_1} \qquad (4.10)$$

der q er prisen på produksjonsfaktoren og x_1 og p_1 er henholdsvis mengde og pris av produktet. (4.10) kan vi også skrive som:

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v} = q \qquad (4.11)$$

Optimumsbetingelsen sier at produksjonsfaktorens grenseproduktivitet uttrykt i verdi skal være lik prisen på produksjonsfaktoren.

Vi kan sammenligne (4.11) med det resultat vi kom fram til for en begrenset produksjonsfaktor som har alternative anvendelser:

$$p_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial v} = p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v} \qquad (4.8)$$

Vi ser at venstre side er lik i (4.11) og (4.8), mens faktorprisen q i (4.11) er blitt erstattet med uttrykket $p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v}$ i (4.8). Dette fører oss til det viktigste begrepet alternativ-verdi. Alternativverdien henspiller alltid på en annen (alternativ) anvendelse av produksjonsfaktoren enn den anvendelse vi holder på å studere. I (4.8) kan vi si at vi holder på å studere produksjonen av produkt nr. 1, og bruker produksjonsfaktorens verdi ved produksjon av produkt nr. 2 som et uttrykk for dens alternativverdi. Vi kan da definere alternativverdien matematisk som $p_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial v}$. Med ord kan vi si at alternativverdien av en fast (eller begrenset) produksjonsfaktor er dens verdi ved den beste alternative anvendelse. Denne verdien er bestemt av dens grenseproduktivitet uttrykt i verdi ved den alternative anvendelse som gir høyest slik verdi.[1/]

[1/] Dette blir ofte beskrevet som "oppofrings-prinsippet". Vi kan si at alternativverdien (pr. enhet) av en fast produksjonsfaktor er den inntekt som en må gi opp fra produksjonen av et annet

Når vi studerer en enkelt del av den samlete økonomiske virksomheten og har å gjøre med produksjonsfaktorer som er faste eller begrenset når vi ser virksomheten under ett, kan vi altså bruke alternativverdien av disse faste faktorene som "priser" i den økonomiske analysen, på samme måte som vi bruker markedsprisen for de faktorer som <u>ikke</u> er begrenset. Hvis vi vil beregne produksjonskostnader for beiteforenheten, kan vi bruke alternativverdien av beitearealet som utgangspunkt for å beregne jordleien. Dersom beitet må legges på fulldyrket jord, kan produksjonskostnaden for beite komme til å bli temmelig høy. Hvis vi skal sette opp lønnsomhetskalkyler for mjølkeproduksjonen, er alternativverdien av fjøset det som fjøset er verd ved alternativ anvendelse, og dette kan ofte være temmelig lite. I økonomiske kalkyler for jordbruksdrifta som helhet, kan alternativverdien av familiens faste arbeidskraft settes til det en kan tjene utenom jordbruket ved f.eks. å arbeide i egen skog eller ved å ta arbeid utenom bruket.

Vi skal merke oss at prinsippet med alternativverdier bare gjelder interne kalkyler med sikte på å finne fram til den gunstigst mulige anvendelse fra et helhets-synspunkt av de faktorer som er faste eller begrenset for den økonomiske enhet som vi planlegger for. I såkalte sjølkostkalkyler for andre formål, f.eks. som grunnlag for prisforhandlinger, bruker en som regel helt andre prinsipper til å vurdere de faste produksjonsfaktorene.

På den annen side er prinsippet verdifullt også ved mer samfunnsøkonomisk pregete vurderinger. Om vi f.eks. ønsker å vurdere jordbrukets rolle innen Norges samlete økonomi, og vil se på "kostnadene" (fra en samfunnsøkonomisk synsvinkel) av å produsere jordbruksvarer her i landet i stedet for å dekke behovet gjennom import, bør innsatsen av arbeidskraft, bygninger, jordarealer osv. vurderes ut fra den alternative verdi disse faktorene har ved den best mulige anvendelse utenom jordbruket.

---

produkt ved at en overfører en enhet av den faste faktoren fra produksjonen av det andre produktet til produksjonen av det produktet vi studerer.

D. Transformasjonskurvens form.

Fig. 4.5 - 4.9 viser noen forskjellige typer av transformasjonskurver. På alle tenker en seg mengden av produkt nr. 1 målt langs den horisontale aksen, og mengden av produkt nr. 2 målt langs den vertikale aksen.

Fig. 4.5

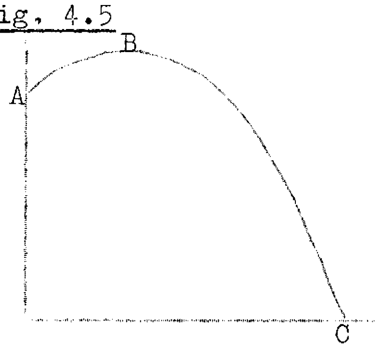


Fig. 4.6

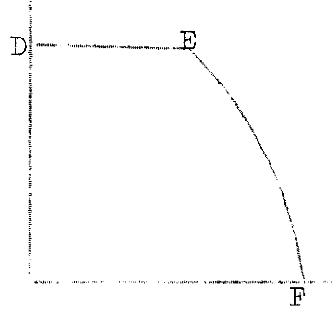


Fig. 4.7

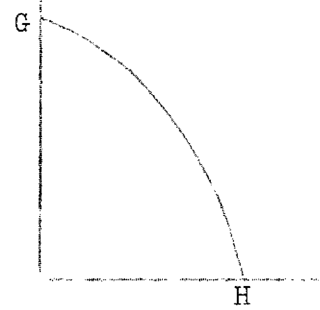


Fig. 4.8

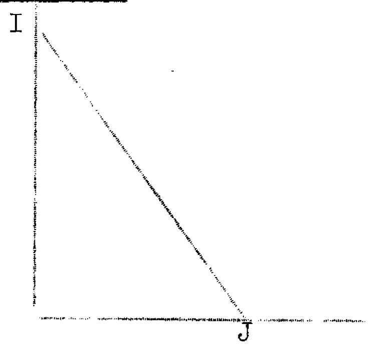
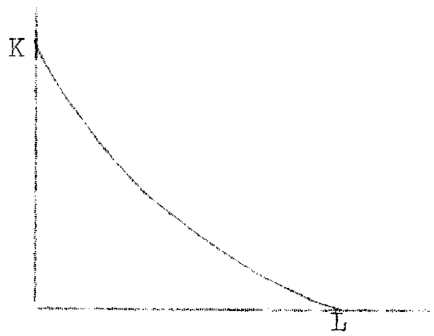


Fig. 4.9



I fig. 4.5 kan en innen et visst område AB øke produksjonen av produkt nr. 1, og samtidig få økning i produktmengde av produkt nr. 2. Innen dette området sier vi at de to produktene er komplementære. Slike forhold er det trolig sjelden å finne i praksis. Det mest brukte eksempel er produksjon av korn og luserne under forhold hvor det ikke er hensiktmessig å tilføre nitrogen-gjødsel. I et ensidig korn-omløp får en lave avlinger p.g.a. nitrogenmangel. Ved å ta inn luserne på endel av arealet, er det eksempler på at kornavlingene pr. dekar har øket så meget at totalavlingen av korn har gått opp, til tross for at kornarealet blir redusert.1/

1/Vi ser at for å få fram et slikt komplementert forhold, må en se på en tidsperiode som strekker seg over flere vekstsesonger, slik at omløpsvirkningen får tid til å gjøre seg gjeldende.

Vi kan også få fram komplementærvirkning dersom mengden av en fast produksjonsfaktor er så stor at vi, hvis vi produserer bare ett produkt, vil komme i det tredje området på produktkurven, der grenseproduktiviteten av faktoren er negativ. Ved å fjerne noe av denne faktoren fra det ene produktet og bruke til det andre, kan vi samtidig øke den produserte mengden av begge produkter. Dette tilfellet har kanskje liten praktisk betydning. Som oftest kan en ganske enkelt la være å bruke overflødige faste produksjonsfaktorer i produksjonen.

I fig. 4.6 kan en innen et visst område DE øke produksjonen av produkt nr. 1 samtidig som produksjonen av produkt nr. 2 holdes uendret. Innen dette området sier vi at de to produktene er supplementære. Dette er trolig et vanlig tilfelle i jordbruket, og grunnen er at det ene produktet kan bruke faste produksjonsfaktorer som ikke blir anvendt om en bare produserer det andre produktet. På bruk med ensidig kornproduksjon kan en f.eks. innen visse grenser utnytte ledig arbeidskraft og bygningskapasitet til å produsere egg eller flesk uten at det går ut over kornproduksjonen.

I fig. 4.7, 4.8 og 4.9 kan en ikke øke produksjonen av det ene produktet uten at det går ut over produsert mengde av det andre produktet. Vi sier at de to produktene er konkurrerende. I fig. 4.5 er de to produktene konkurrerende innen området BC, og i fig. 4.6 er de konkurrerende innen området EF.

Vi har allerede sett på den vanligste årsak til at produkter er konkurrerende, nemlig at de konkurrerer om samme begrensete mengde av produksjonsfaktorer, samtidig som grenseproduktiviteten av disse faktorene er positiv for begge produkter. Dersom grenseproduktiviteten er avtagende med øket faktorinnsats for hvert produkt, får vi en kurveform som er konkav mot origo, slik som fig. 4.7. Med konstant grenseproduktivitet i begge produksjoner blir transformasjonskurven en rett linje som i fig. 4.8 og med økende grenseproduktivitet i begge produksjoner (eller konstant i en produksjon og økende i den andre) blir kurven konveks mot origo, som i fig. 4.9.

Vi skal også merke oss at visse biologiske forhold ofte er årsak til at transformasjonskurven får den formen som er vist i fig. 4.7. Hvis en eller annen form for omløpsvirkning gjør at avlingene pr. dekar blir høyere i et allsidig omløp enn i et ensidig, vil dette virke til å gi kurven en slik form. Det kan også være en negativ biologisk vekselvirkning mellom forskjellige produksjonsgrener. Det er hevdet at en vil få lavere avlinger av kløverfrø pr. dekar dersom det dyrkes oljevekster i nærheten, fordi bestøvningsinsektene vil tiltrekkes av oljevekstene. Dette kan gi en kurveform som i fig. 4.9.

På grunnlag av transformasjonskurven kan en si endel om fordeler ved allsidig kontra spesialisert produksjon. Om transformasjonskurven har en form som i fig. 4.5 eller 4.6, vil det innen meget vide prisgrenser lønne seg å produsere begge produkter. En kurveform som den i fig. 4.9 taler sterkt for spesialisering. Hvilke konklusjoner vil du trekke av de øvrige kurvene ?

Hvis vi vil trekke økonomiske slutninger på grunnlag av en transformasjonskurve, må vi imidlertid ha klart for oss hvilken faktor-situasjon vedkommende kurve representerer. En transformasjonskurve forteller hvilke kombinasjoner av forskjellige produkter er det er mulig å produsere med en gitt innsats av produksjonsfaktorer. Men den "gitte innsats" av produksjonsfaktorer kan ha forskjellig mening:

a) Mengden av samtlige produksjonsfaktorer, også av de som det i praksis er mulig å variere, er tatt for gitt.

b) Mengden av de produksjonsfaktorer som i virkeligheten er faste, pluss summen av variable kostnader, er tatt som gitt.

c) Bare mengden av de produksjonsfaktorer som i virkeligheten er faste, er tatt som gitt.

Dersom transformasjonskurven er definert slik at den tilsvarer (c), må vi ta hensyn til de variable kostnadene når vi bestemmer inntektslinjene. Vi vil da tegne hver inntektslinje slik at den representerer et bestemt nivå av "sum inntekter minus variable kostnader", for det er denne størrelsen vi ønsker å gjøre så stor som mulig.

E. Den praktiske anvendelsen.

Selv om det ikke er umulig, er det vanskelig å bestemme realistiske transformasjonskurver som gjelder for praktiske situasjoner. Vi kan kanskje først og fremst se på transformasjonskurvene som begreper som det er nyttig å kjenne til når vi skal analysere praktiske problemer.

Når vi kommer til lineær programmering, vil vi imidlertid se at det er mulig å bestemme noe som meget sterkt ligner på transformasjonskurver, og at det er mulig å utnytte disse på en slik måte at de kan finne praktisk anvendelse.

V. OM FASTE OG UDELELIGE PRODUKSJONSFAKTORER

A. Om faste produksjonsfaktorer

Vi har hittil forutsatt at det er mulig å skille mellom faste og variable produksjonsfaktorer, og på tilsvarende måte mellom faste og variable kostnader. Dette trenger litt utdyping.

At en produksjonsfaktor er fast betyr at en ikke kan variere innsatsmengden av den i den situasjon som en analyserer. Undertiden "later vi som om" en produksjonsfaktor er fast rett og slett som et hjelpemiddel til å forenkle analysen. Men svært ofte er fastheten bestemt av ytre forhold som vi ikke er herre over.

At en produksjonsfaktor er fast i denne forstand, henger svært ofte sammen med at det tilsvarende produksjonsmidlet har en varighet som er lenger enn den tidsperioden vi betrakter. 1/ Bruker vi tidsperioder på ett år som grunnlag for analysen, opptrer produksjonsmidler av lengere varighet enn ett år gjerne som faste. Jo lengere tidsperioder vi studerer, jo flere produksjonsmidler går over fra å være "faste" til å bli "variable". På riktig lang sikt kan vi si at alle produksjonsmidler er variable når vi ser det fra den enkelte bedrifts synsvinkel.

Det er imidlertid viktig å merke seg at det for varige og "faste"produksjonsmidlers vedkommende som regel ikke er produksjonsmidlene selv, men de <u>tjenester som de yter</u> som settes inn i produksjonen, og selv om produksjonsmidlet selv er fast, kan tjenestene ofte varieres opp til en øvre grense som er bestemt av produksjonsmidlets kapasitet. Om vi velger å definere produksjonsfaktorer i dette tilfelle som de tjenester som produksjonsmidlene yter, kommer vi til at selv om produksjonsmidlene er faste, kan de tilsvarende produksjonsfaktorer være variable opp til en viss grense. Å utnytte tjenestene fra et fast produksjonsmiddel i

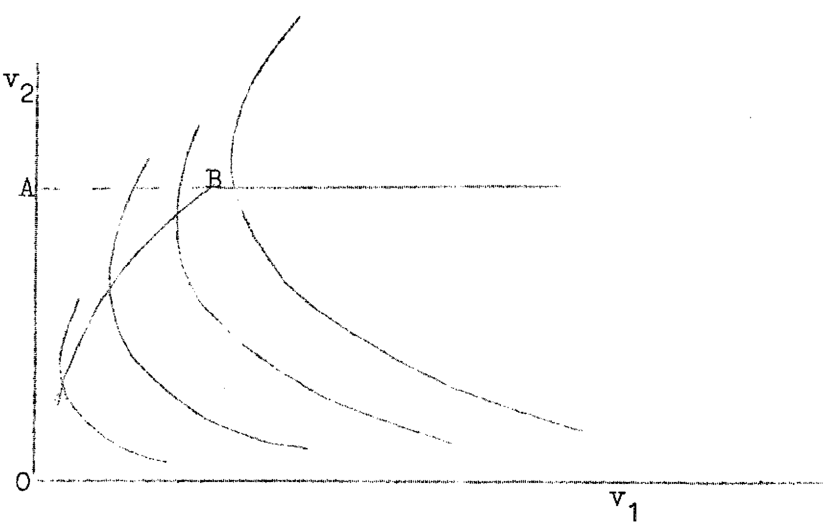
---

1/ I økonomisk litteratur blir "produksjonsmiddel" og "produksjonsfaktor" ofte brukt spm synonyme betegnelser. Her vil vi bruke "produksjonsmiddel" om den fysiske gjenstanden, og "produksjonsfaktor" om <u>det som en setter inn i produksjonen</u>. Når det f.eks. gjelder kunstgjødsel eller annen vareinnsats, blir "produksjonsmiddel" og "produksjonsfaktor" det samme, men for en traktor er selve traktoren "produksjonsmidlet", mens de tjenester den yter er "produksjonsfaktoren".

produksjonen koster svært ofte ingen ting ut over de faste kostnadene som er forbundet med produksjonsmidlet. I andre tilfelle kan en få visse variable kostnader når tjenestene utnyttes, som f.eks. kostnader til drivstoff, olje og vedlikehold når en utnytter tjenestene til en traktor.

Hvis et produksjonsmiddel er fast, men dets tjenester variable, og det ikke koster noe ekstra å utnytte tjenestene, vil vi likevel ikke sette inn mere tjenester i produksjonen enn til det punkt hvor dere grenseproduktivitet er 0. I faktordiagrammet i fig. 5.1. er det et område hvor grenseproduktiviteten av faktor nr. 2 er negativ. Hvis x_2 kan varieres opp til mengden OA, vil en ved økning av produksjonen følge den heltrukne linjen i diagrammet. Opp til punkt B vil en sette inn akkurat så meget av faktor nr. 2 at dens grenseproduktivitet er 0. Ønsker vi å øke produksjonen ut over denne grensen, må dette gjøres ved å øke innsatsen av faktor nr. 1 alene. Fra nå av vil faktor nr. 2 få en positiv grenseproduktivitet.

Fig. 5.1



Dette er viktig, fordi en i praksis ofte vil møte tilfelle der det vil lønne seg ikke å utnytte tjenestene til et fast produksjonsmiddel fullt ut. De mange tomme eller halvtomme driftsbygninger på Østlandet er et eksempel på dette. På et gardsbruk med stort areal, men lite arbeidskraft og annen kapital kan det lønne seg å la noe av arealet ligge unyttet. Dette er nok en situasjon som en sjelden finner i Norge, men i U.S.A. er det ikke uvanlig å finne negativ grenseproduktivitet av jordarealet.

Det er imidlertid ikke alltid at det er mulig å la være å utnytte tjenestene til et varig produksjonsmiddel fullt ut, og derfor kan en være nødt til å akseptere situasjoner (på kort sikt) der slike tjenester har negativ grenseproduktivitet. Under en midlertidig fórknipe kan "tjenester fra mjølkekyr" ha negativ grenseproduktivitet, i den forstand at en ville ha oppnådd en større samlet mjølkeproduksjon med den gitte formengden dersom en hadde vært istand til å bruke færre mjølkekyr i produksjonen. Når en ikke reduserer besetningen i et slikt tilfelle, er det naturligvis fordi en på lang sikt regner med å ha fordeler av en større besetning. I noen tilfelle er det institusjonelle eller andre forhold som gjør at en ikke kan la være å bruke tjenestene til et varig produksjonsmiddel, som for eksempel "vanhevd-paragrafen" i jordloven. I de to siste eksemplene er ikke bare produksjonsmidlene, men også deres tjenester virkelig faste.

Det er altså i prinsippet et skille mellom de tilfelle hvor en produksjonsfaktor er virkelig fast, og tilfelle hvor den er begrenset til en viss mestemengde, men kan varieres under denne mengden. Også for vareinnsats som kjøpes på markedet kan det være slike øvre begrensninger, f.eks. gjennom rasjoneringsordninger. Så lenge den mest økonomiske innsatsen ligger under den gitte øvregrensen, vil en tilpasse innsatsen slik at faktorens grenseproduktivitet uttrykt i verdi er lik det det koster pr. enhet å øke innsatsen av vedkommende faktor. 1/ Men hvis en økonomisk tilpasning av dette slaget bringer en opp til øvergrensen, vil denne begrensningen bli effektiv. Hvis vi befinner oss ved øvergrensen, vil vi også ofte være interessert i faktorens "grenseproduktivitet uttrykt i verdi", men nå fordi dette er et holdepunkt for å vurdere hvorledes den begrensete faktor bør fordeles mellom alternative anvendelser. 2/

1/ I faktordiagrammet i fig. 5.1 har vi forutsatt at denne kostnaden er lik 0.

2/ Se side 4.7.

B. Om udelelige produksjonsmidler.

Blant de forutsetninger som ble spesifisert på s.2.2, tok vi også med en forutsetning om kontinuitetsfaktorer. Dette vil si at faktorer som er variable, også kan varieres kontinuerlig.

Denne forutsetningen kommer ikke i konflikt med virkeligheten når vi har å gjøre med slike produksjonsmidler som kunstgjødsel og kraftfor, men det kan oppstå konflikter når det gjelder mange slags varige produksjonsmidler. Husdyr, maskiner etc. kan som regel bare kjøpes i hele enheter. Også når det gjelder arbeidskraft kan valget stå mellom å leie 0, 1, 2, eller et annet helt tall av helårsansatte. 1/

Udelelighet av produksjonsmidler skaffer oss ekstra problemer i en økonomisk analyse. Det gjør det vanskeligere og meget mer arbeidskrevende å komme fram til et økonomisk optimum. Dette er et problem av teoretisk og analyse-teknisk natur. Men udelelighet er også i mange tilfeller et betydelig praktisk problem, fordi det gjør det vanskeligere å oppnå en harmonisk kombinasjon av de forskjellige produksjonsmidler, spesiellt innen små bedrifter. Disse analysetekniske og praktiske problemene er størst når den minste udelelige enheten av det produksjonsmidlet som det gjelder er stor i forhold til behovet. Udelelighet av arbeidskraft kan være et stort problem for en liten bedrift som normalt trenger 2 - 3 ansatte, men spiller liten rolle i en storbedrift med 1oo ansatte eller mer. Udelelighet av produksjonsmidlet "høner" spiller liten rolle selv på et småbruk, mens udelelighet av store kapitalgjenstander som traktor og skurtresker kan være et betydelig problem selv på et større bruk.

For udelelige produksjonsmidler gjelder noe lignende som ble sagt om faste produksjonsmidler: Selv om kapitalgjenstanden i seg selv er udelelig, kan de tjenester som den yter i mange tilfelle varieres kontinuerlig. Udeleligheten er likevel et problem, fordi en god del av de kostnadene som følger med et udelelig produksjonsmiddel, også er udelelige.

1/ For enkelhets skyld vil vi i dette avsnittet la betegnelsen "produksjonsmidler" også omfatte arbeidskraft.

En ser undertiden at udelelige produksjonsmidler og faste produksjonsmidler omtales som ett og samme problem. Men selv om et fast produksjonsmiddel ofte er udelelig og et udelelig produksjonsmiddel ofte forekommer som et fast, er ikke de to begrepene helt det samme. I mange tilfelle og særlig ved langsiktig planlegging er situasjonen slik at en kan variere antallet av udelelige produksjonsmidler. Og ofte kan varige produksjonsmidler anskaffes i en hvilken som helst størrelse, slik at udeleligheten ikke er noe problem. Ved nydyrking kan det areal som skal dyrkes opp varieres kontinuerlig, og ved nybygging kan en bygge bygningen i nær sagt en hvilken som helst størrelse.

Den måten en vil behandle udelelige produksjonsmidler på ved økonomisk analyse og planlegging vil avhenge av problemets natur. Dersom den minste enheten som en kan anskaffe er liten i forhold til den totalmengden det gjelder, kan en uten større feil utføre analysen <u>som om</u> vedkommende produksjonsmiddel var kontinuerlig variabelt. Dette er en tilnærming, men feilen blir liten.

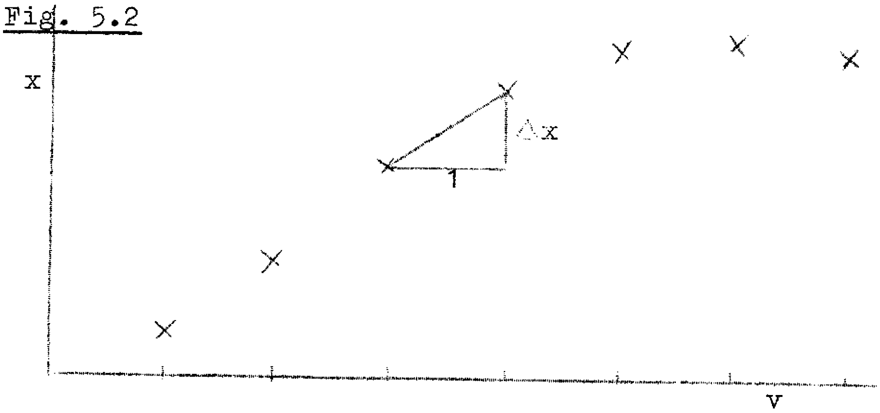
Dersom minsteenheten er stor i forhold til totalmengden, men det bare er <u>ett</u> produksjonsmiddel det gjelder, kan en finne optimal innsats ved differanseberegninger i stedet for ved derivering. I fig. 5.2 gjelder det å bestemme optimal innsatsmengde (v) av en udelelig produksjonsfaktor, når andre faktorer er holdt konstant og en kjenner sammenhengen mellom faktormengde og produktmengde. Vi kan nå ikke lenger nytte begrepet grenseproduktivitet (definert som en derivert av produktfunksjonen), men må se på økningen i produktmengde ved en full enhets økning i faktormengde. Det vil lønne seg å øke innsatsen enhet for enhet så lenge

$$\Delta x \cdot p > 1 \cdot q \qquad (5.1)$$

eller

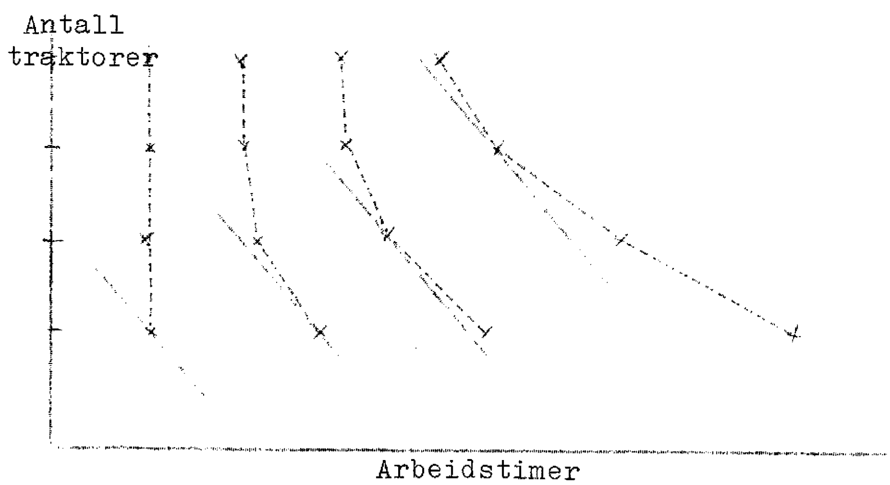
$$\frac{\Delta x}{1} > \frac{q}{p} \qquad (5.2)$$

<u>Fig. 5.2</u>



Hvis to variable faktorer er udelelige, kan vi ikke lenger bruke faktordiagrammet. Hvis en faktor er udelelig mens den andre er en kontinuitetsfaktor, kan vi tegne et faktordiagram med "isokvanter" slik som i fig. 5.3, men det er imidlertid bare enkelte punkter i diagrammet som er av interesse. I fig. 5.3 har en prikket de linjene som forbinder disse punktene, for å antyde at det ikke dreier seg om virkelige isokvanter.

Fig. 5.3



"Isokvantene" får hjørner, og vi vil velge det hjørnet som gir lavest kostnad for gitt produktmengde. Ett og samme hjørne er optimalt innenfor et visse prisområde.

I virkeligheten har vi som oftest å gjøre med situasjoner der flere forskjellige produksjonsmidler er udelelige, og andre er kontinuerlig variable. Planleggingsproblemene blir da kompliserte, og det blir meget vanskelig å finne fram til den absolutt beste kombinasjon av alle faktorer.

I praksis må vi gjøre det på en måte som ikke er helt tilfredsstillende teoretisk sett. Vi velger forskjellige alternative mengder av de udelelige produksjonsmidler, og for hvert alternativ bestemmer vi den optimale innsats av kontinuitetsfaktorene. Til sist sammenligner vi det økonomiske resultatet for de forskjellige alternativer. Men fordi antallet alternativer kan bli uhyre stort, er det vanskelig å prøve alle alternativer og dermed få sikkerhet for at vi har funnet fram til den aller beste kombinasjon.

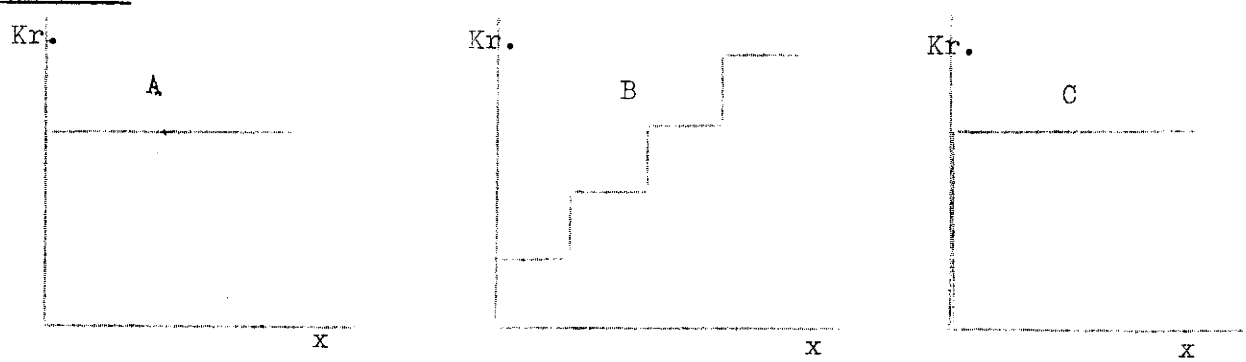
C. Om faste og variable kostnader.[1/]

Vi har hittil omtalt faste og variable kostnader på samme måte som en definerer faste og variable produksjonsfaktorer. Kostnader som innenfor en gitt tidsperiode varierer med innsatsmengde eller med produktmengde har vi kalt variable, mens kostnader som innenfor samme tidsperiode ikke varierer med innsatsmengde eller produktmengde er kalt faste. Dette er en mening som kan legges i disse betegnelsene.

I bedriftsøkonomisk litteratur brukes imidlertid en definisjon som er noe forskjellig fra denne. Variable kostnader defineres som "kostnader som varierer med produktmengden og som går mot null når produktmengden går mot null". Faste kostnader defineres som kostnader som "innenfor visse grenser av produktomfang ikke varierer med produktmengden".

I fig. 5.4 er vist tre undergrupper av det som her er kalt faste kostnader. I A har en absolutt faste kostnader. Dette er kostnader som overhode ikke varierer med produktomfang, og er like store selv om produksjonen innstilles helt. I B har en sprangvis faste kostnader. I C har en driftsavhengige faste kostnader. Dette er kostnader som er av samme størrelse for alle produksjonsomfang større enn 0, men faller bort dersom produksjonen innstilles helt. Sprangvis faste og driftsavhengige faste kostnader kan til dels henge sammen med det som vi her har kalt "variable, men udelelige" produksjonsfaktorer eller produksjonsmidler. De kan også skyldes slike ting som oppstartingstid eller andre kostnader forbundet med å starte opp produksjonen, visse avgiftstyper, o.s.v.

Fig. 5.4

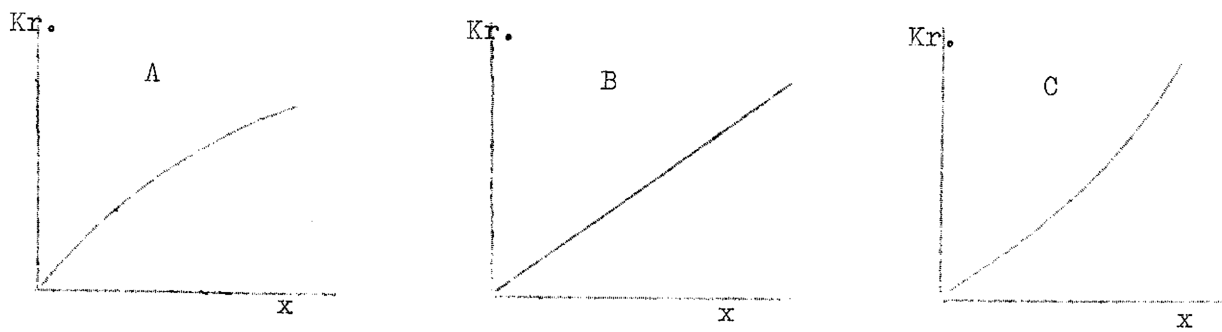


1/ Den eksisterende kostnadsterminilogi er meget komplisert. Tildels bruker ulike forfattere forskjellige definisjoner for de samme kostnadsbetegnelser. Det finns dessuten et stort antall forskjellige kostnadsbetegnelser. Mange av disse er skapt ut fra

I fig. 5.5 er vist noen forskjellige varianter av variable kostnader, henholdsvis "under-proporsjonale", "proporsjonale", og "overproporsjonale".

Endelig må det understrekes at kostnader som er forbundet med en bestemt produksjon eller med en bestemt innsatsfaktor ofte kan bestå av en fast del og en variabel del.

Fig. 5.5



---

helt bestemte behov og problemstillinger, og har ikke så stor interesse i en mer generell diskusjon. I disse forelesningene vil vi begrense oss til en diskusjon av noen få sentrale kostnadsbetegnelser.

Det er gjort flere forsøk på å komme fram til en felles kostnadsterminilogi. Et resultat finner en i "Norsk Standard Nr. 437". I NJF's nordiske standard for økonomisk terminilogi er et mindre antall kostnadsbetegnelser definert. En mer utførlig diskusjon av en del kostnadsbetegnelser finner en i Fog og Rasmussen, I, s. 62-76.

VI. VIRKNINGER AV ØKET PRODUKSJONSOMFANG

En bedrift kan øke i størrelse på forskjellig måte. Den kan øke produksjonen ved de eksisterende faste anlegg, eller den kan opprette nye produksjonsanlegg, kanskje på nye steder. Den kan øke produksjonsomfanget av enkelte produkter, eller den kan "vokse i bredden" ved å ta opp produksjonen av produkter som den tidligere ikke har produsert. Her vil vi først og fremst diskutere virkningen av øket produksjonsomfang av ett produkt ved ett anlegg.

A. Analyse-modell

Som grunnlag for diskusjoner om størrelses-virkninger har det vært vanlig å bruke kostnadsanalyser, gjerne fremstilt grafisk slik som i fig. 2.2 og fig. 2.7.

Vi har sett at på kort sikt og under gitte produktpriser vil det lønne seg for bedriften å tilpasse produksjonsomfanget slik at grensekostnad er lik pris.[1/]

Ved diskusjoner om størrelsesvirkninger er vi imidlertid mest interessert i den langsiktige tilpasning, når bedriften har anledning til å tilpasse størrelsen av det faste produksjonsapparatet etter ønske. Det er da langtidskurven i fig. 2.7 som har interesse.

Også når det gjelder de langsiktige kostnadsforhold har vi en kurve for totale gjennomsnittskostnader (på lang sikt) og en kurve for grensekostnader (på lang sikt). Det har vært vanlig å anta at også langtidskurven for totale gjennomsnittskostnader er U-formet. Grensekostnadskurven må da skjære kurven for totale gjennomsnittskostnader i dennes minimumspunkt.

Dersom den produktmengde som skal fremstilles pr. tidsenhet er gitt av ytre forhold, vil bedriften rett og slett velge det anlegg som for den gitte produktmengden gir de laveste totale gjennomsnittskostnader, slik som vi har sett før. Men hvis bedriften kan regne med å få solgt ubegrensete produktmengder til en gitt pris, vil det lønne seg for den å velge et slikt produksjonsomfang

---

1/ I en monopol-situasjon, eller under monopolistisk konkurranse, vil det lønne seg for bedriften å følge andre tilpasningsregler. Disse vil ikke bli diskutert i dette kurset.

at grensekostnad er lik pris, under forutsetning at prisen minst dekker de totale gjennomsnittskostnadene. Gjør den ikke det, ville den ikke bygge noe anlegg i det hele tatt.

Fra bedriftens synspunkt skulle det altså være fordelaktig å bygge et anlegg som er større enn det som gir minimale totale gjennomsnittskostnader. Fra samfunnets synspunkt skulle en ønske anlegg som fremstiller det gitte produktet med minimale totale gjennomsnittskostnader. Det synes altså å være en motsetning mellom det privatøkonomiske og det samfunnsøkonomiske synspunktet, men i økonomisk teori har det gjerne vært hevdet at denne motsetningen ville falle bort under perfekte konkurranseforhold. Så lenge prisen ligger over minimumspunktet for totale gjennomsnittskostnader vil produsentene kunne oppnå en positiv fortjeneste. Dette vil friste nye bedrifter til å bygge anlegg for vedkommende produkt. Dermed vil markedsprisen falle på grunn av øket tilbud, og dette vil vare ved inntil prisen er kommet ned så den såvidt dekker de totale gjennomsnittskostnadene i minimumspunktet på langtidskurven.1/

B. Forhold som virker til å gi kurven U-form.

En har gjerne forutsatt at også langtidskurven for totale gjennomsnittskostnader har U-form, og en har forklart dette slik: Det er en rekke forhold som virker til å gi lavere gjennomsnittskostnader når en øker produksjonen, mens andre forhold virker i retning av å gi høyere gjennomsnittskostnader. Sålenge produksjonsomfanget er forholdsvis lite vil den første gruppen av faktorer virke sterkest, og derfor vil kurven synke så lenge produksjonsomfanget er forholdsvis lite. Etter hvert som en når opp i høyere produksjonsomfang begynner virkningen av den første gruppen av faktorer som blir "oppbrukt", mens den andre gruppen av faktorer etter hvert får større og større betydning. Vi skal se litt på hvilke faktorer en har tenkt på.

1/ Om det vil gå slik i virkeligheten er en helt annen sak, men det kan vises at dette resultatet er en logisk følge av de forutsetninger vi har bygget på i den statiske produksjons- og pristeorien.

1. <u>Forhold som virker til å gi lavere gjennomsnittskostnader ved større produksjonsomfang.</u>

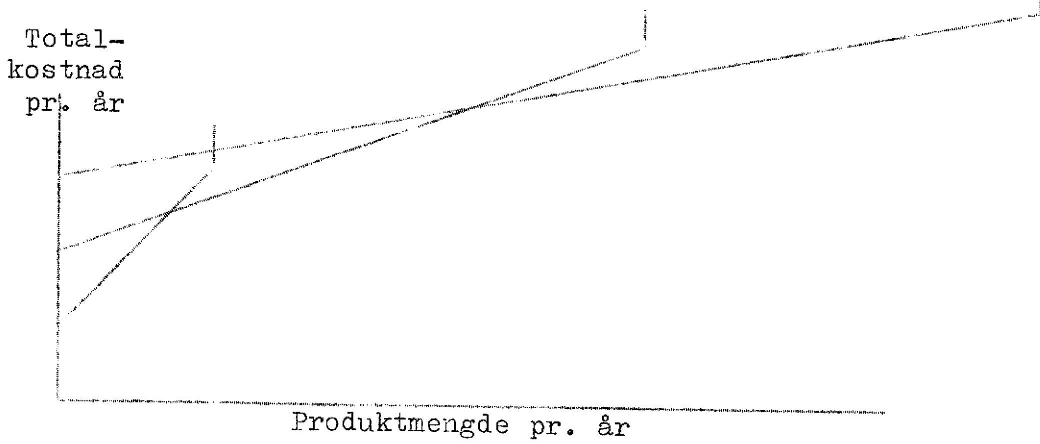
a. Udelelighet av visse produksjonsmidler og av arbeidskraft.

Dette gjelder særlig for maskiner og for fast ansatt arbeidshjelp. Det å ha en maskin, eller eventuelt en fast ansatt mann, gir visse kostnader (renter, avskrivninger, husrom til maskiner, forsikring, fast arbeidslønn) som, så lenge en er innenfor kapasitetsgrensen, ikke varierer med utnyttelsesgraden. Regnet pr. produktenhet avtar derfor disse kostnadene med produksjonsomfanget.

Dersom en øker produksjonsomfanget så sterkt at en trenger flere maskiner av samme slag, får kurven for totale gjennomsnittskostnader en rekke hakk, idet kostnadene øker sprangvis for hver gang en trenger en maskin mer. Disse hakkene i kostnadskurven blir mindre jo lenger ut i produksjonsskalaen en går.

Ved produksjon i større omfang vil det også ofte lønne seg å velge større typer av maskiner, som ved stort produksjonsomfang gir lavere totalkostnader (eller totale gjennomsnittskostnader) enn mindre maskiner av samme slag. I fig. 6.1 har en antydet totalkostnadskurvene for tre forskjellige størrelser av maskiner. Hver kurve gjelder innen et bestemt kapasitetsintervall, men det vil ofte lønne seg å skifte fra en mindre til en større maskin ved et lavere produksjonsomfang enn det som gir full kapasitetsutnyttelse ved den minste maskinen.

<u>Fig. 6.1</u>



b. Spesialisering av arbeidskraft

Når produksjonen skjer i så stort omfang at en trenger flere arbeidere, kan disse spesialisere seg på hver sine arbeidsoperasjoner, og kan da som regel arbeide mer effektivt ved disse. Dette spiller en meget viktig rolle i industrien. Betydningen av arbeidsspesialisering i jordbruket er neppe på langt nær så stor. Men også i jordbruket kan arbeidsspesialisering bety en del, og ikke minst dette at en ved produksjon i noe større målestokk kan bruke mindre kvalifisert, og derfor billigere, arbeidskraft til en del enklere arbeid, som f.eks. luking, potetplukking, bærhøsting osv.

c. Relativt sett mindre "forberedelsestid", "omstillingstid" og annen arbeidstid som er uavhengig av produksjonsomfanget..

Det går som regel en del arbeidstid med til forberedelser til en arbeidsoperasjon, og til omstilling fra en arbeidsoperasjon til en annen. På grunn av dette kan en finne at selv med en og samme teknikk og arbeidsmetode kreves det mer arbeidstid pr. produktenhet ved produksjon i mindre skala. Samme virkning har visse arbeider som ikke avhenger av produksjonsomfanget, som f.eks. vask av melkemaskiner, melkekjøring, etc.

Vi skal merke oss at ved empiriske undersøkelser over arbeidsforbruk[1/] blir denne virkningen lett blandet sammen med virkningen av skjult undersysselsetting. Lite produksjonsomfang finner en ofte på små bruk, der det ofte finns mere arbeidskraft i forhold til behovet, og en derfor kan tillate seg å ta seg mere tid enn strengt nødvendig til arbeidet.

d. Omkrets - areal - volumforhold

På mindre skifter blir det større omkrets i forhold til arealet, og derfor mere vendeteiger, "kantvirkninger" av forskjellig slag, utgifter til gjerdehold etc., i forhold til totalarealet. I bygninger har en et lignende forhold. I små husdyrrom blir det både større veggarealer i forhold til gulvflaten, - og det kreves bedre isolasjon i veggene enn i større husdyrrom. I mindre siloer kreves det også større veggareal i forhold til nyttevolumet, osv.

e. Størrelsesfordeler i faktor-markedene

Ved kjøp av driftsmidler i større omfang kan en ofte oppnå kvantumsrabatter av forskjellig slag. Undertiden kan dette skyldes en forhandlingsstrategisk fordel. Leverandører av driftsmidler vil

---

1/ i motsetning til arbeidsbehov

nødig miste en større kunde. Men det ligger også ofte produksjonstekniske størrelsesfordeler på leverandørsiden bak: Mindre fraktutgifter pr. levert enhet, mulighet for bulkleveranse, osv.

2. Forhold som virker til å gi høyere gjennomsnittskostnader ved større produksjonsomfang

a. Driftsledelse og byråkrati

Behovet for ledelse og administrasjon har en tendens til å vokse raskere enn økningen i produksjonsomfang. Det er en vanlig erfaring at det har lett for å bli mer "byråkrati" i større bedrifter enn i mindre.

Men iblant kan en gjennom mekanisering og spesialisering innen administrasjonen også oppnå størrelsesfordeler, f.eks. gjennom mekanisert bokføring, bruk av EDB-utstyr, osv.

b. Indre transport

Transportbehovet innenfor bedriften vokser ofte mer enn proporsjonalt med produksjonsomfanget, da særlig ved arealkrevende produksjon. I jordbruket blir gjennomsnittsavstanden fra jordene og inn til brukssentrum større jo større bruket blir.

c. Større bedrifter mister "familie-bedrift-fordelen"

En familie som arbeider i sin egen bedrift er gjerne villig til å arbeide mer og hardere for samme betaling enn leid arbeidskraft, er villig til å utføre overtidsarbeid uten ekstra godtgjørelse, tilpasse arbeidsinnsatsen etter sesongbehovet, osv. Dette er en fordel som trolig veier tungt i jordbruket, og som går tapt hvis bedriften skal ha mange leide arbeidstakere.

d. Tap på grunn av sykdommer

Særlig når det gjelder husdyr blir det ofte hevdet at smittsomme sykdommer vil redusere lønnsomheten ved storproduksjon. En lignende virkning kan tenkes for enkelte planteproduksjoner.

En kan kanskje forklare denne virkningen slik: Dersom en smittsom sykdom kommer inn i besetningen, vil det bli et tap som kan tenkes å øke proporsjonalt med besetningsstørrelsen. Siden det er snakk om proporsjonalitet mellom produksjonsomfang og sykdomstap, er det altså her ikke noen ulemper ved storproduksjon. Men sjangsen for å få inn en smittsom sykdom kan tenkes å øke med stigende besetningsstørrelse, fordi en større besetning får en større "kontaktflate" med omverdenen. Tilsammen vil dette resultere i en tendens til større sykdomstap i større besetninger.

e. Høyere faktor-priser

Vi har tidligere nevnt muligheten for lavere priser ved kjøp av driftsmidler i større omfang. Det er også tilfelle der en bedrift bare kan få kjøpt mere innsatsfaktorer ved å betale en høyere pris, f.eks. fordi råvarer må transporteres inn fra et større område, eller fordi råvareleverandørene har stigende grensekostnader ved sin produksjon.

C. Størrelse-virkninger i produkt-markedet

Ovenfor har vi nevnt muligheten for størrelses-virkninger i faktormarkeder. Disse vil være med på å bestemme kostnadskurvenes form. Tilsvarende virkninger i produkt-markedet vil ikke direkte kunne påvirke kostnadskurvene, men kan påvirke lønnsomheten ved produksjon i stort eller lite omfang.

For produkter hvor tilbudet kommer fra mange produsenter, vil større produsenter undertiden kunne oppnå en bedre pris "levert ved bedriften". Som eksempel kan en minne om den "kostnadsbetingete avregning" som praktiseres ved en del samvirkeorganisasjoner.

For produkter hvor markedet er dominert av noen få store produsenter (monopol og oligopol-situasjoner) kan en slik bedrift ofte bare regne med å få solgt større produktmengder dersom den nøyer seg med en lavere pris.

D. Vekst gjennom økning i vare-sortiment

I stedet for å øke produksjonsomfanget av ett vareslag, kan en bedrift vokse gjennom å ta opp produksjon av nye produkter, mens den produserer uendret mengde av tidligere produkter.

Hvorvidt en slik vekst fører til størrelses-fordeler på kostnadssiden avhenger av produksjonens natur. En kan oppnå slike størrelsesfordeler dersom en del av de samme udelelige driftsmidler, (og spesialisert arbeidskraft) kan utnyttes ved forskjellige produksjoner, eller dersom en kan bruke de samme innsatsfaktorer og kan oppnå størrelsesfordeler i markedene for disse faktorene. Mange av de forhold som virker til størrelses-ulemper for enkelt-produksjoner kan også gi størrelses-ulemper ved vekst gjennom øket varesortiment. Alt i alt kan en kanskje si at størrelsesfordelene på kostnadssiden ved vekst gjennom øket varesortiment ikke er så store som ved øket produksjonsomfang av ett og samme produkt.

Når mange bedrifter, og særlig de virkelig store konserner, likevel ser ut til å legge vekt på øket varesortiment kan det skyldes et par andre forhold. Dels er markedene for de enkelte produkter begrenset, slik at større produktmengder av ett og samme produkt bare kan selges til lavere priser. Dels kan et øket varesortiment redusere risikoen. Siden vi her drøfter produksjonsteori under en forutsetning om sikkerhet, vil det passe å vente med diskusjonen om dette siste forholdet til senere.

E. Empiriske undersøkelser

Det er gjort et stort antall empiriske undersøkelser der en med støtte i tallmateriale fra virkeligheten har søkt å belyse en del av de spørsmålene som er diskutert ovenfor.

1. Kostnadsundersøkelser

Ved kostnadsundersøkelser har en ofte søkt å komme fram til langtidskurver av samme art som i fig. 6.1. Metodikken ved slike undersøkelser har vært forskjellig.

Dels har en samlet inn regnskapsmateriale som viser kostnadene ved bedrifter innen samme vareområde, men av forskjellig størrelse. Ved et tilfeldig utvalg får en gjerne med både effektive og godt ledete bedrifter, og mindre effektive bedrifter. Det er ofte hevdet at vi bare er interessert i størrelsesvirkningene under forutsetning av effektiv produksjon. Når en trekker opp langtidskurven skulle en, for hvert produksjonsomfang, gå ut fra gjennomsnittskostnadene til de bedrifter som ligger lavest i kostnader.

Dels har en nøyet seg med å samle inn tall fra et mindre antall effektive bedrifter av forskjellig størrelse. Så har en søkt å beregne seg fram til korttidskurvene for hver slik bedrift, og på grunnlag av disse korttidskurvene trukket opp langtidskurven som en "innhyllningskurve".

Dels har en søkt å kalkylere seg fram til kurvene helt og holdent på grunnlag av syntetiske modeller. De data som inngår i modellene har en imidlertid skaffet seg på grunnlag av empiriske undersøkelser.

Felles for resultatene fra disse forskjellige typer av undersøkelser har gjerne vært at en får et betydelig fall i totale gjennomsnittskostnader ved å gå fra mindre til større bedrifter, men at kurven etter hvert "flater ut". Imidlertid har en meget sjelden klart å påvise noen stigende gren, slik som antatt i teorien. Det ser altså ut til at de forhold som vi har tenkt oss skulle gi "størrelses-ulemper", ikke er så viktige under de fleste praktiske forhold.

2. Lønnsomhetsundersøkelser

I stedet for å se bare på kostnadssiden av regnskapet, kan en studere den totale lønnsomheten ved produksjon i forskjellig omfang. Som vi alt har vært inne på, er det da flere ting som kan gi størrelses-virkninger. Også produktprisene kan variere med produksjonsomfanget.

Ved regnskapsundersøkelser i jordbruket er det vanlig å gruppere brukene etter størrelse, og beregne forskjellige lønnsomhetsmål[1/] for de forskjellige størrelsesgrupper. I stedet for gruppering kan en beregne regresjoner, og får da en kurve som viser vedkommende lønnsomhetsmål som funksjon av bedriftsstørrelsen. Som "størrelseskriterium" har det vært vanlig å bruke innmarksarealet, men det kan også komme på tale å bruke andre kriterier, som f.eks. produksjonsomfanget.

Nå bør en være oppmerksom på at ved slike undersøkelser varierer produktslag og produksjonssammensetning som regel med bruksstørrelsen, og de endringer i lønnsomhet som en finner, kan både skyldes endringer i produktsammensetning og i bruksstørrelse.

Norske undersøkelser av dette slaget har som oftest vist høyere lønnsomhet ved økende bruksstørrelse helt opp til de største størrelser som er med i materialet. Nå har en som kjent svært få virkelig store jordbruk i Norge, og vi vet ikke hvordan det ville gå om vi hadde hatt slike. Ved danske regnskapsundersøkelser, hvor også flere store bruk er representert, har en gjerne funnet at tendensen til øket lønnsomhet ved økende bruksstørrelse opphører når en kommer over en viss grense. Det er vanlig anntatt at det i første rekke er "familiebedrift-fordelen" som gjør at de aller største bruk ikke viser bedre lønnsomhet[2/] enn de noe mindre.

1/ F.eks. "forrentningsprosent" eller "lønnsevne pr. årsverk".

2/ Målt som forrentningsprosent.

En del slike lønnsomhetsundersøkelser er utført på grunnlag av helt syntetiske modeller. I Sverige har professor Hjelm brukt lineær programmering til å beregne lønnsomhetsvirkningen av øket bruksstørrelse.[1/] En fordel ved slike modeller er at en får fjernet alle de tilfeldige variasjonsårsaker som kommer inn når en samler inn regnskapsresultater fra et antall enkeltbruk. En annen fordel er at en også kan beregne virkningen av bruksstørrelser som en ikke kan skaffe regnskapsmateriale fra i virkeligheten. Faren er selvsagt at en ikke har sikkerhet for at de forutsetninger som modellen bygger på er tilstrekkelig realistiske til å gi pålitelige resultater.

3. Produktfunksjonsberegninger.

Hvis en hadde kjent produktfunksjonen for en bedrift og faktorprisene, ville det være lett å bestemme kostnadsfunksjonene. Hvis en i tillegg kjenner produktprisene, kunne en lett komme fram til lønnsomheten ved ulike bedriftsstørrelser.

Vi har tidligere nevnt forsøk på å anslå slike produktfunksjoner på grunnlag av innsamlete data [2/]. Resultatene av slike funksjonsberegninger på norske data har alltid vist en passuskoeffisient større enn 1. Dette vil bl.a. si at, under forutstning om konstante faktorpriser, gjennomsnittskostnadene vil synke med øket produksjonsomfang innen det størrelsesområde som funksjonen gjelder.

F. Noen samfunnsmessige vurderinger

Mange vil kanskje slutte at samfunnet vil være interessert i økt bedriftsstørrelse opp til det punkt hvor en får lavest mulig totale gjennomsnittskostnader.

En diskusjon om disse forholdene hører inn under fagområdet "økonomisk politikk", og en skal her bare nevne noen andre forhold som det kanskje vil bli tatt hensyn til i en samfunnsmessig vurdering:

[1/] Publisert i Statens Offentlige Utredninger (SOU), 66, 1963.

[2/] Se side 3.10.

a) Et ønske om å ha så mange bedrifter innenfor en bransje at det blir effektiv konkurranse, dels fordi en tror dette vil øke effektiviteten innenfor den enkelte bedrift, og dels fordi en er redd for at en monopolbedrift vil føre en prispolitikk som er uheldig ut fra en samfunnsøkonomisk synsvinkel.

b) Frykt for sterke maktkonsentrasjoner som ikke står under demokratisk kontroll.

c) Velferdsmessige fordeler ved at flest mulig samfunnsmedlemmer er "sin egen arbeidsherre".

d) Befolkningspolitiske målsettinger, distriktsutbygging, hensyn til den nåværende bosettingsstruktur.

I norske diskusjoner omkring bruksstørrelse i jordbruket har i virkeligheten kostnads-synspunktet kommet forholdsvis lite fram. Vi skal nevne fire forskjellige utsagn som en ofte hører. Av disse er det bare den siste som direkte opererer med kpstnadsbegrepet, mens nr. 2 også er beslektet med dette:

a) "Brukene bør være så store at de gir familien på bruket en gitt inntekt".

b) "Brukene bør være så store at de gir full produktiv sysselsetting for familiens arbeidskraft"

c) "Brukene bør være så store at de gir familien størst mulig inntekt"

d) "Brukene bør være så store at produksjonen kan skje med minst mulig kostnader pr. produktenhet"

VII. LINEÆR OG IKKE-LINEÆR PROGRAMMERING

A. Innledning

Den "klassiske"produksjonsteorien som vi har gjennomgått tidligere, bruker en bestemt del av matematikken som hjelpemiddel: nemlig funksjonslæren med differential- og integralregning. Denne grenen av matematikken er meget vel anvendelig til å formulere generelle økonomiske problemer og til å utlede kriterier for økonomiske optimum. Den har derfor lenge spilt en meget viktig rolle i økonomisk teori.

Denne grenen av matematikken ble opprinnelig utformet for å brukes som redskap til helt andre formål. En av skaperne var Newton, som trengte et slikt redskap for å kunne beskrive planetenes baner rundt sola. Senere har denne grenen av matematikken funnet anvendelser innenfor en lang rekke forskjellige fagområder, bl.a. innen fysikk, kjemi, ingeniørfag, økonomi og flere.

Dette nevnes fordi det viser skillet mellom matematikken som sådan, og de teorier og modeller innenfor de forskjelligste fagområder som utformes med matematikk som hjelpemiddel. Også når det gjelder lineær programmering er det nyttig å gjøre et tilsvarende skille. Den matematiske metoden som vi kan kalle"lineær programmering" ble riktignok utviklet nettopp for å tjene som hjelpemiddel ved utforming av økonomiske modeller, på samme måte som Newton utviklet infinitesimalregningen for å bruke den som hjelpemiddel i sine gravitetsmodeller. Ikke desto mindre er det nyttig å skille mellom lineær programmering <u>som matematisk metode</u>, og økonomiske modeller utformet <u>ved hjelp av</u> lineær programmering.

Dette har bl.a. betydning for spørsmålet om økonomiske modeller som bygger på lineær programmering gir resultater som er "riktige" eller "realistiske". Den matematiske metoden som sådan er avgjort riktig, i den forstand at den gir oss det riktige svar på det matematiske problem som en har formulert. Men spør vi om den løsningen som vi får på et økonomiske problem ved å bruke lineær programmering som hjelpemiddel er "riktig", vil svaret avhenge av om vi i vår modell har lykkes i å beskrive den økonomiske virkeligheten med en rimelig grad av tilnærming.

Har økonomiske modeller som bygger på lineær programmering noen fortrinn fremfor de "klassiske" modellene som bygger på funksjonslæren ? I visse tilfeller har de nok det, og det er to grunner:

De kan lettere utformes som "operative" modeller, og de gjør det mulig å arbeide både med likheter og ulikheter, mens de klassiske modellene bare kan arbeide med likheter.

Hvis en modell er av slik natur at de størrelsene som inngår i modellen kan tallfestes, og en kan bruke modellen til å finne løsninger på problemer som en er interessert i (f.eks. å forutsi noe som vil skje i fremtiden, eller å finne fram til optimal faktorinnsats), sier en at modellen er operativ. I prinsippet er den klassiske produksjonsteorien operativ, men i praksis er det ofte uhyre vanskelig å tallfeste de produktfunksjoner som teorien forutsetter at en kjenner. Vi har diskutert en del slike forsøk på å bruke den klassiske produksjonsteorien som "operativ" metode, og så at det nok er gjørlig for en del meget enkle problemstillinger (f.eks. når det gjelder å fastlegge optimal gjødselinnsats), men at en selv for så enkle problemer møter mange vanskeligheter. Når det gjelder å legge opp en produksjonsplan for en hel bedrift, blir de praktiske problemene for store. Dette er i hvert fall meget lettere om en vil bruke modeller som bygger på lineær programmering. Ved lineær programmering må en gjøre visse forenklende forutsetninger, som på noen måte kan være mindre "realistiske" enn dem en gjør i den klassiske teorien. Dette er den prisen som en må betale for å komme fram til en operativ metode.

På en annen måte har modeller som bygger på lineær programmering en avgjort fordel fremfor de klassiske modellene når det gjelder realisme. Også i klassiske modeller kan en sette inn forskjellige restriksjoner. Det kan f.eks. være nødvendig å sette inn restriksjoner som sier at en ikke må bruke mer areal enn det en disponerer, ikke mer bygninger enn en disponerer, osv. I de klassiske modellene må imidlertid disse restriksjonene settes inn som strenge likheter. D.v.s. vi sier at en skal bruke akkurat et bestemt areal, akkurat en bestemt bygningskapasitet, osv. Under diskusjonen om "faste"driftsmidler så vi at det i en del tilfeller kan lønne seg ikke å utnytte kapasiteten på et driftsmiddel fullt ut. Dette er det vanskelig å ta hensyn til i en "klassisk" modell, mens en ved bruk av lineær programmering lett kan sette inn restriksjoner som sier at en ikke må bruke <u>mer</u> enn en gitt mengde av en gitt produksjonsfaktor, men gjerne kan bruke mindre dersom dette er lønnsomt.

I dette kurset vil vi ikke forsøke å forklare den matematiske metoden lineær programmering som sådan. Vi vil starte med et økonomisk planleggingsproblem, og forsøke å vise hvordedes dette problemet kan formuleres på den måten som den matematiske metoden forutsetter. Selve løsningsteknikken vil vi ikke komme inn på. I praksis vil en gjerne overlate selve den numeriske løsningen til en elektronisk databehandlings-sentral. De som skal arbeide videre med dette området bør nok avgjort også sette seg inn i den matematiske metoden, men det er fullt mulig å formulere og skaffe seg løsninger på økonomiske problemer ved hjelp av lineær programmering uten at en behersker den matematiske metoden som sådan.

B. Begrepet "prosess" eller "activity"

Når en skal bruke lineær programmering til å utforme økonomiske modeller, spiller begrepet "prosess" en viktig rolle. I engelsk-språkåig litteratur bruker en betegnelsen "process" eller "activity", som står for det samme. Lineær programmering blir også undertiden på engelsk kalt "activity analysis".

Med en prosess mener vi en bestemt måte til å utføre en økonomisk oppgave, kjennetegnet ved et bestemt og fast forhold mellom de forskjellige produksjonsfaktorer som settes inn, og mellom disse og mengdene av det (eller de) produkter som kommer ut. 1/

Når vi stiller opp en prosess, gjør vi altså to forutsetninger: For det første at de forskjellige produksjonsfaktorer vil bli kombinert i et fast forhold, og for det andre at vi har å gjøre med en produktfunksjon som er av slik natur at passus-koeffisienten er lik 1: Vi forutsetter at om vi øker innsatsen av samtlige produksjonsfaktorer med en gitt prosent, vil utbyttet øke med samme prosent.

Den første forutsetningen er ikke særlig vanskelig å godta, for dersom vi ønsker å studere virkningen av varierende forhold mellom forskjellige produksjonsfaktorer, har vi full anledning til å gjøre dette ved å sette inn i modellen flere forskjellige prosesser med ulike forhold mellom de enkelte faktorene. Vi vil ta et tenkt eksempel for byggproduksjon.

1/ Se også: Harald Giæver: Prosessmetoden (N.L.I., særmelding nr. 21, 1961), s. 9 - 11.

Innsats av areal, dekar	1	1	1	1	1
" såvare, kg	2o	2o	2o	2o	2o
" arbeid, timer	3	3	3	3	3
" fullgjødsel,kg	1o	2o	3o	4o	5o
Utbytte av korn, kg	22o	25o	27o	28o	28o

De fem kolonnene representerer forskjellige prosesser for byggproduksjon. I dette eksemplet er det gjødselinnsats pr. dekar og avling pr. dekar som er forskjellig. Hvis vi vil undersøke hvilken gjødselmengde (av disse fem alternativene) det er som gir det beste økonomiske resultat, kan vi sette alle fem prosesser inn i programmeringsmodellen, og vil få svaret ut.

I motsetning til eksemplet ovenfor representerer de fem kolonnene i eksemplet nedfor en og samme prosess. Her er forholdet mellom de enkelte innsatsfaktorer og mellom innsatsfaktorer og utbytte det samme i alle fem kolonner. Det er bare produksjons-skalaen som skiller de fem kolonnene fra hverandre:

Innsats av areal, dekar	o,5	1	5	1o	1oo
" såvare, kg	1o,o	2o	1oo	2oo	2ooo
" arbeid, timer	1,5	3	15	3o	3oo
" fullgjødsel, kg	2o,o	4o	2oo	4oo	4ooo
Utbytte av korn, kg	14o.o	28o	14oo	28oo	28ooo

Forutsetningen om at produktfunksjonen er av pari-passu-karakter, eller som vi ofte sier, at det er direkte proporsjonalitet mellom innsats og utbytte, kan noen synes er vanskelig å godta. Her skal vi bare minne om at når vi har snakket om loven om den avtakende utbytteøkning, har vi alltid forutsatt at mens innsatsen av en eller flere produksjonsfaktorer blir øket, blir innsatsen av en eller flere andre faktorer holdt konstant. Da regner vi normalt med før eller senere å nå et punkt hvor ytterligere økning av de variable faktorer gir avtakende utbytteøkning. Hvis vi forutsetter at alle faktorer som inngår i vedkommende produksjon blir øket samtidig og proporsjonalt, vil det i de fleste tilfeller ikke være så vanskelig å godta forutsetningen om at også mengdene av produkter øker i samme forhold.

Som oftest er det ikke særlig vanskelig å stille opp en modell slik at forutsetningen om proporsjonalitet mellom innsats og utbytte innenfor hver enkelt prosess kan godtas i hvert fall som en rimelig tilnærming til virkeligheten. Av og til finner vi det nødvendig å sette øvre og nedre skranker på en prosess, slik at vi sier at den gjelder bare innenfor et nærmere bestemt omfangsintervall.

De fem kolonnene i eksemplet nærmest ovenfor representerer en og samme prosess. Vi kunne ha nøyet oss med å skrive ned en av de fem kolonnene. Tallene i de andre kolonnene kan en få fram ved å multiplisere alle tall i den ene kolonnen med en og samme skala-faktor. Hvis vi som utgangspunkt hadde bestemt oss for å bruke kolonne nr. 2, ville skalafaktoren for kolonne nr. 1 ha blitt o,5, for kolonne nr. 3 ville den ha blitt 5,o, osv.

Når vi stiller opp prosesser, velger vi gjerne samtidig en enhet for hver prosess. Vi står helt fritt i dette valget, og alle fem kolonner ovenfor kunne brukes som enhet. Ved oppstilling av produksjonsmodeller for jordbruksbedrifter faller det ofte naturlig å bruke 1 dekar som enhet for prosesser for planteproduksjoner, 1 årsku som enhet for prosesser for melkeproduksjon, etc. For mindre husdyr bruker en ofte et større antall som enhet, f.eks. 1o slaktegriser, 1oo høner, etc. Men det er ingen fast regel som sier hva en bør velge. Det er imidlertid hensiktsmessig å velge slike enheter at tallene i kolonnene for de forskjellige prosessene blir av noenlunde samme størrelsesorden.

C. Begrepet "skranker" eller "restriksjoner"

Hvis en bedrift prøver å øke produksjonsomfanget ved å øke omfanget av en eller flere prosesser, vil det før eller senere dukke opp hindringer for ytterligere økning. En slik hindring, som begrenser omfanget av en eller flere prosesser, kaller vi en skranke eller en restriksjon.

Mange skranker skyldes begrenset størrelse av det faste produksjonsapparatet. Vi kan ikke ha større samlet planteproduksjon enn arealet tillater, ikke større husdyrhold enn bygningene tillater, og hvis en ikke kan regne med å leie ubegrenset med ekstrahjelp, vil tilgangen på arbeidskraft i forskjellige tidsperioder begrense omfanget av alle prosesser som krever arbeid. Men noen skranker kan ha andre årsaker, f.eks. begrensete avsetningsmuligheter for produktet eller begrenset tilgang på produksjonsfaktorer som kjøpes på markedet. Iblant vil en sette skranker på enkelte produksjoner av andre grunner, f.eks. fordi en anser visse produksjoner for å være særlig risikopregete og derfor ikke vil ha dem med i produksjonsplanen i et alt for stort omfang.

D. Det økonomiske utbyttet av en prosess

Dersom prisene på produkter og på produksjonsfaktorer ikke avhenger av produksjonsomfanget, vil også salgsinntektene og de variable faktorkostnadene forbundet med en prosess variere proporsjonalt med omfanget av vedkommende prosess. Differansen mellom inntekter og variable kostnader kaller vi for dekningbidrag. For hver prosess kan vi stille opp en kalkyle over dekningsbidrag pr. enhet av prosessen:

	Inntekter pr. enhet
-	variable kostnader pr. enhet
=	dekningsbidrag pr. enhet

Vi forutsetter altså at også dekningsbidraget fra en prosess er proporsjonalt med omfanget av vedkommende prosess.

Når vi stiller opp modeller for produksjonsplanlegging med lineær programmering, tar vi gjerne med bare de salgsinntekter og de kostnader som er direkte knyttet til denne prosessen. Hvis vi for eksempel har en prosess for høyproduksjon, men høyet ikke selges fordi det brukes i egen melkeproduksjon, ville ikke inntektene fra høyet komme med ved beregning av dekningsbidraget. Høy-prosessen kan da få et negativt tall i linjen for økonomisk utbytte. I dette tilfellet er det kanskje best ikke å bruke betegnelsen dekningsbidrag. 1/ I den totale modellen kommer verdien av høyet fram via en skranke som sier at det ikke må brukes mer høy i melkeproduksjonen enn det produseres av de høy-produserende prosesser. Inntektene fra høyproduksjonen kommer fram gjennom salgsinntektene fra melkeproduksjon. Det er ofte hensiktsmessig å stille opp modellene på en slik måte at det økonomiske utbyttet fra en del prosesser bare kommer til syne indirekte.

1/ Noe annet vanlig brukt ord har vi ikke, men symbolsk betegner en vanligvis tallet for "direkte salgsinntekter - direkte variable kostnader" med symbolet c_j, der j står for prosessens nummer i modellen.

E. Et enkelt eksempel

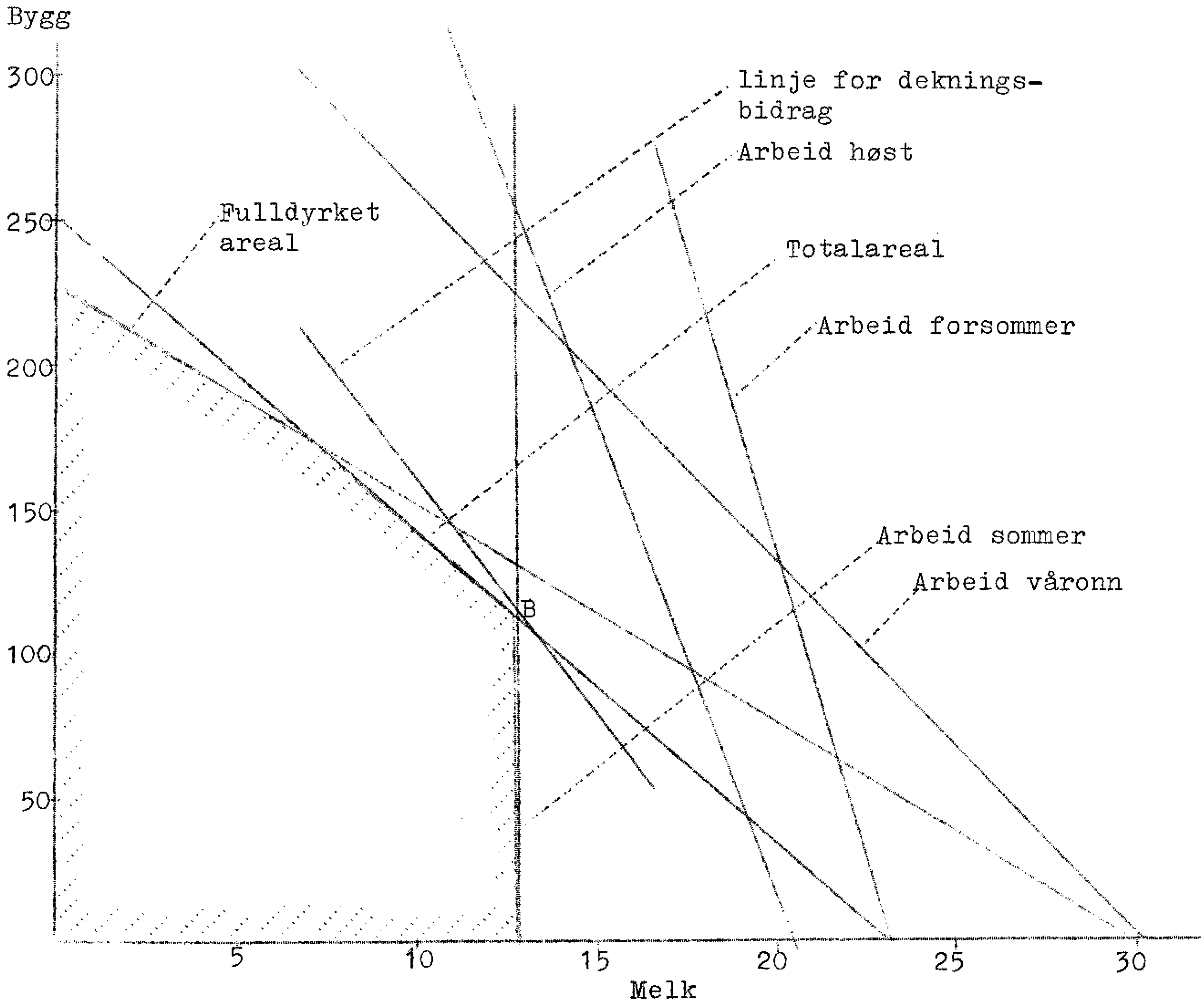
Nedenfor har en ført opp de nødvendige data for et enkelt problem som kan løses gjennom lineær programmering. Det er bare to prosesser, en for melkeproduksjon og en for byggproduksjon. Som enhet for melkeproduksjonsprosessen har en valgt 1 årsku, og som enhet for byggprosessen 1 dekar. Bruket har visse disponible mengder av forskjellige ressurser, og innenfor rammen av disse ressursene gjelder det å sette opp en samlet produksjonsplan som gir størst mulig fortjeneste. Fortjenesten kan defineres som "inntekter - variable kostnader - faste kostnader". Vi forutsetter at de faste kostnadene vil bli de samme for alle alternativer, og en kan følgelig nøye seg med å søke den produksjonsplanen som maksimerer dekningsbidraget ("inntekter - variable kostnader").[1/]

	Disp. mengde	Melk	Bygg
Dekningsbidrag, kroner		2272	144
Skranker:			
Totalareal, dekar	251	1o,7	1,o
Fulld. areal, dekar	236	7.8	1.o
Arbeid vår, timer	535	17,7	1,4
" forsommer, "	412	17,5	o,2
" sommer, "	544	41,3	0
" høst, "	1184	56.o	1,5

I dette enkle problemet med bare to prosesser kan en løse problemet grafisk. I fig. 7,1 har en trukket linjer som representerer de forskjellige skrankene. Når det gjelder skranken for totalareal, tillater denne skranken et omfang av enten $\frac{251}{1o,7}$ = 23,5 enheter av melkeproduksjon, eller $\frac{251}{1,o}$ = 251 enheter av byggproduksjon, eller en kombinasjon av melkeproduksjon og byggproduksjon som svarer til en rett linje mellom 23,5 på melkeproduksjon-aksen og 251 på byggproduksjon-aksen. Denne skranken begrenser altså omfanget av de to prosessene til punkter som ligger <u>på</u> denne linjen eller <u>nedenfor og til venstre</u> for denne linjen.

1/ Vi forutsetter altså at ingen av de faste kostnadene er av typen "sprangvis faste" eller "driftsavhengig faste".

Fig. 7.1



På tilsvarende måte kan en trekke linjer som representerer de andre skrankene. Vi har også to skranker som ikke går fram av oppstillingen ovenfor, men som sier at hverken melkeproduksjonsprosessen eller byggprosessen kan komme inn i planen i negativt omfang. Det punkt i diagrammet som skal representere produksjonsplanen, må altså ligge i første kvadrant.

Til sist kan vi spørre hvilke punkter i diagrammet er slik at de representerer produksjonsplaner som ikke kommer i konflikt med <u>noen</u> av de gitte skrankene. Det er alle punkter som ligger på eller innenfor den begrensningslinjen som er markert ved skråstreker. Vi har fått fram en polygon som representerer det "mulige" område, eller som det undertiden kalles, det "admissible" området i diagrammet. Vi ser at i dette eksemplet er noen av de oppgitte skrankene egentlig uten interesse, fordi det alltid vil være andre skranker som begrenser løsningen mer enn disse skrankene kan gjøre.

Vi vil nå finne det punkt i det admissible området som gir høyest mulig totalt dekningsbidrag. Vi finner dette ved å trekke en rett linje av formen A = 2272 x (omfang av melkeproduksjon) + 144 x (omfang av byggproduksjon), og parallellforskyve denne linjen inntil den ligger så langt ut til høyre i diagrammet som den kan dersom noe av linjen skal være innen det admissible området. Dette blir det hjørnet i polygonen som er merket B, og dette representerer den optimale produksjonsplanen. Den optimale planen blir slik:

Melkeproduksjon	13,17	enheter
Byggproduksjon	110,1	"

Totalt dekningsbidrag ved denne planen blir:

$$13{,}17 \times 2272 + 110{,}1 \times 144 = 45.777 \text{ (kroner)}$$

Vi ser at ved denne planen vil en nytte totalarealet og disponibel arbeidsmengde i sommerperioden fullt ut, mens de andre skrankene ikke blir effektive.

I dette eksemplet kunne vi finne løsningen grafisk fordi det bare var to prosesser. Med tre prosesser kunne en ha brukt en tilsvarende fremgangsmåte i et tredimensjonalt akse-system, men dette ville selvfølgelig ha vært tungvint, og med mer enn tre prosesser kan en overhode ikke representere problemet grafisk på denne måten. Dersom antallet av skranker bare hadde vært to, kunne en ha brukt en lignende grafisk fremgangsmåte selv om antallet prosesser hadde vært større. Men i det generelle tilfelle med mange prosesser og mange skranker må en bruke en algebraisk fremgangsmåte.

F. Algebraisk formulering

Dersom vi kaller omfanget av melkeproduksjon for x_1 og omfanget av byggproduksjon for x_2, kan en skrive problemet i algebraisk form slik:

Maksimer $2272{,}0\, x_1 + 144{,}0\, x_2$

under bibetingelsene:

$$
\begin{aligned}
10{,}7\, x_1 &+ 1{,}0\, x_2 \leqslant 251 \\
7{,}8\, x_1 &+ 1{,}0\, x_2 \leqslant 236 \\
17{,}7\, x_1 &+ 1{,}4\, x_2 \leqslant 535 \\
17{,}5\, x_1 &+ 0{,}2\, x_2 \leqslant 412 \\
41{,}3\, x_1 &+ 0\, x_2 \leqslant 544 \\
56{,}0\, x_1 &+ 1{,}5\, x_2 \leqslant 1184 \\
& x_1 \geqslant 0 \\
& x_2 \geqslant 0
\end{aligned}
$$

Hvis vi erstatter tallene med bokstav-symboler, kan vi få en mer generell formulering:

Maksimer $\sum_j c_j x_j$ (7.1)

under bibetingelsene $\sum_j a_{ij} x_j \leqslant s_i \quad (i = 1, \ldots\ldots, m)$ (7.2)

$x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, \ldots\ldots, n)$ (7,3)

I praksis kan vi regne med at ethvert problem som kan formuleres på denne måten og som ikke er alt for stort, kan løses nummerisk ved hjelp av elektroniske regnemaskiner, såfremt noen løsning i det hele tatt finnes.[1/] Mindre problemer kan en løse "for hand" ved hjelp av vanlige kontor-kalkuleringsmaskiner, men dette er svært tidkrevende.[2/]

For bare å antyde litt om løsningsmetodikken, kan en si: Det kan vises at det antall variabler som får positive verdier i løsningen, alltid er lik antallet av skranker som blir effektive. I eksemplet ble begge de to variablene positive, og to av skrankene (på totalareal og på sommerarbeid) ble effektive. Hvis vi hadde visst dette på forhånd, kunne vi ha funnet optimalløsningen ved å løse dette ligningssystemet:

$$
\begin{aligned}
10{,}7\, x_1 &+ 1{,}0\, x_2 = 251 \\
41{,}3\, x_1 &+ 0\, x_2 = 544
\end{aligned}
$$

1/ Det hender at skrankene er formulert slik at de er innbyrdes motstidende, og at det derfor ikke finnes noen løsning. I slike tilfelle finnes det altså ikke noe admissibelt område.

2/ Problemer med tre-fire skranker og tre-fire prosesser kan det ta et par timer å løse "for hand". Et problem med omtrent 15 skranker og like mange prosesser krevde et par uker. En stor EDB-maskin ville løse det på mindre enn et minutt.

Dette gir løsningen: $x_1 = 13,17191$
$x_2 = 110,06054$

Totalt dekningsbidrag blir: 13,17191 x 2272 + 110,06054 x 144 =
= 45.775.30 (kroner)

Løsningen av et lineær programmeringsproblem har meget til felles med løsningen av et lineært ligningssystem. Men det er mer komplisert, fordi vi ikke vet på forhånd hvilke variabler som skal bli positive og hvilke skranker som skal bli effektive i optimal-løsningen.

Det er utarbeidet forskjellige regnemetoder eller algoritmer for å finne den optimale løsning. Den mest kjente og brukte er Simplex-algoritmen. Hvis en vil forstå metoden til bunns, må en først lære seg såkalt "matrise-algebra", og det vil føre for langt å gå inn på dette her. En kan imidlertid også lære seg regneteknikken rent "kokebok-messig".[1/]

G. Dual-problem og skyggepriser

Vi kunne spørre: Hva vil skje med optimalløsning og med totalt dekningsbidrag i eksemplet ovenfor, dersom vi kan øke tilgangen på noen av de begrensete ressursene ?

Dersom vi øker tilgangen på noen av de ressursene som ikke utnyttes fullt ut (så tilsvarende skranker ikke er effektive) skjer det ingen ting. Optimalløsning og totalt dekningsbidrag er uendret.

Om vi derimot i eksemplet øker tilgangen på totalareal med f.eks. 1 dekar, ser vi av fig. 7,1 at den linjen som representer-er tilsvarende skranke vil forskyves litt utover mot høyre. Hjørnet B, som representerer optimalløsningen, vil også forskyves litt. Omfanget av melkeproduksjon blir i dette tilfellet det samme som før, men omfanget av kornproduksjon øker. Dersom vi øker til-gangen på arbeidskraft i sommerperioden med f.eks. 1 time, er det linjen for tilsvarende skranke som forskyves. Omfanget av melke-produksjon vil da øke litt, og omfanget av byggproduksjon vil reduseres noe.

Vi kunne finne virkningen ved å løse det samme lignings-systemet som før, men med nye verdier på høyresiden av likhets-tegnet.

1/ En slik kokebok-beskrivelse finner en i: Harald Giæver og Magne Heggdal, Innføring i Simplex-metoden (N.L.I., stensilert melding, 1963).

Med 1 dekar større totalareal blir systemet:

$$10{,}7\ x_1 + 1{,}0\ x_2 = 252$$
$$41{,}3\ x_1 + 0\ x_2 = 544$$

Dette gir løsningen: $x_1 = 13.17191$

$x_2 = 111{,}06054$

Totalt dekningsbidrag blir: 13,17191 x 2272 + 111,06054 x 144 =

= 45,919,30 (kroner)

Økningen i totalt dekningsbidrag er 45.919,30 - 45.775,30 =

= 144.00 (kroner)

Med 1 time mer arbeidskraft i sommerperioden blir systemet:

$$10{,}7\ x_1 + 1{,}0\ x_2 = 251$$
$$41{,}3\ x_1 + 0\ x_2 = 545$$

Dette gir løsningen: $x_1 = 13{,}19613$

$x_2 = 109{,}80141$

Totalt dekningsbidrag blir: 13,19613 x 2272 + 109,80141 x 144 =

= 45.793,01 (kroner)

Økningen i totalt dekningsbidrag er: 45,793,01 - 45.775,30 =

= 17,71 (kroner)

Vi kan altså få noen flere informasjoner ut av problemet enn bare optimalløsningen og det totale dekningsbidrag. Matematisk kan det vises at det til ethvert lineær programmeringsproblem også svarer et såkalt "dual-problem". Hvis primærproblemet slik som her er et maksimeringsproblem, blir dualproblemet et minimeringsproblem, og omvendt.

Dersom primærproblemet er formulert som i (7.1) - (7.3), kan vi formulere dualproblemet slik:

Vi innfører noen nye variabler som vi kan kalle u_i, slik at det er en u-variabel for hver skranke i primærproblemet. Oppgaven er nå:

Minimer $\sum_i s_i u_i$ (7.4)

under bibetingelsene $\sum_i a_{ji} u_i \geq c_j \quad (j = 1,\ldots\ldots,n)$ (7,5)

$u_i \geq 0 \quad (i = 1,\ldots\ldots,m)$ (7,6)

Når en løser et lineær programmeringsproblem ved Simplex-metoden, løser en samtidig dualproblemet. Dette er altså "innebygget" i løsningsmetodikken. Hvis f.eks. problemet gjelder produksjonsplanlegging på et gardsbruk, vil en som resultat av løsningen for det første få oppgitt den optimale driftsplanen, men en vil også få oppgitt en rekke verdier som tilsvarer u - variablene i formuleringen ovenfor, og som vi gjerne kaller "skyggepriser".

Tolkningen av skyggeprisene avhenger av hva primær-problemet representerer. I dette tilfelle gir skyggeprisene økningen i totalt dekningsbidrag pr. enhets økning i ressursene. Hvis en skranke ikke er effektiv blir den tilsvarende skyggeprisen 0.

Skyggeprisene gir nyttige tilleggsinformasjoner. Det er en sterk likhet mellom "skyggeprisene" som vi får ut av en lineær programmeringsløsning, og "grenseproduktiviteten uttrykt i verdi" som vi får i den klassiske produksjonsteorien. Men hvis vi tenker oss å øke mengden av en begrenset ressurs, og en bruker en modell basert på "klassisk" teori, vil "grenseproduktiviteten uttrykt i verdi" gjerne synke kontinuerlig med økning i den begrensete ressursen. I en lineær programmeringsmodell vil skyggeprisen holde seg konstant innenfor et avgrenset område, for så å synke sprangvis ned til et lavere nivå. Dette skyldes den ulike formulering av problemene.

H. Et mer realistisk eksempel

I eksemplet i avsnitt E var det bare to prosesser. I tabell 7.1 har en ført opp data for et mer omfattende problem. Dette eksemplet er tatt fra det samme reelle planleggingsproblemet som forrige eksempel, men det er føyet til noen flere skranker og mange flere prosesser. Også dette er en forenkling i forhold til det opprinnelige problemet som ble formulert og løst gjennom lineær programmering. Når en har brukt lineær programmering ved produksjonsplanlegging i landbruket her i landet, har en ofte arbeidet med modeller som inneholder ca. 15 skranker og 15-2o prosesser.

I tabell 7.1 er de enkelte prosessene gitt betegnelsene P_1, P_2 o.s.v. Skrankene blir gjerne nummerert på lignende måte. Hvis vi betegner omfanget av P_1 som x_1, o.s.v., er optimalløsningen på dette problemet slik:

Tabell 7.1

Skranke	Ressurs	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8
	$c_j \rightarrow$	2272	1369	125	144	112	265	178	-45
		Melk	Flesk/ bygg	Flesk/ kr.for	Bygg	Havre	Potet	Timot. frø	Leie sesong-hjelp
Areal, Total	251	1o,7	8,o		1,o	1,o	1,o	1,o	
Areal, fulld.	236	7,8	8,o		1,o	1,o	1,o		
Arbeid, vår	535	17,7	14,1	2,9	1,4	1,4	3,5	o,5	
" forsommer	412	17,5	3,8	2,2	o,2	o,2	5,o		
" sommer	544	41,3	3,o	3,o			o,5		
" høst	1184	56,o	18,6	6,6	1,5	1,5	11,o	4,5	-1o,o
Båsplasser	4o	1,8	o,9	o,9					
Maks. potet	25						1,o		
Maks. onnehjelp	6o								1o,o
Omløp	0	-2,5	8,o		1,o	-2,o	-2,o	-o,667	

x_1	=	11,3	x_5	=	2,6
x_2	=	11,4	x_6	=	25,0
x_3	=	1o,5	x_7	=	11,2
x_4	=	0	x_8	=	5,9

Om vi forutsetter at den oppstilte modellen representerer virkeligheten på en realistisk måte, forteller løsningen oss at det i den optimale årlige driftsplanen skal være 11,3 årskyr, 114 slaktegriser som fores opp på bygg av egen avl, 1o5 slaktegriser som fores på innkjøpt kraftfor, o.s.v.[1/] Totalt dekningsbidrag er i dette tilfellet blitt 51.245 kroner.

Skyggeprisene er slik:

117,3o kroner/dekar totalareal
3,61 kroner/time sommerarbeid
15,74 kroner/time høstarbeid
12,54 kroner/båsplass
1,59 kroner/dekar maksimalareal av poteter
11.24 kroner/time onnehjelp
14,45 kroner/enhet for omløpsskranken

Her er 7 prosesser kommet med i løsningen, og følgelig er det 7 skranker som er blitt effektive og derfor har fått positive skyggepriser. Skyggeprisen forteller hvor meget totalt dekningsbidrag ville øke med hvis vi øket tallet for "ressurs" under hver skranke med en enhet. I praksis kan vi ha en god del nytte av denne informasjonen. Vi ser her f.eks. at skranken på totalareal virker sterkt begrensende på det økonomiske resultatet, mens skranken på fulldyrket areal ikke er blitt effektiv. Om vi kunne øke totalarealet gjennom overflatedyrking, ville dette gi bedret lønnsomhet så lenge de tilsvarende årlige kostnader ikke overstiger 117 kroner, men det ville ikke ha noen hensikt å gå til fulldyrking av arealet. Skrankene på arbeidsinnsats i vår- og forsommerperioden er ikke blitt effektive, skranken på arbeidsinnsats i sommerperioden har gitt en forholdsvis beskjeden skyggepris, mens skranken på arbeidsinnsats om høsten representerer en alvorlig "flaskehals". Om det på noen måte er mulig å øke arbeidsinnsatsen i denne tidsperioden, enten ved ytterligere leie eller ved sterkere innsats av familien på bruket, vil det

1/ Som enhet for fleskeproduksjons-prosessene er i dette eksemplet brukt 1o griser.

gi sterk bedring i det økonomiske resultatet. Den skranken vi har satt på potetarealet er blitt effektiv, men om vi tillot potetarealet å øke med 1 dekar ut over denne skranken, ville ikke dekningsbidraget øke med mer enn halvannen krone, så det er ingen nevneverdig lønnsomhet forbundet med å øke potetarealet ut over den skranken som er satt. Den skyggeprisen som er kommet ut ved "omløpsskranken" er litt mer komplisert å tolke. Denne skranken er formulert slik at det ikke skal dyrkes mer bygg enn at det maksimum blir to år bygg på rad på samme jordstykke. Skyggeprisen sier at om vi tillot 1 dekar mer bygg i planen enn dette (og avlingene ikke gikk ned av den grunn) ville totalt dekningsbidrag øke med 14,45 kroner.

Hvis vi regner etter, vil vi se at for de prosesser som er kommet med i løsningen, vil summen av ressurskrav x skyggepriser nøyaktig bli lik dekningsbidraget. F.eks. for prosess nr. 1:

	10,7 x 117,30	=	1255,11	
	41,3 x 3,61	=	149,09	
	56,0 x 15,74	=	881,44	
	1,8 x 12,54	=	22,57	
			2308,21	
-	2,5 x 14,45	=	36,13	
			2272,08	1/

Melkeproduksjonsprosessen blir her godskrevet for omløpsvirkning.

Hvis vi lager tilsvarende beregninger for de prosessene som ikke er kommet med i optimalløsningen, vil vi se at summen av ressurskrav x skyggepriser blir større enn dekningsbidraget. For disse prosessene er "alternativ-kostnadene" ved å produsere noe større enn det som disse prosessene yter i økonomisk resultat.

I de eksemplene som hittil er vist, er lineær programmering brukt til produksjonsplanlegging. Metoden har imidlertid også funnet anvendelse til en rekke andre økonomiske problemer. Vi skal nevne noen:

I blandingsproblemer ønsker en å sette sammen en blanding som tilfredsstiller visse krav til stofflig innhold på så billig

---

1/ Den lille avvikelsen mellom resultatet her og det oppgitte dekningsbidraget skyldes avrundningsfeil.

måte som mulig. Kraftforblandinger er ett eksempel, dagsrasjoner til husdyr et annet.

I transportproblemer ønsker en å sette opp en transportplan som bringer visse varer fra forskjellige produksjonssteder eller lager og fram til forskjellige forbrukssteder med lavest mulig totalkostnader. Vi kunne f.eks. tenke oss at NKF ville ha en plan for transport av kjøtt fra overskuddsområder til underskuddsområder, på en slik måte at totale transportkostnader blir minimert. Transportproblemet er av slik natur at selve beregningsmetoden kan forenkles betraktelig i forhold til den vanlige Simplex-metoden, og en snakker ofte om "transportmodellen" når en har å gjøre med denne forenklete beregningsmetoden. Transportmodellen er imidlertid bare et spesialtilfelle av generell lineær programmering.

Ved samfunnsøkonomisk planlegging har en også forsøkt å anvende lineær programmering. Et eksempel av interesse for jordbruket er Langvatns arbeid om produksjonstilpasning i jordbruket.[1/] Han har i dette arbeidet forutsatt at Norge som helhet ønsker å få produsert visse totalkvanta av forskjellige jordbruksprodukter, og har brukt lineær programmering til å fordele disse kvanta på distrikter og størrelsesgrupper av bruk på en slik måte at totalkostnadene ved produksjonen skulle minimeres.

I. Lineær programmering og "klassisk" økonomisk teori

I den klassiske produksjonsteorien er den økonomiske teorien formulert ved hjelp av funksjonslæren og infinitesimalregning. Vi begynte med å gjøre følgende forutsetninger:

1) Envareproduksjon
2) Momentanproduksjon (eller enperiode-produksjon)
3) "Sikkerhet"
4) Teknisk målbarhet
5) Konstant teknikk
6) Kontinuitetsfaktorer

En del av disse forutsetningene kan en forlate. I den delen av produksjonsteorien som handler om flervare-produksjon, forlot vi forutsetning (1). Det er også mulig å bygge ut den klassiske

---

1/ Harry Langvatn, Produksjonstilpasning i norsk jordbruk (N.L.I., særmelding nr. 32, 1964) teorien slik at den kan brukes til å behandle produksjon over tiden.

I økonomisk teori som bruker lineær programmering som matematisk hjelpemiddel gjør vi stort sett de samme forutsetninger. Vi kan lage en økonomisk teori for envare-produksjon ved hjelp av lineær programmering, men som regel går vi rett på flervareproduksjon. Vi arbeider svært ofte med modeller for momentanproduksjon (eller produksjon innenfor en tidsperiode), men kan lett bygge ut modellene slik at de kan behandle produksjon over tiden. I likhet med den klassiske teorien forutsetter vi teknisk målbarhet, konstant teknikk, og kontinuitetsfaktorer. Men på grunn av den spesielle karakteren av det matematiske apparatet som vi bruker, må vi gjøre noen flere forutsetninger som ikke er nødvendig i den klassiske teorien. En fører gjerne opp fire forutsetninger som en må gjøre for å kunne behandle et produksjonsproblem ved hjelp av lineær programmering:

1) Linearitet
2) Delbarhet
3) Summerbarhet
4) Begrensning, eller endelighet

Forutsetning (1) sier at det må være proporsjonalitet mellom innsats og utbytte. Det kreves altså at produktfunksjonene for de enkelte produksjoner som tas med i en lineær programmeringsmodell er av pari-passu-karakter, og at vi er i stand til å øke innsatsen av alle produksjonsfaktorer i samme forhold. Det kreves imidlertid ikke at vi vil øke innsatsen av samtlige faktorer i samme forhold. En kan godt foreta substitusjon i en modell bygget på lineær programmering, men dette vil da medføre en overgang fra en prosess til en annen. Forutsetning (1) gjelder bare så lenge vi holder oss til en prosess.

Forutsetning (2) svarer omtrent til forutsetningen om kontinuitetsfaktorer. Vi forutsetter altså at vi kan sette inn faktorer og produsere produkter i hvilken som helst mengde, ikke bare i hele enheter.

Forutsetning(3) sier at forholdet mellom innsats og utbytte i en produksjonsprosess må være uavhengig av omfanget av andre produksjonsprosesser. En skal altså kunne komme fram til det samlete resultat av et produksjonsopplegg ved å summere resultatet av de enkelte prosessene. Dette bør kommenteres litt mere.

I den klassiske teorien for flervareproduksjon så vi at det var forskjellige årsaker til at den mengden som kan fremstilles av et produkt avhenger av hvilke mengder som fremstilles av andre produkter. For det første er det ofte slik at forskjellige produkter konkurrerer om de samme begrensete ressurser. Dette kan vi lett ta hensyn til ved lineær programmering. For det andre kan det være at et biprodukt ved en produksjon kan utnyttes som innsatsfaktor ved en annen produksjon. Dette er det også lett å ta hensyn til ved lineær programmering. Endelig kan det være forskjellige former for biologisk samspill. Dette er det mer vanskelig å ta hensyn til ved lineær programmering, men ved en egnet utforming av modellene kan en ofte også få beskrevet slike samspill forholdsvis bra.

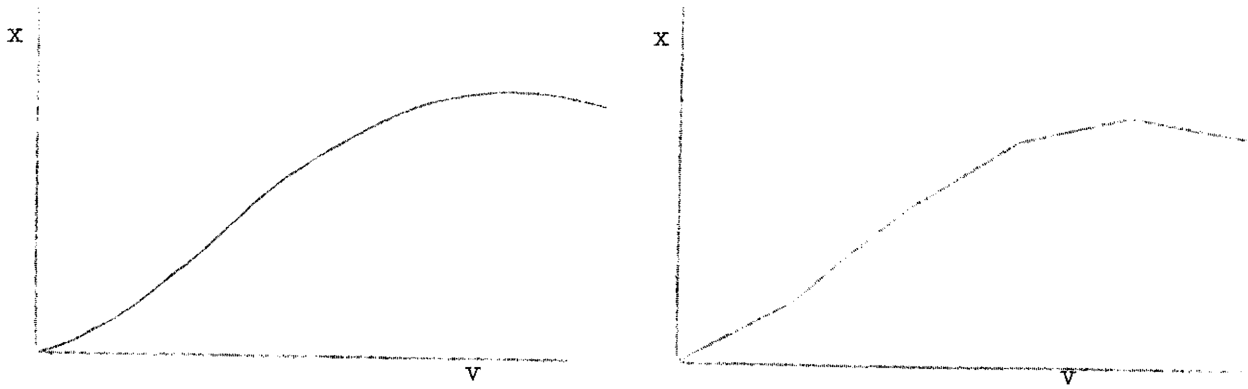
Forutsetningen (4) sier at antallet av produksjonsprosesser som kan komme på tale må være endelig. Av praktiske grunner må vi til og med begrense antallet prosesser til et relativt beskjedent antall. Forutsetningen svarer strengt tatt ikke til virkeligheten i jordbruket, for slik vi har definert en prosess, kan en produsere hvert enkelt produkt ved en uendelighet av forskjellige prosesser. For praktiske formål er dette likevel ikke noe særlig stort problem, fordi en gjerne kan få en ganske bra tilnærmelse til virkeligheten ved å bruke et begrenset antall prosesser.

Forøvrig kan alle de problemstillinger som vi har arbeidet med i klassisk teori, også formuleres ved hjelp av lineær programmering. Det er bare den forskjell, at mens klassisk teori forutsetter jevne kurver (kontinuerlige første- og annenderiverte av de funksjoner vi arbeider med), må en ved lineær programmering erstatte kurvene med en serie rette linjesegmenter. Dette er illustrert i diagrammene nedenfor.

1. Faktor-produkt-forhold

I fig. 7.2 er vist hvorledes faktor-produkt-sammenhengen kan fremstilles ved klassisk teori og ved lineær programmering. Til hvert brekkpunkt på linjen i diagrammet til høyre svarer det en prosess. I den klassiske modellen kan en produsent tilpasse seg hvorsomhelst på kurven. I modellen som bygger på lineær programmering vil en økonomisk optimal tilpasning under de aller fleste prisforhold skje i et brekkpunkt, men det er fullt mulig å velge et punkt som ligger hvor som helst på den rette linjen mellom to brekkpunkter, simpelt hen ved å kombinere de to tilsvarende prosesser i forskjellig forhold. Jo flere prosesser en vil bruke

Fig. 7.2

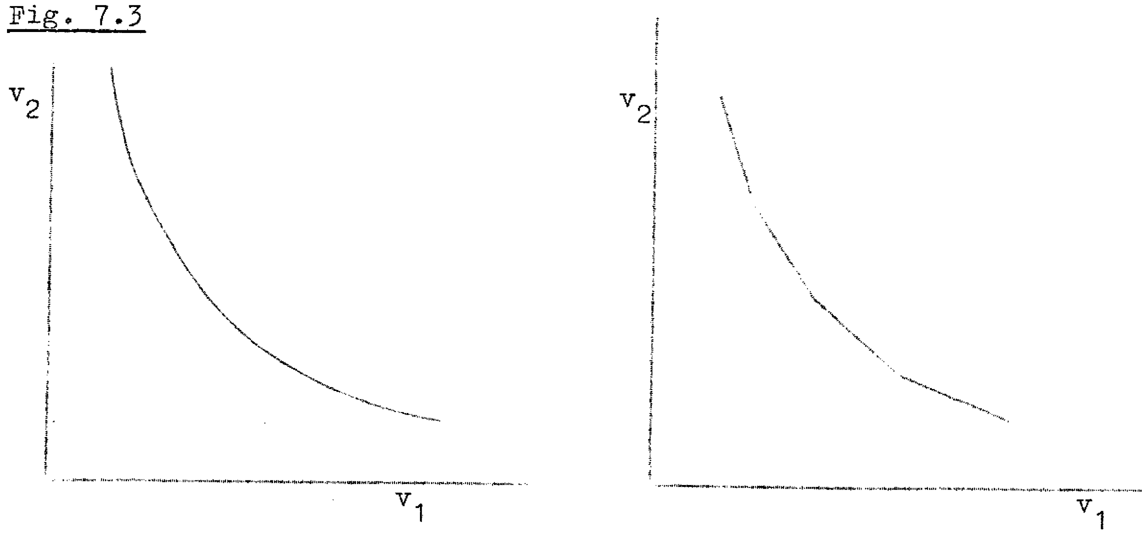


i modellen, jo bedre tilnærming kan en få til den jevne linjen i figuren til venstre.

2. Faktor-faktor-forhold

I fig. 7,3 er vist hvorledes substitusjonsforholdet mellom forskjellige produksjonsfaktorer kan fremstilles ved klassisk teori og ved lineær programmering. Til isokvanten i klassisk teori svarer en serie rette linjesegmenter ved lineær programmering, og den økonomisk~~e~~ optimale tilpasning vil ved de fleste prisforhold bli i et brekkpunkt. Til hvert brekkpunkt svarer en prosess, men vi kan også her tilpasse oss hvorsomhelst på den rette linjen mellom to brekkpunkter ved å kombinere de to tilsvarende prosessene i forskjellig forhold.

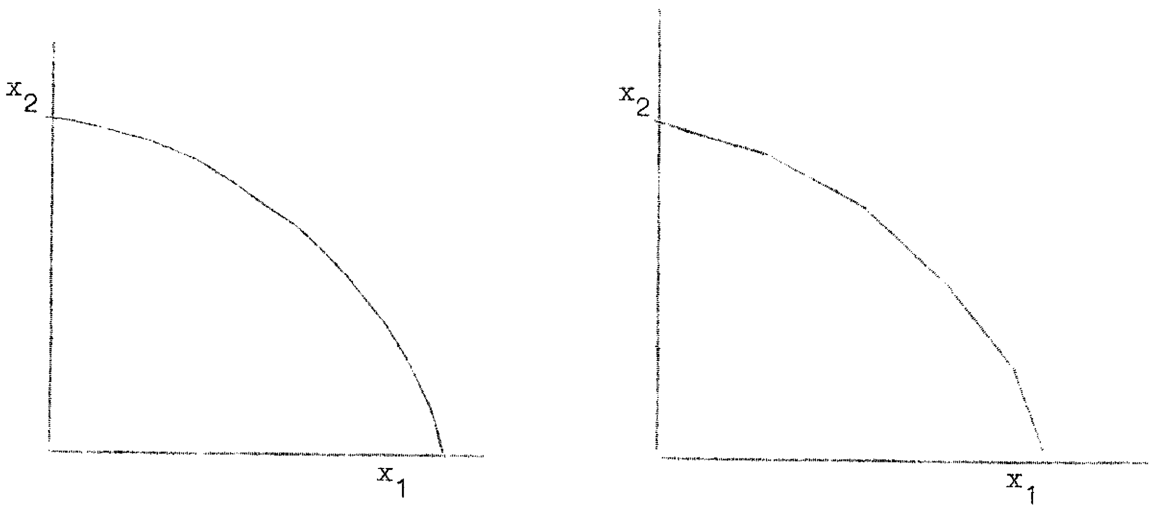
Fig. 7.3



3. Produkt-produkt-forhold

Vi har allerede sett hvorledes en kan komme fram til noe som sterkt ligner transformasjonskurven gjennom lineær programmering - se fig. 7.1. Det skal imidlertid understrekes at det ikke er nødvendig at det er flere forskjellige begrensete ressurser for at en skal komme fram til en slik begrensningslinje for det "admissible området". Vi kan komme fram til det samme selv om prodlemstillingen er den samme som ble behandlet på s. 4.3 . En kan altså bruke lineær programmering til å behandle samme problemstillinger som ved klassisk teori, og forskjellen blir bare at "transformasjonskurven" ved lineær programmering kommer til å bestå av en serie rette linjesegmenter i stedet for en jevnt buende linje. For fullstendighets skyld er dette illustrert i fig. 7.4.

Fig. 7.4



En kan hevde at det ikke er noen motsetning mellom klassisk økonomisk teori og teori utformet ved hjelp av lineær programmering. Lineær programmering representerer en viss forenkling. Til gjengjeld for denne forenklingen blir en gjennom lineær programmering i stand til å kvantifisere problemer som ville ha blitt alt for kompliserte dersom en skulle bruke "klassiske" modeller med kontinuerlige produktfunksjoner. Som allerede nevnt i innledningen er modeller som bygger på lineær programmering bedre enn de klassiske modellene på <u>en</u> måte, fordi en ved lineær programmering kan tillate at ikke alle faste faktorer blir nyttet fullt ut dersom det er mest økonomisk ikke å gjøre dette.

Valg mellom en klassisk modell og en modell som bygger på lineær programmering er ellers i stor utstrekning et spørsmål om hensiktmessighet. Ved behandling av mindre del-problemer, som f.eks. spørsmål om optimal gjødselinnsats, eller om substitusjon mellom forskjellige produksjonsfaktorer innenfor en og samme produksjon, er det ofte hensiktsmessig å bruke en "klassisk" modell. Ved mer omfattende problemer, som f.eks. produksjonsplanlegging for et helt gardsbruk, er det som oftest mer hensiktsmessig å bruke en modell som bygger på lineær programmering.

J. Om ikke-lineær programmering

Ved lineær programmering forutsetter en at både målsettingsfunksjonen og skrankene er lineære. Dette forenkler den matematiske løsningen, men det kan hevdes at det ikke alltid gir en realistisk beskrivelse av virkeligheten.

Det er også utviklet metoder for visse typer av ikke-lineær programmering. Ved slike metoder kan enten målsettingsfunksjonen, eller noen skranker, eller begge deler ha en form som avviker fra den lineære. Mest vanlig er det å erstatte de lineære funksjonene med annengradsfunksjoner, og en snakker da om kvadratisk programmering. Beregningsteknisk sett blir imidlertid løsningen betydelig mer komplisert.

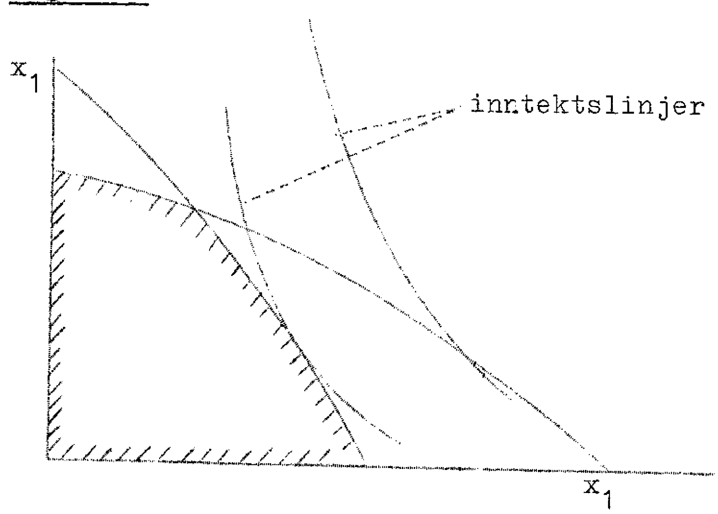
Vi har sett at vi også kan gjengi et ikke-lineært problem tilnærmet ved å dele en ikke-lineær funksjon opp i en serie lineære segmenter. Det blir derfor mer eller mindre et praktisk spørsmål om en i slike tilfeller vil velge lineær eller ikke-lineær programmering. Vi må spørre: Hvor meget mer komplisert blir det å løse et ikke-lineært enn et lineært programmeringsproblem ? Hvor nøyaktig løsning trenger vi ?

Dersom vi mener at virkeligheten er slik at det ikke er proporsjonalitet mellom innsats og utbytte, oppstår det imidlertid et annet problem som er meget mer kinkig. Spørsmålet er: Oppstår det ulemper eller fordeler ved å produsere et enkelt produkt i større målestokk ? Dersom det bare oppstår ulemper, f.eks. ved at det kreves større faktorinnsats pr. produktenhet ved produksjon i stor målestokk, eller at større produktmengder bare kan selges til en lavere pris, så kan både lineær og ikke-lineær programmering føre fram til den optimale (eller tilnærmet optimale) løsningen. Men dersom det er fordeler ved å produsere et enkelt produkt i større målestokk, har vi ingen metode som i mer generelle tilfelle med sikkerhet vil gi optimalløsning.

Dette er et vanskelig problem, som henger sammen med det en kaller "konveksitet" av det admissible området og av preferansefeltet. Under forutsetningene i lineær programmering er både det admissible området og preferansefeltet konvekse, og en kan da finne den optimale løsningen gjennom en skrittvis fremgangsmåte. En kan starte med en tilfeldig valgt løsning, og forbedre denne skritt for skritt inntil en har nådd et punkt innen det admissible området som gir høyere verdi av preferansefunksjonen enn noen av de nærliggende punktene. En kan da være sikker på at en har funnet den optimale løsningen.

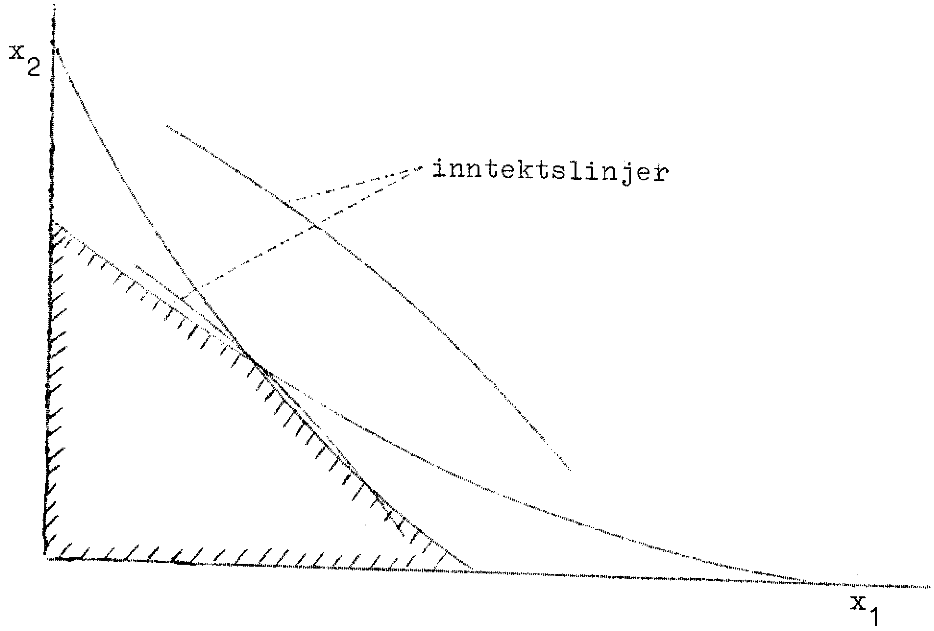
I fig. 7.5 har en ikke-lineære skranker og en ikke-lineær preferansefunksjon, men både det admissible området og preferansefeltet er konvekse. Slike tilfelle får en når det er forbundet med ulemper å øke omfanget av de enkelte produksjonsgrener. Også i dette tilfellet kan en starte med en tilfeldig valgt løsning og forbedre denne skritt for skritt inntil en har nådd et punkt innen det admissible området som gir høyere verdi av preferansefunksjonen enn noen av de nærliggende punktene. En kan da være sikker på at en har funnet den optimale løsningen.

Fig. 7.5



I fig. 7.6 er det admissible området og preferansefunksjonen begge konkave. Slike tilfelle får en når det er forbundet med fordeler å øke omfanget av de enkelte produksjonsgrener. Hvis en i dette tilfelle følger den samme fremgangsmåten som er beskrevet foran, kan en ikke være sikker på å komme fram til det punkt som gir høyest verdi av preferansefunksjonen. Tilfeldighetene vil i høy grad spille inn. Fremgangsmåten kan f.eks. føre til punktet A, som gir høyere verdi av preferansefunksjonen enn noen av de nærliggende punktene. Vi ser imidlertid av figuren at punkt B gir høyere totalinntekt enn punkt A. I svært enkle tilfelle som her kunne en finne det beste punktet ved å sammenligne alle slike "lokale optimumspunkter", men i det generelle tilfelle med mange skranker og mange variabler fins det ingen metode som med sikkerhet vil gi den absolutt optimale løsning.

Fig. 7.6



Denne komplikasjonen kan oppstå også selv om det bare er enten noen av skrankene eller preferansefunksjonen som er slik at det er størrelsesfordeler ved å øke omfanget av den enkelte produksjon.

Vi har tidligere nevnt at størrelsesfordeler forekommer meget vanlig i virkeligheten. Dette skaper et beregningsteknisk problem som er like vanskelig enten vi bruker modeller bygget på klassisk teori eller modeller bygget på lineær eller ikke-lineær programmering. Noen teoretisk sett tilfredsstillende løsning på dette problemet er neppe funnet. Ved praktisk planlegging søker en gjerne å løse problemet ved å prøve seg fram på en mer eller mindre intuitiv eller slumpmessig måte. I landbruket skyldes mange av størrelsesfordelene det forhold at maskiner og arbeidskraft kommer i udelelige enheter. En kan da f.eks. bruke lineær programmering til å finne det driftsopplegget som er optimalt innenfor rammen av en gitt maskinpark og fast arbeidsstokk, og så kan en prøve seg fram med forskjellige maskinparker og arbeidsstokker, og sammenligne de resultatene en har funnet ved lineær programmering for hvert av disse alternativene. På den måten kan en komme fram til alternativer som er gode, men vil aldri være sikker på å ha funnet fram til det beste av alle alternativer.

K. Om operasjonsanalyse

En hører ofte at både lineær programmering og ikke-lineær programmering blir plassert under et fagområde som kalles "operasjonsanalyse".

Dette fagområdet er imidlertid vanskelig å definere, men en kan kanskje si at operasjonsanalyse er bruk av forholdsvis avanserte matematiske og matematisk-statistiske hjelpemidler til å analysere og løse beslutningsproblemer i det praktiske liv. Hvis en bruker det matematiske apparatet i den klassiske produksjonsteorien til å komme fram til en økonomisk god løsning, kan en forsåvidt også si at en bruker "operasjonsanalyse". Forøvrig bruker operasjonsanalytikere et spektrum av forskjellige metoder. Lineær og ikke-lineær programmering er alt nevnt. En kan også nevne navn som "dynamisk programmering", "stokastisk programmering", "køteori","simulering", og "Monte-Carlo-metoder". Disse andre metodene blir det ikke anledning til å komme inn på i dette kurset.

VIII. NOEN BEGREPER I INVESTERINGSTEORIEN

A. Innledning

I produksjonsteorien hittil har vi forutsatt momentanproduksjon. Vi kunne også kalle dette en teori for enperiode-produksjon, hvor tidsforskjellen mellom innsats og utbytte er såpass kort at vi ikke trenger å legge vekt på denne tidsforskjellen. Denne teorien egner seg godt som bakgrunn for planlegging av den årlige drift, innenfor rammen av et varig produksjonsapparat som vi tar som gitt.

Når vi planlegger på lengere sikt, må vi ta hensyn til at også det varige produksjonsapparatet vil endre seg som følge av våre disposisjoner. Utstyr som ikke skiftes ut blir etter hvert foreldet og utslitt, vi kjøper maskiner, bygger nye bygninger, realiserer kanskje en del varig produksjonsutstyr, o.s.v. Vi trenger økonomiske kriterier for å avgjøre om slike investeringer og de-investeringer er økonomisk fordelaktige.

Med visse tillempninger kan en nok bruke den statiske produksjonsteorien til å foreta noen slike vurderinger. Vi gjorde en slik tillempning da vi behandlet "langtids-kostnadskurver" og brukte dette begrepsapparatet til å diskutere størrelsesvirkninger i produksjoner. Vi trenger imidlertid et meget mer detaljert begrepsapparat for å forstå investeringsproblemene, og skal forsøke å presentere et slikt apparat i dette og de følgende kapitlene.

I den statiske produksjonsteorien bygget vi på begrepet <u>produktfunksjon</u>, som er en beskrivelse avforholdet mellom innsatsmengdene av faktorer og uttaksmengdene av produkter. I teorien for tidsformet produksjon kan en på tilsvarende måte bygge på begrepet <u>dynamisk produktfunksjon</u>, som er en beskrivelse av forholdet mellom innsats av produksjonsfaktorer og uttak av produkter når produksjonsfaktorene kan settes inn i produksjonen ved forskjellige tidspunkter og produktene blir ferdige ved forskjellige tidspunkter. På denne måten kan en få en generell teori for produksjon over tiden. En slik teori blir imidlertid temmelig komplisert. Her vil vi bare diskutere visse sider av de problemene som har å gjøre med tidsformet produksjon. Vi vil forutsette at en ved et visst tidspunkt skal vurdere et begrenset antall investeringsprojekter, hvor hvert projekt består i anskaffelse av eller anlegg av ett eller flere varige driftsmidler. For hvert projekt vil det for hver tidsperiode i fremtiden bli satt inn visse mengder av variable produksjonsfaktorer, og bli produsert visse mengder produkter. Disse mengdene vil bli resultatet av en kortsiktig tilpasningsprosess, i det vi forutsetter at produsentene på kort sikt alltid vil tilpasse seg optimalt innenfor rammen av det varige produksjonsapparatet som står til rådighet. Som følge av en slik kortsiktig tilpasning for hver fremtidig tidsperiode vil det skje visse utbetalinger av penger til innkjøp av variable produksjonsfaktorer, og det vil skje visse innbetalinger i forbindelse med solgte produkter. Vi vil forutsette at disse innbetalingene og utbetalingene er gitt for ethvert investeringsprojekt. Vi forutsetter altså at de kortsiktige tilpasningsproblemer for hver tidsperiode i fremtiden allerede er løst, og at vi her kan konsentrere oppmerksomheten om spørsmålet: Hvilke investeringsprojekter er da økonomisk fordelaktige ?

B. Litt om penger

I investeringsteorien spiller begrepet penger en mer sentral rolle enn det gjorde i den statiske teorien, og derfor vil vi først si litt om dette.

Pengers primære funksjon er å tjene som betalingsmiddel. Direkte byttehandel, hvor varer og tjenester utveksles direkte, er hensiktsmessig bare i enkelte spesielle tilfelle . Derfor vil en i alminnelighet motta betaling for leverte varer og tjenester i form av penger, og en betaler for varer og tjenester som en skaffer seg fra andre ved hjelp av penger.

Som penger kan brukes en hvilken som helst gjenstand som er alminnelig akseptert som betalingsmiddel i det samfunn en lever i. I forskjellige samfunn og til forskjellige tider har kveg, salt, glassperler, edle metaller, og mange andre ting gjort tjeneste som penger. De nevnte eksemplene er alle realobjekter, som ved siden av sin funksjon som penger også kan ha direkte bruksverdi for den som eier dem. I moderne samfunn er nesten alle former for penger finansobjekter (fordringer på andre).[1/]

1/ Mynter har også en viss metallverdi, men i de fleste tilfelle ligger denne metallverdien betydelig lavere enn myntens pålydende.

Penger i et moderne samfunn kan være mynter og pengesedler, men det er også hensiktmessig å regne innestående bankbeløp som kan disponeres ved sjekk og/eller giro som en del av pengemengden. Disse tjener de samme funksjoner som mynter og pengesedler, og har også det tilfelles med mynter og sedler at de ikke gir innehaveren noen renteinntekt. 1/

Vi har nevnt at pengenes primære funksjon er å tjene som betalingsmiddel, herunder også til oppgjør av gjeld. En annen mulig funksjon er å tjene som verdioppbevarings-middel. I en viss utstrekning og særlig under bestemte forhold kan folk foretrekke å oppbevare sine verdier i form av penger i stedet for i form av rentebærende fordringer eller som realobjekter. Slike særlige forhold har en når rentefoten er svært lav, slik at "alternativkostnaden" ved å holde verdiene som penger i stedet for som rentebærende fordringer er lav, og når en venter at prisene vil falle i forholdsvis nær framtid. Dette er en bruk av penger som har betydelig interesse i makro-økonomiske modeller, men som vi ikke vil komme nærmere inn på her. 2/

Moderne pengeformer har sin verdi utelukkende fordi en kan bruke dem til å skaffe seg realobjekter og til å slette gammel gjeld. Penger har verdi bare så lenge de er alminnelig akseptert som betalingsmiddel, og deres verdi avhenger av hvor meget realobjekter - varer og tjenester - en kan skaffe seg for en viss pengemengde. Dette varierer over tiden, og "realverdien" av en krone avhenger derfor av tidspunktet. Foreløpig vil vi imidlertid som en forenkling forutsette at pengeverdien er konstant over tiden. Vi vil altså forutsette at den vare og/eller tjenestemengde som en kan skaffe seg for en viss pengesum, er den samme til alle tider. I kapitel X skal vi se hvorledes en ved investeringskalkyler kan ta hensyn til endringer i pengeverdien.

1/ Mange økonomer foretrekker å snakke om "likvider" i stedet for om penger, og under begrepet likvider tar de med både mynter, sedler, folioinnskudd i banker, rentebærende bankkonti, og enkelte andre fordringsslag av høy likviditet - f.eks. kortsiktige statsobligasjoner. Begrunnelsen for dette er at det ikke er noe skarpt eller vesentlig skille mellom funksjonene til "penger" i snevrere forstand, og andre høyt likvide fordringer.

2/ En ser ofte anført at penger også har en tredje funksjon, nemlig som verdimåler. I dette tilfelle er det imidlertid ikke penger som sådan, men <u>pengeenheten</u> en tenker på. Til betalingsmiddel og til <u>verdioppbevaring trengs</u> det visse pengemengder, men en kan uttrykke verdien av forskjellige objekter i "pengers verdi" uten å disponere penger som sådan.

C. Utbetalinger, utgifter og kostnader

En utbetaling er en overlevering av penger til andre. En utgift er en pådratt forpliktelse til å foreta en utbetaling, nå eller senere. En kostnad er i N.S. 437 definert som "i penger vurderte produksjonsoppofringer som ansees normale for en bedrift".

Dels er det tidspunktet som skiller de tre begrepene fra hverandre. Vi kan som eksempel tenke på en gardbruker som kjøper et parti kraftfor for å bruke det i fleskeproduksjonen. Utbetalingen faller ved det tidspunktet han betaler for partiet, mens utgiften faller ved det tidspunktet han mottar kraftforet og dermed har pådratt seg en forpliktelse til å betale for det. Kostnaden faller ved det tidspunkt kraftforet blir foret opp, og dermed satt inn som produksjonsfaktor (eller "oppofret") i produksjonen. I dette tilfellet ligger de tre tidspunktene vanligvis nokså nær hverandre. Ved investeringer i varige driftsmidler er det ofte betydelige tidsforskjeller mellom utgiften, utbetalingen(e), og kostnadene. Ved kjøp av traktor faller utgiften når gårdbrukeren mottar traktoren (eller underskriver kjøpekontrakten), utbetalingene kan muligens falle i rater og fordeles over et lengere tidsrum, mens kostnadene påløper etter hvert som traktoren brukes i produksjonen.

Forøvrig er det nokså vanlig at utgiften og utbetalingen faller nær hverandre i tid, og i praksis gjør en ofte ikke noe skille mellom de to begrepene.[1/] Mellom utgifter og utbetalinger på den ene side og kostnader på den annen er imidlertid skillet meget viktig. For det første kan tidsdifferansen i mange tilfelle bli meget stor, og det er ofte heller ikke noen beløpsmessig samsvarighet mellom utbetaling/utgift på den ene side og kostnad på den andre. Vi kan ha utbetalinger som ikke motsvares av en kostnad, som f.eks. utbetalinger til privatforbruk. Vi kan også ha kostnader uten noen motsvarende utbetaling, som når en setter inn eget arbeid eller egne eiendeler i produksjonen. Dessuten kan en, når en vurderer en produksjonsoppofring i penger, bygge på høyst forskjellige vurderingsprinsipper, og vil ikke alltid ta hensyn til hvilken pengemengde som i sin tid ble betalt for det tilsvarende driftsmiddel.

1/ I landbruksøkonomisk terminilogi har det vært vanlig å snakke om utgifter, men ikke om utbetalinger.

Legg også merke til uttrykket "normale" i definisjonen av kostnader.[1] Det ligger i dette at ekstraordinære tap p.g.a. uhell, sykdom o.s.v. ikke regnes med blant kostnadene i denne definisjonen, mens en på den annen side ofte tar med et beløp for "normal risiko", selv om det ikke har inntrådt noe uhell i det spesielle tilfellet.

På inntekts-siden kan en på tilsvarende måte skille mellom tre begreper som tilsvarer de tre begreper på utgifts-siden. En innbetaling er et mottak av penger fra andre. En inntekt kunne en på tilsvarende måte som en "utgift" definere som en forpliktelse andre pådrar seg til å betale vedkommende en pengemengde, selv om uttrykket i vanlig norsk språkbruk brukes mer løst og ofte brukes også om andre former, som f.eks. om naturalinntekter. Til "kostnad" svarer begrepet produksjonsinntekt. Produksjonsinntekten er den totale "i penger vurderte" verdien av produksjonen, enten denne produksjonen er levert til andre, brukt i egen husholdning, eller bare kommer til syne som statusendringer.[2]

I investeringsteorien tar en utgangspunktet i innbetalinger og utbetalinger til forskjellige tidspunkter. Senere skal vi se hvorledes en, med utgangspunkt i slike innbetalinger og utbetalinger, kan vurdere kostnadene i forskjellige tidsperioder etter forskjellige prinsipper.

D. Diskontering og nåtidsverdi

Grunnlaget for enhver vurdering av lønnsomheten ved et investeringsprogram er den antatte tidsrekken av inn- og utbetalinger. Strengt tatt kan inn- og utbetalinger falle til alle mulige tider gjennom året, men en forenkler det ofte til å forutsette at inn- og utbetalingene knyttet til en bestemt tidsperiode faller ved slutten av vedkommende tidsperiode. Som tidsperiode er det vanlig å bruke ett år, selv om en godt kunne bruke tidsperioder av kortere varighet.

En slik tidsrekke kan fremstilles grafisk som i fig. 8.1.

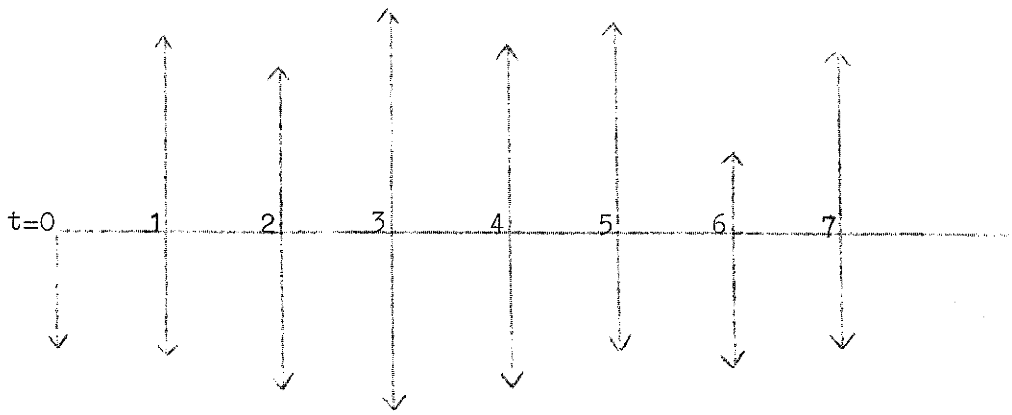
---

[1] I NJF's standard-terminilogi er kostnad definert som "pengeverdien av innsats (oppofring) i produksjonen i en viss periode". Her har en altså sløyfet "normale".

[2] I svensk og dansk terminilogi bruker en "inkomst" om det som her er kalt "inntekt", og "intekt" om det som her er kalt "produksjonsinntekt".

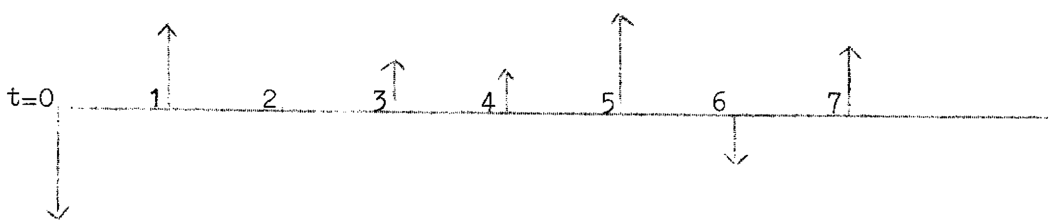
Pilene over den horisontale streken representerer innbetalinger, og piler under streken utbetalinger. Tidsaksen inndeles etter antall tidsperioder (f.eks. år) fra utgangspunktet.

Fig. 8.1



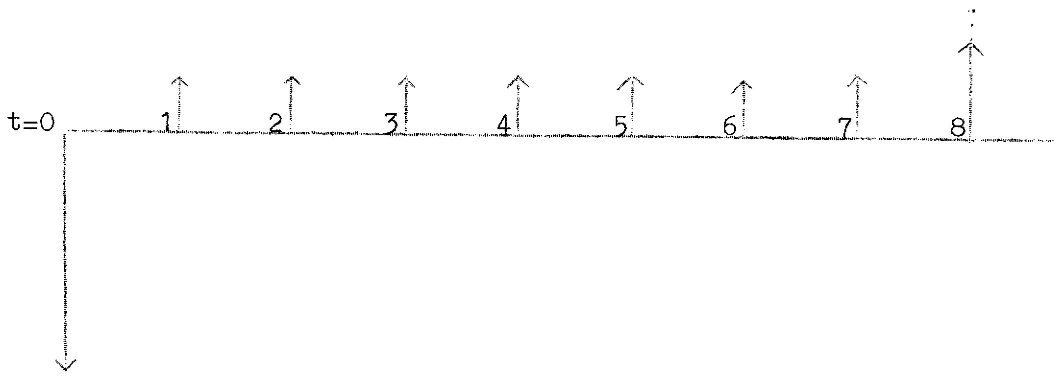
I stedet for å se på brutto innbetalinger og brutto utbetalinger, kan en trekke utbetalingene fra innbetalingene og komme fram til "netto innbetalinger" ved forskjellige tidspunkter. Disse kan være positive eller negative. I fig. 8.2 er vist en tidsrekke over nettoinnbetalinger som tilsvarer tidsrekken i fig. 8.1.

Fig. 8.2



Hvis vi skal studere lønnsomheten ved et enkelt investeringsprojekt, trenger vi ikke se på alle bedriftens inn- og utbetalinger, men bare på endringer i tidsrekken av inn- og utbetalinger som følger av investeringsprojektet. Disse endringene igjen kan en studere som brutto- eller nettotall. Hvis f.eks. en gardbruker kjøper en arbeidssparende maskin, får han en stor utbetaling som som regel faller omtrent ved det tidspunktet maskinen anskaffes. Videre vil han i en rekke år fremover få mindre utbetalinger til drivstoff og olje, verkstedutgifter, forsikring etc. Fordelene ved maskinen kan enten komme til syne som økning i innbetalingene fordi maskinen fører til større produksjon, eller som reduksjon i andre utbetalinger fordi maskinen sparer arbeidskraft, leie av annen maskinhjelp, o.s.v. Selv om maskinen ikke direkte fører til økte innbetalinger, kan nettovirkningen på tidsrekken godt komme til å se ut som i fig. 8.3. Ved slutten av tidsrekken er det antydet en større pil, fordi en har tenkt seg at den nedslitte maskinen ved dette tidspunktet vil bli solgt og innbringe en viss pengesum.

Fig. 8.3



En slik antatt tidsrekke over inn- og utbetalinger - brutto eller netto - danner grunnlaget for kalkyler over investeringens lønnsomhet.

Først må vi imidlertid gjøre pengebeløp som mottas eller betales til forskjellige pidspunkter sammenlignbare, ved å diskontere dem fram eller tilbake til ett og samme tidspunkt. Slik diskontering bygger på forutsetningen om at det fins et marked for penger, hvor en kan låne penger eller låne ut penger for et kortere eller lengere tidsrom. Som "pris" for å få disponere lånte penger i et visst tidsrom betaler en en rente. Denne "prisen" uttrykkes som en brøkdel eller prosentdel av den lånte kapitalen pr. tidsperiode. Vi vil forutsette at renten betales ved slutten av hver tidsperiode, altså etterskuddsvis, og vi vil betegne denne brøkdelen eller rentefoten, som r. 1/

La oss som eksempel si at vi låner loo kroner i dag til 5% rente, og skal betale pengene tilbake om lo år. Det er mulig at renten forfaller til betaling ved utgangen av hvert år, men vi vil her anta at renten ikke betales, men legges til kapitalen ved ut-

1/ Ved vanlige låneformer betales renten dels etterkuddsvis, dels forskuddsvis. Om den betales forskuddsvis, kan vi regne det om til en rentefot ved etterskuddsbetaling - se side 8.18.

gangen av hvert av de ti årene. Vi kan se på størrelsen av det skyldige beløp ved utgangen av hvert år:

Etter 1 år	$100 \times 1{,}05$		
" 2 "	$(100 \times 1{,}05) \times 1{,}05$	=	$100 \times 1{,}05^2$
" 3 "	$(100 \times 1{,}05^2) \times 1{,}05$	=	$100 \times 1{,}05^3$
....			
Etter 10 år	$(100 \times 1{,}05^9) \times 1{,}05$	=	$100 \times 1{,}05^{10}$

Vi kan lage en formel:

Hvis:

r = rentefoten

k_o = den lånte kapitalen ved tidspunkt 0

k_n = kapitalen n år etter tidspunkt 0

finner vi:

$$k_n = k_o(1 + r)^n \tag{8.1}$$

Vi kan dividere på begge sider av likhetstegnet med $(1 + r)^n$, og får da den vanlige diskonteringsformlen:

$$k_o = \frac{k_n}{(1 + r)^n} = k_n (1 + r)^{-n} \tag{8.2}$$

Vi sier at et beløp på A kroner som skal mottas n år fra idag, er likeverdig eller ekvivalent med et beløp på $\frac{A}{(1 + r)^n}$ idag.

Hvis jeg disponerer et slikt beløp idag, kan jeg nemlig låne det ut til forretning, og om n år få tilbake $\frac{A}{(1 + r)^n} \cdot (1 + r)^n =$ = A kroner.

Omvendt kan jeg, om jeg vet at jeg skal motta et beløp på A kroner om n år, <u>låne</u> et beløp på $\frac{A}{(1 + r)^n}$ kroner idag, bruke pengene, og vite at jeg om n år kan slette gjelden ved hjelp av det beløpet som jeg da mottar.

Dersom rentefoten ikke er konstant, men varierer fra år til år, blir formlen litt mer komplisert, men i prinsippet er fremgangsmåten ved diskontering den samme. La oss si at r_1, r_2, r_3........ betegner rentefoten i det første, det annet, det tredje ...... år. Til et beløp på k_n som forfaller til betaling om n år svarer da et beløp k_o nå, hvor sammenhengen er:

$$k_o = \frac{k_n}{(1 + r_1)\ (1 + r_2) \ldots\ldots (1 + r_n)} \qquad (8.3)$$

Med nåtidsverdien av et fremtidig beløp mener en beløpet diskontert til idag etter formlene (8.2) eller (8.3). 1/

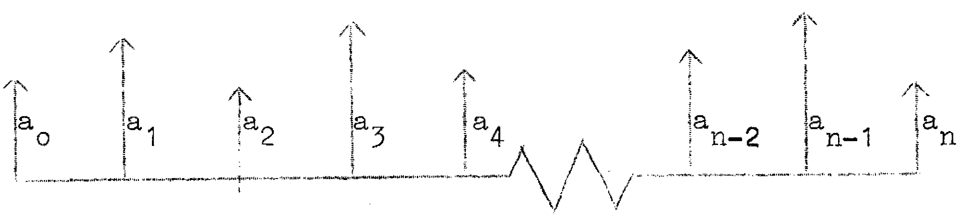
Vi kan gå et skritt videre og se på en tidsrekke over innbetalinger eller utbetalinger, som i fig. 8.4. Hvis rentefoten er den samme over hele tidsrekken, er nåtidsverdien av det første beløpet simpolthen a_o. Nåtidsverdien av beløpet a_1 som betales om ett år er

$\frac{a_1}{(1 + r)^1}$ som også kan skrives $a_1\ (1 + r)^{-1}$, nåtidsverdien av beløpet a_2 som betales om to år er $a_2\ (1 + r)^{-2}$, o.s.v. Vi kan beregne nåtidsverdien av alle enkeltbeløpene og summere, og kommer da fram til rekkens nåtidsverdi.

$$\text{Rekkens nåtidsverdi} = a_o + a_1\ (1 + r)^{-1} + a_2\ (1 + r)^{-2} + \ldots\ldots \ldots + a_n\ (1 + r)^{-n}$$

$$= \sum_{i=0}^{n} a_i\ (1 + r)^{-i} \qquad (8.4)$$

Fig. 8.4



Av og til kan det være hensiktmessig å beregne nåtidsverdien av en inn- eller utbetalingsrekke ved et annet tidspunkt enn $t = 0$. Dette medfører ingen vanskelighet. Bare diskonteringsfaktorene blir annerledes, I det hele tatt kan en ved praktiske beregninger "flytte" beløp fram og tilbake i tiden ved hjelp av frem- og tilbakediskontering, og stadig komme fram til det samme sluttresultatet. Som eksempel skal vi se på en tidsrekke over netto-innbetalinger som er slik:

1/ I stedet for"nåtidsverdi" bruker noen forfattere betegnelsen

t	netto-innbetaling
0	kr. 300
1	" 1000
2	" 800
3	" 600
4	" 400
5	" 200
6	" 100

Nå vil vi beregne nåtidsverdien av denne rekken ved tidspunktene t = 0 og t = 3. Vi bruker en rentefot r = 0,05. Beregningene føres ved siden av hverandre.

$300 \times 1,05^{0}$	=	300,00	$300 \times 1,05^{3}$	=	347,28
$1000 \times 1,05^{-1}$	=	952,38	$1000 \times 1,05^{2}$	=	1102,50
$800 \quad 1,05^{-2}$	=	725,62	$800 \times 1,05^{1}$	=	840,00
$600 \times 1,05^{-3}$	=	518,30	$600 \times 1,05^{0}$	=	600,00
$400 \times 1,05^{-4}$	=	329,08	$400 \times 1,05^{-1}$	=	380,95
$200 \times 1,05^{-5}$	=	156,71	$200 \times 1,05^{-2}$	=	181,41
$100 \times 1,05^{-6}$	=	74,62	$100 \times 1,05^{-3}$	=	86,38
Sum		3056,71	Sum		3538,52

Nå kan vi f.eks. på grunnlag av rekkens nåtidsverdi ved t = 0 beregne rekkens nåtidsverdi ved t = 3. Dette blir:

$$3056,71 \times 1,05^{3} = 3538,45$$

Resultatet skiller seg fra det en fant ved å beregne nåtidsverdien ved t = 3 direkte bare med en mindre avrundningsfeil.

Tabeller over diskonteringsfaktorer $(1 + r)^{i}$ og $(1 + r)^{-i}$ finner en i mange tabellsamlinger. 2/

"nåverdi". Her er brukt den første betegnelsen bl.a. fordi den later til å ha mest hevd i landbruksøkonomisk litteratur her i landet. På engelsk brukes betegnelsen "present value".

2/ F.eks. i: Olden og Østraat, Matematiske og fysiske tabeller. Denne er vanlig brukt som hjelpemiddel i gymnaset.

E. Noen beregningstekniske formler

Hvis en tidsrekke av innbetalinger eller utbetalinger består av like store beløp pr. tidsperiode over et visst antall perioder, kan en forenkle beregningen av nåtidsverdier. Vi vil ta utgangspunkt i begrepet geometrisk rekke. Nedenfor er vist to eksempler på begrensete geometriske rekker:

$$1 \quad 3 \quad 9 \quad 27 \quad 81 \quad 243$$

$$8 \quad 4 \quad 2 \quad 1 \quad 1/2 \quad 1/4 \quad 1/8$$

Generelt har en begrenset geometrisk rekke formen:

$$b \quad bk \quad bk^2 \quad bk^3 \ldots\ldots\ldots \; bk^{n-1}$$

hvor b er rekkens første ledd

k er rekkens kvotient, eller det konstante forhold mellom hvert ledd og det foregående

n er antall ledd i rekken

I den første rekken ovenfor er kvotienten 3, i den andre rekken er den 1/2.

Vi trenger en formel for summen av en slik begrenset geometrisk rekke. Kall denne summen S.

$$S = b + bk + bk^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + bk^{n-2} + bk^{n-1} \qquad (8.5)$$

Vi kan nå multiplisere på begge sider av likhetstegnet i (8.5) med k:

$$Sk = bk + bk^2 + bk^3 + \ldots\ldots\ldots + bk^{n-1} + bk^n \qquad (8.6)$$

Om vi trekker (8.5) fra (8.6), vil de fleste leddene falle bort, og vi får igjen:

$$Sk - S = bk^n - b$$

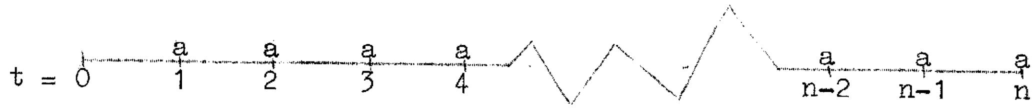
Av dette får vi:

$$S(k-1) = b\,(k^n - 1)$$

$$S = b\,\frac{k^n - 1}{k - 1} \qquad (8.7)$$

Dette er summeformlen for en begrenset geometrisk rekke. Hvis vi husker den, kan vi utlede alle de andre formlene som vanlig brukes i investeringsteorien.

Vi vil bruke formlen til å finne nåtidsverdien av en rekke like store innbetalinger på a kroner som blir mottatt ved utgangen av hvert år n år fremover i tiden:



Nåtidsverdien av hvert ledd kan beregnes slik:

t	Nåtidsverdi
1	$a(1 + r)^{-1}$
2	$a(1 + r)^{-2}$
3	$a(1 + r)^{-3}$
.	
.	
.	
n-1	$a(1 + r)^{n-1}$
n	$a(1 + r)^{n}$

Vi ser at dette danner en begrenset geometrisk rekke, der
første ledd (b) = $a(1 + r)^{-1}$
kvotienten (k) = $(1 + r)^{-1}$
antall ledd (n) = n

Vi vil kalle rekkens nåtidsverdi for A. Vi finner denne nåtidsverdien ved å sette uttrykkene ovenfor inn i summeformlen (8.7):

$$A = \frac{a}{1 + r} \; \frac{(1 + r)^{-n} - 1}{(1 + r)^{-1} - 1}$$

$$= a \, \frac{(1 + r)^{-n} - 1}{1 - 1 - r} = a \, \frac{(1 + r)^{-n} - 1}{- r}$$

$$A = a \, \frac{1 - (1 + r)^{-n}}{r} \qquad (8.8)$$

Vi kunne godt bruke resultatet i denne formen, siden de fleste rentetabeller oppgir verdier for $(1 + r)^{-n}$. Men mest vanlig er en annen formel, som vi får om vi i (8.8) multipliserer teller og nevner med $(1 + r)^{n}$:

$$A = a \, \frac{(1 + r)^{n} - 1}{r(1 + r)^{n}} \qquad (8.9)$$

Denne formlen, og formler som kan bli avledet av denne, blir svært meget brukt i investeringsteorien.

I mange tilfelle ønsker en å beregne nåtidsverdien av en uendelig rekke inn- eller utbetalinger. Vi finner dette av (8.8), hvis vi lar $n \to \infty$. Da går $(1 + r)^{-n}$ mot 0, og formlen kan forenkles til:

$$A = \frac{a}{r} \tag{8.10}$$

Dette er den velkjente formlen for kapitalisering av et årlig beløp; men gjelder altså bare når det årlige beløpet ventes mottatt hvert år i all fremtid.

F. Kapitalverdi og annuitet.

Til enhver investering svarer det en tidsrekke av inn- og utbetalinger. Rekken kan beskrives brutto eller netto, men for enkelhets skyld kommer vi her ofte til å anta at vi har forenklet rekken til en tidsrekke over nettoinnbetalinger, som altså i noen tilfelle kan være negative.

Et investeringsprojekts kapitalverdi ved tidspunkt t vil vi definere som summen av alle innbetalinger minus summen av alle utbetalinger som skyldes investeringsprojektet og som forfaller etter tidspunkt t, diskontert til tidspunkt t.

Eksempel:

En investering i en traktor medfører en engangs-utbetaling ved kjøpet på 20 000 kroner. For hvert år gjennom 10 år gir traktoren nettoinnbetalinger på 2 500 kroner, som regnes mottatt ved utløpet av hvert år. Etter 10 år blir traktoren solgt for 3 000 kroner. Vi vil beregne kapitalverdien ved tidspunkt t = 0, umiddelbart før kjøpet.

Siden vi har en rekke med like store årlige innbetalinger, kan vi bruke formel (8.9). Dertil må realisasjonsverdien på 3 000 kroner diskonteres til tidspunkt 0, og vi må trekke fra anskaffelses-utbetalingen for å komme fram til kapitalverdien før kjøpet. Beregningen blir:

kr. $2\,500 \times \dfrac{1{,}05^{10} - 1}{0{,}05 \times 1{,}05^{10}}$	=	kr. 19 304,43
+ kr. $3\,000 \times 1{,}05^{-10}$	=	" 1 841,73
		kr. 21 146,16
−		" 20 000,-
Kapitalverdi før kjøpet		kr. 1 146,16

I øyeblikket etter utbetalingen av de 20 000 kroner, men fremdeles ved kjøpet, er altså kapitalverdien 21 146,16 kroner. Vi kan også beregne investeringens kapitalverdi ved et hvilket som helst senere tidspunkt. Etter ett år kan vi beregne kapitalverdien som:

$$\text{kr. } 2\,500 \times \frac{1{,}05^9 - 1}{0{,}05 \times 1{,}05^9} = \text{kr. } 17\,768{,}96$$

$$+ \quad \text{kr. } 3\,000 \times 1{,}05^9 = \text{"} \quad \underline{1\,933{,}83}$$

$$\text{Kapitalverdi ved } t = 1 \qquad \text{kr. } 19\,702{,}79$$

Vi ser straks at kapitalverdien i løpet av det første året, fra umiddelbart etter anskaffelsen, er redusert med:

$$\text{kr.}(21\,146.16 \;-\; 19\,702{,}79) = \text{kr.} 1\,443{,}37$$

Dette gir oss en mulighet for å beregne avskrivninger av varige driftsmidler. Dette skal vi komme tilbake til.

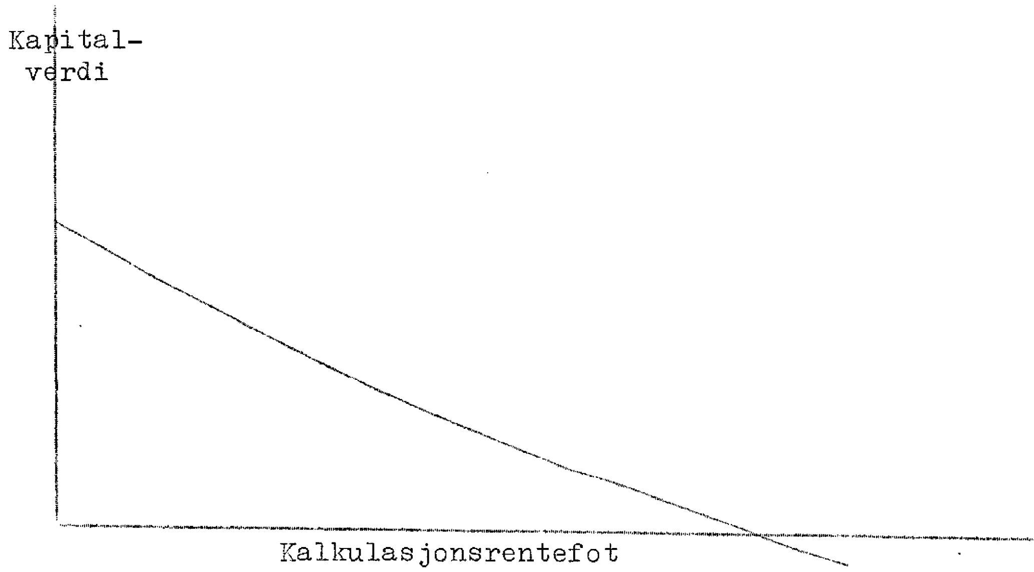
Vi ser at kapitalverdi og nåtidsverdi av en betalingsrekke brukes som praktisk talt identiske begreper. Den eneste forskjellen later til å være at "nåtidsverdien av en rekke" er et noe mer generelt begrep, mens en ofte bruker uttrykket "kapitalverdi" i forbindelse med investeringer og eiendeler.

Kapitalverdien av en investering avhenger av hvilken rentefot som brukes ved beregningene. Om vi i eksemplet ovenfor hadde satt inn forskjellige verdier på r ved beregningen av kapitalverdi før kjøpet, ville vi ha fått som resultat:

Rentefot	Kapitalverdi kroner
0	8 000
0,01	6 390
0,02	4 918
0,03	3 557
0,04	2 303
0,05	1 146
0,06	75
0,07	- 916

Grafisk kan vi vise sammenhengen mellom kalkulasjonsrentefoten og kapitalverdien som i fig. 8.5.

Fig. 8.5



Kapitalverdi og bruksverdi brukes ofte som synonyme begreper. "Bruksverdi" brukes kanskje mest når en snakker om en hel bedrift, "kapitalverdi" når en snakker om en enkelt investering. Men det later ikke til å være noe klart skille slik disse betegnelsene gjerne blir brukt i litteraturen.

Ved beregning av kapitalverdi regner en om en tidsrekke av inn- og utbetalinger til en verdi ved et bestemt tidspunkt. Ved beregning av annuiteter går en den motsatte veien, og regner om et kapitalbeløp ved et bestemt tidspunkt til en tidsrekke av inn- eller utbetalinger.

Navnet er kanskje best kjent fra såkalte "annuitetslån", som er lån som avdras etter annuitetsprinsippet. Prinsippet er imidlertid nyttig også i andre forbindelser.

La oss si at vi låner et beløp på A kroner idag, og skal betale renter og avdrag på dette lånet ved å betale en rekke beløp på a kroner ved slutten av hvert år, og slik at lånet er fullstendig tilbakebetalt etter n år. Vi må altså bestemme a slik at nåtidsverdien av en tidsrekke av utbetalinger på a kroner pr. år gjennom n år er lik nåtidsverdien av lånesummen A. Vi finner dette lett ved å omdanne formel (8.9):

$$a = A \frac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1} \qquad (8.11)$$

Denne formlen er også meget nyttig ved investeringsanalyser. Den brukes ikke bare til å bestemme den årlige utbetaling som følger med et annuitetslån. En annen vanlig anvendelse er å bestemme den årlige sum av renter og avskrivninger som følger av en viss investering, dersom en ønsker at denne summen skal være den samme over et visst antall år.

Eksempel:

En driftsbygning koster 100 000 kroner, og skal avskrives over 50 år. Det regnes 5% rente. Dersom en regner at nytten av bygningen er ens over alle disse årene, kan det være naturlig å fastsette avskrivningene slik at summen av renter og avskrivninger blir den samme for alle år. Vi ønsker altså å beregne den annuitet som over 50 år tilsvarer en verdi idag på 100 000 kroner.

Vi finner:

$$a = \text{kr. } 100\,000 \; \frac{0{,}05 \times 1{,}05^{50}}{1{,}05^{50} - 1} = \text{kr. } 5\,477{,}69$$

Vi kan sammenligne dette resultatet med det vi ville ha kommet til ved å bruke en enklere, men mindre korrekt metode som en ofte bruker i praksis. Ved denne settes avskrivningene likt for hvert år, mens årlig rente beregnes av halve investeringsbeløpet. Dette gir:

Avskrivning	$\frac{\text{kr. } 100\,000}{50}$	=		kr. 2 000.-
Renter	$\frac{\text{kr. } 100\,000 \times 0{,}05}{2}$	=		" 2 500.-
			Sum	kr. 4 500.-

Denne siste metoden gir altså for lave beløp. Ved kortvarige investeringer og ved lav rentefot er imidlertid avvikene mellom denne metoden og annuitetsmetoden nokså små, og metoden er meget brukt på grunn av sin enkelhet.

G. Intern rentefot

Ved en investerings interne rentefot mener vi den rentefot, ved hvilken nåtidsverdien av samtlige utbetalinger er lik nåtidsverdien av samtlige innbetalinger.

Dette vil si det samme som at den interne rentefoten er den rentefot som, anvendt ved beregninger av kapitalverdier, vil gi en kapitalverdi umiddelbart før investeringen på 0.

Vi kan illustrere dette med det eksemplet som ble gitt på side 8.13, og fig. 8.5. Hvis vi regner med en rentefot på 5 prosent, er kapitalverdien av denne investeringen før kjøpet 1146 kroner. Om vi regner med en rentefot på 6 prosent, vil kapitalverdien synke til 75 kroner. Med 7 prosent rente er kapitalverdien sunket til minus 916 kroner. Denne investeringens interne rentefot ligger altså et sted mellom 6 og 7 prosent. I fig. 8.5 finner vi den interne rentefoten som det punkt hvor kurven for kapitalverdi skjærer den horisontale aksen. Ved interpolering kan vi finne den interne rentefoten tilnærmet som 6.1 prosent.

Sammenhengen mellom kapitalverdi og intern rentefot kan en bl.a. forsøke å illustrere ved å vise til et tilfelle hvor en har en engangsutbetaling ved en investering, og deretter får like store netto-innbetalinger pr.år gjennom et visst antall år. Vi har da formlen (8.9):

$$A = a \frac{(1+r)^n - 1}{r(1+r)^n}$$

Her kan vi enten bestemme A dersom vi kjenner a og r (beregning av kapitalverdi), eller bestemme a dersom vi kjenner A og r (beregning av annuitet) eller bestemme r dersom vi kjenner A og a (beregning av intern rentefot). Hva vi bør gjøre avhenger av problemstillingen. Ved kapitalverdi-beregninger og ved annuitetsberegninger bruker vi en rentefot som er bestemt "utenfra", altså er en "ekstern rentefot" sett fra investeringens synsvinkel. Når vi bestemmer r, bestemmer vi <u>den forretningsprosent</u> som den gitte <u>investeringen gir av den investerte kapitalen</u>. I traktor-eksemplet foran ga investeringen en forrentning av kapitalen på ca. 6.1 prosent.

For å markere skillet mellom den interne rentefot og en kalkulasjonsrentefot som er hentet utenfra, kommer vi i det følgende til å betegne den interne rentefot med <u>i</u>, mens kalkulasjonsrentefoten fortsatt vil bli betegnet <u>r</u>.

Ved praktiske beregninger er det ofte noe komplisert å beregne den interne rentefoten. En finner den som oftest ved å prøve seg fr m, i det en beregner kapitalverdier under forskjellig kalkulasjonsrentefot inntil en har funnet en kalkulasjonsrentefot som gir en kapitalverdi litt over 0; og en som gir en kapitalverdi litt under 0. Deretter kan en bestemme den interne rentefoten med ganske brå tilnærmelse ved å interpolere.

I det aller enkleste tilfelle, hvor en engansinvestering på A kroner gir en årlig nettoinnbetaling på a kroner i all fremtid, finner en den interne rentefoten meget enkelt som:

$$i = \frac{a}{A} \qquad \text{(jfr. formel (8.11))} \qquad (8.12)$$

H. Nominell og effektiv rentefot

Ved mange typer av lån er det nødvendig å skille mellom den nominelle og den effektive rentefoten. Den nominelle rentefoten er den rentefoten som er oppgitt i lånekontrakten. Den effektive rentefoten er den rentefoten som, anvendt i diskonteringsformlene, gir en samlet nåtidsverdi av samtlige innbetalinger i forbindelse med lånet som er lik den samlete nåtidsverdi av samtlige utbetalinger i forbindelse med lånet. Beregningen av den effektive rentefoten tilsvarer altså beregningen av en investerings interne rentefot.

For lån hvor lånebeløpet utbetales i sin helhet, renten beregnes etterskuddsvis, og det ikke påløper andre utbetalinger enn den spesifiserte renten, er nominell og effektiv rentefot den samme. Ofte er dette ikke tilfelle.

Ved mange lånetyper betales rentebeløpet forskuddsvis. I praksis blir dette ofte gjort ved at rentebeløpet fratrekkes lånebeløpet før dette utbetales. Hvis vi f.eks. låner 1000 kroner til 5 % rente som skal betales forskuddsvis, får vi i virkeligheten bare utbetalt 950 kroner, og skal betale tilbake det fulle lånet på 1000 kroner om ett år. Dette er det samme som å si at vi låner 950 kroner idag og betaler beløpet tilbake med tillegg av 50 kroner rente som betales etterskuddsvis. Den effektive rentefoten er altså

$$r = \frac{50}{950} = 0{,}0526$$

Vi kunne si det samme slik: Den effektive rentefoten i dette tilfellet er den rentefoten som anvendt til diskontering gjør nåtidsverdien av 950 kroner idag lik nåtidsverdien av 1000 kroner som forfaller om ett år. Vi har:

$$\text{kr. } 950 = \frac{\text{kr. } 1000}{(1 + r)}$$

Hvis vi løser denne ligningen for r, får vi samme resultat.

Det er flere andre grunner til at den effektive renten kan avvike fra den nominelle. Ved mange slags lån skal det i tillegg til den nominelle renten betales visse provisjoner, gebyrer, stempelavgifter, etc. For låntakeren betyr det at hans samlete utbetalinger i forbindelse med lånet er større enn utbetalingene til avtalt rente. Ved å se på hele tidsrekken av utbetalinger og innbetalinger, kan vi igjen beregne den effektive rentefoten.

Ved obligasjonslån er det vanlig at obligasjonskursen avviker fra 100. Man selger f.eks. obligasjoner pålydende 1000 kroner og 5 % nominell rente, men til overkurs eller underkurs. La oss si at obligasjonen selges til underkurs for 950 kroner. Den årlige renten er imidlertid 50 kroner, og i sin tid blir obligasjonen innløst til pålydende eller 1000 kroner. Den effektive renten blir i dette tilfelle høyere enn 5 %.

Når vi i det følgende snakker om rentefoten ved innlån eller utlån, mener vi hele tiden den effektive renten. Vi går altså ut fra at en på grunnlag av låneavtalen, obligasjonskursen o.s.v. har beregnet den effektive renten, og bruker denne som grunnlag i andre kalkyler.

IX. LØNNSOMHETSKRITERIER VED INVESTERING OG UTRANGERING.

For å komme fram til gyldige lønnsomhetskriterier må vi skille mellom forskjellige situasjoner. Vi kan ha investeringssituasjoner hvor det ikke er noe problem å skaffe all den kapital som trenges til lønnsomme projekter mot å betale en gitt markedsrente. I andre tilfelle er totaltilgangen på kapital begrenset. Vi kan ha investeringsprojekter som er slik av natur at alternative projekter utelukker hverandre, og vi kan ha projekter hvor dette ikke er tilfelle.

A. Ingen kapitalbegrensning, gitt kalkulasjonsrentefot.

1. Investeringsprojekter som ikke utelukker hverandre.

I denne situasjon kan vi bruke tre forskjellige størrelser som kriterier: kapitalverdien, annuiteten, og den interne rentefoten. De vil gi nøyaktig det samme resultat, i den forstand at dersom en investering finnes å være lønnsom etter et av kriteriene, vil den også være lønnsom etter de to andre.

Dersom kapitalverdien av investeringen, beregnet ved tidspunktet umiddelbart før anskaffelsen, er positiv, er investeringen lønnsom. I eksemplet på side 8.13 ble kapitalverdien umiddelbart før anskaffelsen beregnet til 1 146 kroner når kalkulasjonrentefoten var 5 prosent. Dersom en kan skaffe penger til 5 prosent rente, er altså denne investeringen lønnsom.

Dersom investeringens interne rentefot er høyere enn kalkulasjonsrentefoten, er også investeringen lønnsom. I eksemplet var den interne rentefoten av investeringen ca. 6.1 prosent. Dersom en kan skaffe penger til 5 prosent rente, er altså denne investeringen lønnsom.

Vi ser lett at dette er det samme som at kapitalverdien beregnet etter markedsrente er positiv. Den interne rentefoten er jo den rentefoten som, anvendt i beregninger av kapitalverdi, vil gi en kapitalverdi umiddelbart før anskaffelsen på 0. Hvis kalkulasjonsrentefoten er lavere enn den interne rentefoten, må kapitalverdien umiddelbart før anskaffelsen bli positiv.

Ved lønnsomhetsberegning etter annuitetsmetoden omregner en tidsrekken av innbetalinger og tidsrekken av utbetalinger til annuiteter. Dersom annuiteten av innbetalingsrekken er større enn annuiteten av utbetalingsrekken, er også investeringen lønnsom.

Dette er nøyaktig det samme som å forlange at kapitalverdien før anskaffelsen skal være positiv, for dersom annuiteten av innbetalingsrekken er større enn annuiteten av utbetalingsrekken, må også nåtidsverdien av innbetalingsrekken bli større enn nåtidsverdien av utbetalingsrekken, og kapitalverdien blir positiv.

Vi skal først illustrere annuitetsmetoden med et noe enklere eksempel enn det foregående: I eksemplet på side 8.16 skulle en driftsbygning som koster 100 000 kroner avskrives til 0 over 50 år, og kalkulasjonsrentefoten var 5 %. På dette grunnlag beregnet vi annuiteten til 5 477,69 kroner. Om nå f.eks. de årlige nettoinnbetalingene som kan tilskrives driftsbygningen er 6 000 kroner, er investeringen lønnsom. Er de lavere enn annuiteten av utbetalingene, eller i dette tilfelle 5 477,69 kroner, er investeringen ikke lønnsom.

Annuitetsmetoden for lønnsomhetsberegninger egner seg godt for investeringer som er slik at de merinntekter som skyldes investeringer antas å bli omtrent like store gjennom hvert år av investeringens levetid. Vi foretrekker da ofte å sette opp investeringskalkylen på grunnlag av et gjennomsnittsår heller enn samlet for hele investeringsperioden, og det er i virkeligheten det vi gjør når vi beregner annuiteter. Denne metoden ligger således nær den betraktningsmåten som vi ellers vanlig anvender ved driftsplanlegging i jordbruket. Vi kan si at det vi gjør når vi beregner annuiteter av investeringsbeløpet, er å omregne utbetalingene til anskaffelse og renter til et <u>årlig kostnadsbeløp</u>. Vi beregner altså de årlige <u>kostnadene</u> på grunnlag av utbetalingene og kalkulasjonsrentefoten.[1/]

Formel (8.11) kan brukes til å beregne annuiteter for investeringer som skal nedskrives til 0 i løpet av et visst antall år. For mange investeringer har en imidlertid en <u>utrangeringsverdi</u>. I eksemplet på side 8.13 regnet en med at traktoren etter 10 år kunne selges for 3 000 kroner. I noen tilfelle er utrangeringsverdien negativ. Det kan koste penger å bli kvitt en uttjent bil eller å rive en gammel bygning. I slike tilfelle kan en beregne annuiteten på denne

---

1/ Som nevnt på side 8.16 er det en vanlig anvendt <u>praktisk</u> metode å beregne disse årlige kostnadene som summen av avskrivninger + renter av det gjennomsnittlige investeringsbeløpet. Denne metoden gir for lave kostnadstall, men for kortvarige investeringer og når rentefoten er liten blir feilen ikke særlig stor.

måten: En diskonterer først utrangeringsverdien til anskaffelsestidspunktet, og trekker det diskonterte beløp fra anskaffelsessummen. Deretter bruker en formel (8.11) til å beregne annuiteten av det reduserte anskaffelsesbeløpet.

Eksempel:

I eksemplet på side kan en beregne annuiteten av(anskaffelsessum - utrangeringsverdi) slik:

Anskaffelsessum	Kr.	2o.ooo.oo
- diskontert utrangeringsverdi kr. 3 ooo x $1{,}o5^{-1o}$ =	"	1.841.73
Redusert beløp	Kr.	18.158.27
Annuitet (formel 8.11):Kr. 18 158,27 x $\dfrac{o{,}o5 \times 1{,}o5^{1o}}{1{,}o5^{1o} - 1}$ =	"	2.351.57

Hvis vi kaller utrangeringsverdien S, kan vi skrive fremgangsmåten slik:

$$a = (A - S(1 + r)^{-n}) \frac{r(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1}$$

Denne formlen kan omformes, og vi kan komme fram til følgende formel for beregning av annuitet når investeringen har en utrangeringsverdi:

$$a = (A - S) \frac{r(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1} + Sr \qquad (9.1)$$

I samme eksempel som ovenfor får vi:

$$a = \text{kr.}(2o\ ooo - 3\ ooo) \times \frac{o{,}o5 \times 1{,}o5^{1o}}{1{,}o5^{1o} - 1} + \text{kr. } 3\ ooo \times o{,}o5 =$$

kr. 2 351.57

Annuitetsmetoden kan også brukes dersom både innbetalingsrekken og utbetalingsrekken har beløp som varierer fra år til år gjennom investeringsperioden, som f.eks. ved fruktplantinger eller skogkultur. En kan da først beregne nåverdien av innbetalingsrekken og nåverdien av utbetalingsrekken ved å diskontere de forskjellige beløp og summere på vanlig måte, og deretter omregne nåverdien til annuiteter etter formel (8.11).

2. Investeringsprojekter som utelukker hverandre.

Hvis forskjellige investeringsprojekter ikke utelukker hverandre, vil en normalt investere i alle de projekter som er lønnsomme ut fra et av de lønnsomhetskriterier som er beskrevet ovenfor. Men ofte har en et valg mellom to eller flere alternative investeringsprojekter. Det kan f.eks. være et valg mellom to forskjellige traktortyper, eller mellom forskjellige alternativer for driftsbygning, og vi vil i alle tilfelle bare kjøpe <u>en</u> traktor eller bygge <u>en</u> driftsbygning. Ved nydyrking kan det være snakk om overflatedyrking eller fulldyrking av ett og samme areal, og ved skogkultur om forskjellige kulturmåter på det samme arealet. Vi trenger altså et kriterium for å velge mellom alternative projekter.

Hvis en kan skaffe nok kapital til markedsrente, <u>har investeringenes interne rentefot i dette tilfelle ingen interesse</u>. Vi kan vise dette ved et enkelt eksempel: Vi har valget mellom to alternative investeringer, en med et investeringsbeløp på 5 ooo kroner og et annet med et investeringsbeløp på lo ooo kroner. Det første vil gi en årlig nettoinnbetaling i all fremtid på kr. 5oo, det andre vil gi en årlig netto-innbetaling i all fremtid på kr. 9oo. Markedsrenten er 5 prosent.

Den første investeringen vil gi en intern rentefot på lo prosent, og den andre på bare 9 prosent. Men hva vi i dette tilfelle er interessert i er størst mulig (årlig innbetaling - årlig rente-utbetaling). For den første investeringen blir dette kr. (500 - 250) = kr. 250, og for den andre investeringen blir det kr. (900 - 500) = kr. 400. Ut fra dette er altså det siste projektet å foretrekke, til tross for at det gir lavere intern rentefot. Den interne rentefoten forteller at begge projekter, betraktet isolert, er lønnsomme, men forteller ikke hvilket som er mest lønnsomt.

I denne situasjonen vil vi enten bruke kapitalverdien eller annuiteten av (innbetalinger - utbetalinger) som kriterium for valget. Hvis de alternative investeringene har like lang levetid, er det likegyldig hvilket av disse to kriteriene vi bruker. Vi vil altså velge det projektet som gir høyest kapitalverdi ved tidspunktet like før anskaffelsen, eller som gir høyest positiv differanse mellom annuiteten av innbetalingsrekken og annuiteten av utbetalingsrekken.

Dersom de alternative investeringsprojektene har <u>forskjellig levetid</u>, må vi være mer varsomme. Vi må skille mellom to situasjoner: (a) det er tale om engangsinvesteringer som ikke vil bli gjentatt når levetiden er utløpet, (b) det er tale om investeringer som en vil gjenta prinsipielt i all fremtid, for hver gang levetiden av en enkeltinvestering er utløpet. I tilfelle (a) vil vi velge det projektet som har den høyeste kapitalverdi umiddelbart før anskaffelsestidspunktet. I tilfelle (b) vil vi velge det projektet som gir den høyest positive differans mellom annuiteten av innbetalingsrekken og annuiteten av utbetalingsrekken. [1/]

Eksempel:

Vi skal bygge ny driftsbygning, og har valget mellom å bygge en forholdsvis billig bygning med kortere levetid, og en mer kostbar og solid bygning med lenger varighet. For enkelhets skyld vil vi forutsette at de to bygningene er likeverdige med hensyn til bruken gjennom deres levetid, slik at begge bygninger gir den samme økning i årlige innbetalinger til bruket og også gir den samme årlige sum utbetalinger til vedlikehold. Kalkulasjonsrentefoten er 5 %. Forøvrig vil vi bygge kalkylene på følgende forutsetninger:

	Alt. 1	Alt. 2
Varighet	3o år	5o år
Anskaffelsessum	kr. 6o ooo	kr. 72 ooo
Årlig vedlikehold	kr. 5oo	kr. 5oo
" innbetaling	kr. 5 ooo	kr. 5 ooo

Dersom bygningene ikke vil bli fornyet etter at den første bygningen er utslitt, vil vi velge den bygningen som gir størst mulig kapitalverdi umiddelbart før anskaffelsen. Vi kan beregne disse kapitalverdiene på vanlig måte:

Årlig nettoinnbetaling gjennom bygningens levetid er for begge bygninger 4 5oo kroner. Vi kan beregne nåtidsverdien av denne innbetalingsrekken etter formel (8.9) og trekke fra anskaffelsessummen.

Alt. 1

$$\text{kr. } 4\ 5oo \times \frac{1{,}o5^{3o} - 1}{o{,}o5 \times 1{,}o5^{3o}} = \text{kr. } 69\ 176$$

- anskaffelsessum	" 6o ooo
Kapitalverdi	kr. 9 176

Alt 2.

$$\text{kr. } 4\ 5oo \times \frac{1{,}o5^{5o} - 1}{o{,}o5 \times 1{,}o5^{5o}} = \text{kr. } 82\ 151$$

- anskaffelsessum	" 72 ooo
	kr. 1o 151

1/ En alternativ fremgangsmåte som gir det samme resultat som (b) vil bli omtalt nedenfor.

Den varigste bygningen vil gi den høyeste kapitalverdien, og altså bli foretrukket. Men dersom en regner med fortsatt drift på eiendommen og at begge bygninger vil bli fornyet når de er utslitt, kan bildet bli annerledes. Beregning av kapitalverdi over bare den første bygnings levetid kan da bli misvisende, fordi vi ikke har tatt hensyn til at det i det ene tilfellet dreier seg om en kapitalverdi over et kortere tidsrum enn i det andre tilfellet. I dette tilfellet vil en beregning av annuitet gi det korrekte resultat. Annuiteten av innbetalingsrekken er i dette tilfellet 4 500 kr. for begge alternativer, og vi trenger bare å sammenligne annuiteten av utbetalingsrekken. Det alternativet som gir lavest annuitet av utbetalingsrekken vil bli foretrukket. Dette svarer til en <u>minimering</u> av årlige kostnader, når årlige inntekter er de samme for begge alternativer. Vi finner annuitetene på vanlig måte, ved hjelp av formel (8.11):

<u>Alt. 1</u>

$$\text{kr. } 60\,000 \times \frac{0.05 \times 1{,}05^{30}}{1.05^{30} - 1} = \text{kr. } 3\,903$$

+ årlig vedlikehold " 500

Sum kr. 4 403

<u>Alt.2</u>

$$\text{kr. } 72\,000 \times \frac{0{,}05 \times 1{,}05^{50}}{1{,}05^{50} - 1} = \text{kr. } 3\,944$$

+ årlig vedlikehold " 500

Sum kr. 4 444

Den minst varige bygningen gir den laveste utbetalings-annuitet, og vil derfor bli foretrukket.

Vi skal se på en annen metode som øyensynlig bygger på en annen betraktningsmåte, men i virkeligheten gir et identisk resultat. Av beregningstekniske grunner blir denne metoden undertiden foretrukket fremfor annuitetsmetoden, men det er altså ingen reell forskjell.

Denne metoden bygger på <u>maksimering av kapitalverdi under en uendelig planleggingshorisont</u>. I alt. 1 forutsetter vi at den første bygningen etter 30 år vil bli erstattet med en ny bygning av samme slag, som også koster 60 000 kroner. Etter ytterligere 30 år vil denne bygningen igjen bli erstattet med en ny bygning til 60 000 kroner, o.s.v. til all evighet. Tilsvarende vil vi under alt. 2 for hvert 50de år bygge en ny bygning til 72000 kroner. Siden innbetalingene i dette tilfelletantas å bli de samme for begge alternativer, kan vi i stedet for å maksimere kapitalverdien, forenkle kalkylen til å minimere nåtidsverdien av samtlige utbetalinger i all framtid.

Ved alt. 1 har vi for det første en utbetalingsrekke som består av 6o ooo kroner idag og 6o ooo kroner hvert 3o. år. Nåtidsverdien av dette er:

$$60\,000 + 60\,000 \times 1{,}05^{-30} + 60\,000 \times 1{,}05^{-60} + \ldots\ldots\ldots$$

Dette er en geometrisk rekke der første ledd er 6o ooo, kvotienten er $1{,}05^{-30}$, og vi vil la antall ledd gå mot uendelig. Etter (8.7) finner vi summen som:

$$60\,000 \times \frac{1{,}05^{-30n} - 1}{1{,}05^{-30} - 1}$$

hvor n i dette tilfelle står for antall nye bygninger, og ikke for antall år. Når n mot uendelig går $1{,}05^{-30n}$ mot 0, og vi får nåtidsverdien av rekken som:

$$\text{kr. } 60\,000 \times \frac{1}{1 - 1{,}05^{-30}} = \text{kr. } 78\,062$$

I tillegg til dette kommer nåtidsverdien av de årlige vedlikeholdsutbetalingene. Dette finner vi enkelt som (jfr.formel (8.1o): $\text{kr. } \frac{500}{0{,}05}$ = " 1o ooo

Sum kr. 88 o62

På tilsvarende måte kan vi beregne nåtidsverdien under en uendelig planleggingshorisont under alt. 2:

Nåtidsverdi av anleggsbeløpene kr. 72 ooo x $\frac{1}{1 - 1{,}05^{-50}}$ kr. 78 878

Nåtidsverdi av vedlikeholdsutbetalinger $\text{kr. } \frac{500}{0{,}05}$ = " 1o ooo

Sum kr. 88 878

Merk at en nåtidsverdi under en uendelig tidshorisont på kr. 78 o62, som vi fant for alternativ 1, tilsvarer en årlig utbetaling i all fremtid (etter den gitte kalkulasjons-rentefoten) på kr. 88 o62 x o,o5 = kr. 4 4o3. Tilsvarende tilsvarer nåtidsverdien på kr. 88 878 i alt. 2 en årlig utbetaling på kr. 88 878 x o,o5 = kr. 4 444. Dette er nøyaktig de samme beløp som vi fant ved beregning av annuiteter over den første bygningens levetid. De to metoder gir helt tilsvarende resultater.

3. Utrangeringskalkyler.

I praksis møter vi ofte problemet å avgjøre når en varig kapitalgjenstand skal utskiftes med en ny. Vi kan nevne noen eksempler fra landbruket: Ved oppforing av slaktedyr av griser, broiler eller storfe drives produksjonen ofte kontinuerlig, slik at et nytt kull settes inn straks [1/] et kull er slaktet. Ved melkeproduksjon og sauehald vil en vanligvis erstatte utrangerte dyr med nye. Varige driftsmidler som traktor og maskiner blir vanligvis erstattet med nye når de utrangeres. Ved bærproduksjon, fruktproduksjon og skogbruk blir ett bestand av busker eller trær erstattet med et nytt. Til tross for forskjellen i omløpstid og art har disse situasjonene en felles struktur:

En utbetalingssum til en ny kapitalgjenstand hver gang en gammel er utrangert.

En utrangeringssum som en mottar for den utskiftete kapitalgjenstanden. Denne kan være positiv, 0, eller negativ. Den kan avta med stigende alder ved utrangeringen, slik tilfelle normalt vil være med varige driftsmidler, eller den kan øke, som den normalt vil gjøre med slaktedyr eller skogbestand.

Periodiske nettoinnbetalinger som skyldes kapitalgjenstanden og kan variere med kapitalgjenstandens alder. Ved slaktedyrproduksjon er disse nettoinnbetalingene negative, og består av utbetalinger til fór, arbeid etc. Ved maskiner kan de være positive, og består av"nytteverdien" av vedkommende traktor, redskap etc. minus periodiske utbetalinger til drivstoff, vedlikehold osv. Ved fruktproduksjon vil de også være positive og bestå av årlige salgsinntekter minus variable utbetalinger forbundet med produksjonen.

Enten det gjelder slaktedyr, maskiner, skogproduksjon eller noe annet kan vi følge de samme prinsipper for å bestemme utrangeringstidspunktet eller kapitalgjenstandens økonomiske levealder: Prinsippet blir det samme som i avsnitt A 2 foran, der problemet var å velge mellom alternative investeringsprojekter med forskjellig levealder. Vi kan bygge på annuitetsprinsippet, og bestemme

[1/] I visse tilfelle venter en et bestemt tidsrum fra et kull selges til et nytt settes inn, for å få tid til rengjøring, desinfeksjon etc. Behandlingen av dette tilfelle blir imidlertid helt tilsvarende denne som skal presenteres her.

utrangeringsalderen slik at differansen mellom annuiteten av innbetalingsrekken og annuiteten av utbetalingsrekken får størst mulig positiv verdi. Eller vi kan bruke kapitalverdi-metoden, og bestemme utrangeringsalderen slik at kapitalverdien av en uendelig "investeringskjede" blir høyest mulig. De to metoder gir identiske resultater.

Den eneste forskjell på de forskjellige problemtyper er valget av tidsperiode. Ved slakteproduksjon er det nødvendig å bruke korte tidsperioder, kanskje måneder eller uker. Når det gjelder maskiner kan det være naturlig å bruke år, og for skogbestand kan det endog komme på tale å bruke tidsperioder av flere års varighet. Men dette endrer intet ved prinsippet.1/ En må bare passe på å velge rentefoten slik at den uttrykker renten i løpet av den tidsperioden som en vil anvende.

Fremgangsmåten skal illustreres ved hjelp av et konstruert eksempel. Problemet gjelder å bestemme den mest økonomiske alder for utbytting av personbil. Vi vil forutsette at bilen dekker eierens transportbehov like godt uansett alder, slik at han ikke legger vekt på prestisjemessige fordeler ved å ha en nyere bil, el.l. På den annen side vil vi forutsette at sum årlige utgifter til skatt, forsikring, bensin, vedlikehold etc. øker sterkt med økende alder. Videre vil vi anta at det beløp som en kan få for den gamle bilen ved salg avtar med økende alder, først sterkt og senere forholdsvis mindre pr. år. For enkelhets skyld vil vi forutsette at de årlige utbetalingene forfaller ved utgangen av hvert år.2/ Forøvrig vil vi bygge kalkylene på følgende forutsetninger:

1/ I alt som er sagt om investeringsproblemer her har vi forutsatt at en vil dele tiden inn i tidsperioder av konstant lengde. Det er også mulig å behandle tiden som en kontinuerlig variabel, og dette kan undertiden være mere hensiktsmessig, f.eks. når det gjelder slaktedyrproduksjon. Grunnprinsippene blir de samme, men formlene forskjellig. Da denne behandlingen forutsetter større matematiske kunnskaper, skal vi ikke komme inn på dette her.

2/ Hvis vi vil gå nøyaktig til verks, kan vi diskontere utbetalingene etter hvert som de forfaller fram til utgangen av året.

Rentefot 5 prosent	Utrang.verdi ved årets utgang	Utbetaling i året
Anskaffelsessum kr. 16 ooo		
1. år	kr. 13 ooo	kr. 3 ooo
2. "	" 11 ooo	" 3 2oo
3. "	" 9 2oo	" 3 4oo
4. "	" 7 6oo	" 3 6oo
5. "	" 6 2oo	" 3 8oo
6. "	" 5 ooo	" 4 ooo
7. "	" 4 ooo	" 4 2oo
8. "	" 3 1oo	" 4 4oo
9. "	" 2 3oo	" 4 6oo
1o. "	" 1 6oo	" 4 8oo
11. "	" 1 ooo	" 5 ooo
12. "	" 5oo	" 5 2oo
13. "	" 0	" 5 4oo

Vi kan se på valget mellom utskifting etter 1. år, etter 2 år, osv. som et valg mellom 13 alternative investeringer, hver av forskjellig varighet, og bruke en av de metodene som er beskrevet i avsnitt A.2 til å finne det mest lønnsomme. Vi vil her bruke annuitetsmetoden. Beregningene skal vises for et enkelt alternativ, nemlig utrangering etter 5 år.

Først vil vi beregne annuiteten av (anskaffelsessum - utrangeringsverdi). Ved å bruke formel (9.1) får vi:

$$\text{kr. } (16\ 000 - 6\ 200)\ \frac{0{,}05 \times 1{,}05^5}{1{,}05^5 - 1} + 6\ 200 \times 0{,}05 = \text{kr. } 2573.43$$

Videre må vi regne årlige utbetalinger om til en annuitet over 5 år. Først må vi beregne nåtidsverdien av disse utbetalingene:

$$\text{Nåtidsverdien} = \sum_{i=1}^{5} u_i\ (1 + r)^{-i} =$$

$$= \text{kr. } 3\ 000 \times 1{,}05^{-1} + \text{kr. } 3\ 200 \times 1{,}05^{-2} + \ldots + \text{kr. } 3\ 800 \times 1{,}05^{-5}$$

$$= \text{kr. } 14\ 635{,}83$$

Dette tilsvarer en annuitet over 5 år (formel 8.11):

$$\text{kr. } 14\ 635{,}83 \times \frac{0{,}05 \times 1{,}05^5}{1{,}05^5 - 1} = \text{kr. } 3\ 380.32$$

Samlet annuitet blir altså kr. (2 573,43 + 3 380,32) =

= kr. 5 953,75

En alternativ fremgangsmåte er å beregne nåtidsverdien under en uendelig planleggingshorisont av samtlige utbetalinger. Fremgangsmåten er beskrevet i avsnitt A.2. I oppstillingen nedenfor er resultatene av begge fremgangsmåter angitt, og vi ser at annuiteten hele tiden er 5 prosent av denne nåtidsverdien.

Utskifting etter antall år	Annuitet	Nåtidsverdi, uendelig horisont
1	kr. 6 800	kr. 135 997
2	" 6 337	" 126 732
3	" 6 182	" 123 647
4	" 6 037	" 120 733
5	" 5 954	" 119 083
6	" 5 889	" 117 778
7	" 5 835	" 116 697
8	" 5 800	" 115 997
9	" 5 778	" 115 553
10	" 5 765	" 115 292
11	" 5 759	" 115 175
12	" 5 758	" 115 165
13	" 5 762	" 115 238

Under de gitte forutsetninger slipper vi billigst fra bilholdet ved å ha hver bil 12 år før den skiftes ut med en ny. Innen et nokså stort område er det imidlertid ikke særlig stor forskjell på annuitetene.

For fullstendighets skyld skal vi også nevne en tredje betraktningsmåte som en ofte ser beskrevet i litteraturen. Også denne gir det samme resultat. Metoden bygger på at en skal beholde det gamle kapitalobjektet minst en tidsperiode til så lenge differanse-nettoinnbetalingen ved dette er større enn den annuitet av nettoinnbetalingene som en vil få om en anskaffer et nytt kapitalobjekt.[1/] Annuiteten av nettoinnbetalingene beregnes da under forutsetning av at det nye kapitalobjektet vil bli skiftet ut ved samme alder som det gamle nå har.

I eksemplet ovenfor har vi forutsatt at innbetalingssiden av regnskapet hele tiden vil være den samme, så vi kan nøye oss med å se på utbetalings-siden. Vi vil da beholde det gamle kapitalobjektet så lenge den årlige nettoutbetaling ved dette er mindre enn den annuitet av utbetalinger som en får om en kjøper et nytt kapitalobjekt.

Vi skal vise dette ved det samme eksemplet. Siden annuitetene er regnet på grunnlag av forfall ved utgangen av hvert år, bør vi også regne om differanseutbetalingen til utgangen av året. For eksempel: Etter 5 år kan en få kr. 6 200 for den gamle bilen, og etter 6 år kan en få kr. 5 000. I løpet av det sjette året må en ut med kr. 4 000 i løpende utbetalinger, diskontert til slutten av året. Samlet differanseutbetaling ved å ha den gamle bilen ett år lenger, fra den er fem år gammel til den er seks år, blir, omregnet til utgangen av det sjette året:

kr. (4 000 + 1,05 x 6 200 - 5 000) = kr. 5 510

Dette beløpet kan vi sammenligne med annuiteten på kr. 5 954, som gjelder for en ny bil som blir utskiftet etter femte år. Det vil altså lønne seg å ha den gamle bilen lenger enn fem år. Differanseutbetalingen ved å ha bilen fra den er 12 år til den er 13 år blir tilsvarende:

kr. (5 400 + 1,05 x 500 - 0) = kr. 5 925

Dette beløpet er større enn annuiteten på kr. 5 758 som en får om en i stedet kjøper en ny bil som en har til den er 12 år gammel.

Det har en viss interesse å se på hva som ville ha skjedd om vi hadde brukt en høyere eller lavere rentefot i utrangeringskalkylen. Med lavere rentefot ville vi ha kommet til at det ville lønne seg med noe tidligere utrangering. Dette er rimelig, for med tidligere utrangering følger høyere gjennomsnittlig kapitalinves-

[1/] Mer populært kunne vi si det slik:" Det vil lønne seg å beholde det gamle kapitalobjektet et år lenger dersom dette gir en nettoinntekt for dette året som er større enn den gjennomsnittlige nettoinntekt pr. år som en vil få om en kjøper et nytt kapitalobjekt". Men denne formuleringen krever igjen at vi er svært omhyggelige når vi definerer nettoinntekt for et år og i gjennomsnitt pr. år.

tering, og dermed høyere rentebelastning. Dette trekker altså i retning av senere utrangering. Når rentefoten blir lavere spiller dette poenget mindre rolle, og vi får lavest annuitet dersom vi utrangerer noe tidligere.

Hvis rentefoten var 0, ville det i dette eksemplet lønne seg å utrangere etter 8 år. Diskontering med en positiv rentefot betyr at vi legger forskjellig vekt på beløp som utbetales til forskjellige tider. Med nullrente veies alle beløp likt enten de utbetales før eller senere, og vi vil bare bry oss om å minimere den gjennomsnittlige utbetaling pr. år.

Ved skogproduksjon ville vi ha kommet til det motsatte resultat. Med lavere rentefot vil det lønne seg med noe høyere avvirkningsalder i skogen. Med nullrente ville vi velge den avvirkningsalder som gir maksimal gjennomsnittlig verditilvekst. Forskjellen mellom bil-eksemplet og skogeksemplet skyldes at ved bilholdet er det størst kapital bundet i relativt unge kapitalgjenstander, og for skog er mest kapital bundet i eldre kapitalgjenstander.

4. Utrangeringskalkyler når det har skjedd tekniske eller genetiske forbedringer.

I det foregående har vi stilltiende forutsatt at de nye driftsmidlene som vi overveier å erstatte de gamle med, teknisk eller biologisk sett er akkurat likeverdige med de gamle. På mange områder foregår det imidlertid en stadig teknisk eller genetisk framgang, som gjør at nye driftsmidler på en eller annen måte er bedre, enten i teknisk konstruksjon eller i genetisk konstitusjon, enn de gamle er. En traktor 1966-modell vil normalt ha tekniske fortrinn framfor den gamle av 1958-modell som vi kanskje overveier å skifte ut, rent bortsett fra at den gamle er nedslitt og derfor kan ha en dårligere yteevne. Det siste har vi tatt hensyn til i de kalkyletypene som er nevnt foran, men ikke de tekniske forbedringene som måtte forekomme. Et tilsvarende forhold kan en ha ved utskifting av biologiske kapital-objekter. På grunn av avlsarbeid, planteforedling eller introduksjon av nye sorter, etc., kan vi for husdyr ofte regne med at et ungdyr født 1966 i gjennomsnitt vil være genetisk bedre enn et ungdyr født 1960 var. En ny fruktplanting kan ha biologiske fordeler fremfor en gammel, og disse fordelene ligger ikke i alder alene, men også i sort, grunnstamme og andre ting.

I prinsippet kan vi ta hensyn til slik framgang ved å bygge på det siste av de tre betraktningsmåtene som ble beskrevet i forrige avsnitt: Det lønner seg å beholde det gamle kapitalobjektet så lenge differansenettoinnbetalingen fra dette er større enn den annuitet av nettoinnbetalinger som en vil få om en anskaffer et nytt kapitalobjekt. Under tekniske eller genetisk framgang vil annuiteten av nettoinnbetalingene fra det nye kapitalobjektet komme til å ligge en del høyere enn om denne annuiteten var blitt beregnet på grunnlag av betalingsrekken for det gamle kapitalobjektet. Derfor vil den generelle virkningen av dette hensynet bli at det vil lønne seg å skifte ut varige driftsmidler noe tidligere enn om det ikke hadde foregått slik framgang.

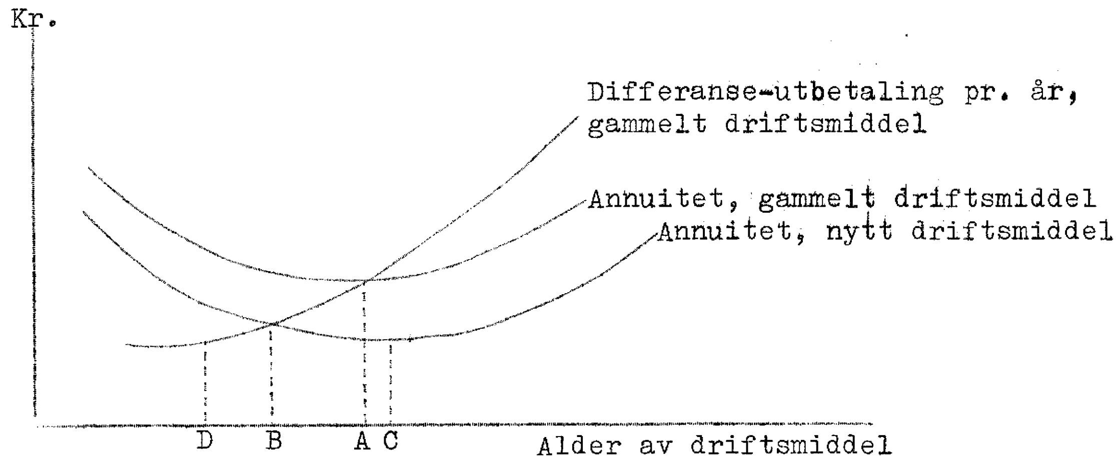
Den største prinsipielle vanskelighet når en skal sette opp slike kalkyler ligger i et annet forhold: Når vi skal beregne annuiteten av netto-innbetalingene for et nytt kapitalobjekt, må vi vite hvor lang tid dette kommer til å bli beholdt. Dette avhenger av om den tekniske framgangen kommer til å fortsette, og i tilfelle i hvilken hastighet. Terborgh har behandlet disse forhold inngående, og anbefaler normalt å regne med at den tekniske framgangen kommer til å fortsette i samme hastighet i årene framover som den har gjort i årene siden det gamle kapitalobjektet ble anskaffet. 1/

Fremgangsmåten er forsøkt illustrert i fig. 9.1. Siden vi snakker om tidsperioder av ens varighet, burde "kurvene" strengt tatt ha vært tegnet trinnformet, men for enkelhets skyld er de trukket jevnt. Dette ville forøvrig også ha vært tilfelle dersom vi hadde behandlet tiden som en kontinuerlig variabel.

Figuren viser det tilfelle hvor vi kan nøye oss med å se på utbetalingssiden av regnskapet. Kurvene for annuitet av gammelt og nytt driftsmiddel viser hvilken annuitet av utbetalinger en vil få om en skifter ut henholdsvis det gamle og det nye driftsmidlet ved forskjellig alder. Dersom det ikke skjer noen teknisk eller genetisk utvikling, vil de to kurvene falle sammen. P.g.a. teknisk framgang er kurven for det nye driftsmidlet lavere enn kurven for det gamle. Det vil si at det nye driftsmidlet kan utføre sine tjenester for lavere totalkostnader enn det gamle kunne, om vi regner med at begge vil bli utskiftet ved samme alder.

1/ George Terborgh, Dynamic Equipment Policy, New York 1949.

Fig. 9.1



Hvis det ikke hadde skjedd noen teknisk forbedring, ville det lønne seg å skifte ut det gamle driftsmidlet ved den alder som svarer til punktet A. Når en tar hensyn til den tekniske forbedring som har funnet sted siden det gamle driftsmidlet ble anskaffet, vil det lønne seg å skifte ut tidligere. Det er imidlertid ikke sagt at den alder som svarer til punktet B er den rette. Dette er bare tilfelle dersom vi kan gå ut fra at også det nye driftsmidlet vil bli skiftet ut ved samme alder, og dette vil avhenge av den tekniske utvikling videre fram gjennom tiden. Hvis vi f.eks. kunne tenke oss at den tekniske utviklingen plutselig ville stoppe opp, kom ikke det nye driftsmidlet til å bli skiftet ut før ved den alder som svarer til punktet C, og den alder hvor differanse-utbetalingen for det gamle driftsmidlet svarer til annuiteten for det nye tilsvarer punktet D. Dersom det for en viss type av driftsmidler har skjedd en nevneverdig teknisk utvikling over de senere år, vil det vel likevel i de fleste tilfelle være naturlig å vente at en slik utvikling kommer til å fortsette, om enn ikke alltid med samme hastighet.

De prinsippene for å bestemme den mest økonomiske utskiftingsalder som vi har omtalt her, fører til at en ofte vil skifte ut et driftsmiddel før det rent fysisk sett er utslitt. Den økonomiske levealder kan godt være kortere enn den fysiske. Tradisjonelt har det kanskje vært en tendens til å se for meget på den fysiske varigheten når levealderen av et varig driftsmiddel skulle bestemmes.

Vi skal peke på en annen ting som det er viktig å merke seg:

I utskiftingskalkylen tar vi ikke hensyn til hvilken verdi et driftsmiddel er oppført med i status. De eneste verdier vi bruker i utskiftingskalkylen, er realisasjonsverdien nå og realisasjonsverdien senere.[1/]

Nå kan det for eksempel godt hende at vi finner ut at det lønner seg å skifte ut en traktor som har en realisasjonsverdi av 3 ooo kroner, mens den i status er oppført med 6 ooo kroner. Regnskapsmessig oppstår det da et tap på 3 ooo kroner i utskiftingsåret. Dette regnskapsmessige tapet skyldes at vi har brukt for lave avskrivningssatser i tidligere regnskapsperioder. Vi har altså overvurdert bedriftens nettoinntekt i tidligere regnskapsperioder, og for å korrigere dette vil vi undervurdere nettoinntekten i utskiftingsåret. Men dette representerer bare en regnskapsmessig forskyvning av inntekten mellom forskjellige år, og har ingen ting å gjøre med lønnsomheten av utskiftingen.

B. Lønnsomhetskriterier ved begrenset kapitaltilgang

La oss som et eksempel tenke oss at vanlig lånerente er 6 prosent. En gardbruker setter opp investeringskalkyler etter noen av de prinsipper som er beskrevet foran, og bruker 6 prosent som kalkulasjonsrentefot. Han kommer til at han har lønnsomme investeringsprojekter til ialt 12o ooo kroner. Det aller meste han kan skaffe av penger til disse investeringene er imidlertid bare 6o ooo kroner. Vi trenger en metode for å avgjøre hvilke investeringsprojekter en bør velge, innenfor rammen av de 6o ooo kroner som kan skaffes til investeringer.

Beregninger av kapitalverdi eller av annuiteter basert på 6 prosent rentefot er i dette tilfellet ikke til noen hjelp. De projektene som gir den høyeste kapitalverdi kan også kreve mest av den begrensete kapitaltilgangen, og det er på ingen måte sikkert at de er de mest fordelaktige når kapitaltilgangen er begrenset.

I dette tilfelletvil vi velge investeringsprojektene slik at en for den gitte kapitalmengden får den største samlete kapitalavkastning. Det oppnår en ved å prioritere projektene etter deres interne rentefot.

1/ Hvis vi trekker inn skattemessige hensyn blir forholdet litt mer komplisert, og da spiller den bokførte verdien i skatteregnskapet også en viss rolle. Det regnskapsmessige tapet som en får om en skifter ut et driftsmiddel som er overvurdert i status, fører til en skattemessig gevinst som en kan ta hensyn til i kalkylene. Skattemessige forhold vil bli behandlet mer inngående i kapittel X.

Det er ikke alltid slik som i eksemplet ovenfor, at det er en skarp grense for hvor meget penger en kan skaffe til investeringer. Ofte er forholdet det at en kan skaffe mer penger, men bare til en høyere rentefot. Hvor meget penger en kan skaffe avhenger også av hvor lang tidsperiode en ser på. La oss si at en planlegger for en tidsperiode av gitt varighet, f.eks. en ettårsperiode, eller en femårsperiode. Vi kan stille opp en oversikt over forskjellige muligheter for å skaffe penger til investeringer i løpet av denne perioden:

Finansieringsmuligheter:

Penger og folioinnskudd ved periodens begynnelse
Nettoinnbetalinger (- skatt) fra driften
Realisering av forskjellige typer finanskapital (bankinnskudd, obligasjoner etc.)
Realisering av forskjellige typer realkapital (salg av buskap og maskiner, avvirkning av skogbestand, etc.)
Lånemuligheter
Statstilskott til investeringer
Formuesoverføringer (arv, gaver)

Vi kan ordne disse finansieringsmulighetene etter stigende rentefot, ved å bygge på renteofferet. Renteofferet er kapitalens avkastning ved dens nåværende anvendelse, som en altså går glipp av hvis en bruker kapitalen til nye investeringsprojekter. Hvis vi for å finansiere investeringer tar ut penger av banken der de gir 2,5 prosent rente, er renteofferet 2,5 prosent. Hvis vi låner penger til 6 prosent rente er renteofferet 6 prosent. I dette tilfellet representerer det rente-utbetalinger som vi ville ha spart om vi ikke tok opp lånet. Hvis vi skal beregne renteofferet ved å realisere realkapital, f.eks. en maskin, må vi følge vanlige prinsipper for beregning av intern rentefot. På den ene siden må vi se på hvilken pengesum en får om en realiserer kapitalgjenstanden idag, og på den annen side på hvilken tidsrekke av netto-innbetalinger en vil få om en beholder kapitalgjenstanden. Den rentefoten som gir samme nåtidsverdi av realisasjonsverdien idag og av tidsrekken av fremtidige nettoinnbetalinger, representerer renteofferet uttrykt i prosent.

På den annen side kan vi stille opp en oversikt over investeringsmuligheter i løpet av den samme tidsperioden:

Investeringsmuligheter:

Privatforbruk
Investeringsprojekt A
Investeringsprojekt B
o.s.v.

Her har vi valgt å stille opp privatforbruket på linje med forskjellige investeringsprojekter. Årsaken er at privatforbruk og investeringer konkurrerer om den samme begrensete pengemengde, og størrelsen av privatforbruket kan i noen grad avpasses etter hvor gode investeringsprojekter det foreligger. Vi kunne imidlertid også ha behandlet privatforbruket på en annen måte, ved å trekke det fra "nettoinnbetalinger fra driften" under "finansieringsmuligheter".

De forskjellige investeringsprojektene kan vi nå ordne etter fallende intern rentefot, slik at oversikten danner en prioritetsliste over investeringene. Hvis vi vil behandle privatforbruket på linje med investeringer, vil vi øverst føre opp et "grunnforbruk" som en ikke er villig til å la privatforbruket falle under, og som skal ha prioritet foran samtlige investeringsprojekter. Økning i privatforbruket ut over dette kan så avveies i forhold til de forskjellige investeringsprojektene. 1/

Ved å stille sammen de to oversiktene, kan vi se hvor langt ned i prioritetslisten av investeringer det vil lønne seg å gå. Vi vil begynne med de investeringsprojekter som gir høyest intern rentefot, og finansiere disse med de finansieringskilder som har lavest renteoffer. Det lønner seg å gå videre nedover i prioritetslisten så lenge den interne renten er høyere enn renteofferet. Når intern rentefot og renteoffer er blitt like store, har vi nådd lønnsomhetsgrensen for investeringer, og den tilsvarende rentefoten kaller vi bedriftens interne marginale rentefot.

1/ I en tilsvarende oversikt for et aksjeselskap kunne "aksjeutbytte" behandles på samme måte som "privatforbruk" her. I et slikt tilfelle er det ikke sikkert at "aksjeutbytte" ville få prioritet foran samtlige investeringer.

Nedenfor er vist et tenkt eksempel: for en femårsperiode:

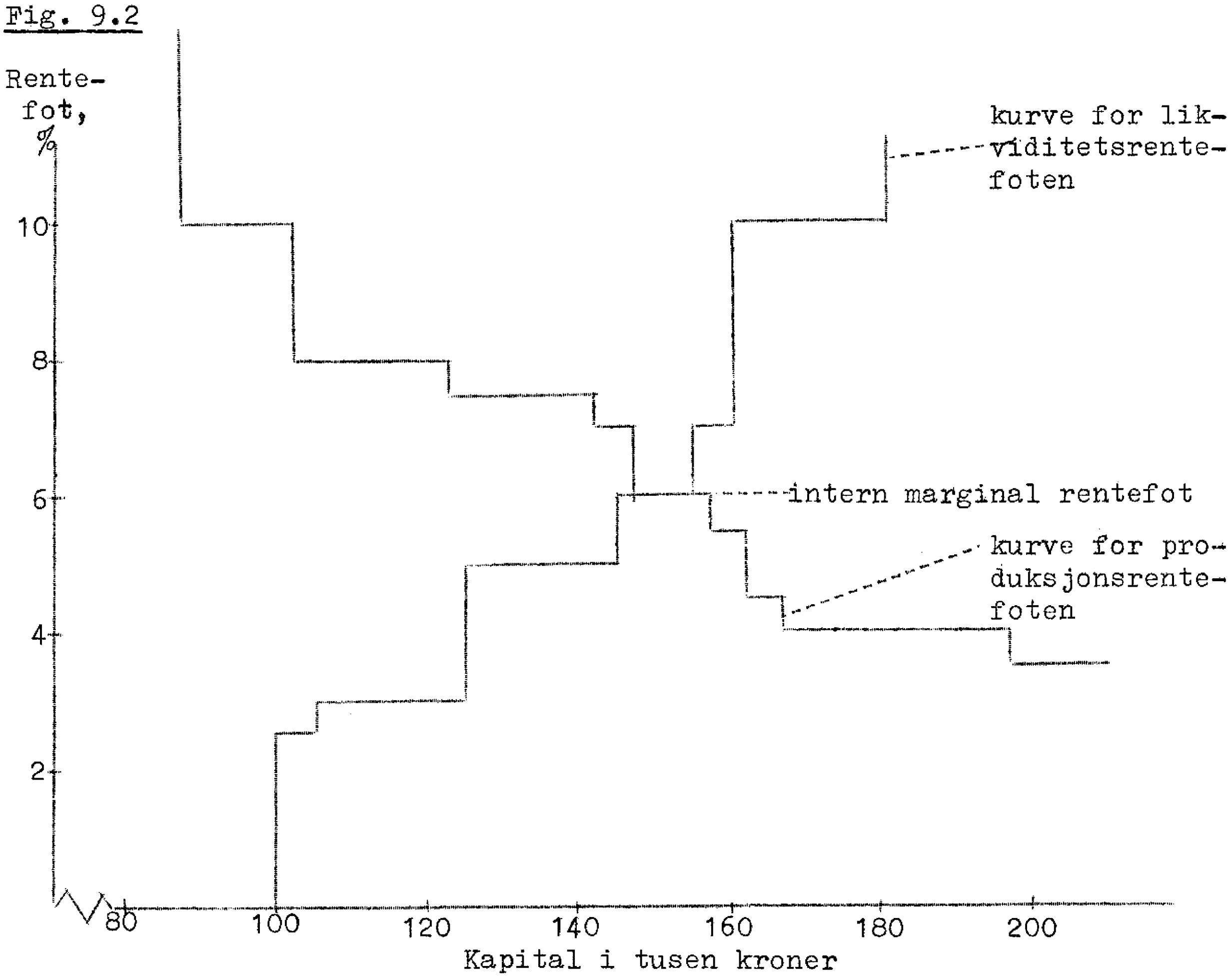
<u>Finansieringsmuligheter</u>:	Pr. kilde	Ialt	Rente-offer
Kontanter og folioinnskudd	kr. 10 000	kr. 10 000	0 %
Netto-innbetalinger fra driften	" 90 000	" 100 000	0 "
Bankinnskudd	" 5 000	" 105 000	2,5 "
Avvirking skogbestand 1	" 20 000	" 125 000	3 "
Utvidet pantelån	" 20 000	" 145 000	5 "
Kassakreditlån	" 10 000	" 155 000	6 "
Realisert redskap 1	" 5 000	" 160 000	7 "
Frasalg av jord	" 20 000	" 180 000	10 "

<u>Investeringsmuligheter</u>:	Pr. projekt	Ialt	Intern rentefot
Privat grunnforbruk	kr. 75 000	kr. 75 000	"høy"
Nødvendig driftskapital	" 12 000	" 87 000	"høy"
Grøfting	" 15 000	" 102 000	10 %
Buskap	" 20 000	" 122 000	8 "
Ny traktor	" 20 000	" 142 000	7,5 "
Privat forbruksøkning 1	" 5 000	" 147 000	7 "
Investering skogkultur	" 10 000	" 157 000	6 "
Forhøster	" 5 000	" 162 000	5,5 "
Privat forbruksøkning 2	" 5 000	" 167 000	4,5 "
Restaur. driftsbygning	" 30 000	" 197 000	4,0 "
Investering i aksjer	" 50 000	" 247 000	3,6 "
Maskiner	" 20 000	" 267 000	3,0 "

I dette eksemplet er det klart at det lønner seg i hvert fall å gå til og med "privat forbruksøkning 1", fordi dette krever 147 000 kroner og gir 7% renteavkastning for det siste projektet, mens vi kan skaffe inntil 155 000 kroner til 6 prosent eller lavere. Hvis projektet "investering i skogkultur" kan <u>deles,</u> kan vi si at de første 8 000 kroner investering her er marginal. Både renteoffer og intern rente er 6 %, og bedriftens interne marginale rentefot er altså også 6 prosent.

Grafisk kan vi vise fremgangsmåten som i fig. 9.2. Renteofferet ved å skaffe penger til investeringer kaller en ofte <u>likviditetsrenten,</u> og den interne rente av investeringsprojektene kalles produksjonsrenten. I virkeligheten kan en ofte ha å gjøre med kurver som er meget jevnere enn i figuren, fordi det kan være mulig å investere mer eller mindre i ett og samme projekt, og til en mer jevnt fallende rentefot for marginalinvesteringen. Skjæringspunktet mellom de to kurvene angir den interne marginale rentefoten så vel som lønnsomhetsgrensen for investeringer.

Fig. 9.2



Bedriftens interne marginale rentefot har en særlig betydning. Den kan sies å representere "alternativkostnaden av kapital" innen bedriften, og det er den rentefoten vi bør bruke som kalkulasjonsrentefot dersom vi vil vurdere mer enkeltstående investeringsprojekter. Ved en del problemstillinger, som f.eks. når vi skal velge mellom investeringsprojekter som gjensidig utelukker hverandre, eller vi skal bestemme optimal utrangeringsalder for et varig driftsmiddel, må vi utføre beregninger etter ett av de prinsipper som ble beskrevet i avsnitt A av dette kapitlet.

Da trenger vi en gitt kalkulasjonsrentefot, og dersom samlet kapitaltilgang er begrenset er det "bedriftens interne marginale rentefot" som er den riktige.[1/]

I praksis vil en kanskje sjelden gå fram så omstendelig som det er vist her, med beregning av "renteoffer" og "intern rentefot" for alle mulig finansieringsmuligheter og investeringsprojekter. Som grunnlag for enkeltstående investeringskalkyler bør en likevel vurdere hva bedriftens interne marginale rentefot kan være, og bruke dette som kalkulasjonsrentefot i kalkylene. Mange bedrifter har svært begrenset kapitaltilgang i forhold til investeringsmulighetene, og den "interne marginale rentefoten" eller alternativkostnaden av finansieringskapital kan ligge langt over vanlig lånerente. En kan vel blant annet anta at dette er en svært vanlig situasjon for unge gardbrukere som nylig har overtatt eiendommen. Bruker en i slike tilfelle lånerenten som grunnlag for enkeltstående investeringskalkyler, kan en lett komme til å investere i projekter som gir forholdsvis lav avkastning, mens en får for lite kapital til å investere i andre projekter som gir langt høyere kapitalavkastning.

C. Noen andre hensyn.

Fremstillingen ovenfor har gitt en forenklet fremstilling av lønnsomhetskriterier i forskjellige situasjoner. Vi skal nevne noen flere hensyn som en vil ta:

I virkeligheten er det ofte slik at lånemulighetene er koblet sammen med spesielle investeringsprojekter. Undertiden kan en få betydelig kreditt ved kjøp av et varig driftsmiddel fra en spesiell leverandør. Investeringer i hus og jord øker pantegrunnlaget i eiendommen og dermed muligheten for å oppnå høyere pantelån, mens investeringer i løsøre som maskiner og buskap ikke har den samme virkning. Visse låneinstitusjoner låner ut penger på fordelaktige betingelser, men bare til spesielle formål.

Dette problemet kan vi i prinsippet løse ved å se investeringsprojektet + det tilhørende låneopptak som ett felles investeringsprojekt. Vi har en tidsrekke av inn- og utbetalinger knyttet til det egentlige investeringsprojektet, og en tilsvarende tidsrekke knyttet til lånet.

1/ Dersom bedriften kan skaffe nok kapital til alle lønnsomme

Disse to kan slåes sammen, og vi får en felles tidsrekke av nettoinnbetalinger som en kan bruke som grunnlag for lønnsomhetsberegninger etter de prinsipper som er beskrevet foran.

Et annet hensyn er mulighetene for å oppnå statstilskott til visse investeringer. Fra privatøkonomisk synsvinkel er en som regel bare interessert i å oppnå den best mulige privatøkonomiske lønnsomhet. Statstilskott kan en da svært lett ta hensyn til i kalkylene, simpelt hen ved å trekke statstilskottet fra investeringsbeløpet når en setter opp tidsrekken over inn- og utbetalinger.

Et tredje viktig hensyn er en vurdering eller beregning av likviditetsutviklingen på lengere sikt. I forbindelse med investeringer må en alltid tenke på kravet til likviditet, som sier at en må stelle seg slik at en alltid også i fremtiden kan skaffe penger til å dekke løpende forpliktelser, den løpende drift, og finansiere særlig lønnsomme nye investeringsprojekter som etter hvert oppstår.

En slik oversikt over finansieringsmuligheter og investeringsprojekter som vi nettopp viste, vil sikre at en kan skaffe nok penger til de investeringsprojekter som velges innenfor den løpende planleggingsperioden, men gir ikke noen tilsvarende garanti for finansieringsmuligheter ut over denne perioden. La oss som eksempel tenke oss at en gardbruker følger den fremgangsmåten som er beskrevet, og kommer til at det er lønnsomt å uttømme alle finansieringsmuligheter for å finansiere en ny driftsbygning. Denne investeringen gir imidlertid pengene tilbake i form av nettoinnbetalinger for fremtidige år fordelt over et meget langt tidsrum, og i neste femårsperiode er ennå svært lite kommet tilbake. I denne neste femårsperioden oppstår det muligens et prekært behov for fornyelse av maskinparken. Dette er investeringsmuligheter som ikke forelå i inneværende femårsperiode, men vil gi meget høy intern rente hvis en investerer i dette i neste femårsperiode. Hvis nå det aller meste av finansieringsmulighetene er uttømt på grunn av driftsbygningen, kan en gå glipp av denne meget lønnsomme investeringen senere. Det kan derfor være lønnsomt på lengere sikt å gi avkall på enkelte investeringsprojekter med høy intern rente, men lang bindingstid, til fordel for projekter som gir noe lavere

---

investeringsprojekter til vanlig markedsrente, vil markedsrentefoten og den "interne marginale rentefoten" falle sammen.

rente, men gjør pengene disponible igjen raskere. Omvendt kan jo også situasjonen være slik at investeringsmulighetene i fremtiden bedømmes til å være vesentlig dårligere enn i den nærmeste fremtid, slik at en vil foretrekke å investere i langsiktige projekter med noe lavere intern rente fremfor kortsiktige projekter med høy intern rente.

Et fjerde viktig hensyn som en vil vurdere, er hensynet til sikkerheten. Her har vi forutsatt at en for alle investeringsprojekter kjenner tidsrekken av inn- og utbetalinger. I virkeligheten har vi selvfølgelig bare å gjøre med mer eller mindre usikre anslag over disse inn- og utbetalingene, og noen anslag kan være mer pålitelige enn andre.

Prinsipper for å ta hensyn til risiko og usikkerhet skal vi diskutere mer inngående siden. Her skal vi bare nevne at vurderingen av sikkerhet bør gjelde både lønnsomheten og likviditeten. Forutsetningene for en investeringskalkyle kan slå feil på den måten at fremtidige innbetalinger eller utbetalinger blir annerledes enn en har regnet med, og dersom innbetalingene viser seg å bli lavere og/eller utbetalingene høyere enn antatt, kan enten lønnsomheten eller likviditeten eller begge komme i fare. Det er meget mulig at forutsetningene slår feil på en slik måte at lønnsomheten fortsatt er meget tilfredsstillende, men at bedriften får for lite disponible likvider i noen periode i fremtiden til å klare sine påtatte forpliktelser. Det er også mulig at likviditeten blir tilfredsstillende, men lønnsomheten av investeringene blir dårligere enn forutsatt.

D. Litt om tidspreferanse med hensyn til forbruk

En gardbruker som nylig har overtatt garden har gjerne nokså begrensete finansieringsmuligheter, mens han har mange investeringsmuligheter som vil gi høy intern rente. Han trenger i alle tilfelle en viss pengemengde hvert år for å leve, men ut over en viss sum har han i prinsippet valget mellom:

1) bruke 1000 kroner mer i år og leve litt bedre nå
2) spare disse 1000 kronene og investere dem i bruket. Disse pengene vil han da kunne få igjen med renter et senere år, og bruke dem til å øke sitt privatforbruk i et fremtidig år.

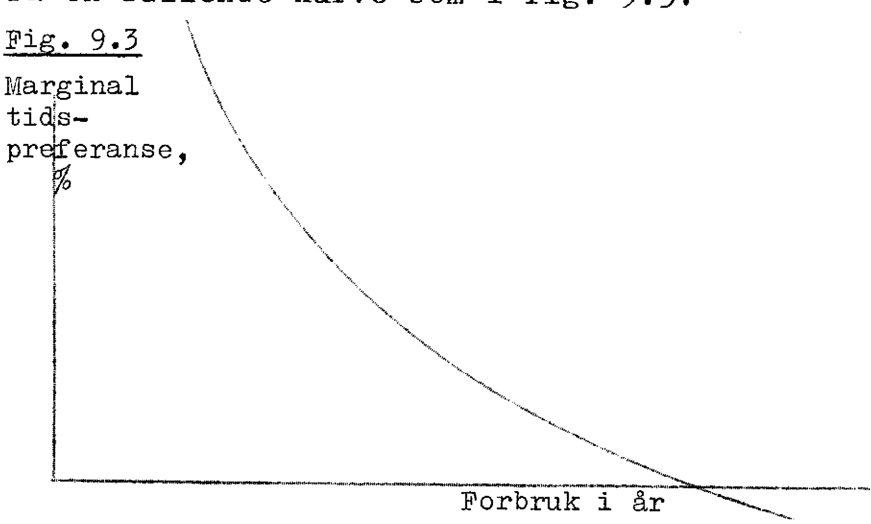
Valget mellom investering og privatforbruk er derfor i stor grad et spørsmål om valg mellom forbruk nå og forbruk senere. Vi kan spørre: Hvor meget <u>mer</u> må en person kunne vente å få bruke et senere år, for at han skal være villig til å utsette en del av sitt forbruk fra iår til dette senere året ? La oss si at vi gir en person valget mellom å bruke:

1000	kroner	iår eller	1100	kroner	neste år
1000	"	"	1080	"	
1000	"	"	1060	"	
1000	"	"	1040	"	
osv.					

La oss si at han for de to første valgene foretrekker å utsette forbruket, er indifferent når det gjelder det midterste, og vil foretrekke forbruk iår ved det siste valget. Hans "marginale tidspreferanse med hensyn til forbruk" er da 6 % pr. år.

Denne størrelsen avhenger en god del av hvilket forbruksnivå i de respektive år en går ut fra. Hvis jeg lever svært dårlig nå og regner med at inntekten min vil stige så jeg kan leve betydelig bedre i fremtiden, skal det temmelig mye til før jeg er villig til å utsette noe av mitt "marginalforbruk". Jeg har altså en høy verdi for tidspreferanse i forbruket. Omvendt om jeg lever bra nå men regner med at inntektene mine vil gå ned i fremtiden. Jeg vil da være villig til å gi avkall på nokså meget nå for å kunne øke mitt på forhånd lave forbruk i fremtiden. Om en tenker seg den marginale tidspreferansen med hensyn til forbruk som en funksjon av hvor meget en har disponibelt til forbruk iår, vil en få en fallende kurve som i fig. 9.3.

<u>Fig. 9.3</u>



Jo mer jeg bruker nå, jo mindre skal det til av utsikter til større forbruk i fremtiden før jeg er villig til å utsette endel av mitt forbruk. Det er denne betraktningen som ligger bak fremstillingen foran.

Når folk foretrekker å holde et høyt forbruk nå framfor å spare og kunne leve bedre senere, kan det skyldes rasjonelle overveielser av dette slaget. Det kan vel også skyldes kortsynthet eller manglende karakterstyrke - mange mennesker er ute av stand til å tenke så langt inn i fremtiden, eller om de kan det, har de ikke den nødvendige karakterstyrke til å gi avkall på fordeler nå for å kunne få det så meget bedre siden. Økonomisk teori av dette slaget bygger imidlertid gjerne på en forutsetning om at mennesker er rasjonelle, og en forklarer gjerne folks handlinger når det gjelder valget mellom sparing og investering på den ene side og forbruk på den annen som resultatet av en rasjonell avveining mellom hensynet til forbruk nå og forbruk senere. 1/

E. En merknad om inn- og utbetalinger

I det foregående har vi forutsatt at enhver investering vil føre til en veldefinert tidsrekke av inn- og utbetalinger, og det er denne tidsrekken vi har lagt til grunn for alle lønnsomhetskriterier. Vi har regnet med at det ikke forekommer ytelser eller krav om faktorinnsats som ikke tilsvares av en inn- eller utbetaling.

I virkeligheten er det ikke alltid slik. For eksempel er det ganske vanlig at visse investeringer delvis finansieres ved egen arbeidsinnsats fra familien på bruket, og da har vi ingen tilsvarende utbetaling. Det samme gjelder når en bruker materialer fra egen skog. Noen investeringer fører til ytelser som ikke kommer til syne som en tilsvarende innbetaling. Ytelsen kan f.eks. være i form av produksjon som går med til å øke realkapitalen på bruket, eller den kan rett og slett være i form av lettere eller mer tilfredsstillende arbeidsforhold for familien på bruket.

1/ Som "forbruk senere" kan en også regne den formue en ved dødsfallet etterlater sine barn. Vi trenger ikke å forutsette at de penger en sparer idag skal brukes opp senere i den samme persons livstid.

En fornuftig løsning synes å være å verdsette disse faktorinnsatsene og ytelsene etter deres alternativverdi, eller når det gjelder ting som egen arbeidsinnsats og lettelser i eget arbeid, etter en vurdering av hva de betyr for en selv, uttrykt i penger. Etter at en på denne måten har satt en pengemessig verdi på alle ytelser og innsatser, kan en legge dem til de øvrige inn- og utbetalinger og fortsette på vanlig måte.

X. VIRKNINGER AV SKATT OG AV ENDRINGER I PRISNIVÅET

Skattemessige hensyn og hensyn til endringer i det generelle prisnivå kan ha stor innvirkning på utfallet av investeringskalkyler. De metoder for lønnsomhetskalkyler som vi har omtalt foran kan fortsatt brukes, men utfallet av kalkylene kan i konkrete tilfelle endres sterkt.

Grunnlaget for en lønnsomhetskalkyle er fortsatt tidsrekken av inn- og utbetalinger. Den metoden vi vil følge er å gå ut fra en antatt tidsrekke, men korrigere de enkelte inn- og utbetalinger slik at vi etter ønske får trukket inn hensynet til skatt, til endringer i kronebeløpenes kjøpekraft, eller til begge deler.

A. Skattemessige virkninger på lønnsomheten ved investeringer

Dette problemet er utførlig behandlet av forskningsstipendiat John Eid. 1/ Her skal vi bare komme inn på noen hovedpunkter.

Det synes rimelig å anta at en bedrift eller privatmann vil ta skattemessige hensyn, og at en bedrift vil søke å maksimere sin inntekt eller fortjeneste etter at skatt er trukket fra. Som grunnlag for lønnsomhetskalkyler ved investeringer vil vi se på tidsrekken av inn- og utbetalinger etter skatt. Her vil vi se på hvorledes skattemessige hensyn virker inn på forskjellige investeringers interne rentefot.

Som kjent betales skatt både til stat og kommune, og både på formue og inntekt. Størst betydning har inntektsskatten, og det er bare virkningene av inntektsskatten vil vi diskutere her. Av særlig betydning for våre vurderinger er den marginale skatteprosenten, som er den andel (uttrykt i prosent) av en inntektsøkning som en skatteyter må betale i inntektsskatt tilsammenlagt til stat og kommune.

For folk som såvidt betaler inntektsskatt er den marginale skatteprosenten lik kommuneskatteprosenten, som varierer mellom 16 og 19 prosent mellom forskjellige kommuner. For høyere inntekter kan den marginale skatteprosenten gå opp i omkring 75 prosent. I Oslo er den marginale skatteprosenten (for 1965) omlag 28 prosent ved en antatt årsinntekt på 2o ooo kroner, 36 prosent ved årsinntekt på 3o ooo kroner, og 46 prosent ved årsinn-

1/ Se Skogbruksboka. s. 425-442.

inntekt på 4o ooo kroner.

Ved selskapsbeskatningen er den marginale skatteprosenten den samme uansett inntektsnivå. Selskaper betaler 3o % inntektsskatt til staten, og vanlig kommuneskatt til kommunen. Hvis det kommunale skatteøre er 18, blir altså den marginale skatteprosenten for selskaper 48. 1/ Hvis en person som skattes som personlig skatteyter, f.eks. en gårdbruker eller skogeier, har en inntekt som svinger endel år til år, vil også den marginale skatteprosenten svinge. For enkelhets skyld vil vi likevel anta at den marginale skatteprosenten er konstant fra år til år.

Forholdet mellom marginalskatt og marginalinntekt vil vi betegne t. Hvis f.eks. $t = o{,}3$, betyr det at den marginale skatteprosenten er 3o prosent, og at en merinntekt på 1oo kroner medfører en merskatt på 3o kroner. Merinntekt etter skatt blir da 7o kroner, eller generelt:

$$a - at = a\,(1 - t)$$

hvis a er merinntekten.

Vi vil nå forutsette at de nettoinnbetalingene og nettoutbetalingene som følger av en investering, ikke er så store at de fører til noen endring i t. Dersom en nettoinnbetaling før skatt er a kroner og skattereglene er slik at denne nettoinnbetalingen beskattes som inntekt, blir nettoinnbetalingen etter skatt a(1 - t) kroner. Hvis en nettoutbetaling før skatt er b kroner og skattereglene er slik at denne nettoutbetalingen er fradragsberettiget ved inntektsligningen, blir nettoutbetalingen etter skatt b(1 - t).

Skattereglene behandler forskjellige typer av investeringer på forskjellig måte. Vi skal se på noen hovedtyper:

1. Investeringer med anledning til engangsavskrivning av anleggssummen.

For slike investeringer kan en utgiftsføre anleggssummen i anleggsåret, og derved oppnå en tilsvarende nedsettelse av skatten. Dette gjelder bl.a. investeringer i skogkulturarbeider, investeringer finansiert av kultur- og investeringsavgifter, investeringer finansiert av spesielle investeringsfond, og reparasjoner

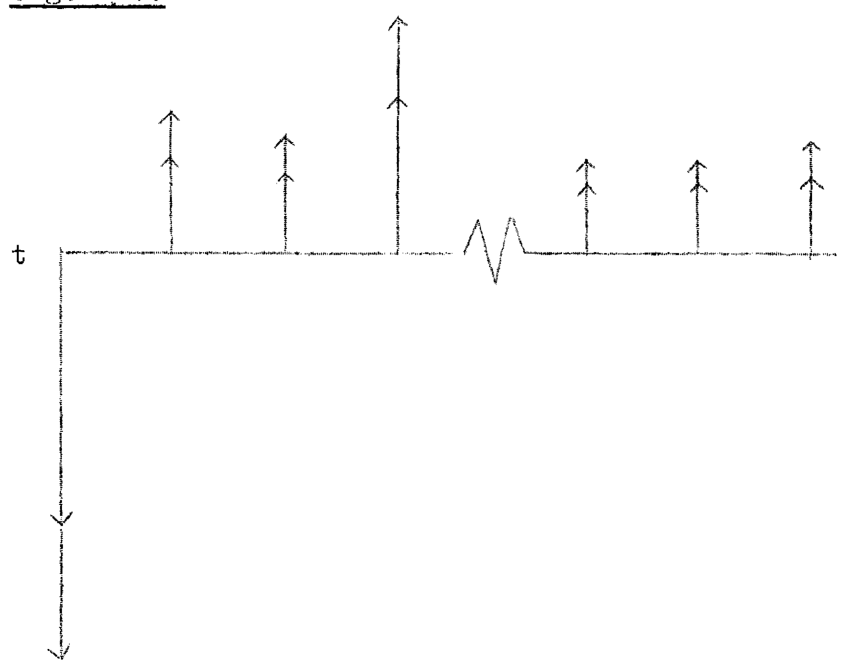
---

1/ Ved statsskatteligningen beskattes utbetalt utbytte dessuten på aksjonærens hand.

av bygninger og andre varige driftsmidler, selv om slike reparasjoner i realiteten har karakteren av investeringer eller reinvesteringer.

Hvis anleggssummen før skatt er A, blir anleggssummen etter skatt $A(1 - t)$. Investeringen vil i fremtiden medføre en rekke nettoinnbetalinger, hvor vi kan betegne nettoinnbetalingen ved utløpet av det j-te år for a_j. Siden investeringen er engangsavskrevet, vil vi ikke kunne trekke noen avskrivninger fra inntekten i senere år. Hele beløpet a_j vil beskattes som inntekt, og nettoinnbetalingen etter skatt blir altså $a_j(1 - t)$. I fig. 1o.1 har en antydet en slik tidsrekke av anleggssum og senere nettoinnbetalinger før og etter skatt, der de pilene som er nærmest tidsaksen representerer ut- og innbetalingene etter skatt.

Fig. 10.1



Vi vil kalle intern rentefot før skatt for i, og intern rentefot etter skatt for i_s. Etter definisjonen av intern rentefot skal i tilfredsstille ligningen:

$$A = \frac{a_1}{1 + i} + \frac{a_2}{(1 + i)^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{a_n}{(1 + i)^n} \qquad (1o.1)$$

På tilsvarende måte skal i_s tilfredsstille ligningen:

$$A(1 - t) = \frac{a_1(1 - t)}{1 + i_s} + \frac{a_2(1 - t)}{(1 + i_s)^2} + \ldots\ldots + \frac{a_n(1 - t)}{(1 + i_s)^n} \qquad (1o.2)$$

I (1o.2) kan vi forkorte bort (1 - t), og den eneste forskjellen fra (1o.1) er da at det står i_s i stedet for i. i_s må følgelig være den samme som i.

For investeringer som kan engangsavskrives ved inntektsbeskatningen blir altså intern rentefot etter skatt den samme som intern rentefot før skatt. Dette forutsetter likevel at den marginale skatteprosenten er den samme for alle år over investeringens varighet. For bedriften eller den private næringsdrivende kan det lønne seg å ta slike avskrivbare investeringer i år hvor den marginale skatteprosenten ellers ville bli særlig stor. En tar f.eks. en større reparasjon på bygningene i et år hvor det ser ut til at inntekten blir særlig stor og marginalskatten derfor også særlig høy. Investeringens interne rentefot etter skatt kan i dette tilfelletbli større enn den interne rentefoten før skatt.

2. "Evigvarende" investeringer som ikke kan avskrives.

Ved endel investeringer gir skattereglene ikke anledning til avskrivning, fordi en regner med at investeringen i prinsippet er "evigvarende". Dette gjelder f.eks. investeringer i nydyrking, bakkeplanering, anlegg av gardsveier. Det gjelder også ved investering i de fleste finansobjekter, f.eks. ved bankinnskudd, aksjer og obligasjoner. Selv om disse siste egentlig ikke er tenkt som "evigvarende", er det antatt at en ved realisasjon før eller senere vil få hele investeringsbeløpet tilbake, slik at det ikke er grunnlag for avskrivning.

La oss for enkelhets skyld anta at en slik investering på A kroner vil gi en fast årlig inntekt på a kroner i all framtid. Da det ikke er anledning til engangsavskrivning, blir nettoutbetalingen etter skatt ved investeringen også A kroner. Den faste årlige inntekt vil imidlertid normalt bli beskattet som inntekt, og den årlige nettoinnbetaling etter skatt blir derfor a(1 - t).[1/]

1/ Ved bankinnskudd og ihendehaverobligasjoner er renteinntekter opp til et visst årlig beløp (for 1965 kr. 5oo) skattefritt. Aksjeutbytte beskattes bare ved statsskatteligningen, og gir derfor en lavere marginal skatteprosent enn annen inntekt.

For beregning av intern rente <u>før</u> skatt har vi formlen:

$$i = \frac{a}{A}$$

For beregning av intern rente <u>etter</u> skatt blir formlen:

$$i_s = \frac{a(1 - t)}{A}$$

Av dette får vi:

$$i_s = i(1 - t) \qquad (1o.3)$$

Ved investeringer hvis verdi ikke forringes over tiden, men som heller ikke gir anledning til avskrivning, er intern rentefot etter skatt lik intern rentefot før skatt ganger faktoren (1 - t).

<u>Eksempel:</u>

Et bankinnskudd gir 4% rente, og en har oversteget det skattefrie rentebeløpet fra før. Marginal skatteprosent er 3o.

Rentefot etter skatt = o,o4 x (1 - o,3) = o,o28, d.v.s. 2,8 %.

3. Investeringer som må statusføres, men senere avskrives.

Ved de fleste investeringer oppnår en ingen engangsavskrivning i anleggsåret, men til gjengjeld kan en foreta årlige avskrivninger en rekke år fram gjennom tiden. I landbruket gjelder dette bl.a. investeringer i bygninger, grøfter og maskiner.

Det er i dette tilfellet vanskeligere å komme fram til generelle formler som viser forholdet mellom intern rentefot før og etter skatt, og resultatet avhenger av hvorledes de nettoinnbetalingene som følger med investeringen er fordelt over tiden. Det er imidlertid ikke særlig vanskelig å beregne resultatet i konkrete tilfelle. Hvis en investering på <u>A</u> kroner etter skattereglene skal avskrives (lineært) over <u>n</u> år, blir den årlige avskrivning i regnskapet $\frac{A}{n}$. Hvis nettoinnbetalingen i et av de n årene er a_j kroner, blir nettoinnbetalingen etter skatt: $a_j - (a_j - \frac{A}{n})\, t$. Ut fra dette kan en beregne de årlige nettoinnbetalinger over hele investeringens varighet, og på grunnlag av dette beregne intern rentefot etter skatt.

Når det gjelder resultater må vi skille mellom tre hovedtilfelle, men resultatet gjelder bare <u>tilnærmet</u>:

a. Investeringens skattemessige avskrivningstid faller sammen med investeringens økonomiske brukstid.

I dette tilfellet blir intern rentefot etter skatt tilnærmet lik intern rentefot før skatt multiplisert med faktoren (1 - t):

$$i_s \sim i(1 - t)$$

b. Investeringens skattemessige avskrivningstid er kortere enn investeringens økonomiske brukstid.

I dette tilfellet blir intern rentefot etter skatt som regel større enn i(1 - t), men mindre enn i:

$$i > i_s > i(1 - t)$$

c. Investeringens skattemessige avskrivningstid er lengere enn investeringens økonomiske brukstid.

I dette tilfellet blir intern rentefot etter skatt som regel mindre enn i(1 - t):

$$i_s < i(1 - t)$$

Det fremgår av resultatene ovenfor at en næringsdrivende eller bedrift vil være interessert i å få godkjent så kort avskrivningstid på sine investeringer som mulig, og helst ville han få avskrive alle investeringsutgifter med en gang. Jo kortere avskrivningstid en får innrømmet i forhold til investeringens faktiske brukstid, jo nærmere kommer nemlig "intern rentefot etter skatt" opp mot "intern rentefot før skatt".

Bortsett fra noen få typer av investeringer som er skattemessig favorisert, tar skattereglene stort sett sikte på å fastsette en avskrivningstid som er omtrent lik faktisk brukstid. Når det gjelder maskiner har en kanskje strukket seg litt i retning av å innrømme noe raskere avskrivningstid enn brukstiden skulle betinge. Når det gjelder endel meget langsiktige investeringer, bl.a. i bygninger, er det et spørsmål om ikke skattemyndighetenes avskrivningstider er for lange. De synes ikke å ta fullt hensyn til at bygningene kan bli uhensiktsmessige eller av forskjellige grunner få liten bruksverdi (f.eks. p.g.a. overgang til husdyrløs drift) lenge før de fysisk sett er utslitt. Det samme gjelder "evigvarende" investeringer som en ikke har anledning til å avskrive, selv om de etter hvert mister sin bruksverdi.

4. Lån.

Renter som en betaler på lån er fradragsberettiget ved skatteligningen. Rente etter skatt er altså lavere enn rente før skatt. Forholdet blir altså det samme som ved investering i obligasjoner og bankinnskudd. Rentefot etter skatt er lik rentefot før skatt multiplisert med faktoren (1 - t).

B. Skattemessige virkninger på investeringsplanen[1]

Fordi forskjellige investeringer og forskjellige finansieringskilder påvirkes på ulik måte av beskatningen, vil en investeringsplan hvor en har tatt skattemessige hensyn kunne se annerledes ut enn en hvor slike hensyn ikke er tatt. Som eksempel gjengir vi etter Eid en oppstilling over investeringsmuligheter ordnet i prioritetsrekkefølge før og etter skatt: [2]

Før skatt	Intern rentefot	Etter skatt	Intern rentefot
Veianlegg 1	8,0 %	Skogkultur 1	6,0 %
Skogkultur 1	6,0 "	Skogkultur 2	4,2 "
Veianlegg 2	5,0 "	Veianlegg 1	4,0 "
Skogkultur 2	4,2 "	Aksjer 1	2,5 "
Aksjer 1	3,6 "	Veianlegg 2	2,5 "
Aksjer 2	3,0 "	Aksjer 2	2.1 "
Maskiner 1	3,0 "	Maskiner 1	1,5 "
Maskiner 2	2,5 "	Maskiner 2	1,25 "

Her er det regnet med en marginal skatteprosent på 50. Investeringene i skogkultur gir samme marginale skatteprosent etter skatt som før skatt, og rykker derfor opp på prioritetslisten. Investeringer i aksjer får sin interne rentefot mindre nedsatt enn de andre investeringene, fordi aksjeutbytte ikke inntektsbeskattes ved kommuneskatteligningen.

1/ Her vil vi bare behandle de direkte virkningene som beskatningen kan ha på investeringsplanen. Det er også en indirekte virkning som en kan forklare slik: På grunn av skatteprogresjon og ligning av løpende årsinntekt, blir en skatteyter med inntekter som svinger sterkt fra år til år i gjennomsnitt over en årrekke beskattet hardere enn en skatteyter med samme gjennomsnittsinntekt, men mer stabil årsinntekt. På grunn av slike skattemessige hensyn kan en foretrekke en driftsplan som gir mer stabil årsinntekt. Indirekte kan dette naturligvis også virke inn på investeringsplanen.

2/ Skogbruksboka s. 438

Vi skal huske på at også renteofferet ved forskjellige finansieringsmåter blir lavere etter skatt enn før skatt, så selv om den interne rentefoten blir betydelig redusert p.g.a. skatten, er det ikke sagt noe om hvor langt det lønner seg å gå med hensyn til totale investeringer.1/ Imidlertid kan de skattemessige hensyn gjøre at en vil ta andre investeringer, og at en vil benytte andre finansieringskilder enn en ville ha gjort uten disse hensynene. Vi kan også beregne bedriftens "interne marginale rentefot" etter skatt, og bruke denne rentefoten i enkeltstående investeringskalkyler, såfremt vi i disse kalkylene også har trukket inn skattemessige virkninger.

Den skattemessige behandlingen av investeringer vil selvfølgelig også virke inn på likviditetsbudsjettet. Ved investeringer som kan engangsnedskrives blir likviditetsbehovet etter skatt betydelig mindre enn før skatt.

C. Virkninger av endringer i det generelle prisnivå

Verdien av en viss pengesum avhenger av hvilken mengde realobjekter en kan få kjøpt for denne pengesummen. Vi kan vel trygt forutsette at en næringsdrivende, såvel som en lønnsmottaker, først og fremst er interessert i den kjøpekraft som en viss pengemengde representerer, og ikke i det nominelle kronebeløpet.

Hittil har vi forutsatt konstant prisnivå. Dette stemmer dårlig overens med den faktiske historiske utviklingen. I tyveårene og først i tredve-årene fant det sted et betydelig fall i det generelle prisnivået. Dette hadde sammenheng med den økonomiske politikken som ble ført i disse årene, og som det kan være grunn til å tro ikke kommer til å bli gjentatt. I årene etter krigen har prisnivået stadig steget, og pengeverdien altså sunket. 2/

1/ Renteofferet ved de fleste finansieringskilder vil bli redusert med den samme prosentsats som den interne renten ved investeringsprojektene. Men det er av interesse at renteofferet ved sluttavvirkning av skogbestand blir det samme etter skatt som før. Denne finansieringsmåten blir altså mindre gunstig.

2/ Alt etter hvilke tidspunkter en tar som utgangspunkt og sluttpunkt for en beregning, kan en komme til forskjellige tall for den gjennomsnittlige prisstigning. F.eks. var konsumprisindeksen for april 1952 8o,o, mens den for april 1966 var 125,4. Dette

For enkelhets skyld vil vi her forutsette at prisene på alle varer og tjenester endres proporsjonalt. Dette er ikke alltid tilfelle, og i kalkyler for konkrete investeringsprojekter kan det være riktig å ta hensyn til at prisen for visse vare- og tjenestegrupper kan ventes å stige mer eller mindre enn det generelle prisnivået. Særlig gjelder dette kanskje prisen for arbeidskraft, som har en tendens til å stige raskere enn det generelle prisnivået. På dette stadium av diskusjonen vil det imidlertid komplisere unødig å trekke inn slike hensyn.

For å behandle de kalkulasjonsproblemer som oppstår under endringer i det generelle prisnivået, kan vi skille mellom nominelle kronebeløp og verdifaste kronebeløp. Nominelle kronebeløp er de kronebeløp som betales på betalingstidspunktet. Verdifaste kronebeløp er pengebeløp målt i kroner med konstant kjøpekraft. Vi kan gå ut fra prisnivået i et vilkårlig valgt basisår, og regne om nominelle kronebeløp som blir betalt i år med et annet prisnivå til beløp uttrykt i basisårets kroneverdi ved hjelp av en prisindeks. Om prisindeksen i basisåret er p_o og prisindeksen i år j er p_j , vil et pengebeløp på A kroner i år j tilsvare et beløp uttrykt i verdifaste kroner på $A \cdot \frac{p_o}{p_j}$.

I oppgaver fra Statistisk Sentralbyrå ser en ofte 1955 brukt som basisår. I investeringskalkyler kan det ofte være mest praktisk å bruke investeringsåret som basisår. Om investeringen skjer i 1966, kan vi altså regne om fremtidige inn- og utbetalinger til 1966-kroner.

Hvis vi setter opp en etterkalkyle over en tidligere investering, kan vi regne med den prisstigning som faktisk har funnet sted. Denne er sjelden jevn, men i forkalkyler er det hensiktsmessig å regne med en konstant prisstigning fra år til år, fordi vi

---

er et tidspunkt på 14 år, og vi kan beregne den gjennomsnittlige prisstigning i dette tidsrummet slik:

$$(1 + e)^{14} = \frac{125,4}{80,0}$$

$$14 \times \log (1 + e) = \log 125,4 - \log 80,0 = 0,19507$$

$$\log (1 + e) = \frac{0,19507}{14} = 0,01393$$

$$1 + e = 1,0326$$

$$e = 0,0326,$$ d.v.s. en gjennomsnittlig årlig prisstigning på 3,26 prosent.

likevel ikke har forutsetninger for å kunne si i hvilke år prisstigningen vil bli kraftig og i hvilke år den vil bli mindre.

Vi vil kalle den årlige prisstigning, uttrykt i prosent, for e. Vi kan regne om et pengebeløp som forfaller til betaling om ett år til årets pengeverdi ved å dividere det nominelle beløpet med $(1 + e)$, et beløp som forfaller om to år ved å dividere det nominelle beløpet med $(1 + e)^2$, osv.

Vi vil kalle en nominell inn- eller utbetaling j år fra idag for a_j, og det samme beløpet omregnet til verdifaste kroner for b_j. Vi har altså:

$$b_j = \frac{a_j}{(1 + e)^j} \tag{lo.4}$$

Nå kan vi i forkalkyler regne om den nominelle tidsrekken av inn- og utbetalinger til en tidsrekke uttrykt i verdifaste kroner ved å bruke formel (lo.4). I etterkalkyler kan vi på tilsvarende måte regne om den faktisk observerte tidsrekken av inn- og utbetalinger til verdifaste kroner ved hjelp av publiserte indekstall. Disse omregnete tidsrekkene kan en nå behandle på samme måte som før ved investeringskalkyler. På grunnlag av dem kan en beregne kapitalverdier, annuiteter, intern rentefot, etc.

Den viktigste betydning av endringer i det generelle prisnivået ligger i dette at ved innlån og utlån er renter og tilbakebetaling nesten alltid kontraktmessig bundet til nominelle kroner, mens innbetalinger og utbetalinger i forbindelse med investeringer i realkapital normalt vil vokse i nominell størrelse i takt med økninger i prisnivået, og vil avta i nominell størrelse i takt med reduksjoner i prisnivået.

1. Virkninger ved innlån og utlån.

Innlån og utlån blir nesten alltid gjort opp i nominelle kroner. La oss for eksempel si at vi låner et beløp på A kroner idag, og forplikter oss til å betale lånet tilbake med renter og rentes rente etter n år og etter en effektiv rentefot på r. I nominelle kroner skal vi da betale:

$$A(1 + r)^n$$

Dette beløpet kan regnes om til verdifaste kroner ved å dividere med $(1 + e)^n$, og uttrykt i verdifaste kroner blir det beløpet som skal betales tilbake:

$$\frac{A(1 + r)^n}{(1 + e)^n} = A\left(\frac{1 + r}{1 + e}\right)^n$$

Vi vil nå innføre et begrep som en kan kalle den reelle rentefoten. Dette er den rentefoten som gjelder når tidsrekken av inn- og utbetalinger er uttrykt i verdifaste kroner. Vi vil her betegne denne rentefoten i_p. Hvis vi måler tidsrekken for lånet i verdifaste kroner, vil det si at det lånte beløpet på A kroner skal betales tilbake etter n år med rente og rentes rente med et beløp som blir

$$A(1 + i_p)^n$$

Vi ser av dette at:

$$A(1 + i_p)^n = A\left(\frac{1 + r}{1 + e}\right)^n$$

som gir: $$1 + i_p = \frac{1 + r}{1 + e}$$

eller $$i_p = \frac{1 + r}{1 + e} - 1 = \frac{r - e}{1 + e} \qquad (10.5)$$

Denne sammenhengen gjelder selv om betalingen av renter og avdrag skjer etter ~~et~~ annet mønster. La oss si at vi låner et beløp på A kroner idag, og betaler renter og avdrag på lånet ved å betale årlige beløp a_1, a_2......, a_n ved utløpet av hvert år i n år. Det spiller ingen rolle om lånet er et annuitetslån, et lån som betales tilbake med like store årlige avdrag, eller etter et hvilket som helst annet avbetalingssystem. Dersom den effektive rentefoten er r, har vi i alle tilfelle sammenhengen:

$$A = \sum_{j=1}^{n} a_j \frac{1}{(1 + r)^j} \qquad (10.6)$$

Vi vil erstatte a_j med uttrykk for utbetalingene uttrykt i konstant pengeverdi. Fra (10.4) får vi:

$$a_j = b_j (1 + e)^j$$

Hvis vi setter dette uttrykket inn i (10.6) får vi:

$$A = \sum_{j=1}^{n} b_j \frac{(1 + e)^j}{(1 + r)^j} = \sum_{j=1}^{n} b_j \left(\frac{1 + e}{1 + r}\right)^j = \sum_{j=1}^{n} b_j \frac{1}{\left(\frac{1 + r}{1 + e}\right)^j}$$

$$A = \sum_{j=1}^{n} b_j \frac{1}{(1 + i_p)^j} \qquad (1o.7)$$

Ved å sammenligne (1o.7) med (1o.6), ser vi at vi får det samme resultatet enten vi måler renter og avdrag i nominelle kroner og bruker den effektive rentefoten r som grunnlag for diskontering, eller vi måler renter og avdrag i verdifaste kroner og bruker den reelle rentefoten i_p som grunnlag for diskontering, når den reelle rentefoten er definert slik at den tilfredsstiller uttrykket:

$$1 + i_p = \frac{1 + r}{1 + e}$$

Eksempel:

Den effektive rentefoten er 6 %, og den årlige prisstigning er 4 %. Den reelle rentefoten er i dette tilfellet:

$$i_p = \frac{1,o6}{1,o4} - 1 = 0,0192, \text{ d.v.s. ca. } 1,9\ \%.$$

Dersom e er større enn 0, d.v.s. at vi har prisstigning, blir den reelle rentefoten lavere enn den effektive rentefoten, og om e er lik den effektive rentefoten, blir den reelle rentefoten 0. Under prisstigning kan den reelle rentefoten godt bli negativ. Det vil den bli så sant den årlige prisstigningen målt i prosent er større enn den effektive rentefoten målt i prosent.

Hvis det generelle prisnivået synker, som det gjorde i tyveårene, blir e negativ, og den reelle rentefoten blir høyere enn den effektive rentefoten.

2. Virkninger ved realinvesteringer.

Når vi beregner forventete innbetalinger og utbetalinger ved realinvesteringer, pleier vi som regel å forutsette dagens priser. Fremtidige inn- og utbetalinger som skyldes en realinvestering er som regel direkte knyttet til tilsvarende ytelser og innsats av reelle varer og tjenester. Hvis prisnivået stiger, stiger de nominelle inn- og utbetalingene i forhold til økningen i prisnivå, men hvis vi regner om disse inflaterte beløpene til verdifaste kroner, kommer vi fram til det samme resultat som om vi med en gang bygger på dagens priser.

Som oftest skulle en derfor kunne regne med at intern rentefot før en har tatt hensyn til prisstigning og intern rentefot etter at en har tatt hensyn til prisstigning blir den samme: $i_p = i$. Et unntak har en dersom noen av inn- og utbetalingene ved en realinvestering kontraktmessig er fastsatt til nominelle kronebeløp.

3. Virkninger på den samlete investeringsplanen

Vi har sett at i perioder med prisstigning vil den reelle rentefoten ved finansinvesteringer og ved lån bli lavere enn den effektive rentefoten, mens den interne rentefoten ved realinvesteringer som regel ikke blir påvirket. Dette fører til at det blir mindre lønnsomt å investere i finanskapital, og mer lønnsomt å investere i realkapital ved hjelp av lånte penger.

Ved lønnsomhetsvurderinger kan en altså som hovedregel regne med at den interne renten beregnet på grunnlag av konstant pengeverdi ved realinvesteringer ikke blir påvirket av endringer i det generelle prisnivået, mens realrenten ved finansinvesteringer og lån kan beregnes på grunnlag av den effektive renten etter sammenhengen: $1 + i_p = \frac{1 + r}{1 + e}$. Lønnsomhetsmessig svarer f.eks. en situasjon med 6 prosent effektiv rente og 4 prosent prisstigning til en situasjon med 1,9 prosent reell rente og konstant prisnivå.

Vi skal imidlertid merke oss at ved <u>likviditetsvurderinger</u> er ikke de to situasjonene likeverdige. La oss si at et lån skal betales tilbake etter annuitetsmetoden, eller ved å betale like store årlige avdrag, i begge tilfelle i <u>nominelle</u> kronebeløp, over et visst antall år. Likviditetsmessig vil en i dette tilfellet få en atskillig større belastning gjennom de første år av lånets løpetid dersom en har 6 % effektiv rente og 4 % prisstigning, enn om en har lav effektiv rente og ingen prisstigning.

D. Kombinert virkning av skatt og av endringer i det generelle prisnivå

En realistisk vurdering av lønnsomheten ved forskjellige investeringer bør ta hensyn til både den skattemessige virkning og til virkninger av endringer i det generelle prisnivået. For visse typer av investeringer blir den kombinerte virkning en annen enn sumvirkningen av de to hver for seg. Vi skal se på fire forskjellige typer.

I prinsippet kan en undersøke virkningen på samme måte som vi har gjort tidligere. Vi kan se på tidsrekken av inn- og utbetalinger, gjøre omregninger i inn- og utbetalingene slik at vi får fram inn- og utbetalinger etter skatt, og endelig at vi kan regne om disse beløpene til beløp uttrykt i verdifaste kroner.

1. Realinvesteringer som kan engangsavskrives.

Vi antar at en investering på A kroner resulterer i en rekke fremtidige nettoinnbetalinger, beregnet etter prisnivået på investeringspunktet, på b_j, hvor b_j er nettoinnbetalingen ved utgangen av det j-te år. Ved beregning av intern rente i før skatt og prisstigning vil en gå ut fra formlen:

$$A = \sum_{j=1}^{n} b_j \frac{1}{(1 + i)^j} \qquad (10.8)$$

Nettoutbetalingen etter skatt er $A(1 - t)$. Ser vi på de fremtidige nettoinnbetalingene, må de først omregnes til løpende priser. Tar en hensyn til prisstigningen, blir nettoinnbetalingen ved utløpet av det j-te året $b_j(1 + e)^j$. Nettoinnbetalingen etter skatt blir $b_j(1 + e)^j(1 - t)$. Denne kan igjen omregnes til konstant prisnivå ved å dividere med $(1 + e)^j$, og en står igjen med et beløp målt ved konstant prisnivå på $b_j(1 - t)$. For å beregne intern rente etter hensyn til prisstigning og skatt, i_{sp}, vil en gå ut fra formlen:

$$A(1 - t) = \sum_{j=1}^{n} b_j(1 - t) \frac{1}{(1 + i_{sp})^j} \qquad (10.9)$$

I (10.9) kan en forkorte bort $(1 - t)$, og står igjen med det samme uttrykket som i (10.8), bortsett fra at vi har skrevet i_{sp} i stedet for i. Intern rentefot etter prisstigning og skatt er altså den samme som den interne rentefot en kunne beregne før en tok hensyn til prisstigning og skatt. Dette er det samme resultatet som vi nådde da vi tok hensyn til skatt, men ikke til prisstigning.

2. "Evigvarende" realinvesteringer som ikke kan avskrives.

La oss anta at en slik realinvestering gir en årlig inntekt målt i verdifaste kroner på b kroner ved utløpet av hvert år i all fremtid. Hvis vi beregner den interne rentefoten uten å ta hensyn til prisstigning og skatt, vil vi bruke uttrykket:

$$i = \frac{b}{A} \tag{1o.1o}$$

Nettoutbetalingen ved investeringstidspunktet er den samme etter skatt som før skatt. Nettoinnbetalingen ved utløpet av det j-te år er målt i løpende priser $b(1 + e)^j$. Etter skatt blir den samme nettoinnbetalingen $b(1 + e)^j(1 - t)$. Vi kan igjen regne om til konstant prisnivå ved å dividere med $(1 + e)^j$, og en står igjen med en nettoinnbetaling målt ved konstant prisnivå på $b(1 - t)$. For å beregne intern rentefot etter hensyn til prisstigning og skatt vil en gå ut fra formlen:

$$i_{sp} = \frac{b(1 - t)}{A} \tag{1o.11}$$

Ved å stille sammen (1o.1o) og (1o.11) får vi:

$$i_{sp} = i(1 - t)$$

Dette er det samme resultatet som vi nådde da vi tok hensyn til skatt, men ikke til prisstigning.

3. Realinvesteringer som kan avskrives over brukstiden.

Beregningene kan utføres på lignende måte som før, men i dette tilfellet er det ingen enkel sammenheng mellom intern rente før og etter prisstigning og skatt. Den kombinerte virkningen av prisstigning og skatt blir i dette tilfelle ugunstig fra investors synsvinkel. Den interne renten etter prisstigning og skatt blir lavere enn det vi kom fram til da vi tok hensyn til skatt, men ikke til prisstigning.

Årsaken til dette er at en bare har anledning til å avskrive det nominelle investeringsbeløpet, slik at den skattelette som en får p.g.a. avskrivningene ikke blir justert opp i takt med stigningen i det generelle prisnivå.

Forøvrig må resultatet beregnes ut fra konkrete data. Fremgangsmåten skal antydes her:

En investering på A kroner kan avskrives over n år. Årlig avskrivning blir $\frac{A}{n}$. Hvis nettoinnbetalingen målt i konstante kroner ved utgangen av det j-te året er b_j, blir nettoinnbetalingen i løpende kroner $b_j\ (1 + e)^j$. Før beløpet inntektsskattes kan en trekke fra avskrivningene på $\frac{A}{n}$. Nettoinnbetaling i løpende kroner etter skatt blir altså:

$$b_j(1 + e)^j - (b_j(1 + e)^j - \frac{A}{n}) . t$$

Dette beløpet kan igjen omregnes til konstante kroner ved å dividere med $(1 + e)^j$, og en kan beregne intern rente på grunnlag av tidsrekken over (omregnete) inn- og utbetalinger på vanlig måte.

4. Investeringer i utlån

La oss tenke oss at vi låner ut A kroner til en effektiv rentefot r. Etter et år får en tilbakebetalt et nominelt beløp på $A(1 + r)$ kroner. Renteinntekten på Ar kroner blir imidlertid beskattet som inntekt, og etter skatt sitter en igjen med et nominelt beløp på

$$A(1 + r) - Art \quad = \quad A(1 + r(1 - t))$$

Dette kan omregnes til konstant pengeverdi ved å dividere med $(1 + e)$. Verdien av det utlånte pengebeløp, med tillegg av renter, fradrag av skatt, og omregnet til verdifaste kroner, er altså:

$$A \ \frac{(1 + r(1 - t))}{1 + e}$$

Hvis vi skulle beregne det samme direkte på grunnlag av intern rentefot etter skatt og prisstigning, ville vi ha brukt uttrykket:

$$A\ (1 + i_{sp})$$

Vi kan altså finne i_{sp} fra uttrykket:

$$1 + i_{sp} = \frac{1 + r(1 - t)}{1 + e}$$

5. Et eksempel

Vi vil se på et eksempel hvorledes virkningene av skatt og prisstigning kan forrykke lønnsomhetsforholdet mellom forskjellige typer av investeringer. For alle fire tilfelle vil vi bruke samme forutsetninger:

Intern rente før skatt og prisstigning	i	=	0,05
Prisstigning pr. år	e	=	0,05
Marginalskatt	t	=	0,40

For de fire investeringene får vi følgende verdier for intern rente etter skatt og prisstigning:

Realinvesteringer som kan engangsnedskrives:	i_{sp}	=	0,05
"Evigvarende" realinvesteringer som ikke kan avskrives	i_{sp}	=	0,03
Avskrivbar realinvestering hvor brukstid = avskrivningstid = 10 år	i_{sp}	=	0,015
Investering i utlån	i_{sp}	=	-0,018

Når virkningen er blitt såpass drastisk som her, skyldes det at det er regnet med en temmelig sterk prisstigning. Men selv med en prisstigning på f.eks. 3 prosent pr. år ville virkningen ha blitt betydelig. De kombinerte virkningene av prisstigning og skatt virker altså til en sterk forskyvning av lønnsomhetsforholdet mellom forskjellige typer av investeringer. Ved innlån blir i_{sp} like meget nedsatt, og dersom ikke den effektive rentefoten er meget høy, kan det bli svært lønnsomt å ta realinvesteringer som finansieres ved låneopptak.

XI. VERDSETTINGSPRINSIPPER OG AVSKRIVNINGSMETODER

I dette kapitlet vil vi forsøke å knytte noe av det som er sagt i de tre foregående kapitler til noen av de problemer vi møter ved regnskapsføring og budsjettoppstillinger.

A. Statusoppstilling

Nedenfor er vist et eksempel på et statussammendrag for en gårdbruker:

Status 1.1.1966.

Aktiva:	Kr.	Passiva:	Kr.
Jord, veier	15 000	Varekreditter	3 000
Grøfter, vanningsanlegg	5 000	Kassakredittlån	4 000
Driftsbygninger	35 000	Vekselobligasjonslån	7 000
Maskiner og redskap	20 000	Pantelån	40 000
Buskap	25 000	Egenkapital	99 000
Varelager	8 000		
Våningshus	30 000		
Andeler omsetnings-organisasjoner	2 000		
Aksjer	7 000		
Sparebankinnskudd	4 000		
Tilgode fra kunder	1 000		
Kontanter	1 000		
Sum	153 000	Sum	153 000

En statusoppstilling gjelder eiendeler og gjeld ved et bestemt tidspunkt. Begreper som innbetalinger, utbetalinger, inntekter, utgifter og investeringer gjelder begivenheter i løpet av et bestemt tidsrum. Status gjelder et forråd, mens investeringer og de andre begreper som er nevnt, gjelder en strøm.[1/] Forholdet er det samme som forholdet mellom vannbeholdningen i et vannmagasin, og vannføringen i en elv. Den første har benevnelsen "mengde" (ved et bestemt tidspunkt), mens den andre har benevnelsen "mengde/tidsenhet".

Vi kan stille opp en status for et hvilket som helst tidspunkt. Oftest lages statusoppstillingen bare i forbindelse med årsoppgjøret, men hvis vi

---

1/ I investeringsteorien ovenfor har vi, for å forenkle beregningene, forutsatt at innbetalinger og utbetalinger vil skje ved et bestemt tidspunkt innenfor hver tidsperiode. Normalt vil de være fordelt utover hver tidsperiode, og selv om de kommer ved et bestemt tidspunkt innenfor perioden, har de benevnelsen "innbetaling" (eller utbetaling) / tidsperiode".

ville, kunne vi godt stille opp status oftere, f.eks. den første dag i hver måned. Endringer i status fra en statusoppstilling til den neste vil være knyttet sammen med begivenheter som er skjedd i løpet av det mellomliggende tidsrum.

På aktiva-siden i statusoppstillingen ovenfor har vi satt en strek for å markere forskjellen mellom to vesensforskjellige typer av eiendeler. Over streken har vi realkapital, mens alt under streken er finanskapital eller fordringskapital. I denne oppstillingen er finanskapitalen oppført brutto, slik at fordringer er ført opp under aktiva og gjeld er ført under passiva. En kunne også ha angitt fordringskapitalen som et nettobeløp, slik det er gjort nedenfor:

Status 1.1.1966

Aktiva:	Kr.	Passiva:	Kr.
Realkapital	138 000	Egenkapital	103 000
Netto finanskapital	÷ 35 000		
Sum	103 000	Sum	103 000

I dette tilfellet er netto finanskapital negativ. For andre vil den være positiv. Hvis vi laget en samlet statusoppstilling for et samfunn uten økonomiske forbindelser med utenverdenen, ville summen av netto finanskapital bli null. Til enhver persons (eller sektors) fordring svarer jo en annen persons gjeld. Tilbake står da verdien av realkapitalen, som representerer et (lukket) samfunns egentlige rikdom.

Ved samfunnsøkonomiske betraktninger er derfor realkapitalen av vesentlig betydning. Fra den enkelte bedrifts eller privatpersons synsvinkel er derimot realkapital og finanskapital i prinsippet likeverdige. Begge eiendomsformer gir en kapitalavkastning, og det er størrelsen av denne kapitalavkastningen (etter at hensyn er tatt til prisendringer og skattemessige virkninger) ved de enkelte investeringsobjekter som avgjør om bedriften eller personen vil investere i den ene eller den annen form. I begge tilfelle kan vi bruke den betalingsrekken som er knyttet til den enkelte investeringen som grunnlag for beregninger over lønnsomheten.

Statusoppstilligen ovenfor gir ikke noen fullstendig oversikt over gardbrukerens eiendeler. Bortsett fra våningshuset, har vi ikke tatt med det som gardbrukeren og hans familie eier av forbrukskapital, som innbo, utstyr og personlige eiendeler av forskjellig slag. 1/

1/ Privatbiler og andre særlig verdifulle gjenstander blir gjerne tatt med i en statusoppstilling for en enkeltperson. I nasjonalregnskapet er boliger den eneste form for forbrukskapital som tas med.

Det er flere grunner til at slik forbrukskapital sjelden blir tatt med i en statusoppstilling: Det er tidskrevende å registrere, vanskelig å vurdere i pengeverdi, og har mindre interesse ved økonomisk planlegging fordi det sjelden er aktuelt å realisere forbrukskapital for å skaffe penger til investeringer eller løpende forbruk.

Vi har hittil snakket om "kapital" ut fra aktiva-siden av regnskapet. Når sosialøkonomer snakker om "kapital", er det nesten alltid denne betydningen de legger i begrepet. Blant bedriftsøkonomer derimot er det blitt vanlig å bruke kapital-betegnelsen bare i forbindelse med passiva-siden. Her brukes kapital-betegnelsen altså i forbindelse med finansieringen av en bedrift, og en betegner de forskjellige postene under "passiva" som forskjellige former av "låne-kapital" og "egenkapital". Det er nyttig å være oppmerksom på disse to forskjellige betydninger av kapital- betegnelsen.

B. Verdsettingsprinsipper

Hvis to forskjellige regnskapskyndige personer uavhengig av hverandre og uten støtte i tidligere regnskaper skulle stille opp status for en og samme gardbruker, ville de høyst sannsynlig komme til forskjellige resultater. Selve listen over fysiske eiendeler, fordringer og gjeld ville bli den samme dersom begge arbeidet nøyaktig, men verdiangivelsene, og dermed også tallet for gardbrukerens nettoformue, kunne nok avvike betydelig.

Blant realkapitalen er det de enkelte kapitalgjenstander som utgjør eiendelene. Kronebeløpene som er angitt for de enkelte gjenstander, er uttrykk for en eller annen vurdering av gjenstandenes verdi, uttrykt i pengeenheter. Disse verdiangivelsene kan variere meget betydelig, først og fremst som et resultat av det verdsettingsprinsipp en har brukt, men også på grunn av forskjeller i skjønnsmessige vurderinger.

De fleste fordringer og gjeldsposter har mer sikre verdier målt i pengeenheter, fordi disse postene avtalemessig er uttrykt i pengeenheter. Men også for slike poster kan verdiangivelsene måtte bygge på en betydelig grad av skjønn. Dette gjelder fremfor alt aksjeposter når aksjene ikke omsettes regelmessig på aksjemarkedet, forskjellige "usikre fordringer", og fordringer hvor det er retts-tvist om fordringens størrelse. 1/

1/ Når det gjelder aksjer, kunne en kanskje tenke seg at disse representerer realkapital, hvis en tenker seg aksjeeieren som eier av en forholdsmessig del av aksjeselskapets eiendeler. Det er imidlertid vanlig å betrakte aksjer som en form for fordringskapital.

Verdsetting av en kapitalgjenstand kan bygge på forskjellige prinsipper. En kan gå ut fra hva gjenstanden kostet ved anskaffelsen, hva det ville koste å anskaffe en tilsvarende gjenstand idag, hva gjenstanden ville innbringe ved salg idag, eller fra kapitalverdien av fremtidige nettoinnbetalinger som er knyttet til gjenstanden.

1. Vurderinger bygget på anskaffingsverdi (kostverdi)

Her bygger en på hva det kostet å anskaffe kapitalgjenstanden den gang den ble anskaffet, med korreksjoner (avskrivninger) for slit og elde og for senere reparasjoner og påkostninger. Dette er altså et tilbakeskuende prinsipp. En kan bygge verdsettingen på den nominelle anskaffingsverdien, uten å ta hensyn til senere endringer i det generelle prisnivået. Etter skatteloven er det denne fremgangsmåten som normalt skal følges i skatteregnskap, og det er denne fremgangsmåten som brukes også i vanlige driftsregnskaper i jordbruket. I perioder med stigende prisnivå fører det til at driftsmidler som ble anskaffet for endel år siden blir verdsatt til svært lave kronebeløp i forhold til hva det koster å anskaffe tilsvarende driftsmidler idag. 1/

Verdsettingen kan også bygge på den nominelle anskaffingsverdien korrigert for endringer i det generelle prisnivå, eller for endringer i prisindeksen for en viss gruppe investeringsvarer. Dette prinsippet brukes i nasjonalregnskapet, og en kunne tenke seg å bruke den samme fremgangsmåten i driftsregnskaper for den enkelte bedrift. Et eksempel vil illustrere forskjellen:

En driftsbygning ble bygget for 2o år siden, kostet da 1oo ooo kroner, og skal avskrives til 0 over 5o år med lineær avskrivning. Hvis prisnivået for nybygg senere er fordoblet, vil de to metodene gi disse resultatene:

Verdsetting etter nominell anskaffingsverdi:

Kostpris		Kr. 1oo ooo
Avskrivning	$\frac{2o}{5o}$ x 1oo ooo	" 4o ooo
	Verdi	Kr. 6o ooo

Verdsetting etter anskaffingsverdi korrigert for endringer i prisnivået:

Korrigert kostpris	1oo ooo x 2,oo	Kr. 2oo ooo
Avskrivning	$\frac{2o}{5o}$ x 2oo ooo	" 8o ooo
	Verdi	Kr. 12o ooo

1/ Som grunnlag for formueslignigen bruker en for visse formuesgjenstander, bl.a. jordeiendom og bygninger, andre verdier enn de som på denne måten fremkommer i status.

I nasjonalregnskapet utføres korreksjonen slik at verdiene omregnes til prisnivået i 1955. For å få sammenlignbare tall må en da regne om tall for inntekter, utgifter osv. på samme måte. I eksemplet ovenfor har en regnet om til øyeblikkets prisnivå. Forøvrig er det ingen prinsipiell forskjell.

I eksemplet har en forutsatt lineær avskrivning. Vi kunne ha brukt andre avskrivningsmetoder i begge tilfelle. Spørsmålet om avskrivningsmetode skal vi snart komme tilbake til.

2. Vurderinger bygget på gjenanskaffingsverdi

Ved verdsetting etter gjenanskaffingsverdi-prinsippet bygger en på hva det ville koste ved vurderingstidspunktet å skaffe en tilsvarende kapitalgjenstand som den en skal verdsette. Prinsippet kan være lett å følge når det gjelder material- og varelager, og likeså for varige driftsmidler dersom det fins et marked for brukte driftsmidler av dette slaget. Dette gjelder f.eks. for biler og traktorer, men det er vanskelig å fastsette en gjenanskaffingsverdi for en bygning som er blitt noen år gammel. Verdsettingen kan i visse tilfelle bygge på nyverdi, som også er en form for gjenanskaffingsverdi, men hvor det ikke er gjort fradrag for verdiforringelse p.g.a. slit og elde.

For tilfelle hvor det er praktisk mulig, kan det anføres endel gode grunner for å bygge på gjenanskaffingsverdier. Ved erstatninger ved forsikring bygger en ofte på gjenanskaffingsprinsippet, dels ut fra gjenanskaffingsverdien for en kapitalgjenstand av samme alder og slitasjegrad som den som er tapt, og dels ut fra nyverdi-prinsippet.

3. Vurderinger bygget på salgsverdi

En kan bygge verdiansettelsen på kapitalgjenstandens antatte salgs- og realisasjonsverdi i øyeblikket. Når det gjelder varer som er produsert for å selges, er dette et naturlig verdsettingsgrunnlag. For kapitalgjenstander som det ikke er aktuelt å selge, vil prinsippet ofte gi svært lave verdier i forhold til de andre vurderingsprinsippene. F.eks. vil en forholdsvis ny driftsbygning som regel ha en meget lav realisasjonsverdi, mens den kan ha betydelig verdi enten den vurderes ut fra anskaffingsverdien, gjenanskaffingsverdien, eller bruksverdien.

4. Vurderinger bygget på bruksverdi (kapitalverdi)

Denne vurderingen skal i prinsippet bygge på den antatte tidsrekken av fremtidige inn- og utbetalinger som er knyttet til kapitalgjenstanden, etter den beregningsmåte som er gjennomgått i detalj tidligere. I praksis vil vurderingen ofte skje nokså skjønnsmessig, men det er i alle tilfelle den samme betraktningsmåte som skal legges til grunn.

Det kan gis endel gode argumenter for å bruke en slik vurderingsmåte. Bedriften trenger en kapitalgjenstand først og fremst for å bruke den i sin fremtidige virksomhet, og det er hva kapitalgjenstanden kan skaffe av nettoinnbetalinger ved fremtidig bruk som er avgjørende for dens verdi sett fra bedriftens synsvinkel. Dersom en regner med at det vil bli aktuelt å realisere kapitalgjenstanden om en tid, kan salgsverdien på dette tidspunktet diskonteres tilbake til vurderingstidspunktet og legges til de tilbakediskonterte nettoinnbetalinger i tidsrommet før kapitalgjenstanden selges. En vurdering bygget på bruksverdi er derfor ikke i strid med en vurdering bygget på salgsverdi i de tilfelle hvor salg er aktuelt.

Et slikt vurderingsprinsipp kan imidlertid møte store praktiske problemer. Vurderinger av fremtidige inn- og utbetalinger er som regel beheftet med en betydelig usikkerhet. For driftsmidler som vil gi nettoinnbetalinger langt inn i fremtiden, vil bruksverdien avhenge sterkt av kalkulasjonsrentefoten. Et tredje problem av mer prinsipiell natur er at bruksverdien av en kapitalgjenstand er sterkt avhengig av forholdene i den bedriften hvor kapitalgjenstanden finnes. For eksempel avhenger bruksverdien av en traktor av jordarealet, av hvilke redskaper det finns på bruket, av arbeidskraft og bygninger, av driftsform, osv.. Det er mulig å komme fram til en bruksverdi av bedriften samlet. Det er også mulig å komme fram til en bruksverdi av et enkelt driftsmiddel, under forutsetning av at forholdene i bedriften er på en bestemt måte. Men bruksverdien av bedriften samlet er ikke lik summen av bruksverdiene av de enkelte kapitalgjenstandene.

Når det gjelder varelager av innkjøpte driftsmidler synes det som oftest naturlig å bygge verdsettingen på anskaffings- eller gjenanskaffingsverdi, og som regel er det ikke særlig forskjell på de to i dette tilfellet. Når det gjelder varelager av produkter som skal selges er en antatt salgsverdi, eventuelt med fradrag for salggomkostninger og tilbakediskontert til vurderingstidspunktet, en naturlig verdsettingsmetode. De største problemer oppstår for varige driftsmidler. Vi kan si at vurderinger bygget på anskaffingsverdi er tilbakeskuende, vurderinger bygget på gjenanskaffingsverdi og salgsverdi konsentrerer oppmerksomheten på situasjonen i øyeblikket, og vurderinger bygget på bruksverdi er fremadskuende. I mange tilfelle kan valget av metode falle naturlig når en kjenner den problemstilling som en står ovenfor i øyeblikket, men det er neppe grunnlag for å si generelt at den ene metode er "riktigere" enn den annen. For en mer inngående diskusjon av noen sider ved problemet henvises til kapittel i "Driftsøkonomi" og i "Skogbruksboka". 1/

1/ Fog og Rasmussen, Drifsøkonomi II, s. 98 - 1o4.

Artikler av Jørgensen i Skogbruksboka: s. 339-341 (vurderingsproblemet) og s. 359-363 (om avskrivninger).

C. Avskrivningsmetoder

Regnskapsmessige avskrivninger kan ha forskjellige formål. Ett slikt formål kan være å holde de bokførte aktiva-vurderinger i status ajour, slik at en korrigerer i status for den nedgang i verdi av varige driftsmidler som ofte følger med tiden. Avskrivningene er med andre ord et hjelpemiddel i en løpende formueregistrering. Et annet, og trolig det viktigste formålet er å komme fram til et mest mulig riktig uttrykk for bedriftens overskott eller eierens nettoinntekt i løpet av en viss tidsperiode. Avskrivningene skal med andre ord være et uttrykk for en del av den kostnad i en viss tidsperiode som skyldes innsatsen av varige driftsmidler i produksjonen.

Dersom en investering er lønnsom ut fra de lønnsomhetskriterier som vi diskuterte i kapittel IX, og en fører et vanlig periode-regnskap hvor regnskapet gjøres opp med visse tidsintervall (f.eks. år), vil lønnsomheten komme til syne som en økning i regnskapsmessig inntekt (etter fradrag for gjeldsrenter) i en eller flere slike tidsperioder. Strengt tatt kan lønnsomheten av en investering bare bedømmes samlet for hele investeringsperioden. Fordelingen på de enkelte regnskapsperioder er mer eller mindre vilkårlig, og det er den avskrivningsmetode en følger som avgjør hvorledes fordelingen skjer.

Regnskapsmessig kan det lett gå slik at en investering fører til store inntektsforbedringer i enkelte tidsperioder, mens den fører til nedsatt inntekt i andre tidsperioder. Dette kan synes unaturlig, og i driftsregnskapet vil en nok gjerne velge en slik avskrivningsmetode at en investering som i virkeligheten er lønnsom, i hvert fall ikke gir redusert inntekt i noen periode. I skatteregnskapet kan forholdet være annerledes. Som vi så i kapittel X, vil en av skattemessige grunner foretrekke å avskrive en investering så raskt som mulig, gjerne med full nedskrivning alt på investeringstidspunktet. Dette vil da føre til lavere regnskapsmessig inntekt i de tilsvarende regnskapsperiodene, mens regnskapet i senere tidsperioder registrerer en tilsvarende større inntekt.

I skatteregnskapet er en bundet til å følge de avskrivningsmetoder som skattemyndighetene fastsetter. I driftsregnskapet står en selvsagt fritt til å følge det avskrivningsprinsipp som en selv finner mest riktig ut fra ens egen vurdering. Hvis en ønsker å bruke andre avskrivningsmetoder enn de som en må følge i skatteregnskapet, kan det være nødvendig å føre to statusbøker: en for skatteregnskap og en for driftsregnskap. Forøvrig kan en i kalkyler av forskjellig slag foretrekke å bruke andre avskrivningsmetoder, selv om en i det formelle regnskapet nøyer seg med å følge skattemyndighetenes regler.

Som allerede nevnt er en i skatteregnskapet bundet til å avskrive ut fra den nominelle anskaffingsverdien. I et driftsregnskap, og særlig i driftsøkonomiske kalkyler, kan det gi et meget riktigere bilde om en korrigerer anskaffingsverdien for endringer i prisnivået og foretar avskrivningene på grunnlag av en slik korrigert anskaffingsverdi. Dette kan en gjøre uansett hvilket av de avskrivningsmetodene som er beskrevet nedenfor en vil følge.

1. Lineær avskrivning

Ved denne avskrivningsmetoden avskriver en et like stort beløp hver tidsperiode (år). En forutsetter altså at verdiforringelsen av et driftsmiddel skjer jevnt over tiden , slik at samlet verdiforringelse er proporsjonal med den tid som er gått siden anskaffingen. En kan avskrive et driftsmiddel til 0, eller til en viss skrapverdi eller utrangeringsverdi dersom driftsmidlet har en slik verdi ved utrangeringen.

Det er denne avskrivningsmetoden som normalt følges i skatteregnskapene. Den har den praktiske fordel at den er enkel. I skatteregnskapet må en bruke en avskrivningstid som er godkjent av skattemyndighetene. I driftsregnskapet, eller i driftsøkonomiske kalkyler, kan en foretrekke å bruke en annen avskrivningstid.

2. Avskrivning med fast prosentsats

Ved denne metoden avskriver en for hvert år et beløp som er en gitt prosent av det sist bokførte beløp. På denne måten vil et nytt driftsmiddel gi en større årlig avskrivning enn et eldre. Dette kan i mange tilfelle være hensiktsmessig ut fra den synsmåte at de årlige nettoinnbetalinger som skyldes et driftsmiddel ofte er større i den første delen av driftsmidlets levetid enn i den senere delen. Dette gjelder f.eks. maskiner, der utbetalingene til vedlikehold og reparasjoner har en tendens til å øke betydelig med alderen.

Denne metoden er også enkel. Skal den følges slavisk, kan en aldri få nedskrevet et driftsmiddel til 0, og dette nevnes ofte som en invending mot metoden. For driftsmidler som har en positiv skrapverdi spiller ikke denne invendingen noen rolle.

3. Avskrivning etter annuitetsmetoden

Ved denne metoden avskriver en hvert år med et så stort beløp at summen av renten (av bokført verdi) og avskrivninger blir det samme for hvert år. Da renten avtar etter hvert som driftsmidlet blir avskrevet, må avskrivningene øke med økende alder. Denne metoden gir altså et helt annet avskrivningsforløp enn foregående metode.

Beregningen foregår slik at en først beregner annuiteten etter den vanlige formlen. Deretter kan en for hvert år først beregne rente av bokført verdi, og så beregne avskrivningen som en rest.

Denne metoden er litt mer komplisert enn de foregående. Den kan synes fornuftig for driftsmidler som er av slik natur at de nettoinnbetalinger som skyldes driftsmidlet er av tilnærmet samme størrelse hvert år gjennom hele driftsmidlets levetid.

Vi skal illustrere forskjellen mellom de tre metodene med et talleksempel som vi har brukt tidligere: En traktor koster i anskaffelse 2o ooo kroner, og vi regner med å selge den etter lo år for 3 ooo kroner. Kalkulasjonsrentefcten er 5 prosent.

Med lineær avskrivning blir den årlige avskrivning:

$$\text{Kr. } \frac{20\,000 \div 3\,000}{10} = \text{kr. } 1\,700$$

Med avskrivning med fast prosentsats må en i dette tilfellet beregne hvilken prosentsats som gir en verdi etter lo år på 3 ooo kroner. Dersom en kaller den årlige avskrivning uttrykt som desimalbrøk for x, har vi:

$$20\,000 \cdot (1 - x)^{10} = 3\,000$$

V ed litt bruk av logaritmer finner vi at x = 0,1739. For enkelhets skyld er det i talleksemplet nedenfor regnet med en årlig avskrivning på 17 prosent av bokført verdi.

Ved avskrivning etter annuitetsmetoden finner vi den årlige annuiteten etter formlen:

$$a = (A - S) \frac{r(1 + r)^n}{(1 + r)^n - 1} + Sr$$

Setter vi inn de aktuelle tallene, finner vi at a = kr. 2 351. Det første året er renten kr. 2o ooo x o,o5 = 1ooo, så det blir kr. 1 351 igjen til avskrivning. Det neste året er renten kr. 18 649 x o,o5 = kr. 932, så det blir kr. 1 419 igjen til avskrivning, osv.

Bokførte verdier etter de tre metodene er vist i tabell 11.1. Det er også vist hvorledes det faste årlige beløpet ved annuitetsmetoden er sammensatt av rente og avskrivning. En ser hvorledes de bokførte verdiene etter prosentsatsmetoden ligger under de verdiene en får ved lineær avskrivning, og hvorledes de tilsvarende verdiene ved annuitetsmetoden ligger over. P.g.a. avrunding har en ved de to siste metodene ikke kommet nøyaktig ned til 3 ooo kroners verdi etter lo år.

Tabell 11.1

	Bokført verdi a/			Annuitetsmetoden	
Alder	(1)	(2)	(3)	Rente	Avskr.
0 år	2o ooo	2o ooo	2o ooo		
1 "	18 3oo	16 6oo	18 649	1 ooo	1 351
2 "	16 6oo	13 778	17 23o	932	1 419
3 "	14 9oo	11 436	15 74o	861	1 49o
4 "	13 2oo	9 492	14 176	787	1 564
5 "	11 5oo	7 878	12 534	7o9	1 642
6 "	9 8oo	6 539	1o 81o	627	1 724
7 "	8 1oo	5 427	9 ooo	541	1 81o
8 "	6 4oo	4 5o4	7 o99	45o	1 9o1
9 "	4 7oo	3 738	5 1o3	355	1 996
1o "	3 ooo	3 1o3	3 oo7	255	2 o96

a/ (1) - Lineær avskrivning
(2) - avskrivning med fast prosentsats
(3) - avskrivning etter annuitetsmetoden

4. Avskrivning på grunnlag av bruksverdi (kapitalverdi)

Ved denne metoden foretar en årlige avskrivninger som tilsvarer nedgangen i driftsmidlets bruksverdi fra et år til det neste. Vi skal merke oss at en her bygger avskrivningene på en fullstendig ny betraktningsmåte. Ved de tre foregående avskrivningsmåter var det i alle tilfelle driftsmidlets anskaffingsverdi som ble avskrevet over brukstiden, og bare måten dette ble gjort på som skilte de tre metodene fra hverandre. Ved avskrivning etter bruksverdi er det driftsmidlets fremtidige inntjeningsevne som legges til grunn for avskrivningene. I visse tilfelle vil en da foreta oppskrivninger i stedet for avskrivninger. Et eksempel på dette er vist i Skogbruksboka, s. 36o, hvor det er vist hvorledes en skogsbilvei kan avskrives etter denne metoden.

Et annet resultat av denne metoden er at det i det øyeblikk driftsmidlet anskaffes kan oppstå en regnskapsmessig gevinst eller et tap, som svarer til differansen mellom driftsmidlets kapitalverdi etter anskaffelsen og anskaffingsverdien. I eksemplet på s. 8.13 fant vi at kapitalverdien av en nyanskaffet traktor var kr. 21 146, mens traktoren bare kostet kr. 2o ooo i anskaffelse. Dette viser at investeringen i traktoren er lønnsom, men spørsmålet er hvorledes differansen kr. (21 146 - 2o ooo) = kr. 1 146 skal bokføres. Hvis vi velger å statusføre traktoren etter bruksverdi og avskrive etter bruksverdi, vil dette beløpet regnskapsmessig komme som en gevinst i det øyeblikk traktoren blir anskaffet. 1/ Hvis vi velger en av de tre foregående avskrivningsmetoder, vil en også få et tilsvarende beløp som regnskapsmessig gevinst, men i disse tilfellene kommer gevinsten tilsyne som en økning i regnskapsmessig inntekt fordelt ut over de ti årene traktoren varer. Siden vanlig regnskapsføring nesten alltid bygger på anskaffelsesverdier, er det dette siste som skjer ved vanlig regnskapsføring.

Denne synsmåten at avskrivningene bør tilsvare nedgangen i fremtidig inntjeningsevne er imidlertid interessant, og i en del situasjoner kan det gi et meget bedre uttrykk for bedriftens resultat i det enkelte år enn de tre foregående avskrivningsmetodene kan gi. Dette gjelder spesielt for investeringer som er av slik natur at de nettoinnbetalinger som skyldes investeringen varierer sterkt fra år til år innenfor levetiden. For å illustrere dette skal vi låne et eksempel fra Jørgensen (Skogbruksboka, s. 36o)

Eksemplet gjelder en skogsbilvei som koster kr. lo ooo i anlegg. Den skal brukes til utdrift av visse tømmermengder over de neste fem år, og deretter regner en med at veien er verdiløs fordi den ikke lenger har betydning for skogsdriften. Nettoinnbetalingene representerer i dette tilfelle "innsparte utbetalinger" fordi tømmeret kan drives fram billigere på veien enn uten en slik vei. De fordeler seg slik over tiden:

År	1	kr.	0
"	2	"	7 4oo
"	3	"	2oo
"	4	"	2oo
"	5	"	7 2oo

Selv om veien fysisk sett vil vare i svært mange år, vil det gi et meget bedre bilde av det driftsøkonomiske resultat om den blir avskrevet over de årene den har nytteverdi for bedriften. Spørsmålet er nå hvorledes avskrivningene skal fordeles over de fem årene. Hvis vi bruker noen av de tre første avskrivningsmetodene som er nevnt her, vil det regnskapsmessig oppstå betydelige tap på grunn av veien i de årene hvor veien blir lite brukt, men en likevel foretar store avskrivninger. Tilsvarende får en store regnskapsmessige inntekter i de to årene en driver ut store tømmer mengder. Dette gir et unaturlig bilde av de

---

1/ Spørsmålet er da om denne gevinsten regnskapsmessig skal behandles slik at den kommer frem som en økning i inntekten det år investeringen foretas, eller om den skal føres som en kapitalgevinst under "formuesregulering". Det siste kan synes det mest naturlige.

egentlige virkningene av veien, og det synes meget mer fornuftig om en fordeler avskrivningene slik at de står i forhold til den nytte en har av veien det enkelte år. Dette vil en oppnå ved å avskrive på grunnlag av bruksverdi.

Avskrivninger som står i forhold til nytten av investeringen i det enkelte år kan vi imidlertid også oppnå om vi bygger bokførte verdier og avskrivninger på anskaffelsesverdien. "Nytten" det enkelte år kan vi måle som de nettoinnbetalinger det enkelte år som skyldes driftsmidlet eller investeringen. Dersom disse nettoinnbetalingene er noenlunde jevnt fordelt over brukstiden, kan en av de tre første avskrivningsmetodene gi bra resultater. Ved mer ujevn fordeling kan en variere den årlige avskrivning tilsvarende. Vi skal nå se på dette.

5. Avskrivning i forhold til netto-innbetaling eller "nytte"

Ved denne metoden kan en bygge avskrivningene på anskaffingsverdien på samme måte som ved de tre første metodene, men variere de årlige avskrivningene slik at en tar hensyn til variasjoner i de nettoinnbetalinger som skyldes investeringen.

I eksemplet med skogsbilveien kunne en grovt gjennomføre avskrivningene slik: Avskrivningsgrunnlaget er 10 000 kroner. Summen av årlige nettoinnbetalinger etter at anlegget er avsluttet er 15 000 kroner. Dette gir en avskrivning pr. krones nettoinnbetaling på 2/3 krone. Dette vil gi følgende avskrivingsskjema:

År	Askriving	Sluttstatus
1	kr. 0	kr. 10 000
2	" 4 934	" 5 066
3	" 133	" 4 933
4	" 133	" 4 800
5	" 4 800	" 0

Vi kan utføre avskrivningene finere etter en metode som i synsmåte har meget tilfelles med annuitetsmetoden. Vi kan si: Vi vil utføre avskrivningene på en slik måte at summen av renter (på bokført kapital) og avskrivninger utgjør et konstant beløp pr. krones nettoinnbetaling. På den måten oppnår vi at de samlete kapitalkostnadene fordeles slik over tiden at de er direkte proporsjonale med den nytten en har av investeringen i vedkommende år.

Beregningsmessig kan vi gjennomføre dette slik: La oss kalle summen av avskrivninger og rente pr. krones nettoinnbetaling for b. Vi vil beregne b slik at summen av de tilbakediskonterte kostnadsbeløpene er lik anleggssummen.

Altså: 1/

$$10\,000 = 7\,400 \cdot b \cdot 1{,}04^{-2} + 200 \cdot b \cdot 1{,}04^{-3} + 200 \cdot b \cdot 1{,}04^{-4} + 7\,200 \cdot b \cdot 1{,}04^{-5}$$

Dette gir:

$$10\,000 = 13\,108{,}4 \cdot b$$
$$b = 0{,}762870$$

Nå kan vi sette opp et skjema for avskrivninger slik som nedenfor:

År	Avskrivning + renter	Renter	Avskrivning	Slutt-status
0				10 000
1	0	400	- 400	10 400
2	5 645	416	5 229	5 171
3	153	207	- 54	5 225
4	153	209	- 56	5 281
5	5 492	211	5 281	0

Tallet for "avskrivning + renter" har vi fått ved å multiplisere verdien for b med nettoinnbetalingen vedkommende år. Renter er beregnet som 4 prosent av åpningsstatus (foregående års sluttstatus). Avskrivningsbeløpet er deretter beregnet som differansen mellom det første og det siste beløpet. I noen år har dette ført til at vi har fått en oppskrivning av statusverdien i stedet for en nedskrivning. Dette er helt logisk. Når vi bygger på anskaffingsverdier, må renter legges til anleggsverdien, og i år hvor investeringen blir lite brukt fører dette til en oppskrivning av verdien. 2/

Vi skal merke oss at det også her finnes en viss vilkårlighet når det gjelder fordeling av avskrivningene over tiden. Fordi investeringen er lønnsom, vil det oppstå en regnskapsmessig gevinst som skal fordeles over de årene investeringen er virksom. Her har vi valgt å avskrive slik at den regnskapsmessige inntektsøkningen blir størst i de årene veien brukes mest. Dette synes i hvert

1/ Vi bruker her en kalkulasjonsrentefot på 4 %, siden det er denne rentefoten som er brukt av Jørgensen.

2/ Ved husbygging og andre investeringer som krever anleggstid er det vanlig å regne renter i anleggstiden som en del av anleggskostnaden. Ut fra bruksverdisynsmåten ville vi ha kommet til et lignende resultat, men her fordi nåtidsverdien av fremtidige innbetalinger blir større når betalingstidspunktet kommer nærmere.

fall å være mere fornuftig enn å fordele avskrivningene slik at en får et regnskapsmessig tap i de årene veien ikke brukes, og ekstra store overskott i de årene veien brukes meget. Et tredje alternativ hadde vært å fordele avskrivningene slik at den regnskapsmessige inntektsøkningen hadde blitt like stort hvert av de fem årene, enten veien ble brukt vedkommende år eller ikke. Men noen objektiv metode til å si hvilken fordeling som er "riktig" har vi ikke.

Som et annet eksempel skal vi se på hvorledes dette avskrivningsprinsippet kan brukes til å fastsette avskrivninger på et varig driftsmiddel med varierende vedlikeholdsutgifter. Vi vil her bruke tallene for bilhold, s. 9.1o. Her var det forutsatt at bilen ville tilfredsstille transportbehovet like godt uansett alder, men at utbetalingene til vedlikehold ville øke betydelig med økende alder. Dette vil si det samme som at nettoinnbetalingene minker med økende alder. Vi kjenner imidlertid ikke den totale størrelsen av nettoinnbetalingene i dette tilfellet. Det avhenger jo også av hvor høyt en vurderer nytten av å ha bil. Derfor kan vi ikke sette avskrivningene slik at "avskrivninger + renter" blir proporsjonale med nettoinnbetalingene. Men vi kan si det slik: De totale kostnadene ved bilhold består av "avskrivninger + renter + driftsutgifter". Siden vi i dette tilfelle vurderer "nytten" av bilen like høyt for hvert år, vil vi sette avskrivningene slik at dette samlete kostnadsbeløpet blir like stort hvert år. Vi har tidligere funnet at en ville få lavest årlige kostnader (annuitet) om en beholder bilen til den er 12 år gammel, men her vil vi forutsette at vi har bestemt oss for å skifte den ut 1o år gammel. Den tilsvarende annuitet er beregnet til kr. 5 765, hvis rentefoten er 5 prosent. En kan nå sette opp følgende skjema for avskrivning:

År	Total-kostnad	Renter	Drifts-utgifter	Avskrivning	Slutt-status
0					16 ooo
1	5 765	8oo	3 ooo	1 965	14 o35
2	5 765	7o2	3 2oo	1 863	12 172
3	5 765	6o9	3 4oo	1 756	1o 416
4	5 765	521	3 6oo	1 644	8 772
5	5 765	439	3 8oo	1 526	7 246
6	5 765	362	4 ooo	1 4o3	5 843
7	5 765	292	4 2oo	1 273	4 57o
8	5 765	229	4 4oo	1 136	3 434
9	5 765	172	4 6oo	993	2 441
1o	5 765	122	4 8oo	843	1 598

I oppstillingen ovenfor er rentene hele tiden beregnet som 5 prosent av forrige års sluttstatus (eller årets åpningsstatus), driftsutgiftene er tatt fra tallene på s. 9.1o, og avskrivning er beregnet som (totalkostnad - renter - driftsutgifter). Antatt salgsverdi etter 1o år var 1 6oo kroner, og vi ser at bilen er blitt avskrevet til dette beløpet bortsett fra en ubetydelig avrundingsfeil. De årlige avskrivningene er størst de første årene mens vedlikeholdsutgiftene er små. Avskrivningsforløpet ligner altså litt på det som en ville ha fått om en hadde skrevet av med en fast prosent av åpningsstatus.

En slik avskrivningsmåte kunne selvsagt også ha vært nyttet om en hadde hatt å gjøre med driftsmidler hvis "nytte" i driften hadde variert over levetiden, slik som tilfelle var med skogsbilveien. Det eneste nye i dette siste eksemplet er at en har trukket inn årlige driftsutgifter i forbindelse med driftsmidlet som en post som kommer i tillegg til renter og avskrivninger på kostnadssiden.

I begge de siste eksemplene har vi, for å vise prinsippet, gjennomført beregningene som eksakte beregninger. Derfor har vi også måttet gjøre helt eksakte forutsetninger om innbetalinger og utbetalinger i fremtidige år. I praksis kan selvsagt et slikt avskrivningsprinsipp brukes selv om fastsettelsen av de årlige avskrivninger bygger på meget mer skjønnsmessige vurderinger. Det sentrale er at avskrivningene varieres over driftsmidlets levetid på en slik måte at de totale kostnadene ved driftsmidlet står i forhold til den nytten en har av driftsmidlet i det enkelte år.

Dersom vi legger en slik synsmåte til grunn, vil en nok ofte komme til at en av de tre første avskrivningsmetodene som er beskrevet her kan gi ganske tilfredsstillende resultater. Men dette er ikke alltid tilfelle, og for driftsmidler hvor "nytten" varierer sterkt fra år til år, som i eksemplet med skogsbilveien, er det ikke tilfelle.

Når det gjelder meget varige kapitalgjenstander, som f.eks. bygninger, er det ofte grunn til å tro at "nytten" vil være størst de første årene av levetiden og bli mindre etter hvert. En ny driftsbygning er både moderne og er som oftest tilpasset situasjonen på bruket på den tiden den blir bygget. Den har derfor stor årlig nytteverdi. Etter endel år er det meget mulig at situasjonen på bruket har forandret seg så meget at en f.eks. ikke lenger finner det tjenlig å drive husdyrproduksjon selv om driftsbygningen allerede står der. Den årlige nytteverdien av bygningen er da temmelig liten. For å ta hensyn til dette, ville det være fornuftig å avskrive meget sterkere mens bygningen er forholdsvis ny, enn når den er blitt eldre. Ellers vil regnskapet vise kunstig høye inntekter mens bygningen er ny, og kunstig lave inntekter senere.