Norges miljø- og biovitenskapelige universitet

Masteroppgave 2018 30 stp

REALTEK
Geir Terjesen

Utvikling av dataprogram for beregning av tverrsnittsklasser og stabilitet etter Eurokode 3 for I- og H-profiler

Developing computer program to calculate cross-section class and stability for I and H profiles according to Eurocode 3

Eirin Drangevåg
Maskin, prosess og produktutvikling
REALTEK

FORORD

Dette prosjektet er gjennomført som en del av masterprogrammet i Maskin, prosess og produktutvikling ved Fakultet for realfag og teknologi (REALTEK) ved NMBU. Prosjektet er gjennomført i vårsemesteret 2018 med et omfang på 30 studiepoeng.

Stålstandarden Eurokode 3 lar tverrsnitt av klasse 1 og 2 dimensjoneres plastisk. Tverrsnittsklassen for tverrsnitt påkjent av trykk og bøyning etableres ved å benytte den plastiske nøytralaksens plassering. Eurokode 3 oppgir ikke metode for å beregne den plastiske nøytralaksens plassering. Forskere har foreslått forskjellige metoder for å beregne dette. For å kunne velge metode er det viktig å studere forskjellene i forutsetningene og i resultatene til metodene. Fakultet for realfag og teknologi ønsker å styrke fagkunnskapen innenfor dette fagområdet og har initiert denne masteroppgaven. Ettersom enkelte av beregningene er kompliserte og tidkrevende var det ønskelig at det ble utviklet et regneark som utfører tverrsnittsklassifisering og enkle beregninger av tverrsnittskapasitet, knekking og vipping.

Rapporten beskriver de fire metodene og viser hvordan formelverkene brukes gjennom tre håndberegnede eksempler som etablerer tverrsnittsklasse. Videre er tilsvarende gjort for knekking og vipping, der tverrsnittskapasitet er inkludert. Det er også utviklet et regneark med bruksanvisning som er benyttet til å løse de samme eksemplene.
Innledning og beskrivelser er oppført i de første kapitlene. En kort introduksjon av Eurokode 3 gir en generell innføring i dimensjonering, klassifisering av tverrsnitt og kort om knekking og vipping. Presentasjon av formelverk og eksempler for tverrsnitts-klassifisering, knekking og vipping er oppført i hvert sitt kapittel. Regnearket er presentert samt benyttet til å verifisere eksemplene i de andre kapitlene. Til slutt følger diskusjon, konklusjon og videre anbefalinger.

Oppgaven kan benyttes som veiledning for interesserte som ønsker kunnskap om hvordan plasseringen til den plastiske nøytralaksen kan fastlegges i et tverrsnitt samt hvordan tverrsnittskapasitet og stabilitetskontroller kan beregnes. Regnearket kan lette arbeidet med tverrsnittsklassifisering og ved noen tilfeller for stabilitetsberegninger. Lesere bør ha grunnleggende kunnskap på maskiningeniørnivå og kjennskap til Eurokode 3 samt plastisitetsteori for å få fullt utbytte av rapporten.

Til slutt vil jeg takke Geir Terjesen for veiledning og hjelp til å gjennomføre oppgaven. Jeg vil også rette en stor takk til Marie Grue, Ingrid Drangevåg og Christopher Jensen for å stille som testdeltakere og for å gi hjelpsomme tilbakemeldinger.

Ås, den 11. mai 2018

Eirin Drangevåg

SAMMENDRAG

Ifølge stålstandarden Eurokode 3 skal tverrsnitt klassifiseres. Parameteren som benyttes til å etablere hvorvidt tverrsnitt påkjent av trykk og bøyning kan dimensjoneres plastisk er ikke definert med metode for å beregne verdien. Forskere har utviklet ulike metoder for å bestemme parameteren. Fakultet for realfag ønsket å få sammenlignet metodene og har initiert denne oppgaven. Enkelte av beregningene er kompliserte. Tverrsnittsklassifisering og stabilitetsberegninger utføres ofte samtidig og tar en del tid. Det var derfor også ønskelig å utvikle et regneark som utfører tverrsnittsklassifisering og enkle stabilitetsberegninger.

Målet med denne oppgaven er å sammenligne fire metoder for å fastlegge plasseringen til den plastiske nøytralaksen. Videre skal det utvikles et dataprogram for å utføre tverrsnitts-klassifisering samt for utvalgte tilfeller kontrollere tverrsnitts-, knekke- og vippekapasitet.

Oppgaven ble innledet med en litteraturstudie som omfatter de aktuelle tema i Eurokode 3. Videre ble tre eksempler benyttet til å sammenligne metodene for tverrsnittsklassifisering. Det ble også presentert tre eksempler for knekking og vipping. Eksemplene ble benyttet til å verifisere at dataprogrammet gir korrekte resultater. I tillegg ble brukervennligheten til regnearket testet ved å la tre personer med ulik bakgrunn løse tre oppgaver.

Litteraturen som er benyttet er *Eurokode 3* [1], boken *Design of Steel Structures* av Luís S. da Silva, Rui Simões og Helena Gervásio [2], boken *Stålkonstruksjoner* av professor Per K. Larsen [3], boken *Designer's guide to EN 1993-1-1* av Leroy Gardener og David Nethercot [4] og undervisningshefter utviklet av Geir Terjesen [6-10]. Til Excel-programmering ble boken *Bli bedre i Excel* av Morten Helbæk benyttet [5]. Eurokode 3 er oversiktlig, men forklarer minimalt og mangler enkelte definisjoner. *Design of steel structures*, *Designer's guide to EN 1993-1-1*, *Stålkonstruksjoner* og Terjesen sine hefter gir utfyllende forklaringer av Eurokode 3 samt viser eksempler. *Stålkonstruksjoner* har også forklaringer og eksempler, men bruker i større grad en eksperts tilnærmelse og er tyngre å lese. *Bli bedre i Excel* er lettlest med nyttige eksempler.

Resultatene til de fire metodene for å bestemme plasseringen til den plastiske nøytralaksen hadde et fast mønster. Eurokode 3-metoden var mest konservativ. Greiner m.fl. sin metode og rektangelmetoden fulgte tett etter. Den største forskjellen mellom disse tre metodene var på 4,4 %. Gardener og Nethercot var mellom 10 % og 30 % mindre konservativ enn Eurokode 3-metoden. Forskjellen var større jo større andel av steget som var påkjent av trykk. Det kan tyde på at Gardener og Nethercot sin metode skiller seg mer ut ved høyere utnyttelse av kapasiteten, og er mindre pålitelig. Totalt 17,4 % av verdiene hadde én tusendels forskjell mellom håndberegningene og regnearkets resultater. De resterende 82,6 % var identiske. Dette er innenfor forventet avvik og det kan antas at regnearket utfører beregningene korrekt. Det antas også at beregningene gir formålstjenlige resultater.
Det ble utført en test med tre deltakere som løste tre oppgaver for å undersøke hvor brukervennlig regnearket er. Alle tre lærte seg raskt å bruke det, og selv om det er mindre elementer som kan forbedres, vurderes regnearket som brukervennlig. Forståelse for beregningene som utføres er likevel nødvendig for å trygt kunne bruke det.

ABSTRACT

The standard for steel, Eurocode 3, specifies that cross-sections should be classified. The parameter used to determine whether a cross-section under bending moment and axial forces is of class 1 or 2 is not defined with a method for finding it. Scientist have developed methods to calculate the parameter. Faculty of Science and Technology was interested in the difference between these methods and initiated this project. Some of the calculations are complicated. Classification of cross-sections and capacity of stability calculations are often of interest simultaneously and are time-consuming. It was decided to develop a computer program to perform cross-section classification and simple stability calculations.

The goal of this project is to compare four methods of determining the position of the plastic neutral axis. In addition, a computer program to execute cross-section classification and chosen cases of stability calculations will be developed.

The report was initiated with a literature study diving into the relevant subjects in Eurocode 3. Three examples were used to compare the cross-section classification methods. Three examples using the buckling and lateral buckling formulas were also presented and solved. All the examples were used to verify the computer programs accuracy. The programs user friendliness was also tested by having three individuals with different background solve three examples.

The literature used is *Eurocode 3* [1], the book *Design of Steel Structures* by Luís S. da Silva, Rui Simões and Helena Gervásio [2], the book *Stålkonstruksjoner* by professor Per K. Larsen [3], the book *Designer's guide to EN 1993-1-1* by Leroy Gardener and David Nethercot [4] and tuition booklets made by Geir Terjesen [6-10]. The book *Bli bedre i Excel* by Morten Helbæk was used as a guide to Excel programming [5]. Eurokode 3 is easy to read, but lacks definitions of parameters and does not explain much. *Design of steel structures*, *Designer's guide to EN 1993-1-1, Stålkonstruksjoner* and the tuition booklets explain Eurocode 3 and give examples. *Stålkonstruksjoner* does the same but is somewhat different and at times more difficult to understand. *Bli bedre i Excel* is easy to read and has useful examples.

The results of the comparison of the four cross-section classification methods indicated a pattern. The Eurocode 3 method was the most conservative. Greiner et al and the rectangle method followed closely. The biggest difference between these three methods was 4,4%. Gardener and Nethercots method ranged between 10 % and 30 % less conservative than the Eurocode 3 method. The difference increased the bigger proportion of the web was under pressure. It could seem like Gardener and Nethercots method differed more from the other three methods the bigger proportion of the web was under pressure, and that it is less accurate and safe.
The comparison between all the hand calculated results and the computer program showed that 17,4 % of the values had one thousandth difference. The remaining 82,6 % of the values were identical. This was within the expected deviation and it is concluded that the computer program is doing the same calculations as the hand calculations. It is also assumed that the calculations give satisfactory, usable results.
The computer programs user friendliness was tested. All three participants quickly learned to use it. There is room for improvement, but it is concluded that the program is user friendly.

INNHOLDSFORTEGNELSE

Side:
FORORD I
SAMMENDRAG III
ABSTRACT V
INNHOLDSFORTEGNELSE VII
1. INNLEDNING 9
1.1. Bakgrunn 9
1.2. Problemstillinger 10
1.3. Målsettinger og begrensninger 10
1.4. Kvalitetssikring 12
1.5. Terminologi og symboler 12
1.5.1. Terminologi 12
1.5.2. Symboler og enheter 13
1.5.3. Formler 18
2. BESKRIVELSER 21
2.1. Kravspesifikasjon 21
2.2. Konseptdrøfting 21
2.2.1. Dataprogram 21
2.2.2. Elementer 22
2.3. Formgivning og design 24
3. INTRODUKSJON AV EUROKODE 3 25
3.1. Generelt 25
3.2. Elastisk og plastisk dimensjonering 27
3.3. Tverrsnittsklasser 28
3.4. Kort om knekking og vipping 31
4. METODER FOR Å FASTLEGGE TVERRSNITTSKLASSER VED KOMBINERT BØYNING OG AKSIALKRAFT 33
4.1. Generelt om den plastiske nøytralaksen 33
4.2. Rektangelmetoden 34
4.3. Gardener og Nethercots metode 34
4.4. Metoden som benytter Eurokode 3 formelverket 35
4.5. Metoden til Greiner m.fl. 35
5. VERIFISERINGSEKSEMPLER SOM BENYTTER DE ULIKE METODENE FOR Å FASTLEGGE TVERSNITTSKLASSER 36
5.1. Hensikten med verifiseringseksemplene 36
5.2. Eksempel 1 36

Side:

5.3. Eksempel 2 ... 39
5.4. Eksempel 3 ... 42
6. KNEKKEBEREGNINGER OG VERIFISERINGSEKSEMPLER ... 45
6.1. Presentasjon av formelverk for tverrsnittskapasitet og knekking ... 45
6.1.1. Tverrsnittskapasitet ... 45
6.1.2. Bøyningsknekking ... 53
6.1.3. Staver påkjent av bøyning og trykk ... 55
6.2. Eksempel 1 ... 56
6.3. Eksempel 2 ... 60
6.4. Eksempel 3 ... 64
7. VIPPEBEREGNINGER OG VERIFISERINGSEKSEMPLER ... 67
7.1. Presentasjon av formelverk ... 67
7.2. Eksempel 1 ... 71
7.3. Eksempel 2 ... 74
7.4. Eksempel 3 ... 76
8. REGNEARK OG VERIFISERINGSEKSEMPLER ... 78
8.1. Presentasjon av regneark ... 78
8.2. Eksempler fra kapittel 5 ... 80
8.3. Eksempler fra kapittel 6 ... 82
8.4. Eksempler fra kapittel 7 ... 83
8.5. Brukertest ... 83
9. DISKUSJON ... 86
10. KONKLUSJON OG ANBEFALINGER ... 90
10.1. Konklusjon ... 90
10.2. Videre arbeid ... 91
11. LITTERATURREFERANSER ... 93
12. VEDLEGG ... 95
1. Største forhold mellom bredde og tykkelse for trykkpåkjente tverrsnittsdeler ... 97
2. Utledning av Gardener og Nethercots metode ... 101
3. Utledning av modifisert bruk av Eurokode 3 sin metode for kombinert belastning ... 103
4. Valg av knekkurver ... 105
5. Interaksjonsfaktorer ... 107
6. Utledning av forenklede knekkekriterier ... 109
7. Parametere for kritisk vippemoment ... 111
8. Bruksanvisning for regnearket ... 113

1. INNLEDNING

Bakgrunnen for at prosjektet gjennomføres, problemstillingene, målsettingene og begrensningene er beskrevet for å gi en innføring i hva som skal gjennomføres i dette prosjektet. Tiltakene som er gjennomført for å sikre kvaliteten er også oppført. Terminologi, symboler og de viktigste formlene som er benyttet i rapporten er ført inn i tabeller.

1.1. Bakgrunn

Eurokode 3 er en stålstandard som benyttes i Europa og gjennom EØS-avtalen også i Norge. Den skal sikre trygghet for alle parter innenfor dimensjonering av stålkonstruksjoner. Standarden angir blant annet hvordan klassifisering av tverrsnitt skal utføres. Men den gir ikke fullstendig klarhet. For tverrsnitt som påkjennes av bøyning og trykk benyttes plasseringen til nøytralaksen til å bestemme tverrsnittsklassen. For klasse 1 og 2 uttrykker en parameter plasseringen til den plastiske nøytralaksen. Denne må være kjent for at en konstruksjon skal kunne dimensjoneres plastisk.

Det er laget dataprogrammer som oppgir tverrsnittsklasser [12]. Dataprogrammene oppgir ikke nødvendigvis hvordan de beregner plasseringen til den plastiske nøytralaksen. Selv om metoden hadde blitt oppgitt, er det lite informasjon tilgjengelig som kan brukes til å vurdere hvorvidt metoden er nøyaktig.

Flere forskere har utviklet metoder for å bestemme parameteren. Følgende fire metoder inkluderes i denne oppgaven:

1. Rektangelmetoden, utviklet av Geir Terjesen [7, s. 35].
2. Gardener og Nethercot sin metode [4, s. 32].
3. Metoden som benytter en modifisert Eurokode 3-metode oppgitt av Geir Terjesen [6, s. 33].
4. Greiner m.fl. sin metode [2, s. 111].

De ulike metodenes resultater er ikke sammenlignet. Fakultet for realfag og teknologi ønsker å styrke fagkunnskapen innenfor dette området og initierte denne oppgaven, hvor metodene vil sammenlignes.

Enkelte av beregningene for å bestemme plasseringen til den plastiske nøytralaksen er kompliserte. Tverrsnittsklassifisering er ellers enkelt, men tar noe tid. Beregningene utføres ofte som et nødvendig steg før kapasitet mot knekking og vipping kan kontrolleres.

Det var ønskelig å utvikle et dataprogram som beregnet tverrsnittsklasse. Knekke- og vippeberegninger ble valgt å inkludere ettersom dette er beregninger som er forbundet med tverrsnittsklassifisering og som også er tidkrevende. Tverrsnittsklassifisering består av standardiserte utregninger kun avhengig av moment og aksialkraft og er egnet til dataprogrammering. Knekking og vipping avhenger flere egenskaper ved beregningstilfellet. Dataprogrammet kan derfor beregne tverrsnittsklasse for alle I- og H-profiler påkjent av trykk, bøyning eller en kombinasjon om sterk akse. For knekking og vipping vil det derimot kun beregnes knekke- og vippekapasitet for tre utvalgte tilfeller. Tverrsnittskapasitet er nødvendig å kontrollere ved knekking og vipping og vil også inkluderes i regnearket.

1.2. Problemstillinger

I prosjektarbeid må det alltid tas avgjørelser. Det er alltid en begrensning på tid, muligheter og ressurser. I noen tilfeller vil også et valg gå ut over et annet, og prioriteringer eller kompromisser må innføres. Nedenfor presenteres problemstillingene som må tas stilling til i dette prosjektet.

- **Omfang**
  Det vil utvikles et dataprogram som etablerer tverrsnittsklasse og kontrollerer kapasiteten mot knekking og vipping. Det er uendelig mange lasttilfeller. Mange av dem må regnes ut på ulike måter. Dataprogrammet kan ikke beregne alle. Det må derfor forsøkes å velge ut de lasttilfeller som vil være mest nyttige for brukerne. Programmet kan brukes til å hjelpe å løse også andre tilfeller dersom regnearket inkluderer flere valg. Men i disse tilfellene vil ikke all informasjonen dataprogrammet gir tilbake være korrekt, da det ikke er mulig innenfor tidsrammen å programmere hvilken informasjon som skal gis og ikke for alle tilfeller. Brukeren må selv forstå hvilken informasjon som kan brukes og ikke. Dette vil kunne hjelpe brukere som forstår programmet samt beregningsteorien, men kan forvirre andre brukere. Det må velges hvilke alternativer og informasjon som inkluderes og ikke.

- **Brukervennlighet**
  Layouten til regnearket vil være av stor betydning for hvor lettvint det er å bruke og hvor mye informasjon brukeren får tilbake. Den beste layouten for en bruker avhenger brukerens bakgrunn samt hvor ofte personen benytter programmet. Bruksmønsteret til regnearkets fremtidige typiske bruker er ukjent. Det er derfor vanskelig å vite hva som er den beste løsningen. Optimalt sett er layouten mest mulig ryddig, enkel og oversiktlig. Det vil forsøkes å oppnå dette i høyest mulig grad samtidig som det vil forsøkes å la det være lett å forstå programmet for nye eller periodiske brukere.

1.3. Målsettinger og begrensninger

Omfanget må, som nevnt i delkapittelet over, begrenses. Det oppgis derfor i målene og begrensningene hva som skal og ikke skal inkluderes i prosjektet. Hovedmålene beskriver hva prosjektet skal oppnå. Delmålene beskriver hvordan det er planlagt å oppnå hovedmålet. Begrensningene nevner elementene som kunne vært naturlige å inkludere i prosjektet, men som er valgt å ekskludere.

Hovedmål

Gjennomføre en sammenligning av metoder for å bestemme plasseringen til den plastiske nøytralaksen i tverrsnittet. Utvikle et regneark for beregning av tverrsnittsklasser, samt for tre tilfeller for kapasitet mot knekking og kapasitet mot vipping. Regnearket skal være lett å bruke og oppgi nyttig informasjon på en ryddig måte.

Delmål

1. Presentere aktuell grunnleggende teori og formelverket for beregning av tverrsnittsklasser etter Eurokode 3.
2. Presentere de fire metodene for å etablere posisjonen til den plastiske nøytralaksen samt tre eksempler med løsning.
3. Presentere formelverket for knekking, samt tre eksempler med løsning.
4. Presentere formelverket for vipping, samt tre eksempler med løsning.
5. Utvikle et regneark som oppgir tverrsnittsklasse og verifisere dette med de ni eksemplene for tverrsnittsklassifisering, knekking og vipping.
6. Presentere dataprogrammet, sammenligne de ulike metodene for å etablere tverrsnittsklasse og sammenligne resultatene fra håndberegningene og regnearket.
7. Diskutere resultatene, konkludere og gi anbefalinger for videre arbeid.

Begrensninger

Det vil ikke være mulig å rekke å inkludere alt som potensielt kan være nyttig i verken rapporten eller dataprogrammet. Elementene som er valgt å ikke ta med er følgende:

- Det tas utgangspunkt i Eurokode 3 del 1-1 (NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008). Det vil hentes inn informasjon fra andre kilder der det er nødvendig.
- Beregningene er av 1. orden i både teorien og dataprogrammet.
- Det er kun dobbeltsymmetriske I- og H-profiler som vil inkluderes i både teori og dataprogram.
- Tverrsnittsklasse 4 er nyttig til ulike beregninger, men inkluderes ikke i dataprogrammet. Den nevnes i teorien, men all informasjon spesifikk for tverrsnittsklasse 4 inkluderes ikke nødvendigvis.
- Skjærknekking er ikke tilstrekkelig redegjort for i Eurokode 3 del 1-1. Det nevnes derfor kun kort der den nevnes i standarden, og blir ikke inkludert i beregningene i rapport eller program.
- Beregningene i dataprogrammet forutsetter konstant tverrsnitt og perfekt konstruksjon uten hull. Imperfeksjoner nevnes kun kort i teorien.
- Flyteledd nevnes i teorien, men inkluderes ikke i dataprogrammet.
- Dataprogrammet vil kun beregne kapasitet mot knekking og vipping for noen få utvalgte lasttilfeller. Ettersom det for tverrsnittsklassifisering er ukjent tilfelle vil momentkapasitet kun reduseres for aksialkraft. Regnearket kan derfor ikke benyttes for tilfeller der momentkapasiteten bør reduseres av andre årsaker.
- Dataprogrammet vil kun inkludere momenter om sterk akse.
- Vippeberegningene i dataprogrammet inkluderer kun bjelker som er gaffellagret.
- Dataprogrammet benytter i utgangspunktet kun valsede profiler, ikke sveisede. Unntaket er ved vipping, hvor det blir inkludert imperfeksjonsfaktorer for sveisede profiler også.
- Det forutsettes at brukeren oppgir dimensjonerende laster. Regnearket legger ikke til lastfaktorer.

1.4. Kvalitetssikring

Det er gjennomført tiltak for å sikre at rapport og produkt er av høyest mulig kvalitet. Tiltakene for rapporten og dataprogrammet er oppgitt hver for seg. Selv om det er innført tiltak for å sikre kvalitet kan det ikke garanteres at dataprogrammet ikke inneholder feil, og bruk av programmet vil alltid være på eget ansvar.

Kvalitetssikring rapport: Rapporten er gjennomlest for språkfeil av flere personer. Referanser, tabellnummerering, figurnummer, formelnummer og sidetall er kontrollert to ganger. Det er også utregningene og symbolene. Disposisjonen er gitt av oppdragsgiver.

Kvalitetssikring produkt: Det er benyttet aktuell standard i alle beregninger hvor det har vært mulig. De resterende metodene er ansett som formålstjenlige for de fleste tilfeller. Det er valgt ut eksempler som er utregnet for hånd og brukt til å verifisere at dataprogrammet gir korrekte svar. Det er valgt dataprogram som er lett å bruke, de fleste har tilgang til og mange er kjent med. Dataprogrammets brukervennlighet er testet.

1.5. Terminologi og symboler

Terminologi, symboler og de viktigste formlene som er benyttet i rapporten er oppgitt i tabeller. Symbolene er oppgitt med betydning og enhet. Formlene er oppgitt med forklaring og nummeret de er oppført med i rapporten.

1.5.1. Terminologi

Forkortelsene og terminologien benyttet i prosjektet er oppført i tabell 1 med definisjon.

Tabell 1. Spesiell terminologi og forkortelser brukt i oppgaven.

Utrykk	Definisjon
EC3	NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008 ; Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner ; Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger
(i.i.i(i))	Det er valgt å henvise til klausuler i EC3 på denne måten for å gjøre teksten mest mulig lesbar i kapitlene der EC3 i hovedsak er eneste kilde.
Layout	Plassering av tekst og bilder (grafisk formgivning) [11].
Regneark	Microsoft Excel 2016 er benyttet som dataprogram. Et dokument kalles en arbeidsbok. En arbeidsbok kan ha mange separate ark. Benevnelsen regneark benyttes i rapporten både om arbeidsboken og spesifikke ark.

1.5.2. Symboler og enheter

Symbolene benyttet i oppgaven er oppført med betydning og enhet i tabell 2. Ikke alle symbolene som viser til samme begrep bare om ulike akser er tatt med. I stedet er symbolet uten spesifisert akse benyttet. Dette for å unngå at listen blir lengre enn nødvendig.

Tabell 2. Symbolene benyttet i oppgaven oppført med enheter.

Symbol	Betydning	Enhet
P_k	Nominell verdi av en permanent last	N
G_k	Nominell verdi av en forspenningskraft som påføres under utførelsen	N
R_d	Dimensjonerende verdi for kapasitet	
R_k	Karakteristisk verdi for kapasitet	
γ_m	Partialfaktor for kapasitet	
γ_{M0}	Materialfaktor for tverrsnittskapasitet uansett tverrsnittsklasse	
γ_{M1}	Materialfaktor for tverrsnittets kapasitet mot instabilitet påvist for hele staven	
γ_{M2}	Materialfaktor for tverrsnittskapasitet mot brudd forårsaket av strekkspenninger	
α_{cr}	Faktor som de dimensjonerende lastene multipliseres med for å nå elastisk instabilitet	
F_{Ed}	Dimensjonerende last på konstruksjonen	N
F_{cr}	Ideell knekklast basert på elastisk utgangsstivhet	N
r	Antall ganger strukturen er statisk ubestemt	
F_p	Kraften som medfører fullstendig plastisk tilstand	N
$F_{pØ}$	Kraften beregnet på grunnlag av en vilkårlig antatt mekanisme	N
q_p	Den jevnt fordelte lasten som medfører fullstendig plastisk tilstand	N/mm
$q_{pØ}$	Den jevnt fordelte lasten beregnet på grunnlag av en vilkårlig antatt mekanisme	N/mm
M_p	Bøyemomentet ved ren bøying som medfører fullstendig plastisk tilstand	kNm
h	Høyden til et tverrsnitt	mm
d	Den frie høyden av steget ved flyteleddet	mm
C	Bredde eller høyde på en tverrsnittsdel	mm
t	Tykkelse	mm
b	Bredden til tverrsnittet	mm
t_w	Tykkelsen til steget	mm
t_f	Tykkelsen til flensen	mm
r	Radius	mm
f_y	Flytegrense	MPa

Tabell 2. Symbolene benyttet i oppgaven oppført med enheter (fortsettes).

Symbol	Betydning	Enhet
ε	Faktor avhengig av f_y	
α	Andel av en tverrsnittsdel med trykkspenninger	
Ψ	Spennings- eller tøyningsforhold	
σ	Spenning	MPa
σ_1	Spenningen i tverrsnittets overkant	MPa
σ_2	Spenningen i tverrsnittets underkant	MPa
λ	Slankheten	
β	Lastfaktor som medfører plastifisering av tverrsnittet	
x	Forskyvningen av den plastiske nøytralaksen	mm
a_1	Faktor som benyttes i forbindelse med rektangelmetoden	
b_1	Parameter som benyttes i forbindelse med rektangelmetoden	
c_1	Parameter som benyttes i forbindelse med rektangelmetoden	
k	Forholdet mellom kraft og moment	$(km)^{-1}$
h_p	Bredden av steget trykkraften opptar ved plastisk beregning	mm
N_1	Aksialkraft ved full plastifisering	N
f_{Rd}	Dimensjonerende kapasitet (spenning)	MPa
a	Forhold mellom stegareal og tverrsnittets brutto areal	
A	Areal	mm^2
$\sigma_{x,Ed}$	Dimensjonerende spenning for aksialspenninger i lengderetningen	MPa
$\sigma_{z,Ed}$	Dimensjonerende verdi for aksialspenninger i tverretningen	MPa
τ_{Ed}	Dimensjonerende skjærspenning	MPa
N_{Ed}	Dimensjonerende aksialkraft	N
$N_{t,Rd}$	Dimensjonerende strekkapasitet	N
$N_{pl,Rd}$	Bruttotverrsnittets dimensjonerende plastiske aksialkraft	N
$N_{u,Rd}$	Nettotverrsnittets dimensjonerende strekkapasitet langs bruddlinjen gjennom hull for forbindelsesmidlene	N
A_{net}	Nettoareal av et tverrsnitt	mm^2
f_u	Strekkfasthet	MPa
$N_{net,Rd}$	Nettotverrsnittets dimensjonerende plastiske aksialkraftkapasitet	N
$N_{cr,Rd}$	Tverrsnittets dimensjonerende aksialkraftkapasitet ved trykkpåkjenning	
A_{eff}	Effektiv tverrsnittsareal	mm^2
M_{Ed}	Dimensjonerende moment	kNm

Tabell 2. Symbolene benyttet i oppgaven oppført med enheter (fortsettes).

Symbol	Betydning	Enhet
$M_{c,Rd}$	Tverrsnittets dimensjonerende kapasitet mot bøyning om én hovedakse, hensyn tatt til hull	kNm
$M_{pl,Rd}$	Dimensjonerende plastisk momentkapasitet	kNm
W_{pl}	Plastisk tverrsnittmodul	mm^3
$M_{el,Rd}$	Dimensjonerende elastisk momentkapasitet	kNm
$W_{el,min}$	Minste elastiske tverrsnittmodul	mm^3
A_f	Areal av strekkflensen	mm^2
V_{Ed}	Dimensjonerende skjærkraft	N
$V_{c,Rd}$	Dimensjonerende skjærkapasitet	N
$V_{pl,Rd}$	Dimensjonerende plastisk skjærkapasitet	N
A_v	Skjærareal	mm^2
h_w	Høyden til steget	mm
S	Tverrsnittets første arealmoment	mm^3
I	Tverrsnittets andre arealmoment	mm^4
t	Tverrsnittstykkelsen der spenningen påvises	mm
A_w	Arealet til steget	mm^2
η	Faktor for effektivt skjærareal	
T_{Ed}	Dimensjonerende torsjonsmoment	Nmm
T_{Rd}	Dimensjonerende kapasitet mot torsjonsmoment	Nmm
$T_{t,Ed}$	Dimensjonerende verdi for St.Venants torsjonsmoment	Nmm
$T_{w,Ed}$	Dimensjonerende verdi for hvelvingstorsjon	Nmm
$\tau_{t,Ed}$	Dimensjonerende skjærspenninger som følge av St.Venants torsjon	MPa
$\tau_{w,Ed}$	Dimensjonerende skjærspenningen som følge av hvelvingsmomentet	MPa
$\sigma_{w,Ed}$	Dimensjonerende normalspenninger som følge av bimomentet B_{Ed}	MPa
B_{Ed}	Bimoment	kNm
$V_{pl,T,Rd}$	Redusert dimensjonerende skjærkapasitet der det er tatt hensyn til et samtidig virkende torsjonsmoment	N
f_y'	Flytegrense for dimensjonerende momentkapasitet, redusert på grunn av samtidig virkende skjærkraft	MPa
ρ	Reduksjonsfaktor for å bestemme redusert dimensjonerende momentkapasitet der det er tatt hensyn til skjærkraften, V_{Ed}	
$M_{V,Rd}$	Redusert dimensjonerende momentkapasitet der det er tatt hensyn til skjærkraften, V_{Ed}	kNm
$M_{N,y,Rd}$	Redusert dimensjonerende momentkapasitet der det er tatt hensyn til aksialkraften, N_{Ed}	kNm

Tabell 2. Symbolene benyttet i oppgaven oppført med enheter (fortsettes).

Symbol	Betydning	Enhet
n	Forhold mellom dimensjonerende aksialkraft og dimensjonerende plastisk aksialkraftkapasitet	
$N_{b,Rd}$	Dimensjonerende kapasitet ved bøyningsknekking for en stav med sentrisk trykk	N
χ	Reduksjonsfaktor for relevant knekkform	
Φ	Funksjon for å bestemme reduksjonsfaktoren χ	
$\bar{\lambda}$	Relativ slankhet	
α	Imperfeksjonsfaktor for gjeldende knekk-kurve	
a_0, a, b, c, d	Klassebetegnelser for knekk-kurver	
N_{cr}	Ideell kraft for den relevante knekkformen basert på bruttotverrsnittet	N
E	Elastisitetsmodulen	MPa
L_{cr}	Knekklengden	m
i	Treghetsradius om den relevante aksen, bestemt på grunnlag av egenskapene til bruttotverrsnittet	m
λ_1	Slankhetsverdi for å bestemme den relative slankheten	
N_{Rk}	Karakteristisk verdi av kapasitet for aksialt trykk	N
$M_{y,Rk}$	Karakteristisk momentkapasitet om y-y-aksen	kNm
$M_{z,Rk}$	Karakteristisk momentkapasitet om z-z-aksen	kNm
ΔM_y	Momenter som følge av forskyvning $e_{N,y}$ av tverrsnittsakse y-y	kNm
ΔM_z	Momenter som følge av forskyvning $e_{N,z}$ av tverrsnittsakse z-z	kNm
e_{Ny}	Forskyvning av tverrsnittaksen i (y-y-akse)	mm
e_{Nz}	Forskyvning av tverrsnittaksen i (z-z-akse)	mm
k_{yy}	Interaksjonsfaktor	
k_{zy}	Interaksjonsfaktor	
k_{yz}	Interaksjonsfaktor	
k_{zz}	Interaksjonsfaktor	
$M_{b,Rd}$	Dimensjonerende vippekapasitet	kNm
χ_y	Reduksjonsfaktor for bøyningsknekking (y-y-akse)	
χ_z	Reduksjonsfaktor for bøyningsknekking (z-z-akse)	
F, F_A, F_B	Opplagringskraften i uspesifisert punkt og i punktene A og B	N
q_{Ed}	Dimensjonerende kraft per lengdeenhet	N/mm
χ_{LT}	Reduksjonsfaktoren for vipping	
Φ_{LT}	Funksjon for å bestemme reduksjonsfaktoren for vipping, χ_{LT}	

Tabell 2. Symbolene benyttet i oppgaven oppført med enheter (fortsettes).

Symbol	Betydning	Enhet
$\bar{\lambda}_{LT}$	Relativ slankhet for vipping	
α_{LT}	Imperfeksjonsfaktoren for vipping	
β	Korreksjonsfaktor til kurvene for vipping for valsede tverrsnitt	
$\bar{\lambda}_{LT,0}$	Platålengde i kurvene for vipping for valsede tverrsnitt	
M_{cr}	Ideelt moment ved vipping	kNm
$\chi_{LT,mod}$	Modifisert reduksjonsfaktor for vipping	
f	Modifikasjonsfaktor for χ_{LT}	
k_c	Korreksjonsfaktor som tar hensyn til momentfordelingen	
μ_{cr}	Det relative dimensjonsløse kritiske moment	
I_T	Torsjonskonstanten	mm^4
I_w	Hvelvningskonstanten	mm^6
L	Bjelkens lengde mellom to punkter med sideveis fastholdelse	m
k_w, k_z	Parametere avhengige av bjelkens randbetingelser ved hver av endene	
k_{wt}	Torsjonsparameteren	
C_1	Lastfaktor	
C_2	Faktor som skal ivareta lastens angrepspunkt	
C_3	Faktor som skal ivareta effekten av tverrsnittets manglende symmetri om sterk akse	
ξ_g	Lastangrepspunktets koordinat relativ til skjærsenteret	
ξ_j	Relativ mono-symmetrisk parameter	
G	Skjærmodulen	MPa
z_g	Lastangrepspunktets koordinat relativ til skjærsenteret	
z_j	Parameter avhengig av skjærsenterets koordinat relativt til arealsenteret	
$M_{cr,0}$	Kritisk vippemoment avledet fra løsningen for en gaffellagret dobbeltsymmetrisk bjelke belastet med et konstant moment	kNm
$N_{f,Ed}$	Aksialkraften i trykkflensen i den stabiliserte staven i området ved flyteleddet	N
Q_m	Lokal kraft påført hver stabiliserende komponent der flyteledd opptrer	N
α_m	Reduksjonsfaktor som tar hensyn til antall søyler i en rad	
L_{stable}	Minste avstand mellom sideavstivninger	m
ψ	Forhold mellom endemomentene i avsnittet som påvises	

1.5.3. Formler

De viktigste formlene som er benyttet i rapporten er oppgitt i tabell 3 med forklaring og nummerering. Nummereringen indikerer hvilket kapittel de er benyttet i.

Tabell 3. De viktigste formlene benyttet i rapporten.

Forklaring	Formel	Nummerering
Kapasitet	$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$	3.1
Flensens største forhold mellom bredde og tykkelse	$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_w}$	3.2
Stegets største forhold mellom bredde og tykkelse	$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{b - t2_f - 2r}{t_w}$	3.3
Faktor avhengig av f_y	$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$	3.4
Spennings- eller tøyningsforhold	$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}$	3.5
Spenningen i tverrsnittets overkant	$\sigma_1 = -\frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A}$	3.6
Spenningen i tverrsnittets underkant	$\sigma_2 = \frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A}$	3.7
Forskyvningen av den plastiske nøytralaksen	$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{{b_1}^2 - 4a_1c_1}}{2a_1}$	4.1
Rektangelmetodens formel for α	$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}}$	4.2
Gardener og Nethercots formel for α	$a = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} - \frac{N_{Ed}}{2t_wt_f} - (t_f + r)\right)$	4.3
Modifisert bruk av EC3 likning for å finne α	$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C}$	4.4
Greiner m.fl sin formel for α	$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{\lvert M_{y,Ed}\rvert}{N_{Ed} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C \cdot N_{Ed}}{M_{y,Ed}}\right)^2 + \frac{N_{Ed}^2(4W_{pl,y} - C^2t_w)}{M_{y,Ed}^2 t_w} + 4}\right)$	4.5

Tabell 3. De viktigste formlene benyttet i rapporten (fortsettes).

Forklaring	Formel	Nummerering
Elastisk flytekriterium	$\left(\frac{\sigma_{x,Ed} \cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{z,Ed} \cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{x,Ed} \cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{z,Ed} \cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2 + 3\left(\frac{\tau_{x,Ed} \cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2 \leq 1$	6.1
Dimensjoneringskriterium for utnyttelsesgrad	$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}} + \frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}} \leq 1$	6.2
Dimensjoneringskriterium for strekkraft	$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1{,}0$	6.3
Dimensjoneringskriterium for trykkraft	$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1{,}0$	6.4
Dimensjoneringskriterium for bøyningsmoment	$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1{,}0$	6.5
Dimensjoneringskriterium for skjærkraft	$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1{,}0$	6.6
Dimensjoneringskriterium for torsjonskapasitet	$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} \leq 1{,}0$	6.7
Redusert flytegrense ved kombinert skjærkraft og bøyemoment	$f_y' = (1-\rho) f_y$ $\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2$	6.8 6.9
Dimensjoneringskriterium for kombinert bøyning og aksialkraft	$\frac{M_{Ed}}{M_{N,Rd}} \leq 1$	6.10
Redusert momentkapasitet ved kombinert aksialkraft og bøyemoment	$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0{,}5a}$	6.11
Kapasitetskriterium for knekking ved ren aksialkraft	$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1{,}0$	6.12
Dimensjonerende knekkapasitet	$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$	6.13
Reduksjonsfaktoren for relevant knekkform	$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1$	6.14
Funksjon for å bestemme reduksjonsfaktoren χ	$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0{,}2) + \bar{\lambda}^2\right]$	6.15
Redusert slankhet	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{f_y \cdot A}{N_{cr}}}$	6.16

Tabell 3. De viktigste formlene benyttet i rapporten (fortsettes).

Forklaring	Formel	Nummerering
Ideell kraft for den relevante knekkformen basert på bruttotverrsnittet	$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{{L_{cr}}^2}$	6.17
Kapasitetskrav for knekking om sterk akse ved trykkstav utsatt for moment. Tv.kl. 1 og 2.	$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{ply,Rd}} \leq 1$	6.18
Kapasitetskrav for knekking om svak akse ved trykkstav utsatt for moment. Tv.kl. 1 og 2.	$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{ply,Rd}} \leq 1$	6.19
Kapasitetskriteriet for vipping	$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1$	7.1
Dimensjonerende momentkapasitet mot vipping	$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} W_y$	7.2
Reduksjonsfaktoren for vipping	$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{{\phi_{LT}}^2 - \beta {\bar{\lambda}_{LT}}^2}} \leq 1$	7.3
Parameter forbundet med reduksjonsfaktoren for vipping	$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta {\bar{\lambda}_{LT}}^2\right]$	7.4
Redusert slankhet	$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}}$	7.5
Kritisk vippemoment for en vilkårlig bjelke	$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi\sqrt{EI_z GI_T}}{L}$	7.6
Parameter forbundet med kritisk vippemoment	$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {\kappa_{wt}}^2 + \left(C_2\xi_g - C_3\xi_j\right)^2} - \left(C_2\xi_g - C_3\xi_j\right)\right]$	7.7
Parameteren for dobbeltsymmetrisk tverrsnitt der kraften angriper i skjærsenteret	$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {\kappa_{wt}}^2}\right]$	7.8
Kritisk vippemoment for gaffellagret, dobbeltsymmetrisk bjelke med konstant moment	$M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_T}{\pi^2 EI_z}}$	7.9

2. BESKRIVELSER

Dette kapitlet angir kravene og retningslinjene dataprogrammet skal utvikles etter. Kravspesifikasjonen angir hva dataprogrammet skal utføre samt hvilke egenskaper det skal ha. Konseptdrøftingen vurderer hvilket program og hvilke funksjoner som vil føre til at kravspesifikasjonen oppnås på best mulig måte. Formgivning og design vurderer hvordan layouten med hensyn på innholdet bør utformes for å gi en best mulig brukeropplevelse.

2.1. Kravspesifikasjon

De fire metodene for å regne ut plasseringen til den plastiske nøytralaksen skal sammenlignes. Dette gjøres ved å bruke hver metode til å beregne α og sammenligne verdiene for tre ulike eksempler. Deretter skal det vurderes hvorvidt resultatene kan brukes til å anbefale hvilke metoder som bør brukes.
Det skal også genereres og løses tre eksempler for knekking og vipping.
Det skal utvikles et dataprogram for å beregne tverrsnittsklasser og stabilitet for valgte tilfeller. Dataprogrammet skal være vanlig, lett å få tak i, tilpasset aktuelle datamaskiner og lett å bruke. Det skal være lett å fylle inn nødvendig informasjon, mulig å se hvordan beregningene utføres og lett å tolke resultatene. Dataprogrammet skal benyttes til å løse de ni eksemplene og verdiene skal sammenlignes som en verifikasjon på at programmet utfører korrekte beregninger.

2.2. Konseptdrøfting

Dataprogrammet, og innholdet som skal vises, vurderes og velges. Dataprogrammet velges ved å etablere de nødvendige kriteriene og identifisere dataprogrammet som best oppfyller disse. Innholdet som skal vises velges ved å vurdere hvorvidt de ulike elementene av beregningene bør være synlige for brukeren.

2.2.1. Dataprogram

Det er mange mulige programmer som kan benyttes til å programmere beregningene. De ønskelige egenskapene er oppført og kort beskrevet nedenfor.

- Brukervennlighet
  Det skal være lett og raskt å utføre beregningene, forstå hvilken informasjon som skal føres inn og forstå resultatene. Det skal være lett å se hvilke kriterier som er oppfylt og ikke. Det bør være lett å skille tverrsnitts-, knekke- og vippeberegningene for å vite hvilke utregninger og resultater som er aktuelle.

- Tilgjengelighet
  Programmet må være vanlig. Det vil si at programmet må være lett å få tak i og mulig å kjøpe, eller laste ned gratis, på nett og kunne brukes på de fleste datamaskiner av ulik alder og operativsystem. De fleste bør også ha hørt om det og være kjent med grunnfunksjonene i programmet.

- Programmeringsmuligheter
  Dataprogrammet bør ha mulighet for minst grunnleggende koding. Det vil være behov for koder som bestemmer hvilke beregninger som utføres basert på verdier og lignende.

Det er kun ett dataprogram som møter alle kravene. Microsoft Office er en samling av verdens mest utbredte programmer, og finnes på de fleste både privates og bedrifters datamaskiner. Blant dem er Microsoft Excel, et regneprogram som er oversiktlig og lett i bruk. Det har mulighet for koding, litt dårligere enn det som er optimalt, men det skal være tilstrekkelig. Nyeste versjon i skrivende stund, Microsoft Excel 2016, benyttes derfor som beregningsprogram.

2.2.2. Elementer

Beregninger kan deles inn i ulike elementer. Brukeren trenger i utgangspunktet ikke mer enn en plass å fylle inn informasjon om belastning, material og bjelke og en tilbakemelding hvorvidt kapasiteten er tilstrekkelig eller ikke. Resten kan gjemmes bort i dataprogrammet. Men denne informasjonen kan være nyttig. Det vurderes derfor hvor nyttige de ulike elementene er. Dette for å kunne ta et best mulig valg for plassering av elementene når layouten skal utformes. Elementene som hører til beregninger er de følgende:

- Figur med krefter og mål
  En figur viser hvor kreftene i lasttilfellet virker samt hvor målene hører til. Dette kan være hjelpsomt, spesielt for symboler som kan brukes til flere begreper og for begreper som kan benytte flere ulike symboler.

- Belastningstilfelle
  Informasjon om bjelkens egenskaper samt hvilke påkjenninger som virker. Dette er informasjon som benyttes i beregningene.

- Formler
  Formler viser selve beregningene og kan gi en forståelse for hva som regnes ut og hvordan. Det kan for eksempel føre til at feil lettere oppdages.

- Mellomberegninger
  Det kan være interessant å vite mer enn bare resultater. Verdiene for alle mellomberegningene kan inkluderes.

- Resultater: hvorvidt konstruksjonens kapasitet er tilstrekkelig
  Den raskeste tilbakemeldingen er hvorvidt kapasiteten er tilstrekkelig eller ikke. Det tar lengre tid og gjøres fortere feil ved å vurdere om et tall er høyere enn et annet, enn å lese for eksempel «Godkjent» / «Ikke godkjent».

- Resultater: eksakte verdier
  Det kan også være av interesse å vite hvor mye større kapasiteten er enn påkjenningen; er kapasiteten akkurat på håret eller mye høyere enn nødvendig? Å

vite dette kan spare tid hvis det for eksempel skal bestemmes hvilken bjelke som har passende kapasitet.

- Forklarende tekst
  Hjelpe-tekst kan settes inn for å hjelpe brukere til å forstå hva de skal fylle inn, beregningene som utføres samt resultatene de får tilbake. Samtidig fører mer tekst til mindre oversiktlig layout, og er i utgangspunktet ønskelig å redusere til et minimum.

Elementene settes i følgende kategorier i tabell 4:

- Nødvendig
  Nødvendige elementer er de viktigste for at brukeren skal kunne benytte regnearket. Uten disse elementene kan det lettere oppstå feil, eller regnearket kan oppfattes som mindre nyttig.

- Nyttig
  Nyttige elementer kan være av interesse, men er ikke en like stor prioritet som de nødvendige. Disse elementene kan oppfattes som å være i veien enkelte ganger og hjelpsomme andre ganger.

- Unyttig
  Elementer som aldri vil være til nytte. Det er så sjelden bruk for disse elementene at å inkludere dem vil være til mer bry enn nytte, og ikke verdt å bruke tid på å inkorporere.

Tabell 4. Prioritering av beregningsinformasjon.

	Nødvendig	**Nyttig**	**Unyttig**
Figur	x		
Belastningstilfelle	x		
Formler		x	
Mellomberegninger		x	
Resultater: tilstrekkelig/ikke	x		
Resultater: eksakte verdier		x	
Forklarende tekst		x	

Figur, informasjon om bjelke og belastning og tilbakemelding om kapasitet er vurdert som de viktigste elementene å inkludere i regnearket og vil prioriteres i layouten. Formler, mellomberegninger, eksakte verdier og forklarende tekst er vurdert som nyttige og vil inkluderes, men med lavere prioritet. Ingen elementer er vurdert som unyttige, men forklarende tekst vil likevel begrenses til et minimum i layouten.

2.3. Formgivning og design

Layouten til regnearket er avgjørende for brukervennligheten. Det vurderes hvordan elementene bør plasseres for at det skal være lettvint og naturlig å finne informasjonen det er behov for.

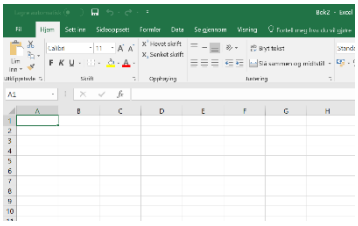
Størrelse på layouten

PC-er har vanligvis skjermstørrelser mellom 13″ og 27″. Det antas at dataprogrammet i hovedsak vil benyttes i en arbeidssituasjon på PC-er med skjermstørrelse over 20″. Layouten til regnearket vil utvikles med hensyn til skjermer på denne størrelsen.

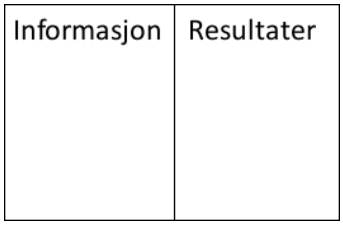
Utforming

Når et regneark åpnes vises først «startområdet» som vist i figur 1. Dette er området øverst til venstre i regnearket. Hvor mange celler som vises avhenger størrelsen på datamaskinens skjerm. Alt vil ikke få plass på dette området på en god måte selv på store skjermer. Elementene valgt ut som de viktigste i delkapittel 2.2.2 vil derfor plasseres på dette lettest tilgjengelige området.

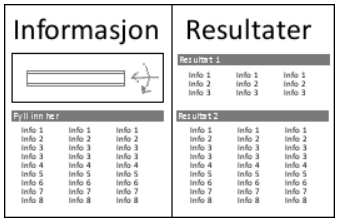
I Norge og andre vestlige land er det standard å lese fra venstre til høyre, og ovenfra og ned. Utformingen baseres på dette for å gjøre den mest mulig intuitiv. Startområdet deles først vertikalt i to for å gjøre det lett å lese, som vist i figur 3. Det første som trenges, å fylle inn informasjon, er til venstre. Det neste som trenges, resultatene, er til høyre. Med figurer og tekst blir resultatet noe lignende figur 2.



Figur 1. Startområdet



Figur 3. Inndeling



Figur 2. Utforming

Elementene vurdert som nyttige plasseres under i rekkefølgen beregningene utføres. Også disse elementene vil plasseres med samme bredde som startområdet, slik at brukere kun trenger å scrolle i én retning og ikke lengre ned enn nødvendig. Dette vil la brukeren følge utregningene om det skulle være ønskelig. Den valgte utformingen presenteres i kapittel 8.

3. INTRODUKSJON AV EUROKODE 3

I dette kapitlet presenteres de beregningsmetodene som benyttes i oppgaven. Generelt om grunnleggende krav og beregningsmetoder, elastisk og plastisk dimensjonering, tverrsnittsklasser og knekking og vipping presenteres i hvert sitt delkapittel.

3.1. Generelt

EC3 oppgir grunnleggende krav til stålkonstruksjoner. Det gis en kort innføring i grunnleggende tema aktuelle for dimensjonering ved bruk av beregningene presentert i oppgaven. Dette gjøres fordi dette er tema brukere av regnearket bør være klare over. Temaene valgt å inkludere er grunnleggende krav for konstruksjonsberegningen, første og andre ordens analyse, sikkerhetsfaktorer og flyteledd.

Grunnleggende krav for konstruksjonsberegningen

Stålkonstruksjoner skal prosjekteres i samsvar med de generelle reglene gitt i NS-EN 1990 (2.1.1(1)). I tillegg gjelder bestemmelser gitt i kapittel 2 i EC3 (2.1.1(2)). De grunnleggende kravene i kapittel 2 NS-EN 1990 anses oppfylt dersom dimensjoneringen av grensetilstanden brukes sammen med partialfaktormetoden og lastkombinasjonene gitt i NS-EN 1990 og lastene som er gitt i NS-EN 1991 (2.1.1(3)). Reglene for kapasitet, brukbarhet og bestandighet som er gitt i de ulike delene av NS-EN 1993 bør følges (2.1.1(4)). Stålkonstruksjoner skal oppfylle følgende krav, avhengig av typen last som påvirker bestandigheten og den dimensjonerende brukstiden (2.1.3(1)):

- Ha en utforming som gir beskyttelse mot korrosjon ved:
    - Egnet overflatebehandling.
    - Bruk av værbestandig stål.
    - Bruk av rustfrie stål.
- Være prosjektert og utformet for tilstrekkelig sikkerhet mot utmatting.
- Være utformet og dimensjonert mot slitasje.
- Være dimensjonert for ulykkeslaster.
- Kontrolleres og vedlikeholdes.

Kapasitetene angitt i EC3 kan bare brukes der betingelsene for materialene i kapittel 3 i EC3 er oppfylt (2.2(2)).

Påvirkninger for prosjektering av stålkonstruksjoner bør tas fra NS-EN 1991. For kombinasjoner av laster og partialfaktorer for laster, se tillegg S i NS-EN 1990 (2.3.1(1)). Bestemmelsene i NS-en 1991-1-6 bør følges for å ta hensyn til laster under utførelse (2.3.1(2)). De mest realistiske verdier av påførte deformasjoner bør brukes der det er nødvendig å ta hensyn til virkningene av forventede absolutte setninger og setningsforskjeller (2.3.1(3)). Virkningene av ujevne setninger, påførte deformasjoner eller andre former for forspenning som påføres under utførelsen bør tas hensyn til ved å bruk av deres nominelle verdi P_k som permanente påvirkninger. Lastene betraktes som en samlet påvirkning ($G_k + P_k$) der G_k er andre permanente påvirkninger (2.3.1(4)). Utmattingspåvirkninger som ikke er definert i NS-EN 1991, bør bestemmes etter tillegg A i NS-EN 1993-1-9 (2.3.1(5)).

Sikkerhetsfaktorer

EC3 angir at dimensjonerende kapasitet er karakteristisk fasthet reduseres med den globale partialfaktoren γ_M som følgende (2.4.3(1)):

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M} \tag{3.1}$$

EC3 angir i avsnitt 6.1 verdier for partialfaktorene benyttet i standarden. I Norge brukes følgende verdier oppgitt i det nasjonale tillegget (NA.6.1):

Tverrsnittskapasitet:	$\gamma_{M0} = 1{,}05$
Kapasitet mot instabilitet påvist for hele staven:	$\gamma_{M1} = 1{,}05$
Tverrsnittskapasitet mot brudd for strekkpåkjenning:	$\gamma_{M2} = 1{,}25$

Partialfaktorene brukes for materialets motstand. Disse benyttes i ulike kapasitets-beregninger, og vil benyttes i eksemplene og regnearket. Ifølge Terjesen oppgis lastfaktorer i NS-EN 1990:2002+NA:2008 [6, s. 11]. Det er ulike pålitelighetsklasser. Lastfaktorene avhenger pålitelighetsklassen samt hvilken type last det er. I regnearket forutsettes det at lastene som oppgis er dimensjonerende laster.

Første og andre ordens analyse

Det er to metoder som vanligvis kan brukes til å bestemme konstruksjoners lastvirkninger (5.2(1)):

1. Første ordens analyse der konstruksjonens startgeometri legges til grunn.
2. Andre ordens analyse der det tas hensyn til konstruksjonens forskyvninger.

Konstruksjonens forskyvninger bør tas hensyn til hvis de øker lastvirkningene i betydelig grad eller konstruksjonens virkemåte endres i merkbar grad (5.2.1(2)). Første ordens analyse kan benyttes dersom det kan sees bort fra økningen i de relevante lastvirkningene eller andre endringer i konstruksjonens virkemåte som er forårsaket av forskyvningene. Denne betingelsen kan forutsettes å være innfridd hvis følgende kriterium er oppfylt (5.2.1(3)):

$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 10$ for elastisk analyse

$\alpha_{cr} = \frac{F_{cr}}{F_{Ed}} \geq 15$ for plastisk analyse

Der α_{cr} er faktoren som de dimensjonerende lastene måtte økes med for å nå ideell knekklast ved en global knekkform, F_{Ed} er dimensjonerende last på konstruksjonen og F_{cr} er ideell knekklast for den globale knekkform. Ved beregning av F_{cr} benyttes den elastiske startstivhet. I dette prosjektet vil det antas at første ordens analyse kan benyttes.
Avvik i geometri og materialegenskaper kan forekomme. Disse kan redusere konstruksjonens egenskaper, og både globale og lokale imperfeksjoner bør tas hensyn til (5.3.1(3)). Dette vil ikke inkluderes i verken rapport eller dataprogram, men kan finnes i delkapittel 5.3 i EC3.

Flyteledd

Da Silva, Simões og Gervásio mener at når en bjelke bøyes dannes flyteledd på side 368 i [2]. Videre skriver de at flyteledd forårsaker at en mekanisme dannes og plastisk brudd kan inntreffe. I en statisk ubestemt struktur inntreffer brudd, med mindre en partiell mekanisme

er dannet, etter at *r*+1 flyteledd dannes, der *r* er antall ganger strukturen er statisk ubestemt. Klassisk teori antar i tillegg at følgende forhold er oppfylt:

1. En likevektstilstand.
2. En flytetilstand.

Likevekt forutsetter at en statisk gyldig distribusjon av bøyemoment er oppnådd. Flytetilstanden forutsetter at bøyemomentet i alle tverrsnitt er lavere enn det plastiske motstandsmomentet.

Det er ulike metoder for plastisk analyse. Noen følger øvre grenseteorem, andre nedre grenseteorem. Nedre grenseteorem, det statiske teoremet, beskriver Terjesen som følgende: «En valgt antatt fordeling av spenninger innen en konstruksjon som tilfredsstiller likevekt mellom indre og ytre krefter og som ikke noe sted overskrider den plastiske kapasiteten, vil gi en kapasitet som er mindre eller lik den korrekte verdi» på side 12 i [7]. På samme side beskriver Terjesen øvre grenseteorem som følgende: «En last ($F_{pØ}$ eller $q_{pØ}$) beregnet på grunnlag av en vilkårlig antatt mekanismen vil alltid være større enn, eller i beste fall lik lasten (F_p eller q_p) ved plastisk kollaps.

Bøyemomentdiagrammet for den vilkårlige mekanismen må tegnes med den tilhørende belastningen $F_{pØ}$ og med plastisitetsmomentet M_p i flyteleddene. Momentdiagrammet konstrueres ved å benytte vanlige likevekts betraktninger».

EC3 oppgir ikke en metode for beregning med plastiske flyteledd for å finne den plastiske maksimale lasten. Regnearket vil heller ikke utføre slike beregninger, og metoder for dette oppgis derfor ikke. EC3 oppgir maksimale avstander mellom sideveis fastholdte punkter. Dette er beskrevet nærmere i delkapittel 7.1.

3.2. Elastisk og plastisk dimensjonering

En global analyse av en stålstruktur skal med tilstrekkelig nøyaktighet estimere de interne kreftene og momentene samt de korresponderende deformasjonene [2, s. 75]. Elastisk og plastisk globalanalyse er de to metodene som kan benyttes til å bestemme lastvirkninger (5.4.1(1)). Elastisk globalanalyse kan brukes i alle tilfeller (5.4.1(2)). Elastisk dimensjonering tar utgangspunkt i at materialet er lineært elastisk, at konstruksjonen er ubelastet og udeformert samt at forskyvninger og rotasjoner er små [3, s. 22]. Det tas ikke hensyn til små forskyvninger og rotasjoner. Krefter og momenter kan beregnes med elastisk globalanalyse selv om kapasiteten i et tverrsnitt er basert på tverrsnittets plastiske kapasitet (5.4.2(2)). Elastisk globalanalyse kan også brukes for tverrsnitt der kapasiteten er begrenset av lokal knekking (5.4.2(3)).

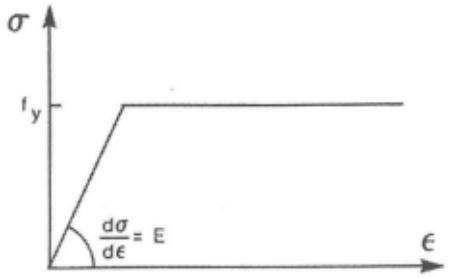
Plastisk globalanalyse kan brukes bare dersom konstruksjonen har tilstrekkelig rotasjonskapasitet på de aktuelle stedene for flyteleddene, uavhengig av om de er i stavene eller i knutepunktene. Tverrsnittet bør være dobbelt symmetrisk eller enkelt symmetrisk med symmetriplanet i flyteleddets rotasjonsplan i staver med flyteledd, og tverrsnittet bør oppfylle kravene angitt i avsnitt 5.6 i EC3. Knutepunkter i flyteledd bør enten ha tilstrekkelig styrke til at det danner flyteledd i staven eller kunne opprettholde en plastisk kapasitet med tilstrekkelig rotasjon (5.4.1(3)). En forenklet metode for en begrenset plastisk omfordeling av momenter i kontinuerlige bjelker, der en elastisk analyse viser at enkelte

støttemomenter overskrider den dimensjonerende plastiske momentkapasiteten med inntil 15 %, går ut på å omfordele de delene som overskrider toppmomentene. Dette forutsetter at snittkreftene til sammen forblir i likevekt med påførte laster, alle stavene der momentene er redusert har tverrsnittsklasse 1 eller 2 og vipping i stavene forhindres (5.4.1(4)).

Plastisk globalanalyse tar hensyn til materialets ikke-linearitet ved beregning av lastvirkningene i konstruksjonen. Analysen kan gjennomføres med én av følgende modeller (5.4.3(1)):

1. Elastisk-plastisk analyse med flyteledd i plastifisert tverrsnitt og/eller i knutepunktene.
2. Ikke-lineær plastisk analyse som tar hensyn til delvis plastifisering av staver i plastiske soner.
3. Stiv plastisk analyse, der det sees bort fra den elastiske oppførselen mellom flyteleddene.

Plastisk globalanalyse kan brukes der stavene har tilstrekkelig rotasjonskapasitet til å sikre at den nødvendige omfordeling av bøyningsmomentene kan inntre (5.4.3(2)). Analysen bør kun brukes der stavenes stabilitet i flyteleddene er sikret (5.4.3(3)). Den kan baseres på et bilineært spennings-tøynings-forhold, som vist på figur 4, for de konstruksjonsstål som er angitt i kapittel 3 i EC3 (5.4.3(4)).



Figur 4. Bilineært spennings-tøynings-forhold. Figur fra side 40 i EC3.

Stiv plastisk analyse kan benyttes hvis det ikke er nødvendig å ta hensyn til virkningene av deformert geometri. I dette tilfellet klassifiseres knutepunkter bare etter styrke (5.4.3(5)). Virkningene av deformert geometri i konstruksjonen og konstruksjonens stabilitet bør påvises etter prinsippene i avsnitt 5.2 i EC3 (5.4.3(6)).

3.3. Tverrsnittsklasser

Tverrsnitt deles inn i fire klasser etter rotasjonskapasiteten og evnen til å danne roterende flyteledd [2, s. 109]. For å utnytte den plastiske kapasiteten må et tverrsnitt ha rotasjonskapasiteten krevd av plastisk analyse uten å få redusert motstand mot knekking. Analysen for å avgjøre lokal knekkings påvirkning på motstanden eller duktiliteten til et tverrsnitt er kompleks. Denne forenklede metoden er derfor utviklet og blir ansett som tilfredsstillende [2, s. 109]. Tverrsnittsklassene er definert som følgende (5.5.2(1)):

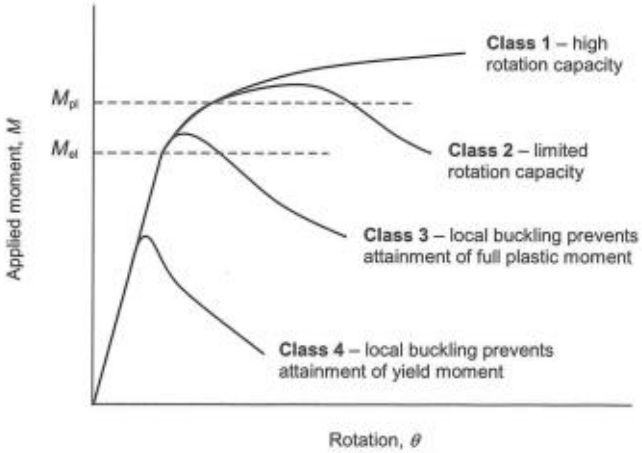
Klasse 1 - Tverrsnitt i denne klassen kan danne et flyteledd med rotasjonskapasiteten som kreves for plastisk analyse uten reduksjon av tverrsnittets dimensjonerende momentkapasitet.

Klasse 2 - Tverrsnitt i denne klassen kan utvikle dimensjonerende plastisk momentkapasitet, men har begrenset rotasjonskapasitet på grunn av lokal knekking.

Klasse 3 - Tverrsnitt i denne klassen kan ikke regnes med å utvikle dimensjonerende plastisk momentkapasitet på grunn av lokal knekking. Det antas elastisk spenningsdistribusjon. Spenningen i delene av bjelken som utsettes for trykk kan nå flytegrensen før lokal knekking inntreffer.

Klasse 4 - Flytegrensen vil ikke nås i en eller flere deler av tverrsnittet før lokal knekking inntreffer.

Tverrsnitt av klasse 1 er fullt funksjonelle under rent trykk og er i stand til å beholde deres fulle plastiske moment under bøyning [4, s. 26]. Videre har tverrsnitt av klasse 2 de samme egenskapene, bortsett fra at de har lavere deformasjonskapasitet. Dimensjonering av tverrsnitt av klasse 1 og 2 kan derfor gjøres etter plastisitetsteorien. Tverrsnitt av klasse 3 oppnår ikke fullt plastisk momentkapasitet under bøyning [4, s. 27] og må derfor dimensjoneres etter elastisitetsteorien. Tverrsnitt av klasse 4 kan knekke før flytegrensen er nådd og det må benyttes effektivt tverrsnitt i dimensjonering. Forskjellen i adferd mellom tverrsnitt av de ulike klassene er illustrert i figur 5.



Figur 5. Adferden til de ulike tverrsnittsklassene. Figur fra side 27 i [4].

Plastisitetsteorien kan benyttes for dimensjonering av tverrsnitt av klasse 1 og 2, men det er flere tilfeller der hensyn til konstruksjonens egenskaper bør tas. I avsnitt 5.6 i EC3 er det oppført krav til tverrsnitt for plastisk globalanalyse. Disse er som følger:

- Tverrsnitt i punkter der flyteledd kan dannes bør ha en rotasjonskapasitet som minst tilsvarer den kapasiteten som kreves.
- Det kan for staver med konstant tverrsnitt forutsettes at rotasjonskapasiteten i et flyteledd er tilstrekkelig dersom:
    - Staven er av tverrsnittsklasse 1 der flyteleddet er lokalisert.

    - Steget er avstivet i en avstand på høyst *h*/2 fra flyteleddet hvis en tverrlast overskrider 10% av tverrsnittets dimensjonerende skjærkapasitet, der *h* er høyden av tverrsnittet på dette stedet.
- For tverrsnitt som ikke er konstante bør følgende tilleggskriterier oppfylles:
    - Stegets tykkelse bør ikke reduseres i en avstand på minst 2*d* i hver retning, der *d* er den frie høyden av steget ved flyteleddet.
    - Trykkflensen bør være av klasse 1 i en avstand fra flyteleddet som ikke er mindre enn den største av følgende verdier:
        - 2*d*, der *d* er den frie høyden av steget ved flyteleddet.
        - Avstanden til det punktet der momentet i staven har falt til 0,8 ganger den dimensjonale plastiske momentkapasiteten i flyteleddet.
    - Trykkflensen bør ha tverrsnittsklasse 1 eller 2, og steget bør ha tverrsnittsklasse 1, 2 eller 2, i andre deler av staven.
- Hull for festemidler i strekkflenser bør i nærheten av flyteledd oppfylle klausul 6.2.5(4) i EC3 i en avstand definert i klausul 5.6(3)b), i hver retning fra flyteleddet.
- For plastisk dimensjonering av en ramme der det tas hensyn til tverrsnittkravene, kan kapasiteten for plastisk omfordeling av momenter forutsettes tilstrekkelig hvis kravene i klausul 5.6(2) og 5.6(4) er oppfylt for alle komponenter der flyteledd kan inntre eller har forekommet under dimensjonerende laster.
- Kravene i klausul 5.6(2-5) er ikke nødvendige å ikke anvende dersom det brukes metoder for plastisk globalanalyse som tas hensyn til et virkelighetsnært spennings-tøynings forhold langs staven, inkludert kombinert virkning av lokal knekking i tverrsnittene, knekking i stavene og i konstruksjonen.

Formlene som benyttes til å klassifisere tverrsnittsdeler er oppgitt i tabell 5.2 i EC3. Tabellen er lagt i vedlegg 1. Kriteriene for tverrsnittsdelene er avhengige av om tverrsnittsdelen er påkjent av bøyning, trykk eller en kombinasjon av trykk og bøyning. De kriteriene som resulterer i lavest verdi, som er de vanskeligste å oppnå, er for tverrsnittsdeler påkjent av rent trykk. Rent trykk er det belastningstilfellet som har størst krav til tverrsnittet. En tverrsnittsdel regnes derfor for å ha tilstrekkelig tverrsnittskapasitet for en tverrsnittsklasse dersom kriteriet for rent trykk er oppfylt. Det er en konservativ metode, som kan bli for konservativ i enkelte tilfeller [2, s. 111]. Det er ønskelig å estimere hvor stor del av tverrsnittet som er trykkpåkjent for å være sikker på å utnytte konstruksjonens kapasitet.
For tverrsnittsdeler som utsettes for enten trykk eller bøyning er det forholdet mellom bredde og tykkelse i delene som er avgjørende for tverrsnittsklassifisering (5.5.2(3)). Forholdet mellom bredden og tykkelsen til de trykkpåkjente tverrsnittsdelene, *C/t*, regnes ut på følgende måte for flens og steg:

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_f} \tag{3.2}$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{h - 2t_f - 2r}{t_w} \tag{3.3}$$

Der r er radius, h er høyden, t_f er flensens tykkelse, t_w er stegets tykkelse, b er bredden og C er bredden til steget for I- og H-profiler. α er et forholdstall som angir lengden av den trykkbelastede bredden i forhold til den totale bredden [4, s. 31]. Forholdet blir modifisert av en parameter ε som er avhengig av materialets flytegrense [4, s. 27]:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

For tverrsnittsdeler utsatt for trykk og bøyning bør det estimeres hvor stor del av tverrsnittet som er trykkpåkjent. Plastisk metode for å estimere hvor stor del av tverrsnittsdelen som er trykkpåkjent for tverrsnittsklasse 1 og 2 er ikke angitt i EC3. Det er utviklet fire metoder for dette. Disse er presentert i kapittel 4. Tverrsnittsklasse 3 påvises ved bruk av elastisitetsteorien, som benytter spenningsforholdet, ψ, som følgende [6, s. 20]:

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \tag{3.5}$$

Spenningen i tverrsnittets over- og underkant, σ_1 og σ_2, for en bjelke påkjent av bøyemoment og aksialkraft som medfører trykk:

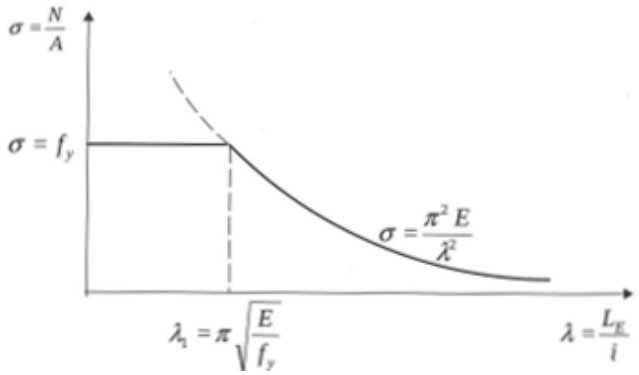
$$\sigma_1 = -\frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A} \tag{3.6}$$

$$\sigma_2 = \frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A} \tag{3.7}$$

Steg og flens er generelt av ulike klasser (5.5.2(5)). Den tverrsnittsdelen med minst gunstig tverrsnittsklasse blir avgjørende for tverrsnittsklassen til tverrsnittet med unntak oppgitt i klausul 5.5.2(6; 9-12) i EC3. Alternativt kan klassifisering angis steg og flens hver for seg. Dersom en tverrsnittsdel ikke oppfyller kriteriene for tverrsnittsklasse 3, bør den antas å være av klasse 4 (5.5.2(8)).

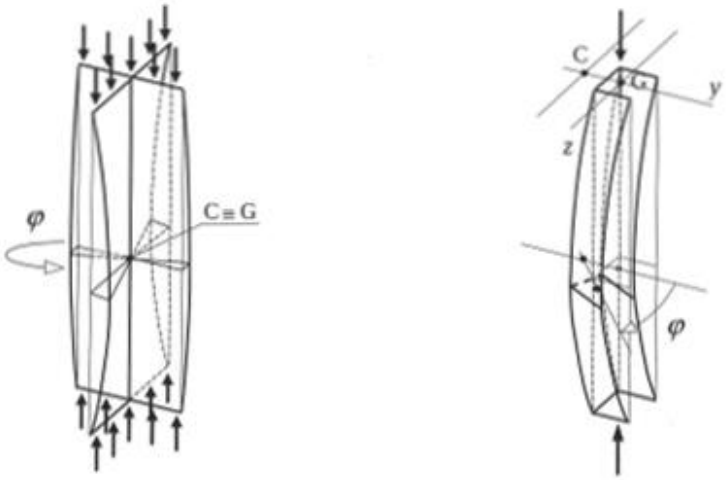
3.4. Kort om knekking og vipping

Knekking og vipping er to fenomener som oppstår ved ustabilitet i en konstruksjon. Knekking er karakterisert av tverrgående deformasjoner i staver påkjent av trykkrefter [2, s. 186]. For en perfekt stav er knekking avhengig av bøyestivheten til tverrsnittet, lengden og opplagringen [2, s. 188]. Atferden til en trykkstav, uten imperfeksjoner, er vist etter slankheten til tverrsnittet i figur 6 fra side 190 i [2].



Figur 6. Forholdet mellom σ og λ i en trykkstav.

Knekking avhenger tilstedeværelse av trykkspenninger, bøyemoment eller en kombinasjon av begge [2, s. 125]. For en bjelke under rent trykk er det tre mulige måter den kan knekke: i) bøyeknekking; ii) torsjonsknekking og iii) bøyetorsjonsknekking, se figur 7. En bjelke påkjent med bøyemoment må sjekkes mot vipping. En bjelke påkjent av en kombinasjon av trykkraft og bøyemoment må sjekkes mot alle typene knekking nevnt over. For I- og H-profiler er det bøyeknekking som vanligvis er mest kritisk [2, s. 191].



Figur 7. Torsjonsbøyning og bøyetorsjonsbøyning, figur fra side 190 i [2].

Bjelker påkjent av bøyemoment om tverrsnittets sterke akse kan vippe. Vipping er kjennetegnet ved sideveis deformasjon av tverrsnittsdelen påkjent av trykk [2, s. 212]. Figur 8 viser en stålkonstruksjon som ikke hadde tilstrekkelig kapasitet mot vipping. Vipping er forhindret i bjelker med tilstrekkelig fastholdelse eller som har tverrsnitts som ikke er følsomme for vipping, som for eksempel firkantede eller sirkulære hulprofiler, fabrikkerte sirkulære rør eller rektangulære kasseprofiler (6.3.2.1(2)). Det oppgis ikke i EC3 hvordan tilstrekkelig fastholdelse etableres for en gitt stav. Det er oppgitt hvordan sideveis fastholdelse sikres i et flyteledd, samt metode for beregning av minste avstand mellom disse.

Figur 8. Vipping av en stålkonstruksjon [13].

4. METODER FOR Å FASTLEGGE TVERRSNITTSKLASSER VED KOMBINERT BØYNING OG AKSIALKRAFT

Som nevnt i delkapittel 3.3 er det fire metoder for å estimere hvor stor del av et tverrsnitt som er trykkpåkjent. Dette henger sammen med den plastiske nøytralaksens plassering. I dette kapitlet presenteres metodene med forutsetningene og formelverket de benytter. Først forklares den plastiske nøytralaksen kort.

4.1. Generelt om den plastiske nøytralaksen

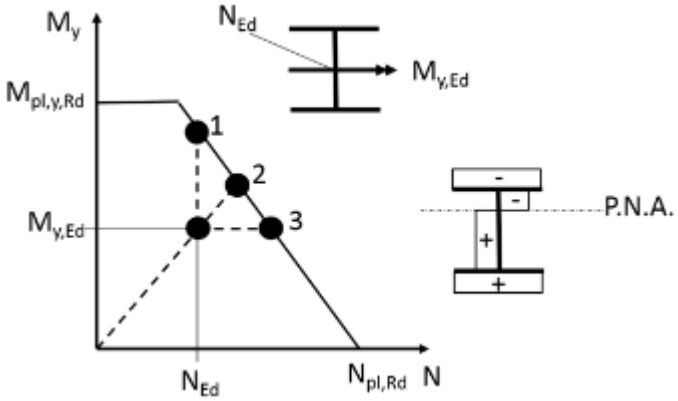
Nøytralaksen ligger ved overgangen mellom strekk- og trykkspenninger i et tverrsnitt utsatt for bøyning eller bøyning og trykkrefter [14]. Et tverrsnitt til en I- eller H-profil som utsettes for bøyning om en akse vil få nøytralaksen i en symmetriakse, ettersom halve tverrsnittet utsettes for strekk og andre halvdelen utsettes for trykk. Et tverrsnitt som utsettes for trykk vil få nøytralaksen ved flensen. For et tverrsnitt som utsettes for trykk og bøyning vil den plastiske nøytralaksen flytte seg avhengig av hvor store belastningene er i forhold til hverandre og tverrsnittets egenskaper. Den plastiske nøytralaksen flytter et sted mellom symmetriaksen og flensen. EC3 lar parameteren α angi den plastiske nøytralaksens posisjon. Dersom:

$$\alpha \geq 1$$

Går nøytralaksen utenfor steget og hele tverrsnittet utsettes for trykk. Kriteriene for steg utsatt kun for trykk blir gjeldende som nevnt i delkapittel 3.4. Det er utviklet metoder for å estimere α. Det er tre ulike forutsetninger:

1. N_{Ed} er konstant og $\beta \cdot M_{y,Ed}$
2. $\beta \cdot N_{ed}$ og $\beta \cdot M_{y,Ed}$
3. $M_{y,Ed}$ er konstant og $\beta \cdot N_{ed}$

Der β er en lastfaktor som medfører plastifisering av tverrsnittet [6, s. 31]. Forutsetningene er fremstilt i figur 9.



Figur 9. Forutsetninger for å finne posisjonene til den elastiske nøytralaksen [6, s. 31].

4.2. Rektangelmetoden

Rektangelmetoden benytter likevektsprinsippet og det nedre grenseteoremet. Utledningen er oppført i [7, s. 35]. Den benytter andregradsligninger som løses med hensyn på *x*. Når nøytralaksen ligger i steget bestemmes parameterne på følgende måte:

$$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{{b_1}^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} \tag{4.1}$$

Der

$$a_1 = 1$$
$$b_1 = \frac{2}{k}$$
$$c_1 = -\left(\frac{bt_f}{t_w}\left(z + t_f\right) + 0{,}25z^2\right)$$

Der *x* er forskyvningen av den plastiske nøytralaksen, *z* er minste avstand mellom flensene, *k* = N/M er forholdet mellom kraft og moment og *b*, t_f og t_w er dimensjoner i tverrsnittet. Når nøytralaksen ligger i flensen benyttes en annen formel for c_1:

$$c_1 = -\frac{1}{8bk}\left(bkz^2 + bkh^2 + 4bht_f - 4bk{t_f}^2 - 8t_wz + 8bz\right)$$

x er forskyvningen av nøytralaksen, oppgitt i millimeter. Plasseringen til nøytralaksen blir derfor andelen av steget utsatt for trykk ved ren bøyning, *C*/2, pluss forskyvningen *x*. Dette deles på stegets bredde for å få den totale andelen av steget utsatt for trykk. Formelen blir som følgende:

$$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}} \tag{4.2}$$

Metoden benytter forutsetning to i delkapittel 4.1. Denne metoden kalles *rektangel* i rapporten og regnearket der det er for liten plass til hele navnet.

4.3. Gardener og Nethercots metode

Gardener og Nethercot benytter forutsetning 1 og holder N_{Ed} konstant. Formel 4.3 er formel D5.4 presentert på side 32 i [4]. Utledningen er vist i vedlegg 2. Formelen deres for α er følgende:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{2t_wf_y} - \left(t_f + r\right)\right) \leq 1 \tag{4.3}$$

men

$$-1 \leq \alpha \leq 1$$

Denne metoden benytter forutsetning 1. Den er den eneste metoden som ikke benytter forutsetning 2. I oppgaven der det ikke er plass til hele navnet kalles metoden for *Gardener og N.* eller *G&N.*

4.4. Metoden som benytter Eurokode 3 formelverket

Denne metoden benytter en ligning i Eurokode 3 og modifiserer den for dette formålet. Utledningen er lagt i vedlegg 3. Formelen for α er følgende [6, s. 33]:

$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C} \tag{4.4}$$

der

$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} \cdot t_w}$$

$$N_1 = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5a)\frac{k}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{1}{N_{pl,Rd}}\right]}$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} \leq 0{,}5$$

$$k = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$$

Denne metoden benytter forutsetning 2 der både N_{Ed} og $M_{y,Ed}$ skaleres opp til plastifisering. I oppgaven kalles metoden *EC3* eller *EC3-metoden* der det er lite plass.

4.5. Metoden til Greiner m.fl.

Greiner har med flere andre utviklet følgende metode for å bestemme den plastiske nøytralaksens plassering. Ligningen for parameteren α er følgende [2, s. 111]:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C \cdot N_{Ed}}{M_{y,Ed}}\right)^2 + \frac{N_{Ed}^2\left(4W_{pl,y} - C^2 t_w\right)}{M_{y,Ed}^2 t_w} + 4}\right) \leq 1 \tag{4.5}$$

For å være helt sikker på at nøytralaksen er på steget kan følgende krav kontrolleres [6, s. 34].

$$\left|\frac{N_{En}}{M_{y,Ed}}\right| < \frac{4Ct_w}{4W_{y,pl} - C^2 t_w}$$

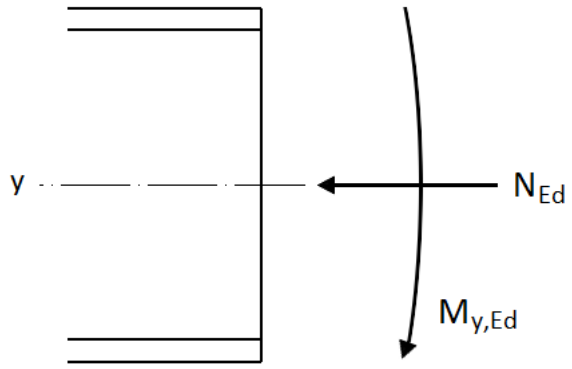
Metoden benytter forutsetning 2. Der det er for lite plass til hele metodens navn i regnearket kalles metoden *G. m/fl*.

5. VERIFISERINGSEKSEMPLER SOM BENYTTER DE ULIKE METODENE FOR Å FASTLEGGE TVERSNITTSKLASSER

I dette kapitlet forklares det kort årsaken til at det benyttes verifiseringseksempler. Deretter presenteres og løses det tre eksempler ved å benytte de fire eksemplene i kapittel 4. Først forklares det hvorfor verifiseringseksempler benyttes. Bjelkenes dimensjoner er hentet fra side 10-12 i [9].

5.1. Hensikten med verifiseringseksemplene

Som nevnt i delkapittel 4.1 oppgir ikke EC3 hvordan parameteren α skal bestemmes. Metodene oppgitt i delkapittel 4.2-5 vil benyttes til dette. Metodene vil resultere i ulike verdier og muligens i ulike tverrsnittsklasser. Metodenes forskjeller vil avhenge tverrsnittet og belastningen. Disse forskjellene kan være av interesse når det skal velges hvilken metode som skal benyttes. For å ha full oversikt over disse forskjellene behøves en større studie. I dette prosjektet benyttes tre eksempler for å få en pekepinn. Resultatene vil også bli sammenlignet mot dataprogrammet for å kontrollere at det gir korrekte resultater. Eksemplene må derfor være innenfor tilfellene som er inkludert i programmet. Alle tverrsnittene i eksemplene påkjennes av både trykkraft og bøyemoment for å sammenligne hvordan de ulike metodene plasserer den plastiske nøytralaksen. Figur 10 kan derfor brukes til alle eksemplene.



Figur 10. Tverrsnitt påkjent av trykkraft og bøyemoment.

Regnearket vil inkludere tverrsnittskapasitet, knekking og vipping. Det benyttes derfor verifiseringseksempler for kapittel 6 og 7 for å kontrollere at regnearket gir korrekte resultater også for disse beregningene.

5.2. Eksempel 1

Et HE 300 B profil i S275 påkjennes med en aksialkraft på -250 kN og et bøyemoment på 200 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 275 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3. Parameteren ε bestemmes:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{275}} = 0{,}92$$

Forholdet mellom bredde og tykkelse:

$$C_{steg} = h - 2t_f - 2r = 300 - 2 \cdot 19 - 2 \cdot 27 = 208\ mm$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{C_{steg}}{t_w} = \frac{208}{11} = 18{,}9$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_f} = \frac{300 - 11 - 2 \cdot 27}{2 \cdot 19} = 6{,}18$$

Tverrsnittsklassen til flensen bestemmes først. Flensen er påkjent av rent trykk. Kravet for tverrsnittsklasse 1:

$$\frac{C}{t} \leq 9\varepsilon = 9 * 0{,}92 = 8{,}28$$

Flensen tilhører tverrsnittsklasse 1 siden $(C/t)_{flens}$ er mindre enn dette. For å bestemme tverrsnittsklassen til steget bestemmes først α ved å bruke de ulike metodene.

Rektangelmetoden:

$$a_1 = 1$$

$$k = \frac{N_{Ed}}{M_{Ed}} = \frac{250 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6} = 1{,}25 \cdot 10^{-3}$$

$$b_1 = \frac{2}{k} = \frac{2}{1{,}25 \cdot 10^{-3}} = 1600$$

$$c_1 = -\left(\frac{bt_f}{t_w}(z + t_f) + 0{,}25z^2\right) = -\left(\frac{300 \cdot 19}{11}(262 + 19) + 0{,}25 \cdot 262^2\right)$$

$$c_1 = -162770{,}1$$

$$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{{b_1}^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} = \frac{-1600 \pm \sqrt{1600^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-162770{,}1)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 96{,}0\ mm$$

Denne metoden oppgir svaret i millimeter. Dette omregnes til α, som er andelen av steget utsatt for trykk.

$$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}} = \frac{\frac{208}{2} + 96}{208} = 0{,}962$$

Gardener og Nethercot

Verdiene settes inn i formelen og regnes ut:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{2t_wf_y} - (t_f + r)\right) = \frac{1}{208}\left(\frac{300}{2} + \frac{2{,}5 * 10^5}{2 \cdot 11 \cdot 355} - (19 + 27)\right)$$

$$\alpha = 0{,}699$$

EC3-metoden

Verdiene settes inn i formlene og regnes ut som følgende:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M0}} = \frac{275 \cdot 1{,}868 \cdot 10^6}{1{,}05} = 4{,}892 \cdot 10^8\ Nmm = 489{,}2\ kNm$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{275 \cdot 14{,}9 \cdot 10^3}{1{,}05} = 3{,}902 \cdot 10^6\ N = 3902\ kN$$

$$f_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{275}{1{,}05} = 261{,}9\ MPa$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{14{,}9 \cdot 10^3 - 2 \cdot 300 \cdot 19}{14{,}9 \cdot 10^3} = 0{,}235$$

$$k = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{200}{250} = 0{,}8$$

$$N_1 = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5a)\frac{k}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{1}{N_{pl,Rd}}\right]} = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}235)\frac{0{,}8}{489{,}2} + \frac{1}{3902}\right]}$$

$$N_1 = 588{,}4\ kN$$

$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} \cdot t_w} = \frac{588{,}4 \cdot 10^3}{261{,}9 \cdot 11} = 204{,}2\ mm$$

$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C} = \frac{\frac{208}{2} + \frac{204{,}2}{2}}{208} = 0{,}991$$

Greiner m.fl.

Verdiene settes inn i formelen og α etableres:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C \cdot N_{Ed}}{M_{y,Ed}}\right)^2 + \frac{N_{Ed}^2\left(4W_{pl,y} - C^2 t_w\right)}{M_{y,Ed}^2 t_w} + 4}\right) \leq 1$$

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|200 \cdot 10^6|}{-250 \cdot 10^3 \cdot 208} \cdot$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{208 \cdot 250 \cdot 10^3}{200 \cdot 10^6}\right)^2 + \frac{250 \cdot 10^{3^2}(4 \cdot 1{,}868 \cdot 10^6 - 208^2 \cdot 11)}{200 \cdot 10^{6^2} \cdot 11} + 4}\right)$$

$$\alpha = 0{,}980$$

Resultat

Tverrsnittsklassen kan nå bestemmes. De ulike verdiene for α settes inn i kravene fra tabell 5.2 i EC3, som kan finnes i vedlegg 1, som følgende:

Klasse 1 : Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$

Klasse 2 : Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$

Resultatene er satt inn i tabell 5. Verdiene skal være over C/t = 18,9, som regnet ut over.

Tabell 5. Resultater for eksempel 1 for tverrsnittsklassifisering.

	Rektangel-metoden	**Gardener og Nethercot**	**EC3-metoden**	**Greiner m.fl**
α	0,962	0,699	0,991	0,980
Verdi for C/t krav: klasse 1	31,7	45,1	30,7	31,0

Alle metodene lar steget være av klasse 1, og det er dermed ikke nødvendig å kontrollere klasse 2. EC3-metoden er den mest konservative i dette tilfellet. Greiner m.fl. og rektangelmetoden ligger rett over. Gardener og Nethercot sin metode ligger høyere i forhold til de andre.

5.3. Eksempel 2

Et IPE 360 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på -300 kN og et bøyemoment på 150 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6.

Parameteren ε bestemmes:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0{,}81$$

Forholdet mellom bredde og tykkelse:

$$C_{steg} = h - 2t_f - 2r = 360 - 2 \cdot 12{,}7 - 2 \cdot 18 = 298{,}6\ mm$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{C_{steg}}{t_w} = \frac{298{,}6}{8{,}0} = 37{,}3$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_f} = \frac{170 - 8{,}0 - 2 \cdot 18}{2 \cdot 12{,}7} = 4{,}96$$

Tverrsnittsklassen til flensen bestemmes først. Den er kun påkjent av trykk. Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\frac{C}{t} \leq 9\varepsilon = 9 * 0{,}81 = 7{,}29$$

Flensen tilhører tverrsnittsklasse 1. For å bestemme tverrsnittsklassen til steget bestemmes først α ved å bruke de ulike metodene. **Rektangelmetoden:**

$$a_1 = 1$$

$$k = \frac{N_{Ed}}{M_{Ed}} = \frac{300 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 2{,}00 \cdot 10^{-3}$$

$$b_1 = \frac{2}{k} = \frac{2}{2{,}00 \cdot 10^{-3}} = 1000$$

$$c_1 = -\left(\frac{bt_f}{t_w}(z + t_f) + 0{,}25z^2\right)$$
$$c_1 = -\left(\frac{170 \cdot 12{,}7}{8{,}0}(334{,}6 + 12{,}7) + 0{,}25 \cdot 334{,}6^2\right)$$
$$c_1 = -121716{,}9$$
$$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{{b_1}^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} = \frac{-1000 \pm \sqrt{1000^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-121716{,}9)}}{2 \cdot 1}$$
$$x = 109{,}7\ mm$$

Denne metoden oppgir svaret i millimeter. Dette omregnes til α, som er andelen av steget utsatt for trykk:

$$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}} = \frac{\frac{298{,}6}{2} + 109{,}7}{298{,}6} = 0{,}867$$

Gardener og Nethercot:

Verdiene settes inn i formelen og α etableres:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{2t_wf_y} - (t_f + r)\right) = \frac{1}{298{,}6}\left(\frac{360}{2} + \frac{3{,}0 * 10^5}{2 \cdot 8{,}0 \cdot 355} - (12{,}7 + 18)\right)$$
$$\alpha = 0{,}677$$

EC3-metoden

Verdiene settes inn i formlene og regnes ut som følgende:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M0}} = \frac{355 \cdot 1{,}02 \cdot 10^6}{1{,}05} = 344{,}9 \cdot 10^6\ Nmm = 344{,}9\ kNm$$
$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{355 \cdot 7{,}27 \cdot 10^3}{1{,}05} = 2{,}457 \cdot 10^6\ N = 2457\ kN$$
$$f_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{355}{1{,}05} = 338\ MPa$$
$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{7{,}27 \cdot 10^3 - 2 \cdot 170 \cdot 12{,}7}{7{,}27 \cdot 10^3} = 0{,}406$$
$$k = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{150}{300} = 0{,}5$$
$$N_1 = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5a)\frac{k}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{1}{N_{pl,Rd}}\right]} = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}406)\frac{0{,}5}{344{,}9} + \frac{1}{2457}\right]}$$
$$N_1 = 640{,}1\ kN$$
$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} \cdot t_w} = \frac{610{,}3 \cdot 10^3}{338 \cdot 8{,}0} = 236{,}6\ mm$$
$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C} = \frac{\frac{298{,}6}{2} + \frac{236{,}6}{2}}{298{,}6} = 0{,}8968$$

Greiner m.fl

Verdiene settes inn i formelen og α etableres:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C \cdot N_{Ed}}{M_{y,Ed}}\right)^2 + \frac{N_{Ed}^2\left(4W_{pl,y} - C^2 t_w\right)}{M_{y,Ed}^2 t_w} + 4}\right) \leq 1$$

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|150 \cdot 10^6|}{-300 \cdot 10^3 \cdot 298{,}6} \cdot$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{298{,}6 \cdot 300 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6}\right)^2 + \frac{300 \cdot 10^3{}^2(4 \cdot 1{,}02 \cdot 10^6 - 298{,}6^2 \cdot 8{,}0)}{150 \cdot 10^6{}^2 \cdot 8{,}0} + 4}\right)$$

$$\alpha = 0{,}883$$

Kriteriene for tverrsnittsklasse 1 og 2

Tverrsnittsklassen kan nå bestemmes. De ulike verdiene for α settes inn i kravene fra tabell 5.2 i EC3:

Klasse 1 : Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$

Klasse 2 : Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$

Resultatene er satt inn i tabell 6. Verdiene skal være over C/t = 37,3.

Tabell 6. Resultater for eksempel 2 for tverrsnittsklassifisering.

	Rektangel-metoden	**Gardener og Nethercot**	**EC3-metoden**	**Greiner m.fl**
α	0,867	0,677	0,896	0,883
	Verdi for C/t-kravene til klassene			
Klasse 1	31,2	41,1	30,1	30,6
Klasse 2	36,0		34,7	35,2

EC3-metoden er den mest konservative i dette tilfellet, med rektangelmetoden og Greiner m.fl rett over. Ifølge disse tre metodene er tverrsnittet av verken klasse 1 eller 2. Gardener og Nethercot er innenfor kravet til klasse 1.

I sammenligningen i delkapittel 8.1 er det ønskelig å vite om de metodene som ikke er innenfor tverrsnittsklasse 2, er innenfor tverrsnittsklasse 3. Dette beregnes derfor nedenfor. Spenningen i tverrsnittets over- og underkant, σ_1 og σ_2:

$$\sigma_1 = -\frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A} = -\frac{150 * 10^6 \cdot \frac{298{,}6}{2}}{1{,}627 \cdot 10^8} - \frac{-300 \cdot 10^3}{7270}$$

$$\sigma_1 = -96{,}4\ MPa$$

$$\sigma_2 = \frac{M_{y,Ed} \cdot \frac{C}{2}}{I_y} - \frac{N_{Ed}}{A} = \frac{150 * 10^6 \cdot \frac{298,6}{2}}{1,627 \cdot 10^8} - \frac{-300 \cdot 10^3}{7270}$$

$$\sigma_2 = 178,9\ MPa$$

$$\psi = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{-96,4}{178,9} = -0,539$$

ψ er større enn minus 1. Kravet for tverrsnittsklasse 3 er følgende:

$$\frac{C}{t} \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi} = \frac{42 \cdot 0,81}{0,67 + 0,33 \cdot (-0,539)} = 69,1$$

Dette er høyere enn C/t = 37,3. Steget er av tverrsnittsklasse 3.

5.4. Eksempel 3

Et IPE 500 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på -350 kN og et bøyemoment på 450 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3.

ε bestemmes:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{355}} = 0,814$$

Finner forholdet mellom bredde og tykkelse:

$$C_{steg} = h - 2t_f - 2r = 500 - 2 \cdot 16 - 2 \cdot 21 = 426\ mm$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{C_{steg}}{t_w} = \frac{426}{10,2} = 41,8$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_f} = \frac{200 - 10,2 - 2 \cdot 21}{2 \cdot 16} = 4,62$$

Tverrsnittsklassen til flensen bestemmes først. Den er kun påkjent av trykk. Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\frac{C}{t} \leq 9\varepsilon = 9 * 0,814 = 7,326$$

Dette er høyere enn $(C/t)_{flens}$ og flensen tilhører tverrsnittsklasse 1. For å bestemme tverrsnittsklassen til steget bestemmes først α ved å bruke de ulike metodene.

Rektangelmetoden:

$$a_1 = 1$$

$$k = \frac{N_{Ed}}{M_{Ed}} = \frac{350 \cdot 10^3}{450 \cdot 10^6} = 7,778 \cdot 10^{-4}$$

$$b_1 = \frac{2}{k} = \frac{2}{7,778 \cdot 10^{-4}} = 2571$$

$$c_1 = -\left(\frac{bt_f}{t_w}(z + t_f) + 0,25z^2\right)$$

$$c_1 = -\left(\frac{200 \cdot 16,0}{10,2}(468 + 16,0) + 0,25 \cdot 468^2\right)$$

$$c_1 = -206599$$

$$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{{b_1}^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} = \frac{-2571 \pm \sqrt{2571^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-206599)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = 78{,}0\ mm$$

Denne metoden oppgir svaret i millimeter. Dette omregnes til α, som er andelen av steget utsatt for trykk:

$$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}} = \frac{\frac{426}{2} + 78{,}0}{426} = 0{,}683$$

Gardener og Nethercot:

Verdiene settes inn i formelen og α etableres:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{2t_wf_y} - (t_f + r)\right) = \frac{1}{426}\left(\frac{500}{2} + \frac{3{,}5 * 10^5}{2 \cdot 10{,}2 \cdot 355} - (16 + 21)\right)$$

$$\alpha = 0{,}613$$

EC3-metoden:

Verdiene settes inn i formlene som følgende:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M0}} = \frac{355 \cdot 2{,}2 \cdot 10^6}{1{,}05} = 743{,}8 \cdot 10^6\ Nmm = 743{,}8\ kNm$$

$$N_{pl,Rd} = \frac{f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{355 \cdot 11{,}6 \cdot 10^3}{1{,}05} = 3{,}922 \cdot 10^6\ N = 3922\ kN$$

$$f_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{355}{1{,}05} = 338\ MPa$$

$$a = \frac{A - 2 \cdot b \cdot t_f}{A} = \frac{11{,}6 \cdot 10^3 - 2 \cdot 200 \cdot 16}{11{,}6 \cdot 10^3} = 0{,}448$$

$$k = \frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{450}{350} = 1{,}286$$

$$N_1 = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5a)\frac{k}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{1}{N_{pl,Rd}}\right]} = \frac{1}{\left[(1 - 0{,}5 \cdot 0{,}448)\frac{1{,}286}{743{,}8} + \frac{1}{3922}\right]}$$

$$N_1 = 626{,}3\ kN$$

$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} \cdot t_w} = \frac{626{,}3 \cdot 10^3}{338 \cdot 10{,}2} = 181{,}7\ mm$$

$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C} = \frac{\frac{426}{2} + \frac{181{,}7}{2}}{426} = 0{,}713$$

Greiner m.fl.

Verdiene settes inn i formelen og α etableres:

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|M_{y,Ed}|}{N_{Ed} \cdot C} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C \cdot N_{Ed}}{M_{y,Ed}}\right)^2 + \frac{N_{Ed}^2\left(4W_{pl,y} - C^2 t_w\right)}{M_{y,Ed}^2 t_w} + 4}\right) \leq 1$$

$$\alpha = \frac{1}{2} + \frac{|450 \cdot 10^6|}{-350 \cdot 10^3 \cdot 426} \cdot$$

$$\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{426 \cdot 350 \cdot 10^3}{450 \cdot 10^6}\right)^2 + \frac{350 \cdot 10^{3^2}(4 \cdot 2{,}2 \cdot 10^6 - 426^2 \cdot 10{,}2)}{450 \cdot 10^{6^2} \cdot 10{,}2} + 4}\right)$$

$$\alpha = 0{,}691$$

Kriteriene for tverrsnittsklasse 1 og 2

Kriteriene fra tabell 5.2 i EC3:

Klasse 1

Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$

Klasse 2

Når $\alpha > 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$

Når $\alpha \leq 0{,}5$: $\frac{C}{t} \leq \frac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$

Resultatene er satt inn i tabell 7. Verdiene skal være over C/t = 41,8.

Tabell 7. Resultater for eksempel 3 for tverrsnittsklassifisering.

	Rektangel-metoden	**Gardener og Nethercot**	**EC3-metoden**	**Greiner m.fl**
α	0,683	0,613	0,713	0,691
		Verdi for C/t-kravene til klassene		
Klasse 1	40,7	46,0	38,8	40,1
Klasse 2	46,9		44,7	46,3

EC3-metoden er den mest konservative i dette tilfellet. Tverrsnittet er ifølge EC3-metoden, Greiner m.fl. og rektangelmetoden av tverrsnittsklasse 2. Gardener og Nethercot sin metode kommer innenfor kravet for tverrsnittsklasse 1.

6. KNEKKEBEREGNINGER OG VERIFISERINGSEKSEMPLER

I dette kapitlet presenteres formelverket for tverrsnittskapasitet og knekking i EC3. Kritisk knekklengde er ikke definert med beregningsmetode, og det er derfor benyttet en kjent metode fra andre kilder. Det presenteres og løses tre eksempler. Ved kombinert bøyning og aksialkraft benyttes Gardener og Nethercots metode for å etablere α. Bjelkenes egenskaper er hentet fra side 10-12 i [9].

6.1. Presentasjon av formelverk for tverrsnittskapasitet og knekking

Tverrsnittskapasiteten må være tilstrekkelig for å unngå flyting eller brudd etter elastisk eller plastisk dimensjonering. Formelverket for å beregne tverrsnittskapasitet presenteres i delkapittel 6.1.1 som beskrevet i delkapittel 6.2 i EC3. Selv om tverrsnittskapasiteten er tilstrekkelig, kan knekking oppstå dersom en bjelke i en konstruksjon er for lang med hensyn på bjelkens og konstruksjonens egenskaper. Formelverket for å beregne knekkekapasitet for staver påkjent av aksialkraft og kombinert aksialkraft og bøyning presenteres i delkapittel 6.1.2 og 6.1.3 som beskrevet i delkapittel 6.3 i EC3.

6.1.1. Tverrsnittskapasitet

Dimensjonerende lastvirkning, også dersom flere laster opptrer samtidig, skal alltid være under tverrsnittets dimensjonerende kapasitet for lastvirkningen eller kombinasjonen av lastvirkninger (6.2.1(1)). Dimensjonerende kapasitet er avhengig av tverrsnittsklasse (6.2.1(3)). Likevel kan elastisitetsteorien benyttes for beregning for alle tverrsnittsklassene, gitt at effektive tverrsnittsegenskaper benyttes for tverrsnittsklasse 4 (6.2.1(4)).
Én metode for å kontrollere elastisk tverrsnittskapasitet er å undersøke om jevnførende spenning overstiger dimensjonerende kapasitet. Den bør bare benyttes dersom ikke en annen interaksjonsformel kan benyttes (6.2.1(5)), ettersom den kan være noe konservativ. Dette er det velkjente Von Mises spenningskriteriet, presentert som gitt ved ligning 6.1.

$$\left(\frac{\sigma_{x,Ed}\cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2+\left(\frac{\sigma_{z,Ed}\cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2-\left(\frac{\sigma_{x,Ed}\cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)\cdot\left(\frac{\sigma_{z,Ed}\cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)+3\left(\frac{\tau_{Ed}\cdot f_y}{\gamma_{MO}}\right)^2\leq 1 \qquad (6.1)$$

Der $\sigma_{x,Ed}$ er dimensjonerende verdi for normalspenningen i lengderetningen, $\sigma_{z,Ed}$ er dimensjonerende verdi for normalspenningen i tverretningen og τ_{Ed} er dimensjonerende verdi for skjærspenningen, alle er verdier i det betraktede punktet.

Den andre metoden gjelder for tverrsnittsklasse 1, 2 og 3 og er beskrevet i klausul 6.2.1(7) som presentert i ligning 6.2. Den summerer utnyttelsesgraden av dimensjonerende kapasitet for hver lastvirkning. De dimensjonerende kapasitetene, N_{Rd}, $M_{y,Rd}$ og $M_{z,Rd}$, er avhengige av tverrsnittsklassifisering og eventuell reduksjon ved skjærkraft som virker samtidig. Dimensjoneringskriteriet for utnyttelsesgrad er følgende (6.2.1(7)):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}}+\frac{M_{y,Ed}}{M_{y,Rd}}+\frac{M_{z,Ed}}{M_{z,Rd}}\leq 1 \qquad (6.2)$$

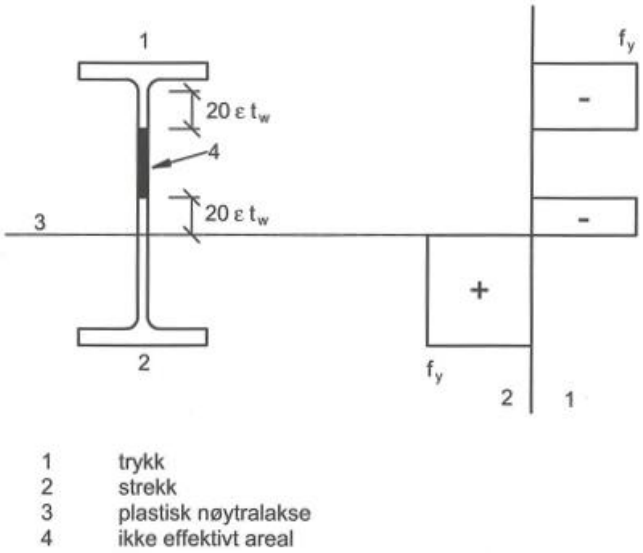
Det er også mulig å benytte fullstendig plastiske beregningsmetoder. «Den plastiske tverrsnittskapasiteten bør påvises ved å bestemme en spenningsfordeling som er i likevekt

med tverrsnittets krefter og momenter uten å overskride flytegrensen. Spenningsfordelingen bør være forenlig med de tilhørende plastiske deformasjoner» (6.2.1(6)). Dersom alle trykkdeler tilhører tverrsnittsklasse 1 eller 2 kan fullstendig plastisk tverrsnittskapasitet forutsettes (6.2.1(8)). Dersom alle trykkdeler tilhører tverrsnittsklasse 3 bør elastisk fordeling av tøyninger forutsettes og trykkspenninger begrenses til flytespenningen i de ytterste tverrsnittfasene (6.2.1(9)).

Tverrsnittsverdier

Det er flere metoder som benyttes for å beregne tverrsnittverdier. EC3 går i avsnitt 6.2.2.1-5 gjennom de som benyttes i standarden. Disse gjennomgås kort med unntak av medvirkende bredde.

1. Bruttotverrsnitt
   Dette tverrsnittsarealet bør bestemmer etter nominelle dimensjoner. Større åpninger bør tas hensyn til, men mindre avvik som hull til festemidler samt skjøtematerialer bør ikke medregnes.
2. Nettoareal
   Dette tverrsnittsarealet bør ta utgangspunkt i bruttotverrsnittet, men subtraheres arealet til tverrsnittets hull og andre åpninger.
3. Effektive tverrsnittsverdier med steg av tverrsnittsklasse 3 og flens av tverrsnittsklasse 1 eller 2
   Tverrsnitt klassifisert som effektivt tverrsnitt av klasse 2, med steg av klasse 3 og flens av klasse 1 eller 2 skal ha andelen av steget under trykk erstattet med ikke effektivt areal. Dette areal går fra en avstand $20\varepsilon t_w$ fra den plastiske nøytrale aksen til en avstand $20\varepsilon t_w$ fra trykkflensen av det effektive tverrsnittet, se figur 11.
4. Effektive tverrsnittsverdier for tverrsnittsklasse 4
   For tverrsnittsklasse 4 bør effektive tverrsnittsverdier baseres på virksom bredde av trykkdelene. For videre utdypning se avsnitt 6.2.2.5 i EC3.



Figur 11. Effektivt stegareal for klasse 2-tverrsnitt.

Regnearket tar utgangspunkt i perfekt konstruksjon uten hull. Dersom bjelken ikke er perfekt må brukere selv vurdere hvilket areal de bør oppgi, og hvorvidt hvert enkelt resultat vil stemme, dersom de oppgir noe annet enn bruttotverrsnittet.

Strekkapasitet

Hvert tverrsnitt påkjent med dimensjonerende strekkraft N_{Ed} skal oppfylle følgende krav (6.2.3(1)):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{t,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.3}$$

Der dimensjonerende strekkapasitet, $N_{t,Rd}$, bør for profiler med hull settes lik den minste av følgende verdier (6.2.3(2)):

a) Bruttotverrsnittets dimensjonerende plastiske kapasitet:

$$N_{pl,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

b) Nettotverrsnittets dimensjonerende kapasitet langs den kritiske bruddlinje gjennom hullene:

$$N_{u,Rd} = \frac{0{,}9A_{net}f_u}{\gamma_{M2}}$$

I tilfeller der det på grunnlag av kapasitet kreves en dimensjonering bør $N_{pl,Rd}$ være mindre enn $N_{u,Rd}$ (6.2.3(3)). I skrueforbindelser av kategori C bør nettotverrsnittets dimensjonerende strekkapasitet $N_{t,Rd}$ langs den kritiske risslinjen gjennom hullene settes til $N_{net,Rd}$, der

$$N_{net,Rd} = \frac{A_{net}f_y}{\gamma_{M0}}$$

For vinkelprofiler og andre profiler forbundet gjennom en utstikkende del av tverrsnittet bør NS-EN 1993-1-8, 3.6.3 følges eller tilsvarende hensyn tas. Strekkapasitet er ikke aktuelt for regnearkets tilfeller og vil ikke inkluderes.

Trykkapasitet

Hvert tverrsnitt påkjent med dimensjonerende moment N_{Ed} skal oppfylle følgende krav (6.2.4(1)):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.4}$$

Der dimensjonerende trykkapasitet, $N_{c,Rd}$, bør bestemmes som følger (6.2.4(2)):

a) Tverrsnittsklasse 1, 2 eller 3:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}}$$

b) Tverrsnittsklasse 4:

$$N_{c,Rd} = \frac{A_{eff}f_u}{\gamma_{M0}}$$

For komponenter med sentrisk trykk er det ikke nødvendig å ta hensyn til hull for festemidler, forutsatt at det fylles av forbindelsesmiddelet samt at hullene ikke for overstore eller avlange (6.2.4(3)). For usymmetriske tverrsnitt av tverrsnittsklasse 4 bør metoden gitt i 6.2.9.3 benyttes (6.2.4(4)).

Regnearket vil benytte ligning for dimensjonerende trykkapasitet for tverrsnittsklasse 1, 2 og 3.

Bøyningsmoment

Hvert tverrsnitt påkjent med dimensjonerende trykkraft M_{Ed} skal oppfylle følgende krav (6.2.5(1)):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.5}$$

Der dimensjonerende kapasitet mot bøyning om én hovedakse i et tverrsnitt, $M_{c,Rd}$, er bestemt slik at det er tatt hensyn til hull for festemidler. $M_{c,Rd}$ skal bestemmes som følger (6.2.5(2)):

a) Tverrsnittsklasse 1 eller 2:

$$M_{c,Rd} = M_{pl,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}}$$

b) Tverrsnittsklasse 3:

$$M_{c,Rd} = M_{el,Rd} = \frac{W_{el,min} f_y}{\gamma_{M0}}$$

c) Tverrsnittsklasse 4:

$$M_{c,Rd} = \frac{W_{eff,min} f_y}{\gamma_{M0}}$$

Der $W_{el,min}$ og $W_{eff,min}$ tilsvarer tverrsnittfaser med største spenning etter elastisitetsteori. Hull for festemidler i strekkflensen trenger ikke å tas hensyn til gitt at følgende likning oppfylles (6.2.5(4)):

$$\frac{A_{net} 0{,}9 f_u}{\gamma_{M2}} \geq \frac{A_f f_y}{\gamma_{M0}}$$

Der A_f er strekkflensens areal. Hull for festemidler i trykkflensen behøves heller ikke å tas hensyn til, gitt at de er fylt med festemidler og ikke er for overstore eller avlange (6.2.5(6)). Regnearket vil benytte ligning for dimensjonerende momentkapasitet for tverrsnittsklasse 1, 2 og 3. Det vil ikke kontrolleres hvorvidt hull må tas hensyn til, ettersom det forutsettes perfekt konstruksjon.

Skjærkapasitet

Hvert tverrsnitt påkjent med dimensjonerende skjærkraft V_{Ed} skal oppfylle følgende krav (6.2.6(1)):

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.6}$$

Der dimensjonerende skjærkapasitet, $V_{c,Rd}$, for plastisk dimensjonering er $V_{pl,Rd}$. Uten torsjon i tverrsnittet bør $V_{pl,Rd}$ bestemmes som følger (6.2.6(2)):

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)}{\gamma_{M0}}$$

Der A_v er skjærarealet. Likninger for å fastsette skjærarealet for ulike profiler er gitt i klausul 6.2.6(3). Det er ligning 6.16 og 6.17 som vil benyttes i regnearket. For valsede I- og H-profiler påkjent parallelt med steget:

$$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \ \geq \ \eta h_w t_w$$

Der A er tverrsnittarealet, b er total bredde, h er total høyde, h_w er høyden av steget, r er avrundingsradius, t_f er flensens tykkelse, t_w er stegets tykkelse og η=1.
Tilstrekkelig dimensjonerende skjærkapasitet ved elastisk dimensjonering kan påvises ved å benytte følgende kriterium for et kritisk punkt i tverrsnittet, gitt at påvisning mot lokal knekking ikke blir avgjørende etter kapittel 5 i NS-EN 1993-1-5 (6.2.6(4)):

$$\frac{\tau_{Ed}}{\frac{f_y}{\sqrt{3\gamma_{M0}}}} \leq 1{,}0$$

Der τ_{Ed} kan bestemmes med følgende likning:

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}S}{It}$$

Der V_{Ed} er dimensjonerende skjærkraft; S er første arealmoment; I er andre arealmoment for hele tverrsnittet; t er tverrsnittstykkelsen der spenningen påvises.
For I- eller H-profiler kan skjærspenningen i steget settes til (6.2.6(5)):

$$\tau_{Ed} = \frac{V_{Ed}}{A_w}$$

Dersom

$$\frac{A_w}{A_f} \geq 0{,}6$$

Der A_f er arealet av én flens og A_w er arealet av steget: $A_w = h_w\, t_w$. Kapasiteten mot skjærknekking for steg uten stivere bør også være i henhold til kapittel 5 i NS-EN 1993-1-5 dersom (6.2.6(6)):

$$\frac{h_w}{t_w} \geq 72\frac{\varepsilon}{\eta}$$

Der η på sikker side kan settes lik 1,0. Ved stålkvaliteter opp til S460 kan η settes lik 1,2 [6, s. 22]. Hull for festemidler behøves ikke tas hensyn til unntatt ved påvisning av dimensjonerende skjærkapasitet i forbindelsene angitt i NS-EN 1993-1-8 (6.2.6(7)).

Torsjonskapasitet

Hvert tverrsnitt påkjent med dimensjonerende torsjonsmoment T_{Ed}, der det kan sees bort fra tverrsnittdeformasjoner fra hvelving, skal oppfylle følgende krav (6.2.7(1)):

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rd}} \leq 1{,}0 \qquad (6.7)$$

Der T_{Rd} er tverrsnittets dimensjonerende torsjonskapasitet. Dimensjonerende torsjonsmoment T_{Ed} bør i alle tverrsnitt bestemmes som summen av to lastvirkninger (6.2.7(2)):

$$T_{Ed} = T_{t,Ed} + T_{w,Ed}$$

Der $T_{t,Ed}$ er St. Venants torsjonsmoment og $T_{w,Ed}$ er hvelvingstorsjon. Elastisk analyse kan i hvert tverrsnitt bestemme verdiene til $T_{t,Ed}$ og $T_{w,Ed}$, der det tas hensyn til stavens

tverrsnittsgeometri, opplagring ved støttene og lastfordelingen langs staven (6.2.7(3)). Torsjon forårsaker spenninger i tverrsnittet. Følgende spenninger bør tas hensyn til: skjærspenninger $\tau_{e,Ed}$ forårsaket av St. Venant-torsjonsmomentet, normalspenninger $\sigma_{w,Ed}$ forårsaket av bimomentet B_{Ed} og skjærspenninger $\tau_{w,Ed}$ forårsaket av hvelvingstorsjonen (6.2.7(4)). Flytekriteriet i ligning 6.1 kan benyttes til elastisk påvisning (6.2.7(5)).
En eller flere av torsjonsvirkningene kan i visse tilfeller ses bort fra:

- Dersom bøyning og torsjon virker samtidig og tverrsnittets dimensjonerende plastiske momentkapasitet skal påvises, er det kun nødvendig å ta hensyn til de elastisk analyserte torsjonsvirkningene fra B_{Ed} (6.2.7(6)).
- Virkningene av hvelvingstorsjon kan ses bort fra for staver med lukket hulprofil (6.2.7(7)).
- Virkningene av St. Venants torsjonsmomentet kan ses bort fra for staver med åpne tverrsnitt, som I- og H-profiler.

Dersom skjærkraft og torsjonsmoment virker samtidig bør plastisk dimensjonerende skjærkapasitet reduseres fra $V_{pl,Rd}$ til $V_{pl,T,Rd}$, og dimensjonerende skjærkraft bør oppfylle følgende krav (6.2.7(9)):

$$\frac{V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} \leq 1{,}0$$

Der $V_{pl,T,Rd}$ for et I- eller H-profil kan utledes som følger:

$$V_{pl,T,Rd} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{t,Ed}}{1{,}25\frac{\frac{f_y}{\sqrt{3}}}{\gamma_{M0}}}}\, V_{pl,Rd}$$

Regnearket forutsetter at torsjon ikke fører til redusert momentkapasitet i regnearket som etablerer tverrsnittsklasse. I de andre regnearkene fører belastningstilfellene ikke til torsjon.

Bøyning og skjær

Skjærkraften kan redusere momentkapasiteten. Dette bør i visse tilfeller tas hensyn til tas hensyn til. Skjærkraftens virkning på den dimensjonerende momentkapasiteten ved kombinert bøyningsmoment og skjærkraft bør derfor utredes (6.2.8(1)). Unntak kan gjøres dersom skjærkraften er mindre enn den halve plastiske skjærkapasiteten og skjærknekking ikke reduserer tverrsnittets kapasitet (6.2.8(2)).
Ved redusert momentkapasitet bør denne antas å være tverrsnittets dimensjonerende kapasitet bestemt med en redusert flytegrense for skjærarealet (6.2.8(3)):

$$f_y' = (1 - \rho) f_y \tag{6.27}$$

Der

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2 \tag{6.28}$$

Hvis torsjon opptrer samtidig (6.2.8(4)):

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,T,Rd}} - 1\right)^2$$

Dersom $V_{Ed} \leq 0{,}5V_{pl,T,Rd}$ bør ρ settes lik 0.

I-tverrsnitt med like flenser og enakset bøyning om hovedaksen kan alternativt redusere dimensjonerende plastisk momentkapasitet som tar hensyn til samtidig skjærkraft som følger (6.2.8(5)):

$$M_{y,V,Rd} = \frac{\left[W_{pl,y} - \frac{\rho {A_w}^2}{4t_w}\right] f_y}{\gamma_{M0}}$$

Men

$$M_{y,V,Rd} \leq M_{y,c,Rd}$$

Der $M_{y,c,Rd}$ er dimensjonerende kapasitet mot bøyning om y-y-aksen og

$$A_w = h_w t_w$$

Regnearket reduserer dimensjonerende momentkapasitet på grunn av skjærkraft ved knekking og vipping. Tverrsnittsklassifisering forutsetter plastisk momentkapasitet.

Bøyning og aksialkraft

Aksialkraft som virker samtidig med et moment kan redusere den dimensjonerende plastiske momentkapasiteten (6.2.9.1(1)). Dette bør tas hensyn til, og følgende kriterium for tverrsnittsklasse 1 og 2 skal oppfylles (6.2.9.1(2)):

$$M_{Ed} \leq M_{N,Rd} \tag{6.10}$$

Der $M_{N,Rd}$ er dimensjonerende plastisk momentkapasitet som er redusert på grunn av aksialkraften N_{Ed}. $M_{N,Rd}$ for valsede eller sveiste I- og H-profiler med like flenser der det ikke er nødvendig å ta hensyn til hull for festemidler kan tilnærmes med følgende formel (6.2.9.1(5)):

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0{,}5a} \tag{6.11}$$

Men

$$M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

Der

for n ≤ a:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}$$

for n > a:

$$M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd}\left[1 - \left(\frac{n-a}{1-a}\right)^2\right]$$

Der

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2bt_f}{A} \leq 0{,}5$$

Det er for dobbelt symmetriske I- og H-tverrsnitt ikke nødvendig i ta hensyn til virkningen av aksialkraft på den dimensjonerende plastiske momentkapasiteten om y-y-aksen hvis begge følgende kriterier er oppfylt (6.2.9.1(4)):

$$N_{Ed} \leq 0{,}25 N_{pl,Rd}$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0{,}5 h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

Det tilsvarende kriteriet for z-z-aksen er som følger:

$$N_{Ed} \leq \frac{h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}}$$

For tverrsnitt av klasse 3 uten skjærkraft er det eget kriterium for normalspenningen (6.2.9.2(1)):

$$\sigma_{x,Ed} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Der $\sigma_{x,Ed}$ er dimensjonerende verdi for lokal spenning i lengderetningen fra moment og normalkraft, der det er tatt hensyn til hull for festemidler der det er krevd.
Regnearket vil redusere momentkapasitet på grunn aksialkraft.

Bøyning, skjær og aksialkraft

Både skjærkraft og aksialkraft kan påvirke den dimensjonerende momentkapasiteten. Tverrsnitt påkjent av skjærkraft, aksialkraft og moment bør derfor ta hensyn til virkningen (6.2.10(1)). Det er ikke nødvendig å ta hensyn til skjærkraftens virkning på kapasiteten for bøyning og aksialkraft dersom dimensjonerende skjærkraft V_{Ed} ikke overskrider den halve dimensjonerende plastiske skjærkraftkapasiteten $V_{pl,Rd}$ samt skjærknekking ikke reduserer tverrsnittets motstand (6.2.10(2)).
Dimensjonerende motstand i tverrsnittet ved kombinasjon av moment og aksialkraft bør beregnes med en redusert flytegrense (6.2.10(3)):

$$(1 - \rho) f_y$$

Der

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1 \right)^2$$

Regnearket tar hensyn til dette i knekke- og vippeberegningene, men ikke for tverrsnittsklassifisering ettersom momentkapasiteten ikke blir redusert ved skjærkraft.

Snittmetoden

Snittmetoden benyttes til å beregne kreftene og momentene i tverrsnittet. I denne oppgaven benyttes den til å beregne skjærkrefter og bøyemomenter. Skjærkraften beregnes ved å summere de tversgående kreftene på venstre eller høyre side av et tverrsnitt i bjelken [8, s. 2]. Skjærkrefter regnes som positive når de forsøker å dreie bjelkeelementet i retning med urviseren.
Bøyemomentet beregnes i snittet ved å summere momentene som virker om nøytralaksen frem til snittet, på høyre eller venstre side [8, s. 3]. Et bøyemoment er positivt når det fører til strekkspenninger langs bjelken underkant og trykkspenninger i overkant.
I dette prosjektet er fortegn av liten betydning, da tilfellene er spesifikke og kapasiteten er det viktige. Kapasiteten er den samme uavhengig av fortegnet. Regnearket vil ikke gjøre noen forskjell på positivt og negativt fortegn. Absolutte verdier vil derfor benyttes, og retningen på pilene vil ikke ha noen betydning. Regnearket regner aksialkraften som trykk uavhengig av hvilket fortegn den oppgis med, siden strekk ikke er aktuelt for tilfellene.

6.1.2. Bøyningsknekking

Kapasitetskriterium for knekking ved ren aksialkraft er oppgitt i klausul 6.3.1.1(1):

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,Rd}} \leq 1{,}0 \tag{6.12}$$

Der N_{Ed} er dimensjonerende trykkraft og $N_{b,Rd}$ er dimensjonerende knekkapasitet i staven ved sentrisk trykk. For usymmetriske tverrsnitt av klasse 4 bør klausul 6.3.1.1(2) følges. For tverrsnittsklasse 1, 2 og 3 gjelder følgende ligning for $N_{b,Rd}$ (6.3.1.1(3)):

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} \tag{6.13}$$

Reduksjonsfaktoren bestemmes med følgende formel:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \leq 1 \tag{6.14}$$

der χ er reduksjonsfaktor for relevant knekkform, λ' er relativ slanket og Φ er en parameter forbundet med χ som bestemmes ved følgende formel:

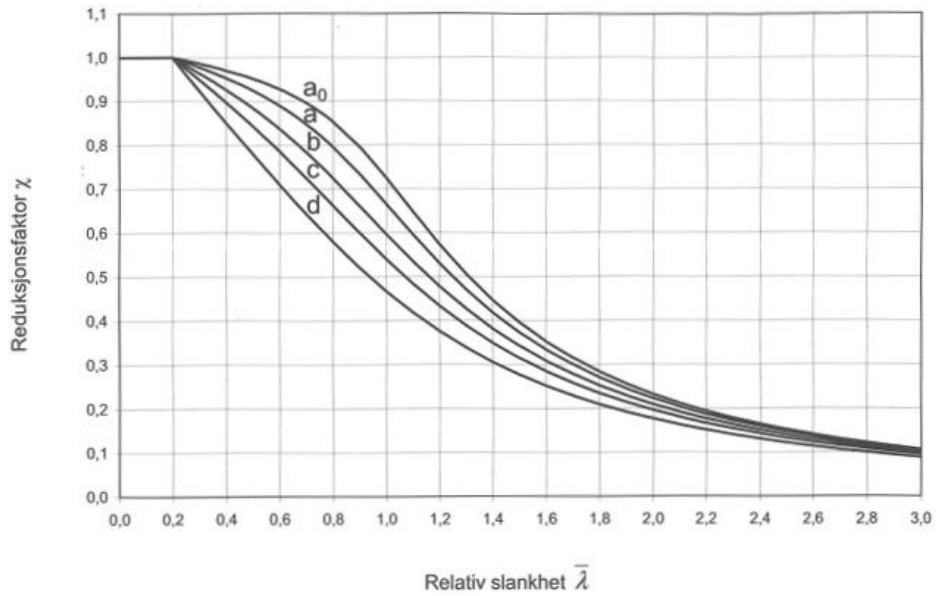
$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] \tag{6.15}$$

Knekkurve for den aktuelle tverrsnittsformen bestemmes ved bruk av tabell 6.2 i EC3, som er i vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren avhenger knekkurven. Verdiene for imperfeksjonsfaktoren er oppgitt i tabell 6.1 i EC3, som vist i tabell 8.

Tabell 8. Imperfeksjonsfaktor for ulike knekkurver.

Knekkurve	**a_0**	**a**	**b**	**c**	**d**
Imperfeksjonsfaktor α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Sammenhengen mellom verdier av reduksjonsfaktoren og den relative slankheten er gitt i figur 6.4 i EC3, som vist i figur 12.



Figur 12. Forholdet mellom reduksjonsfaktor og relativ slankhet for ulike verdier og knekkurver.

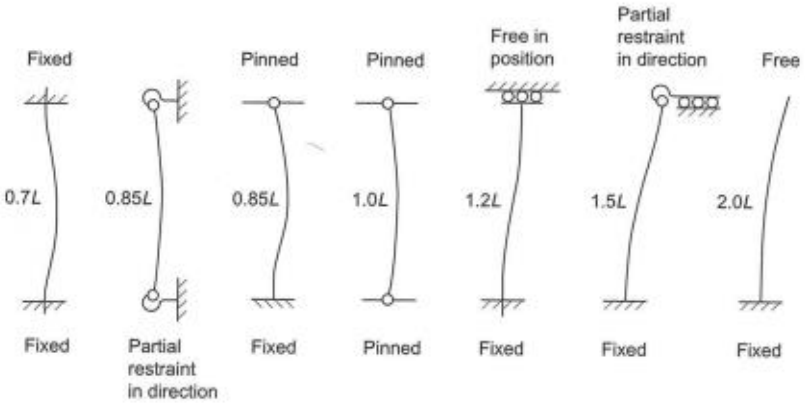
Relativ slankhet for tverrsnittsklasse 1, 2 og 3 (6.3.1.2(1)):

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} \tag{6.16}$$

N_{cr} oppgis som «ideell kraft for den tilhørende knekkformen basert på bruttotverrsnittet». Det er i EC3 ikke oppgitt hvordan denne bestemmes. Larsen kaller den *kritisk last* samt *Eulerlast* og oppgir følgende formel på side 154 i [3]:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{{L_{cr}}^2} \tag{6.17}$$

Der knekklengden, L_{cr}, avhenger stavens opplagringer [3, s. 156]. Figur 13 viser faktoren lengden multipliseres med for å få knekklengden for noen vanlige tilfeller.



Figur 13. Faktorer for å beregne kritisk knekklengde avhengig av opplagring, figur fra side 66 i [4].

I EC3 er det oppgitt alternativ metode for å bestemme relativ slankhet ved bøyningsknekking. For tverrsnittsklasse 1, 2 og 3 bestemmes den som følger (6.3.1.3(1)):

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i}\frac{1}{\lambda_1}$$

Der L_{cr} er knekklengden i det betraktede knekkplanet, i er treghetsradien om den relevante tverrsnittaksen, bestemt om bruttotverrsnittet og $\lambda_1 = \pi\sqrt{\frac{E}{f_y}} = 93{,}9\varepsilon$. Dersom relativ slankhet eller knekkingskapasiteten oppfyller følgende kriterier kreves det etter klausul 6.3.1.2(4) ikke påvisning mot knekking:

$$\bar{\lambda} \leq 0{,}2$$

$$\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}} \leq 0{,}04$$

Tverrsnittets kapasitet er ved et slikt tilfelle tilstrekkelig.

6.1.3. Staver påkjent av bøyning og trykk

For staver med dobbelt symmetriske og konstant tverrsnitt, og det ikke gjennomføres en andre ordens analyse der imperfeksjonene gitt i delkapittel 5.3.2 i EC3 inngår, bør stabiliteten påvises som følgende (6.3.3(1)):

- Tverrsnittskapasiteten ved hver stavende bør påvises at oppfyller kravene gitt i avsnitt 6.2 i EC3 (6.3.3(2))
- Stavsystemer kan betraktes som enkeltstaver, men det tas hensyn til andre ordens virkninger på systemet for et forskyvelig system.

Det bør skilles mellom følgende:

- Staver som ikke er følsomme for tverrsnittendringer fra torsjon, for eksempler sirkulære hulprofiler eller tverrsnitt der torsjon hindres.
- Staver som er følsomme for tverrsnittendringer fra torsjon, for eksempel staver med åpne tverrsnitt der torsjon ikke er hindret.

Trykkstaver med moment bør oppfylle følgende kriterium (6.3.3(4)):

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy}\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz}\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy}\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz}\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Der N_{Ed}, $M_{y,Ed}$ og $M_{z,Ed}$ er dimensjonerende trykkraft og største momenter om henholdsvis y-y- og z-z-aksen langs staven, $\Delta M_{y,Ed}$ og $\Delta M_{z,Ed}$ er momenter som følge av en forskyvning e_{Ny} av tverrsnittaksen etter 6.2.9.3 for tverrsnittsklasse 4, se tabell 6.7, χ_y og χ_z er reduksjonsfaktorene som følge av bøyningsknekking, χ_{LT} er reduksjonsfaktoren som følge av vipping og k_{yy}, k_{yz}, k_{zy} og k_{zz} er interaksjonsfaktorer.

Tabell 6.7 i EC3 som gitt i tabell 9 oppgir formlene til A_i, W_y, W_z, $\Delta M_{y,Ed}$ og $\Delta M_{z,Ed}$ for de ulike tverrsnittsklassene.

Tabell 9. Verdier for $N_{Rk} = f_y A_i$, M_i, $R_k = f_y W_i$ og ΔM_i,E_d.

Klasse	**1**	**2**	**3**	**4**
A_i	A	A	A	A_{eff}
W_y	$W_{pl,y}$	$W_{pl,y}$	$W_{el,y}$	$W_{eff,y}$
W_z	$W_{pl,z}$	$W_{pl,z}$	$W_{el,z}$	$W_{eff,z}$
$\Delta M_{y,Ed}$	0	0	0	$e_{Ny}N_{Ed}$
$\Delta M_{z,Ed}$	0	0	0	$e_{Nz}N_{Ed}$

EC3 oppgir to metoder i tillegg A og B for å finne interaksjonsfaktorene. Det angis ikke hvorvidt en bør velges en annen. Det er valgt å benytte metode 2 i tillegg B. Tabell B.1, B.2 og B.3 er lagt i vedlegg 5. For I- og H-profiler kan tabellen B.1 for torsjonsstive staver benyttes.

Ligning 6.61 og 6.62 i EC3 er omskrevet for ulike tilfeller. Utledningen for forenklede knekkekriterier for trykk og moment om sterk akse finnes i vedlegg 6. Kriterium ved trykk og moment om sterk akse er følgende:

y-y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1 \tag{6.18}$$

z-z-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1 \tag{6.19}$$

Ved trykk og moment og begge akser:

y-y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} + \frac{k_{yz} \cdot M_{z,Ed}}{M_{bz,Rd}} \leq 1$$

z-z-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} + \frac{k_{zz} \cdot M_{z,Ed}}{M_{bz,Rd}} \leq 1$$

Der

$$N_{by,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$$

Verdien til $M_{by,Rd}$ avhenger tverrsnittsklassen. For tverrsnittsklasse 1 og 2 (6.3.2.1(3)):

$$M_{by,Rd} = M_{pl,y} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{bz,Rd} = M_{pl,z} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{pl,z}}{\gamma_{M1}}$$

For tverrsnittsklasse 3:

$$M_{by,Rd} = M_{el,y} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{el,y}}{\gamma_{M1}}$$

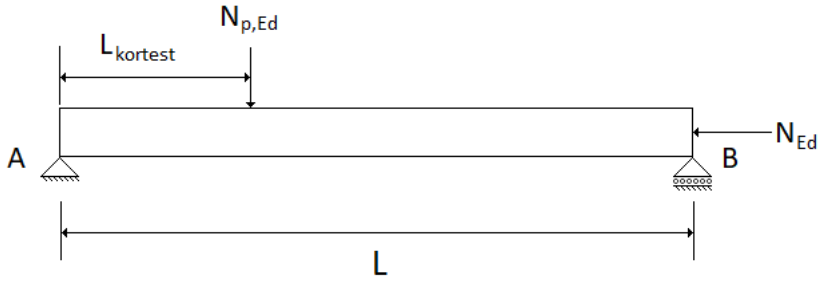
$$M_{bz,Rd} = M_{el,z} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{el,z}}{\gamma_{M1}}$$

For staver som ikke er følsomme for torsjonsdeformasjoner settes χ_{LT} lik 1,0 [1, s. 68]. For I- og H-profiler og rektangulære hulprofiler med aksialtrykk og enakset bøyning $M_{y,Ed}$ kan koeffisienten k_{zy} settes lik null [1, s. 82]. I denne oppgaven er det ligning 6.18 og 6.19 som vil benyttes.

6.2. Eksempel 1

En HE 180 B i S235 av tverrsnittsklasse 1 stålsøyle er leddlagret i begge ender og utsatt for en sentrisk aksialkraft N_{Ed} på -200 kN og en punktlast $N_{p,Ed}$ på 200 kN. Punktlasten fører til bøyning om y-aksen og knekking er styrt om y-aksen. Søylen er har en lengde L = 5 m og

$L_{kortest}$ = 1 m, se figur 14. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3.



Figur 14. Knekke-eksempel 1.

ε bestemmes:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} = \sqrt{\frac{235}{235}} = 1{,}0$$

Forholdet mellom bredde og tykkelse:

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} = \frac{h - 2t_f - 2r}{t_w} = \frac{180 - 2 \cdot 14 - 2 \cdot 15}{8{,}5} = 14{,}4$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2r}{2t_f} = \frac{180 - 8{,}5 - 2 \cdot 15}{2 \cdot 14} = 5{,}05$$

Kontrollerer først om tverrsnittet tåler en påkjenning av rent trykk. Kravene for at steget og flensen skal være av tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{steg} \leq 33\varepsilon = 33 * 1{,}0 = 33$$

$$\left(\frac{C}{t}\right)_{flens} \leq 9\varepsilon = 9 * 1{,}0 = 9$$

Tverrsnittet tåler en belastning av rent trykk, og vil derfor også tåle en eventuell med kombinert bøyning og trykk. Tverrsnittet er av klasse 1. Det kontrolleres om kapasiteten til den lineære utnyttelsesgraden er tilstrekkelig. Plastisk dimensjonerende kapasitet for aksialkraft er følgende:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} = \frac{6530 \cdot 235}{1{,}05} = 1461476\ N = 1461\ kN$$

Trykkapasiteten kontrolleres ved bruk av dimensjoneringskriteriet:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = \frac{200 \cdot 10^3}{1461476} = 0{,}137 \leq 1{,}0$$

Trykkapasiteten er tilstrekkelig. Maksimal skjærkraft beregnes. Metoden som brukes er snittmetoden. Opplagerkraften i B beregnes ved å ta summen av momenter om A, med positiv retning med klokken:

$$\Sigma M_A = 0$$

$$N_{p,Ed} \cdot 1 - F_B \cdot 5 = 0$$

$$F_B = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1}{5} = 40 \cdot 10^3\ N = 40\ kN$$

Opplagerkraften i A beregnes ved å ta summen av krefter i Y-retning der positiv retning er opp:

$$\Sigma F_Y = 0$$
$$F_A - N_{p,Ed} + F_B = 0$$
$$F_A = N_{p,Ed} - F_B = 200 \cdot 10^3 - 40 \cdot 10^3 = 160 \cdot 10^3\ N = 160\ kN$$

Skjærkraften beregnes i bjelkedelen mellom A og punktlasten ved å snitte bjelken rett før punktlasten og summere kreftene i Y-retning der positiv retning er opp:

$$\Sigma F_Y = 0$$
$$F_A + V_{Ed} = 0$$
$$V_{Ed} = -F_A = -160\ kN$$

Beregner skjærkraften i bjelkedelen mellom punktlasten og B ved å snitte bjelken rett før opplagring B og summere kreftene i Y-retning der positiv retning er opp:

$$\Sigma F_Y = 0$$
$$F_A - N_{p,Ed} + V_{Ed} = 0$$
$$V_{Ed} = -F_A + N_{p,Ed} = -160 \cdot 10^3 + 200 \cdot 10^3 = 40 \cdot 10^3\ N = 40\ kN$$

Maksimal skjærkraft er i bjelkedelen mellom opplagring A og punktlasten. Skjærarealet:

$$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \ \geq \ \eta h_w t_w$$
$$A_v = 6530 - 2 \cdot 180 \cdot 14 + (8{,}5 + 2 \cdot 15) \cdot 14 \ \geq \ 1 \cdot (180 - 2 \cdot 14) \cdot 8{,}5$$
$$A_v = 2029\ mm^2 \ \geq \ 1292\ mm^2$$

Dimensjonerende skjærkapasitet:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v\left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)}{\gamma_{M0}} = \frac{2029\left(\frac{235}{\sqrt{3}}\right)}{1{,}05} = 262180\ N = 262{,}2\ kN$$

Dimensjoneringskriteriet for skjærkraft:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1{,}0$$
$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{160 \cdot 10^3}{262180} = 0{,}610$$

Dimensjoneringskriteriet er oppfylt og skjærkraftkapasiteten er tilstrekkelig. Verdien til dimensjoneringskriteriet er over 0,5. Maksimalt moment virker ved punktlasten, hvor også maksimal skjærkraft virker. Momentkapasiteten må derfor reduseres. Dette gjøres ved å redusere flytegrensen på følgende måte:

$$\rho = \left(\frac{2V_{Ed}}{V_{pl,Rd}} - 1\right)^2 = \left(\frac{2 \cdot 160 \cdot 10^3}{262180} - 1\right)^2 = 0{,}0486$$
$$(1 - \rho)f_y = (1 - 0{,}0486) \cdot 235 = 223{,}6\ MPa$$

Den dimensjonerende momentkapasiteten med redusert flytegrense:

$$M_{V,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_y}{\gamma_{M0}} = \frac{223{,}6\ \cdot 4{,}82 \cdot 10^5}{1{,}05} = 102629534\ Nmm = 102{,}6\ kNm$$

Den reduserte dimensjonerende momentkapasiteten på grunn av samtidig virkende aksialkraft:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{200 \cdot 10^3}{1461476} = 0{,}137$$

$$a = \frac{A - 2bt_f}{A} = \frac{6530 - 2 \cdot 180 \cdot 14}{6530} = 0{,}228 \quad \leq \quad 0{,}5$$

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \frac{1-n}{1-0{,}5a} = 102629534 \cdot \frac{1-0{,}137}{1-0{,}5 \cdot 0{,}228}$$

$$M_{N,y,Rd} = 99965336\ Nmm = 99{,}96\ kNm$$

Regner ut momentet som skapes av punktlasten ved hjelp av formel på side 5 i [9]:

$$M_{maks} = \frac{F \cdot L_{kortest} \cdot (L - L_{kortest)}}{L} = \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 1000 \cdot (5000 - 1000)}{5000}$$

$$M_{maks} = 160\ 000\ 000\ Nmm = 160\ kNm$$

Det kontrolleres om dimensjoneringskriteriet for momentkapasiteten er oppfylt:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{160 \cdot 10^6}{99965336} = 1{,}601 > 1{,}0$$

Dimensjoneringskriteriet er ikke oppfylt og momentkapasiteten er ikke tilstrekkelig. Lineær summering av utnyttelsesgraden:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{V,y,Rd}} = \frac{200 \cdot 10^3}{1461476} + \frac{160 \cdot 10^6}{102629534} = 1{,}695 > 1{,}0$$

Tverrsnittet er overbelastet. Det velges likevel å utføre knekkeberegningene. Regnearket skal gi korrekte svar enten tverrsnittskapasiteten er tilstrekkelig eller ikke, og tilfellet er dermed like fullt av interesse å utføre beregningene for. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_y}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 38{,}3 \cdot 10^6}{5000^2} = 3175249\ N = 3175\ kN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{6530 \cdot 235}{3175249}} = 0{,}695$$

h/b = 180/180 = 1, t_f = 14 mm og det blir knekking om sterk akse. Knekkurve b skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,34 ifølge tabell 8. Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0{,}2) + \bar{\lambda}^2\right] = 0{,}5[1 + 0{,}34 \cdot (0{,}695 - 0{,}2) + 0{,}695^2]$$

$$\Phi = 0{,}826$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0{,}826 + \sqrt{0{,}826^2 - 0{,}695^2}} = 0{,}786$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}786 \cdot 235 \cdot 6530}{1{,}05} = 1148720\ N = 1149\ kN$$

Ekvivalent momentfaktor C_{my} regnes ut ved hjelp av tabell B3 i vedlegg 5. $\alpha_h = M_h/M_s = 0$.

$$C_{my} = 0{,}90 + 0{,}10 \cdot \alpha_h = 0{,}90 + 0 = 0{,}90$$

Interaksjonsfaktor k_{yy} for klasse 1 og 2:

$$k_{yy} = C_{my} \cdot \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0{,}2)\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}}\right) \leq C_{my} \cdot \left(1 + 0{,}8\frac{N_{Ed}}{N_{b,y,Rd}}\right)$$

$$k_{yy} = 0{,}90 \cdot \left(1 + (0{,}695 - 0{,}2)\frac{200 \cdot 10^3}{1148720}\right) \quad \leq \quad 0{,}90 \cdot \left(1 + 0{,}8\frac{200 \cdot 10^3}{1148720}\right)$$

$$k_{yy} = 0{,}978 \quad \leq \quad 1{,}025$$

Kontroll av dimensjoneringskriteriet om sterk akse:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} = \frac{200 \cdot 10^3}{1148720} + \frac{0{,}978 \cdot 160 \cdot 10^6}{105075793} = 1{,}663 \ > \ 1$$

Knekkekapasiteten er ikke tilstrekkelig om sterk akse. Kapasiteten om svak akse kontrolleres likevel for å kunne sammenligne verdien mot regnearket. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 13{,}6 \cdot 10^6}{5000^2} = 1127504\ N = 1128\ kN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_z = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,z}}} = \sqrt{\frac{6530 \cdot 235}{1127504}} = 1{,}167$$

h/b = 180/180 = 1, t_f = 14 mm og det er svak akse som kontrolleres. Knekkurve c skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,49 ifølge tabell 8.
Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 0{,}5[1 + 0{,}49 \cdot (1{,}167 - 0{,}2) + 1{,}167^2]$$

$$\Phi = 1{,}418$$

$$\chi_z = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_z^{\,2}}} = \frac{1}{1{,}418 + \sqrt{1{,}418^2 - 1{,}167^2}} = 0{,}450$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,z,Rd} = \frac{\chi_z \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}450 \cdot 235 \cdot 6530}{1{,}05} = 657664\ N = 658\ kN$$

Dimensjoneringskriteriet om svak akse:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

K_{zy} er lik null for I- og H-profiler. Knekkekriteriet blir som følgende:

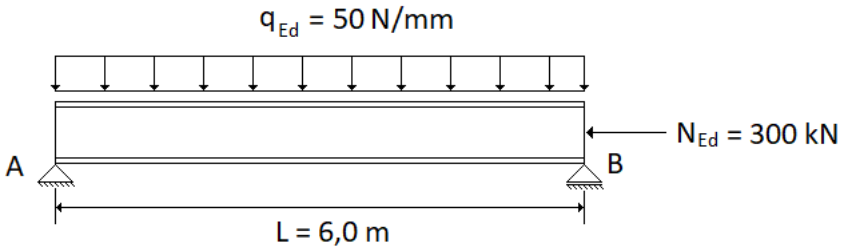
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} = \frac{200 \cdot 10^3}{657664} = 0{,}304 \leq 1$$

Kapasiteten for knekking om z-aksen er tilstrekkelig.

6.3. Eksempel 2

Eksempel 2 fra kapittel 5 benyttes. Et IPE 360 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på -300 kN en jevn last q_{Ed} på 50 n/mm på sterk akse som vist i figur 15. Knekklengden er 6,0 m. Det forutsettes at knekking er styrt og at vipping er forhindret. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3. Dette tverrsnittet ble etter Gardeners og Nethercots metode bestemt å være av tverrsnittsklasse 1. Alle de tre andre metodene resulterte i at tverrsnittet var av klasse 3. Det kan tyde på at det burde velges å bruke elastisitetsteorien, men ettersom hensikten er å

verifisere regnearket gjør det ingen skade å benytte plastisk dimensjonering. Det velges derfor å anta at tverrsnittet er av klasse 1.



Figur 15. Knekke-eksempel 2.

Det kontrolleres om tverrsnittskapasiteten er tilstrekkelig. Plastisk kapasitet for aksialkraft er følgende:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} = \frac{7270 \cdot 355}{1{,}05} = 2457952\ N = 2458\ kN$$

Trykkapasiteten kontrolleres ved bruk av dimensjoneringskriteriet:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2457952} = 0{,}122 \leq 1{,}0$$

Maksimal skjærkraft beregnes. Metoden som brukes er snittmetoden. Dette er et symmetrisk beregningstilfelle og det kan antas at opplagringskreftene i A og B er like. Disse kalles *F* og finnes ved å summere de vertikale kreftene:

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$2F - q_{Ed} \cdot L = 0$$

$$F = \frac{q_{Ed} \cdot L}{2} = \frac{50 \cdot 6000}{2} = 150 \cdot 10^3\ N = 150\ kN$$

Symmetri fører også til at maksimal skjærkraft kan antas å være symmetrisk, og kun ene halvdelen av bjelken analyseres. Det velges å snitte bjelken vertikalt i midten og summere de vertikale kreftene. Uttrykket for skjærkraften gjennom bjelkedelen utledes, der det startes i opplagring A og går mot høyre til senter i bjelken, der *x* uttrykker avstanden fra opplagringen:

$$\Sigma F_Y = 0$$

$$F - q_{Ed} \cdot x + V_{Ed} = 0$$

$$V_{Ed} = -F + q_{Ed} \cdot x$$

Ut fra ligningen kan det sees at maksimal skjærkraft er ved opplagringen. Den går lineært ned frem til senter, hvor skjærkraften er lik null. Dette kan sees ved å se på formelen benyttet for å beregne *F* og sette *x* lik *L*/2 inn i ligningen over:

$$V_{Ed} = -\frac{q_{Ed} \cdot L}{2} + q_{Ed} \cdot \frac{L}{2} = 0$$

Symmetri gir at maksimalt moment vil være midt på bjelken. Skjærkraft er som vist null midt på bjelken. Det er derfor ikke nødvendig å kontrollere om momentkapasiteten må reduseres av skjærkraft.

Maksimal skjærkraft beregnes ved å sette *x* = 0:

$$V_{Ed} = -F + q_{Ed} \cdot x = -F = -150\ kN$$

Skjærarealet:

$$A_v = A - 2bt_f + (t_w + 2r)t_f \ \geq \ \eta h_w t_w$$

$$A_v = 7270 - 2 \cdot 170 \cdot 12{,}7 + (8{,}0 + 2 \cdot 18) \cdot 12{,}7 \geq 1 \cdot (360 - 2 \cdot 12{,}7) \cdot 8{,}0$$
$$A_v = 3510{,}8\, mm^2 \quad \geq \quad 2676{,}8\, mm^2$$

Dimensjonerende skjærkapasitet:

$$V_{pl,Rd} = \frac{A_v \left(\frac{f_y}{\sqrt{3}}\right)}{\gamma_{M0}} = \frac{3510{,}8 \left(\frac{355}{\sqrt{3}}\right)}{1{,}05} = 685306\ N = 685{,}3\ kN$$

Dimensjoneringskriteriet for skjærkraft:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1{,}0$$
$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{150 \cdot 10^3}{685306} = 0{,}219$$

Momentet som skapes av lasten beregnes ved hjelp av formel på side 5 i [9]:

$$M_{maks} = \frac{q \cdot L^2}{8} = \frac{50 \cdot 6000^2}{8}$$
$$M_{maks} = 225\ 000\ 000\ Nmm = 225\ kNm$$

Dimensjoneringskriteriet er oppfylt og skjærkraftkapasiteten er tilstrekkelig. Den dimensjonerende momentkapasiteten:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{1{,}02 \cdot 10^6 \cdot 355}{1{,}05} = 344857143\ Nmm = 344{,}9\ kNm$$

Momentkapasiteten kan bli redusert av aksialkraft. Aksialkraften er så lav i forhold til den dimensjonerende kapasiteten at det undersøkes om trykkraftens virkning på den dimensjonerende momentkapasiteten kan neglisjeres. Følgende to kriterier må oppfylles:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2457952} = 0{,}122 \leq 0{,}25$$
$$N_{Ed} \leq \frac{0{,}5 h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0{,}5 \cdot (360 - 2 \cdot 12{,}7) \cdot 8{,}0 \cdot 355}{1{,}05} = 452507\ N$$

Kriteriene er oppfylt og momentkapasiteten må ikke reduseres. Dimensjoneringskriteriet for momentkapasitet:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{225 \cdot 10^6}{344857143} = 0{,}652 \leq 1{,}0$$

Momentkapasiteten er tilstrekkelig. Lineær summering av utnyttelsesgraden:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{pl,y,Rd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2457952} + \frac{225 \cdot 10^6}{344857143} = 0{,}774 \ \leq 1{,}0$$

Tverrsnittskapasiteten er tilstrekkelig.

Knekkapasiteten kan nå kontrolleres. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 162{,}7 \cdot 10^6}{6000^2} = 9367077\ N = 9367\ kN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{7270 \cdot 355}{9367077}} = 0{,}5249$$

h/b = 360/170 = 2,12, t_f = 12,7 mm og det er knekking om sterk akse som kontrolleres. Knekkurve a skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,21 ifølge tabell 8. Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 0{,}5[1 + 0{,}21(0{,}5246 - 0{,}2) + 0{,}5246^2]$$

$$\Phi = 0{,}6717$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0{,}6928 + \sqrt{0{,}6928^2 - 0{,}5246^2}} = 0{,}9164$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,y,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}9164 \cdot 355 \cdot 7270}{1{,}05} = 2252533\ N = 2252\ kN$$

Ekvivalent momentfaktor C_{my} regnes ut ved hjelp av tabell B3 i vedlegg 5. $\alpha_h = M_h/M_s = 0$.

$$C_{my} = 0{,}95 + 0{,}10 \cdot \alpha_h = 0{,}95 + 0 = 0{,}95$$

Interaksjonsfaktorene k_{yy} og k_{yz} og kriteriene hentes fra tabell B.1 i vedlegg 5 som følgende:

$$k_{yy} = C_{my}\left(1 + \left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}}\right) \leq C_{my}\left(1 + 0{,}8\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}}\right)$$

$$k_{yy} = 0{,}95 \cdot \left(1 + (0{,}5246 - 0{,}2)\frac{300 \cdot 10^3}{2252533}\right) \leq 0{,}95 \cdot \left(1 + 0{,}8\frac{300 \cdot 10^3}{2252533}\right)$$

$$k_{yy} = 0{,}991 \leq 1{,}051$$

Kriteriet for interaksjonsfaktorene er oppfylt. Kriteriet for y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

Siden bjelken ikke er følsom for torsjon, er reduksjonsfaktoren som følge av vipping, χ_{LT}, lik null. Da er $M_{by,Rd} = M_{pl,y,Rd}$.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{2252533} + \frac{0{,}991 \cdot 225 \cdot 10^6}{344857143} = 0{,}780 \leq 1$$

Kriteriet er oppfylt og knekkekapasiteten om y-aksen er tilstrekkelig. Videre kontrolleres kapasiteten mot knekking om z-aksen. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 10{,}4 \cdot 10^6}{6000^2} = 598756\ N = 599\ kN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{7270 \cdot 355}{598756}} = 2{,}076$$

h/b = 360/170 = 2,12, t_f = 12,7 mm og knekking om svak akse kontrolleres. Knekkurve b skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,34 ifølge tabell 8. Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda_z} - 0{,}2\right) + {\bar{\lambda}_z}^2\right]$$

$$\Phi = 0{,}5\ [1 + 0{,}34(2{,}076 - 0{,}2) + 2{,}076^2] = 2{,}974$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}_z^{\,2}}} = \frac{1}{2{,}974 + \sqrt{2{,}974^2 - 2{,}076^2}} = 0{,}196$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}196 \cdot 355 \cdot 7270}{1{,}05} = 481618\ N = 482\ kN$$

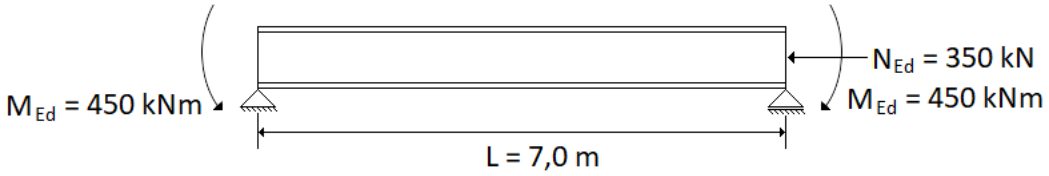
Dimensjoneringskriteriet om svak akse, ettersom K_{zy} er lik null for I- og H-profiler, er som følgende:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} = \frac{300 \cdot 10^3}{481618} = 0{,}623 \leq 1$$

Kapasiteten for knekking om z-aksen er tilstrekkelig.

6.4. Eksempel 3

Eksempel 3 fra kapittel 5 benyttes. Et IPE 500 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på -350 kN og et bøyemoment på 450 kNm om sterk akse som vist i figur 16. Knekklengden er 7,0 m. Det forutsettes at knekking er styrt og at vipping er forhindret. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3. Dette tverrsnittet ble etter Gardeners og Nethercots metode bestemt å være av tverrsnittsklasse 1.



Figur 16. Knekke-keksempel 3.

Det kontrolleres om kapasiteten til den lineære utnyttelsesgraden er tilstrekkelig. Plastisk kapasitet for aksialkraft er følgende:

$$N_{c,Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M0}} = \frac{11{,}6 \cdot 10^3 \cdot 355}{1{,}05} = 3921904\ N = 3922\ kN$$

Trykkapasiteten kontrolleres ved bruk av dimensjoneringskriteriet:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3}{3921904} = 0{,}0892 \leq 1{,}0$$

Aksialkraftkapasiteten er tilstrekkelig. Den dimensjonerende momentkapasiteten:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2{,}20 \cdot 10^6 \cdot 355}{1{,}05} = 743809524\ Nmm = 743{,}8\ kNm$$

Momentkapasiteten kan måtte reduseres ettersom aksialkraft og bøyemoment virker samtidig. Trykkraften er så lav i forhold til den dimensjonerende kapasiteten at det undersøkes om trykkraftens virkning på den dimensjonerende momentkapasiteten kan neglisjeres. Følgende to kriterier må oppfylles:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{pl,Rd}} = 0{,}0892 \leq 0{,}25$$

$$N_{Ed} \leq \frac{0{,}5 h_w t_w f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{0{,}5 \cdot (500 - 2 \cdot 16{,}0) \cdot 10{,}2 \cdot 355 \cdot 10^{-3}}{1{,}05} = 807{,}0\ kN$$

Dimensjoneringskriteriet er oppfylt og skjærkraftkapasiteten er tilstrekkelig. Den dimensjonerende momentkapasiteten:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{W_{pl} f_y}{\gamma_{M0}} = \frac{2{,}20 \cdot 10^6 \cdot 355}{1{,}05} = 743809524\ Nmm = 743{,}8\ kNm$$

Dimensjoneringskriteriet for momentkapasitet:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{450 \cdot 10^6}{743809524} = 0{,}605 \leq 1{,}0$$

Momentkapasiteten er tilstrekkelig. Lineær summering av utnyttelsesgraden:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{c,Rd}} + \frac{M_{Ed}}{M_{N,y,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3}{3921904} + \frac{450 \cdot 10^6}{743809524} = 0{,}694\ \leq 1{,}0$$

Tverrsnittskapasiteten er tilstrekkelig. Knekkapasiteten kan nå kontrolleres. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,y} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 482{,}0 \cdot 10^6}{7000^2} = 20387782\ N = 20{,}39\ MN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{11{,}6 \cdot 10^3 \cdot 355}{20387782}} = 0{,}449$$

h/b = 500/200 = 2,5; t_f = 16,0 mm og knekking om sterk akse kontrolleres. Knekkurve a skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,21 ifølge tabell 8.
Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right] = 0{,}5[1 + 0{,}21(0{,}449 - 0{,}2) + 0{,}449^2]$$

$$\Phi = 0{,}627$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = \frac{1}{0{,}627 + \sqrt{0{,}627^2 - 0{,}449^2}} = 0{,}939$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}939 \cdot 355 \cdot 11{,}6 \cdot 10^3}{1{,}05} = 3682669\ N = 3683\ kN$$

Momentfordelingen er jevn og ψ = 1. Ekvivalent momentfaktor, C_m, fra tabell B.3 i vedlegg 5:

$$C_{my} = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot \psi = 0{,}6 + 0{,}4 \cdot 1 = 1{,}0$$

Interaksjonsfaktorene k_{yy} og k_{yz} og kravene er hentet fra tabell B.1 i vedlegg 5 som følgende:

$$k_{yy} = C_{my}\left(1 + \left(\bar{\lambda}_y - 0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}}\right) \geq C_{my}\left(1 + 0{,}8\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}}\right)$$

$$k_{yy} = 1{,}0\left(1 + (0{,}449 - 0{,}2)\frac{350 \cdot 10^3}{3682669}\right) \geq 1{,}0\left(1 + 0{,}8\frac{350 \cdot 10^3}{3682669}\right)$$

$$k_{yy} = 1{,}024\ \leq 1{,}08$$

Kriteriet for interaksjonsfaktoren er oppfylt. Kriteriet for y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

Siden bjelken ikke er følsom for torsjon, er reduksjonsfaktoren som følge av vipping, χ_{LT}, lik null. Da er $M_{by,Rd} = M_{pl,y,Rd}$.

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{pl,y,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3}{3682669} + \frac{1{,}024 \cdot 450 \cdot 10^6}{743809524} = 0{,}715 \leq 1$$

Kriteriet er oppfylt og knekkekapasiteten er tilstrekkelig. Videre kontrolleres kapasiteten mot knekking om z-aksen. Den kritiske Euler-lasten:

$$N_{cr,z} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_z}{{L_{cr}}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210000 \cdot 21{,}4 \cdot 10^6}{7000^2} = 905184\ N = 905\ kN$$

Redusert slankhet:

$$\bar{\lambda}_y = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr,y}}} = \sqrt{\frac{11{,}6 \cdot 10^3 \cdot 355}{905184}} = 2{,}133$$

h/b = 500/200 = 2,5; t_f = 16,0 mm og det er knekking om svak akse. Knekkurve b skal benyttes ifølge vedlegg 4. Imperfeksjonsfaktoren er α = 0,34 ifølge tabell 8.
Reduksjonsfaktoren blir da:

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\overline{\lambda_z} - 0{,}2\right) + {\bar{\lambda}_z}^2\right] = 0{,}5[1 + 0{,}34(2{,}133 - 0{,}2) + 2{,}133^2]$$

$$\Phi = 3{,}103$$

$$\chi_y = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - {\bar{\lambda}_z}^2}} = \frac{1}{3{,}103 + \sqrt{3{,}103^2 - 2{,}133^2}} = 0{,}187$$

Dimensjonerende knekkapasitet:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}187 \cdot 355 \cdot 11{,}6 \cdot 10^3}{1{,}05} = 732156\ N = 732\ kN$$

Dimensjoneringskriteriet om svak akse, ettersom K_{zy} er lik null for I- og H-profiler, er som følgende:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} = \frac{350 \cdot 10^3}{732156} = 0{,}478 \leq 1$$

Kapasiteten for knekking om z-aksen er tilstrekkelig.

7. VIPPEBEREGNINGER OG VERIFISERINGSEKSEMPLER

I dette kapitlet presenteres formelverket for beregning av vippekapasitet i EC3 og benyttes til å løse tre eksempler. EC3 oppgir ikke hvordan kritisk vippemoment beregnes, dette er derfor hentet fra andre kilder. Bjelkenes egenskaper er hentet fra side 10-12 i [9].

7.1. Presentasjon av formelverk

EC3 oppgir følgende metoder for påvisning mot vipping:

1. Staver med konstant tverrsnitt og bøyning om hovedaksen (6.3.2).
    a. Generelt tilfelle.
    b. Valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler.
    c. Forenklet påvisning for staver fastholdt mot vipping i bygningskonstruksjoner.
2. Generell metode for påvisning av stavers kapasitet mot bøyningsknekking og vipping (6.3.4).
3. Vipping av staver med flyteledd (6.3.5).

Metode 1.b for valsede profiler og tilsvarende profiler vil benyttes i eksemplene og regnearket ettersom kun I- og H-profiler er aktuelt for denne oppgaven. Avsnitt 6.3.5 som omhandler vipping av staver med flyteledd vil nevnes, ettersom dette også kan være aktuelt for I- og H-profiler. Men beregningene vil ikke inkluderes i denne oppgaven.

Påvisning mot vipping bør utføres på følgende måte for staver som er påkjent med bøyning om hovedaksen og ikke fastholdes sideveis (6.3.2.1(1)):

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1 \tag{7.1}$$

der M_{Ed} er dimensjonerende bøyningsmoment og $M_{b,Rd}$ er dimensjonerende vippekapasitet. Dersom en bjelke er tilstrekkelig fastholdt, eller av en viss type tverrsnitt som for eksempel firkantede eller sirkulære hulprofiler, er den ikke følsom for vipping (6.3.2.1(2)). $M_{b,Rd}$ bør bestemmes på følgende måte (6.3.2.1(3)):

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} W_y \tag{7.2}$$

der

Tverrsnittsklasse 1 og 2	:	$W_y = W_{pl,y}$
Tverrsnittsklasse 3	:	$W_y = W_{el,y}$

χ_{LT} er reduksjonsfaktoren for vipping. EC3 oppgir to metoder for å bestemme denne. Metoden for valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler i delkapittel 6.3.2.3 benyttes. χ_{LT} kan bestemmes på følgende måte (6.3.2.3(1)):

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}^{\ 2} - \beta\bar{\lambda}_{LT}^{\ 2}}} \leq 1 \tag{7.3}$$

Der

$$\chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^{\ 2}}$$

$$\chi_{LT} \leq 1{,}0$$

$$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta\bar{\lambda}_{LT}{}^{2}\right] \tag{7.4}$$

α_{LT} er imperfeksjonsfaktoren for vipping og har bestemte verdier etter hvilken knekkurve for vipping som gjelder. Knekkurven finnes ved hjelp av tabell 10 og de anbefalte verdiene for imperfeksjonsfaktoren er oppført i tabell 11 (6.3.2.2(2)).

Tabell 10. Knekkurver for vipping.

Tverrsnitt	Begrensninger	Knekkurve
Valsede I-profiler	h/b ≤ 2 h/b > 2	b c
Sveiste I-profiler	h/b ≤ 2 h/b > 2	c d

Tabell 11. Imperfeksjonsfaktorer for knekkurver.

Knekkurve	a	b	c	d
Imperfeksjonsfaktor for vipping α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Det nasjonale tillegget i EC3 oppgir følgende verdier for slankhetsparameteren, $\bar{\lambda}_{LT,0}$, og korreksjonsfaktoren, β:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$$
$$\beta = 0{,}75$$

$\bar{\lambda}_{LT}$ er relativ slankhet bestemmes for tverrsnittsklasse 1, 2 og 3 som følgende (6.3.2.2(1)):

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} \tag{7.5}$$

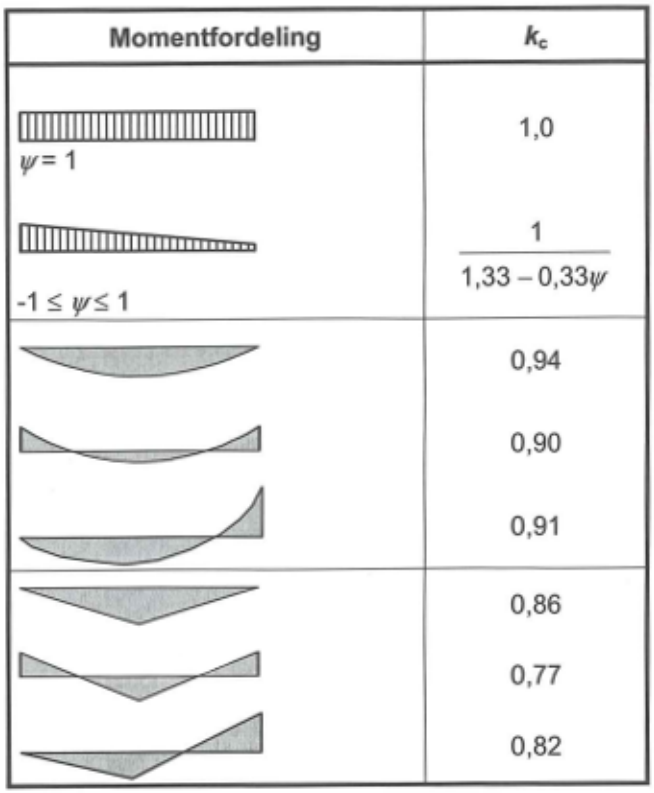
Der M_{cr} er det kritiske momentet for vipping. Reduksjonsfaktoren for vipping kan modifiseres dersom kritisk snitt i bjelken ikke faller sammen med maksimalt moment M_{cr} (6.3.2.3(2)).

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \leq 1$$

Der

$$f = 1 - 0{,}5(1 - k_c)[1 - 2{,}0\left(\bar{\lambda}_{LT} - 0{,}8\right)^2] \leq 1$$

Korreksjonsfaktoren k_c oppgis i tabell 6.6 i EC3 som vist i figur 17.



Figur 17. Korreksjonsfaktor for ulike momentfordelinger.

Det kritiske momentet for vipping kan bestemmes på ulike måter. Eurokode 9 oppgir følgende ligning for en vilkårlig bjelke ifølge Terjesen på side 8 i [10]:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi\sqrt{EI_z GI_T}}{L} \tag{7.6}$$

Der

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {k_{wt}}^2 + \left(C_2\xi_g - C_3\xi_j\right)^2} - \left(C_2\xi_g - C_3\xi_j\right)\right] \tag{7.7}$$

Der C_1 er en lastfaktor, C_2 skal ivareta lastens angrepspunkt, C_3 ivaretar manglende symmetri om sterk akse, k_{wt} er torsjonsparameteren, ξ_g er lastangrepspunktets relative skjærsenter og ξ_j er relativ mono-symmetrisk parameter. Formlene for parameterne er som følgende:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L}\sqrt{\frac{EI_w}{GI_T}}$$

$$\xi_g = \frac{z_g \pi}{k_z L}\sqrt{\frac{EI_z}{GI_T}}$$

$$\xi_j = \frac{z_j \pi}{k_z L}\sqrt{\frac{EI_z}{GI_T}}$$

Der G er skjærmodulen, I_T er torsjonskonstanten, I_w er hvelvningskonstanten, I_z er annet arealmoment og svak akse, L er lengden av bjelken mellom to punkter med sideveis fastholdelse, k_z og k_w er knekklengde-faktorer avhengig av belastningen, z_g er

lastangrepspunktets koordinat relativt til skjærsenteret og z_j er en parameter avhengig av skjærsenterets koordinat relativt til arealsenteret.
Verdier for k_y, k_z, k_w, C_1, C_2 og C_3 for bjelker under punktlast og fordelt last er oppført i tabell 6.2 i [3]. Verdier for k_z og C_3 for gaffellagrede bjelker med stavendemomenter er oppført i tabell 6.1 i [3]. Verdier for μ_{cr} for utkragerbjelker med dobbeltsymmetrisk tverrsnitt, med punktlast eller fordelt last som angriper i skjærsenteret er oppført i tabell 6.1 i [3]. Disse tre tabellene er lagt i vedlegg 7.
z_j=0 for dobbeltsymmetrisk tverrsnitt, og z_g=0 dersom lasten i tillegg angriper i skjærsenteret [3, s. 224]. μ_{cr} kan forenkles til følgende ligning for dobbeltsymmetriske tverrsnitt, der lasten angriper i skjærsenteret, ifølge Larsen på side 224 i [3]:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {k_{wt}}^2}\right] \tag{7.8}$$

For gaffellagret bjelke med stavendemomenter M og ψM (|ψ|<1) er faktoren C_1 tilnærmet gitt ved:

$$C_1 = (0{,}310 + 0{,}428\psi + 0{,}262\psi^2)^{-0{,}5}$$

I denne oppgaven kan verdiene for C_1 i tabell 6.2 i [3] benyttes. Terjesen oppgir en ligning for kritisk vippemoment avledet fra løsningen for en gaffellagret dobbeltsymmetrisk bjelke belastet med et konstant moment på side 7 i
[10]:

$$M_{cr,0} = \frac{\pi^2 EI_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 GI_T}{\pi^2 EI_z}} = \frac{\pi\sqrt{EI_z GI_T}}{L}\sqrt{1 + \frac{\pi^2 EI_w}{L^2 GI_t}} \tag{7.9}$$

Parameterne er de samme som er benyttet i ligningene ovenfor. Det er denne ligningen for kritisk vippemoment som vil benyttes i regnearket og eksemplene der momentet er konstant.

Vipping av staver med flyteledd

Plastisk konstruksjonsanalyse kan benyttes til å dimensjonere konstruksjoner som tidligere nevnt, men det er forutsetninger tilknyttet flyteledd som må oppfylles for å forhindre vipping (6.2.5(1)). Alle flyteledd som krever plastisk rotasjon skal ha sidestøtte, og det skal påvises stabilitet for avstanden mellom sidestøttene eller annen sideveis fastholdelse. Dersom det ikke oppstår plastisk rotasjon i et flyteledd under noen lastkombinasjon i bruddgrensetilstanden er sidestøtter ikke nødvendig (6.3.5.1(2)).

Det er oppgitt regler for sidestøtter i EC3. Tverrsnittet bør i flyteledd der plastisk rotasjon oppstår ha tilstrekkelig støtte mot sideveis forskyvning og rotasjon som kan opptre (6.3.5.2(1)). Sideveis fastholdelse bør sikres på følgende måte (6.3.5.2(2)):

- Staver, med enten rent moment eller med moment og aksial trykkraft, hvis flenser fastholdes sideveis kan sikres ved: sideveis fastholdelse av en flens og fastholdelse mot rotasjon av tverrsnittet slik at trykkflensen ikke forskyver seg i forhold til strekkflensen.
- Staver, med enten rent moment eller med moment og aksial strekkraft der trykkflensen er forbundet med en plate som gir fastholdelse mot sideveis forskyvning og rotasjon av trykkflensen, kan sikres ved: å forhindre tverrsnittendringer ved

flyteleddet dersom tverrsnittet er slankere enn valsede I- og H-profiler. Dette kan gjøres ved å for eksempel ha stegstivere og en stiv forbindelse mellom trykkflensen og platen.

Festemidlene mellom trykkflensen og den støttende komponent, og eventuelle mellomliggende komponenter, bør ved hvert flyteledd dimensjoneres for en lokal kraft på minst 2,5 % av $N_{f,Ed}$ som overføres av flensen i dens plan vinkelrett på stegplanet, uten å bli kombinert av andre laster (6.3.5.2(3)).
Sidestøtten kan i noen tilfeller være upraktisk å installere direkte i flyteleddet. Den kan installeres til siden, men bør da være innen en avstand på $h/2$, der h er tverrsnittshøyden i flyteleddet (6.3.5.2(4)).
Ved dimensjonering av avstivningssystemer bør det i tillegg til elementene i avsnitt 5.3.3 i EC3 påvises at systemet kan motstå virkningene av de ekvivalente kreftene Q_m som virker på hver stabiliserende komponent der det er flyteledd, der (6.3.5.2(5)):

$$Q_m = 1{,}5\alpha_m \frac{N_{f,Ed}}{100}$$

Der $N_{f,Ed}$ er aksialkraften i trykkflensen i den stabiliserte staven i området ved flyteleddet og α_m er en reduksjonsfaktor som tar hensyn til antall søyler i en rad.

Som nevnt må det også påvises stabilitet for avstanden mellom sideavstivningene. Dette gjøres ved å bestemme den største tillate avstanden og kontrollere at avstanden er mindre enn denne (6.3.5.3(1)). For staver med konstant I- eller H-tverrsnitt med $h/t_f \leq 40\varepsilon$ under lineært momentforløp, og som ikke har betydelig aksialtrykk, kan minste avstand mellom avstivninger beregnes som følger:

$$L_{stable} = 35\,\varepsilon\, i_z \qquad \text{for} \qquad 0{,}625 \leq \psi \leq 1$$

$$L_{stable} = (60 - 40\psi)\,\varepsilon\, i_z \qquad \text{for} \qquad 0{,}625 \leq \psi \leq 1$$

der

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

$\psi = \frac{M_{Ed,min}}{M_{pl,Rd}}$ = forholdet mellom endemomentene i det avsnittet som påvises.

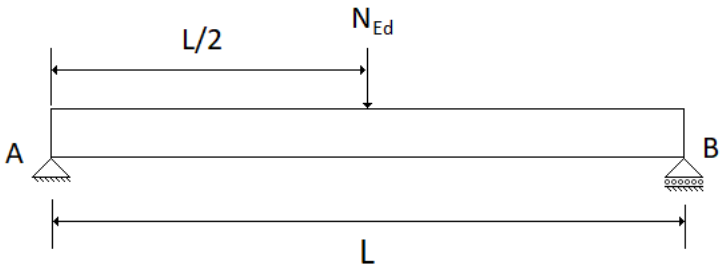
Flyteledd som krever plastisk rotasjon, men som er plassert i et punkt i umiddelbar nærhet av enden av en vute, er ikke nødvendig å påvise den koniske delen separat hvis følgende kriterier er oppfylt (6.3.5.3(2)):

- Fastholdelsen av flyteleddet bør være innenfor en avstand på h/2 i den koniske delens lengde, ikke der staven har konstant tverrsnitt.
- Trykkflensen i vuten har spenninger i elastisk område i hele lengden.

7.2. Eksempel 1

Eksempel 1 fra kapittel 6 modifiseres og benyttes. En HE 180 B i S235 av tverrsnittsklasse 1 stålsøyle er leddlagret i begge ender og utsatt for en punktlast N_{Ed} på 70 kN midt på bjelken. Punktlasten er endret, da den nå er midt på bjelken som fører til større moment. Bjelken er har en lengde L = 5 m, se figur 18. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell

3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa og skjærmodulen er 18 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3.



Figur 18. Vippe-eksempel 1.

Maksimal skjærkraft beregnes. Metoden som brukes er snittmetoden. Dette er et symmetrisk beregningstilfelle og det kan antas at opplagringskreftene i A og B er like. Disse kalles F og finnes ved å summere de vertikale kreftene:

$$\Sigma F_Y = 0$$
$$2F - N_{Ed} = 0$$
$$F = \frac{N_{Ed}}{2} = \frac{70 \cdot 10^3}{2} = 35 \cdot 10^3\ N = 35\ kN$$

Symmetri fører også til at maksimal skjærkraft kan antas å være symmetrisk, og kun ene halvdelen av bjelken analyseres. Snitter bjelken vertikalt i midten og summerer de vertikale kreftene på venstre halvdel som følgende:

$$\Sigma F_Y = 0$$
$$F - N_{Ed} + V_{Ed} = 0$$
$$V_{Ed} = -F + q_{Ed} = -70 \cdot 10^3 + 35 \cdot 10^3 = 35 \cdot 10^3\ N = 35\ kN$$

Maksimal skjærkraft er 35 kN. Skjærarealet og dimensjonerende skjærkapasitet er likt som for eksempel 1 i kapittel 6, $V_{pl,Rd}$=262180 N. Dimensjoneringskriteriet for skjærkraft:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} \leq 1{,}0$$
$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{35 \cdot 10^3}{262180} = 0{,}133$$

Dimensjoneringskriteriet er oppfylt og skjærkraftkapasiteten er tilstrekkelig. Verdien til dimensjoneringskriteriet er under 0,5, og flytegrensen til momentkapasiteten trenger ikke å reduseres. Maksimalt moment som skapes av punktlasten regnes ut som følgende ved hjelp av formel på side 5 i [9]:

$$M_{maks} = \frac{F \cdot L_{kortest} \cdot (L - L_{kortest)}}{L} = \frac{70 \cdot 10^3 \cdot 2500 \cdot (5000 - 2500)}{5000}$$
$$M_{maks} = 87500000\ Nmm = 87{,}5\ kNm$$

Dimensjonerende plastisk momentkapasitet:

$$M_{pl,y,Rd} = \frac{f_y \cdot W_y}{\gamma_{M0}} = \frac{235\ \cdot 4{,}82 \cdot 10^5}{1{,}05} = 107876191\ Nmm = 10{,}79\ kNm$$

Dimensjoneringskriteriet for momentkapasitet:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{c,Rd}} = \frac{87{,}5\ \cdot 10^6}{107876191} = 0{,}811 \leq 1{,}0$$

Momentkapasiteten er tilstrekkelig. Kritisk vippemoment beregnes. Verdier for k_y, k_z, k_w, C_1, C_2 og C_3 for bjelker under punktlast og fordelt last er oppført i tabell 6.2 i vedlegg 7. For en gaffellagret bjelke som utsettes for en punktlast midt på bjelken gjelder verdiene oppført i tabell 12.

Tabell 12. Faktorer for å finne kritisk vippemoment.

Faktor	k_y	k_z	k_w	C_1	C_2	C_3
Verdi	1 1	1 0,5	1 0,5	1,35 1,03	0,55 0,44	0,411 0,515

Etter randbetingelsene på side 224 i [3] kan k_y, k_z og k_w settes lik 1, og de øverste verdiene benyttes.

Tverrsnittet er dobbeltsymmetrisk og lasten angriper i symmetriaksen. z_j og z_g kan settes lik null, og den forenklede formelen for μ_{cr} kan benyttes. Torsjonsparameteren beregnes:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L}\sqrt{\frac{EI_w}{GI_T}} = \frac{\pi}{1 \cdot 5000}\sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 93{,}75 \cdot 10^9}{8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 4{,}23 \cdot 10^5}} = 0{,}476$$

μ_{cr} beregnes:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {k_{wt}}^2}\right] = \frac{1{,}35}{1}\left[\sqrt{1 + 0{,}476^2}\right] = 1{,}495$$

Kritisk vippemoment:

$$M_{cr} = \mu_{cr}\frac{\pi\sqrt{EI_z GI_T}}{L} = 1{,}495\frac{\pi\sqrt{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 13{,}6 \cdot 10^6 \cdot 8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 4{,}23 \cdot 10^5}}{5000}$$

$$M_{cr} = 293868247\ Nmm = 294\ kNm$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{235 \cdot 482 \cdot 10^3}{293868247}} = 0{,}621$$

Det nasjonale tillegget i EC3 oppgir følgende verdier for slankhetsparameteren, $\bar{\lambda}_{LT,0}$, og korreksjonsfaktoren, β:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$$

$$\beta = 0{,}75$$

Knekkurve etableres:

$$\frac{h}{b} = \frac{180}{180} = 1$$

Knekkurve b skal benyttes etter tabell 10. Imperfeksjonsfaktoren settes $\alpha_{LT} = 0{,}34$ etter tabell 11. Reduksjonsfaktoren og parameteren forbundet med den beregnes:

$$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta \cdot {\bar{\lambda}_{LT}}^2\right]$$

$$\phi_{LT} = 0{,}5[1 + 0{,}34(0{,}621 - 0{,}4) + 0{,}75 \cdot 0{,}621^2] = 0{,}682$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{{\phi_{LT}}^2 - \beta \cdot {\bar{\lambda}_{LT}}^2}} = \frac{1}{0{,}682 + \sqrt{0{,}682^2 - 0{,}75 \cdot 0{,}621^2}}$$

$$\chi_{LT} = 0{,}908$$

Kriteriene kontrolleres:

$$\chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}{}^2} = \frac{1}{0{,}621^2} = 2{,}593$$

$$\chi_{LT} \leq 1{,}0$$

Kriteriene er ikke oppfylte. Dimensjonerende vippekapasitet $M_{b,Rd}$ beregnes likevel, da regnearket også bør gi korrekte tilbakemeldinger når kriterier ikke er oppfylte.

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} W_y = 0{,}908 \cdot \frac{235 \cdot 482 \cdot 10^3}{1{,}05}$$

$$M_{b,Rd} = 97944937\ Nmm = 97{,}94\ kNm$$

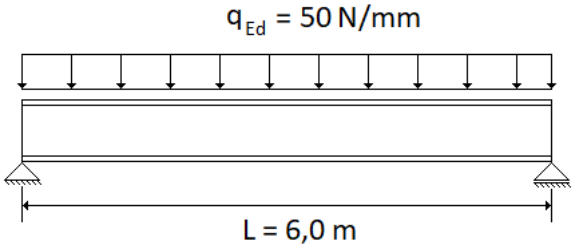
Vippekapasiteten kontrolleres:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{87{,}5 \cdot 10^6}{97944937} = 0{,}893 > 1$$

Vippekapasiteten er tilstrekkelig etter plastisitetsteorien, men alle kriteriene er ikke oppfylte.

7.3. Eksempel 2

Eksempel 2 fra kapittel 6 modifiseres og benyttes. Et IPE 360 profil i S355 påkjennes med en jevn last q_{Ed} på 50 n/mm på sterk akse som vist i figur 19. Knekklengden er 6,0 m. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa og skjærmodulen er 81 000 MPa ifølge avsnitt 3.2.6 i EC3.



Figur 19. Vippe-eksempel 2.

Moment og skjærkraft blir i dette tilfellet det samme som i eksempel 2 i kapittel 6. Dimensjoneringskriteriene for moment og skjærkraft er som følgende:

$$\frac{V_{Ed}}{V_{c,Rd}} = \frac{150 \cdot 10^3}{685306} = 0{,}219$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{pl,y,Rd}} = \frac{225 \cdot 10^6}{344857143} = 0{,}652$$

Verdier for k_y, k_z, k_w, C_1, C_2 og C_3 for bjelker under punktlast og fordelt last er oppført i tabell 6.2 i vedlegg 7. For en gaffellagret bjelke som utsettes for en punktlast midt på bjelken gjelder verdiene oppført i tabell 13.

Tabell 13. Faktorer for å finne kritisk vippemoment.

Faktor	k_y	k_z	k_w	C_1	C_2	C_3
Verdi	1 1	1 0,5	1 0,5	1,1 0,95	0,46 0,31	0,525 0,674

Etter randbetingelsene på side 224 i [3] kan k_y, k_z og k_w settes lik 1, og de øverste verdiene benyttes.
Tverrsnittet er dobbeltsymmetrisk og lasten angriper i symmetriaksen. z_j og z_g kan settes lik null, og den forenklede formelen for μ_{cr} kan benyttes. Torsjonsparameteren beregnes:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L}\sqrt{\frac{EI_w}{GI_T}} = \frac{\pi}{1 \cdot 6000}\sqrt{\frac{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 313{,}6 \cdot 10^9}{8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 3{,}75 \cdot 10^5}} = 0{,}771$$

μ_{cr} beregnes:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z}\left[\sqrt{1 + {k_{wt}}^2}\right] = \frac{1{,}1}{1}\left[\sqrt{1 + 0{,}771^2}\right] = 1{,}389$$

Kritisk vippemoment:

$$M_{cr} = \mu_{cr}\frac{\pi\sqrt{EI_z GI_T}}{L} = 1{,}389\frac{\pi\sqrt{2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 10{,}4 \cdot 10^6 \cdot 8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 3{,}75 \cdot 10^5}}{6000}$$

$$M_{cr} = 187315599\ Nmm = 187{,}3\ kNm$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1{,}02 \cdot 10^6}{187315599}} = 1{,}390$$

Det nasjonale tillegget i EC3 oppgir følgende verdier for slankhetsparameteren, $\bar{\lambda}_{LT,0}$, og korreksjonsfaktoren, β:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$$

$$\beta = 0{,}75$$

Knekkurve etableres:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2{,}1$$

Knekkurve c skal benyttes etter tabell 10. Imperfeksjonsfaktoren settes α_{LT} = 0,49 etter tabell 11. Reduksjonsfaktoren og parameteren forbundet med den beregnes:

$$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta \cdot {\bar{\lambda}_{LT}}^2\right]$$

$$\phi_{LT} = 0{,}5[1 + 0{,}49(1{,}390 - 0{,}4) + 0{,}75 \cdot 1{,}390^2] = 1{,}467$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{{\phi_{LT}}^2 - \beta \cdot {\bar{\lambda}_{LT}}^2}} = \frac{1}{1{,}467 + \sqrt{1{,}467^2 - 0{,}75 \cdot 1{,}390^2}}$$

$$\chi_{LT} = 0{,}434$$

Kriteriene kontrolleres:

$$\chi_{LT} \leq \frac{1}{{\bar{\lambda}_{LT}}^2} = \frac{1}{1{,}390^2} = 0{,}518$$

$$\chi_{LT} \leq 1{,}0$$

Kriteriene er oppfylte. Dimensjonerende vippekapasitet $M_{b,Rd}$ beregnes:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT}\frac{f_y}{\gamma_{M1}}W_y = 0{,}434 \cdot \frac{355 \cdot 1{,}02 \cdot 10^6}{1{,}05}$$

$$M_{b,Rd} = 149582837\ Nmm = 149{,}6\ kNm$$

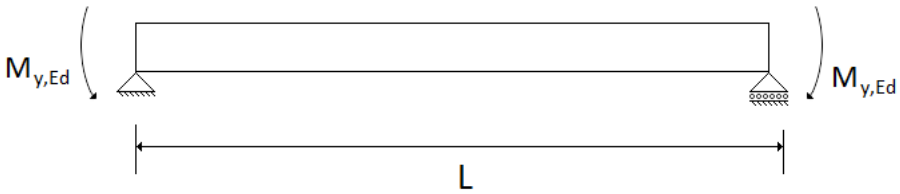
Vippekapasiteten kontrolleres:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{225 \cdot 10^6}{149582837} = 1{,}504 > 1$$

Vippekapasiteten er ikke tilstrekkelig etter plastisitetsteorien. Påkjenningen må enten reduseres, eller tilstrekkelig sideveis fastholdelse av bjelken må innføres.

7.4. Eksempel 3

Eksempel 3 fra kapittel 6 modifiseres og benyttes. Et IPE 500 profil i S355 påkjennes med et bøyemoment $M_{y,Ed}$ på 450 kNm om sterk akse som vist i figur 20. Knekklengden er 6,0 m. Flytegrensen er 355 MPa etter NS-EN 10025-2 i tabell 3.1 i EC3. Elastisitetsmodulen er 210 000 MPa og skjærmodulen er 81 000 MPa etter avsnitt 3.2.6 i EC3.



Figur 20. Vippe-eksempel 3.

Momentkapasiteten er den samme som i eksempel 3 i kapittel 6.
Kritisk vippemoment beregnes:

$$M_{cr,0} = \frac{\pi^2 E I_z}{L^2}\sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \frac{L^2 G I_T}{\pi^2 E I_z}}$$

$$M_{cr,0} = \frac{\pi^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 21{,}4 \cdot 10^6}{6000^2}\sqrt{\frac{1249 \cdot 10^9}{21{,}4 \cdot 10^6} + \frac{6000^2 \cdot 8{,}1 \cdot 10^4 \cdot 897 \cdot 10^3}{\pi^2 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 21{,}4 \cdot 10^6}}$$

$$M_{cr,0} = 422033738\ Nmm = 4{,}22 \cdot 10^2\ kNm$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 2{,}20 \cdot 10^6}{422033738}} = 1{,}360$$

Det nasjonale tillegget i EC3 oppgir følgende verdier for slankhetsparameteren, $\bar{\lambda}_{LT,0}$, og korreksjonsfaktoren, β:

$$\bar{\lambda}_{LT,0} = 0{,}4$$

$$\beta = 0{,}75$$

Knekkurve etableres:

$$\frac{h}{b} = \frac{500}{200} = 2{,}5$$

Knekkurve c skal benyttes etter tabell 10. Imperfeksjonsfaktoren settes α_{LT} = 0,49 etter tabell 11. Reduksjonsfaktoren og parameteren forbundet med den beregnes:

$$\phi_{LT} = 0{,}5\left[1 + \alpha_{LT}\left(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}\right) + \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}{}^2\right]$$

$$\phi_{LT} = 0{,}5[1 + 0{,}49(1{,}360 - 0{,}4) + 0{,}75 \cdot 1{,}360^2] = 1{,}429$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + \sqrt{\phi_{LT}{}^2 - \beta \cdot \bar{\lambda}_{LT}{}^2}} = \frac{1}{1{,}429 + \sqrt{1{,}429^2 - 0{,}75 \cdot 1{,}360^2}}$$

$$\chi_{LT} = 0{,}447$$

Kriteriene kontrolleres:

$$\chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}{}^2} = \frac{1}{1{,}36^2} = 0{,}54$$

$$\chi_{LT} \leq 1{,}0$$

Kriteriene er oppfylte. Dimensjonerende vippekapasitet $M_{b,Rd}$ beregnes:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} W_y = 0{,}446 \cdot \frac{355 \cdot 2{,}20 \cdot 10^6}{1{,}05}$$

$$M_{b,Rd} = 332321534\ Nmm = 332{,}3\ kNm$$

Vippekapasiteten kontrolleres:

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{450 \cdot 10^6}{332321534} = 1{,}354 > 1$$

Vippekapasiteten er ikke tilstrekkelig etter plastisitetsteorien. Påkjenningen må enten reduseres, eller tilstrekkelig sideveis fastholdelse av bjelken må innføres.

8. REGNEARK OG VERIFISERINGSEKSEMPLER

Regnearket er utviklet etter prinsippene satt i kapittel 2 og formelverket presentert i de påfølgende kapitlene. Regnearket presenteres kort med skjermbilder og beskrivelse av hovedfunksjoner. Det er laget en bruksanvisning, lagt i vedlegg 8, som bør leses før regnearket tas i bruk. I tillegg er det skrevet tips til høyre for startområdet i hvert regneark, som kan hjelpe en usikker bruker uten at bruksanvisningen må frem hver gang.
Regnearket er benyttet til å verifisere eksemplene i kapittel 5, 6 og 7. Resultatene er vist i tabeller. Små forskjeller i resultatene er forventet, da Microsoft Excel benytter flere desimaler enn håndberegningene. Enkelte beregninger vil kunne være mer utsatt for forskjeller enn andre.

8.1. Presentasjon av regneark

Regnearket er delt inn i fire følgende ark:

1. Tverrsnittsklasser
2. Knekking
3. Vipping
4. Bjelker

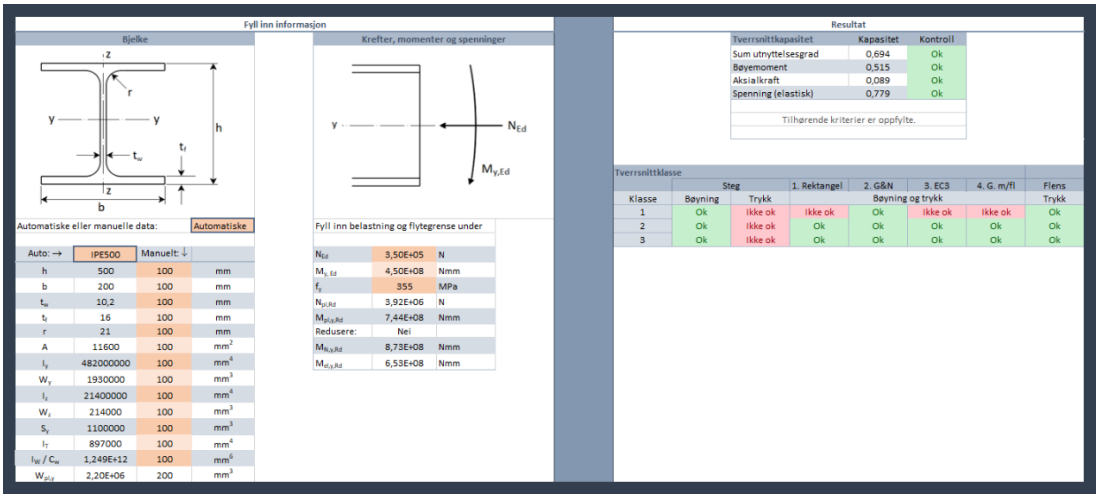
Innholdet til de fire første arkene gir seg selv. Det fjerde arket, *Bjelker*, inneholder data for over 60 bjelker av typene IPE, HEA og HEB og presenteres ikke utover dette. For mer info se bruksanvisningen.

Cellelås

Det er kun de oransje cellene som skal fylles inn i. Alle cellene unntatt disse er låst. Dette er gjort for at en bruker ikke skal kunne være uheldig og slette en celle. Cellene er beskyttet med passordet «passord». Dersom passordet oppgis kan cellene endres. Dette kan være aktuelt om det oppdages feil eller det er ønskelig med andre utbedringer. Det anbefales å ha regnearket lagret minst to steder før man gjør endringer, og kun endre det ene i tilfelle det skapes en feil. Det er også anbefalt å aktivere låsen igjen etterpå.

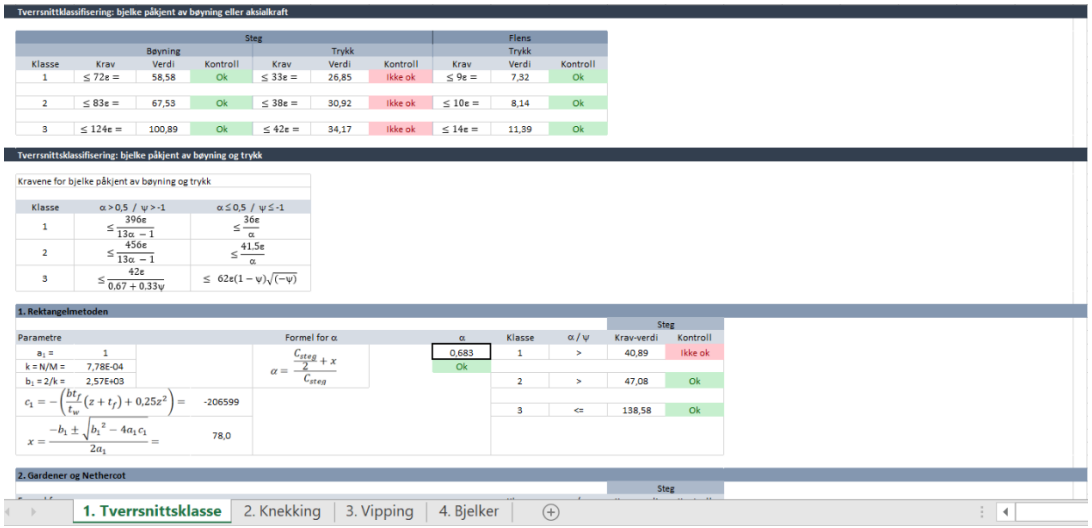
Tverrsnittsklasse

Startområdet til dette arket er vist i figur 21. Figurene i startområdet angir hvilken informasjon som skal fylles inn. Informasjonen som behøves er bjelkens egenskaper, belastningen den utsettes for og materialets flytegrense. Dersom det er benyttet tverrsnitt som er ført inn i arket *Bjelker* er det nok å enten skrive inn bjelkenavnet eller velge det fra en liste, så fylles informasjonen inn automatisk. Hvis bjelken ikke er i listen kan dataene føres inn manuelt.
Resultatene gis på høyre side av startområdet. Brukerne må selv vite hvilke resultater de skal se på etter hvilken belastning tverrsnittet er påkjent av samt hvilken tverrsnittsklasse de er interesserte i. Det gis kun verdier for hvor stor del av kapasiteten er benyttet av ulike tverrrsnittskapasiteter i startområdet, ellers «Ok» eller «Ikke ok» avhengig av om alle kriteriene tilknyttet tilfellet er oppfylt eller ikke. Cellene skifter automatisk farge og skriftfarge etter hva de inneholder. Celler som inneholder «Ok» blir grønne, og celler som inneholder «Ikke ok» blir røde.



Figur 21. Startområde for regnearket for tverrsnittsklasser.

Beregningene er oppført i rekkefølge under startområdet. De fleste utregningene er oppført med formel og verdi. Hvert kriterium er oppført med formel, verdi og en kontroll-celle (Ok/Ikke ok) ved siden av hverandre som vist i figur 22.



Figur 22. Oversikt over noen av beregningene regnearket Tverrsnittsklasser *utfører.*

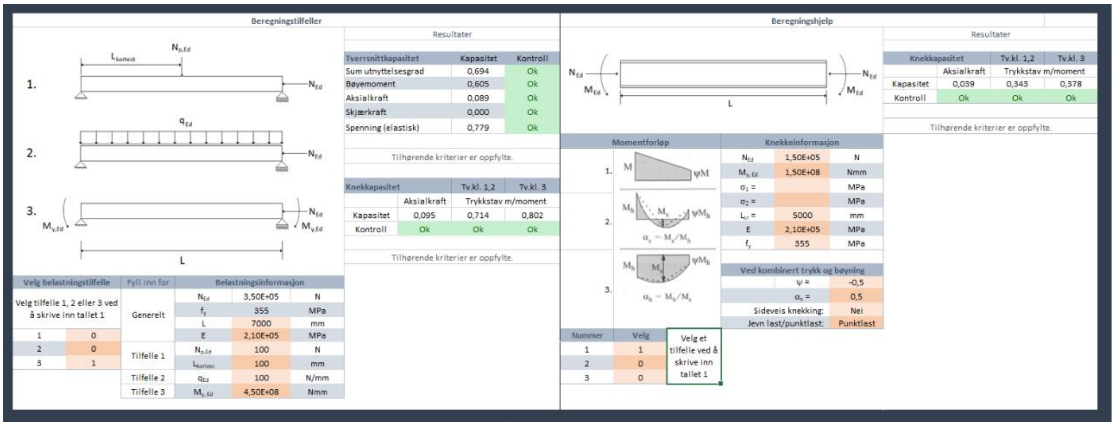
Det er viktig å huske på at dette regnearket ikke beregner spesifikke tilfeller og derfor ikke tar hensyn til skjær eller andre belastninger, med unntak av aksialkraft, som kan føre til redusert momentkapasitet.

Knekking

Startområdet i dette regnearket er vist i figur 23. All data som fylles inn i arket *Tverrsnittskapasitet* gjelder også for dette samt regnearket for vipping. Elastisitetsmodulen, knekklengden og annen informasjon som er nødvendig for knekkeberegninger skal fylles inn.

Regnearket er delt inn i to. Delen til venstre heter *Beregningstilfeller* og gir tverrsnittskapasitet samt knekkekapasitet for tre spesifikke tilfeller. Delen til høyre heter *Beregningshjelp* og har flere alternativer. Det kan oppgi interaksjonsfaktorer og dermed

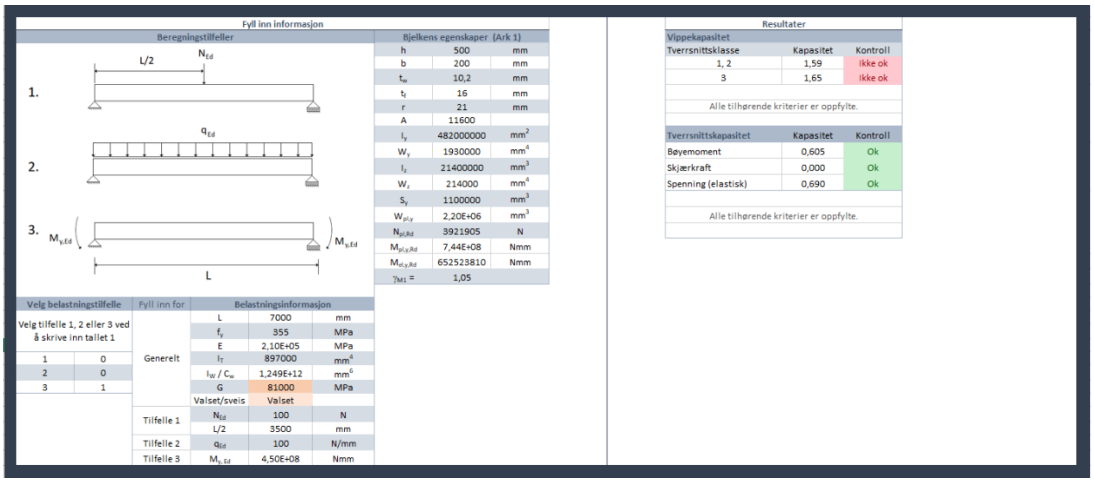
knekkekapasitet for alle tilfeller oppgitt for torsjonsstive staver i EC3. Brukeren må selv forstå hvilke tilfeller dette kan benyttes for, hvilken informasjon de må oppgi og hva slags informasjon de får tilbake. Det er valgt å gjøre det slik for at alle typer brukere skal kunne benytte regnearket for flest mulig tilfeller.



Figur 23. Startområdet til regnearket for knekking.

Vipping

Startområdet i dette regnearket er vist i figur 24. I likhet med *Tverrsnittsklasser* er det delt inn etter innfylling av informasjon og resultater. I likhet med *Knekking* har det tre beregningstilfeller og viser tverrsnittskapasitet samt vippekapasitet.



Figur 24. Startområdet for regnearket for vipping.

8.2. Eksempler fra kapittel 5

Resultatene for hvert eksempel er ført inn i tabeller. Verdien for α og den resulterende tverrsnittsklassen for håndberegningene er benyttet. Regnearket er også benyttet til å løse eksemplene og de resulterende verdiene er ført inn for å verifisere regnearket.

Eksempel 1: Et HE 300 B profil i S275 påkjennes med en aksialkraft på -250 kN og et bøyemoment på 200 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 275 MPa. Resultatene er ført inn i tabell 14.

Tabell 14. Sammenligning av resultater for eksempel 1 i kapittel 5.

Eksempel 1	**α**		**Tverrsnittsklasse**	
	Håndberegning	Regneark	Håndberegning	Regneark
Rektangelmetoden	0,962	0,961	1	1
Gardener og N.	0,699	0,699	1	1
EC3-metoden	0,991	0,991	1	1
Greiner m.fl	0,980	0,981	1	1

Eksempel 2: Et IPE 360 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på -300 kN og et bøyemoment på 150 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 355 MPa. Resultatene er ført inn i tabell 15.

Tabell 15. Sammenligning av resultater for eksempel 2 i kapittel 5.

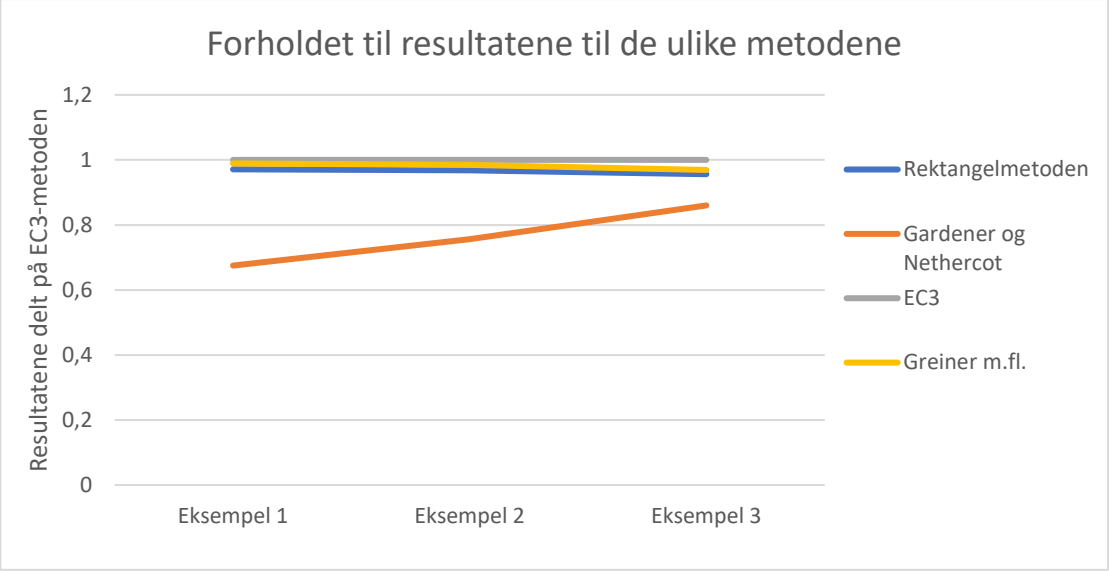
Eksempel 2	**α**		**Tverrsnittsklasse**	
	Håndberegning	Regneark	Håndberegning	Regneark
Rektangelmetoden	0,867	0,867	3	3
Gardener og N.	0,677	0,677	1	1
EC3-metoden	0,896	0,896	3	3
Greiner m.fl	0,883	0,883	3	3

Eksempel 3: Et IPE 500 profil i S355 påkjennes med en aksialkraft på 350 kN og et bøyemoment på 450 kNm om sterk akse. Flytegrensen er 355 MPa. Resultatene er ført inn i tabell 16.

Tabell 16. Sammenligning av resultater for eksempel 3 i kapittel 5

Eksempel 3	**α**		**Tverrsnittsklasse**	
Metode	Håndberegning	Regneark	Håndberegning	Regneark
Rektangelmetoden	0,683	0,683	2	2
Gardener og N.	0,613	0,613	1	1
EC3-metoden	0,713	0,713	2	2
Greiner m.fl	0,691	0,691	2	2

To av verdiene for α har en tusendels forskjell. De resterende verdiene er identiske. Håndberegningene og regnearket har oppgitt den samme tverrsnittsklassen for samtlige tilfeller. Tilbakemeldingene («Ok» / «Ikke ok») regnearket ga stemte også. Resultatene fra metodene følger et mønster. For å tydeligere se forskjellen mellom de ulike metodene er verdiene fra håndberegningene for hvert eksempel dividert på resultatet til EC3-metoden, siden denne er høyest. Sammenligningen er vist i et linjediagram i figur 25.



Figur 25. Linjediagram som viser forholdet mellom de ulike metodene for tverrsnittsklassifisering for hvert eksempel.

Linjediagrammet viser at EC3-metoden er den mest konservative, tett fulgt av Greiner m.fl. og rektangelmetoden. Gardener og Nethercot sin metode skiller seg ut fra de tre andre.

8.3. Eksempler fra kapittel 6

Resultatene fra håndberegningene og regnearket er ført inn i tabell 17.
Tverrsnittskapasiteten, interaksjonsfaktorene og knekkekriteriet for tilfellene er benyttet for å kontrollere at håndberegningene og regnearket stemmer overens.

Tabell 17. Verifisering av eksempler fra kapittel 6.

	Eksempel 1		Eksempel 2		Eksempel 3	
Beregning	Håndb.	Regneark	Håndb.	Regneark	Håndb.	Regneark
Skjærkraft	0,610	0,610	0,219	0,219	0	0
Aksialkraft	0,137	0,137	0,122	0,122	0,0892	0,0892
Bøyemoment	1,601	1,600	0,652	0,652	0,605	0,605
Sum utn.grad	1,695	1,696	0,774	0,774	0,694	0,694
k_{yy}	0,978	0,978	0,991	0,991	1,024	1,024
Kriteriet for y-aksen	1,663	1,662	0,780	0,780	0,715	0,714
Kriteriet for z-aksen	0,304	0,304	0,623	0,623	0,478	0,478

Verdiene er identiske med unntak fra en tusendels forskjell i fire av tjueén verdier.
Tilbakemeldingene («Ok» / «Ikke ok») regnearket ga stemte også.

8.4. Eksempler fra kapittel 7

Resultatene fra håndberegningene og regnearket er ført inn i tabell 18. Tverrsnittskapasitet og vippekriteriet er benyttet som verifiserende verdier.

Tabell 18. Verifisering av eksempler fra kapittel 7.

	Eksempel 1		Eksempel 2		Eksempel 3	
Beregning	Håndb.	Regneark	Håndb.	Regneark	Håndb.	Regneark
Skjærkraft	0,133	0,133	0,219	0,219	0	0
Bøyemoment	0,811	0,811	0,652	0,652	0,605	0,605
Kriteriet	0,893	0,894	1,608	1,609	1,354	1,354

Verdiene er identiske med unntak fra en tusendels forskjell i to av ni verdier. Tilbakemeldingene («Ok» / «Ikke ok») regnearket ga stemte også.

8.5. Brukertest

At regnearket utfører beregningene korrekt er av liten verdi dersom brukere har vanskelig for å bruke regnearket, lett for å gjøre feil eller ikke forstår resultatene. Det gjennomføres en brukertest for å undersøke i hvilken grad regnearket er brukervennlig. Deltakerne får utlevert tre regneoppgaver med nødvendig informasjon, samt to spørsmål om resultatene for hver oppgave.

Deltakere

Det er valgt å benytte tre deltakere med ulik bakgrunn. Dette er gjort for å få teste hvordan regnearket er å benytte for personer med ulik forståelse for hva regnearket utfører. Deltakerne er 24-33 år, to kvinner og én mann. Deltaker én har snart fullført utdannelsen Maskin, prosess og produktutvikling ved NMBU, men er ikke trygg på grunnfunksjonene i Microsoft Excel. Deltaker to har realfagsbakgrunn, men ikke ingeniørutdannelse, og er trygg på grunnfunksjonene i Microsoft Excel. Deltaker tre har ikke realfagsbakgrunn og er ikke trygg på grunnfunksjonene i Microsoft Excel.

Testen

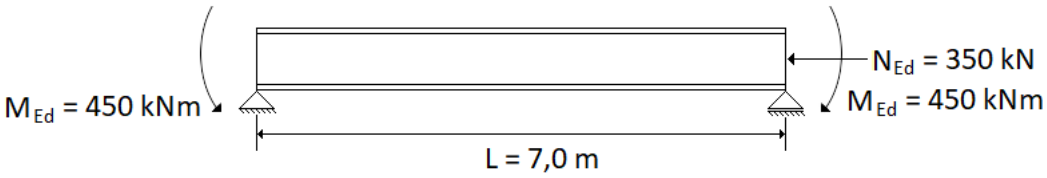
Testen er utformet slik at deltakere uten ingeniørbakgrunn også skal kunne skjønne hva de skal fylle ut hvor i regnearket, samt hvilke resultater de skal se på. Samtidig er oppgaveteksten og spørsmålene vanlige spørsmål som ikke er unaturlige ved denne typen beregninger. Testene ble filmet for nøyaktig gjengivelse.
Deltakerne ble gitt følgende introduksjon før testen ble startet: «Regnearket utfører ulike beregninger i ulike ark; tverrsnittsklassifisering, knekking og vipping. Fyll inn nødvendig informasjon i de oransje cellene. I arket *Tverrsnittsklassifisering* skal det benyttes automatisk datainnfylling. I arket *Knekking* skal *Beregningstilfeller* benyttes, *Beregningshjelp* kan ignoreres.»

Oppgavene er som følger:

1. **Tverrsnittsklassifisering**

En IPE500 bjelke med f_y=355 MPa påkjennes av N_{Ed} = 350·10^3 N og $M_{y,Ed}$ = 450·10^6 Nmm.
Hvilken tverrsnittsklasse er tverrsnittet? Benytt rektangelmetoden («1. Rektangel»).
Er tverrsnittskapasiteten for aksialkraft tilstrekkelig?

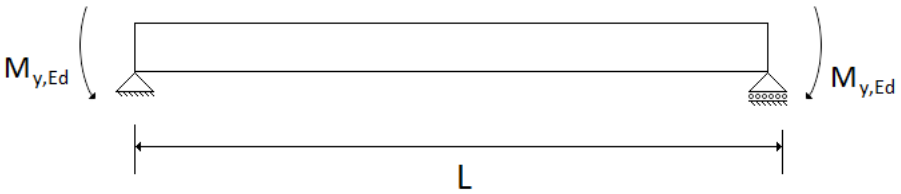
2. **Knekking**



Figur 26. Illustrerende figur for brukertesten av knekke-arket.

Se figur 26. Lengden er L=7000 mm. Elastisitetsmodulen er E=2,1·10^5 MPa. Flytegrensen er f_y=355 MPa. Påkjennes av N_{Ed} = 350·10^3 N og $M_{y,Ed}$ = 450·10^6 Nmm. Er tverrsnittskapasiteten for skjærkraft tilstrekkelig? Hvor stor del av kapasiteten er benyttet? Er knekkapasiteten for en trykkstav med moment tilstrekkelig, hvor stor del av kapasiteten er benyttet?

3. **Vipping**



Figur 27. Illustrerende figur for brukertesten av vippe-arket.

Se figur 27. Lengden er L=6000 mm. Elastisitetsmodulen er E=2,1·10^5 MPa. Skjærmodulen er G=81000 MPa. Flytegrensen er f_y=355 MPa. Påkjennes av $M_{y,Ed}$=450·10^6 Nmm. I_T, torsjonskonstanten og I_w, hvelvningskonstanten er fylt inn på forhånd.
Er vippekapasiteten tilstrekkelig for tverrsnittsklasse 1 og 2? Hvor stor del av kapasiteten er benyttet?
Er tverrsnittskapasiteten for bøyning tilstrekkelig? Hvor stor del av kapasiteten er benyttet?

Resultater

Deltaker én fylte uten problemer inn informasjonen og leste av korrekte resultater i oppgave én. Det samme gjorde hun i oppgave to, men glemte å fylle inn beregningstilfelle. Da dette ble påpekt skjønte hun selv hvordan dette skulle gjøres. Resten av oppgave to og oppgave tre gjorde hun uten problemer, bortsett fra at hun glemte beregningstilfelle også i vippearket.

Hun foreslo å nummerere overskriftene for at brukere skal fylle inn informasjonen i rett rekkefølge og ikke glemme belastningstilfelle. Hele testen tok omtrent femten minutter.

Deltaker to forstod på første oppgave at bjelkenavnet skulle fylles inn, og klarte dette på egenhånd. Det var usikkerhet rundt de oransje cellene for manuell innfylling, som ikke trengte å fylles inn, ettersom hun ikke skjønte sammenhengen mellom bjelken og bjelkedataene og dermed ikke at hun kunne ignorere disse oransje cellene. Resten av informasjonen fylte hun inn korrekt. Hun slet litt med å være sikker på hvilke resultater hun skulle se på. Det viste seg å komme av at hun forventet at det skulle være mer komplisert. Når det ble forklart hvordan det skulle gjøres, hadde hun egentlig sett det, men tvilt på seg selv.
På oppgave to fylte hun inn alt utenom beregningstilfelle. Da hun ble klar over at hun måtte det, skjønte hun selv hvordan dette skulle gjøres.
Resten av oppgavene og resultatene hadde hun ingen problemer med, da hun hadde skjønt hvordan det skulle gjøres etter første oppgaven. Hele testen tok omtrent tjuetre minutter.

Deltaker tre hadde lite tro på egen evne til å få det til, og trengte noe mer veiledning for å fylle inn bjelke og verdier i ark 1. Han skjønte heller ikke at han skulle velge belastningstilfelle, og måtte veiledes for å lese hjelpeteksten som er oppgitt. Likevel fant han selv ut hvordan det skulle gjøres. Resten av datainnfyllingen gikk fint, og resultatene leste han av uten problemer. Hele testen tok rundt tjuefem minutter.

Samtlige av deltakerne var overrasket over hvor enkelt det var å bruke. De lærte seg raskt å bruke det. Det var nok å bruke ark 1 og 2 én gang, så hadde alle tre skjønt hvordan alt de hadde prøvd skulle gjøres.

9. DISKUSJON

I dette kapittelet vurderes resultatene av prosjektarbeidet. Resultatene består av forskjellene mellom de ulike metodene for å klassifisere tverrsnitt påkjent av trykkraft og bøyning, samt regnearkets funksjoner, brukervennlighet og pålitelighet.

Det er i beregningene benyttet tre desimaler for tallene det var aktuelt for. Det vil si mindre tall som skulle ganges inn i formler, eller brukes i formler bestående av små verdier mellom null og to. Dette ble gjort for å kunne sammenligne resultatene mellom håndberegningene og regnearket. Når tre desimaler brukes gir de grunnleggende mattereglene for resultater at de to første desimalene stemmer, mens den tredje rundes opp hvis neste desimal er større enn fire. Gjennom flere ledds utregninger kan feilen forstørres, dette avhenger tallene som benyttes og beregningene som utføres. Multiplikasjon og divisjon vil ikke like lett forsterke en feil som det å addere en rekke ledd bestående av tall som hver kan ha en tusendels feil. Det er i hovedsak multiplikasjon og deling som er benyttet i beregningene i dette prosjektet. Det benyttes flere mellomledd, men ikke så mange at det er naturlig å forvente mer enn én tusendels forskjell.
I mange beregninger, men ikke alle, er ANS knappen på kalkulatoren benyttet. ANS-knappen bruker det forrige resultatet i stedet for at det skrives inn, og dermed er det benyttet flere enn tre desimaler. Dette i seg selv fører ikke til unøyaktige resultater, men det minsker samsvar mellom beregningene som er skrevet ned, og beregningene som faktisk er utført. Det kan også ha ført til at enkelte beregninger der det ikke er benyttet ANS knapp ser mindre nøyaktige ut ettersom de har større andel resultater med desimalfeil. Eventuelle endringer i resultater som følge av bruk av ANS er ikke en bekymring i seg selv, ettersom dette kun fører til bruk av flere desimaler og større nøyaktighet.
Det kunne ha vært benyttet fem desimaltall i mellomberegningene, og tre i resultatene. Det hadde kunnet eliminere usikkerhet rundt hvorvidt eventuelle forskjeller er på grunn av avrundinger eller feil. Bruk av ANS ville heller ikke ha ført til forskjeller i resultatene.

I delkapittel 8.2 stemte resultatene fra håndberegningene og regnearket ned til en tusendedel, med unntak av to verdier som hadde en tusendedels forskjell. Forskjellene i resultatene er ikke utover det som kan forventes, og det kan antas at regnearket utfører tverrsnittsklassifisering på samme måte som håndberegningene, bare mer nøyaktig.
De ulike metodene hadde også faste mønstre i resultatene, som figur 25 viser tydelig. Gardener og Nethercots metode var lavere enn de tre andre for alle tre eksemplene. Forskjellen mellom EC3-metoden og Gardener og Nethercots metode varierte mellom 10 % og 30 %. Det observeres at Gardener og Nethercots metode er mer nøyaktig jo lavere α er. Dette kan være tilfeldig, én av flere årsaker, eller så kan metoden være mindre nøyaktig jo større del av kapasiteten som benyttes. Gitt at metoden ikke skaleres N_{Ed} opp til plastifisering, vurderes det som sannsynlig at dette ikke er tilfeldig. Alle verdiene var over 0,6. Det er ukjent hvordan Gardener og Nethercot plasserer seg ved lavere verdier, men det kan tyde på at det vil være i konservativ, eller rett og slett mer nøyaktig, retning.
Eurokode 3-metoden var i alle tre eksemplene den mest konservative metoden. Greiner m.fl. sin metode var den nest mest konservative. Rektangelmetoden var dermed nest minst

konservativ. Den største forskjellen mellom Eurokode 3-metoden og rektangelmetoden var på 4,4 %.
Dette er kun tre eksempler, men det er også relativt få faktorer som spiller inn i beregningene. Det er benyttet ulike typer bjelker og ulike belastninger, dog uten veldig store forskjeller. Mønsteret var relativt likt for alle tre eksemplene. Det er derfor grunn til å tro at de fleste tilfeller vil ha et lignende mønster.
Basert på dette kan det dermed velges metode etter hvor konservative resultater som er ønskelig. Erfaringen gjennom dette prosjektet er at rektangelmetoden, EC3-metoden og Greiner m.fl. sin metode i alle tilfeller resulterte i samme tverrsnittsklasse, mens Gardener og Nethercot sin metode kunne skilles fra de tre andre med hele to klasser. De tre lignende metodene kan nok i enkelte tilfeller skilles de også. Det er ikke identifisert noen grunn for å benytte en over en annen blant de tre, bortsett fra ønske om å være trygg på å få et mer konservativt resultat, eller ikke.
Mindre konservative resultater kan også være av interesse i enkelte tilfeller. Men Gardener og Nethercot sin metode har såpass ulike resultater fra de andre, samtidig som det er den eneste metoden som ikke benytter forutsetning 2 i delkapittel 4.1. Forutsetning 2 er den mest nøyaktige. Det er derfor grunn til å tro at Gardener og Nethercot sin metode bør brukes med forsiktighet, om i hele tatt.

I delkapittel 8.3 ble resultatene fra knekke-eksemplene sammenlignet. Tverrsnittskapasitet, interaksjonsfaktorene og knekkekriteriene ble sammenlignet. Fire av tjueén verdier hadde en tusendedels forskjell. Resten var resultatene var identiske ned til og med en tusendedel. Forskjellene i resultatene er ikke utover det som kan forventes, og det kan antas at regnearket utfører knekkeberegningene på samme måte som håndberegningene.

I delkapittel 8.4 ble resultatene fra vippe-eksemplene i kapittel 7 sammenlignet. I disse eksemplene hadde 2 av ni verdier én tusendels forskjell. Resultatene er innenfor det som kan forventes av forskjeller, og det kan antas at regnearket stemmer med håndberegningene.

Totalt 17,4 % av resultatene hadde én tusendels forskjell. De resterende 82,6 % var identiske. Med det viser kapittel 8 at regnearket utfører beregningene korrekt. Dette i seg selv betyr ikke at regnearket gir korrekte svar, ettersom regnearket er basert på beregningene presentert i rapporten – er ikke disse korrekte eller ikke korrekt benyttet, vil både håndberegningene og regnearket gi feil svar. Den beste måten å teste dette på er å sammenligne mot eksempler fra anerkjente kilder som benytter EC3. Det kunne med fordel vært et kapittel eller delkapittel i rapporten som testet eksempler fra faglitteratur som benytter samme metoder og tilfeller, og gjerne andre metoder for de elementene som ikke er oppgitt i EC3. Dette kunne gitt resultater med større tyngde.
Det er liten sannsynlighet for at tverrsnittsklassifisering og knekkeberegningene ikke stemmer. Tverrsnittsklassifisering er relativt enkelt og er beskrevet i EC3. Svakheten ligger i spenningsfordelingen, hvor det ikke er oppgitt fremgangsmåte for å etablere verken α eller ψ, men det er jo også derfor dette prosjektet er gjennomført. Knekkeberegningene benytter kritisk last og innenfor denne benyttes knekklengde. Metode for å finne disse parameterne er ikke

angitt i EC3. Men metodene som er benyttet er en anerkjent og vidt benyttede, og det antas at disse er nøyaktige.
Eventuelle feil vil mest sannsynlig være skrivefeil og lignende. Sammenligningen av håndberegningene og regnearket reduserer sannsynligheten for at slike feil har overlevd.
Vippeberegningene følger i hovedsak EC3. Unntaket er kritisk vippemoment, som EC3 ikke definerer, og det ikke virker som om det er like stor oppslutning rundt én metode. Det er derfor et usikkerhetsmoment hvor nøyaktige beregningene av det kritiske vippemomentet er, og dermed også vippekapasiteten.

I kapittel 2 ble det satt krav og retningslinjer for hvordan regnearket skulle utvikles. Som delkapittel 8.1 viser er disse blitt etterfulgt. Det kan alltid antas at det er rom for forbedringer samt andre alternativer som kunne vært like gode eller bedre. Kvaliteten til layouten ble like mye vektlagt i målene som at resultatene var korrekte.
Kvaliteten til layouten kan deles inn i ulike egenskaper. Det er viktig at de rette elementene er på rett sted, og det er viktig at elementene er plassert på en måte som gjør layouten oversiktlig og helst estetisk. Kombinert fører disse egenskapene til et brukervennlig dataprogram.
Brukervennligheten til regnearket ble testet i delkapittel 8.5. Testpersonene skjønte fort oppsettet og de ulike fargene. De lærte å fylle inn de oransje cellene, og skjønte hvordan beregningstilfellene skulle velges. Det var naturlig for dem å forstå måten resultatene leses av. De slet med å skjønne at de måtte velge belastningstilfelle. Én av de tre deltakerne glemte også å gjøre det når hun visste at hun skulle det. Dette kommer nok av at å velge belastningstilfelle er i en annen kolonne enn resten av informasjonen som skal fylles inn. I tillegg ble resten av informasjonen var oppgitt med symbol i oppgaveteksten, mens belastningstilfelle ikke ble nevnt. Ettersom deltakerne enten ikke husket eller ikke kunne noe om emnene, lærte de å bare fylle inn informasjonen ved rett symbol i oppgaven om tverrsnittskapasitet. Når de kom til knekkekapasitet fokuserte de på å fylle inn alt som var oppgitt i teksten. Det kunne se ut som om det var noe av årsaken til at de helt overså belastningstilfelle til tross for at også det var oransje celler. Personer som skal benytte regnearket vil sannsynligvis finne det mer naturlig å skulle velge belastningstilfelle, ettersom de vil ha større forståelse for hva regnearket gjør. Når testdeltakerne forstod at belastningstilfelle skulle velges, hadde ingen av dem problemer med det. Det anses derfor ikke som et problem, men kan nok utbedres for å gjøre det vanskeligere å glemme å velge belastningstilfelle.
Det ble foreslått å nummerere de ulike elementene som skal fylles inn. Det er kun to elementer i hvert ark; bjelkeinformasjon, belastningstilfelle eller belastningsinformasjon. Cellene som skal fylles inn er allerede oransje. Det vurderes som lite sannsynlig at et ettall og totall i overskriftene vil føre til nevneverdig mer fokus på å fylle inn belastningstilfelle, særlig siden overskriften og bakgrunnsfargen har litt liten kontrast for at layouten skal være mer estetisk og oversiktlig. Farger og kontraster kan brukes til å gi mer fokus på informasjonen som lett blir oversett.
Et annet alternativ er å flytte valg av belastningstilfelle inn i samme kolonne som belastningsinformasjon, enten rett over eller rett under. Dette vil føre til at alle de oransje cellene er på én rekke, og det vil være vanskeligere å glemme å velge belastningstilfelle. Dette vil også føre til mindre symmetrisk layout, og det burde eventuelt gjøres andre layoutendringer for å veie opp for dette.

Test-deltakerne lærte seg å bruke regnearket gjennom de tre oppgavene, og gav muntlig tilbakemelding på at det var svært lett å bruke. Gjennom testen benyttet de ikke alle funksjonene og forstår nok ikke hva alle gjør. Men det kan heller ikke regnes med at brukere uten forståelse for hva som regnes ut, vil gjøre. Den ene test-personen har erfaring med slike beregninger, men viste ikke nevneverdig større forståelse enn de to andre. Som helhet vurderes regnearket som lett å forstå og lett å bruke - spesielt tatt i betraktning at det er beregninger på universitetsnivå, innenfor et spesialisert tema, som utføres.

Regnearket beregner knekkekapasitet og vippekapasitet for kun tre tilfeller. Det kunne med fordel vært flere tilfeller for at regnearket kunne vært nyttig i flere tilfeller, men dette var også kjent på forhånd og ble slik på grunn av tidsbegrensningen. Det ble valgt å inkludere knekking og vipping likevel for å gi hjelp ved noen tilfeller, og for å legge grunnlaget for videre utvikling ved behov. På samme måte kan flere typer tverrsnitt legges til klassifisering av tverrsnitt.
Det var et alternativ til denne løsningen. Regnearket kunne ha blitt benyttet som en hjelp for mange flere tilfeller dersom brukerne selv hadde oppgitt mer informasjon. Dersom brukerne hadde oppgitt maksimalt moment, aksialkraft og skjærkraft og annen informasjon avhengig av lasttilfelle, hadde regnearket kunnet blitt benyttet for alle tilfeller dekket av EC3 innenfor begrensningene gitt i dette prosjektet. Dette hadde medført at brukeren selv måtte utføre flere beregninger samt hatt en enda større forståelse for hva regnearket beregner. Sannsynligheten for feil hadde økt.
Det ble derfor valgt å inkludere noen få, spesifikke tilfeller i stedet. I knekke-arket var det relativt lite ekstra arbeid å inkludere en funksjon som beskrevet ovenfor. Knekkearket har to deler. Den ene delen har tre tilfeller, mens den andre delen har flere valgmuligheter og gir kun knekkekapasitet, ikke tverrsnittskapasitet. Den andre delen ble valgt å inkludere for å gi brukere som forstår regnearket mulighet til å bruke det for flere tilfeller, samt legge ned grunnlaget for videre utvikling av regnearket.

10. KONKLUSJON OG ANBEFALINGER

Eksempler er valgt og regnet ut, resultatene er oppgitt, regnearket er utviklet og testet for resultater og brukervennlighet og alt er diskutert. I dette kapittelet føres endelige tanker om måloppnåelse gjennom prosjektet ned, samt anbefalinger for videre arbeid.

10.1. Konklusjon

Metodene for å finne den plastiske nøytralaksen ble testet gjennom tre eksempler, og en endelig konklusjon om hvilken metode bør brukes for å oppnå et ønsket resultat for et visst tilfelle, kan ikke gis. Men resultatene viser at det er et tydelig mønster. EC3-metoden, rektangelmetoden og Greiner m.fl. sin metode er relativt like og skal trygt kunne brukes. Er det ønskelig å være på konservativ side kan det anbefales å bruke EC3-metoden.
Resultatene ved bruk av Gardener og Nethercot skilte seg fra de tre andre i mindre trygg retning. Forskjellen var større ved mer forskjøvet plastisk nøytralakse. Det er usikkert hvordan denne metoden plasserer seg i forhold til de andre ved lite forskjøvet plastisk tverrsnittskapasitet. Men det konkluderes med at den er utrygg for tilfellene benyttet i denne oppgaven, og det anbefales å bruke metoden med forsiktighet.
Metodene er testet og sammenlignet på tilfredsstillende måte etter målene som ble satt.

Regnearket utfører beregningene korrekt og resultatene kan stoles på at stemmer med håndberegninger. Det benytter i all hovedsak beregninger fra EC3. Usikkerhetsmomentet er kritisk vippemoment, men det er ingen grunn til å tro at dette skal være unøyaktig, så også vippe-arket skal gi anvendelige svar.
Brukervennlighets-testen viste at regnearket er lett å bruke og forstå. Det kan være noe lett å glemme å velge belastningstilfelle ved knekking og vipping. Tiltakene foreslått er å bruke farger og kontraster eller plassering til å rette fokus på elementene som lett overses. Å bruke plassering vurderes som det beste alternativet, ettersom en optimal layout kan være estetisk samtidig som den minimaliserer sjansen for at regnearket brukes feil. En slik layout ble ikke oppnådd gjennom prosjektet, men den anses som å være tilfredsstillende.
Regnearket beregner tverrsnittsklasse, tverrsnittskapasitet og knekke- og vippekapasitet for tre tilfeller hver. Det er i tillegg inkludert funksjoner for å gjøre bruken og videreutviklingen av regnearket lettere, som arket *Bjelker* med bjelkedata og ekstrafunksjonen *Beregningshjelp* for knekking.
Regnearket har funksjoner og utforming som oppfyller målene som ble satt.

10.2. Videre arbeid

Det er konkludert med at målene er oppnådd på en tilfredsstillende måte. Men videre arbeid vil kunne gjøre regnearket nyttig ved flere tilfeller og valg av metode for å bestemme posisjonen til den plastiske nøytralaksen enklere med mer informasjon. Forbedringer angående metodene for tverrsnittsklassifisering og regnearket listes opp hver for seg. De listes opp i rekkefølge etter hvor nyttige og hvor mye arbeid forbedringene vil innebære, der mest mulig nytte for minst mulig arbeid er optimalt.

Metoder for å etablere posisjonen til den plastiske nøytralaksen
Med regnearket er dette arbeidet noe overflødig. Regnearket oppgir resultatene for alle fire metodene. Det er dermed mulig å sammenligne resultatene og velge for eksempel ut fra hvor konservative resultater som er ønskelig ved hvert tilfelle. Skulle mer informasjon om forskjellen til de ulike metodene være av interesse, er følgende prosjekter aktuelle:

- Det kan tyde på at både EC3-metoden, rektangelmetoden og Greiner m.fl. sin metode kan benyttes. Det er usikkerhet rundt Gardener og Nethercot, da det ut fra dataene ikke kan konkluderes. Videre sammenligning av de fire metodene kan gi interessante resultater. Det er for eksempel ukjent hvordan Gardener og Nethercots metodes plasserer seg i forhold til de andre ved mindre forskjøvet plastisk nøytralakse. Det anbefales å prøve ut flere eksempler med ulik bjelke og belastninger for å undersøke hvordan resultatene til de fire metodene endrer seg i forhold til hverandre ved ulike tilfeller.
- Det er i dette prosjektet ikke sett på hvorfor de ulike metodene gir forskjellig svar. Ved å se nærmere på ligningene og hvordan ulike verdier for parameterne og faktorene vil slå ulikt ut, vil det kunne identifiseres nøyaktig hvorfor og hvordan ulike tilfeller vil påvirke resultatene til metodene.

Regnearket
Følgende elementer kan forbedre kvaliteten til regnearket:

- Flere knekke- og vippetilfeller.
- Flere typer profiler, for eksempel sirkulære hulprofiler og vinkelprofiler ettersom disse er oppgitt hvordan tverrsnittsklasse beregnes for i EC3.
- Flere bjelker kan legges til arket *Bjelker*.
- Moment om svak akse, ikke styrt bøying samt begge akser kan inkluderes.
- Knekke-arket beregner kun knekkurver for stålkvalitetene oppgitt i tabell 6.2 i vedlegg 4. Det er mulig pålitelige kilder oppgir knekkurver for flere stålkvaliteter.
- Tverrsnittsklasse 4 kan inkluderes i regnearket.
- Imperfeksjoner kan inkluderes.
- Kapasitet mot skjærknekking kan inkluderes.
- Kontrollere avstanden mellom opplagringer med hensyn på flyteledd.
- *Beregningshjelp* tilbyr ikke å beregne tverrsnittskapasitet ettersom tilfelle er ukjent. Men det kan tilbys å fylle inn maksimale belastninger og kontrollere disse.
- *Tverrsnittsklasser* kan på samme måte tilby å fylle inn redusert momentkapasitet.

11. LITTERATURREFERANSER

Skriftlige kilder:

1. Standard Norge, *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner : Del 1-1 : Allmenne regler og regler for bygninger*, i *NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008*. 2008, Standard Norge.
2. Silva, L.S.d., R. Simões, og H. Gerásio, *Design og Steel Structures*. 2. utg. 2016: ECCS.
3. Larsen, P.K., *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. 2. utg. 2010: Tapir akademisk forlag.
4. Gardener, L. og D.A. Nethercot, *Designer's guide to EN 1993-1-1 Eurocode 3 : Design of steel structures : general rules and rules for buildings*. Designer's guides to the Eurocodes. 2005: Thomas Telford.
5. Helbæk, M., *Bli bedre i Excel*. 2017: Universitetsforlaget.
6. Terjesen, G., *Introduksjon av Eurokode 3.* 2017, NMBU.
7. Terjesen, G., *Plastisitetsteori.* 2017, NMBU.
8. Terjesen, G., *Deformasjon av bjelker og aksler.* 2017, NMBU.
9. Terjesen, G., *Formler og tabeller.* 2017, NMBU.
10. Terjesen, G., *Vipping med Eurokode 3.* 2017, NMBU.

Internettkilder:

11. Store Norske Leksikon. *Layout*. 2018 20.02.2018 [sitert 2018 11.05]; Tilgjengelig fra: https://snl.no/layout.
12. Norconsult Informasjonssystemer AS. *ISY G-prog Ramme*. [sitert 2018 11.05]; Tilgjengelig fra: https://www.nois.no/produkter/bim/isy-g-prog-ramme/.
13. EngineeringCivil.org. *Lateral Torsional Buckling | Factors influencing LTB.* [sitert 2018 11.05]; Tilgjengelig fra: https://engineeringcivil.org/articles/civil-engineering/lateral-torsional-buckling-factors-influencing-ltb/.
14. Meccanica. *Bøyespenninger*. [sitert 2018 11.05]; Tilgjengelig fra: http://meccanica.no/fasthet/boyespenning.htm.

12. VEDLEGG

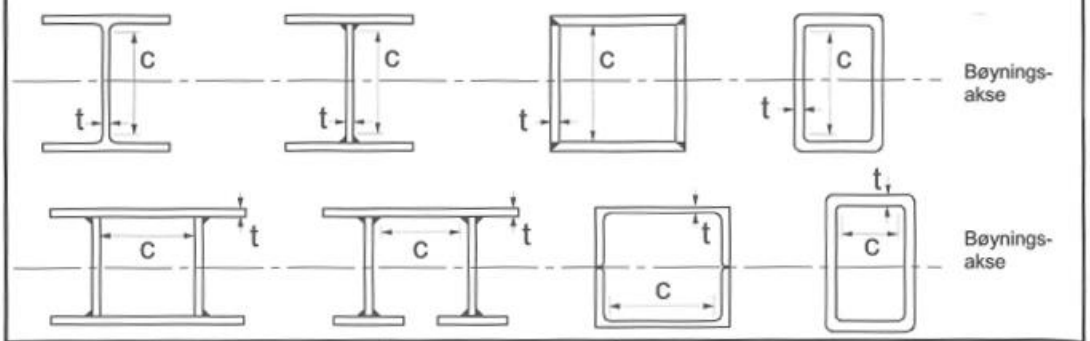
1.	Største forhold mellom bredde og tykkelse for trykkpåkjente tverrsnittsdeler	97
2.	Utledning av Gardener og Nethercots metode	101
3.	Utledning av modifisert bruk av Eurokode 3 metode	103
4.	Valg av knekkurver	105
5.	Interaksjonsfaktorer	107
6.	Utledning av forenklede knekkekriterier	109
7.	Parametere for kritisk vippemoment	111
8.	Bruksanvisning for regnearket	113

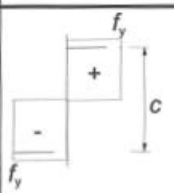
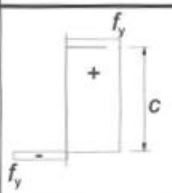
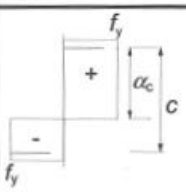
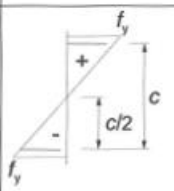
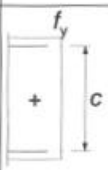
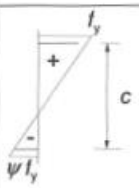
1. Største forhold mellom bredde og tykkelse for trykkpåkjente tverrsnittsdeler

Tverrsnittsklasse for tverrsnittsdeler beregnes ved hjelp av tabell 5.2 i EC3.

Tabell 5.2 – Største forhold mellom bredde og tykkelse (*c/t*) for trykkpåkjente tverrsnittsdeler

Begge sider fastholdt og påkjent av trykk



Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk
Spennings-fordeling i tverrsnitts-deler (trykk positiv)			
1	$c/t \le 72\varepsilon$	$c/t \le 33\varepsilon$	når $\alpha > 0{,}5$: $c/t \le \dfrac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \le 0{,}5$: $c/t \le \dfrac{36\varepsilon}{\alpha}$
2	$c/t \le 83\varepsilon$	$c/t \le 38\varepsilon$	når $\alpha > 0{,}5$: $c/t \le \dfrac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \le 0{,}5$: $c/t \le \dfrac{41{,}5\varepsilon}{\alpha}$
Spennings-fordeling i tverrsnitts-deler (trykk positiv)			
3	$c/t \le 124\varepsilon$	$c/t \le 42\varepsilon$	hvis $\psi > -1$: $c/t \le \dfrac{42\varepsilon}{0{,}67 + 0{,}33\psi}$ hvis $\psi \le -1$*): $c/t \le 62\varepsilon(1-\psi)\sqrt{(-\psi)}$

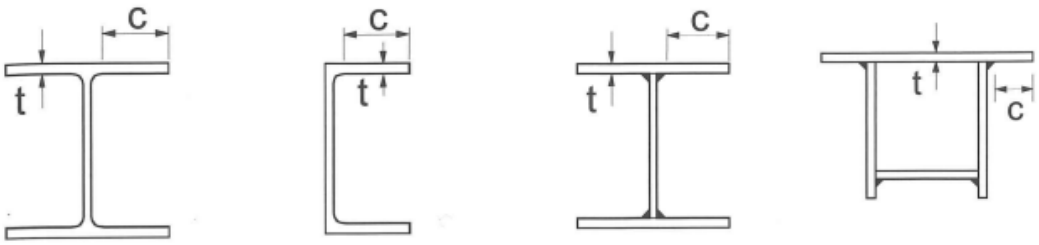
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	fy	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

*) $\psi \le -1$ gjelder der enten trykkspenningen $\sigma \le f_y$ eller strekktøyningen $\varepsilon_y > f_y/E$

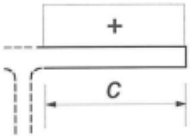
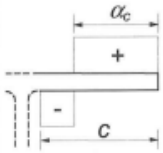
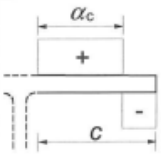
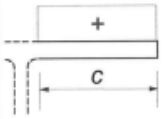
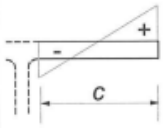
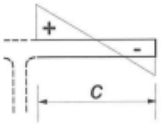
(fortsettes)

Tabell 5.2 – Største forhold mellom bredde og tykkelse *(c/t)* for trykkpåkjente tverrsnittsdeler *(fortsettes)*

Utstikkende flenser



Valsede profiler — Sveiste profiler

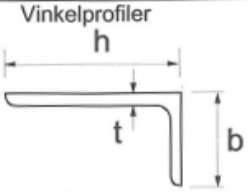
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdel som utsettes for bøying og trykk	
		Fri rand med trykk	Fri rand med strekk
Spennings-fordeling i tverrsnitts-deler (trykk positiv)			
1	$c/t \leq 9\varepsilon$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
2	$c/t \leq 10\varepsilon$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\varepsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$
Spennings-fordeling i tverrsnitts-deler (trykk positiv)			
3	$c/t \leq 14\varepsilon$	$c/t \leq 21\varepsilon\sqrt{k_\sigma}$ For k_σ se NS-EN 1993-1-5	

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

(fortsettes)

Tabell 5.2 – Største forhold mellom bredde og tykkelse *(c/t)* for trykkpåkjente tverrsnittsdeler *(fortsettes)*

Vinkelprofiler

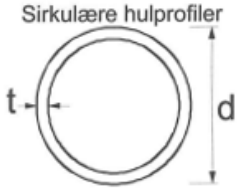


Gjelder ikke for vinkler kontinuerlig forbundet med andre komponenter

Se også utstikkende flenser i tabell 5.2, øverst

Klasse	Tverrsnittsdeler under trykk
Spennings-fordeling gjennom profilet (trykk positiv)	
3	$h/t \leq 15\varepsilon : \dfrac{b+h}{2t} \leq 11{,}5\varepsilon$

Sirkulære hulprofiler



Klasse	Tverrsnittsdeler under bøyning og/eller trykk
1	$d/t \leq 50\varepsilon^2$
2	$d/t \leq 70\varepsilon^2$
3	$d/t \leq 90\varepsilon^2$ MERKNAD For $d/t > 90\varepsilon^2$ se NS-EN 1993-1-6.

$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ε	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71
	ε^2	1,00	0,85	0,66	0,56	0,51

2. Utledning av Gardener og Nethercots metode

Det er ikke funnet en utledning av Gardener og Nethercot sin ligning for parameteren α, men det kan sannsynliggjøres at den er utledes fra den modifiserte ligningen fra Eurokode 3 sitt uttrykk for α.

EC3-ligningen:

$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C}$$

C settes utenfor parentes:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}\right)$$

Uttrykket for C:

$$C = h - 2 \cdot (t_f + r)$$

Setter uttrykket for C inn i ligningen for α:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h - 2 \cdot (t_f + r)}{2} + \frac{h_p}{2}\right) = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{h_p}{2} - (t_f + r)\right)$$

Uttrykket for h_p:

$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} t_w}$$

Uttrykket for f_{Rd}:

$$f_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M0}}$$

Setter f_{Rd} inn i uttrykket for h_p, og h_p inn i ligningen for α:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_1 \gamma_{M0}}{2 t_w f_y} - (t_f + r)\right)$$

Dette er påfallende likt Gardener og Nethercots formel for α:

$$\alpha = \frac{1}{C}\left(\frac{h}{2} + \frac{N_{Ed}}{2 t_w f_y} - (t_f + r)\right) \leq 1$$

Det er derfor sannsynlig at de har satt N_{Ed} lik N_1 multiplisert med γ_{M0}.

3. Utledning av modifisert bruk av Eurokode 3 sin metode for kombinert belastning

Utgangspunktet for den modifiserte ligningen er ligning 6.39 i kapittel 6.2.9.1 i EC3:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd}\frac{1-n}{1-0{,}5a} \qquad der \qquad M_{N,y,Rd} \leq M_{pl,y,Rd}$$

$M_{N,Rd}$ er dimensjonerende plastisk momentkapasitet som er redusert på grunn av aksialkraften N_{Ed}, der:

$$n = \frac{N_{Ed}}{N_{pl,\,Rd}}$$

$$a = \frac{A - 2 * b * t_f}{A} \qquad der\ a \leq 0{,}5$$

Forholdet mellom moment og aksialkraft er konstant som vist ved figuren til høyre. M_1 er moment og N_1 er aksialkraft ved full plastifisering. Forholdet mellom moment og aksialkraft kalles k. Da kan følgende ligning settes opp:

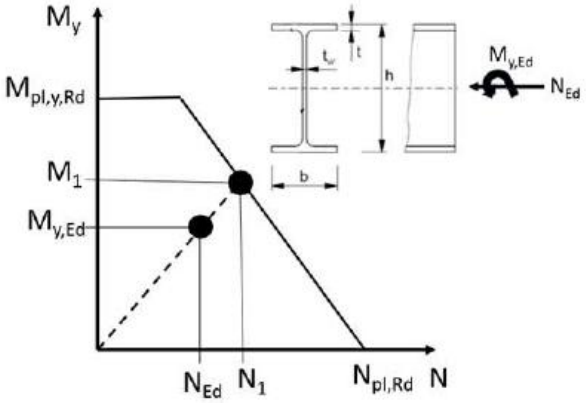
$$\frac{M_{Ed}}{N_{Ed}} = \frac{M_1}{N_1} = k$$

$M_{N,Rd}$ kan dermed byttes ut med $k{\cdot}N_1$ og N_{Ed} kan byttes ut med N_1. Ligning 6.39 fra Eurokode 3 kan dermed skrives på følgende måte:

$$k \cdot N_1 = M_{pl,y,Rd}\frac{1-\frac{N_1}{N_{pl,Rd}}}{1-0{,}5a}$$

Løses den med hensyn på N_1 får man følgende ligning:

$$N_1 = \frac{1}{\left[(1-0{,}5a)\frac{k}{M_{pl,y,Rd}} + \frac{1}{N_{pl,Rd}}\right]}$$



Figur som viser forholdet mellom dimensjonerende moment og aksialkratf, plastifisert moment og aksialkraft og maksimalt plastisk moment og aksialkraft [6, s. 33]

N_1 er dimensjonerende aksialkraft ved full plastifisering. Plastisk beregningsmetode lar en bredde på midten av steget ta opp aksialkraften. For å gjøre det lett å finne posisjonen til nøytralaksen brukes en bredde h_p til å uttrykke hvor stor del av steget aksialkraften opptar. Hele arealet til steget har en dimensjonerende kapasitet:

$$f_{Rd} = \frac{f_y}{\gamma_M}$$

Der f_y er flytegrensen og γ_M er materialfaktor. Den dimensjonerende kapasiteten er fordelt på hele arealet. Forholdet mellom N_1 og f_{Rd} angir dermed kun hvor stor del av arealet av steget som utsettes for trykk, og ikke hvor stor del av bredden. Det er bredden h_p som er av interesse. Tykkelsen ganges derfor med den dimensjonerende kapasiteten for å få h_p:

$$h_p = \frac{N_1}{f_{Rd} \cdot t_w}$$

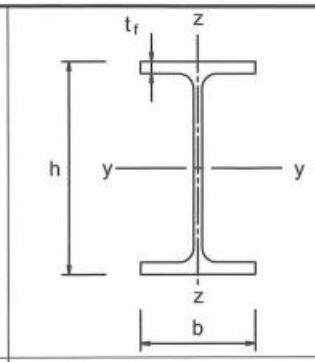
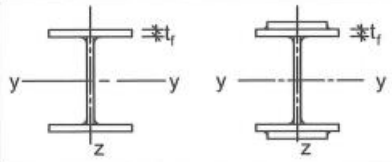
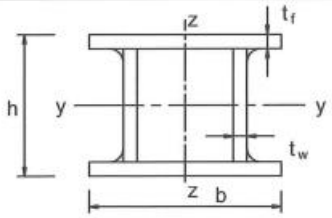
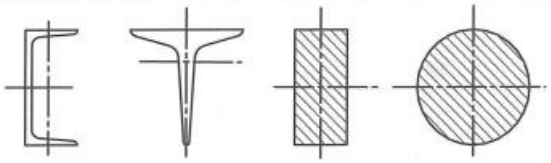
Siden tverrsnittet er utsatt for bøying, er allerede halve stegbredden C satt av til trykk. h_p setter seg i midten av tverrsnittet. Den plastiske nøytralaksen blir derfor en halv bredde h_p over midtaksen til tverrsnittet. Ligningen til parameteren som uttrykker posisjonen til den plastiske nøytralaksen langs bredden C blir dermed følgende:

$$\alpha = \frac{\frac{C}{2} + \frac{h_p}{2}}{C}$$

4. Valg av knekkurver

Knekkurver velges ved hjelp av tabell 6.2 i EC3.

Tabell 6.2 – Grunnlag for valg av knekkurve for ulike tverrsnittsformer

Tverrsnitt		Begrensninger		Forskyvning rettvinklet til akse	Knekkurve S 235 S 275 S 355 S 420	Knekkurve S 460
Valsede I-profiler		h/b > 1,2	tf ≤ 40 mm	y – y z – z	a b	a0 a0
			40 mm < tf ≤ 100	y – y z – z	b c	a a
		h/b ≤ 1,2	tf ≤ 100 mm	y – y z – z	b c	a a
			tf > 100 mm	y – y z – z	d d	c c
Sveiste I-tverrsnitt		tf ≤ 40 mm		y – y z – z	b c	b c
		tf > 40 mm		y – y z – z	c d	c d
Hultverrsnitt		varmvalset		Alle	a	a0
		kaldformet		Alle	c	c
Sveiste kasseprofiler		vanlig (bortsett fra tilfellene nedenfor)		Alle	b	b
		tykke sveiser: a > 0,5tf b/tf < 30 h/tw <30		alle	c	c
U-profiler, T-profiler og massive profiler				alle	c	c
L-profiler				alle	b	b

5. Interaksjonsfaktorer

Interaksjonsfaktorene finnes ved hjelp av metode 2 i tabell B.1, B.2 og B.3 i EC3.

Tabell B.1 – Interaksjonsfaktorer, k_{ij}, for torsjonsstive staver

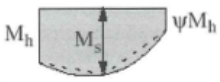
Interaksjons-faktorer	Type tverrsnitt	Beregningsforutsetninger: elastiske tverrsnittsverdier for klasse 3 og klasse 4	Beregningsforutsetninger: plastiske tverrsnittsverdier for klasse 1 og klasse 2
k_{yy}	I-profiler RHS-profiler	$C_{my}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{my}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{my}\left(1+\left(\bar{\lambda}_y-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{my}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
k_{yz}	I-profiler RHS-profiler	k_{zz}	$0{,}6\ k_{zz}$
k_{zy}	I-profiler RHS-profiler	$0{,}8\ k_{yy}$	$0{,}6\ k_{yy}$
k_{zz}	I-profiler	$C_{mz}\left(1+0{,}6\bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{mz}\left(1+0{,}6\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$	$C_{mz}\left(1+\left(2\bar{\lambda}_z-0{,}6\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{mz}\left(1+1{,}4\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$
	RHS-profiler		$C_{mz}\left(1+\left(\bar{\lambda}_z-0{,}2\right)\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$ $\leq C_{mz}\left(1+0{,}8\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right)$

For I- og H-profiler og rektangulære hulprofiler med aksialtrykk og enakset bøyning $M_{y,Ed}$ kan koeffisienten k_{zy} settes lik 0.

Tabell B.2 – Interaksjonsfaktorer, k_{ij}, for torsjonsmyke staver

Interaksjons-faktorer	Beregningsforutsetninger: elastiske tverrsnittsverdier for klasse 3 og klasse 4	Beregningsforutsetninger: plastiske tverrsnittsverdier for klasse 1 og klasse 2
k_{yy}	k_{yy} fra tabell B.1	k_{yy} fra tabell B.1
k_{yz}	k_{yz} fra tabell B.1	k_{yz} fra tabell B.1
k_{zy}	$\left[1-\frac{0{,}05\bar{\lambda}_z}{\left(C_{mLT}-0{,}25\right)}\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right]$ $\geq\left[1-\frac{0{,}05}{\left(C_{mLT}-0{,}25\right)}\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right]$	$\left[1-\frac{0{,}1\bar{\lambda}_z}{\left(C_{mLT}-0{,}25\right)}\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right]$ $\geq\left[1-\frac{0{,}1}{\left(C_{mLT}-0{,}25\right)}\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}\right]$ for $\bar{\lambda}_z < 0{,}4$: $k_{zy}=0{,}6+\bar{\lambda}_z \leq 1-\frac{0{,}1\bar{\lambda}_z}{\left(C_{mLT}-0{,}25\right)}\frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk}/\gamma_{M1}}$
k_{zz}	k_{zz} fra tabell B.1	k_{zz} fra tabell B.1

Tabell B.3 – Ekvivalente momentfaktorer, C_m, for tabell B.1 og B.2

Momentforløp	Område		C_{my} og C_{mz} og C_{mLT}	
			Jevnt fordelt last	Punktlast
	$-1 \le \psi \le 1$		$0{,}6 + 0{,}4\psi \ge 0{,}4$	
$\alpha_s = M_s/M_h$	$0 \le \alpha_s \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2 + 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
	$-1 \le \alpha_s < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}1 - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$-0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}1(1-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$	$0{,}2(-\psi) - 0{,}8\alpha_s \ge 0{,}4$
 $\alpha_h = M_h/M_s$	$0 \le \alpha_h \le 1$	$-1 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
	$-1 \le \alpha_h < 0$	$0 \le \psi \le 1$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h$	$0{,}90 + 0{,}10\alpha_h$
		$-1 \le \psi < 0$	$0{,}95 + 0{,}05\alpha_h(1+2\psi)$	$0{,}90 - 0{,}10\alpha_h(1+2\psi)$
For staver med sideveis knekking bør ekvivalent momentfaktor antas til $C_{my} = 0{,}9$ henholdsvis $C_{Mz} = 0{,}9$.				

C_{my}, C_{mz} og C_{mLT} bør beregnes etter momentdiagrammet mellom de relevante fastholdte punktene på følgende måte:

momentfaktor	bøyeakse	punkter avstivet i retning
C_{my}	y-y	z-z
C_{mz}	z-z	y-y
C_{mLT}	y-y	y-y

6. Utledning av forenklede knekkekriterier

Utledning av forenklede formler for kriterium for knekking ved staver utsatt for kombinert bøyning og aksialkraft. Utgangspunktet er formlene 6.61 og 6.62 i EC3:

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_y N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yy}\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{yz}\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{N_{Ed}}{\frac{\chi_z N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy}\frac{M_{y,Ed} + \Delta M_{y,Ed}}{\chi_{LT}\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zz}\frac{M_{z,Ed} + \Delta M_{z,Ed}}{\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

Formlene er generelle og noe kompliserte. Det er derfor ønskelig å forenkle disse basert på ulike forutsetninger. Dette vil gjøre de mer anvendelige i regnearket, som vil måtte ta utgangspunkt i kjente forutsetninger.

Aksialkraften N_{Rk} og momentene $M_{y,Rk}$ og $M_{z,Rk}$ er de karakteristiske verdiene av kapasitetene. Ved å dele på partialfaktoren γ_{M1} får man dimensjonerende kapasitet. For aksialkraften blir det som følgende:

$$\frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}} = N_{Rd}$$

For bøyningsmomentene:

$$\frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}} = M_{y,Rd}$$

$$\frac{M_{z,Rk}}{\gamma_{M1}} = M_{z,Rd}$$

Dimensjonerende knekkapasitet og vippekapasitet i staven finnes ved å gange inn henholdsvis reduksjonsfaktorene som følge av bøyningsknekking, χ_y eller χ_z, og reduksjonsfaktoren som følge av vipping, χ_{LT}, som følgende:

$$N_{Rd} \cdot \chi_y = N_{by,Rd}$$

$$M_{y,Rd} \cdot \chi_{LT} = M_{by,Rd}$$

$$M_{z,Rd} \cdot \chi_{LT} = M_{bz,Rd}$$

Tverrsnittsklasse 4 er ikke av interesse i denne oppgaven. Momentene som følge av forskyvning av tverrsnittaksen, $\Delta M_{y,Ed}$ og $\Delta M_{z,Ed}$, kan derfor settes lik null ifølge tabell 6.7 i [1]. Resultatet ved trykk og moment om sterk akse er følgende:

Y-y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

Z-z-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

Ved trykk og moment og begge akser:

Y-y-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} + \frac{k_{yz} \cdot M_{z,Ed}}{M_{bz,Rd}} \leq 1$$

Z-z-aksen:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} + \frac{k_{zy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} + \frac{k_{zz} \cdot M_{z,Ed}}{M_{bz,Rd}} \leq 1$$

Der

$$N_{by,Rd} = \frac{\chi_y \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{bz,Rd} = \frac{\chi_z \cdot f_y \cdot A}{\gamma_{M1}}$$

Verdien til $M_{by,Rd}$ avhenger tverrsnittsklassen. For tverrsnittsklasse 1 og 2:

$$M_{by,Rd} = M_{pl,y} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{bz,Rd} = M_{pl,z} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{pl,z}}{\gamma_{M1}}$$

For tverrsnittsklasse 3:

$$M_{by,Rd} = M_{el,y} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{el,y}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{bz,Rd} = M_{el,z} \cdot \chi_{LT} = \chi_{LT} \frac{f_y \cdot W_{el,z}}{\gamma_{M1}}$$

For staver som ikke er følsomme for torsjonsdeformasjoner [1, s. 68]:

$$\chi_{LT} = 1{,}0$$

I tabell B.1 i EC3 oppgis det at det for I-og H-profiler med aksialtrykk og enakset bøying $M_{y,Ed}$ kan koeffisienten k_{zy} settes lik null.

I denne oppgaven benyttes kun moment om y-aksen samt torsjonsstive I- og H-profiler. Det fører til at $M_{z,Ed} = 0$, $\chi_{LT} = 1$, $k_{zy} = 0$. Følgende kriterier må oppfylles:

$$\frac{N_{Ed}}{N_{by,Rd}} + \frac{k_{yy} \cdot M_{y,Ed}}{M_{by,Rd}} \leq 1$$

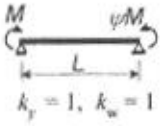
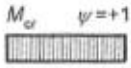
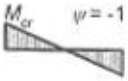
$$\frac{N_{Ed}}{N_{bz,Rd}} \leq 1$$

Det er disse som benyttes i eksemplene og i regnearket.

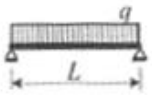
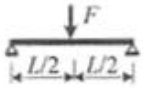
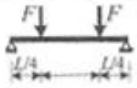
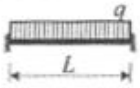
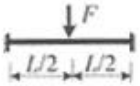
7. Parametere for kritisk vippemoment

Tabell 6.1, 6.2 og 6.3 side 225-226 i [3].

Tabell 6.1 Momentfaktor C_3 for gaffellagret bjelke med stavendemomenter

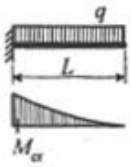
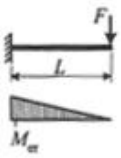
		k_z	C_3 $\psi_f<0$	C_3 $\psi_{f>}<0$
		1 0,5	1,0 1,02	1,0 1,02
		1 0,5	1,0 1,0	1,0 1,0
		1 0,5	1,0 1,0	1,0 1,0
		1 0,5	1,0 0,95	0,85 0,75-ψ_f
		1 0,5	-ψ_f 0,125-0,7·ψ	-ψ_f 0,125-0,7·ψ

Tabell 6.2 Momentfaktor μ_{cr} for bjelker med punktlast og fordelt last

	k_y	k_z	k_w	C_1	C_2	C_3
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,1 0,95	0,46 0,31	0,525 0,674
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,35 1,03	0,55 0,44	0,411 0,515
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,04 0,92	0,43 0,24	0,562 0,772
	0,5 0,5	1 0,5	1 0,5	2,58 1,49	1,56* 0,83*	-0,859* 0,003*
	0,5 0,5	1 0,5	1 0,5	1,68 0,94	1,39* 0,84*	-0,716* -0,068*
* Verdiene gjelder for $-0{,}5 \leq \psi_f$ 0,5						

Tabell 6.3 gir verdier for μ_{cr} for utkragerbjelker med dobbeltsymmetrisk tverrsnitt, med punktlast eller fordelt last som angriper i skjærsenteret.

Tabell 6.3 Momentfaktor μ_{cr} for utkrager. Last angriper i skjærsenter

	$\frac{\pi}{L}\sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}}$	μ_{cr}		$\frac{\pi}{L}\sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}}$	μ_{cr}
	0	2,05		0	1,28
	0,5	3,33		0,5	1,82
	1	4,63		1	2,43
	2	7,51		2	3,61
	4	13,07		4	6,10

Tabellene 6.1 til 6.2 inneholder et utdrag av informasjonen i NS-EN 1999-1-1, og det henvises til denne standarden for ytterligere data.

8. Bruksanvisning for regnearket

Regnearket er laget ved hjelp av relativt enkel koding. Det er også valgt å utforme det ryddig. Det er derfor minst mulig unødvendig tekst, inkludert forklaringer. Selv om det er enkelt å bruke regnearket er det derfor behov for en bruksanvisning. Brukanvisningen går noe dypere enn det som er nødvendig for å bruke regnearket.

Cellestiler

I regnearket har cellene ulike stiler. Dette gjør det mer oversiktlig og lett å se hvor informasjon skal fylles inn og hvorvidt kapasiteten er tilstrekkelig eller ikke. De ulike cellestilene er forklart i tabell 19.

Tabell 19. Beskrivelse av funksjonene til de ulike cellestilene.

Cellestil	Forklaring
Tekst/formel Tekst Overskrift	Hvite, lysegrå og mørkegrå celler inneholder forklarende tekst, overskrifter og formler. Disse bør ikke endres. Dersom celler med formler i endres vil beregningene ikke stemme.
Fyll inn Fyll inn	Oransje/lys oransje celler skal fylles inn. Alle kan skrives i.
Ok Ikke ok	Kontroll-celler angir hvorvidt et kriterium er oppfylt eller ikke.
Automatiske	Enkelte celler har datavalidering. Det vil si at de har en liste med godkjente tall eller ord. Celler med datavalidering kjennes igjen ved at en scrollepil dukker opp til høyre når cellen velges, som vist på figuren til venstre. Dersom man trykker på pilen kommer listen over godkjente verdier opp. De kan trykkes på i listen, eller skrives inn i cellen. Dersom en annen verdi enn de godkjente skrives inn, vil en feilmelding dukke opp. Trykk «Avbryt».

Cellelås

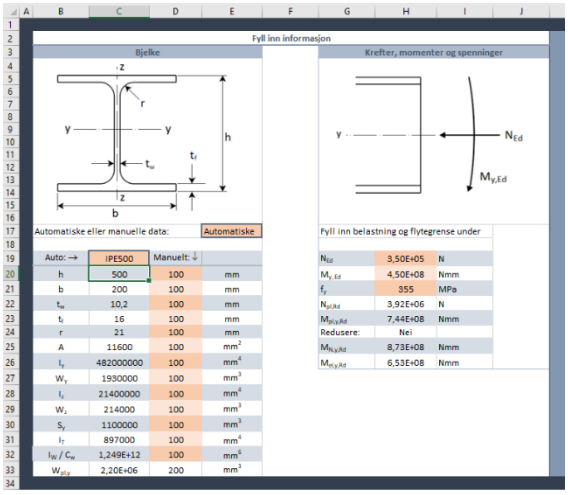
Alle cellene unntatt de oransje er låst. Dette er gjort for at en bruker ikke skal kunne være uheldig og slette en celle. Cellene er beskyttet med passordet «passord». Dersom passordet oppgis kan cellene endres. Dette kan være aktuelt om det oppdages feil eller det er ønskelig med andre utbedringer. Det anbefales å ha regnearket lagret minst to steder før man gjør dette, og kun endre det ene i tilfelle det skapes en feil. Det er også anbefalt å aktivere låsen igjen etterpå.

Ark 1 – Tverrsnittsklasse

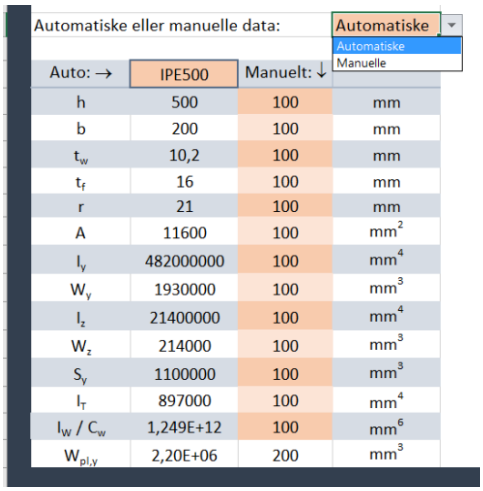
Informasjon om beregningstilfellet fylles inn under «Fyll inn informasjon» som vist i figur 29. Husk å benytte enhetene som er oppført til høyre for de oransje cellene.

- **Automatisk datainnfylling**
  Dersom det velges «Automatiske» i celle D17 som vist i figur 28, vil dataene i kolonne B benyttes i beregningene. Bjelke-type velges i celle B19 der det står «IPE300» i figur 28. Dette kan gjøres ved å skrive inn bjelkenavnet eller velge bjelken i listen som dukker opp når cellen trykkes på. Når bjelken er valgt fylles automatisk de riktige dataene inn i cellene under. Bjelker av typene IPE, HEA og HEB er lagt inn. Husk at dette er mange, lange tall og de kan inneholde feil. Dersom du ikke har benyttet en bjelke til automatisk innfylling før, anbefales det å dobbeltsjekke at verdiene er korrekte.

- **Manuell datainnfylling**
  Dersom bjelken ikke er oppført i listen i cellen B19 må «Manuelle» velges i celle D17. Da må cellene i C20:30 fylles inn én og én. NB husk å oppgi verdiene i korrekt enhet.



Figur 28. Innfylling av informasjon i ark 1.



Figur 29. Bjelkedata kan automatisk fylles inn.

Legge til nye bjelker for automatisk innfylling

Det er mulig å legge til flere bjelker i arket «Bjelker». Det anbefales dersom man skal benytte en bjelke gjentatte ganger. Metoden er hentet fra side 133 i [5]. Følgende formel er benyttet i B20-B30:

```
=HVIS(E17="Automatiske";FINN.RAD(Bjelker!A3;Bjelker!$A$3:$BO$13;SAMMENLIGNE(Tv.sn.kl.!$C$19;Bjelker!$B$2:$BO$2;0)+1;0);D20)
```

Dette er en HVIS-kode. Den sier at dersom det står «Automatiske» i cellen D17 skal verdien som sammenfaller med «h» og «IPE300» i arket *Bjelker* benyttes. Hvis ikke skal verdien i

D20 benyttes. Det er koden for å finne verdien i arket *Bjelker* som er av interesse. Den er som følgende:

FINN.RAD(Bjelker!A3;Bjelker!$A$3:$BO$13;SAMMENLIGNE(Tv.sn.kl.!$C$19;Bjelker!$B$2:$BO$2;0)+1;0)

Cellen merket i grå bestemmer hvilken rad i *Bjelker* som skal benyttes, altså hvilken egenskap som skal returneres. I dette tilfellet står det «h» A3 i arket *Bjelker*, og verdien vil dermed hentes fra raden hvor det står «h». Denne cellen bør ikke endres.
Cellene merket i blå er alle cellene som skal søkes for verdier i *Bjelker*. Dersom det fylles inn tall lengre enn kolonnen BO må kolonnen endres til for eksempel EO. De andre bokstavene og tallene bør ikke endres.
Cellen merket i grønn velger kolonnen i *Bjelker* som skal benyttes. I figur 15 står det «IPE300» i C19 i arket *Tverrsnittsklasser*. Dermed velges kolonnen i *Bjelker* hvor det står «IPE300». Denne celles bør ikke endres.
Cellene merket i lilla bestemmer hvilke celler som skal søkes for ordet som bestemmer kolonnen. Det er altså verdien i den grønne cellen som blir søkt etter, men det blir kun søkt innenfor de lilla cellene. Navnet på bjelkene står i én rad. Det lilla området går til BO. Dersom man fyller på bjelker som går utover dette området må BO erstattes med for eksempel BX.
NB: husk at dette er kun for høyden, «h». Alle formlene for egenskapene til bjelken må endres tilsvarende, unntatt $W_{pl,y}$ ettersom den avhenger S_y og er ikke ført inn, men bare S_y multiplisert med to.
Figur 30 viser hvordan en IPE120 bjelke er ført inn. Bjelkenavnet føres inn i rad 2. Egenskapene føres inn i cellene under. Tegnene ###### vises fordi tallene i cellen er lengre enn cellens bredde.

	A	B	C	D	E
1					
2		IPE80	IPE10	IPE120	PE140
3	h	80	100	120	140
4	b	46	55	64	73
5	t_w (s)	3,8	4,1	4,4	4,7
6	t_f (t)	5,2	5,7	6,3	6,9
7	r	5	7	7	7
8	A	764,00	######	######	#####
9	I_y	######	######	######	#####
10	W_y	######	######	######	#####
11	I_z	######	######	######	#####
12	W_z	######	######	######	#####
13	S_y	######	######	######	#####
14					

Figur 30. Skjermbilde fra arket Bjelker.

Utregningene

Beregningene er oppført i rekkefølge nedover under startområdet. Alle formlene er lagt inn for å vise hvilke utregninger som er gjort, og hvor. Selve utregningene gjøres i cellene ved siden av formlene. Kontroll-celler er ved siden av alle kriterier for å gjøre det lett å se hvilket kriterium som ikke er oppfylt. For eksempel skal hver α være mindre enn 1. Figur 31 viser at α er mindre enn 1, og kontroll-cellen under angir at dette er en godkjent verdi. Steget har ikke oppfylt kravene for tverrsnittsklasse 1, men for klasse 2 og 3. Dersom stegets krav var godkjent, men α var større enn 1, ville resultatet i startområdet vist «Ikke godkjent» for både klasse 1 og 2.

Enkelte celler er hjelpe-celler. Disse er en del av utregningene selv om de ikke oppgir tall. Et eksempel på slike celler er cellene under «α/ψ» som bare viser tegnet « > ». De er nødvendige for et korrekt resultat og bør ikke endres.

1. Rektangelmetoden

Parametre			Formel for α	α	Klasse	α / ψ	Steg Krav-verdi	Steg Kontroll
a_1 =	1		$\alpha = \frac{\frac{C_{steg}}{2} + x}{C_{steg}}$	0,683	1	>	40,89	Ikke ok
k = N/M =	7,78E-04			Ok				
b_1 = 2/k =	2,57E+03				2	>	47,08	Ok
$c_1 = -\left(\frac{bt_f}{t_w}(z + t_f) + 0{,}25z^2\right) =$		-206599			3	<=	138,58	Ok
$x = \frac{-b_1 \pm \sqrt{b_1^2 - 4a_1c_1}}{2a_1} =$		78,0						

Figur 31. Skjermbilde over utregningene som beregner tverrsnittsklassen til steget ved bruk av rektangelmetoden.

Det er viktig å huske på at dette regnearket ikke beregner spesifikke tilfeller og derfor ikke tar hensyn til skjær eller andre belastninger, med unntak av aksialkraft, som kan føre til redusert momentkapasitet.

Resultater

Tverrsnittskapasiteten blir oppgitt med andel av kapasiteten benyttet og kontrollceller som oppgir om kapasiteten er tilstrekkelig. Tverrsnittsklasse oppgis ved bruk av kontrollceller som angir hvorvidt kapasiteten for de tre klassene er tilstrekkelig. Alle de fire metodene er inkludert i resultatene. Oversikten over resultatene vises i figur 32.

Resultat

Tverrsnittkapasitet	Kapasitet	Kontroll
Sum utnyttelsesgrad	0,694	Ok
Bøyemoment	0,515	Ok
Aksialkraft	0,089	Ok
Spenning (elastisk)	0,779	Ok

Tilhørende kriterier er oppfylte.

Tverrsnittklasse

	Steg		1. Rektangel	2. G&N	3. EC3	4. G. m/fl	Flens
Klasse	Bøyning	Trykk	Bøyning og trykk				Trykk
1	Ok	Ikke ok	Ikke ok	Ok	Ikke ok	Ikke ok	Ok
2	Ok	Ikke ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok
3	Ok	Ikke ok	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok

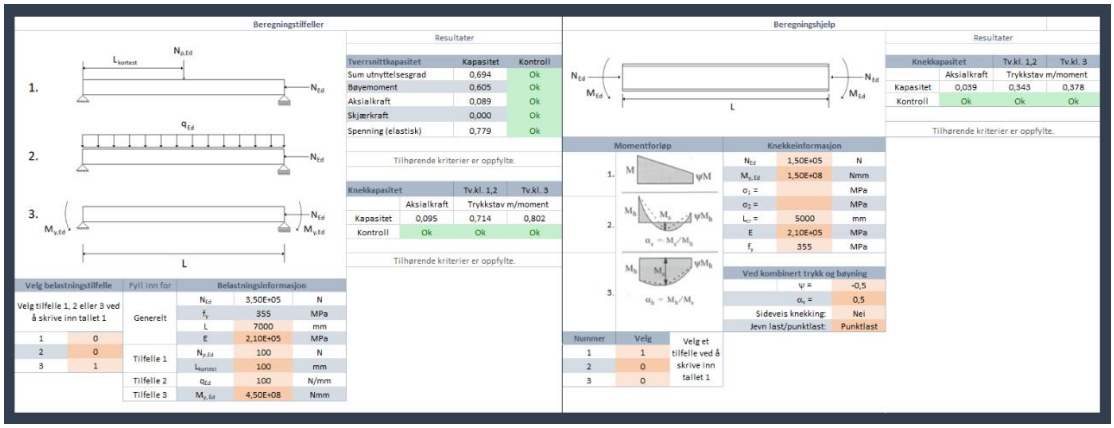
Figur 32. Oversikten over resultatene for tverrsnittsklassifisering.

Summering av utnyttelsesgrad, bøyemoment og aksialkraft er plastiske beregninger.
Spenning er elastisk beregning. «1. Rektangel» står for rektangelmetoden. «2. G&N» står for Gardener og Nethercot sin metode. «3. EC3» står for den modifiserte Eurokode 3-metoden. «4. G. m/fl» står for Gardener med flere sin metode.
«Tilhørende kriterier er oppfylte» bety at krav til verdier som er forbundet med utregningene er alle oppfylte.
Tverrsnittsklasse 3 er beregnet elastisk og har ikke noe med de fire metodene for å finne den plastiske nøytralaksen å gjøre. Det ble valgt å gjøre det slik fordi det ellers ville bli tomrom i tabellen. Alle de fire resultatene for tverrsnittsklassen til steget påkjent av kombinert bøyning og trykk for klasse 3 er i realiteten de samme beregningene, og vil alltid være like.

I dette tilfellet angir metode 1, 3 og 4 at tverrsnittet er av klasse 2. Metode 2 angir at tverrsnittet er av klasse 1. Testene viste at metode 2 har en tendens til å skille seg betydelig fra de andre, særlig ved høyere andel av tverrsnittet påkjent av trykk. Det er derfor grunn til å tro at denne metoden kan være mindre nøyaktig, og de tre andre metodene bør benyttes. En trygg fremgangsmåte er å benytte den metoden som angir den laveste tverrsnittsklassen, der klasse 1 er den høyeste.

Ark 2 - Knekking

Startområdet vises i figur 33. Det er valgt å bruke all oppgitt informasjon i arket *Tverrsnittsklasse* i de to andre også. Bjelketype og belastning er likevel valgt å vise, slik at det er lett å se hvilken belastning og bjelketype som benyttes. Husk at L_{cr} er knekklengden, og ikke nødvendigvis stavens lengde, dersom du benytter *Beregningshjelp*.
Beregningstilfeller, venstre del av arket, er lett å bruke. Under resultater oppgis teksten «Alle kriteriene er oppfylte». Dette angir at alle kriterier i beregningene er oppfylte. Dersom kapasiteten er tilstrekkelig, men det er oppgitt at ikke alle kriteriene er oppfylte under, betyr dette at ett eller flere kriterier ikke er oppfylte. Det bør undersøkes hvilket kriterium dette gjelder for å eventuelt gjøre endringer om det er nødvendig.
Den høyre delen av arket, *Beregningshjelp*, er mer komplisert med flere alternativer og ingen tverrsnittskapasitet. Denne delen forklares ikke, da kun brukere som forstår hva som regnes ut bør benytte denne delen.



Figur 33. Startområdet for knekkearket.

Velg belastningstilfelle	
Velg tilfelle 1, 2 eller 3 ved å skrive inn tallet 1	
1	0
2	0
3	1

Figur 34. Valg av belastningstilfelle.

Det er viktig å huske å velge belastningstilfelle for hver beregning. Det er tre ulike tilfeller regnearket kan beregne tverrsnittskapasitet og knekkekapasitet for. Disse vises i en figur med nummerering 1-3, som vist i figur 33. Det må angis hvilken av disse som skal beregnes. Dette gjøres ved å fylle inn «1» ved tilfelle 1, 2 eller 3 som vist i figur 34. Det **må** stå 0 ved de to andre tilfellene for at resultatet skal bli korrekt.

Når belastningstilfelle er valgt skal belastningsinformasjon velges som vist på figur 35. «Generelt» er informasjonen som må fylles inn for alle tilfeller. «Tilfelle x» er informasjonen spesifikk for valgt tilfelle. Informasjonen for tilfellene som ikke er valgt kan ignoreres.

Fyll inn for	Belastningsinformasjon		
Generelt	N_{Ed}	3,50E+05	N
	f_y	355	MPa
	L	7000	mm
	E	2,10E+05	MPa
Tilfelle 1	$N_{p,Ed}$	100	N
	$L_{kortest}$	100	mm
Tilfelle 2	q_{Ed}	100	N/mm
Tilfelle 3	$M_{y,Ed}$	4,50E+08	Nmm

Figur 35. Innfylling av belastningsinformasjon i knekkarket.

For «Beregningstilfeller» blir momentet regnet ut avhengig av tilfellet. Maks moment som benyttes oppføres under «Brukes» som vist på figur 36. Dersom det skal etableres tverrsnittsklasse for et av tilfellene for knekking eller vipping, kan det velges tilfelle og føres inn påkjenning. Da kan verdien under «Brukes» for maksimalt moment benyttes for moment $M_{y,Ed}$ i arket *Tverrsnittsklasser*.

Beregning av moment og spenninger

Beregningstilfelle	1	2	3	Brukes
Maks moment	0,00E+00	0	4,50E+08	4,5000E+08
C_{my}	0	0	1	1

Ved tilfelle 1 og 2 regnes momentet ut. Dette kan benyttes i ark 1. (Celle G36)

Figur 36. Knekkearket regner ut maksimalt moment.

Forklarende tekst som påpeker dette er lagt til i en liten boks ved siden av, som vist i figur 36.

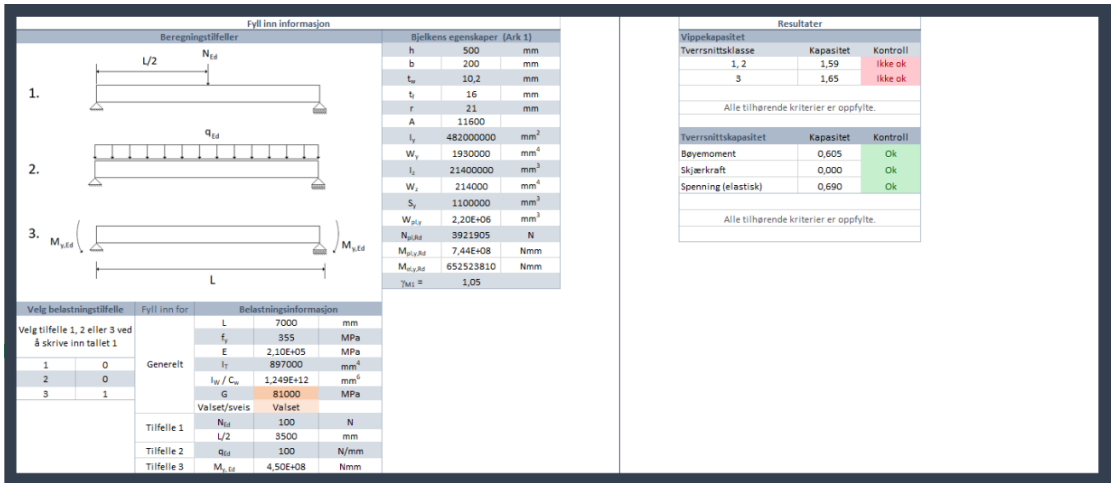
Resultater			
Tverrsnittkapasitet		**Kapasitet**	**Kontroll**
Sum utnyttelsesgrad		0,694	Ok
Bøyemoment		0,605	Ok
Aksialkraft		0,089	Ok
Skjærkraft		0,000	Ok
Spenning (elastisk)		0,779	Ok
Tilhørende kriterier er oppfylte.			
Knekkapasitet		**Tv.kl. 1,2**	**Tv.kl. 3**
	Aksialkraft	Trykkstav m/moment	
Kapasitet	0,095	0,714	0,802
Kontroll	Ok	Ok	Ok

Figur 37. Oversikt over resultatene i knekkearket.

Resultatene vises på samme måte som i det første arket, som vist i figur 37. Også her er tverrsnittskapasitet plastiske beregninger, med unntak av spenning, som er elastisk.
Husk å se på det rette resultatet når knekkekapasitet skal bedømmes. Regnearket vil alltid oppgi verdier for både ren aksialkraft og kombinert aksialkraft og moment, med mindre det kommer feilmeldinger dersom verdier settes lik null eller lignende.

Ark 3 - Vipping

Startområdet vises i figur 38. I likhet med *Knekking* velges et beregningstilfelle. Alle verdier som oppgis i ark 1 og 2 er koblet, og skal ikke fylles inn i dette arket som cellefargen viser. Legg merke til at $N_{p,Ed}$ i knekkearket er det samme som N_{Ed} i vippearket. N_{Ed} i vippearket er koblet til $N_{p,Ed}$ i knekkearket.
Beregningstilfelle er også koblet til knekkearket.



Figur 38. Startområdet for vippearket.

Det er kun to celler som kan fylles inn i vippearket som vist i figur 39. Men det er viktig å kontrollere at de andre, for «Generelt» og «Tilfelle x» for det aktuelle tilfellet, er korrekte. Disse må endres i ark 1 eller 2. Den eneste som har et annet navn i de andre arkene er N_{Ed}, som kalles $N_{p,Ed}$ i ark 2. Ellers er bruken av symboler konsekvent.

Fyll inn for	Belastningsinformasjon		
Generelt	L	7000	mm
	f_y	355	MPa
	E	2,10E+05	MPa
	I_T	897000	mm^4
	I_W / C_W	1,249E+12	mm^6
	G	81000	MPa
	Valset/sveis	Valset	
Tilfelle 1	N_{Ed}	100	N
	L/2	3500	mm
Tilfelle 2	q_{Ed}	100	N/mm
Tilfelle 3	$M_{y,\,Ed}$	4,50E+08	Nmm

Figur 39. Innfylling av belastningsinformasjon i vippearket.

I likhet med ark 2 beregner vippearket maksimalt moment som vist på figur 40. Dette kan på samme måte benyttes i ark 1 ved å benytte verdien under «Brukes».

Beregning av moment

Beregningstilfelle	1	2	3	Brukes
Maks moment	0	0	450000000	450000000
Skjær	0	0	0	0

Her beregnes momentene. Momentet for det valgte belastningstilfellet benyttes fra celle G36.

Figur 40. Vippearket beregner maksimalt moment og skjærkraft.

Resultatene vises på samme måte som for knekkearket som vist i figur 38.

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitskapelege universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway