



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

**Masteroppgave 2018 30 stp**

Fakultet for realfag og teknologi  
Jon Glenn Gjevestad

## **Prestasjonsanalyse i alpint ved bruk av GNSS og IMU**

Performance analysis in alpine skiing using GNSS  
and IMU

**Jon Eskild Mostue Sæther**

Geomatikk



# Sammendrag

Idrett i dag er forbundet med mye prestisje i tillegg til økonomiske gevinster. Alpint er en idrett der tideler og hundredeler skiller seier fra nederlag. I jakten på å knappe inn disse marginene har man gått vitenskapelige til verks for å finne ut hva mer enn tiden som skiller en seier fra en 4. plass. GNSS(Global Navigation Satellite Systems) har i flere år blitt brukt for å detektere blant annet alpinistenes sporvalg. For å få tilstrekkelig punkttetthet har høyrate GNSS-målinger på opptil 50 Hz blitt testet. Det har vist seg at disse målingene og tilhørende feil blir veldig korrelerte i tid. En INS-løsning (*Inertial Navigation System*) med kombinert GNSS og IMU (*Inertial Measurement Unit*) har videre blitt undersøkt. Da kan man utnytte GNSS sin høye absolutte nøyaktighet og langtidsstabilitet mot IMU'ens høye relative nøyaktighet over korte perioder. Med en målerate på 200 Hz vil man kunne få posisjon og hastighet jevnt fordelt i alpintraseen med ca. 20 cm mellomrom.

Med utgangspunkt i datasett samlet inn sommeren 2016 og 2017, testes ulike sensorer til bruk innen idrettsformål: For datasettet fra Juvassbreen 2016 ble en Applanix APX15-IMU brukt, mens en SBG Ellipse-D ble brukt til feltarbeidet i Ås 2017.

Resultatene peker i retning av at et oppsett med to GNSS-antenner som kan måle til GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou sammen med en IMU vil gi de beste resultatene. IMU'en ser ut til å opprettholde kvaliteten på posisjon og hastighet i kortere perioder uten GNSS-dekning. En alpinomgang inneholder mye krevende dynamikk og instrumentene må være laget for å kunne fungere og måle under disse ganske ekstreme forholdene, det være seg brå svinger eller slag og støt. Det er helt avgjørende at sensorene er initialisert og at deres posisjon i forhold til hverandre er godt bestemt før datainnsamlingen starter.





# Abstract

Today sport is associated with a lot of prestige in addition to economic income. In alpine skiing, as with many other sports, the difference between winning and loosing is a matter of tenths and hundredths of a second. In search of marginal gains a scientific approach is often done to leave no stone unturned. GNSS (Global Navigation Satellite Systems) has in several years been used to detect the trajectories of some runs. To achieve the sufficient point density, high rate GNSS measurements up to 50 Hz have been tested. This level of rate leads to rather correlated measurements and errors. An INS solution with GNSS and IMU have been further studied. GNSS provides high accuracy and long time stability while IMU achieves high quality during short periods of time. A sample rate of 200 Hz will attain evenly distributed positions and velocities approximately every twentieth cm in the downhill course.

With base in datasets gathered the summer of 2016 and 2017, different sensors are tested in sport applications. An Applanix APX15-IMU was used for the data collected at Juvassbreen 2016. The fieldwork in Ås municipality summer 2017 was done with a SBG Ellipse-D unit.

The tests reveals that using a dual-antenna set-up with the possibility of receiving signals from GPS, GLONASS, Galileo and BeiDou provides the best results. The IMU maintains position and velocity precision in short periods of GNSS outage. During an alpine run the sensors will experience a lot of movements, shocks and rapid changes in velocity and attitude. The instruments needs to function under these extreme conditions. Sufficient initialization and alignment is crucial to exploit the sensors full capacity.



# Forord

Masteroppgaven representerer avslutningen av utdannelsen og de siste 30 studiepoengene som gjør at man når den magiske 300-poengsgrensen. 36 eksamener er gjennomført og enda flere forelesningstimer har bygget opp til dette siste arbeidet som skal vise studentenes evne til å planlegge og gjennomføre et selvstendig prosjekt. En masteroppgave er en krevende øvelse der man blir kastet ut på dypt vann. Det kommer gode og dårlige studiedager og det kan ofte hende man ikke ser resultater av arbeidet før en måned senere. Likevel er det mye læring i å sakte, men sikkert jobbe seg fram til et sluttprodukt man kan stå inne for.

Jeg vil takke min hovedveileder, professor Jon Glenn Gjevestad, for stødig veiledning i løpet av arbeidet med masteren. Jeg vil også takke biveileder Mathias Gilgien ved Norges Idretthøyskole for å få lov til å delta på dette spennende prosjektet. Det å være med på feltarbeidet ga en ekstra forståelse og innsikt i oppgaven enn om man bare skulle mottatt rådata fra en minnepenn. Det er viktig å få en påminnelse om hvor krevende feltarbeid er og at det er helt avgjørende med gode rådata for å komme fram til riktige konklusjoner. En stor takk sendes til Narve S. Kjørsvik for uvurderlig hjelp med programvaren TerraPos. Takk også til Håkon Støen Gussiås for lån av fotografier og bistand under feltarbeid.

Avslutningsvis vil jeg også benytte anledningen til å takke resten av professorer og pedagogisk personale ved Geomatikkseksjonen for fem svært lærerike år. Takk til alle medstudenter og venner som har bidratt til at man kan se tilbake på disse fem årene med glede. Helt til slutt vil jeg også takke familie som alltid er støttende og stiller opp når det trengs.

Jon Eskild Mostue Sæther, Mai 2018.



# Innhold

<b>1</b>	<b>Introduksjon</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Navigasjonssystemer</b>	<b>4</b>
2.1	GNSS . . . . .	4
2.1.1	Kodemåling . . . . .	5
2.1.2	Fasemåling . . . . .	6
2.1.3	Differensiell GNSS . . . . .	7
2.1.4	Bestemmelse av heltallsløsningen . . . . .	8
2.1.5	Feilkilder . . . . .	9
2.2	Referansesystemer . . . . .	13
2.2.1	Intertialsystem . . . . .	13
2.2.2	ECEF-system . . . . .	14
2.2.3	Lokalt toposentrisk system . . . . .	14
2.2.4	Skrogramme . . . . .	15
2.2.5	Instrumentramme . . . . .	16
2.2.6	Rotasjonsmatriser . . . . .	16
2.3	Treghetsnavigasjon . . . . .	16
2.3.1	Feilkilder . . . . .	17
2.3.2	Montering . . . . .	18
2.3.3	Dataprosessering . . . . .	19
2.4	Kalmanfilter . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Feltarbeid og metode</b>	<b>24</b>
3.1	Alpin-applikasjonen til NSF . . . . .	24
3.2	Feltarbeid . . . . .	25
3.2.1	Sørås 1 og 2 . . . . .	26
3.2.2	NMBU 2017 . . . . .	27
3.2.3	Juvass 2016 . . . . .	28
3.3	Utstyr . . . . .	29
3.3.1	Terrapos . . . . .	30
3.4	Metode . . . . .	31
3.5	Kvalitetsmål . . . . .	31

<b>4</b>	<b>Resultater</b>	<b>33</b>
4.1	Sørås 1 og 2 . . . . .	33
4.1.1	Sørås 1 . . . . .	33
4.1.2	Sørås 2 . . . . .	38
4.2	NMBU 2017 . . . . .	40
4.3	Juvass 2016 . . . . .	44
4.3.1	Bidrag fra Galileo . . . . .	45
4.3.2	Bortfall av GNSS-observasjoner . . . . .	50
4.3.3	Videre utforskning av datasett . . . . .	54
4.4	Akselerometersignaturer i frekvensdomenet . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Analyse og diskusjon</b>	<b>61</b>
5.1	En antenne vs to-antenneoppsett . . . . .	61
5.2	Bidrag fra Galileo . . . . .	64
5.3	Bortfall av GNSS . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>70</b>
6.1	Veien videre . . . . .	71

# Figurer

2.1	Fasemålinger ([1] Hofmann-Wellenhof, s.108)	7
2.2	Differensiell GNSS ([1] Hofmann-Wellenhof s.170)	7
2.3	Ionosfæren ([1] Hofmann-Wellenhof s.121]	10
2.4	Troposfæren ([1] Hofmann-Wellenhof, s.130)	11
2.5	Flerveisinterferens ([1] Hofmann-Wellenhof, s.155)	12
2.6	Oversikt over de ulike antennerreferansene. ([1]Hofmann-Wellenhof, s.148)	13
2.7	Intertialsystem ([10] Farrel, s.23)	13
2.8	Jordsentrisk fast koordinatsystem ([10] Farrel, s.23)	14
2.9	Lokalt toposentrisk system ([10] Farrel, s.25)	15
2.10	Skrogramme ([10] Farrel, s.26)	15
2.11	Oversikt over ulike graderinger av IMU ([16] Vectornav)	17
2.12	Grafisk fremstilling av typer feil ([15] NovAtel)	18
2.13	Løs kobling ([19]Falco et. al, 2017)	19
2.14	Tett kobling ([19]Falco et. al, 2017)	20
2.15	Kalmanfilter-flytdiagram ([12] Kjørsvik, s.9)	21
3.1	Konseptuell skisee av oppsett på bil	26
3.2	Sørås 1 (Open streetmap)	26
3.3	Sørås 2(Open streetmap)	27
3.4	Ryggsekkoppsett 2 (foto Håkon Gussiås)	28
3.5	NMBU 2017 (Open streetmap)	28
3.6	Ryggsekkoppsett 1 (foto Håkon Gussiås)	29
3.7	Juvass 2016 (Open streetmap)	29
4.1	Standardavvik posisjon for de ulike oppsettene	34
4.2	Standardavvik hastighet for de ulike oppsettene	34
4.3	Standardavvik orienteringsvinkler	35
4.4	Standardavvik for de ulike parameterne.	36
4.5	Utsnitt av datasett	37
4.6	Ytre pålitelighet	38
4.7	Standardavvik posisjon	38
4.8	Standardavvik hastighet	39
4.9	Standardavvik orienteringsvinkler	39

4.10	Standardavvik posisjon . . . . .	40
4.11	Standardavvik hastighet . . . . .	41
4.12	Standardavvik orienteringsvinkler . . . . .	41
4.13	Standardavvik ulike parametre for to GNSS-antenner . . . . .	42
4.14	Standardavvik ulike parametre for èn GNSS-antenne . . . . .	43
4.15	Utsnitt av datasett med èn antenne . . . . .	43
4.16	Ytre pålitelighet med èn og to antenner . . . . .	44
4.17	Standardavvik posisjon . . . . .	45
4.18	Standardavvik hastighet . . . . .	46
4.19	Antall satellitter og PDOP-verdier . . . . .	46
4.20	Standardavvik for ulike parametre . . . . .	47
4.21	Resultater nedfart 2 . . . . .	48
4.22	Antall satellitter og PDOP-verdier nedfart 2 . . . . .	48
4.23	Resultater nedfart 11 . . . . .	49
4.24	Antall satellitter og PDOP-verdier nedfart 11 . . . . .	49
4.25	Standardavvik posisjon. De skraverte områdene tilsvarer tidspunkt uten GNSS . . . . .	50
4.26	Standardavvik hastighet . . . . .	51
4.27	Resultater nedfart 2 . . . . .	52
4.28	Resultater nedfart 4 . . . . .	53
4.29	Pålitelighetsmål for Juvass 2016 (De skraverte områdene tilsvarer nedfartene) . . . . .	53
4.30	Oversikt over parametre for heistur og nedfart 1 . . . . .	54
4.31	Diverse parametre for nedfart 1 . . . . .	55
4.32	Nedfart 4 . . . . .	55
4.33	Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomenet . . . . .	56
4.34	Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomene . . . . .	57
4.35	Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomene . . . . .	58
4.36	Akselerasjonskomponenter og frekvensdomene for èn nedfart . . . . .	58
4.37	Til venstre: Akselerasjon og frekvensdomenet etter lavpassfiltrering . . . . .	59
4.38	Akselerasjon og frekvensdomenet etter lavpassfiltrering . . . . .	60
5.1	Sørås 1: Heading med èn og to antenner . . . . .	61
5.2	NMBU 2017: Heading med èn og to antenner . . . . .	62
5.3	Juvass 2016: Heading med èn antenne . . . . .	62
5.4	Feilforplantning i bestemmelse av heading . . . . .	63
5.5	Geografisk plott over alle tilgjengelige satellitter . . . . .	65
5.6	Geografisk plott over Galileosatellittene . . . . .	65
5.7	Sørås 2: Standardavvik orientering. . . . .	67
5.8	Togundergangen i Lauberhorntraseen. Bilde lastet ned fra: <a href="http://www.lauberhorn.ch/en/Renn">http://www.lauberhorn.ch/en/Renn</a>	
6.1	Foto: Håkon Gussiås . . . . .	72



# Tabeller

2.1	Tabell hentet fra ([1] Hofmann-Wellenhof s.109) . . . . .	9
3.1	Datsett, oppsett og sensorer . . . . .	25
3.2	Ytelsesparametre . . . . .	30
3.3	Forventet nøyaktighet( <b>PPK</b> : Post Processing Kinematic Solution) Parameterne er hentet fra SBG Manual og fra leverandørens hjemmeside: <i>applanix.com/downloads/products/specs/APX15</i> . . . . .	30
3.4	Forsøksdesign . . . . .	31



# Kapittel 1

## Introduksjon

### Bakgrunn

I alpint handler det om å kjøre fortest fra start til mål i en fastsatt løype gjennom et antall porter i terreng med vekslende helningsgrad. Det er en marginal idrett der små feil kan skille seier fra fiasko. I mange tilfeller kan det være vanskelig for utøver og støtteapparat å diagnostisere omgangen for å finne ut hvorfor man taper eller vinner tid. Noen ganger kan tapt tid knyttes til en helt konkret skrens eller feil sving, mens andre ganger taper utøveren på uforklarlig vis tid jevnt og trutt. Det kan være feil valg av ski eller at sporvalget til alpinisten rett og slett ikke er det raskeste. Sport er i dag forbundet med prestisje og ære i tillegg til den rent økonomiske markedsværdien. Vinnerne hedres og blir nærmest dyrket som helter i sine hjemland. Ønsket om å vinne har ført til søken etter metoder som bedrer sjansene. I alpint har man derfor gått vitenskapelig til verks for å utarbeide verktøy som øker sjansene for at man er tidelen foran, istedenfor etter, når man krysser målstreken.

### Tidligere arbeid

Video har blitt brukt mye som analyseverktøy i alpint. Helt tilbake til tusenårsskiftet kunne man som tv-seer se omgangen til to alpinister lagt oppå hverandre. På denne måten fikk man et visuelt inntrykk av hvordan de kjørte innbyrdes. Utover dette ga det ingen informasjon om hastighet, hvilke krefter som virker eller hvorfor utøverne tapte tid. I følge ([2] Gilgien, M. 2014) fantes det ikke et fullgodt system for datafangst av bevegelse på ski som var validert. Video-basert fotogrammetri har i studier blitt undersøkt som mulig analyseverktøy([3] Spörri, J, Kröll J et al.). Her ble ulike størrelser som svingradius, inngangsfart i sving og endring i energi brukt for å forklare tidsdifferansene. Dette har høy grad av nøyaktighet, men er krevende å prosessere i tillegg til at det er praktisk vanskelig å få gode bilder fra ulike vinkler gjennom hele traseen.

Med den teknologiske utviklingen og økte tilgjengeligheten av posisjonstjenester som GNSS, har dette vært et naturlig utgangspunkt for nye metoder ([4] Aughey, J.R. 2011). Fordelen med dette verktøyet er at rådataene fra GNSS gir alpinistens posisjon og hastighet direkte. Flere studier med ulik målerate, etterprosessering og satellittsystemer er utført. Forskningen har vært spredd rundt blant mindre miljøer og gjerne i samarbeid med nasjonale skiforbund. Studiene har også hatt litt forskjellig formål med bruken av GNSS: ([5] Lachapelle G, et al. 2006) forsket tilbake i 2006 på bruk av satellittnavigasjon til å kunne detektere blant annet valg av spor og svinger. ([7] Supej, Holmberg. 2011) vurderte GNSS som et tidtakerverktøy under kjøringen istedenfor fotoceller. I tillegg til dette undersøkte ([2] Gilgien M. 2014) blant annet hvordan man kan bruke GNSS til å avlede hvilke krefter som virker på utøverne. Dette er særlig interessant med tanke på belastning og skadeforebygging hos utøverne. ([9] Gussiås H. 2017) undersøkte videre bruken av høyrate GNSS-mottakere (50 Hz). Studiene viser at målingene blir veldig korrelerte i tid i tillegg til å ikke fange opp de høyfrekvente delene av det målte signalet. Rent praktisk har det også medført problemer med lagringskapasiteten og at mottakerne måtte byttes flere ganger i løpet av en trening.

Selv om GNSS gir tilnærmet kontinuerlig posisjon og hastighet kunne man tenke seg å få ut enda mer informasjon. En IMU (Inertial Measurement Unit) kan måle endringer i hastighet, rotasjon og orientering med veldig høy rate og kan dermed gi enda bedre grunnlag for analyse. Kombinasjonen GPS og low cost MEMS-IMU har blitt undersøkt av ([13] Waegli A, Skaloud J. 2007). ([8] Supej M. 2011) testet ut flerfrekvent GNSS og ulike treghetssensorer festet på en fartstrikot. Videre ville det vært interessant å se på bruk av flere GNSS-antenner i en integrert løsning med IMU for å bruke dette som en støttesensor til retningsbestemmelse, samt inkludere alle tilgjengelige GNSS.

## Problemstilling

Oppgaven ønsker å nærmere undersøke bruken av integrert IMU og GNSS til å kunne analysere en alpinomgang. Med utgangspunkt i rådata samlet inn sommeren 2016 og 2017, vil følgende momenter bli forsøkt belyst:

- Hva er effekten av å ha en ekstra GNSS-antenne for bestemmelse av heading?
- Hvordan bidrar Galileo i en løsning med GPS, GLONASS og BeiDou?
- Hvordan fungerer sensoren i perioder uten GNSS-dekning?

# Kapittel 2

## Navigasjonssystemer

### 2.1 GNSS

Global Navigation Satellite Systems (GNSS) er en samlebetegnelse på satellittbasert stedfesting. Systemet går ut på å bestemme posisjonen til en mottaker ved å måle avstanden til satellittene. Ved å kjenne posisjonen til satellittene kan man med hjelp av triangulering bestemme koordinatene til mottakeren. Selv om GPS (Global Positioning System) er det klart mest kjente og brukte, finnes det også andre GNSS: Det russiske GLONASS, det kinesiske Beidou og det europeiske Galileo. De tre første var i utgangspunktet militære system, mens Galileo er sivil og utviklet i samarbeid mellom EU og ESA. Idag er alle systemene tilgjengelig også for sivile brukere.

GPS sender ut signaler på flere bølgelengder der L1 og L2 er de vanligste frekvensene. L1 har en frekvens på 1575.42MHz, mens L2 har en frekvens på 1227.60MHz ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 327). Disse bærebølgene er påmodulert en PRN-kode (*Pseudo Random Noise*) som er unik for hver satellitt. Dette er en kodesekvens av 1 og 0 som gjør at mottakeren kan identifisere hver enkelt satellitt. Denne måten å skille satellittene fra hverandre omtales som CDMA: *Code Division Multiple Access*. Galileo og BeiDou separerer også signalene ved hjelp av CDMA. GLONASS sender istedet ut signaler med ulik frekvens som identifikasjon. Dette kalles FDMA: *Frequency Division Multiple Access*. De to vanligste kodesignalene for GPS er C/A-koden (*coarse/acquisition*) og P-koden (*Precise*). C/A-koden er sivil, mens P-koden historisk har vært kryptert.

Med flere globale system som gradvis får fulltallig konstellasjon vil det på sikt bli mulig å måle til nærmere 100 ulike satellitter. Systemene sender også signaler på enda flere bølgelengder: Galileo sender ut på E1 (1576.420 MHz), E5(1191.795MHz) og E6(1278.750MHz), mens BeiDou sender B1(1561.098MHz), B2(1207.12MHz) og B3(1268.52MHz). Bærebølgene dekker et bredere bånd i det elektromagnetiske spekteret noe som kan gi mulighet for flere observasjonsstørrelser og lineære kombina-

sjoner. Selv om systemene likner hverandre i design og struktur har alle systemene egne referansesystem og tidssystem. For å kunne brukes i en kombinert løsning må derfor alle koordinater og tidspunkt transformeres til et felles referansesystem. Individuelle referansesystem er likevel valgt for å unngå at alle slutter å virke samtidig hvis fundamentale feil inntreffer. I tillegg vil også regionale støttesystemer som EGNOS (*European Geostationary Navigation Overlay Service*) og WAAS (*Wide Area Augmentation System*) bidra til å styrke nøyaktigheten på posisjonstjenestene.

### 2.1.1 Kodemåling

Observasjonslikningene for en kodemåling er i sin enkleste form ([1] Hofmann-Wellenhof. Kap 5, s.105):

$$t_r - t^s = [t_r + \delta_r] - [t^s + \delta^s] = \Delta t + \Delta \delta. \quad (2.1)$$

Rent konseptuelt leser man av tidspunktene for når signalet forlot satellitten,  $t^s$ , og når det ankom mottakeren  $t_r$ . I tillegg må man innføre en klokkebias  $\Delta \delta$  fordi de forskjellige klokkene ikke går synkront. Tidsforskjellene blir overført til avstander ved å multiplisere med lyshastigheten:

$$R = c[t_r - t^s] = c\Delta t + c\Delta \delta = \rho + c\Delta \delta \quad (2.2)$$

Man omtaler gjerne avstanden  $R$  som en pseudorange: *En observasjon som inneholder klokkefeil*. Observasjonslikningen trengs å utvides med flere ledd ([14] Øvstedal, O):

$$R_i^j(t) = \rho_i^j(t) + c\Delta t_i^j(t) + \Delta R_i^j(t)_{Iono} + \Delta R_i^j(t)_{Trop} + c\Delta T_i^j(t)_{Rel} + v_i^j(t). \quad (2.3)$$

Der

- $R_i^j(t)$  er den målte kodeobservasjonen.
- $c$  er lyshastigheten.
- $\Delta t_i^j(t)$  er differansen mellom mottakerklokka og satellittklokka.

Vi kjenner igjen disse leddene fra likningen over. I tillegg innføres en rekke korreksjonsledd:

- $\Delta R_i^j(t)_{Iono}$  og  $\Delta R_i^j(t)_{Trop}$  er korreksjon for signalets forsinkelse gjennom ionosfæren og troposfæren.
- $\Delta T_i^j(t)_{Rel}$  er en korreksjon for relativistiske effekter.
- $v_i^j(t)$  er de gjenværende feilene som ikke fanges opp av de andre leddene.

Kodemålinger gir ikke de mest nøyaktige resultatene. Dette kommer av at korrelatoren som sammenligner det mottatte signalet og et duplikat har en begrensning. En tommelfingerregel er at den klarer å bestemme avstanden med en nøyaktighet på 1 prosent av bølgelengden til signalet. C/A-koden har en bølgelengde/chip-lengde på ca. 300 meter, noe som gir en målenøyaktighet på ca. 3 meter ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 106). P-koden har en effektiv bølgelengde på 30 meter og en målenøyaktighet på 0.3 m. For mer nøyaktige målinger må man istedet måle på fasen til signalet.

Disse har adskillig kortere bølgelengde noe som medfører at målenøyaktigheten til pseudorange øker, men til gjengjeld oppstår det et problem: Fasemålingene er flertydige og N antall hele bølgelengder mellom satellitt og mottaker må bestemmes rett for å kunne utnytte potensialet til fasemålingene.

### 2.1.2 Fasemåling

Observasjonslikningen for fasemålinger ([1] Hofmann-Wellenhof, s.107):

$$\Phi = \frac{1}{\lambda}\rho + \frac{c}{\lambda}\Delta\delta + N. \quad (2.4)$$

Likningen uttrykker her fasevinkelen  $\Phi$  (som beskriver faseforskyvningen i forhold til nullpunktet) i enhet sykler, men kan lett konverteres til enhet avstand ved å multiplisere med bølgelengden.  $\rho$  er den geometriske avstanden,  $\lambda$  er bølgelengden og  $c$  er lyshastigheten. Selv om flertydigheten  $N$  er vanskelig å bestemme, trengs den kun å regnes ut en gang hvis man har målt uten fasebrudd. Etterhvert som satellitten beveger seg er det kun fasevinkelen  $\Delta\phi_i$  som endrer seg og det er denne verdien man finner som observasjonsstørrelse i en Rinex observasjonsfil.

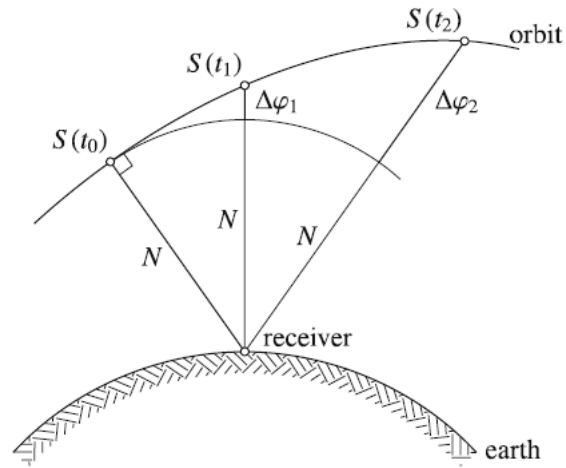


Fig. 5.1. Geometrical interpretation of phase range

Figur 2.1: Fasemålinger ([1] Hofmann-Wellenhof, s.108)

### 2.1.3 Differensiell GNSS

I mange tilfeller vil det å kunne måle med flere mottakere samtidig, øke nøyaktigheten. Hvis man måler med en mottaker over et kjent punkt (basestasjon) kan man sammenligne den målte posisjonen med den sanne verdien. Ved å måle med en annen mottaker (rover) over et ukjent punkt antar man samme at de samme feilene virker inn på målingene. Ettersom man differensierer målingene kalles denne metoden for differensiell GNSS (dGNSS)

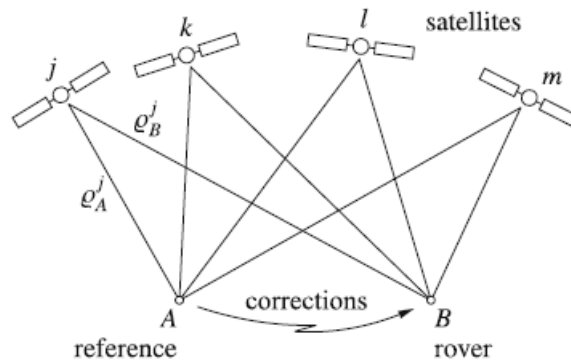


Fig. 6.1. Basic concept of differential positioning

Figur 2.2: Differensiell GNSS ([1] Hofmann-Wellenhof s.170)



Kodemålingen til basestasjon A kan settes opp på følgende måte ([1] Hoffman-Wellenhof s.170):

$$R_A^s = \rho_A^s + \Delta\rho_A^s + \Delta\rho^s + \Delta\rho_A, \quad (2.5)$$

der

- $\rho_A^s$  er den geometriske avstanden mellom satellitt  $s$  og mottaker  $A$ .
- $\Delta\rho_A^s$  beskriver avstandsfeil som følge av banefeil eller Ionosfære/troposfæreforsinkelser
- $\Delta\rho^s$  er avstandsfeil som skyldes feil i satellittklokka.
- $\Delta\rho_A$  er mottakerrelaterte feil som mottakerklokkefeil og flerveisinterferens.

Videre kan man sammenligne den målte avstanden med den geometriske avstanden. Dette kan omtales som *Pseudorange correction* ( $PRC^s$ ) for satellitt  $s$  ved tidspunkt  $t_0$ :

$$PRC^s(t_0) = \rho_A^s(t_0) - R_A^s(t_0) = -\Delta\rho_A^s(t_0) - \Delta\rho^s(t_0) - \Delta\rho_A(t_0). \quad (2.6)$$

Ettersom PRC relaterer seg til tidspunkt  $t_0$  innfører man også den tidsderiverte av PRC: *Range Rate correction* ( $RRC^s$ ). PRC og RRC overføres fra basestasjonen i A til roveren B i sanntid via et modem. Siden man gjerne måler over et lenger tidsintervall blir det endelige uttrykket:

$$PRC^s(t) = PRC^s(t_0) + RRC^s(t - t_0). \quad (2.7)$$

Observasjonslikningen for roveren i B blir nesten lik som for A i likning 2.5:

$$R_B^s = \rho_B^s + \Delta\rho_B^s + \Delta\rho^s + \Delta\rho_B, \quad (2.8)$$

og tilslutt kan denne avstanden korrigeres med likning 2.7:

$$R_B^s(t)_{corr} = R_B^s(t) + PRC^s(t). \quad (2.9)$$

For fasemålinger blir utledningen analog sett bortifra at man innfører flertydigheten.

### 2.1.4 Bestemmelse av heltallsløsningen

Bestemmelse av heltallsløsningen er helt sentral for å oppnå potensialet til fasemålingene. Vi kaller denne løsningen for *fix-løsning*. Ifølge ([1] Hoffmann-Wellenhof, s.172) vil en fasemåling i mottaker B korrigert fra basestasjon A bli:

$$\lambda^s \Phi_B^s(t)_{corr} = \rho_B^s(t) + \Delta\rho_{AB}(t) + \lambda^s N_{AB}^s \quad (2.10)$$

I en enkeltifferanse der to mottakere måler til samme satellitt samtidig vil effekten av satellittklokkefeil elimineres. Den gjenværende klokkefeilen til mottakeren vil forhinde

at flertydigheten er et heltall. Ved å differensiere observasjoner mellom to mottakere og de to samme satellittene vil effekten av mottakerens klokkefeil elimineres. Selv om flertydigheten er redusert til et heltall er det ikke trivielt å bestemme denne. For måling fra mottaker A og B til satellitt j og k vil en dobbeltdifferanse resultere i:

$$\lambda\Phi_{AB}^{jk}(t) = \rho_{AB}^{jk}(t) + \lambda N_{AB}^{jk} \quad (2.11)$$

Vi ser at de enkeltdifferensierte mottakerklokkebiasene  $\Delta\rho_{AB}(t)$  forsvinner. Fremgangsmåten for å bestemme den dobbeltdifferensierte flertydigheten  $N_{AB}^{jk}$  består av tre trinn. Det første steget går ut på å finne potensielle kandidater til heltallsløsningen. Kandidatene kan velges utifra kodemålinger eller kombinasjoner av kode- og fasemåling hvor flertydighetene estimeres som flyttall. Størrelsen på søkeområdet må være stort nok til at det inneholder det rette heltallet, men samtidig avgrenset nok til at prosesseringstiden ikke blir for stor. Neste steg går ut på å finne den kombinasjonen heltall som gir den laveste feilkvadratsummen, da man antar at dette vil være den beste tilpasningen. Selv om en løsning gir den laveste feilkvadratsummen kan det skje at dette ikke er den riktige løsningen. En viktig presisering er at det ikke er bare ett heltall, men en kombinasjon av flere heltall. Ved måling til 6 ulike satellitter vil antallet heltall som skal bestemmes bli 5. Hvis man har målt til seks satellitter med en usikkerhet på 3 bølgelengder vil antallet kombinasjoner for flertydighetene være  $3^5 = 243$  kombinasjoner. For å sikre seg mot feil fix-løsning er observasjonstid et viktig moment. Ved å øke observasjonstiden tilføres systemet flere observasjoner og overbestemmelser i tillegg til at geometrien styrkes. Noen ganger vil man heller ikke oppnå en fix-løsning og det vil være avgjørende at man har målt i lang nok tid, slik at flyttallsløsningen vil konvergere så nært heltallsløsningen som mulig ([1] Hofmann Wellenhof kap. 7.2).

### 2.1.5 Feilkilder

De ulike feilkildene innen GNSS deles gjerne inn i tre forskjellige kategorier.

Kilde	Feil
Satellitt	Klokkefeil Banefeil
Signal	Ionosfæreforsinkelse Troposfæreforsinkelse
Mottakerfeil	Antenne-fasesenter Mottakerklokkefeil Flerveisinterferens

Tabell 2.1: Tabell hentet fra ([1] Hofmann-Wellenhof s.109)

### Satellittrelaterte feil

Satellittene beveger seg i baner ca. 20 000 km over jordas overflate. Banene kan beskrives ved hjelp av ulike parametre som kalles Keplerelementer. Disse angir blant annet banens store halvakse, inklinasjonsvinkel og oppadstigende node. I banen utsettes satellittene for krefter som gjør at de avviker fra sin antatte eller teoretiske bane. Eksempler på dette er varierende tyngdekrefter, atmosfæretrykk og stråling fra sola. Satellittkoordinatene som sendes i satellittens navigasjonsmelding tar ikke høyde for perturbasjoner og følgelig vil kvaliteten på mottakerens posisjon også forringes av dette. IGS (*International GNSS Service for Geodynamics*) har permanente bakkestasjoner som kontinuerlig overvåker satellittenes baner og forbedrede efemerider/satellittkoordinater kan lastes ned fra IGS. I tillegg beregner også IGS presise klokkekorreksjoner ettersom klokkene utsettes for de samme kreftene og opplever drift.

### Atmosfærens påvirkning på signalets forplantning

På vei fra satellitten beveger signalene seg gjennom ionosfæren og troposfæren. Disse påvirker de elektromagnetiske bølgene ulikt. Ionosfæren består av frie elektroner og er et frekvensavhengig (dispersivt) medium, noe som vil si at kode og fase påvirkes ulikt. Ionosfæren består av flere lag og strekker seg fra ca 50-1000 km over jordens overflate ([1] Hofmann-Wellenhof s.121).

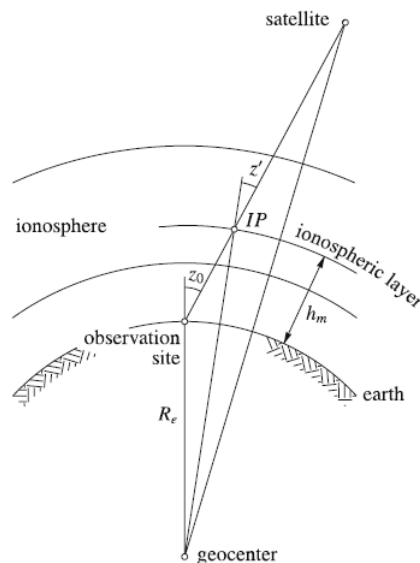


Fig. 5.3. Geometry for the ionospheric path delay

Figur 2.3: Ionosfæren ([1] Hofmann-Wellenhof s.121]

Det er forskjellig måter å korrigere for ionosfæreforsinkelse: Ved enfrekvente målinger brukes ionosfæremodeller med koeffisienter som overføres via navigasjonsmeldingen (f.eks Klobuchar-modellen). Ettersom ionosfæren er frekvensavhengig kan man ved å måle på flere frekvenser danne lineære kombinasjoner av signalene og eliminere effekten av ionosfæren.

Troposfæren er den nederste delen av atmosfæren og er nøytral. Det er vanlig å dele inn i den tørre og våte troposfæren. Den største forsinkelsen skjer i den tørre delen, men det er mest usikkerhet knyttet til den våte delen.

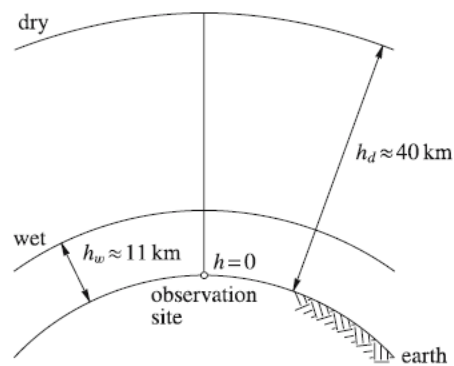


Fig. 5.4. Thickness of polytropic layers for the troposphere

Figur 2.4: Troposfæren ([1] Hofmann-Wellenhof, s.130)

Troposfæren er ikke frekvensavhengig (ikke-dispersivt) og det er derfor ikke mulig å eliminere effekten på samme måte som ionosfæreforsinkelsen. Forsinkelsen korrigeres ved hjelp av ulike modeller som er blant annet er avhengig av meteorologiske forhold og signalets innfallsvinkel.

### Mottakerrelaterte feil

Multipath eller flerveisinterferens betyr at GNSS-antenna mottar signaler som ikke kommer direkte fra satellitten. Disse signalene kan være reflektert fra bakken eller omkringliggende objekter som trær eller bygninger. Når radiobølgene tar en omvei til mottakeren medfører dette at avstandsobservasjonene blir feil. På grunn av faseforskyvningen som oppstår som følge av flerveisinterferens er kodemålinger med sine lengre bølgelengder mer sårbare for dette problemet. I følge ([11] Seeber, s.317) oppstår den maksimale feilen ved flerveisinterferens med en faseforskyvning på  $90^\circ$ . På L1-bærebølgen,  $\lambda_{L1} = 19.05\text{cm}$ , tilsvarer dette en feil på  $\simeq 5\text{cm}$ .

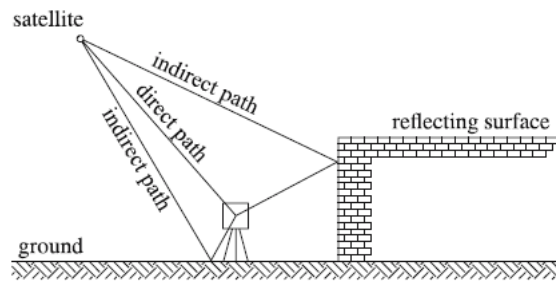


Fig. 5.8. Multipath effect

Figur 2.5: Flerveisinterferens ([1] Hofmann-Wellenhof, s.155)

Antenna mottar signaler med ulik intensitet og retning. Signalene refereres og avleder posisjonen til det elektroniske fasesenteret i antenna ([11] Seeber, s.320). For å presist kunne bestemme fasesenteret har man definert ARP (*Antenna Reference Point*) til å være skjæringen mellom den nederste platen på antenna og den vertikale akse. Videre bestemmes et gjennomsnittlig elektronisk fasesenter. PCO (*Phase Center Offset*) angir avviket mellom gjennomsnittlig fasesenter og ARP som tredimensjonale koordinater. Dette må være gitt for de ulike bæreølgene. PCV (*Antenna Phase Center Variations*) angir avvik mellom det gjennomsnittlige fasesenteret og en observasjon. Den totale korreksjonen blir summen av de to komponentene og observasjonene refereres nå til samme punkt i antenna.  $Totalkorreksjon = \Delta_{PCO} + \Delta_{PCV}$  ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 149), der

- $\Delta_{PCO} = \mathbf{a} \cdot \rho_0$  er projeksjonen av vektoren  $\mathbf{a}$  på enhetsvektoren  $\rho_0$  mellom satellitt og mottaker (se figur 2.6)
- $\Delta_{PCV} = \Delta_{PCV}(\alpha, z, f)$  involverer avhengigheten av azimutvinkel,  $\alpha$ , elevasjonsvinkel,  $z$ , og frekvens.

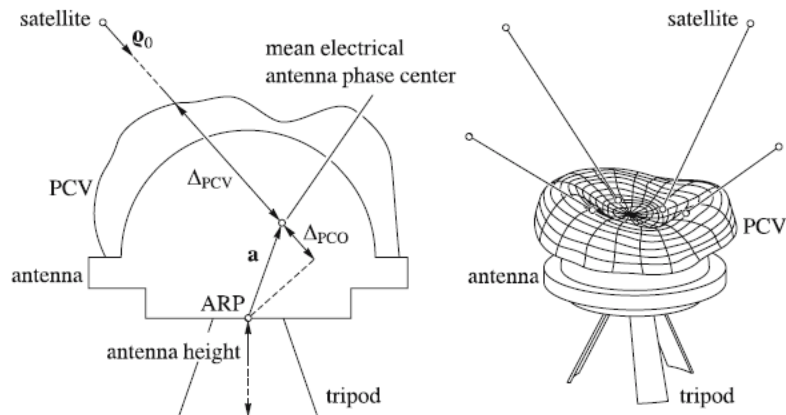


Fig. 5.6. Electrical phase center and antenna reference point

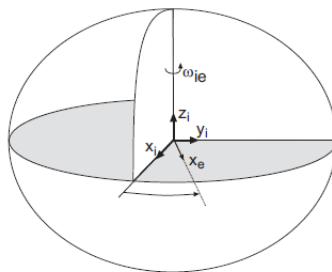
Figur 2.6: Oversikt over de ulike antennerreferansene. ([1]Hofmann-Wellenhof, s.148)

## 2.2 Referansesystemer

Bruk av ulike sensorer medfører at de observerte størrelsene refererer seg til forskjellige koordinatsystem. Hvis det skal være meningsfylt å bruke flere sensorer må alle relatere seg til samme system. De ulike systemene er definert i samsvar med ([10] Farrel, s. 23-28).

### 2.2.1 Intertialsystem

Et inertialsystem er et system som er i ro eller beveger seg med uniform hastighet og ikke roterer. Det er et system der Newtons mekanikk er gjeldende. Koordinatsystemets beliggenhet i rommet er bestemt på et tidspunkt slik at origo sammenfaller med jordas massesenter (Earth Centered Inertial), X-aksen går igjennom vårjevndøgnspunktet og Z-aksen sammenfaller med rotasjonsaksen til jorda. Treghetssensorer måler relativt inertialsystemet.



Figur 2.7: Intertialsystem ([10] Farrel, s.23)

### 2.2.2 ECEF-system

Earth Centered Earth Fixed-systemet er et tredimensjonalt koordinatsystem som roterer med jordkroppen. Det har origo i jordas massesenter, Z-akse sammenfallende med jordas rotasjonsakse og X-akse i ekvatorplanet skjæring med meridianen som går gjennom Greenwich. Y-aksen står normalt på X- og Z-aksen og fullfører det rettvinklede koordinatsystemet. Sammenhengen mellom ECEF og inertialsystemet (ECI) gis av vektoren  $\omega_{ie}^i = [0, 0, \omega_{ie}]^T$ . Rotasjonshastigheten avhenger av valgt referanseellipsoide. GNSS-satellittene relaterer seg til dette koordinatsystemet (WGS84 eller ITRFxx).

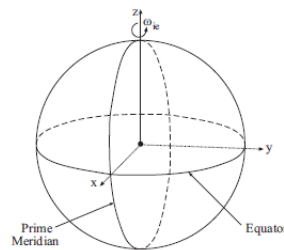


Figure 2.6: ECEF rectangular coordinate system.

Figur 2.8: Jordsentrisk fast koordinatsystem ([10] Farrel, s.23)

### 2.2.3 Lokalt toposentrisk system

Lokalt toposentrisk system omtales gjerne som NED-koordinater (*North, East, Down*). Her defineres et plan som skjærer ellipsoiden i et vilkårlig valgt punkt egnet for lokale målinger. Det er et høyrehåndssystem der X-aksen peker mot nord, Y-aksen mot øst og Z-aksen står normalt på tangeringspunktet/origo. Det finnes ulike realiseringer av et lokalt toposentrisk system: I et geografisk system vil aksedefinisjonene være som over, men origo beveger seg til enhver tid med systemet. I et lokalt tangentielt plan vil origo ikke endre seg. NED-koordinater er intuitive og egner seg godt på mindre områder.

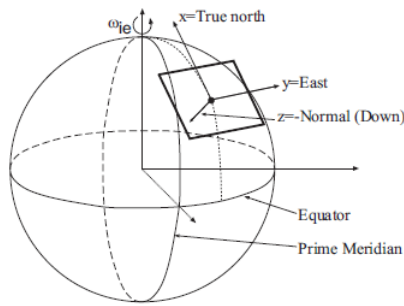


Figure 2.4: Local geodetic or tangent plane reference coordinate system in relation to the ECEF frame.

Figur 2.9: Lokalt toposentrisk system ([10] Farrel, s.25)

### 2.2.4 Skrogramme

Skrogramme eller *body frame* er et høyrehånds koordinatsystem som sitter fast i fartøyets skrog. Motivasjonen for dette systemet er at vi nettopp ønsker å bestemme fartøyets posisjon og orientering. Selv om det ikke er noen faste konvensjoner er origo oftest plassert i fartøyets massesenter. For å unngå forvirring velges gjerne andre aksenavn: u-aksen peker forover, w-aksen ned og v-aksen peker styrbord. Rotasjoner om de ulike aksene beskriver fartøyets orientering: roll, pitch og heading. Et plattformssystem likner mye på skrogramme, men origo kan være vilkårlig plassert i fartøyet og sensoren også rotert. Rotasjon mellom plattform og skrogramme gis av rotasjonsmatrisen  $R_p^b$ .

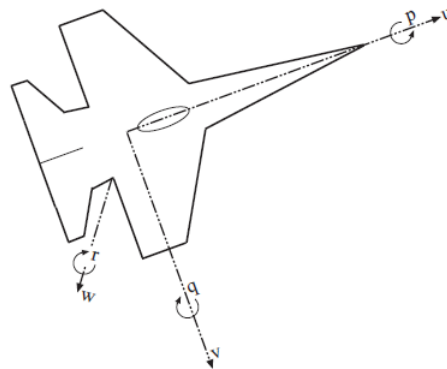


Figure 2.5: Top view of vehicle (body) coordinate system.

Figur 2.10: Skrogramme ([10] Farrel, s.26)



## 2.2.5 Instrumentramme

Dette koordinatsystemet følger som oftest anvisninger på instrumentet. Sensorene måler ideelt sett langs disse aksene, men ofte vil det være små avvik som kan korrigeres for i kalibreringer. IMU'en observerer relativt til inertialsystemet, men relatert til sensorens koordinatsystem.

## 2.2.6 Rotasjonsmatriser

For å transformere en koordinat fra et system til et annet bruker man en  $3 \times 3$  rotasjonsmatrise. En vektor representert i *a-koordinatsystemet*,  $v^a$ , kan i følge ([10] Farrel, s.21) transformeres over til *b-koordinatsystemet* ved hjelp av rotasjonsmatrisen  $R_a^b$ :

$$v^b = R_a^b v^a. \quad (2.12)$$

Rotasjonsmatrisene er ortonormale noe som medfører at den inverse av en matrise er lik den transponerte:

$$(R_a^b)^{-1} = (R_a^b)^T \quad (2.13)$$

## 2.3 Treghetsnavigasjon

En IMU består av et akselerometer og et gyroskop. Disse kan måle infinitesimale små endringer av hastighet og vinkler med veldig høy relativ nøyaktighet og samplingsrate. Sensorene som brukes til navigasjonsformål består av tre akser som står normalt på hverandre. På denne måten kan bevegelsene langs aksene måles uavhengig av hverandre. Når akselerasjonene og rotasjonene brukes til å bestemme posisjon, hastighet og orientering til f.eks et fly har vi et *dead reckoning* INS (*Inertial Navigation System*). Et system uten noen form for støttesensor. Hadde disse sensorene vært feilfrie ville INS vært et fullgodt alternativ til GNSS innen navigasjon. Sensorene er ikke perfekte og opplever drift over tid. Uten støttesensorer vil etterhvert usikkerheten knyttet til en måling bli større enn målingen selv og dermed ubrukelig.

Akselerometeret måler kreftene som virker inn på systemet i form av akselerasjoner og integrerer dette over et lite tidsintervall som bestemmes av sensorens målerate. Resultatet blir da små hastighetsinkrement. Instrumentfeilen estimeres her i tillegg til selve målingen. Et akselerometer i ro på jordas overflate vil oppleve jordas tyngdekraft, summen av gravitasjonskreftene og sentripetalakselerasjonen som følge av jordas rotasjon. For å beskrive bevegelse i jordas koordinatsystem elimineres tyngdekraften fra akselerometerobservasjonen slik at kun eksterne krefter vil bli målt. I følge ([12] Kjørsvik) kan en måling med akselerometer skrives:

$$\Delta \tilde{v}^s = \int_{\delta t} f^s dt = \int_{\delta t} \tilde{f}^s + \delta f^s dt \quad (2.14)$$

der

- $f^s$  er den målte kraften inkludert instrumentfeil.
- $\delta f^s$  er instrumentfeilen.
- $dt$  tilsvarer instrumentets målerate.

For gyroskopet har man følgende observasjonslikning:

$$\Delta\tilde{\theta}^s = \int_{\delta t} \tilde{\omega}_{is}^s dt = \int_{\delta t} \omega_{is}^s + \delta\omega_{is}^s dt. \quad (2.15)$$

Her måles små vinkelinkrement over tidsintervallet  $dt$ . Gyroen måler rotasjonen mellom inertialsystemet og sensoren representert i sensorens koordinatsystem. Som følge av jordas rotasjon vil gyroskopet oppleve og måle jordas rotasjon som er tilnærmet konstant  $15^\circ$  per time. Denne størrelsen er naturlig nok mye mindre enn tyngdekraften, men må i noen tilfeller også korrigeres for.

### 2.3.1 Feilkilder

IMU-observasjonene er beheftet med ulike feil. Etersom observasjonene integreres over tid vil selv en liten feil vokse seg større og større. Dette kommer av at feilene vokser lineært, kvadratisk og til med kubisk etter forholdet mellom posisjon, hastighet og akselerasjon ([15] NovAtel, s.2). Det er derfor avgjørende å kjenne til, estimere og korrigere for disse feilene. Gyroer og akselerometer finnes i ulik kvalitet og ikke minst prisklasser. Jo bedre og dyrere instrument man har jo bedre er sensorene kalibrert og feilene bestemt. Et instrument med høyere gradering opplever naturlig også lavere drift om det brukes uten støttesensorer.

Grade	Accelerometer	Horizontal Position Error [m]			
	Bias Error	1s	10s	60s	1hr
	[mg]				
Navigation	0.025	0.13 mm	12 mm	0.44 m	1.6 km
Tactical	0.3	1.5 mm	150 mm	5.3 m	19 km
Industrial	3	15 mm	1.5 m	53 m	190 km
Automotive	125	620 mm	60 m	2.2 km	7900 km

Figur 2.11: Oversikt over ulike graderinger av IMU ([16] Vectornav)

Klassifiseringene skiller ikke på hvordan instrumentet fungerer, men de med høyest kvalitet er gjerne mekaniske eller fiberoptiske. Disse er normalt større og mer energikrevende enn de billigere enhetene ([16] VectorNav).

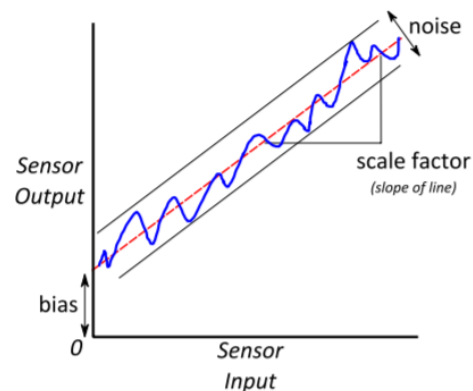


Figure 2: Common IMU Errors

Figur 2.12: Grafisk fremstilling av typer feil ([15] NovAtel)

I figuren over ser man en grafisk fremstilling av ulike typer feil i en IMU:

- **Bias** er avviket mellom sensorens input og output: Et akselerometer i ro på jordas overflate som måler  $9.92 \text{ m/s}^2$  har en instrumentbias på  $0.1 \text{ m/s}^2$ . Denne biasen kan variere mellom hver gang sensoren skrues på, over tid og gjerne også som følge av temperaturendringer. Jo mindre denne biasen varierer, jo bedre vil den bli estimert og videre korrigert for. Med et godt instrument og et godt filter vil de tre biasene raskt konvergere.
- **Skalafaktor**: Akselerometere måler gjerne bevegelsen, spenning eller trykket til en testmasse som er koblet til en fjær. Dette signalet konverteres så over til egnet enhet med en konverteringsfaktor. Skalafaktoren beskriver oppførselen til denne faktoren (i f.eks *ppm*).
- **Støy**: Selv om instrumentet er helt i ro vil ikke målingene bli identiske: Det vil alltid forekomme støy i målingene med en eller annen stokastisk oppførsel. Det er vanlig å modellere denne støyen som hvit støy eller *random walk*.

En annen vanlig feilkilde hos treghetssensorer er skjevhet mellom instrumentenes akser. Med dette menes at aksene ikke står ortogonalt på hverandre. Konsekvensen av dette er at målinger som i utgangspunktet skal være uavhengige blir korrelerte. For eksempel vil en rotasjon om bare én akse også registreres av de andre aksene. Dette kan også medføre at reduksjonen for tyngdekraft blir feil, noe som er kritisk ettersom denne gjerne er større enn de andre observasjonsstørrelsene.

### 2.3.2 Montering

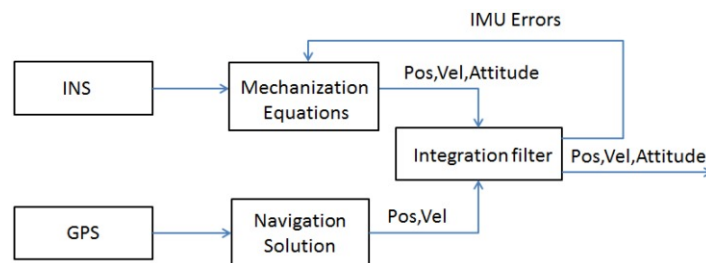
Det er i hovedsak to måter man kan montere et INS:

- Strapdown
  - I Strapdown-montering er IMU'en montert fast i fartøyets skrog. Fartøyets rotasjoner måles av gyroskopene og disse brukes til å bestemme flyets orientering. Akselerometerets målinger transformeres via en rotasjonsmatrise fra skrogramme til f.eks et globalt koordinatsystem.
- Gimbal
  - I en Gimbal-montering har IMU'en samme orientering relativt inertialsystemet uavhengig av fartøyets bevegelser. Sensorene er montert til tre eller flere gimbals som roterer med fartøyet og fritt rundt instrumentene. IMU'ens orientering endrer seg ikke og posisjon og hastighet skal kunne avledes ved å bare måle fartøyets akselerasjon. Gimbalmonteringen er veldig sårbar for mekaniske feil og friksjon i tillegg til såkalt *gimbal-lock* som kan oppstå når flere av aksene beveger seg i samme retning.

En Gimbal er mindre regnekrevende, men er til gjengjeld ofte dyrere og krever mer energi. Strapdown montering er mer regnekrevende, men samtidig mindre og rimeligere.

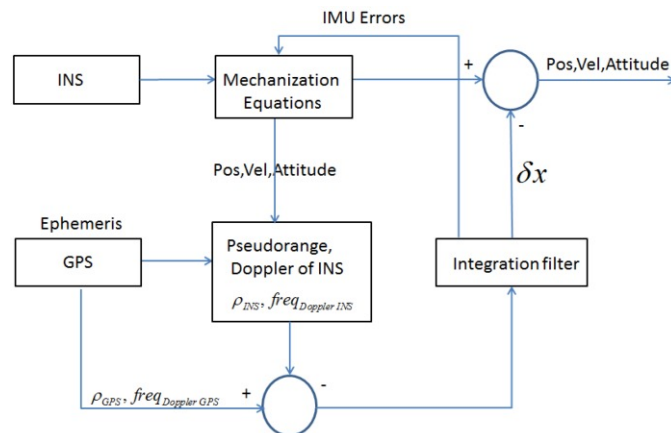
### 2.3.3 Dataprosessering

I tillegg til ulik montering kan GNSS-støttet treghetsnavigasjon prosesseres på forskjellige måter: I løs kobling prosesseres GNSS- og IMU-løsningene separat. Estimater fra treghetssensorene sammenlignes med GNSS-løsningen og differansen mellom disse sendes inn i kalmanfilteret der de endelige korreksjonene estimeres.



Figur 2.13: Løs kobling ([19]Falco et. al, 2017)

I en tett kobling brukes råobservasjonene fra GNSS (pseudorange etc.) direkte og sammen med observasjoner fra IMU for å estimere korreksjonene til tilstandsvektoren. Klokkekorreksjonene må her estimeres i tillegg til de andre tilstandene.



Figur 2.14: Tett kobling ([19]Falco et. al, 2017)

Man kan si at løs kobling gjør beregninger i koordinatdomenet, mens tett kobling gjør det i måledomenet. Fordelen med en tett kobling vil være at man hele tiden bruker råobservasjoner og eventuelle feil vil være i sin opprinnelige størrelse. I områder og tidspunkt der antallet satellitter er så lavt at det ikke går an å beregne en posisjon vil et løst koblet system ikke kunne supplere filteret med informasjon. I en tett kobling vil råobservasjonene fortsatt kunne brukes til å si noe om posisjonen. Man kan si at tett kobling er mer robust i den forstand at den vil ta i bruk all tilgjengelig informasjon i beregningene.

Resultatene prosesseres i såkalt *forward* og *backward mode*. Det ligger i ordene at man her prosesserer datasettene fra start til slutt og deretter fra slutt til start. I omgivelser uten GNSS-dekning f.eks en tunell vil derfor den maksimale feilen forekomme midt i tunellen. Ved bare *forward mode* ville det største standardavviket og driften vært helt i enden av tunellen ettersom usikkerheten vokser som funksjon av tiden uten eksterne observasjoner. I *backwards mode* vil man på samme sted ha et lavt standardavvik siden man ennå ikke har mistet GNSS-dekningen og man kan dermed forbedre løsningen fra *forward mode*. Ved å gjøre dette *trikset* får man en slags kontroll av datasettet selv med bare en måling.

## 2.4 Kalmanfilter

Kalmanfilter er en rekursiv og forventningsrett algoritme som sikrer minimum varians ([17] Kristiansen s. 35). Med dette mener man at estimatene i det lange løp vil treffe i nærheten av de sanne verdiene og at feilkvadratsummen til estimatet vil minimeres. Kalmanfilteret består av to steg: Tidsoppdatering og måleoppdatering. I tidsoppdateringen fremskriver man tilstanden til systemet ved hjelp av en modell av virkeligheten. Måleoppdateringen tar inn målinger fra eksterne sensorer og sammenligner disse med den tidsoppdaterte tilstanden. Modellene vektet opp mot hverandre med en gain-funksjon. På denne måten kan man ha sensorer med ulik målefrekvens, men likevel behandle alt i én beregning.

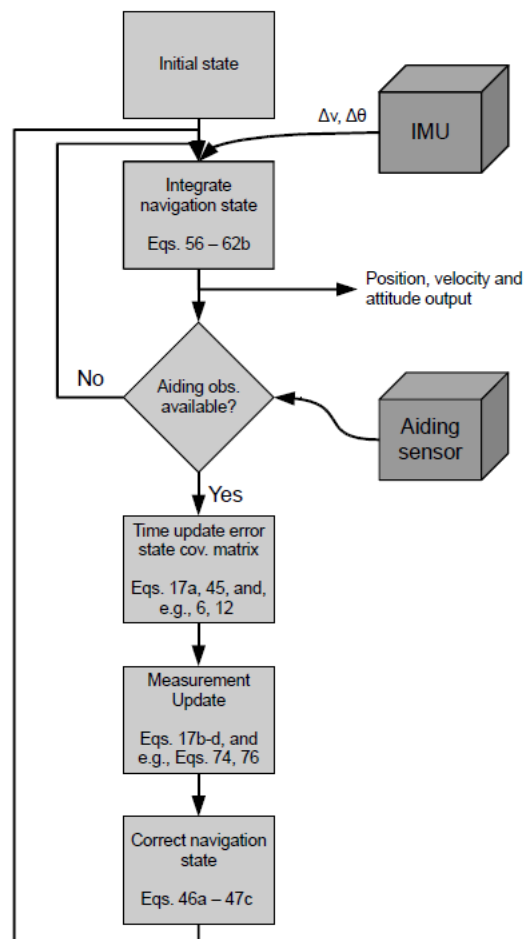


Figure 1: Aided inertial navigation.

Figur 2.15: Kalmanfilter-flytdiagram ([12] Kjørsvik, s.9)

Flyttdiagrammet over viser de ulike delene i et Kalmanfilter anvendt på GNSS-støttet treghetsnavigasjon. Utgangspunktet for videre navigasjon er en eller annen startverdi. Grunnen til at man trenger en initialbetingelse er at man har å gjøre med et dynamisk system på formen ([12] Kjørsvik):

$$\dot{x}(t) = F(t)x(t) + G(t)u(t), \quad (2.16)$$

som er en første ordens differensiallikning. Der  $x(t)$  er en tilstandsvektor som inneholder de ukjente tilstandene vi søker.  $F(t)$  og  $G(t)$  kjente matriser og  $u(t)$  er en vektor av gaussisk hvit støy. Løsningen på differensiallikningen med hensyn på  $x(t)$  er:

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, t')G(t')u(t')dt' \quad (2.17)$$

Der  $\Phi(t, t')$  er transisjonsmatrisen som overfører tilstandsvektoren fra tidspunkt  $t_k$  til  $t_{k+1}$ .  $F$  rekkeutvikles og løses ved:

$$\Phi(t, t') = \exp^{F(t-t')} \quad (2.18)$$

$$\Phi(t, t') = I + F(t-t') + \frac{1}{2!}(F(t-t'))^2 + \dots + . \quad (2.19)$$

Løsningen av differensiallikningen er nå på kontinuerlig form. Vi har derimot diskret observasjoner og trenger likningen på diskret form:

$$x_k = \Phi(t_k, t_{k-1})x_{k-1} + w_k \quad (2.20)$$

Med denne likningen kan man fremskrive tilstandsvektoren med gyro- og akselerometerobservasjoner. Selv om man kan lage en dynamisk modell som beskriver systemet veldig godt vil det alltid være usikkerhet knyttet til modellen. I Kalmanfilter er det vanlig å omtale dette som støy. Støymodellering er helt sentralt i denne estimeringsteknikken da den sier noe om hvordan usikkerheten forplanter seg over tid. Hvis vi ser på den diskrete løsningen inneholder det andre leddet støyen som er akkumulert over tidsintervallet. Sammenligner vi med den kontinuerlige likningen over blir den akkumulerte støyen:

$$w_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t_k, t_{k-1})G(t_k, t_{k-1})u(t_k, t_{k-1})dt, \quad (2.21)$$

og hvis vi videre ser på forventningen til støyledet utvikler dette seg til et dobbeltintegral. Dette kan forenkles siden vi har en hvit støyprosess som ikke er korrelert i tid.  $W$  er en matrise som inneholder spektraltettheten (Power Spectral density (PSD)) til støyvektoren  $u$ . Kovariansen til støyledet kan da skrives ([12] Kjørsvik, s.3):

$$E\{w_k w_k^T\} = Q_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi(t, \eta)G(\eta)W G^T(\eta)\Phi^T(t, \eta)d\eta. \quad (2.22)$$

Kovariansmatrisen til det tidsoppdaterte estimatet blir:

$$E\{x_k x_k^T\} = \Phi(t_k, t_{k-1}) P_{k-1} \Phi(t_k, t_{k-1})^T + Q_k. \quad (2.23)$$

Etter hvert som tilstandsvektoren fremskrives kan systemet motta en ekstern observasjon f.eks fra GPS. Man sammenligner så observasjonen med det fremskrevne estimatet:

$$\hat{x}_k = \tilde{x}_k + K_k(z_k - H_k \tilde{x}_k), \quad (2.24)$$

der  $\hat{x}_k$  er *a posteriori* estimatet på de ukjente.  $z_k$  er en observasjonsvektor ved tidspunkt  $k$  og  $H_k$  er designmatrisen som avbilder *a priori* tilstandsvektor over i måledomenet. Kalmangain-matrisen  $K_k$  vektet systemmodellen og målemodellen opp mot hverandre:

$$K_k = \frac{\tilde{P}_k H_k^T}{H_k \tilde{P}_k H_k^T + R_k}. \quad (2.25)$$

En høy verdi på Kalman-gainen vil vekte målingene høyt, mens en lav verdi vil stole mer på det tidsoppdaterte estimatet.  $R_k$  er den forventede måleusikkerheten og  $\tilde{P}_k$  er den tidsoppdaterte kovariansmatrisen. Siste steg i måleoppdateringen er å oppdatere kovariansmatrisen til tilstandsvektoren:

$$\hat{P}_k = (I - K_k H_k) \tilde{P}_k. \quad (2.26)$$

I slutten av hver sløyfe settes måleoppdatert tilstandsvektor og kovariansmatrise som startbetingelser for neste tidspunkt.

### Komplimentærfilter

Det er verdt å merke seg er at vi i dette Kalmanfilteret ikke predikerer tilstanden fram i tid. Dette kommer av at man istedenfor å estimere hele tilstanden, estimerer små korleksjoner til de foreløpige verdiene. Med disse oppdateres så de foreløpige verdiene i slutten av hver sløyfe. All informasjon i tilstandsvektoren overføres gjennom den måleoppdaterte kovariansmatrisen  $\hat{P}_k$ . Tilstandene oppdateres til slutt:

$$\hat{x}^e = \tilde{x}^e + \delta \hat{x}^e, \quad (2.27)$$

$$\hat{x}^e = \tilde{x}^e + \delta \hat{x}^e, \quad (2.28)$$

$$\hat{C}_s^e = (I + \tilde{\Psi}^e) \tilde{C}_s^e, \quad (2.29)$$

$$\hat{b}_f^s = \tilde{b}_f^s + \delta \hat{b}_f^s, \quad (2.30)$$

$$\hat{b}_\omega^s = \tilde{b}_\omega^s + \delta \hat{b}_\omega^s. \quad (2.31)$$

Denne tilnærmingen kalles gjerne for komplimentærfilter. Det er kun feilene eller differansen mellom IMU og GNSS som mates inn i Kalmanfilteret. På denne måten sikrer man seg at hele systemet blir lineært selv om funksjonssammenhengen mellom observasjon og ukjente ikke i utgangspunktet er det.



# Kapittel 3

## Feltarbeid og metode

### 3.1 Alpin-applikasjonen til NSF

Formålet og bruken av IMU+GNSS innen alpint legger naturlig nok føringer på utformingen av utstyret, prosesseringsmetoder og innstillinger av instrumentene. Utstyret skal ikke medføre noen ytterligere risiko eller påføre utøveren skader ved uhell. Videre skal det ikke være til hinder under kjøringen, noe som legger begrensninger på plassering og vekten til sensorene. I disipliner som utfor og super-G vil gjennomsnittshastigheten ligge rundt 90 km/t og en topphastighet opp mot 130 km/t. Sagt på en annen måte vil en målerate på 1 Hz bety en måling hver 25. meter og hver 36. meter, henholdsvis for gjennomsnittshastighet og toppfart. For en fullstendig analyse av nedfarten vil dette være altfor lav oppløsning. Øker man derimot måleraten til 200 Hz vil det være tilstrekkelig med punkter jevnt fordelt i traseen, omtrent hver 20. cm.

Hva gjelder sensorene må de kunne startes opp uten for store vanskeligheter og initialiseringstid. Det bør heller ikke kreves inngående teknisk kompetanse for å gjøre et opptak. Til tross for behovet for basestasjon vil differensiell GNSS bli det foretrukne prosesseringsverktøyet. Med PPP (*Precise Point Positioning*) ville man ikke trenge en basestasjon, men i stedet må man vente på satellittkoordinater fra f.eks IGS. PPP krever gjerne at man måler lenge både før og etter selve opptaket for at *float-løsningen* skal konvergere riktig. En *strapdown-montering* vil være å foretrekke framfor en gimbal da de gjerne er mindre. Grunnet raskt skiftende måleforhold vil en tett koblet løsning i best grad forvalte all tilgjengelig informasjon. Sensorene må i tillegg til å tåle slag og støt fra underlag og porter, også fungere i kaldt vær helt ned mot  $-20^{\circ}\text{C}$ . Det er også viktig IMU'en fungerer selvstendig i korte perioder uten støtte fra GNSS.

Etter at dataene er samlet inn bør de raskt kunne prosesseres for så og presenteres på et kveldsmøte med utøverne. Dette medfører et valg av koordinatsystem: GNSS refereres til ECEF-koordinater, men disse er lite intuitive og ikke så praktisk for

denne anvendelsen. Koordinater i kartplanet er veldig intuitive, men disse avhenger av valgt kartprojeksjon i tillegg til at høydesystem må velges separat. Til gjengjeld kunne man med kartkoordinater ha visualisert løypa lettere i et *webkart*. Det mest praktiske og intuitive koordinatsystemet vil på nåværende tidspunkt derfor være et lokalt toposentrisk system med NED-koordinater. Da vil koordinatene referere seg til origo i IMU'en og til et vilkårlig valgt origo for koordinatsystemet i alpinanlegget.

Et bruksområde som dette er utfordrende med tanke på det bryter med flere prinsipper og tommelfingerregler innen tradisjonell *landmålerskikk*: Selv om datasettene kan strekke seg over flere timer er kanskje bare noen korte snutter her og der relevante. Videre har man heller ingen mulighet til å kontrollere målingene ved å måle flere ganger ettersom man ikke vil kjøre i det samme sporet. I det en utøver starter en nedfart kan vedkommende komme fra et miljø uten gode måleforhold og første del av nedfarten må brukes til å bestemme en god løsning av posisjon, fart og orientering. Man må derfor på best mulig måte tilpasse utstyret til omgivelsene ettersom man ikke kan vente på bedre *observasjonsvinduer* da treningene avholdes ved gitte tidspunkt.

## 3.2 Feltarbeid

Det er samlet inn rådata fra bil, på alpinski og på beina for å teste ytelsen til utstyret under ulike forhold. Sommeren 2016 ble datainnsamlingen gjort i alpinksenteret på Juvassbreen med en Applanix APX15-IMU og Trimble GNSS-mottaker. Sensorene var festet på en ryggsekk som alpinisten hadde på seg under kjøringen (figur 3.6). Høsten 2017 ble utstyret testet på bil (figur 3.1) og med ryggsekk (figur 3.4) i Ås kommune og omegn. Sensoren SBG-Ellipse D ble brukt sammen med 2 NovAtel GNSS-antenner. Rådataene som ble samlet inn med SBG-Ellipse D på Juvassbreen sommeren 2017 viste seg ikke å være prosesserbare og er derfor ikke med i videre analyse. Dette medfører at man må vurdere ytelsen til SBG-sensoren som alpinapplikasjon utifra andre testdatasett.

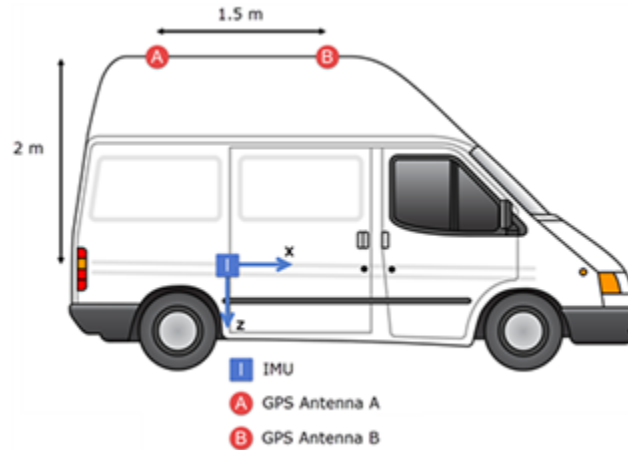
Følgende datasett vil bli brukt i analysen og vurderingen av ytelsen til sensorene:

Datasett	Oppsett	IMU	Antennetype	Slaveantenne	Galileo
Juvass 2016	Sekk	Applanix	Trimble	Nei	Ja
Sørås 1	Bil	SBG	Novatel	Ja	Nei
Sørås 2	Bil	SBG	Novatel	Ja	Nei
NMBU 2017	Sekk	SBG	Novatel	Ja	Nei

Tabell 3.1: Datasett, oppsett og sensorer

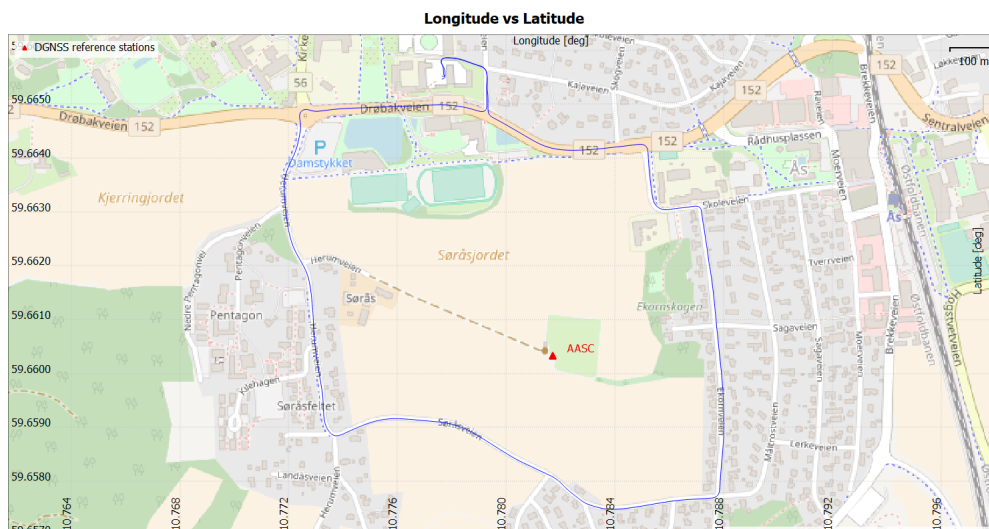
### 3.2.1 Sørås 1 og 2

SGB-sensoren ble plassert midt på bilens bakaksling. Den ene GNSS-antenna ble plassert så nært som mulig rett over IMU'en tilnærmet  $[0, 0, -1]_m$  (i sensorens koordinatsystem). Slaveantenna ble plassert ca. 1 meter foran primærantenna:  $[1, 0, -1]_m$  (i sensorens koordinatsystem). Loggingen ble gjort med PC via USB-kabel. IMU'en logget på 200 Hz, GNSS logget på 1 Hz og Kalmanfilteret ble oppdatert på 1 Hz.



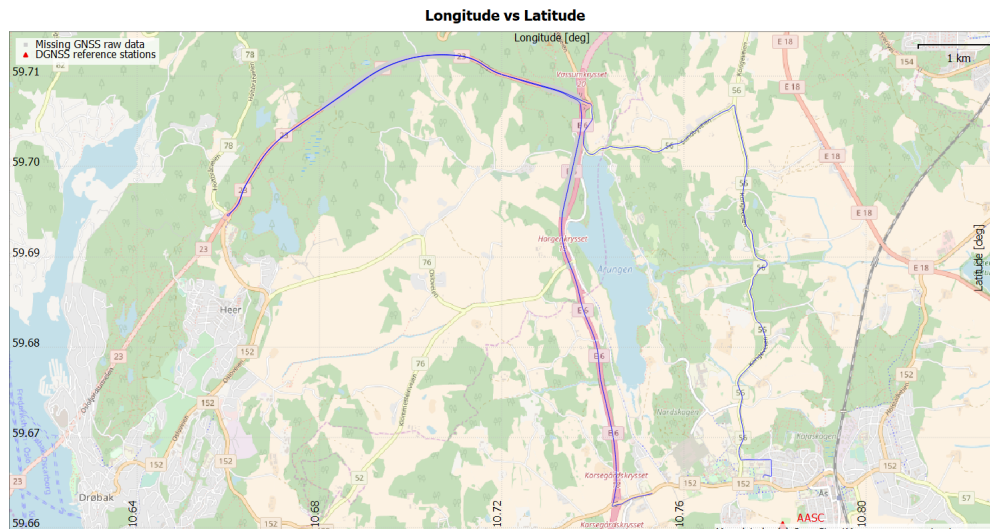
Figur 3.1: Konseptuell skisse av oppsett på bil

Sørås 1 ble samlet inn på formiddagen den 15. Juni. Turen startet og sluttet ved NMBU og gikk en runde rundt Søråsjordet og gjennom boligstrøk. På Søråsjordet har Kartverket en permanent GNSS-stasjon som ble brukt som basestasjon.



Figur 3.2: Sørås 1 (Open streetmap)

Sørås 2 ble samlet inn 13. September. Runden startet ved NMBU før den gikk videre til nordenden av Årungen, tok av i retning Drøbak og snudde før Oslofjordtunellen. Her ble flere tunneler passert både fram og tilbake, noe som gir gode muligheter for å se hvordan dette påvirker posisjonsestimatet og eventuelle drifter. Den permanente basestasjonen på Søråsjordet ble også benyttet her.



Figur 3.3: Sørås 2(Open streetmap)

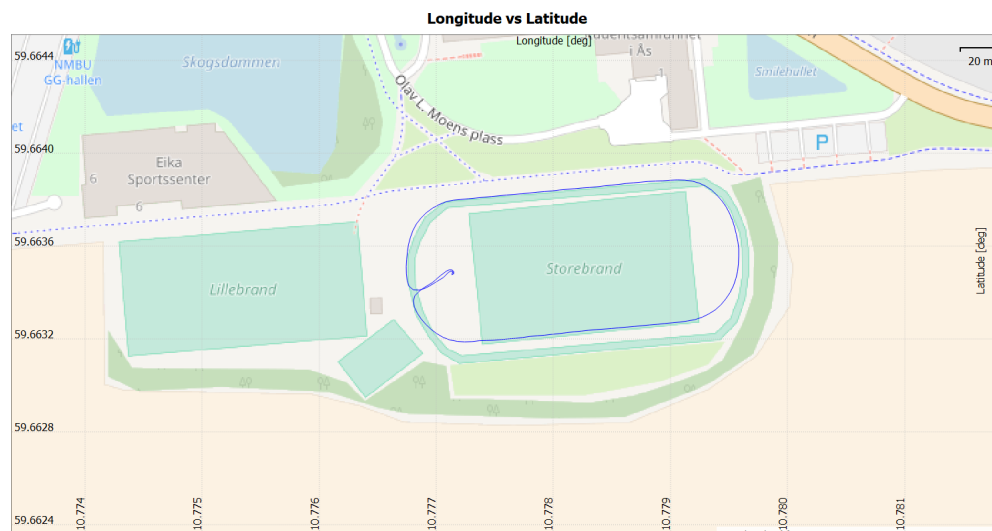
### 3.2.2 NMBU 2017

SBG Ellipse-D ble plassert midt på en plastskinne festet til en ryggsekk. I hver ende av skinna ble en GNSS-antenne festet. Primærantenna ble plassert nært opp mot nakken for optimal dekning:  $[0.20, 0, 0]_m$  i sensorens koordinatsystem. Avstanden mellom primær- og slaveantenna var ca 0.5 m. Loggingen ble gjort med en felt-PC via USB-kabel. IMU'en logget på 200 Hz, GNSS logget på 1 Hz og Kalmanfileret ble oppdatert hvert sekund.



Figur 3.4: Ryggsekkoppsett 2 (foto Håkon Gussiås)

Dataene ble samlet inn 14. September på NMBU Campus. Datasettet inneholder noen runder på Storebrand løpebane.



Figur 3.5: NMBU 2017 (Open streetmap)

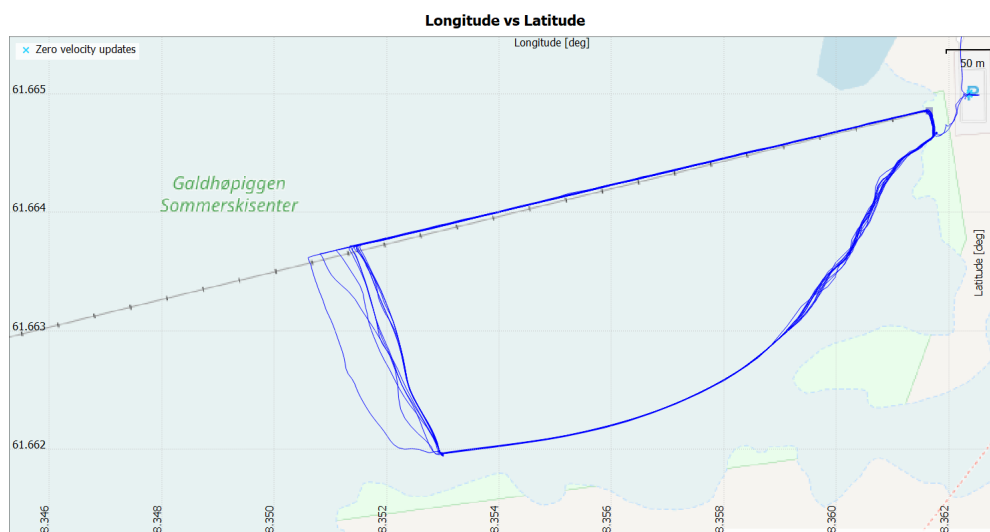
### 3.2.3 Juvass 2016

En Applanix APX15-IMU med innebygd Trimble GNSS-mottaker ble plassert øverst på sekken. I stedet for et geometrisk kompass inneholder APX15 et magnetisk kompass som støttesensor for heading. GNSS-mottakeren tar imot signaler fra GPS, GLONASS, Galileo og Beidou. Mottakeren hadde intern logging.



Figur 3.6: Ryggsekkoppsett 1 (foto Håkon Gussiås)

Datainnsamlingen ble gjort 17. Juni 2016 på Juvassbreen. Datasettet består av 12 nedfarter i alpinbakken. GNSS-mottakeren logget på 10 Hz og IMU logget på 200 Hz. En tilnærmet profesjonell utøver kjørte med sekken for mest mulig autentiske resultater.



Figur 3.7: Juvass 2016 (Open streetmap)

### 3.3 Utstyr

Følgende sensorer er benyttet:

- SBG Ellipse-D
  - Tactical grade MEMS akselerometer

- Tactical grade MEMS gyroskop
- Ellipse-D intern survey grade/NovAtel GPSCard - GPS og GLONASS
- Applanix APX15-IMU
- Trimble APX15- GPS, GLONASS, Galileo og Beidou
- Kartverket permanente basestasjoner (Satref)

Tabell 3.2: Ytelsesparametre

Sensor	Modus	Posisjon	Hastighet	Roll/pitch	Heading
SBG-Ellipse D	PPK	0.01 m	0.02 m/s	0.05°	0.1°
	10 sek bortfall	0.1 m	0.05 m/s	0.05°	0.1°
APX-15	PPK	0.05 m	0.015 m	0.025°	0.08°

Tabell 3.3: Forventet nøyaktighet(**PPK**: Post Processing Kinematic Solution) Parameterne er hentet fra SBG Manual og fra leverandørens hjemmeside: [applanix.com/downloads/products/specs/APX15](http://applanix.com/downloads/products/specs/APX15)

For at sensorene skal yte optimalt er det ytterst viktig med initialisering og finjustering av sensorenes beliggenhet i forhold til hverandre (*alignment*). Hvis dette ikke blir gjort riktig kan man ende opp med en situasjon der utstyret ikke vil fungere optimalt. Kalmanfilteret som estimerer de ulike tilstandene og instrumentbiasene vil i et slikt tilfelle ikke konvergere og man blir nødt til å gjøre initialiseringen på nytt. Ved kald start har ingen av sensorene noe minne fra tidligere og er ikke i stand til å kontrollere hverandre. Initialiseringsfasen kan sees på som en oppvarming av instrumentene og skjer i to steg: I oppstarten er det viktig at utstyret ligger helt i ro i et åpent område fritt for flerveisinterferens eller magnetiske forstyrrelser, for mest mulig entydige målinger. Interne observasjoner som tyngdemåling i IMU'en brukes for å estimere foreløpige startverdier. Etterhvert som det kommer flere observasjoner til systemet kan grov posisjon, hastighet og orientering beregnes. For å oppnå den maksimale ytelsen må instrumentbiasene og eksentrisitetene prøves med mer dynamikk. Typiske bevegelser vil bestå av opp- og nedbremsinger og bevegelse i 8-tallsformasjoner ([18] Technical Reference Manual).

### 3.3.1 Terrapos

Terrapos er et etterprosesseringsprogram utviklet av Narve S. Kjørsvik for TerraTec as. Det kan prosessere GNSS-støttet treghetsnavigasjon for ulike formål (fly, bil, land etc) både tett og løst koblet. Observasjoner fra GPS, GLONASS, Galileo og Beidou kan prosesseres som differensiell GNSS eller PPP.

## 3.4 Metode

Datasettene samlet inn med bil (Sørås 1 og 2) vil muligens være for optimistiske sammenlignet med alpint og løping, men vil gi en pekepinn på hvor bra sensorene kan yte under tilnærmet ideelle forhold. Disse resultatene vil derfor bli brukt som en referanse for datasettene samlet inn med sekken. Målet blir å kunne belyse reelle utfordringer for alpinapplikasjonen ved hjelp av rådata som ikke inneholder skikjøring. Ideelt sett burde man hatt en referanse for hvert datasett i form av målinger med høyere kvalitet f.eks Navigation grade IMU eller fotogrammetriske metoder. Datasettene vil bli prosessert og testet på følgende måter:

Tabell 3.4: Forsøksdesign

Datasett	En-antenneoppsett	To-antenneoppsett	Bortfall av GNSS	Galileo
Juvass 2016	✓		✓	✓
Sørås 1	✓	✓	✓	
Sørås 2	✓	✓	✓	
NMBU 2017	✓	✓	✓	

## 3.5 Kvalitetsmål

Felles for navigasjonsformål er ønsket om å estimere en ukjent posisjon eller tilstand. I mange tilfeller kjenner man ikke den sanne verdien og sådan er resultatet av målingene gitt med en viss usikkerhet. Man ønsker å etablere en sammenheng mellom det vi observerer og det vi ønsker å bestemme. Minste kvadraters metode er en måte å behandle rådata der løsningen er den med den minste feilkvadratsummen (for utledning av standard minste kvadraters metode henvises det til ([1] Hofmann-Wellenhof kap 7.3)). Kalmanfilter er en form for videreføring av sekvensiell minste kvadraters metode og egner seg godt der nye observasjoner tilføres et system på forskjellige tid. Algoritmen har også som mål å minimere feilkvadratsummen i tillegg til å levere informasjon om hvor godt hver parameter er bestemt i form av et standardavvik. Denne informasjonen finner vi langs hoveddiagonalen til den måleoppdaterte kovariansmatrisen  $\hat{P}_k$ . Dette standardavviket på de ukjente parameterne vil bli brukt som et kvalitetsmål for å vurdere hvordan sensorene yter. Ettersom det ikke er målt med en bedre sensor som referanse vil man ikke ha noen fasitløsning. Man kjenner derfor i dette tilfellet heller ikke parameterenes nøyaktighet, altså hvor godt de samsvarer med den sanne verdien. Videre er ikke målingenes absolutte nøyaktighet avgjørende da man er mer opptatt av den relative nøyaktigheten innenfor et begrenset område. Et annet kvalitetsmål er resultatenes ytre pålitelighet. Dette viser hvordan den største gjenværende målefeilen som ikke blir detektert, påvirker sluttresultatet. Pålitelighetstallene beskriver i ytterste konsekvens hvordan en feil kan påvirke et system. For ytterligere beskrivelse av



kvalitetsmål henvises det til Kartverkets standard om *Geodatakvalitet* ([20] Geodatakvalitet s. 10).

Et sentral begrep for å beskrive kvalitet innen navigasjon er Dilution Of Precision, populært kalt DOP. DOP-verdier beregnes kun ut fra satellittens posisjon og er dermed uavhengig av selve avstandsobservasjonen. Den er ifølge ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 264) kun en funksjon av geometrien mellom bruker og satellittene. Koblingen mellom DOP og geometri kommer av at man tenker at satellittene og mottakeren spenner ut et tetrahedron. Om volumet av denne figuren er stort betyr det at satellittene er jevnt fordelt omkring mottakeren. DOP-verdien kan sees på som omvendt proporsjonal med dette volumet. God geometri, analogt med tradisjonell landmåling, gir dermed et godt utgangspunkt for kontroll av systemet. Fra minste kvadraters metode ([1] Hoffman-Wellenhof s. 263) vil kofaktormatrisen  $Q_x$  beskrive den geometriske situasjonen og kan brukes til å beregne DOP. Det finnes ulike varianter av DOP-verdier avhengig av hvor mange ledd langs hoveddiagonalen til kofaktormatrisen man tar med. Av de mest brukte er PDOP- Position Dilution Of Precision. Fordelen med denne er at den er lik uavhengig av om den uttrykkes i ECEF- eller lokalt toposentrisk koordinatsystem:

$$PDOP = \sqrt{q_{XX} + q_{YY} + q_{ZZ}} \quad (3.1)$$

# Kapittel 4

## Resultater

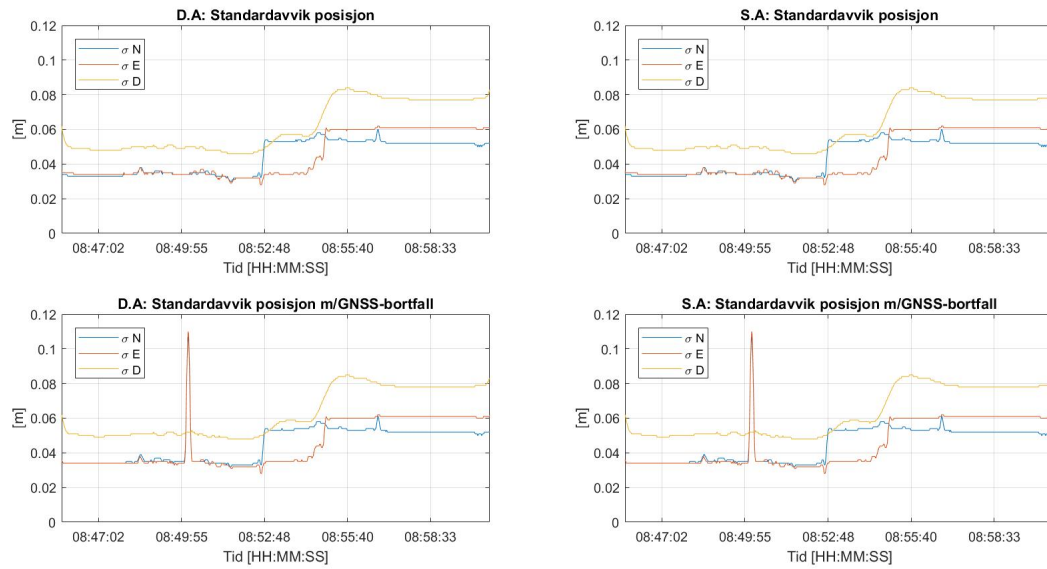
Resultatene fra datasettene er etter prosessering i Terrapos plottet med MATLAB. Resultatene fra hvert datasett er transformert til lokalt toposentrisk NED-koordinatsystem. I første omgang ønsker man å få bestemt hvor godt utstyret yter under ulike forhold og bruksområder. I tillegg vil det være interessant å se om det er noen samvariasjon mellom de ulike parameterne. I noen av resultatene er det fjernet observasjoner manuelt for å simulere GNSS-bortfall og områder uten dekning. Ulike forkortelser vil bli brukt for enkelhets skyld i noen av plottene:

- D.A: Dobbelt antenne/*Dual antenna*/Slaveantenne
- S.A: Singel antenne
- N: Nord(North)
- E: Øst(East)
- D: Ned(Down)

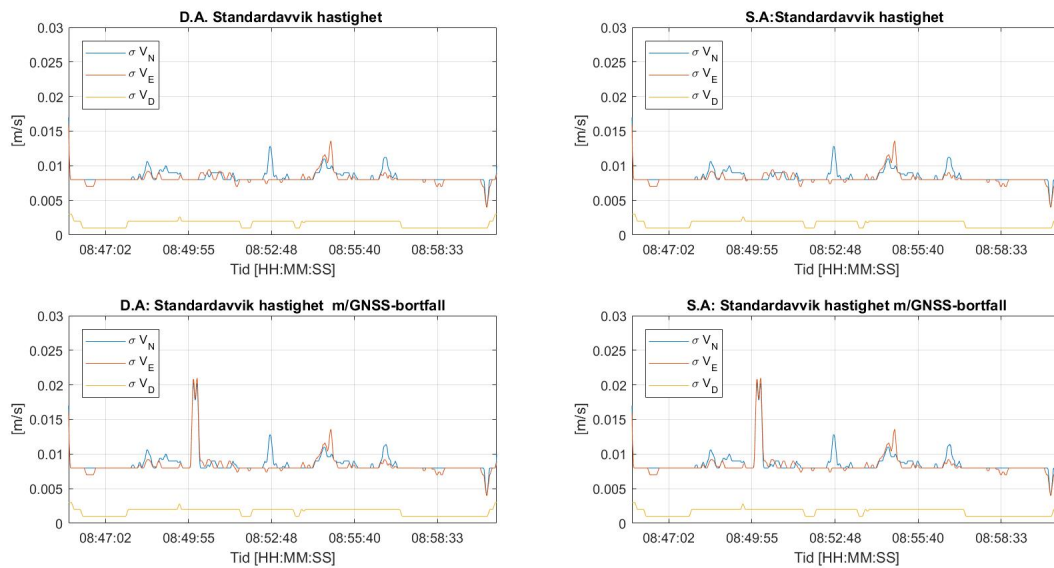
### 4.1 Sørås 1 og 2

#### 4.1.1 Sørås 1

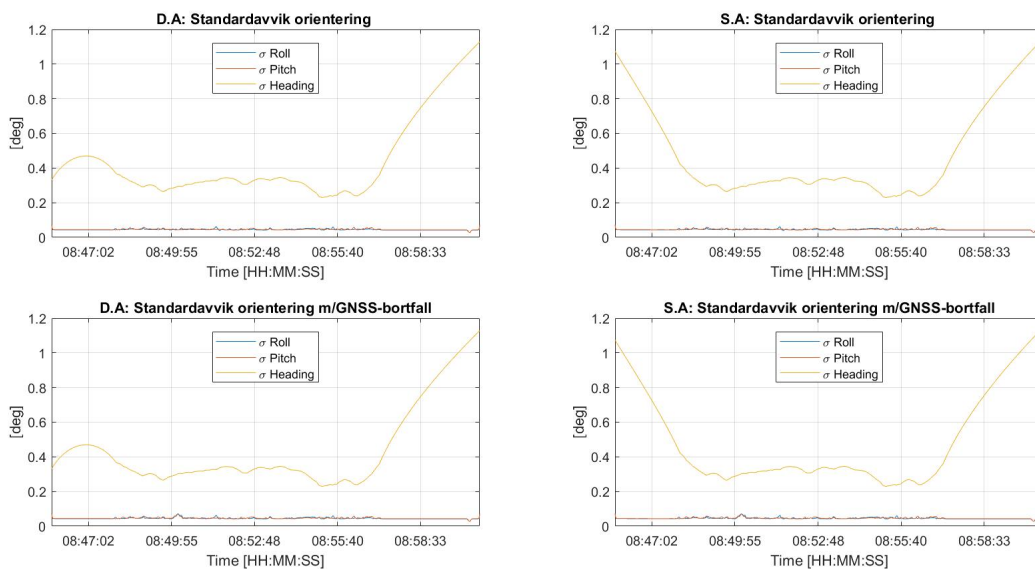
Nedenfor følger resultatene for de ulike oppsettene fra bilturen rundt Søråsjordet. Resultatene her vil gi en pekepinn på om sensorene virker i henhold til forventning under kontrollerte forhold.



Figur 4.1: Standardavvik posisjon for de ulike oppsettene



Figur 4.2: Standardavvik hastighet for de ulike oppsettene

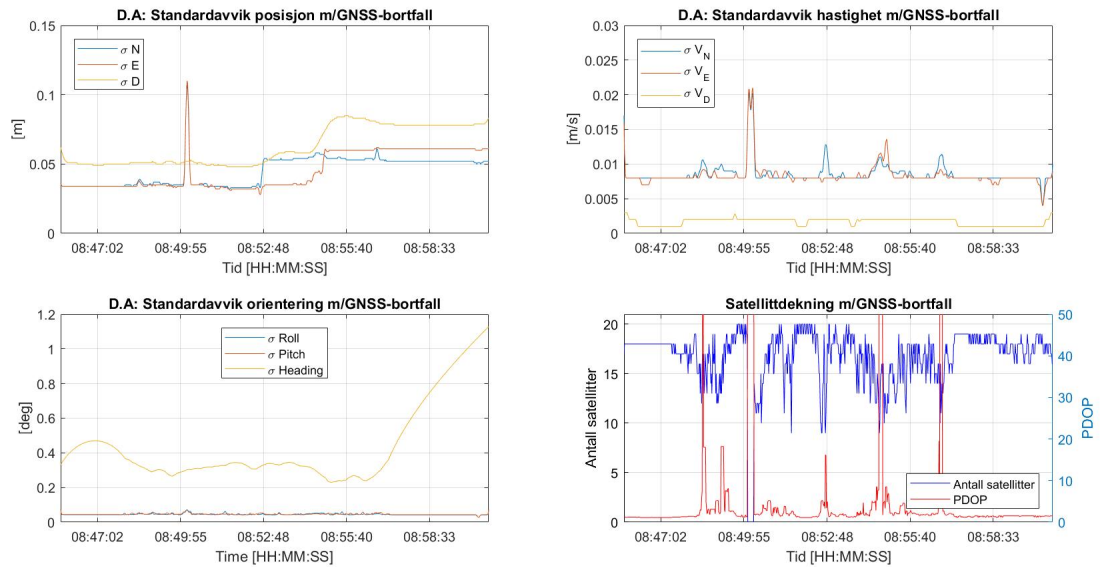


Figur 4.3: Standarddevvik orienteringsvinkler

Bortsett fra standardavviket til heading i starten og GNSS-bortfallet, er resultatene i mer eller mindre grad like. Dette skyldes nok at datasettet inneholder lite utfordrende dynamikk i form av brå akselerasjoner, svinger eller ristninger. I tillegg er geometrien i biloppsettet hensiktsmessig: Begge GNSS-sensorene har fri sikt til satellittene, befinner seg i samme plan og beveger seg ikke i forhold til IMU'en. Standardavviket til posisjonsestimatene ligger under 5 cm første halvdel av datasettet. Nord og øst-komponentene har et par cm lavere standardavvik enn ned-komponenten. For hastighet har ned-komponenten lavere standardavvik enn nord og øst med et standardavvik på knappe 0.0025 m/s. Etterhvert som bilen kjører inn i et boligområde med noen trær som delvis skygger for satellittene øker posisjonsstandardavviket, men ligger fortsatt rundt 10 cm for alle komponentene. I oppsettet med to GNSS-antenner er heading ca.  $0.6^\circ - 0.7^\circ$  bedre bestemt i starten. En-antenneoppsett medfører at man ikke kan bruke det geometriske kompasset på samme måte som med to antenner, fordi støtteobservasjoner til heading faller bort når bilen står i ro. Så fort bilen starter å kjøre konvergerer løsningene mot hverandre, og det tar ca. ett minutt fra bevegelsen starter til de er mer eller mindre like.

I to av plottene er ca. 10 sekunder med GNSS-observasjoner fjernet. Bortfallet av GNSS synes tydelig i plottet over standardavvikene til posisjon og hastighet. Standardavvikene knyttet til nord og øst-komponentene blir ca. tre ganger så stort i løpet av knappe 10 sekunder, mens ned-komponenten nesten ikke påvirkes. Standardavviket synker raskt tilbake til samme verdi som før bortfallet. Perioden uten GNSS er så kort at standardavviket knyttet til orienteringsvinklene ikke øker nevneverdig. Man kan se et lite utslag for roll- og pitchkomponentene, men heading er tilsynelatende

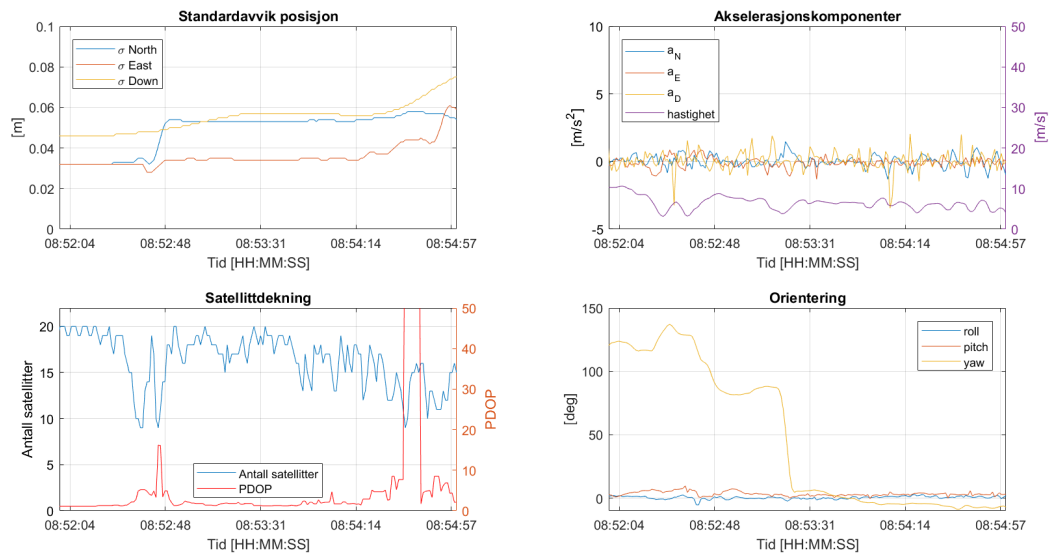
upåvirket.



Figur 4.4: Standardavvik for de ulike parameterne.

To-antenneoppsettet gjenopptar ikke posisjonsestimater raskere enn oppsett med bare én antenne. Det er heller ikke noen markant drift å spore i orienteringsvinklene. Noe av grunnen til dette er at før, etter og under GNSS-bortfallet holder bilen jevn fart i et åpent område. I en mer realistisk tilnærming ville man fjernet satellittene suksessivt før de forsvant helt. I et slikt tilfelle ville kanskje differansen mellom oppsettene blitt større.

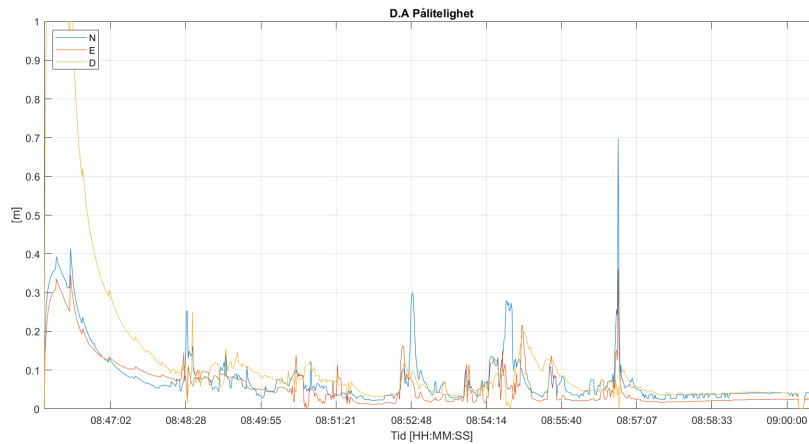
Omtrent midt i datasettet vokser standardavviket til de ulike posisjonskomponentene. For å undersøke årsaken til dette er noen flere parametre plottet. Hensikten med dette er å se om det er noen typer dynamikk som påvirker resultatene negativt.



Figur 4.5: Utsnitt av datasett

Akselerasjonskomponentene spriker lite og ligger mellom  $[-5m/s^2$  og  $5m/s^2]$ . Ut fra dette kan man tolke at bilen verken gasser eller bremses brått, i tillegg til at risting fra ujevnheter i veien absorberes av bilen. Verdiene for roll, pitch og heading viser heller ingen unaturlige verdier. Det økte standardavviket til posisjonen kan i dette tilfelle tilskrives variasjon i antall satellitter og PDOP-verdier. Vi ser at disse verdiene gjerne er i en slags motfase og at et lavt antall satellitter medfører en høyere PDOP-verdi. Tilgjengelige satellitter varierer litt, men har en negativ trend i det bilen kjører inn i et boligområde. Uten fix-løsning ligger standardavviket for posisjon mellom 5 og 10 cm.

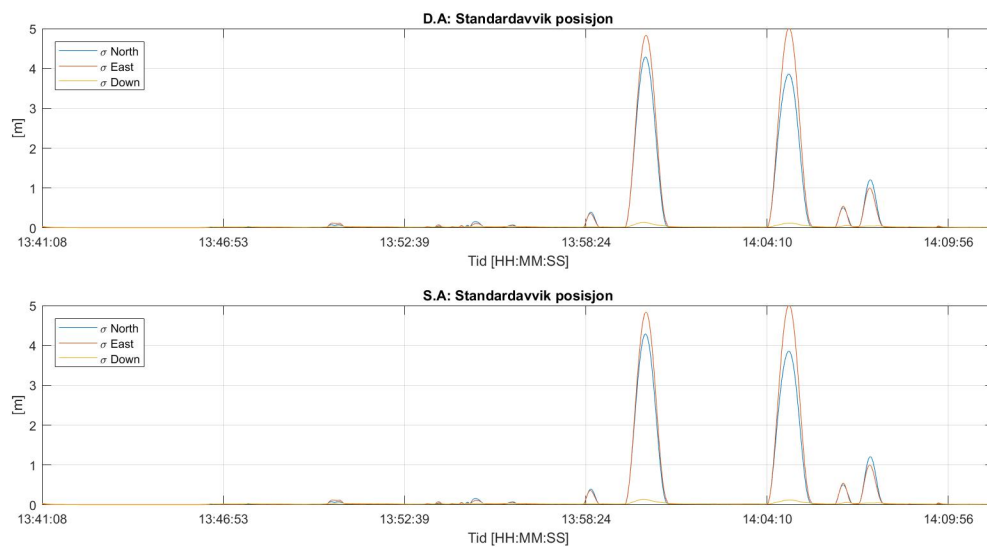
Til slutt vises den ytre påliteligheten til datasettet: Et par minutter ut i datasettet stabiliserer den ytre påliteligheten seg til å ligge mellom 10 og 20 cm. Likevel er det korte perioder hvor ytre pålitelighet øker til 30 cm og til og med helt opp til 80 cm.



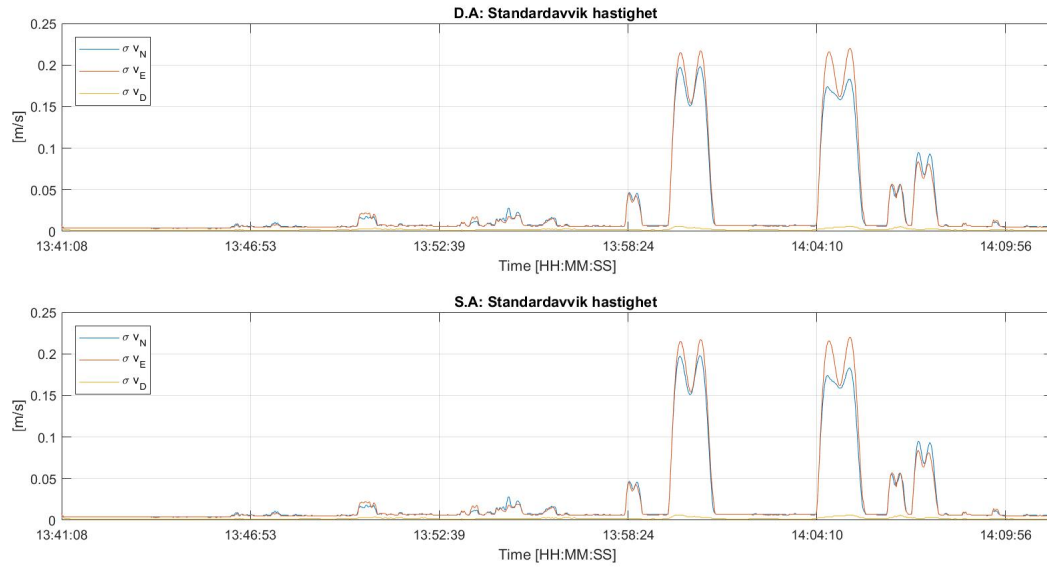
Figur 4.6: Ytre pålitelighet

### 4.1.2 Sørås 2

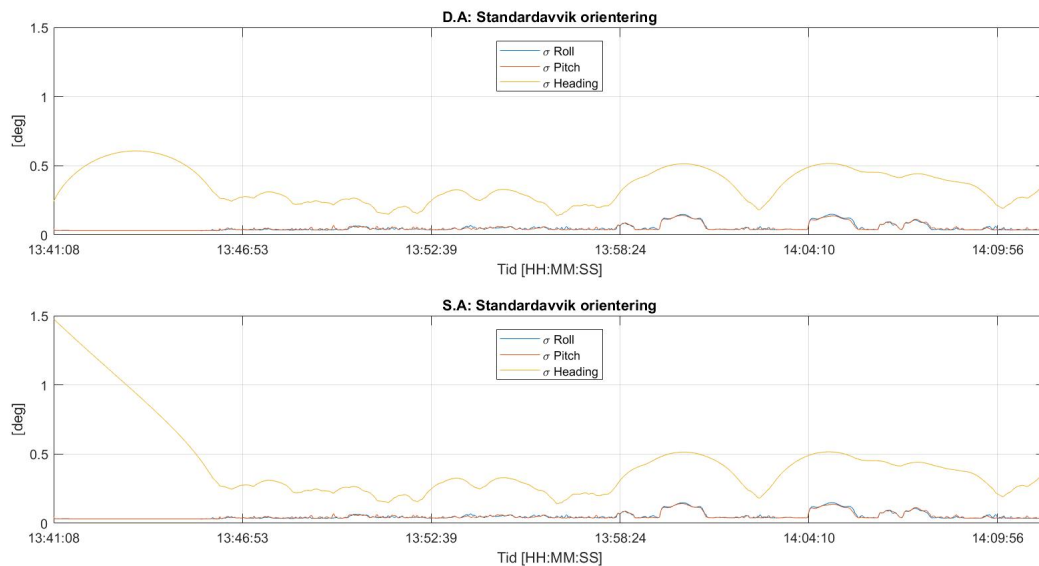
Sørås 2 er et annet datasett som også er samlet inn med bil. Dette datasettet inneholder mer varierte omgivelser og terreng i tillegg til langt større hastigheter og akselerasjoner enn Sørås 1. Kjøreturen går gjennom flere tunneller av ulik lengde noe som gir et mer reelt bilde av sensorenes oppførsel under krevende forhold. Bilen kjører nesten ett minutt uten GNSS-observasjoner noe som høyst sjelden vil forekomme utendørs, selv i krevende forhold med tanke på en slalombakke. De verste utslagene vil derfor være å regne som i overkant pessimistiske for den endelige applikasjonen og bruksområdet.



Figur 4.7: Standardavvik posisjon



Figur 4.8: Standardavvik hastighet



Figur 4.9: Standardavvik orienteringsvinkler

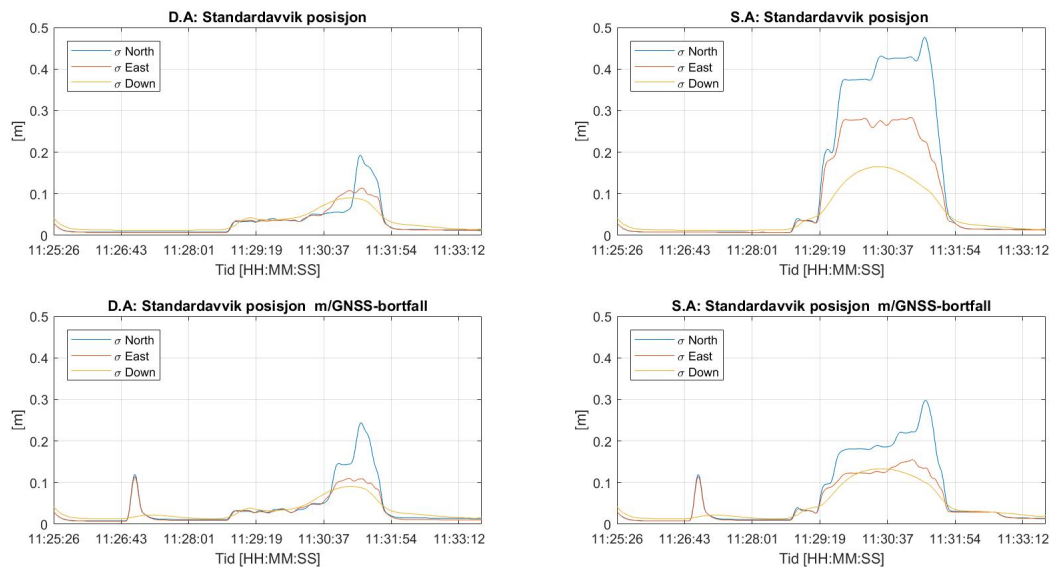
En ser veldig store utslag i de ulike standardavvikene når bilen er i tunnelene. For posisjonene øker standardavviket i Nord og øst-retningen fra sub-desimeter til 5 meter på det verste, mens ned-komponenten nesten er uberørt. De samme tendensene sees for standardavviket til hastighetskomponentene i nord- og østretning, som øker



fra 0.01 m/s til 0.2 m/s. Med en gang man får kontakt med satellittene krymper standardavviket raskt. Standardavviket til orienteringsvinklene vokser også når bilen kjører gjennom tunnelen, men ikke i like stor grad som posisjon og hastighet. Heading vokser mest og er den parameteren som bruker lengst tid på å få ned standardavviket. Utslagene for posisjon og fart gjennomgår en mangedobling av standardavvikene, mens standardavvikene til orienteringen *bare* doubles. Ellers oppfører resultatene for de ulike oppsettene seg som for Sørås 1, og i starten av datasettet ser man den samme forskjellen i standardavvik til heading mellom èn og to antenner.

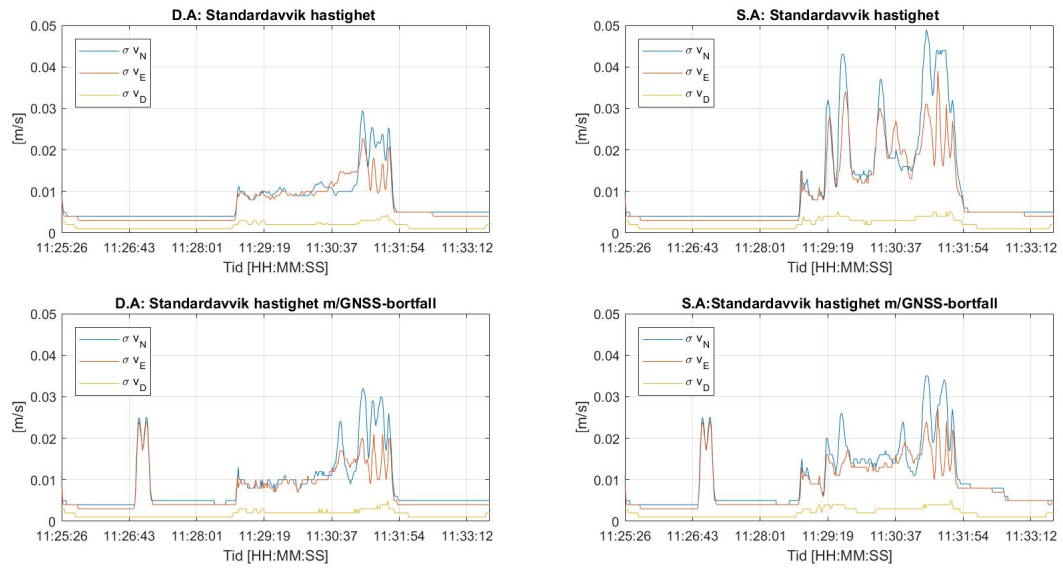
## 4.2 NMBU 2017

Under følger resultatene fra datasettet på løpebanen ved NMBU. De første minuttene ligger sekken helt i ro på bakken med sensorene vendt opp. I dette bruksområdet får man testet hvordan sensorene reagerer på mer ustabile bevegelser og vibrasjoner som en løpetur vil gi, og hvordan ryggsekkoppsettet vil påvirke sikten mot satellittene.

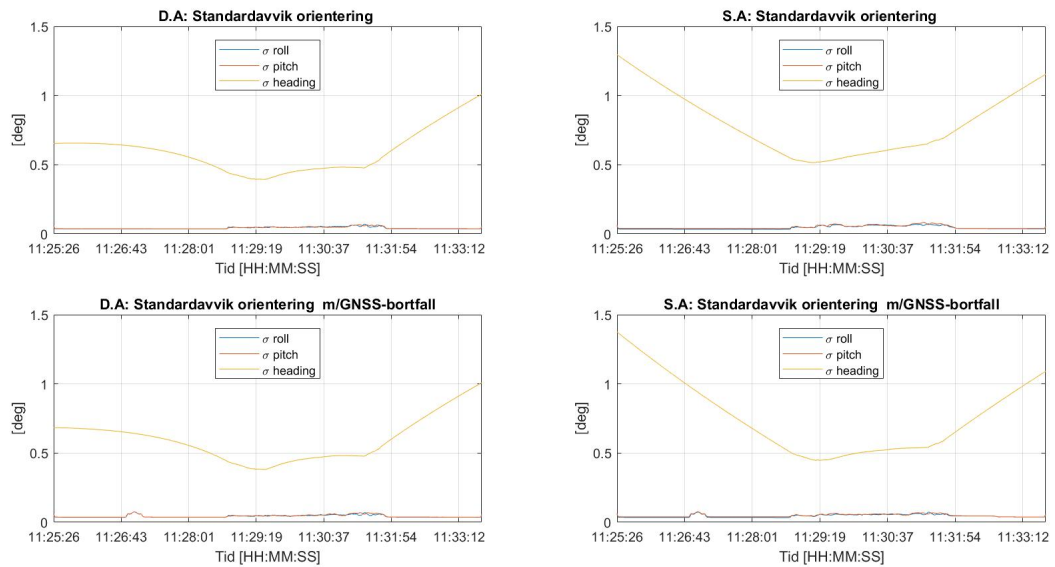


Figur 4.10: Standardavvik posisjon

Man ser her vesentlig større forskjeller mellom de ulike oppsettene. Tendensen er at ytelsen blir bedre med markant lavere standardavvik for to-antenneoppsett. Dette gjelder særlig for posisjon og hastighet. Standardavviket til orienteringsvinklene ligner mer på bildatasettene der det særlig i starten er en fordel med to antenner. Likevel ser man at standardavviket til heading er noe høyere for oppsettet med bare èn antenne. Selv om datasettet inneholder mye bevegelse er den totale dynamikken/hastigheten i en retning ganske lav og dermed oppnår ikke èn-antenneoppsettet like godt estimat



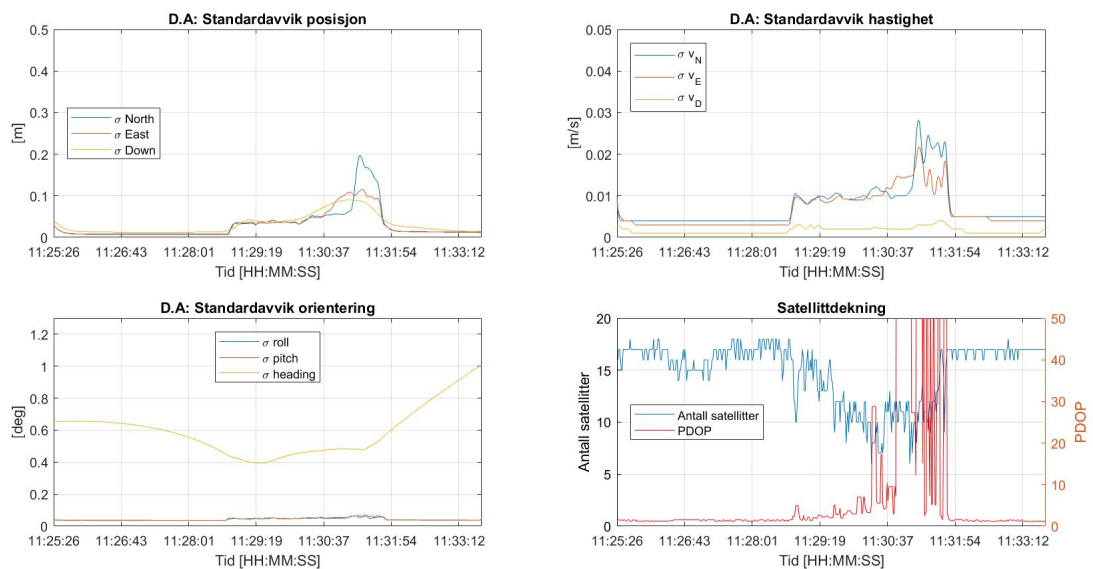
Figur 4.11: Standardavvik hastighet



Figur 4.12: Standardavvik orienteringsvinkler

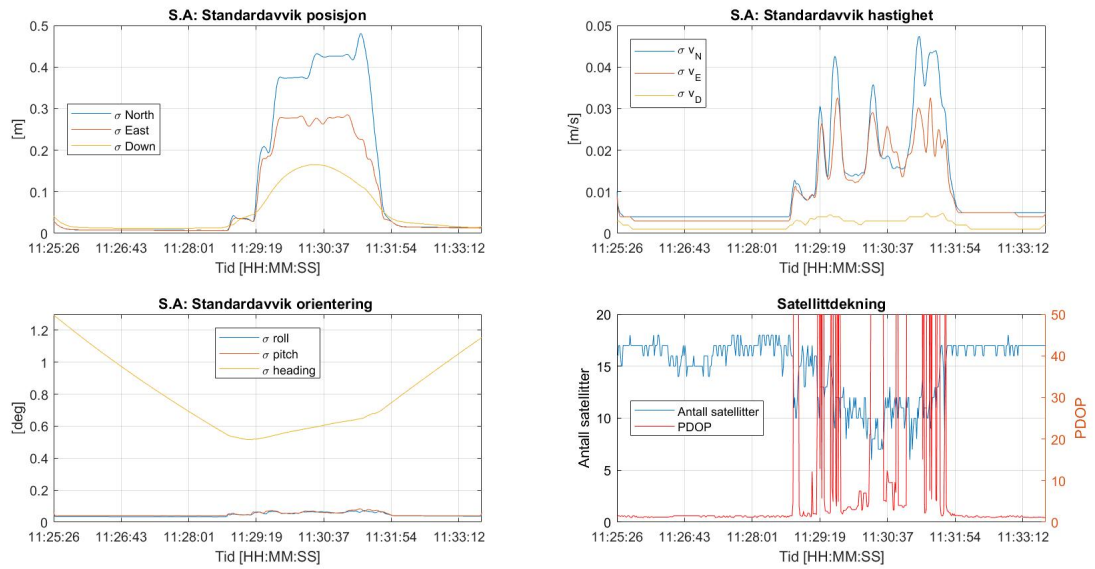
på heading.

Så lenge sekken ligger i ro oppnår sensorene gode estimater for posisjon og hastighet. Standardavviket gjør et lite hopp i det sekken tas på ryggen og øker ytterligere mot slutten av runden. I det sekken legges ned på bakken synker igjen standardavviket tilbake til startverdiene. Komponentene oppfører seg ganske likt helt til nordkomponenten gjør et lite hopp. Årsaken til dette ser ut til å være kombinasjonen økt PDOP og færre satellitter. Hastighetsstandardavviket til ned-komponenten ligger stabilt lavere enn nord og øst og påvirkes i liten grad av løpingen. Roll og pitch holder et stabilt standardavvik på under  $0.1^\circ$  gjennom datasettet. Heading har et standardavvik på ca.  $0.5^\circ$  til å begynne med og synker litt når løpingen begynner, før den øker igjen mot slutten av opptaket.



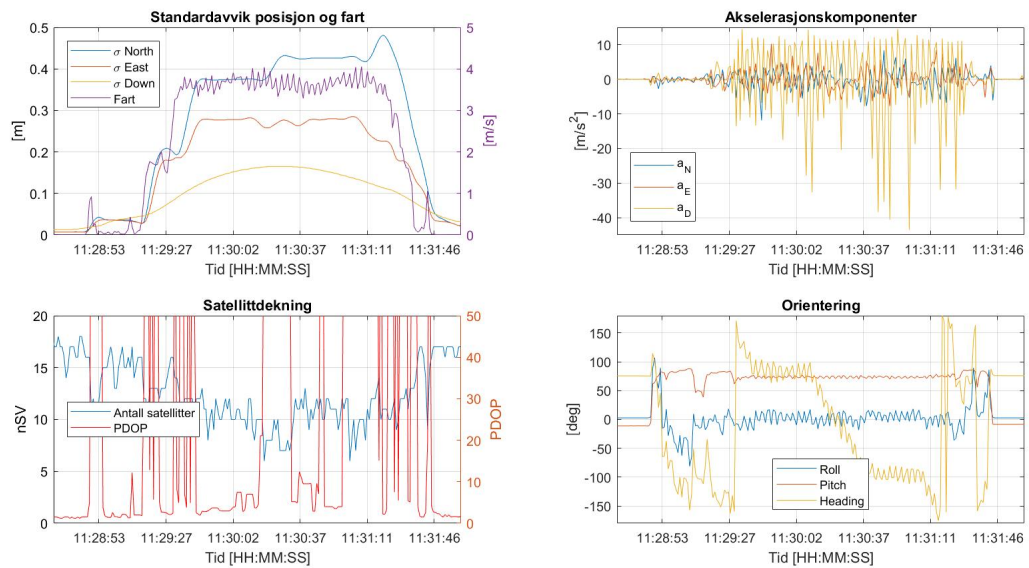
Figur 4.13: Standardavvik ulike parametre for to GNSS-antenner

Tendensene for resultatene med én antenne er de samme, men standardavvikene er langt større i tillegg til at komponentene varierer mer innbyrdes. Posisjonsestimatene opplever en kraftig forverring i det sekken tas på ryggen og blir stegvis verre under løpingen. Standardavvikene til hastighetskomponentene blir også større og varierer i tillegg mer. Vi ser at PDOP-verdiene opplever en markant økning allerede når løpingen starter. Når det gjelder standardavviket knyttet til heading ser den litt ut som et tverrsnitt av en dal: I starten er retningen dårlig bestemt, blir gradvis bedre, men øker mot slutten.



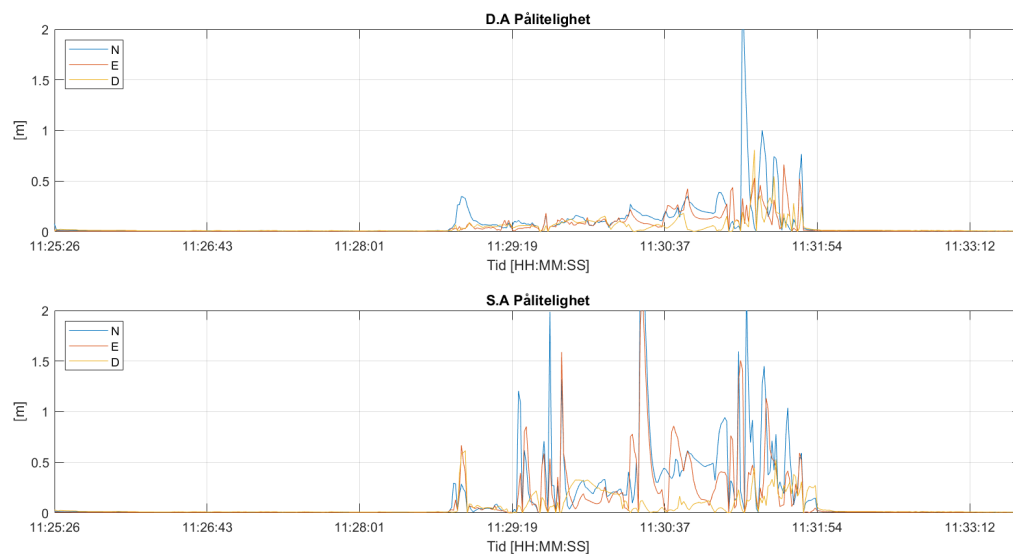
Figur 4.14: Standardavvik ulike parametre for en GNSS-antenne

I dette datasettet ser man tydelig større forskjeller innad i samme oppsett og mellom de ulike oppsettene. Under løpingen blir sensorene utsatt for mer bevegelse, støt og vibrasjoner. Med sekken på ryggen vil sikten til satellittene bli noe dårligere. Geometrien i sekkeoppsettet er mer komplisert ettersom sensorene beveger seg mer i forhold til hverandre ettersom ryggen gjerne roterer litt under løpingen.



Figur 4.15: Utsnitt av datasett med en antenne

I motsetning til biloppsettet ser vi her store utslag i akselerasjonskomponentene. Her varierer de mellom  $-40m/s^2$  og  $10m/s^2$ . Størst utslag har ned-komponenten, og ettersom svært få løper med en akselerasjon i denne størrelsen kan man se på dette som en tallfesting av støtene sensoren opplever hvert steg. Verdiene for roll, pitch og heading oppfører seg som forventet i løpet av runden. Verdt å merke seg er at heading, i tillegg til en tydelig trend, også er veldig hakkete. Dette underbygger igjen viktigheten av å ha en ekstra antenne som kan stabilisere løsningen. Det kan se ut som kombinasjonen av krevende dynamikk og ristninger og dårlig PDOP gjør at estimatene blir dårlig med bare en antenne.



Figur 4.16: Ytre pålitelighet med en og to antenner

Med to GNSS-antenner ligger er den ytre påliteligheten stort sett i underkant av 25 cm. Den gjør et hopp opp til 2 meter mot slutten runden, synker ned til 1 meter i det sekken tas av ryggen og synker ytterligere idet sekken legges tilbake på bakken. Uten slaveantenne varierer den ytre påliteligheten i større grad. På det meste er den oppe i 3 m ved et tilfelle og 2 m i flere tilfeller. Pålitelighetsverdiene stabiliserer seg i mye mindre grad enn med slaveantenne.

### 4.3 Juvass 2016

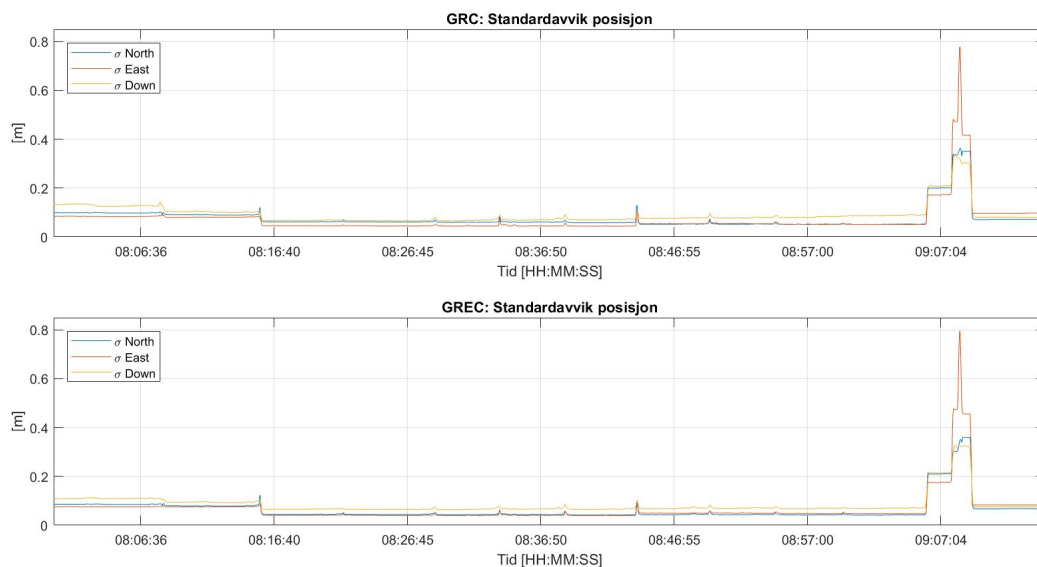
For datasettet fra Juvassbreen er det bare gjort opptak med en GNSS-antenne og IMU. Deler av datasettet er ikke tatt med i plottet ettersom dette ikke anses som relevant (kjøring i bil til og fra bakken). Opptaket inneholder i tillegg til nedfartene også heisturen opp igjen. Mellom turen i heisen og en nedfart har alpinisten et opphold

på toppen av varierende lengde. I en besiktigelse av løypa kan det forekomme at utøveren står i ro over lengre tid og det vil derfor være interessant å utforske hvordan sensorene påvirkes av dette. Senere vil fokuset ligge på utvalgte nedfarter. I henhold til konvensjon fra Rinex 3 betegnes de ulike GNSS:

- **GRC** betegner datasett med GPS, GLONASS og Beidou.
- **GREC** betegner datasett med GPS, GLONASS, Galileo og Beidou.

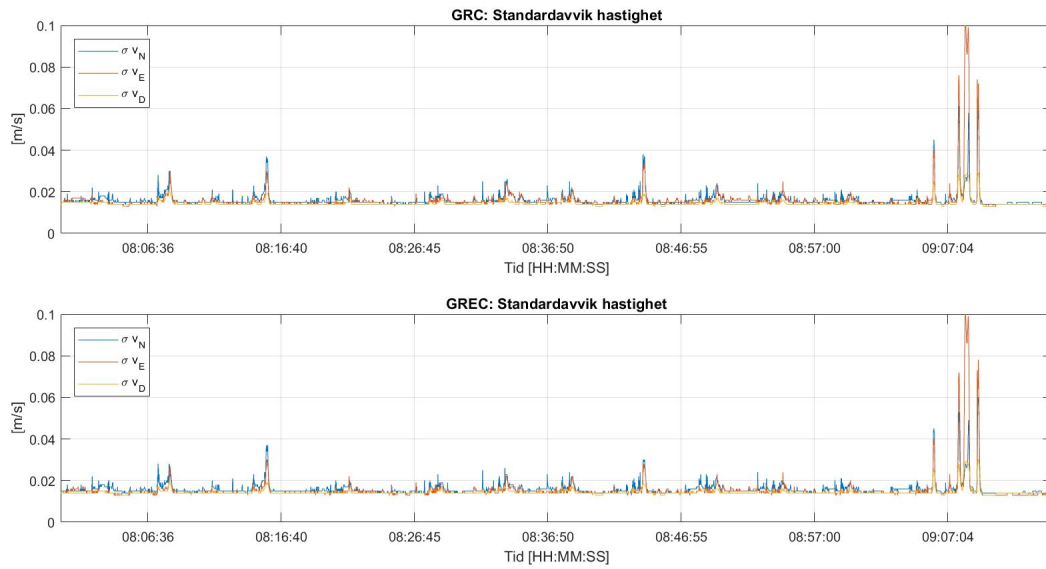
Grunnet manglende data fra basestasjon som har målt til Galileo og Beidou er det kun prosessert i PPP-løsning, men datasettets lengde gjør at dette ikke er så kritisk.

### 4.3.1 Bidrag fra Galileo



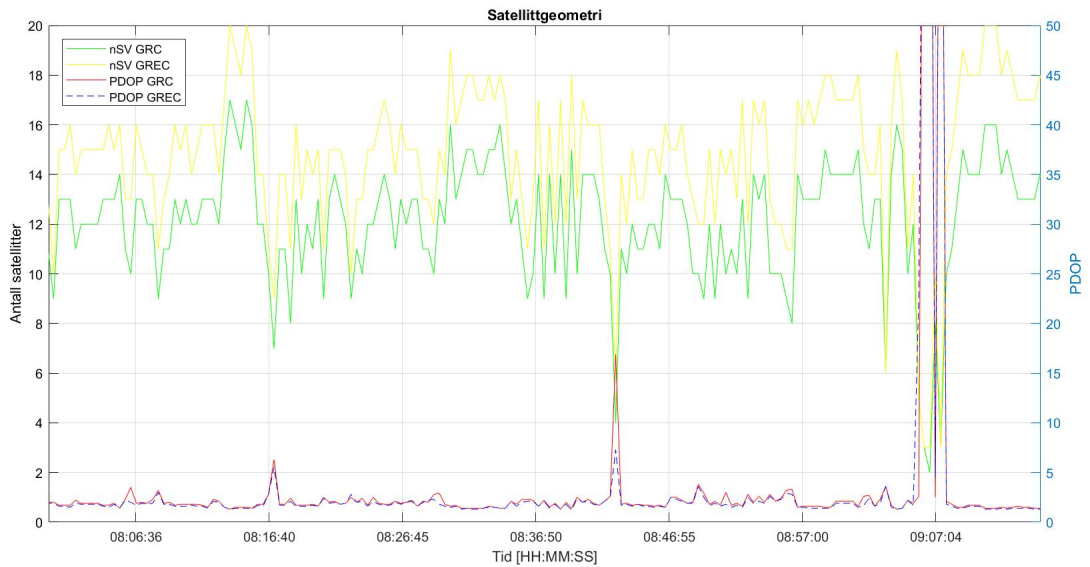
Figur 4.17: Standardavvik posisjon

Under kjøringen i alpinbakken, nedfart eller heistur har posisjonsestimatene et standardavvik som ligger ganske stabilt mellom 5 og 10 cm. Det store hoppet på slutten av grafen kommer når sekken tas av utøveren og er i så måte ikke representativt. De ellers ganske flate grafene inneholder noen små tagger hvor standardavviket øker litt. Dette inntreffer når alpinisten blant annet står i heiskø og det er litt dårligere måleforhold. Ved første øyekast ser det ut som estimatene med Galileo blir noe bedre enn uten. Ved nærmere ettersyn ser man at særlig nord-komponenten blir bedre med Galileo og at de små taggene er glattet ut.



Figur 4.18: Standardavvik hastighet

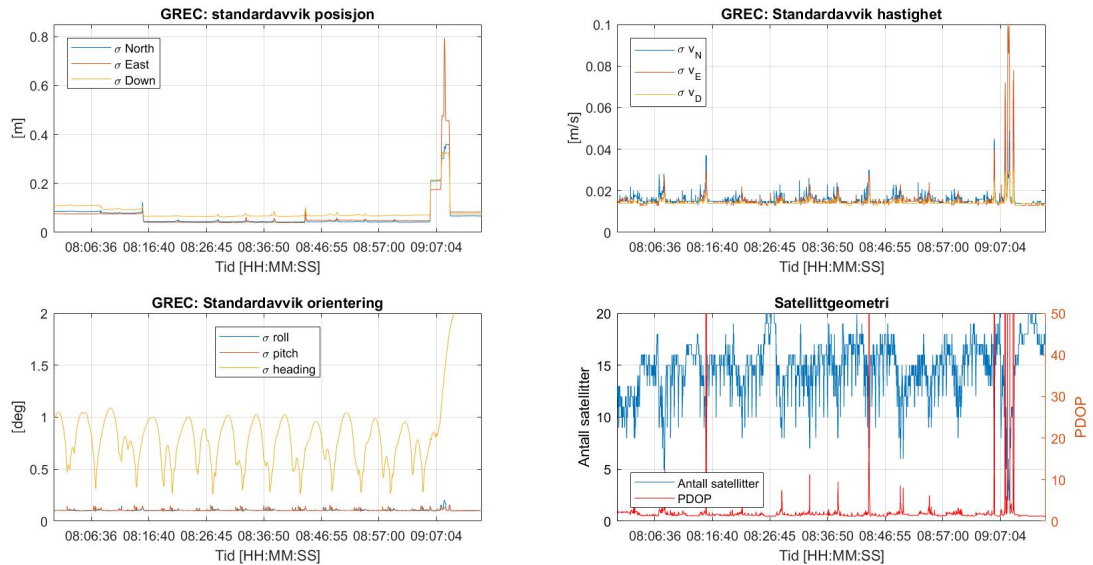
Standardavviket til hastighetskomponentene følger stort sett samme tendens som for posisjonene. Hastighetene er bestemt med et standardavvik på ca. 0.02 m/s. Dette er i overensstemmelse med spesifikasjonene fra produsent (figur 3.9). Man ser også her at med Galileo blir grafen litt glattet ut.



Figur 4.19: Antall satellitter og PDOP-verdier



Plottet viser antall satellitter og PDOP-verdier med og uten Galileo. På det meste er fire Galileo-satellitter synlig. Kurven for PDOP-verdiene med Galileo er noe flatere noe som betyr at satellittgeometrien blir mer robust med Galileo.



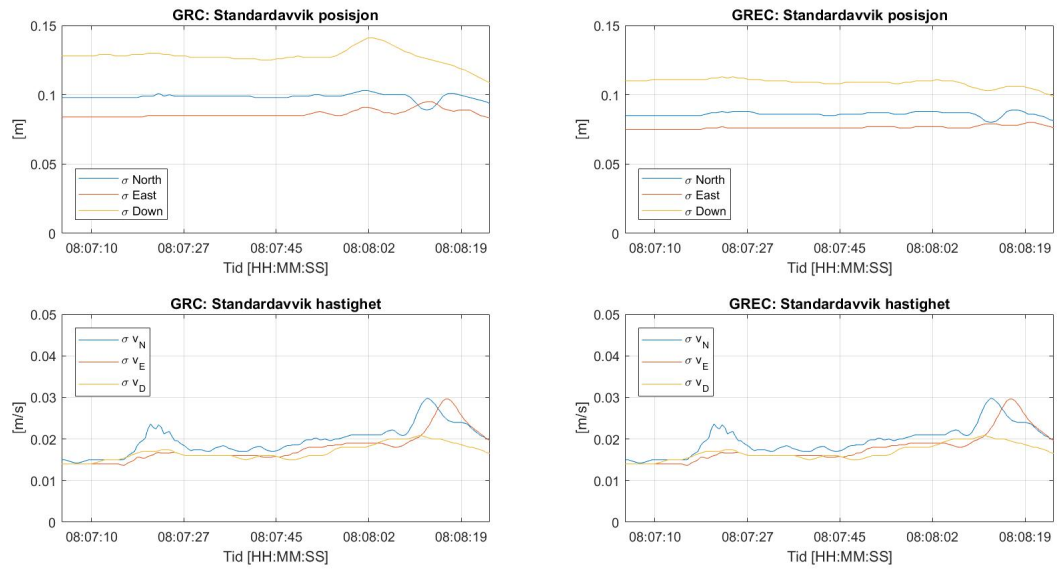
Figur 4.20: Standardavvik for ulike parametre

Plottet over viser at standardavvikene til posisjons- og hastighetskomponentene varierer ganske lite over et tidsrom på én time med 10 opp- og nedturer. PDOP-verdien er også stabil og holder seg godt under fem. Det kan være et signal på at dette ryggsekkoppsettet med GNSS-antenna plassert i nakken ikke blokkerer sikten til satellittene i avgjørende grad. Standardavvikene til orienteringsvinklene varierer derimot i mye større grad. Det er tydelig at heading i dette tilfellet varierer som en funksjon av farten og indirekte hvor i bakken man er: I heisen øker standardavviket gradvis før det synker i løpet av en nedfart, derav de 10 bølgene på grafen. Det vil derfor være interessant å se hvordan dette forplanter seg over på posisjon og hastighet når man senere ekskluderer GNSS-observasjoner i deler av datasettet.

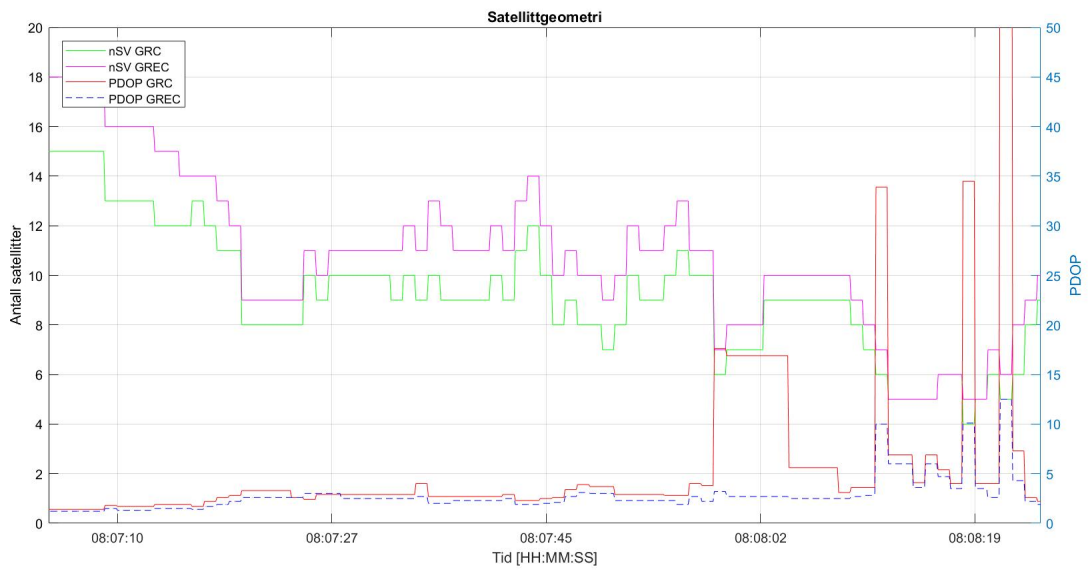
## Nedfart 2 og 11

Resultatene viser standardavvikene til posisjon og hastighet for nedfart 2 med og uten Galileo. Tendensen er at Galileo har noen cm lavere standardavvik for posisjon, mens hastighetene er omtrent like godt bestemt.



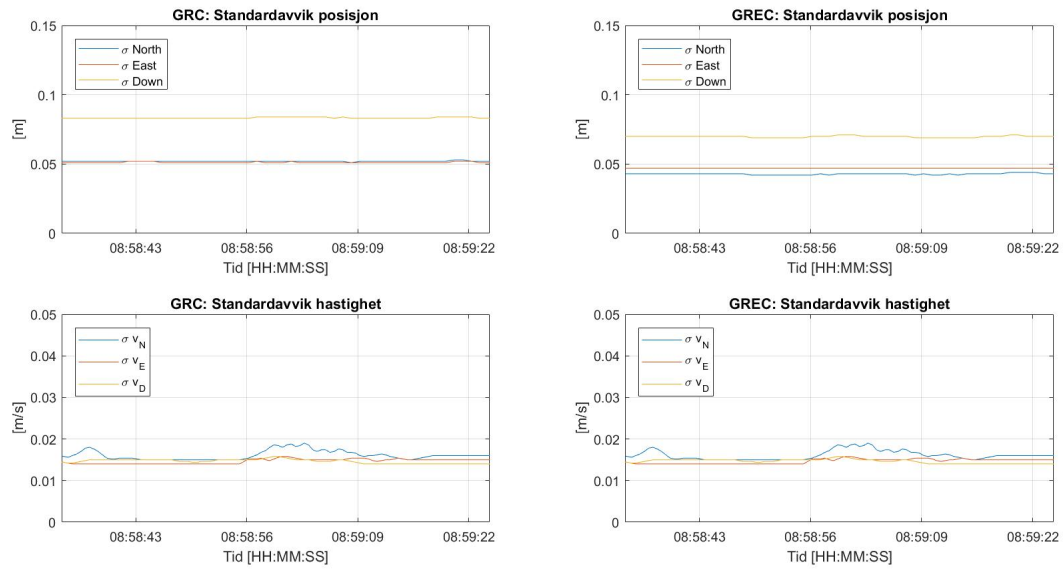


Figur 4.21: Resultater nedfart 2



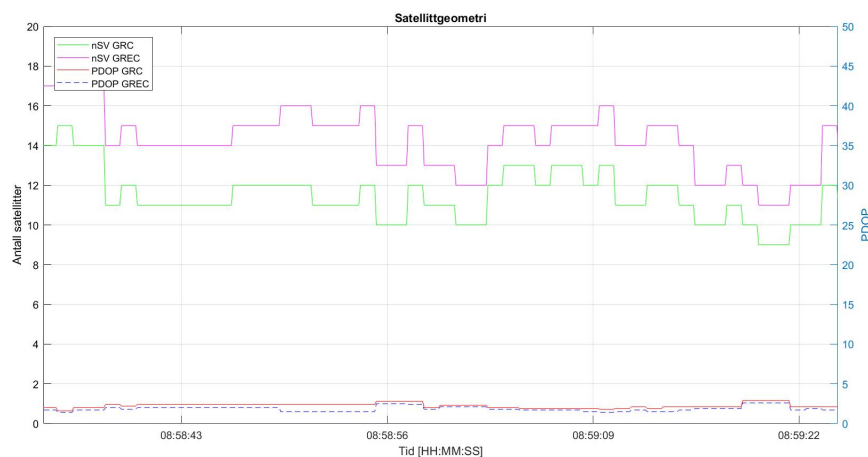
Figur 4.22: Antall satellitter og PDOP-verdier nedfart 2

Grunnen til det litt lavere standardavviket kan være at PDOP-verdien holder seg mer stabil med Galileo. Selv om det noen steder bare er én satellitt mer, betyr dette at geometrien styrkes mye av å ha med denne.



Figur 4.23: Resultater nedfart 11

Denne nedfarten er gjort litt lenger ut på formiddagen og man ser i plottet over at standardavviket til posisjonene er lavere enn for nedfart 2. Dette skyldes at flere satellitter er synlige på dette tidspunktet. Det er minimum 10 tilgjengelig mot 6 tidligere. Nord og øst-komponentene er ganske like, men ned-komponenten med Galileo er noe bedre. Hastighetene får også et lavere og mer stabilt standardavvik i denne nedfarten. PDOP-verdiene ligger stabilt på ca. 1.5 og forskjellen mellom de to løsningene er liten.

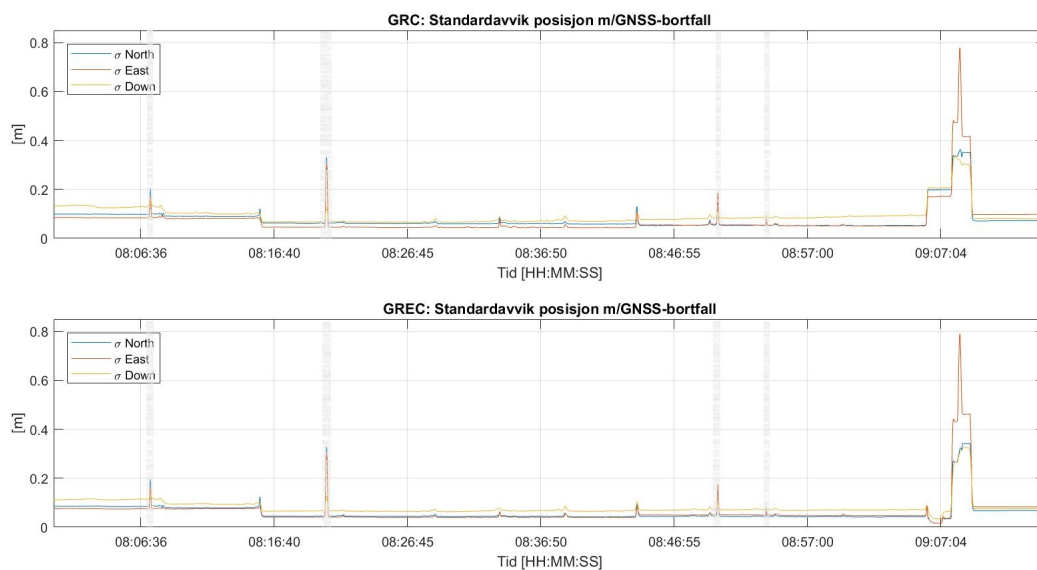


Figur 4.24: Antall satellitter og PDOP-verdier nedfart 11

### 4.3.2 Bortfall av GNSS-observasjoner

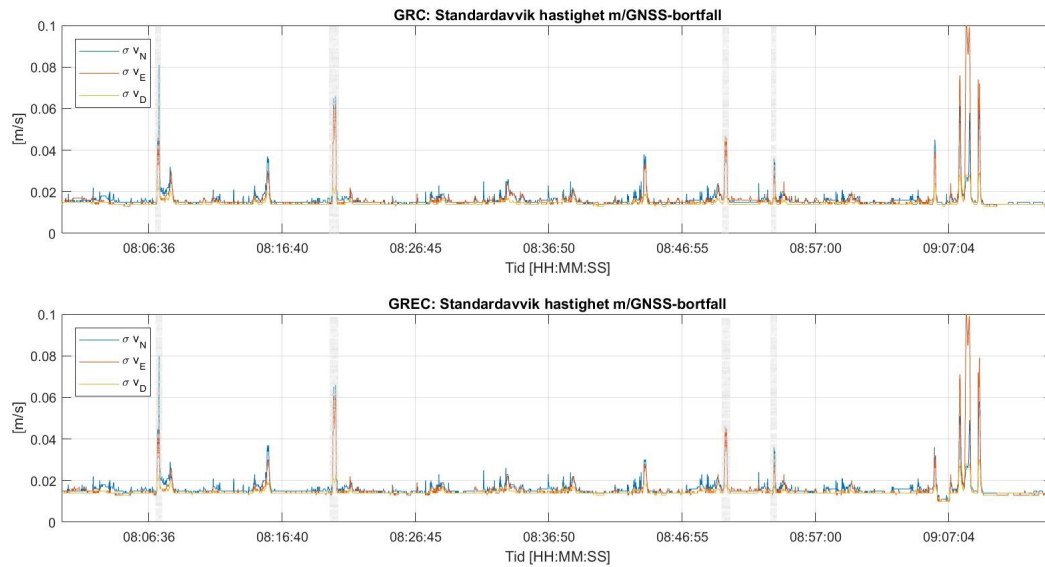
Følgende tidspunkt er GNSS-observasjoner tatt bort:

- 10 sekunder i den andre nedfarten.
- 15 sekunder i den fjerde nedfarten.
- 10 sekunder i den tiende heisturen.
- 5 sekunder i den tiende nedfarten.



Figur 4.25: Standardavvik posisjon. De skraverte områdene tilsvarer tidspunkt uten GNSS

De tre første bortfallene av GNSS kommer tydelig fram på plottet, mens det siste er for kort til at det får store konsekvenser for standardavvikene. Lengden på bortfallet henger naturlig sammen med hvor mye standardavvikene øker: Med 15 sekunder øker standardavviket fra ca. 10 cm til over 30 cm. Det er nord- og østkomponentene som får det største utslaget. Om man har med Galileo eller ikke ser ikke ut til påvirke løsningen på den måten at Galileo f.eks reparerer bruddene noe fortere.

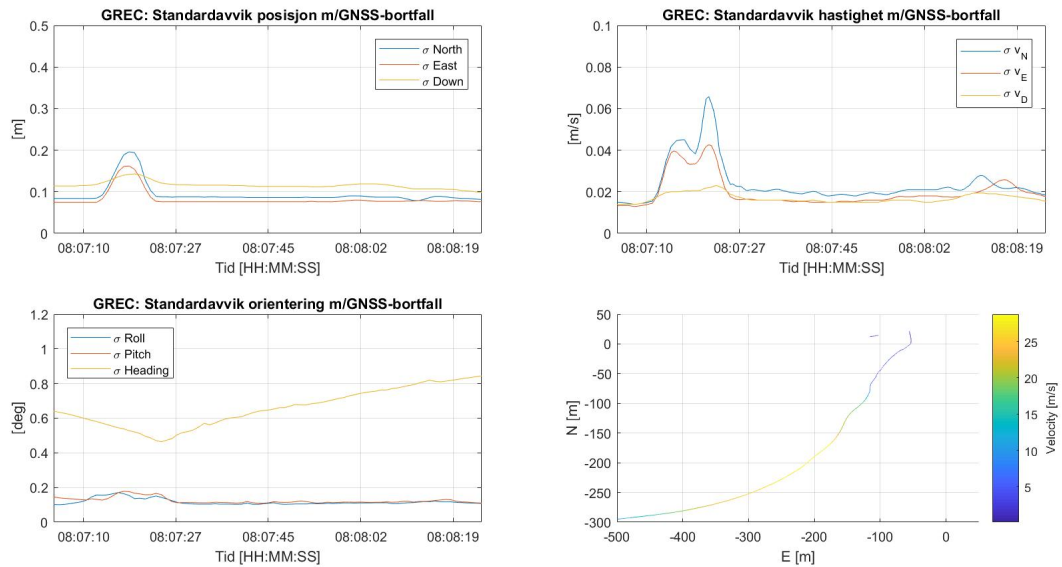


Figur 4.26: Standardavvik hastighet

Standardavvikene til hastighetskomponentene oppfører seg litt annerledes enn posisjonen. Det største utslaget skjer i den første nedfarten selv om denne har kortere bortfall. Man ser også at det siste og korteste bortfallet viser seg i plottet, men at det også kunne blitt tolket som et område med mindre god dekning enn spesifikt knyttet til blokkering av signalene. Ned-komponenten påvirkes i mindre grad.

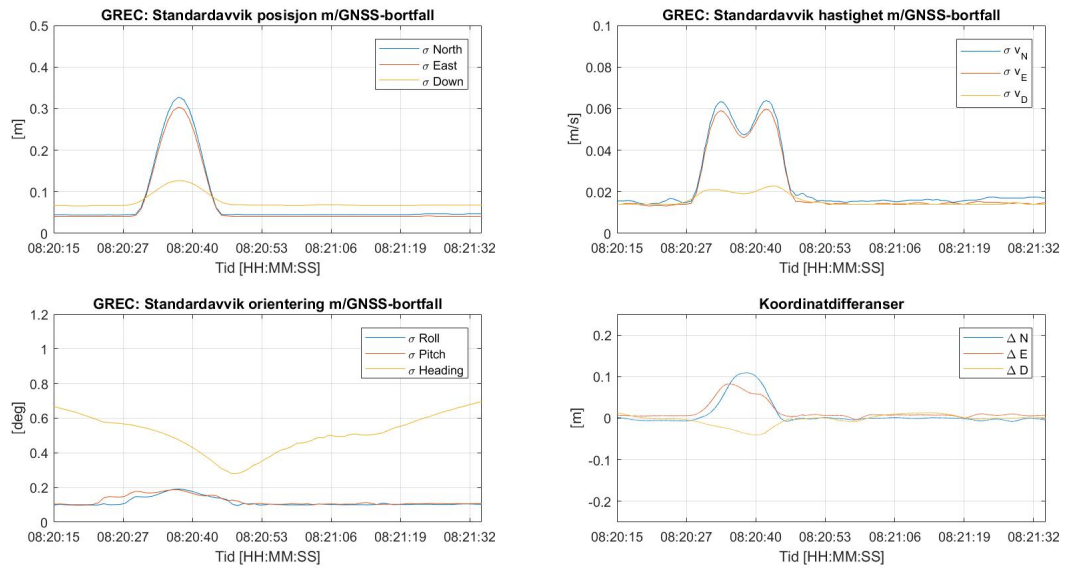
## Nedfart 2 og 4

Plottet under viser hvordan sensorene fungerer med et GNSS-bortfall på 10 sekunder. Nederst til høyre er nedfarten plottet i et NED-system. Vi ser at Nord- og Østkomponenten får henholdsvis det største og nest største utslaget, men ned-komponenten har en flatere kurve. Standardavviket går fra i underkant av 10 cm til 20 cm for Nordkomponenten. Hastighetskomponentene får et utslag med form mer som en kamelpukkel enn en klokkeform. Nordkomponenten gjør her også det største utslaget (0.02 til 0.08 m/s), mens ned-komponenten gjør et lite utslag. Standardavviket til heading oppfører seg relativt uavhengig av bortfallet og synker gradvis gjennom nedfarten. Det ser ut til at farten er det mest avgjørende i bestemmelsen av heading og vil bli belyst senere. Roll og pitch får et økt standardavvik på ca.  $0.05 - 0.1^\circ$ .



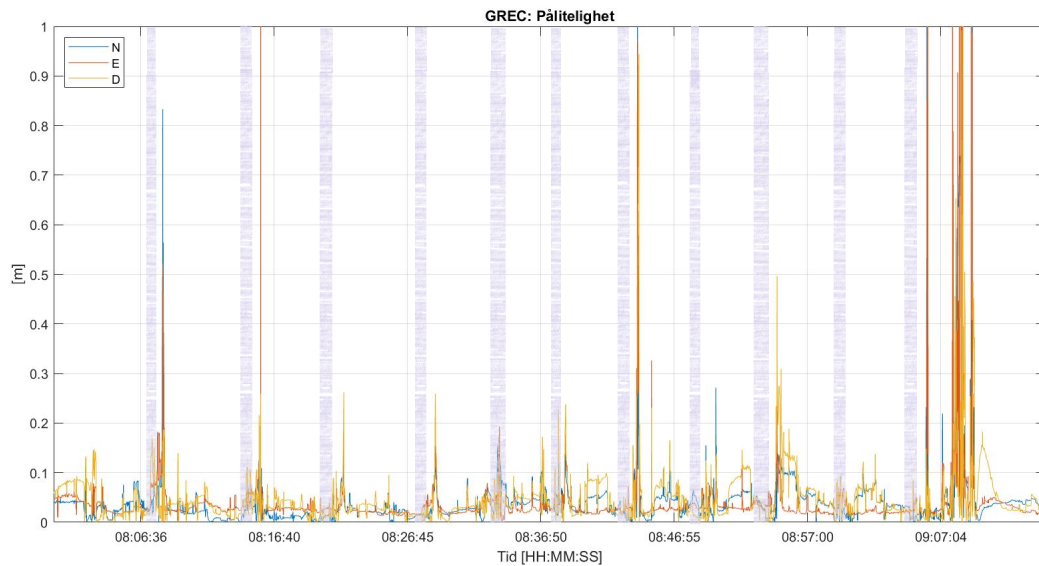
Figur 4.27: Resultater nedfart 2

I nedfart fire er 15 sekunder med observasjoner fjernet. Man ser helt klart de samme tendensene, men som forventet litt større. Koordinatdifferansene er differansen mellom løsningene med bortfall og uten bortfall, ellers alt likt. På det meste er differansen mellom de to sporene på 10cm i Nordkomponenten. Standardavvikene til posisjonen øker for Nord og Øst fra 5 cm til ca. 30 cm. Roll og pitch får enda litt større utslag. Heading har samme profil, men er bedre bestemt enn i enn for nedfart 2. Nord- og Østkomponenten følger hverandre i større grad enn over, mens ned-komponenten fortsatt virker upåvirket.



Figur 4.28: Resultater nedfart 4

I plottet med ytre pålitelighet er for enkelhets skyld nedfartene skravert.



Figur 4.29: Pålitelighetsmål for Juvass 2016 (De skraverte områdene tilsvarer nedfartene)

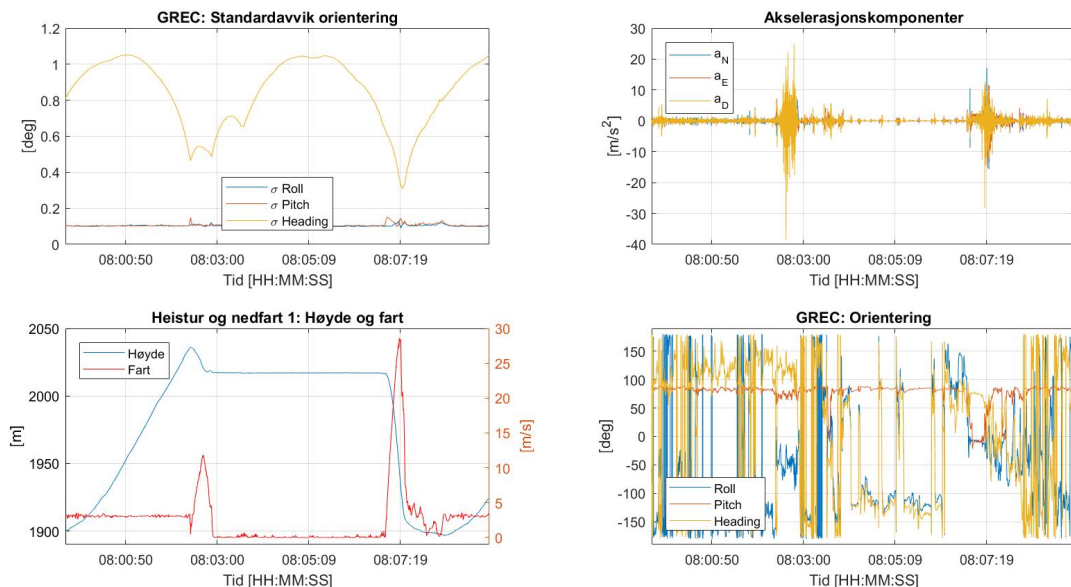
Stort sett er den ytre påliteligheten på sitt laveste under nedfartene (med unntak av den femte nedfarten). Den ytre påliteligheten i nedfartene befinner seg på i underkant

av 10 cm. I heisen spretter den ytre påliteligheten opp i flere meter over korte perioder. I snitt ligger den mellom 10 og 20 cm og underbygger igjen at sensorene fungerer til dette formålet.

### 4.3.3 Videre utforskning av datasett

Ettersom en alpinapplikasjon vil være et litt annet bruksområde enn tradisjonell måling vil det være interessant å se litt hva slags bevegelse/krefter sensorene blir utsatt for og hvor mye variasjon det er.

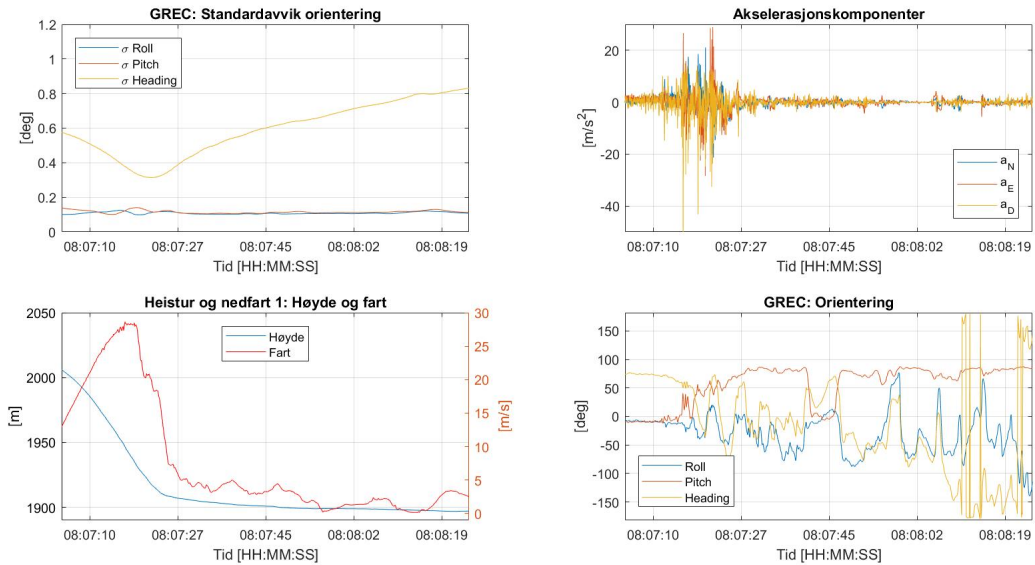
Plottet under viser ulike parametre sammenhengende fra heisturen til nedfart. Sensorene måler gjennom hele skalaen og størrelsene varierer veldig mye over kort tid. Vi ser at akselerasjonskomponentene registrerer et spenn på nesten  $70m/s^2$ . Gyroen registrerer også orienteringsvinkler som spriker i alle retninger (Grunnen til at det ser ekstra rotete ut er at skalaen går fra  $[-180^{\circ}180^{\circ}]$  og når verdier blir større enn 180 skifter de fortegn.). Orienteringsstandardavvikene ser ut til å være i en slags motfase med hastigheten: Høy hastighet medfører lavere standardavvik og motsatt.



Figur 4.30: Oversikt over parametre for heistur og nedfart 1

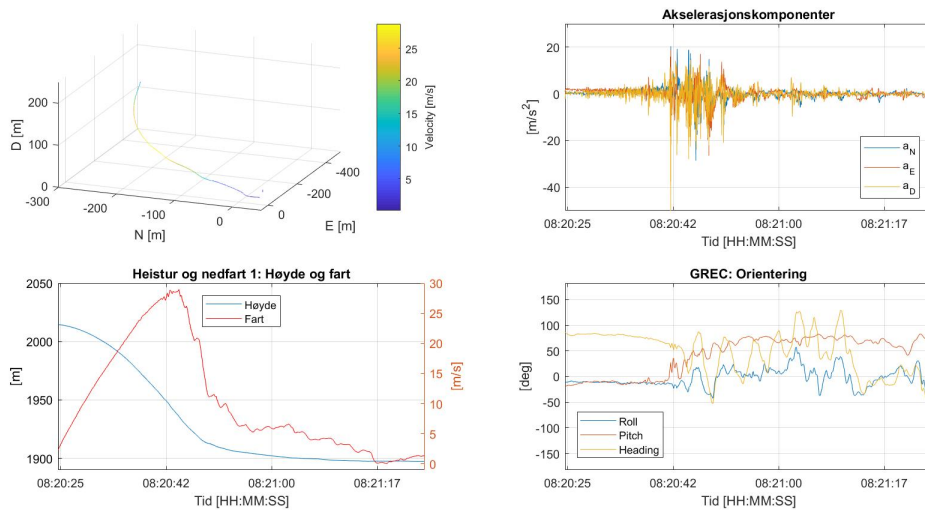
I plottet under er det zoomet inn på bare nedfarten og man kjenner igjen noen svingbevegelser i heading-komponenten. Av plottene ser man at farten går ned når alpinisten begynner å svinge, samtidig som akselerasjonskomponentene begynner å gjøre store utslag. Vi ser det samme mønsteret i nedfart fire. Når det gjelder standardavviket til orienteringsvinklene er den sterkt korrelert med hastigheten. Dette har med å

gjøre at sensoren bruker koordinatendring til å estimere heading, og raskere endring medfører bedre beregning av sann heading.



Figur 4.31: Diverse parametre for nedfart 1

Selv om alpinisten øker farten fra ca 2 m/s til 28-29 m/s skjer denne akselerasjonen i følge plottet mer gradvis. Det kan se ut som svingene utgjør de største målte akselerasjonene når alpinisten legger igjen masse kraft i svingene. Noe av dette kan også skyldes slag og støt i snøen.

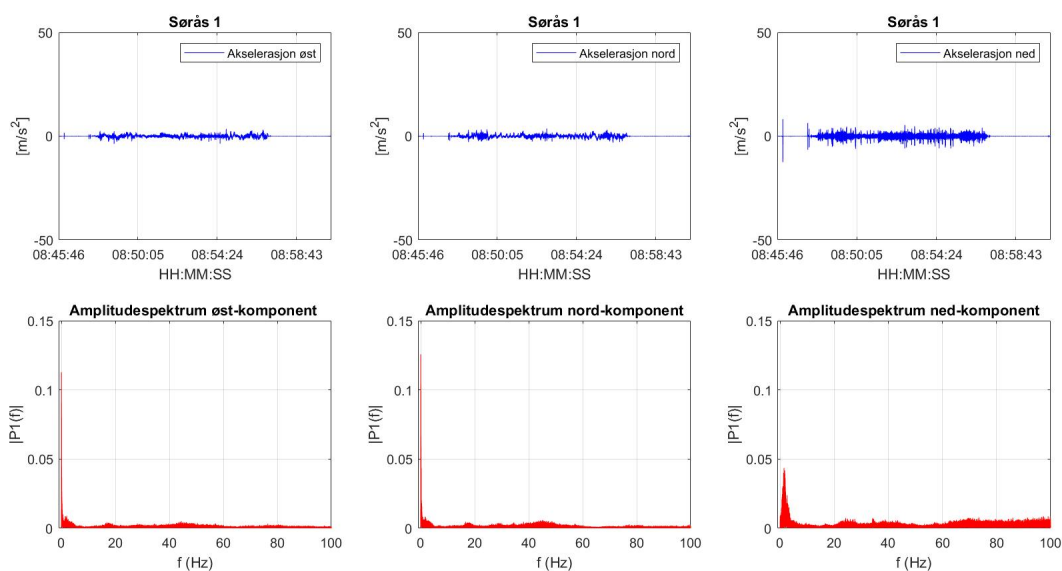


Figur 4.32: Nedfart 4



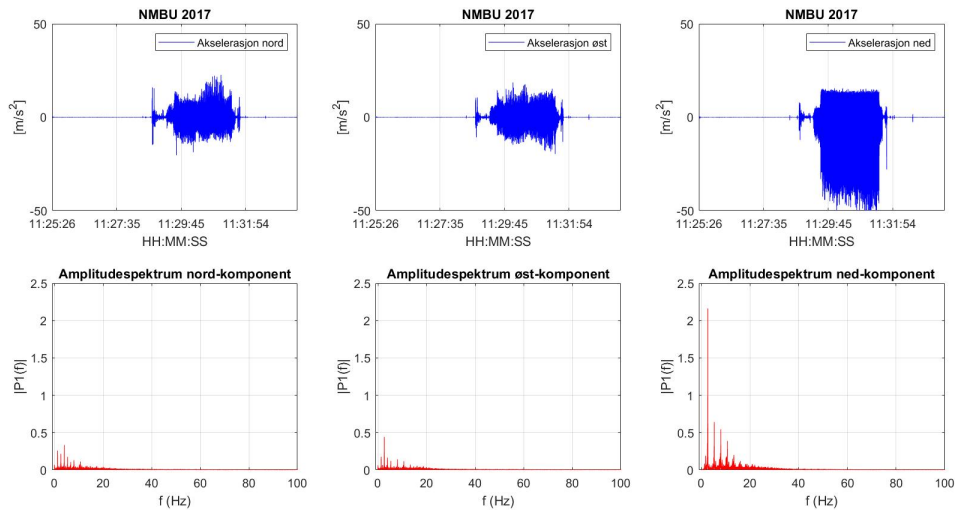
## 4.4 Akselerometersignaturer i frekvensdomenet

Man ser at akselerasjonskomponentene for løpe- og alpinapplikasjonen registrerer akselerasjoner som spenner fra ca.  $-50 \text{ m/s}^2$  til  $50 \text{ m/s}^2$ . Det er rimelig å anta disse ikke beskriver utøverens reelle hastighetsendring, men at signalet er en sum av hastighetsendringer, vibrasjoner, slag og støt. Målingene som gir hastighetsendringene antas å befinne seg i den lavfrekvente delen av spekteret, mens de største utslagene kan komme av høyfrekvent *støy*. En Fouriertransformasjon vil gi fordelingen av signalets styrke som funksjon av frekvensene. Utifra dette kan man filtrere bort de frekvensene man antar å være *støy*. I plottene som følger er det gjort en *Fast Fourier Transform* med en innebygget MATLAB-funksjon for å se fordelingen i frekvensdomenet. (NB! amplitudespekterne er plottet med ulike aksegrenser).



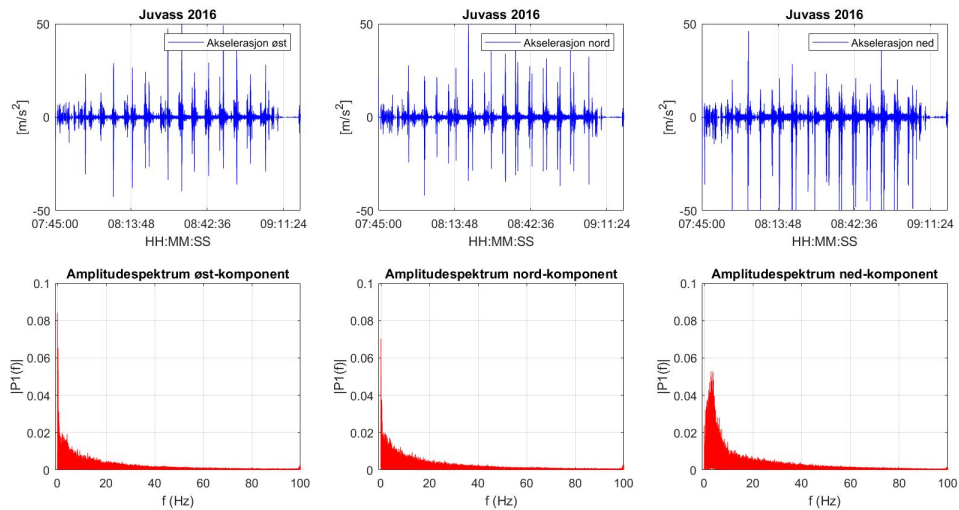
Figur 4.33: Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomenet

Akselerasjonskomponentene og det tilhørende amplitudespekteret i frekvensdomenet oppfører seg ganske likt i grunnriss selv om nordkomponenten har litt høyere amplitude. Mesteparten av signalet befinner seg i det lavfrekvente området rundt 1-2 Hz og ser ut til å dø fort ut. De små krusningene for høyere frekvenser kan være vibrasjoner fra bilens motor. Ned-komponenten opplever større akselerasjoner og signalene fordeler seg litt bredere utover spekteret, men mesteparten befinner seg mellom 1-5 Hz. Her er innholdet fra de høye frekvensene litt sterkere, noe som kan bety at vibrasjonene er kraftigere i vertikalretningen.



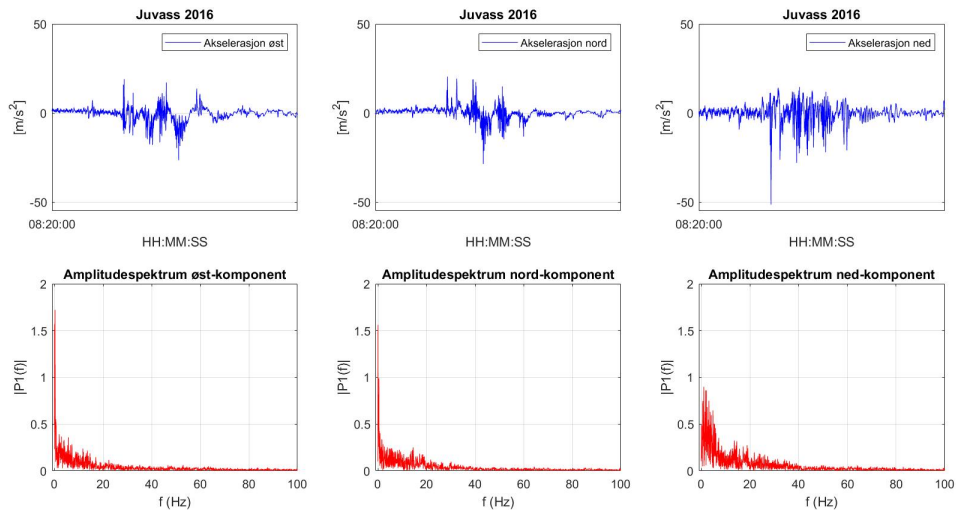
Figur 4.34: Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomene

Alle tre komponentene opplever store akselerasjoner som følge av løpingen. Som nevnt tidligere kommer disse store utslagene ikke av overnaturlig fartsøkning, men heller fra sammenstøt mellom fot og bakke. Over i frekvensdomenet ser vi at signalene tydelig fordeler seg utover noen frekvenser. For ned-komponenten er den sterkeste delen av signalet på ca. 2.5 Hz, noe som kan ha sammenheng med løpefrekvensen. Opp til ca. 15 Hz fordeler signalet seg i klare intervaller samtidig som det blir svakere. Disse tydelige utslagene kan skyldes *andre ordens bevegelser* som f.eks at sekken beveger seg med en annen rytme enn løperytmen. Signalet er veldig svakt over 40 Hz. For nord- og østkomponentene ser vi det samme mønsteret: Tydelig innhold for noen frekvenser, men de er svakere og intervallene smalere. Disse signalene er også veldig svake for de høye frekvensene.



Figur 4.35: Akselerasjonskomponenter og tilhørende frekvensdomene

Ser vi på ned-komponenten i frekvensdomenet finner man en bred fordeling av signalet mellom 0 og 20 Hz. For høyere frekvenser blir signalet fort svakt. For nord- og østkomponentene er større deler av signalet konsentrert rundt 1-2 Hz før de også gradvis forsvinner rundt 40 Hz. Selv om datasettet allerede her er blitt kuttet i starten for å fjerne annen bevegelse, vil det være interessant å se om spekteret er annerledes for bare én nedfart:

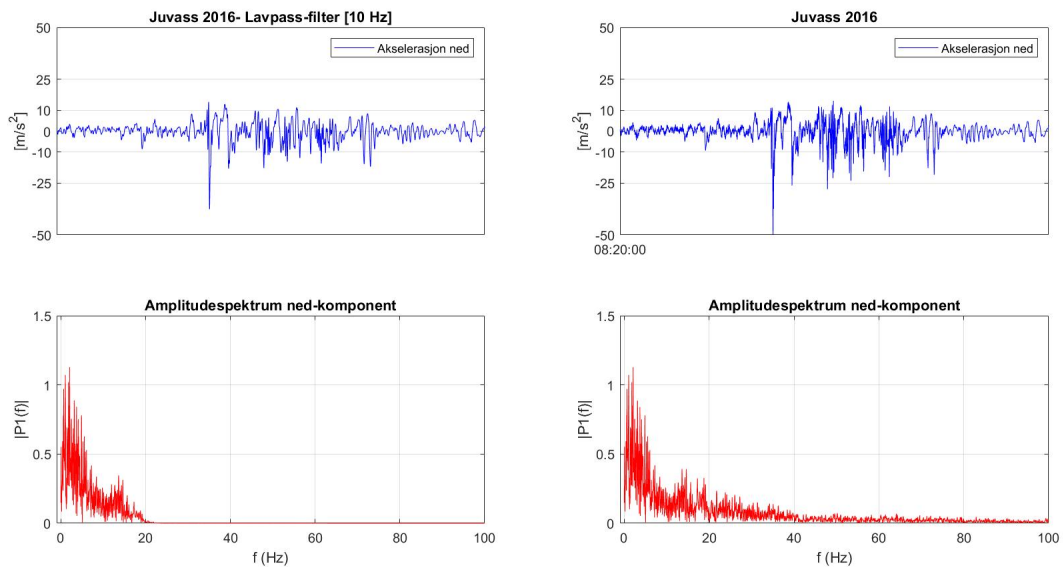


Figur 4.36: Akselerasjonskomponenter og frekvensdomene for én nedfart

Vi ser av plottene over at amplitudespekterne har samme form, men at signalene nå er vesentlige sterkere, noe som ikke er overaskende siden de er konsentrert om én

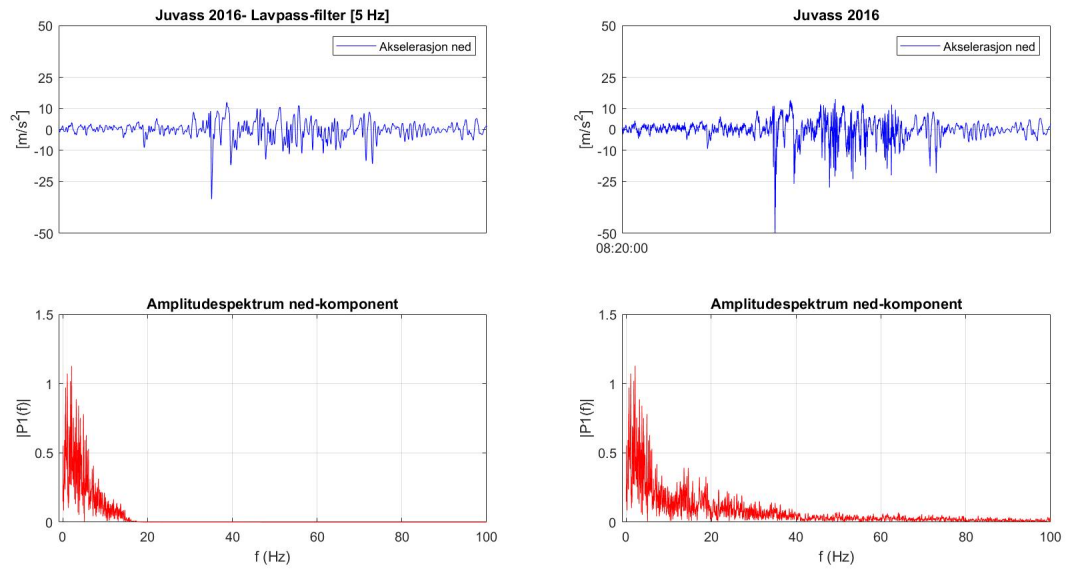
nedfart. Grunnrisskomponentene har størsteparten av signalet omkring 1-2 Hz, mens ned-komponentens spekter strekker seg fra 1-10 Hz. Grunnet det korte tidsintervallet er spekteret hakkete og mindre glatt enn for det lange datasettet. Her er innholdet på de høyere frekvensene sterkere, men over 50 Hz er fortsatt signalet svakt.

I plottet under er det eksperimentert litt med MATLAB sin applikasjon *Signal Analyser* for å bearbeide signalet. Akselerasjonene er prosessert med et lavpass-filter med en grense på 10 Hz. Dette betyr at frekvenser på over 10 Hz blir dempet fra signalet.



Figur 4.37: Til venstre: Akselerasjon og frekvensdomenet etter lavpassfiltrering

Resultatet av å filtrere de høye frekvensene ser ut til å delvis eliminere de største utslagene i akselerasjonene. Man sitter igjen med et enklere/renere signal. Likevel må ulike filtre og terskelverdier testes mer før man kan si om det gjenværende signalet bare beskriver hastighetsendring/bevegelse eller fortsatt inneholder vibrasjoner og støy. Setter man terskelen på lavpassfilteret til å være 5 Hz blir kurven enda mer glattet ut:



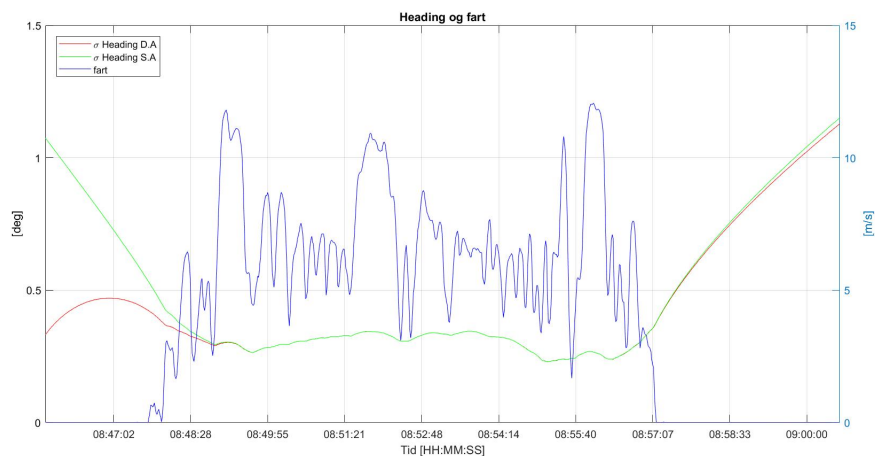
Figur 4.38: Akselerasjon og frekvensdomenet etter lavpassfiltrering

# Kapittel 5

## Analyse og diskusjon

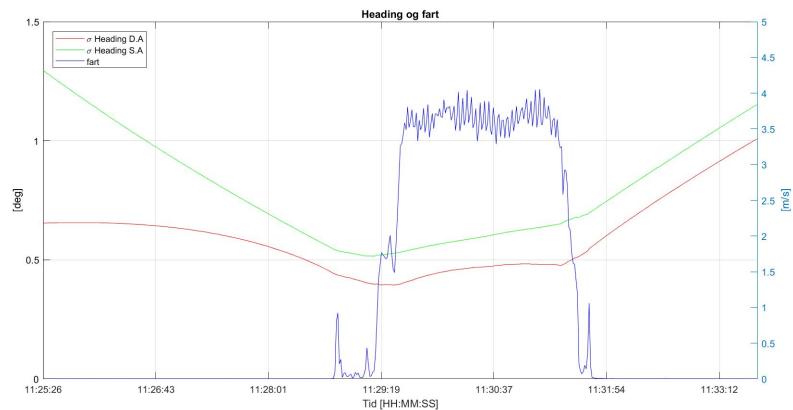
### 5.1 Èn antenne vs to-antenneoppsett

Tre av datasettene er målt og prosessert både med og uten slaveantenne. Ulike oppsett viser tydelige tendenser til at èn ekstra GNSS-antenne fungerer godt som støttesensor for sann heading og generelt styrker systemet. Aller best kommer dette fram i starten av hvert datasett når sensoren er helt i ro. Ettersom Kalmanfilteret bruker observasjoner fra GNSS-antennene til å estimere heading er det helt avgjørende at initialiseringen gjøres i et område hvor effekten av blant annet flerveisinterferens er minimal. Forskjellene mellom oppsettene er mindre i bildatasettene Sørås 1 og 2 på grunn av den relativt enkle dynamikken, i forhold til NMBU 2017. Hastigheten er plottet sammen med standardavviket til heading for å undersøke om det kan være noen sammenheng mellom disse parameterne. Som nevnt tidligere konvergerer løsningene for èn og to antenner raskt etter at bilen begynner å kjøre.



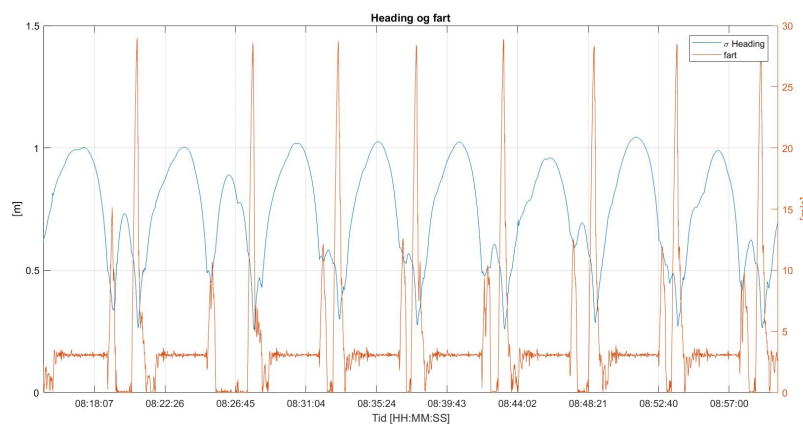
Figur 5.1: Sørås 1: Heading med èn og to antenner

I NMBU 2017 oppnår man ikke et like lavt standardavvik med bare én antenne: Her er den totale farten i bevegelsesretningen litt for lav til at sann heading basert på spor blir god nok. I tillegg varierer heading, som følge av løpebeveleser,  $20-25^\circ$  i løpet av sekunder, noe som igjen øker standardavviket. En ekstra antenne ser her ut til å stramme opp løsningen mye. Dette oppsettet og bruksområdet er mer representativt for alpinapplikasjonen enn bildatasettene og erfaringene fra dette vil veie tyngre enn de andre resultatene.



Figur 5.2: NMBU 2017: Heading med én og to antenner

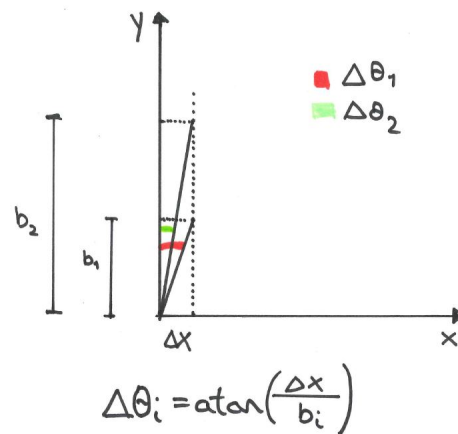
I Juvass 2016-datasettet er det kun målt med én antenne og således ingen mulighet for å sammenligne hva den ville vært med to antenner. Man ser noen av de samme tendensene, nemlig at standardavvikene for heading med én antenne varierer mye. Denne løsningen bruker også magnetisk kompass som støttesensor. Ulempen med dette er at kompasset er stedsavhengig og må kalibreres for hver gang. I tillegg påvirkes det av metalliske gjenstander som kan være problematisk i en skiheis.



Figur 5.3: Juvass 2016: Heading med én antenne

Hastigheten i nedfarten er her så høy at standardavviket synker mye i løpet av kort tid, men utgangspunktet skulle gjerne vært litt bedre. Man ser at på det beste er standardavviket nesten like lavt for Juvass 2016 som Sørås 1. Ettersom det ikke er målt med to antenner har man ikke grunnlag for å hevde at standardavviket ville vært bedre med et to-antenneoppsett, men med tilsvarende resultater som NMBU 2017 kunne det tenkes at standardavviket ville blitt lavere i starten av hver nedfart.

Avstanden på baselinjen mellom de to GNSS-antennene vil ha betydning for kvaliteten på headingestimater. Jo kortere baselinjen blir jo mer sårbar blir sann heading for små feil i posisjoneringen. Av skissen under ser man hvordan en feil på en cm forplanter seg over på vinkelen  $\Delta\theta$  for ulike antenneavstander. Tangensforholdet gjør at effekten av en posisjonsfeil er omvendt proporsjonal med lengden på baselinjen. En dobling i denne avstanden halverer en eventuell feilvinkel.



Figur 5.4: Feilforplantning i bestemmelse av heading

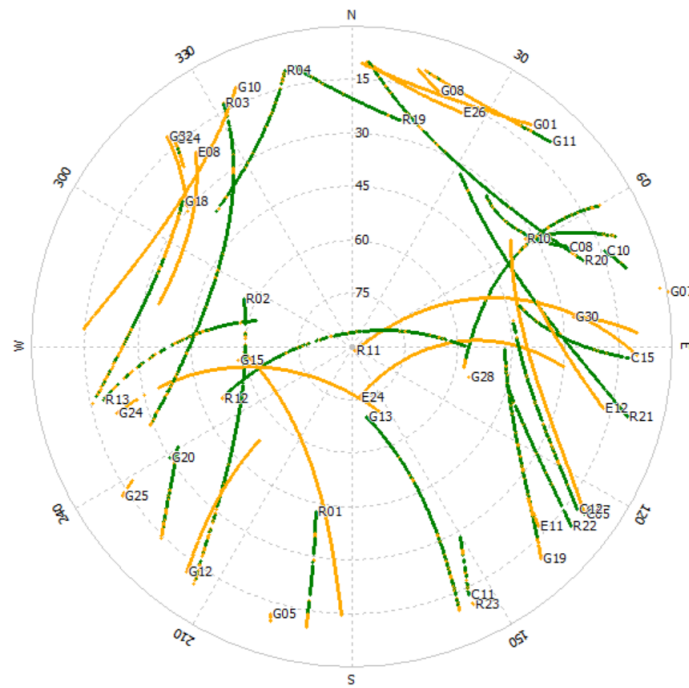
Rent praktisk er det begrensninger på hvor lang baselinjen kan være: En lang baselinje vil fort være til hinder for alpinisten. Er slaveantenna plassert for langt ned på ryggen vil også sikten til denne bli dårligere. Ytterligere testing vil være nødvendig for å finne den optimale avstanden.



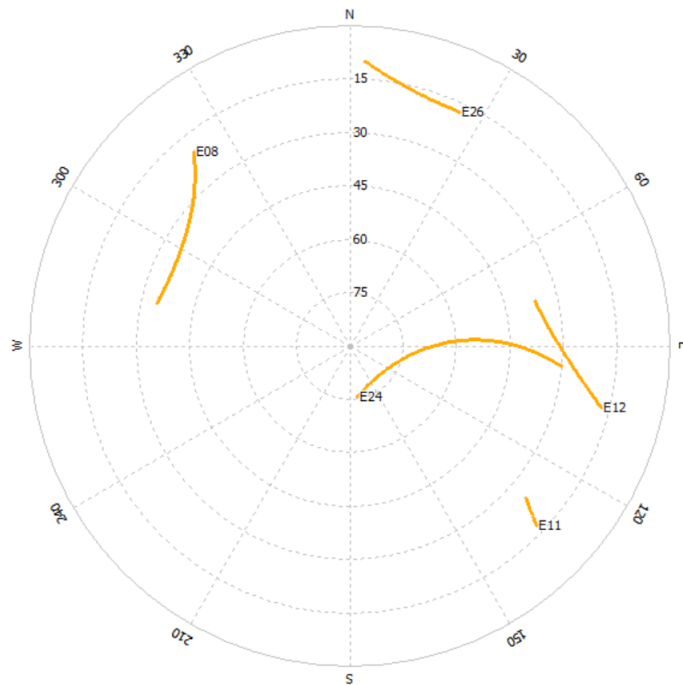
## 5.2 Bidrag fra Galileo

Ettersom det i denne oppgaven kun er tilgjengelig ett datasett som har målt til Galileo vil dette ikke være nok til å kunne si om bidraget fra Galileosatellittene forbedrer løsningen signifikant. Til det måtte man hatt datasett fra forskjellige dager, forskjellig steder og tidspunkt på dagen for å se om resultatene ikke var en tilfeldighet. Datasettet i oppgaven er riktignok nesten 3 timer langt, noe som medfører at konstallasjonen av satellitter vil ha endret seg en del. Resultatene vil derfor gi en pekepinn snarere enn grunnlag for en konklusjon. I løsningen med Galileo vil det være like mange eller flere satellitter tilgjengelig. På generelt grunnlag får man da flere observasjoner og flere overbestemmelser som igjen fører til en bedre og sterkere løsning. Videre vil satellittgeometrien styrkes med flere satellitter noe som viser seg tydelig i figur 4.19, 4.21 og 4.23. Her ligger PDOP-verdiene til løsningen med Galileo under den andre PDOP-verdien og gjennomgår mindre variasjon. Konsekvensen av dette ser vi i standardavviket til posisjonen som er lavere med Galileo i løsningen i figur 4.21 og 4.23.

I figuren under ser man et såkalt *Skyplot* over satellittkonstallasjonen i løpet av Juvass 2016-datasettet. Det er ikke målt til alle satellittene samtidig, men et utvalg av satellittene de ulike tidspunktene. Origo i koordinatsystemet ligger et eller annet sted i slalombakken. De radielle linjene representerer satellittens retningsvinkel (azimuth) relativt mottakeren. De kosentriske sirkelene beskriver satellittenes elevasjonsvinkel relativt mottakeren. Det er kun GLONASS-satellittene med den største inklinasjonsvinkelen som befinner seg i zenit hos mottakeren. I sektoren  $[330^\circ NW, 30^\circ NE]$  befinner mesteparten av satellittene seg med en elevasjonsvinkel lavere enn  $30^\circ$ . Konsentrasjonen av satellitter i øst skyldes at noen av BeiDou-satellittene går i *inklinerte geosynkronene baner* (IGSO-satellitter). Denne konstallasjonen gjør at satellittene danner et 8-talls-grunnspor omkring Kina og omegn. De befinner seg derfor bare i den østlige delen av horisonten relativt alpinbakken, men er synlige på grunn av banehøyden. Ettersom disse satellittene har en periode som er tilnærmet lik et døgn vil de over en målesesjon ikke være med å endre/styrke geometrien til posisjonsløsningen. Galileo har en banehøyde på 29601km ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 375) som medfører at satellittene står ganske høyt i horisonten selv om inklinasjonsvinkelen er på  $56^\circ$ . Når konstallasjonen blir fulltallig vil man uansett plassering på jorda kunne se minimum 6 Galileo-satellitter.



Figur 5.5: Geografisk plott over alle tilgjengelige satellitter



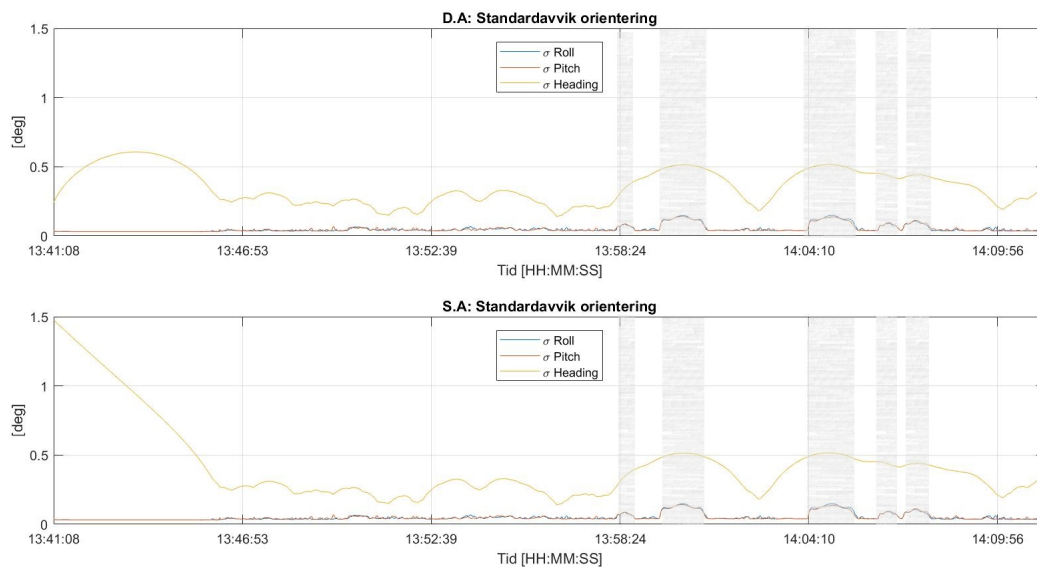
Figur 5.6: Geografisk plott over Galileosatellittene

Man ser at Galileosatellittene ikke er jevnt fordelt rundt hele horisonten, men fortsatt med ganske bra spredning. Måten satellittene befinner seg på to og to på hver side av alpinbakken virker til å være fordelaktig med tanke på å forbedre posisjonsestimaterne til mottakeren.

Hvis man ser på frekvensen til bæreølgene til Galileo er disse særlig interessante i en kombinert løsning: Galileos E1-bæreølge har samme frekvens som GPS L1-bæreølge (1575.420MHz), og E5a-bæreølgen er den samme som GPS L5-bæreølge (1176.450MHz) ([1] Hofmann-Wellenhof, s. 383). På denne måten kan man lage differanser for Galileo med GPS-referansesatellitt, og motsatt. Dette kan være en fordel i områder med varierende og dårlig dekning, men forutsetter at mottakerne er satt opp til å måle med disse frekvensene. Det er imidlertid vesentlig at det er mer enn én Galileosatellitt tilgjengelig for at det skal bidra til løsningen. Med bare måling til én satellitt må denne brukes til å estimere tidsforskjellen mellom satellitt- og mottakerklokka i Galileotid. Etterhvert som Galileokonstellasjonen blir fulltallig vil ikke dette lenger være et problem.

### 5.3 Bortfall av GNSS

Sensorenes oppførsel ved bortfall av GNSS ser ut til å være ganske lik uavhengig av bruksområde og oppsett. Bortfallenes lengde påvirker naturligvis størrelsen på utslaget, men det ser ikke ut til at noen oppsett raskere gjenopptar et lavt standardavvik. De største utslagene forekommer i Sørås 2-datasettet. Her oppstår naturlige hindringer som at bilen kjører gjennom flere tunneller. Lengden på disse bortfallene vil antas å være et ekstremtilfelle der man virkelig får testet sensorene. Fra figur 4.7 ser man at standardavvikene på posisjonen i Nord og Øst vokser fra subdesimeter til mange meter noe som nesten gjør posisjonsestimateret verdiløst. Ser man i sammenheng med tabellen i 2.11 er utslagene ellers i bra samsvar med spesifikasjonene for *Tactical grade* IMU.



Figur 5.7: Sørås 2: Standardavvik orientering.

De skraverte områdene markerer de ulike tunellene og at de kommer med ganske korte mellomrom gjør at standardavviket til heading ikke rekker å korrigeres før en neste tunell. Fra bilen kjører inn i tunellene og til midten av tunnelen stiger standardavviket til heading jevnt fra ca.  $0.2^\circ$  til over  $0.5^\circ$ . Standardavviket til roll og pitch øker med nærmere  $0.1^\circ$  i samme periode. Dette illustrerer hvordan utslag i IMU'en for store konsekvenser for posisjons- og hastighetsestimatene.

Figur 4.27 og 4.28 tar for seg mer realistiske situasjoner med henholdvis 10 og 15 sekunder uten GNSS. Standardavviket til roll og pitch øker med  $0.1^\circ$ , mens standardavviket til posisjonen øker med 30 cm. Overført til koordinatdifferanser er den største på ca. 10 cm i Nord og Øst, mens det for ned-komponenten bare er noen cm. Selv i

en turbulent utfortrasè vil 15 sekunder uten GNSS-observasjoner sjeldent forekomme og resultatene indikerer at IMU'en er robust nok til å opprettholde et godt estimat. Gjennomgående for resultatene er at Nord og Øst-komponentene i snitt har et lavere standardavvik enn ned-komponenten. Innen GNSS er det en kjent problemstilling at koordinatene i grunnriss gjerne blir dobbelt så gode som høydekoordinaten. Dette skyldes blant annet satellittgeometrien og at signalets forsinkelse gjennom atmosfæren hovedsakelig påvirker høydekomponenten. Ser vi derimot på hastighetskomponentene har ned-komponenten lavere standardavvik enn i nord- og østretning. Ned-komponenten avledes fra IMU'ens Z-akse som peker loddrett ned. Den måler tyngdekraften og fører til at denne komponenten blir ekstra godt bestemt. Dette er også grunnen til at ned-komponenten holder seg mer stabil under GNSS-bortfall for både posisjon og hastighet. Det ser ut som nord- og østkomponentene er veldig sårbare for små feil i orienteringsvinklene ettersom disse får de største utslagene uten GNSS. En liten feil orienteringen forplanter seg på følgende måte([21] Woodman, s.24): Alle målte akselerasjoner transformeres feil i mellom ulike koordinatsystemet og vil derfor bli projisert feil i de ulike retningene. I tillegg korrigeres og fjernes tyngdekraften på feil måte, og man kan tenke seg at dette vil være den begrensende faktoren til et INS. Ser vi på orienteringsvinklene har roll og pitch hele tiden lavere standardavvik enn heading. Dette har med å gjøre at disse aksene er følsomme for tyngdekraften og i så måte kan korrigeres seg selv ved å registrere den.

Eksemplene i Juvass 2016 er syntetiske og man må derfor være oppmerksom på at disse kan skjule deler av sannheten eller gi et feilaktig inntrykk i forhold til et helt naturlig tilfelle av GNSS-bortfall. En alpinløype vil alltid være utendørs så et lengre opphold uten noen form for satellittdekning vil være mer eller mindre usannsynlig. I noen løyper kjører man gjennom hindringer som vil blokkere sikten totalt (figur 5.8), men dette vil maksimum 1-2 sekunder uten dekning. Mange av alpinbakkene det kjøres World Cup i, starter gjerne over tregrensa før man lenger ned i fjellsiden får vegetasjon på hver side som kan begrense sikten til særlig lavtliggende satellitter i horisonten. Avhengig av hvilken himmelretning bakken vender vil sjansen være tilstede for at den vil blokkere for satellittene på andre siden. På grunn av satellittenes inklinasjonsvinkel vil de mellomeuropeiske bakkene i teorien lettere oppnå bedre satellittdekning enn Åre og Kvitfjell, som er blant de nordligste bakkene det arrangeres World Cup i. I følge instrumentspesifikasjonene skal SNB Ellipse-D gjenoppta kontakten med satellittene 0.5-1 sek etter et brudd, noe som kan bety at periodene uten GNSS vil bli såpass korte at det ikke får for store konsekvenser for kvaliteten til estimatene.



Figur 5.8: Togundergangen i Lauberhorntraseen. Bilde lastet ned fra: <http://www.lauberhorn.ch/en/Rennen/overview/downhill>

# Kapittel 6

## Konklusjon

Oppgaven tok sikte på å utforske et par momenter ved bruken av INS med GNSS+IMU og Kalmanfilter i alpint. En ønsket å undersøke effekten av å ha to GNSS-antennener i stedet for én, hvordan Galileo bidro til løsningen og til slutt å vurdere om sensorene fungerer i korte perioder uten GNSS-dekning. Selv om utvalget datasett er litt begrenset til å trekke en bastant konklusjon viser resultatene fra de ulike datasettene noen tendenser: For Applanix-sensoren forbedrer Galileo løsningen selv med bare fem satellitter tilgjengelig. Testene med SBG-sensoren viser klare fordeler med et to-antenneoppsett, særlig i starten av datasettet og når det er relativt lav hastighet. Det magnetiske kompasset ser ikke ut til å fungere godt nok som støttesensor og påvirkes også av magnetiske forstyrrelser i omgivelsene. Sensorenes oppførsel uten GNSS-dekning ser ut til å være i overensstemmelse med instrumentspesifikasjonene og med realistiske bortfall vil sensorene gi gode estimater. En foreløpig slutning og konklusjon på denne oppgaven vil derfor være at et to-antenneoppsett med mulighet for å måle til GPS, GLONASS, BeiDou og Galileo i sum vil gi den potensielt beste kvaliteten på resultatene. Kombinasjonen av høyrate IMU-observasjoner med høy relativ nøyaktighet og GNSS sin høye absolutte nøyaktighet og langtidsstabilitet er fordelaktig. Prosesseringsjobben økes ikke om man legger til én antenne, men plasseringen til denne vil være avgjørende: Jo lenger ned på ryggen den blir plassert, jo mer vil ryggen skygge. I tillegg er det viktig å ha en minimum avstand mellom antennene for å begrense skaden ved feil i posisjonene. Tar man med i betrakningen at datasettet fra Juvass ikke er prosessert med basestasjon har man et ytterligere forbedringspotensiale. Det samme gjelder datasettene med SBG-enheten der man har basestasjon, men lav prosentandel fix-løsninger. Noe av grunnen til den lave andelen fix-løsninger skyldes kort måletid, samt vegetasjon og bygninger som forstyrrer måleforholdene. Ved å øke inklinasjonsvinkelen kan man forhindre at signalene fra satellittene som står lavest i horisonten å bli brukt, da disse gjerne er mest sårbare for fasebrudd.

Selv om resultatene i stor grad besvarer problemstillingene etter forventning er det likevel viktig å komme med noen bemerkninger: Ingen av resultatene og slutningene

er gjort basert på en statistisk test eller noen signifikant verdi. Til det er utvalget litt for smalt. I analysene er også samme rådata brukt til å belyse flere momenter noe som kanskje ikke er helt heldig med tanke på at resultatene ikke blir uavhengige av hverandre. Alpinbakken på Juvassbreen er heller ikke representativ hvis man sammenligner med bakkene som kjøres i World Cup. Bakken er relativt slak og underlaget er mykere enn hva man ville hatt i en isete konkurranseløype. Hastighetene på Juvassbreen er riktignok på sitt høyeste over 100km/t, men den totale belastningen man ville hatt fra en lang utfortrase med flere og lengre svinger får man ikke her. I noen traseer kan utøveren oppleve og hoppe opptil 70 m over en hengkant og det vil være avgjørende at sensorene fungerer selv under så ekstreme forhold.

## 6.1 Veien videre

Testene for mer sportslige rettede bruksområder viser at sensorene opplever store variasjoner i hastighet og orientering på kort tid. Sensorene må derfor både tåle dette i tillegg til å kunne måle og gi et pålitelig resultat. Svært få tradisjonelle bruksområder vil oppleve de samme bevegelsene som en vil få på ryggen til en alpinist, langrennsløper eller løper. Det vil derfor være viktig å tune et Kalmanfilter som tar høyde for dette. Mye av nøkkelen til gode rådata vil være initialiseringsfasen og det å finjustere sensorenes relative posisjon. Om man skulle gjort testene på nytt igjen ville denne fasen fått større fokus. I fremtiden vil det rent praktisk være en ide om sensoren sender ut et klarsignal når *tilstrekkelig alignment* er oppnådd. Løsningen med eksternt 12-Voltsbatteri og logging via PC er upraktisk i tillegg til at den viste seg sårbar for slag fra slalomporter. En mer kompakt og sofistikert *applikasjon* vil derfor være å foretrekke ved ytterligere testing. Her ville det også vært interessant å teste med ulik baselinje mellom GNSS-antennene og muligheter for rådata fra begge antennene. Videre vil det være nyttig å teste mer grundig en situasjon der GNSS-signalene blir borte når utøveren står i startboden og venter på å kjøre utfor. I tillegg vil høydeforskjellene i en ordentlig alpinbakke være så store at man også må vurdere å estimere forskjellige troposfæregradienter i etterprosesseringen. Mer eksperimentering med filtrering av dataene i frekvensdomenet vil også være utgangspunkt for analyse. Det vil også være nødvendig å undersøke nærmere hvordan man kan øke andelen fix-løsninger for å oppnå enda bedre resultater. Det vil også være helt naturlig å lage en kjøreplan som beskriver stegene fra oppstart av utstyr, via innsamling og prosessering av rådata, til analysene er klare for utøverne.





Figur 6.1: Foto: Håkon Gussiås



# Bibliografi

- [1] Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, Wasle, 2007. *GNSS- Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo and more* ISBN- 978-3-211-73012-6 Springer-WienNewYork, 2007.
- [2] Gilgien, M. *Characterisation of Skiers' Mechanics, Course Setting and Terrain Geomorphology in World Cup Alpine Skiing using Global Navigation Satellite Systems*. ISBN 978-82-502-0500-0, DISSERTATION FROM THE NORWEGIAN SCHOOL OF SPORT SCIENCES, 2014.
- [3] Spörri J, Kröll J, Schwameder H, Müller E. *Turn characteristics of a top world class athlete in giant slalom: A close study assessing current performance prediction Concepts*. 2012
- [4] Robert, J, A. *Applications of GPS technologies to field sports*. International Journal of Sports Physiology and Performance, 6, 295-310, 2011.
- [5] Lachapelle G, Morrison A, Ong R. *Ultra precise positioning for sport applications* Department of Geomatics engineering, Schulich School of Engineering, University of Calgary. IAIN World congress 2009.
- [6] Waegli A, Skaloud J. *Assessment of GPS/MEMS-IMU integration performance in Ski racing*. Timenav07, 2007.
- [7] Supej M, Holmberg HC. *A New Time Measurement Method Using a High-End Global Navigation Satellite System to Analyze Alpine Skiing* Research Quarterly for Exercise and sport, 82:3, 400-411, DOI:10.1080/02701367.2011.10599772.
- [8] Supej M. *3D measurements of alpine skiing with an inertial sensor motion capture suit and GNSS RTK system*. Journal of Sports Sciences, 28:7, 759-769, DOI:10.1080/02640411003716934.
- [9] Gussiaas, H. *Prestasjonsanalyse med GNSS i alpint*. Fakultet for realfag og teknologi, NMBU, 2017.
- [10] Farrel, J. *Aided Navigation, GPS with high rate sensors*. ISBN 978-0-07-149329-1, Mc Graw Hill Education, 2008.

- [11] Seeber, G. *Satellite Geodesy, 2nd Edition*. De Gruyter. ISBN 3-11-017549-5, 2003.
- [12] Kjorsvik, N. *Aided Inertial Navigation*. 2010
- [13] Waegli A, Skaloud J. *Assessment of GPS/MEMS-IMU integration performance in Ski racing*. Timenav07, 2007.
- [14] Ovstedal, O. *Absolutt posisjonsbestemmelse med kode-observasjoner fra GPS*. 2000
- [15] NovAtel. *IMU Error Sources and their effects: [www.novatel.com/assets/Documents/Bulletins/APN064.pdf](http://www.novatel.com/assets/Documents/Bulletins/APN064.pdf)* 2014
- [16] Vectornav [www.vectornav.com/support/library/imu-and-ins](http://www.vectornav.com/support/library/imu-and-ins)
- [17] Kristiansen, O. *Parameterestimeringsteknikker: Introduksjon til minste kvadraters metode og Kalmanfiltrering* Institutt for matematiske realfag og teknologi, NMBU, 2017.
- [18] SBG systems. *Ellipse, Ekinox and Apogee: High performance Inertial Sensors-Technical Reference*. 2017.
- [19] Falco G, Pini M, Marucco G. *Loose and Tight GNSS/INS Integrations: Comparison of Performance Assessed in Real Urban Scenarios* 2017
- [20] Kartverket. *Standarder geografisk informasjon: Geodatakvalitet* 2015.
- [21] Woodman, O.J. *An introduction to inertial navigation* University of Cambridge, UCAM-CL-TR-696, ISSN 1476-2986. 2007.





**Norges miljø- og biovitenskapelige universitet**  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway