

37 sider pussium.

Erne Håland

Dosent Erling Harilstad

F o r e l e s n i n g e r

i

HYDROMEKANIKK, OM JORDTRYKK OG BESTEMMELSE AV VASSFØRING

UNIVERSITETSFORLAGET

Oslo 1960

JAN VÅGE

*M. Aarberg 10, —*

Dosent Erling Harilstad

F o r e l e s n i n g e r

i

HYDROMEKANIKK, OM JORDTRYKK OG BESTEMMELSE AV VASSFÖRING

UNIVERSITETSFORLAGET

Oslo 1960

11-2 hydrologi.

Jordfulit - jordvænni

	cm djup	vekt %	Volur %
	0	8	11
	10	8	11
Perkulose sand	20	80	11
	30	80	14
	40	18	18
Finekulose sand	50	18	18
	60	21	25
Opurbert sand	70	23	29
			32

HYDROMEKANIKK

middels fersund Mjood leirojod

175		29,5
150		29,5
125	18	30,5
100	19	32,5
75	20	32,5
50	22	33,5
25	24	35
	27,5	36,5

Kapillarpotensialet

## I n n h o l d .

	Side
1. Innledning .....	1
1.1. Den "ideelle" væske .....	1
1.2. Begrepet væsketrykk .....	2
2. Hydrostatikk .....	4
2.1. Nivåflater .....	4
2.2. Tyngdekraftens virkning på trykket i væsker .....	4
2.3. Begrepet trykkehøyde .....	5
2.4. Trykkets forplantning i en væske .....	6
2.5. Godstykkelsen i trykkledninger, rør .....	8
2.6. Hydrostatisk trykk mot plane flater .....	10
2.7. Trykksentrum .....	12
2.8. Hydrostatisk trykk mot krumme flater .....	16
3. Hydrodynamikk .....	18
3.1. Strømlinjer .....	19
3.2. Kontinuitetsligninga .....	20
3.3. Bernoullis ligning .....	21
3.4. Trykket i strømmende væske .....	26
3.5. Avløp fra en beholder .....	28
3.6. Vassmengden gjennom større sideåpninger i vertikal vegg, luker .....	30
3.6.1. Rektangulær sideåpning, ingen tilløpshastighet .....	31
3.6.2. Samme åpning, men med tilløpshastighet .....	31
3.6.3. Dykket sideåpning .....	32
3.6.4. Delvis dykket sideåpning .....	32
3.7. Vassmengden gjennom overfall .....	34
3.7.1. Skarpkantet, fritt overfall .....	34
3.7.2. Skarpkantet, delvis dykket overfall .....	36
3.7.3. Overfallsdammer .....	36
3.8. Avløp over bredt overfall .....	38
3.9. Impulssatsen i hydromeknikken .....	42
3.9.1. Aksjons- eller stråletrykk .....	43
3.9.2. Reaksjonstrykk, rørkroker .....	44
4.0. Energitap ved strømming .....	47
4.0.1. Vækefriksjonen .....	48
4.0.2. Strømningsformer .....	49
4.0.3. Begrepet fall .....	50



	Side
4.0.4. Motstand ved turbulent strömning i sirkulære rør .....	51
4.0.5. Rørfriksjonskoeffisienten .....	53
4.0.6. Særskilt motstand i rørledninger .....	53
4.0.7. Sammen drag .....	57
4.1. Beregning av rørledninger .....	58
4.2. Strömning i åpne ledninger .....	62
4.3. Ensformet strömning i åpne ledninger .....	63
4.3.1. Utforming av tverrsnittet for åpne ledninger .....	68
4.3.2. Beregninger vedrørende kanaler .....	70
4.3.3. Sammensatte eller uregelmessige tverrprofiler .....	71
4.4. Ikke ensformet strömning i åpne kanaler .....	72
4.4.1. Energitap ved tverrsnittsendringer .....	73
4.4.2. Demningskurver .....	74

78-13 = 65 2

# Hydrostatikk Hydrodynamikk

## 1. Innledning.

Hydromekanikk er læren om væskers likevekt og bevegelse. Den faller derfor i to hovedavsnitt: Hydrostatikk og hydrodynamikk.

En har skjelnet mellom "hydrodynamikk" og "hydraulikk". Den "klassiske hydrodynamikk" ble bygd opp som en lærebygning av stor matematisk fullkommenhet av Euler, Bernoulli, Lagrange m.fl. De gikk ut fra en "ideell" væske. Dels på grunn av rent matematiske vanskeligheter, men vesentlig på grunn av at friksjonen ved virkelige væsker er av avgjørende betydning for en rekke forhold, og den ideelle væske ble forutsatt friksjonsløs, viste denne klassiske hydrodynamikk seg lite praktisk brukbar i teknikken. Den delvis empiriske "hydraulikk" ble utviklet som erstatning for den eksakte hydrodynamikk. Først i de senere tiår har en oppnådd å bygge slik bro mellom den teoretiske hydrodynamikk og de empiriske erfaringsresultater at en helt ut har kunnet nyttiggjøre seg resultatene fra den for en ideell væske eksakt oppbygde klassiske hydrodynamikk. Det er derfor mindre grunn til å holde på betegnelsen "hydraulikk" for den rent praktiske del av faget. Vi foretrekker da i det følgende å bruke betegnelsen hydrodynamikk.

### 1.1. Den "ideelle" væske.

Ved studiet av vatnets og væskers bevegelse har en ofte gått ut fra forenklete forhold. En har f.eks. sett bort fra egenskaper som overflatespenning, viskositet og sammentrykbarhet. Denne tenkte væske kalles "ideell" og forutsettes å være:

1. Homogen.
2. Inkompressibel (usammentrykbar).
3. Uten evne til å oppta strekkspenninger.
4. Friksjonsløs.

De tre første forutsetninger gjelder med så stor tilnærming for virkelige væsker at de kan benyttes som tilstrekkelig nøyaktige for de fleste undersøkelser. Men friksjonen derimot spiller en så avgjørende rolle for forløpet av de fleste væskebevegelser at den ikke kan neglisjeres.

1.2. Begrepet væsketrykk.

*Tekst i håndskrift*

Fra det indre av en ideell væske kan vi tenke oss en meget liten væskedel skåret ut, fig. 1. På dette elements begrensningsflate må det virke krefter som skriver seg fra den omgivende væsken. Disse

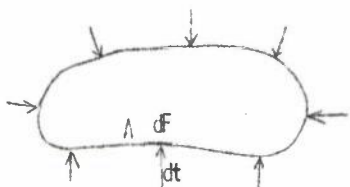


Fig. 1

kreftene sammen med de på elementet virkende massekrefter (tyngdekraft) bevirker en bevegelses- eller likevektstilstand. Fordi væsken antas ideell, friksjonsfri, må de førstnevnte kreftene utelukkende være normaltrykk. Skyvkrefter, tangentialkrefter, er ifølge forutsetningene utelukket, og

strekkrefter kan heller ikke overføres av væsken.

Med  $dF$  betegner vi et lite flateelement omkring et vilkårlig punkt A. Kraften vinkelrett mot elementet kalles  $dt$ .

Kvotienten  $\frac{dt}{dF} = p$  kalles det på flatelementet virkende væsketrykket i punktet A. Ofte brukes betegnelsen det spesifikke trykket eller bare trykket. Det regnes vanlig i  $kg/m^2$  eller  $kg/cm^2$ .

For å undersøke størrelsen av trykket  $p$  i forskjellige retninger legger vi et rettvinklet, tre-akset koordinatsystem med origo i punktet A.

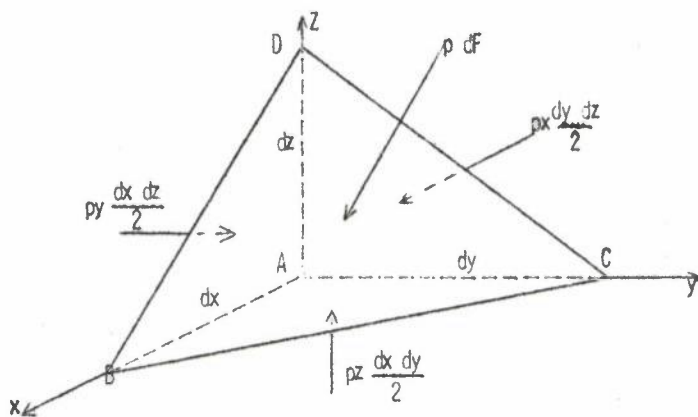


Fig. 2

Tetraedret ABCD oppfattes som et uendelig lite væskeelement. På koordinataksene x, y og z avskjæres strekningene dx, dy og dz. De spesifikke trykk i akseretningene betegnes med  $p_x$ ,  $p_y$  og  $p_z$ . Størrelsen av normaltrykkene mot samtlige

fire begrensningsflater framgår av figuren.

Foruten disse normaltrykk påvirkes væskeelementet også av massekrefter, f.eks. tyngdekraften. Da normaltrykkene er proporsjonale med de flater som de angriper i, er tyngdekraften proporsjonal med elementets volum. Da videre tetraederflatene er små av 2. orden, blir massekreftene små av 3. orden. De kan derfor neglisjeres ved siden av

normaltrykkene. Herav følger at de normaltrykk som virker på det uendelig lite tetraedret, oppfyller de statiske likevektsbetingelser.

De vinkler som normalen til flaten  $dF$  danner med koordinat-aksene  $x$ ,  $y$  og  $z$ , kaller vi  $\alpha$ ,  $\beta$  og  $\gamma$ .

Av fig. 2 framgår det da at:

$$dF \cos \alpha = \frac{dydz}{2}$$

$$dF \cos \beta = \frac{dxdz}{2}$$

$$dF \cos \gamma = \frac{dxdy}{2}$$

(Se stereometrien: Böyningsvinkelen mellom 2 plan er lik vinkelen mellom normalen på planene.)

Dessuten: Arealet av en plan mangekants projeksjon på et plan er lik arealet av mangekanten multiplisert med cosinus til böyningsvinkelen mellom planet for mangekanten og projeksjonsplanet.)

Likevektsbetingelsene for de krefter som angriper på tetraedret gir:

$$x = 0 : p_x \frac{dydz}{2} - pdF \cos \alpha = 0 : p_x = p$$

$$y = 0 : p_y \frac{dxdz}{2} - pdF \cos \beta = 0 : p_y = p$$

$$z = 0 : p_z \frac{dxdy}{2} - pdF \cos \gamma = 0 : p_z = p$$

$$\text{Altså: } \underline{p = p_x = p_y = p_z}$$

Herav framgår at det spesifikke trykket i et punkt av væsken er ens i alle retninger.

I et annet punkt av væsken kan det være et annet trykk, men også dette er uavhengig av retningen. Væsketrykket varierer således bare med stedet.

Det som er sagt ovenfor gjelder eventuelt også for et væskeelement i umiddelbar berøring med en fast kropp. Det trykk som virker på et flateelement av veggen i et vasskar, er således uavhengig av veggens helling. Trykket er rettet vinkelrett mot veggen.



## 2. Hydrostatikk.

### 2.1. Nivåflater.

Trykket i et punkt av en væske er, som før nevnt, bare avhengig av punktets plass i væsken. Dette kan skrives:

$$p = f(x, y, z)$$

hvor  $x$ ,  $y$  og  $z$  er punktets koordinater.

En flate hvor det i alle ulike punkter er samme trykk, kalles en nivåflate, liketrykksflate eller ekvipotentialflate.

Gjennom hvert punkt i væsken går det bare en nivåflate. En av nivåflatene er væskens overflate når trykket der er konstant. Dette er som regel væskens berøringsflate med luften, hvor trykket ved 760 mm Hg søyle er  $1,034 \text{ kg/cm}^2$ . Om en følger en slik nivåflate, er altså trykket konstant, dvs. trykktilveksten  $dp = 0$ .

I ethvert punkt av nivåflaten er massekraften alltid rettet loddrett flaten. For vanlig vassbyggingspraksis er det tyngdekraften som har betydning for det spesifikke trykk. Dens virkeretning faller sammen med vertikalaksen  $z$  i romkoordinatsystemet.

### 2.2. Tyngdekraftens virkning på trykket i en væske.

For å undersøke hvordan trykket i en væske påvirkes av tyngden betrakter vi en homogen væske i ro. Vi tenker oss lagt inn et rettvinklet koordinatsystem med  $x$ -aksen horisontal, sammenfallende med væskeoverflaten, og  $y$ -aksen vertikal og positiv nedover.

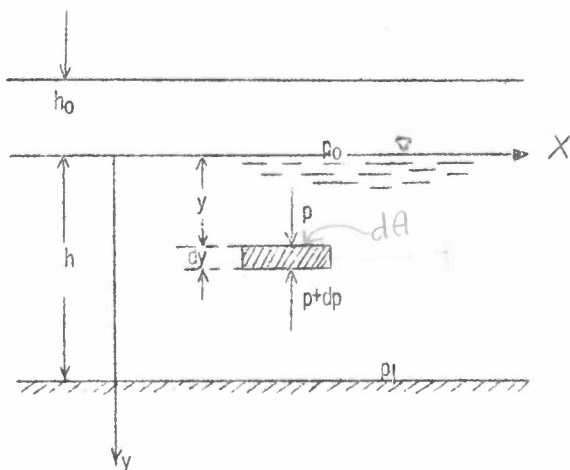


Fig. 3

Ved den frie væskeoverflaten antar vi et trykk  $p_0$  ( $\text{kg/m}^2$ ). Vi betrakter et lite væskeelement i avstanden  $y$  under overflaten. På elementets overside er trykket lik  $p$  og på undersiden  $p + dp$ , hvor  $dp =$  trykktilveksten. Vi antar videre at elementets begrensingsflate vinkelrett mot  $xy$ -planet er  $dA$  (f.eks. i

cm<sup>2</sup>). Normaltrykket mot oversiden blir da  $p \cdot dA$  og mot undersiden  $(p+dp)dA$ . Elementet påvirkes videre av tyngdekraften, som er rettet vertikalt nedover. Dens størrelse er  $\gamma \cdot dy \cdot dA$ . ( $\gamma$ , volumet)

$dy$  = elementets tykkelse.

$\gamma$  = væskens sp. vekt.

Betingelsen for likevekt blir da:

$$p dA + \gamma dy dA - (p+dp)dA = 0 \quad (\Sigma Y = 0)$$

$$\underline{dp = \gamma \cdot dy}$$

Herav framgår at trykket vokser med djupet under den frie væskeoverflaten.

For en ideell væske er  $\gamma$  konstant (for vatn = 1). Vi integrerer ligninga  $dp = \gamma dy$  :

$$\int dp = \gamma \int dy$$

$$\underline{p = \gamma \cdot y + c}$$

Integrasjonskonstanten  $c$  bestemmes av grensebetingelsene: For  $y = 0$  er  $p = p_0$  (trykket i overflaten).

$$p_0 = \gamma \cdot 0 + c, \quad \text{hvorav } c = p_0$$

og altså

$$\boxed{p = p_0 + \gamma \cdot y}$$

Av dette sees at trykket vokser lineært med avstanden fra den frie væskeoverflaten.

Grafisk framstilles trykkvariasjonen ved såkalte trykkdiagrammer (fig. 4).

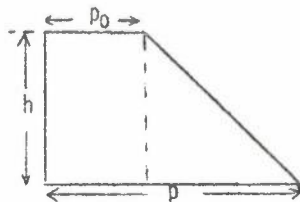


Fig. 4

### 2.3. Begrepet trykkhøyde.

Ligninga  $p = p_0 + \gamma \cdot y$  kan skrives:

$$y = \frac{p - p_0}{\gamma}$$

og dette uttrykk kalles trykkhøyden.

Lufttrykket, som vanlig virker på den frie væskeflaten, kan tenkes erstattet med en vækesøyle hvis høyde er lik  $h_0$  (se fig. 3).

Setter vi  $p_0 = \gamma \cdot h_0$ , blir

$$h_0 = \frac{p_0}{\gamma} .$$

I avstanden  $h_0$  over den frie væskeoverflaten kan vi tenke oss en "ideell" væskeflate hvor det ikke er noe lufttrykk. Trykket på væskeelementet blir da:

$$p = \gamma(y+h_0) = \underline{p_0 + \gamma \cdot h} ,$$

idet vi istedenfor  $y$  setter inn  $h$ .

Ved havets overflate, normal barometerstand og  $0^\circ \text{ C.}$ , er  $p_0 = 10333 \text{ kg/m}^2 (= 1,0333 \text{ kg/cm}^2)$ . Med  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  for vann blir:

$$h_0 = \frac{10333}{1000} = 10,333 \text{ m.}$$

Dette er høyden av den vass-søyle som på grunn av sin tyngde utøver et like stort trykk som atmosfæretrykket.

1 fysikalsk atmosfære =  $1,0333 \text{ kg/cm}^2$ .

1 teknisk atmosfære =  $1,0000 \text{ kg/cm}^2$ .

#### 2.4. Trykkets forplantning i en væske.

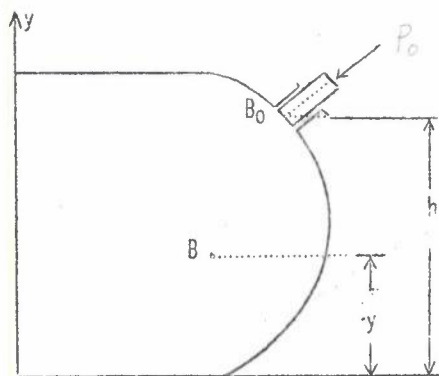


Fig. 5

En lukket beholder, fig. 5, er fylt med usammentrykkbar væske. Ved en åpning  $B_0$  er det en anordning med sylinder og tilhørende stempel, som antas å kunne beveges uten friksjon.

På en væskepartikkel over stemplet et trykk  $p_0$  ( $\text{kg/cm}^2$ ). I et vilkårlig punkt B er trykket:

$$p = p_0 + \gamma(h-y).$$

I mange praktiske tilfelle vil imidlertid trykket  $p_0$  være så stort at tyngdekraftens innvirkning kan neglisjeres. Det andre leddet i ligninga strykes, og en kan sette:

$$\underline{p = p_0} .$$

Da dette gjelder for hvilket som helst punkt i væsken, får en setningen: Trykket i en væske forplanter seg likt i alle retninger (Pascals prinsipp).

Ek. 1.

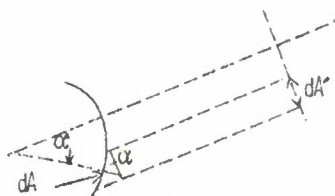
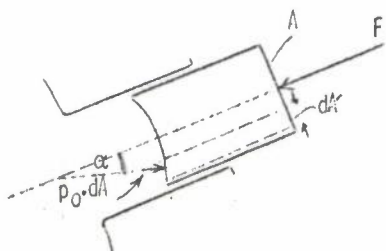


Fig. 6

Vi antar at stampelets flate mot væsken har vilkårlig form. Et flateelement  $dA$  får trykket  $p_0 \cdot dA$ , rettet normalt mot flaten. Den komponent av dette trykket som virker i stempelaksens retning, er  $p_0 dA \cos \alpha$ .

Hele trykket i aksens retning er

$$F_a = \int p_0 dA \cos \alpha = p_0 \int dA \cos \alpha.$$

Men  $dA \cos \alpha$  er lik flateelementets projeksjon på et plan vinkelrett mot stempelaksen,  $dA'$ . Da blir

$$F_a = p_0 \int dA' = p_0 \cdot A, \text{ hvor } A = \text{stempeltverrsnittet.}$$

Herav framgår at det resulterende væske-trykket mot stampelet er uavhengig av stampelets form, men bare avhengig av dets tverrsnittsareal.

Ek. 2.

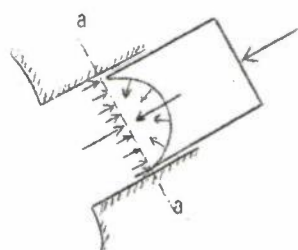


Fig. 7

I beholderen er det vatn under trykk. Stempelflaten mot vasstrykket er som fig. 7 viser, dvs. halvsylinder - eller halvkuleformet.

Med støtte i konklusjonen fra forrige eksempel kan vi formulere følgende:

Det samlede vasstrykk mot en krum flate, veggene i et rør f.eks., er lik resultatanten av trykket på det plan a-a som

avskjærer flaten.

Resultantens angrepspunkt ligger i flatens tyngdepunkt, og retningen er loddrett planet.



Dette vil også framgå av fig. 8: Det viste rørtverrsnitt er utsatt for indre vasstrykk og tenkes overskåret med planet A-B.

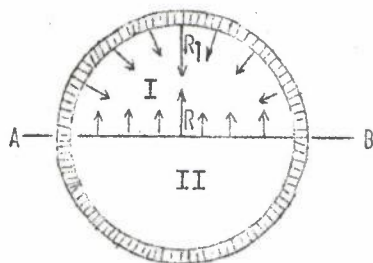


Fig. 8

Vasspartiet I står i full likevekt mellom trykkene fra partiet II og trykkene fra den faste vegg (krumme flate). Derfor må resultatanten  $R_1$  for veggtrykkene være like stor og motsatt resultatanten  $R$  av vasstrykket fra flaten A-B.

2.5. Godstykkelsen i trykkledninger, rør.

Vi tenker oss et stykke av en vassledning hvor trykket er  $p$ , f.eks.  $150 \text{ m} = 15 \text{ atm.} = 15 \text{ kg/cm}^2$ . Med trykket menes her overtrykket, idet en ikke regner med lufttrykket.

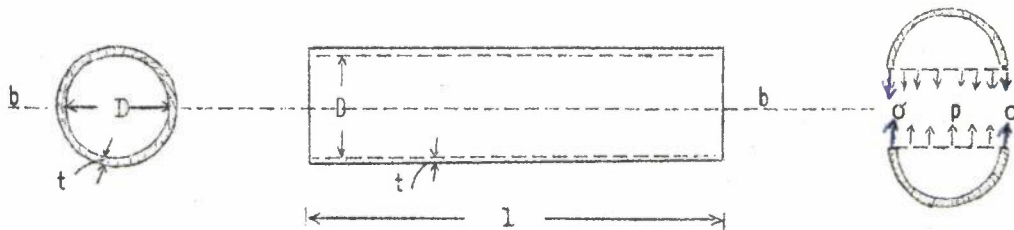


Fig. 9

Videre legges et tenkt snitt b-b. Trykkresultanten i dette snitt bevirker strekkpåkjenning i rørveggen. Er veggen noenlunde tynn, kan spenningen antas jevnt fordelt over tykkelsen  $t$ .

Resultantkraften =  $p \cdot D \cdot l$ , og denne opptas av godslengdesnittet, som er  $2 \cdot t \cdot l$  med spenning  $\sigma$ . For lengdesnittet blir da:

*ytre kraft.*  $p \cdot D \cdot l = 2 \cdot t \cdot l \cdot \sigma$ , *materialekraft* herav er

$$\sigma = \frac{p \cdot D}{2 \cdot t} \quad \text{eller} \quad t = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma}$$

Av hensyn til rustdannelse, ujevn spenningsfordeling, dårlig behandling av rørene osv. utføres veggen alltid noen millimeter tykkere enn statistisk nødvendig, og ikke under en viss minimumstykkelse.

Altså:  $t = \frac{p \cdot D}{2 \cdot \sigma} + k$ , hvor  $k$  er et skjønnsmessig tillegg,

bl.a. for rust, og varierer noe med materialet i rørene.

a) Støpejernsrør, k settes vanlig lik 7,5 mm.

For vertikalt støpte rør regnes  $\sigma = 300 \text{ kg/cm}^2$ . Dette gir 4-dobbelt sikkerhet, idet bruddstyrken minst må være  $1200 \text{ kg/cm}^2$ .

For sentrifugalstøpte rør blir godset tettere og sterkere. Kan regne med  $\sigma = 450 \text{ kg/cm}^2$ .

Er  $D = 150 \text{ mm}$ ,  $p = 15 \text{ kg/cm}^2$  og  $\sigma = 450 \text{ kg/cm}^2$ , blir:

$$t = \frac{15 \cdot 150}{2 \cdot 450} + 7,5 = 2,5 + 7,5 = \underline{10,0 \text{ mm}}$$

b) Stålrør,  $k = 2-4 \text{ mm}$ .

Men her må en regne med virkningsgraden  $\eta$  for langsgående skjöt. For sveisede rør settes  $\eta = 0,7-0,9$  og  $\sigma = 800 \text{ kg/cm}^2$ . For helvalsede rør er  $\eta = 1,0$  og  $\sigma = 670-1250 \text{ kg/cm}^2$ .

Er  $D = 50 \text{ mm}$  (2"),  $p = 15 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma = 800 \text{ kg/cm}^2$ ,  $k = 2 \text{ mm}$  og  $\eta = 0,75$ , blir

$$t = \frac{15 \cdot 50}{2 \cdot 800 \cdot 0,75} + 2,00 = 0,63 + 2,00 = \underline{2,63 \text{ mm}}$$

c) Trerør med armeringsringer (påkrypede, bandasjerte).

Spenningen i stålringene kommer fra vasstrykket i røret, samt fra at treet trutner når det blir vått. Denne siste kraften tar en hensyn til bare ved rør med lite vasstrykk. Dette gjøres ved å redusere tillatt strekkpåkjenning. Ved rør med stort innvendig vasstrykk (5-10 atm.) settes  $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$ . Er vasstrykket bare  $\frac{1}{2}-1 \text{ atm.}$ , settes  $\sigma = 800-900 \text{ kg/cm}^2$ . Mutterne bør da ikke trekkes for hardt til.

Små trerør med armeringsringer og strammesko beregnes på følgende måte:

Innvendig vasstrykk pr. l.m. rør =  $100 \cdot p \cdot D$ .

Avstanden mellom stålringene =  $b$ .

Antall ringer pr. l.m. rør =  $a = \frac{100}{b}$ .

Diameteren på armeringsringene =  $d$ .

$$\text{Da blir } 100 \cdot p \cdot D = 2 \cdot a \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma \quad R$$

$$100 \cdot p \cdot D = 2 \cdot \frac{100}{b} \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma, \quad \text{hvorav}$$

$$d = \sqrt{\frac{p \cdot D \cdot 2b}{\pi \cdot \sigma}}$$

Er  $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $p = 10 \text{ kg/cm}^2$ ,  $D = 7,5 \text{ cm}$  og  $b = 20 \text{ cm}$ ,  
blir

$$d = \sqrt{\frac{10 \cdot 7,5 \cdot 2 \cdot 20}{3,14 \cdot 1000}} = 0,98 \text{ cm eller ca. } 10 \text{ mm.}$$

Men stålringene må enten gis passende tillegg for rust eller males med rustbeskyttende stoff. Maskinviklede r r beregnes på samme måten.

## 2.6. Hydrostatisk trykk mot plane flater.

Karet i fig. 10 er fylt med væske, f.eks. vatn, og er åpent oventil. Det har plane sideflater, ellers vilkårlig form. På væskeoverflaten virker vanligvis atmosfæretrykket  $p_0$ .

Trykket på en begrenset flate A av den hellende sideveggen

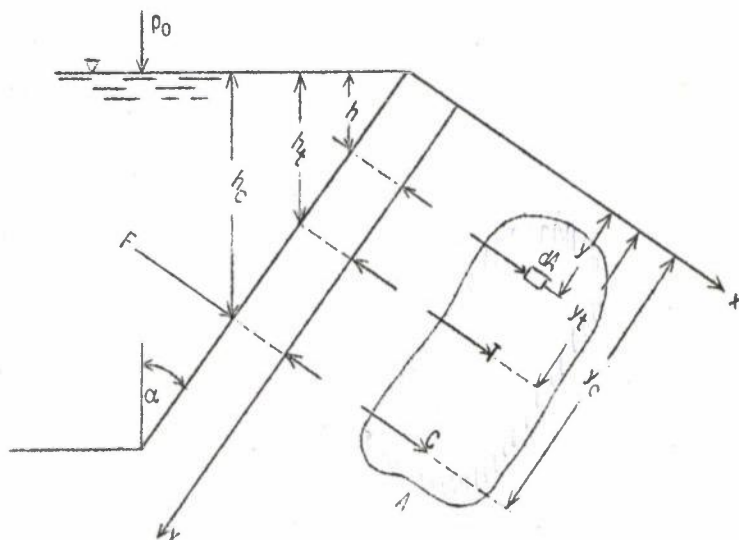


Fig. 10

sammensettes av alle deltrykkene, som virker på flateelementene  $dA$ . Normaltrykket innenfra mot flateelementet  $dA$  er  $p \cdot dA = (p_0 + \gamma \cdot h) dA$ . Men i dette tilfelle, og likeså i alminnelighet, påvirkes flaten av atmosfæretrykket fra andre siden, utenfra regnet. For elementet  $dA$  blir denne kraften =  $p_0 \cdot dA$ .

Det resulterende overtrykket  $dF = \gamma \cdot h \cdot dA$ .

$\gamma$  = væskens sp. vekt.

$h$  = vertikale avstand fra det betraktete punkt til væskeoverflaten. Denne avstanden kalles også den hydrostatiske trykkeh yde.

Deltrykkene summeres:

$$\int dF = \int \gamma \cdot h \cdot dA$$

$$F = \gamma \int h \cdot dA$$

En må være oppmerksom på at flateelementet  $dA$  tenkes uendelig lite. Avstanden  $h$  er egentlig elementets tyngdepunktsavstand fra overflaten.

Videre kan en da anta det spesifikke trykk,  $\gamma \cdot h$ , konstant innenfor elementets grenser.

Uttrykket  $\int h \cdot dA$  kalles flateelementets statiske moment med hensyn på en linje, akse, i overflaten.

Flaten  $A$  har tyngdepunktet  $T$ , og dets vertikale avstand fra væskeoverflaten er  $h_t$ . Produktet  $h_t \cdot A$  er hele flatens statiske moment med hensyn på samme linje i overflaten.

Ifølge statikken er summen av de enkelte delers statiske momenter lik det heles statiske moment m.h.p. samme akse:

$$\text{Da blir } \int h \cdot dA = h_t \cdot A$$

$$\text{og } \boxed{F = \gamma \cdot h_t \cdot A},$$

dvs. det hydrostatiske overtrykket - eller bare trykket mot en plan flate - er lik tyngden av en væskesøyle med flaten som grunnflate og med flatens tyngdepunktsavstand fra den frie væskeoverflate til høyde.

Liksom alle elementærtrykkene er vinkelrette mot veggen, har også det resulterende trykket  $F$  samme retning.

Eks. 1. En damluke, 1,5 m bred, er laget av horisontale og 6,5 cm tykke planker. Plankene er lagt i en jernramme og støttes bare ved endene. Beregn maksimale böyningspåkjenningen i den nederste planken når dens midte ligger 2 m under vassflaten. En tar ikke hensyn til trykkets endring fra plankenes overkant til underkant.

$$\sigma_{\text{maks.}} = \frac{M_{\text{maks.}}}{W_{\text{min.}}}$$

Plankens høyde settes =  $a$  dm =  $10 \cdot a$  cm.

Belastning i kg pr. l.m. =  $20 \cdot 10 \cdot a = 200 a$ .

$$W_{\text{min.}} = \frac{10 \cdot a \cdot 6,5^2}{6} \text{ cm}^3 \quad (W_{\text{maks.}} = \frac{6,5 \cdot (10a)^2}{6} \text{ cm}^3)$$

$$M_{\text{maks.}} = \frac{p l^2}{8} = \frac{200 \cdot a \cdot 1,5^2 \cdot 100}{8} \text{ kg cm}$$

$$\sigma_{\text{maks.}} = \frac{200 \cdot a \cdot 1,5^2 \cdot 100 \cdot 6}{8 \cdot a \cdot 10 \cdot 6,5^2} = \underline{80 \text{ kg/cm}^2}$$

*side 44 i Damsbygging*  
 $W = \frac{bh^2}{6}$   
 $M = \frac{pl^2}{8}$



Eks. 2. En damluke består av horisontale planker, støttet ved endene.  
Hvor tykk må nederste planken være når den ligger 2 m under  
vassflaten, lukens bredde = 1,8 m og  $\sigma_{\text{maks}} = 75 \text{ kg/cm}^2$ ?

Plankens høyde =  $a \text{ m} = 10 \text{ a cm}$ .

Plankens tykkelse =  $x \text{ cm}$ .

Belastning:  $20 \cdot 10 \cdot a \text{ kg pr. løpende m}$ .

$$M_{\text{maks.}} = \frac{pl^2}{8} = \frac{20 \cdot 10 \cdot a \cdot 1,8^2 \cdot 100}{8} \text{ kg cm}$$

$$W_{\text{min.}} = \frac{10 \cdot a \cdot x^2}{6} \text{ cm}^3$$

$$\sigma_{\text{maks.}} = \frac{M_{\text{maks.}}}{W_{\text{min.}}} : 75 = \frac{200 \cdot a \cdot 1,8^2 \cdot 100 \cdot 6}{8 \cdot 10 \cdot a \cdot x^2}$$

$$x^2 = \frac{1,8^2 \cdot 1500}{75} = 64,8$$

$$x = \sqrt{64,8} = \underline{8,05 \text{ cm}}$$

### 2.7. Trykksentrum.

Dersom det hydrostatiske trykket var jevnt fordelt over  
flaten A i fig. 10, ville resultanten F gå gjennom flatens tyngde-  
punkt T.

Imidlertid öker trykket med djupet, og trykkresultanten F  
kommer til å gå gjennom et annet punkt, trykkets angrepspunkt eller  
trykksentrum C. Dette punkts koordinater finnes ved å stille opp  
momentligningene med hensyn på x- og y-aksen (se fig. 10).

Ifölge den tidligere nevnte relasjon: summen av delenes mo-  
menter = det heles moment, blir:

$$F \cdot x_c = \int dF \cdot x$$

$$F \cdot y_c = \int dF \cdot y$$

$$F = \gamma \cdot h_t \cdot A = \gamma \cdot A \cdot y_t \cos \alpha$$

$$dF = \gamma \cdot h \cdot dA = \gamma \cdot dA \cdot y \cos \alpha$$

Innsettes disse verdier i momentligningene, får en:

$$\gamma \cdot A \cdot y_t \cos \alpha \cdot x_c = \int \gamma \cdot x \cdot dA \cos \alpha$$

$$A \cdot y_t \cdot x_c = \int x \cdot y \cdot dA$$

$$\gamma \cdot A \cdot y_t \cos \alpha \cdot y_c = \int \gamma \cdot y^2 dA \cos \alpha$$

$$A \cdot y_t \cdot y_c = \int y^2 dA$$

$\int xy dA$  kalles sentrifugalmomentet for flaten A med hensyn på det valgte koordinatsystemet og skrives  $C_{xy}$ .

$\int y^2 dA$  = treghetsmomentet for flaten A med hensyn på x-aksen, betegnes med  $I_x$ .

Treghetsmomentet av flaten A med hensyn på en tyngdepunktsakse parallell x-aksen, betegnes med  $I_o$ . Mellom disse treghetsmomentene har en følgende relasjon:  $I_x = I_o + Y_t^2 \cdot A$  (Steiner's sats).

Trykksentrets koordinater kan da skrives:

$$X_c = \frac{\int xy dA}{A \cdot Y_t} = \frac{C_{xy}}{A \cdot Y_t}$$

$$Y_c = \frac{\int y^2 dA}{A \cdot Y_t} = \frac{I_x}{A \cdot Y_t} = \frac{I_o + Y_t^2 A}{A \cdot Y_t} = Y_t + \frac{I_o}{A \cdot Y_t}$$

Av uttrykket for  $Y_c$  framgår av trykkets angrepspunkt alltid ligger lågere enn flatens tyngdepunkt.

I praksis vil trykkflaten som oftest ha en symmetriakse parallell y-aksen i fig. 10. Velges denne symmetriakse til y-akse, blir sentrifugalmomentet  $C_{xy} = 0$ , dvs. trykksentret ligger på symmetriaksen. Oppgaven blir da å bestemme  $Y_c$  eller trykksentrets avstand fra vass-speilet, målt langs vegg.

Eks. 1.

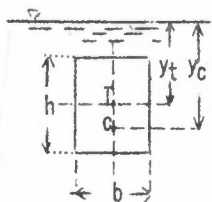


Fig. 11

Trykkflaten er et kvadrat eller rektangel med 2 kanter parallelle vassflaten (luke).

$$Y_c = Y_t + \frac{I_o}{A \cdot Y_t}, \quad I_o = \frac{bh^3}{12} \quad \text{og} \quad A = bh$$

$$Y_c = Y_t + \frac{bh^3}{12 \cdot bh \cdot Y_t} = Y_t + \frac{h^2}{12 Y_t}$$

Dersom lukeåpningen går helt opp til vass-speilet, dvs.

$Y_t = \frac{h}{2}$ , blir:

$Y_c = \frac{2}{3} h$

Eks. 2.

Sirkelformet lukeåpning (tappe-  
luke, botnluke).

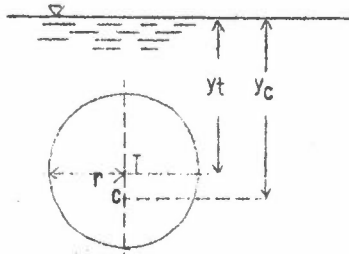


Fig. 12

$$Y_c = Y_t + \frac{I_0}{A \cdot Y_t} = Y_t + \frac{\pi r^4}{4\pi r^2 Y_t} = Y_t + \frac{r^2}{4 \cdot Y_t}$$

Faller sirkelens høyeste punkt i vass-speilet, blir  $Y_t = r$  og

$Y_c = \frac{5}{4} r$

Eks. 3.

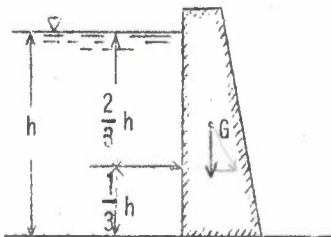


Fig. 13

Ved stabilitetsundersøkelse av en dam tenker en seg alltid en lamell av dammen. Denne begrenses av 2

vertikale snitt i 1 m avstand loddrett dammens lengderetning. Er

vassdjupet  $h$  m, angriper trykkresultanten  $\frac{h}{3}$  opp fra botnen.

Vekten av damseksjonen er kjent, og den angriper i tverrsnittets tyngdepunkt.

Vasstrykket og vekten  $G$  settes sammen til en resultant.

Særlig viktig er det da at resultanten har slik retning at dammen ikke velter.

Er  $h = 4,5$  m, blir vasstrykket mot damseksjonen

$= 45 \cdot \frac{45}{2} \cdot 10 = 10125 \text{ kg.}$

Det angriper 1,5 m fra botnen.

*eller formelen  $F = \gamma \cdot h_2 \cdot A$   
hvor  $h_2 = \frac{45}{2} \text{ m}$*

*$F_{kg} = 1 \cdot \frac{45}{2} \cdot 45 \cdot 10$*

R

\* Trykkediagram =  $\frac{8 \cdot 8}{2} = 32 \text{ tmm}$

Eks. 4.

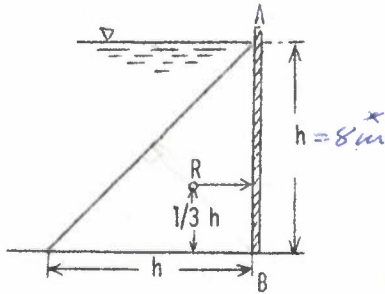


Fig. 14

Vasstrykkets angrepspunkt kan også finnes grafisk ved hjelp av vasstrykkdiagrammet. Vasstrykket mot vegg AB er lik 0 ved overflaten. Deretter tiltar det proporsjonalt med djupet, og ved botnen svarer det til vassdjupet h. Diagrammet blir derfor et likebenet triangel, når vegg AB er vertikal. Vasstrykkets resultant går gjennom diagrammets tyngdepunkt = medianenes skjæringspunkt. Det samlede vasstrykk

R i kg får en ved å multiplisere trykktriangelens flateinnhold i dm<sup>2</sup> med veggens lengde i dm.

Når  $h = 4,5 \text{ m}$ , blir vasstrykket pr. løpende m vegg  
 $= \frac{45 \cdot 45}{2} \cdot 10 = 10125 \text{ kg}$ .

Eks. 5.

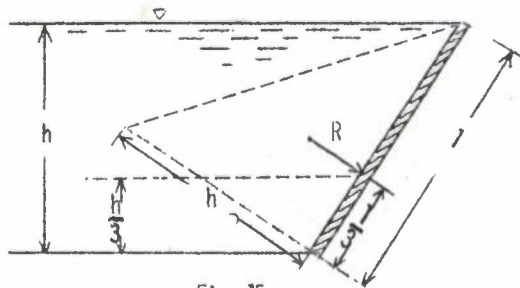


Fig. 15

Vasstrykk mot skråvegg.

Det samlede vasstrykk R virker loddrett på vegg i  $1/3$  av hele vassdjupet over botnen.

Er  $l = 2,4 \text{ m}$  og  $h = 1,8 \text{ m}$ , blir vasstrykket i kg pr. l.m. vegg:

$$R = \frac{24 \cdot 18}{2} \cdot 10 = 2160 \text{ kg}$$

Det angriper  $0,6 \text{ m}$  over botnen eller  $0,8 \text{ m}$  fra veggens nedre opplager.

Eks. 6. Når trykkdiagrammet er trapesformet, kan tyngdepunktet finnes som figurene viser (fig. 16).

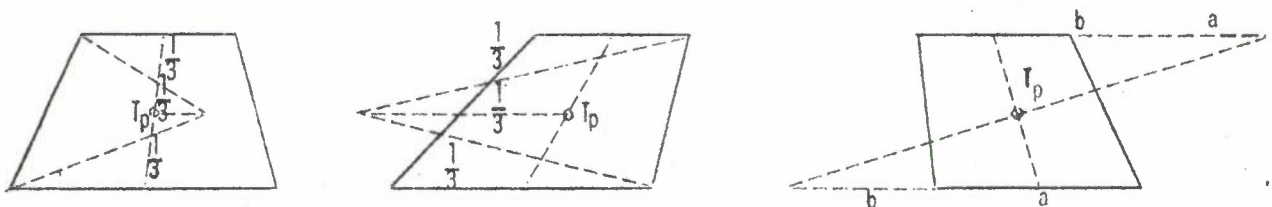
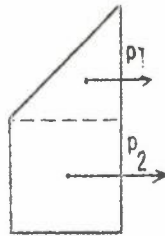
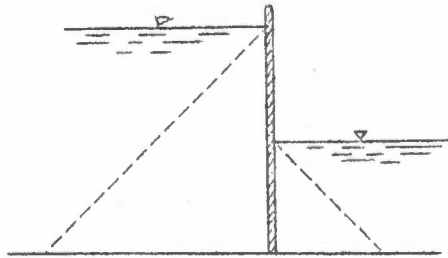


Fig. 16



Eks. 7. Vasstrykk fra begge sider av en vegg.



Det resulterende vasstrykkdiagram består her av et triangel og et kvadrat. Det kan for øvrig like gjerne være triangel og rektangel.

Resultanten

$$R = P_1 + P_2 \cdot \text{Dens}$$

angrepspunkt kan finnes ved å stille opp momentene m.h.p. et punkt i vassflaten.

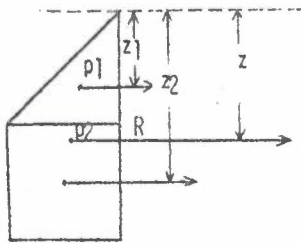


Fig. 17 a

$$R \cdot z = P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2$$

$$z = \frac{P_1 \cdot z_1 + P_2 \cdot z_2}{P_1 + P_2}$$

Men resultantens angrepspunkt kan også finnes grafisk (fig. 17 b).

Konstruksjonen forutsettes kjent fra fysikken.

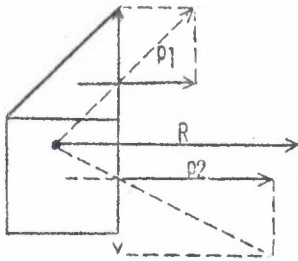


Fig. 17 b

2.8. Hydrostatisk trykk mot krumme flater.

I de tilfelle en ikke kan neglisjere tyngdens innvirkning på trykket i en væske, gjelder ikke Pascals prinsipp. Dette er tilfelle når beholderen er åpen. Trykket på en krum flate finnes da på følgende måte:

*↓ Ikke påminne*

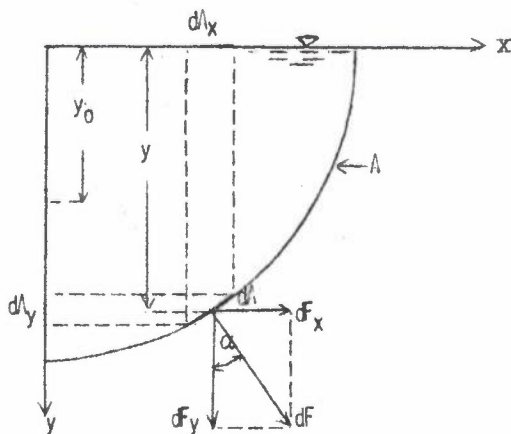


Fig. 18

x-aksen legges i vass-speilet og y-aksen regnes positiv nedover. Da blir:

$$dF = p \cdot dA = \gamma \cdot y \cdot dA$$

$$dF_x = \gamma \cdot y \cdot dA \sin \alpha$$

$$dF_y = \gamma \cdot y \cdot dA \cos \alpha$$

Her er:

$$dA \sin \alpha = dA_y \quad \text{og}$$

$$dA \cos \alpha = dA_x$$

Da kan vi skrive:

$$dF_x = \gamma \cdot y \cdot dA_y$$

$$dF_y = \gamma \cdot y \cdot dA_x$$

Når vi så summerer, integrerer, over hele flaten A, får vi:

$$F_x = \gamma \int y \cdot dA_y$$

$$F_y = \gamma \int y \cdot dA_x$$

Dersom  $A_y$  er projeksjonen av hele flaten A på vertikalplanet og  $y_0$  tyngdepunktsavstanden for  $A_y$  til vass-speilet, blir

$$\int y \cdot dA_y = Y_0 \cdot A_y \quad \text{og}$$

$$\underline{F_x = \gamma \cdot Y_0 \cdot A_y}$$

Eller: Det horisontale trykket mot en krum flate er lik det trykk som væsken gir mot denne flates vertikalprojeksjon.

Videre er integralet  $\int y \cdot dA_x$  lik volumet av væsken ovenfor den krumme flaten = V.

$$\text{Da er } \underline{F_y = \gamma \cdot V.}$$

Eller: Det vertikale væsketrykket på en krum flate er lik tyngden av en vertikal væskesøyle, som nedentil begrenses av den gitte krumme flaten og överst av denne flates projeksjon på vass-speilet. Det er likegyldig om væsken fyller ut dette rom eller ikke.

### 3. Hydrodynamikk.

Hydrodynamikk er læren om væskers bevegelse.

De enkelte molekyler i en væske har en uordnet bevegelse, men i hydrodynamikken greier det seg med å betrakte den ordnete gjennomsnittsbevegelse, som er direkte synlig og målbar.

Matematisk uttrykkes denne ordnete gjennomsnittsbevegelse ved å angi hastigheten som en kontinuerlig funksjon av sted og tid, dvs. ved et hastighetsfelt:

$$V_x = f_x(x, y, z, t)$$

$$V_y = f_y(x, y, z, t)$$

$$V_z = f_z(x, y, z, t).$$

Med utgangspunkt i en slik matematisk, tredimensjonal behandling ble bevegelseslover for friksjonsfrie væsker først utledet av Leonhard Euler i 1755. Som tidligere nevnt er det visse vanskeligheter med å tillempe slike lover på virkelige strømningsforløp. Bortsett fra noen spesielle tilfelle er derfor den tredimensjonale behandling praktisk talt umulig.

Vesentlig enklere er forholdene ved todimensjonal eller plan strømming. Med dette menes slik bevegelse at væskeelementene beveger seg i plan, parallelle med et fast plan og slik at strømmingen i hvert plan er ens. Men når væsken ikke er friksjonsfri, blir det også her betydelige vanskeligheter.

For teknisk bruk er det nødvendig å få fram brukbare lover for alle de ulike strømningsforløp som forekommer i naturen. Det viser seg da at en meget ofte kan bruke endimensjonal betraktningssmåte. Her betrakter en bare de strømningsforløp som opptrer i strømmingens hovedretning og innskrenker seg derved til midlere forhold. Til disse teoretiske utledninger føyer en så eksperimentelt funne koeffisienter for at uttrykkene som helhet best mulig skal stemme med virkelige forhold.

### 3.1. Strömlinjer.

Med begrepet strömlinje menes en linje som i hvert punkt av væsken forløper i samme retning som den der rådende hastigheten.

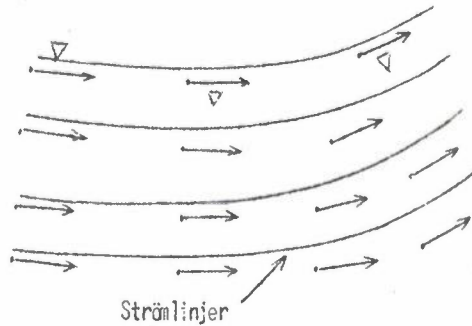


Fig. 19

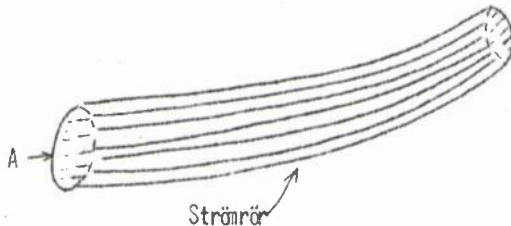


Fig. 20

Vi betrakter litt sagflis i rolig strømmende vatn. I løpet av 1 sek. vil hver flis ha flyttet seg en liten strekning, hastighetsvektoren  $\vec{V}$ . Tegner vi nå kurver som overalt tangeres av disse hastighetsvektorene  $\vec{V}$ , angir disse kurver overalt strømretningen i vedkommende øyeblikk. Disse kurvene kalles strömlinjer, fig. 19.

Videre kan vi tenke oss en vilkårlig kurve A, fig. 20, og alle strömlinjer som går gjennom denne kurven. Disse strömlinjer danner tilsammen en rörformet flate som kalles et strömrör.

Ved stasjonær bevegelse vil strömlinjer og strömrör se likedan ut til enhver tid. Etter hvert kommer bare nye væskepartikler til og tar de tidligeres plass. Ved denne stasjonære bevegelse blir strömlinjene identiske med banene for de enkelte partikler. To strömlinjer kan ikke skjære hverandre. Dersom dette var tilfelle, måtte det være 2 hastigheter i skjæringspunktet, og det er urimelig.

I et vassdrag regner en i de fleste tilfelle med at strömmingen er stasjonær. Dette betyr at vassmengden som renner i et visst tverrsnitt, antas å være konstant. En måler så vassføringa ved forskjellig vass-stand og angir resultatet i form av vassføringskurve eller tabell for vassdraget. Når en så senere, f.eks. flere år etter målinga, har observert en bestemt vass-stand (på et fast vassmerke), kan en av kurvene eller tabellen lese av korresponderende vassføring.



### 3.2. Kontinuitetsligninga.

I en strømmende væske tenker vi oss et strømrør med uendelig lite tverrsnitt, og framkommet som tidligere nevnt. Skissen forestiller et lengdesnitt.

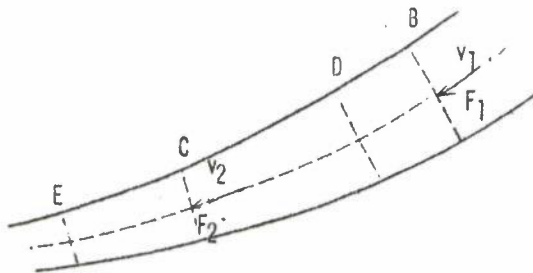


Fig. 21

For dette lille tverrsnittet kan vi da regne med at hastigheten overalt er parallell strømrørets akse og like stor, dvs. en slags middelhastighet. Væskeseksjonen BC vil i løpet av tiden  $dt$  innta stillingen DE. Væskepartiklene i tverrsnittet  $F_1$  ved B vil i tiden  $dt$  flytte seg strek-

ningen  $BD = v_1 dt$  ( $s = vt$ ). På samme vis med partiklene i tverrsnittet  $F_2$ . De flytter seg strekningen  $CE = v_2 dt$ . Da noen væske hverken kan renne til eller fra det tenkte strømrøret gjennom dets "vegger", blir:

$$DE = BC - v_1 dt \cdot F_1 + v_2 dt \cdot F_2.$$

Væsken forutsettes imidlertid å være usammentrykkbar, og da blir volumet  $DE = BC$ . Når dette innsettes i ligninga, får en:

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2.$$

Da  $F_1$  og  $F_2$  er to helt vilkårlig valgte tverrsnitt, gjelder generelt:

$$F \cdot v = \text{konstant}.$$

Dette er kontinuitetsligninga, som sier at ved stasjonær strømming er produktet av tverrsnitt og tilsvarende hastighet konstant.

Produktet  $Q = F \cdot v$  betyr den væskemengde som pr. tidsenhet strømmer gjennom tverrsnittet  $F$ , og regnes i l/sek. eller  $m^3$ /sek.

Ligninga  $F_1 v_1 = F_2 v_2$  kan skrives  $v_1 : v_2 = F_2 : F_1$  og sier da at overalt i røret er hastigheten omvendt proporsjonal med rørets tverrsnitt.

Av figur 21 kan vi også slutte at ved stasjonær strømming ligger strømlinjene tettere jo mindre tverrsnittet er. Derfor kan en

også si at hastigheten er størst der hvor strömlinjene er mest sammen-  
trengt.

Studerer en strömmingen i ei elv eller en kanal f.eks., kan en nok betrakte hele strömmen som ett strömrör. Men så snart en forlater strömrörerne med uendelig små tverrsnitt, kan en ikke lenger regne med at hastigheten er likerettet og like stor overalt innen hvert enkelt tverrsnitt. Likevel kan kontinuitetsligninga opprettholdes når hastigheten  $v$  betyr gjennomsnittshastigheten loddrett på tverrsnittet, dvs. parallell aksen. Vi har da:

$$Q = F \cdot v_m = \int dF \cdot v_n = \text{vassføringa.}$$

$dF$  betegner de enkelte flateelementer i tverrsnittet, og  $v_n$  = hastighetskomponenten normalt på disse elementene på hvert enkelt sted.

Eks. 1. I en rörledning forandres diameteren suksessivt fra 100 mm til 50 mm. Vatnets hastighet i den videste delon er 2 m/sek.

- a) Hvor stor er hastigheten i den smale delen?
- b) Hvor mye vatn strömmet gjennom röret pr. time?

a)  $\frac{\pi 100^2}{4} \cdot 2 = \frac{\pi 50^2}{4} \cdot v, \quad v = 8 \text{ m/sek.}$

b)  $Q = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} \cdot 20 \cdot 60 \cdot 60 = 56520 \text{ l/time.}$

*Monday 13.1.64  
held/don'ten pöker  
12*

3.3. Bernoullis ligning.

Dette er en formel som angir relasjonen mellom trykk og hastighet i en strömmende, friksjonsfri väske. Den kan utledes på flere måter. I dette tilfelle går vi ut fra loven om energiens konstans.

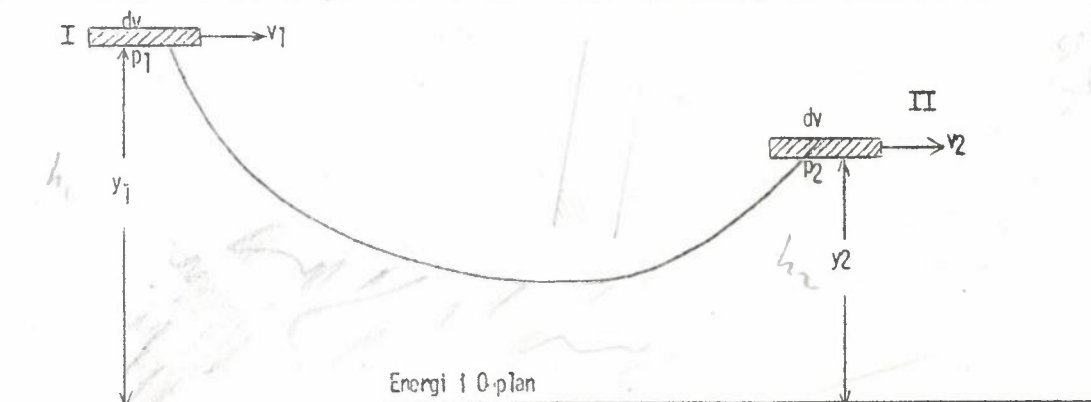


Fig. 22

$$K = m \cdot a$$

$$p = m \cdot g$$

$$f = \rho \cdot g$$

$\gamma = \rho \cdot g$   
 $\rho = \text{tetthet}$

Vi tenker oss et avgrenset eller avmerket væskevolum  $dv$  i en væske ved stasjonær strømming, dvs. på hvert sted i strømmen er trykk og hastighet konstant til enhver tid, mens begge deler hver for seg kan være forskjellig fra sted til sted.

1. Væskeelementets hastighet kan forandre seg og dermed også dets kinetiske energi  $= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \rho dv \cdot v^2$ , hvor  $\rho$  er væskens tetthet.
2. Væskeelementet har under bevegelsen forandret sin høyde over et visst horisontalplan, f.eks. en lågere liggende, horisontal vassflate. Elementets potensielle energi  $= mg \cdot h = \rho \cdot dv \cdot g \cdot h$ .
3. Selve væskevolumet  $dv$  kan oppfattes som en energiform. Denne energi skriver seg fra det trykket som på hvert sted er i væsken under strømmingen og kan kalles trykkenergi. Den er proporsjonal med væskevolumet  $dv$  og trykket  $p$ , altså  $= p \cdot dv$ .

Vi kan da sette opp følgende oversikt, idet væskevolumet  $dv$  tenkes bevege seg i vilkårlig bane fra stilling I til II:

	I	II
* 1. <u>Kinetisk energi</u>	$\frac{1}{2} \rho \cdot dv \cdot v_1^2$	$\frac{1}{2} \rho \cdot dv \cdot v_2^2$
2. <u>Potensiell energi</u>	$\rho \cdot dv \cdot g \cdot y_1$	$\rho \cdot dv \cdot g \cdot y_2$
3. <u>Trykkenergi</u>	$p_1 dv$	$p_2 dv$

Energisatsen gir da:

$$\frac{1}{2} \rho dv \cdot v_1^2 + \rho dv \cdot g \cdot y_1 + p_1 dv = \frac{1}{2} \rho dv \cdot v_2^2 + \rho dv \cdot g \cdot y_2 + p_2 dv = \text{konstant.}$$

Etter divisjon med  $dv \rho g$ , fåes:

$$\frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 + \frac{p_1}{\rho g} = \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + \frac{p_2}{\rho g} = \text{konstant.}$$

Da  $\rho g = \gamma$ , blir ligninga:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2 = \text{konstant,}$$

eller

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + y = \text{konstant}$$

Dette er Bernoullis ligning.

Undersöker vi dimensjonen for de ulike ledd i ligninga, vil vi se at de alle har dimensjonen lengde.

Leddet  $\frac{v^2}{2g}$  kalles hastighetshøyden,  $\frac{p}{\gamma}$  er trykkhøyden og  $y$  representerer den geometriske høyde over et vilkårlig valgt, horisontalt 0-plan.

Bernoullis ligning kan uttrykkes slik:

Når en ideell væske befinner seg i stasjonær strømming, er for alle punkter etter en strömlinje summen av hastighetshøyden, trykkhøyden og den geometriske høyde konstant.

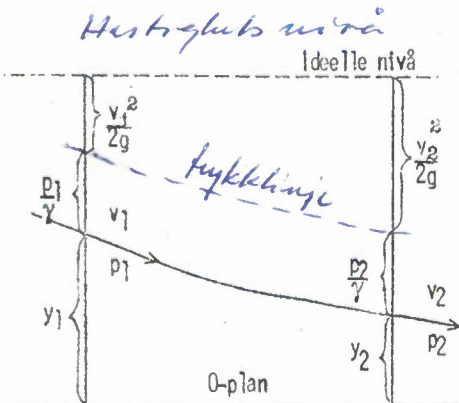


Fig. 23

Den grafiske framstilling viser at det "ideelle" nivå, også kalt hastighetsnivået, er horisontalt. Dette skyldes at en bl.a. ser bort fra friksjonstap ved strømmingen. Trykket i en strømmende væske, det hydrodynamiske trykk, kan vi måle ved å sette manometer eller stigerør på ledningen.

Eks. 1. En rørledning har på et sted tverrsnitt  $0,4 \text{ m}^2$ . Hastigheten er her  $3 \text{ m/sek.}$ , og trykket er målt til  $1,2 \text{ kg/cm}^2$ . Hvor stort er trykket i en annen seksjon som ligger  $4 \text{ m}$  lågere og hvis tverrsnittsareal er  $0,2 \text{ m}^2$ ? En ser bort fra alle energitap.

Det øvre snittet kalles 1, det nedre 2, og vi har da:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2$$

Legges 0-planet gjennom nedre snittet, blir  $y_2 = 0$ . Videre gir kontinuitetsligninga  $F_1 v_1 = F_2 v_2$ , og herav er  $v_2 = \frac{F_1 v_1}{F_2} = \frac{0,4 \cdot 3}{0,2} = 6 \text{ m/sek.}$

$$\gamma_{\text{vatn}} = 1 \text{ kg/dm}^3$$

$$\frac{3^2}{2g} + 12 + 4 = \frac{6^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$



Herav er

$$\frac{p_2}{\gamma} = 14,63 \text{ m} \quad \circ: \quad \underline{p_2 = 1,463 \text{ kg/cm}^2}.$$

Eks. 2. I en horisontal ledning med 150 mm diameter renner 400 l vann pr. min. Ved lokal innsnevring av røret er  $d = 50 \text{ mm}$  og trykket  $1,2 \text{ kg/cm}^2$ . Hvor stort er trykket i den videste delen? Ser bort fra energitap.

$$Q = \frac{400}{60} \text{ l/sek.}$$

$$v_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{400 \cdot 4}{60 \cdot 3,14 \cdot 1,5^2} = 3,77 \text{ dm/sek. eller } 0,377 \text{ m/sek.}$$

$$v_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{400 \cdot 4}{60 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2} = 33,9 \text{ dm/sek. eller } 3,39 \text{ m/sek.}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2, \quad y_1 = y_2 = 0.$$

$$\frac{0,377^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} = \frac{3,39^2}{2g} + 12.$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = 0,5857 + 12 - 0,007 = 12,578 \text{ m} \quad \circ: \quad \underline{p = 1,258 \text{ kg/cm}^2}.$$

Eks. 3. På et sted i en horisontal rørledning er vannets hastighet  $1,5 \text{ m/sek.}$ , og trykket er  $3 \text{ kg/cm}^2$ . Hvor stort er trykket på et annet sted hvor tverrsnittsarealet er bare  $1/5$  av det på første sted? Hensyn til energitap tas ikke.

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2 \quad \text{eller} \quad F_1 v_1 = 1/5 F_1 \cdot v_2 \quad \text{hvorav} \quad v_2 = 5 v_1.$$

$$v_2 = 1,5 \cdot 5 = 7,5 \text{ m/sek.}$$

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2$$

Når 0-planet legges gjennom ledningen, blir  $y_1 = y_2 = 0$ .

$$\frac{1,5^2}{2g} + 30 = \frac{7,5^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma}$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 0,1148 + 30 - 2,87 = 27,245 \text{ m.}$$

$$p_2 = 2,7245 \text{ kg/cm}^2.$$

Eks. 4. Hvor stort er trykket i sugeledningen til ei pumpe 6 m over vass-speilet i brønnen når vatnets hastighet er 3 m/sek. og ytre lufttrykket er 750 mm Hg?

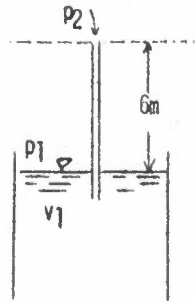


Fig. 24

Trykket  $p_1 = 750 \cdot 13,6 = 10,2 \text{ m vass-søyle}$ . 0-planet legges i vassflaten, og da blir  $y_1 = 0$ ,  $y_2 = 6$ .

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2, \quad v_1 = 0.$$

$$\frac{p_1}{\gamma} = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2$$

$$10,2 = \frac{3^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + 6$$

$$\frac{p_2}{\gamma} = 10,2 - 0,458 - 6 = 3,742 \text{ m} \quad \therefore \quad p_2 = 0,374 \text{ kg/cm}^2.$$

Eks. 5. Bernoullis ligning kan benyttes til å bestemme den hastighet hvormed væsken renner ut av små åpninger.

Vassflatens areal i karet kalles  $F$  og utløpsåpningens areal  $f$ .

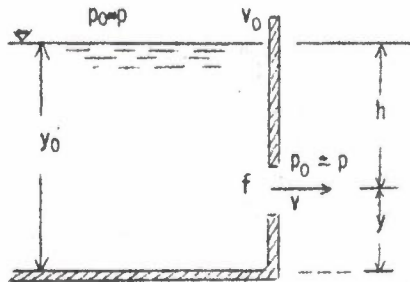


Fig. 25

$$\left. \begin{aligned} F \cdot v_0 &= f \cdot v \\ v_0 &= \frac{f}{F} v \end{aligned} \right\} \text{ p.g.a. kontinuiteten}$$

$$v^2 = v_0^2 + (y_0 - y)2g = v_0^2 + 2gh.$$

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + y = \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0}{\gamma} + y_0$$

$$\frac{v^2}{2g} + y = \frac{v_0^2}{2g} + y_0$$

$$v^2 = 2g \left( \frac{v_0^2}{2g} + y_0 - y \right)$$

$$= v_0^2 + h \cdot 2g, \quad v_0 = 0$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Er det stor forskjell på  $F$  og  $f$ , blir  $v_0$  en liten størrelse. Da kan en tilnærmet sette  $v_0 = 0$ , og

1451-09

høydeleksformel.  $h_p = \int \frac{dv}{dt} \frac{v^2}{2g}$

$v = \sqrt{2gh}$

Dette er Toricellis lov, og det framgår av den at den teoretiske utstrømningshastigheten er den samme som sluttshastigheten hos et frittfallende legeme.

3.4. Trykket i strømmende væske.

Med hydrostatisk trykk mener vi det trykk som en væske i ro utøver, og med hydrodynamisk trykk forstår vi det trykk som utøves av en væske i bevegelse. For å klargjøre forskjellen på hydrostatisk og hydrodynamisk trykk tenker vi oss et større kar, hvor væsknivået holdes konstant.

Fra karet går en horisontal utløpsledning med varierende tverrsnitt og med påsatte stigerør.

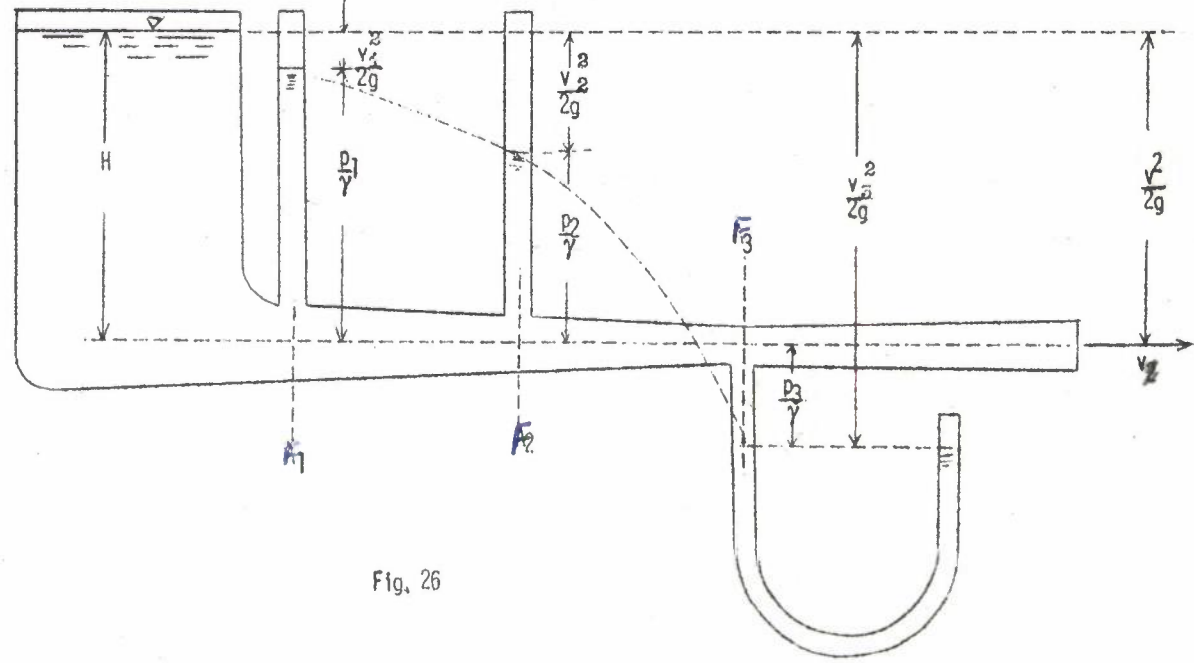


Fig. 26

Om væsken var i ro, skulle væsknivåene i de ulike rør stille seg jevnhøyt med nivået i karet. Hele systemet kan nemlig da betraktes som et kommuniserende kar. Den hydrostatiske trykklinjen blir i så fall en horisontal linje.

Når væsken strømmer ut gjennom ledningens åpning ved A - friksjonsfri strømming - vil væsken i de ulike rør stille seg på et lågere nivå enn i karet.

Ved geometrisk like høyder, som forutsatt i fig. 26, blir ifølge Bernoullis ligning:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} = H \quad (\text{a})$$

eller

$$p_1 + \gamma \frac{v_1^2}{2g} = p_2 + \gamma \frac{v_2^2}{2g} = p_3 + \gamma \frac{v_3^2}{2g} = \gamma \frac{v^2}{2g} = \gamma H \quad (\text{b})$$

I ligning (b) betyr  $p_1$ ,  $p_2$  og  $p_3$  de hydrodynamiske trykk i væsken, dvs. de trykk som den strømmende væske utøver på rørveggene.

Leddene  $\gamma \frac{v^2}{2g}$  er de såkalte hastighetstrykk. På tilsvarende måte kalles  $\frac{p}{\gamma}$  den hydrodynamiske trykkehøyde, og  $\frac{v^2}{2g}$  er hastighets-  
høyden.

Av ligning (b) framgår det at summen av det hydrodynamiske trykk og hastighetstrykket i hvert punkt er konstant og lik det hydrostatiske trykket. Av dette følger at jo større hastigheten i et punkt er, jo mindre er det hydrodynamiske trykket. Om hastigheten er stor nok, kan det hydrodynamiske trykket bli negativt. Dette betyr undertrykk eller sugevirkning ved en slik innsnevring av ledningstverrsnittet.

Dette framgår av følgende:

Ifølge kontinuiteten er  $A_3 \cdot v_3 = A \cdot v$  eller  $v_3 = v \frac{A}{A_3}$ .

I ligninga  $\frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$  innsettes verdien for  $v_3$ , og en får:

$$\frac{p_3}{\gamma} + \frac{v^2 \left(\frac{A}{A_3}\right)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$$

eller

$$\frac{p_3}{\gamma} = -\frac{v^2}{2g} \left[ \left(\frac{A}{A_3}\right)^2 - 1 \right]$$

Da  $\frac{A}{A_3}$  ifølge fig. 26  $> 1$ , blir  $\frac{p_3}{\gamma}$  negativ.

Vass-strålepumpen eller ejektoren er konstruert på dette grunnlag. Men også i det praktiske jordbruk kan dette bli aktuelt. Der hvor en har vatningsanlegg bør en i mange tilfelle også kunne spre gjødselvatn (urin) gjennom dette anlegget samtidig med vatning.



Det enkleste er da å ta gjødselvatnet inn på pumpens sugeside. Men er ikke dette praktisk gjørlig, kan gjødselvatnet også tas inn på trykksiden. Det kan da bli tale om å pumpe gjødselvatnet inn i trykkledningen eller ved en innsnevring av ledningstverrsnittet å få til en sugevirkning, der hvor urinledningen kobles til. Dette må gjøres på en slik måte at en unngår store energitap. Forholdene kan ellers være slik at en kombinasjon av disse alternativer gir den beste tekniske og økonomiske løsning.

### 3.5. Avløp fra en beholder.

Når væsken renner ut gjennom en åpning, dannes vanlig en stråle. Strålens teoretiske utløpshastighet skulle bli  $v_0 = \sqrt{2gh}$ , hvor  $h$  er høydeforskjellen mellom utløpsåpningen og den frie væskeflaten i karet. Ellers er forutsatt liten utløpsåpning i forhold til karetets tverrsnitt og samme lufttrykk på begge steder.

Men det viser seg at en imidlertid aldri oppnår denne hastighet  $v_0$  på grunn av væskefriksjonen. Hastigheten blir mindre og kan skrives:

$$v = \varphi \sqrt{2gh},$$

der  $\varphi$  er den s.k. hastighetskoeffisienten som tar hensyn til at væsken ikke er ideell. Forsøk har vist at  $\varphi$  beror på trykkehøyden.

Ved små trykkehøyder kan en regne  $\varphi = 0,96$  og ved større høyder  $\varphi = 0,99$ .

Ved små avløpsåpninger, areal  $F$ , skulle da avløpsmengden pr. sek. bli  $Q = F \cdot v = \varphi \cdot F \sqrt{2gh}$ .

Forsøk viser imidlertid at denne avløpsmengde får en bare når åpningen har vel avrundete kanter. Ved skarpkantete eller mindre vel avrundete åpninger blir strålen sammensnurpet.

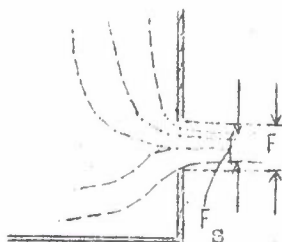


fig. 27

Væsken - væskepartiklene - strømmer mot åpningen ovenfra, nedenfra og fra siden, men p.g.a. tregheten svinger de ikke i rett vinkel ved åpningen. Fig. 27 viser hvordan forløpet blir.

Strålens tverrsnitt som blir mindre, kan vi kalle  $F_S = \beta \cdot F$ .

$\beta$  kalles kontraksjonskoeffisienten, som alltid er mindre enn

1. For sirkelformete åpninger i tynn vegg har Weisbach ved måling funnet  $\beta = 0,64$ .

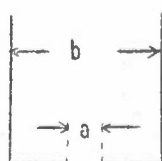
$$\text{Da blir } Q = \varphi \cdot F_S \sqrt{2gh} = \varphi \cdot \beta \cdot F \sqrt{2gh}.$$

Vanlig setter en  $\varphi \cdot \beta = \mu$ , som en kaller avløpskoeffisienten, og

$$Q = \mu \cdot F \sqrt{2gh}$$

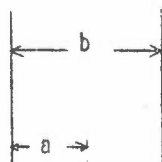
$\mu$  bestemmes vanlig eksperimentelt. Noen slike verdier skal gjengis i følgende tabeller.

1. Skarpkantet, spalteformet åpning i karetts botn.



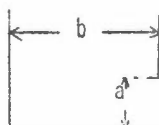
$\frac{a}{b}$	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\mu$	0,611	0,613	0,621	0,633	0,653	0,681

2. Åpning i horisontal botn ved karetts vegg.



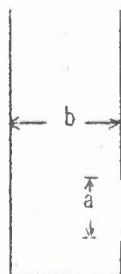
$\frac{a}{b}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\mu$	0,673	0,676	0,680	0,686	0,693	0,702

Sideåpning ved karetts botn.



$\frac{a}{b}$	0	0,5	1,0	1,5	2	3	5
$\mu$	0,673	0,640	0,582	0,504	0,438	0,320	0,200

Åpning i karetts sidevegg. Verdier som gjelder under forutsetning at åpningen ligger langt under den frie vassflaten.



$\frac{a}{b}$	0	0,5	1,0	1,5	2	3	5
$\mu$	0,611	0,600	0,544	0,483	0,420	0,319	0,200

5. Tykke kanter eller sylindrisk utløpstut.

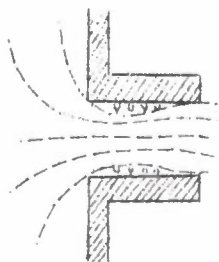


Fig. 28

Her får en det særegne forhold at strålen ved innløpet til røret kontraheres, men utvider seg igjen. Ved utløpet fyller den røret og forlater det sylindrisk. Mellom den kontraherte stråle og rørveggen danner det seg en vassmasse i hvirvlende, uregelmessig bevegelse. Her forsvinner kontraksjonen, men det er hastigheten som nedsettes. I dette tilfelle kan  $\mu$  settes = 0,80 - 0,85. Ellers vil en av foregående eksempler se at ved skarpkantet utstrømning ligger

verdien av  $\mu$  ved 0,6 - 0,7.

3.6. Vassmengden gjennom større sideåpninger i vertikal vegg, luker.

Som før nevnt er vassmengden gjennom små åpninger

$$Q = \mu \cdot F \sqrt{2gh} = \mu \cdot F \cdot v.$$

Høyden  $h$  er avstanden fra utløpstverrsnittets tyngdepunkt til den frie vassflaten. For små åpninger betrakter en altså hastigheten som konstant over hele tverrsnittet.

Når åpningens høyde er større, kan en ikke lenger se bort fra hastighetens forandring med strömlinjens avstand fra den frie vassflaten. Vassmengden gjennom åpningen bestemmes nå ved at en betrakter hver strömlinje som en selvstendig stråle og summerer, integrerer, over hele flaten. Vi betrakter et kar med vatn og sideåpning et stykke under vassflaten.

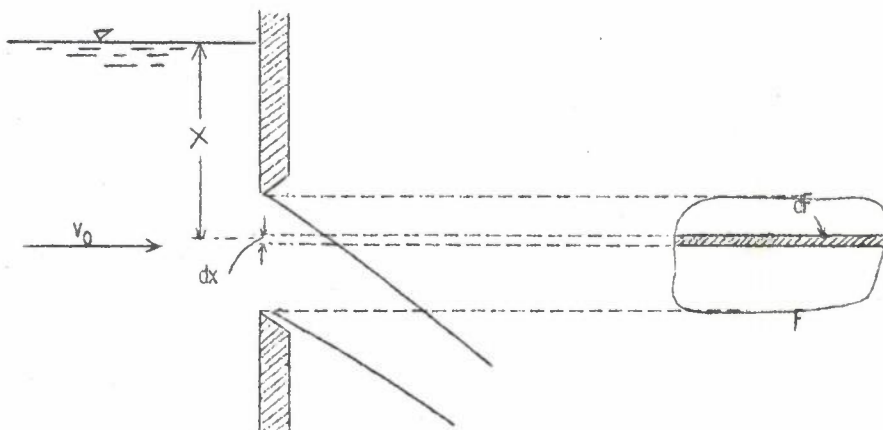


Fig. 29

Vi tenker oss åpningen delt opp i horisontale striper med uendelig liten høyde  $dx$ , og i avstanden  $x$  under vassflaten. Her blir hastigheten

$$v = \mu\sqrt{2gx}.$$

Vassmengden som renner ut gjennom stripen, blir

$$dQ = v \cdot dF = \mu\sqrt{2gx} \cdot dF$$

$dF$  er stripens flateinnhold.

For hele flaten  $F$  blir vassmengden

$$Q = \mu \int \sqrt{2gx} \cdot dF \quad (3.6.a)$$

Dette gjelder når vassnivået holdes konstant ved at vatn renner til karet eller bassenget. Videre har vi også sett bort fra tilløpshastigheten  $v_0$ , og det kan vi gjøre når bassenget er stort nok ( $v_0 < 0,5$  m/sek.). I andre tilfelle må en ta hensyn til  $v_0$  som antas å være parallell med utstrømningsretningen. Til hastigheten  $v_0$  svarer en trykkehøyde  $\frac{v_0^2}{2g}$ , som blir å legge til høyden  $x$  i formel (3.6.a).

Da blir

$$Q = \mu \int \sqrt{2g(x + \frac{v_0^2}{2g})} \cdot dF \quad (3.6.b)$$

### 3.6.1. Rektangulær sideåpning, ingen tilløpshastighet.

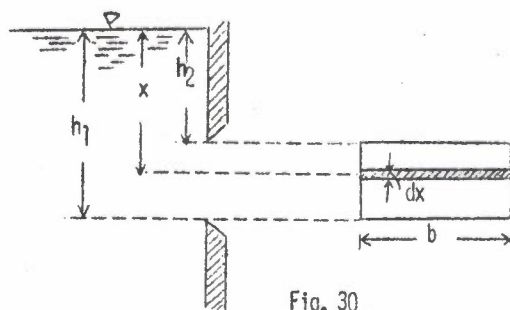


Fig. 30

$$dF = b \cdot dx$$

$$dQ = \mu b \cdot dx \sqrt{2gx} = \mu b \sqrt{2g} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot dx$$

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \cdot \int_{h_2}^{h_1} x^{\frac{1}{2}} dx = \mu b \sqrt{2g} \int_{h_2}^{h_1} \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2}) \quad (3.6.c)$$

### 3.6.2. Samme åpning, men med tilløpshastighet $v_0$ .

Høydene  $h_1$  og  $h_2$  byttes med henholdsvis

$$h_1 + \frac{v_0^2}{2g}$$

og

$$h_2 + \frac{v_0^2}{2g}$$



$$Q = 2/3 \mu b \sqrt{2g} \left[ \left( h_1 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( h_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] \quad (3.6.d)$$

### 3.6.3. Dykket sideåpning.

For hvert punkt i åpningen F er trykkhøyden = h.

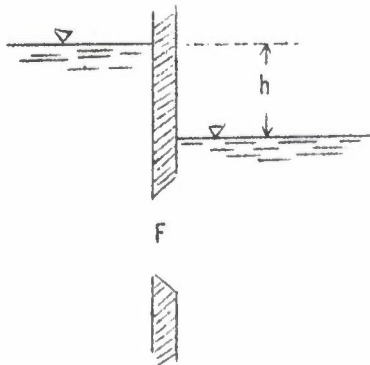


Fig. 31

$$Q = \mu_1 F \sqrt{2gh} \quad (3.6.e)$$

$\mu_1$  er i dette tilfelle noe mindre enn tilsvarende  $\mu$  ved fri utstrømming.

Vanlig settes  $\mu_1 \approx 0,98 \mu$ . Med tilløpshastigheten  $v_0$  blir:

$$Q = \mu \cdot F \sqrt{2g \left( h + \frac{v_0^2}{2g} \right)} \quad (3.6.f)$$

### 3.6.4. Delvis dykket sideåpning.

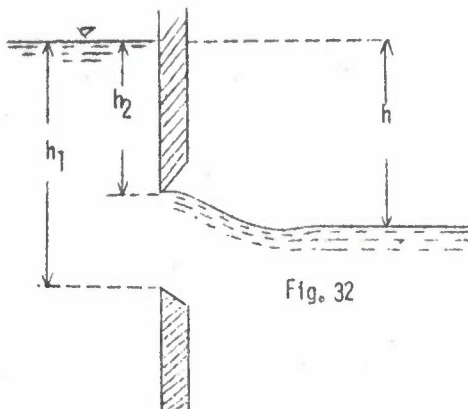


Fig. 32

Her betraktes åpningen som om den består av to deler: En fri og en dykket del.

$\mu_1$  gjelder for den frie del og  $\mu_2$  for den dykkete del.

Uten tilløpshastighet blir:

$$Q = 2/3 \mu_1 b \sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2}) + \mu_2 b (h_1 - h) \sqrt{2gh}$$

$$Q = b \sqrt{2g} \left[ \mu_1 2/3 (h_1^{3/2} - h_2^{3/2}) + \mu_2 (h_1 - h) \cdot h^{1/2} \right] \quad (3.6.g)$$

Med tilløpshastigheten  $v_0$  blir:

$$Q = b \sqrt{2g} \left\{ \mu_1 2/3 \left[ \left( h + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( h_2 + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right] + \mu_2 (h_1 - h) \left( h + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{1/2} \right\}$$

(3.6.h)

Eks. 1. I en beholder med vertikale vegger står vatnet konstant 4 m over underkanten av en luke som er 3 m bred. Hvor høy må luken være for at  $Q$  skal bli  $20 \text{ m}^3/\text{sek.}$ ?  $\mu = 0,80$ .

$$Q = \frac{2}{3}\mu b\sqrt{2g}(h_1^{3/2} - h_2^{3/2})$$

$$20 = \frac{2}{3} \cdot 0,8 \cdot 3 \sqrt{19,62}(4^{3/2} - h_2^{3/2})$$

$$4^{3/2} - h_2^{3/2} = \frac{20}{2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{19,62}}$$

$$h_2^{3/2} = 4^{3/2} - \frac{20}{2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{19,62}} = 8 - 2,821 = 5,179$$

$$h_2 = \sqrt[3]{5,179^2} = 2,993 \text{ m}$$

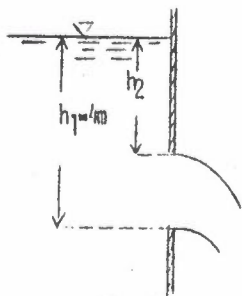


Fig. 33

Lukens höyde =  $h_1 - h_2 = 4,000 - 2,993 = \underline{1,007 \text{ m}}$ .

**Eks. 2.** En horisontal åpning i en vertikal damvegg er 0,6 m bred og 0,5 m høy. Lukens øvre kant er 0,8 m under vassflaten i dammen og 0,2 m over vatnet nedenfor dammen (undervatnet). Hvor mye vatn renner ut på 25 minutter om  $\mu = 0,75$  for hele åpningen?

$$Q = \mu b\sqrt{2g} \left[ \frac{2}{3}(h_1^{3/2} - h_2^{3/2}) + (h_1 - h)h^{\frac{1}{2}} \right]$$

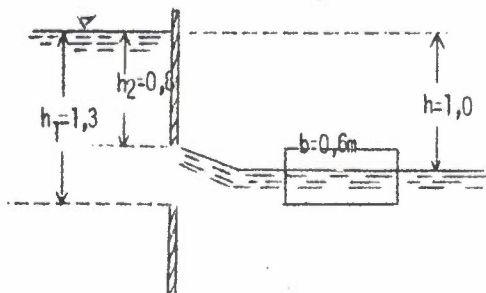


Fig. 34

$$Q = 0,75 \cdot 0,6 \sqrt{19,62} \left[ \frac{2}{3}(1,3^{3/2} - 0,8^{3/2}) + (1,3 - 1,0)1^{\frac{1}{2}} \right] = 1,99 \left[ \frac{2}{3}(1 - 0,716) + 0,3 \cdot 1 \right] = 1,99 \cdot 0,49$$

$$Q = 0,9751 \text{ m}^3/\text{sek.}$$

På 25 minutter renner ut

$$\underline{0,9751 \cdot 1500 = 1463 \text{ m}^3.}$$

**Eks. 3.** I en dam er det en rektangulær lukeåpning, 3 m bred. Vatnet står 5 m over åpningens underkant. Hvor høyt må luken trekkes opp når  $Q$  skal være  $25 \text{ m}^3/\text{sek.}$ ?  $\mu = 0,65$ .

$$Q = 2/3 \mu b \sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2})$$

$$25 = 2/3 \cdot 0,65 \cdot 3 \sqrt{19,62} (5^{3/2} - h_2^{3/2})$$

$$h_2^{3/2} = \sqrt{5^3} - \frac{25}{1,3 \cdot \sqrt{19,62}} = 11,18 - 4,342 = 6,838$$

$$h_2 = \sqrt[3]{6,838^2} = 3,603 \text{ m}$$

Luken må trekkes opp  $5,000 - 3,603 = \underline{1,397 \text{ m}}$ .

### 3.7. Vassmengden gjennom overfall.

For rektangulær lukeåpning beregnes vassmengden etter formelen

$$Q = 2/3 \mu b \sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2})$$

Vi kan tenke oss at veggen, som danner lukeåpningens øvre begrensning, løftes opp, slik at den til slutt ikke berøres av vatnet.

Dette betyr at  $h_2 = 0$ . Vi har fått et overfall, fig. 35 b.

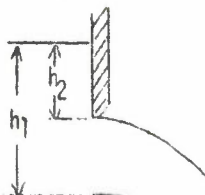


Fig. 35 a



Fig. 35 b

$$Q = 2/3 \mu b \sqrt{2g} h_1^{3/2}$$

eller

$$Q = 2/3 \mu b \cdot h_1 \sqrt{2g h_1}$$

### 3.7.1. Skarpkantet, fritt overfall.

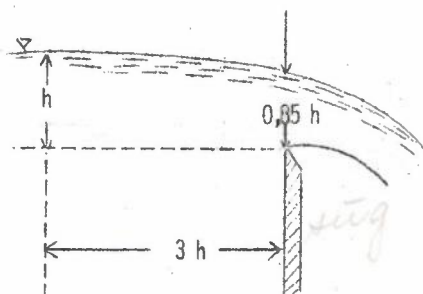


Fig. 36

Ved skarpkantet overfall er avløpskoeffisienten relativt konstant, 0,62 - 0,68. Dette forhold gjør at slike overfall egner seg godt til måling av vassføring i bekk eller kanal. Som fig. 36 viser, må

vass-standen  $h$  måles i avstanden ca.  $3 h$  ovenfor dammen (helst 3-5 m).

Vass-standen kan avleses på en målestang, som stilles på en stein eller pel, slik at stangens 0-merke faller i samme nivå som terskelen.

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

Må en regne med tilløpshastighet  $v_0$  ( $v_0 > 0,5$  m/sek.), blir:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left( \left( h + \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} - \left( \frac{v_0^2}{2g} \right)^{3/2} \right)$$

En bekk- eller kanaldemming kan bygges slik at overfallet strekker seg over hele bredden, og kanalsidene begrenser overfallsstrålen til siden. Dette blir overfall uten sidekontraksjon, men bare med kontraksjon nedenfra. Som gjennomsnittsverdier for  $\mu$  angis da 0,64 - 0,66 for skarpe kanter, 0,70 for runde kanter.

Når overfallsbredden er mindre enn kanalbredden, får en kontraksjon både fra sidene og nedenfra.  $\mu$  kan settes = 0,62 for skarpe kanter og 0,68 for runde kanter.

Det er for øvrig oppstilt mange formler for beregning av  $\mu$  etter terskelens form, kanaldjupet, overfallshøyden osv.. For å få

et pålitelig resultat ved denne vassmåling må en sørge for at avløpsstrålen virkelig er fri. Mellom strålen og dammens bakside er det nemlig tendens til vakuumdannelse, idet vatnet river luften med seg. Blir det vakuumer her, klappes strålen inn til dammens bakside. En får s.k. bundet stråle. I dette tilfelle

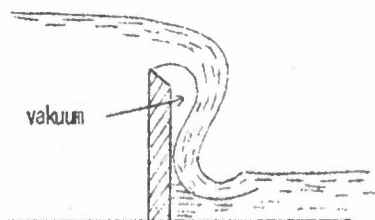


Fig. 37

blir vassmengden større enn ved fri stråle. Lufttilførsel ordnes fra siden.

I det foregående er forutsatt at terskelen har horisontal begrensnig. Men ved måling av mindre vassmengder kan det være hensiktsmessig å bruke V-formet overfall - også kalt Thompsons overfall.



$$Q = \frac{8}{15} \mu \sqrt{2g} \cdot h^{5/2} \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

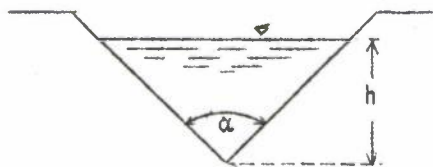


Fig. 38

Når strålen luftes, kan  $\mu$  beregnes av:

$$\mu = 0,5650 + 0,0868 \frac{1}{\sqrt{h}} \quad (h \text{ i cm})$$

*< alpha som regel 90°*

*Q = 0.0146 h<sup>2.48</sup>*  
*bl h.cm*

3.7.2. Skarpkantet, delvis dykket overfall.

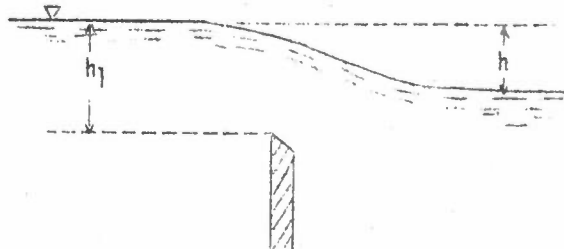


Fig. 39

I formel (3.6.g) settes  $h_2 = 0$ . Vassmengden ved delvis dykket overfall blir da:

$$Q = b \sqrt{2g} \left( \frac{2}{3} \mu_1 h^{3/2} + \mu_2 (h_1 - h) h^{1/2} \right)$$

tilløpshastighet, fåes formel for  $Q$  ved i (3.6.h) å sette  $h_2 = 0$ .

I de fleste tilfelle settes  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ , hvor verdien av  $\mu$  ligger mellom 0,62 og 0,85.

Dersom en må regne med

3.7.3. Overfallsdammer.

De tidligere nevnte overfall med skarpe kanter tjener bare til måling av vassmengder. Er hensikten å demme opp vatnet, f.eks. i fløtingsvassdrag, gjøres dammen solidere og med mer eller mindre avrundet krone. På de partier av dammen hvor vatnet renner over, overløpet eller flømløpet, blir baksiden gjerne formet slik at vatnet følger den.

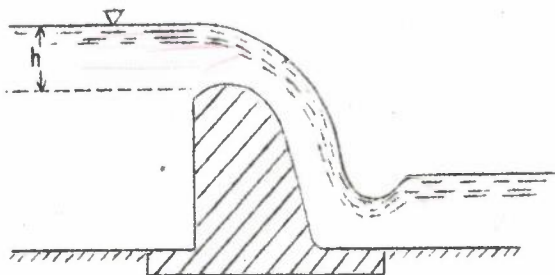
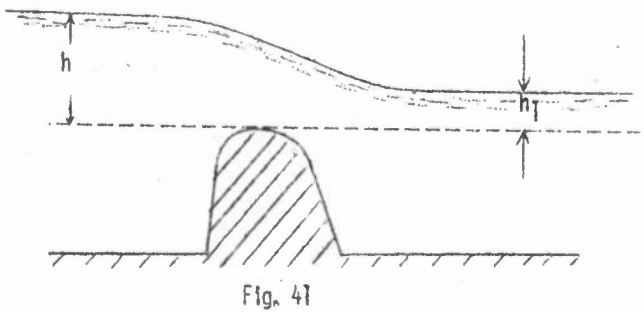


Fig. 40

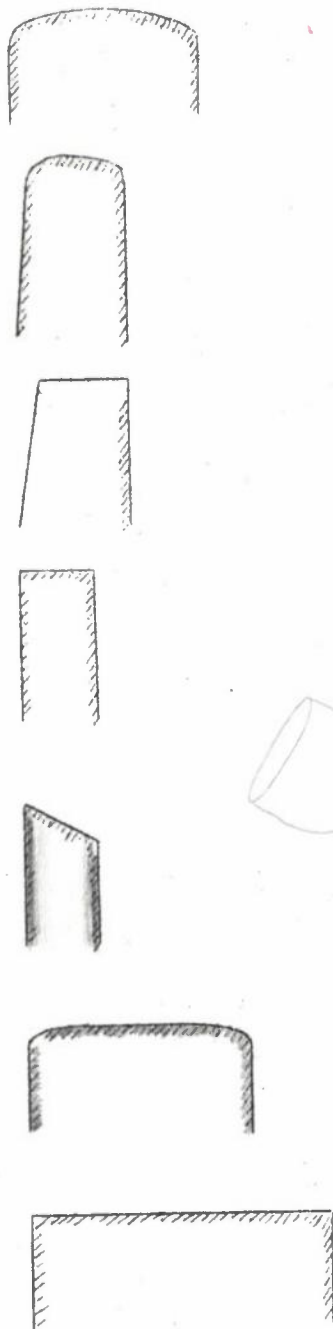
Når kronen rekker over undervassspeilet, kalles det overfallsdam, fig. 40.

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \cdot h^{3/2}$$

$b$  er overfallsbredden, tilløpshastighet er ikke forutsatt i formelen her.



Dersom damkronen ikke rekker over undervassspeilet, kaller en det grunddam, fig. 41. Dette svarer altså til delvis dykket overfall. Verdien på  $\mu$  er sterkt avhengig av kronens utforming og sideveggenes helling. Noen eksempler viser dette.



Bred, glatt, godt avrundet krone.  $\mu = 0,80$ .

Forsiden skrå, kronen smalere, skarpere avrundet.  $\mu = 0,72$ .

Forsiden skrå, kronen skarpkantet.  $\mu = 0,67$ .

Dammen tynn, skarpkantet, forsiden loddrett.  $\mu = 0,62$ .

Forsiden loddrett, skarp kant.  $\mu = 0,62 - 0,60$ .

Kronen har stor bredde, godt avrundet.  $\mu = 0,60$ .

Kronen er bred, skarpkantet.  $\mu = 0,54$ .

Fig. 42

5/12-62

3.8. Avløp med bredt overfall.

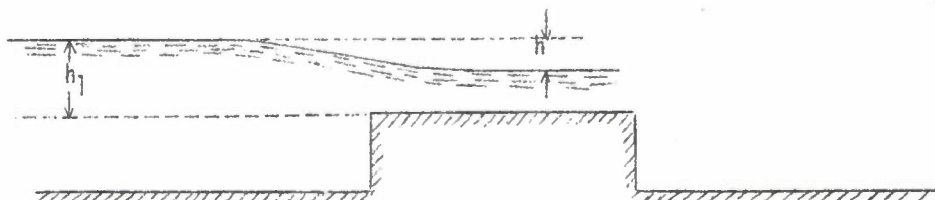


Fig. 43

Vass-speilet faller et stykke,  $h$ , når vatnet passerer damkronen. Dette stykket  $h$  svarer til økningen i hastighet. Teoretisk skulle vassbevegelsen her behandles som delvis dykket overfall, men da  $h$  er liten i forhold til  $h_1$ , kan en se bort fra den frie del av overfallet.

Når åpningens bredde er  $b$ , blir strømmens tverrsnitt  $b(h_1 - h)$ . Hastigheten er  $\mu\sqrt{2gh}$ .

$$Q = \mu \cdot b(h_1 - h) \sqrt{2gh}$$

Formelen er like meget empirisk som teoretisk begrunnet.  $\mu = 0,6-0,8-0,95$ . Den lågste verdi for brukes når undervass-speilet står lågere eller i høyde med overfallskanten.

Matematisk kan en utlede at  $Q$  maks. fåes når  $h = 1/3 h_1$ .

Eks. 1. I ei elv står vatnet ved normal vassføring 20 cm ( $h$ ) over kronen på en overfallsdam. Under vårflommen økes denne høyden,  $h$ , til det tredobbelte. Hvor mange ganger større er flomvassføringa enn normal vassføring?  $\mu$  antas å ha samme verdi i begge tilfelle.

$$\frac{Q_{\text{flom}}}{Q_{\text{norm.}}} = \frac{2/3 \mu \cdot b \cdot 3h \sqrt{2g \cdot 3h}}{2/3 \mu \cdot b \cdot h \sqrt{2g \cdot h}} = 3\sqrt{3} = 5,2.$$

Eks. 2. En dam har et overfall 1,2 m høyt og 2,5 m bredt. Om damluken skyves ned slik at vassmengden blir bare halvparten, hvor stor blir da åpningens høyde?  $\mu$  er ens i begge tilfelle.

$$Q_{\text{overfall}} = \frac{2}{3} \mu \cdot 2,5 \cdot 1,2 \sqrt{2g \cdot 1,2}$$

$$Q_{\text{luke}} = (\text{skal være}) \frac{\frac{2}{3} \mu \cdot 2,5 \cdot 1,2 \sqrt{2g \cdot 1,2}}{2} = \mu \cdot 2,5 \cdot 0,4 \sqrt{2g \cdot 1,2}$$

$$\text{Lukens vassføring er ellers } \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} (h_1^{3/2} - h_2^{3/2})$$

Da blir:

$$\frac{2}{3} \mu \cdot 2,5 \sqrt{2g} (1,2^{3/2} - h_2^{3/2}) = \mu \cdot 2,5 \cdot 0,4 \cdot \sqrt{2g} \cdot 1,2^{\frac{1}{2}}$$

$$1,2^{3/2} - h_2^{3/2} = 3/2 \cdot 0,4 \sqrt{1,2}$$

$$h_2^{3/2} = 1,2^{3/2} - 0,6 \sqrt{1,2} = \sqrt{1,2^3} - 0,6 \sqrt{1,2} = 0,663$$

$$h_2 = \sqrt[3]{0,663^2} = 0,76 \text{ m}$$

$$\text{Åpningens høyde} = 1,20 - 0,76 = \underline{0,44 \text{ m.}}$$

Eks. 3. Ved en grunndam er høydeforskjellen mellom øvre og nedre vass-speilet = 0,6 m. Damkronen ligger 0,9 m under øvre vass-speilet. Beregn høyden på en lukeåpning helt under nedre vass-speilet, som med samme bredde slipper gjennom like stor vassmengde.  $\mu$  antas ens i begge tilfelle.

$$Q_{\text{over grunndammen}} = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \cdot 0,6^{3/2} + \mu b \cdot 0,3 \sqrt{2g} \cdot 0,6$$

Lukeåpningens vassføring når dens høyde kalles  $x$  blir:

$$\mu b \cdot x \sqrt{2g} \cdot 0,6$$

$$\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \cdot 0,6^{3/2} + \mu b \cdot 0,3 \sqrt{2g} \cdot 0,6 = \mu b \cdot x \sqrt{2g} \cdot 0,6$$

$$\frac{2}{3} \cdot 0,6^{3/2} + 0,3 \cdot 0,6^{1/2} = x \cdot 0,6^{1/2}$$

$$\frac{2}{3} \cdot 0,6 + 0,3 = x \quad \text{og} \quad x = 0,4 + 0,3 = \underline{0,7 \text{ m}}$$

Eks. 4. I ei flötingselv med vassføring  $Q$  m<sup>3</sup>/sek., bredde  $b$  og vassdjup  $d$ , er botnen ujevn, storsteinet og ellers vanskelig for flötning av tömmer. Ved hjelp av en overfallsdam skal vassdjupet på en slik elvestrekning gjøres  $h$  m større. Hvor høy må dammen bygges for å gi denne heving av vass-standen?

Vi regner med tilnærmet rektangulært tverrsnitt av elvefaret.

$$Q = 12 \text{ m}^3/\text{sek.}, \quad b = 20 \text{ m}, \quad d = 1,0 \text{ m}, \quad h = 0,5 \text{ m}$$

$$X = d + h - h_1$$



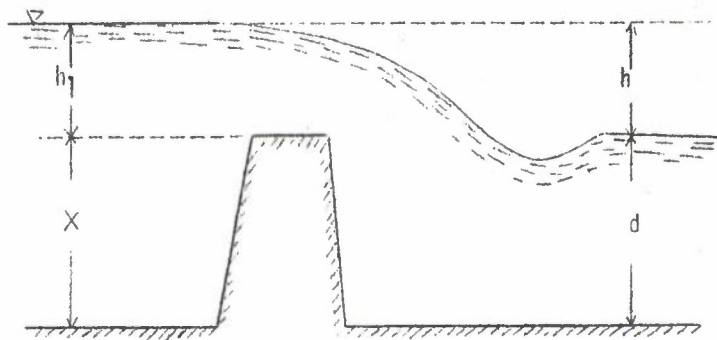


Fig. 44

$$v_0 = \frac{Q}{F} = \frac{12}{1,5 \cdot 20} = 0,4 \text{ m/sek.}$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = k = \frac{0,4^2}{2g} = 0,008 \text{ m}$$

Vi kan på forhånd ikke vite om overfallet blir fritt eller delvis dykket og dermed hvilken formel  $Q$  skal beregnes etter. Men vi antar at undervatnet til en begynnelse står jevnhøyt med demningens overkant. Det blir da fritt overfall, og vassføringa kan beregnes av formelen:

$$Q = 2/3 \mu b \sqrt{2g} ((h_1 + k)^{3/2} - k^{3/2})$$

$\mu = 0,8$ . Foreløpig ser vi bort fra  $k$ .

$$Q_1 = 2/3 \cdot 0,8 \cdot 20 \sqrt{2g} \cdot 0,5^{3/2} = 16,71 \text{ m}^3/\text{sek.}$$

Vassmengden  $16,71 \text{ m}^3/\text{sek.}$  kan altså renne over dammen etter våre antakelser, dvs. fritt overlöp. Da den virkelige vassføringa er bare  $12 \text{ m}^3/\text{sek.}$ , kan vi slutte at undervatnet vil ligge lågere enn antatt. Dammen rekker over undervass-speilet, og fölgelig kan vi bruke formelen for fritt overfall.

Ser vi foreløpig bort fra  $v_0$  (altså  $k$ ), får vi:

$$12 = 2/3 \cdot 0,8 \cdot 20 \sqrt{19,62} \cdot h_1^{3/2}$$

$$h_1 = 0,401 \text{ m}$$

$$X = d + h - h_1 = 1.000 + 0,5 - 0,401 = \underline{1,099 \text{ m}}$$

Med tilløpshastigheten  $v_0$  får vi:

$$12 = 2/3 \cdot 0,8 \cdot 20 \sqrt{19,62} \left\{ (h_1 + 0,008)^{3/2} - 0,008^{3/2} \right\}$$

$$h_1 = 0,394 \text{ m}$$

$$X = d + h - h_1 = 1,000 + 0,5 - 0,394 = \underline{1,106 \text{ m}}$$

Feilen ved å neglisjere  $v_0$  blir:

$$1,106 - 1,099 = 0,007 \text{ m} \quad : \quad 7 \text{ mm}$$

Prinsippet ved beregninga her er altså at en først antar en høyde på dammen = undervatnets høyde. En beregner så den vassmengde som kan renne over. Da regner en med at vatnet ovenfor dammen står så høyt som det skal demmes opp, dvs.  $d + h$ . Av den vassmengden en da får fram kan en slutte om overfallet er fritt eller delvis dykket.

Eks. 5. Samme beregning som i eks. 4.

$$Q = 20 \text{ m}^3/\text{sek.}, \quad h = 0,4 \text{ m}, \quad b = 20 \text{ m}, \quad d = 1,0 \text{ m}, \quad \mu = 0,8$$

$$v_0 = \frac{Q}{F} = \frac{20}{1,4 \cdot 20} = 0,714 \text{ m/sek.}, \quad \frac{v_0}{2g} = k = \frac{0,714^2}{2g} = 0,026 \text{ m}$$

Foreløpig ser vi bort fra  $k$ , og antar dammens overkant jevnhøy med undervatnet.

$$Q_1 = 2/3 \cdot 0,8 \cdot 20 \sqrt{19,62} \cdot 0,4^{3/2} = 11,95 \text{ m}^3/\text{sek.}$$

Denne vassføringa,  $11,95 \text{ m}^3/\text{sek.}$ , er mindre enn den vassmengden som i virkeligheten vil renne over dammen. Derfor blir undervatnet stående høyere i forhold til dammens overkant enn vi har antatt. Det blir delvis dykket overfall.

Formelen blir:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ 2/3 \left( (h+k)^{3/2} - k^{3/2} \right) + (h_1 - h) \sqrt{h+k} \right\}$$

$$h - h_1 = \frac{2/3 \left( (h+k)^{3/2} - k^{3/2} \right)}{\sqrt{h+k}} - \frac{Q}{\mu \cdot b \sqrt{2g} (h+k)}$$

$$X = d + \frac{2/3 \left( (h+k)^{3/2} - k^{3/2} \right)}{\sqrt{h+k}} - \frac{Q}{\mu \cdot b \sqrt{2g} (h+k)}$$

Ser vi bort fra k, blir:

$$X = 1,0 + \frac{2/3 \cdot 0,4^{3/2}}{0,4^2} - \frac{20}{0,8 \cdot 20 \sqrt{19,62 \cdot 0,4}} = 1,0 + 0,267 - 0,446 = \underline{0,821 \text{ m}}$$

Med tilløpshastigheten  $v_0$  blir:

$$X = 1,0 + \frac{2/3(0,4 + 0,026)^{3/2} - 0,026^{3/2}}{\sqrt{0,4 + 0,026}} - \frac{20}{0,8 \cdot 20 \sqrt{19,62(0,4 + 0,026)}} = \underline{0,848 \text{ m}}$$

Feilen ved å neglisjere  $v_0$  blir  $0,848 - 0,821 = 0,027 \text{ m}$ ,  
 o: 27 mm. At feilen er større i dette tilfelle skyldes at vassføring  
 og dermed hastigheten er vesentlig større her.

*Tillegg*  


3.9. Impulssatsen i hydromeknikken.

Impulssatsen tillempes for beregning av stråletrykk og reaksjonstrykk. Det er nødvendig å ha noe kjennskap til dette for å forstå visse konstruksjonsdetaljer ved de vanlige sirkelspredere i moderne vatningsanlegg.

Ifølge Newtons 2. lov er  $K = m \cdot a$  og  $a = \frac{dv}{dt}$ .

Vi kan også skrive  $K \cdot dt = m \cdot dv$ , hvilket er impulssatsen.

Det er dog nødvendig med en viss omforming. Om vi betrakter en strömlinje, så er det ikke væskemassen  $m$  som karakteriserer strömingsforløpet, men den framströmmende væskemengden pr. tidsenhet,  $Q$ . Det er en viss relasjon mellom  $m$  og  $Q$ .

$Q = \text{väskevolum pr. tidsenhet.}$

$\gamma \cdot Q = \text{väskevekt pr. tidsenhet.}$

$\gamma \cdot Q \cdot dt = \text{väskevekten } P \text{ i tiden } dt.$

Da blir:

$$\gamma \cdot Q = \frac{P}{dt} = \frac{m \cdot g}{dt}$$

$$m = \frac{\gamma \cdot Q}{g} dt$$

Dette uttrykk for  $m$  settes inn i impulssatsen  $K \cdot dt = m \cdot dv$ , og vi får

$$K \cdot dt = \frac{\gamma \cdot Q}{g} dv \cdot dt$$

eller

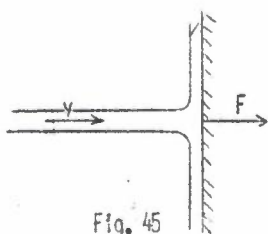
$$K = \frac{\gamma \cdot Q}{g} dv$$

En væskestrøm som på grunn av ytre årsak får en hastighetsendring  $dv$ , påvirkes av en kraft hvis størrelse er  $\frac{\gamma \cdot Q}{g} dv$ .

### 3.9.1. Aksjons- eller stråletrykk.

#### a. Rett stråletrykk.

En fri vass-stråle som treffer en stillestående vegg eller plate, over et trykk mot veggen. Dette trykket kalles stråletrykk eller aksjonstrykk.



Når vasspartiklene treffer veggen, endres deres retning og blir parallell veggen. Dersom vi tenker oss en begrenset del av strålen, fig. 45, så gir impulssetzen:

$$F' = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{2,x} - v_{1,x})$$

$v_{2,x}$  og  $v_{1,x}$  er hastighetskomponentene i kraftens retning, i x-retningen. Men da

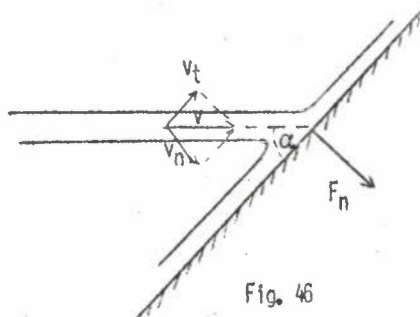
$v_{1,x} = v$  og  $v_{2,x} = 0$ , blir

$$F' = - \frac{\gamma \cdot Q}{g} v ,$$

som således er veggens trykk mot strålen. Ifølge loven om aksjon og reaksjon blir da aksjonstrykket, strålens trykk mot veggen:

$$F = \frac{\gamma \cdot Q}{g} v$$

#### b. Skrått stråletrykk.



Når strålen treffer veggen under vinkelen  $\alpha$ , deler en strålens hastighet i komponenter, vinkelrett mot,  $v_n$ , og parallell med veggen,  $v_t$ .

$$v_n = v \sin \alpha \quad \text{og} \quad v_t = v \cos \alpha$$

Da blir aksjonstrykkets normal-komponent:

$$F_n = \frac{\gamma \cdot Q}{g} v \cdot \sin \alpha$$



c. Stråletrykk mot krum flate.

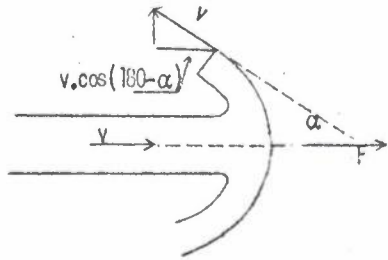


Fig. 47

Vi forutsetter her at væskepartiklene etter avbøyningen har samme fart som før. Selve strålen forandrer retning kontinuerlig, og det samme gjør hastigheten.

Den tangentielle hastighet ved utløpet er altså  $v$ . Dens komponent i aksens retning,  $x$ -retningen, =  $v \cdot \cos(180^\circ - \alpha)$ .

$$v_{1,x} = v$$

$$v_{2,x} = v \cdot \cos(180^\circ - \alpha) = -v \cos \alpha$$

Flatens trykk mot væsken blir iflg. impulssetzen:

$$F' = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{2,x} - v_{1,x}) = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (-v \cdot \cos \alpha - v) = -\frac{\gamma \cdot Q}{g} v (\cos \alpha + 1)$$

Stråletrykket blir da:

$$F = \frac{\gamma \cdot Q}{g} \cdot v \cdot (1 + \cos \alpha)$$

Største trykket får en når  $\alpha = 0$ , dvs. når flaten er halvsirkelbøyd:

$$F \text{ maks.} = \frac{\gamma \cdot Q}{g} v (1 + \cos 0) = \frac{\gamma \cdot Q}{g} v (1 + 1) = \frac{2 \cdot \gamma \cdot Q}{g} v$$

Kaller vi strålens tverrsnittsareal  $A$  og  $\frac{v^2}{2g} = h =$  den statiske trykkehøyden, kan vi skrive:

$$F \text{ maks.} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot Q \cdot v}{g} = \frac{2 \cdot \gamma \cdot A \cdot v}{g} \cdot v = 4 \cdot \gamma \cdot A \cdot \frac{v^2}{2g} = \underline{4 \cdot \gamma \cdot A \cdot h}$$

Dette sier at her er stråletrykket 4 ganger så stort som det hydrostatiske trykket.

3.9.2. Reaksjonstrykk, rørkroker.

Når væsker strømmer i krocket rør, får en rørets trykk mot væsken ifølge impulssetzen.

Dette blir:

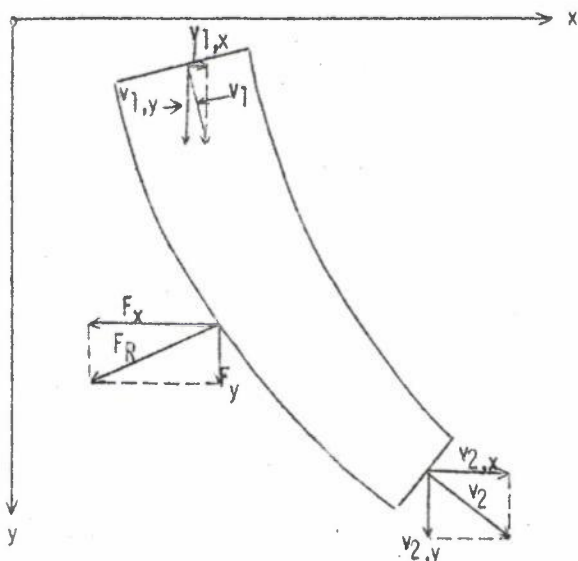


Fig. 48

$$F'_x = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{2,x} - v_{1,x})$$

$$F'_y = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{2,y} - v_{1,y})$$

Ifølge loven om aksjon og reaksjon blir væskens trykk mot røret, dvs. væskens reaksjonstrykk:

$$F_x = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,x} - v_{2,x})$$

$$F_y = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,y} - v_{2,y})$$

For det spesielle tilfelle som fig. 48 viser er

$v_{2,x} > v_{1,x}$ , og dermed får  $F_x$  negativt fortegn. Dette betyr bare at  $F_x$  er rettet til venstre i figuren.  $F_y$  blir positiv, altså rettet nedover.

Det resulterende reaksjonstrykket blir:

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2},$$

og retningen fåes ved konstruksjon.

Eks. 1. Til et vertikalt rør,  $d = 2,5$  m, kobles en  $90^\circ$  rørkrok som kontinuerlig utvider seg til  $d = 4$  m. Hastigheten på vatnet i det vertikale rør er 5 m/sek.. Beregn reaksjonstrykket på rørkroken.

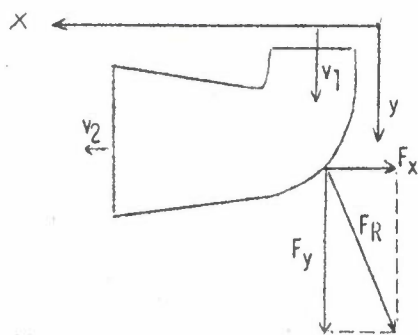


Fig. 49

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v_1 = \frac{3,14 \cdot 2,5^2 \cdot 5}{4} = 24,5 \text{ m}^3/\text{sek.}$$

$$v_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{24,5 \cdot 4}{3,14 \cdot 4^2} = 1,955 \text{ m/sek.}$$

Av fig. 49 ser vi at:

$$v_{1,x} = 0; \quad v_{1,y} = v_1 \quad \text{og} \quad v_{2,x} = v_2;$$

$$v_{2,y} = 0$$

$$F_x = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,x} - v_{2,x}) = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (0 - v_{2,x}) = \frac{1000 \cdot 24,5}{9,81} (-1,955) = -4890 \text{ kg}$$

$$F_y = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,y} - v_{2,y}) = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,y} - 0) = \frac{1000 \cdot 24,5}{9,81} \cdot 5 = 12\,480 \text{ kg}$$

Slik som koordinatsystemet er lagt betyr minustegnet for  $F_x$  at  $F_x$  er rettet mot høyre.

$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{4890^2 + 12\,480^2} = \underline{13\,400 \text{ kg}}$$

Eks. 2. Et horisontalt rør,  $d = 2,5$  dm, avsluttes med en nedoverbøyd,  $90^\circ$  rørkrok,  $Q' = 6000$  l/min.. Søk reaksjonstrykket i horisontal retning.

$$Q = \frac{6000}{60} = 100 \text{ l/sek.}$$

$$v = v_{1,x} = \frac{Q}{F} = \frac{100 \cdot 4}{3,14 \cdot 2,5^2} = 20,3 \text{ dm/sek.}$$

$$v_{2,x} = 0$$

$$F_x = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,x} - v_{2,x}) = \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_{1,x} - 0) = \frac{1 \cdot 100 \cdot 20,3}{9,81} = \underline{20,8 \text{ kg}}$$

Eks. 3. En vass-stråle,  $v = 10$  m/sek., treffer en vegg som er stilt i  $45^\circ$  vinkel med stråleretningen. Vassmengden er 800 l/min.. Hvor stort er trykket vinkelrett mot veggen, når vatnets hastighet etter veggen antas å være den samme som i den innkommende vass-strålen?

$$F_n = \frac{\gamma \cdot Q}{g} v \sin \alpha = \frac{1 \cdot 800}{60 \cdot 9,81} \cdot 10 \cdot 0,7071 = \underline{9,6 \text{ kg}}$$

Eks. 4. Ei brannsprøyte gir pr. min. 1800 l vann med hastighet svarende til 24 m stighøyde. Hvor stort trykk over strålen om den rettes vinkelrett mot en vegg?

$$Q = \frac{1800}{60} = 30 \text{ l/sek.}$$

$$\frac{v^2}{2g} = h = 24 \text{ m} \quad \text{og} \quad v = \sqrt{24 \cdot 2 \cdot 9,81} = 21,7 \text{ m/sek.}$$

$$F = \frac{\gamma \cdot Q}{g} \cdot v = \frac{1 \cdot 30}{9,81} \cdot 21,7 = \underline{66,4 \text{ kg}}$$

4.0. Energitalp ved strömming.

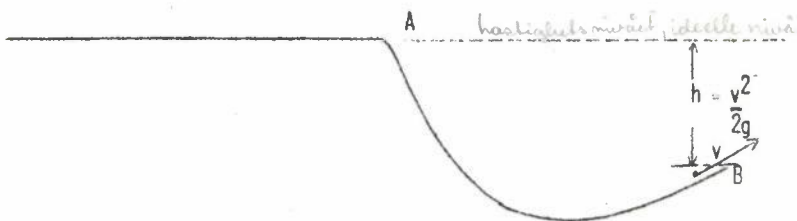


Fig. 50

Vi kan tenke oss et legeme som beveger seg fra A til B uten friksjon. Det er bare tyngdekraften som virker på legemet.

Derfor vil dets hastighet bare avhenge av avstanden fra det horisontale plan gjennom A. Planet kalles hastighetsnivået eller også det ideelle nivå. Når legemet kommer opp til planet, blir  $v = 0$ .

Hastighetsplanet kan også sies å være nullplanet for den kinetiske energi.

Veier legemet  $Q$  kg og befinner seg  $h$  m under hastighetsnivået, er det utförte arbeid  $= Q \cdot h$  kgm. Dets kinetiske energi  $= \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} v^2$ . Da er  $Q \cdot h = \frac{1}{2} \frac{Q}{g} v^2$ , hvorav  $h = \frac{v^2}{2g}$ .

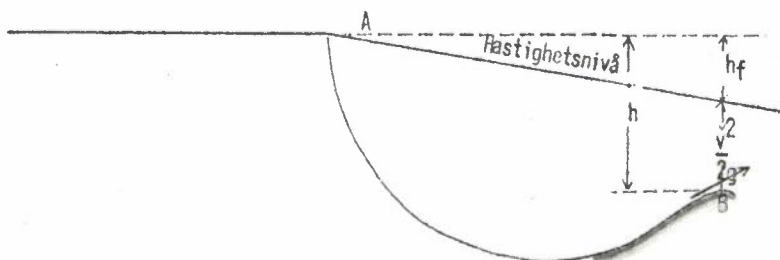


Fig. 51

I virkeligheten vil det være friksjon langs banen. En del av tyngdekraftens arbeid går med til å overvinne friksjonen.

Dette energitalp

uttrykkes som tap av trykkehöyde,  $h_f$ .

Energiligninga gir:

$$h - h_f = \frac{v^2}{2g} .$$

Såfremt energitalpet er det samme overalt i banen blir hastighetsnivået en skrå, rett linje. Om legemet fortsatte oppover ved B, ville det bare nå opp til denne linjen. Den forbrukte energi,  $h_f$ , betraktes som tapt for den videre bevegelse.

Ved utledningen av Bernoullis ligning gikk vi ut fra ideell væske. Brukes ligninga i denne form, vil resultatet i de fleste tilfelle avvike ganske vesentlig fra de virkelige forhold ved strömmende væs-



ker. Årsaken er den at en del av væskens energi brukes til å overvinne strømningsmotstand av ulike slag (friksjon osv.).

Bernoullis ligning var:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2 .$$

Av det som nettopp er sagt om energitap vil en forstå at høyre side av ligninga i virkeligheten vil være mindre enn venstre. Skål ligninga fremdeles være brukbar, må en på høyre side føye til et ledd som tar hensyn til tapene. Dette leddet er det før nevnte tap av trykkehøyde,  $h_f$ .

Bernoullis ligning med tapsledd blir:

*se side 21.*

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2 + h_f .$$

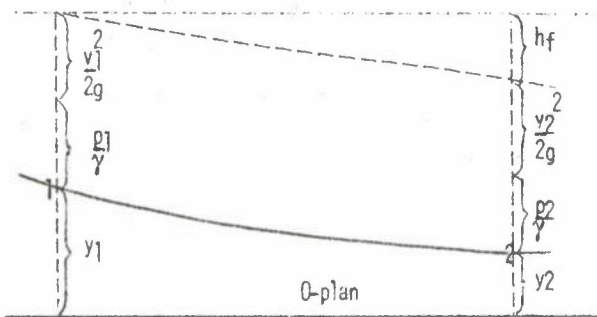


Fig. 52

For teknikken i praksis er det da av største betydning å få fram et uttrykk for  $h_f$ , som kan brukes ved virkelige væskers strømming.

#### 4.0.1. Væskefriksjonen.

Friksjon ved faste vegger regner en oppstår på den måten at et væskesjikt kleber fast til veggen, altså  $v = 0$ . De utenforliggende sjikt har hastigheter som øker raskt med avstanden fra veggen. Den indre friksjon oppstår ved at de ulike væskedeler har forskjellig hastighet.

I motsetning til friksjonen mellom faste legemer har en funnet at væskefriksjonen er uavhengig av trykket, proporsjonel med overflaten og med hastighetsendringen ved overgangen fra det ene til det andre elementet.

Videre må friksjonen bestemmes av væskens viskositet, men viskositeten er igjen en funksjon av temperatur og trykk. Viktigst

er dog temperaturen. En har funnet at vasshastigheten endrer seg ca. 3 % for hver grad C temperaturvariasjon, ved mindre hastigheter.

#### 4.02. Strömningsformer.

Vi tenker oss at vatn strömmet gjennom en sirkulær rörledning med konstant tverrsnitt.

Til å begynne med er hastigheten liten. Et tilsatt fargestoff ville vise at partiklene beveger seg i innbyrdes parallelle baner. Disse baner går parallelt med ledningens akse. Denne strömning kalles "sjiktvis" eller "laminær".

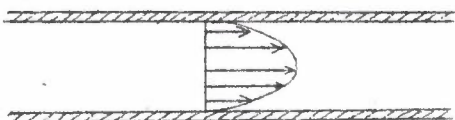


Fig. 53

Det tilsatte fargestoff kunne også vise hastighetsfordelingen i tverrsnittet, som fig. 53 viser.

Denne paraboliske form på hastighetskurven er også matematisk utledet.

Om hastigheten öker utover en viss grenseverdi, endres strömningsbildet. Vasspartiklene beveger seg ikke lenger i rette, parallelle baner, men de ulike sjikt blander seg med hverandre. Det dannes hvirvler. Denne strömning kalles "turbulent" eller hvirvlende.

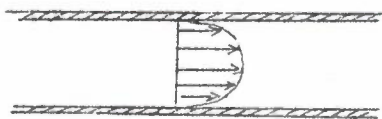


Fig. 54

Hastighetsfordelingen blir ikke lenger parabolisk, men som fig. 54 viser.

Omkring rörets midtparti er hastigheten ganske jevn og avtar raskt i

et tynt sjikt til 0 ved rörveggen.

Den nevnte grenseverdi for hastigheten, den kritiske hastighet, er omtrentlig gitt ved ligninga:

$$\frac{v \cdot d}{\eta} = Re \quad (\text{ubenevnt})$$

$v$  = middelhastigheten

$d$  = rörets indre diameter

$\eta$  = seighetsmodulen

$Re$  = Reynolds tall (for sirkulære rör)

Re for sirkulære metallrørledninger er ca. 2320. For vann av  $10^{\circ}\text{C}$  som strømmer i et rør med indre diameter = 10 cm blir den kritiske hastighet:

$$V_{kr.} = \frac{Re \cdot \eta}{d} = \frac{2320 \cdot 0,013}{10} = 3,02 \text{ cm/sek.}$$

For tegl- og betongrørledninger overstiger  $Re_{krit.}$  sjelden verdien 1200. Denne verdien ligger lågere jo mer ujevn ledningsveggen er. For slike ledninger blir den kritiske hastighet:

$$V_{kr.} = \frac{Re \cdot \eta}{d} = \frac{1200 \cdot 0,013}{10} = 1,6 \text{ cm/sek.}$$

Da hastigheten i alminnelige vassledninger vanlig blir vesentlig større, i kloakkledninger bör  $V$  min. f.eks. være 0,6 m/sek., i drensledninger  $V$  min. omkring 0,25 m/sek., blir strømmingen her således praktisk talt alltid turbulent. Det samme gjelder også strømming i åpne vassdrag.

I jorden derimot blir forholdet et annet. Her er det meget små åpninger mellom jordpartiklene, stor motstand for strømming. Hastigheten er alminnelig ganske liten, bortsett fra strømming i grov grus og sand. Som regel går en derfor ut fra at strømmingen i jord, grunnvassbevegelsen, er laminær.

#### 4.0.3. Begrepet fall.

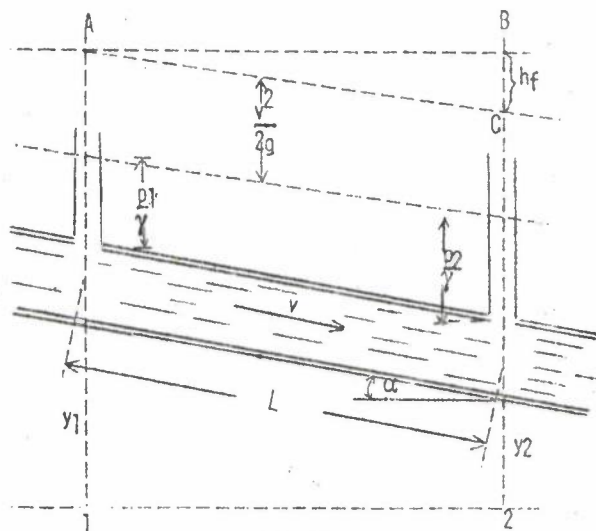


Fig. 55

Vi betrakter et avsnitt L av en rørledning med konstant tverrsnitt. Hastigheten blir også konstant, og dermed hastighetshøyden  $\frac{v^2}{2g}$ .

I stigerørene ser en trykkene ved punkt 1 og 2, henholdsvis  $\frac{p_1}{\gamma}$  og  $\frac{p_2}{\gamma}$  som trykkehøyder.

Ved strømming under virkelige forhold, når en altså regner med tap, blir trykklinjen den skrå linjen AC. Bernoullis ligning gir da:

HASTIGHETSHØYDE  $\frac{v^2}{2g}$

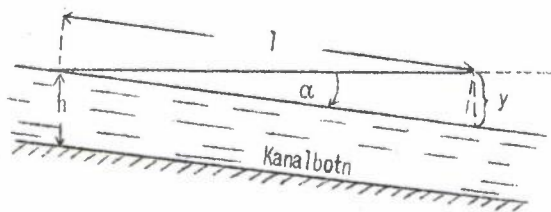
$$y_1 + \frac{p_1}{\gamma} = y_2 + \frac{p_2}{\gamma} + h_f \quad \left( \frac{v^2}{2g} \text{ er konstant} \right)$$

$$h_f = y_1 - y_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma}$$

$$\frac{h_f}{L} = I = \frac{y_1 - y_2}{L} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma \cdot L}$$

$I = \frac{h_f}{L}$  defineres som strømmingens fall og gir uttrykk for energitapet pr. lengdeenhet av rørledningen.

Vatnets bevegelse i en kanal f.eks. er en følge av fallet i kanalen. I kanaler vedrørende kulturteknisk vassbygging vil en som oftest finne at vass-speilets fall er det samme som fallet på botnen. Men i større vassdrag er det mange avvikelser i så måte.



$$\text{Fallet } I = \frac{y}{l}.$$

Fig. 56

$y$  er høydeforskjellen mellom 2 punkter på vass-speilet i avstanden  $l$  fra hverandre, målt i bevegelsesretning eller parallelt botnen.  $\frac{y}{l} = \sin \alpha$ , men da  $\alpha$  som regel er en meget liten vinkel, kan en uten nevneverdig feil sette  $\sin \alpha = \text{tg } \alpha$ . Dette betyr at det spiller liten rolle enten en regner  $l$  som avstanden i bevegelses retning eller som avstanden i horisontal retning.

#### 4.0.4. Motstand ved turbulent strømming i sirkulære rør.

Som før nevnt er den paraboliske hastighetsfordeling innen røret karakteristisk for laminær strømming. Til dette svarer også at strømningsmotstanden er proporsjonal med middelhastigheten og uavhengig av om røret har ru eller glatt overflate. Erfaring har vist at disse forhold finner en bare ved meget små hastigheter.

Ved turbulent strømming blir foruten friksjonen også støt-tap avgjørende for trykkehøydetapet. Særlig ved store hastigheter dominerer støttapene. Friksjonen er da av underordnet betydning. Med utgangspunkt i faste legemers dynamikk, hvor energitap ved stöt er proporsjonale med  $v^2$ , og likeså med støtte i erfaring, regner en med



at energitap ved turbulent strömning er proporsjonale med hastighetens kvadrat,  $v^2$ , eller  $\frac{v^2}{2g}$ , og med rörveggs areal. Rörveggs ruhet spiller også inn.

Er rörlengden  $L$ , den våte omkrets  $p$  (våte perimeter) og motstanden  $W$ , får vi:

$$W = \psi \cdot p \cdot L \cdot \gamma \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (\bar{v} \text{ er en vektor})$$

$\gamma = \text{vektet}$   
 $\cdot \text{ tetthet}$

$\psi$  er en dimensjonsløs konstant, motstandstallet.

Den drivende kraften er:

- a) Differansen av trykket mot rörets endeflater =  $F (p_1 - p_2)$ .  
Væskeseksjonen i röret har tverrsnittsarealet  $F$ , lengden  $L$ .  
(Fig. 55.)

- b) Tyngdekraftens komponent i bevegelsens retning. Den er lik:

$$F \cdot \gamma \cdot L \sin \alpha = F \cdot \gamma \cdot L \frac{y_1 - y_2}{L}$$

Da hastigheten forutsettes å være konstant, må:

$$F \cdot \gamma \cdot L \frac{y_1 - y_2}{L} + F (p_1 - p_2) = \psi \cdot p \cdot l \cdot \gamma \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Etter divisjon med  $F \cdot \gamma$ , fås:

$$y_1 - y_2 + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} = \psi \cdot \frac{p}{F} \cdot L \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

$$h_f = \psi \cdot \frac{p}{F} \cdot L \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (\text{se 4.0.3})$$

$\frac{F}{p} = R$  og kalles den hydrauliske radius.

For sirkulære rör blir  $R = \frac{\pi d^2}{4 \pi d} = \frac{d}{4}$ , når en regner med fylt ledning.

Når  $R = \frac{d}{4}$  settes inn i formelen, får en:

$$h_f = \psi \frac{p}{F} \cdot L \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g} = \psi \frac{L}{R} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g} = \psi \cdot \frac{4L}{d} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

$4\psi$  betegnes med  $\lambda$ , rörfriksjonskoeffisienten.

$$h_f = \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Dette er motstandsformelen for rör, også kalt Langs formel.

$\lambda = \alpha \rightarrow \frac{0.0018}{15.5^2}$   $\alpha = 0.012$  glatte rør  
 $\alpha = 0.02$  støpte rør



#### 4.0.5. Rørfriksjonskoeffisienten $\lambda$ .

Denne koeffisienten må bestemmes ad eksperimentell vei. Det er utført et meget stort antall undersøkelser for ledninger av ulike beskaffenhet. Mange empiriske formler for beregning av  $\lambda$  foreligger også.

For alminnelige rør vil  $\lambda$  kunne variere fra 0,015 til 0,03, men også utover disse grenser.

For glatte rør nevnes:

$$\lambda = \frac{0,316}{4 \sqrt{\text{Re}}} \quad (\text{Blasius 1913})$$

$$\lambda = \frac{1}{(2 \log (\text{Re} \sqrt{\lambda}) - 0,8)^2} \quad (\text{Prandtl.})$$

Som en ser er  $\lambda$  en funksjon av Reynolds tall. For å kunne bruke siste formel kan  $\sqrt{\lambda}$  forsøksvis bestemmes av første formel. Dette må så gjentas inntil avvikelsen blir liten nok.

For jernrør vil  $\lambda$  variere med beskaffenheten av rørveggen, og blir større jo større ruheten i røret er. For en vanlig jernrørledning av normal beskaffenhet har Lang følgende formel:

$$\lambda = 0,02 + \frac{0,0018}{\sqrt{v \cdot d}}$$

Denne formel ligger til grunn for de fleste forekommende tabeller over friksjonen i rørledninger. Her angis  $h_f$  som antall m trykkehøydetap pr. 100 m ledning.

Som overslagsverdi for  $\lambda$  ved rimelig ruhet på rørveggene kan en velge  $\lambda = 0,03$ .

*Reynolds tall  $R = \frac{v \cdot d}{\eta}$*

#### 4.0.6. Særskilt motstand i rørledninger (trykkledninger).

Det nevnte høydetap  $h_f = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$  referer seg nærmest til rette, sylindriske rør. Imidlertid er det også andre tap som skrives seg fra utvidelser eller innsnevringar av rørtverrsnittet, retningsendringer, avgreninger, ventiler, samt tap ved vatnets innløp i røret fra bassenget.

*$\eta = \text{viskositet}$*

a. Diskontinuerlig utvidelse av tverrsnittet.

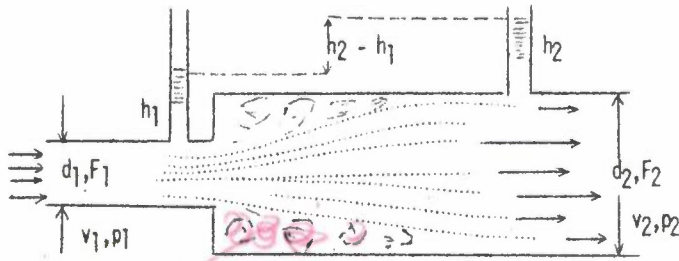


Fig. 57

*Turbulens - trykkklap*

Ved slik plutselig øking av tverrsnittet oppstår det hvirvler straks innenfor utvidelsen. Praktiske forsøk har vist at strømmingen blir rolig først etter en strekning  $l \approx 8 d_2$ .

Bevegelsesenergien forvandles til trykkenalergi, og trykkforskjellen kan måles som  $h_2 - h_1$  (fig. 57). Det støttap som oppstår kan beregnes av impulssetzen. Betraktes tverrsnittene 1 og 2, så er impulsminskingen  $= \frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_1 - v_2)$ , og denne må være lik resultatanten av de trykk-krefter som virker i bevegelsesretningen  $= (p_2 - p_1)F_2$ .

$$\frac{\gamma \cdot Q}{g} (v_1 - v_2) = (p_2 - p_1)F_2$$

Innsettes  $Q = v_2 \cdot F_2$ , får en:

$$v_2 \frac{(v_1 - v_2)}{g} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} \quad (1)$$

Videre er:

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + h_f$$

eller

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_f \quad (2)$$

Etter kombinasjon av (1) og (2) fåes:

$$\frac{2v_2 (v_1 - v_2)}{2g} = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h_f$$

eller

$$h_f = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \quad (3)$$

Innsettes  $v_1 = v_2 \frac{F_2}{F_1}$  iflg. kontinuiteten, fåes:

$$h_f = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1\right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \xi \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{hvor} \quad \xi = \left(\frac{F_2}{F_1} - 1\right)^2$$

Vi ser at trykktapet  $h_f$  i dette tilfelle også er proporsjonalt med hastighetens kvadrat, dvs. lik en koeffisient  $\xi$  (xi) multiplisert med

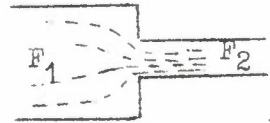
$$\frac{v_2^2}{2g} \cdot$$

Koeffisienten  $\xi$  bestemmes eksperimentelt.

$F_2 : F_1$	1,3	1,5	2	3	4	5	10	50
$\xi$	0,09	0,25	1,0	4	9	16	81	2401

b) Diskontinuerlig minsking av tverrsnittet.

$F_2 : F_1$	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\xi$	0,50	0,47	0,42	0,33	0,25	0,15	0,00



$$h_f = \xi \frac{v_2^2}{2g}$$

c) Retningsendringer, rørkroker.

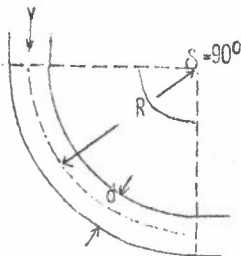


Fig. 58

$$h_f = \xi \frac{v^2}{2g}$$

$R/d$	1	2	4	6	10	} For $\delta = 90^\circ$
$\xi$	0,52	0,29	0,23	0,18	0,20	

For kroker med andre sentervinkler enn  $90^\circ$  kan

$h_f$  beregnes av:

$$h_f = \frac{\delta}{90} \cdot \xi \frac{v^2}{2g},$$

der  $\xi$  har ovenfor angitte verdier.

Det totale trykkehødetap i en rørkrok blir:

$$h_f = \frac{v^2}{2g} \left( \xi + \lambda \frac{l}{d} \right),$$

hvor  $l$  betyr rørets lengde, målt etter midtlinjen.

Tapshøyden i en slik rørkrok angis ofte som ekvivalent med tapshøyden på en viss lengde rett rørledning.

d) Skarpe kne.

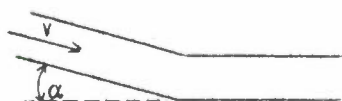


Fig. 59

Trykktapet er desto større jo skarpere böyen, kneet, er.

$$h_f = \xi \frac{v^2}{2g}$$

(e. Foerster)

$\alpha$	20	40	60	80	90	100	110	120	130	140
$\xi$	0,046	0,139	0,364	0,740	0,984	1,260	1,556	1,861	2,158	2,431

Er  $d < 30$  mm, kan tapet bli betydelig større.

e) Tap ved vatnets innløp i rør.

$$h_f = \xi \frac{v^2}{2g} \text{ hvor } v = \text{hastigheten bak innløpsstedet.}$$

Skarpkantet innløp  $\xi = 0,4 - 0,5.$

Brukne kanter i innløpet  $" = 0,25.$

Vel avrundet innløpsåpning  $" = 0,06 - 0,09.$

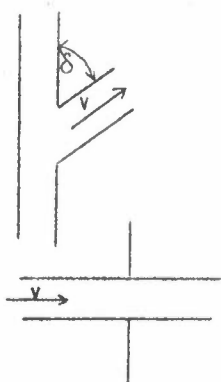


Fig. 60

Skarpkantet, skrått innløp:

$$\xi = 0,5 + 0,3 \cos \delta + 0,2 \cos^2 \delta$$

Røret trukket et stykke inn i bassenget.

Ved tverre (stumpe) ender er  $\xi = 0,56.$

Knivskarp innløpskant  $\xi =$  opptil 3,0.

f) Forgreninger.

Her kan en regne med tap ved retningsendring + innløpstop.

g) Kontinuerlig endring av tverrsnittet.

Av det som foran er sagt om tapene ved diskontinuerlig endring av tverrsnittet, vil en forstå at utjevning av overgangen (konusrør) og avrunding av alle kanter minsker trykktapene. Ved tverrsnittsutvidelser blir det samlede overgangs- og motstandstap minimum, omtrent ved  $\delta = 8^\circ$ . Hertil svarende



Fig. 61

$$\xi = 0,15 - 0,20.$$

Ved mindre åpningsvinkler vil overgangstapene avta, men de egentlige friksjonstap vil vokse på den betraktede lengde. Ved større åpningsvinkler vil en få bakevjedannelse som öker tapene betraktelig.

Ved beregning av ledningen summeres alle tapene:

$$\Sigma h_f = \Sigma \xi \frac{v^2}{2g}.$$

4.0.7. Sammendrag.

For lösning av oppgaver vedrørende rette, sirkulære rörledninger har vi ligningene:

$$Q = F \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v \quad (a)$$

$$\lambda = \alpha + \frac{0.018}{\sqrt{v \cdot d}}$$

$$h_f = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (b)$$

$$Re = \frac{v d}{\eta}$$

Her betyr  $v$  middelhastigheten.

Av de fire størrelsene  $Q$ ,  $v$ ,  $d$  og  $h_f$  må to være gitt forat de övrige kan beregnes. Enklest blir det om  $v$  og  $d$  er gitt eller kan beregnes av ligning (a). Da kan  $\lambda$  finnes med ganske stor sikkerhet - ellers bruker en  $\lambda = 0,03$  som overslagsverdi.

Er  $Q$  og  $h_f$  gitt, må en först anta verdien av  $\lambda$ . Så uttrykke  $v$  ved  $d$  i ligning (b). Denne verdi settes så inn i ligning (a). Når en har funnet  $v$  og  $d$ , og dermed Reynolds tall  $Re = \frac{v \cdot d}{\eta}$ , kan en prøve om den antatte verdi på  $\lambda$  er riktig. Dette er vanlig ikke tilfelle, og regneoperasjonen gjentas med ny  $\lambda$  verdi.

Er det lengere vassledning som skal beregnes, vil det være forskjellige trykktap - som alle kan uttrykkes ekvivalente med trykk-



tapet på en viss rett ledningsstrekning. Bernoullis ligning blir da:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + y_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + y_2 + \Sigma h_f.$$

#### 4.1. Beregning av rørledninger.

Setter vi

$$y_1 - y_2 = h$$

og

$$p_1 - p_2 = p,$$

blir

$$\frac{p}{\gamma} + h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_f.$$

Her er  $h$  lik den geometriske høydeforskjellen mellom punktene 1 og 2.  $\frac{p}{\gamma}$  er trykkforskjellen målt i m vass-søyle.

Settes  $\frac{p}{\gamma} + h = H =$  totale trykkehøyden, får vi:

$$H = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_f.$$

Da  $v_1$  (hastigheten i bassenget) ofte er lik 0, og skrives  $v_2 = v$ , blir:

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_f$$

Tapshøyden  $h_f$  er en funksjon av  $\frac{v^2}{2g}$ .

Da kan vi skrive:

$$H = \frac{v^2}{2g} (1 + \Sigma \xi)$$

Eks. 1. En horisontal rørledning av støpejern, lengde 800 m, indre diameter 550 mm, skal føre 1000 m<sup>3</sup> vatn av 10° C pr. time. Hensyn bør tas til at rustdannelse med tiden minsker diameteren med 50 mm. Beregn vatnets middelhastighet, tapshøyden og nødvendig pumpeeffekt.

$$v_m = \frac{4 \cdot Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 1000}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,25^2} = 1,41 \text{ m/sek.}$$

For vatn av 10° C er  $\eta = 0,0131 \text{ cm}^2/\text{sek.}$

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{141,50}{0,0131} = 538\ 000$$

Ved så høy verdi på  $Re$  bør  $\lambda$  beregnes av formelen:

$$\lambda = \frac{1}{(2 \log \frac{R}{K} + 1,74)^2}$$

$K$  betyr middelveidien av høyden på ujevnhetene, og er for nytt støpejern 0,5 - 1 mm, for noe rustet støpejern 1,0 - 1,5 mm, for sterkere rustet støpejern 1,5 - 3,0 mm.

$$\lambda = \frac{1}{(2 \log \frac{250}{3} + 1,74)^2} = 0,032$$

$$\text{Tapshøyden } h_f = \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{0,032 \cdot 800 \cdot 1,41^2}{0,5 \cdot 2 \cdot 9,81} = \underline{5,20 \text{ m.}}$$

$$\text{Effekten} = \frac{\gamma \cdot Q \cdot h_f}{75} = \frac{1000 \cdot 1000 \cdot 5,2}{3600 \cdot 75} = \underline{19,3 \text{ hk.}}$$

Eks. 2. Hvor stor diameter bør et horisontalt vassledningsrør ha forat trykktapet ikke skal overstige 1,0 m vass-søyle på 500 m lengde? Vassmengden er 30 m<sup>3</sup>/time.  $\lambda = 0,03$ .

$$1 = 0,03 \frac{500}{d} \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left( \frac{30}{3600} \cdot \frac{4}{\pi d^2} \right)^2$$

$$\underline{d = 0,154 \text{ m}}$$

*formel 4.07*

Eks. 3. En by får vatn fra en sjö gjennom en 5,4 km lang ledning, diameter 300 mm. Geometrisk høydeforskjell 48 m,  $\lambda = 0,03$ . I ledningen finnes 12 kroker, hver med  $\xi_1 = 0,2$ , og tre ventiler med  $\xi_2 = 1,5$ . Hver person regnes å bruke 200 l/dögn. Til hvor stor befolkning rekker vatnet?

$$48 = \frac{v^2}{2g} (1 + 0,03 \frac{5400}{0,3} + 12 \cdot 0,2 + 3 \cdot 1,5)$$

Herav er  $v = 1,31 \text{ m/sek.}$

Om antall personer kalles  $x$ , blir:

$$x \cdot 200 = 1,31 \cdot \frac{\pi \cdot 0,3^2}{4} \cdot 1000 \cdot 24 \cdot 3600$$

$$\underline{x = 40\ 000}$$

✓

Eks. 4. Fra et reservoar som ligger 40 m høyt skal legges en ledning, 1500 m lang. Gjennom et munnstykke med  $d = 25$  mm ( $\xi = 4,0$ ) skal vassføringa være  $5 \text{ m}^3/\text{time}$ .  $\lambda$  for røret =  $0,025$ . Dimensjoner rørledningen.

$$v_1 \text{ i munnstykket} = \frac{Q}{F_1} = \frac{5 \cdot 4}{3600 \cdot 3,14 \cdot 0,025^2} = 2,834 \text{ m/sek.}$$

$$v \text{ i ledningen} = \frac{Q}{F} = \frac{5 \cdot 4}{3600 \cdot 3,14 \cdot d^2}$$

$$H = 40 \text{ m}$$

$$H = \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v_1^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g}$$

$$40 = 0,025 \frac{1500}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \frac{4 \cdot 2,834^2}{19,62} + \frac{2,834^2}{19,62}$$

$$40 = 1,91 \frac{v^2}{d} + 1,64 + 0,41$$

$$37,95 = \frac{1,91}{d} \left( \frac{20}{3600 \cdot 3,14 \cdot d^2} \right)^2$$

$$d^5 = \frac{1,91}{37,95} \left( \frac{20}{3600 \cdot 3,14} \right)^2 ; \quad \underline{d = 43,6 \text{ mm}}$$

Eks. 5. Pumpemaskineriet til et vassverk skal trykke opp 50 l/sek. til et reservoar som ligger 30 m over vassflaten i bassenget. Ledningen er 2 km lang, diameter 20 cm. Den har 5 rørkroker.  $\xi = 0,5$ . Beregn pumpens effektbehov når dens virkningsgrad er 75 % og  $\lambda = 0,024$ .

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{0,050 \cdot 4}{3,14 \cdot 0,2^2} = 1,59 \text{ m/sek.}$$

$$H = h + \lambda \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g} \cdot 5$$

$$H = 30 + 0,024 \frac{2000}{0,2} \cdot \frac{1,59^2}{2g} + 0,5 \cdot \frac{1,59^2}{2g} \cdot 5 = 30 + 31,0 + 0,32 = 61,32 \text{ m}$$

$$E = \frac{Q \cdot H}{75 \cdot \eta} = \frac{50 \cdot 61,32}{75 \cdot 0,75} = \underline{54,5 \text{ hk.}}$$

Eks. 6. Ei trykkpumpe,  $\eta = 0,90$ , skal pumpe vatnet 46 m opp gjennom 490 m lang ledning, diameter 150 mm. Hastigheten i ledningen er 1,2 m/sek. Ledningen har 2 kroker,  $\xi = 0,2$ , motstandskoeffisienten ved innløpet =  $0,5$ ,  $\lambda = 0,03$ . Beregn effektbehovet.

$$H = h + \lambda \frac{1}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} + \xi_1 \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot 2 + \xi_2 \cdot \frac{v^2}{2g} = h + \frac{v^2}{2g} (\lambda \frac{1}{d} + 2 \cdot \xi_1 + \xi_2)$$

$$H = 46 + \frac{1,2^2}{2g} (0,03 \frac{490}{0,15} + 2 \cdot 0,2 + 0,5) = 46 + 7,26 = 53,26 \text{ m}$$

$$E = \frac{Q \cdot H}{75 \cdot \eta} = \frac{3,14 \cdot 0,15^2 \cdot 1,2 \cdot 53,26}{4 \cdot 75 \cdot 0,9} = 16,7 \text{ hk.}$$

Eks. 7. Hovedvassledningen til en by er 4000 m lang med 240 mm diameter, beregnet for  $Q \text{ m}^3/\text{sek.}$ . Vasshastigheten er 1,0 m/sek. Etter noen år har vassbehovet steget med 50 %. Hvor mange % økes hermed nødvendig pumpeeffekt når vatnet skal pumpes opp 40 m? Samme rør brukes i begge tilfelle.  $\lambda = 0,024$ .

1. tilfelle:  $H_1 = 40 + 0,024 \frac{4000}{0,24} \cdot \frac{1}{19,62} = 40 + 20,3 = 60,3 \text{ m}$

$$E_1 = Q \cdot 60,3 \text{ kgm.}$$

2. tilfelle:  $Q$  øker med 50 %. Det samme må også gjelde for vasshastigheten i ledningen.  $v_2 = 1,5 \text{ m/sek.}$

$$H_2 = 40 + 0,024 \frac{4000}{0,24} \cdot \frac{1,5^2}{19,62} = 40 + 45,8 = 85,8 \text{ m}$$

Merk hastighetens virkning på  $h_f$ !

$$E_2 = 1,5 Q \cdot 85,8 \text{ kgm}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{1,5 Q \cdot 85,8}{Q \cdot 60,3} = 2,13 \text{ ganger} \quad \therefore \underline{\underline{113 \% \text{ \u00f8kning av}}}$$

n\u00f8dvendig pumpeeffekt.

Eks. 8. I et vassst\u00e5rn er vassniv\u00e5et 40 m over m\u00e5rken. Vatnet tappes ut p\u00e5 en plass som ligger 10 m over m\u00e5rken. Det ledes til plassen gjennom 500 m 150 mm r\u00f8r, 200 m 50 mm r\u00f8r og 25 m 35 mm r\u00f8r.  $\lambda = 0,03$ . Hvor lang tid trenges for \u00e5 tappe  $1 \text{ m}^3$  vatn p\u00e5 forbruksplassen?

$$H = 0,03 \frac{500}{0,150} \cdot \frac{v_1^2}{2g} + 0,03 \frac{200}{0,05} \cdot \frac{v_2^2}{2g} + 0,03 \frac{25}{0,025} \cdot \frac{v_0^2}{2g} + \frac{v_0^2}{2g} \quad ?$$

$v_0$  er hastigheten i det smaleste r\u00f8ret.

$$v_0 \cdot F_0 = v_2 \cdot F_2 \quad \text{og} \quad v_2 = v_0 \frac{F_0}{F_2} = v_0 \frac{0,025^2}{0,05^2} = 0,25 v_0$$

$$v_1 = v_0 \frac{F_0}{F_1} = v_0 \frac{0,025^2}{0,15^2} = 0,03 v_0$$

$$H = 40 - 10 = 30 \text{ m}$$

$$30 = \frac{100(0,03 v_0)^2 + 120(0,25 v_0)^2 + 30 v_0^2 + v_0^2}{2g}$$

$$30 = \frac{0,135 v_0^2 + 7,5 v_0^2 + 30 v_0^2 + v_0^2}{2g} = \frac{38,59 v_0^2}{2g}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{30 \cdot 19,62}{38,59}} = 3,9 \text{ m/sek.}$$

$$Q = v_0 \cdot F_0 = \frac{3,9 \cdot 3,14 \cdot 0,25^2}{4} = 1,92 \text{ l/sek.}$$

For å tappe  $1 \text{ m}^3$  trenges  $520 \text{ sek.} = \underline{8 \text{ min. } 40 \text{ sek.}}$

#### 4.2. Strømming i åpne ledninger.

I disse ledninger har vatnet fritt vasspeil, og strømmen er bare delvis begrenset av ledningens vegger. Dette gjelder kanaler, bekker og elver. Som oftest er det slik også i drenerings- og avløpsledninger, dvs. i tegl- og sementrør. Her er det som regel ikke eller iallfall ubetydelig overtrykk, dvs. trykk høyere enn atmosfæretrykket.

Da trykket langs vasspeilet i en åpen ledning (atmosfæretrykket) kan betraktes som konstant, blir vasspeilets helling et uttrykk for ledningens fall (4.0.3).

Strømmingen i åpne ledninger kan være både laminær og turbulent, men, som før nevnt, regner en med at under praktiske forhold er den vanlig turbulent, dvs. hvirvlende.

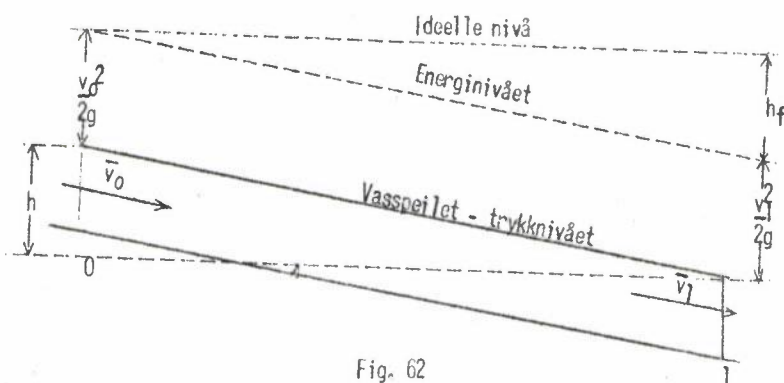
Stasjonær strømming er karakterisert ved at hvert tverrsnitt av ledningen pr. tidsenhet passerer av like stor vassmengde  $Q$ . Er da tverrsnittene like store og ensartete, blir vassdypet også konstant. Denne strømming kalles ensformet. Vasspeilet er parallelt med botnen. Bevegelsen blir ikke ensformet når tverrsnittene varierer; vassdypet veksler. Dette er jo ofte tilfelle i naturlige vassdrag.



Kunstige kanaler bygges, graves, med mest mulig regelmessig tverrprofil. Ved beregning av disse kanaler går en ut fra at vassbevegelsen er ensformet, dvs. vasspeilet parallelt med botnen. Men som regel er hverken botn eller sider absolutt faste. Med tiden vil da tverrprofilen kunne forandre seg, slik at en også her får ikke ensformet bevegelse. Dette kan f.eks. føre til uheldig oppstuing av vasspeilet.

#### 4.3. Ensformet strømming i åpne ledninger, kanaler.

Vi betrakter et utsnitt av kanalens lengdeprofil, avsnittet 0 - 1.



I punkt 1 ligger vasspeilet  $h$  m lågere enn i punkt 0. Disponibel energi for bevegelsen fra 0 til 1 blir da:

$$h + \frac{v_0^2}{2g}.$$

Dersom det ikke var noen motstand måtte energivået bli horisontalt, og hastigheten stadig øke med bevegelsen, slik at:

$$\frac{v_1^2}{2g} = h + \frac{v_0^2}{2g}.$$

Fra før vet vi at dette ikke er tilfelle i naturen. Vatnet møter motstand som bevirker et energitap. Derfor vil energivået falle stykket  $h_f$  på strekningen 0 - 1.

Energiligninga gir da:

$$\underline{h + \frac{v_0^2}{2g} = h_f + \frac{v_1^2}{2g} .}$$

For ensformet bevegelse er det forutsetningen at  $v_0 = v_1$ . Da blir  $h = h_f$ , dvs. den potensielle energi  $h$  svarer til energiforbruket  $h_f$ . Bevegelsen er ikke akselerert. De opptredende krefter holder hverandre i likevekt.

Her kan en gjøre tilsvarende utvikling for strømmingen som i avsnitt (4.0.4), og får:

$$h_f = \psi \frac{L}{R} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

eller

$$\frac{h_f}{L} = I = \psi \frac{1}{R} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Herav er

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{2g}{\psi}} \cdot \sqrt{R \cdot I}$$

$\sqrt{2g/\psi}$  er en konstant og kalles vanlig  $c$ . Da blir:

$$\bar{v} = c \sqrt{R \cdot I}$$

Denne formel ble oppstilt år 1755 av franskmannen de Chezy og kalles derfor oftest Chezys formel.

$R$  = den hydrauliske radius =  $\frac{F}{p}$



Fig. 63

$p$  = den våte omkrets (perimeter)

Fra først av mente Eytelwein at  $c$  var en under forskjellige forhold konstant størrelse = 50,9. Men senere undersøkelser har vist at dette ikke er tilfelle. Verdien av  $c$  må bestemmes ved forsøk. Det viser seg da at den veksler med ledningsveggenes beskaffenhet.  $c$  blir et uttrykk for veggenes "råhet", og får tilsvarende variasjon. Ved bruk av formelen  $v = c \sqrt{R \cdot I}$  vil dens gyldighet og brukbarhet i hvert enkelt tilfelle i første rekke bero på riktig verdi av  $c$ .

Det er stilt opp mange empiriske formler for utregning av  $c$ .

- 1) Ved foreløpig beregning kan følgende verdier for naturlige vassløp i jord brukes (e. M. Muller):

R i meter	0	0,25	0,3	0,5	1,0	2,0	3,0	5,0	9,0
$c$	20	25	32	36	41	47	50	55	57

P.

2) Bazin's nye formel:

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{R}}} = \frac{100}{1,15 + \frac{\beta}{\sqrt{R}}}$$

	$\alpha$	$\beta$
Meget glatte vegger, botn av sement eller hövlet tre .....	0,06	0,07
Glatte vegger, botn av upusset betong, bord .....	0,16	0,185
Finere murverk .....	0,30	0,36
Grovt murverk av bruddstein .....	0,46	0,63
Regelmessig og rent jordprofil, rå steinsetting .....	0,85	0,90
Jordprofil, alm. forhold, uten bevoksning .....	1,30	1,49
" usedv. forhold, stein, sand, planter .....	1,75	2,05
Kanal i fjell, uten videre bearbeiding .....	1,75	2,05

Bazin's nye formel er antakelig mest brukt nå.

3) Ganguillet og Kutters formel:

$$c = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0,00155}{I}}{1 + (23 + \frac{0,0155}{I}) \frac{n}{\sqrt{R}}}$$

Denne formel gjelder særlig for små fall og er i mange tilfelle lite skikket for norske forhold. Men den er lagt til grunn for mange tabellverk over vassføring, hastighet og kanalprofiler. Ved større fall, over 0,5 o/oo, kan en med fordel bruke Kutters s.k. forkortede formel:

$$c = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$$

*Stål rør m = 0,25  
Plutt. kopper m = 0,15  
Druesiden m = 0,27 - 30  
V. Løllekro m = 0,35  
Rørspore i fjell m = 1,75 - 2,0*

Verdien av m settes ved vassverksberegninger gjerne til 0,35. For åpne ledninger i jord er m = 1,5 - 2,5 etter regelmessighet og sidenes beskaffenhet. Drensledninger : m = 0,27 - 0,30. For slimete kloakker m = 0,35.

	n	$\frac{1}{n}$
Kanaler med omhyggelig hövleete bord eller med glatte sementflater .....	0,010	100
Kanaler av bord .....	0,012	83,33
Kanaler av godt hugget kvaderstein eller godt fuget klinkerstein .....	0,013	76,92
Kanaler med sementpuss .....	( 0,013- 0,017	76,92 58,82
Kanaler av bruddsteinsmur, i fjell, eller grov sementpuss .....	0,017	58,82
Kanaler med omhyggelig og glatt plastrete skråninger .....	0,022	45,45
Kanaler i jord, bekker og elver .....	0,025	40,00
Vassdrag, her og der med rullestein og .....	0,028	35,71
vassplanter, grove og ujevne .....	0,030	33,33
Vassdrag med grov grus og rullestein, fjellstrender .....	0,035	28,57
Drensgrøfter .....	0,030	33,33

4) Hessele angir for kanaler med lite fall ( < 1:2000)

$$c = 25 (1 + \frac{1}{2} \sqrt{R})$$

5) Potensformler:  $\bar{v} = c \cdot R^n \cdot I^m$

$$m = \frac{1}{2} ; n = 2/3 \text{ eller } 7/10.$$

Iflg. Forchheimer er:

	c
For slipt betong .....	90-80
" ny betong .....	60
" angrepet betong .....	50
" grove kanaler og grøfter .....	42-30
" naturlige vassdrag .....	30-24

Det er klart at slike empiriske koeffisienter gir noe usikkert grunnlag for beregningen. Resultatet må bedømmes etter dette, og en må eventuelt gi visse tillegg, slik at en er på den sikre side, når det f.eks. gjelder vassføringa.

Eks. 1. En kanal av grovt murverk, 850 m lang, trapesformet tverrsnitt, dagbredde 5 m, botnbredde 1,4 m og 1,2 m djup.

$Q = 6 \text{ m}^3/\text{sek.}$ .. Hvor stort absolutt fall må kanalen ha?

Vasstverrprofilen  $F = 3,84 \text{ m}^2$

Middelhastigheten  $v_m = \frac{Q}{F} = \frac{6}{3,84} = 1,56 \text{ m/sek.}$

Den våte omkrets  $p = 5,72 \text{ m}$

Den hydrauliske radius  $R = \frac{F}{p} = \frac{3,84}{5,72} = 0,67 \text{ m}$

Ifølge Bazins formel blir:

$$v = \frac{87}{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{R}}} \cdot \sqrt{R \cdot I} = \frac{87}{1 + \frac{0,46}{\sqrt{0,67}}} \cdot \sqrt{0,67 \cdot I}$$

$$1,56 = 55,2 \sqrt{0,67 \cdot I} \quad ; \quad \text{herav er } I = 0,00119 = 1,19 \text{ o/oo}$$

$$\text{Det absolute fallet} = 0,00119 \cdot 850 = \underline{1,01 \text{ m}}$$

Eks. 2. En kanal skal kunne føre  $2,5 \text{ m}^3/\text{sek.}$ . Fall 1:6500. Trapeformet tverrsnitt med 4 m botnbredde, sideskråning 1:2. Bestem vassdjupet i kanalen.

$$v = c \sqrt{R \cdot I} \quad \text{hvor } c \text{ bestemmes av Bazins formel.}$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\alpha}{\sqrt{R}}} \quad ; \quad \alpha = 1,3$$

1) Forsöker med 1,2 m djup.

$$F = 7,68 \text{ m}^2, \quad p = 9,36 \text{ m}, \quad R = 0,82 \text{ m}$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{1,3}{\sqrt{0,82}}} = 35,7 \quad \text{og} \quad v = 35,7 \cdot \sqrt{0,82 \cdot 1/6500} = 0,4 \text{ m/sek.}$$

$$Q = v \cdot F = 0,4 \cdot 7,68 = 3,07 \text{ m}^3/\text{sek.}, \quad \text{hvilket er for mye.}$$

2) Forsöker med 1,1 m djup.

$$F = 6,82 \text{ m}^2, \quad p = 8,92 \text{ m}, \quad R = 0,764 \text{ m}$$

$$c = \frac{87}{1 + \frac{1,3}{\sqrt{0,764}}} = 35,0 \quad \text{og} \quad v = 35 \sqrt{\frac{0,764 \cdot 1}{6500}} = 0,38 \text{ m/sek.}$$

$$Q = v \cdot F = 0,38 \cdot 6,82 = 2,59 \text{ m}^3/\text{sek.}$$

Dette må ansees å ligge tilstrekkelig nær den oppgitte vassføring, dvs. vassdjupet blir ca. 1,1 m.



4.3.1. Utforming av tverrsnittet for åpne ledninger.

Av formelen  $h_f = \psi \frac{1}{R} \cdot L \cdot \frac{v^2}{2g}$  ser vi at falltapet på grunn av friksjonen er omvendt proporsjonal med  $R$ . Da  $\frac{1}{R} = \frac{p}{F}$ , blir tapet proporsjonalt med  $p$ . For å få så lite falltap som mulig må tverrsnittet utformes slik at den våte omkrets,  $p$ , blir minst mulig ved en bestemt vassføring. Dette er aktuelt i strøk med lite fall.

1) Sirkeltverrsnittet er det gunstigste, da det gir største  $F$  ved minste  $p$ . Dette kommer til nytte i drens- og avløpsledninger. De kan betraktes som et slags åpne ledninger.

$$v = c \sqrt{R \cdot I} = c \sqrt{\frac{F}{p} \cdot I} :$$

$v$  maks. når  $\frac{p}{F}$  har minimum.

Matematisk kan en utlede at en får  $v$  maks for  $\varphi = 257,5^\circ$ .

Til dette svarer et vassdjup i røret = 0,81 d. Likeså  $Q$  maks. for  $\varphi = 308^\circ$ . Ved forsøk har en ikke fått dette direkte bekreftet, men forsøk har vist at  $Q$  ikke øker vesentlig med fylling fra  $\varphi = 308^\circ$  og til fullt rør. En regner derfor også  $Q$  maks. for  $\varphi = 360^\circ$ , dvs. fullt rør.

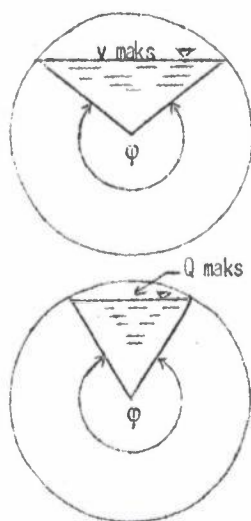


Fig. 64

2) Trapestverrsnittet.

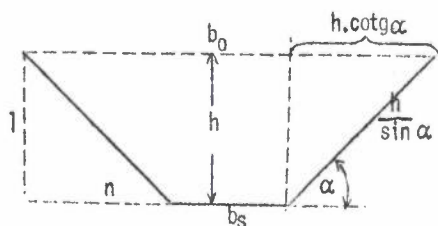


Fig. 65

$$b_0 = \frac{F}{h} + h \cotg \alpha$$

$$p = \frac{F}{h} - h \cotg \alpha + \frac{2 h}{\sin \alpha}$$

a) Vi forutsetter at  $\alpha$  er konstant, idet den bestemmes av jordarten. Hvordan skal  $b$  og  $h$  velges for å få gunstigste profil? Dette inntrerffer for  $R$  maks.; men da  $F$  er konstant, svarer  $R$  maks. til  $p$  min.

Vi deriverer  $p = \frac{F}{h} h \cotg \alpha + \frac{2h}{\sin \alpha}$  m.h. på  $h$ , og får:

$$\frac{dp}{dh} = -\frac{F}{h} - \cotg \alpha + \frac{2}{\sin \alpha} = 0$$

Her innsettes  $F = (b_0 - h \cotg \alpha)h$ . Dette gir:

$$\frac{b_0 - h \cotg \alpha}{h} = \cotg \alpha + \frac{2}{\sin \alpha}$$

$$\frac{b_0}{h} = \frac{2}{\sin \alpha} ; \quad b_0 = \frac{2h}{\sin \alpha} \quad \text{eller} \quad h = \frac{b_0 \sin \alpha}{2}$$

$$\begin{aligned} \underline{b_s} &= b_0 - 2h \cotg \alpha = \frac{2h}{\sin \alpha} - 2h \cotg \alpha = \frac{2h - 2h \cos \alpha}{\sin \alpha} = \\ &= \frac{2h(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha} \end{aligned}$$

I uttrykket  $h = \frac{b_0 \sin \alpha}{2}$  kan en få  $h$  som funksjon av  $F$  og  $\alpha$ , nemlig

$$h = \sqrt{\frac{F \sin \alpha}{2 - \cos \alpha}}$$

Formelene  $b_0 = \frac{2h}{\sin \alpha}$  og  $b_s = \frac{2h(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$  angir henholdsvis dagbredder og botnbredden når skråningen på sidene og vassdypet er gitt.

b) Hvilken vinkel  $\alpha$  gir gunstigste profil, dvs.  $R$  maks, for en bestemt  $F$ ?

$$\frac{dp}{d\alpha} = \frac{h}{\sin^2 \alpha} - \frac{2h}{\sin^2 \alpha} \cos \alpha = 0$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{2} \quad \therefore \quad \underline{\alpha = 60^\circ}$$

$$\text{Botnbredden} = \frac{2h(1 - \cos \alpha)}{\sin \alpha} = \frac{2h \cdot 1/2}{1/2 \sqrt{3}} = \frac{2h}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Sideskråningen} = \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{h}{1/2 \sqrt{3}} = \frac{2h}{\sqrt{3}}$$

Av dette ser vi at det gunstigste trapesformete tverrsnitt er en halv, regulær sekskant. //

3) Tverrsnitt med sirkelformet botn.

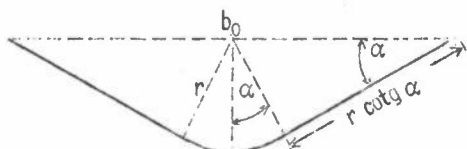


Fig. 66

$$\underline{b_0 = \frac{2r}{\sin \alpha}} \quad \text{og} \quad R = \frac{F}{p} = \frac{r}{2}$$

Sideskråningen angis vanlig som forholdet mellom tverrsnit-  
tets djup og skråningens projeksjon på horisontalplanet,  $\rho$ : 1:n el-  
ler  $\frac{1}{n} = \text{tg } \alpha$  (fig. 65). Den ideelle skråning hvor  $\alpha = 60^\circ$ ,  
 $\text{tg } \alpha = \sqrt{3}$  svarer til helling 1:0,58. Denne skråning vil være for  
steil for de fleste jordarter.

For øvrig må både tverrprofil og lengdeprofil for kanaler  
tilpasses slik at vasshastigheten ikke bevirker gravning i botn og  
sider eller avlagring av slam og finsand.

Når materialet i botn og sider er sandblandet leir, fin grus,  
fast leir eller grov grus, bør vasshastigheten ligge mellom 0,15 og  
0,8 m/sek.. For grus, singel og håndstein:  $v = 1,25 - 1,50$  m/sek..  
Større hastigheter enn 2-3 m/sek. krever steinplastring.

For å hindre avlagring av slam trenges større hastighet enn  
0,3 m/sek., finsand  $> 0,3 - 0,5$  m/sek.. For å hindre plantevekst i  
botnen:  $v > 1,5$  m/sek. og vassdjup  $> 1,5$  m.

#### 4.3.2. Beregninger vedrørende kanaler.

Grunnlaget for beregning er kontinuitetsligninga som sier  
at  $F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2 = F_3 \cdot v_3$  eller  $Q_1 = Q_2 = Q_3$  osv., samt  
Chezys formel  $v = c \sqrt{R \cdot I}$ .

a) Vassføringa  $Q$  i en kanal beregnes ved kombinasjon av ligningene:

$$Q = F \cdot v = F \cdot c \sqrt{R \cdot I}$$

b) Det nödvendige fallet  $I$  søkes:

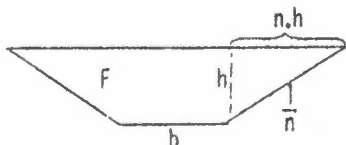
$$v = c \sqrt{R \cdot I},$$

og herav er

$$I = \frac{v^2}{c^2 \cdot R} = \frac{Q^2}{F^2 \cdot c^2 \cdot R}$$

$I = \frac{h}{l}$ , hvor  $h$  er det absolute fallet på strekningen  $l$  m. Er  
fallet f.eks. 1:600,  $\rho$ :  $\frac{1}{600}$ , så svarer dette til 1,7 o/oo,  $\rho$ :  
 $I = \frac{1,7}{1000}$ .

c) Vassdjupet  $h$ , som en får, når en viss vassmengde renner i kanalen.  
Dette er et meget vanlig spørsmål ved praktiske beregninger.



For trapesformet tverrsnitt kan en  
skrive  $F = h(b + nh)$  og  
 $p = b + 2h \sqrt{1 + n^2}$ .

Ved innsetting i formelen  $Q = F \cdot c \sqrt{F/p} \cdot I$  får vi:

$$Q = h(b + nh) \cdot c \sqrt{\frac{h(b + nh)}{b + 2h\sqrt{1 + n^2}}}$$

Ligninga løses med hensyn på  $h$ . Den blir av 3. grad. Den løses derfor best grafisk ved å lage en kurve over relasjonen mellom  $Q$  og  $h$ .

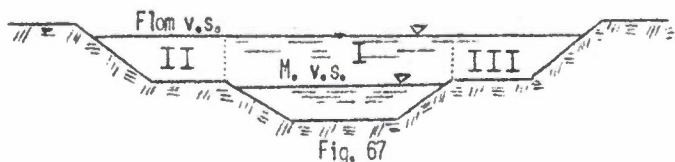
d) Botnbredden  $b$ , som er nødvendig for at vassdjupet i kanalen ikke skal overstige en viss verdi, når vassmengden  $Q$  m<sup>3</sup>/sek. renner fram. Dette er også et meget aktuelt problem. Det løses av samme ligning og på samme måte som under punkt (c).

e) Bruk av tabellverk. De forannevnte beregninger krever mye tid, særlig hva punkt (c) og (d) angår. Her bør en også ta med variasjonen av  $c$ , som især beror på  $R$ . Dette ville gjøre regninga enda mer komplisert.

Det er imidlertid hjelpemidler i form av tabellverk. I praksis blir det mest å bruke disse. Et eldre, grafisk tabellverk, som enda brukes mye f.eks. i Sverige, er: Schewior: *Hilfstafeln zur Bearbeitung von Meliorationsentwürfen*. Videre grafisk framstilling utarbeidet av dansken C. L. Feilberg - etter Stricklers formel  $v = c \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ . For dimensjonering av sement- og teglrør i avløpsledninger kan nevnes "Linealdiagram" utarbeidet av den svenske landbruksingeniør Sven Hallin.

#### 4.3.3. Sammensatte eller uregelmessige tverrprofiler.

I kanaler med sterkt vekslende vassføring vil en ved enkelt, trapesformet tverrprofil få tilsvarende vekslinger i vassdjupet. Ved større eller mindre flom kan dette føre til oversvømmelse av eller for høy grunnvass-stand i dyrket jord. En annen vesentlig ulempe er at vasshastigheten öker betraktelig med vassdjupet. Om hastigheten ved midlere vassføring er passe for jordarten i botn og sider, kan den ved flom bli så stor at botn og sider graves ut.



I slike tilfelle kan en bruke sammensatt, trapesformet tverrprofil. Selve botnrenna dimensjoneres til å kunne ta midlere vassføring eller også bare vintervassføringa.

Uregelmessige, naturlige profiler forekommer også. Ved beregning deles slike tverrprofiler i passende avsnitt, som hver for seg er ganske ensartete. For hvert avsnitt beregnes  $c$ ,  $p$ ,  $F$  og  $R$ .

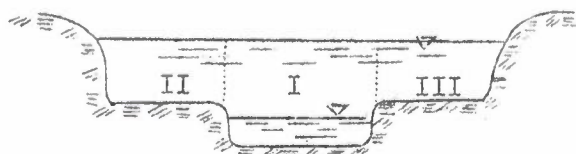


Fig. 68

For fig. 68 blir det:

$$\begin{aligned} Q_1 &= c_1 \cdot F_1 \sqrt{R_1 \cdot I} \\ Q_2 &= c_2 \cdot F_2 \sqrt{R_2 \cdot I} \\ Q_3 &= c_3 \cdot F_3 \sqrt{R_3 \cdot I} \quad \text{se utsk.} \end{aligned}$$

Samlet vassføring  $Q = c \cdot F \sqrt{R \cdot I} = Q_1 + Q_2 + Q_3 =$   
 $\sqrt{I} (c_1 F_1 \sqrt{R_1} + c_2 F_2 \sqrt{R_2} + c_3 F_3 \sqrt{R_3})$  ,

hvoretter

$$c = \frac{c_1 F_1 \sqrt{R_1} + c_2 F_2 \sqrt{R_2} + c_3 F_3 \sqrt{R_3}}{F \cdot \sqrt{R}}$$

Er  $Q$  og  $I$  samt profilets form og beskaffenhet kjent, kan en prøve seg fram for å finne vassdjupet. En velger skjønnsmessig en verdi for djupet og regner på grunnlag av det. Blir det ikke overensstemmelse mellom den virkelige og beregnede  $Q$ -verdi, må en prøve med ny verdi for djupet. Dette får en gjenta inntil det stemmer.

#### 4.4. Ikke ensformet strømming i åpne ledninger.

Ved ensformet strømming er vassflaten parallell med botnen fordi tverrsnittet og dermed vasshastigheten overalt i ledningen er konstant. Når strømmingen ikke er ensformet, varierer tverrsnittene i ledningen, og det samme gjelder vasshastigheten.



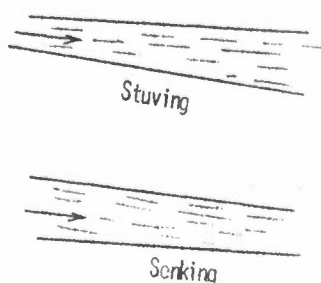


Fig. 69

Dersom vasstverrrprofilene vokser i ström-  
mens retning, får vasspeilet mindre helling  
enn botnen. Det er oppstuving av vatnet.  
Vassbevegelsen er retardert.

Dersom vasstverrrprofilene avtar, er beve-  
gelsen akselerert. Vasspeilet heller ster-  
kere enn botnen. En snakker her om senking  
av vasspeilet.

#### 4.4.1. Energitap ved tverrsnittsendringer.

Ved overgang fra mindre til større tverrsnitt blir vasshastig-  
heten mindre. Den frigjorte kinetiske energi skulle da gå over til po-  
tensiell energi, d: større trykk (se avsnitt 4.0.6.a om trykkledninger).  
Ved jevn overgang i trykkledninger vil en del av denne "frigjorte" kine-  
tiske energi være å finne igjen som økt trykk i ledningen.

Når det gjelder åpne ledninger, kanaler, kan en selv om over-  
gangen er jevn, ikke regne med dette. Den kinetiske energi må ansees  
som tapt i dette tilfelle.

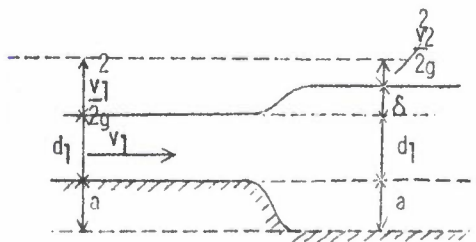


Fig. 70

Energiligninga gir (fig. 70):

$$a + d_1 + \frac{v_1^2}{2g} = a + d_1 + \delta + \frac{v_2^2}{2g}$$

$$\delta = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} = \text{tapt energi.}$$

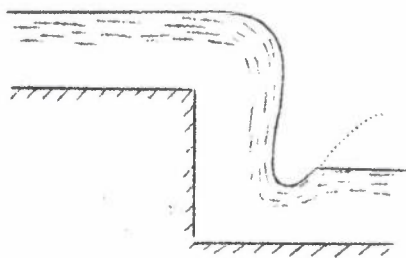


Fig. 71

Vass-speilet nedenfor en styrt eller et  
vassfall vil således være praktisk talt  
vassrett. Det er bare så mye fall som  
nødvendig for vassbevegelsen. Teoretisk  
skulle en vente en stigning av vass-speil-  
et etter den punkterte linje, fig. 71,  
dersom den kinetiske energi ble omformet  
til potensiell. Energien tapes imidlertid

ved stöt mellom vasspartiklene og med ledningsveggen, hvirvel- og skum-  
dannelse m.m..

Dette forhold kan en dra nytte av ved kanalisering i trakter  
hvor fallet er så sterkt at kanalen, uten spesielle forholdsregler, snart

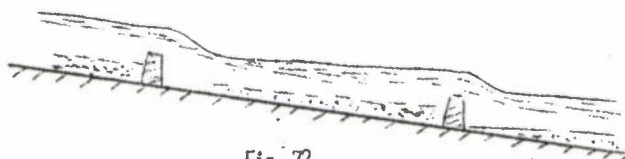


Fig. 72

ville bli ødelagt ved erosjon. Ved å bygge demninger, overfall, i kanalen kan lengdeprofilen deles opp i avsnitt

med mindre fall. Partiet like overfor dammen vil snart fylles opp med stein, grus og jord. Fallet i hvert avsnitt må rette seg etter den vasshastighet botn- og sidematerialet kan tåle. Det er en forutsetning at botn og sider nedenfor dammen beskyttes mot utgraving.

#### 4.4.2. Demningskurver.

I en kanal med jevnt fall og konstant tverrsnitt er strømmingen, som før nevnt, ensformet. Dersom en i kanalen plasserer ei demning, f.eks. en spuntvegg, blir strømmingen ikke lenger ensformet. Vassdjupet vil nå tilta ovenfra og mot dammen. Men vatnets strømningshastighet  $\bar{v}$  og vassflatens helling  $I$  avtar mot dammen. Vassflaten ovenfor dammen kommer således til å danne en oppover konkav kurve,  $\sigma$ : demningskurve, fig. 73.

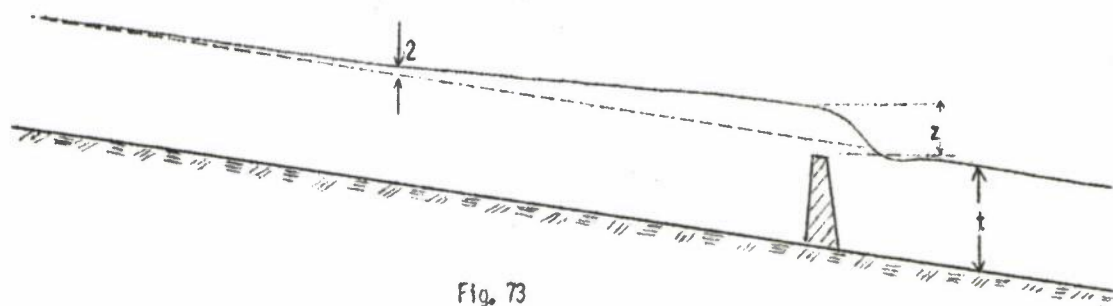


Fig. 73

Den demte vassflaten nærmer seg asymptotisk den udemte; vil altså teoretisk sett aldri falle sammen med den. Den største høyning  $z$  får vassflaten like ved dammen.

I praksis anser en den demte og udemte vassflaten for sammenfallende når høyningen  $z$  er 1 % eller mindre av vassdjupet uten demning ( $z \leq 0,01 t$ ).

Avstanden fra dammen til det sted i kanalen hvor  $z = 0,01 t$ , kalles den praktiske hydrodynamiske demningsavstanden eller bare den praktiske demningsavstanden.

Ved reguleringsarbeider, elverereguleringer og i vanlig kulturteknisk vassbygging kan det bli aktuelt å kunne beregne den praktiske demningsavstanden eller vassflatens høyning  $z$  i en bestemt avstand fra dammen. På steder hvor jordart og terrengforhold gjør det mulig, kan en i tørketider demme opp vatnet i kanaler og åpne grøfter. Oppgaven blir da å bestemme demningshøyden og avstanden mellom dammene. Denne avstanden blir mindre jo større fallet er.

Det finnes mange metoder og formler for beregning av demningskurven og den praktiske demningsavstanden. Her skal bare et par eksempler anføres.

1) Vassdraget deles opp i avsnitt med viss lengde, som retter seg etter bl.a. fallet, f.eks. 30 m. En begynner ved dammen. Her må også vassdypet bestemmes. Dette gjøres ved å gå ut fra at dammen danner et overfall. For hver delstrekning kan vassflatens helling  $I$  beregnes av formelen

$$I = \frac{Q^2 \cdot p}{c^2 \cdot F^3}.$$

Formelen fåes på følgende måte:

$$v^2 = \frac{Q}{F} = c \sqrt{R \cdot I}$$

$$v^2 = \frac{Q^2}{F^2} = c^2 R \cdot I$$

$$I = \frac{v^2}{c^2 \cdot R}$$

Da  $R = \frac{F}{R}$ , blir  $I = \frac{v^2 \cdot p}{c^2 \cdot F}$ .

Ved å sette in  $\frac{Q^2}{F^2} = v^2$ , blir  $I = \frac{Q^2 \cdot p}{c^2 \cdot F^3}$ .

Vassføringa  $Q$  må finnes ved måling. Vassverrprofilen  $F$  beregnes etter måling av botnbredde (vassdyp) og sidenes helling.  $R$  = hydrauliske radius,  $p$  = den våte omkrets. Koeffisienten  $c$  retter seg etter kanalens beskaffenhet.

Når vassflatens helling  $I$  på denne måten er bestemt for avsnittet nærmest dammen, kan en finne vassdjupet ved øvre enden av dette. Beregningen gjentas så for de følgende avsnitt. For hvert avsnitt skulle en egentlig regne med et midlere tverrprofil  $F_m$ . Imidlertid kjenner en ikke vassdjupet i øvre enden av strekningen. Framgangsmåten blir da å anta et rimelig djup, og på grunnlag av det beregne vassflatens fall. Dermed får en også en beregnet verdi for vassdjupet. Dersom denne ikke stemmer med den tidligere antatte verdi, får en gjenta regneoperasjonen.

Denne metoden er meget arbeidskrevende og blir sjelden brukt i praksis, men resultatet kan bli så nøyaktig som en vil ha det.

2) For praktiske formål vil Rühlmanns metode gi resultater som er nøyaktige nok.

Rühlmanns formel er:

$$L = \frac{t}{I} \cdot \left\{ f\left(\frac{Z}{t}\right) - f\left(\frac{z}{t}\right) \right\}$$

$L$  = den praktiske demningsavstanden.

$t$  = vassdjupet uten oppdemming.

$Z$  = demnehøyden ved dammen.

$z$  = demnehøyden ved kurvens øvre endepunkt eller ved et annet punkt i bestemt avstand fra dammen.

Verdien av funksjonene  $f\left(\frac{Z}{t}\right)$  og  $f\left(\frac{z}{t}\right)$  for ulike forhold mellom demnehøyde og vassdjup finnes av tilhørende tabell.



Verdier av  $f(\frac{z}{t})$  ved verdier av  $\frac{z}{t}$  fra 0,010 til 20,00

$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$	$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$	$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$	$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$	$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$	$\frac{z}{t}$	$f(\frac{z}{t})$
0,010	0,0067	0,200	1,1361	0,390	1,4962	0,580	1,7714	0,770	2,0132	0,960	2,2380
0,015	0,1452	0,205	1,1479	0,395	1,5041	0,585	1,7781	0,775	2,0193	0,965	2,2438
0,020	0,2444	0,210	1,1595	0,400	1,5119	0,590	1,7848	0,780	2,0254	0,970	2,2496
0,025	0,3222	0,215	1,1709	0,405	1,5197	0,595	1,7914	0,785	2,0315	0,975	2,2554
0,030	0,3863	0,220	1,1821	0,410	1,5275	0,600	1,7980	0,790	2,0375	0,980	2,2611
0,035	0,4411	0,225	1,1931	0,415	1,5353	0,605	1,8046	0,795	2,0435	0,985	2,2668
0,040	0,4889	0,230	1,2040	0,420	1,5430	0,610	1,8112	0,800	2,0495	0,990	2,2725
0,045	0,5316	0,235	1,2148	0,425	1,5507	0,615	1,8178	0,805	2,0555	0,995	2,2782
0,050	0,5701	0,240	1,2254	0,430	1,5583	0,620	1,8243	0,810	2,0615	1,000	2,2839
0,055	0,6053	0,245	1,2358	0,435	1,5659	0,625	1,8308	0,815	2,0675	1,100	2,3971
0,060	0,6376	0,250	1,2461	0,440	1,5734	0,630	1,8373	0,820	2,0735	1,200	2,5075
0,065	0,6677	0,255	1,2563	0,445	1,5809	0,635	1,8438	0,825	2,0795	1,300	2,6179
0,070	0,6958	0,260	1,2664	0,450	1,5884	0,640	1,8503	0,830	2,0855	1,400	2,7264
0,075	0,7222	0,265	1,2763	0,455	1,5958	0,645	1,8567	0,835	2,0915	1,500	2,8337
0,080	0,7482	0,270	1,2861	0,460	1,6032	0,650	1,8631	0,840	2,0975	1,600	2,9401
0,085	0,7708	0,275	1,2958	0,465	1,6106	0,655	1,8695	0,845	2,1035	1,700	3,0458
0,090	0,7933	0,280	1,3054	0,470	1,6179	0,660	1,8759	0,850	2,1095	1,800	3,1508
0,095	0,8148	0,285	1,3149	0,475	1,6252	0,665	1,8823	0,855	2,1154	1,900	3,2553
0,100	0,8353	0,290	1,3243	0,480	1,6324	0,670	1,8887	0,860	2,1213	2,000	3,3594
0,105	0,8550	0,295	1,3336	0,485	1,6396	0,675	1,8951	0,865	2,1272	2,100	3,4631
0,110	0,8739	0,300	1,3428	0,490	1,6468	0,680	1,9014	0,870	2,1331	2,200	3,5664
0,115	0,8922	0,305	1,3519	0,495	1,6540	0,685	1,9077	0,875	2,1390	2,300	3,6694
0,120	0,9098	0,310	1,3610	0,500	1,6611	0,690	1,9140	0,880	2,1449	2,400	3,7720
0,125	0,9269	0,315	1,3700	0,505	1,6682	0,695	1,9203	0,885	2,1508	2,500	3,8745
0,130	0,9434	0,320	1,3789	0,510	1,6753	0,700	1,9266	0,890	2,1567	2,600	3,9768
0,135	0,9595	0,325	1,3877	0,515	1,6823	0,705	1,9329	0,895	2,1625	2,700	4,0789
0,140	0,9751	0,330	1,3964	0,520	1,6893	0,710	1,9392	0,900	2,1683	2,800	4,1808
0,145	0,9903	0,335	1,4050	0,525	1,6963	0,715	1,9455	0,905	2,1742	2,900	4,2826
0,150	1,0051	0,340	1,4136	0,530	1,7032	0,720	1,9517	0,910	2,1800	3,000	4,3843
0,155	1,0195	0,345	1,4221	0,535	1,7101	0,725	1,9579	0,915	2,1858	3,500	4,8914
0,160	1,0335	0,350	1,4306	0,540	1,7170	0,730	1,9641	0,920	2,1916	4,000	5,3958
0,165	1,0473	0,355	1,4390	0,545	1,7239	0,735	1,9703	0,925	2,1974	4,500	5,8993
0,170	1,0608	0,360	1,4473	0,550	1,7308	0,740	1,9765	0,930	2,2032	5,000	6,4020
0,175	1,0740	0,365	1,4556	0,555	1,7376	0,745	1,9827	0,935	2,2090	6,000	7,4056
0,180	1,0869	0,370	1,4638	0,560	1,7444	0,750	1,9888	0,940	2,2148	8,000	9,4097
0,185	1,0995	0,375	1,4720	0,565	1,7512	0,755	1,9949	0,945	2,2206	10000	114120
0,190	1,1119	0,380	1,4801	0,570	1,7589	0,760	2,0010	0,950	2,2264	15000	164150
0,195	1,1241	0,385	1,4882	0,575	1,7647	0,765	2,0071	0,955	2,2322	20000	214150



Eks. 1. I et vassdrag skal bygges en grunndam slik at vasspeilet ved dammen heves 0,35 m. Vassdragets fall er 0,4 o/oo, og vassdjupet uten oppdemming er 1,30 m.

Hvor langt oppover vassdraget vil demminga virke?

$$L = \frac{1,30}{0,0004} \left\{ f \left( \frac{0,35}{1,30} \right) - f \left( \frac{0}{1,30} \right) \right\}$$

$$\frac{z}{t} = \frac{0,35}{1,30} = 0,269$$

Av tabellen finnes  $f \left( \frac{z}{t} \right) = 1,2841$  (interpolasjon).

$$L = 3250 \cdot 1,2841 = 4173,3 \text{ m}, \quad \text{d: } \underline{4170 \text{ m}}$$

Eks. 2. Samme oppgave.

Hvor mye heves vass-speilet  $z$  i avstanden 650 m fra dammen?

$$650 = \frac{1,30}{0,0004} \left\{ f \left( \frac{0,35}{1,30} \right) - f \left( \frac{z}{t} \right) \right\}$$

$$650 = 3250 \left( 1,2841 - f \left( \frac{z}{1,30} \right) \right)$$

$$650 = 4173,325 - 3250 \cdot f \frac{z}{1,30}$$

$$f \left( \frac{z}{1,30} \right) = \frac{3523,325}{3250} = 1,0841$$

Av tabellen fås ved interpolasjon:

$$\frac{z}{1,30} = 0,179$$

$$\underline{z = 0,23 \text{ m}}$$

JORDTRYKK  
og  
FORSTØTTINGSMUR

I n n h o l d .

	Side
1. Innledning .....	1
2. Friksjon .....	1
3. Aktivt og passivt jordtrykk .....	3
4. Jordtrykkets retning .....	4
5. Jordtrykkets størrelse .....	4
6. Trykkets angrepspunkt .....	7
7. Grafisk beregning av jordtrykk .....	8
8. Forstøttingsmuren .....	10

13-5 = 8

# JORDTRYKK.

## 1. Innledning.

Vi vet at en væske er i likevekt bare når dens overflate er horisontal. Ei fylling av leire, jord eller sand kan godt ha skrå overflate, som ofte kan helle temmelig sterkt, f.eks. i grustak o.l.. Slike steile skråninger er dog ikke å lite på, de er ikke stabile. Vekslende fuktighet, frost og vibrasjoner kan få dem til å rase ut. Det som mulig- gjør steile jordskråninger er dels indre friksjon, dels kohesjon mellom jordpartiklene.

I den elementære jordtrykksteori betrakter en jordartene som homogene, kontinuerlige masser uten strekkfasthet og uten skjærfasthet langs snitt som ikke står under trykk. I virkeligheten kan en jordmasse ha betydelig indre kohesjon. Denne ser en altså bort fra, dels av forsiktighetshensyn, dels for å forenkle problemene. En regner da med at det bare er indre friksjon som gjør at en jordskråning kan være stabil.

## 2. Friksjon.

Friksjonen mellom berørende, plane flater gjør at trykket ikke behøver å være rettet normalt berøringsflaten forat en skal ha likevekt.

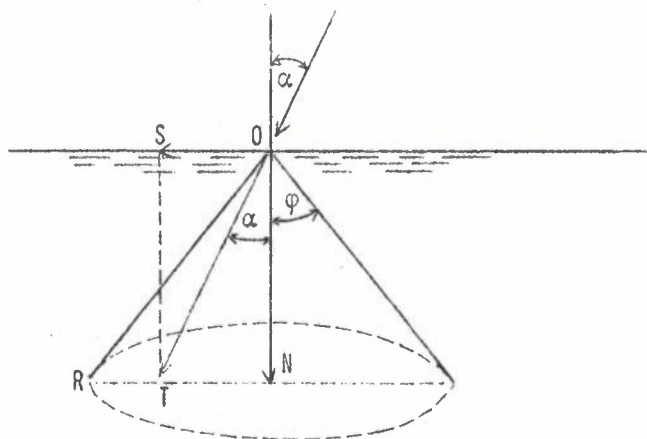


Fig. 1

Vi antar at trykket er OT under vinkel  $\alpha$  med normalen. OT dekomponeres i komponentene ON og OS.

$$ON = OT \cos \alpha$$

$$OS = OT \sin \alpha$$

OS = komponenten etter berøringsflaten vil ikke kunne frambringe bevegelse så lenge

$$OT \sin \alpha \leq OT \cos \alpha \cdot f$$

$OS \leq ON \cdot f$

eller

$$\operatorname{tg} \alpha \leq f$$

Når  $f$  uttrykkes som  $tg$  til friksjonsvinkelen  $\varphi$  ( $f = tg \varphi$  og  $\varphi = \text{arc } tg f$ ), blir betingelsen for likevekt:

$$\alpha \leq \varphi$$

Denne grenseverdi for  $\alpha$  gjelder i hvilken som helst retning en lar trykket avvike fra normalen. Dersom en dreier vinkelen  $\varphi$  om normalen, framkommer en kjegleflate, friksjonskjeglen. Linjen OR, som er det ene ben i vinkelen  $\varphi$ , kalles beskrivende linje eller generatrise. Betingelsen for likevekt blir da at trykkets retning må falle innenfor eller i kjegleflaten.

En jordmasse, f.eks. tørr sand, hvor bare friksjonsmotstanden virker, er stabil ved en viss skråning, den naturlige skråning. Står massen steilere, har den tendens til å rase ut.

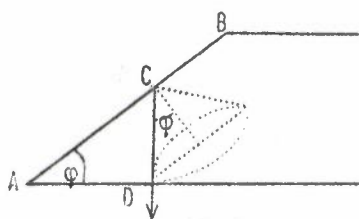


Fig. 2

Vi betrakter en liten partikkel C i skråningen. Skråningen er til å begynne med så bratt at massen raser ut. Den vil først være i ro når partikkelens tyngderetning ligger i kjegleflaten som generatrise. Vinklene blir da som fig. 2 viser.

Det er ganske klart at det er praktisk umulig å angi størrelsen av friksjonskraften og dermed den naturlige skråning nøyaktig. En må nøye seg med rå tilnærming. Som orientering angis noen gjennomsnittstall. Den naturlige skråningsvinkel betegnes med  $\varphi$  og  $tg \varphi = f =$  friksjonskoeffisienten.

	$\gamma$ kg/m <sup>3</sup>	$\varphi$	$tg \varphi$
Leir, tørr	1600	40°-45°	0,84-1,00
" , våt	2000	20°-25°	0,36-0,47
" , under vatn	1000	10°-20°	0,18-0,36
Leir, sandblandet, tørr	1600	40°-45°	0,84-1,00
" " , våt	2000	25°-30°	0,47-0,58
" " , under vatn	1000	20°-25°	0,36-0,47
Sand, tørr	1600	30°-35°	0,58-0,70
" , våt (6 % vatn)	1700	35°-40°	0,70-0,84
" , under vatn	1000	25°-30°	0,47-0,58
Singel, (grus), tørr	1800	30°-35°	0,70-0,84
" , våt (3 % vatn)	1860	35°-40°	0,70-0,84
" , under vatn	1100	25°-30°	0,47-0,58
Akerjord, tørr	1400	40°	0,893
" , fuktig	1580	45°	1,000
" , vassmettet	1800	27°	0,510



Er jorda bak stöttemuren godt pakket, trenger en som regel ikke å regne friksjonsvinkelen mindre enn  $35^\circ$ , og vekton kan praktisk settes til ca. 2 tonn pr.  $m^3$ .

### 3. Aktivt og passivt jordtrykk.

Vi tenker oss at en tynn vegg holder en jordmasse i likevekt ved hjelp av en støttende kraft  $P$ . Når  $P$  minskes litt etter litt, vil jordmassen til slutt trykke vegg

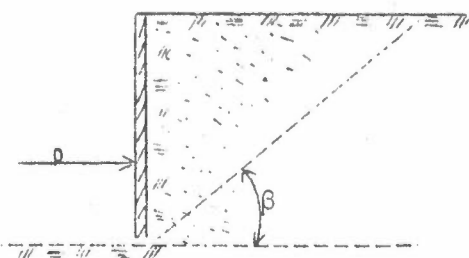


Fig. 3

utover, dvs. jorden glir ut etter en eller annen glideflate, bruddflate. Jorden virker aktivt på vegg. Den minste kraft  $P$  som skal til for å holde vegg på plass,  $P$  min., sies å holde likevekt med det aktive jordtrykk. Det aktive jordtrykk opptrer altså i grensetil-

standen når vegg eller muren begynner å gi etter. Det aktive jordtrykk, som en søker ved beregning eller konstruksjon, er det maksimale som kan opptre i grensetilstanden.

Om en derimot øker kraften  $P$  vil vegg til slutt trykke jorden tilbake oppover en eller annen glideflate. I dette tilfelle er jorden passiv. Den yter passiv motstand. Den kraft  $P$  som nettopp er stor nok til at vegg skyver jorden foran seg,  $P$  maks., sies å holde likevekt med det passive jordtrykk.

Det aktive og passive jordtrykk representerer altså henholdsvis nedre og øvre grenseverdi for jordtrykket. Mellom disse grenser er det likevekt.

Som en vil forstå har en ved beregning av stöttemur bruk for å kjenne det aktive jordtrykk = jordtrykkets nedre grenseverdi.

Etter relativt nyere oppfatning mener en at glideflaten er sylindrisk, men ved enklere jordtrykksberegning forutsettes som regel at den er plan. Glideflaten danner vinkelen  $\beta$  med horisontalplanet.

Ved en jordtrykksberegning er det så mange usikre faktorer at resultatet ikke må tillegges overdreven betydning. Hovedsaken er at det beregnede jordtrykk ikke blir mindre enn det virkelige.

#### 4. Jordtrykkets retning.

Mellom en mur og jorda vil det også opptre friksjon. Tilsvarende friksjonsvinkel kalles  $\delta$ . Denne er imidlertid ikke av vesentlig betydning for størrelsen av det aktive jordtrykk. Størrelsen beror for övrig på jordarten og vassinnholdet og om flatene er glatte eller røe. Vinkelen  $\delta$  kan ikke bli større enn friksjonsvinkelen for indre friksjon  $\varphi$ .

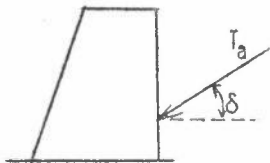


Fig. 4

Ved murer av naturstein og betong settes  $\delta$  for all slags jord over vatn og sand under vatn til  $1/3-2/3 \varphi$ .

Ved sterke ristinger fra trafikk  $\delta = 0$  ned til 4 m under terrenget.

Ved leire og leirbl. materialer under vatn  $\delta = 0$ .

Med bakfyll av stein  $\delta = 2/3-3/4 \varphi$  både over og under vatn.

Som regel kan vi regne med  $\delta = 2/3 \varphi - \varphi$ .

#### 5. Jordtrykkets størrelse.

*Ikke presentert*

Det er mange forskjellige jordtrykksteorier, men den som framdeles ansees mest anvendelig for praktisk bruk er coulombs teori. Den er basert på at jordtrykkets størrelse er avhengig av likevekten i det jordprisme som dannes av muren og en tenkt plan glideflate fra murfoten og opp til jordoverflaten.

For å komme til et noenlunde enkelt analytisk uttrykk forenkler vi problemet ved å anta at jordoverflaten er horisontal og ubelastet, samt at muren (mot jordmassen) er vertikal. Videre regner vi at trykket er rettet normalt mot muren. Dette betyr at vi ser bort fra friksjonen mellom jord og mur. I praksis vil det være en fordel at denne friksjon er så stor som mulig. Derved blir jo jordtrykket mer nedover rettet. Dette gir mindre glidningsfare for muren og mindre veltingsmoment.

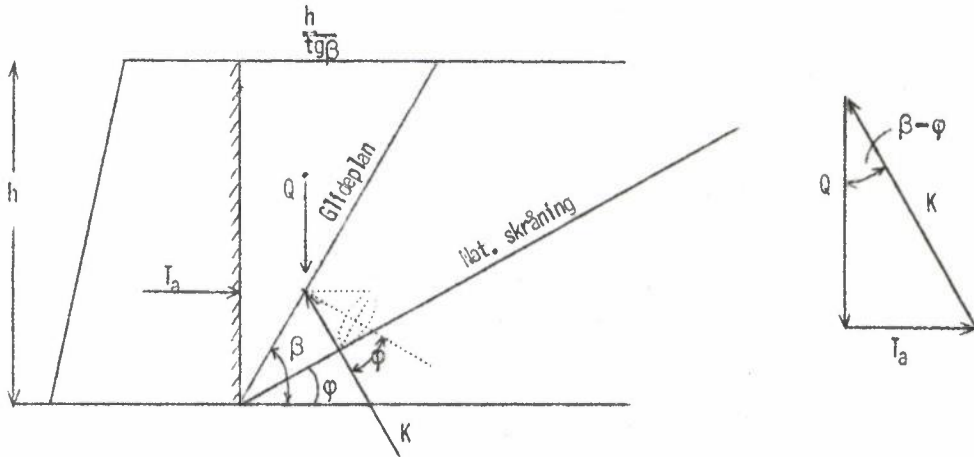


Fig. 5

Vi regner med 1 m bredde.

Vekten av jordprismet  $Q = \gamma \cdot \frac{h^2}{2 \operatorname{tg} \beta}$ , hvor  $\gamma =$  jordens volumvekt.  $Q$  betraktes som konsentrert i tyngdepunktet og skal opptas av reaksjonene  $T_a$  og  $K$ , henholdsvis fra vegg og glideplan.  $Q$  er kjent når glideflaten er kjent.

$K =$  trykket fra glideflaten. Retningen er kjent når  $\varphi$  er kjent. Bevegelsen vil nettopp være hindret når  $K$  er generatrise i friksjonskjeglen.

De tre kreftene  $Q$ ,  $K$  og  $T_a$  må danne en lukket kraftpolygon når det er likevekt.

$$\frac{T_a}{Q} = \operatorname{tg}(\beta - \varphi) ; T_a = Q \cdot \operatorname{tg}(\beta - \varphi) = \gamma \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi)}{\operatorname{tg} \beta} = (k \cdot \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi)}{\operatorname{tg} \beta})$$

$T_a$  varierer med vinkelen  $\beta$ . Oppgaven blir å bestemme den vinkel  $\beta$  som gir  $T_a$  maksimum.

$$\frac{dT_a}{d\beta} = 0 : \frac{dT_a}{d\beta} = \frac{\operatorname{tg} \beta \cdot \frac{k \cdot 1}{\cos^2(\beta - \varphi)} - \frac{k \operatorname{tg}(\beta - \varphi) \cdot 1}{\cos^2 \beta}}{\operatorname{tg}^2 \beta} = \frac{k \left( \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos^2(\beta - \varphi)} - \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi)}{\cos^2 \beta} \right)}{\operatorname{tg}^2 \beta}$$

$$\frac{dT_a}{d\beta} = 0 \quad \text{når} \quad \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos^2(\beta - \varphi)} = \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi)}{\cos^2 \beta}$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos \beta \cdot \cos^2(\beta - \varphi)} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos(\beta - \varphi) \cos^2 \beta} \quad (\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta})$$

$$\frac{\sin \beta}{\cos(\beta - \varphi)} = \frac{\sin(\beta - \varphi)}{\cos \beta}$$

$$\sin \beta \cdot \cos \beta = \sin(\beta - \varphi) \cdot \cos(\beta - \varphi)$$

$$\sin 2\beta = \sin 2(\beta - \varphi) \quad (2\sin \beta \cos \beta = \sin 2\beta)$$

Da supplementvinkler har samme sinus, må vinklene  $2\beta$  og  $2(\beta - \varphi)$  være supplementvinkler, altså:

$$2\beta = 180^\circ - 2(\beta - \varphi)$$

$$2\beta = 180^\circ - 2\beta + 2\varphi$$

$$4\beta = 180^\circ + 2\varphi$$

$$\beta = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$$

Denne verdi på  $\beta$  betyr at glideplanet skulle halvere vinkelen mellom muren og den naturlige skråning.

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tg}(\beta - \varphi)}{\operatorname{tg} \beta} &= \frac{\operatorname{tg}(45 + \frac{\varphi}{2} - \varphi)}{\operatorname{tg}(45 + \frac{\varphi}{2})} = \frac{\operatorname{tg}(45 - \frac{\varphi}{2})}{\operatorname{tg}(45 + \frac{\varphi}{2})} = \operatorname{tg}(45 - \frac{\varphi}{2}) \cdot \operatorname{cotg}(45 + \frac{\varphi}{2}) = \\ &= \operatorname{tg}(45 - \frac{\varphi}{2}) \cdot \operatorname{tg}(45 - \frac{\varphi}{2}) = \underline{\underline{\operatorname{tg}^2(45 - \frac{\varphi}{2})}} \end{aligned}$$

$$\text{Jordtrykket } T_a = \gamma \cdot \frac{h^2}{2} \operatorname{tg}^2(45 - \frac{\varphi}{2})$$

Da væsketrykket  $= \gamma \cdot \frac{h^2}{2}$ , ser vi at jordtrykket er lik væsketrykk multiplisert med en koeffisient. Denne koeffisient er i vårt tilfelle  $k_a = \operatorname{tg}^2(45 - \frac{\varphi}{2})$ . Uttrykket viser at jordtrykket vokser jevnt med djupet på samme måte som væsketrykket. Jordtrykkdiagrammet er et triangel med grunnlinje  $e$ :

$$T_a = \frac{1}{2} h \cdot e \quad \text{hvor} \quad e = \gamma \cdot h \cdot \operatorname{tg}^2(45 - \frac{\varphi}{2})$$

Er overflaten jevnt belastet, kan en regne belastningen om til motsvarende jordhøyde.

Er den jevnt fordelte belastning f.eks. 5000 kg pr. m<sup>2</sup>, blir tilsvarende jordhøyde  $5000:1800 = 2,78$  m, hvor tallet 1800 er volumvekten til den underliggende jord. Om det egentlige jordlag er 4 m tykt, blir den beregnede høyde i dette tilfelle  $H = h + \frac{P}{\gamma} = 4,0 + 2,78 = 6,78$  m.

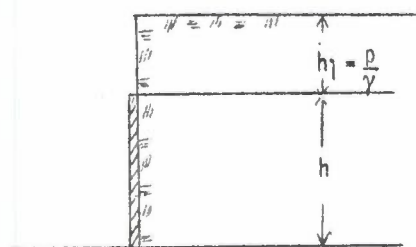
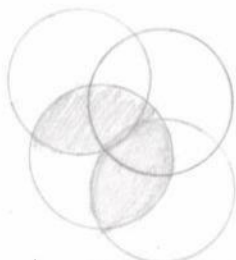


Fig. 6

Ved horisontal avgrensning oventil og med jevnt fordelt belastning på overflaten kan en også beregne det aktive jordtrykk

$$T_a = \gamma \frac{h^2}{2} \left(1 + \frac{2h_1}{h}\right) \text{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2}\right)$$



### 6. Trykkets angrepspunkt.

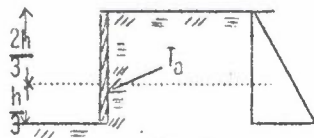


Fig. 7

Uten belastning på overflaten er trykdiagrammet et triangel. Trykkets angrepspunkt faller derfor  $2/3$  h regnet fra overflaten, idet en tenker seg trykket konsentrert i diagrammets tyngdepunkt.

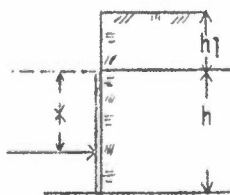


Fig. 8

Når det er belastning på overflaten, får en resultantens beliggenhet, regnet fra overkant av mur, etter formelen

$$x = \frac{2h + 3h_1}{3h + 6h_1} \cdot h$$

For  $h_1 = 0$  er  $x = 2/3$  h.

For  $h_1 = h$  er  $x = 5/9$  h.

For  $h_1 = \infty$  er  $x = 1/2$  h.

Grenseverdiene for x er  $1/2$  h og  $2/3$  h. Som regel regner en i praksis at jordtrykket angriper i  $2/3$  h regnet fra overkant av muren.



*Tilberedt*

7. Grafisk beregning av jordtrykket.

Som regel beregnes jordtrykket grafisk.

Eks. 1. Jordmassen har ingen belastning på overflaten som er jevnt hellende.  $\angle \delta = \angle \varphi$ .

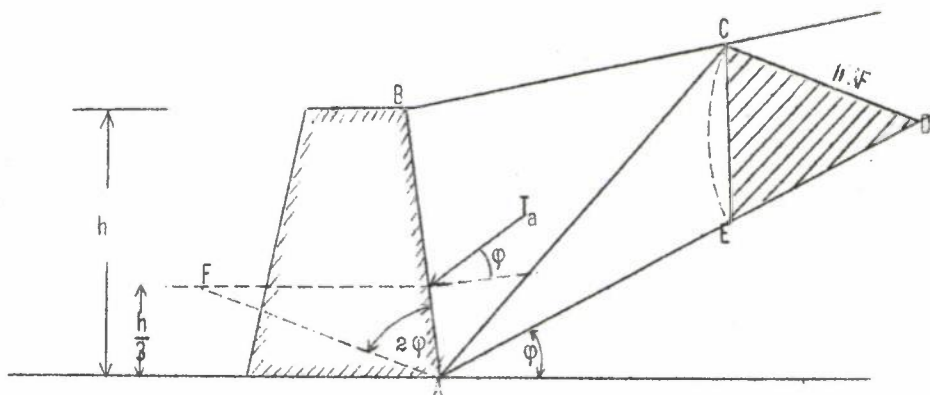


Fig. 9

Framgangsmåte:

- 1) Vinkel A avsettes =  $2\beta$ .
  - 2) Punkt C velges slik at  $\triangle ABC = \triangle CDA$  i flateinnhold. Linjen CD trekkes parallell AF.
  - 3) DE avsettes = CD.
  - 4) Jordtrykket  $T_a$  = flateinnholdet av  $\triangle CDE$  multiplisert med  $\gamma$ .  
Flateinnholdet av  $\triangle CDE$  regnes i  $m^2$  og  $\gamma$  regnes i  $kg$  pr  $m^3$ .
- Hele konstruksjonen tegnes i samme målestokk som muren.

Eks. 2. Jordfyllinga er plan, men det er jevnt fordelt belastning,  $p$   $kg$  pr.  $m^2$ , på overflaten. Da glideplanvinkelen er uavhengig av belastningens størrelse (og veggens høyde), kan en tenke seg at det totale jordtrykk dannes av to krefter. Den ene er  $P_1$  på grunn av jordfyllinga, og den andre er  $P_2$  fra den jevnt fordelte belastning.

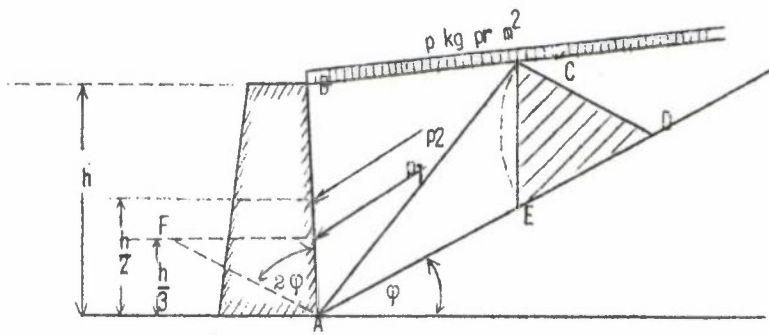


Fig. 10

Jordtrykkstrianglet CDE konstrueres som i eks. 1. Derved finner en

$$P_1 = \gamma \cdot \Delta CDE$$

og

$$P_2 = \gamma \cdot \Delta CDE \frac{2P}{h\gamma}$$

Det samlede trykk  $T_a = P_1 + P_2 = \Delta CDE \left( \gamma + \frac{2P}{h} \right)$ . Her angriper  $P_1$  i avstanden  $\frac{2}{3} h$  og  $P_2$  i avstanden  $\frac{h}{2}$  regnet fra overkanten av muren. Avstanden  $x$  fra overkant av mur til  $T_a$ 's angrepspunkt finnes av formelen

$$x = \frac{2h + 3h_1}{3h + 6h_1} \cdot h, \quad \text{hvor } h_1 = \frac{P}{\gamma}$$

Konstruksjon av jordtrykkstrianglet.

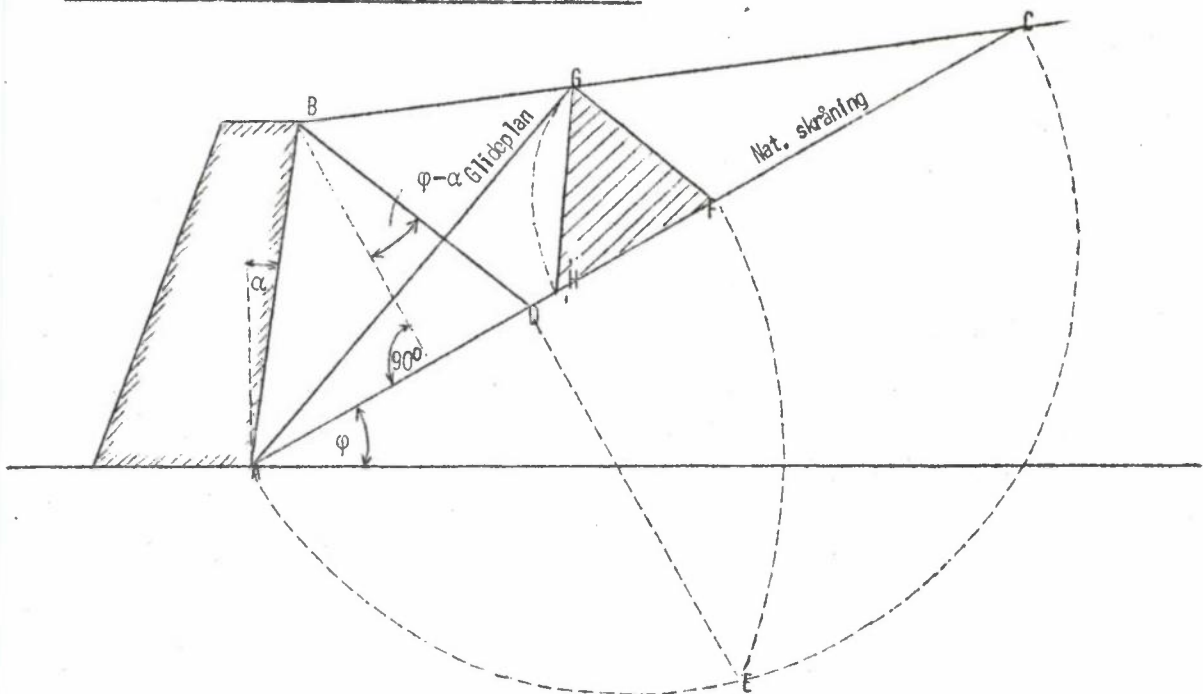


Fig. 11

- 1) Ved B avsettes vinkelen  $(\varphi - \alpha)$  fra normalen på AC.
- 2) Slår en halvsirkel med AC som diameter.
- 3) Finner punktene E og F. Trekker deretter  $FG \parallel BD$  og gjør  $FH = FG$ .

Ofte er  $\alpha = 0$ .  $T_a = \gamma \cdot \Delta FGH$ .

Derne konstruksjon kan brukes i alle tilfelle, unntatt når terrenget har samme helling som den naturlige skråning. I dette tilfelle faller bruddflaten og den naturlige skråning sammen, og en kan velge hvilket som helst punkt i terrenget for å konstruere opp jordtrykktriangellet ABC.

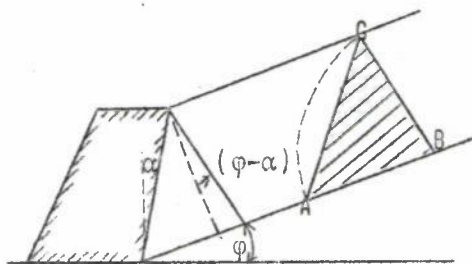


Fig. 12

### 8. Forstøttingsmuren.

Vi kan som regel ikke regne med at jordtrykket virker horisontalt. På grunn av friksjon mellom jord og murverk vil det være rettet nedover. Jo fastere og bedre fyllmassen er, dess steilere og mer gunstig blir trykkretningen. Derfor bør en helst ha stein like bak muren. Ved å ordne steinen kan en redusere trykket mot muren betydelig. Samtidig oppnår en også god drenering bak muren. Dette er helt nødvendig for at en ikke til enkelte tider også skal risikere å få vasstrykk på muren.

Dimensjoneringen av en støttemur kan foregå ved konstruksjon og beregning, men en kan også prøve seg fram. Er det gravitasjonsmur, dvs. mur som skal være stabil nok ved sin egen tyngde, kan en velge et profil som erfaringsmessig er gunstig. Deretter kan en verifisere dette profilet og må da passe på at:

1. Resultanten av murens vekt og jordtrykket i enhver høyde av muren faller innenfor profilets midtre tredjedel, sentralkjernen.
2. Resultanten bør være så steil at dens horisontale komponent ikke kan forskyve enkelte steiner i muren (törrmur f.eks.). Dette krav oppfylles når vinkelen mellom resultanten og normalen på liggefugene er mindre enn friksjonsvinkelen i fugene. Som regel vil undersökelsen innskrenkes til å gjelde botnfugen.
3. Påkjenningene i muren eller på undergrunnen må ikke overstige det tillatte trykk.

Eks. Beregn en stöttemur av granitt. Den skal støtte en 4 m høy utgraving i törr leire. Overflaten stiger  $15^\circ$ . Beregn jordtrykket grafisk.

Vi antar  $\varphi = 40^\circ$ ;  $\gamma_{\text{jord}} = 1500 \text{ kg/m}^3$ ;  $\gamma_{\text{stein}} = 2600 \text{ kg/m}^3$ .

Deretter konstrueres jordtrykktriangleret, og dets areal =  $2,012 \text{ m}^2$ . Jordtrykket =  $1500 \cdot 2,012 = 3018 \text{ kg}$ .

Etter forskjellige prøvekonstruksjoner velger vi murens kronebredde = 70 cm, botnbredden = 100 cm. Baksiden gjøres vertikal, framsiden med skråning.

Murens vekt pr. 1. m blir da:

$$\frac{(0,7 + 1,0)}{2} \cdot 4 \cdot 2600 = 8800 \text{ kg}$$

Tyngden  $G$  angriper i profilets tyngdepunkt, jordtrykket  $T_a$  i nedre tredjedelspunkt av muren. Disse to kreftene settes sammen til en resultant  $R$ . Vi ser at  $R$  skjærer botnfugen innenfor sentralkjernen. Det skulle derfor være stabilitet nok.

Resultantens avstand fra midten = eksentrisiteten  $e$ . Den måles her til ca. 13 cm.

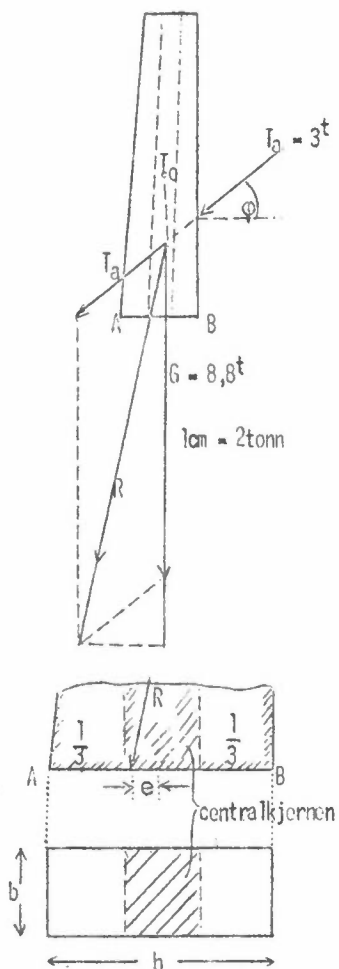


Fig. 13

Dette eksentriske trykk bevirker en kombinert trykk- og böyningspåkjenning for grunnflaten. (Se mer om dette under "Dambygging", stabilitet av gravitasjonsdam.)

En regner med resultantens vertikale komponent som tenkes plasert på det sted i grunnflaten hvor R skjærer seg ut. Vi konstruerer R's vertikale komponent = ca. 10 750 kg =  $R_v$ .

Den vertikale komponent  $R_v$  gir en jevnt fordelt trykkspenning,  $\sigma = \frac{R}{F} = \frac{R_v}{b \cdot h}$  over hele grunnflaten.

Böyningsmomentet  $R_v \cdot e$  gir trykkspenning på den siden av grunnflatens midtlinje hvor resultanten går ut. I dette tilfelle ved A. Denne trykkspenning beregnes etter den vanlige formel

$$\sigma = \frac{M}{w} = \frac{M \cdot 6}{bh^2}, \text{ hvor } w = \text{grunnflateseksjonens motstandsmoment} = \frac{bh^2}{6}.$$

$$\text{Trykkspenningen ved A} = \sigma_1 = \frac{M}{w} = \frac{R_v \cdot e \cdot 6}{b \cdot h^2}.$$

På den andre siden, ved B, blir det strekkspenning, og denne

$$= \sigma_2 = \frac{M}{w} = \frac{R_v \cdot e \cdot 6}{b \cdot h^2}.$$

Trykkspenning regnes her positiv (+) og strekkspenning negativ (-). Den resulterende spenning på ethvert sted i grunnflaten blir lik den algebraiske sum av trykk- og böyningsspenningene.

Vi beregner spenningen ved A og B:

$$\sigma_A = \sigma + \sigma_1 = \frac{R_v}{b \cdot h} + \frac{R_v \cdot e \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{10750}{100 \cdot 100} + \frac{10750 \cdot 13 \cdot 6}{100 \cdot 100^2} = 1,075 + 0,839 = \underline{1,914 \text{ kg/cm}^2}$$

$$\sigma_B = \sigma - \sigma_2 = \frac{R_v}{b \cdot h} - \frac{R_v \cdot e \cdot 6}{b \cdot h^2} = \frac{10750}{100 \cdot 100} - \frac{10750 \cdot 13 \cdot 6}{100 \cdot 100^2} = 1,075 - 0,839 = \underline{0,236 \text{ kg/cm}^2}$$

Vi ser at  $\sigma$  maks. =  $1,914 \text{ kg/cm}^2$ .

Når leire skal regnes som god byggegrunn, må den være hard og ikke utsatt for oppbløyting. Det kan da tåles  $2-3 \text{ kg/cm}^2$  som tillatt påkjenning. Er leira seig (plastisk), regnes tillatt påkjenning  $1-1,5 \text{ kg/cm}^2$ . I vårt eksempel måtte en i så fall ha utvidet murfoten.

Når forstøttingsmurer står på jord, må de ha et solid fundament. Det må også være telefritt. På dårlig grunn kan fundamentet f.eks. utføres som tre-flåte eller betongplate. Vatn bak muren og under



fundamentet må skaffes avløp. I fast fjell kan en sprengre ut murfoten med eller uten avtrapping. For å eliminere faren for glidning i botnfugen bør fundamentflaten ordnes, eventuelt sprenges ut, slik at resultatet blir stående mest mulig normalt flaten.

Selve støttemuren kan lages av bruddstein, som tørrmur eller lagt i mørtel, eller den kan støpes av betong eller jernbetong. Støttemur av jernbetong lages relativt tynn og gjerne med større eller mindre botnplate som fot. Selve muren, som botnplaten, blir utsatt for bøyingspåkjenning. Den må beregnes og armeres etter det.

Forsiden av støttemuren kan gis en dossering fra 12:1 og opp til 20:1. Baksiden kan gis en liten dossering (10:1). Den kan avtrappes eller lages vertikal. Det beror på materialvalget.

Som før nevnt bør en legge stein bak muren, helt fra fundamentflaten til toppen, minst 30 cm tykt lag kult.

VASSFØRING

## I n n h o l d .

	Side
I. Direkte metoder .....	1
A. Måling av mindre vassføringer .....	1
1. Målekar .....	1
2. Gjennomstrømskar .....	1
3. Måledammer med V-form .....	1
B. Måling av vassføring i bekker, kanaler og mindre elver .....	2
1. Overfall med sidekontraksjon .....	2
2. Overfall uten sidekontraksjon .....	3
C. Måling av større vassføringer .....	3
1. Måling av overflatehastigheten .....	3
2. Hydrometriske rør (Pitotrør) .....	5
3. Woltmanns hydrometriske flygel, strømmåler .....	5
4. Beregning av vassførings .....	6
II. Indirekte metoder .....	8

## BESTEMMELSE AV VASSFÖRING.

### I. Direkte metoder.

#### A. Måling av mindre vassføringer.

##### 1. Målekar.

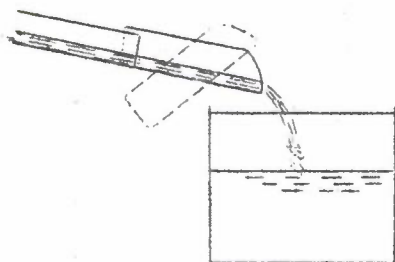


Fig. 1

Små vassføringer kan måles ved hjelp av målekar. Denne metoden gir sikre resultater. I ei bestemt tid strømmer vatnet ned igjennom renna til karet. Nedre delen av renna er bevegelig. Denne delen svinges om når målinga skal avbrytes. Karet må være nøyaktig oppmålt, men en kan også veie vassmengda.

##### 2. Gjennomstrømskar.

Disse brukes ofte til måling av små vassføringer i laboratorier. Det er kar som har en hel del hol enten i sidene eller i botnen. Hol i botnen gir nøyaktigste resultat. Hولا kan tettes ved propper eller klaffer. Vatnet, som føres ned i karet, renner ut gjennom hولا, og ved ei bestemt trykkehøyde renner det like mye vatn ut av hولا som det kommer ned i karet. Da blir trykkehøyden konstant, og etter denne samt tallet og størrelsen på hولا kan vassføringa bestemmes. Vassmengden fra de enkelte hولا kan måles direkte eller tilnærmet beregnes etter formelen  $Q = \mu \cdot F \cdot \sqrt{2gh}$ .

##### 3. Måledammer med V-form (Thompson - overfall).

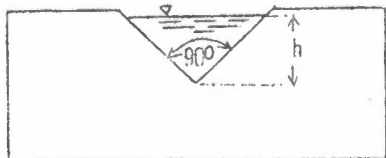


Fig. 2

Med form på overfallet som fig. viser ( $90^\circ$  vinkel) fås vassmengden i liter pr. sek.

$$Q = 0,014 h^2 \sqrt{h}$$

$h$  måles 0,8 m ovenfor overfallet og angis i cm. Formelen er utledet matematisk og korrigert ved forsök (se for övrig hydrodynamikken).

B. Måling av vassføring i bekker, kanaler og mindre elver.

Her brukes ofte måledammer med rektangulært overløp og horisontal krone. Som regel forutsettes skarpe kanter. Overløpet kan være med eller uten sidekontraksjon. Terskelen bygges så høyt at den rekker over undervasspeilet, dvs. det blir fritt overløp. Videre må en sørge for lufting bak strålen. Vakuumdannelse her forstyrrer målinga.

1. Overfall med sidekontraksjon.

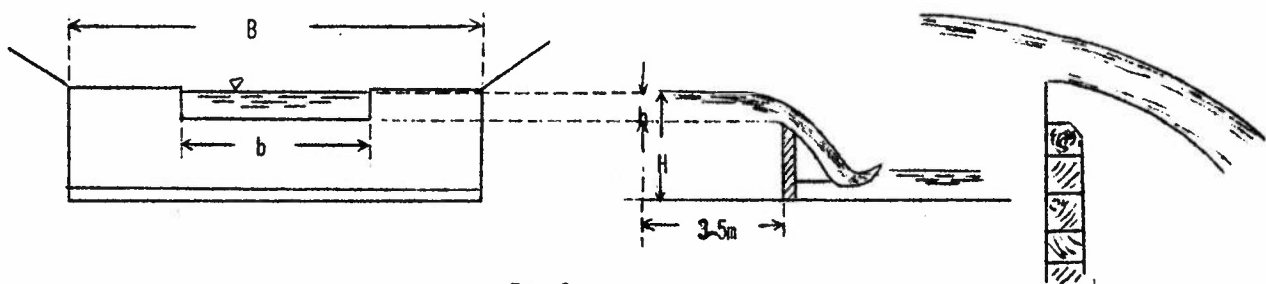


Fig. 3

B = bredden på elv, bekk eller kanal.

b = bredden på overfallet.

h = vasspeilets høyde over terskelen, målt 3-5 m ovenfor overfallet.

H = vassdjupet framfor dammen, målt på samme sted som h.

Etter utførte forsøk av Frøse, med gyldighet for h fra 0,1 til 0,6 m og  $b \geq h$ , blir vassføringa:

$$Q = \frac{2}{3} \left( 0,5755 + \frac{0,017}{h + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,20} \right) bh \sqrt{2gh} \left[ 1 + \left\{ 0,025 + 0,25 \left( \frac{b}{B} \right)^2 + \frac{0,0375}{\left( \frac{h}{H} \right)^2 + 0,02} \right\} \left( \frac{h}{H} \right)^2 \right]$$

I forsøkene har b vært inntil 5,5 m.

Skarpe kanter er forutsatt.

Dersom bassenget ovenfor dammen er så stort at en kan se bort fra tilløpshastigheten, blir

$$Q = \frac{2}{3} \left( 0,5755 + \frac{0,017}{h + 0,18} - \frac{0,075}{b + 1,20} \right) bh \sqrt{2gh}$$

Disse måledammene med sidekontraksjon kan brukes i bekker, små elver o.l..



## 2. Overfall uten sidekontraksjon.

For dette tilfelle har professor Rehbock i 1929 stilt opp en enkel, men pålitelig formel:

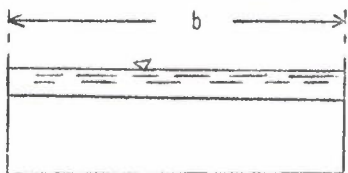


Fig. 4

$$Q = (1,782 + 0,24 \frac{h_e}{p}) b h_e^{3/2}$$

$h_e$  = erstatningsfallhøyde =  $h + 0,0011 m$

$p$  = dammens høyde ( $H - h$ ).

Her forutsettes skarpkantet overfall og lufting bak strålen. Overfall uten sidekontraksjon brukes i renner og kanaler med loddrette vegger.

## C. Måling av større vassføringer.

I dette tilfelle måler en strømhastigheten og vassverrsnittet.

Er hastigheten  $v$  m/sek. og tverrsnittet  $F m^2$ , blir vassføringa i  $m^3/sek.$ :

$$Q = v \cdot F$$

Strømhastigheten er ikke den samme overalt i tverrsnittet.

Ved botnen er hastigheten null, men stiger jevnt innen et meget tynt

grensesjikt. Den maksimale hastighet i et vertikalsnitt (se fig. 5) regnes å være på ca.  $1/3$  av djupet, regnet fra overflaten. Ved breddene er hastigheten mindre enn lenger ute i elva. Den strekning langsetter, ute i elva, hvor hastigheten er størst, kalles strömstreken.

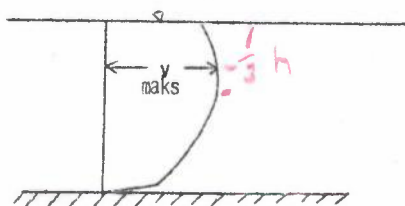


Fig. 5

### 1. Måling av overflatastigheten.

På en rett elvestrekning med konstant profil og med strömstreken helst midt etter elva, måles ut en viss strekning som avmerkes på begge elvesider. Et lite trestykke, ei flaske med litt sand i, ei hul kule eller lignende gjenstand kastes ut i elva et stykke ovenfor det øverste merke og helst i strömstreken. En observerer så tiden som

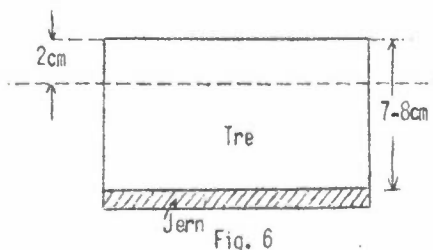


Fig. 6

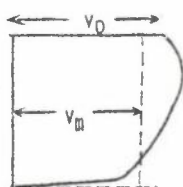


Fig. 7

flytestykket trenger på strekningen mellom merkene. Dette gjentas flere ganger, og en bruker middeltallet. Flyteegjenstanden må ikke stikke dypere enn 30 cm - ellers får en ikke overflatastigheten, men noe større hastighet. Heller ikke må gjenstanden være for stor, da den i så fall vil gå fortere enn vatnet. Målingene må foretas i vindstille.

Er middeltallet for overflatastigheten =  $V_0$ , kan en som gjennomsnittsverdi for hele profilen sette

$$\underline{V_m = 0,75 V_0}$$

og

$$Q = V_m \cdot F$$

Tverrsnittet  $F$  måles midt på strekningen.

Er det ikke tydelig strömstrek, kan en måle overflatastigheten på flere steder og dele tverrsnittet opp i tilsvarende mange seksjoner, i fig. 8 f.eks. 6 seksjoner.

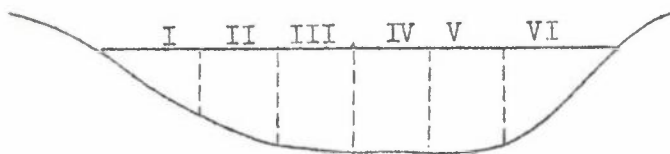


Fig. 8

For seksjon III f.eks. finnes overflatastigheten, og så settes

$$V_{m \text{ III}} = 0,85 V_{0 \text{ III}}$$

og

$$q_{\text{III}} = V_{m \text{ III}} \cdot f_{\text{III}}$$

For elver med jevn botn kan en for hver seksjon sette

$$V_m = 0,85 V_0$$

$$Q = \Sigma q$$

Feilen ved denne metoden kan bli opptil 10 %.

## 2. Hydrometriske rør (Pitotrør).

Prinsippet for pitotrøret er følgende:

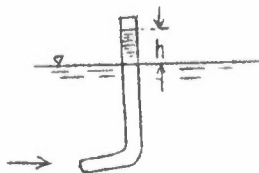


Fig. 9

Et rør, bøyd om en rett vinkel og åpent i begge ender stikkes ned i vatnet. Den ene enden rekker over vatnet og den andre er snudd mot strømmen. På grunn av vatnets støtvirkning vil det stille seg høyere inne i røret enn utenfor i elva. Denne høydeforskjellen  $h$  er et mål for vatnets hastighet, og er propor-

sjonal med hastighetens kvadrat.

Den praktiske utforming av dette apparatet kan være forskjellig.

For å få bekvem avlesning satte Reichenbach Pitots rør sammen med et annet rør med åpning til siden. I dette stilte vatnet seg så høyt som utenfor i elva. Ved en felles kran kunne begge rør stenges nedentil, rørene løftes opp og høydedifferansen avleses. Hastigheten bestemmes så etter en formel som følger med apparatet eller etter tabell.

## 3. Woltmanns hydrometriske flygel, strømmåler.

Denne måler består av et lettbevegelig vingehjul eller propell, som er montert på en aksel.

Propellen drives rundt av strømmen. I forbindelse med akselen står et telleapparat. Antall omdreininger i et visst tidsrom er et mål for hastigheten. På moderne apparater er det elektrisk ringeklokke som varsler når propellen har gjort et visst antall, f.eks. 50 omdreininger.

På hvert målested tas f.eks. 3 målinger. Tiden mellom hver ringing tas med stoppeklokke.

Målingen kan ved elver foregå fra fast bru eller fra båt. Ved bekker, små elver, renner og kanaler måles som regel fra bru.

Strømmåleren settes enten på ei stang (rør) eller henges opp i ei line slik at målinger kan foretas i alle djup.

Brukes stang kan anordningen være slik at stanga festes til botnen og måleren heises opp og ned ved hjelp av ei line. Eller måleren festes til stanga som så beveges opp og ned.

Brukes line må det alltid være et rør (styre) på strømmåleren slik at den holdes i riktig stilling av strømmen. Under måleren trenges

også et lodd. Forholdet mellom strømhastighet og antall omdreininger ved woltmammåler uttrykkes ved formelen:

$$v = \alpha + \beta n + \gamma n^2.$$

$v$  = hastigheten og  $n$  = omdreiningstallet.

Siste leddet er ubetydelig. Det strykes gjerne, og

$$v = \alpha + \beta n$$

$\alpha$  og  $\beta$  er apparatkonstanter som bestemmes ved forsök. For et apparat var således:

$$\text{for } n \leq 4,74 : \alpha = 0,0268 \quad \text{og } \beta = 0,1959$$

$$\text{" } n > 4,74 : \alpha = 0,0054 \quad \text{og } \beta = 0,2027$$

Eks. Ved en måling ble følgende tider avlest på stoppeuret for 50 omdreininger: 9,5 - 18,6 - 27,9 sek..

Middel 9,3 sek. pr. 50 omdreininger

eller 5,4 omdreininger pr. sek.

$$V = \alpha + \beta n = 0,0054 + 0,2027 \cdot 5,4 = 1,09998 \text{ m/sek.}$$

#### 4. Beregning av vassføringa.

En tenker seg elva eller kanalen delt opp med vertikale lengdesnitt. I et tverrprofil måles hastigheten i hvert lengdesnitt i forskjellig djup - överst ca. 10 cm under overflaten og nedover med avstand som retter seg etter djupet.

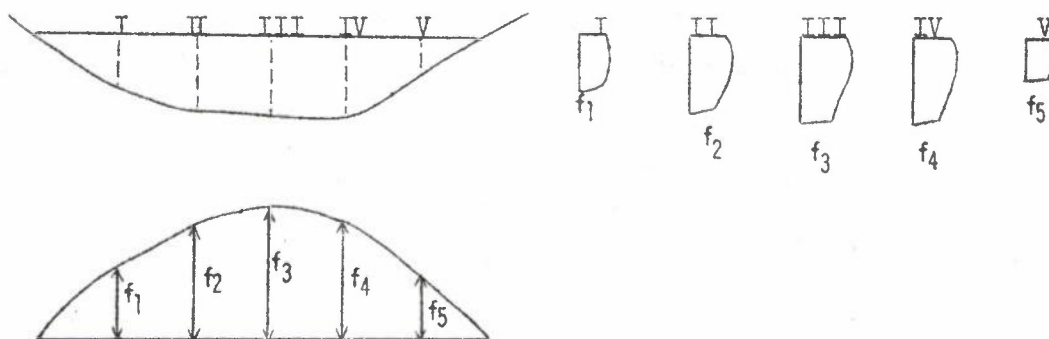


Fig. 10

Hastighetskurva for hvert måleprofil tegnes opp og arealet for hvert profil beregnes ( $f_1 - f_2 - f_3$  osv.). Arealet divideres med djupet, og en får derved den midlere hastighet i hvert måleprofil. Denne hastighet multipliseres med den flate i tverrprofilet som den gjelder for, og

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + q_5 \quad (\text{fig. 10})$$

Beregninga kan og utføres grafisk. Arealene  $f_1 - f_2 - f_3$  osv. avsettes fra en rett linje (se fig.) og endepunktene forbindes med en kurve. Denne flaten måles f.eks. ved hjelp av planimeter og dermed har en vassføringa  $Q$ .



## II. Indirekte metoder.

Grunnlaget for dimensjonering av en avløpsgrøft eller kanal er den vassmengde som avløpet skal føre bort. Forholdsvis sjelden blir det tale om direkte bestemmelse av slik vassføring. Som regel regnes vassføringa her proporsjonal med nedbør-området størrelse.

Nedbør-områdets størrelse måles ut av et kart med høydekurver hvor grensene for området kan trekkes på grunnlag av kurvene. Men mindre nedbør-områder bør en helst gå opp i marken, og etter hvert som en går avsette grensene på kartet. Til dette arbeidet trenges også kompass, helst orienteringskompass.

Den vesentligste oppgaven blir dog å fastsette den vassmengde som renner fra området til vassdraget pr. tids- og flateenhet. En rettesnor har en i de vassføringsmålinger som vassdragsvesenet har utført og fremdeles holder på med i de fleste av våre større elver.

Ei elvs vassføring avhenger, foruten av størrelsen på nedbør-området, av nedbør-mengden, av terrenget samt grunnens beskaffenhet og temperaturen. Men slik som forholdene er i vårt land må en være oppmerksom på at vatnet også kan skrive seg fra snø- og isbreer som tiner om sommeren. I slike tilfelle kan en ikke uten videre sette vassføringa i relasjon til nedbør-området størrelse - for eventuelt å bruke tallene for dimensjonering av kanaler og andre avløp.

Ser en bort fra slike tilfelle, vil elvevatnet være den sammenlagte mengden av vatn som renner av på overflaten og grunnvass-strømmer, som trenger fram til vassdraget. Det er umulig eksakt å kunne bestemme hvor stor del av nedbøren som renner av på overflaten. Fra kanalisering- og grøftingssynspunkt har det for övrig liten hensikt. Det er den samlede vassmengde som interesserer. Når det gjelder å regulere elver og større avløp, kanaler, er det av særskilt interesse å kjenne største avrenning. Kanaler og andre avløp må nemlig dimensjoneres slik at det er liten risiko for oversvømmelser.

Etter vassføringsmålingene kan en beregne avrenning i liter pr. sek. pr. hektar eller liter ( $m^3$ ) pr. sek. pr.  $km^2$ . Men tallene må brukes med kritikk. For den praktiske kanaliseringsevne er det av viktighet å kunne bedømme oppgavene og eventuelt kunne lempe dem etter lokale forhold i tilgrensende strök. Derfor er det nødvendig å kjenne de viktigste faktorer som virker på overflatevatnets avrenning og i de fleste tilfelle også på ei elvs vassføring.

Dette er:

1. Under ellers like forhold stiger overflateavrenningen med nedbørmengden, men forholdet er imidlertid ikke proporsjonalt. Sterk nedbør bevirker forholdsvis større avrenning enn svak, fordi fordunstningen blir mindre i første tilfelle enn i siste. Langvarig nedbør gir også større avrenning fordi jorden etter hvert blir vassmettet, likeså eventuell vegetasjon.
2. Temperaturen virker på fordunstningen som stiger med temperaturen. Låg relativ luftfuktighet gir mindre avrenning. Er sommeren varm, blir det derfor så godt som ingen avrenning etter kortere regnperioder.
3. Nedbør i form av snø ved temperatur under  $0^{\circ}$  C gir ingen avrenning. Ved mildvær går det også noen tid før det blir fritt vatn, idet snøen først må mettes med vatn.
4. Porøse jordarter slipper vatnet lett igjennom. Det blir mindre avrenning på overflaten her enn i leirjordstrakter. Berglendt, sterkt kupert terreng avgir vatnet fort. Avrenningen veksler sterkt.
5. Vegetasjon gir saktere avrenning. Vatnet heftes på vegen, mer synker ned eller fordunster samtidig som vegetasjonen også bruker større mengder. Skogen bidrar således til å regulere avrenningen. Ved sterk nedbør lagres vatnet slik at avrenningen fortsetter også i tørkeperioder. Snøsmelting går saktere i skogen, avrenningen jevnes ut.
6. Nedbør-områdets form og størrelse spiller en stor rolle. I sterkt kupert terreng skjer avrenningen raskere. Det blir større maksimal avrenning enn i slett terreng.  
Fra store områder blir det mindre og jevnere maksimalavrenning enn fra små. Sjelden faller det regn samtidig innen hele området, og derfor heller ikke flom på samme tid. Langstrakte områder gir mindre flomavlöp når vatnet renner langsetter enn tvers over området. Mindre nedbørsområder og fjellgrunn med stort fall gir ved regn og snøsmelting stort flomavlöp, men dette kulminerer fort når regnet eller snøsmeltinga er over.
7. Myrer, sjøer og temporent oversvømmet mark holder vatnet tilbake og jevner ut vassføringa.

Hvordan avløpet fordeler seg på året i innlandsstrøk kan en se av følgende framstilling. Avløpet er uttrykt i mm pr. måned for nedbørsområdet:



Fig. 11

Kurven gjelder for Tista i Östfold. Nedbøren er større enn avløpet, unntatt for månedene april og mai. I gjennomsnitt for året er avløpet ca. 66 % av nedbøren. Det største avløp i mai svarer til ca. 30 l pr. sek. pr. km<sup>2</sup>. For dimensjonering av kanal er dette tallet sikkert altfor lite, fordi avløpet i en kortere tid av måneden, f.eks. en uke,

kan være flere ganger så stort. Det ville være meget uheldig å dimensjonere kanalen slik at en fikk oversvømmelse av dyrket jord, f.eks. i første halvdel av mai.

Av tabell I vil en bl.a. kunne se at i mange vassdrag er avløpet større enn nedbøren. Dette kan forklares ved at elva har fått vatn fra snø- og isbreer i høyfjellet og at nedbør-observasjonene er mangelfulle. Som kjent er det visse vansker med å få målt nedbøren i høyfjellet. I Halden-vassdraget, Tista, er avløpskoeffisienten ca. 66 %. Dette må ansees som relativt pålitelig, idet vassdraget har til løp vesentlig fra lågereliggende trakter. Dessuten er nedbør-stasjonene fordelt utover i distriktet. I slike tilfelle kan en ta utgangspunkt i nedbør-observasjonene.

Kanaliseringsprosjekter vil som regel foreligge i lågere trakter med dyrkbar jord. Det er derfor sannsynlig at en i slike distrikter vil finne brukbare nedbør-observasjoner, men en må på den annen side være oppmerksom på at nedbør-mengden kan veksle mye innen relativt snevre grenser. Særlig for Vestlands-forhold ser det ut som om nedbøren stiger med høyden over havet.

Ved reguleringsprosjekter har det f.eks. vært regnet med 10 % nedbørstillegg for hver 100 m nedbør-området stiger over havet når det stenger for den regnførende vind.



Om nedbør og avrenning ellers i landet kan følgende oversikt etter Holmsen (Tekn.Ukebl. 1917) gi orientering:

T a b e l l 1.

Vassdrag	Antall år	Nedbør-område km <sup>2</sup>	Jan.	Febr.	Mars	Apr.	Mai	Juni	Juli	Aug.	Sept.	Okt.	Nov.	Des.	Året
Tista	8	1573	n.35 a.36	38 29	54 32	40 62	51 77	39 26	59 20	108 25	57 29	91 33	47 42	66 40	685 451
Klara ved Nybergsund	22	4345	n.31 a.20	30 18	38 18	31 36	41 117	50 84	76 49	87 52	45 39	50 30	57 25	58 21	593 513
Klara ved Femunden	19	1709	n.29 a.16	27 13	30 13	21 13	35 50	51 96	61 68	78 48	42 39	38 30	33 22	36 19	480 427
Glomma ved Sarpsborg	19	41800	n.29 a.12	28 9	34 10	27 21	39 80	45 98	64 70	86 58	44 45	52 35	37 26	45 15	531 480
Glomma ved Elverum	19	15200	n.28 a.12	27 9	31 9	24 20	37 139	48 103	66 49	83 51	44 37	43 32	33 20	38 14	502 495
Glomma ved Aursunden	12	850	n.41 a.16	40 11	31 10	21 9	30 111	51 230	66 107	78 63	46 54	36 45	36 30	37 21	513 703
Rena	12	2273	n.24 a. 9	28 7	30 8	25 13	34 122	45 88	61 37	86 38	35 32	46 23	38 19	42 13	494 409
Lågen ved Losna	17	10800	n.29 a. 7	24 6	23 6	18 10	30 84	36 173	54 132	72 97	34 51	38 37	31 16	35 9	423 626
Otta	14	4075	n.38 a. 4	26 5	27 5	13 9	25 76	27 219	47 213	65 142	30 58	38 43	32 16	33 7	401 798
Vinstra ved Olstappen	10	125	n.23 a.17	29 12	36 13	35 16	43 111	53 197	97 157	117 127	40 67	43 48	49 31	51 22	616 819
Snerumselv ved Krøderen	13	4950	n.39 a.10	33 7	47 8	35 13	51 105	50 182	66 103	96 76	52 53	72 45	39 28	51 14	631 644
Nudedalslågen ved Labro	13	4340	n.34 a.12	31 10	52 12	41 23	56 126	55 183	70 68	103 55	52 38	81 42	43 30	53 15	671 614
Fedølv	17	211	n.186 a.189	167 155	148 144	119 164	87 98	68 41	92 35	147 67	96 76	181 134	184 173	232 224	1707 1499
Sira	19	1920	n.172 a.130	139 98	123 81	93 102	77 298	69 286	91 139	139 103	103 113	163 146	171 168	201 169	1540 1832
Suldalslågen	7	1220	n.244 a. 70	168 49	84 34	82 54	71 313	68 577	92 386	160 262	125 201	132 175	138 78	131 72	1495 2272
Blåelv	5	152	n.373 a.172	280 108	164 51	195 139	134 440	110 645	107 750	220 724	245 536	234 374	325 190	382 196	2769 4325
Vossa	19	1032	n.204 a. 60	147 52	105 35	70 71	71 300	68 435	84 270	130 175	139 156	161 171	169 100	172 87	1520 1911
Hornindalselv	13	365	n.237 a.141	173 119	113 86	82 111	64 257	52 315	65 234	113 136	140 144	142 178	173 156	137 143	1491 2020
Aura	11	1037	n.134 a. 22	116 19	53 16	55 18	42 101	51 322	63 272	95 197	108 108	84 72	109 36	92 28	1007 1211
Gaula	7	3050	n. 74 a. 8	66 8	41 15	37 52	37 196	55 159	72 75	93 60	79 63	59 58	61 20	43 12	717 726
Namsen ved Fiskumfoss	5	3285	n.141 a. 64	106 33	57 31	50 68	48 254	47 312	71 188	85 97	91 93	117 144	92 51	84 50	990 1385
Röså	6	1520	n.154 a. 44	87 36	64 30	54 28	38 73	54 314	71 342	90 194	122 123	95 123	82 60	95 47	1006 1419

Største, gjennomsnittlige og minste vassføring i endel norske elver (etter Vassdragsvesenet).

Table II.

Vassdrag	Vassmerke	Å r	Nedbør- område km <sup>2</sup>	Liter pr. sek. pr. km <sup>2</sup>			Netto nedbør
				Største	Gjennom- snittlig	Minste	
Klara	Fem.enden	1896-1919	1710	59	13,84	2,75	436
Glomma	Elverum	1888-1917	15320	202	15,72	1,95	496
Lågen	Losra	1896-1918	11200	188	19,07	1,43	601
Vinstra	Olstappen	1908-1917	1290	188	25,54	2,09	808
Srarumselv	Kröderen	1890-1918	4950	201	21,46	1,51	677
Nudedalslågen	Tunhovd	1906-1917	1770	203	23,04	1,13	726
Tokke	Totak	1895-1917	825	340	37,16	2,79	1170
Missereiv	Högfoss	1901-1912	1350	146	26,01	1,62	820
Fyrriseiv	Sundsli	1901-1909	1028	263	29,55	0,49	932
Fedaelv	Refsti	1898-1912	211	592	47,67	2,37	1500
Sira	Flikeid	1897-1919	1920	390	58,5	3,80	1945
Bjerkreimselv	Bjerkr.bru	1896-1918	641	655	72,1	5,92	2275
Ulla	Haugebru	1906-1916	374	783	80,7	4,81	2550
Suldalslågen	Suldalsoset	1904-1918	1215	493	72,2	1,09	2300
Blåelv	Fjellhaugvatn	1909-1918	152	1110	162,0	4,68	5111
Jondalseiv	Eidevatn	1909-1915	87	1048	68,4	3,45	2160
Vossa	Bulken	1895-1918	1030	483	60,5	1,94	1910
Flånselv	Klevevatn	1908-1916	115	734	62,8	1,33	1985
Aurlandselv	Vassbygdvatn	1908-1916	714	705	49,4	2,38	1560
Jölstra	Jölstervatn	1903-1915	387	447	77,6	3,10	2450
Loelv	Lovatn	1900-1919	260	466	61,2	5,00	1930
Tafjordeiv	Onilsavatn	1909-1918	290	403	50,2	3,34	1585
Aura	Eikisdalsvatn	1902-1919	1035	312	37,0	1,93	1168
Verdalseiv	Grunnfoss	1909-1914	876	341	40,0	1,50	
Nemsen	Fiskumfoss	1908-1919	3295	330	43,0	2,43	1354
Röså	Tustervatn	1904-1917	1520	238	42,3	5,20	1335
Bjerka	L. Målvatn	1908-1919	266	370	51,3	3,38	1617
Barduelv	Bardufoss	1911-1917	2330	332	35,2	0,95	1110
Målselv	Malangfoss	{ 1908-1909 1911-1917	3140	323	26,4	0,61	833



Opgaven blir videre å fastlegge en for distriktet rimelig avløpskoeffisient. Denne kan veksle fra 30 til 80 %. I ville fjelltrakter med stor nedbør, liten fordampning og uten vegetasjon kan den stige til 90 %. Av tabell I kan avløpskoeffisientene beregnes, men som før nevnt må disse brukes med kritikk.

Videre har en erfaringstall som muligens kan ha et visst praktisk grunnlag. Etter professor Hasund angis følgende tall som er liter pr. sek. pr. km<sup>2</sup>:

1. Östlandets flatbygder: Årsnedbør 500 - 900 mm. 100-300 l/sek.  
100 l/sek. i store distrikter med sjøer.  
150-200-300 l/sek. ellers i bakket terreng.
2. Östlandets dal- og fjellbygder: Årsnedbør 500 - 900 mm eller mindre.  
300-600 l/sek..
3. Vestlandet: Årsnedbør 1200 - 3000 mm. 200 l/sek. på flatlandet med myrer og sjøer, ellers 400-600-800 l/sek., og med tillöp fra breer opp til 1000 l/sek..

I mange tilfelle kan dog disse tallene være for små som mål for maksimalflom.

Fra et 17 km<sup>2</sup> stort nedbør-område i Möre fylke er målt vassføring av  $Q = 2,0 \text{ m}^3/\text{sek. pr. km}^2$ .

Observasjoner over nedbør offentliggjøres hvert år i "Nedbøriakttagelser for Norge".

En schweizisk ingeniør Lautenberg har satt opp en del empiriske formler for vassføring. Disse er tilpasset norske forhold i "Regler for utarbeidelse av forslag til vei- og broarbeider i Statens vei-vesen", hvortil henvises.

Det vil framgå av foregående at det for vårt land er vanskelig å sette opp avrenningsnormer som gjelder for enkelte landsdeler eller større distrikter. Av utenlandske normer som vi under visse forhold kan nytte skal nevnes de svenske for Syd- og Mellom-Sverige.

Nedbørsområdets størrelse i hektar	Maksimal avrenning i liter pr. sek. pr. hektar	
<p style="text-align: center;">&lt; 20</p> <p style="text-align: center;">20 - 100</p>	<p>Ca. 2 l fra skog " 2,5 l fra åker</p>	<p style="text-align: center;">I stor utstrekning leirjordstrakter</p>
	<p>Ca. 1,5 l fra skog " 2,0 l " åker</p>	

I begge tilfelle regnes med at avrenningsintensiteten under vegetasjonstiden er ca. 1/10 av maks. avrenning. Dette gjelder for trakter som hva nedbør og temperatur angår nærmest svarer til Östlandets flatbygder. Årsnedbør 500 - 700 mm.

I Uppsala län brukes vanlig 1,2 - 1,5 l/sek. pr. hektar for åker og 0,8 - 1,2 l/sek. pr. hektar for skog. Det er for det meste relativt lite gjennomtrengelig jord. Midlere årsnedbør 505 mm. Svakt kupert terreng.

Som en vil forstå er det mange usikre faktorer ved indirekte bestemmelse av vassføring. Likevel vil denne metoden være alminnelig ved prosjektering av kanaler og andre avløpsgrøfter. I distrikter hvor det er særlig aktuelt med kanalisering, kan det finnes eldre kanaler eller større gröfter som har stått sin prøve i praksis. Dersom slike kanaler tidligere er beregnet, bør en få tak i det hydrologiske grunnlag for dem og så eventuelt bruke eller korrigere det.

Hvis ikke dette lar seg gjøre, kan man med relativt enkle midler måle vassføringa i flomtider og ellers f.eks. i den tiden våronnarbeidene pågår. Derved kan en skaffe materiale som kan få stor verdi også for kommende generasjoner.