

skog+
landskap

Forskning fra Skog og landskap 6/08

**BESTANDSTILVEKSTMODELLER FOR
«ALMINNELIG» ENSALDRET SKOG
I NORGE**

Kjell Andreassen, Tron Eid og Stein M. Tomter

Forskning fra Skog og landskap

«Forskning fra Skog og landskap» er en serie for publisering av originale vitenskapelige resultater innenfor Skog og landskaps faglige områder. Serien er åpen for relevante manuskripter, også fra forfattere som ikke er ansatt ved Norsk institutt for skog og landskap

Utgiver:

Norsk institutt for skog og landskap

Redaktør:

Bjørn Langerud

Dato:

September 2008

Trykk:

07 Gruppen AS

Opplag:

1000

Bestilling:

Norsk institutt for skog og landskap

Postboks 115, 1431 Ås

Telefon: 64 94 80 00

Telefaks: 64 94 80 01

www.skogoglandskap.no

ISBN 978-82-311-0059-1

ISSN 1890-1662

Omslagsfoto:

Landsskogtaksator Aasmund

Vigerust på inspeksjon instruerer

ett av takstlagene en gang på

1930-tallet.

Fotograf er ukjent.

Forskning fra Skog og landskap - 6/08

**BESTANDSTILVEKSTMODELLER FOR
«ALMINNELIG» ENSALDRET SKOG I NORGE**

Kjell Andreassen, Tron Eid og Stein M. Tomter

INNHold

Sammendrag	3
Summary	4
1. Innledning	5
2. Materiale og metode	5
2.1 Grunnmateriale	5
2.2 Statistiske metoder	7
2.3 Tilvekstmodell og valg av variabler	7
2.4 Testmateriale	8
3. Resultater	9
4. Diskusjon	16
Etterord.	17
Referanser	18

SAMMENDRAG

Andreassen, K., Eid, T. & Tomter, S. M. 2008. Bestandstilvekstmodeller for «alminnelig» ensaldret skog i Norge. *Growth models for stands in «ordinary» even-aged forest in Norway*. Forskning fra Skog og landskap. 06/08: 1-19.

Formålet med dette arbeidet har vært å lage modeller som beskriver tilveksten i «alminnelig skog» i Norge. Det er benyttet datamateriale fra Landsskogtakseringen siden dette representerer et godt tverrsnitt av skogtyper, skogbehandling og skogtilstand som finnes i landet i dag. De nye modellene representerer normal skog i motsetning til mange tidligere tilvekstmodeller som er utviklet fra forsøkksskoger basert på velskjøttede skogbestand og som bedre gjenspeiler et maksimalt tilvekstpotensiale. Materialet er innsamlet i perioden 1995 til 2005 og omfatter i alt 4274 flater.

Det er utarbeidet 15 nye tilvekstmodeller med ett modellsett for hvert av treslagene gran, furu og bjørk, og i tillegg ett modellsett for «annet lauv» der andre lauvtreslag er samlet i denne gruppen. Modellene beskriver grunnflatetilveksten på bestandsnivå som summen av trærnes grunnflatetilvekst i brysthøyde pr hektar over en 5-årsperiode. Som uavhengige variabler inngår bestandets bonitet, grunnflate, middeldiameter og alder samt de geografiske variablene breddegrad og høyde over havet. Granmodellene hadde høyest korrelasjon med R^2 på 0,61–0,69, furu- og lauvmodellene hadde en R^2 på 0,47–0,54, mens bjørk hadde en R^2 på 0,31–0,35.

Bestandsvariablene bonitet, alder og grunnflate ga størst bidrag i modellen hos de fleste treslagene. Breddegrad og høyde over havet ga minst bidrag i modellene, og hos gran var variabelen høyde over havet ikke signifikant. Modellene der alder inngår, har høyest korrelasjon, unntatt for bjørk der modeller som inkluderer variabelen breddegrad gir bedre korrelasjon enn modeller med alder.

Nøkkelord: Bestandstilvekst, empiriske modeller, ensaldret skog, grunnflatetilvekst, Norge, gran, furu, bjørk, lauv

SUMMARY

Andreassen, K., Eid, T. & Tomter, S. M. 2008. Bestandstilvekstmodeller for «alminnelig» ensaldret skog i Norge. *Growth models for stands in «ordinary» even-aged forest in Norway*. Forskning fra Skog og landskap. 06/08: 1-19.

The aim of this study was to develop growth models for «ordinary forest» in Norway. NFI data is used since this represent a good cross section of forests types, management and conditions of forest in the country. The new models represent normal forest in contrast to most of the former models based on data from well managed stands which better reflect a maximum production. The material is recorded from 1995 to 2005 with a total of 4274 plots.

15 new growth models is developed with one group for the species Norway spruce, Scotch pine and birch, and the group «other broadleaves». The models describe basal area growth at breast height per hectare in a 5 year period. The independent variables are site index, basal area, mean diameter and age in addition to the geographical variables latitude and altitude. Highest correlation were found for the Norway spruce models with a R^2 value of 0,61–0,69, Scotch pine and broadleaves had R^2 value of 0,47–0,54, and birch had a R^2 value of 0,31–0,35.

The stand variables site index, age and basal area were the most important contributors in the model. Latitude and altitude were less important, and for Norway spruce altitude was not significant. The models with age had the highest correlation, except for birch where models including latitude show better correlation than models with age.

Key words: Stand growth, empirical models, even-aged forest, basal area growth, Norway, Norway spruce, Scots pine, birch, broadleaves

1. INNLEDNING

Produksjonstabeller og tilvekstmodeller er viktige hjelpemidler for prognoser om skogens utvikling og for å kunne tallfeste fremtidig tilvekst, kubikkmasse og andre bestandsvariabler. Skogproduksjon er viktig i land med skogressurser og ambisjon om en bærekraftig forvaltning av disse. Fra Mellom-Europa kom de første produksjonsundersøkelsene på 1800-tallet (Gayer 1898), og i Norge kom de første spede tilvekstoversikter ut på 1880-tallet (Stalsberg 1882). Større arbeider om tilvekst i gran ble publisert i perioden 1929 til 1941 (Vigerust 1929, Bækken 1932, Skinnemoen 1939, Eide og Langsæter 1941). Deretter har det blitt utført en rekke undersøkelser med et formål om å forbedre tilvekstprognosene ytterligere (Brantseg 1951, Braathe 1953, 1954, Delbeck 1965, Braastad 1974, 1975, Hobbestad 1980, Blingsmo 1984, 1988, Øyen 2002), med datagrunnlag fra tidsseriene i langsiktige feltforsøk ved NISK og tidvis supplert med engangsmaterialer. Sentrale produksjonsmodeller for andre treslag er: *Furu* av Brantseg 1969, Braastad 1980, Blingsmo 1984 og 1988; *bjørk* av Braastad 1967, 1977, Blingsmo 1984, 1988, *gråor* av Børset og Langhammer 1966, *osp* av Haugberg 1958, Opdahl 1992; *eik* av Tveite 2004; *kjempeedelgran* av Øyen 2001; *sitkagran* av Bauger 1961, 1970, Øyen 2005; *lerk* av Wielgolaski et al. 1993. I tillegg finnes flere modeller inkludert i prognoseverktøy som Bestprog (Blingsmo og Veidahl 1994), Avvirk1, Avvirk2000 (Eid og Hobbestad 2005) og Gaya (Hoen og Eid 1994) der tilvekstmodeller er «motoren» i fremskriving av skogtilstanden.

Det er vanlig å beskrive skogens tilvekst enten i tabellform (produksjonstabeller, produksjonsoversikter) eller som matematiske likninger (tilvekstmodeller) som enkle algoritmer eller som større likningssystemer (Clutter et al. 1983). Disse kan igjen deles inn i modeller for (i) enkelttrær, (ii) modeller for klasser av trær, eller (iii) tilvekstmodeller for arealer. Benyttes de første to modelltypene finnes tilveksten for hele bestand ved å summere opp over alle enkelttrær eller klasser til areal eller bestandsnivå, mens den siste modelltypen gir tilveksten direkte for hver arealenhet. Eldre produksjonsmodeller beskriver skogens tilvekst vanligvis per arealenhet på bestandsnivå, mens nyere modeller gjerne beskriver tilveksten ut fra enkelttremodeller (jfr. Holte og Solberg 1989, Andreassen og Tomter 2003), eller diameterklassevis modeller (Bollandsås 2008). Slike nye modeller øker kravet til

informasjon og registreringer av skogtilstand. På den annen side øker fleksibiliteten for å kunne studere mer detaljert effekter av ulike skogbehandlingsmetoder.

I den foreliggende undersøkelse har vi beskrevet tilveksten på arealnivå (iii) og beregnet trærers radiale tykkelsestilvekst i brysthøyde uttrykt som sum grunnflatetilvekst i m² pr hektar i løpet av en fem-årsperiode.

Grunnlagsdataene i denne studien er produktiv skog som inngår i Landsskogtakseringens flatenett og som man forventer representerer et gjennomsnitt av skogtilstanden i Norge og med en skogbehandling som er i tråd med normal praksis. Forsøksskoger, som mange tidligere tilvekstmodeller er utviklet fra, består ofte av velskjøttede skogbestand hvor skogbehandlingen foregår i overensstemmelse med definerte behandlingsprogram. For sistnevnte type modeller forventer man at de bedre gjenspeiler et maksimalt tilvekstpotensial på voksestedet (produksjonsevne), men det er samtidig en risiko for at slike modeller overestimerer tilveksten i skog hvor behandlingene ikke overensstemmer med modellforutsetningene. Dette har vært grunnlaget for at vi i denne undersøkelsen har valgt å beskrive tilvekstutviklingen i «alminnelig skog».

2. MATERIALE OG METODE

2.1 Grunnmateriale

Datamaterialet er basert på permanente prøveflater fra Landsskogtakseringen innsamlet i et nett med forband 3x3 km, der hver indre måleflate er på 250 m² (NIJOS 1996). Flatenettet forventes å gi et representativt bilde av skogtilstand og skogbehandling som forekommer i Norge. Registreringene er utført to ganger i perioden 1995–2005 og med et revisjonsintervall på 5 år. Den relativt korte innsamlingsperioden på bare 10 år er en svakhet med materialet, og for eksempel kan været i denne perioden være annerledes og gi andre vekstbetingelser enn i tidligere og fremtidige perioder. Materialet består av de tre hovedtreslagene gran, furu og bjørk, med henholdsvis 1465, 1426 og 830 flater (Tab. 1). I tillegg har vi samlet 553 flater der hovedtreslag er såkalt «annet lauv» utenom bjørk i en egen gruppe. Denne gruppen består av lauvtreslagene alm, ask, bøk, eik, gråor, hassel, hegg, lind, lønn, osp, rogn, selje og svartor i alfabetisk rekkefølge. Eksotiske bar- og lauvtrær er utelatt. Til sammen 117.000 trær er fulgt med målinger over

en femårsperiode. Bare trær med diameter i brysthøyde på 5 cm eller mer er med i registreringene, og diameteren er målt i millimeter. Hvert tre er identifisert med en vinkel og en avstand fra flatesentrum. Markas bonitet, eller forventede produksjons- evne, er registrert for det dominerende treslaget i et areal på 0,1 hektar rundt flaten etter Tveite og Braastad (1981). Bare hogstklasse III-V er inkludert, dvs. bestandsalder over ca. 30 år.

Vi har i vårt datamateriale hovedsakelig benyttet «renbestand», men flater med innblanding av andre treslag med inntil 30 % av samlet grunnflate- sum er også godtatt da dette ofte forekommer i vanlig skog.

I blandingsbestand vil beregning av tilvekst via arealbaserte bestandsmodeller kunne gi noe unøyaktige anslag, særlig hvis vi har sjiktning representert av ulike treslag (Strand 1983). Har man for eksempel et undersjikt av gran, vil disse trærne vokse betydelig saktere enn et renbestand av samme alder. På den annen side vil det enkelte skjermtrær av store furutrær som har bedre tilgang til lys og næring ha større tilvekst enn enkelttrærne i et tett furubestand. I sjiktede bestand forventes enkelttre-

modeller å være bedre egnet for å beskrive det enkelte tres tilvekst (jfr. Andreassen og Tomter 2003).

Antall granflater er godt representert på alle boniteter, mens furu har få flater på høye boniteter (Tab. 1). For bjørk er det hovedsakelig flater med bonitet lavere enn H40 lik 14 m. «Annet lauv» er representert i alle bonitetsklasser, men med relativt få flater på de høyeste bonitetene (H40=20 og 23). Data- materialet inneholder flest flater med middeldiameter under 25 cm og bestandsvolum lavere enn 150 m³/ha (Tab. 2). Flater med middels og lav tetthet, dvs. lav grunnflatesum og lavt volum pr hektar forekommer hyppigst. Flatene er godt fordelt over ulike bestandsalder, men det er relativt få flater i skog eldre enn 150 år. Det er flest flater på Sør- og Østlandet, men Vestlandet, Trøndelag og Nord-Norge er også godt representert (Tab. 3). Fordelingen etter breddegrad viser også flest flater fra 60 til 63° N, og av høydelagene er høyder under 400 m best representert. Finnmark fylke er ikke representert. Fordelingen av våre flater geografisk og etter bestandskarakteristikk vurderes som representativt for norsk skog (jfr. Larsson og Høyen 2007).

Tabell 1. Antall flater fordelt på bonitetsklasser (H40) og treslag.

Bonitet H40 (m)	Gran	Furu	Bjørk	Annet lauv
6	116	249	175	37
8	300	568	416	130
11	308	368	191	180
14	309	173	35	104
17	261	59	8	72
20	107	9	5	25
23	64	0	0	5
Sum flater	1465	1426	830	553

Tabell 2. Antall flater (n) fordelt etter klasser av bestandskarakteristikk.

Middeldiameter (cm)		Grunnflate (m ² /ha)		Volum (m ³ /ha)		Bestandsalder (år)	
	n		n		n		n
<15	2205	<10	1847	<50	962	<50	831
20	1856	20	1429	100	2186	75	1842
30	210	30	675	200	738	125	1451
40+	9	40	243	300	258	150+	156
		50+	86	400	92		
				500+	44		

Tabell 3. Antall flater (n) fordelt geografisk

Region	n	Høydelag (m o. h.)	n	Breddegrad (°N)	n
Trøndelag + Nord-Norge	1239	<100	516	58	312
Sørøst Norge	2414	200	1584	60	1592
Vestlandet	627	400	1006	62	1118
		600	661	64	535
		800	439	66	175
		>900	74	68	341
				70	207

2.2 Statistiske metoder

Vi benyttet vanlig multipl regressjon (OLS) til å estimere de nye tilvekstmodellene (SAS 2004). Ved utvelgelsen av variabler prøvde vi både rene grunnvariabler i tillegg til transformerte og kombinasjoner av variabler for å finne de som best kunne beskrive tilveksten under ulike bestandsforhold. Ved en slik variabelutvelgelse må det tas hensyn til for eksempel: tilgjengelig takstinformasjon, registreringskostnader og ønskede variabler ut fra andre hensyn som for eksempel tilgjengelig i andre modeller. Korrelasjonskoeffisienten (R^2) kan økes ved å bruke samme grunnvariabel flere ganger i ulike transformasjoner eller i ulike kombinasjoner. Dette øker imidlertid faren for interkorrelasjon. Vi har i arbeidet både vurdert korrelasjonskoeffisienten, standardavvik rundt funksjonen, kurtosis og skjevhet. Kurtosis angir hvordan observasjonene fordeler seg i forhold til normalfordelingskurven.. Kurtosis og skjevhet er begge mål knyttet til normalfordelingen og grad av symmetri. Jo nærmere verdien null, jo nærmere er spredningen av residualene normalfordelingen (Abramowitz og Stegun 1972, SAS 2004). Skjevhet bør ha absoluttverdier mindre enn 1,5 (Wenstøp 1995). Modelleffektivitet er beregnet etter Vanclay og Skovsgaard (1997) der verdier nær 1 indikerer god tilpassning, mens negative verdier indikerer dårligere tilpassning.

$$\text{Modelleffektivitet: } 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \right)$$

Forventningsskjevheten til den logaritmisk transformerte uavhengige variabelen er rettet opp ved å korrigere konstantleddet slik at gjennomsnittet av de tilbaketransformerte residualene blir lik null.

2.3 Tilvekstmodell og valg av variabler

Tilveksten til bestandets grunnflate (iG), bestandets volum (iV), eller bestandets grunnflatemiddeldiameter (iD) er de vanligste avhengige variabler for tilvekstestimering (Clutter et al 1983). Vi valgte å uttrykke bestandets tilvekst med iG som avhengig variabel. Dette er en relativt robust variabel da den gir summen av mange træs tilvekst, der de største trærne teller mest (Cole and Stage 1972). Vi prøvde også å estimere tilveksten uttrykt som diameter-tilveksten til middeltreet (iD), men dette ga langt lavere korrelasjoner og større spredning i modellene. Hovedårsaken til dette er at iD er en variabel med større varians, dvs. at særlig variasjon i treantall påvirker middeldiameteren mye når det vokser inn nye trær (rekruttering) eller det er stor dødelighet (mortalitet) i løpet av en revisjonsperiode. I bestand med mye rekruttering kan man risikere at middeldiameter vil kunne være større i starten enn ved slutten av en revisjonsperiode siden middeldiameter påvirkes av treantallet. Motsatt vil iD kunne bli meget stor ved høy mortalitet blant småtrær. Variasjon av middeldiameter er gjennomgående større på små enn store flater (Strand 1957, 1959) og følgelig er middeldiameteren (Dg) på Landskogtakseringens små flater usikker. En iG-modell synes mer robust og vil reflektere variasjoner i voksestedsforhold gjennom tilvekstestimerer som er mindre påvirket av variasjoner i antall småtrær. Middeldiameter er likevel lett å beregne ved å dividere grunnflaten på treantallet og så trekke ut diameteren til denne middelgrunnflaten. Det må også understrekes at endringer i treantall er viktig i prognoser og dette kan estimeres ut fra mortalitets- og innvoksningsmodeller.

Vi prøvde flere transformasjoner av både de avhengige og de uavhengige variabler. Ved å utføre trinnvise multiple regresjoner der man inkluderer og ekskluderer mange mulige variabler og transformasjoner, får man en første oversikt av hva som redu-

serer variasjonen i tilveksten på lineær form. Schumacher (1939) var blant de første forskerne som mente bestandets tilvekst kunne uttrykkes tilfredsstillende i treslagsspesifikke modeller med tetthet, alder og bonitet som uavhengige variabler. Dette støttes også av andre forfattere (Clutter et al. 1983). Videre har flere konkludert med at en logaritmisk modell av grunnflatetilveksten er en egnet transformasjon (Cole og Stage 1972, Wykoff 1990). Vi valgte et signifikansnivå (sannsynligheten for at koeffisienten er feil) mindre enn 0,05 som minstekrav i modellen. Mange variabler ble imidlertid bevisst utelatt for å begrense antall variabler i modellen. I tillegg ville vi i størst mulig utstrekning å standardisere til en felles modelltype for hver av de fire treslagene, variablene skulle være lette og billige å registrere, mens andre variabler var ønskelige å ha med fremfor andre av ulike årsaker (jfr. kap. 2.2). For eksempel prioriterte vi bonitet fremfor bestandsalder og vi valgte å unngå trehøyde, blant annet for å ha muligheter til enkle og rimelige takseringer. Vi unngikk modeller med både bonitet og alder p.g.a. interkorrelasjon mellom disse to variablene, men vi ønsket likevel å ha med alder i minst en av modellene blant annet siden mange ønsker å studere effekter av ulik alder og fordi presisjonen øker noe. Bestandsalder er vanligvis arbeidskrevende å bestemme da det vanligvis kreves årringprøver for å estimere denne. Videre kan noen variabler avledes av andre, men slike reduserer vanligvis ikke variasjonen av den avhengige variabelen nevneverdig. For eksempel viste tidlige analyser at variablene middeldiameter (Dg), grunnflatesum (G3) og treantall ga betydelige bidrag i tilvekstmodellene, men av disse tre bør bare to variabler tas med, da den tredje kan utledes av de to andre. Følgelig er det uten betydning hvilke to variabler som velges da de gir tilnærmet likt bidrag i modellen og korrelasjonskoeffisienten ikke vil endres. Vi valgte derfor bort treantall og prioriterte grunnflatesum da denne er velkjent og relativt rime-

lig å bestemme, blant annet ved bruk av relaskop. Vi kom frem til følgende hovedmodell for å beskrive tilveksten i norsk skog:

$$\text{Modell: } \ln(iG) = a + b_1 \cdot \ln(H40) + b_2 \cdot \ln(G3) + b_3 \cdot \ln(Dg) + b_4 \cdot \ln(T13) + b_5 \cdot \ln(Bg) + b_6 \cdot \ln(Hoh)$$

I denne modellen er bestandets grunnflatetilvekst, iG ($m^2/ha/5\text{år}$), avhengig variabel. Som uavhengige variabler har vi bonitet (H40, m), G3 er trærnes grunnflatesum i brysthøyde (m^2/ha), Dg er grunnflateveid middeldiameter (mm), T13 er bestandsalder i brysthøyde (år), Bg er breddegrad multiplisert med 10, og Hoh er høyden over havet (m). Bg er omgjort til en kontinuerlig og aritmetisk variabel og minutter må derfor uttrykkes som hundredels grader, dvs. minutter må multipliseres med faktoren 100/60.

2.4 Testmateriale

Tilvekstmodellene er testet mot et stort datamateriale som er samlet inn fra de langsiktige feltforsøkene ved Skog og landskap. Dette er datamateriale fra forsøksskog og av en litt annen karakter enn vårt grunnmateriale. I slike skogforsøk har man vanligvis utført en definert skjøtsel etter bestemte behandlingsprogram. De eldste feltene er etablert helt tilbake til 1920-tallet. Feltene er revidert og målt opp med omtrent fem års mellomrom i perioden 1920–2005. I alt 5615 tilvekstperioder i gran, 3106 i furu og 321 i bjørk ble benyttet som testmateriale. Dette materialet hadde for gran, furu og bjørk en gjennomsnittlig middeldiameter på hhv. 18, 17 og 16 cm, en grunnflate på 31, 24 og 18 m^2/ha , en bonitet H40 lik 19, 14 og 16 m, en alder på 40, 57 og 31 år og et høydelaag på ca 220 m. Gran- og furuflatene lå på gjennomsnittlig på 62° N breddegrad, mens bjørkeflatene lå i gjennomsnitt på 63° N.

Tabell 4. Grunnflatetilvekst (Log til 5 års tilvekst, m²/ha) for gran (n=1455 flater), furu (n=1415), bjørk, (n=811) og annet lauv (n=550). Std=standardavvik. n.s.=ikke sign.

Modell	Treslag	Konstant-ledd	Ln(H40)	Ln(G3)	Ln(Dg)	Ln(T13)	Ln(Bg)	Ln(Hoh)	Std	R2
A101	Gran	1,903	1,273	0,515	-1,135				0,51	0,61
A102	«	2,708	0,449	0,638	-0,390	-0,695			0,45	0,69
A103	«	19,690	1,240	0,492	-1,121		-2,757	n.s.	0,50	0,63
A111	Furu	0,935	0,839	0,678	-0,844				0,58	0,47
A112	«	2,123	0,400	0,710	-0,443	-0,522			0,55	0,52
A113	«	27,451	0,801	0,656	-0,932		-4,041		0,56	0,49
A114	«	31,130	0,784	0,613	-0,905		-4,492	-0,137	0,55	0,51
A131	Bjørk	2,041	0,982	0,691	-1,222				0,75	0,31
A132	«	2,660	0,630	0,708	-0,733	-0,495			0,73	0,33
A133	«	22,390	0,787	0,682	-1,265		-3,040		0,73	0,35
A134	«	27,799	0,694	0,676	-1,222		-3,802	-0,085	0,72	0,35
A191	Annet lauv	2,011	0,954	0,618	-1,069				0,57	0,47
A192	«	2,510	0,558	0,639	-0,478	-0,602			0,54	0,54
A193	«	19,175	0,877	0,597	-1,153		-2,569		0,56	0,49
A194	«	21,669	0,826	0,585	-1,136		-2,903	-0,053	0,56	0,50

H40=bonitet, dvs. overhøyde ved 40 år (m), G3=trærnes grunnflate i brysthøyde(m²/ha), Dg=mid-deldiameter (mm), T13=bestandsalder i brysthøyde, Bg=breddegrad i grader multiplisert med 10, Hoh=høyde over havet (m), Std=standardavviket (RMSE), R²=kvadrert multiplert korrelasjonskoeffisient.

3. RESULTATER

Bonitet (H40), alder (T13) og grunnflate (G3) var de bestandsvariablene som reduserte mest av variasjonen i tilvekst (Tab. 4). Vi valgte å utelate treantall, da det ikke er nødvendig å ta med mer enn en av variablene treantall/middeldiameter i tillegg til bestandets grunnflate (G3), siden den tredje kan avledes av de to andre. Høydelag og breddegrad ga minst forklaringsbidrag i modellene. De tilvekstmodellene vi etter en helhetsvurdering fant mest velegnet er gjengitt i tabell 4. Vi ser at modellene uten alder, høydelag og breddegrad viser lavest korrelasjon, dvs. modellene med kun de tre inngangsvariablene bonitet, grunnflate og middeldiameter. Modellene med bestandsalder som tilleggsvariabel ga høyest korrelasjon.

Vi kom frem til de utvalgte modellene ved å analysere residualene plottet mot aktuelle inngangsvariabler, ved å sammenligne korrelasjonskoeffisient (R²) og standardavvik omkring modellen (Std), samt ved at vi utførte trinnvise regresjoner der ulike variabler ble tatt med eller utelatt for å redusere

variasjonen av den avhengige variabelen. Vi tok dels med variabler som vi prioriterte ut fra valg og kostnader ved skogtaksering. I de fleste tilfeller var de valgte variabler sammenfallende med de variabler som ble valgt ut fra statistiske kriterier og tester.

Reduksjonen av variasjonen var høyest for granmodellene og lavest for bjørkmodellene. Modellene for furu og annet lauv kom i en mellomstilling. Granmodellene reduserte variasjonen av den avhengige variabelen med 60–70 % (R² x 100 %), furu- og lauvmodellene med ca 50 %, mens for bjørk kunne bare 30–35 % av variasjonen i grunnflatetilveksten reduseres med de uavhengige variablene. Standardavviket viste de samme tendensene med lavest verdi for gran og høyest for bjørk. De geografiske variablene breddegrad og høyde over havet reduserte variasjonen for furu, bjørk og annet lauv vesentlig. For gran hadde breddegrad betydelig mindre effekt, mens parameteren høydelag ikke var signifikant. Bestandsalder reduserte lite variasjonen av grunnflatetilvekst hos bjørk. Reduksjonen varierte fra 31 % i modellen med lavest korrelasjon (modell A131 for bjørk) til 69 % for modellen med høyest korrelasjon (modell A102 for gran).

Tabell 5. Estimert tilvekst i % av observert (Est/obs). Gruppevis middelvei. Gran.

Stratum	Antall prøveflater	iG (m²/ha)	A101	A102	A103	A104
Dg < 17,5 cm	958	0,70	101	102	101	101
17,5 < Dg < 22,5	351	0,55	97	94	96	96
Dg > 22,5 cm	156	0,50	97	98	98	98
H40 < 8 m	116	0,22	87	93	89	89
8 < H40 < 14	608	0,38	100	96	100	100
14 < H40 < 20	570	0,80	101	101	100	100
H40 > 20 m	171	1,35	99	103	101	100
TT < 75 år	610	1,01	95	103	95	95
75 < TT < 125	548	0,43	112	97	112	112
TT > 125 år	307	0,30	104	88	104	104
V3 < 150 m ³ /ha	765	0,55	93	95	92	92
150 < V3 < 250	392	0,66	106	105	107	107
250 < V3 < 350	191	0,80	107	102	107	107
V3 > 350 m ³ /ha	117	0,91	105	103	105	105
Hoh < 200 m	313	0,87	101	102	99	97
200 < Hoh < 600	801	0,66	102	101	102	103
Hoh > 600 m	351	0,39	91	92	94	95
Bg < 62° N	1047	0,69	98	98	102	102
62° < Bg < 66°	372	0,50	110	108	98	98
Bg > 66° N	46	0,62	93	102	73	73
Trøndel.+N.Norge	385	0,46	111	109	97	96
Sør- og Østlandet	1012	0,65	100	98	104	104
Vestlandet	68	1,59	83	95	82	82

Tabell 6. Estimert tilvekst i % av observert (Est/obs). Gruppevis middelvei. Furu.

Stratum	Antall prøveflater	iG (m²/ha)	A111	A112	A113	A114
Dg < 17,5 cm	717	0,36	98	101	98	98
17,5 < Dg < 22,5	452	0,32	103	100	104	104
Dg > 22,5 cm	257	0,28	100	97	98	99
H40 < 8 m	249	0,19	91	95	92	94
8 < H40 < 14	936	0,30	100	98	100	100
14 < H40 < 20	232	0,58	102	106	102	102
H40 > 20 m	9	0,71	113	114	112	112
TT < 75 år	321	0,54	89	104	90	90
75 < TT < 125	705	0,29	106	100	105	106
TT > 125 år	400	0,23	107	94	107	105
V3 < 150 m ³ /ha	1122	0,30	95	97	95	96
150 < V3 < 250	241	0,43	110	108	111	109
250 < V3 < 350	46	0,62	107	100	106	106
V3 > 350 m ³ /ha	17	0,57	129	115	127	133
Hoh < 200 m	364	0,39	92	95	90	103
200 < Hoh < 600	799	0,35	101	100	103	99
Hoh > 600 m	263	0,21	115	112	111	97
Bg < 62° N	1071	0,36	97	97	101	101
62° < Bg < 66°	314	0,25	113	110	99	98
Bg > 66° N	41	0,27	117	126	75	84
Trøndel.+N.Norge	167	0,24	117	117	91	96
Sør- og Østlandet	999	0,34	100	100	104	101
Vestlandet	260	0,35	92	92	90	97

Tabell 7. Estimert tilvekst i % av observert (Est/obs). Gruppevis middelerverdi. Bjørk.

Stratum	Antall prøveflater	iG (m ² /ha)	A131	A132	A133	A134
Dg < 17,5 cm	782	0,27	100	99	99	99
17,5 < Dg < 22,5	41	0,17	120	123	124	126
Dg > 22,5 cm	7	0,22	76	85	79	82
H40 < 8 m	175	0,19	88	88	89	90
8 < H40 < 14	607	0,26	103	103	103	102
14 < H40 < 20	43	0,53	94	96	99	102
H40 > 20 m	5	0,58	97	92	97	96
TT < 75 år	125	0,45	81	93	87	87
75 < TT < 125	602	0,23	108	105	105	105
TT > 125 år	100	0,19	99	86	100	100
V3 < 150 m ³ /ha	3	0,22	65	43	78	76
150 < V3 < 250	808	0,26	100	100	99	99
250 < V3 > 350	22	0,42	109	109	119	125
200 < Hoh < 600	316	0,26	105	105	97	103
Hoh > 600 m	374	0,25	100	99	100	97
Bg < 62° N	140	0,27	89	91	106	99
62° < Bg < 66°	221	0,36	89	92	106	107
Bg > 66° N	153	0,26	94	94	98	96
Trøndel.+N.Norge	456	0,21	112	109	96	96
Sør- og Østlandet	530	0,22	110	107	96	95
Vestlandet	142	0,37	84	87	102	99

Tabell 8. Estimert tilvekst i % av observert (Est/obs). Gruppevis middelerverdi. Annet lauv.

Stratum	Antall prøvefla- ter	iG (m ² /ha)	A191	A192	A193	A194
Dg < 17,5 cm	478	0,61	99	99	100	100
17,5 < Dg < 22,5	62	0,5	104	106	104	103
Dg > 22,5 cm	13	0,37	104	103	103	102
H40 < 8 m	37	0,27	95	91	99	98
8 < H40 < 14	310	0,46	95	96	94	94
14 < H40 < 20	176	0,79	104	103	106	106
H40 > 20 m	30	1,06	106	106	104	103
TT < 75 år	175	0,83	88	102	89	88
75 < TT < 125	329	0,5	110	100	109	110
TT > 125 år	45	0,33	99	80	102	101
V3 < 150 m ³ /ha	4	0,17	185	123	188	179
150 < V3 < 250	448	0,54	98	98	97	97
250 < V3 < 350	82	0,73	110	108	112	112
V3 > 350 m ³ /ha	21	0,96	101	103	100	100
Hoh < 200 m	2	2,01	80	82	80	80
200 < Hoh < 600	277	0,66	100	98	98	101
Hoh > 600 m	209	0,56	102	104	103	100
Bg < 62° N	67	0,39	94	95	99	93
62° < Bg < 66°	326	0,66	94	95	100	100
Bg > 66° N	149	0,53	112	112	105	105
Trøndel.+N.Norge	78	0,4	107	105	85	87
Sør- og Østlandet	154	0,43	116	112	100	100
Vestlandet	259	0,67	93	94	99	99

Modellenes tilpasning er analysert ved å vurdere avvik, dvs. residualene (differansen mellom observert og estimert verdi), under ulike voksestedsbetingelser (Tab. 5–8). Avvikene er beregnet som estimert verdi i % av observert. Vi valgte å undersøke relativt vide klasser av bestandsforhold. Følgende voksestedsbetingelsene, eller bestandsvariabler, er benyttet ved grupperingen i evalueringen: middeldiameter, bonitet, totalalder (TT), bestandsvolum (V3), høydelag, breddegrad og landsdel. Vi delte Norge inn i tre geografiske hovedområder: Sør-/Østlandet, Vestlandet og Trøndelag/Nord-Norge. Værmessig skiller disse landsdelene seg entydig fra hverandre.

Granmodellene har små avvik for de fleste bestandsforhold, men ulike modeller har ulike styrker og svakheter (Tab. 5). Modell A102 med parameteren bestandsalder, har høyest korrelasjonskoeffisient av samtlige modeller. Men denne modellen har noe større avvik enn de andre granmodellene når bestandene grupperes etter middeldiameter (Tab. 5). På lave boniteter, dvs. G8 og lavere, undervurderer alle modellene tilveksten med rundt 10 %, men minst avvik er det for modellen som inkluderer alder. På midlere og høye boniteter var avvikene små for alle granmodellene. Modellene uten alder fungerer best for høye aldersklasser. Modellen med alder gir best estimat ved store eller små bestandsvolum. Modellen med breddegrad fungerte dårligst lengst nord, der modellen med alder fungerte betydelig bedre enn de andre modellene. I høydelag over 600 m underestimerer alle modellene tilveksten med 5–15 %, mest i øvre høydelag.

Furumodellene viser også jevnt over små avvik over hele spennet av mulige bestandsmiddeldiameter (Tab. 6). I furuskog på bonitet fra F8 til F17 fungerer modellene også bra, mens på de høyeste bonitetene der furuskog er relativt sjelden blir det 10–15 % overestimering. På lav bonitet (F6 og F8) blir tilveksten noe underestimert (Tab. 6). Modellene uten alder gir like bra estimater som modellene med alder. Det er noe ujevnt i ytterkantene av data-materialet når det grupperes etter alder, men ingen vesentlige skjevheter. Tilvekst i furubestand med høyt volum blir best estimert dersom alder er med i modellen. Mesteparten av furumaterialet er fra 200 til 600 meter over havet, og utenfor disse sentrale høydelag var modellen med hoh. som inputvariabel (A113) best egnet (Tab. 6). Den sistnevnte modellen synes for øvrig å være presis i de fleste landsdeler unntatt i Nord-Norge nord for 66 ° N der A114 gav mer nøyaktige prognoser.

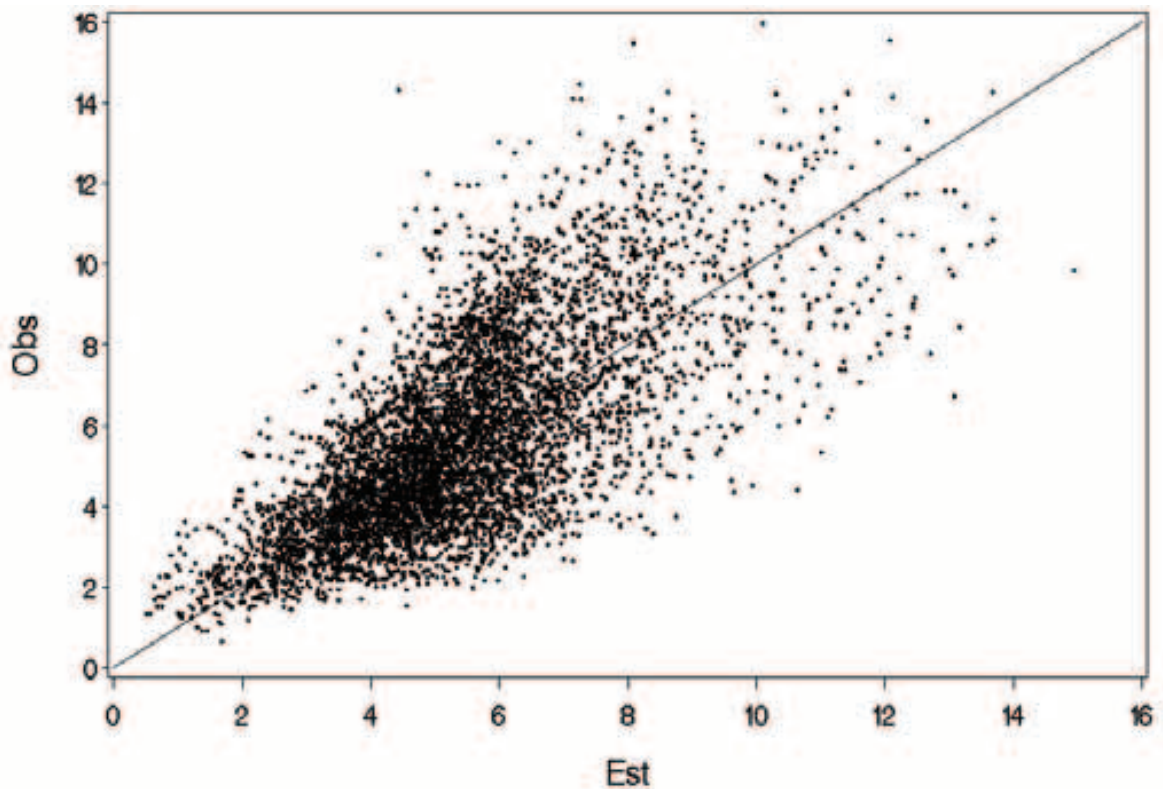
Bjørkemodellene viser litt mer varierende tilpasning. I bestand med mange store trær og middeldiameter mellom 17 og 23 cm overestimeres tilveksten 20–25 %, mens den underestimeres tilsvarende i bestand med enda større diameter. Mesteparten av bonitetsspennet forklares rimelig godt i modellene, med unntak på av lav bonitet (B6 og B8) der tilveksten underestimeres med om lag 10 %. I bjørkebestand yngre enn 75 år viser modellen med alder inkludert noe bedre tilpassing enn de andre. Høydelag, breddegrad eller landsdel ser ut til å ha mindre betydning for residualspreddingen hos bjørk (Tab. 7).

Modellene for annet lauv viser jevnt over god tilpasning med hensyn til bonitet og middeldiameter. Sammenlignes avvikene for grupper av andre bestandsparametre, ser vi at det er noen mindre forskjeller mellom observert og estimert tilvekst. Noen av disse gruppene har få observasjoner, hvilket gjør at en eller få «uteliggere» kan dra gjennomsnittet av residualene i en retning. Tydelig avvik fremkommer i bestand med kubikkmasse på over 250 m³ der tilveksten overestimeres med ca 10 % (Tab. 8).

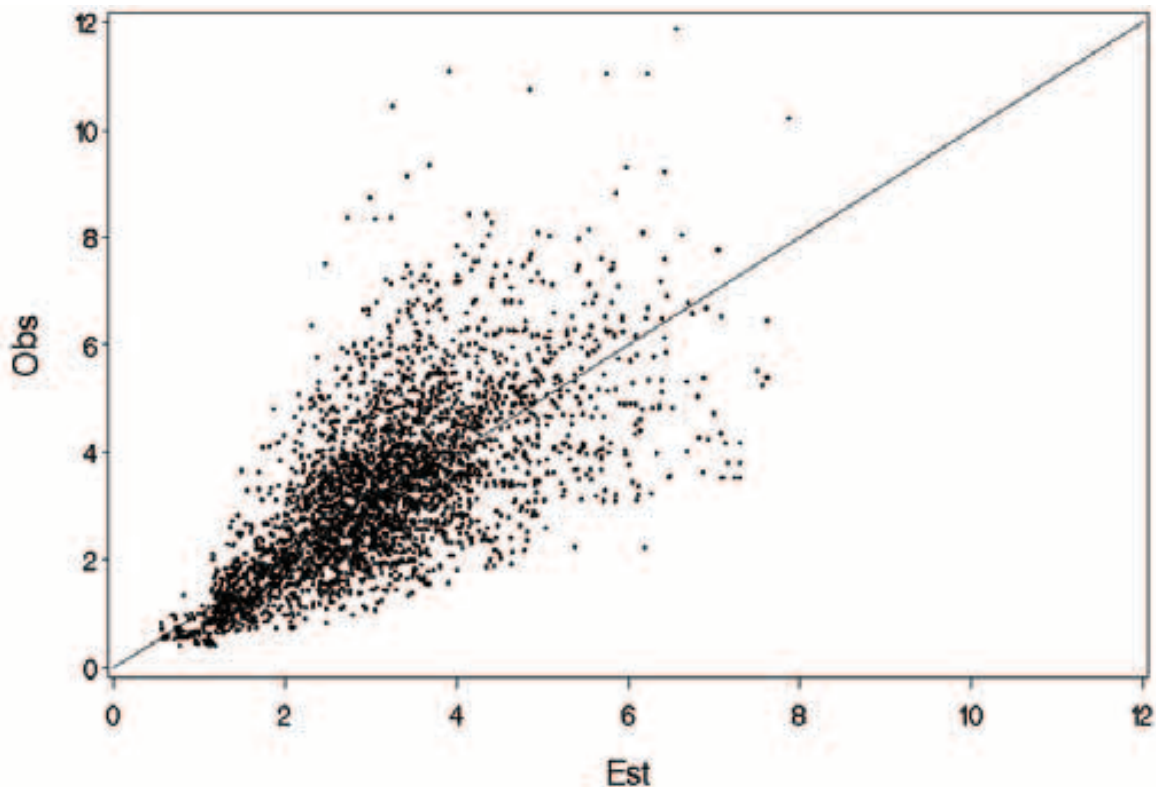
Evaluering av modelleffektivitet samt standardavvik, skjevhet, kurtosis og absoluttverdier av residualer angir at modellene med alder (A102, A112, A192) er best egnet for gran, furu og «annet lauv» (Tab. 9). Dette er tydeligst for gran. Riktignok har residualene til disse modellene høyest verdi av kurtosis, men dette viser at det er flere avvik i midten og færre i ytterkantene av materialet enn det en normalfordeling av residualene skulle tilsi. For bjørk ser det ut til at modellen med breddegrad og høydelag fungerer best (modell A134).

Tabell 9. Standardavvik, skjevhet, kurtosis og absoluttverdi til residualer (observert – estimert, m²/ha/5år), og modelleffektivitet.

Modell	Standardavvik	Skjevhet	Kurtosis	Absoluttverdi	Modelleffektivitet
A101	1,83	-0,71	10,2	1,18	0,17
A102	1,63	-1,38	14,1	1,02	0,47
A103	1,84	-0,73	10,0	1,18	0,19
A104	1,84	-0,72	10,1	1,18	0,18
A111	0,99	-0,78	13,9	0,64	-0,17
A112	0,96	-1,15	17,9	0,61	0,09
A113	0,98	-0,96	15,1	0,63	-0,10
A114	0,97	-1,16	17,0	0,62	-0,02
A131	0,96	0,58	9,1	0,65	-0,97
A132	0,94	0,55	9,9	0,63	-0,65
A133	0,94	0,49	9,3	0,63	-0,50
A134	0,94	0,39	9,8	0,62	-0,44
A191	1,68	0,63	10,1	1,11	-0,13
A192	1,58	0,69	11,6	1,05	0,12
A193	1,66	0,71	10,3	1,09	-0,07
A194	1,65	0,77	10,1	1,09	-0,07
Middel	1,34	-0,17	11,8	0,87	-0,12



Figur 1. Sammenligning av observert mot estimert tilvekst (m²/ha/5år). Testmateriale gran mot A101.

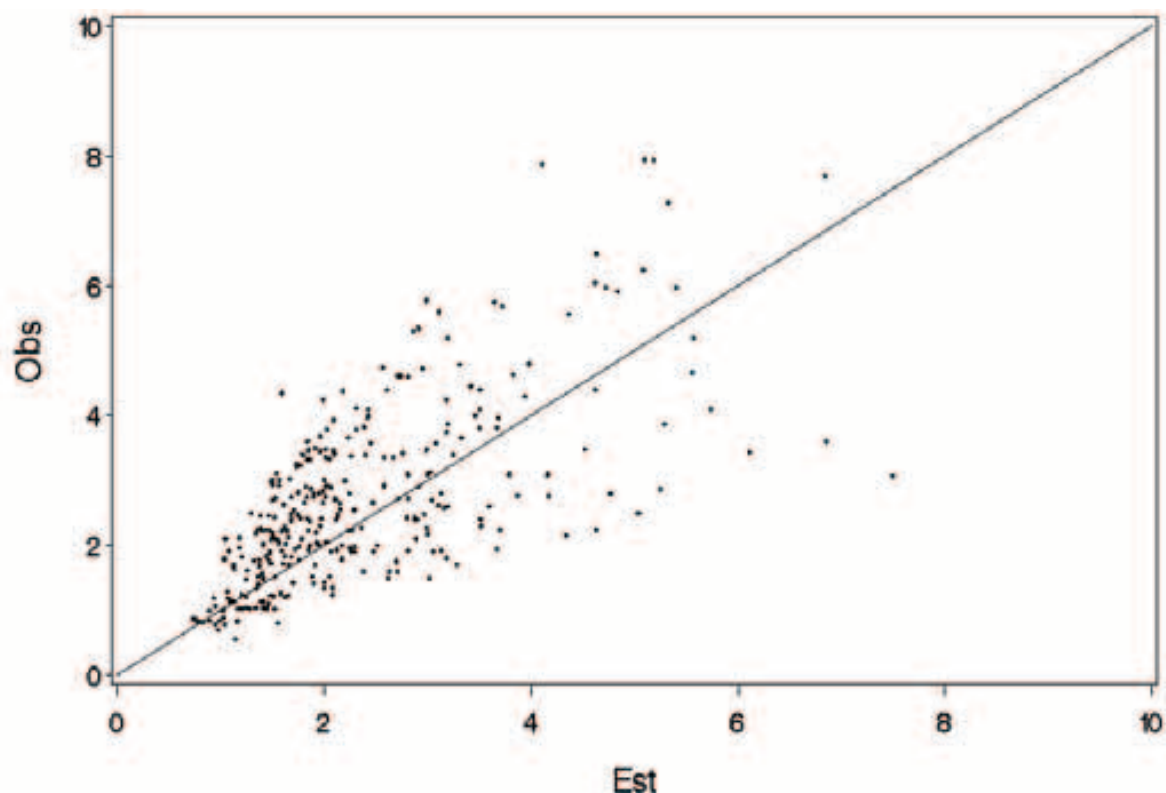


Figur 2. Sammenligning av observert mot estimert tilvekst ($m^2/ha/5\text{år}$). Testmateriale furu mot A111.

Figur 1 til 3 med modellestimert verdi plottet mot observert verdi viser at tilpasningen mot testmateriale er ganske bra. I plottet er det trukket en linje gjennom origo med en stigningskoeffisient på 1 og som viser at det er relativt små og symmetriske avvik. Estimert verdi i % av observert viser minst avvik for modellene som inkluderer bestandsalder, med 1 til 5 % forskjell (Tab. 10). Vi hadde ikke tilstrekkelig materiale til å teste modellene for annet lauv. Vi har likevel liten grunn til å tro at lauvmodellene skiller seg vesentlig fra treslagene gran, furu og bjørk siden de er beregnet etter samme metode og datamaterialet er av samme type. Ved slike tester mot andre datamaterialer bør observasjonene ligge mest mulig symmetrisk fordelt rundt en slik stigningslinje (Mayer et al. 1994), særlig for å unngå at «uteliggere» påvirker testen for sterkt.

Tabell 10. Estimert tilvekst i % av observert (Est/obs). Testmateriale.

Treslag	Modell	Est/obs
Gran	A101	96
	A102	104
	A103	92
	A104	92
Furu	A111	95
	A112	101
	A113	92
	A114	92
Bjørk	A131	86
	A131	95
	A131	91
	A131	88



Figur 3. Sammenligning av observert mot estimert tilvekst ($m^2/ha/5\text{år}$). Testmateriale bjørk mot A131.

Følsomhetsanalysen viser at effekten på estimert tilvekst varierer i intervallet fra 7 til 16 % for de modellene der vedkommende variabel inngår (Tab. 11). Effekten på tilvekstestimeringen dersom disse parametrene blir feilmålt eller anslått feil er derfor betydelig. Det må også bemerkes at effektene er av

tilnærmet samme størrelsesorden for hvert treslag, noe som igjen tyder på at alle de valgte uavhengige variablene er viktige og har signifikante bidrag som i sum gir modeller som reagerer tilfredsstillende og reflekterer varierende tilvekst i takt med endringer i skogtilstand og skogbehandling.

Tabell 11. Følsomhetsanalyse. Økning av tilvekst (%) ved å legge til 20 % til modellens inputvariabel. Breddegrad er økt 2° og høyde over havet økt 200 m. (økning av estimert verdi i % av observert).

Modell	Grunnflate +20 %	Middeldiameter +20 %	Bonitet +20 %	Alder +20 %	Breddegrad +2°	Høyde o.h. +200 m
A101	10	-19	26	0	0	0
A102	12	-7	7	-15	0	0
A103	9	-18	25	0	-8	0
A104	9	-19	26	0	-8	2
A111	13	-14	17	0	0	0
A112	14	-8	7	-11	0	0
A113	13	-16	16	0	-12	0
A114	12	-15	15	0	-14	-9
A131	13	-20	20	0	0	0
A132	14	-13	12	-10	0	0
A133	13	-21	15	0	-9	0
A134	13	-20	13	0	-11	-6
A191	12	-18	19	0	0	0
A192	12	-8	10	-12	0	0
A193	12	-19	17	0	-8	0
A194	11	-19	16	0	-9	-5
Middel	12	-16	16	-10	-10	-7

4. DISKUSJON

I dette arbeidet har vi foreslått 15 nye tilvekstmodeller for «alminnelig» norsk skog, med ett modellsett for hver av treslagene gran, furu, bjørk, og «annet lauv». Denne grove grupperingen av «annet lauv» er også benyttet i andre produksjonsundersøkelser i Norge (Andreassen og Tomter 2003, Lexerød 2005, Bollandsås 2008). Formålet med denne undersøkelsen har vært å lage modeller som kan benyttes for direkte prognoser i «alminnelig skog», og vi baserte oss derfor på datamateriale fra Landskogtakseringa siden dette representerer et godt tverrsnitt av skogtyper, skogbehandling og skogtilstand som finnes i Norge i dag (Larsson og Hysten 2007). Studien representerer et brudd på tradisjonen om å beskrive maksimale tilvekst på voksestedet gitt en optimal skogskjøtsel, og isteden beskriver modellene tilvekstutvikling uavhengig av bestandshistorie og skjøtsel. En begrensning med slike modeller er at de gjenspeiler den skogbehandling som har foregått i forkant og innen den tidsperiode dataene er innsamlet i. Om modellene vil være dekkende i fremtiden dersom skogbehandlingen skulle dreies vesentlig er mer usikkert. Slike deterministiske bestandsmodeller basert på empirisk materiale er med jevne mellomrom laget både her i landet og i mange andre land (bl.a. Eriksson 1976, Agestam 1985, Ekø 1985, Söderberg 1986, Persson 1992, Gustavsen 1998, Agestam og Lindén 2003, Ekö et al. 2004).

I tester mot uavhengige datamaterialer påpeker Mayer et al (1994) at en simpel lineær regresjon med en stigningskoeffisient nær 1 og et konstantledd tilnærmet null indikerer tilnærmet perfekt tilpasning. Testmaterialet er innsamlet over en lang periode, og i dette materialet er det i større grad utført aktive behandlingsinngrep. Solberg og Tveite (2000) fant for eksempel at diametertilveksten var 17 % lavere i et datamateriale fra overvåkningsflater for skogskader innsamlet i perioden 1991–1996 enn hva bestandsmodeller utviklet etter Blingsmo (1988) viste. De største avvikene bør vektlegges mest når effektiviteten til empiriske modeller skal beregnes (Vanclay og Skovsgaard 1997). Dette er inkludert i modelleffektivitet, og som også støttes av svakheter og styrker indikert av skjevhet og kurtosis (Tabell 10).

Eldre norske tilvekstmodeller har høyere korrelasjon og lavere standardavvik enn våre modeller (Braastad 1974, Blingsmo 1984 og 1988), men disse modellene er laget på grunnlag av et mer homogent materiale enn vårt. Videre viser våre

modeller god tilpasning til andre materialer (jfr. Fig. 1–3).

Det forekommer en god del «normale» feilkilder i vårt datamateriale. For eksempel er klaving av tre-diameter normalt beheftet med en feil på 0,3–1,25 % (Prodan 1965, McRoberts et al. 1995), hvilket tilsvarer en feil på 4–18 % i grunnflatetilvekst. Videre er det usikkerhet knyttet til gjenfinning av riktig tre ved oppmåling på flatene. Den naturlig variasjonen hos trær, i jordsmonn og av klima vil også påvirke tilveksten. Bonitetsbestemmelsen er beheftet med en god del usikkerhet siden denne bestemmes utenfor flaten for å unngå boring i trær på hovedflaten. Kanteffekter og de relativt små flatene med et areal på bare 250 m² gjør også sitt til at variasjonen blir større i vårt enn i datamaterialer fra større flater (Strand 1957, 1959). Det må også bemerkes at på testflatene er homogenitet vektlagt. Dessuten er det rundt testflatene en kappe på minimum fem meter med samme skogtype og skogbehandling som på hovedflata for å dempe varians og kanteffekter på hovedflata. Samlet sett er det derfor betydelige feilkilder og variasjon knyttet til inputvariabler, til avhengige variabler og til modellfeil (Kangas og Kangas 1999).

Siden materiale er basert på et 3 x 3 km rutenett, vil noen typiske skogfylker være underrepresentert, og Finnmark fylke er ikke med. En svakhet ved vårt materiale er at det er innsamlet over en relativt kort tidsperiode fra 1995 til 2005. Testingen av våre modeller mot det uavhengige materialet som er samlet inn over en 90 års periode viser imidlertid god tilpasning med små og relativt jevnt fordelte avvik (Tab. 9, Fig. 1–3).

Fortegnene til parameterestimatene er like for samme parameter i alle våre modeller og bidraget fra den uavhengige variabelen fremstår også som logiske med at høyere bonitet og økt grunnflate gir større tilvekst, mens høy middeldiameter, høy alder, økende høydeler og mer nordlige forhold reduserer tilveksten (Tabell 4). Sammenlignes disse uavhengige variablene i datamaterialet enkeltvis mot tilvekst, enten i plott eller som enkel lineær regresjon, får man det samme fortegnet på relasjonen.

Modeller med liten korrelasjonskoeffisient holder seg vanligvis mer til et middeltall der konstantleddet har stor betydning, mens andre uavhengige variabler har mindre betydning. Slike modeller vil derfor i noe mindre grad reflektere variasjoner som følger ulike skogbehandlinger. Man bør derfor utvise forsiktighet med å ekstrapolere eller å benytte slike

modeller med lav korrelasjon til å sammenligne effekter av ulike skogbehandlingsstrategier.

Klima og skogbehandlingsmetoder vil kunne endres med tiden og det er følgelig viktig at nye og tidsmessige tilvekstmodeller utvikles. Det er ikke tidligere laget tilvekstmodeller tilpasset «alminnelig» skog i Norge. Det er vårt håp at de nye modellene kan være et nyttig bidrag til å forklare og estimere tilveksten i norsk skog i tråd sammen med andre velbenyttede norske tilvekstmodeller. De modeller som anbefales benyttet er modellene A102, A112, A192 for hhv. gran, furu og annet lauv. For bjørk kan også modell A134 være et godt alternativ, som tar med breddegrad og høydelag i stedet for alder som inputvariabel.

ETTERORD

Det rettes en stor takk til personalet ved Landsskogtakseringen for innsamling av det datamateriale som er benyttet i denne undersøkelsen. Takk også til Bernt-Håvard Øyen for viktige og konstruktive innspill ved hele undersøkelsen. Arbeidet har vært finansiert av Norges Forskningsråd.

REFERANSER

- Abramowitz, M. and Stegun, I. A. (Eds.). 1972. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, 9th printing. New York: Dover. 928 pp.
- Ågestam, E. 1985. En produktionsmodell för blandbestånd av tall, gran och björk i Sverige. Sveriges lantbruksuniversitet, Garpenberg, Institutionen för Skogsproduktion. Rapport 15: 1–150.
- Ågestam E., Lindén M. 2003. Increment and yield in mixed and monoculture stands of *Pinus sylvestris* and *Picea abies* based on an experiment in southern Sweden. *Scandinavian Journal of Forest Research* 18(2): 145–154
- Andreassen, K. og Tomter, S.M. 2003. Basal area growth models for individual trees of Norway spruce, Scots pine, birch and other broadleaves in Norway. *Forest Ecology and Management* 180: 11–24.
- Bauger, E. 1961. Foreløpig produksjonstabell for sitkagran på Vestlandet. Meddelelser fra Vestlandets forstlige forsøksstasjon 35: 123–167.
- Bauger, E. 1970. Sammenligning mellom sitkagranens og granens høydeutvikling på Vestlandet og i Nord-Norge. Meddelelser fra Vestlandets forstlige forsøksstasjon 50: 152–221.
- Blingsmo, K. 1984. Diametertilvekstfunksjoner for bjørk-, furu-, og granbestand (Summary: Diameter increment functions for stands of birch, Scots pine and Norway spruce). Rapport fra Norsk Institutt for Skogforskning, 7/84: 1–22.
- Blingsmo, K. 1988. Tilvekstfunksjoner. Foredrag fra et seminar angående planlegging i skogbruket. Norwegian Forest Research Institute, Ås, 8 pp.
- Blingsmo, K. og Veidahl, A. 1994. Bestprog. Et beslutningsstøtteverktøy for bestandsbehandling. Institutt for skogfag, NLH. 1–35.
- Bollandsås, Ole M. 2008. Uneven aged forestry in Norway. Inventory and management models. PhD thesis. Department of Ecology and natural resource management. Norwegian university of Life Sciences. 110 pp.
- Braastad, H. 1967. Produksjonstabeller for bjørk. Meddelelser fra Norsk Institutt for Skogforskning, 21: 23–78.
- Braastad, H. 1974. Diametertilvekstfunksjoner for gran (Summary: Diameter increment functions for *Picea abies*). Meddelelser fra Norsk Institutt for Skogforskning, 31(1): 1–74.
- Braastad, H. 1975. Produksjonstabeller og tilvekstmodeller for gran (Summary: Yield tables and growth models for *Picea abies*). Meddelelser fra Norsk Institutt for Skogforskning, 31(9): 356–537.
- Braastad, H. 1977. Tilvekstmodellprogram for bjørk. Rapport fra Norsk Institutt for Skogforskning, 1/77: 1–17.
- Braastad, H. 1980. Tilvekstmodellprogram for furu. (Summary: Growth model computer program for *Pinus sylvestris*). Meddelelser fra Norsk Institutt for Skogforskning, 35(5): 265–359.
- Braathe, P. 1953. Undersøkelser over utviklingen av glissen gjenvekst av gran. Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 12: 213–301.
- Braathe, P. 1954. Produksjon i glissen gjenvekst av gran. *Tidsskrift for Skogbruk*. 62: 306–311.
- Brantseg, A. 1951. Kubikk- og produksjonsundersøkelser i vest-norske granplantninger. Meddelelser fra Vestlandets forstlige forsøksstasjon 9: 1–109
- Brantseg, A. 1969. Furu sønnafjells. Produksjonstabeller. Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 22: 690–739.
- Bækken, A. O. 1932. Om beregning av massetilveksten i granskog. Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 4: 593–624.
- Børset, O. & Langhammer, Aa. 1966. Vekst og produksjon i bestand av gråor. *Meld. Nor. Landbr.høgskole* 24. 1–25.
- Clutter, J.L., Fortson, J.C., Pienaar, L.V., Brister, G.H., Bailey, R.L. 1983. *Timber Management: A Quantitative Approach*. Wiley, New York, 333 pp.
- Cole, D.M., Stage, A.R. 1972. Estimating future diameters of lodgepole pine. *USDA Forest Service Research Paper*. Int-131, 20 pp.
- Delbeck, K. 1965. Metoder for tilvekstberegning i glissen skog. *Tidsskrift for skogbruk* 73: 5–45.
- Eid, T. og Hobbelstad, K. 2005. Langsiktige investerings-, avvirknings- og inntektsanalyser for skog med Avvirk-2000. Aktuelt fra skogforskningen 2/05: 29 s
- Eide, E. og Langsæter, A. 1941. Produksjonsundersøkelser i granskog. Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 7: 355–500.
- Ekö, P.M. 1985. En produktionsmodell för skog i Sverige baserad på bestånd från riksskogtaxeringens provytor. Sveriges lantbruksuniversitet, Institutionen för Skogsskötsel. Rapport 16: 1–224 + bilag.
- Ekö, P.M., Larsson- Stern, M og Albrektson, A. 2004. Growth and Yield of Hybrid Larch (*Larix x europaeis* A. Henry) in Southern Sweden. *Scandinavian Journal of Forest Research* 19(4): 320–328.
- Eriksson, H. 1976. Granens produktion i Sverige. Skogshögskolan, Institutionen för Skogsproduktion. *Rapporter och uppsatser* 41: 1–291.
- Gayer, K. 1898. *Der Waldbau*. Wiegandt & Hempel & Parey, Berlin. 1–700.
- Gustavsen, H.G. 1998. Volymtillväxten och övre höjdens utveckling i talldominerade bestånd i Finland – en utvärdering av några modellers validitet i nuvarende skogar.
- Haugberg, M. 1958. Produksjonsoversikt for osp. Foreløpig rapport. (*Yield tables for Aspen. Preliminary report*). Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 15: 143–186.
- Hobbelstad, K. 1980. En analyse av noen avkastningsprognoser i skogbruket, og en ny tilvekstfunksjon for gran. Rapport 3/80: 1–35.
- Hoen, H.F. & Eid, T. 1990. En modell for analyse av behandlingalternativer for en skog ved bestandssimulering og lineær programmering. Rapport fra Norsk institutt for skogforskning 9/90: 35 s.
- Holte, A. og Solberg, B. 1989. A test of the accuracy of two individual tree growth functions for *Picea abies*. *Scandinavian Journal of Forest Research*, 4: 247–257.
- Institutt for Skogskjøtsel, 1985. Bjørk, Osp, Or. Veiledning for det praktiske skogbruket. Institutt for skogskjøtsel. Norges Landbrukshøgskole. 3. opplag. 1–187.
- Larsson, J.Y. og Hysten, G. 2007. Skogen i Norge. Statistikk over skogforhold og skogressurser i Norge regis-

- trert i perioden 2000–2004 [*Statistics of forest conditions and forest resources in Norway*]. Viten fra Skog og landskap 1/07: 91.
- Kangas, A., Kangas, J. 1999. Optimization bias in forest management planning solutions due to errors in forest variables. *Silva Fennica*, 33(4): 303–315.
- Lexerød, Nils L. 2005. Recruitment models for different tree species in Norway. *Forest Ecology and Management*. 206: 91–108.
- Mayer, D.G., Stuart, M.A. and Swain, A.J. 1994. Regression of real world data on model output: an appropriate overall test of validity. *Agric. Syst.*, 45: 93–104.
- McRoberts, R.E., Hahn, J.Z., Hefty, G.J., van Cleve, J.R. 1995. Variation in forest inventory field measurements. *Canadian Journal of Forest Research*, 24: 1766–1770.
- NIJOS 1996. Feltninstruks 1996. Landsskogtaksering og overvåking av skogens sunnhetstilstand. Norsk institutt for jord og skogkartlegging, Ås. 1–133.
- Opdahl, H. 1992. Bonitet, vekst og produksjon hos ops (*Pouulus tremula L.*) i Sør-Norge. Meddelelser fra norsk institutt for skogforskning 44(11): 1–44.
- Persson, O.A. 1992. En produktionsmodell for tallskog i Sverige. Sveriges lantbruksuniversitet. Institutionen for Skogsproduksjon. Rapporter 31: 1–206.
- Prodan, M. 1965. *Holzmesselehre*. J.D. Sauerländer, Frankfurt, 645 pp.
- SAS 2004. SAS/STAT 9.1 User's Guide, Volume 1–7. ISBN 978–1–59047–243–9. 5180 pp.
- Schumacher, F.X. 1939. A new growth curve and its application to timber-yield studies. *Journal of forestry* 37: 819–820.
- Skinnemoen, K. 1939. Studier over alder og tilvekstprosent i granskoger på Østlandet. Meddelelser fra det norske skogforsøksvesen 6: 533–659
- Skog og landskap 2007. Feltninstruks for landsskogtaksering og overvåking av skogens sunnhetstilstand. Ås, 126 pp.
- Solberg, S. og Tveite, B. 2000. Crown density and growth relationships between stands of *Picea abies* in Norway. *Scandinavian journal of forest research* 15(1): 87–96.
- Stalsberg, T. 1882. Tilvækstberegninger. Den norske forstforeningens årbok. Kristiania.
- Strand, L. 1957. Virkningen av flatestørrelsen på nøyaktigheten ved prøveflatetakster. Meddelelser det norske skogforsøksvesen 14: 626–633.
- Strand, L. 1959. Nøyaktigheten ved noen metoder til bestemmelse av kubikk- og tilvekstmassen på prøvefla-
ter. Meddelelser det norske skogforsøksvesen 15: 277–392.
- Strand L. 1983. Increment functions based on data from mixed stands. Meddelelser fra Norsk institutt for skogforskning 38(5): 1–10.
- Söderberg, U. 1986. Funktioner för skogliga produktionsprognoser. Tillväxt och formhöjd för enskilda träd av inhemska träds slag i Sverige. Sveriges Lantbruksuniversitet. Avdelning för Skogsuppskattning och Skogsindelning. Rapport 14: 1–251.
- Tveite, B. 2004. Produksjonsundersøkelser i norsk eik. I: Risdal, M., Næss, M., Kringlebotten, T., Tveite, B., Pettersen, J., Myking, T. 2004. Eika. Skjøtsel og bruk. Skogbrukets kursinstitutt, Biri. 1–109.
- Vanclay, J.K. og Skovsgaard, J.P. 1997. Evaluating forest growth models. *Ecological Modelling* 98: 1–12.
- Vigerust, Aa. 1929. Skogen i Gudbrandsdalen i forskjellige høidenivå. Meddelelser det norske skogforsøksvesen 3: 271–287.
- Wenstøp. F. 1995. Statistikk og dataanalyse. Universitetsforlaget, Oslo. ISBN 9788215009940. 424 s.
- Wielgolaski, F. E. 1993. Growth studies in plantations of *Larix decidua* Mill. and *L. kaempferi* (Lamb.) in Western Norway. 1. Site-index curves. Meddelelser fra Norsk Institutt for Skogforskning, 46(6): 1–18.
- Wykoff, W.R. 1990. A basal area increment model for individual conifers in the Northern Rocky Mountains. *Forest Science*, 36(4): 1077–1104.
- Tveite, B. og Braastad, H. 1981. Bonitering av gran, furu, og bjørk. *Norsk Skogbruk*, 1981(4): 17–22.
- Øyen, B.-H. 2001. Utvikling for plantninger med kjempeedelgran (*Abies grandis* Lindbl.) i Vest-Norge. Aktuelt fra skogforskningen 3/01: 27–29.
- Øyen, B.-H. 2002. Bestandsutvikling og produksjon i utynede plantninger med gran på Vestlandet. Rapp. Nor. Landbrukshøgskole 1/02, 42–51.
- Øyen, B.-H. 2005. Vekst og produksjon i bestand med sitkagran (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) i Norge [Growth and yield in stands of Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Norway]. Rapport fra skogforskningen 4/05: 46 s.

Forfatterinstruks for Forskning fra Skog og landskap

- Manus skrives i Word 12 punkt skrift med 1 ½ linjeavstand, ren tekst; uten bruk av stiltyper i word.
 - » Forord
 - » Sammendrag
 - » Innledning
 - » Materiale og metode
 - » Resultat
 - » Konklusjon/diskusjon
 - » Litteratur
- Titler skal identifiseres ved hjelp av nummerering; 1., 1.1., 1.2., 2., 2.1., osv.
- Avsnitt markeres med dobbel linjeavstand.
- Latinske navn skal skrives i kursiv.
- Som desimalskille i tall skal det brukes komma på norsk og punktum på engelsk.
- Alle tabeller og talloppsett som skrives i Word, skal være med tabellfunksjonen (ikke bruk tabulator), og plasseres i teksten der det skal stå.
- Alle tabeller, figurer og bilder som er laget i andre programmer enn Word, skal vedlegges i sitt originale filformat. Velg gode størrelser i fontene så figurene beholder sin lesbarhet når de skaleres/nedfotograferes.
- Merk i manuset hvor tabeller/bilder/figurer i annet format enn Word skal inn. Skriv også inn tabell/bilde/figuratekst her.
- Strektykkelsen i figurer og grafer må ikke være mindre enn 0,11 mm, det vil si ¾ punkt.
- Tenk lesbarhet i grafer. Farger ser fint ut på skjermen, men er vanskelig lesbart i svart/hvit gjengivelse.
- Redaktøren tar standpunkt til om manuskriptet er kvalifisert for utgivelse i serien.

NORSK INSTITUTT FOR
SKOG OG LANDSKAP

adr.: Pb 115
NO-1431 Ås

tlf.: +47 64 94 80 00
faks: +47 64 94 80 01

nett: www.skogoglandskap.no

REGIONKONTOR
NORD-NORGE

adr.: Skogbrukets hus
NO-9325 Bardufoss

REGIONKONTOR
MIDT-NORGE

adr.: Statens hus
NO-7734 Steinkjer

REGIONKONTOR
VEST-NORGE

adr.: Fanaflaten 4
NO-5244 Fana

NORSK
GENRESSURSENTER

adr.: Pb 115
NO-1431 Ås

