



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2018 30 stp

Handelshøyskolen
Ole Gjølberg og Marie Steen

Prognostisering av elektrisitetsprisen – Bedre resultater med nevrale nettverk?

Electricity price forecasting – Better results with
neural networks?

Runar Andriessen og Martin Bø

Master i Økonomi og Administrasjon
Handelshøyskolen

Forord

Denne masteroppgaven avslutter fem år med økonomistudier på Norges Miljø- og Biovitenskapelige Universitet.

Kombinasjonen av finans- og kraftmarkeder har vært av stor interesse i mastergraden vår, der vi begge har hovedprofil i finans og energiøkonomi som støtteprofil. Masterstudiet og masterskrivingen har vært en enormt lærerik prosess, og vi vil gjerne takke våre veiledere professor Ole Gjølberg og førsteamanuensis Marie Steen for god veiledning og hyppige tilbakemeldinger. Videre vil vi takke våre medstudenter for gode og lærerike diskusjoner rundt masteroppgavene, i tillegg til familie for støtte underveis i studiene.

Ås, Mai 2018

Runar Andriessen og Martin Bø

Sammendrag

Denne oppgaven dreier seg om prognostisering av systemprisen på Nord Pool. Vi har introdusert et kunstig nevralt nettverk som inkluderer eksogene variabler for å lage kortsiktige prisprognoser for systemprisen, og sammenligner denne prognosen med prognoser fra tradisjonelle ARIMA modeller. Forskjellen mellom vår beste tidsseriemodell, SARIMAX-modellen, og det nevralt nettverket var minimale med en MAPE på henholdsvis 5,02% og 4,65% ved statisk prognose én dag frem. Dette er vesentlig bedre enn en naiv prognosemodell med MAPE på 6,57%. Ved prognoser syv dager frem presterte alle modellene dårligere enn ved den statiske prognosen, i tillegg til at forskjellen mellom den naive modellen og modellene med eksogene variabler ble over tre prosentpoeng. Likevel treffer det nevralt nettverket og SARIMAX godt med MAPE på under 6,5% for en syv dagers prognose i hele out-of-sample perioden. Eksogene variabler forbedret ARIMA modellene drastisk, men hadde ikke en like stor effekt på det nevralt nettverket. Til videre forskning kan en grundigere jobb bli gjort med innsamling av værvariabler, ved f.eks. å hente inn nedbørsdata i områder med store vannreservoarer og vinddata i områder der vindparkene er lokalisert. I tillegg kunne man inkludere flere eksogene variabler som blant annet produksjonsbrudd, prisen på substitutter til elektrisitet og priser på CO₂-kvoter.

Abstract

This thesis aims to forecast the system price at Nord Pool. We have introduced an artificial neural network which includes exogeneous variables to make short-term forecasts of the system price, and compare these with traditional ARIMA models. The difference between our best SARIMAX-model and the neural network were minimal, with a MAPE of 5,02% and 4,65% respectively for the static one day ahead forecast. This is significantly better than the naïve model with a MAPE of 6,57%. For the dynamic forecast seven days ahead, all models performed worse than the static forecast, even though the difference between the models with exogenous variables and the naïve model were over three percentage points. However, the neural network and the SARIMAX-model still performed well in the dynamic forecast with a MAPE under 6,5%. While the exogeneous variables improved the SARIMA models significantly, the effect on the neural network were not as prominent. For further research, a more extensive job could be done regarding the collection of weather data. An example could be to gather wind data at wind farms and precipitation data close to water reservoirs. Other variables such as outages, the price of other energy substitutes and the price of CO₂ quotas could also be included in the models.

Forkortelser

ACF – Autocorrelation function

AIC – Akaike information criterion

AR – Autoregressiv

ANN – Artificial neural network

BIC – Bayesian Information Criterion

CI – Computational Intelligence

Drybulb – Gjennomsnittlig temperatur i celsius i Norden

D(sys) – Endringer i systemprisen

HQIC – Hannan-Quinn Information Criterion

Lag - Tidsforsinkelse

MA – Moving Average

MAE – Mean absolute error

MAPE – Mean absolute percentage error

MSE – Mean square error

MWh – Megawatt pr. time

NN – Nevralt nettverk

Norden – Norge, Sverige, Finland og Danmark

PACF – Partial autocorrelation function

Precipitation – Gjennomsnittlig nedbør i millimeter i Norden

RSS – Residual sum of squares

Spike - Prishopp

SYS – Systemprisen

Sysload – Prognostisert etterspørsel etter elektrisitet for neste dag hos Nord Pool

Windspeed – Gjennomsnittlig vindhastighet i m/s i Norden

Figurliste

Figur 1 - Merit order curve fra Nord Pool (2009). Marginalkostnad på y-akse og årlig forbruk på x-akse.....	15
Figur 2- Sesongeffekten på systemprisen og forbruk i perioden 01.01.13-31.12.17 (indeksert fra 01.01.13).....	16
Figur 3- Prisutviklingen i SYS i perioden 01.01.2013 - 31.12.2017.	18
Figur 4 - Oversikt over de mest benyttede prisprognosemodellene i tidligere litteratur (Weron, 2014)	19
Figur 5 - Box-Jenkins metode for ARIMA (Martínez-Álvarez et al., 2015).....	27
Figur 6 - Illustrasjon av det nevrale nettverket for prisprognosen av elektrisitetsprisen (Nielsen, 2017)	32
Figur 7 – Grafisk fremstilling av sigmoidfunksjonen (Nielsen, 2017)	33
Figur 8 – Fremgangsmåte for prognostisering ved nevrale nettverk (Demuth et al., 2008)	35
Figur 9 - Utvikling i systemprisen 2013-2017 i NOK/MWh samt deskriptiv statistikk. Kurtose blir oppgitt som vanlig kurtose, og excess kurtose blir dermed 4,041775.	38
Figur 10 - Histogram for endringer i systemprisen i perioden 2013-2017. x-akse er NOK/MWh.....	39
Figur 11 - Korrelogram av systemprisen og endringer i systemprisen for de 30 første laggene	43
Figur 12 - De 5 beste SARIMA modellene basert på AIC og BIC med maksimalt AR(5) I(1) MA(5) SAR(2) SMA(2).....	45
Figur 13 - Korrelogram og plot av residualene til SARIMA(3,1,3)(2,0,2) ₇ og SARIMA(1,1,1)(2,0,1) ₇	46
Figur 14 - SARIMAX(4,1,3)(1,0,1) med eksogene variabler	49
Figur 15 - Residualplot samt ACF og PACF plot av residualene til SARIMAX 1	50
Figur 16 - Hvit-støy tester for residualene til SARIMAX 1	51
Figur 17- Fordeling av treningssett (in-sample) og out-of-sample.....	52
Figur 18 - Figur til venstre: Korrelasjon mellom prisprognosene og virkelige verdier for in-sample 2013-16. Figur til høyre: Korrelasjonen mellom prisprognosene og virkelige verdier for out-of-sample 2017 (365 observasjoner).....	53
Figur 19 - Fordeling av prediksjonsfeil for det nevrale nettverket i out-of-sample perioden 2017	54
Figur 20- Absolutt prosentvise feil out-of-sample fordelt på ukedagene i 2017	55
Figur 21 - Absolutt prosentvise feil out-of-sample fordelt på månedene i 2017.....	56
Figur 22 – Figur til venstre: Korrelasjon mellom prisprognosene og virkelige verdier for in-sample 2013-16. Figur til høyre: Korrelasjonen mellom prisprognosene og virkelige verdier for out-of-sample 2017 (365 observasjoner).....	57
Figur 23- Fordeling av prediksjonsfeil i det nevrale nettverket uten værdata eller prognostisert etterspørsel i out-of-sample perioden 2017	58
Figur 24 - Fordeling av prediksjonsfeil for det nevrale nettverket uten vær- og etterspørselsvariabler i out-of-sample perioden 2017	58
Figur 25 - Statisk prognose for SARIMA(1,1,1)(2,0,1) ₇ . Priser i NOK/MWh.....	59
Figur 26 - Statisk prognose for SARIMA(3,1,3)(2,0,2) ₇ . Priser i NOK/MWh.....	60
Figur 27 - Statisk prognose SARIMAX 1. Priser i NOK/MWh	60
Figur 28 - Statisk prognose nevralt nettverk. Priser i NOK/MWh	61
Figur 29 - Syv dagers dynamisk prognose i 2017 og prognosefeil for den dynamiske prognosen	63
Figur 30 - MAPE for dynamisk prognose 7 dager frem fordelt etter tidssteg.....	65
Tabell 1- Korrelasjonsmatrise for systemprisen og eksogene variabler	16
Tabell 2- Deskriptiv statistikk fordelt på ukedager i NOK/MWh (01.01.2013 – 31.12.2017) *Har tatt bort uvanlig høy observasjon på NOK 784,8 for å få mer representativt område og maksimum.	17

Tabell 3- Deskriptiv statistikk fordelt på årstider i NOK/MWh (01.01.2013 – 31.12.2017) *Har tatt bort uvanlig høy observasjon på NOK 784,8 for å få mer representativt område og maksimum. Vår: mars-mai, sommer: juni-aug., høst: sept-nov. og vinter: des-feb.....	17
Tabell 4 - ADF test av systemprisen	41
Tabell 5 - ADF test av endringer i systemprisen	42
Tabell 6 - ADF test av de eksogene variablene, * = signifikant ved 10% nivå	42
Tabell 7 - p-verdier for Box-Pierce og Ljung-Box tester, utført på residualene til modellene in-sample	47
Tabell 8 - Korrelasjonsmatrise med systemprisen og laggede eksogene variabler	48
Tabell 9 - Prestasjonsmål for de ulike modellene i out-of-sample perioden 2017	61
Tabell 10 - Dynamisk prognose 7 dager frem for NN, en naiv prognose og SARIMAX 1 modellen	64

Innholdsfortegnelse

Forord	3
Sammendrag	4
Abstract	5
Forkortelser	6
Figurliste	7
1. Introduksjon	11
2. Det nordiske kraftmarkedet	13
2.1 Bakgrunn	13
2.2 Prisdrivere for elektrisitet	14
2.3 Karakteristikk for elektrisitetsprisen	16
3. Foreliggende litteratur om elprisprognoser	19
3.1 Spillteoretiske prognosemodeller (Multi Agent)	20
3.2 Fundamentale prognosemodeller	21
3.3 Computational intelligence - Maskinlæring	22
3.4 Statistiske tidsseriemodeller	23
3.5 Kvantitativ/Reduced form modeller	24
4. Metode og beskrivelse data	26
4.1 ARIMA	26
4.1.1 ARIMA's tre komponenter	27
4.1.2 Ulike typer ARIMA modeller	29
4.1.3 Tester for «modell-fit»	29
4.1.4 Prognostisering med ARIMA(X)-modeller	31
4.2 Computational intelligence – maskinens evne til å lære	31
4.2.1 Nevralt nettverk – Generalisering av sammenhengen mellom input og output	32
4.3 Prestasjonsmål	35
4.4 Beskrivelse av datagrunnlaget	36
5 Analyser og resultater	41
5.1 ARIMA modeller ved Box-Jenkins metoden	41
5.1.1 Identifisering av stasjon�ritetsegenskaper og parametere	41
5.1.2 Parameterestimering og tester	45
5.2 Resultater fra kunstig nevralt nettverk	51
5.2.1 Har værdata og prognose på etterspørsel noen innvirkning på prestasjonen av nettverket?	56
5.3 Prognostisering og evaluering av SARIMA(X)- og NN-modellene	59
5.3.1 Statisk prognostisering	59
5.3.2 Dynamisk prognostisering	63

6. Konklusjon	66
Referanseliste	68
Appendiks	70

1. Introduksjon

Denne oppgaven dreier seg om kortsiktige prisprognoser av systemprisen på kraftbørsen, Nord Pool. Vi introduserer et nevralt nettverk og ser hvor godt dette presterer sammenlignet med tradisjonelle tidsseriemodeller til å lage kortsiktige prisprognoser. Sammenligningen gjennomføres ved å ta i bruk ulike prestasjonsmål som er vanlige i prognosesammenligninger. Motivasjonen til oppgaven er å forsøke og komme med en anbefaling om hvilken av elprisprognosemodellene som gir den mest treffsikre kortsiktige prisprognosen av systemprisen på Nord Pool.

Siden systemprisen blir kalkulert og offentliggjort én gang daglig, så har vi valgt å legge mest vekt på å predikere daglige elektrisitetspriser. Formålet er å finne ut hva gjennomsnittlig systempris over de neste 24 timene vil være én dag i forveien. En slik kortsiktig prisprognose vil være av stor interesse for de fleste markedsaktørene som handler i day-ahead markedet på Nord Pool, der mesteparten av elektrisiteten i Norden omsettes. Enhver markedsaktør som tar del i den daglige auksjonen av elektrisitet vil på en eller annen måte ha en mening om prisen følgende dag når de legger inn bud. For eksempel vil produsenter som har mulighet til å endre produksjonen på kort sikt, justere deres produksjon og bud for å maksimere sin profitt. Det samme gjelder for konsumenter som raskt kan endre sitt forbruk. Det eksisterer daglige futureskontrakter for systemprisen på Nord Pool, så gode daglige elprisprognoser kan være av stor interesse for kortsiktige spekulanter som kan tjene på differansen mellom futures- og spotprisen. I tillegg vil modellene bli anvendt til å lage prognoser flere dager frem i tid for å se hvor robuste modellene er når mer usikkerhet kommer inn i bildet.

Vi skal i oppgaven benytte såkalt maskinlæring, eller også kalt nevralt nettverk. Da dette er en oppgave i finans vil vi legge vekt på en intuitiv forklaring av teorien bak kunstig nevralt nettverk. Som eksogene variabler har vi inkludert daglige observasjoner knyttet til værdata. Disse værobservasjonene blir brukt som proxy for værmeldinger, noe som forutsetter at værmeldinger treffer godt på kort sikt. Denne forutsetningen blir også gjort av Weron og Misorek (2008) når de regner ut aritmetisk gjennomsnittstemperatur i storbyer som proxy for hele området. For bedre å fange effekten de eksogene variablene har på systemprisen, så har vi laget gjennomsnittlig værdata fra hovedstedene i de nordiske landene; Norge, Sverige, Finland og Danmark.

Opgaven er bygd opp som følger – I kapittel 2 blir bakgrunn for oppgaven, det nordiske kraftmarkedet og karakteristikk for elektrisitetsprisen beskrevet. Videre i kapittel 3 går vi

gjennom tidligere litteratur for kortsiktige elprisprognoser, samt hvilke metoder som blir brukt til hvilke formål, og litt om deres styrker og svakheter. I kapittel 4 blir teori rundt ARIMA modeller, nevralt nettverk og prestasjonsmål, samt beskrivelse av data gjennomgått. Kapittel 5 presenteres resultatene fra prognostiseringen ved både ARIMA og kunstig nevralt nettverk. I tillegg presenteres sammenligning av resultatene til disse ulike metodene for 1 til 7 dager fram i tid. I det siste kapittelet, kapittel 6, kommer konklusjonen og forslag til videre forskning.

2. Det nordiske kraftmarkedet

Denne delen forklarer bakgrunnen til hvorfor elektrisitetsprisen er så volatil, samt hvordan systemprisen klareres hver dag. Denne delen tar også for seg karakteristikken til elektrisitetsprisen og argumentasjon for valg av eksogene variabler.

2.1 Bakgrunn

Siden tidlig 90-tallet har prosessen med deregulering og introduksjon av fri konkurranse vært med å omforme landskapet fra det tidligere tradisjonelle monopolistiske og statsstyrte elektrisitetsmarkedet. I det nordiske kraftmarkedet blir nå elektrisitet handlet undergitt markedskrefter ved bruk av spot- og derivatkontrakter. Elektrisitet er en økonomisk ikke-lagerbar råvare, og stabiliteten til hele strømmnettverket avhenger av konstant balanse mellom produksjon og forbruk (Kaminski, 2012; Shahidehpour et al., 2002). Samtidig er etterspørsel og produksjon av elektrisitet avhengig av været, samt om det er arbeidsdag, helg, tid på døgnet osv. På den ene siden leder disse unike karakteristikene til en volatil prisdynamikk som ikke kan observeres i andre markeder, med pris som endrer seg etter sesong og gjør noen kortlevende store endringer som ofte er helt uforventet. På den andre siden så er det nettopp denne unike karakteristikken som driver akademikere til å utvikle bedre prognoseteknikker.

På selskapsnivå er prisprognoser på elektrisitet blitt en fundamental input for de som produserer eller konsumerer store mengder strøm i deres beslutningsprosess (Bunn & Karakatsani, 2003; Eydeland & Wolyniec, 2003; Weron & Misiorek, 2006). Et ofte brukt eksempel i tidligere litteratur er California krisen i 2000-2001, der man kunne se hvor utsatt strømprodusentene var for store prisendringer, siden de ikke kan overføre så mye av kostnadene over på deres konsumenter (Joskow, 2001). Kostnadene ved å by for stor eller for liten produksjonsmengde i day-ahead og deretter justere i real-time (balansemarkedet) kan fort være så høye at det kan føre til store tap eller til og med konkurs. Slik prisvolatilitet som ofte kan være over dobbelt så stor som andre råvarer har fått aktører i elektrisitetsmarkedet til å ikke bare hedge seg mot risiko knyttet til volum, men også risiko knyttet til prisendringer. I den forbindelse har gode prisprognoser blitt av stor interesse for de som forvalter kraftporteføljen til produsentene.

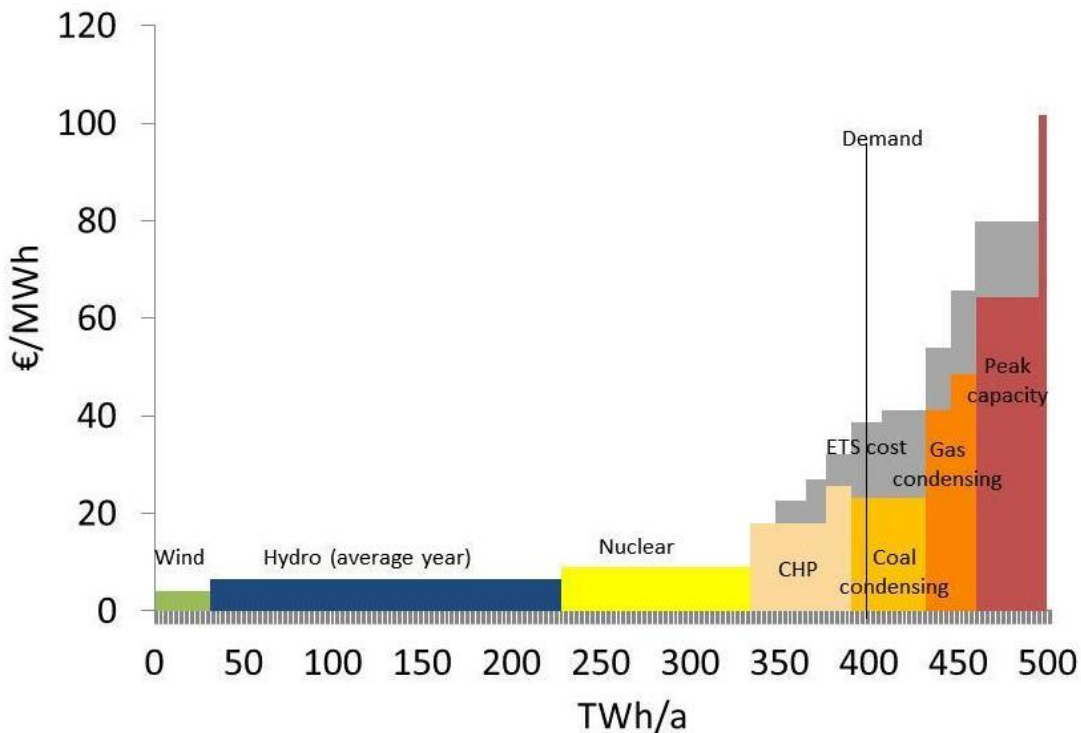
En produsent eller en stor konsument som klarer å predikere spotprisen av elektrisitet med lav feilprosent, kan regulere sin budgiving og sin egen produksjon eller forbruk for å redusere risiko eller maksimere sin fortjeneste i day-ahead handelen.

Ulikt de fleste andre råvarer så er spotmarked på Nord Pool et day-ahead marked som ikke tillater kontinuerlig handel. Dette er et resultat av at systemoperatørene (Statnett i Norge) krever informasjon på forhånd for å se om planlagt produsert mengde er gjennomførbart med tanke på begrensinger i nettverket.

I day-ahead markedet legger aktører inn bud eller tilbud om volum og pris for levering av elektrisitet i løpet av hver time for følgende dag før klokken 12:00 CET. Hovedrollen til et slikt organisert marked for elektrisitet er å kunne matche tilbud og etterspørsel, og for å kalkulere en spotpris bestemt av markedet ved bruk av auksjonen. En slik auksjon finner sted hver dag og spotprisen vil være likevektspunktet mellom den aggregerte etterspørsels- og tilbudskurven hver time i løpet av følgende dag. Dette blir prisen for 1 MWh for alle produsenter som bød under spotprisen, og prisen for alle forbrukere som bød over spotprisen. Den daglige spotprisen blir beregnet som gjennomsnittet av de 24 timene i døgnet.

2.2 Prisdrivere for elektrisitet

I denne seksjonen beskrives de tilstedeværende fundamentale faktorene som driver elektrisitetsprisen. Siden strøm er svært kostbart å lagre, så er det større sannsynlighet for at elektrisitetsprisen blir påvirket av fundamentale faktorer bak tilbud og etterspørsel mer direkte enn for andre råvarer (Geman & Roncoroni, 2006). Ved at mesteparten av produksjonen av elektrisitet i Norden er hydrokraft, så vil fundamentale faktorer bak vannreservoar, tilsig mm. ha stor betydning. Prisen er også drevet av forbruk, noe som er sterkt korrelert med temperaturen.



Figur 1 - Merit order curve fra Nord Pool (2009). Marginalkostnad på y-akse og årlig forbruk på x-akse.

Merit order kurven illustrerer marginalkostnadene ved å produsere 1 MWh for ulike produksjonskilder. Denne modellen er hentet fra Nord Pool. Her kan man se at fornybare energikilder som vind- og hydroproduksjon har svært lave marginale kostnader, altså kostnaden ved å produsere en ekstra enhet. I det nordiske markedet ser vi at de fornybare energikildene står for mesteparten av produksjonen i 2009. Hvor prisen lander avhenger av etterspørselen og hvor mye som produseres av vind- og hydrokraft. For eksempel hvis det en dag er ingen produksjon fra vindkraft og svært lav produksjon fra hydrokraft så vil hele kurven bevege seg mot venstre. Hvis etterspørselen i tillegg er stor vil produksjonsanleggene med høy marginalkostnad bli benyttet og man vil få en høyere pris. Produksjonen og forbruk påvirkes av været, derfor vil også prisen bli påvirket av været. Dette er en viktig del i argumentasjonen hvorfor vi har valgt å benytte værdata som eksogene variabler.

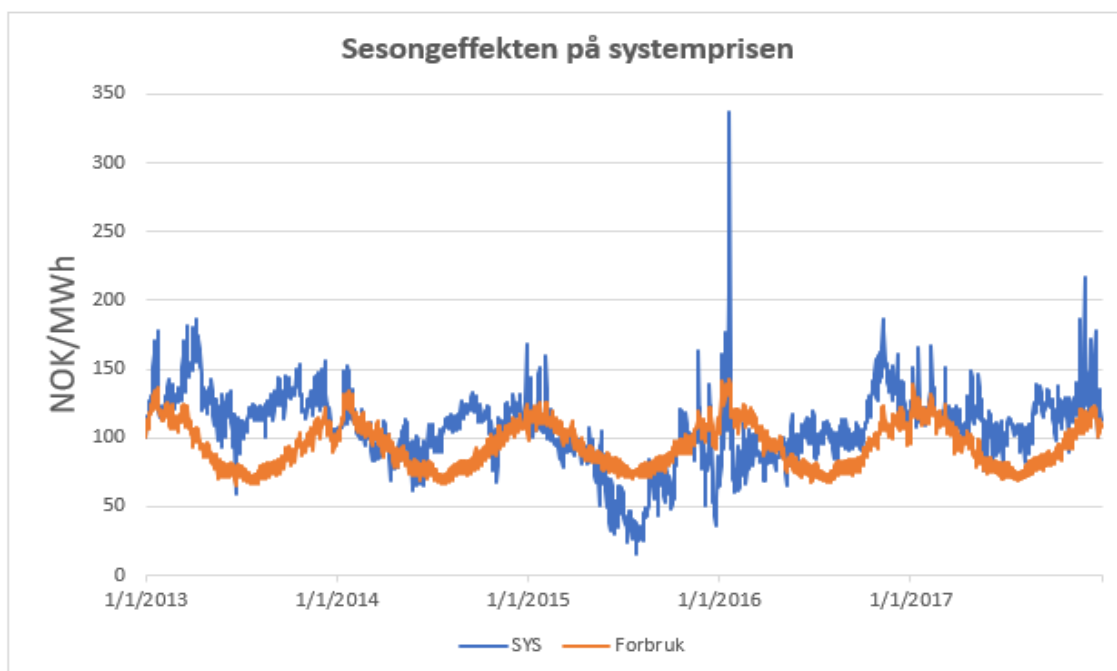
	SYS	Forbruk
SYS	1.00	0.43
SYS (t-1)	0.90	0.39
SYS (t-7)	0.77	0.36
Temperatur	-0.40	-0.93
Vindhastighet	-0.14	-0.08
Nedbør	-0.10	-0.11
Forbruk	0.43	1.00

Tabell 1- Korrelasjonsmatrise for systemprisen og eksogene variabler

Ut fra korrelasjonsmatrisen i tabell 1 ser man forholdet mellom systemprisen og de eksogene variablene. Utenom tidligere systempriser er det forbruk som har størst effekt på systemprisen. Tabell 1 viser at forbruket er sterkt negativt korrelert med temperaturen. Temperaturen har derfor en indirekte effekt på systemprisen ved at f.eks. lavere temperaturer fører til høyere forbruk som igjen har en direkte effekt på systemprisen. Dette har med at rundt 60 % (Feilber (2006)) av elektrisiteten i husholdninger benyttes til oppvarming. Vindhastighet og nedbør skal forsøke å fange effekten av hvor mye som blir produsert med vind- og hydrokraft. Der høyere vindhastighet øker produksjon fra vindkraft og nedbør øker mengden potensiell vannkraft.

2.3 Karakteristikk for elektrisitetsprisen

Det som karakteriserer mønstret til elektrisitetsprisen er sesong, spikes og mean-reversion.



Figur 2- Sesongeffekten på systemprisen og forbruk i perioden 01.01.13-31.12.17 (indeksert fra 01.01.13)

Som illustrert i figur 2, ser man hvordan etterspørselen ved forbruk følger årstidene. Forbruket er størst om vinteren da temperaturen er lav, og forbruket er lavest om sommeren når temperaturen er høy. Systemprisen er positivt korrelert med forbruket og ser ut til også ha en sesongeffekt, der prisen er høyest i vintermånedene og lavest i sommermånedene.

	Mandag	Tirsdag	Onsdag	Torsdag	Fredag	Lørdag	Søndag
Gjennomsnitt	258.97	260.69	260.42	260.84	254.23	234.48	227.99
Minimum	83.35	77.19	71.86	56.56	57.19	57.32	35.02
Maksimum	476.85	534.19	504.98	504.98	415.09	384.25	361.64
Område	393.5	457	433.12	379.64*	357.9	326.93	326.62

Tabell 2- Deskriptiv statistikk fordelt på ukedager i NOK/MWh (01.01.2013 – 31.12.2017) *Har tatt bort uvanlig høy observasjon på NOK 784,8 for å få mer representativt område og maksimum.

	Vår	Sommer	Høst	Vinter
Gjennomsnitt pris	244.77	220.45	268.68	270.95
Minimum	115.73	35.02	102.02	83.23
Maksimum	435.91	323.88	504.98	534.19
Område	320.18	288.86	402.96	450.96*

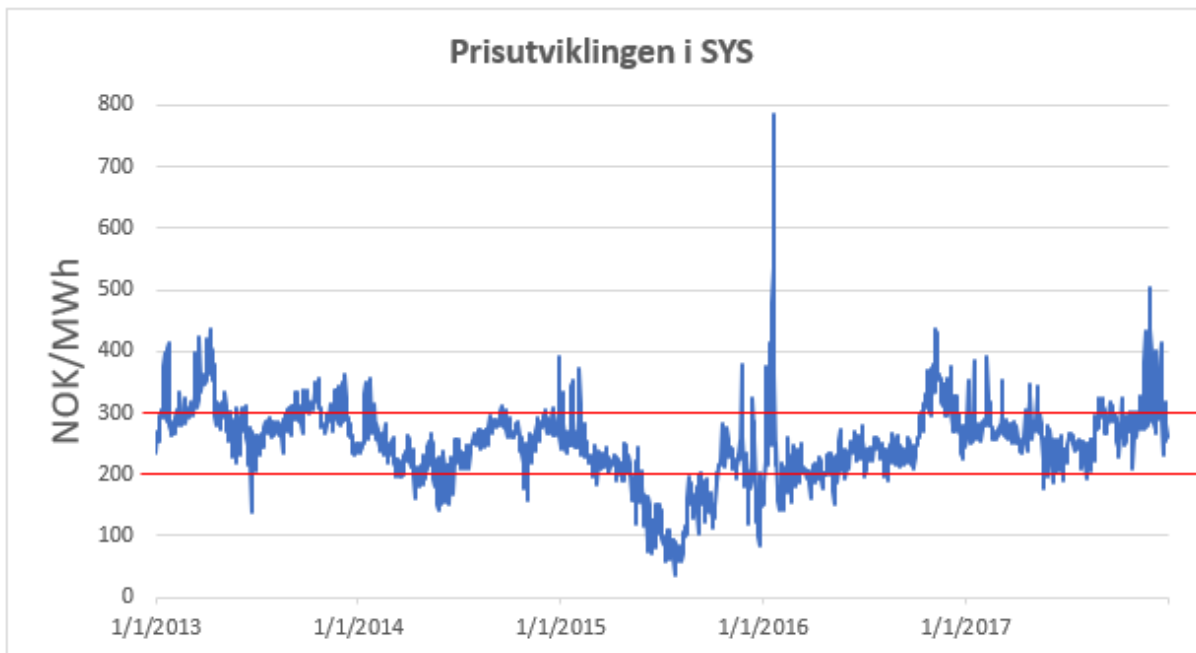
Tabell 3- Deskriptiv statistikk fordelt på årstider i NOK/MWh (01.01.2013 – 31.12.2017) *Har tatt bort uvanlig høy observasjon på NOK 784,8 for å få mer representativt område og maksimum. **Vår:** mars-mai, **sommer:** juni-aug., **høst:** sept-nov. og **vinter:** des-feb.

Tabell 2 og 3 gir et mer detaljert bilde av sesongeffekten på ukentlig og årlig basis.

Systemprisen er høyest i ukedagene og lavest lørdag og søndag. Dette har med at en vanlig ukedag er en arbeidsdag der man generelt bruker mer strøm. Forbruket er derfor lavere i helgene og på fridager. Arbeidsdager har også høyere volatilitet i perioden, der for eksempel søndag har ligget i et intervall på NOK 326,62 og tirsdag har et intervall på NOK 457. Denne ukedags- og arbeidsdagseffekten ønsker vi å få med i vår modell ved å benytte dummyvariabel for arbeidsdag, og systemprisen for en uke siden for å få ukedagseffekten. Når det gjelder årstider ser man fra gjennomsnittlig systempriser at prisen følger årstidene.

Gitt at elektrisitet er økonomisk ikke-lagerbart og etterspørselen er kortsiktig uelastisk, så oppstår spikes på grunn av brudd i produksjonen av elektrisitet, eller begrensninger i nettverket (Bunn & Karakatsani, 2003; Weron, 2005). Andre faktorer som lav temperatur over lang tid har også vist seg å være utslagsgivende, for eksempel er den høye elektrisitetsprisen 21. januar 2016 knyttet til et høyt forbruk som følge av veldig lave temperaturer, samt begrenset produksjon i vindkraft (Johannessen (2006)). Den underliggende årsaken til spikes

er at kapasiteten av tilbud av elektrisitet er ansett å være fast på kort sikt. Når etterspørselen går mot full kapasitet, settes reserve kraftverkene med høye kostnader i drift, se figur 1. Dette gjør at prisen blir svært sensitiv til økning i etterspørsel når den er på randen av full kapasitet.



Figur 3- Prisutviklingen i SYS i perioden 01.01.2013 - 31.12.2017.

At elektrisitetsprisen følger en mean-reversion prosess, betyr at den følger et gjennomsnittlig nivå og ikke en trend. Prisen vil som regel falle tilbake rundt dette nivået etter hopp i prisen. Ser man på elektrisitetsprisen fra 2013-17 kan dette se til å stemme. Prisen beveger seg mye, men 66 % av observasjonene ligger mellom 200 og 300 MWh, og har et gjennomsnitt i hele perioden på 250 NOK/MWh. Dette har med hvordan prisen blir satt i markedet.

Elektrisitetsprisen vil være der tilbud møter etterspørsel, og det trenger å være en stor varig endring i enten lavere produksjon eller høyere forbruk for at prisen skal få en permanent endring. Derimot kan elektrisitetsprisen øke med konsumrisindeksen, men det vil kun heve nivået. Hvis det skulle komme ny teknologi, flere billige produksjonsanlegg eller bedre isolerte husholdninger, kan det senke prisen. På den andre siden vil satsning i for eksempel elbiler, elektrisk oppvarming osv. bidra til å ha en varig endring i forbruket som igjen kan heve elektrisitetsprisen.

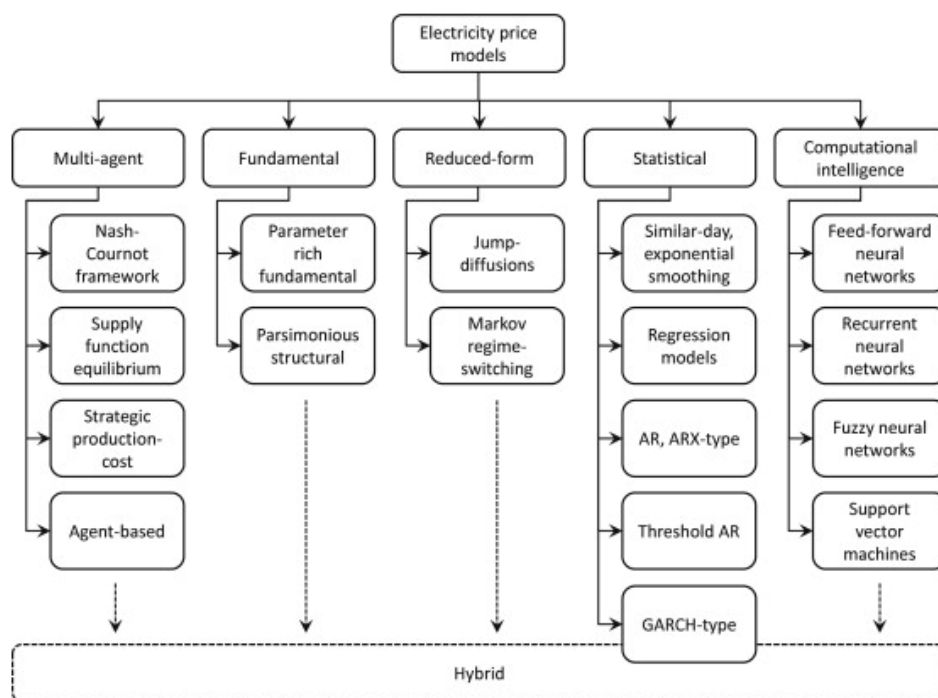
3. Foreliggende litteratur om elprisprognoser

Bruken av prisprognoser blir ofte klassifisert etter tidshorisont og formål. Det er vanlig å snakke om lang-, mellomlang- og kortsiktige prisprognoser. Langsiktige prisprognoser støtter strategiske beslutninger som for eksempel investering i nye produksjonsanlegg, og strekker seg gjerne over flere år. Mellomlang sikt brukes gjerne til balanseregnskap og risikostyring, og strekker seg mellom alt fra uker til år. Kortsiktig prisprognoser prøver derimot å predikere virkelig pris på timelig, daglig eller ukentlig basis. I det nordiske markedet handles mesteparten av elektrisitet i day-ahead markedet, derfor er hovedinteressen å predikere prisen på kort sikt.

Kortsiktige prisprognoser er svært krevende da markedet er svært komplekst.

Elektrisitetsprisen er påvirket av eksogene faktorer som man kan referere til som fundamentale drivkrefter. Selv om det er kjent at for eksempel temperatur og nedbør påvirker prisen, så er den samlede effekten vanskelig å fastslå.

Tidligere forskning knyttet til å predikere spotprisen benytter ofte tidsseriemodeller, som igjen kan forbedres ved å implementere fundamentale eksogene variabler. En annen tilnærming er å benytte artificial neural networks (ANN), som fungerer svært godt for å ta høyde for komplekse og ikke-lineære effekter.



Figur 4 - Oversikt over de mest benyttede prisprognosemodellene i tidligere litteratur (Weron, 2014)

Dette kapittelet skal ta for seg ulike prisprognosemodeller som har blitt brukt i tidligere forskning for å lage kortsiktige elprisprognoser. Det er fem brede kategorier som ofte er omtalt og vi vil diskutere hver kategori i egen seksjon. De mest relevante modellene for denne oppgaven og for kortsiktige prisprognoser er; AR (autoregressiv), CI (Computational intelligence) og fundamentale modeller. En hybrid versjon av disse kategoriene gir en mest fornuftig prognose av framtidig kortsiktig elektrisitetspris. Vi vil også kort nevne noen av de positive og negative sidene tidligere litteratur trekker fram for hver av modellene.

3.1 Spillteoretiske prognosemodeller (Multi Agent)

Denne kategorien baserer seg på spillteori og er studiet om beslutningstaking gitt flere aktører, der aktørene ofte selger homogene produkter. Her må hver beslutningstaker ta de andre aktørenes beslutninger i betraktning for sin egen beslutning (Gibbons, 1992). For eksempel om hvor mye man skal produsere i et marked med få aktører, som bl.a.

leverandørene i dagligvarekjeden i Norge. Kumar David og Wen (2001) bemerker at modeller av denne klassen hovedsakelig brukes til å simulere utfall av ulik markedspolitikk, og å se etterlevelse av markedsstyrke i eksisterende markeder. To kjente tilnærminger er Cournot Equilibrium (CE) og Supply Function Equilibrium (SFE) (Kännö, 2013).

I Cournot-likevekten velger aktørene sin produksjonsmengde samtidig. I denne likevekten har ingen av spillerne et insentiv til å ville endre deres produksjonsmengde. Markedsprisen for likevekt bestemmes av de aggregerte etterspørselskurvene og den totale produksjonsmengden (David & Wen, 2001).

Derimot i SFE velger hver aktør en tilbudsfunksjon som justerer produksjonsmengden med hensyn til prisnivået. Ved denne likevekten har ingen av spillerne et insentiv til å endre deres tilbudsfunksjon. Markedsprisen ved likevekt bestemmes av de aggregerte tilbuds- og etterspørselsfunksjonene. Kumar David og Wen (2001) hevder at SFE gir et mer realistisk syn på elektrisitetsmarkedet, fordi produsenter kan bestemme både kvantum og pris, i motsetning til kun kvantum i Cournot. Ifølge Bunn og Oliveira (2001) skaper gjentakelsen av en prisauksjon muligheter for markedsaktører å eksperimentere med bud og lære av resultatene. Som et resultat kan likevektsprisen skifte. De studerer oppførselen med en agentbasert simuleringmodell, hvor selgere og kjøpere er representert av algoritmeagenter som fungerer som konseptuelle markedsaktører. Bunn og Oliveira (2001) konkluderer at agentbaserte simuleringer passer best for langsiktige vurderinger av markeder, og kan være spesielt nyttige for å forutsi atferd til et marked som enda ikke eksisterer i realiteten.

Slike spillteoretiske modeller er et godt verktøy for å lage simuleringer og for å finne ut om prisen vil være høyere eller lavere enn marginale kostnader ved produksjon. Derimot må det tas mange antakelser og det skaper problemer med å lage treffsikre prisprognoser.

3.2 Fundamentale prognosemodeller

Fundamentale modeller beskriver de faktorene som driver elektrisitetsprisen. Dette kan være både fysiske faktorer som for eksempel nedbør og vindhastighet, samt økonomiske faktorer. Dataene som benyttes som fundamentale variabler er typisk output fra andre modeller, for eksempel etterspørsel, produksjonskostnader osv. Generelt er målet til fundamentale prognosemodeller å bestemme krysningspunktet av tilbuds- og etterspørselsfunksjonen ved hvert tidsintervall i markedet. Etterspørselsprognoser er basert på forbruksprognosemetoder som vanligvis benytter værvarsel, og antar ingen priselastisitet. Tilbudsfunksjonen gjenspeiler marginale kostnader for å produsere i et marked med full konkurranse. Det kan derfor estimeres med en merit-order kurve med tilgjengelig produksjonskapasitet. Med tanke på det nordiske markedet, ligger hovedutfordringen for fundamentale modeller på tilbudssiden. Dette er fordi Norden er dominert av vannkraft og produksjonsanlegg med lave marginale kostnader, altså langt til venstre på merit-order kurven (figur 1). Hvor mye vannkraftverk produsenten ønsker å produsere har derfor stor påvirkning på strømprisen.

Javanainen (2005) studerte norsk tilbud av elektrisitet, og finner ut at det er en signifikant prisavhengighet av produksjon. Dette er på grunn av at det eksisterer fleksibilitet i produksjonssystemet. I følge Javanainen varierer graden av fleksibilitet med tiden på året, fordi det er knyttet til reservoarnivåer som svinger over årstidene.

Dueholm og Ravn (2004) presenterer modeller for tilbudsfunksjoner for produksjon av elektrisitet i Norge. De foreslår at tilbudsprisen er en funksjon av volumet av regulert vannkraftproduksjon. Modellen de lagde ble brukt på norske pris- og produksjonsvolumdata. Siden bare totale hydrokraftproduksjonsvolumer var offentlig tilgjengelige, prøvde modellen å estimere volumene av regulert og uregulert produksjon. Modellen tok ikke hensyn til tilstrømning, tilsig eller andre grunnleggende variabler (Kännö, 2013).

Det er derimot vanskelig å samle relevant informasjon, da dette ofte ikke er offentlig tilgjengelig. Dette kan være informasjon om produksjonskapasiteten til produsentene, kostnader, forbruksmønstre osv. Derfor er det vanskelig å lage kortsiktige prisprognoser kun ved bruk av fundamentale faktorer (Weron, 2014). Fundamentale faktorer kombineres ofte med tidsseriemodeller eller nevralt nettverk for å ta hensyn til driverne bak elektrisitetsprisen.

3.3 Computational intelligence - Maskinlæring

Det er et stort omfang av tidsseriemodeller for å prognostisere fremtiden. Kunstig intelligens bruker modelleringsteknikker som ikke tar hensyn til forutsetninger om parameterne til input, og tilpasser sin interne struktur til en dataprøve gjennom en treningsprosess (Kännö, 2013). Artificial neural network (ANN), såkalt kunstig nevralt nettverk, er inspirert av oppbygningen og funksjonalitet av biologiske nevralt nettverk. Et kunstig nevralt nettverk består av sammenkoblede kunstige nevroner som behandler en gitt input. Hver nevron kan kobles sammen med andre nevroner. I treningen blir vanligvis vektene av nevroner justert slik at den produserer ønsket output med en gitt input (Nielsen, 2017). Denne strukturen gjør det mulig for nevralt nettverk å håndtere ikke-lineære forhold.

Haykin (2004) bemerker at ANN har vist seg å være spesielt velegnet for prognostisering av etterspurt mengde av elektrisitet. Med sofistikerte nevralt nettverk har det blitt laget daglige prognoser på etterspørsel som har et avvik på mindre enn 3 % (absolutt verdi) over ett år i elektrisitetsmarkedet i New England, USA. Det har også blitt brukt direkte på prisene. Szkuta et al. (1999) analyserer markedet i Victoria, Australia og Livanis og Zapranis (2007) studerer gjennomsnittlig daglige priser på det nordiske markedet. Livanis og Zapranis lagde et nevralt nettverk med to års treningsperiode og ett år out-of-sample for systemprisen på Nord Pool fra 2003-06. Her fikk de en mean absolute percentage error (MAPE) på 8,17 % med det nevralt nettverket mot 11,33 % MAPE med en naiv lineær modell.

Queiroz et al. (2007) ser på markedet i Brasil. I likhet med det nordiske elektrisitetsmarkedet er majoriteten av produksjonen i Brasil hydrokraft. Her konkluderer Queiroz et al. (2007) at ANN gir viktig informasjon for produksjonsplanlegging i et marked med market clearing price (MCP), pga. marginale operasjonelle kostnader for produsentene.

Catalão et al. (2007) lager kortsiktige prognoser for elektrisitetsprisen neste uke ved hjelp av nevralt nettverk, og sammenligner sine resultater mot ARIMA og en naiv test for markedet i Spania og California. Her kommer han fram til at med rundt 3 % MAPE i de stabile periodene i California mot ARIMA med 5 %, og MAPE på ca. 9 % i Spania mot ARIMA med ca. 10 % at det nevralt nettverket presterer bedre.

Resultatet av de kunstige nevralt nettverkene blir typisk sammenlignet med konvensjonelle lineære-regresjonsmodeller og tidsseriemodeller. Konklusjonen av disse artiklene er at prisprognose med nevralt nettverk er lite brukt, men kan gi mer presise prognosemodeller hvis modellen er ikke-lineær.

Weron (2014) nevner at den største fordelen til CI er deres evne til å håndtere kompleksitet og ikke-lineære forhold. Denne fleksibiliteten nevnes også som dens største svakhet. Evnen til å tilpasse seg ikke-lineære forhold lager ikke nødvendigvis de beste prisprognosene og kan føre til at nettverket overtilpasses.

3.4 Statistiske tidsseriemodeller

Statistiske tidsseriemodeller forsøker å beskrive oppførselen til en variabel, for eksempel i vårt tilfelle spotprisen, med hensyn på historiske verdier. Modellene er mye benyttet i økonometri og brukes ofte i kraftmarkedet. Det er flere ulike variasjoner av autoregressive teknikker som brukes både til å modellere forbruk og pris. AR (autoregressive) er attraktive nettopp i kraftmarkedet, fordi de er gode til å fange opp effekter av sesonger og behøver ikke informasjon om strukturen i det underliggende markedet (Kännö, 2013). Den vanligste teknikken er basert på autoregressive integrated moving average (ARIMA) modeller. Den antar at den prognostiserte variabelen kan uttrykkes som en lineær funksjon av sine tidligere verdier og tilfeldig støy på hvert tidspunkt. Derfor antas det at variabelen er stasjonær, noe som betyr at dens statistiske egenskaper som gjennomsnitt og varians er konstant (Kännö, 2013). «Integrated» referer til differensiering av variabelen for å fjerne ikke-stasjonærheten dersom dette er tilfellet i tidsserien.

Weron og Misiorek (2006) hevder at elektrisitetsprisene generelt presenterer et ikke-lineært forhold som bryter med forutsetningen om stasjonærhet, og derfor burde det benyttes mer avanserte verktøy. Et av verktøyene de nevner er generalized autoregressive conditional heteroskedastic (GARCH). Garcia et al. (2005) bruker et slikt verktøy i deres forskning og kommer fram til at deres GARCH-modell presterer bedre enn en generell ARIMA-modell i dagsprognoser der prisene er svært volatile. Huisman et al. (2007) hevder at det er en viktig forskjell i modelleringen av timepriser i forhold til daglige gjennomsnittlige priser.

Tidsseriemodeller antar at informasjonssettet oppdateres når det flyttes fra en observasjon til den neste i tid. Derimot i en tidsserie av timepriser har hver time av dagen det samme informasjonssettet som er oppdatert over dagene. Derfor har direkte bruk av tidsseriemodeller til timeprisdata ikke en stødig teoretisk bakgrunn. For å overvinne dette problemet foreslår de å modellere hver av de 24 timene i en dag som en egen stokastisk prosess. For eksempel er time 8 over sammenhengende dager en tidsserieprosess (Kännö, 2013).

Huisman et al. (2007) sine resultater fra kraftmarkedet i Tyskland, Nederland og Frankrike viser at de forskjellige timene har ulike gjennomsnittlige prisnivåer. For eksempel prisene i

peak timer korrelerer med hverandre og det samme gjelder for off-peak timer. Hvor nøyaktig prognosen er ved bruk av tidsseriemodeller kan forbedres ved å legge inn flere eksogene variabler som kan ha forklaringskraft på modellen. For eksempel Jónsson (2008) legger til andelen produksjon fra vindkraft som en ekstra eksogen forklaringsvariabel når han skulle prognostiserer timelige elpriser i Danmark. Flere artikler identifiserer etterspørselen etter elektrisitet som den viktigste driveren i tidsseriemodeller, for eksempel Nogales et al. (2002).

Karakatsani og Bunn (2008) konstruerer en tidsseriemodell der parameterne antas å følge «random walk» prosess. De konstruerer en kortsiktig prognose på elektrisitetsprisen i det britiske markedet og lager en prognose over 300 dager (juni 2001 – april 2002). Deres beste modell fikk 5,5 % i MAPE.

Weron (2014) nevner at det er flere tidligere artikler som klassifiserer statistiske modeller som et verktøy for å lage teknisk analyse. En slik teknisk analyse vil ikke prøve å måle underliggende- eller fundamental verdi, men kun se på tidligere mønstre og indikatorer for å bestemme fremtidige priser. Effektiviteten av teknisk analyse kan diskuteres, men for elektrisitetsprisen har dette vist seg å være en god metode. Dette er fordi elektrisitetsprisen følger et mønster knyttet til sesongeffekter. Derimot vil statistiske tidsseriemodeller være dårlig til å predikere spikes i elektrisitetsprisen.

3.5 Kvantitativ/Reduced form modeller

Et kjent trekk med finansinspirerte kvantitative modeller er at hovedhensikten ikke er å gi en treffsikker timelig eller daglig prisprognose, men heller å gjenskape karakteristikkene til daglig priser, som for eksempel sesongeffekt, spikes osv. Dette er modeller som skal være enkle og raske å beregne uten bruk av for stor datakraft, derav mye brukt i trading. Gode modeller er de modellene som klarer å fange karakteristikkene til elektrisitetsprisen best og kan beregnes som pålitelige. Her er det «jump-diffusion models» og «Markov regime-switching models» som er de mest kjente metodene. Weron (2006) skriver om regime-switching models og hevder at det finnes en ikke-lineær mekanisme som skifter mellom normale og høye prisnivåer, såkalte regimer.

Jump diffusjon models (hopp diffusjons modeller) er en stokastisk prosess som involverer hopp og diffusjon. Kaminski (1997) er en av de første som benyttet Merton's hopp diffusjons modell som kombinerer en geometric Brownian motion (GBM) og en hoppe prosess (jump process). Her kommer Kaminski fram til at utfordringen til denne modellen er at den ignorerer mean-reversion til et «normalt» prisnivå. Hvis en spike oppstår vil GBM anta at det nye

prisnivået er et normalt tilfelle og fortsette med diffusjonsprosessen uten å ta hensyn til tidligere prisnivåer (Weron, 2014).

Weron & Misorek (2008) har kommet med en modell som tar hensyn til mean-reverting og hopp diffusjon, og Misorek et al., (2006) benytter Markov regime-switching modeller for å prognostisere timelige elektrisitetspriser følgende dag. Resultatet fra begge artiklene konkluderer med at de presterer dårligere for elprisprognoser enn for eksempel tidsseriemodeller eller nevralt nettverk. Modellene gir derimot et realistisk bilde på prisdynamikken og brukes ofte til priske derivater. Når det gjelder å prognostisere spikes har redusert form modeller vist seg å være nyttige.

4. Metode og beskrivelse data

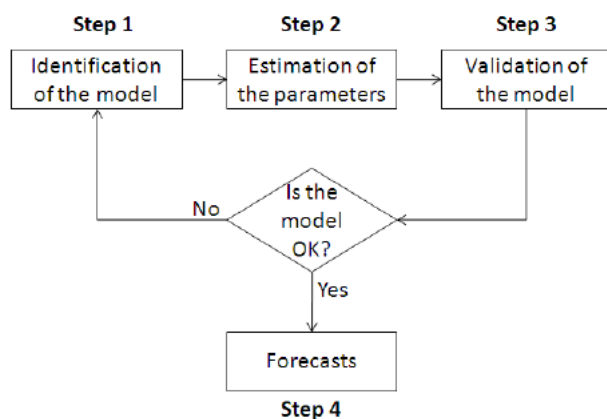
Tidsserieanalyse er det verktøyet vi har valgt for å gjøre våre analyser og prognoser med, og de ulike metodene vil bli gjennomgått i dette kapittelet. ARIMA modellen er basert på Box-Jenkins metoden (Box et al., 2015) og bruker tidligere observasjoner til å beskrive dagens priser. I dette kapittelet vil Box-Jenkins metoden for ARIMA modellering bli gjennomgått, samt fremgangsmåte ved estimering av en CI modell basert på et nevralt nettverk. Til slutt vil det komme en beskrivelse av datagrunnlaget som vi benytter i oppgaven.

4.1 ARIMA

Til prognoseformålet vårt har vi valgt å ta utgangspunkt i ARIMA, en «Autoregressive Integrated Moving Average» modell. Denne modellen tar i bruk tidligere observasjoner til å forklare variasjoner i en tidsserie. Man kan bryte ned ARIMA i tre deler, der modellen består av et autoregressivt ledd ($AR(p)$), et differensieringsledd ($I(d)$) og ett moving average ledd ($MA(q)$). En AR prosess er når en tidsserie kan bli beskrevet som en funksjon av sine tidligere (laggede) verdier. $AR(1)$ betyr at tidsserien lagget én gang beskriver dagens priser.

Differensieringsleddet $I(d)$ legges til en ARMA modell dersom tidsserien er ikke-stasjonær. Dersom tidsserien er stasjonær vil differensieringsleddet være $I(0)$ og dermed være en ARMA modell. Ved ikke-stasjonærhet, vil et $I(1)$ ledd bli lagt til i ARMA modellen og man får dermed en ARIMA modell. Dette betyr at en $ARMA(1,1)$ modell er det samme som en $ARIMA(1,0,1)$ modell. Moving Average delen bruker tidligere observasjoners feilledd, og $MA(1)$ betyr feilledd ved en lag.

Fordelen med ARIMA er at den er god til prognostisering og modellering på kort sikt, da den tar utgangspunkt i tidligere priser og tidligere feilledd til å estimere dagens pris. ARIMA modellen kan også utvides til å ta hensyn til sesongeffekter (seasonality) og kalles da for SARIMA, Seasonal Autoregressive Integrated Moving Average. Modellen kan også utvides til å inkludere eksogene variabler, og kalles da SARIMAX.



Figur 5 - Box-Jenkins metode for ARIMA (Martínez-Álvarez et al., 2015)

Figur 5 ovenfor viser Box-Jenkins fremgangsmåte for ARIMA, der første steg innebærer å identifisere antall autoregressive ledd $AR(p)$, om det skal være en form for differensiering $I(d)$ og hvor mange $MA(q)$ ledd man skal bruke. Videre estimeres parameterne, ofte ved hjelp av analyseverktøy inkludert i ulike programvarer. Eksempel på program som kan brukes er MATLAB, Python, R, STATA, Eviews og Excel. Koeffisientene for AR og MA blir estimert, mens graden av differensiering blir valgt på bakgrunn av stasjonærhet eller ikke-stasjonærhet. I tredje steg valideres modellen ved å utføre diagnostiske tester for å se om modellen er passende. Denne prosessen gjentas helt til man finner en modell som er passende til å beskrive prisen (Brooks, 2008).

4.1.1 ARIMA's tre komponenter

Et krav til ARMA modeller er som tidligere nevnt stasjonære tidsserier. Dersom en tidsserie er ikke-stasjonær kan den gjøres stasjonær ved differensiering og modellen blir dermed ARIMA og ikke ARMA. En tidsserie kan sies å være stasjonær dersom gjennomsnittet og variansen i tidsserien er konstant over tid. I tillegg må kovariansen for alle lag være konstant over tid. Ved bruk av for eksempel logaritmiske priser eller å justere for inflasjon, kan i noen tilfeller gjøre tidsserien stasjonær uten bruk av differensiering. Dersom det ikke spesifiseres vil det fra nå henvises til ARMA og dette vil være utgangspunktet for modellen, ettersom $I(d)$ ikke er et parameter, men en metode man bruker for å gjøre tidsserien stasjonær.

En **autoregressiv** modell defineres som når den nåværende verdien av en variabel, y , bare er avhengig av verdiene til den samme variabel y i tidligere perioder pluss et feilledd. En autoregressiv modell av orden p , $AR(p)$, kan skrives som:

$$y_t = \mu + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + u_t \quad (4.1)$$

Der y_t er observasjon på tid t , μ er konstantleddet, ϕ er koeffisientene som angir vektingen av observasjonen i periode $t-p$ og restleddet u_t er hvit støy. Ligning 4.1 kan skrives om til ligning 4.2 ved hjelp av summeringsnotasjon, og ser dermed ryddigere ut og er da lettere å tolke videre:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + u_t \quad (4.2)$$

En **moving average prosess** (glidende gjennomsnitt) er en av de enklere tidsseriemodellene. La u_t være en hvit støy prosess med $E(u_t) = 0$ og $\text{var}(u_t) = \sigma^2$. Dermed blir:

$$y_t = \mu + u_t + \theta_1 u_{t-1} + \theta_2 u_{t-2} + \dots + \theta_p u_{t-p} \quad (4.3)$$

en q -ende ordens moving average modell, skrevet som MA(q). Denne prosessen kan også skrives om ved hjelp av summeringsnotasjon til:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i} + u_t \quad (4.4)$$

En moving average modell er enkelt forklart en lineær kombinasjon av hvit støy prosesser, slik at y_t er avhengig av nåværende og tidligere verdier av feilleddet.

Ved å kombinere AR(p) og MA(q) modellene får man en ARMA(p,q) modell. En slik modell består av nåværende verdier av en tidsserie y som er lineært avhengig av dens tidligere verdier pluss en kombinasjon av nåværende og tidligere feilledd. En slik ARMA modell kan ved å kombinere AR(p) og MA(q) uttrykkene i ligning 4.2 og 4.4. skrives som:

$$y_t = \mu + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i} + u_t \quad (4.5)$$

En vanlig metode for å identifisere parameterne p , d og q i ARIMA er ved å bruke autokorrelasjonsfunksjonen og den partielle autokorrelasjonsfunksjonen. Disse vil fra nå bli omtalt som henholdsvis ACF og PACF. Autokorrelasjon oppstår når en variabel er korrelert over tid, noe som ofte er synlig i en graf. Forskjellen på ACF og PACF er at PACF bare viser korrelasjonen til én spesifikk lag, mens ACF viser også til tidligere lags. Dersom man bruker 3 som eksempel vil PACF bare se på korrelasjonen ved lag nr. 3, mens ACF vil se på korrelasjonen for alle tidligere lags, inkludert nr. 3. Ved å undersøke disse funksjonene kan man finne en rekke generelle kjennetegn som kan hjelpe med å identifisere ARIMA parameterne. I følge Brooks (2008) vil en autoregressiv prosess ha en geometrisk avtagende ACF samt flere ikke-null verdier på PACF plottet, dette vil typisk være AR ordenen. En MA prosess vil ha flere ikke-null verdier på ACF plottet, og disse vil typisk være MA ordenen. En kombinasjon av AR og MA vil typisk ha en geometrisk avtagende ACF, samt en geometrisk

avtagende PACF. Dersom det er en klar «spike» i lag 1 i PACF, tyder dette på en AR(1) prosess. Dersom det er en signifikant «spike» i lag 7 i PACF burde man kanskje inkludere et MA(7) ledd. Derimot er dette ofte ikke like klart og tydelig i reelle tidsserier, og det blir dermed ofte en prøv-og-feil prosess (Brooks, 2008).

4.1.2 Ulike typer ARIMA modeller

Det finnes flere ulike former for ARIMA modeller, og noe som ofte blir inkludert er sesongvariasjoner (seasonality). Dette kan oppstå på dags-, ukentlig-, månedlig-, kvartalsvis- og årlig basis. For eksempel vil iskremsalg ha en sesongeffekt mot sommeren. Sesongeffekter kan ofte oppfattes intuitivt, men bør også sjekkes for i ACF og PACF plottene. Disse sesongeffektene kan man justere for i modellen ved å bruke en SARIMA(p, d, q) (P, D, Q)_s. Denne modellen er multiplikativ, der man tar utgangspunkt i ARIMA, men utvider modellen til å inkludere sesongbasert AR(P), sesongbasert integrasjon (D), sesongbasert MA(Q) og et fjerde ledd som beskriver hvilken type sesongeffekt (S). En SARIMA modell kan for eksempel se slik ut: SARIMA(1,1,1)(0,0,1)₇ og blir tolka som ett AR ledd, første ordens integrering og ett MA ledd som igjen blir utvidet med ingen sesongbaserte AR ledd, ingen sesongbaserte integreringsledd, men ett sesongbasert MA(7) ledd. Dersom denne modellen var basert på daglige data, vil MA(7) leddet representere en ukedagseffekt.

ARFIMA er en type ARIMA modell der I(d) leddet ikke må være et heltall, men kan ha desimaler. Grunnen til at dette kan være interessant er dersom tidsserien viser tegn til å ha en langtids hukommelsesprosess. Dette skjer når ACF avtar veldig sakte, eller generelt saktere enn en korttids hukommelsesprosess. Dersom man finner en langtids hukommelsesprosess ved å analysere en vanlig ARIMA modell, kan et I(1) differensieringsledd føre til over-differensiering. På den andre siden vil da I(0) og ikke differensiering føre til en ikke-stasjonær tidsserie.

ARMA modeller kan utvides til å inkludere eksogene variabler som ikke er en avhengig variabel med utgangspunkt i selve tidsserien. Når slike forklarende eller uavhengige variabler legges til en ARMA modell kalles den for ARMAX. I slike modeller vil de avhengige variablene bli modellert som en lineær kombinasjon av de eksogene variablene. Slik som ved ARFIMA kan også ARMAX utvides til å inkludere sesongeffekter.

4.1.3 Tester for «modell-fit»

Videre i Box-Jenkins metoden blir diagnostiske tester anvendt. Dette er viktig for å finne ut av hvilke ARIMA modeller som er mest passende. Vanlige måltall som brukes er AIC

(Akaike Information Criterion), BIC (Bayesian Information Criterion) og HQIC (Hannan-Quinn Information Criterion). Målet er å minimere kriteriene og de kan skrives på følgende måte:

$$AIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{T} \quad (4.6)$$

$$BIC = \ln(\sigma^2) + \frac{k}{T} \ln(T) \quad (4.7)$$

$$HQIC = \ln(\sigma^2) + \frac{2k}{T} \ln(\ln(T)) \quad (4.8)$$

Der σ^2 er variansen til feilleddet, som er ekvivalent med RSS (Residual Sum of Squares) delt på antall observasjoner T . $K = p + q + 1$ er totalt antall parameter estimert. T er antall observasjoner i utvalget. Det er verdt å legge merke til at siden T oppstår i alle ligningene må testen utføres på samme utvalget. Disse testene har ikke nullhypoteser, og sier dermed ikke direkte noe om hvilke modeller som er best, så tallene brukes til å sammenligne modellene opp mot hverandre. Dersom alle modellene er dårlige, vil ikke AIC gjenkjenne dette. AIC gir et estimat på hvor mye informasjon som går tapt når en gitt modell blir brukt til å representere prosessen som har generert datasettet. Dette gir en avveining mellom godt modellen treffer og hvor enkel modellen er. Dersom utvalget er lite, er det stor sannsynlighet for at AIC velger modeller som har for mange parametre og vil føre til overtilpassing av modellen. BIC ligger veldig nært AIC, men gir en strengere straff til modeller som overtilpasser ved bruk av mange parameter.

Disse testene blir sammen brukt til å avgjøre hvor godt de estimerte modellene passer. Ingen av disse blir eksklusivt brukt da det ofte er uklart hvilke modeller som er best, og man trenger mye informasjon til grunn for å komme frem til en konklusjon. I tillegg til disse, blir flere generelle betraktninger lagt til grunn. Her kan man ta hensyn til om parameterne er signifikante og at residualene bør følge en hvit-støy prosess. Dette betyr at det ikke skal være noe autokorrelasjon igjen i feilleddene (Brooks, 2008).

4.1.4 Prognostisering med ARIMA(X)-modeller

En av fordelene ved bruk av ARIMA er kvaliteten på prognostiseringen. Etter identifisering og diagnosetestingsprosessen er unnagjort, kan man bruke de estimerte koeffisientene til å gjøre en out-of-sample prognose. Dette gjør at man kan sammenligne de prognostiserte prisene med virkelige priser. Ved prognostisering out-of-sample er det viktig at man ikke bruker hele datasettet til estimering av modellen. Dersom modellen inkluderer eksogene variabler, altså modellen er en ARIMAX, må disse variablene inkluderes i prognosefunksjonen. Dersom de skal være av nytte, må data for de eksogene variablene også finnes i out-of-sample datasettet. $f_{t,s}$ er en prognose ved bruk av en ARMA(p,q) modell på tidspunkt t for s steg inn i fremtiden i en tidsserie y. En ARMA(p,q) modell kan generelt skrives som

$$f_{t,s} = \sum_{i=1}^p a_i f_{t,s-i} + \sum_{j=1}^q b_j u_{t+s-j} \quad (4.9)$$

Der p er antall AR ledd, q er antall MA ledd, og a_i og b_i er koeffisientene for AR og MA.

Man kan skille mellom statisk og dynamisk prognostisering, der statisk prognostisering bruker et steg frem i tid og hele tiden bruker historisk eller virkelig data. I dynamisk prognostisering, vil den første prognosen være basert på virkelige verdier, mens prognose for tidssteg nummer to vil være basert på den prognostiserte verdien. Etter man har beveget seg et visst antall tidssteg frem, starter ofte prognosen på nytt og lager en ny prognose like mange tidssteg frem. På denne måten kan man lage prognoser for flere tidssteg frem i tid, og se hvor langt frem i tid modellen kan prognostisere med en viss treffsikkerhet (Brooks, 2008).

4.2 Computational intelligence – maskinens evne til å lære

Begrepet “computational intelligence” refereres ofte til en datamaskins evne til å lære en spesifisert oppgave fra tidligere observasjoner. Dette er en metode som benyttes for å løse komplekse virkelige problemer der matematikk og tradisjonelle metoder kan ha begrenset anvendelighet. Enten fordi prosessen kan være alt for kompleks til å bruke matematiske resonnement eller at datasettet inneholder mye usikkerhet.

Metoden kan sammenlignes med menneskets evne til å begrunne på. For eksempel hvordan mennesket kan benytte ufullstendig informasjon og fremdeles være i stand til å ta avgjørelser på en adaptiv måte.

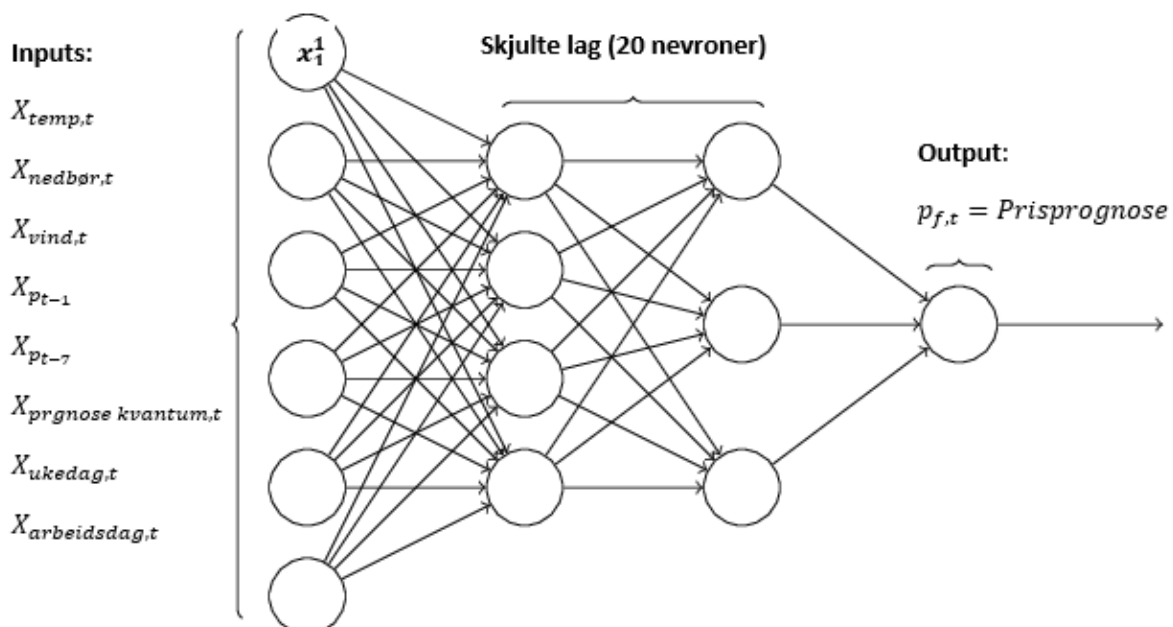
Computational intelligence er en fellesbetegnelse for flere ulike metoder der datamaskinen lærer sammenhengen mellom input og output. Nevrale nettverk er en av disse metodene og vi benytter oss av et verktøy som mapper forholdet mellom gitte input som er de eksogene variablene, og målverdien som er den daglige systemprisen. Neste del vil forsøke å gi en intuitiv forståelse av hvordan et nevralt nettverk er konstruert og hvordan nettverket lærer.

4.2.1 Nevralt nettverk – Generalisering av sammenhengen mellom input og output

Nevrale nettverk er inspirert av konstruksjonen til hjernen og de biologiske forbindelsene mellom hver node i hjernen. Ordet kan deles opp i «nevrale», som står for nevroner, og «nettverk» som er hvordan disse nevronene lager forbindelser mellom hverandre. Det er vanlig å definere hver nevron som en størrelse som holder en tallverdi mellom 0 og 1. Tallet avgjør i hvor stor grad nevronen aktiveres, og dermed også hvor stor betydning noden har på det neste laget i nettverket, der det siste laget er outputen. Jo nærmere tallet er 1 så vil nevronen aktiveres fullt og ha stor betydning på outputen, mens hvis den er tilnærmet 0 vil ikke nevronen aktiveres og heller ikke ha noe å si på outputen. Betydningen til nevronen i nettverket avhenger av vektene og terskelen for aktivering (kalt bias).



Nevron → En node i nettverket som holder et tall mellom 0 og 1.



Figur 6 - Illustrasjon av det nevrale nettverket for prisprognosen av elektrisitetsprisen (Nielsen, 2017)

Det første laget i nettverket består av forhåndsbestemte inputer og det siste laget består i vårt tilfelle av én enkelt output, prisprognosen av systemprisen. Lagene i midten er kalt skjulte lag

da de hverken består av input- eller outputverdier. Et nettverk uten skjulte lag tilsvarer en tradisjonell regresjonsmodell. Forbindelsene mellom nevronene er kalt vekter og disse avgjør hvor stor betydning en nevron har for nevronen i det neste laget. I vårt nettverk har vi åtte inputs, 20 nevroner i hvert av de to skjulte lagene og én output. Dette tilsvarer $8 \cdot 20 + 20 \cdot 20 + 20 \cdot 1 = 580$ vekter. Det er mulig å sette opp verdier for vekter og terskelen manuelt slik man får et nettverk som oppfører seg som man ønsker for en gitt oppgave, for eksempel er dette utført for et nettverk som skal gjenkjenne håndskrevne tall (Nielsen, 2017). Hvis man lar nettverket kjøre uten å sette inn noe mål for outputen, bestemmes tilfeldige verdier for vektene og terskelen, og man får en output som ikke gir mening i forhold til hva man ønsker å predikere. Nettverket trenger en målverdi for å kunne lære.

Nevroner er som tidligere nevnt en node i nettverket som inneholder et tall, men for å beskrive den enda mer nøyaktig så er det en node som inneholder en funksjon:

$$f(x_1^1) = \sigma(w_1 X_{temp,t} + w_2 X_{nedbør,t} + w_3 X_{vind,t} + w_4 X_{p_{t-1}} + w_5 X_{p_{t-7}} + w_6 X_{prognose\ kvantum,t} + w_7 X_{ukedag,t} + w_8 X_{arbeidsdag,t} - b_0) \quad (4.10)$$

$f(x_i^j)$ er verdien i hver nevron i nettverket, denne avgjør i hvor stor grad nevronen blir aktivert. j avgjør hvilket lag i nettverket det er.

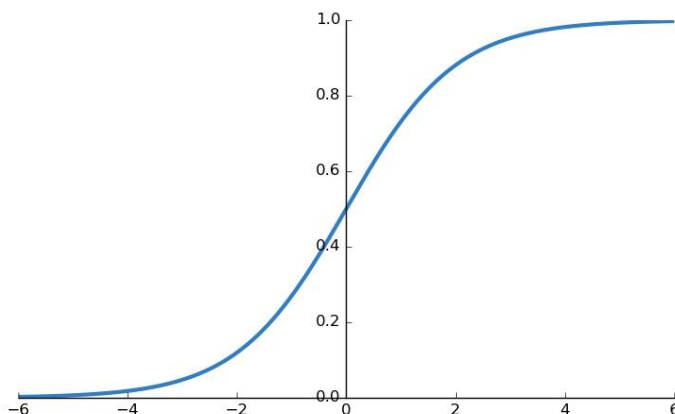
σ er sigmoidfunksjonen som gjør at summen holder seg mellom 0 og 1.

w_i er vektene som avgjør hvor stor betydning forrige nevron har på den neste.

X_i er outputen fra forrige nevron. I input-laget tilsvarer dette inputene.

b_0 står for bias, og blir i oppgaven kalt for terskelen.

Sigmoidfunksjonen:
$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}} \quad (4.11)$$



Figur 7 – Grafisk fremstilling av sigmoidfunksjonen (Nielsen, 2017)

Sigmoid funksjonen benyttes i maskinlæring for å forhindre at summen av inputene og vektene skal bli mindre eller større enn 0 eller 1, som avgjør om nevronene blir aktivert eller ikke. Ved å bruke denne funksjonen kan man redusere den virkelige tallrekken av alle tall til en tallrekke mellom 0 og 1. Slik blir store positive tall lik 1 og store negative tall lik 0.

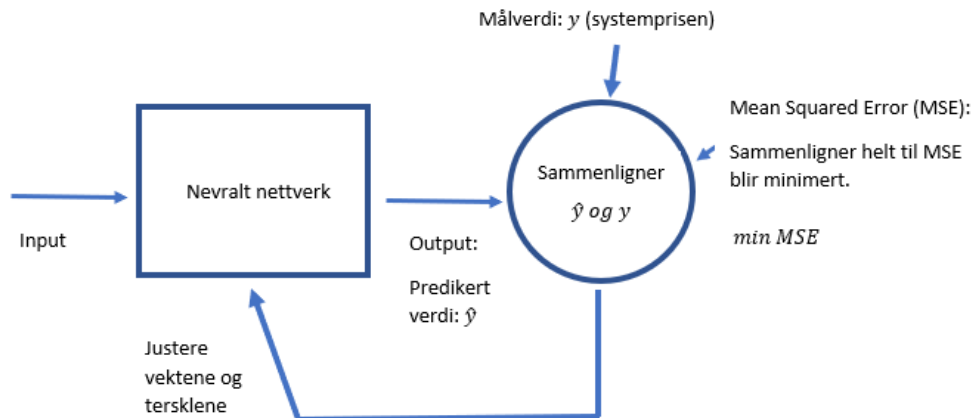
Vektene mellom hver nevron er en parameter som uttrykker hvor stor betydning inputene har å si på outputen. Terskelen, er et tall og en parameter i funksjonen til nevronen. Denne avgjør om den vektete summen i hver nevron er stor nok til å bli aktivert. Både vektene og tersklene i hver nevron blir bestemt under læring av nettverket og det er disse som blir justert for å minimere differansen mellom predikert verdi og virkelig verdi ved hjelp av en kostnadsfunksjon.

$$\text{output} = \begin{cases} 0 \text{ til } 0,5 & \text{hvis } \sum_j w_j x_j \leq \text{Terskelen } b_0 \\ 0,5 \text{ til } 1 & \text{hvis } \sum_j w_j x_j > \text{Terskelen } b_0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Når man trener nettverket legger man inn en målverdi for alle observasjonene. I v rt tilfelle er det den virkelige verdien av systemprisen som korresponderer med inputen for hver dag. Først vil nettverket lage en tilfeldig verdi som output ved å sette tilfeldige verdier for vektene og terskelen. Denne tilfeldige verdien måles mot virkelig verdi ved bruk av MSE (Mean Squared Error) og benytter dette målet for å lage en gjennomsnittlig kostnadsfunksjon for alle målingene (Nielsen, 2017)

$$\text{Kostnad} = (\text{virkelig verdi} - \text{predikert verdi})^2 \quad (4.13)$$

Nå har vi fått et optimeringsproblem. Nettverket ønsker å minimere denne kostnaden og benytter en algoritme, i v rt tilfelle «Bayesian Regularization» for å minimere kostnaden. Vektene og tersklene blir justert slik at MSE blir minimert og treningssettet slutter når denne ikke blir mindre. Læringen betyr med andre ord bare at den minimerer kostnaden slik at nevronene og blandingen av inputene som gir størst betydning for målverdien blir aktivert mer enn de som har mindre betydning. Alle observasjonene blir under trening generalisert for å lage et forhold mellom inputene og outputen, og kan dermed benyttes mot out-of-sample for å kunne måle hvor godt det generaliserte nettverket presterer på input den ikke har sett f r.



Figur 8 – Fremgangsmåte for prognostisering ved nevralt nettverk (Demuth et al., 2008)

4.3 Prestasjonsmål

For å kunne si noe om en prediksjon er god eller ikke, er det lurt å spare en del av datasettet til out-of-sample testing. På denne måten kan man sammenligne predikerte verdier med virkelige verdier, og regne ut ulike måltall for å si noe om nøyaktigheten til de predikerte verdiene.

Prediksjonsfeilen (forecast error) er definert som den virkelige verdien minus den predikerte verdien. Ved å definere prediksjonsfeilen på denne måten, vil den være positiv dersom prediksjonen er for lav og vice versa. Derfor er det ikke mulig og bare summere feilene, siden de positive og negative verdiene vil nulle hverandre ut. Av denne grunnen er det vanlig å kvadrere eller bruke absoluttverdier, noe som gjør alle verdier positive.

Ved en prediksjon $f_{t,s}$, s steg frem i tid på tid t , der den virkelige verdien av variabelen på tid t er y_t , blir Mean Square Error (MSE) definert som:

$$MSE = \frac{1}{T-(T_1-1)} \sum_{t=T_1}^T (y_{t+s} - f_{t,s})^2 \quad (4.14)$$

der T er totalt antall observasjoner, både in-sample og out-of-sample og T_1 er den første out-of-sample prediksjonen.

Mean Absolute Error (MAE) måler den gjennomsnittlige absolutte preddiksjonsfeilen, og kan skrives som:

$$MAE = \frac{1}{T-(T_1-1)} \sum_{t=T_1}^T |y_{t+s} - f_{t,s}| \quad (4.15)$$

Mean Absolute Percentage Error kan bli definert som:

$$MAPE = \frac{100}{T-(T_i-1)} \sum_{t=T_1}^T \left| \frac{y_{t+s}-f_{t,s}}{y_{t+s}} \right| \quad (4.16)$$

Adjusted MAPE (AMAPE) eller symmetrisk MAPE korrigerer problemet med asymmetri mellom virkelige og predikerte verdier:

$$SMAPE = \frac{100}{T-(T_i-1)} \sum_{t=T_1}^T \left| \frac{y_{t+s}-f_{t,s}}{y_{t+s}+f_{t,s}} \right| \quad (4.17)$$

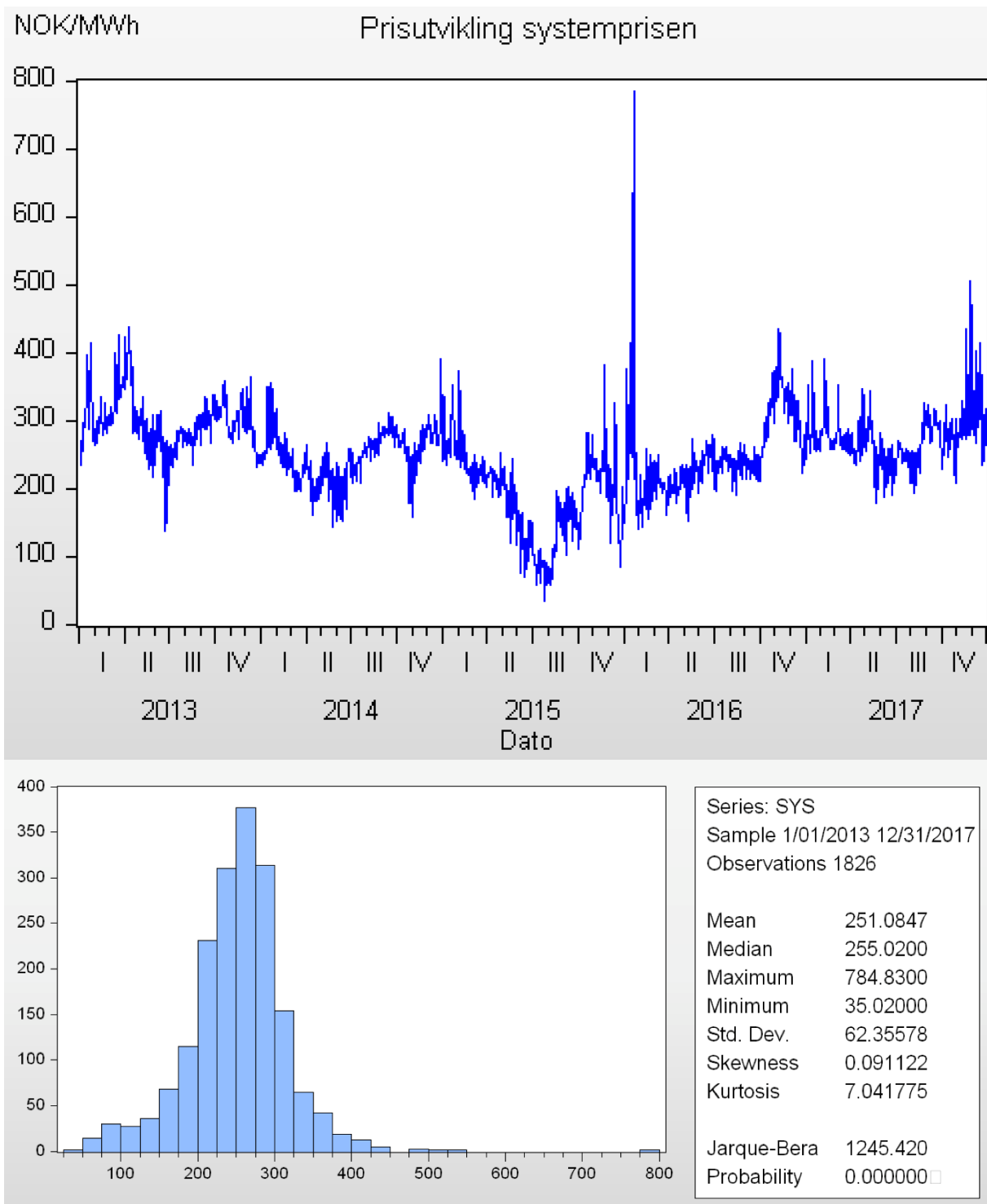
Symmetrien i ligning 4.17 forekommer da den predikerte feilen er dividert med gjennomsnittet av de faktiske og predikerte verdiene. SMAPE vil gi samme verdi dersom den predikerte verdien er 2 og den virkelige verdien er 1, eller motsatt. Dersom MAPE blir brukt vil ikke dette være tilfelle.

Fordelen med MAPE sammenlignet med MSE er at den kan bli tolket som en prosentvis feil og dermed ikke kan ta verdier lavere enn null. AMAPE er ikke mulig å bruke dersom tidsserien og prediksjonene kan ta motsatte fortegn (for eksempel ved predikering av avkastning). Dette fordi den predikerte og den virkelige verdien kan ved tilfeldighet ta verdier som er nesten identiske med motsatt fortegn, og da nulle hverandre ut i nevneren. Ved lave verdier i nevneren, kan dette leddet bli enormt stort og dermed gi uberegnelige output. I slike tilfeller vil heller ikke MAPE være brukbart (Brooks, 2008). Makridakis (1993) argumenterer for at MAPE er et relativt måltall som tar i bruk de beste egenskapene av alle måltallene. I vårt datasett er det ingen negative elektrisitetspriser, i tillegg til at priser og ikke avkastninger vil bli brukt. Det overnevnte vil dermed ikke være et problem i denne oppgaven.

4.4 Beskrivelse av datagrunnlaget

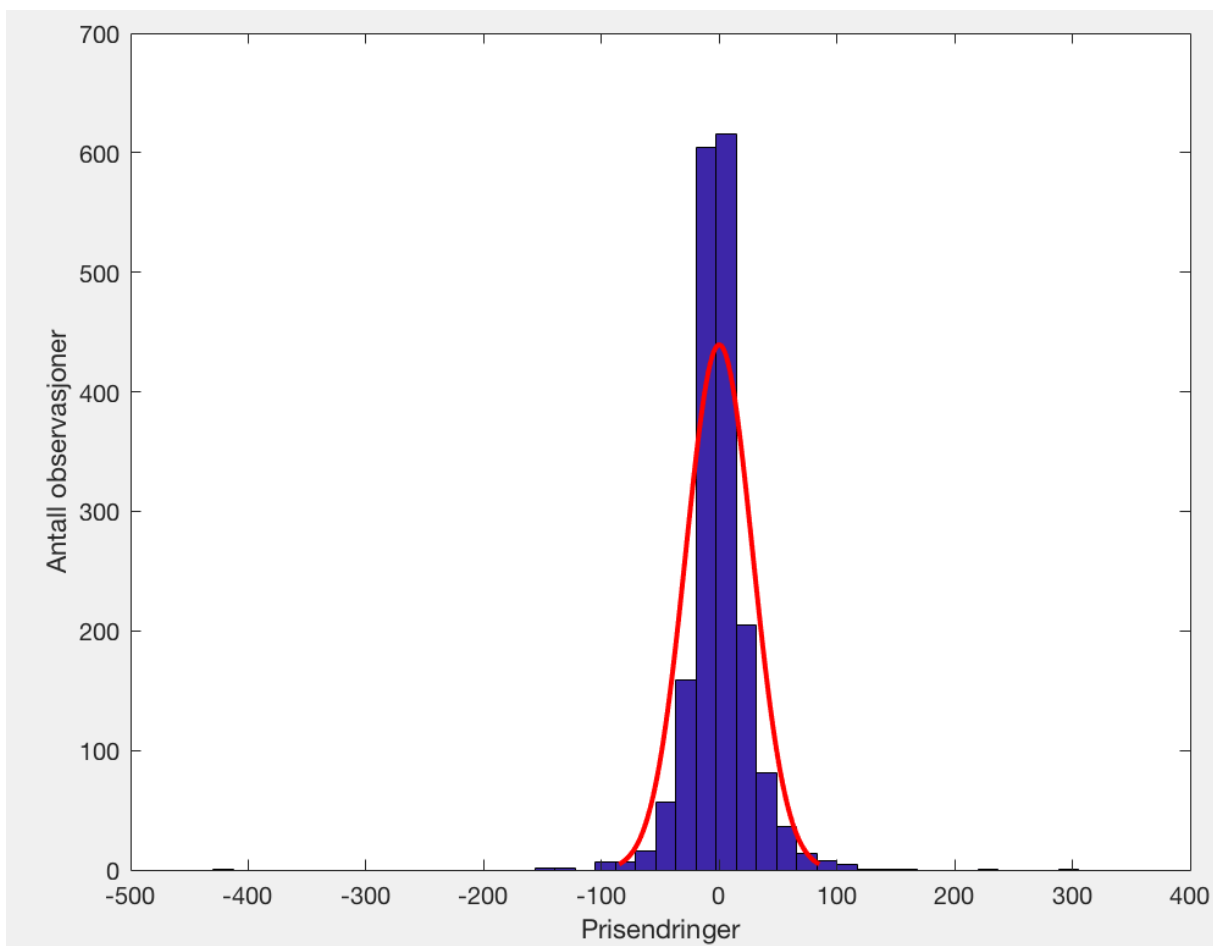
Hele vårt datagrunnlag er hentet fra offentlig tilgjengelig kilder, slik at det er mulig å validere våre resultater, samt gjøre videre forskning. Vi har valgt å begrense vårt datasett til perioden 01.01.2013 til 31.12.2017 og benytter daglige observasjoner. Daglige observasjoner tilsvarer gjennomsnittlig verdi over 24 timer i løpet av dagen. Historiske elpriser er hentet direkte fra Nord Pool og er representert i enheten NOK/MWh. Vi har valgt daglige observasjoner fordi vi ønsker å se om tidligere priser og andre variabler kan gi en konsekvent og hensiktsmessig predikasjon av den gjennomsnittlige prisen i morgen.

Som eksogene variabler til bruk i det nevralt nettverket og SARIMAX modellen har vi valgt å inkludere gjennomsnittlig daglig temperatur, nedbør og vindhastighet i de nordiske landene Norge, Sverige, Finland og Danmark, samt daglig samlet etterspørselsprognoser på Nord Pool. Værdata er hentet fra eklima.met.no som er en gratis tjeneste levert av Norges meteorologiske institutt. Observasjoner på regn og vindhastighet er noe begrenset ved at det er verdier som mangler og at disse observasjonene er veldig lokale. Har prøvd å rette på dette ved å samle inn data fra flere relevante lokasjoner og bruke gjennomsnittlige verdier for å fylle hullene i datasettet. I tillegg blir dummyvariabler for ukedager inkludert i det nevralt nettverket, da elektrisitetspriser har en signifikant ukedagseffekt (Cruz et al., 2011).



Figur 9 - Utvikling i systemprisen 2013-2017 i NOK/MWh samt deskriptiv statistikk. Kurtose blir oppgitt som vanlig kurtose, og excess kurtose blir dermed 4,041775.

Av figur 9 ser man utviklingen i systemprisen hos Nord Pool i perioden 2013 og ut 2017 i norske kroner per megawatt time. Av grafen kan man se store svingninger i prisen, der den generelt sett er høyere i vintermånedene enn om sommeren. Man ser her flere høye topper, blant annet i starten av 2016 da prisen på et tidspunkt var på 784,83 kr/MWh. Den laveste verdien i tidsrommet var på 35 kr/MWh sommer 2015. Det er vanskelig å identifisere en klar oppadgående eller nedadgående trend i systemprisen, da prisene ser ut til å følge en mean-reversion prosess. Dette er enorme variasjoner man ikke i like stor grad ser for andre råvarer eller aksjer, noe som bekreftes av standardavviket som er regnet ut. Av figuren over ser man et daglig standardavvik på 62,35 kroner, noe som kan oversettes til et prosentvis daglig standardavvik på ca. 11,4 % og tilsvarer ca. 218% årlig.



Figur 10 - Histogram for endringer i systemprisen i perioden 2013-2017. x-akse er NOK/MWh.

I figur 10 ser man fordelingen av endringer i systemprisen. Den røde grafen representerer den teoretiske normalfordelingen. Her ser man tydelig at det er flere ekstremverdier og observasjoner rundt gjennomsnittet enn ved teoretisk normalfordeling. Dette kjennetegner en

leptokurtisk fordeling, der kurtosen er på 3 eller mer (positiv excess kurtose). Av figur 9 ser man en positiv excess kurtose på 4,04 og en skjevhet på 0,09 for systemprisen på nivåform, og bekrefter illustrasjonen av figuren ovenfor. En Jarque-Bera test for normalfordeling har blitt gjort, og i figur 9 ser man resultatet av denne. Med en p-verdi tilnærmet lik 0, forkastes nullhypotesen om normalfordeling. Dette stemmer godt med den grafiske inspeksjonen, samt kurtose- og skjevhetsverdiene.

5 Analyser og resultater

Her vil resultatene fra oppgaven bli presentert, der ARIMA delen vil bli gjennomført først etterfulgt av det nevrale nettverket. Videre vil det bli gjennomført en statistisk prediksjon out-of-sample i perioden 2017, etterfulgt av sammenligning av modellene og utregning av ulike måltall for prediksjonsfeilen. Til slutt vil det bli gjort en dynamisk prognose for tidsseriemodellene syv tidssteg frem.

5.1 ARIMA modeller ved Box-Jenkins metoden

I denne delen vil Box-Jenkins metoden for ARIMA bli gjennomført, der første del blir å identifisere stasjonæritet. Videre vil en grafisk inspeksjon av ACF og PACF plottene gi utgangspunkt for valg av AR og MA ledd, samt sesongledd. Deretter vil parametere bli estimert og tester for modellene gjennomført.

5.1.1 Identifisering av stasjonæritetsegenskaper og parametere

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on SYS		
Null Hypothesis: SYS has a unit root		
Exogenous: None		
Lag Length: 14 (Automatic - based on SIC, maxlag=24)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-0.996014	0.2867
Test critical values:	1% level	-2.566240
	5% level	-1.940999
	10% level	-1.616582

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tabell 4 - ADF test av systemprisen

Av tabell 4 ser man en Augmented Dickey-Fuller enhetsrot test for stasjonæritet. Antall lags er valgt basert på Schwert kriteriet (Schwert, 2002), der tommelfinger regelen er $P_{max} = \left[12 \left(\frac{T}{100} \right)^{1/4} \right]$ der T er antall perioder. Etersom våre data er daglige observasjoner, blir en periode en uke. Dette resulterer i rundt 209 perioder og dermed 14 lags. Nullhypotesen er ikke-stasjonæritet, og ved forkasting av nullhypotesen vil den alternative hypotesen om stasjonæritet være gjeldende. I tabell 4 ser man at systemprisen ikke er stasjonær på nivåform

på 1,5 eller 10% signifikansnivå, noe som kan sies å være forventet da svært få tidsserier av priser på nivåform er stasjonære.

Augmented Dickey-Fuller Unit Root Test on D(SYS)		
Null Hypothesis: D(SYS) has a unit root		
Exogenous: None		
Lag Length: 14 (Fixed)		
		t-Statistic
		Prob.*
<hr/>		
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-13.01428
Test critical values:	1% level	-2.566240
	5% level	-1.940999
	10% level	-1.616582
<hr/>		
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.		

Tabell 5 - ADF test av endringer i systemprisen

Vi velger videre å se på prisendringer, da disse i større grad er stasjonære enn priser. I tabell 5 ser man en Augmented Dickey-Fuller test for endringer i systemprisen, altså en ARIMA(0,1,0). Her blir nullhypotesen forkastet på alle signifikansnivå, og prisendringene kan da sies å være stasjonære.

Augmented Dickey-Fuller test for eksogene variabler på nivåform

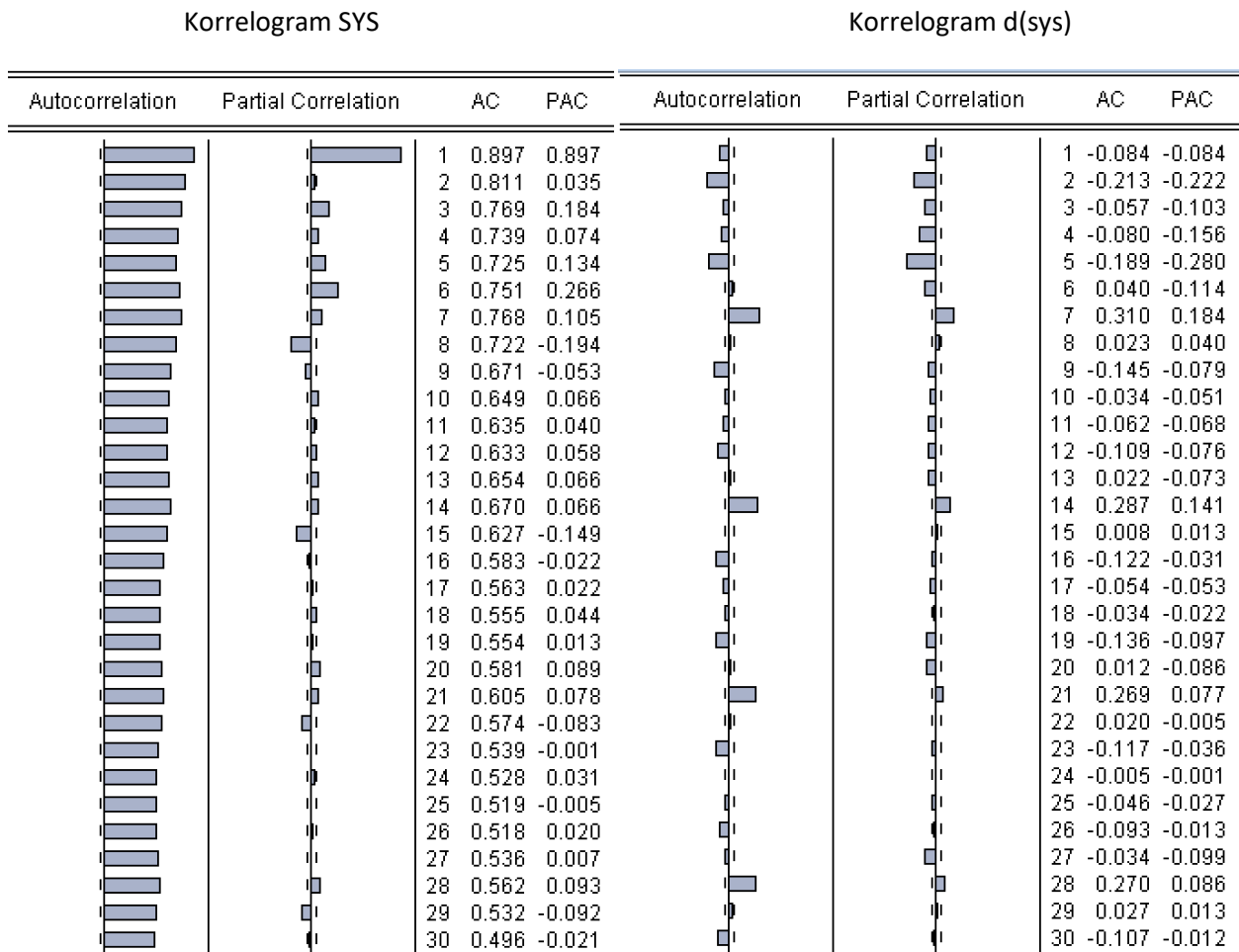
	p-verdi
Precipitation	0,0000*
Drybulb	0,0138*
Sysload	0,4022
Windspeed	0,0947*

Augmented Dickey-Fuller test for eksogene variabler ved en differanse

	p-verdi
Precipitation	0,0000*
Drybulb	0,0000*
Sysload	0,0000*
Windspeed	0,0000*

Tabell 6 - ADF test av de eksogene variablene, * = signifikant ved 10% nivå

Av tabell 6 har det blitt testet for stasjonæritet i de eksogene variablene. På nivåform ser man at nedbør (precipitation), temperatur (drybulb) og vind(windspeed) er signifikante ved 10% nivå og er dermed stasjonære. Dette kan ikke sies om etterspørsel(sysload), men ved en differanse er alle variablene stasjonære. Dette betyr at nedbør, temperatur og vind vil bli brukt som eksogene variabler på nivåform i ARIMA-modellene, mens etterspørsel må differensieres en gang. Logaritmiske verdier ble også prøvd i ADF testen uten at dette gjorde variablene stasjonære.



Figur 11 - Korrelogram av systemprisen og endringer i systemprisen for de 30 første lagene

Av korrelogrammene til systemprisen, ser man at ACF gradvis synker, men aldri blir særlig lav i løpet av 30 lags. En tommelfingerregel er at dersom ACF har en positiv autokorrelasjon etter en høy lag, for eksempel 10, kreves en høyere grad av differensiering. Dette stemmer over ens med ADF testen gjort tidligere, da systemprisen i seg selv er ikke-stasjonær. Derfor vil korrelogrammet av d(sys) bli brukt til identifisering av AR og MA ledd. Ettersom ACF

ikke avtar veldig fort, kan dette tyde på en langtids-hukommelsesprosess. Ved langtids-hukommelsesprosesser kan ARFIMA modeller være passende.

Positiv ACF spike på lag 7, 14, 21 og 28 tyder på en ukentlig effekt for MA. For PACF er det også positive spiker for lag 7 og 14 som gir en ukentlig sesongeffekt for AR. Utenom for sesongkomponentene, oppstår de mest signifikante verdiene for ACF og PACF frem til og med lag 5.

Kriteriene som har blitt valgt ved estimering av modeller er maksimum 4 AR og MA ledd, maksimum 2 SAR og SMA ledd samt 1 differensieringsledd. Sesongeffekten er satt til 7 dager, og det er ikke en konstant med i modellene. Grunnen til at vi har valgt å utelate dette er at i estimeringene vi har gjort er ikke konstanten signifikant og forbedrer ikke informasjonskriteriene sammenlignet med like modeller uten konstant.

Videre har vi estimert SARFIMA modeller ved delvis differensiering, der integreringsleddet tar en brøkverdi. De estimerte modellene som tar en brøk i I() leddet, ser ikke ut til å forbedre informasjonskriteriene og blir dermed ikke tatt med videre i modelleringen. Se appendiks modell 3 og 4 for utvalgte SARFIMA modeller.

Eviews «Automatic ARIMA Forecasting» funksjon har blitt brukt til å estimere flere hundre kombinasjoner av AR, MA, I, SAR og SMA ledd som ga de laveste AIC og BIC verdiene. Her har også vår tolkning av ACF og PACF plottene hjulpet til å redusere mengden modeller å estimere. Hovedvekten vår har vært på SARIMA modeller, da ukedagseffektene er særdeles fremtredende i de grafiske analysene.

Vi har valg å se både på AIC og BIC som informasjonskriterier, da AIC kanskje er det vanligste kriteriet å bruke, mens BIC gir en strengere straff til modeller med flere variabler. Kompliserte modeller med mange variabler kan føre til overtilpassing, noe vi ønsker å unngå i vår modellering.

5.1.2 Parameterestimering og tester

De fem beste modellene vi har funnet basert på AIC og BIC presenteres i figuren nedenfor.

For koeffisienter se modell 1 og 2 i appendiks.

Model Selection Criteria Table				
Dependent Variable: D(SYS)				
Date: 04/05/18 Time: 15:29				
Sample: 1/01/2013 12/31/2016				
Included observations: 1460				
Model	LogL	AIC*	BIC	HQ
(3,3)(2,2)	-6668.005864	9.149323	9.189151	9.164180
(3,3)(1,2)	-6669.658879	9.150218	9.186424	9.163724
(4,3)(1,2)	-6669.528716	9.151409	9.191237	9.166266
(4,4)(2,1)	-6668.740042	9.151699	9.195147	9.167907
(4,4)(1,2)	-6669.228336	9.152368	9.195816	9.168575

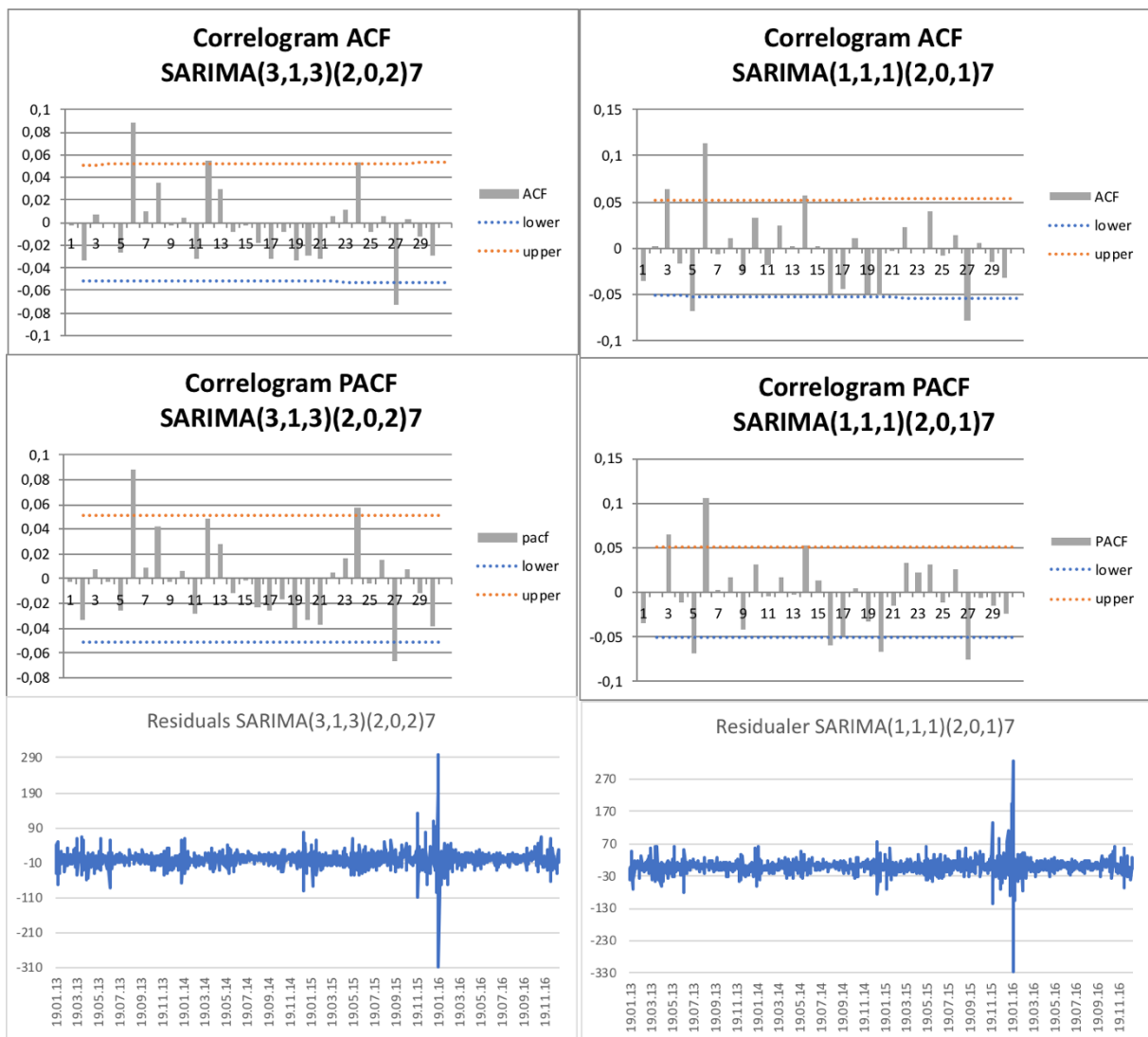
Model Selection Criteria Table				
Dependent Variable: D(SYS)				
Date: 04/05/18 Time: 14:52				
Sample: 1/01/2013 12/31/2016				
Included observations: 1460				
Model	LogL	AIC	BIC*	HQ
(1,1)(2,1)	-6683.788457	9.164094	9.185818	9.172198
(3,3)(1,2)	-6669.658879	9.150218	9.186424	9.163724
(1,1)(2,2)	-6681.330550	9.162097	9.187441	9.171551
(1,2)(2,1)	-6681.661166	9.162550	9.187894	9.172004
(1,1)(1,2)	-6685.327476	9.166202	9.187926	9.174306

Figur 12 - De 5 beste SARIMA modellene basert på AIC og BIC med maksimalt AR(5) I(1) MA(5) SAR(2) SMA(2)

Av figur 12 ovenfor kan man se at en SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇ er foretrukket dersom AIC blir brukt, mens en SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ blir valgt ved bruk av BIC. Et slikt resultat kan sies å være forventet, da BIC straffer modeller med mange ledd mer enn AIC. Legg merke til at den avhengige variabelen har blitt valgt til d(sys), og har dermed blitt differensiert en gang, og et I(1) ledd legges dermed til i modellene.

For de to utvalgte modellene kan man i appendiks se på modell 1 og 2 at alle koeffisientene er signifikante. Dette er ikke tilfellet for de tidligere nevnte ARFIMA modellene, der bare brøken for differensiering, SAR(7) og SMA(7) koeffisientene er signifikante for SARFIMA(3,0.43 ,3)(2,0,2)₇. For SARFIMA(1,0.4435 ,1)(2,0,1)₇ var alle koeffisientene signifikante. En slik SARFIMA modell ser ut til å være passende til å prognostisere elektrisitetsprisene i vår tidsperiode, men mye tyder på at det finnes bedre modeller med

lavere verdier for informasjonskriteriene. BIC er vesentlig høyere enn tidligere, da flere variabler er inkludert i modellen. Se modell 3 og 4 i appendiks.



Figur 13 - Korrelogram og plot av residualene til SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇ og SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇

Av ACF og PACF plottene ovenfor i figur 13 ser man at det fortsatt er autokorrelasjon igjen i residualene, og at modellen dermed ikke klarer å beskrive all autokorrelasjonen. Modellen skal kunne ta ut den systematiske informasjonen i tidsserien og bare sitte igjen med usystematisk informasjon, hvit støy. Ved lag 6 i alle diagrammene ser man en signifikant positiv autokorrelasjon, i tillegg til varierte positive og negative spikes ved ulike lags. Lag 27 har en signifikant negativ autokorrelasjon for begge modellene også. Det ser ut som modellene har klart å beskrive ukedagseffekten godt, da det ikke er noen signifikante verdier for 7, 14, 21 eller 28 lag. Siden de signifikante autokorrelasjonene starter i lag 5 blir dette vanskelig å kontrollere for, da eViews begrenser antall AR ledd ved inkludering av

sesongleddene SAR og SMA, slik at ved å inkludere SAR(7,14) og SMA(7,14) kan det maksimalt inkluderes 4 AR og MA ledd. Da ukedagseffekten er såpass klar, velger vi å prioritere SAR og SMA leddene istedenfor flere AR og MA ledd. Videre ser man ett plott av residualene for de ulike modellene. Disse ser ut til å følge en hvit-støy prosess, men en visuell tolkning er ikke tilstrekkelig. En Box-Pierce test og en Ljung-Box test blir gjennomført for å teste for autokorrelasjon i residualene. Nullhypotesen er her at det ikke er noe autokorrelasjon, altså at serien følger en hvit støy prosess. Alternativhypotesen er da at det er autokorrelasjon i residualene. Dersom nullhypotesen forkastes kan man si at serien ikke følger hvit støy, noe som residualene til en god modell burde gjøre (Ljung & Box, 1978).

White noise test:		acf	SARIMA(3,1,3)(2,0,1) ₇	
test	lag	stat	p-value	
box-pierce	30	43,64	0,051	
ljung-box	30	44,17	0,046	

White noise test:		acf	SARIMA(1,1,1)(2,0,1) ₇	
test	lag	stat	p-value	
box-pierce	30	70,43	4,25E-05	
ljung-box	30	71,15	3,40E-05	

Tabell 7 - p-verdier for Box-Pierce og Ljung-Box tester, utført på residualene til modellene in-sample

Ovenfor ser man p-verdiene til Box-Pierce og Ljung-Box testene som har blitt utført for ACF til de første 30 laggene. For SARIMA(3,1,3)(2,0,1)₇ kan nullhypotesen om null autokorrelasjon forkastes ved 10% signifikansnivå, mens for SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ kan den forkastes ved alle vanlige signifikansnivå. Ut i fra disse testene kan man konkludere med at residualene til SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ ikke følger en hvit støy prosess, mens for SARIMA(3,1,3)(2,0,1)₇ vil det være avhengig av hvilket signifikansnivå som velges, og hvilken av de to testene som vektlegges. Mye tyder her på at SARIMA(3,1,3)(2,0,1)₇ modellen beskriver den systematiske informasjonen i tidsserien bedre enn SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ modellen.

Videre vil det bli estimert SARIMAX modeller, der eksogene variabler blir inkludert. Hypotesen er at disse variablene burde forbedre modellene, både ved informasjonskriterier og de ulike måltallene for prediksjonsfeilen. De eksogene variablene som har blitt valgt er de samme som det nevrale nettverket. Disse er precipitation (nedbør), drybulb (temperatur), sysload (predikert etterspørsel fra Nord Pool) og windspeed(vind). Utgangspunktet blir som ved ARIMA modelleringen, at eViews «Automatic ARIMA forecasting» funksjon blir

anvendt, i tillegg til at de eksogene variablene blir lagt til som regressorer. På samme måte som tidligere velger vi maksimalt 4 AR og MA ledd med 1 differensiering, samt 2 sesong AR og MA ledd. Modell 5 i appendiks viser en SARIMAX (3,1,3)(2,0,2)₇ med de fire overnevnte eksogene variablene. Her kan det være verdt å legge merke til at AIC forbedres litt, selv om koeffisienten for nedbør er den eneste som er signifikant forskjellig fra null. Den samme estimeringen ble gjort med kun nedbør som eksogen variabel, noe som forbedret spesielt BIC. Se appendiks modell 6 for koeffisienter.

Ettersom forskjellene ved å inkludere disse fire eksogene variablene i tid t ikke forbedret modellene nevneverdig, blir det videre forsøkt å bruke disse variablene i tid t-1 og bakover et par dager. Som nevnt tidligere er ARIMA ofte en «prøv-og-feil» prosess, og valg av lags for de ulike variablene blir dermed valgt basert på egne resonnement, samt «prøv-og-feil» metoden. Vårt utgangspunkt er desto flere dager bakover man beveger seg, desto mindre vil hver av variablene påvirke prisen. Dette medfører at lags vil bli prøvd for de nærmeste dagene. Korrelasjonsmatrisen i tabell 8 nedenfor gir et utgangspunkt for sammenhengen mellom systemprisen og de laggede variablene. Dette kan være et utgangspunkt for valg av lags til de ulike variablene.

	SYS
SYS	1.000000
DRYBULB	-0.403813
DRYBULB(-1)	-0.396608
DRYBULB(-2)	-0.381378
DRYBULB(-3)	-0.361994
WINDSPEED	-0.140761
WINDSPEED(-1)	-0.071263
WINDSPEED(-2)	-0.046483
WINDSPEED(-3)	-0.035246
SYSLOAD	0.431972
SYSLOAD(-1)	0.391047
SYSLOAD(-2)	0.338468
SYSLOAD(-3)	0.316465
PRECIPITATION	-0.097153
PRECIPITATION(-1)	-0.088230
PRECIPITATION(-2)	-0.097034
PRECIPITATION(-3)	-0.098599

Tabell 8 - Korrelasjonsmatrise med systemprisen og laggede eksogene variabler

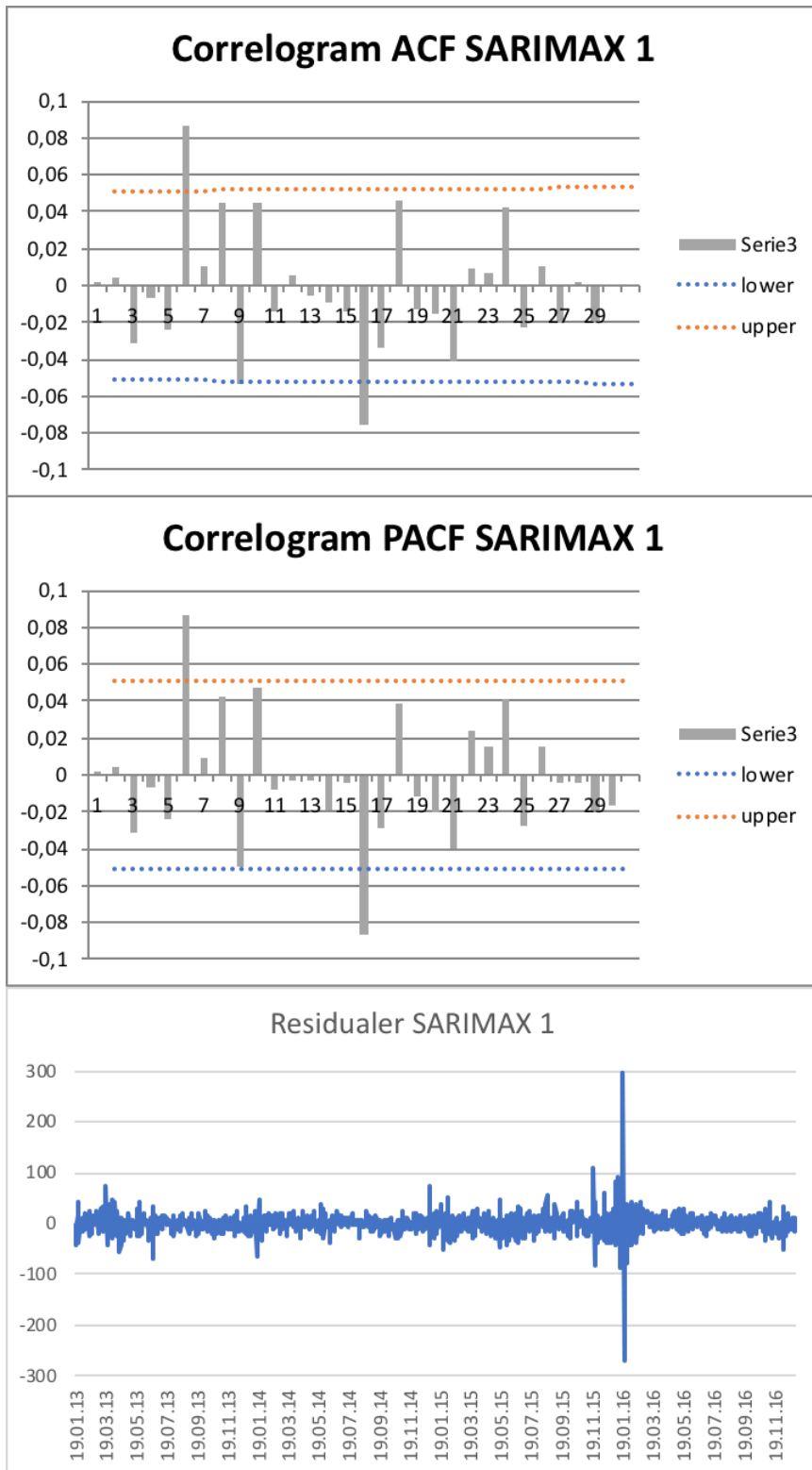
Dependent Variable: D(SYS)
 Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
 Date: 04/18/18 Time: 16:38
 Sample: 1/03/2013 12/31/2016
 Included observations: 1459
 Convergence achieved after 57 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 d.f. adjustment for standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(SYSLOAD)	0.000305	1.63E-05	18.65163	0.0000
D(SYSLOAD(-1))	1.35E-05	1.52E-05	0.886394	0.3756
WINDSPEED	-3.115480	0.603475	-5.162568	0.0000
WINDSPEED(-1)	3.325206	0.602525	5.518788	0.0000
DRYBULB	-0.403031	0.316090	-1.275051	0.2025
DRYBULB(-1)	0.418094	0.310985	1.344419	0.1790
PRECIPITATION	-0.323177	0.111971	-2.886252	0.0040
AR(1)	-0.136304	0.118499	-1.150260	0.2502
AR(2)	-0.259397	0.088150	-2.942671	0.0033
AR(3)	0.532921	0.045511	11.70977	0.0000
AR(4)	0.070258	0.027868	2.521080	0.0118
SAR(7)	0.641549	0.084418	7.599655	0.0000
MA(1)	-0.242588	0.117520	-2.064231	0.0392
MA(2)	0.076693	0.118150	0.649115	0.5164
MA(3)	-0.643925	0.068877	-9.348895	0.0000
SMA(7)	-0.487527	0.094103	-5.180767	0.0000
SIGMASQ	415.4084	5.831247	71.23834	0.0000
R-squared	0.483477	Mean dependent var		-0.017848
Adjusted R-squared	0.477746	S.D. dependent var		28.36885
S.E. of regression	20.50136	Akaike info criterion		8.890928
Sum squared resid	606080.8	Schwarz criterion		8.952513
Log likelihood	-6468.932	Hannan-Quinn criter.		8.913902
Durbin-Watson stat	1.997601			

Figur 14 - SARIMAX(4,1,3)(1,0,1) med eksogene variabler

Etter et omfattende arbeid med prøving og feiling, har en SARIMAX(4,1,3)(1,0,1) modell med de eksogene variablene $d(\text{sysload})$, $d(\text{sysload}(-1))$, windspeed , $\text{windspeed}(-1)$, drybulb , $\text{drybulb}(-1)$ og precipitation blitt valgt ut som den beste modellen. Denne vil videre bli henviset til som SARIMAX 1. I figur 14 over ser man modellen. Det som er verdt å merke seg er først og fremst informasjonskriteriene AIC og BIC. AIC på 8,89 og BIC på 8,95 er betraktelig bedre enn for de SARIMA modellene beskrevet tidligere, der AIC lå rundt 9,15 og BIC rundt 9,19 for de beste modellene. Det er selvfølgelig logisk at disse vær og etterspørselsvariablene i teorien vil forbedre en modell, men det som er overaskende er at BIC blir forbedret såpass mye, da dette informasjonskriteriet straffer modeller med mange variabler. Dette kan tyde på at modellen er vesentlig bedre enn tidligere. Videre ser man at flere av koeffisientene ikke er signifikante for et par ulike signifikansnivå. Her kan man spesielt legge merke til $d(\text{sysload}(-1))$ og MA(2) med høye p-verdier, i tillegg til drybulb variablene med p-verdi rundt 0,2.

For å se hvor godt modellen klarer å beskrive den systematiske informasjonen i dataene, vil residualene til modellen in-sample analyseres på samme måte som SARIMA modellene.



Figur 15 - Residualplot samt ACF og PACF plot av residualene til SARIMAX 1

I figur 15 ser man først ACF og PACF plot for residualene til SARIMAX 1 modellen, samt en grafisk fremstilling av residualene. I ACF og PACF plottene ser man at ved lag 6, 9 og 16 er det signifikant autokorrelasjon igjen i residualene, mens for de resterende laggene når ikke verdiene den øvre eller nedre grensa. I tillegg ser man en grafisk fremstilling av residualene

for modellen i perioden 2013-2016. Disse ser ut til å følge en hvit støy prosess da det ikke er klare mønstre eller trender i grafen. I tillegg til de visuelle observasjonene, vil som tidligere en Box-Pierce og en Ljung-Box test bli gjennomført for residualene for å se om det er autokorrelasjon signifikant forskjellig fra null.

White noise test:		acf		
test	lag	stat	p-value	
box-pierce	30	45,49	0,035	
ljung-box	30	45,95	0,031	

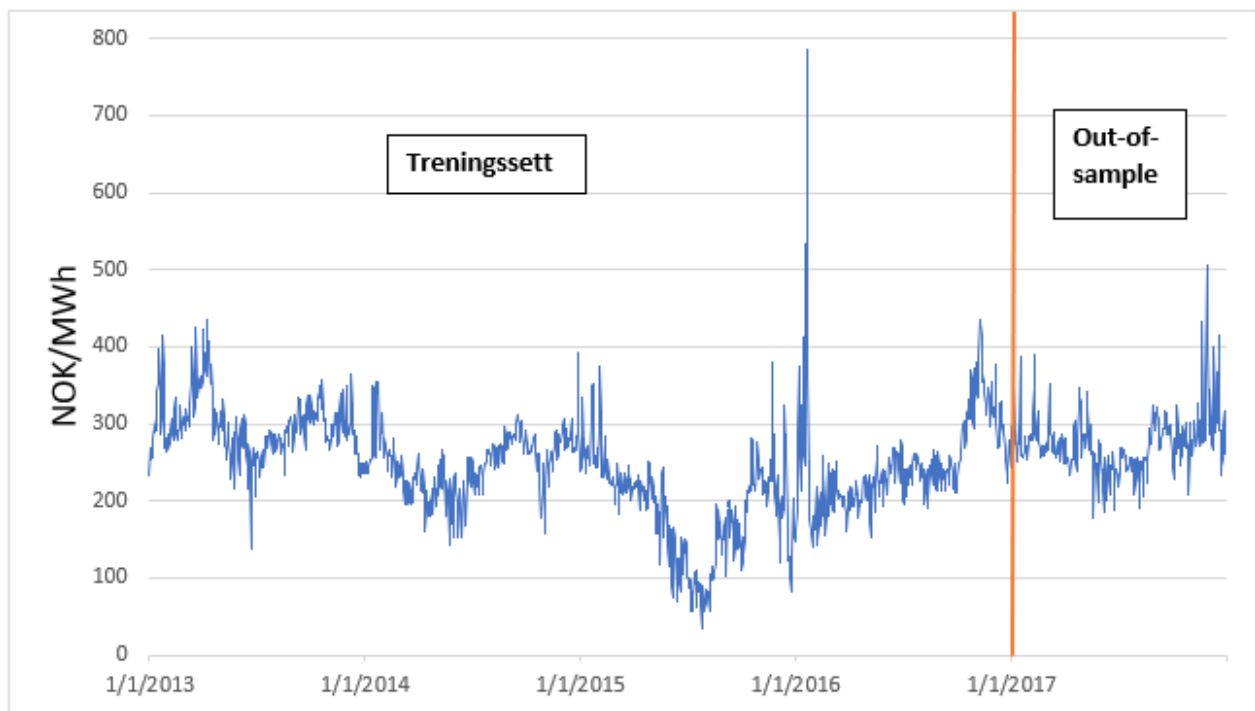
Figur 16 - Hvit-støy tester for residualene til SARIMAX 1

I figuren ovenfor ser man p-verdiene for hvit-støy testene. Ved signifikansnivå på 5 % kan nullhypotesen om null autokorrelasjon forkastes, mens på 1 % nivå kan ikke nullhypotesen forkastes. Dette kan tolkes som at det er en liten del autokorrelasjon igjen i residualene, men følger i stor grad en hvit-støy prosess.

5.2 Resultater fra kunstig nevralt nettverk

Før det nevralt nettverket kan bli konstruert må man importere datagrunnlaget knyttet til inputene og målverdien. Vi har i vår oppgave valgt å benytte programmeringsspråket MATLAB. Dette programmeringsspråket fungerer veldig godt til å håndtere store datamengder, og spesielt matriser med data. MATLAB har i tillegg flere innebygde programmer som håndterer maskinlæring. Blant disse kan man finne nevralt nettverk og et eget program som heter «Neural Network Fitting». Programmet løser problemer med å kartlegge sammenhengen mellom et datasett med numeriske inputs og et sett med numeriske målverdier. Denne vil deretter hjelpe å velge data, lage og trene nettverket, samt evaluere prestasjonen ved hjelp av MSE og en regresjonsanalyse.

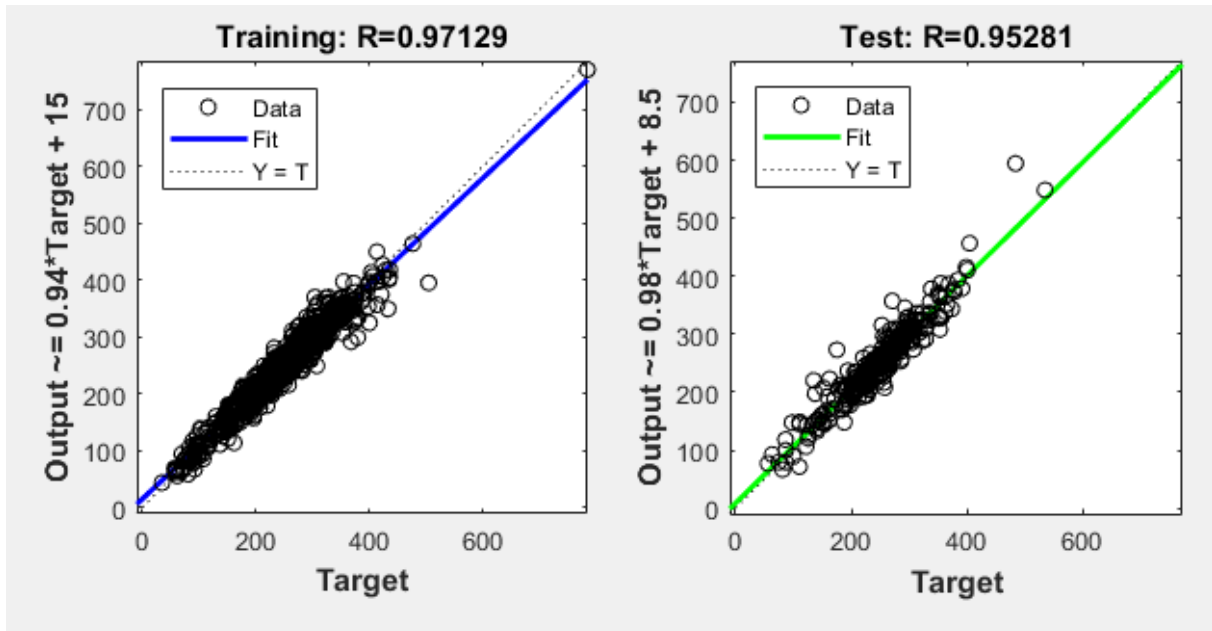
Inputene i nettverket er autoregressive faktorer som prisen i går og prisen samme dag forrige uke. De eksogene variablene er temperatur, nedbør, vindhastighet og prognose på kvantum etterspurt, samt hvilken dag det er og om det er arbeidsdag. En kombinasjon av disse inputene blir justert slik at differansen mellom prognostisert verdi og virkelig verdi blir minimert.



Figur 17- Fordeling av treningssett (in-sample) og out-of-sample

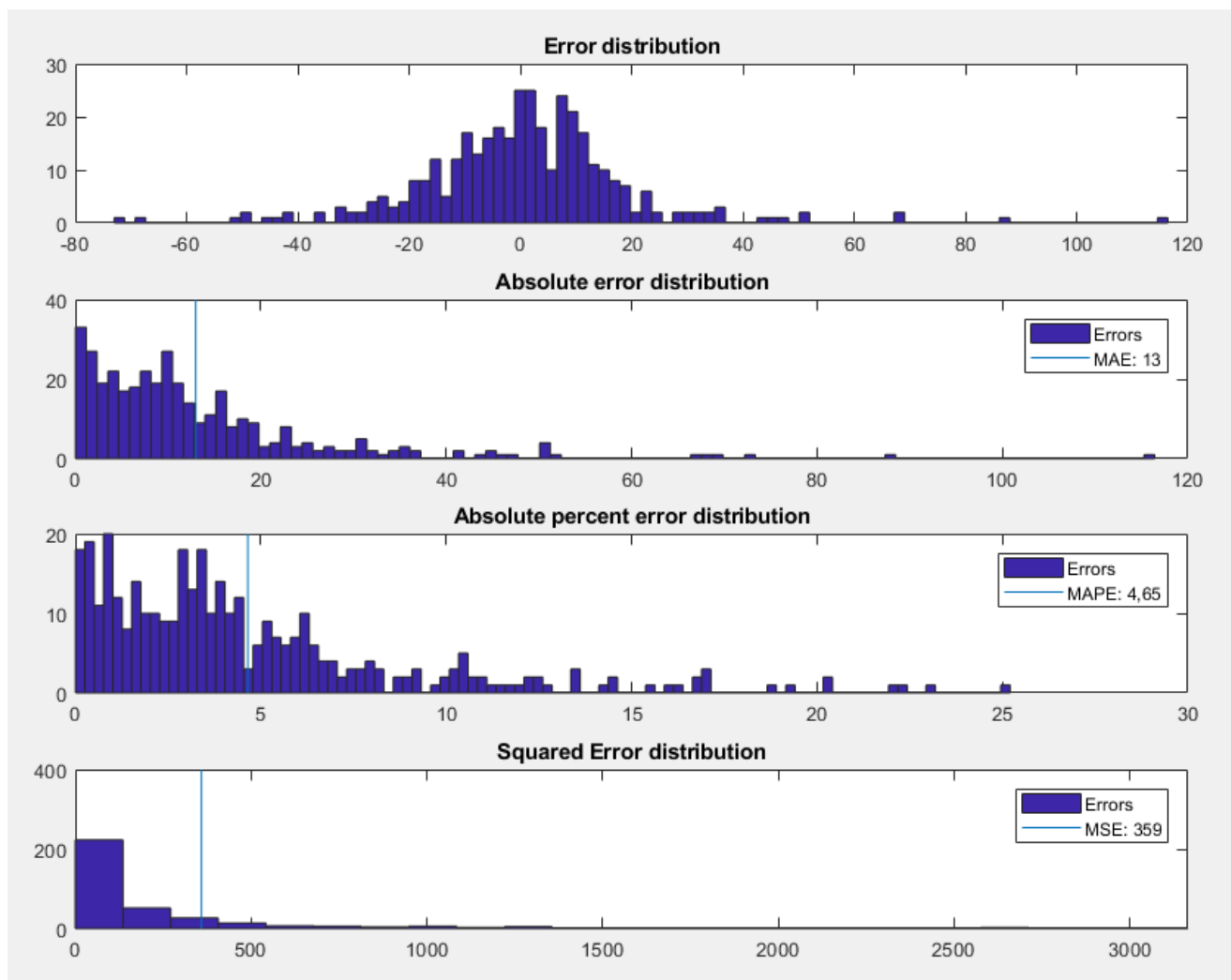
I oppsettet av det nevrale nettverket ble 1187 observasjoner brukt til trening av nettverket og det er disse observasjonene som justerer vektene og terskelen. 274 observasjoner blir brukt til validering. Disse observasjonene blir brukt til å generalisere nettverket og stoppe treningen

når generaliseringen stopper å forbedre seg. 365 observasjoner (01.01-31.12.2017) blir brukt som uavhengig testing for å måle prestasjonen til nettverket.



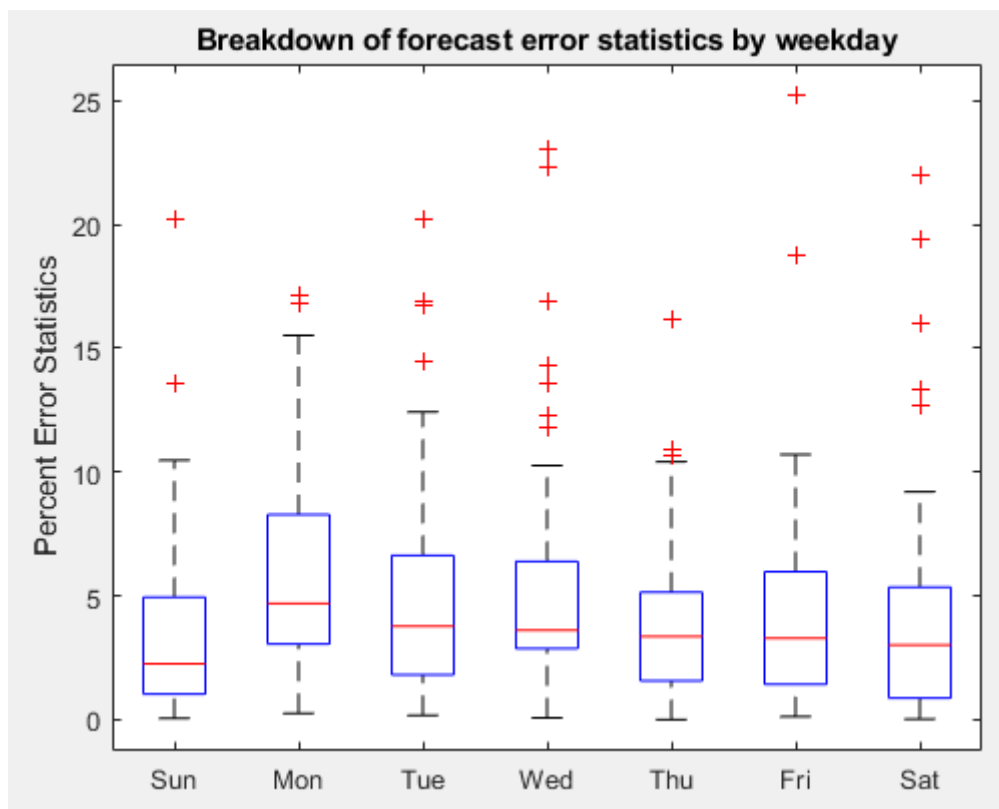
Figur 18 - Figur til venstre: Korrelasjon mellom prisprognosene og virkelige verdier for in-sample 2013-16. Figur til høyre: Korrelasjonen mellom prisprognosene og virkelige verdier for out-of-sample 2017 (365 observasjoner)

Etter nettverket har blitt trent, justeres vektene og terskelen for aktivisering av nevronene for å lage en forbindelse mellom outputs og målverdiene. Fra figur 18 ser man at det nevrale nettverket lager et svært godt lineært forhold som i utgangspunktet er ikke-lineært. De eksogene variablene lager en output som forklarer målverdien godt. R måler korrelasjonen mellom outputene (prisprognosen) i nettverket og målverdien (systemprisen). Verdier nær 1 betyr tett sammenheng mellom prognose og virkelig verdi, mens 0 betyr helt tilfeldig sammenheng. Til høyre i figuren ser man sammenhengen mellom prisprognosen og virkelig verdi out-of-sample for 2017.



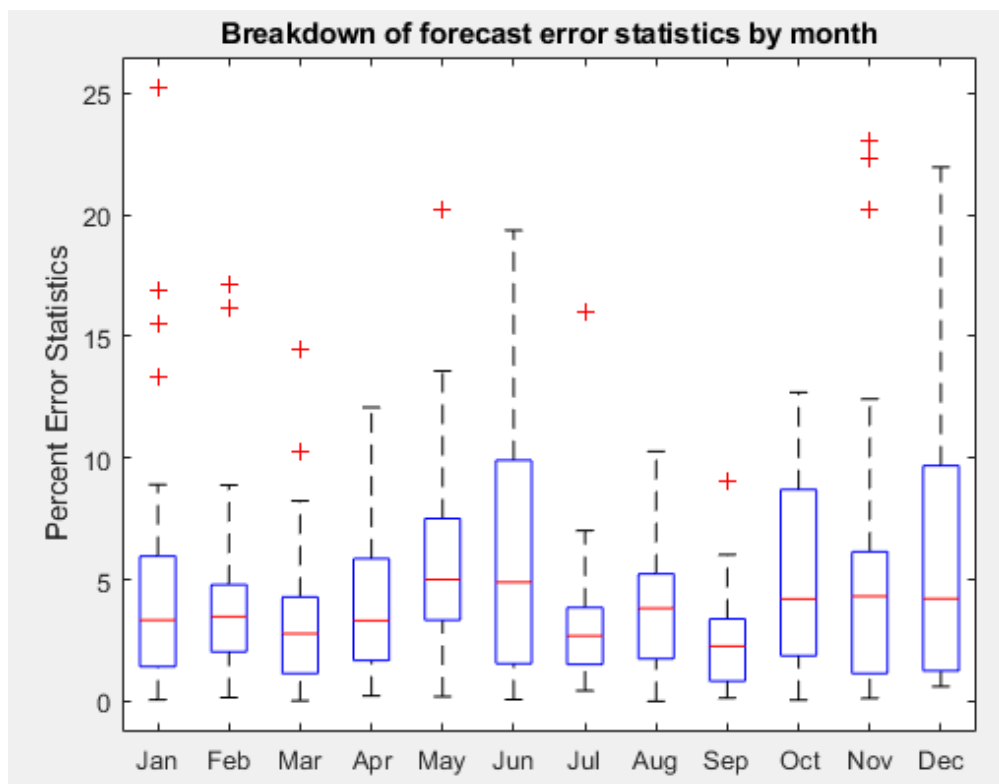
Figur 19 - Fordeling av prediksjonsfeil for det nevralt nettverket i out-of-sample perioden 2017

Figur 19 illustrerer fordelingen til de ulike prestasjonsmålene for out-of-sample settet i 2017. Her ser man hvordan differansen mellom virkelig og prognostisert verdi er fordelt. Det kunstige nevralt nettverket bommer gjennomsnittlig med 13 NOK/MWh daglig. Dette tilsvarer et gjennomsnittlig avvik på 4,65 % fra virkelig pris for hver observasjon. For å kunne si noe om resultatet må det sammenlignes med andre modeller som vil komme senere i kapitlet. Ut fra fordelingen ser man at det er flest observasjoner med små avvik, men også noen observasjoner der prognosen bommer med hele 100 NOK/MWh. Derfor er det viktig å se på slike kortsiktige prisprognoser som et hjelpemiddel og supplerende informasjon for å kunne ta bedre beslutninger enn hvis man ikke hadde hatt tilgang på denne informasjonen.



Figur 20- Absolutt prosentvise feil out-of-sample fordelt på ukedagene i 2017

I out-of-sample-settet ser man ut fra figur 20 at det nevrale nettverket har størst problemer med å lage prisprognoser for mandager. Den røde linjen indikerer MAPE for de respektive ukedagene, og den blå boksen inneholder majoriteten av de absolutte prosentvise feilene for de ulike ukedagene. De røde kryssene indikerer spikes. Prisprognosen er mest nøyaktig lørdager og søndager. Dette er som forventet da etterspørselen er lavest og jevnest de dagene det ikke er arbeidsdag. Med unntak av mandager ser man at prisprognosen er mer eller mindre jevn resten av ukedagene. Figur 20 gir en god oversikt over hva man kan forvente av det nevrale nettverket for de forskjellige ukedagene.



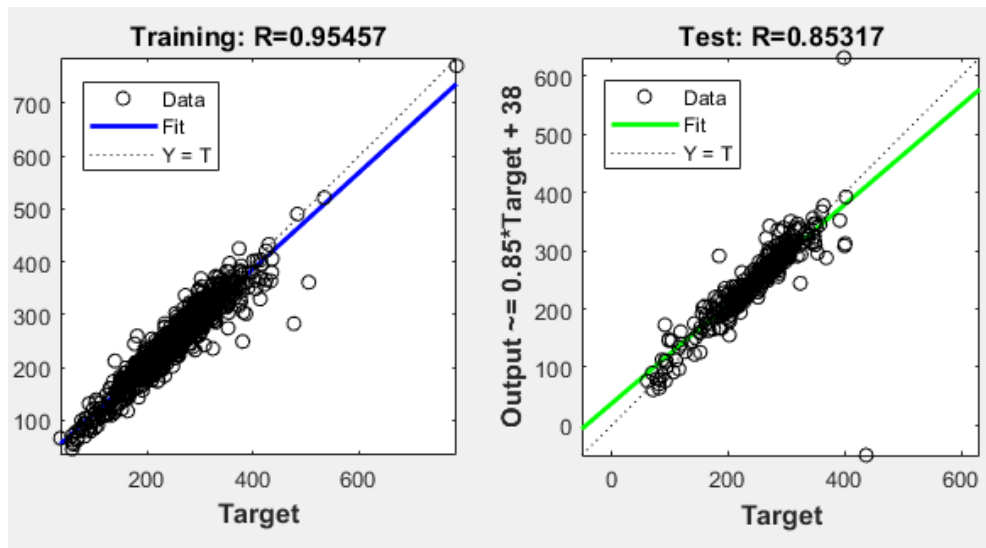
Figur 21 - Absolutt prosentvise feil out-of-sample fordelt på månedene i 2017

Figur 21 viser det samme som figur 20, men her er det fordelt på månedene i out-of-sample-settet. Her ser man stor forskjell i MAPE for de ulike månedene i 2017. De månedene der det har vært flest spikes i prisen har også høyest MAPE. Oversikten viser at i sommermånedene juli og august, i tillegg til september, var det nevrale nettverket spesielt treffsikkert. I juni pleier historisk elektrisitetsprisen å ha en del negative spikes som kan være grunnen til at MAPE er høyere her enn for de andre sommermånedene. Dette totale bildet er ikke nødvendigvis noe som kan forventes å gjenta seg hvert år, siden spikes kan skyldes brudd i produksjon, ekstreme temperaturer over lenger tid osv. På den andre siden følger elektrisitetsprisen sesonger og oversikten gir en indikasjon på hva man kan forvente for de ulike månedene i året.

5.2.1 Har værdata og prognose på etterspørsel noen innvirkning på prestasjonen av nettverket?

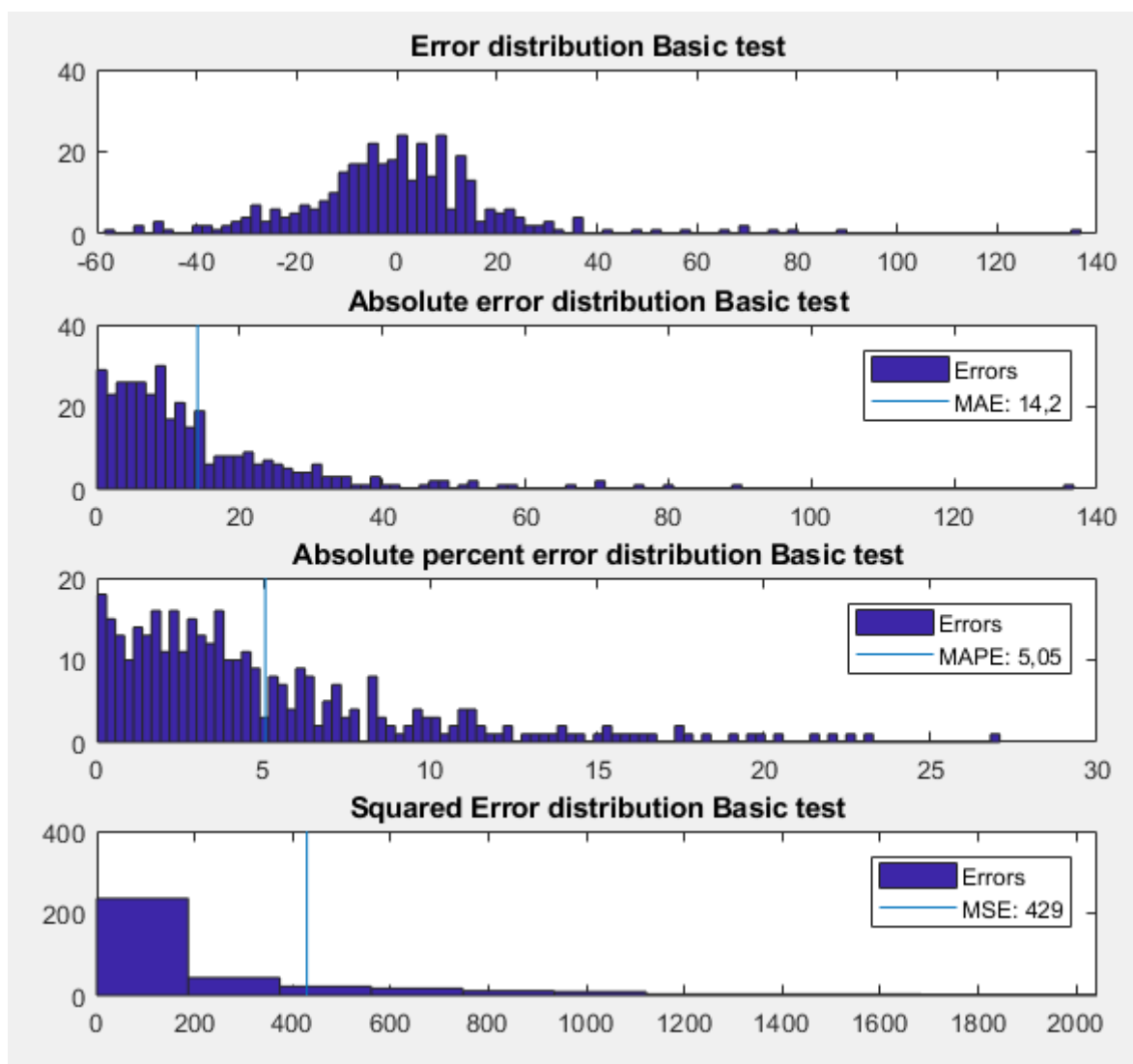
For å se om det nevrale nettverket presterer bedre med flere eksogene variabler gjennomføres en basic test som kun tar hensyn til tidligere elektrisitetspriser, ukedag og om det er en arbeidsdag. Denne basic testen er ikke helt lik en naiv test som er en enkel form for prognostisering, der prisen i dag er lik prisen i går. Dette er en veldig forenklet og dårlig påstand da elektrisitetsprisen er veldig forskjellig alt etter hvilken dag det er i uken og om det

er arbeidsdag. Derfor vil dummyvariabler som ukedag og arbeidsdag bli inkludert i vår basic test. Grunnen til at vi lager denne benchmarken er fordi historiske verdier av elektrisitetsprisen har høyest positiv korrelasjon med elektrisitetsprisen, og vi ønsker å finne ut om værdata og den prognostisert etterspørsel har betydelig innvirkning på prognosen.



Figur 22 – Figur til venstre: Korrelasjon mellom prisprognosene og virkelige verdier for in-sample 2013-16. Figur til høyre: Korrelasjonen mellom prisprognosene og virkelige verdier for out-of-sample 2017 (365 observasjoner)

I figur 22 over ser man sammenhengen mellom prognostisert verdi og virkelig verdi for vår basic test. Til sammenligning med figur 18 ser man at nettverket med flere eksogene variabler lager et bedre generalisert nettverk som har en mer lineær sammenheng med den virkelige prisen. Out-of-sample testingen presterer dårligere enn ved bruk av værdata og prognostisert etterspørsel. Ikke uventet gir flere relevante inputer et nettverk som presterer bedre.



Figur 23- Fordeling av prediksjonsfeil i det nevrale nettverket uten værdata eller prognostisert etterspørsel i out-of-sample perioden 2017

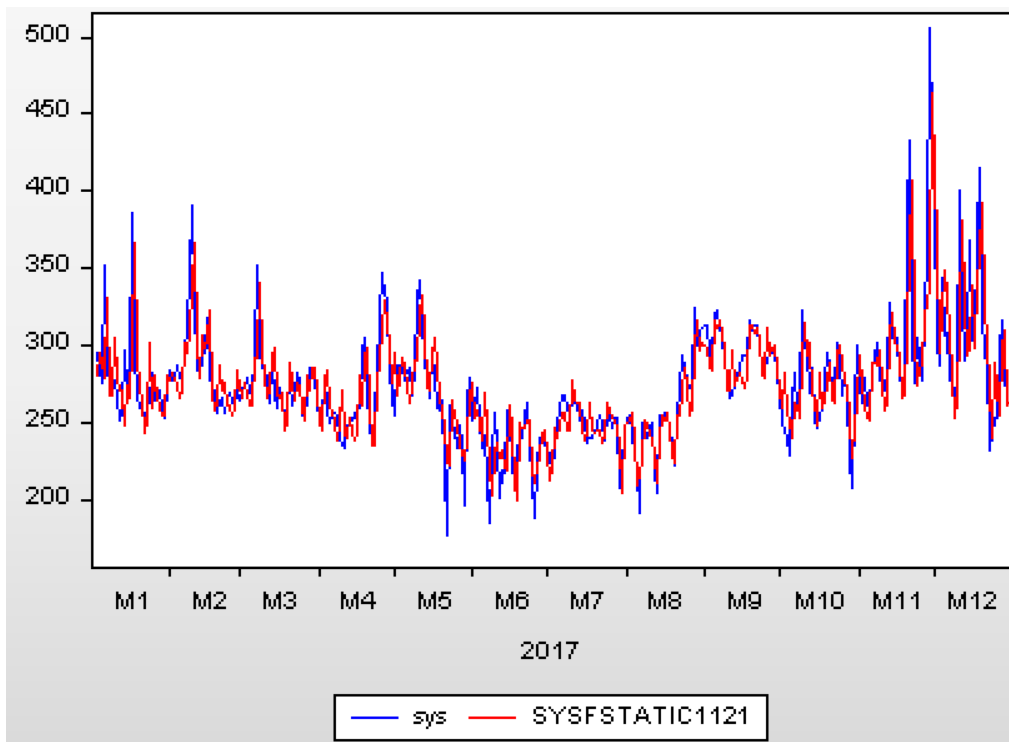
Nettverket som ekskluderer værdata bommer i gjennomsnitt med 14,2 NOK/MWh, noe som tilsvarer et gjennomsnittlig avvik på 5,05 % fra virkelig pris. Sammenlignet med det nevrale nettverket som inkluderer værdata som bommet i gjennomsnitt med 13 NOK/MWh, så presterer det nevrale nettverket som inkluderer eksogene variabler bedre. Er dette en betydelig forbedring? Bedre prognosemodeller har ofte marginale endringer, derfor er alle forbedringer av interesse. Her ser man at mer relevant informasjon om prisdriverne bak elektrisitetsprisen, øker treffsikkerheten for prisprognosen. 1,2 kroner pr MWh kan ha mye å si for en stor konsument eller produsent i deres planlegging i det lange løp. Dette utgjør ca. 0,5 % av gjennomsnittlig systempris mellom 2013 og 2018.

5.3 Prognostisering og evaluering av SARIMA(X)- og NN-modellene

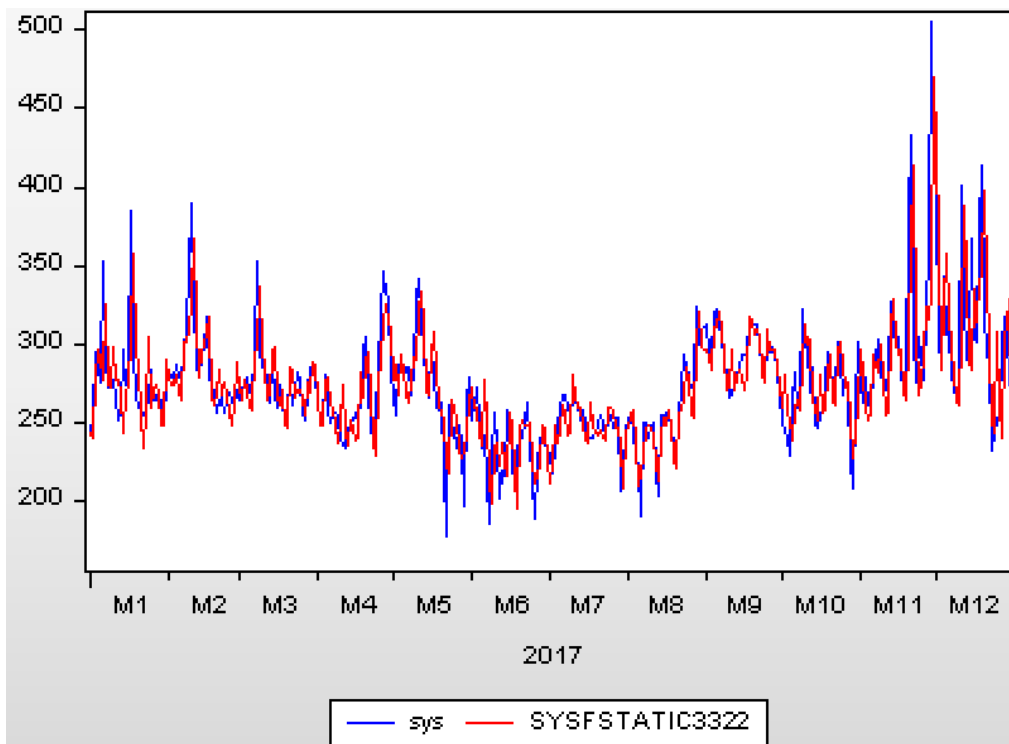
I denne delen vil modellene som har blitt estimert bli testet ut i en out-of sample periode som har blitt satt til 2017. For modellene som har blitt estimert er 2013-2016 perioden som har blitt brukt, slik at hele 2017 kan brukes til out-of-sample testing. Vi vil her skille mellom statistisk prognostisering ett (1) tidssteg frem og en dynamisk prognose der man lager prognoser syv (7) tidssteg frem.

5.3.1 Statisk prognostisering

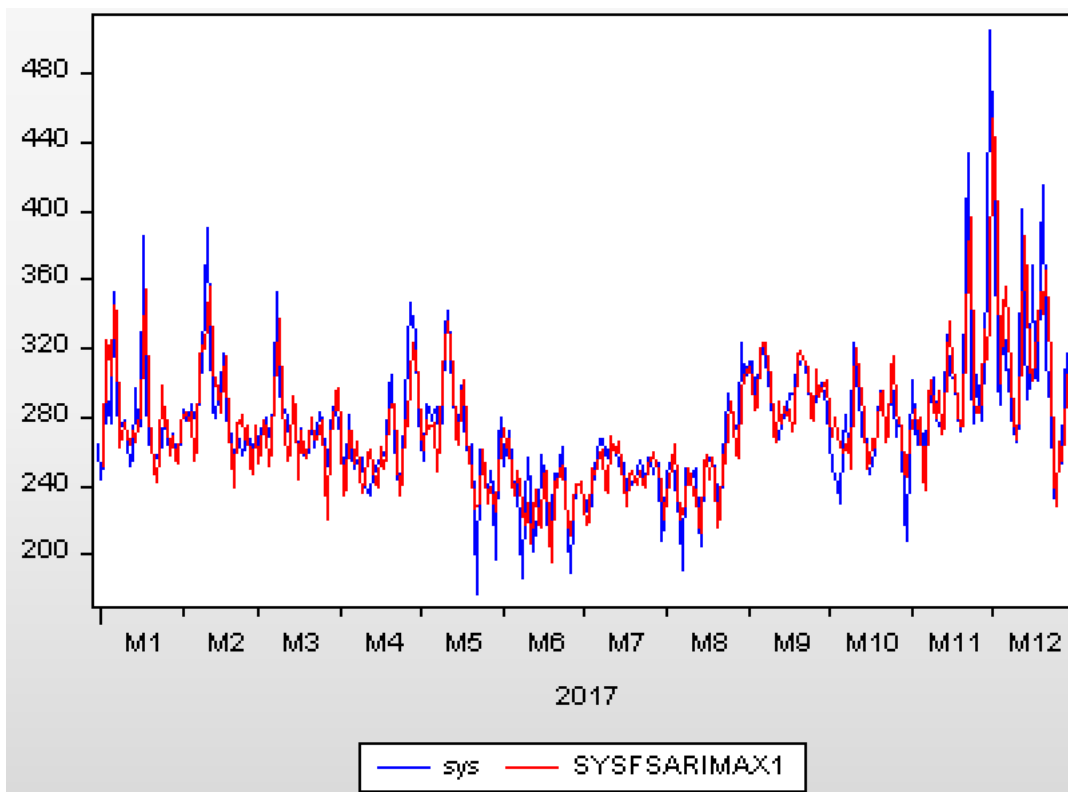
I figurene under ser man en statistisk prognose for 2017 for to SARIMA modeller, en SARIMAX modell og det nevrale nettverket. Generelt ser det ut som alle modellene treffer bra i store deler av perioden, men underprognostiserer når det er store prishopp, både positive og negative. Dette kan tyde på at modellene ikke er så godt egnet til å prognostisere prisen i perioder med høy volatilitet i markedet. Dette ser ut til å gjelde for alle de fire estimerte modellene.



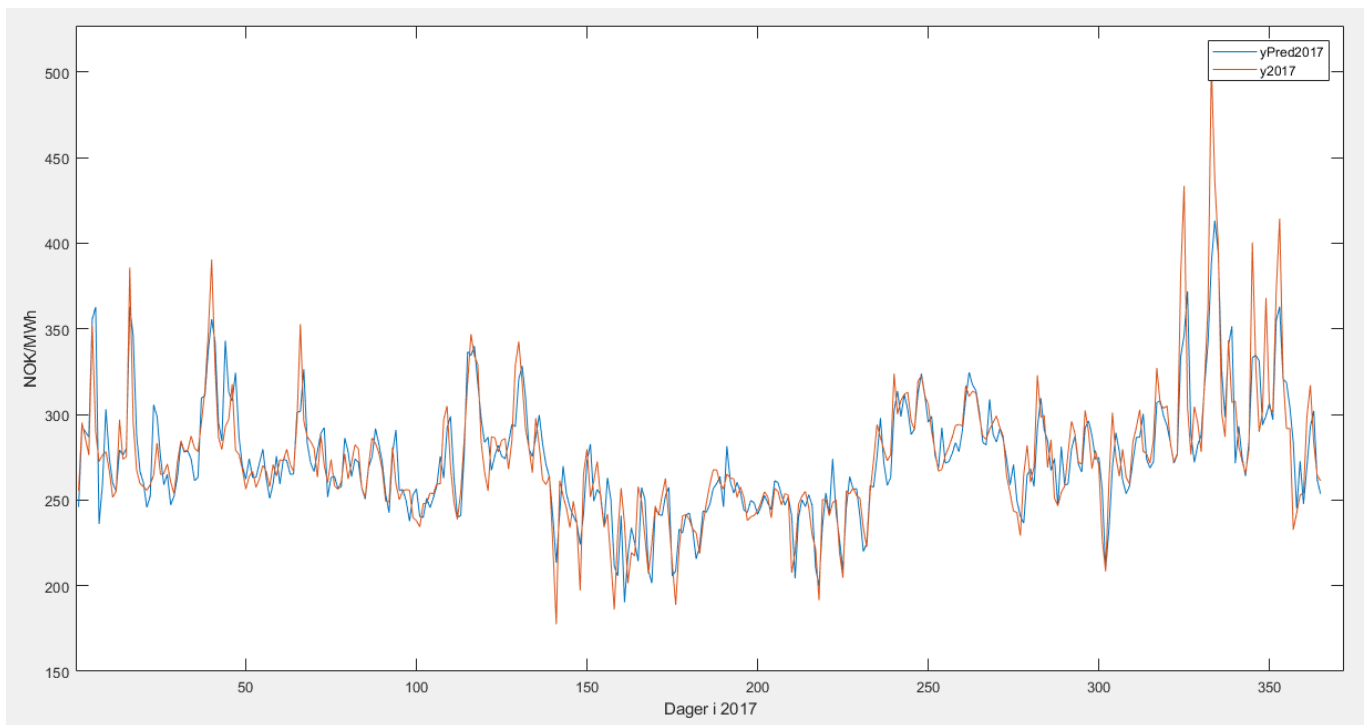
Figur 25 - Statisk prognose for SARIMA(1,1,1)(2,0,1)7. Priser i NOK/MWh



Figur 26 - Statisk prognose for SARIMA(3,1,3)(2,0,2)7. Priser i NOK/MWh



Figur 27 - Statisk prognose SARIMAX 1. Priser i NOK/MWh



Figur 28 - Statisk prognose nevralt nettverk. Priser i NOK/MWh

Videre er det vanskelig å gjøre klare skiller på de ulike modellene rent grafisk, og de ulike måltallene beskrevet i kapittel 4.3 blir anvendt på den statiske out-of-sample prognosen for 2017. Den naive prognosen som har blitt gjort er en SARIMA(1,1,0)(1,0,0)₇ modell, som i praksis bare er en AR(1) SAR(7) I(1) modell, som tar kun hensyn til prisen i går samt prisen samme dag forrige uke. Dette fordi den naive prognosen ikke vil gi mye mening dersom den bare var basert på prisen i går, da ukedagseffekten har vesentlig betydning på prisen (Cruz et al., 2011)

	SYSF1121	SYSF3322	SARIMAX1	Neural Network	Naiv prognose
MSE	556,50	622,83	473,63	359,09	787,84
MAE	kr 15,91	kr 16,89	kr 14,17	kr 12,99	kr 18,68
MAPE	5,62 %	5,96 %	5,02 %	4,65 %	6,57 %
SMAPE	5,60 %	5,95 %	4,99 %	4,64 %	6,58 %

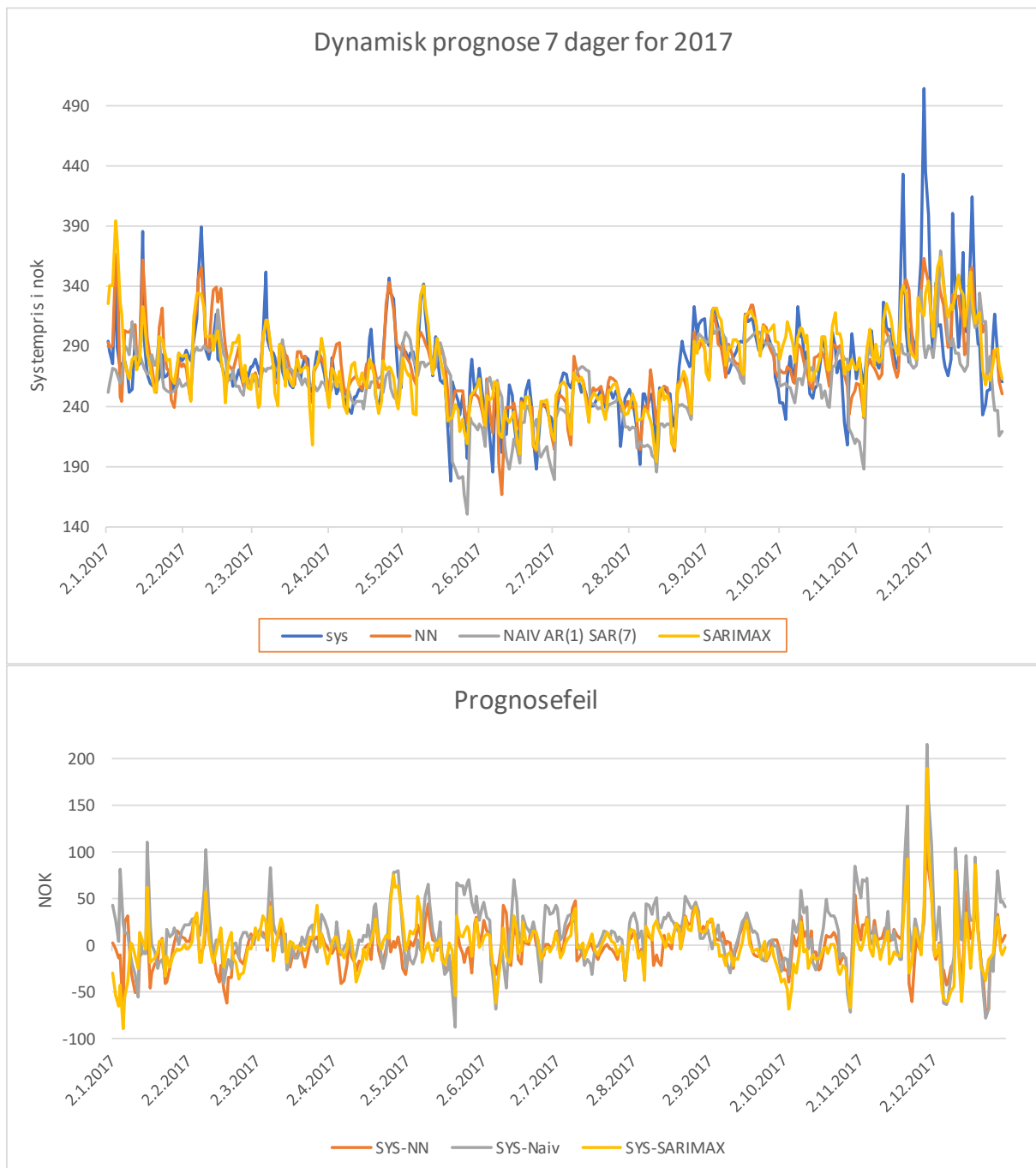
Tabell 9 - Prestasjonsmål for de ulike modellene i out-of-sample perioden 2017

Av tabell 9 ovenfor ser man Mean Square Error, Mean Absolute Error, Mean Absolute Percentage Error, samt Symmetric Mean Absolute Percentage Error for de ulike modellene. Det nevrale nettverket presterer best for alle de ulike måltallene, og bommer i snitt med 12,99 NOK/MWh. SARIMAX1 treffer her nest best med en feil på 14,17 kroner, etterfulgt av henholdsvis SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇, SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇ og den naive prognosen. NN

modellen presterer da også best med MAPE som prestasjonsmål, og har en prosentvis feil på 4,65%. Dette er 0,37 prosentpoeng bedre enn SARIMAX1 modellen. SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ har her en feil på 5,62% og SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇ en feil på 5,96%. Det første man kan legge merke til ved de overnevnte resultatene er at modellene som inkluderer eksogene variabler presterer bedre enn modellene som kun har tidligere priser som forklaringsvariabler. Om dette er en signifikant forskjell er diskuterbart, da f.eks. NN modellen presterer i underkant av 3 NOK/MWh bedre enn SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇ som er den enkleste av de univariate tidsseriemodellene vi har valgt ut. Sammenlignet med den naive prognosen, treffer NN over 5 NOK/MWh bedre, noe som kan sies å være vesentlig bedre. Her er MAPE også rundt 2 prosentpoeng bedre for NN sammenlignet med den naive prognosen.

5.3.2 Dynamisk prognostisering

For å se hvor godt modellene klarer seg flere tidssteg fremover, vil dynamisk prognostisering bli anvendt på det nevrale nettverket, en naiv AR(1) I(1) SAR(7) modell samt SARIMAX 1 modellen. Vi begrenser prognosen til en uke frem i tid, da dette ofte blir definert som den øvre grensen for kortsiktige prognoser i litteraturen. Den første prognosen vil benytte virkelig systempris som input for SYS_{t-1} , mens de neste prognosene vil benytte den prognostiserte prisen som input for SYS_{t-1} .



Figur 29 - Syv dagers dynamisk prognose i 2017 og prognosefeil for den dynamiske prognosen

I figur 29 ser man den dynamiske prognosen i out-of-sample perioden 2017 for det nevrale nettverket, den naive modellen samt SARIMAX 1 modellen. Av den første grafen ser man store endringer i systemprisen med høye topper, noe ingen av modellene konsekvent klarer å prognostisere. Av den andre grafen i figur 29 ser man differansen mellom modellenes prognose og systemprisen. Her har modellene stort sett en feilmargin på under 100 kroner, utenom ved 5 anledninger i løpet av 2017. Grafisk ser det nevrale nettverket ut til å ha den laveste feilmarginen, mens den naive modellen ser ut til å treffe dårligst, spesielt for positive prishopp. Grafisk analyse kan i noen tilfeller være misvisende og vanskelig å tolke, og i tabell 10 under ser man MSE, MAE, MAPE og SMAPE for de tre modellene i den dynamiske prognosen.

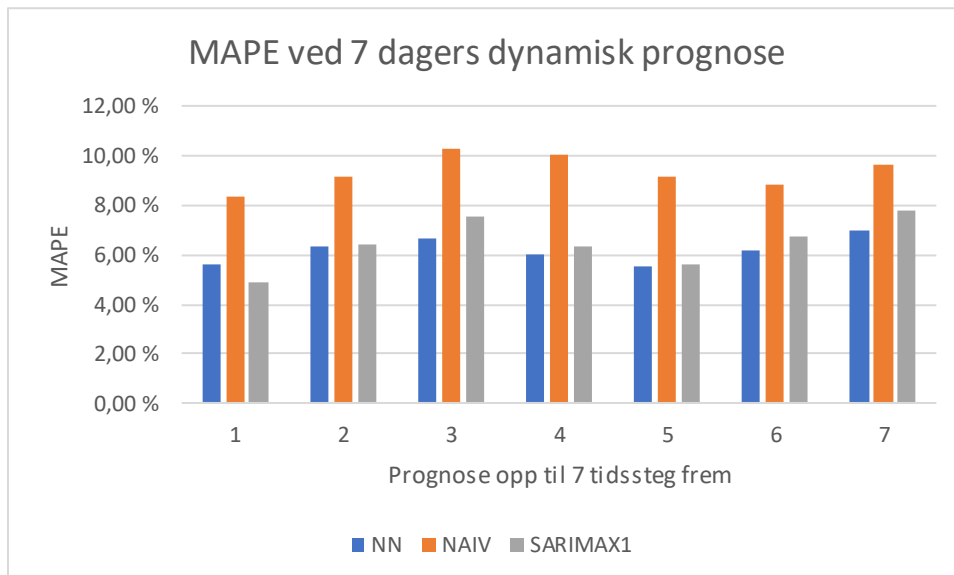
	NN	NAIV	SARIMAX
MSE	564,4	1353,7	704,0
MAE	17,1	26,3	18,1
MAPE	6,20 %	9,41 %	6,46 %
SMAPE	6,15 %	9,83 %	6,43 %

Tabell 10 - Dynamisk prognose 7 dager frem for NN, en naiv prognose og SARIMAX 1 modellen

Her ser man et klart skille mellom den naive modellen og de to andre modellene. Den naive modellen predikerer i snitt 26 kroner feil, mens det nevrale nettverket og SARIMAX 1 modellen bommer med henholdsvis 17,1 kroner og 18,1 kroner i gjennomsnitt. Som MAPE resulterer dette i 9,41% for den naive modellen, 6,2% for det nevrale nettverket og 6,46% for SARIMAX 1 modellen. Det er her en vesentlig forskjell mellom den naive modellen og modellene som inkluderer eksogene variabler. Det er derimot ikke like klart at det er en stor forskjell mellom det nevrale nettverket og SARIMAX 1 modellen. 1 krone per MWh i forskjell utgjør en svært liten andel av den gjennomsnittlige systemprisen i perioden, og er på omtrent 0,5%. På den annen siden kan investorer handle på slike minimale forskjeller dersom en modell treffer bedre enn en annen.

Om man sammenligner med de statiske prognosene i del 5.3.1 ser man større forskjeller i den dynamiske prognosen. Det er selvfølgelig forventet at modellene presterer dårligere ved prognoser flere dager frem i tid, men man ser at forskjellene kanskje ikke er så store som

forventet. Både det nevrle nettverket og SARIMAX 1 modellen presterer omtrent 4 kroner eller 1,6 prosentpoeng dårligere ved 7 dagers dynamisk prognose enn ved en statisk 1 dags prognose. Dette tyder på at modellene kan brukes til prognoser flere dager frem i tid, men at usikkerheten blir større desto flere dager frem man lager prognoser for.



Figur 30 - MAPE for dynamisk prognose 7 dager frem fordelt etter tidssteg

I figur 30 ser man en oversikt over den dynamiske 7 dagers prognosen fordelt på de ulike tidsstegene. 1 er gjennomsnitt av alle mandager, 2 gjennomsnitt av alle tirsdager osv. i perioden 2017. Her må man ta hensyn til at forskjellene for de ulike tidsstegene i figur 30 ikke nødvendigvis skyldes den dynamiske prognosen, men kan skyldes ukedagseffekter. Dette ble observert i del 5.2.2 der det ble konstatert at den nevrle nettverksmodellen traff best på lørdager og søndager, og at mandager var mer usikker enn de resterende ukedagene. Derfor er det vanskelig å si noe om effekten av den dynamiske prognosen ved flere tidssteg frem, da forskjellene kan skyldes ukedagseffekter. Likevel kan man se at MAPE stiger for dag 2 og 3 i prognosen. Man skulle trodd at MAPE ville fortsette å stige for hver dag, men da dag 6 og 7 er helg og generelt har lavere volatilitet enn de resterende dagene, treffer prognosen kanskje bedre enn forventet mot slutten av prognoseperioden på grunn av ukedagseffekten.

6. Konklusjon

Formålet med denne oppgaven har vært å utarbeide en modell basert på nevrale nettverk med eksogene variabler, samt flere tidsseriemodeller både med og uten eksogene variabler for så å kunne sammenligne prognoseegenskapene til modellene. I identifiseringsfasen av ARIMA modelleringen ble det fort klart at ukedageeffekter var viktige, og disse ble tatt med i modelleringen ved å utvide ARIMA til SARIMA. Videre ble eksogene variabler inkludert, noe som forbedret informasjonskriteriene drastisk. Alle de estimerte tidsseriemodellene viste i ulik grad autokorrelasjon i residualene, men for SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇ og SARIMAX 1 ble testene såpass uklare at valg av signifikansnivå var avgjørende for testresultatet. Den grafiske inspeksjonen tydet på at residualene følger en hvit støy prosess og dermed ikke har signifikant autokorrelasjon i residualene.

Det nevrale nettverket ble trent opp til å minimere MSE mellom virkelig pris og prognostisert verdi. Videre ble det undersøkt om de eksogene forklaringsvariablene hadde en signifikant innvirkning på prognosen, noe som kan diskuteres da eksogene variabler forbedret MAE med 1,2 NOK/MWh og MAPE med 0,4 prosentpoeng. Dette tilsvarer rundt 0,5% av den gjennomsnittlige systemprisen i perioden. Det viser seg at det nevrale nettverket har størst avvik når det kommer til prisprognoser på mandager og treffer best på lørdager og søndager. Dette kan skyldes forskjellig volatilitet de ulike dagene. Videre viser det seg at det nevrale nettverket treffer best i sommermånedene månedene juli, august og september, men om dette er noe som gjentas hvert år er usikkert.

Ved evaluering av de ulike modellene, ser man en klar forskjell mellom det nevrale nettverket og den enkleste naive modellen. Forskjellen tilsvarer en MAE på 5,69 NOK/MWh, altså en MAPE på 1,92 %. Om det nevrale nettverket presterer vesentlig bedre enn SARIMAX modellen kan diskuteres, da forskjellene her kun er MAE på 1,18 NOK/MWh og MAPE på 0,37 %.

Videre ble NN, SARIMAX 1 og en naiv modell brukt i en dynamisk 7 dagers prognose for out-of-sample i 2017. Her ser man at NN og SARIMAX 1 presterer vesentlig bedre enn den naive prognosen. Samtidig presterer NN og SARIMAX 1 modellene rundt 4 NOK/MWh og 1,6 prosentpoeng MAPE dårligere enn ved statistisk prognose. Dette tyder på at modellene kan brukes for prognoser opp til 7 dager frem, men treffer vesentlig bedre de første tidsstegene. Man kan her konkludere med at forskjellene mellom NN og SARIMAX 1 modellen er minimale, selv om NN presterer litt bedre.

Til slutt ser man at alle prognosene treffer dårlig på store prisendringer, og mye tyder på at andre metoder som for eksempel GARCH er bedre egnet til modellering av slike spikes. Til videre forskning kan det bli lagt større vekt på værvariablene ved å for eksempel samle inn nedbørsdata fra områder med vannmagasiner, vinddata fra områder med vindmøller og temperaturdata fra områder med tett bebyggelse og høyt strømforbruk. Flere eksogene variabler som CO2 kvotepriser, oljepriser og planlagt og ikke-planlagt nedetid for kraftverk kan bli lagt til i modellene. Samtidig kan en større tidsperiode bli anvendt til det nevrale nettverket for å se om dette forbedrer prisprognosene.

Referanseliste

- Box, G. E., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C. & Ljung, G. M. (2015). *Time series analysis: forecasting and control*: John Wiley & Sons.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bunn, D. W. & Oliveira, F. S. (2001). Agent-based simulation-an application to the new electricity trading arrangements of England and Wales. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 5 (5): 493-503.
- Bunn, D. W. & Karakatsani, N. (2003). Forecasting electricity prices. *London Business School*, 1.
- Catalão, J. P. d. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. & Ferreira, L. (2007). Short-term electricity prices forecasting in a competitive market: A neural network approach. *Electric Power Systems Research*, 77 (10): 1297-1304.
- Cruz, A., Muñoz, A., Zamora, J. L. & Espínola, R. (2011). The effect of wind generation and weekday on Spanish electricity spot price forecasting. *Electric Power Systems Research*, 81 (10): 1924-1935.
- David, A. K. & Wen, F. (2001). Market power in electricity supply. *IEEE Transactions on energy conversion*, 16 (4): 352-360.
- Demuth, H., Beale, M. & Hagan, M. (2008). Neural network toolbox™ 6. *User's guide*, 10: 11.
- Dueholm, L. & Ravn, H. F. (2004). *Modelling of short term electricity prices, hydro inflow and water values in the Norwegian hydro system*. Proceedings of the 6th IAEE European conference, Zurich.
- Eydeland, A. & Wolyniec, K. (2003). *Energy and power risk management: New developments in modeling, pricing, and hedging*, b. 206: John Wiley & Sons.
- Feilber, N. G., Bjørn. (2006). Ny kunnskap om fordeling av strømforbruket. *SINTEF Energiforskning AS*.
- Garcia, R. C., Contreras, J., Van Akkeren, M. & Garcia, J. B. C. (2005). A GARCH forecasting model to predict day-ahead electricity prices. *IEEE transactions on power systems*, 20 (2): 867-874.
- Geman, H. & Roncoroni, A. (2006). Understanding the fine structure of electricity prices. *The Journal of Business*, 79 (3): 1225-1261.
- Gibbons, R. (1992). *A primer in game theory*: Harvester Wheatsheaf.
- Haykin, S. (2004). Neural Networks - A comprehensive foundation *Neural networks*, 2 (2004): 41.
- Huisman, R., Huurman, C. & Mahieu, R. (2007). Hourly electricity prices in day-ahead markets. *Energy Economics*, 29 (2): 240-248.
- Javanainen, T. (2005). Analysis of Short-Term Hydro Power Production in the Nordic Electricity.
- Johannessen, N. F., Karoline. (2006). *Strømprisen femdoblet i januar*. Verdens Gang: Verdens Gang. Tilgjengelig fra: <https://www.vg.no/forbruker/i/KwO77/stroemprisen-femdoblet-i-januar>.
- Jónsson, T. (2008). *Forecasting of electricity prices accounting for wind power predictions*: Technical University of Denmark, DTU, DK-2800 Kgs. Lyngby, Denmark.
- Joskow, P. L. (2001). California's electricity crisis. *Oxford Review of Economic Policy*, 17 (3): 365-388.
- Kaminski, V. (1997). The challenge of pricing and risk managing electricity derivatives. *The US Power Market-Restructuring and Risk Management*.
- Kaminski, V. (2012). *Energy markets: Risk Books*.
- Karakatsani, N. V. & Bunn, D. W. (2008). Forecasting electricity prices: The impact of fundamentals and time-varying coefficients. *International Journal of Forecasting*, 24 (4): 764-785.
- Kännö, J. (2013). A short-term price forecast model for the Nordic electricity markets.
- Livanis, E. & Zaprani, A. (2007). Forecasting the Day-Ahead Electricity Price in Nord Pool with Neural Networks: Some Preliminary Results.
- Ljung, G. M. & Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65 (2): 297-303.

- Makridakis, S. (1993). Accuracy measures: theoretical and practical concerns. *International Journal of Forecasting*, 9 (4): 527-529.
- Martínez-Álvarez, F., Troncoso, A., Asencio-Cortés, G. & Riquelme, J. C. (2015). A survey on data mining techniques applied to electricity-related time series forecasting. *Energies*, 8 (11): 13162-13193.
- Misiorek, A., Trueck, S. & Weron, R. (2006). Point and interval forecasting of spot electricity prices: Linear vs. non-linear time series models. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 10 (3).
- Nielsen, M. (2017). *Using neural nets to recognize handwritten digits*. Neuralnetworksanddeeplearning. Tilgjengelig fra: <http://neuralnetworksanddeeplearning.com/chap1.html>.
- Nogales, F. J., Contreras, J., Conejo, A. J. & Espínola, R. (2002). Forecasting next-day electricity prices by time series models. *IEEE Transactions on power systems*, 17 (2): 342-348.
- Queiroz, A., Oliveira, F., Lima, J. M. & Balestrassi, P. (2007). *Simulating electricity spot prices in Brazil using neural network and design of experiments*. Power Tech, 2007 IEEE Lausanne: IEEE.
- Schwert, G. W. (2002). Tests for unit roots: A Monte Carlo investigation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 20 (1): 5-17.
- Shahidehpour, M., Yamin, H. & Li, Z. (2002). Market overview in electric power systems. *Market Operations in Electric Power Systems: Forecasting, Scheduling, and Risk Management*: 1-20.
- Szkuta, B., Sanabria, L. A. & Dillon, T. S. (1999). Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks. *IEEE transactions on power systems*, 14 (3): 851-857.
- Weron, R. (2005). *Heavy tails and electricity prices*. The Deutsche Bundesbank's 2005 Annual Fall Conference (Eltville).
- Weron, R. & Misiorek, A. (2006). *Short-term electricity price forecasting with time series models: A review and evaluation*: Hugo Steinhaus Center, Wroclaw University of Technology.
- Weron, R. & Misiorek, A. (2008). Forecasting spot electricity prices: A comparison of parametric and semiparametric time series models. *International journal of forecasting*, 24 (4): 744-763.
- Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International journal of forecasting*, 30 (4): 1030-1081.

Appendiks

Modell 1 SARIMA(3,1,3)(2,0,2)₇

Dependent Variable: D(SYS)

Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)

Date: 04/07/18 Time: 14:06

Sample: 1/02/2013 12/31/2016

Included observations: 1460

Convergence achieved after 185 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.648771	0.030519	21.25768	0.0000
AR(2)	-0.801114	0.034128	-23.47388	0.0000
AR(3)	0.710246	0.021620	32.85150	0.0000
SAR(7)	1.603060	0.003878	413.3919	0.0000
SAR(14)	-0.603060	0.001241	-485.8872	0.0000
MA(1)	-0.869360	0.028672	-30.32074	0.0000
MA(2)	0.854463	0.037953	22.51372	0.0000
MA(3)	-0.890918	0.025915	-34.37783	0.0000
SMA(7)	-1.504497	0.000175	-8616.601	0.0000
SMA(14)	0.504680	0.000181	2782.104	0.0000
SIGMASQ	532.8360	8.569177	62.18053	0.0000
R-squared	0.337756	Mean dependent var	0.007021	
Adjusted R-squared	0.333186	S.D. dependent var	28.37505	
S.E. of regression	23.17069	Akaike info criterion	9.149290	
Sum squared resid	777940.6	Schwarz criterion	9.189118	
Log likelihood	-6667.982	Hannan-Quinn criter.	9.164147	
Durbin-Watson stat	2.003981			

Modell 2 SARIMA(1,1,1)(2,0,1)₇

Dependent Variable: D(SYS)

Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)

Date: 04/07/18 Time: 17:17

Sample: 1/02/2013 12/31/2016

Included observations: 1460

Convergence achieved after 69 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

d.f. adjustment for standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.741675	0.014183	52.29171	0.0000
SAR(7)	1.138577	0.000388	2932.011	0.0000
SAR(14)	-0.138578	7.52E-05	-1842.253	0.0000
MA(1)	-0.937403	0.008499	-110.2937	0.0000
SMA(7)	-0.999502	0.000171	-5832.919	0.0000
SIGMASQ	544.1836	4.611654	118.0018	0.0000
R-squared	0.323653	Mean dependent var		0.007021
Adjusted R-squared	0.321327	S.D. dependent var		28.37505
S.E. of regression	23.37582	Akaike info criterion		9.164092
Sum squared resid	794508.0	Schwarz criterion		9.185816
Log likelihood	-6683.787	Hannan-Quinn criter.		9.172196
Durbin-Watson stat	2.067838			

Modell 3 SARFIMA(1, 0.43, 1)(2,0,1)₇

Dependent Variable: SYS

Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)

Date: 04/07/18 Time: 13:48

Sample: 1/01/2013 12/31/2016

Included observations: 1461

Failure to improve objective (non-zero gradients) after 120 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

d.f. adjustment for standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D	0.434327	0.045579	9.529106	0.0000
AR(1)	0.612255	0.048238	12.69227	0.0000
SAR(7)	1.135612	0.017643	64.36677	0.0000
SAR(14)	-0.136273	0.017336	-7.860707	0.0000
MA(1)	-0.284546	0.023327	-12.19822	0.0000
SMA(7)	-0.981500	0.007539	-130.1924	0.0000
SIGMASQ	547.3132	6.451914	84.82958	0.0000
R-squared	0.873640	Mean dependent var	245.2761	
Adjusted R-squared	0.873118	S.D. dependent var	65.83573	
S.E. of regression	23.45097	Akaike info criterion	9.166182	
Sum squared resid	799624.6	Schwarz criterion	9.191513	
Log likelihood	-6688.896	Hannan-Quinn criter.	9.175631	
Durbin-Watson stat	1.989094			

Modell 4 SARFIMA(3, 0.4435, 3)(2,0,2)₇

Dependent Variable: SYS
 Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
 Date: 04/07/18 Time: 13:52
 Sample: 1/01/2013 12/31/2016
 Included observations: 1461
 Failure to improve objective (non-zero gradients) after 502 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients
 d.f. adjustment for standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D	0.443500	0.065313	6.790347	0.0000
AR(1)	0.374325	0.894531	0.418459	0.6757
AR(2)	0.352011	0.709682	0.496013	0.6200
AR(3)	0.001039	0.007878	0.131866	0.8951
SAR(7)	0.836142	0.215552	3.879068	0.0001
SAR(14)	0.163070	0.215228	0.757661	0.4488
MA(1)	-0.046638	0.882311	-0.052859	0.9579
MA(2)	-0.330102	0.424001	-0.778542	0.4364
MA(3)	-0.061560	0.106943	-0.575631	0.5650
SMA(7)	-0.732049	0.214069	-3.419682	0.0006
SMA(14)	-0.244478	0.208122	-1.174684	0.2403
SIGMASQ	549.5971	7.716553	71.22314	0.0000
R-squared	0.873113	Mean dependent var	245.2761	
Adjusted R-squared	0.872149	S.D. dependent var	65.83573	
S.E. of regression	23.54036	Akaike info criterion	9.178065	
Sum squared resid	802961.4	Schwarz criterion	9.221489	
Log likelihood	-6692.576	Hannan-Quinn criter.	9.194263	
Durbin-Watson stat	1.993456			

Modell 5 SARIMAX(3,1,3)(2,0,2)₇ Precipitation, drybulb, sysload, windspeed

Dependent Variable: D(SYS)
 Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
 Date: 04/12/18 Time: 14:47
 Sample: 1/02/2013 12/31/2016
 Included observations: 1460
 Convergence achieved after 178 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRECIPITATION	-0.328114	0.119457	-2.746714	0.0061
DRYBULB	0.041236	0.049612	0.831169	0.4060
SYSLOAD	5.89E-07	1.51E-06	0.391202	0.6957
WINDSPEED	-0.107318	0.337595	-0.317891	0.7506
AR(1)	0.648064	0.030304	21.38541	0.0000
AR(2)	-0.796773	0.034548	-23.06269	0.0000
AR(3)	0.704107	0.021815	32.27643	0.0000
SAR(7)	1.593933	0.002627	606.7844	0.0000
SAR(14)	-0.593933	0.001068	-556.1018	0.0000
MA(1)	-0.875247	0.028788	-30.40324	0.0000
MA(2)	0.855393	0.038261	22.35659	0.0000
MA(3)	-0.889654	0.026107	-34.07669	0.0000
SMA(7)	-1.493979	0.000879	-1700.389	0.0000
SMA(14)	0.494157	0.000562	879.1277	0.0000
SIGMASQ	528.1776	8.400029	62.87807	0.0000
R-squared	0.343546	Mean dependent var	0.007021	
Adjusted R-squared	0.337186	S.D. dependent var	28.37505	
S.E. of regression	23.10109	Akaike info criterion	9.146079	
Sum squared resid	771139.3	Schwarz criterion	9.200389	
Log likelihood	-6661.638	Hannan-Quinn criter.	9.166339	
Durbin-Watson stat	2.003831			

Modell 6 SARIMAX(3,1,3)(2,0,2)₇ Precipitation

Dependent Variable: D(SYS)
 Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)
 Date: 04/12/18 Time: 16:49
 Sample: 1/02/2013 12/31/2016
 Included observations: 1460
 Convergence achieved after 151 iterations
 Coefficient covariance computed using outer product of gradients

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
PRECIPITATION	-0.319504	0.107625	-2.968671	0.0030
AR(1)	0.633718	0.029895	21.19833	0.0000
AR(2)	-0.800961	0.034195	-23.42339	0.0000
AR(3)	0.690599	0.021147	32.65643	0.0000
SAR(7)	1.598583	0.001402	1140.505	0.0000
SAR(14)	-0.598583	0.000612	-978.8380	0.0000
MA(1)	-0.863371	0.028292	-30.51692	0.0000
MA(2)	0.858155	0.037748	22.73371	0.0000
MA(3)	-0.879191	0.025300	-34.74996	0.0000
SMA(7)	-1.501510	0.000207	-7264.470	0.0000
SMA(14)	0.501718	0.000259	1937.179	0.0000
SIGMASQ	528.4513	8.111730	65.14656	0.0000
R-squared	0.343206	Mean dependent var		0.007021
Adjusted R-squared	0.338216	S.D. dependent var		28.37505
S.E. of regression	23.08313	Akaike info criterion		9.142652
Sum squared resid	771538.9	Schwarz criterion		9.186100
Log likelihood	-6662.136	Hannan-Quinn criter.		9.158860
Durbin-Watson stat	1.997414			

Model 7 SARIMAX (4,1,3)(1,0,1) d(sysload), d(sysload(-1)), windspeed, windspeed(-1), drybulb drybulb(-1), precipitation

Dependent Variable: D(SYS)

Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)

Date: 04/18/18 Time: 16:38

Sample: 1/03/2013 12/31/2016

Included observations: 1459

Convergence achieved after 57 iterations

Coefficient covariance computed using outer product of gradients

d.f. adjustment for standard errors & covariance

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
D(SYSLOAD)	0.000305	1.63E-05	18.65163	0.0000
D(SYSLOAD(-1))	1.35E-05	1.52E-05	0.886394	0.3756
WINDSPEED	-3.115480	0.603475	-5.162568	0.0000
WINDSPEED(-1)	3.325206	0.602525	5.518788	0.0000
DRYBULB	-0.403031	0.316090	-1.275051	0.2025
DRYBULB(-1)	0.418094	0.310985	1.344419	0.1790
PRECIPITATION	-0.323177	0.111971	-2.886252	0.0040
AR(1)	-0.136304	0.118499	-1.150260	0.2502
AR(2)	-0.259397	0.088150	-2.942671	0.0033
AR(3)	0.532921	0.045511	11.70977	0.0000
AR(4)	0.070258	0.027868	2.521080	0.0118
SAR(7)	0.641549	0.084418	7.599655	0.0000
MA(1)	-0.242588	0.117520	-2.064231	0.0392
MA(2)	0.076693	0.118150	0.649115	0.5164
MA(3)	-0.643925	0.068877	-9.348895	0.0000
SMA(7)	-0.487527	0.094103	-5.180767	0.0000
SIGMASQ	415.4084	5.831247	71.23834	0.0000
R-squared	0.483477	Mean dependent var	-0.017848	
Adjusted R-squared	0.477746	S.D. dependent var	28.36885	
S.E. of regression	20.50136	Akaike info criterion	8.890928	
Sum squared resid	606080.8	Schwarz criterion	8.952513	
Log likelihood	-6468.932	Hannan-Quinn criter.	8.913902	
Durbin-Watson stat	1.997601			



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway