



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet  
Institutt for matematiske realfag og teknologi

Masteroppgave 2014  
30 stp.

# **Beregning av lokk, håndberegningsmetoder versus FEM**

End Caps, Hand Calculation Methods  
versus FEM

Ørjan Myklestad Bruder

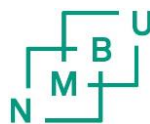


# Beregning av lokk

## Håndberegningsmetoder versus FEM

av

Ørjan Myklestad Bruder



Mastergradsoppgave  
Institutt for matematiske realfag og teknologi  
NMBU 2014



# Forord

Denne rapporten er en mastergradsoppgave utarbeidet ved Institutt for matematiske realfag og teknologi ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU). Omfanget av oppgaven er på 30 studiepoeng, og er gjennomført våsemesteret 2014.

Lokk er svært vanlige konstruksjoner i maskinteknikken, både offshore og onshore. Ingeniøren har i utgangspunktet flere mulige metoder som kan benyttes når lokk skal dimensjoneres, men det er gjort lite for å sammenligne disse metodene. IMT ønsker å styrke kunnskapen om dette temaet. Hovedmålet med denne oppgaven går ut på å sammenligne forskjellige håndberegningsformler for lokk mot resultat fra elementmetoden (FEM). Fokuset er på selve platekonstruksjonen for runde og rektangulære lokk.

Oppgaven inneholder beskrivelser av forskjellige håndberegningsmetoder. Disse sammenlignes og diskuteres mot hverandre og mot FEM. Det innledes med en grunnleggende del om lokk og en presentasjon av beregningsmetodene. Videre er det informasjon om elementmetodeprogrammet ANSYS Workbench før caser blir gjennomgått. Resultatene blir til slutt sammenlignet og drøftet. Rapporten kan brukes som en veileder for ingeniører som ønsker kunnskap om dimensjonering av lokk. Det forutsettes at leser har grunnleggende kunnskap om dimensjonering på ingeniørnivå.

Jeg ønsker å takke hovedveileder og førsteamanuensis ved NMBU, Geir Terjesen, for god støtte og hyggelige veiledningsmøter gjennom prosjektperioden. Jeg vil også rette en takk til senioringeniør Bjørn Brenna og avdelingsingeniør Gunnar Torp på verkstedet ved NMBU som har delt sine kunnskaper og erfaringer om bruken av lokk.

Ås, den 12. mai 2014

---

Ørjan Myklestad Bruder



# Sammendrag

Ved dimensjonering av lokk benyttes vanligvis elementmetoden (FEM) til å fastlegge spenning og deformasjon i konstruksjonen. Det finnes flere håndberegningemetoder for å verifisere FEM-resultatene, men det er lite tilgjengelig litteratur om temaet, og lite er gjort for å sammenligne metodene. IMT ved NMBU ønsker å styrke fagkunnskapen innenfor dette temaet og har derfor initiert denne mastergradsoppgaven. Målsettingen med denne oppgaven har vært å sammenligne ulike håndberegningsformler for lokk mot resultater fra elementmetoden.

Oppgavens metode er basert på litteraturstudier, lærebøker, samtaler med fagfolk og simuleringsprogrammet ANSYS Workbench. Oppgaven har fokusert på spenninger og deformasjoner i platekonstruksjonen av flate, tynne lokk. Videre har casene tatt for seg runde og rektangulære lokk med forskjellige tykkelse/utstrekningsforhold og lengde/breddeforhold med statisk belastning. Formler i platestripemetoden, klassisk metode for lokk og fra *Roark's Formulas for Stress and Strain* [3] er testet ut i håndberegningen. Grunnlaget for analysen er data hentet fra håndberegninger, analyse i MS Excel og ANSYS Workbench. Tynne lokk anses å ha et tykkelse/utstrekningsforhold ikke større enn 0,10. Ved rektangulære tilfeller er det testet for lokk med et lengde/breddeforhold mellom 1,0 og 2,0. Disse to variasjonsfaktorene er valgt for å få et så godt som mulig grunnlag for anbefaling om beregningemetodene.

Det er forskjell på metodene om hvilken maksimal bøyespenning en beregner på. ANSYS Workbench gir ut maksimale peakverdier som gjør at håndberegningemetodene med gjennomsnittlige verdier ofte kan komme på liberal side ift. FEM. De klassiske metodene for lokk ligger på liberal side ift. FEM. For rektangulære lokk anbefales ny usikkerhetsfaktor fra 1,2 til 1,5, og en ny faktor fra 1,2 til 1,3 for runde lokk. Platestripemetoden stemmer bra med verifiseringsverdiene for rektangulære lokk. Den kommer ut på konservativ side for runde lokk, og det anbefales en korreksjonsfaktor på 0,42 for beregning av spenning og 0,32 ved utbøyning. Roark's [3] brukes som verifiseringsgrunnlag og gir resultater godt opp mot FEM-resultatene. Jo nærmere den maksimale grensen for tynne lokk en kommer jo større blir diff. ift. FEM. [1], [2] og [3] anses som spesielt god faglitteratur om dette temaet, og [34] anbefales å lese seg opp på ved videre arbeid.





# Abstract

When dimensioning end caps finite element method (FEM) is usually used to determine the stress and deformation in the structure. There are several hand calculation methods to verify the FEM results, but there is little available literature on the topic, and not much work is done to compare the methods. IMT at NMBU wants to strengthen the know-how within this topic and has therefore initiated this master thesis. The objective of this study was to compare different hand calculation formulas with the results from FEM.

The method of this is based on literature studies, textbooks, interviews with experts and the simulation software ANSYS Workbench. The thesis has focused on stress and deformation of the plate structure of flat, thin end caps. Further, the cases have dealt with round and rectangular end caps with different thickness/extent ratio and length/width ratio, and a uniformly static pressure. Formulas in the plate strip method, classical methods and from *Roark 's Formulas for Stress and Strain* [3] have been tested as hand calculation methods. The basis of the analysis is data obtained from hand calculations, analysis in MS Excel and ANSYS Workbench. Thin caps is considered to have a thickness/extent ratio not greater than 0.10. For cases where the end caps have straight boundaries, the length/width ratio is between 1.0 and 2.0. These two variation factors are chosen to obtain a good basis for the recommendations on the calculation methods.

There are differences in which bending stress methods are calculating. ANSYS Workbench provides maximum peak values, which makes hand calculation methods, with average values, often lower results compared to FEM. The results from classical methods are liberal compared to FEM-results. For rectangular end caps is it recommended a new uncertainty factor of 1.2 to 1.5, and a new uncertainty factor of 1.2 to 1.3 for round end caps. The plate strip method agrees well with the verification values for rectangular lid. The results are conservative for round lids, and it is recommended a correction factor of 0.42 for the calculation of stress and 0,32 for the calculation of deflection. Roark 's [3] is used as the basis of verification and gives good results against FEM-results. The closer the maximum limit for thin caps (ratio 0.10) is, the bigger the difference relation is with the FEM-results. [1], [2] and [3] are considered as especially good literature within this topic, and [34] are advised to obtain for the future work.



# Innholdsfortegnelse

Forord .....	i
Sammendrag .....	iii
Abstract .....	v
Innholdsfortegnelse .....	vii
<b>1 Innledning.....</b>	<b>1</b>
1.1 Bakgrunn .....	1
1.2 Problemstillinger .....	1
1.3 Målsetting og begrensninger.....	2
1.3.1 Hovedmål.....	2
1.3.2 Delmål.....	2
1.3.3 Begrensninger.....	2
1.4 Kvalitetssikring.....	3
1.4.1 Kvalitetssikring rapport.....	3
1.4.2 Kvalitetssikring produkt .....	3
1.5 Løsningsverktøy og metode .....	3
1.6 Symboler og terminologi .....	4
<b>2 Beskrivelser.....</b>	<b>7</b>
2.1 Kravspesifikasjon.....	7
2.2 Løkk i maskinteknikken .....	7
2.2.1 Grunndesign; flate løkk .....	7
2.2.2 Materialelegenskaper .....	9
2.2.3 Spenning og deformasjon .....	11
2.2.4 Bruddoppførsel i løkk.....	15
2.2.5 Bruddtyper .....	17
2.2.6 Opplagerbetingelser.....	17
2.2.7 Festeanordning; bolter og skruer .....	19
2.2.8 Pakning .....	19
2.2.9 Belastningssituasjon på platekonstruksjonen.....	21
2.2.10 Avstivningsribber .....	22

<b>3</b>	<b>Håndberegningsmetoder</b> .....	<b>23</b>
3.1	Klassiske beregningsmetoder for lokk.....	23
3.1.1	Estimering av bøyespenning for runde, flate lokk .....	23
3.1.2	Estimering av bøyespenning for rektangulære, flate lokk .....	25
3.1.3	Estimering av bøyespenning for rektangulære, flate lokk - forenklet metode ...	27
3.2	Beregning etter platestripemetoden .....	28
3.2.1	Bakgrunn for metoden; avstivede platefelt.....	28
3.2.2	Platestriper .....	30
3.2.3	Estimering av spenning .....	31
3.2.4	Estimering av utbøyning .....	35
3.3	Beregning etter <i>Roark's Formulas for Stress and Strain</i> .....	38
3.3.1	Sirkulære plater .....	38
3.3.2	Rektangulære plater .....	42
<b>4</b>	<b>Finite Element Method (FEM) i ANSYS Workbench</b> .....	<b>45</b>
4.1	Finite Element Method .....	45
4.2	Analyse i ANSYS Workbench.....	46
4.2.1	Mesh - elementnett.....	46
4.2.2	Elementtyper .....	47
4.2.3	Feil i FEM-analyse.....	48
4.2.4	Geometri.....	50
<b>5</b>	<b>Caser</b> .....	<b>51</b>
5.1	Case 1 - Rektangulære lokk .....	53
5.1.1	Klassisk metode for rektangulære lokk.....	54
5.1.2	Klassisk metode, forenklet, for rektangulære lokk .....	56
5.1.3	Platestripemetoden.....	58
5.1.4	Metode etter <i>Roark's Formulas for Strain and Stress</i> for rektangulære lokk ...	60
5.1.5	FEM-analyse i ANSYS Workbench .....	63
5.2	Case 2 - Sirkulære lokk .....	67
5.2.1	Klassisk metode for sirkulære lokk .....	68
5.2.2	Platestripemetoden.....	69
5.2.3	Metode etter <i>Roark's Formulas for Strain and Stress</i> for sirkulære lokk.....	72
5.2.4	FEM-analyse i ANSYS Workbench .....	75

---

<b>6</b>	<b>Analyse og sammenligning .....</b>	<b>79</b>
6.1	Case 1 - Rektangulære lokk.....	79
6.2	Case 2 - Sirkulære lokk.....	85
6.3	Oppsummering og justeringer.....	90
<b>7</b>	<b>Diskusjon.....</b>	<b>93</b>
<b>8</b>	<b>Konklusjon.....</b>	<b>95</b>
8.1	Resultater og anbefalinger.....	95
8.2	Videre arbeid .....	96
	<b>Litteraturliste .....</b>	<b>97</b>
	<b>Vedlegg .....</b>	<b>V1</b>
A	Refleksjonsnotat .....	V2
B	Fremdriftsplan.....	V3
C	Beregningsgrunnlag for klassisk og forenklet metode.....	V4
D	Utdrag av FEM-analyse .....	V6
E	Sammenligningsgrunnlag .....	V10



# 1 Innledning

## 1.1 Bakgrunn

I maskinteknikken er lokk svært vanlige konstruksjoner som går igjen når tette forbindelser konstrueres. De brukes både offshore og onshore. Ingeniøren har i utgangspunktet flere mulige metoder som kan benyttes når lokk skal dimensjoneres, men det er gjort lite for å sammenligne disse metodene. I moderne konstruksjoner benyttes vanligvis elementmetoden (FEM) til å fastlegge spenningen i disse konstruksjonene. For å verifisere om FEM-beregningene er fornuftige benyttes en eller annen håndberegningsmetode. Bakgrunnen for denne oppgaven er å se hvordan de forskjellige håndberegningsmetodene stemmer i forhold til hverandre, og med FEM-resultatene.



*Figur 1.1: Forsidebilde. Flate lokk i diverse størrelser til trykktank [27]*

## 1.2 Problemstillinger

1. Hvilke beregningsmetoder er sentrale
2. Hvilke lokktyper skal testes
3. Hvordan sammenligne håndberegningene med hverandre og mot FEM-resultater
4. Er det mulig å velge en konstant i en eller flere av håndberegningsformlene slik at den står mer riktig til i forhold til verifiserte løsninger?

## 1.3 Målsetting og begrensninger

### 1.3.1 Hovedmål

Sammenligne og bestemme om håndberegningemetodene for dimensjonering av lokk kommer ut på konservativ side i forhold til FEM-metoden ved å bruke resultat fra caser, og vurdere opp mot verifiserte løsninger om en skal foreslå forbedrede konstanter i håndberegningssformlene.

### 1.3.2 Delmål

1. Kartlegge metoder for å dimensjonere lokk, sette seg inn i teori om lokk og utførelsen av alle beregningsmetoder
2. Velge generelle caser hvor ulike former og dimensjoner blir testet
3. Utføre håndberegninger
4. Utføre FEM-beregninger
5. Utføre sammenligning og analyse
6. Anbefale nye konstanter om nødvendig
7. Konkludere og gi anbefalinger

### 1.3.3 Begrensninger

Grunnet begrenset tid og temaets størrelsesorden, er det satt begrensninger i oppgaven. Fokuset i oppgaven er på selve platekonstruksjonen for runde og rektangulære lokk. Påvirkninger fra evt. annen ekstern konstruksjon eller komponent tas ikke med i noen betraktninger.

Det blir sett på to caser med begrensede lengde- og størrelsesforhold. Formen på lokkene som testes er flate, uten pakkboks eller pakning, og materialet er i utgangspunktet konstruksjonsstål. Begge casene tester mot ekstern statisk belastning, hvor grunnteorien tynnplateteori begrenser muligheter for størrelser og deformasjon av lokkene.



## 1.4 Kvalitetssikring

### 1.4.1 Kvalitetssikring rapport

Rapporten er gjennomgått og språkvasket, og referanser, tabellnummerering, figurnummerering, formelnummer og sidetall er sjekket to ganger. Utrekningene er kontrollert to ganger, det er kontrollert at alle symboler er kommet med i symbollisten.

### 1.4.2 Kvalitetssikring produkt

Kravspesifikasjonene er diskutert/tolket i samråd med oppdragsgiver på jevnlige møter. FEM-beregninger er kontrollert mot håndberegninger osv.

## 1.5 Løsningsverktøy og metode

### Bilde- og tekstbehandling

Bildebehandlingsprogrammet Adobe Photoshop er brukt til redigering og klargjøring av bilder. MS Word er brukt til tekstbehandling.

### Prosjektstyring

MS Excel er brukt som verktøy for å holde oversikt og fremdrift av prosjektet, og i arbeidet med utregning og analysing av resultater.

### Analyse og simulering

Simuleringsprogrammet ANSYS Workbench 13 er brukt til FEM-analyse, og som sammenligningsgrunnlag til håndberegningene.

## 1.6 Symboler og terminologi

Følgende terminologi er satt opp i symbolliste kronologisk i Tabell 1.1.

Tabell 1.1: Symbolliste

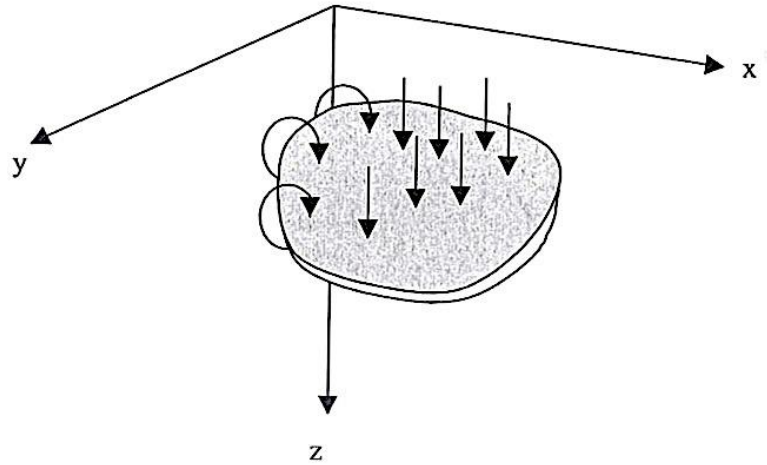
Symbol	Forklaring	Enhet
$p$	Jevnt fordelt trykk	MPa
$F$	Kraft	N
$A$	Areal	$\text{mm}^2$
$\sigma$	Spenning	MPa
$E$	Elastisitetsmodul	MPa
$\varepsilon$	Tøyning	-
$R_e$	Flytegrense	MPa
$R_m$	Bruddgrense	MPa
$\sigma_p$	Proporsjonalitetsgrensen i spenning-tøyningsforhold	MPa
$\sigma_x$	Normalspenning i x-retning	MPa
$\sigma_y$	Normalspenning i y-retning	MPa
$\tau_{yz}$	Skjærspenning i yz-plan	MPa
$\tau_{xz}$	Skjærspenning i xz-plan	MPa
$\tau_{yx}$	Skjærspenning i yx-plan	MPa
$\tau_{xy}$	Skjærspenning i xy-plan	MPa
$\sigma_b$	Bøyespenning	MPa
$M_b$	Bøyemoment	Nmm
$W$	Motstandsmoment	$\text{mm}^3$
$B$	Bredde	mm
$H$	Høyde	mm
$D$	Platestivhet	Nmm
$r$	Radius	mm
$F_b$	Boltekraft	N
$p_{\text{pakning}}$	Trykk fra pakning	MPa
$p_{\text{fluid}}$	Trykk fra fluid	MPa
$\pi$	Pi	-

Tabell 1.1 forts.: Symbolliste

Symbol	Forklaring	Enhet
R	Radius	mm
$X_1$	Lengde til trykkets tyngdepunkt	mm
$X_2$	Lengde til boltelinjens tyngdepunkt	mm
t	Tykkelse	mm
$\sigma_b$	Bøyespenning	MPa
a	Sidekant lengde	mm
b	Sidekant bredde	mm
q	Jevnt fordelt tverrlast	N/mm
$M_{maks}$	Maksimalt moment	Nmm
$C_m$	Momentfaktor	-
$\sigma_{till}$	Tillatt spenning	MPa
$a_s$	Lengde på platestripe	mm
$S_1$	Omregningsfaktor	-
$\varepsilon_y$	Tøyning i y-retning	-
$\varepsilon_x$	Tøyning i x-retning	-
$E'$	Korrigert elastisitetsmodul	MPa
$D'$	Korrigert platestivhet	Nmm
y	Utbøyning/deformasjon	mm
$\nu$	Poisson's tall	-
$LT_y$	Lastvilkår	mm
$y_c$	Utbøyning i senter	mm
$M_c$	Moment i senter	MPa
$M_{ra}$	Moment i opplagring av sirkulær plate	MPa
$\alpha$	Forholdstall ved spenning	-
$\beta_1$	Forholdstall	-
$\beta_2$	Forholdstall	-
$\gamma$	Forholdstall	-
R	Reaksjonskraft	N
K	Forholdstall	-

## Koordinatsystem

Definerer at for et plant legeme er nøytralaksen satt i x-y-planet. Tverrbelastede krefter på en platekonstruksjon opptrer i z-retning.



*Figur 1.1: Koordinatsystem for platekonstruksjon*

## 2 Beskrivelser

### 2.1 Kravspesifikasjon

Kravspesifikasjonen for denne oppgaven er å kartlegge de mest vanlige beregningsmetodene som finnes for å dimensjonere et lokk, samt å sammenligne de håndberegningemetodene opp mot FEM-analyse. Platestripemetoden er en metode som vanligvis ikke brukes i forbindelse ved beregning av lokk, men vil være en av metodene som testes og som det skal gis en liten litteraturstudie om. Videre skal det vurderes/foreslås forbedrede konstanter i håndberegningformlene. Kravspesifikasjonen er utarbeidet etter IMT sitt ønske om å styrke fagkunnskapen innenfor dette området.

### 2.2 Lokk i maskinteknikken

Lokk i maskinteknikken er en innretning som til en gitt grad skal tette en forbindelse hvor man har eller kan få en form for trykk. Dette kan for eksempel være i eller rundt et sylindrisk rør, en hydraulikksylinder eller en trykktank, eller det kan rett og slett være regn mot et kumlukk. Trykket kan være forårsaket av gass, væske eller en blanding av disse, med andre ord et fluid, som enten lager en tilnærmet konstant påkjenning eller mer dynamiske påkjenninger på lokket. Trykk defineres i fysikken til kraft pr. areal, med det generelle matematiske uttrykket:

$$p = \frac{F}{A} \quad (1.1)$$

$p$  = trykk

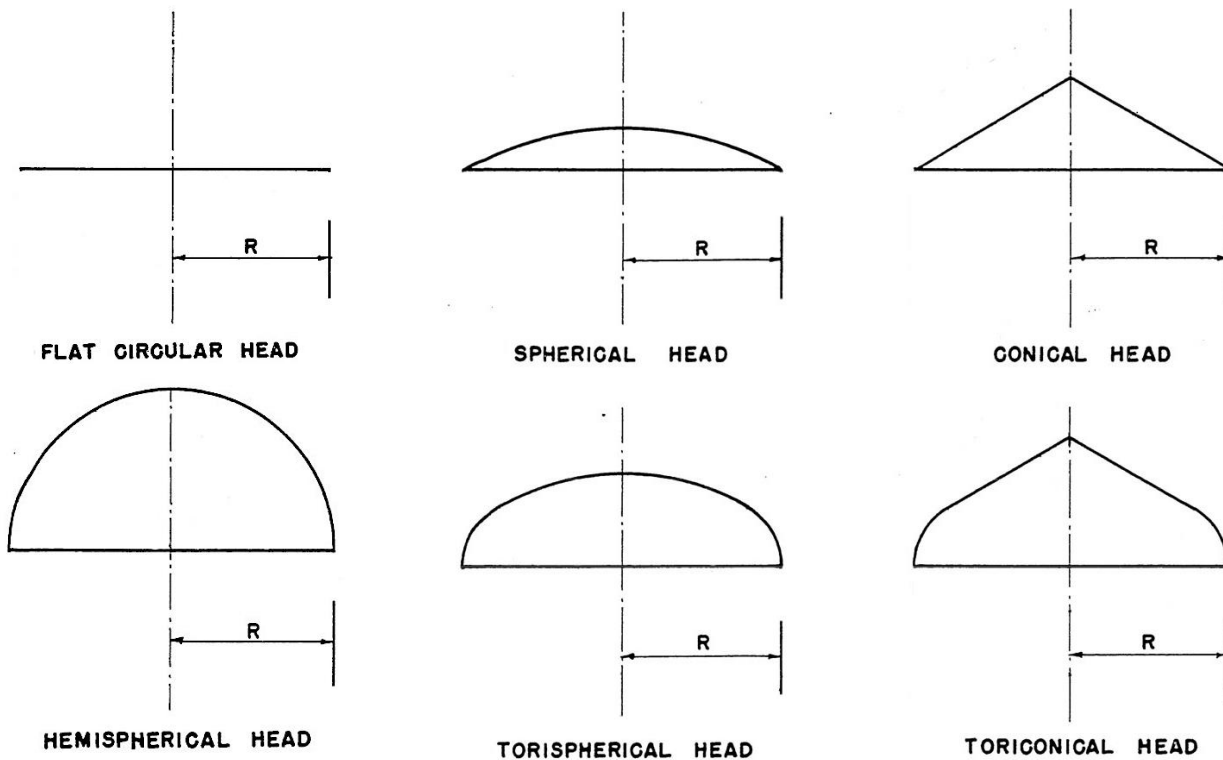
$F$  = kraft

$A$  = areal

#### 2.2.1 Grunndesign; flate lokk

Lokk dimensjoneres i mange ulike former, alt ettersom hva som passer best til bruken. Figur 2.1 viser eksempler på det som kan være et grunndesign for lokk. Flere faktorer spiller inn i bestemmelse av design, som begrensede vekt- og dimensjonsmuligheter,

påvirkende trykkrefter og lokkets ønskede funksjon. I denne oppgaven skal det undersøkes flate lokk med ulike geometriske grunnflater; runde, kvadratiske og rektangulære.



Figur 2.1: Eksempler på grunndesign for lokk [9]

Flate lokk er et av de vanligste grunndesignene som blir brukt i maskinteknikken. Det er allerede gitt eksempler på bruksområder hvor en finner dette grunndesignet, som i rørsystemer, trykk tanker eller motor på biler. Grunndesignet er populært fordi det i mange tilfeller er et enkelt design som er lett å installere, har en form som gjør det forholdsvis enkelt å holde en innretning tett, er plassbesparende, og har gode opplagringsmuligheter.

For mer omfattende rørsystemer er flate lokk ideelle for plasseringer av elektriske kontakter og komponenter (Fig. 2.2d) [13]. Maskiner som arbeider under trykk går langt tilbake i tiden, hvor deriblant flate lokk ble dimensjonert til damp sylindere (Fig. 2.2a) og vannpumper [1]. I nyere tid har for eksempel hydraulikk systemer utviklet seg kraftig, hvor lokket har den samme funksjonen med å tette forbindelser under trykk.

Det er viktig å være klar over at såkalt flate lokk i mange tilfeller har en form hvor tykkelsen varierer. Dette er ofte for å få lokket så kompakt, men lett som mulig. Grunndesignet er

likevel flatt, altså er alle vinkler i godset er tilnærmet vinkelrette. Ved beregninger av slike lokk forenkles ofte tverrsnittene [1].



Figur 2.2: Eksempel på bruksområder for runde flate lokk: (a) Endelokk på sylindere til et eldre lokomotiv [19], (b) Trykketank med lokk i flere størrelser [20], (c) Undervannsrør med tilhørende lokk [13], (d) Lokk til forskjellige undervannsrørsystemer [13]

### 2.2.2 Materialelegenskaper

Stål og støpejern er materialer som ofte blir brukt i design av lokk. I maskinteknikken finnes det spesielle krav for stål som skal brukes til trykkpåkjente (trykk > 0,5 bar [32]) konstruksjoner og utstyr. Regler som omhandler dette finnes i *NS-EN 10028 Flate produkter av stål for trykkpåkjent utstyr* [14].

Stål kan anses som et elastisk materiale. Videre antas det som homogent og isotropisk, noe som vil si at legemet har de samme egenskapene i alle punkter og retninger. Dette er antagelser som erfaring tilsier at stemmer, dersom spenningene i materialet ikke er i nærheten av flytegrensen,  $R_e$ . Sammenhengen mellom spenning og tøyning forteller oss om materialets egenskaper.

Elastisitetsteorien tar utgangspunkt i Hooke's lov:

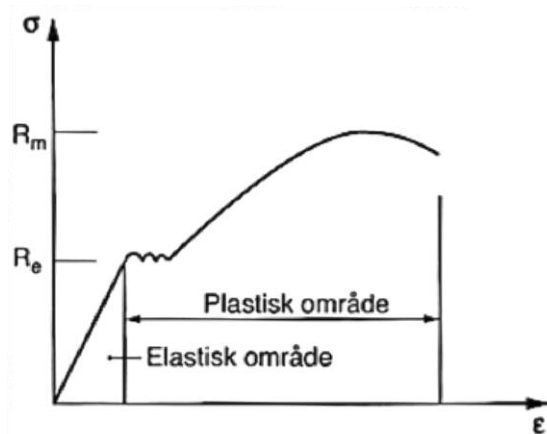
$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.2)$$

$\sigma$  = spenning

$E$  = elastisitetsmodul

$\varepsilon$  = tøyning

Er sammenhengen lineær, og man har en spenning som ligger lavere enn proporsjonalitetsgrensen,  $\sigma_p$ , anses materialet som lineært elastisk. Elastisitetsteorien kan ikke direkte benyttes når materialet nærmer seg flytegrensen, og plastisk deformasjon. Ved plastisk deformasjon har materialegenskapene forandret seg, og spenning-tøyningsforholdet anses ikke lenger som lineært [8].



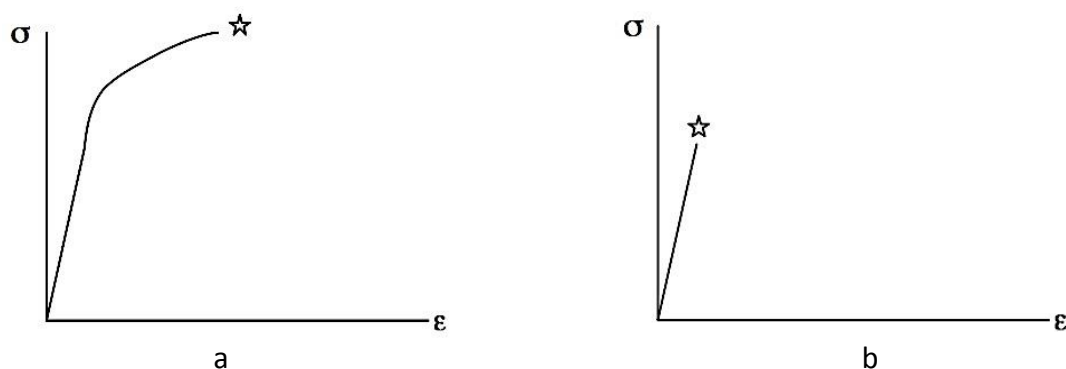
Figur 2.3: Spenning-tøyningskurve for bløtt stål [14]

Styrke, hardhet og seighet er sentrale egenskaper som sier oss hvor høy belastning materialet tåler uten å gå i brudd, hvor godt materialet motstår ytre slitasje og hvor mye deformasjon materialet klarer uten å gå i brudd. Egenskapene varierer og er et resultat av hvordan materialet er blitt behandlet under fremstillingen.

Det er viktig å vite om materialet man arbeider og gjør beregninger med, er duktilt eller sprøtt. Stål og andre metaller utnytter materialets duktilitet (seighet) når det blir utsatt for en belastning, noe som også er særlig viktig for flate lokk som er utsatt for deformasjon [17]. Brudd i duktile materialer skjer etter at materialet er gått i flyt, altså etter en



deformasjon. Sprø materialer får plutselige brudd. Dette illustreres i en spenning-tøyningskurve [16].



Figur 2.4: Spenning-tøyningskurve for duktile (a) og sprø materialer (b) [16]

### 2.2.3 Spenning og deformasjon

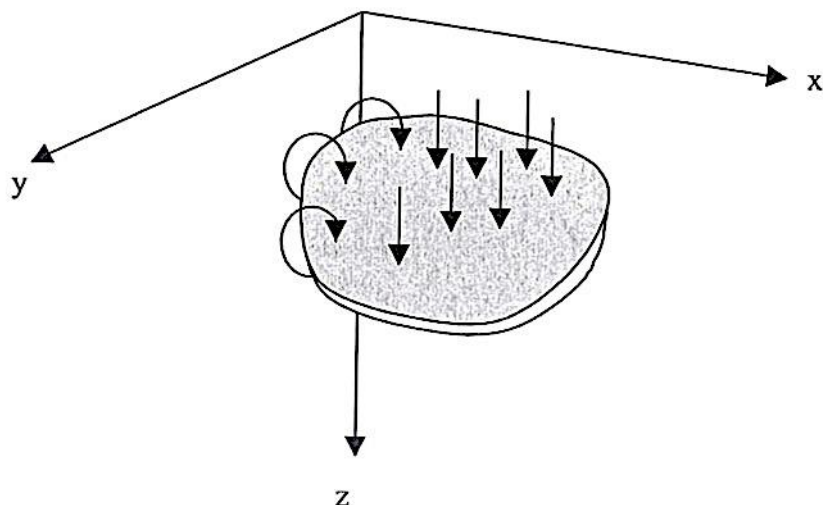
I de aller fleste tilfeller ønsker en alltid å dimensjonere lokket med minst mulig material og tykkelse, men likevel samtidig sterkt nok til å tåle en gitt maksimal spenning. En antar at det flate lokket er påført en trykkraft som står normalt på flaten, se Fig. 2.5. For å forklare et flatt lokks oppførsel under trykkpåkjenning, kan en trekke en sammenligning til teori om plater.

#### Oppførsel av plate under bøyning

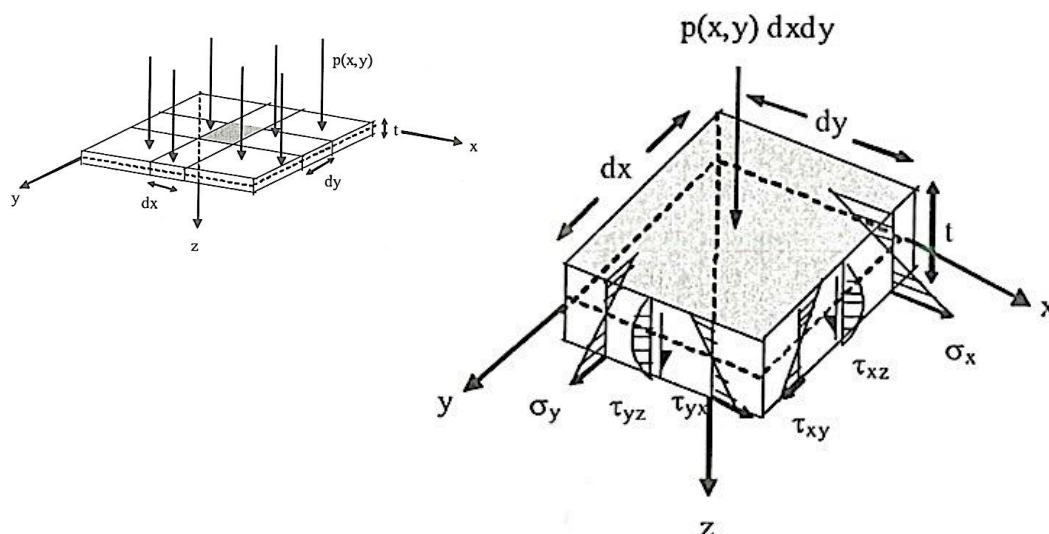
En plate er per definisjon et plant element med liten tykkelse i forhold til utstrekningen i x-y-planet [7]. Dette vil også være tilfellet for dimensjoneringen for lokk i denne oppgaven.

Platen får på grunn av belastningen normalt på plateplanet, en utbøyning ut av sitt eget plan, i positiv z-retning på Fig. 2.5. Krefter langs platens render kan også være årsak til denne deformasjonen. Utbøyningen fører til at det oppstår indre krefter i platen, som består av normal- og skjærspenninger. Disse kreftene resulterer i indre skjærkrefter og moment [8]. Bøyespenningene som påføres, veksler fra strekk til trykk med maksimale verdier i overkant og underkant av platen [7].

Fig. 2.6 viser et plateelement utsatt for en tverrlast i z-retning, som viser opptredende spenninger i snittflatene; normal- og skjærspenninger ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yz}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{xy}$ ) samt tilhørende moment.



Figur 2.5: Plate utsatt for tverrlast og moment langs ei rand [8]



Figur 2.6: Spenninger i snittflatene i element tatt ut av plate med tverrlast  $p(x,y)$  [8]

### Tynne lokkplater med små deformasjoner

Stivhetsegenskapene til en plate avhenger av dens geometri. Videre er forholdet mellom tykkelsen i z-retning og utstrekningen i x-y planet spesielt viktig. En skiller mellom tynne plater med små deformasjoner og tynne plater store deformasjoner [8]. Teori om tykke plater sees bort i fra i denne oppgaven.

Denne oppgaven vil ta sine undersøkelser for såkalt tynne lokk med små deformasjoner. Dette vil senere i oppgaven gjøre sammenligningen av de forskjellige beregningsmetodene mer naturlig og korrekt, da flere av disse setter krav om tykkelse-utstrekning- og tykkelse-deformasjonsforholdet. Deformasjonen kan være svært viktig å dimensjonere riktig mot, da

for store deformasjonen praktisk sett også kan være ødeleggende for innhold (for eksempel elektronikk) i konstruksjonen det fester til. Antar altså at en ønsker det en kaller små deformasjoner i lokket.

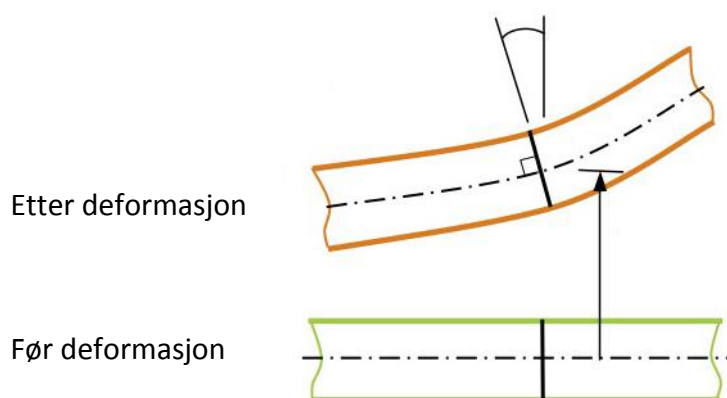
Kirchhoffs tynnplatedeori er egnet å bygge antagelsene på under beregning av tynne plater, mens middels tykke til tykke plater egner seg bedre med Reissner-Mindlins platedeori. Tynne plater har en tykkelse som ikke er større enn omtrent 1/10 av platens utstrekning i x- og y-retning [18].

Tabell 2.1: Forskjellige platedeotrier bygger på ulike platetykkelser [18]

Platebetegnelse	Middels tykk	Tynn	Svært tynn
Lengde / tykkelse	~5 til ~10	~10 til ~100	> ~100

Den maksimale deformasjonen av platens midtplan for små deformasjoner, settes til maksimalt omtrent 1/2 av tykkelsen. [3].

I tynne plater med små deformasjoner forblir platens midtplan (halvveis fra topp- og bunnoverflatene, stiplet linje i Fig. 2.7) uten spenninger. Rette linjer normal på midtplanet før deformasjon forblir også rette og normale på midtplanet etter deformasjon. Platetykkelsen  $t$  er målt normalt gjennom midtplanet. [18].



Figur 2.7: Rette linjer normalt på midtplanet forblir rette og normale etter deformasjon [33]

Skjærkreftene påvirker utbøyningen i platen i så liten grad, at de neglisjeres i disse tilfellene. Det finnes dermed en en-akset spenningstilstand hvor kun bøyespenningen tas i betraktning som kritisk [3]. De maksimale spenningene oppstår i overflatene på platen.

Velger x-retning som minste bredde av lokk, som gir kritisk normalspenning i x-retning, som vil følge gjennom oppgaven:

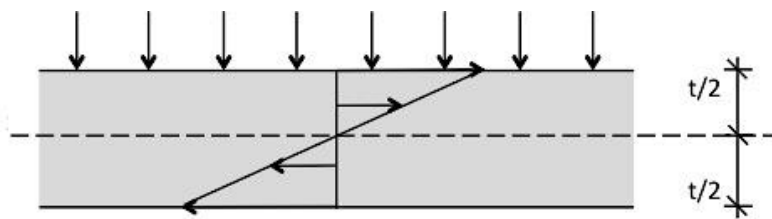
$$\sigma_x = \sigma_b = \frac{M_b}{W} \quad (1.3)$$

$\sigma_x$  = normalspenning i x-retning

$\sigma_b$  = bøyespenning

$M_b$  = bøyemoment

$W$  = motstandsmoment

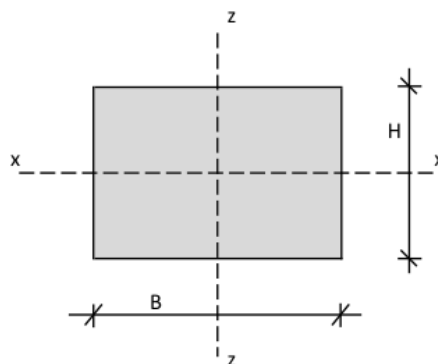


Figur 2.8: Bøyespenning i lokkplate, med maksimale trykkspenninger i overkant og maksimale strekkspenninger i underkant av plate

Et rektangulært tverrsnitt har i prinsippet ved bøyning et motstandsmoment lik:

$$W = \frac{BH^2}{6} \quad (1.4)$$

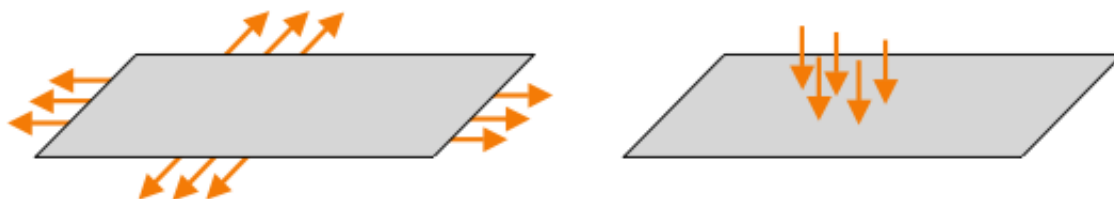
B står for tverrsnittets bredde, mens H for høyden, som også kan anses som tykkelsen til et flatt lokk. Tykkelsen har med andre ord stor innvirkning på hvor stor den opptredende bøyespenningen blir i lokket.



Figur 2.9: Tverrsnitt x-z av plate

### Store deformasjoner i tynne lokkplater

Dersom tynne plater får en stor utbøyning, vil deformasjonen være så betydelig at en ikke kan ignorere spenningene som fremtrer i midtplanet, membranspenningene. Membrankreftene (skivekrefter) er krefter som virker aksialt i planet, og er gunstige når det kommer til bæreevnen til platen. Figur 2.10 viser forskjellen på hvordan last og krefter virker for skive og plate.



Figur 2.10: Opptredende laster i skive (a) og plate (b) [33]

Ved tilfeller med stor utbøyning er platen stivere enn det som er indikert med lineær elastisk teori, som det til nå er tatt til følge for, og kan som oftest derfor ikke behandles etter elastisk plateteori [8]. For mer om beregning av plater med stor utbøyning henvises det til Timoshenko [10] og Young [3].

### Store trykkrefter; flate lokk versus halvkuleformede lokk

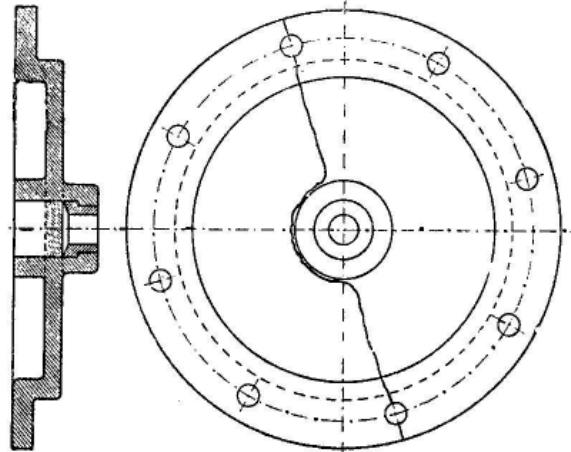
En årsak til at flate lokk er svakere for trykkrefter enn for eksempel halvkuleformede lokk, er forskjellen på konstruksjonselementene de forskjellige lokkene består av. Halvkuleformede lokk er konstruert som skall, som tar opp både plate- og skivekrefter. Med riktig dimensjonering kan skallkonstruksjoner ta opp store membrankrefter under høyt eksternt trykk [3]. Slike lokk kan dermed ha større kapasitet enn flate lokk under samme tykkelsesdimensjonering [12]. Et enkelt eksempel er egget, som med sin skallkonstruksjon kan ta opp store ytre trykkrefter normalt på sin topp og bunn flate, i forhold til sin tykkelse.

For tynne plater er motstanden forholdsvis liten når de utsettes for en tverrlast. For å unngå stor utbøyning og for øke denne motstanden betydelig, kan en øke tykkelsen eller avstive lokket [8]. Avstiving av lokk kommer det mer om i senere kapitler.

#### 2.2.4 Bruddoppførsel i lokk

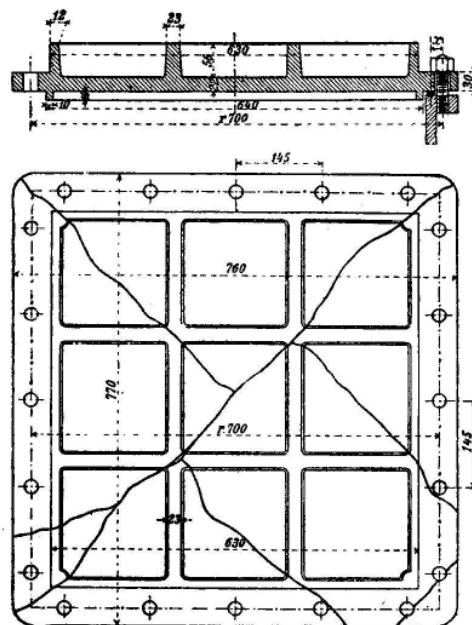
Ved dimensjoneringen av runde lokk, går man ut fra erfaringen om at et brudd i et slikt lokk nesten alltid vil skje langs en diameter. Har lokket en pakkbox i sentrum, vil bruddet gå

utenom denne [2]. En pakkboks har sin funksjon i at den skal forhindre væskelekkasje der en maskinaksling roterer eller slår med en frem- og tilbakegående bevegelse [37].



Figur 2.11: Brudd i rundt lokk med pakkboks i senter [2]

Med firkantede lokk, eller deksel, er det erfart at bruddet som oftest skjer langs en diagonal (Figur 2.12) [2]. Se Kapittel 2.2.7, om bolter, for tanker rundt brudd og påvirkning av plassering av bolter i rektangulære lokk.



Figur 2.12: Brudd i deksel med ribber [2]

### 2.2.5 Bruddtyper

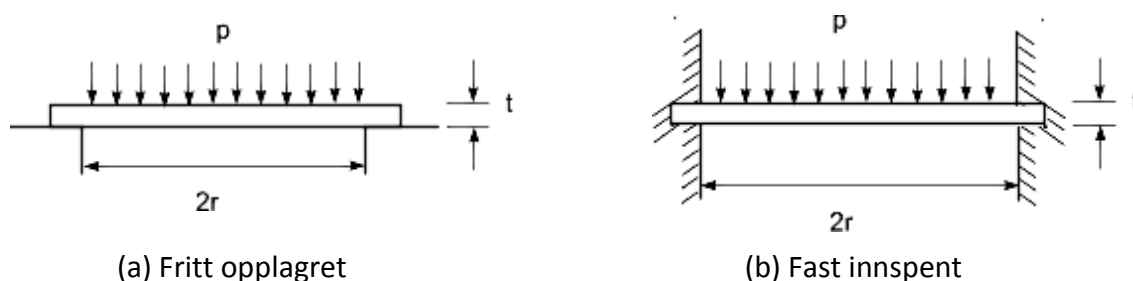
Ved dimensjonering av en konstruksjon i maskinteknikken, som lokk, er feilmekanismer som kan forekomme det en dimensjonerer mot. Brudd i lokk kan forekomme ved forskjellige tilfeller, og man må alltid dimensjonere mot disse kritiske kriteriene. Det er sentralt om en dimensjonerer mot sprøtt eller duktilt brudd, som det allerede er nevnt noe om. Følgende er en liten oversikt på forskjellige kriterier ved konstant jevnt trykkbelastning på lokk [7].

- Sprøbrudd
- Seigt/duktilt brudd
- Utmatting
- Skjærinstabilitet
- Spenningskorrosjon

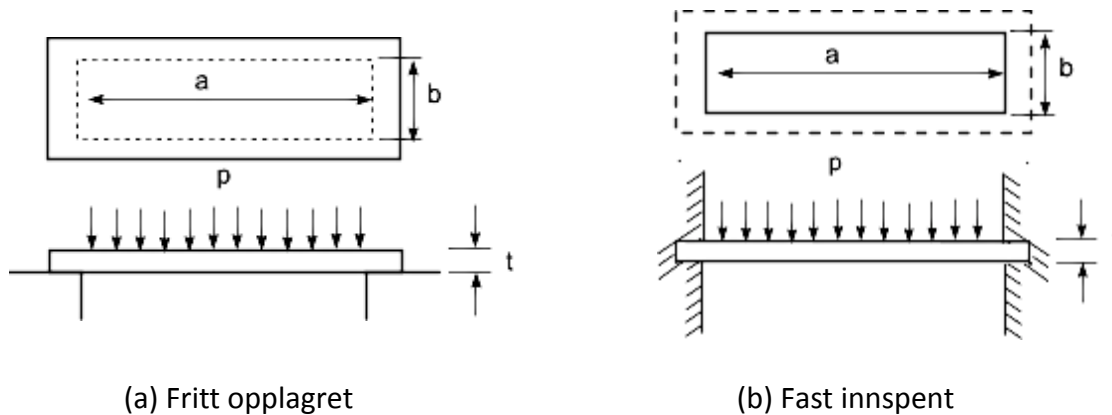
Noen metoder bruker høye sikkerhetsfaktorer. Mao. tar de utgangspunkt i flere kriterier når det kommer til dimensjonering mot feilmekanismer i lokket. Klassiske metoder, som vil presenteres i Kapittel 3 tar utgangspunkt i en sikkerhetsfaktor, hvor materialet anses som sprøtt. Videre vil ikke denne analysen gå dypt inn i de forskjellige dimensjoneringskriteriene for brudd.

### 2.2.6 Opplagerbetingelser

Opplagerbetingelsene til siden(e) på et lokk, hvor lokkflaten anses som en plan plate, kan normalt deles inn i hovedbetingelsene fast innspent eller fritt opplagret. Plater kan ha en eller flere sider som er helt uten opplagring, men dette er noe som svært sjeldent til aldri vil være tilfellet for tette lokkflater. En fullt fast innspent plate vil etter plateteori verken ha mulighet for rotasjon eller forskyvninger. Fri opplagring vil tillate rotasjon og langsgående forskyvning (forskyvning i xy-plan), men forhindre transvers forskyvning [3].



Figur 2.13: Beskrivelse for opplagring av sirkulær plate jevnt fordelt belastet [25]



(a) Fritt opplagret

(b) Fast innspent

Figur 2.14: Beskrivelse for opplagring av rektangulær plate jevnt fordelt belastet [25]

Symbolene og beskrivelsene brukt i Fig. 2.13 og 2.14 viser at overflaten som tas med i beregningene av spenning og deformasjon i lokket, er det arealet boltene lager. For et sirkulært lokk anser undertegnede dette som boltesirkeldiameteren, mens arealet er sidekant  $a$  og  $b$  for rektangulære lokk. Lasten  $p$  belaster jevnt over dette området, hvor  $t$  er lokkets tykkelse.

Det er ikke sannsynlig å realisere én eksakt randbetingelse i vanlige konstruksjoner, og en tilstand med helt ideell opplagring etter teori er svært vanskelig å oppnå. Selv en liten horisontal kraft på kontaktflaten kan gi en vesentlig reduksjon i spenning og utbøyning i et lokk som er fritt opplagret. Samtidig vil lokale spenninger som ligger opp mot flytgrensen ved fast opplagrede sider, kunne avlaste spenningene i senter, samt øke utbøyningen i platen. Denne muligheten for utnyttelse av flytledd er årsaken til at det anbefales å dimensjonere etter fast innspenne plater som klarer å bære en jevnt fordelt last som gir større spenningen i senter enn teoretisk indikert [3].

I denne oppgaven, som Kapittel 2.2.7 vil gå mer inn på, beregnes det på lokk som boltes fast. Undertegnede tar utgangspunkt i at disse forbindelsene beregnes på som fritt opplagrede. Boltene anses som å ha mulighet for små langsgående forskyvninger, ergo hulldiameter  $>$  boltdiameter. Klassiske beregninger av flate endelokk for trykktanker anbefaler også en slik tilnærming på flate lokk-problem [21].



### 2.2.7 Festeordning; bolter og skruer

Den vanligste metoden å feste løkk på er med bolter eller skruer. For runde former, særlig av mindre størrelser, er også gjenget løkk mye brukt. Valget av festeordning kommer oftest an på løkkets størrelse, hvilken bruk løkket tilvirkes for, og hvor ofte løkket skal tas av og på forbindelsen [38].

Undertegnede tar i denne oppgaven utgangspunkt i at løkk blir fastholdt av bolter eller skruer. Ved bruk av flate løkk er dette en effektiv ordning for å få en plan og tett forbindelse. Oppgaven vil ikke gå inn på beregning av bolter, og regner samtidig med at boltekräften er nok til å motstå trykket som påføres, og holde løkket tett.

Når det gjelder rektangulære løkk, er det forskjellig praksis til om man velger å ha bolter i hjørnene, eller ikke. Som allerede nevnt, sier teorien at ved et brudd i løkket, vil bruddet gå diagonalt. Å ha bolter og boltehull hvor man kan få høyere spenninger, er noe noen metoder velger å unngå. Likevel er det normalt i dag å bolte i hjørnene, spesielt dersom det er svært viktig å holde løkket helt tett uten høyt trykk [38]. Senere i oppgaven vil en ta opp om platekonstruksjoner anses å ha hjørnene "holdt nede" eller ikke. Dette har innvirkning på spenningen i løkket. Det tar utgangspunkt i denne oppgaven at uansett bolter i hjørnene, eller ikke, så anses platekonstruksjonen at forspenningen i boltene er så stor at hjørnene blir holdt nede.

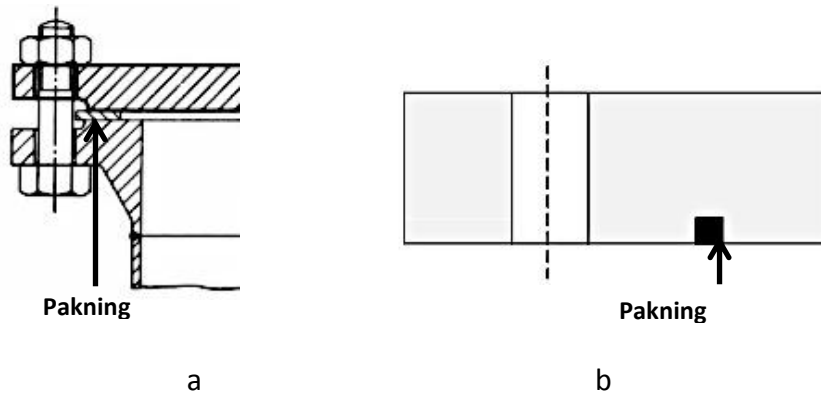
### 2.2.8 Pakning

For å holde tett og unngå lekkasje i en løkkforbindelse, er pakning eller tetningsring (o-ring) en svært viktig komponent i løkket. Tetningskomponenters størrelse, form, materiale og nødvendige egenskaper varierer alt etter løkkets design og bruksområde.



Figur 2.15: Eksempel på pakning [22]

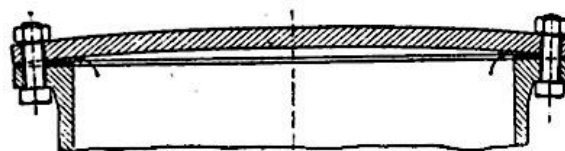
Fig. 2.16 viser to forskjellige måter å plassere en tetningskomponent til en forbindelse mellom lokk og beholder.



Figur 2.16: Eksempler på plassering av pakning [23]

Ved tilfellet Fig. 2.16b er det laget et spor (skjerv) i lokket, hvor det er blitt lagt inn eksempelvis en O-ring. Dette gir en stivere forbindelse på grunn av den metalliske kontakten en har i tillegg til tetningskomponenten. Derimot kan denne utformingen være uønsket fordi skjerven kan være med på å gjøre lokket svakere for sprekkvekst og brudd.

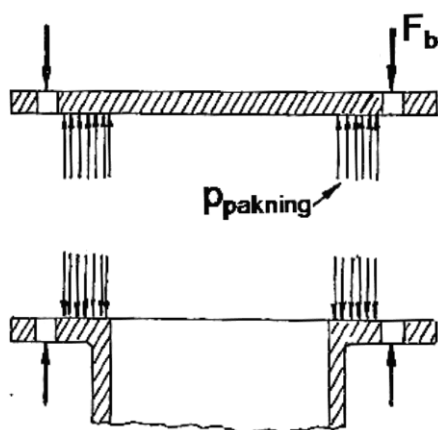
På Fig. 2.16a er pakningen lagt mellom de to kontaktflatene, på innsiden av boltene, og fungerer direkte som en mykere, elastisk fjær som blir komprimert etter forspenning av boltene. I slike tilfeller kan forspenningen i boltene påvirke til en betydelig bøyning i lokket, som videre gir økt spenning i lokket, illustrert ved Fig. 2.17. For stor bøyning i lokket kan føre til at konstruksjonen ikke blir like tett, og at tetningskomponenten ikke ligger plassert akkurat der en ønsker. Riktig forspenningskraft i bolter til riktig type pakning er altså sentralt i dimensjoneringen av lokk.



Figur 2.17: Utbøyning av lokk med pakning plassert på innsiden av boltene [2]

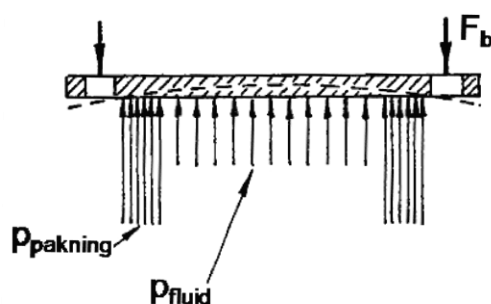
### 2.2.9 Belastningssituasjon på platekonstruksjonen

De to foregående delkapitlene har presentert en grunnteori om pakning og bolter som er svært vanlige komponenter i en løkkforbindelse. Både boltene og pakningen påvirker med krefter på løkket.



Figur 2.18: Løkk og flens (nederst) med opptredende boltekraft og pakningstrykk [2]

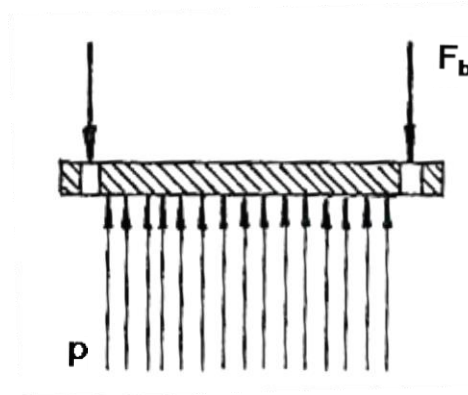
Sammen med trykket fra fluid, utgjør disse et samlet trykk på platekonstruksjonen. Stiplet linje på Fig. 2.19 viser hvordan bøyningen vil forekomme (overdrevent beskrevet).



Figur 2.19: Trykk fra pakning og fluid, samt boltekrefter på platekonstruksjonen [2]

Det er beregningsmetoder som tar utgangspunkt i dette, men grunnet sammenligningsgrunnlaget for de utvalgte metodene i denne oppgaven, gjøres det en forenkling.

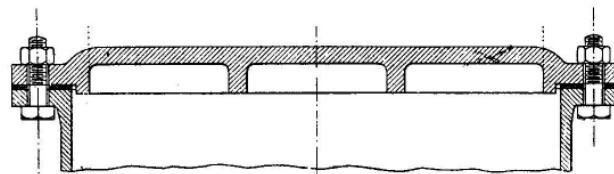
Forenklingen er at trykkpåvirkningen på løkket fra pakning og fluid forenkles til et samlet, jevnt trykk mellom opplagringen. Dette trykket holdes videre igjen av mottrykket fra boltene.



Figur 2.20: Samlet trykk  $p$  fra pakning og fluid, samt boltekrefter på platekonstruksjonen [2]

### 2.2.10 Avstivningsribber

Lokk kan forsterkes med avstivningsribber. Dette vil øke tverrsnittet, og bøyespenningene og utbøyningen i lokket kan på denne måten senkes betraktelig. Særlig ved store konstruksjoner blir ribber brukt da dette gjør at man kan dimensjonere med en mindre lokktykkelse. Slik kan man spare både vekt og materialkostnader. Ribbene forsterker lokket betydelig dersom de legges på siden hvor man har størst trykk i materialfibrene [1].



Figur 2.21: Lokk med ribber [1]

# 3 Håndberegningsmetoder

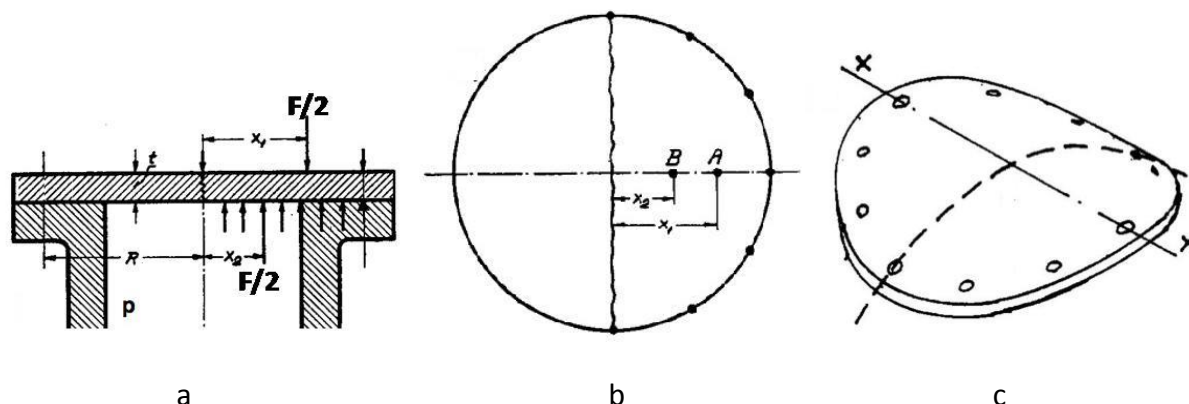
Følgende håndberegningsmetoder er utvalgt som sentrale metoder som tar for seg å beregne spenningen i lokk, slik at en kan dimensjonere etter nødvendig tykkelse. Noen beregningsmetoder ser også på deformasjon i konstruksjonen.

## 3.1 Klassiske beregningsmetoder for lokk

Som klassisk metode presenteres én for sirkulære flate lokk, én for rektangulære lokk og én forenklet metode fra den klassiske for rektangulære tilfeller. For de to klassiske metodene henger det igjen fra gammelt av at det brukes svært høye sikkerhetsfaktorer, hvor det for støpestål blir gitt en tillatt spenning på 40 til 60 MPa. Undertegnede forstår det slik at det kan i utgangspunktet beregnes mot både utmatting og med kjerv i lokket som samlet gir høy sikkerhetsfaktor. Kan også virke som at det beregnes for sprø materialer. Likevel vil denne metoden sammenlignes direkte mot de andre metodene som tar utgangspunkt i reglene i Kapittel 2.2, om spenning i tynne lokk. Det følgende formelverket og teori i dette delkapittelet er hentet fra [2].

### 3.1.1 Estimering av bøyepening for runde, flate lokk

Et rundt, flatt lokk ligger an mot flensen til en trykkbeholder med et indre trykk  $p$ . Lokket er festet med et antall bolter på delesirkelradien  $R$ . Det antas at forbindelsen er tett fra boltesirkelradien og ut.



Figur 3.1: Runde lokk, (a) Viser kraftpåvirkning på lokk fra trykkbeholder og bolter, (b) Lokket deles i to, finner tyngdepunkt og boltkraft, (c) Estimer bøyepeningen i snitt x-x [2]

Den totale trykkraften på lokket blir lik den totale reaksjonskraften fra boltene. Den totale trykkraften kan skrives:

$$F = \pi R^2 \cdot p \quad (3.1)$$

Et diametersnitt lages i lokket, og man ser på bøyespenningen i dette snittet. Altså deles lokket i to, som vist på Figur 3.1b. Lokket vil egentlig innta en skålform, men man ser på bøyning i ett plan: x-x, se Figur 3.1c. På den ene halvdel av lokket virker dermed  $F/2$ .

Det antas at det er så mange bolter at boltekraften virker jevnt i delesirkelradien. Resultanten til kraften fra boltene virker dermed i tyngdepunktet til halve boltesirkelen (punkt A på Figur 3.1b).

Fra mekanikken finner vi at tyngdepunktet til halvsirkelen er:

$$X_1 = \frac{2R}{\pi} \quad (3.2)$$

På undersiden av lokket virker trykket fra beholderen. Avstanden fra resultantkraften forårsaket av beholdertrykket til diagonalsnittet finner man fra mekanikken til å være (punkt B på Figur 3.1B):

$$X_2 = \frac{4R}{3\pi} \quad (3.3)$$

Momentet i diagonalsnittet blir:

$$M_b = 0,5 \cdot F(X_1 - X_2) \quad (3.4)$$

Setter inn formlene (3.1), (3.2), (3.3) i (3.4), og får:

$$M_b = \frac{p \cdot R^3}{3} \quad (3.5)$$

Tverrsnittsmodulen (motstandsmomentet) til diagonalsnittet, med en tykkelse "t", kan tilnærmet skrives:

$$W \approx \frac{R \cdot t^2}{3} \quad (3.6)$$

Bøyesspenningen kan dermed skrives:

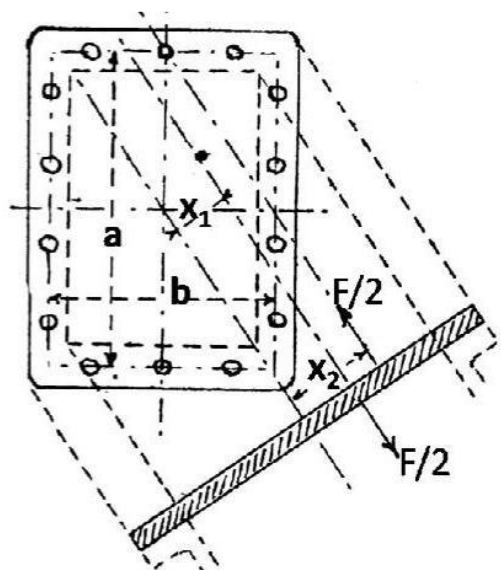
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{p \cdot R^2}{t^2} \quad (3.7)$$

Spenningen i lokket avhenger av hvor langt ut i pakningen trykket opptrer. Usikkerhet i beregningsantagelsene gjør at man kan legge på 20 %, det vil si:

$$\sigma_b = \frac{1,2 \cdot p \cdot R^2}{t^2} \quad (3.8)$$

### 3.1.2 Estimering av bøyesspenning for rektangulære, flate lokk

Av erfaring ser man ofte at flate, rektangulære lokk påkjent med jevnt fordelt trykk, får brudd i diagonalen. Disse lokkene dimensjoneres derfor vanligvis med hensyn på bøyesspenningen i diagonalsnittet.



Figur 3.2: Rektangulært flatt lokk [2]

Dersom et lokk med sidekanter "a" og "b" (ut til boltelinjen) er belastet med trykket p, er kraften på halve platen med trekantform:

$$0,5 \cdot F = 0,5 \cdot a \cdot b \cdot p \quad (3.9)$$

Kraftens avstand fra diagonallinjen blir:

$$x_1 = \frac{a \cdot b}{3\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (3.10)$$

Reaksjonskraften langs de to sidene "a" og "b" er totalt på  $0,5 \cdot F$ , se Fig. 3.2. Regner denne kraften forenklet til å være jevnt fordelt over lengde (a + b). Angrepspunktets avstand fra diagonaltverrsnittet vil være:

$$x_2 = \frac{a \cdot b}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (3.11)$$

Bøyemomentet som de to kreftene danner blir da:

$$M_b = 0,5 \cdot F(x_2 - x_1) \quad (3.12)$$

Forenkler tverrsnittsmodulen (motstandsmomentet) til:

$$W \approx \frac{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot t^2}{6} \quad (3.13)$$

Legger til 20 % for usikkerhet i beregningsmodellen, som gir bøyepeningen:

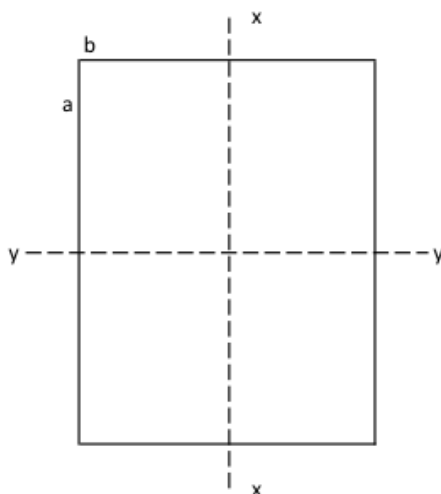
$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{1,2 \cdot 0,5 \cdot F(x_2 - x_1)}{\left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot t^2}{6}\right)} = \frac{3,6 \cdot F(x_2 - x_1)}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot t^2} \quad (3.14)$$

Tverrsnittsmodulen (mostandsmomentet) må selvsagt tilpasses tverrsnittet i diagonalen for hvert tilfelle.



### 3.1.3 Estimering av bøyespennning for rektangulære, flate lokk - forenklet metode

Det er ønskelig å se om det er mulig å bruke en forenklet formel for å finne bøyespennning i et rektangulært, flatt lokk. Forenklingen ligger i å snitte langs midten, x-x, se Fig. 3.3, kontra det å bruke diagonallinjen. Dette vil resultere i et uttrykk for bøyespennning som er enklere å beregne med. Resultatene vil vise om det er hold i denne metoden, eller om den bør forkastes.



Figur 3.3: Den rektangulære platekonstruksjonen sett ovenfra, boltelinjen som ytterkant

Lokk med sidekanter "a" og "b" (ut til boltelinjen) er belastet med trykket p, som gir kraften på halve platen med rektangulær form:

$$0,5 \cdot F = 0,5 \cdot a \cdot b \cdot p \quad (3.15)$$

Kraftens avstand fra midtlinjen (x-x-linjen) blir:

$$x_1 = \frac{b}{4} \quad (3.16)$$

Reaksjonskraften langs de to sidene "a" og "b" er totalt på  $0,5 \cdot F$ , se Figur 3.3. Regner denne kraften forenklet til å være jevnt fordelt over lengde (a + b), og angrepspunktets avstand fra midt vil være:

$$x_2 = \frac{b^2 + 2ab}{4(a + b)} \quad (3.17)$$

Bøyemomentet som de to kreftene danner blir da:

$$M_b = 0,5 \cdot F \cdot (x_2 - x_1) = 0,5 \cdot F \cdot \frac{ab}{4(a+b)} \quad (3.18)$$

Bruker svak akse (x-akse) og setter tverrsnittsmodulem (motstandsmomentet) til:

$$W = \frac{b \cdot t^2}{6} \quad (3.19)$$

Bøyepeningen med forenklet metode blir da:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{3 \cdot F}{4 \cdot t^2} \cdot \frac{a}{(a+b)} \quad (3.20)$$

Det legges ved som elektronisk vedlegg en sammenligning av beregningen av tyngdepunktene ved to metodene; den klassiske og den forenklete metoden.

## 3.2 Beregning etter platestripemetoden

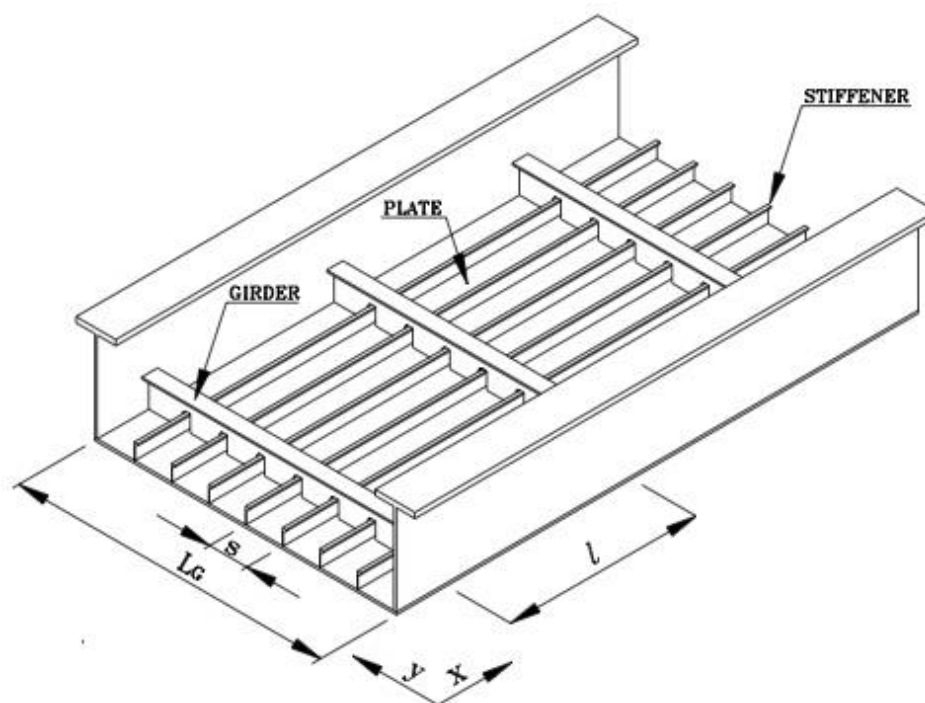
For å få et forhold til platestripemetoden, er det interessant å legge frem bakgrunnsteori om plater og platefelt hvor platestripemetoden har sitt store virkeområdet. Metoden har sitt utspring i elementær bjelketeori. Avstivede platefelt kan også anses som avstivede lokk. I kapittel 2.2 ble avstivning presentert som et tiltak mot store spenninger og utbøyinger. Platestripemetoden blir blant annet brukt i regler gitt fra DNV [4]. DNV-standarden er utgangspunktet når metoden benyttes i denne oppgaven. I beregningene vil fokuset ligge på dimensjonering den avstivede platen, eller lokkplaten.

### 3.2.1 Bakgrunn for metoden; avstivede platefelt

For store platefelt, antar plater med liten tykkelse i forhold til utstrekning, gir selv moderat belastning ofte store og uakseptable utslag på utbøyning og spenninger. Dette medfører at en i praksis må ha platefelt med stivere og bærere [7].

Avstivede platefelt er en konstruksjonsteknikk som anvendes i mange typer konstruksjoner, eksempelvis i skips- og offshorebransjen, i bygninger, broer og fly. Så å si

alle stålkonstruksjoner bruker i dag denne teknikken, samtidig som anvendelsen i aluminiumskonstruksjoner er økende. Allerede for mer enn 5000 år siden brukte egypterne avstivede tynne trebord med en innvendig ramme i sine skip, og på 1800-tallet ble også de første stålskipene bygd med samme prinsipp [8]. Den store interessen for bruken av avstivede platefelt er spesielt på grunn av oppnåelsen av stor lastkapasitet i forhold til slankhet og vekt [11].

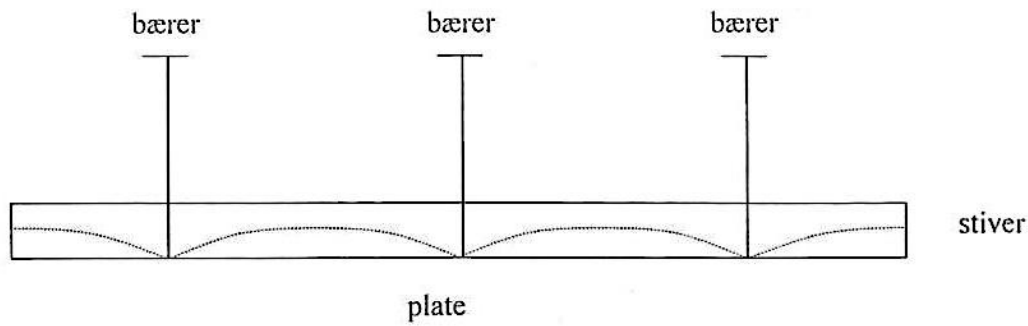


Figur 3.4: Avstivet platefelt [6]

En kan avstive et platefelt på forskjellige måter. Fig. 3.4 er et eksempel fra DNV-standard [6] på et avstivet platefelt, som kan være tatt ut fra bunnen på et skip.  $l$  er avstand mellom bærerne og  $s$  er stiveravstand, som angir størrelsen på hvert enkelt platefelt. For å ikke få for stor platebøyning, er det viktig at disse målene begrenses.  $L_G$  viser her lengden på bærerne mellom tverrammene.

Et væsketrykk som treffer fra undersiden og opp på Fig. 3.4, bøyer platefeltene, som fører kreftene hovedsakelig til den lange randen med stiverne. Kraftene vil så overføres til bærerne, stivernes opplagre. Det avstivede platefeltet fører til at væsketrykket utliknes globalt over skroget [7].

Fig. 3.5 gir en billedlig beskrivelse av bøyningen som skjer, hvis en anser symmetrisk deformasjon av platene.

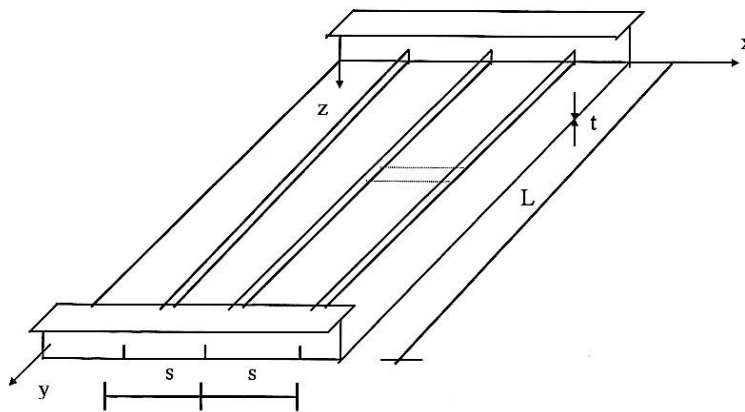


Figur 3.5: Avstivet platefelt fra et skrog, symmetrisk deformasjon av plater [8]

Det avstivede platefeltet vil også fungere som stivernes og bærernes flenser. Derfor får platefeltene også opprettede skivespenninger i tillegg til den lokale platebøyningen [7]. I denne oppgaven vil ikke utbøyningen være av den størrelse at skivespenninger opptrer når platestripemetoden benyttes.

### 3.2.2 Platestriper

Et avstivet platefelt vil beregnes mest nøyaktig etter plateteori, hvor en har sidekant  $s$  og  $L$  i et platefelt, se Fig. 3.6. Det er likevel vanlig å anta at feltet består av flere platestriper [7].

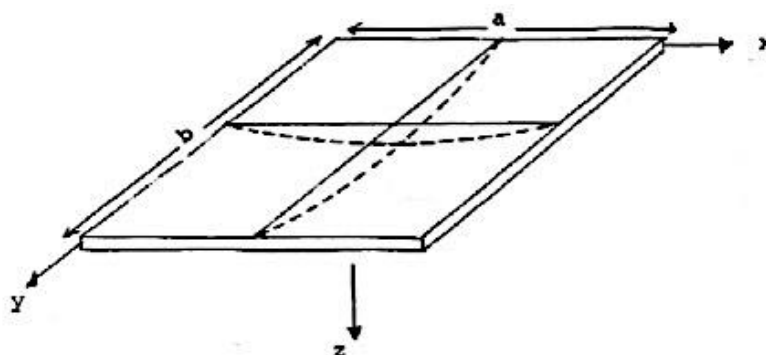


Figur 3.6: Avstivet platefelt med platestripe stiple opp [7]

Platestripemetoden, også bare kalt stripemetoden, er en god tilnærmet beregningsmetode for plater med stort lengde/bredde-forhold. Metoden tar sitt utgangspunkt i elementær bjelketeori, og fungerer da bra som beregningsmetode når platene følger Kirchoffs tynneplateteori, som er en utvidelse av den Euler-Bernoullis klassiske bjelketeori [18]. Ved beregning av utbøyinger og spenninger betraktes hver stripe som en bjelke med

rektangulært tverrsnitt, bredde 1 måleenhet, platetykkelse og med opplagring i hver ende [8].

Årsaken til at det kan forenkles ved å regne på striper, eller bjelker, på tvers av platen (se stiplet linje på Fig. 3.6), kan begrunnes med et enkelt forsøk. Det legges to bjelker/striper over hverandre på midten på en fast innspent plate, som vist på Fig. 3.7, med en jevnt fordelt last i z-retning. Bjelken som er opplagret på tvers av platen (opplagret på langsidene b) har den minste kapasiteten mot last som forårsaker bøyning. Den korte bjelken på tvers vil gå i brudd før den lengre og mykere bjelken, som er opplagret på langs av platen (opplagret på kortsidene a).



Figur 3.7: Platestriper testes for stivhet under tverrbelastning [8]

Platestripene opplagret på langsidene vil altså ta opp lasten i den midtre delen av platen når platene har et stort lengde/bredde-forhold. Dermed ser man også bort fra kreftene som blir tatt opp på kortsidene, som videre gir noe høyere spenningsresultater. Denne feilen blir mindre jo større  $b/a$ -forholdet er [8]. En antar også at hver og en platestripe bærer sin del av lasten direkte til stiveren uavhengig av nabostripen, og at størst utbøyning er midt på platen.

### 3.2.3 Estimering av spenning

Antar at stripen, som fungerer som en bjelke, er jevnt fordelt belastet. For hele platen er lengde/bredde-forholdet  $a \gg b$ . Bjelken med tverrsnittsbredde 1 og tykkelse  $t$  har opplagring i hver ende. Bøyemomentet for bjelken ligger et sted mellom de to kjente elementærbjelkene, da opplagringen er en mellomting mellom fritt opplagret og fast innspenning [7]. Maksimum bøyemoment er større ved fri opplagring enn ved fast

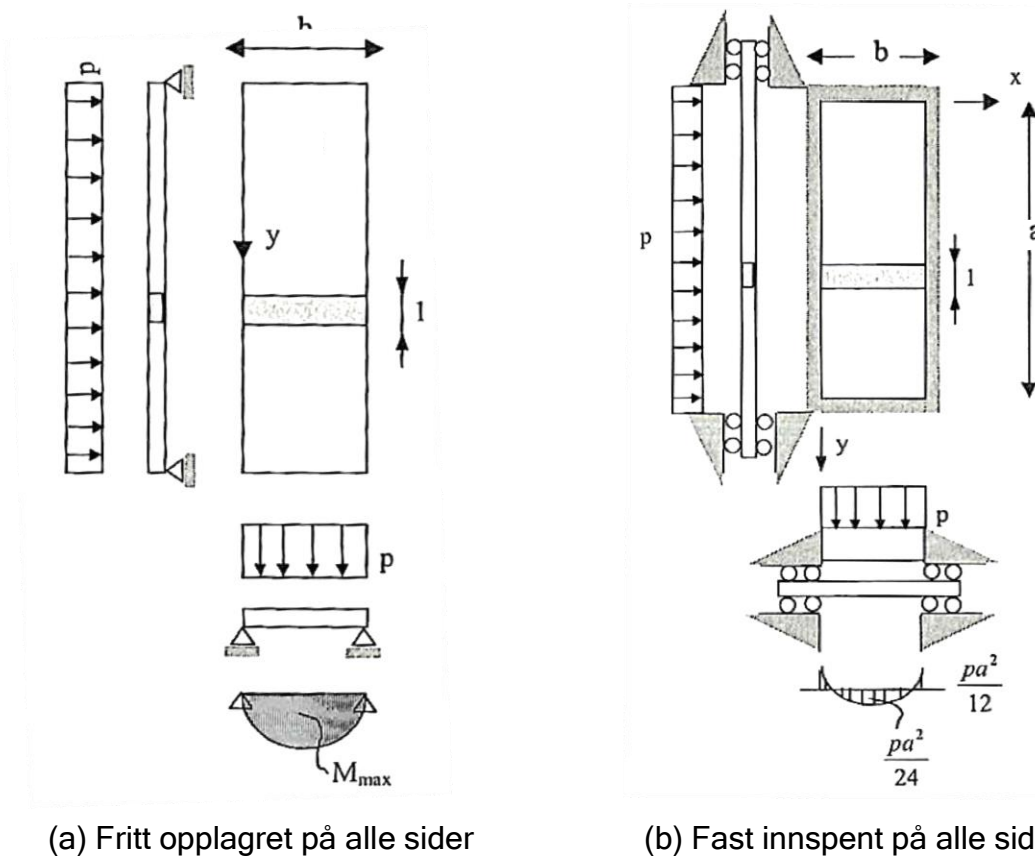
innspenning, som man også ser ut fra Fig. 3.8. Definerer betegnelse på lengden av platestripen til  $a_s$ , som er lik platebredden, ergo  $a_s = b$ .

En platestripe med lengde  $a_s$  med fri opplagring har et maksimum moment midt på spennet [5]:

$$M_{maks} = M_b = \frac{qa_s^2}{8} \quad (3.21)$$

$q$  = jevnt fordelt tverrlast

$a_s$  = lengde på platestripe



(a) Fritt opplagret på alle sider

(b) Fast innspenning på alle sider

Figur 3.8: Plater som er jevnt fordelt belastet, momentdiagram for platestripe [8]

Ved fast innspenning er maksimum moment ved opplagringene (3.22), mens man finner et mindre moment midt på spennet (3.23):

$$M_{maks} = M_b = \frac{qa_s^2}{12} \quad (3.22)$$

$$M_b = \frac{q a_s^2}{24} \quad (3.23)$$

Hvilket av tilfellene som vil være mest korrekt kommer an på plateproblemet man står ovenfor, og kan ofte være et diskusjonstema. I tilfeller der platefeltet har et nabofelt på den andre siden av stiveren med samme belastning, vil fast innspenning være det mest korrekte, pga. symmetri over stiveren. Har man derimot ikke et nabofelt, vil man ligge nær en løsning med fri opplagring. Det samme vil være tilfeller dersom nabofeltet ikke har belastning [7]. DNV regner i sine standarder med at platestripen er fast innspent.

Undertegnede forstår det slik at for enkle lokk og plater som står alene opplagret, ikke i et platefelt, vil opplagringen til stripene være i tråd med lokkets opplagring. Med dette menes at lokk som anses som fast innspent, har striper som er fast innspent. Dernest vil fritt opplagrede lokk ha striper hvor opplagringen ligger nærmest fri opplagring. Dette er fordi den sirkulære formen vil gi symmetri over boltene, som vi kan se på som "stiverne".

Et generelt uttrykk for maksimum bøyemoment, hvor momentfaktor vurderes i hvert enkelt tilfellet, settes som:

$$M_{maks} = M_b = \frac{q a_s^2}{C_m} \quad (3.24)$$

$M_b$  = bøyemoment

$C_m$  = momentfaktor mellom 8 og 12

[7]

Skal en være på den sikre siden settes  $C_m = 8$ . DNV's standard velger for avstivede platefelt å settes  $C_m = 12$ . Standarden kan derimot ikke direkte sammenlignes med tilfellet for tynne lokk, da standarden tar høyde for større deformasjon med opptredende membrankrefter som resultat av dette.

Beregning av motstandsmoment for platestripen med bredde lik 1 og høyde  $t$ , blir:

$$W = \frac{1 \cdot t^2}{6} \quad (3.25)$$

Siden en neglisjerer utbøyning grunnet skjærkrefter, sier man at kun bøyespenningen gjelder. Platens maksimale bøyespenning blir dermed:

$$\sigma_b = \frac{M_{maks}}{W} = \frac{\frac{qa_s^2}{C_m}}{\frac{1 \cdot t^2}{6}} = \frac{6pa_s^2}{C_m t^2} \quad (3.26)$$

$p$  = jevnt fordelt trykk

Dersom en ønsker å finne minste tillatte tykkelse  $t$ , gitt en tillatt spenning for materiale, snur en likningsoppsettet og setter spenning lik tillatt spenning:

$$\sigma_b = \sigma_{till} = \frac{6pa_s^2}{C_m t^2} \quad (3.27)$$

Som vanlig praksis blir det i DNV sine regler brukt MPa som benevning for spenning, og trykket i kN/m<sup>2</sup>. Stiveravstand  $a$  settes i m, mens tykkelsen  $t$  settes i mm. Derfor tas det i bruk en forenklet omregningsfaktor  $S_1$ . I denne oppgaven vil benevningen være konsekvent; MPa brukes for både spenning og trykket  $p$ , og lengdeenheten den samme for  $a$  og  $t$ .  $S_1$  settes derfor til 1,0 [7].

Minste tykkelse for avstivede plater under belastning av en jevnt fordelt tverrlast blir dermed:

$$t = S_1 \cdot \sqrt{\frac{6p}{C_m \cdot \sigma_{till}}} \cdot a_s^2 = \sqrt{\frac{6p}{C_m \cdot \sigma_{till}}} \cdot a_s^2 \quad (3.28)$$

$\sigma_{till}$  = tillatt spenning

=  $f_y / n$

$f_y$  = materialets flytegrense

$n$  = sikkerhetsfaktor

$S_1$  = omregningsfaktor



### 3.2.4 Estimering av utbøyning

En forenklet formel for utbøyning i plater ( $a \gg b$ ) kan også utledes ut fra metode om platestripe, hentet fra [8]. Likt som platestripemetoden, så har formelen utgangspunkt i elementær teori om utbøyning av bjelker, men med korrigert elastisitetsmodul og platestivhet [8].

Ved å gå tilbake til Hooke's lov finner en tøyningene i en platestripe.

Det behandles ut fra en en-akset spenningstilstand hvor spenning i y-retning er null  $\sigma_y = 0$ :

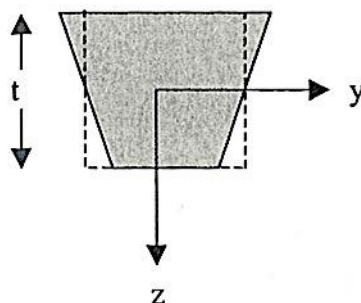
$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x \quad (3.29)$$

- $\varepsilon_x$  = tøyning i x-retning
- $\sigma_x$  = normalspenning i x-retning
- $E$  = elastisitetsmodul

Tøyningen i x-retningen fører til tverrkontraksjon, en deformasjon i y-retning for stripen. Dermed skjer det en krumning i y-retning i platen. Dette er drevet av momentet  $M_x$ .

$$\varepsilon_y = -\frac{\nu}{E} \sigma_x = -\nu \varepsilon_x \quad (3.30)$$

- $\varepsilon_y$  = tøyning i y-retning
- $\nu$  = Poisson's tall



Figur 3.9: Tverrsnitt av platestripe med deformasjon

En ønsker å hindre denne deformasjonen, og setter opp et tøyning-spenningsforhold for platen som anses som en forhindret tverrkontraksjon.

For at krumningen i y-retning skal være lik null, må  $\varepsilon_y = 0$ . Det påføres et moment  $M_y$ , og videre blir spenning og tøyning i y-retning:

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (3.31)$$

Der:

$$\sigma_y = \nu\sigma_x \quad (3.32)$$

Setter inn i uttrykket for  $\varepsilon_x$ :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) = \frac{1 - \nu^2}{E}\sigma_x \quad (3.33)$$

Ut fra Formel 3.33 kan en definere en korrigert elastisitetsmodul,  $E'$ :

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E/(1 - \nu^2)} = \frac{\sigma_x}{E'} \quad (3.34)$$

Hvor  $E'$  er:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (3.35)$$

Videre kan et platefelt ut fra platestripemetoden nå beregnes etter elementær bjelketeori, hvor en har tatt hensyn til forhindret tverrkontraksjon [8].

### Utbøyning av platestripe for en fritt opplagt plate

Utbøyningen for en fritt opplagt bjelke kan settes opp som:

$$y = \frac{5}{384} \cdot \frac{qa^4}{EI} \quad (3.36)$$

$y$  = utbøyning

$q$  = jevnt fordelt tverrlast

$I$  = treghetsmoment

[5]

Annet arealmoment til platestripen, bredde lik 1 enhet:

$$I = \frac{1 \cdot t^3}{12} \quad (3.37)$$

$t$  = tykkelse

Platestivheten er korrigeret ettersom  $D = EI$ , som nå gir:

$$D = EI = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.38)$$

$D$  = platestivhet

Utbøyning for platestripe for en fritt opplagt plate defineres som følgende:

$$y = \frac{5}{384} \cdot \frac{pa^4}{D} \quad (3.39)$$

$p$  = jevnt fordelt trykk

### Utbøyning av platestripe for en fast innspent plate

Bruker samme korrigerete platestivhet  $D$  fra Formel 3.38, og definerer utbøyningen for platestripe for en fast innspent plate [8]:

$$f = \frac{1}{384} \cdot \frac{qa^4}{EI} = \frac{1}{384} \cdot \frac{pa^4}{D} \quad (3.40)$$

### 3.3 Beregning etter *Roark's Formulas for Stress and Strain*

Fagboka *Roark's Formulas for Stress and Strain* [3] er anerkjent og inneholder formelverk som er mye brukt i industrien. Beregningsmetoder for flate endelokk i fagbøkene [35] og [36], samt i litteraturstudien [21] er eksempler på dette. Alle disse tre referansene omhandler trykktanker hvor lokk blir utsatt for høyt trykk.

Det følgende formelverket i dette delkapittelet er hentet fra Kapittel 11 i [3]. Videre i oppgaven betegnes det med "Roark's" når det refereres til metodene og formlene til denne boka.

Anvendte formler fra *Roark's* er basert på følgende antagelser:

1. Platen er flat, med konstant tykkelse og er av homogent isotropisk materiale
2. Tykkelsen er ikke mer enn omtrent  $\frac{1}{4}$  av den minste transverse dimensjonen, og maksimal utbøyningen er ikke mer enn omtrent  $\frac{1}{2}$  av tykkelsen
3. Alle krefter - laster og reaksjonskrefter - er normale på plateplanet
4. Spenningene i platen overskrider ikke den elastiske grensen

#### 3.3.1 Sirkulære plater

For de sirkulære tilfellene gir Roark's uttrykk for deformasjoner og reaksjonskrefter ved kantene på platen, og generelle ligninger som gjør det mulig å regne ut utbøyinger, moment og skjærkrefter ved et gitt punkt på platen.

Beregningene som tas i betraktning her tar kun hensyn til bøyespenning i platen. Det vil i alle tilfeller være noe av utbøyningen som er grunnet skjærkrefter. Denne andelen er derimot så liten at den neglisjeres. Det kan nevnes at i sirkulære plater med stor sirkulær åpning i midten, kan derimot skjærkrefter utgjøre en betydelig del av den totale utbøyningen. Roark's referer til Wahl<sup>1</sup>, som antyder at dette er tilfellet når tykkelsen er større enn  $\frac{1}{3}$  av differansen mellom indre og ytre diameter for plater som er fritt opplagret, eller større enn  $\frac{1}{6}$  av differansen for plater med en eller begge rander som fast innspenne.

Et generelt uttrykk for utbøyning for sirkulære tette (solide) plater ved et gitt punkt på platen er gitt som:

---

<sup>1</sup> Wahl, A. M. 1930. Stresses and Deflection in Flat Circular Plates with Central Holes. ASME P.APM-52-3v52

$$y = y_c + \frac{M_c r^2}{2D(1 + \nu)} + LT_y \quad (3.41)$$

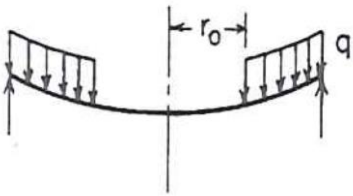
Der platestivheten er:

$$D = \frac{Et^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.42)$$

- $y_c$  = vertikal utbøyning i senter
  - $r$  = avstand fra senter og ut i platen
  - $M_c$  = moment i senter
  - $D$  = platestivhet
  - $\nu$  = Poisson's tall
  - $LT_y$  = lastvilkår
  - $E$  = elastisitetsmodul
  - $t$  = platetykkelse
- [3]

Ved å bruke formler fra Tabell 3.1, en modifisert utgave av tabell 11.2 i [3], kan en videre finne utbøyning, moment og spenning i senter av flate sirkulære plater med konstant tykkelse.

Tabell 3.1: Formler for sirkulære plater fra tabell 11.2 i Roark's [3]

Case nr., last, lastvilkår	Opplagingsbetingelser	Grenseverdier																							
10. Solid sirkulær plate, jevnt fordelt trykk fra $r_0$ til $r$  $LT_y = \frac{-pr^4}{D} G_{11}$	10a. Fritt opplagret	$y_a = 0, M_{ra} = 0$ $y_c = \frac{-pr^4}{2D} (L_{17} - 2L_{11})$ $M_c = pr^2 L_{17}$																							
	10b. Fast innspent	$y_a = 0, \theta_a = 0$ $y_c = \frac{-pr^4}{2D} (L_{14} - 2L_{11})$ $M_c = pr^2 (1 + \nu) L_{14}$ $M_{ra} = \frac{-p}{8r^2} (r^2 - r_0^2)^2$																							
	Spesifikke tilfeller 10a.																								
	$y = K_y \frac{pr^4}{D}, \theta = K_\theta \frac{pr^3}{D}, M = K_M pr^2$																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>r_0/r</math></th> <th>0.0</th> <th>0.2</th> <th>0.4</th> <th>0.6</th> <th>0.8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>K_{y_c}</math></td> <td>-0.06370</td> <td>-0.05767</td> <td>-0.04221</td> <td>-0.02303</td> <td>-0.00677</td> </tr> <tr> <td><math>K_{\theta_a}</math></td> <td>0.09615</td> <td>0.08862</td> <td>0.06785</td> <td>0.03939</td> <td>0.01246</td> </tr> <tr> <td><math>K_{M_c}</math></td> <td>0.20625</td> <td>0.17540</td> <td>0.11972</td> <td>0.06215</td> <td>0.01776</td> </tr> </tbody> </table>		$r_0/r$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	$K_{y_c}$	-0.06370	-0.05767	-0.04221	-0.02303	-0.00677	$K_{\theta_a}$	0.09615	0.08862	0.06785	0.03939	0.01246	$K_{M_c}$	0.20625	0.17540	0.11972	0.06215
$r_0/r$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8																				
$K_{y_c}$	-0.06370	-0.05767	-0.04221	-0.02303	-0.00677																				
$K_{\theta_a}$	0.09615	0.08862	0.06785	0.03939	0.01246																				
$K_{M_c}$	0.20625	0.17540	0.11972	0.06215	0.01776																				
Merkn.: Hvis $r_0 = 0$ ; $y_c = \frac{-qp(5+\nu)}{64D(1+\nu)}, M_c = \frac{pr^2(3+\nu)}{16}, \theta_r = \frac{pr^3}{8D(1+\nu)}$																									
Spesifikke tilfeller 10b.																									
$y = K_y \frac{pr^4}{D}, \theta = K_\theta \frac{pr^3}{D}, M = K_M qr^2$																									
<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>r_0/r</math></th> <th>0.0</th> <th>0.2</th> <th>0.4</th> <th>0.6</th> <th>0.8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>K_{y_c}</math></td> <td>-0.01563</td> <td>-0.01336</td> <td>-0.00829</td> <td>-0.00344</td> <td>-0.00054</td> </tr> <tr> <td><math>K_{M_c}</math></td> <td>0.08125</td> <td>0.06020</td> <td>0.03152</td> <td>0.01095</td> <td>0.00156</td> </tr> <tr> <td><math>K_{M_{ra}}</math></td> <td>-0.12500</td> <td>-0.11520</td> <td>-0.08820</td> <td>-0.05120</td> <td>-0.01620</td> </tr> </tbody> </table>		$r_0/r$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	$K_{y_c}$	-0.01563	-0.01336	-0.00829	-0.00344	-0.00054	$K_{M_c}$	0.08125	0.06020	0.03152	0.01095	0.00156	$K_{M_{ra}}$	-0.12500	-0.11520	-0.08820	-0.05120	-0.01620
$r_0/r$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8																				
$K_{y_c}$	-0.01563	-0.01336	-0.00829	-0.00344	-0.00054																				
$K_{M_c}$	0.08125	0.06020	0.03152	0.01095	0.00156																				
$K_{M_{ra}}$	-0.12500	-0.11520	-0.08820	-0.05120	-0.01620																				
Merkn.: Hvis $r_0 = 0$ ; $y_c = \frac{-pr^4}{64D}, M_c = \frac{pr^2(1+\nu)}{16}, M_{ra} = \frac{-pr^2}{8}$																									

**Solid sirkulær plate; fritt opplagret**

Plater som er tette (solide) og som er jevnt fordelt belastet over hele flaten, vil følgelig ha  $r_0 = 0$ . Dette gjør at regler gjelder for spesifikke tilfeller som er fritt opplagret, se Tabell 3.1.

Den vertikale utbøyning ved midten blir da:

$$y_c = \frac{pr(5+v)}{64D(1+v)} \quad (3.43)$$

$p$  = jevnt fordelt trykk

$r$  = radius på plate

$v$  = Poisson's tall

Momentet i senter av en slik plate blir også det maksimale momentet, satt til:

$$M_{maks} = M_c = \frac{pr^2}{16}(3+v) \quad (3.44)$$

Bøyespenningen kan bli regnet ut fra momentet  $M_c$ :

$$\sigma_{maks} = \frac{6M_c}{t^2} = \frac{3pr^2}{8t^2}(3+v) \quad (3.45)$$

#### Solid sirkulær plate; fast innspent

Med samme utgangspunkt som ved fri opplagring hvor man har en tett plate, er  $r_0 = 0$ .

Regler for spesifikke tilfeller for fast innspenning gjelder, se Tabell 3.1.

Den vertikale utbøyning ved midten blir da:

$$y_c = \frac{pr^4}{64D} \quad (3.46)$$

Det største momentet er ved kantene av sirkelen, satt til:

$$M_{ra} = \frac{pr^2}{8} \quad (3.47)$$

Bøyespenningen kan bli regnet ut fra momentet  $M_{ra}$ , ved kantene:

$$\sigma_{maks} = \frac{6M_{ra}}{t^2} = \frac{3pr^2}{4t^2} \quad (3.48)$$

### 3.3.2 Rektangulære plater

Roark's bruker ikke et generelt uttrykk for utbøyning som en funksjon av posisjon for rektangulære plater, som det gjøres ved sirkulære tilfeller. Årsaken til dette er at løsninger på rektangulære plater vanligvis er innhentet numerisk for spesifikke forholdstall for platedimensjon, lastplassering og randbetingelser.

For rektangulære plater med fri opplagring er maksimum spenning bevist til å være nær senter av platen. Samtidig finner man spenninger av tilsvarende størrelse rundt platens hjørner dersom hjørnene er holdt nede. I alle "casene" til Roark's settes det antagelse om at hjørnene er holdt nede, som referer til en Kirchhoff plate. Timoshenko [10] drøfter økningen av spenning i senter av platen når hjørnene tillates å heve seg. For en jevnt belastet kvadratisk plate er det kommet frem til at denne spenningen øker med omtrent 35 %. Det gjøres antagelse om at lokkets bolter har så stor forspenning at hjørnene anses for å bli holdt nede.

Formler for å regne ut spenning og utbøyning for flate rektangulære plater med konstant tykkelse hentes direkte ut fra Tabell 3.2. Spenningen,  $\sigma$ , er bøyespenning, som er positiv ved strekk på bunnen og trykk på toppen når lasten er normalt nedover på platen. Skjærspenningen neglisjeres som ved tilfeller for sirkulære plater.  $R$  er reaksjonskraften per enhet lengde normalt på platens overflate, overført fra opplagringen på kanten av platen. Maksimal utbøyning av plateplanet er gitt som  $y_{max}$ .

#### Rektangulær plater; fritt opplagret

Plater med jevnt fordelt last over hele flaten som er fritt opplagret ved alle kanter, vil ha maksimum utbøyning:

$$y_{maks} = \frac{\alpha p b^4}{E t^3} \quad (3.49)$$

$\alpha$  = lengde/bredde-forholdstall

$p$  = jevnt fordelt trykk

$b$  = platebredde

$E$  = elastisitetsmodul

$t$  = platetykkelse



Den maksimale spenningen i senter av platen, bøyespenningen:

$$\sigma_{maks} = \sigma_b = \frac{\beta p b^2}{t^2} \quad (3.50)$$

$\beta$  = lengde/bredde-forholdstall

#### Rektangulære plater; fast innspent

Plater med jevnt fordelt last over hele flaten som er fast innspent ved alle kanter, vil ha maksimum utbøyning:

$$y_{maks} = \frac{\alpha p b^4}{Et^3} \quad (3.51)$$

I senter av platen får platen en bøyespenning lik:

$$\sigma = \frac{\beta_2 p b^2}{t^2} \quad (3.52)$$

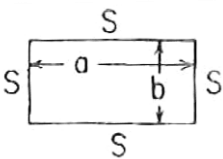
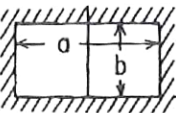
Den maksimale spenningen i senter av langsidene på platen:

$$\sigma_{maks} = \sigma_b = \frac{\beta_1 p b^2}{t^2} \quad (3.53)$$

$\beta_1$  = lengde/bredde-forholdstall

Følgende tabell for rektangulære plater er en modifisert utgave av tabell 11.4 i [3].

Tabell 3.2: Formler for rektangulære plater, fra tabell 11.4 i Roark's [3]

Case nr., randbetingelser	Last	Formler og spesifikke verdier																																																
1. Rektangulær plate, alle kanter fritt opplagret   S = Fri opplagring	1a. Jevnt fordelt over hele platen	(I senter) $\sigma_{maks} = \sigma_b = \frac{\beta p b^2}{t^2}$ og $y_{maks} = -\frac{\alpha p b^4}{E t^3}$ (I senter av langsiden) $R_{maks} = \gamma p b$  <table border="1"> <thead> <tr> <th>a/b</th> <th>1,0</th> <th>1,2</th> <th>1,4</th> <th>1,6</th> <th>1,8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\beta</math></td> <td>0,2874</td> <td>0,3762</td> <td>0,4530</td> <td>0,5172</td> <td>0,5688</td> </tr> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td>0,0444</td> <td>0,0616</td> <td>0,0770</td> <td>0,0906</td> <td>0,1017</td> </tr> <tr> <td><math>\gamma</math></td> <td>0,420</td> <td>0,455</td> <td>0,478</td> <td>0,491</td> <td>0,499</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>2,0</th> <th>3,0</th> <th>4,0</th> <th>5,0</th> <th><math>\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0,6102</td> <td>0,7134</td> <td>0,7410</td> <td>0,7476</td> <td>0,7500</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,1110</td> <td>0,1335</td> <td>0,1400</td> <td>0,1417</td> <td>0,1421</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,503</td> <td>0,505</td> <td>0,502</td> <td>0,501</td> <td>0,500</td> </tr> </tbody> </table> $v = 0,3$	a/b	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	$\beta$	0,2874	0,3762	0,4530	0,5172	0,5688	$\alpha$	0,0444	0,0616	0,0770	0,0906	0,1017	$\gamma$	0,420	0,455	0,478	0,491	0,499		2,0	3,0	4,0	5,0	$\infty$		0,6102	0,7134	0,7410	0,7476	0,7500		0,1110	0,1335	0,1400	0,1417	0,1421		0,503	0,505	0,502	0,501	0,500
a/b	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8																																													
$\beta$	0,2874	0,3762	0,4530	0,5172	0,5688																																													
$\alpha$	0,0444	0,0616	0,0770	0,0906	0,1017																																													
$\gamma$	0,420	0,455	0,478	0,491	0,499																																													
	2,0	3,0	4,0	5,0	$\infty$																																													
	0,6102	0,7134	0,7410	0,7476	0,7500																																													
	0,1110	0,1335	0,1400	0,1417	0,1421																																													
	0,503	0,505	0,502	0,501	0,500																																													
8. Rektangulær plate, alle kanter fast innspent  	8a. Jevnt fordelt over hele platen	(I senter av langside) $\sigma_{maks} = \sigma_b = \frac{-\beta_1 p b^2}{t^2}$ (I senter) $\sigma = \frac{\beta_2 p b^2}{t^2}$ og $y_{maks} = \frac{\alpha p b^4}{E t^3}$  <table border="1"> <thead> <tr> <th>a/b</th> <th>1,0</th> <th>1,2</th> <th>1,4</th> <th>1,6</th> <th>1,8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>\beta_1</math></td> <td>0,3078</td> <td>0,3834</td> <td>0,4356</td> <td>0,4680</td> <td>0,4872</td> </tr> <tr> <td><math>\beta_2</math></td> <td>0,1386</td> <td>0,1794</td> <td>0,2094</td> <td>0,2286</td> <td>0,2406</td> </tr> <tr> <td><math>\alpha</math></td> <td>0,0138</td> <td>0,0188</td> <td>0,0226</td> <td>0,0251</td> <td>0,0267</td> </tr> </tbody> </table> <table border="1"> <thead> <tr> <th></th> <th>2,0</th> <th><math>\infty</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>0,4974</td> <td>0,500</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,2472</td> <td>0,2500</td> </tr> <tr> <td></td> <td>0,0277</td> <td>0,0284</td> </tr> </tbody> </table> $v = 0,3$	a/b	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	$\beta_1$	0,3078	0,3834	0,4356	0,4680	0,4872	$\beta_2$	0,1386	0,1794	0,2094	0,2286	0,2406	$\alpha$	0,0138	0,0188	0,0226	0,0251	0,0267		2,0	$\infty$		0,4974	0,500		0,2472	0,2500		0,0277	0,0284												
a/b	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8																																													
$\beta_1$	0,3078	0,3834	0,4356	0,4680	0,4872																																													
$\beta_2$	0,1386	0,1794	0,2094	0,2286	0,2406																																													
$\alpha$	0,0138	0,0188	0,0226	0,0251	0,0267																																													
	2,0	$\infty$																																																
	0,4974	0,500																																																
	0,2472	0,2500																																																
	0,0277	0,0284																																																

Roark's velger i disse tilfellene en tverrkontraksjon (Poisson's tall),  $\nu = 0,3$ , som en finner igjen i kapittel 5, når lokk i konstruksjonsstål skal testes.

# 4 Finite Element Method (FEM) i ANSYS Workbench

Dette kapittelet vil gi en introduksjon og beskrivelse av Finite Element Method (FEM), også kalt elementmetoden. Samtidig vil simuleringsprogrammet ANSYS Workbench bli presentert som analyseverktøy, brukt i analysene av tynne sirkulære og rektangulære lokk.

## 4.1 Finite Element Method

Finite Element Method (FEM) er den mest brukte numeriske metoden for å løse matematiske og ingeniørmessige problemer, som er for vanskelig for klassiske analytiske metoder. Fortrinnet med metoden er at den beregner og gir løsninger ut fra flere faktorer som geometri, belastning, opplagringsbetingelser og materialegenskaper. Løsninger som er interessante i denne oppgaven er spenninger i materialet, samt deformasjon [29].

FEM tar utgangspunkt i den valgte konstruksjonen, og bygger den opp med finite elementer. Det vil si at uendelige elementer, som hver og en konstruksjon (plate, bjelke, motor, sykkel etc.) består av, blir brutt ned til endelige, eller individuelle, elementer. Elementene er satt sammen som et rutenett med knutepunkter (noder) [29].



*Figur 4.1: Hånd bygget ved hjelp av FEM, presentert ved tre forskjellige elementnett [28]*

Matematisk tar metoden utgangspunkt i differensialligninger og integraluttrykk for å generere et system av algebraiske ligninger. Ligningene bruker forskyvningen i

knutepunktene i løsningen av problemet. Metoden gir altså en tilnærmet løsning. Jo mer presist rutenett og knutepunktene er satt opp under beregningen, desto mer presis blir løsningen ved bruk av FEM [30].

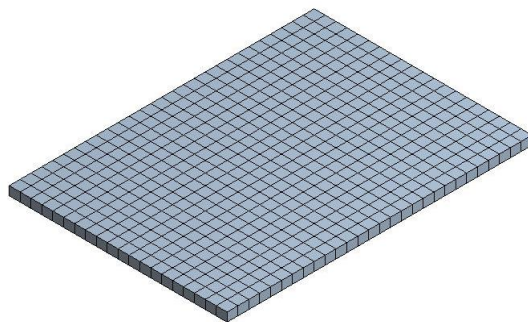
## 4.2 Analyse i ANSYS Workbench

Lineære FEM-analyser (FEA) er i denne oppgaven utført med simuleringprogrammet ANSYS Workbench 13. Dette er et avansert program med et grafisk brukergrensesnitt, tilrettelagt for ingeniørmessige simuleringer. Lisensen på programmet som ble brukt, hadde en begrensning på hvor mange noder som kunne brukes under simulering, men dette hadde ikke innvirkning på resultatene i denne oppgaven.

Analysen vil gi resultater i spenning og utbøyning for tynne lokkplater med liten deformasjon. For å få pålitelige resultater, er det viktig å velge riktig oppsett for analysen. Følgende punkter vil ta for seg modellering og viktige faktorer ved FEM-analysering i ANSYS Workbench, samt feil som kan oppstå med metoden.

### 4.2.1 Mesh - elementnett

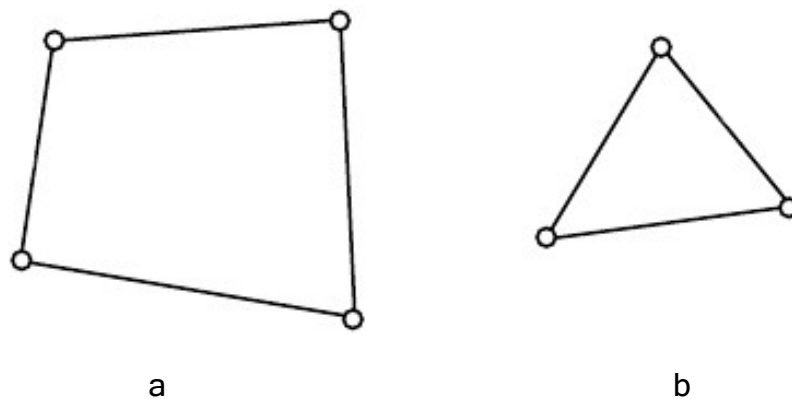
Elementnettet, eller meshet som det heter på fagspråket, på en konstruksjon, bør være finere der hvor en mistenker at større spenninger kan oppstå. Dette er ofte ved hull, skarpe kanter/hjørner, hvor spenninger kan bli svært høye til det uendelige. Med et finere mesh menes det at det er tettere mellom hver node. Ved store konstruksjoner kan simuleringstiden ofte være et hinder når en ønsker et høyt antall noder. Som Kapittel 4.1 gir uttrykk for, er meshingen er svært sentral del av analysering med FEM. Dette er noe som det bør brukes fornuftig tid på når metoden skal brukes, for at resultatene skal bli presise og uten feil.



*Figur 4.2: Strukturert mesh av plate*

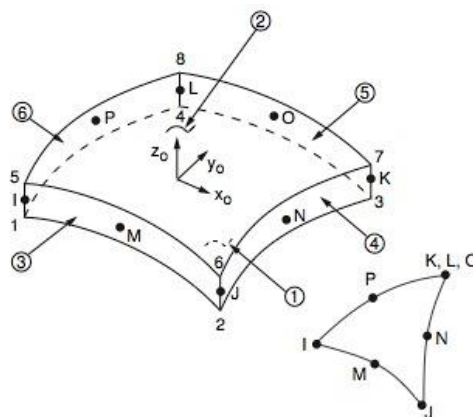
### 4.2.2 Elementtyper

Valg av elementtype er særdeles viktig i analysen og er et valg man gjør ut hva en skal analysere. ANSYS har over hundre forskjellige elementer en kan velge mellom. ANSYS Workbench støtter kun en del av disse. Analysen i denne oppgaven tar for seg 3D modellering av type Surface Body, da geometrien anses som en tynn plate, som fører til at skallelement vil være å foretrekke fremfor solidelement. Elementene å velge mellom i et slikt tilfellet, er enten kvadratisk (quadrilateral), med 4 noder av eller trekantformet (triangle) i ANSYS Workbench [24].



Figur 4.3: 3D 4 (a) og 3 (b) noder skallelement

Kvadratisk er det mest naturlige valget i flertallet av alle tilfeller. Kvadratiske elementer gir et mer presist resultat enn trekantformet, men kan være vanskeligere å lage et fint mesh med, samtidig som simuleringen tar lengre tid grunnet den større kompleksiteten. Trekantede brukes helst for å fylle tomrom hvor kvadratiske ikke passer [24].



Figur 4.4: SHELL281 [31]

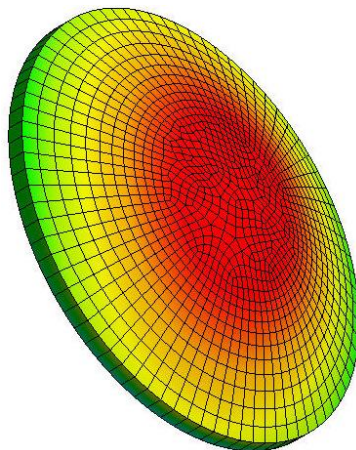
Det velges for både rektangulært og sirkulært lokk, elementet SHELL281. Elementet har midtside noder som gir et 8 noders skallelement av andre orden. Dette har vist seg å være et bra element ved analysing av tynne til "halvtykke" skallkonstruksjoner, hvor konstruksjoner blir utsatt for bøyning [31]. Lokk kan ofte anses som å være i denne klassen, og passer altså bra i denne oppgaven.

### 4.2.3 Feil i FEM-analyse

FEM kan by på flere feil som kan påvirke metodens resultater, og som kan gjøre dimensjoneringen usikker mtp. på sikkerheten, eller føre til overdimensjonering. En har valgt å legge frem de feilene som er eller kan være sentrale i denne oppgaven.

#### Peakspenninger med FEM

ANSYS gir resultater som er såkalte peakspenninger, kontra håndberegningsmetodene som gir en mer gjennomsnittlig bøyepening. Det er egentlig den gjennomsnittlige som er interessant, da en arbeider med duktile materialer. Dette kan gi en sammenligningsproblemstilling. Samtidig er det også analytiske metoder som beregner på det en anser som maksimale spenninger, og ikke maksimale gjennomsnittspenninger. Dette kan for eksempel være for enklere geometrier som sirkulære platekonstruksjoner. Slike beregninger vil da gi noe konservative resultater.



Figur 4.5: FEM viser maksimal bøyepening (normalspenning i x-retning)

### Mesh og elementstørrelse

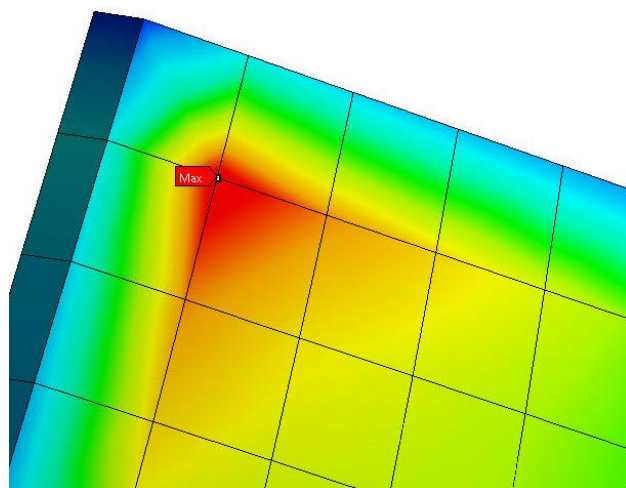
Et fint mesh vil gi et mer presist svar enn et mesh som ikke er like fint. Plassering av nodene har alt å si for. Videre bør elementene holde seg innenfor gitte kriterier ift. størrelser på dens lengder. Disse kriteriene kan variere fra standard til standard, og påvirker for eksempel stivheten i materialet.

Ved å bruke samme element på plater ved forskjellige tykkelser, vil lengdeforholdene også kunne føre til små, upresise svar for tykkelsene seg i mellom. Å sette "Relevance" høyere, samt sette "Relevance center" til fint i ANSYS Workbench, vil programmet bryte platekonstruksjonen ned til mindre elementer og flere noder.

### Lokale konsentrasjoner og flere-akset spenninger

Som med peakspenninger, så viser ANSYS Workbench den høyeste spenninger som vil opptre. Dette kan være noe annet enn det som er interessant, for eksempel ved fri opplagrede plater vil en kunne få lokale spenninger mot hjørnene. Dette kan vise seg som flerakset-spenninger, selv om en bruker en-akset bøyespenning i dimensjoneringen.

Når hjørner holdes nede (opplagret fast i tverretning) vil det skapes spenningskonsentrasjoner mot hjørnene, vist ved Fig. 4.6. Avrundingen av hjørnene vil ha innvirkning på disse spenningene.



Figur 4.6: Lokale konsentrasjoner av spenninger

### **Singularitet**

Langs skarpe hjørner/kanter kan en få høye konsentrasjoner av spenninger, da arealet går mot null. Med et mesh som gjøres finere og finere, vil også spenningene i teorien gå mot det uendelige. Avrundende hjørnene løser dette problemet. En ser aldri til sjeldent at rektangulære lokk ikke har avrundende hjørner.

### **4.2.4 Geometri**

Det bygges opp to forskjellige geometrier i oppgaven, én rektangulær og én sirkulær lokkplate. Oppbyggingen er nevnt ved beskrivelse av element og meshing i kapittelet.

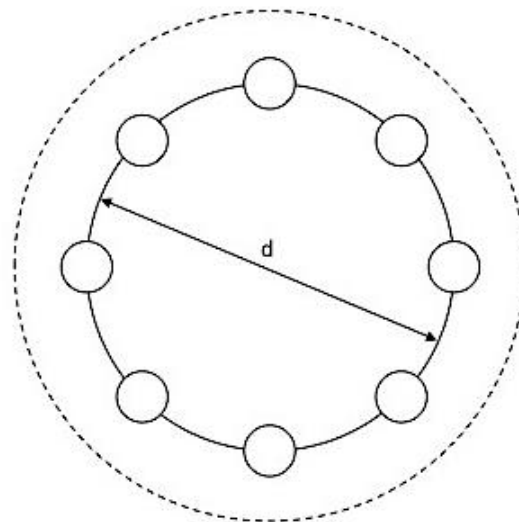


# 5 Caser

Kapittelet vil ta for seg for to forskjellige caser hvor de forskjellige beregningsmetodene for dimensjonering av lokk som er blitt beskrevet, blir benyttet som løsningsverktøy:

- Case 1: Rektangulære lokk
- Case 2: Sirkulære lokk

Som det er beskrevet i teoridel, kan det være flere faktorer som spiller inn når man skal beregne et lokk. Metodene som er lagt frem, forenkler denne beregningen og danner utgangspunkt for casene. Eventuelle eksterne påvirkninger som skulle komme fra forbindelsen som lokket er festet til, sees bort fra. Lengder og diameter som blir oppgitt i casene går ut til sentrum av boltediameteren, se Fig. 5.1. Delen av lokket som vil ligge utenfor boltelinjen(e), ergo ut til stiptet linje, anses ikke å ha innvirkning i denne sammenheng, og tas derfor ikke med i beregningene. Det gjør også en forenkling i at en de halve boltehullene som blir igjen i modellen, blir omgjort til plategods, ergo ytterkanten diameter  $d$  får en jevn flate. Samme prinsippet gjelder for det rektangulære tilfellet. Fig. 5.1 er ment som en billedlig forklaring, og lengde- og størrelsesforholdene er ikke realistiske.

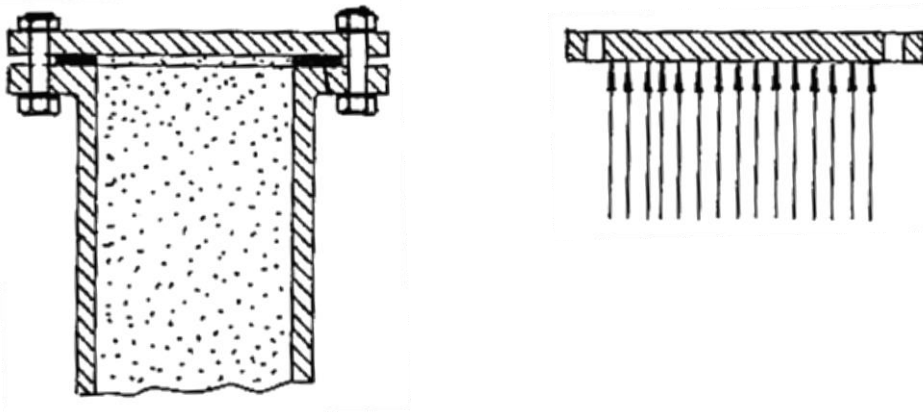


*Figur 5.1: Boltediameter  $d$  som beregningsgrunnlag for et sirkulært lokk*

Lengder, belastningsstørrelse og godstykkelse på lokkene bygges på realistiske tall. Det gjøres klart at den nevnte standarden som inneholder regler for flate produkter av stål for trykkpåkjent utstyr, NS-EN 10028, ikke trekkes inn i case- og analysedel.

Beregningene vil gi et bilde på hvilke maksimale størrelser for spenning og deformasjon en får ved forskjellige lengde/bredde-forhold og lengde/tykkelse-forhold. Casene består av beregning av statisk belastede lokk. Det som er spennende, er å se forholdet mellom resultatene for spenning og deformasjon for de forskjellige metodene blir. Spesielt interessant er sammenligningen med FEM-analysen. Å finne ut hvilke størrelser og mål som er mest optimale, er ikke av like stor interesse i disse casene. Derfor settes det ikke en flytegrense for sammenligning mot en tillatt spenning innenfor elastisitetsgrensen. Brudd testes det heller ikke mot. Likevel må en huske at deformasjonen bør holdes innenfor gitte krav om resultatet skal være presist og troverdig.

Tykkelsen på lokkplaten er konstant over hele flaten. Materialet i begge casene er satt til konstruksjonsstål, med tverrkontraksjon  $\nu = 0,3$ , elastisitetsmodul  $E = 210000 \text{ MPa}$  og tetthet  $= 7900 \text{ kg/m}^3$ . Materialet anses som et lineært elastisk, isotropisk material. Belastningen på lokket er et såkalt internt trykk, normalt på lokkplaten, se et forslag ved Fig. 5.2.

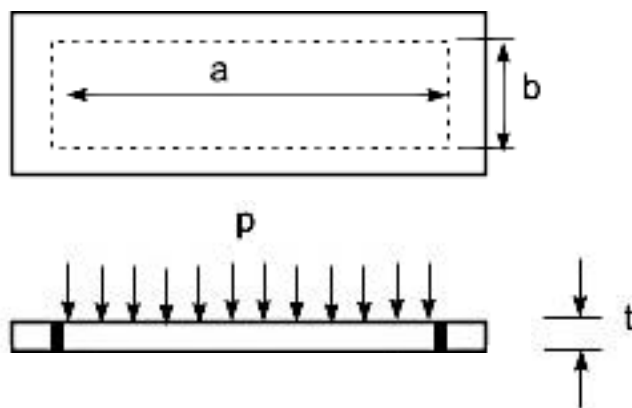


*Figur 5.2: Belastningssituasjon ved caser [2]*

Det er viktig å huske på at kravene om tynne lokk med liten utbøyning skal holdes. Både fritt opplagring og fast innspent testes ut for de metodene som har denne muligheten. Beregninger som ikke presenteres i dette kapittelet, er vedlagt som vedlegg.

## 5.1 Case 1 - Rektangulære lokk

I case 1 testes rektangulære lokk med forskjellige tykkelser og sidekanter. Casen tar ikke forbehold om eventuelle avrundede hjørner, som oftest vil forekomme i slike lokk.



Figur 5.3: Rektangulært lokk med tverrlast og mål, case 1

Lokket er jevnt belastet med et trykk på  $p = 20 \text{ bar} = 2 \text{ MPa}$ . Minste sidekant, bredde, settes til  $b = 100 \text{ mm}$ .

Tabell 5.1: Aktuelle mål og størrelser

Konstanter		Størrelser som testes		Størrelsesforhold	
Trykk, $p \text{ [MPa]}$	Bredde, $b \text{ [mm]}$	Tykkelse, $t \text{ [mm]}$	Lengde, $a \text{ [mm]}$	$a/b$	$t/b$
2	100	4	140	1,4	0,04
		6	160	1,6	0,06
		8	200	2,0	0,08
		10	100	1,0	0,10

Som vi ser ut fra tabellen om størrelsesforhold, går lokkplaten under betegnelsen som tynn, da  $t/b \leq 0,10$ . Det testes lokk som er fra kvadratiske til slanke med lengde/breddeforhold opp til 2.

### 5.1.1 Klassisk metode for rektangulære lokk

Utrekningen av lokk med tykkelse  $t = 4 \text{ mm}$  og lengde  $a = 140 \text{ mm}$  blir fremvist under, resten finnes i vedlegg.

Finner kraften på halve platen (lokket) med trekantform:

$$0,5 \cdot F = 0,5 \cdot a \cdot b \cdot p = 0,5 \cdot 140 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm} \cdot 2 \text{ N/mm}^2 = 14000 \text{ N}$$

Kraftens avstand fra diagonalinjen blir:

$$x_1 = \frac{a \cdot b}{3\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{140 \cdot 100}{3\sqrt{140^2 + 100^2}} \text{ mm} = 27,124 \text{ mm}$$

Angrepspunktets avstand fra diagonaltverrsnittet:

$$x_2 = \frac{a \cdot b}{2\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{140 \cdot 100}{2\sqrt{140^2 + 100^2}} \text{ mm} = 40,687 \text{ mm}$$

Bøyemomentet som de to kreftene danner:

$$M_b = 0,5 \cdot F \cdot (x_2 - x_1) = 14000 \text{ N} \cdot (40,687 - 21,124) \text{ mm} = 189871,143 \text{ N/mm}$$

Forenkler tverrsnittsmodulem (motstandsmomentet) til:

$$W \approx \frac{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot t^2}{6} = \frac{\sqrt{140^2 + 100^2} \text{ mm} \cdot (4 \text{ mm})^2}{6} = 458,791 \text{ mm}^3$$

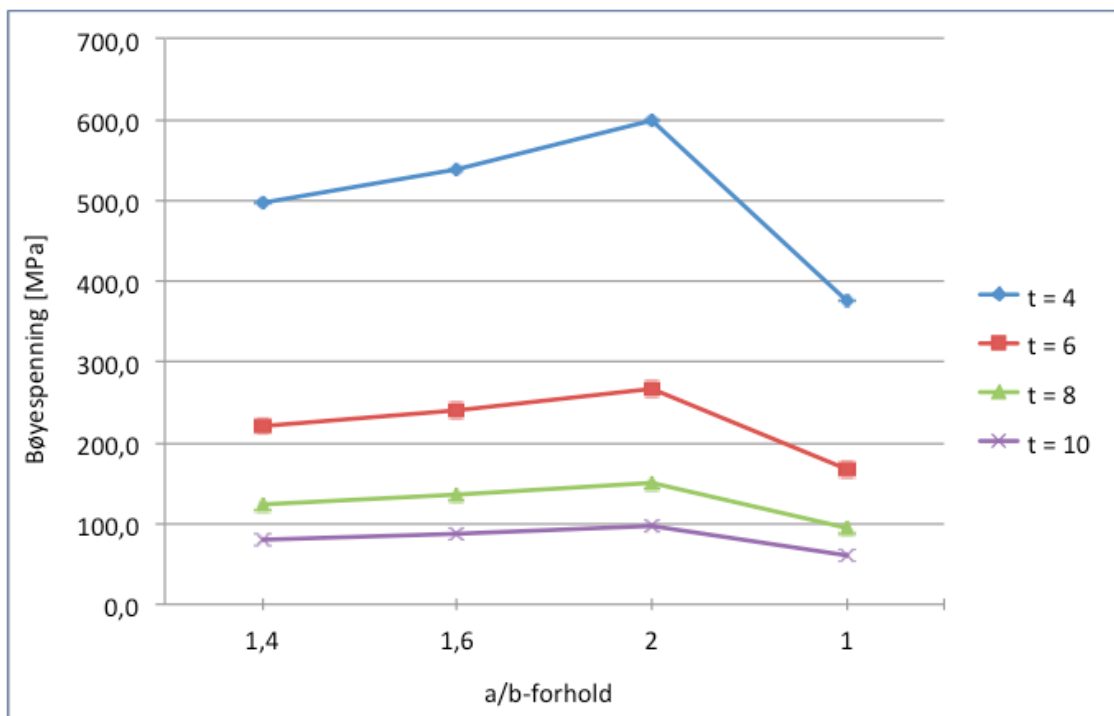
Legger til 20 % for usikkerhet i beregningsmodellen, som gir bøyepeningen:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{3,6 \cdot F(x_2 - x_1)}{\sqrt{a^2 + b^2} \cdot t^2} = \frac{3,6 \cdot 28000 \text{ N} \cdot (40,687 - 27,124) \text{ mm}}{\sqrt{140^2 + 100^2} \cdot 4^2 \text{ mm}^3} = 496,7 \text{ MPa}$$

I Tabell 5.2 legges frem resultatene etter beregningene med klassisk metode.

Tabell 5.2: Beregnet bøyespenning etter klassisk metode

Sidekanter [mm]	Beregnet bøyespenning, $\sigma_b$ [MPa]			
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140, b = 100	496,6	220,7	124,2	79,5
a = 160, b = 100	539,3	239,7	134,8	86,3
a = 200, b = 100	600,0	266,7	150,0	96,0
a = 100, b = 100	375,0	166,7	93,8	60,0



Figur 5.4: Kurvediagram med bøyespenning ved ulike a/b-forhold

### 5.1.2 Klassisk metode, forenklet, for rektangulære lokk

Utrekningen av lokk med tykkelse  $t = 4 \text{ mm}$  og lengde  $a = 140 \text{ mm}$  blir fremvist under, resten finnes i vedlegg.

Finner kraften på halve platen (lokket) med rektangulær form:

$$0,5 \cdot F = 0,5 \cdot a \cdot b \cdot p = 0,5 \cdot 140 \text{ mm} \cdot 100 \text{ mm} \cdot 2 \text{ N/mm}^2 = 14000 \text{ N}$$

Kraftens avstand fra midtlinjen:

$$x_1 = \frac{b}{4} = \frac{100}{4} \text{ mm} = 25 \text{ mm}$$

Angrepspunktets avstand til boltelinje fra midten:

$$x_2 = \frac{b^2 + 2ab}{4 \cdot (a + b)} = \frac{100^2 + 2 \cdot 140 \cdot 100}{4 \cdot (140 + 100)} \text{ mm} = 39,583 \text{ mm}$$

Bøyemomentet som de to kreftene danner blir da:

$$M_b = 0,5 \cdot F \cdot (x_2 - x_1) = 0,5 \cdot 14000 \cdot (39,583 - 25) \text{ mm} = 204166,667 \text{ N/mm}$$

Forenkler tverrsnittsmodulem (motstandsmomentet) til:

$$W = \frac{b \cdot t^2}{6} = \frac{100 \text{ mm} \cdot (4 \text{ mm})^2}{6} = 266,667 \text{ mm}^3$$

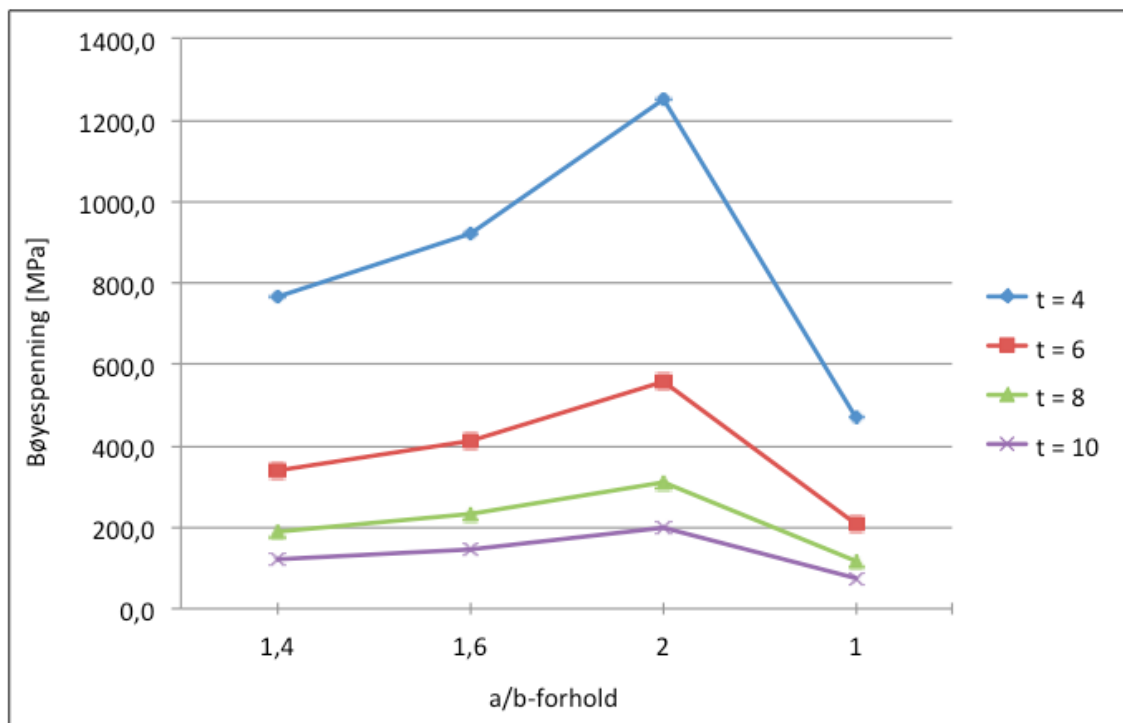
Bøyespenningen:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W} = \frac{3 \cdot F}{4 \cdot t^2} \cdot \frac{a}{(a + b)} = \frac{3 \cdot 28000 \text{ N}}{4 \cdot (4 \text{ mm})^2} \cdot \frac{140 \text{ mm}}{(140 + 100) \text{ mm}} = 765,6 \text{ MPa}$$

Tabell 5.3 gir resultatene etter beregningene med forenklet metode.

Tabell 5.3: Bøyesspenning etter forenklet metode

Sidekanter [mm]	Beregnet bøyesspenning, $\sigma_b$ [MPa]			
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140, b = 100	765,6	340,3	191,4	122,5
a = 160, b = 100	923,1	410,3	230,8	147,7
a = 200, b = 100	1250,0	555,6	312,5	200,0
a = 100, b = 100	468,8	208,3	117,2	75,0



Figur 5.5: Kurvediagram med bøyesspenning ved ulike a/b-forhold

### 5.1.3 Platestripemetoden

Platestripemetoden tar utgangspunkt i et stort a/b-forhold, og lengden får dermed ikke betydning i forhold til beregningen. Det beregnes for kun ulike tykkelser og opplagingsmetoder.

Vet at platestripelengde er lik bredden på lokket,  $a_s = b$ .

#### Spenning

Ved fri opplagring settes momentfaktor  $C_m$  i Formel 3.26 til 8. Ved fast innspenning settes momentfaktor  $C_m$  i Formel 3.26 til 12. Bøyepeningen regnes da med:

Fritt opplagret:

$$\sigma_b = \frac{3pa_s^2}{4t^2}$$

Fast innspent:

$$\sigma_b = \frac{pa_s^2}{2t^2}$$

I Tabell 5.4 legges frem resultatene etter beregningene med platestripemetoden for bøyepeningen.

Tabell 5.4: Bøyepening etter platestripemetoden

Sidekanter [mm]	Opplagring	Beregnet bøyepening, $\sigma_b$ [MPa]			
		Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140 b = 100	Fri	937,5	416,7	234,4	150,0
	Fast	625,0	277,8	156,3	100,0
a = 160 b = 100	Fri	937,5	416,7	234,4	150,0
	Fast	625,0	277,8	156,3	100,0
a = 200 b = 100	Fri	937,5	416,7	234,4	150,0
	Fast	625,0	277,8	156,3	100,0
a = 100 b = 100	Fri	937,5	416,7	234,4	150,0
	Fast	625,0	277,8	156,3	100,0



**Utbøyning**

Finner først korrigert platestivhet for den enkelte tykkelse  $t$  fra Formel 3.38.

$$t = 4 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (4 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 1230769,231 \text{ Nmm}$$

$$t = 6 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (6 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 4153846,154 \text{ Nmm}$$

$$t = 8 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (8 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 9846153,846 \text{ Nmm}$$

$$t = 10 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (10 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 19230769,230 \text{ Nmm}$$

Beregning av utbøyning utføres med formler for utbøyning i Kapittel 3.2 for fritt og fast innspent lokk.

Fritt opplagret:

$$y_{maks} = \frac{5}{384} \cdot \frac{pa_s^4}{D}$$

Fast innspent:

$$y_{maks} = \frac{1}{384} \cdot \frac{pa_s^4}{D}$$

I Tabell 5.5 legges frem resultatene etter beregningene med platestripemetoden for utbøyning.

Tabell 5.5: Utbøyning etter platestripemetoden

Sidekanter [mm]	Opplagring	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]			
		Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140	Fri	2,116	0,627	0,264	0,135
b = 100	Fast	0,423	0,125	0,053	0,027
a = 160	Fri	2,116	0,627	0,264	0,135
b = 100	Fast	0,423	0,125	0,053	0,027
a = 200	Fri	2,116	0,627	0,264	0,135
b = 100	Fast	0,423	0,125	0,053	0,027
a = 100	Fri	2,116	0,627	0,264	0,135
b = 100	Fast	0,423	0,125	0,053	0,027

Ved utbøyning for tykkelse  $t = 4 \text{ mm}$ , fri opplagring, er utbøyningen over grensen for kriteriet for deformasjon for tynne lokk med liten deformasjon,  $y_{maks} < t/2$ .

#### 5.1.4 Metode etter Roark's Formulas for Strain and Stress for rektangulære lokk

##### Spenning

Roark's setter en konstant mhp. lengde/bredde-forholdet for fritt opplagret ( $\beta$ ) og fast innspent ( $\beta_1$ ). Faktorene i denne casen fra hentes Tabell 3.2. Beregning av spenning utføres med formel for spenning i Kapittel 3.3 for fritt og fast innspent lokk.

Fritt opplagret:

$$\sigma_b = \frac{\beta p b^2}{t^2}$$

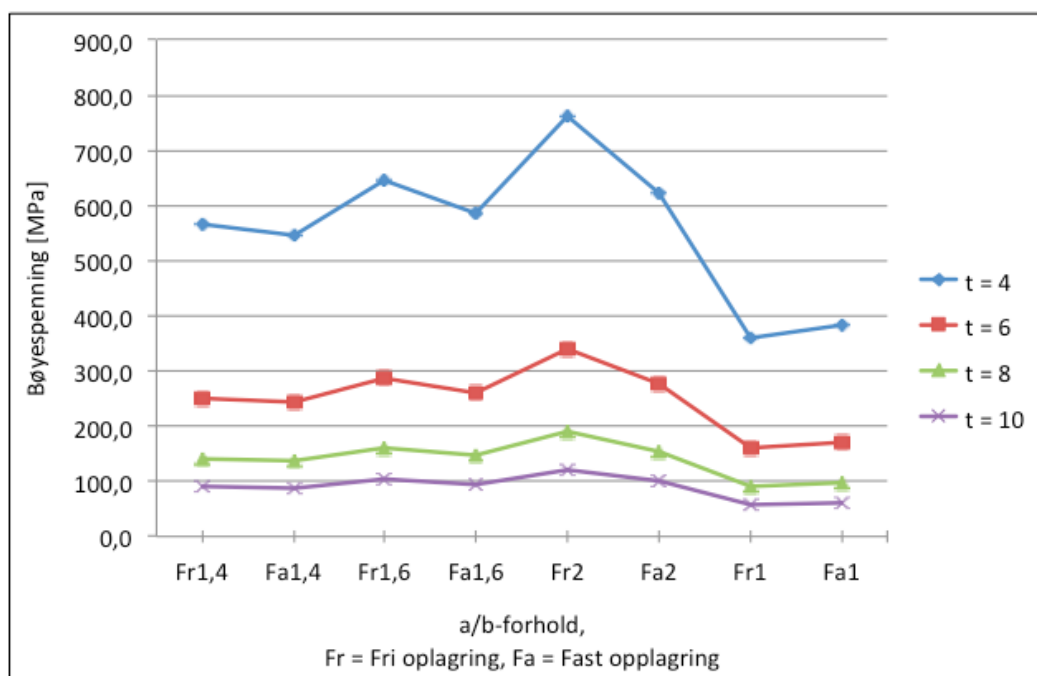
Fast innspent:

$$\sigma_b = \frac{\beta_1 p b^2}{t^2}$$

Tabell 5.6 gir resultatene etter beregningene med Roark's for bøyepeningen.

Tabell 5.6: Bøyespennning etter formler i Roark's

Sidekanter [mm]	Opplagring	Forholdstall	Beregnet bøyespennning, $\sigma_b$ [MPa]			
			Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140 b = 100	Fri	$\beta = 0,4530$	566,3	251,7	141,6	90,6
	Fast	$\beta_1 = 0,4356$	544,5	242,0	136,1	87,1
a = 160 b = 100	Fri	$\beta = 0,5172$	646,5	287,3	161,6	103,4
	Fast	$\beta_1 = 0,4680$	585,0	260,0	146,3	93,6
a = 200 b = 100	Fri	$\beta = 0,6102$	762,8	339,0	190,7	122,0
	Fast	$\beta_1 = 0,4974$	621,8	276,3	155,4	99,5
a = 100 b = 100	Fri	$\beta = 0,2874$	359,3	159,7	89,8	57,5
	Fast	$\beta_1 = 0,3078$	384,8	171,0	96,2	61,6



Figur 5.6: Kurvediagram med bøyespennning ved ulike a/b-forhold og opplagringer

### Utbøyning

Roark's konstant ( $\alpha$ ) mhp. lengde/bredde-forholdet når det kommer til utbøyning, hentes fra Tabell 3.2. Beregning av utbøyning utføres med formel for utbøyning i kapittel 3.3, gjeldene for både for fritt og fast innspent lokk:

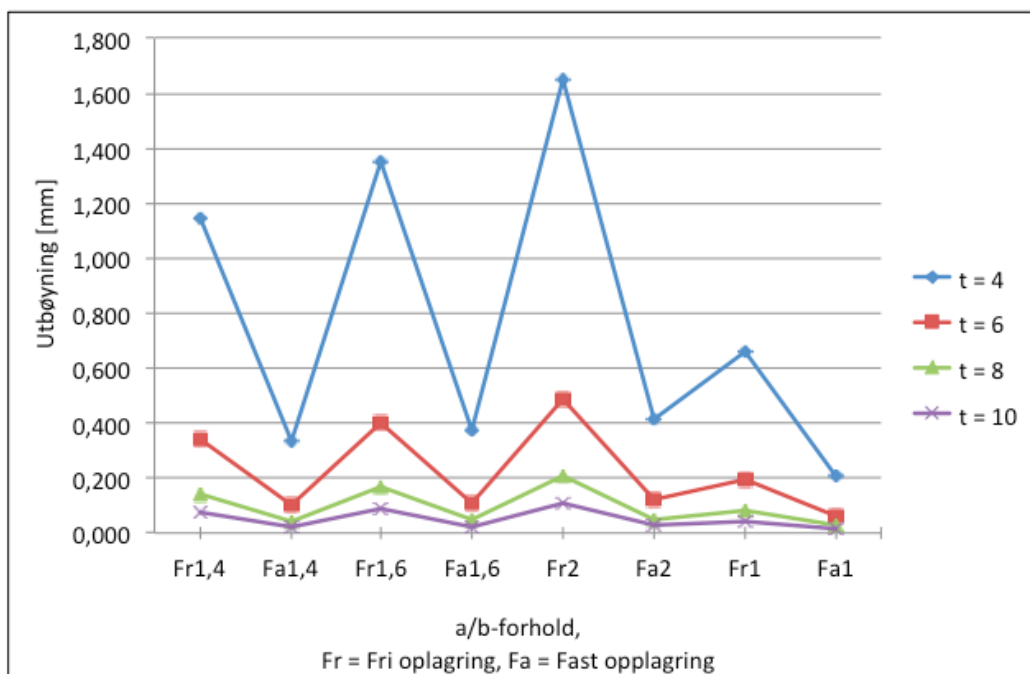
$$y_{maks} = \frac{\alpha q b^4}{Et^3}$$

I Tabell 5.7 legges frem resultatene etter beregningene med platestripemetoden for utbøyning.

Tabell 5.7: Utbøyning etter formler i Roark's

Sidekanter [mm]	Opplagring	Forholdstall	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]			
			Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140 b = 100	Fri	$\alpha = 0,0770$	1,146	0,340	0,143	0,073
	Fast	$\alpha = 0,0226$	0,336	0,100	0,042	0,022
a = 160 b = 100	Fri	$\alpha = 0,0906$	1,348	0,399	0,169	0,086
	Fast	$\alpha = 0,0251$	0,374	0,111	0,047	0,024
a = 200 b = 100	Fri	$\alpha = 0,1110$	1,652	0,489	0,206	0,106
	Fast	$\alpha = 0,0277$	0,412	0,122	0,052	0,026
a = 100 b = 100	Fri	$\alpha = 0,0444$	0,661	0,196	0,083	0,042
	Fast	$\alpha = 0,0138$	0,205	0,061	0,026	0,013

Alle deformasjoner er innenfor kriteriet  $y_{maks} < t/2$ .



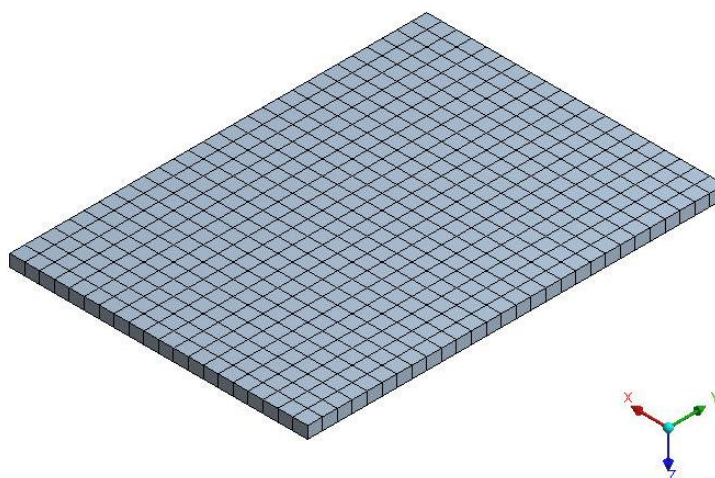
Figur 5.7: Kurvediagram med utbøyning ved ulike a/b-forhold og opplagringer

### 5.1.5 FEM-analyse i ANSYS Workbench

Element er allerede valgt til SHELL281, og materialvalg settes til hva casen tilsier for konstruksjonsstål. Stivhetsoppførselen anses som fleksibel.

#### Mesh

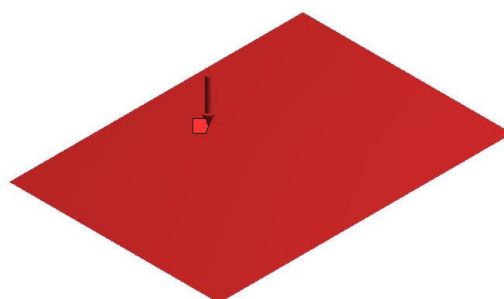
- "Mapped Face Meshing" velges, med kubisk metode, for å få et jevnt og fint mesh over hele lokkplaten
- Relevance settes til 100, med et "fint" Relevance Center.
- Elementstørrelse = 5 mm
- Antall elementer = 1777
- Antall noder = 560



Figur 5.7: Mesh av lokkplate

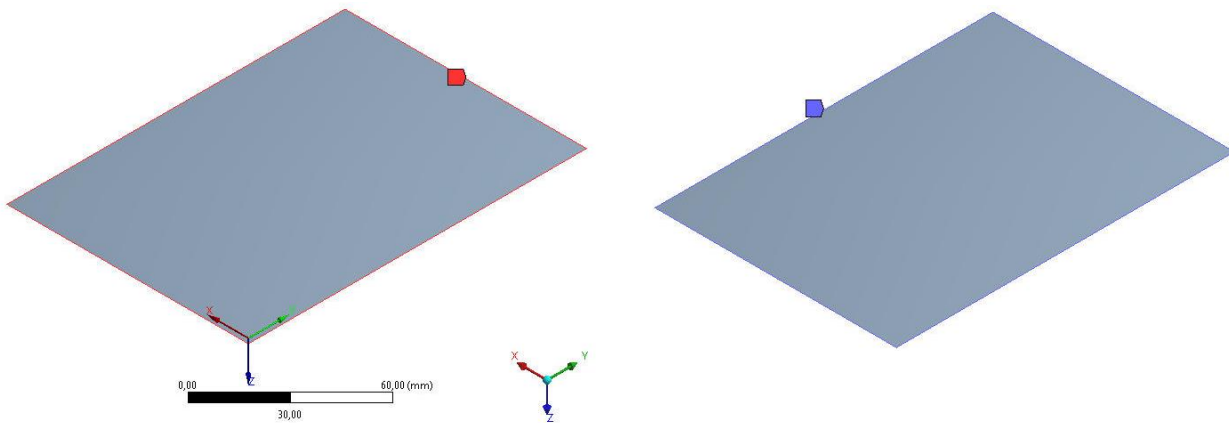
#### Last og opplagring

Et trykk på 2 MPa settes normalt på flaten i z-retning.



Figur 5.8: Trykk på lokkplate

Videre velges opplagringene langs alle fire kantene ved både fri opplagring og fast innspenning. Ved fri opplagring velges z-retning som fastholdt, mens fri i x- og y-retning.



Figur 5.9: To opplagringstilfeller; (a) fritt opplagret, (b) fast innspent

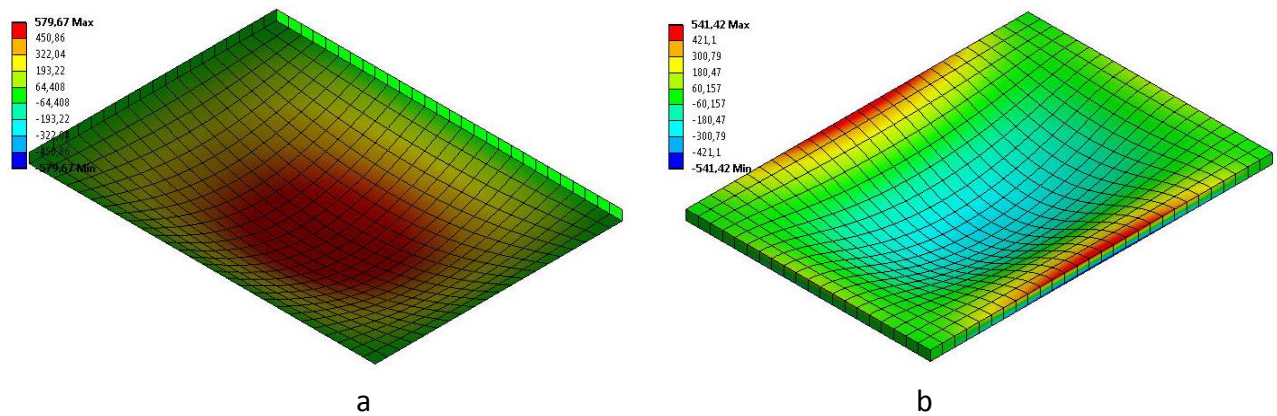
### Beregning av spenning

I Tabell 5.8 legges frem resultatene av FEM-analysen for rektangulære lokkplater mhp. bøyespenning.

Tabell 5.8: Bøyespenning etter FEM-analyse

Sidekanter [mm]	Opplagring	Beregnet bøyespenning, $\sigma_b$ [MPa]			
		Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140 b = 100	Fri	579,7	260,2	147,8	95,5
	Fast	541,4	239,9	134,3	85,4
a = 160 b = 100	Fri	659,6	295,7	167,8	108,3
	Fast	582,8	258,5	145,0	92,4
a = 200 b = 100	Fri	773,9	346,1	195,9	126,1
	Fast	619,8	275,3	154,8	98,9
a = 100 b = 100	Fri	369,5	166,3	94,7	61,3
	Fast	380,8	167,9	93,5	59,1

Figur 5.10 viser eksemplisplot for bøyespenning ved begge opplagringstilfellene. Alle plots legges som vedlegg.



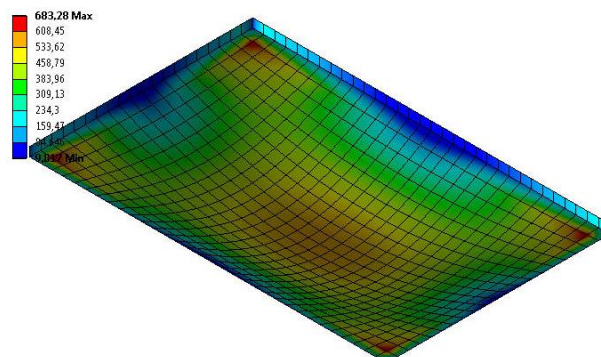
Figur 5.10: Eksempelplot for  $t = 4$ ,  $a/b = 1,4$ , ved fri opplagring (a) og fast innspenning (b)

Analysen gir ut en høyere von Mises-spenning ved tilfellene:

Tabell 5.9: Von Mises-spenninger etter FEM-analyse

Sidekanter [mm]	Opplagring	Beregnet von Mises, $\sigma_{jf}$ [MPa]			
		Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140 b = 100	Fri	647,7	261,8	-	-
	Fast	-	-	-	-
a = 160 b = 100	Fri	683,3	-	-	-
	Fast	-	-	-	-
a = 200 b = 100	Fri	-	-	-	-
	Fast	-	-	-	-
a = 100 b = 100	Fri	505,1	204,9	101,2	-
	Fast	-	-	-	-

Figur 5.11 viser plot for von Mises-spenninger for en fri lokkplate med  $t = 6 \text{ mm}$ ,  $a/b$  lik 1,4.



Figur 5.11: Von Mises-spenninger ved hjørnene for fritt opplagret lokkplate,  $t = 6$ ,  $a/b = 1,4$ ,

## Beregning av utbøyning

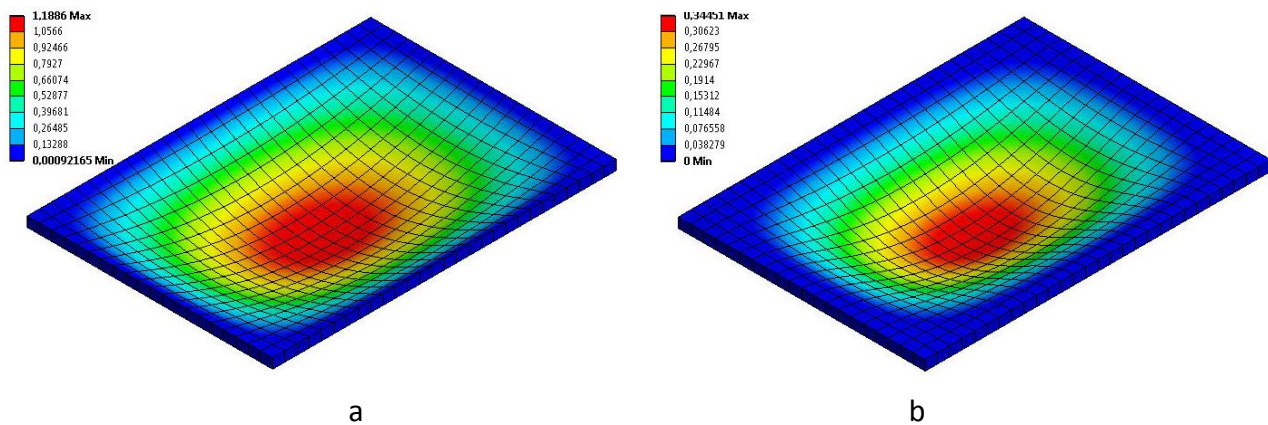
I Tabell 5.10 legges frem resultatene etter FEM-analyse for utbøyning.

Tabell 5.10: Utbøyning etter FEM-analyse

Sidekanter [mm]	Opplagring	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]			
		Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
a = 140	Fri	1,189	0,359	0,155	0,081
b = 100	Fast	0,345	0,105	0,046	0,025
a = 160	Fri	1,389	0,419	0,180	0,094
b = 100	Fast	0,383	0,117	0,051	0,027
a = 200	Fri	1,680	0,505	0,216	0,113
b = 100	Fast	0,421	0,128	0,056	0,030
a = 100	Fri	0,688	0,209	0,091	0,048
b = 100	Fast	0,212	0,065	0,029	0,016

Alle deformasjoner er innenfor kriteriet  $y_{maks} < t/2$ .

Figur 5.12 viser eksempelsplot for utbøyning ved begge opplagringstilfellene.

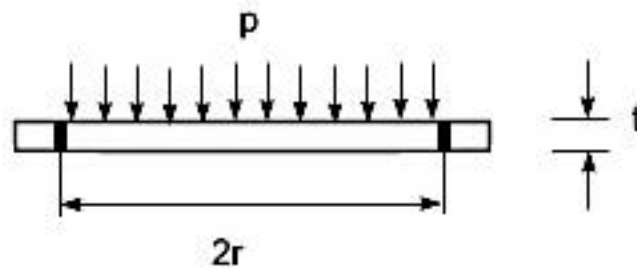


Figur 5.12: Eksempelplot for  $t = 4$ ,  $a/b = 1,4$ , ved fri opplagring (a) og fast innspenning (b)



## 5.2 Case 2 - Sirkulære lokk

I case 2 testes sirkulært lokk med forskjellige tykkelser.



Figur 5.13: Sirkulært lokk med tverrlast og mål, til case 2

Lokket er jevnt belastet med et trykk på  $p = 20 \text{ bar} = 2 \text{ MPa}$ . Minste sidekant, bredde, settes til  $b = 100 \text{ mm}$ .

Tabell 5.11: Aktuelle mål og størrelser

Konstanter		Størrelser som testes	Størrelsesforhold
Trykk, $p$ [MPa]	Diameter, $d$ [mm]	Tykkelse, $t$ [mm]	$t/d$
2	100	4	0,04
		5	0,05
		6	0,06
		7	0,07
		8	0,08
		9	0,09
		10	0,10

Som vi ser ut fra tabellen om størrelsesforhold, går lokkplaten under betegnelsen som tynn, da  $t/d \leq 0,10$ .

### 5.2.1 Klassisk metode for sirkulære lokk

Fra Kapittel 3.1 vet vi at momentet i diagonalsnittet (Formel 3.4) og det tilnærmede mostandsmomentet (Formel 3.6) gir bøyespenningen medregnet usikkerheten på 20 % lik:

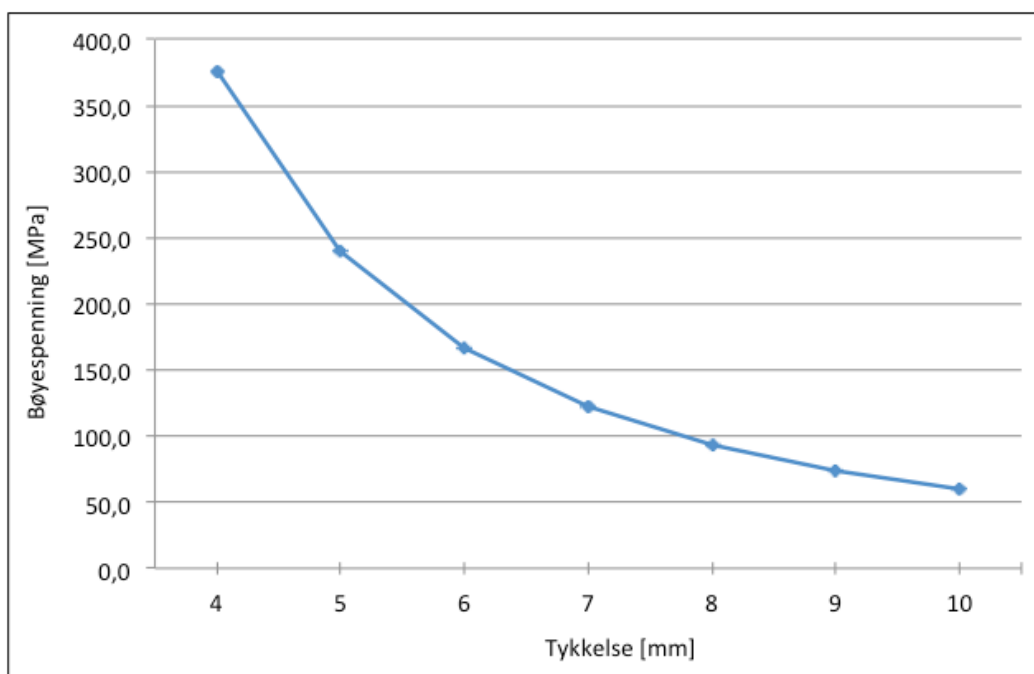
$$\sigma_b = 1,2 \cdot \frac{M_b}{W} = \frac{1,2 \cdot p \cdot R^2}{t^2}$$

R er radius = 50 mm.

Bøyspenningen ved gitte tykkelser blir for klassisk metode beregnet til å bli de resultater som Tabell 5.12 gir.

Tabell 5.12: Bøyespenning etter klassisk metode

Beregnet bøyespenning, $\sigma_b$ [MPa]						
Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
375,0	240,0	166,7	122,5	93,8	74,1	60,0



Figur 5.14: Kurvediagram med bøyespenning ved ulike tykkelser

### 5.2.2 Platestripemetoden

Å ta i bruk platestripemetoden ved sirkulære problemer som dette, er ikke vanlig praksis. Det vil være interessant å se resultatene som kommer ut, og om metoden kan vurderes som en forenklet beregningsmetode for tynne sirkulære lokk. Det beregnes for ulike tykkelser og opplagingsmetode.

Det testes en metode som på forhånd mistenkes å være veldig konservativ. Det velges ut en stripe som går over midten på lokket, og gjør beregninger på denne. Platestripelengde  $a_s$  blir da lik diameteren på lokket, som altså er lik diameteren som boltesirkelen angir.

#### Spenning

Ved fri opplagring settes momentfaktor  $C_m$  i Formel 3.26, til 8. Bøyepeningen regnes da:

$$\sigma_b = \frac{3pa_s^2}{4t^2}$$

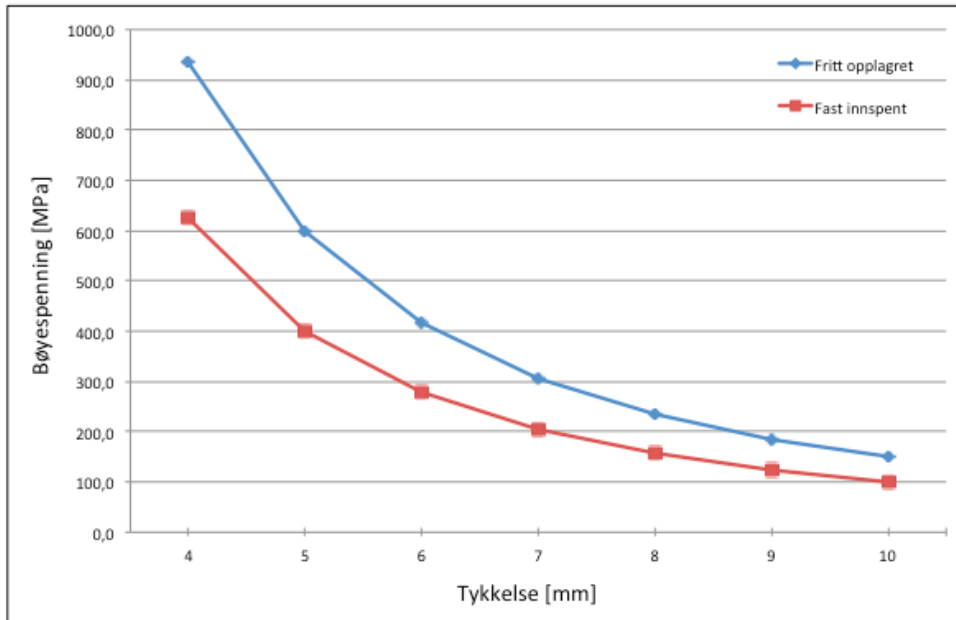
Ved fast innspenning settes momentfaktor  $C_m$  i Formel 3.26, til 12. Bøyepeningen regnes da:

$$\sigma_b = \frac{pa_s^2}{2t^2}$$

I Tabell 5.13 legges frem resultatene etter beregningene med platestripemetoden for bøyepeningen.

Tabell 5.13: Bøyepening etter platestripemetoden

Opplagring	Beregnet bøyepening, $\sigma_b$ [MPa]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fri	937,5	600,0	416,7	306,1	234,4	185,2	150,0
Fast	625,0	400,0	277,8	204,1	156,3	123,5	100,0



Figur 5.15: Kurvediagram med bøyesspenning ved ulike tykkelser

### Utbøyning

Finner først korrigert platestivhet  $D$  for den enkelte tykkelse  $t$ .

$$t = 4 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (4 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 1230769,231 \text{ Nmm}$$

$$t = 5 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (5 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 2403846,154 \text{ Nmm}$$

$$t = 6 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (6 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 4153846,154 \text{ Nmm}$$

$$t = 7 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (7 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 6596153,846 \text{ Nmm}$$

$$t = 8 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (8 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 9846153,846 \text{ Nmm}$$

$$t = 9 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (9 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 14019230,769 \text{ Nmm}$$

$$t = 10 \text{ mm: } D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{210000 \text{ N/mm}^2 \cdot (10 \text{ mm})^3}{12(1-0,3^2)} = 19230769,230 \text{ Nmm}$$

Beregning av utbøyning utføres med formel for utbøyning i Kapittel 3.2 for fritt og fast innspent lakk.

Fritt opplagret:

$$y_{maks} = \frac{5}{384} \cdot \frac{pa_s^4}{D}$$

Fast innspent:

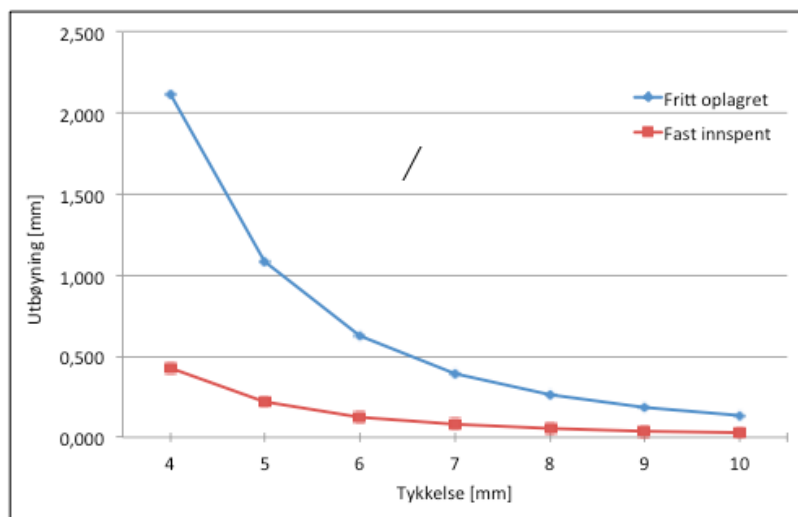
$$y_{maks} = \frac{1}{384} \cdot \frac{pa_s^4}{D}$$

Tabell 5.13 gir resultatene etter beregningene med platestripemetoden for utbøyning.

Tabell 5.13: Utbøyning etter platestripemetoden

Opplagring	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fri	2,116	1,083	0,627	0,395	0,264	0,186	0,135
Fast	0,423	0,217	0,125	0,079	0,053	0,037	0,027

Ved utbøyning for tykkelse  $t = 4 \text{ mm}$ , fri opplagring, er utbøyningen over grensen for kriteriet for deformasjon for tynne lokk med liten deformasjon,  $y_{maks} < t/2$ .



Figur 5.16: Kurvediagram med utbøyning ved ulike tykkelser

### 5.2.3 Metode etter Roark's Formulas for Strain and Stress for sirkulære lokk

#### Spenning

Beregning av spenning utføres med formel for spenning i Kapittel 3.3 for fritt og fast innspent sirkulært lokk. Poisson's tall for stål settes til 0,3.

Fritt opplagret:

$$\sigma_b = \frac{3pr^2}{8t^2} (3 + \nu)$$

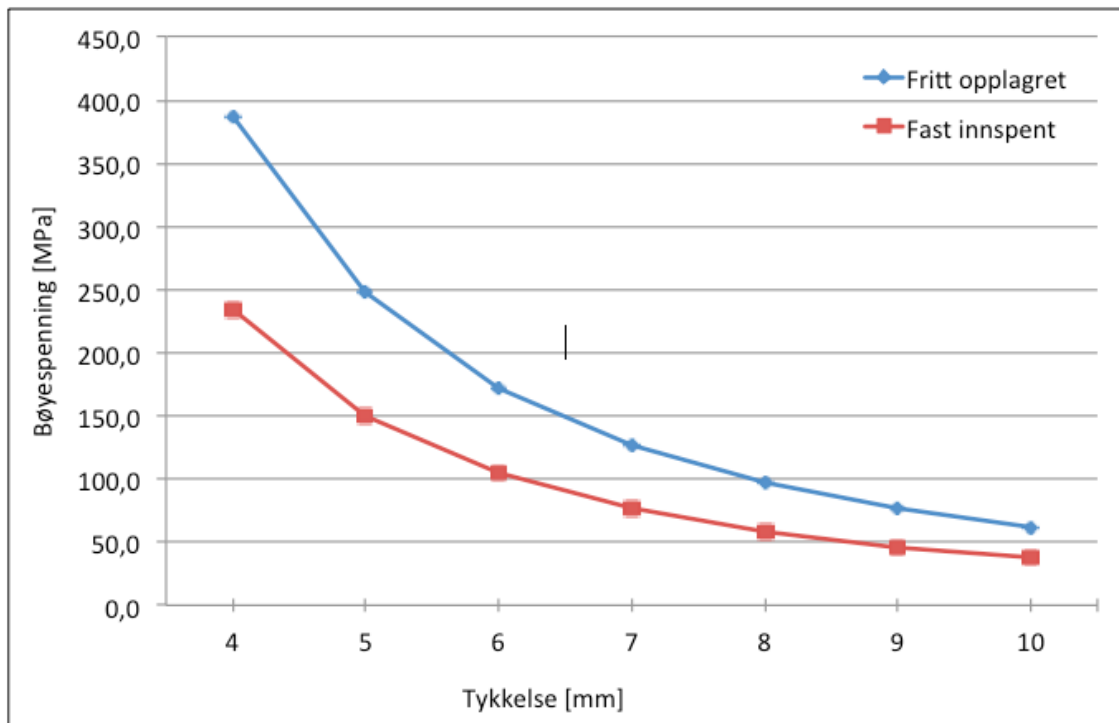
Fast innspent:

$$\sigma_b = \frac{3pr^2}{4t^2}$$

I Tabell 5.15 legges frem resultatene etter beregningene med Roark's for bøyespenningen.

Tabell 5.15: Bøyespenning etter formler i Roark's

Opplagring	Beregnet bøyespenning, $\sigma_b$ [MPa]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fast	386,7	247,5	171,9	126,3	96,7	76,4	61,9
Fri	234,4	150,0	104,2	76,5	58,6	46,3	37,5



Figur 5.17: Kurvediagram med bøyesspenning ved ulike tykkelser

### Utbøyning

Platestivheten som brukes hentes fra Kapittel 5.2.2. Beregning av utbøyning utføres med formel for utbøyning i kapittel 3.3, for fritt og fast innspent sirkulært lokk. Poisson's tall for stål settes til 0,3.

Fritt opplagret:

$$y_{maks} = \frac{pr^4 (5 + \nu)}{64D (1 + \nu)}$$

Fast innspent:

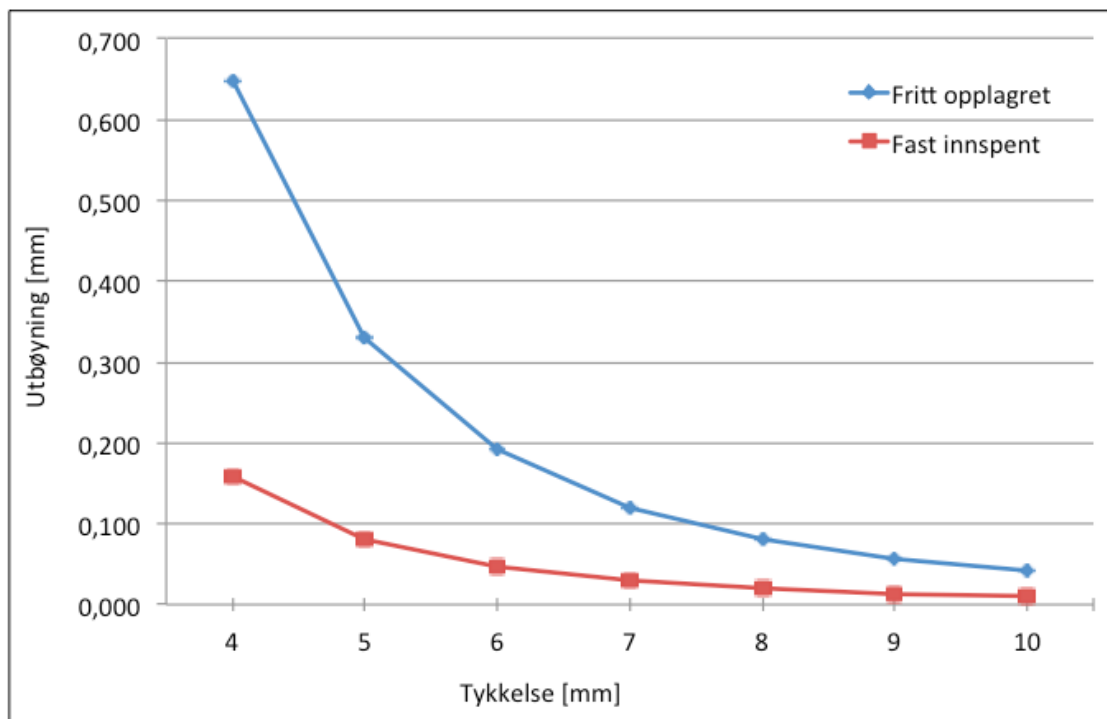
$$y_{maks} = \frac{pr^4}{64D}$$

I Tabell 5.16 legges frem resultatene etter beregningene med Roark's for utbøyning.

Tabell 5.16: Utbøyning etter formler i Roark's

Opplagring	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fast	0,647	0,331	0,192	0,121	0,081	0,057	0,041
Fri	0,159	0,081	0,047	0,030	0,020	0,014	0,010

Alle deformasjoner er innenfor kriteriet  $y_{maks} < t/2$ .



Figur 5.18: Kurvediagram med utbøyning ved ulike tykkelser

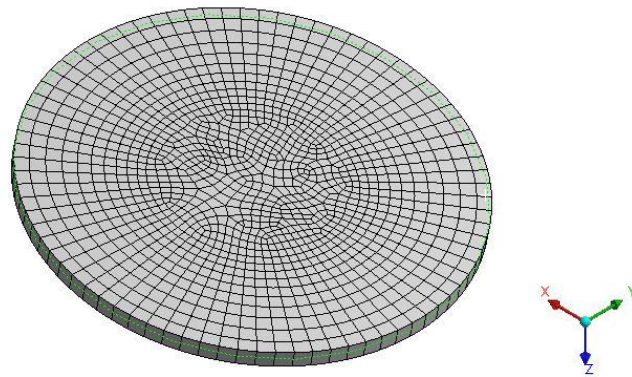


### 5.2.4 FEM-analyse i ANSYS Workbench

Element er allerede valgt til SHELL281, og materialvalg settes til hva casen tilsier for konstruksjonsstål. Stivhetsoppførselen anses som fleksibel. De sentrale grepene rundt mesh presentert under.

#### Mesh

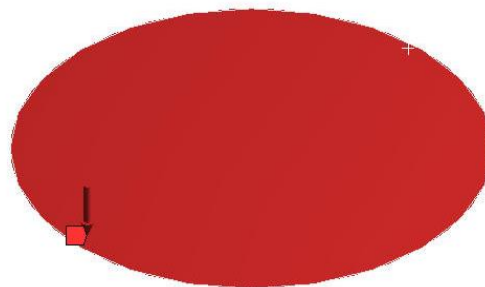
- Meshmetode settes til kubiske elementer, med bruk av "Inflation" med 10 layers for å få et ryddig og balansert mesh rundt kantene og inn mot senter
- "Relevance" settes til 100, med et fint "Relevance Center".
- Grunnet sirkulær form ble "Advanced Size Function" satt til "On: Curvature"
- Elementstørrelse = 4 mm
- Antall elementer = 4719
- Antall noder = 1542



Figur 5.19: Mesh av lokkplate

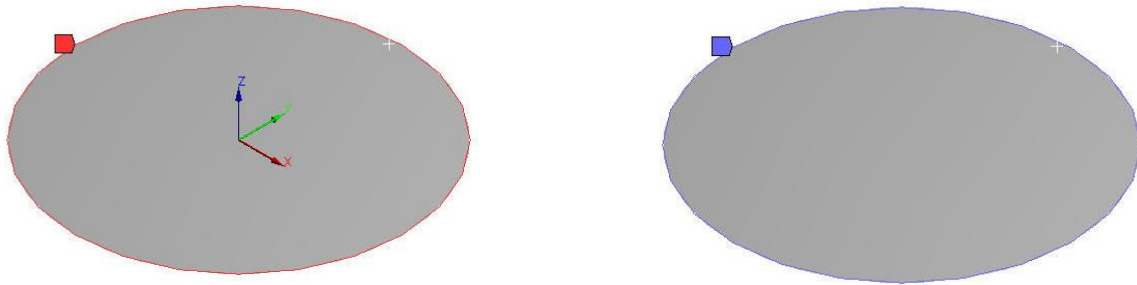
#### Last og opplagring

Et trykk settes normalt på flaten i z-retning, på 2 MPa.



Figur 5.20: Trykk på lokkplate

Videre velges opplagringene langs kanten ved både fri opplagring og fast innspenning. Ved fri opplagring velges z-retning som fastholdt, mens fri i x- og y-retning.



Figur 5.21: To opplagringstilfeller; (a) fritt opplagret, (b) fast innspent

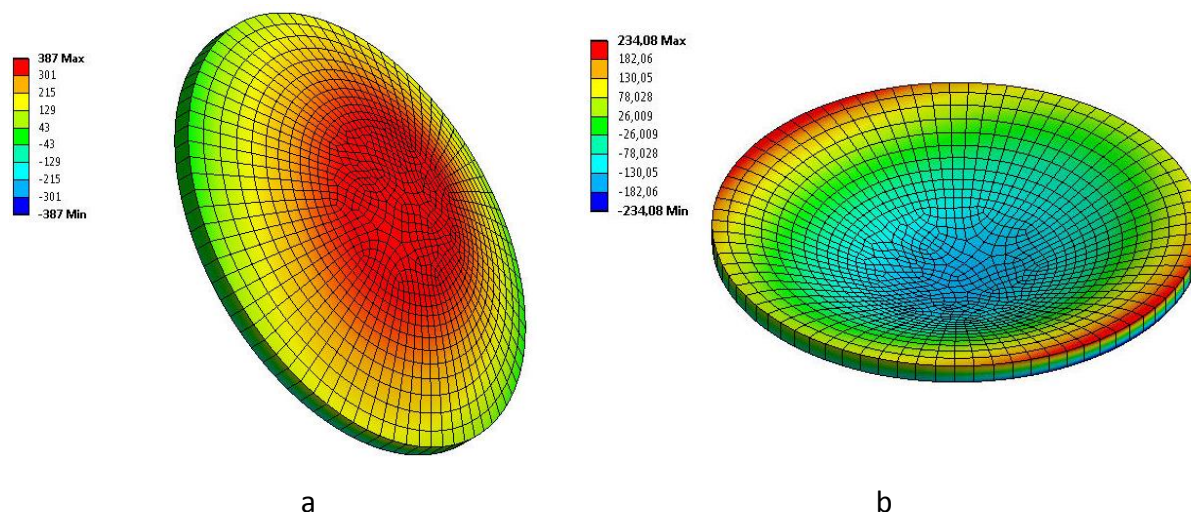
### Beregning av spenning

I Tabell 5.17 legges frem resultatene etter beregningene med Roark's for bøyespenningen.

Tabell 5.17: Bøyespenning etter FEM-analyse

Opplagring	Beregnet bøyespenning, $\sigma_b$ [MPa]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fast	387,0	247,7	172,0	126,3	96,7	76,4	61,9
Fri	234,1	149,8	104,0	76,4	58,5	46,2	37,5

Figur 5.22 viser eksempelsplot for bøyespenning ved begge opplagringstilfellene. Alle plots legges som vedlegg.



Figur 5.22: Eksempelplot for  $t = 4$ , ved fri opplagring (a) og fast innspenning (b)

### Beregning av utbøyning

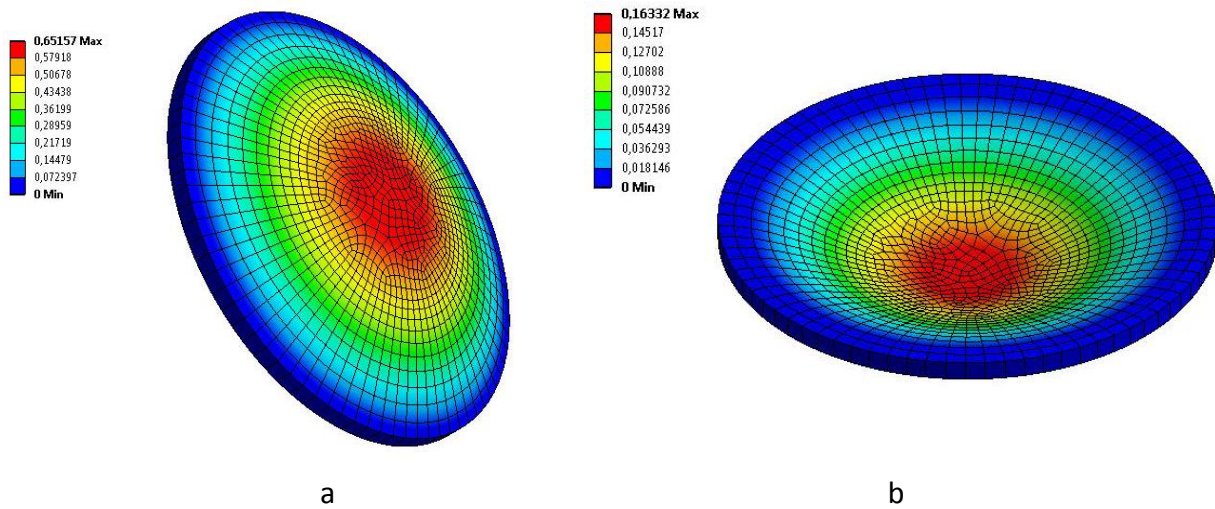
I Tabell 5.18 legges frem resultatene etter FEM-analyse for utbøyning.

Tabell 5.18: Utbøyning etter FEM-analyse

Opplagring	Beregnet utbøyning, $y_{maks}$ [mm]						
	Tykkelse, $t = 4 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 5 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 6 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 7 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 8 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 9 \text{ mm}$	Tykkelse, $t = 10 \text{ mm}$
Fast	0,652	0,335	0,195	0,123	0,083	0,059	0,043
Fri	0,163	0,085	0,05	0,032	0,022	0,016	0,012

Alle deformasjoner er innenfor kriteriet  $y_{maks} < t/2$ .

Figur 5.23 viser eksemplplot for utbøyning ved begge opplagringstilfellene. Alle plots legges som vedlegg.



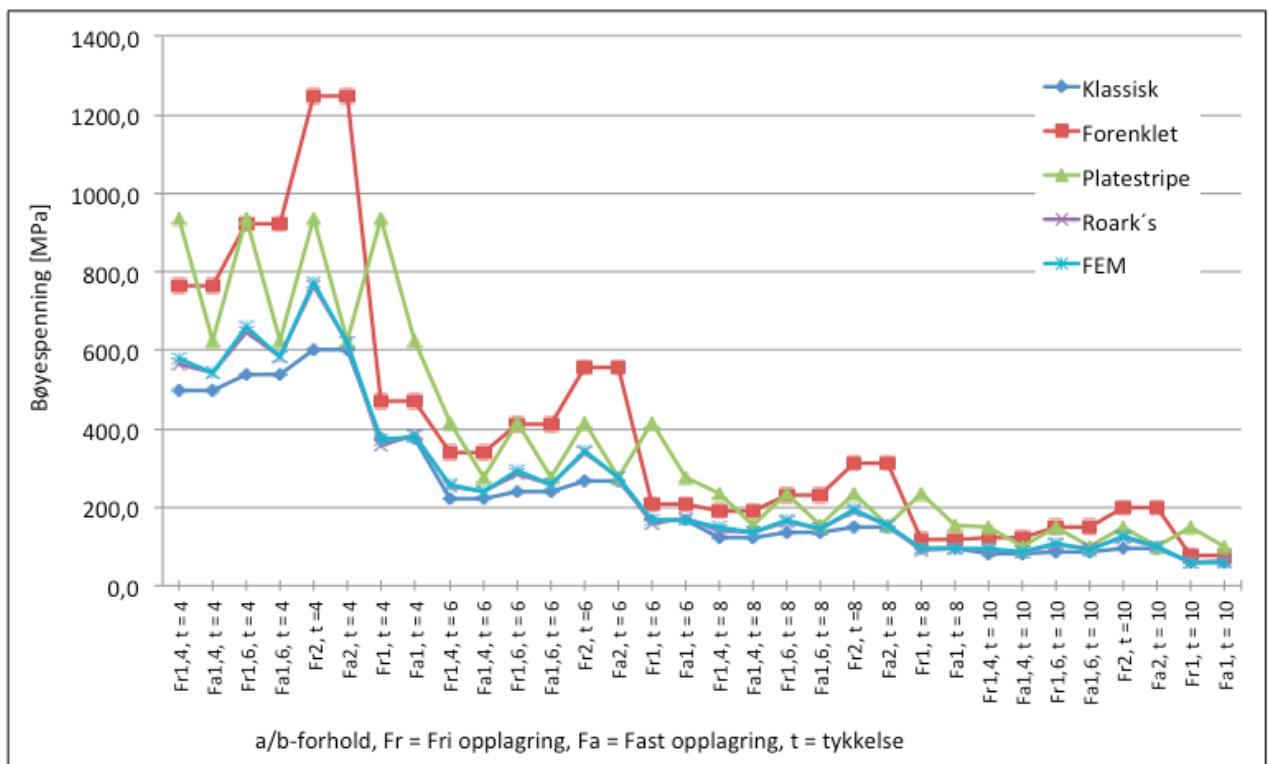
Figur 5.23: Eksempelplot for  $t = 4$ , ved fri opplagring (a) og fast innspenning (b)

# 6 Analyse og sammenligning

I dette kapittelet vil resultater fra håndberegningsmetodene presenteres sammen med FEM-resultatene for å se metodene opp mot hverandre. Analyse og sammenligning av resultatene vil deles opp etter geometriske forhold og metoder.

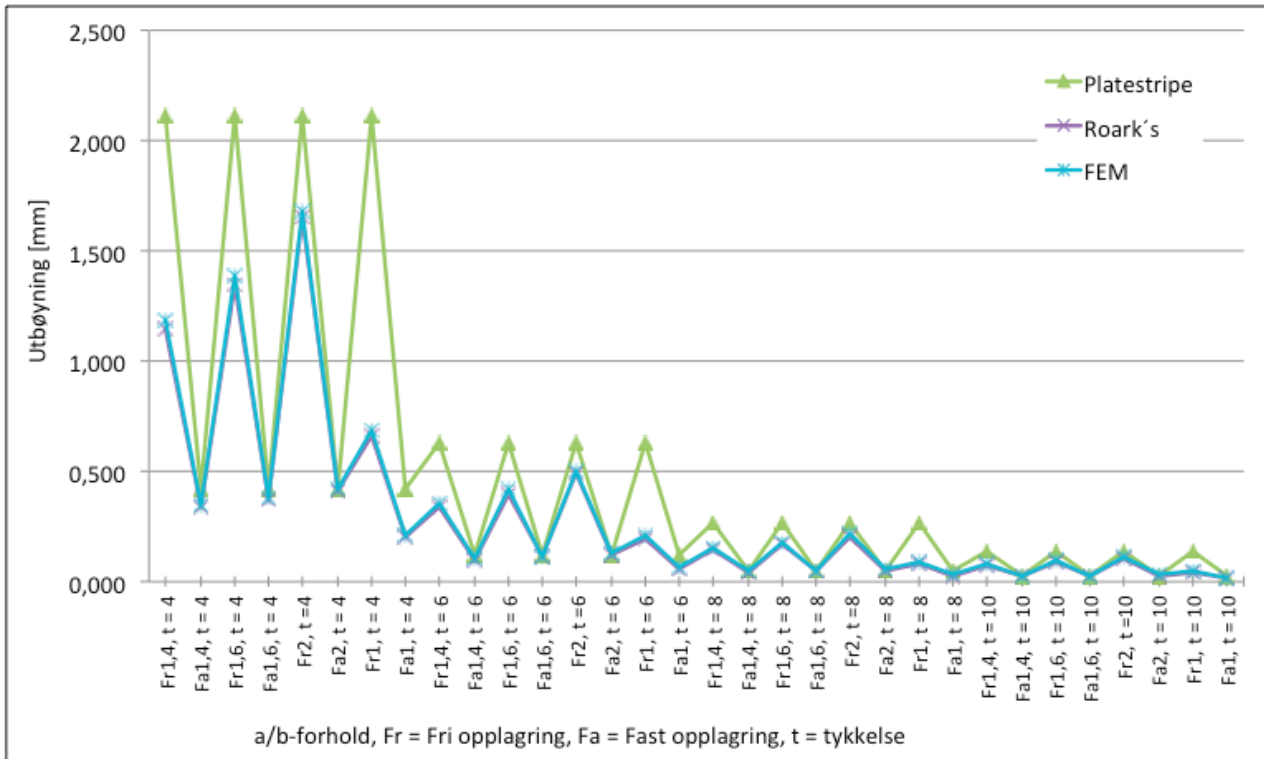
## 6.1 Case 1 - Rektangulære lokk

En sammenstilling av resultatet for alle metodene for rektangulære lokk er fremstilt ved to tabeller vedlagt som vedlegg E.1 og E.2. Fig. 6.1 og 6.2 gir en grafisk tilnærming av disse tallene for henholdsvis bøyespennning og utbøyning. Ut fra kurvediagrammet for bøyespennning ser en at spesielt forenklet metode og platestripemetoden er særdeles konservativ i forhold til FEM, hele spennet av a/b-forholdene tatt under betraktning. Roark's-metoden holder imidlertid rimelig følge med resultatene FEM-analysen har gitt, mens den klassiske metoden gir ut lavere spenninger (liberal side).



Figur 6.1: Kurvediagram som viser sammenligning av alle metoder for bøyespennning

Kurvediagrammet for utbøyning viser at Roark's-metoden følger FEM en til en viss grad, mens utbøyningen ut fra platestripemetoden, med elementær bjelketeori lagt til grunn, er svært konservativ når loddplaten anses som ikke-slank.



Figur 6.2: Kurvediagram som viser sammenligning av alle metoder for utbøyning

Videre følger en nøyere sammenstilling av metodene opp mot FEM. Sammenligningene vil vise den prosentvise forskjellen mellom den analytiske metoden og numeriske metoden.

Positiv differanse i sammenligningene tilsier at håndberegningemetoden gir et resultat som er høyere enn det FEM-analyser gjør, med andre ord er metodens resultat på konservativ side. Motsatt er det ved en negativ differanse, ergo FEM-analysen gir enten en høyere bøyespenning eller utbøyning. Resultatene av håndberegningemetoden kommer da på den en kan kalle liberal side. Det settes også opp en presentasjon av den gjennomsnittlige differansen, og på den mest kritiske differanse. Dette er ment som en tilnærming til å finne kritiske feil i metoden. For resultater som kommer på konservativ side, viser den mest kritiske differansen det resultatet som ligger nærmest FEM-resultatet, altså det minst konservative resultatet. Ved metoder som tar utgangspunkt i et stort a/b-forhold, vil følgelig

gjennomsnittet være av noe mindre interesse, alle lengde/bredde-forhold sett under ett. Likevel er det viktig å se alle tykkelser og lengde/bredde-forhold hver for seg.

### 6.1.1 Klassisk metode

Tabell 6.1 viser en sammenligning av klassisk metode og FEM for bøyespennning.

Tabell 6.1: Sammenligning av resultat fra klassisk metode og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	-14,3	-15,2	-16,0	-16,8
	Fast	-8,3	-8,0	-7,5	-6,9
1,6	Fri	-18,2	-18,9	-19,6	-20,3
	Fast	-7,5	-7,3	-7,0	-6,6
2,0	Fri	-22,5	-23,0	-23,4	-23,9
	Fast	-3,2	-3,2	-3,1	-3,0
1,0	Fri	1,5	0,2	-1,0	-2,1
	Fast	-1,5	-0,7	0,3	1,6

Tabell 6.2 viser en sammenligning av klassisk metode og FEM for bøyespennning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.2: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for klassisk metode mot FEM-analyse

Opplagring	4 ≤ t ≤ 10 1 ≤ a/b ≤ 2	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	-14,6	-23,9
Fast	-4,5	-8,3

### 6.1.2 Forenklet metode

Tabell 6.3 viser en sammenligning av forenklet metode og FEM for bøyespennning. Tabell 6.4 viser en sammenligning for alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.3: Sammenligning av resultat fra forenklet metode og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	32,1	30,8	29,5	28,3
	Fast	41,4	41,9	42,6	43,5
1,6	Fri	39,9	38,7	37,6	36,4
	Fast	58,4	58,7	59,2	59,8
2,0	Fri	61,5	60,5	59,5	58,6
	Fast	101,7	101,8	101,9	102,1
1,0	Fri	26,9	25,3	23,8	22,3
	Fast	23,1	24,1	25,4	26,9

Tabell 6.4: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for forenklet metode mot FEM-analyse

Opplagring	4 ≤ t ≤ 10 mm 1 ≤ a/b ≤ 2	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
	Fri	38,2
Fast	57,0	23,1

### 6.1.3 Platestripemetoden

Tabell 6.5 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for bøyespennning.

Tabell 6.5: Sammenligning av resultat fra platestripemetoden og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	61,7	60,1	58,6	57,1
	Fast	15,4	15,8	16,4	17,1
1,6	Fri	42,1	40,9	39,7	38,6
	Fast	7,2	7,4	7,8	8,2
2,0	Fri	21,1	20,4	19,6	18,9
	Fast	0,8	0,9	1,0	1,1
1,0	Fri	153,7	150,6	147,5	144,7
	Fast	64,1	65,4	67,2	69,3



Tabell 6.6 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for bøyespenning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.6: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for platestripemetoden mot FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	67,2	18,9
Fast	22,2	0,9

Tabell 6.7 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for utbøyning. Tabell 6.8 viser en sammenligning for alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.7: Sammenligning av resultat fra platestripemetoden og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	78,0	74,6	70,6	67,2
	Fast	22,7	19,4	15,0	8,3
1,6	Fri	52,3	49,6	46,9	44,1
	Fast	10,5	7,2	3,7	0,3
2,0	Fri	25,9	24,1	22,4	19,8
	Fast	0,5	-2,0	-5,5	-9,7
1,0	Fri	207,5	200,0	190,6	182,1
	Fast	99,6	92,9	82,4	69,3

Tabell 6.8: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for platestripemetoden mot FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	84,8	19,8
Fast	25,9	-9,7

### 6.1.4 Metode etter Roark's Formulas for Stress and Strain

Tabell 6.9 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for bøyespenning. Tabell 6.10 viser en sammenligning for alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.9: Sammenligning av resultat fra Roark's metode og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	-2,3	-3,3	-4,2	-5,1
	Fast	0,6	0,9	1,4	2,0
1,6	Fri	-2,0	-2,8	-3,7	-4,4
	Fast	0,4	0,6	0,9	1,3
2,0	Fri	-1,4	-2,1	-2,7	-3,2
	Fast	0,3	0,4	0,4	0,5
1,0	Fri	-2,8	-4,0	-5,1	-6,2
	Fast	1,0	1,8	2,9	4,2

Tabell 6.10: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for Roark's metode mot FEM-analyse

Opplagring	4 ≤ t ≤ 10 1 ≤ a/b ≤ 2	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	-3,5	-5,1
Fast	1,3	4,2

Tabell 6.11 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for utbøyning.

Tabell 6.11: Sammenligning av resultat fra Roark's metode og FEM-analyse

a/b-forhold	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse			
		t = 4 mm	t = 6 mm	t = 8 mm	t = 10 mm
1,4	Fri	-3,6	-5,4	-7,6	-9,5
	Fast	-2,5	-5,1	-8,6	-13,9
1,6	Fri	-2,9	-4,7	-6,4	-8,2
	Fast	-2,5	-5,4	-8,5	-11,5
2,0	Fri	-1,7	-3,1	-4,4	-6,4
	Fast	-2,1	-4,6	-8,0	-12,1
1,0	Fri	-4,0	-6,3	-9,2	-11,9
	Fast	-3,1	-6,4	-11,5	-17,9

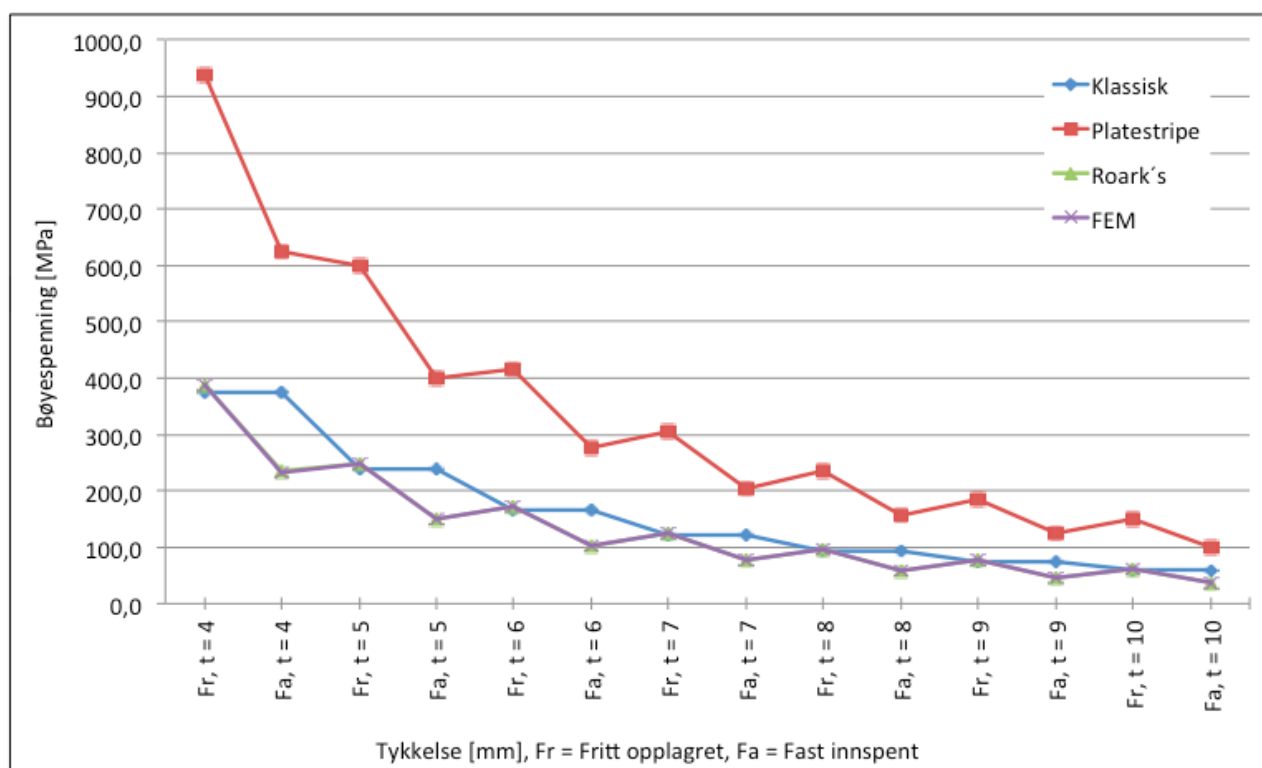
Tabell 6.12 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for bøyespenning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.12: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for Roark's metode mot FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	-5,9	-11,9
Fast	-7,1	-17,9

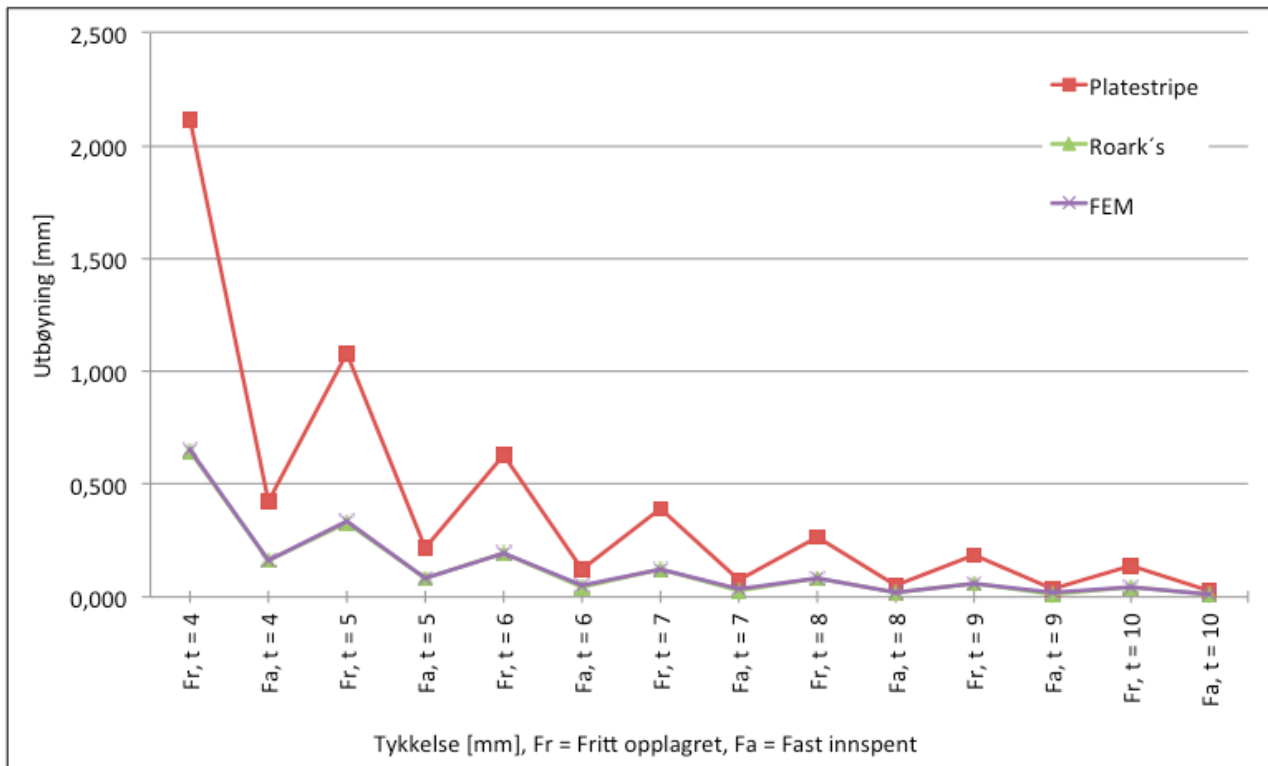
## 6.2 Case 2 - Sirkulære lokk

En sammenstilling av resultatet for alle metodene for sirkulære lokk er fremstilt ved to tabeller vedlagt som vedlegg E.3 og E.4. Fig. 6.3 og 6.4 gir en grafisk tilnærming av disse tallene for henholdsvis bøyespenning og utbøyning. Ut fra kurvediagrammet for bøyespenning kommer platestripemetoden særdeles konservativt ut (på sikker side) i forhold til FEM. For fri opplagring ser en at både klassisk og Roark's metode for sirkulære lokk er svært nært opp til resultatene FEM-analysen gir ut.



Figur 6.3: Kurvediagram som viser sammenligning av alle metoder for bøyespenning

Kurvediagrammet for utbøyning viser at Roark's-metoden følger FEM ganske nært, mens utbøyningen ut fra platestripemetoden, med elementær bjelketeori lagt til grunn, er svært konservativ når lokkplaten anses som ikke-slank. Jo slankere lokket blir, desto nærmere ligger metoden FEM-analysen.



Figur 6.4: Kurvediagram som viser sammenligning av alle metoder for utbøyning

Videre følger en nøyere sammenstilling av metodene opp mot FEM. Sammenligningene vil vise den prosentvise forskjellen mellom den analytiske metoden og numeriske metoden.

Positiv differanse i sammenligningene tilsier at håndberegningemetoden gir et resultat som er høyere enn det FEM-analysen gjør, med andre ord er metodens resultat på konservativ side. Motsatt er det ved en negativ differanse, ergo FEM-analysen gir enten en høyere bøyepening eller utbøyning. Resultatene av håndberegningemetoden kommer da på det en kan kalle liberal side.

Det settes også opp en presentasjon av den gjennomsnittlige differansen, og på den mest kritiske differanse. Dette er ment som en tilnærming til å finne kritiske feil i metoden. For resultater som kommer på konservativ side, viser den mest kritiske differansen det resultatet som ligger nærmest FEM-resultatet, altså det minst konservative resultatet. Ved

metoder som tar utgangspunkt i et stort a/b-forhold, vil følgelig gjennomsnittet være av noe mindre interesse, alle lengde/bredde-forhold sett under ett. Likevel er det viktig å se alle tykkelser og lengde/bredde-forhold hver for seg.

### 6.2.1 Klassisk metode

Tabell 6.13 viser en sammenligning av klassisk metode og FEM for bøyespenning, hvor tykkelse  $t$  og diameter er i mm.

Tabell 6.13: Sammenligning av resultat fra klassisk metode og FEM-analyse

Diameter	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse						
		$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 6$	$t = 8$	$t = 10$
100	Fri	-3,1	-3,3	-2,1	-2,6	-1,7	-2,3	-1,5
	Fast	36,4	38,5	25,3	30,7	20,5	26,8	17,8

Tabell 6.14 viser en sammenligning av klassisk metode og FEM for bøyespenning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.14: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for klassisk metode mot FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	-2,4	-3,3
Fast	28,0	38,5

### 6.2.2 Platestripemetoden

Tabell 6.15 viser en sammenligning platestripemetoden og FEM for bøyespenning, hvor tykkelse  $t$  og diameter er i mm.

Tabell 6.15: Sammenligning av resultat fra platestripemetoden og FEM-analyse

Diameter	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse						
		$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 6$	$t = 8$	$t = 10$
100	Fri	142,2	142,3	142,3	142,3	142,3	142,3	142,3
	Fast	167,0	167,0	167,0	167,0	167,0	167,0	167,0

Tabell 6.16 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for bøyespenning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.16: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for platestripemetoden og FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	142,3	142,3
Fast	167,0	167,0

Tabell 6.17 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for utbøyning, hvor tykkelse  $t$  og diameter er i mm.

Tabell 6.17: Sammenligning av resultat fra platestripemetoden og FEM-analyse

Diameter	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse						
		$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 4$	$t = 6$	$t = 8$	$t = 10$
100	Fri	224,5	223,4	221,5	221,0	218,7	214,8	214,9
	Fast	159,6	154,9	150,8	146,8	140,4	132,2	125,7

Tabell 6.18 viser en sammenligning av platestripemetoden og FEM for utbøyning, alle tykkelser og  $a/b$ -forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.18: Gj.snittlig og mest kritisk differanse av forenklet metode og FEM-analyse

Opplagring	$4 \leq t \leq 10$ $1 \leq a/b \leq 2$	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	219,8	214,8
Fast	144,3	125,7

### 6.2.3 Metode etter Roark's Formulas for Stress and Strain

Tabell 6.19 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for bøyespennning. Tabell 6.20 viser en sammenligning for alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.19: Sammenligning av resultat fra Roark's metode og FEM-analyse

Diameter	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse						
		t = 4	t = 4	t = 4	t = 4	t = 6	t = 8	t = 10
100	Fri	-0,1	-0,1	0,0	-0,1	0,0	0,0	0,0
	Fast	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tabell 6.20: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for Roark's metode mot FEM-analyse

Opplagring	4 ≤ t ≤ 10 1 ≤ a/b ≤ 2	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	0,0	-0,1
Fast	0,1	0,1

Tabell 6.21 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for utbøyning.

Tabell 6.21: Sammenligning av resultat fra Roark's metode og FEM-analyse

Diameter	Opplagring	Differanse i % mhp. FEM-analyse						
		t = 4	t = 4	t = 4	t = 4	t = 6	t = 8	t = 10
100	Fri	-0,8	-1,1	-1,7	-1,9	-2,6	-3,7	-3,7
	Fast	-2,6	-4,4	-6,0	-7,5	-9,8	-12,9	-15,4

Tabell 6.22 viser en sammenligning av Roark's metode og FEM for bøyespennning, alle tykkelser og a/b-forhold som er testet sett under ett.

Tabell 6.22: Gj.snittlig og mest kritisk differanse for Roark's metode mot FEM-analyse

Opplagring	4 ≤ t ≤ 10 1 ≤ a/b ≤ 2	
	Gj. snitt differanse %	Mest kritiske differanse %
Fri	-2,2	-3,7
Fast	-8,4	-15,4

### 6.3 Oppsummering og justeringer

Setter de forskjellige metoders sammenligninger med FEM, mot hverandre, for å se hvordan metodene spiker i forhold til hverandre, for henholdsvis rektangulære og sirkulære tilfeller.

Tabell 6.22: Sammenligning av metodene ved %-differansene, rektangulære caser

Beregningsmetode	Opplagring	Diff. % av spenning		Diff. % av utbøyning	
		Gj. snitt diff.	Mest kritiske diff. %	Gj. snitt % bøyning	Mest kritiske %
Klassisk	Fri	-14,6	-23,9		
	Fast	-4,5	-8,3		
Forenklet	Fri	38,2	22,3		
	Fast	57,0	23,1		
Platstripemetoden	Fri	67,2	18,9	84,8	19,8
	Fast	22,2	0,9	25,9	-9,7
Roark's	Fri	-3,5	-5,1	-5,9	-11,9
	Fast	1,3	4,2	-7,1	-17,9

Tabell 6.23: Sammenligning av metodene ved %-differansene, sirkulære caser

Beregningsmetode	Opplagring	Diff. % av spenning		Diff. % av utbøyning	
		Gj. snitt % bøyning	Mest kritiske %	Gj. snitt % bøyning	Mest kritiske %
Klassisk	Fri	-2,4	-3,3		
	Fast	28,0	38,5		
Platstripemetoden	Fri	142,3	142,3	219,8	214,8
	Fast	167,0	167,0	144,3	125,7
Roark's	Fri	0,0	-0,1	-2,2	-3,7
	Fast	0,1	0,1	-8,4	-15,4

Som nevnt innledningsvis, og som nå er bekreftet med tall fra analyse, gir beregningsformlene fra metodene i Roark's resultater som er rimelig nært til elementmetoden i ANSYS Workbench.

Samtidig vet en at Roark's blir brukt som verifisering i mange tilfeller i industrien. Av denne grunn settes den i denne oppgaven som en troverdig verifisering/sammenligningsgrunnlag



ved eventuelle justering av håndberegningemetodene, med FEM-resultatene også tatt i betraktning.

### Rektangulære tilfeller

- I forhold til de andre metodene er platestripemetoden svært presis på bruksområdet sitt, slanke lokk. Ved utbøyning holder metoden seg ved fri opplagring samtidig svært konservativ.
- Klassisk metode spriker generelt i feil retning ved beregning av bøyespennning, og metoden har høyest negativ forskjell av alle metodene. Dette er ikke tilfellet for forenklet metode, som blir mer konservativ i forhold til metodene når slankheten øker. Klassisk og forenklet metode viser en differanse mellom seg på omtrent 36 % på det mest kritiske, hvor det gjennomsnittlige følger på omtrent 38 %. Dette er ved fri opplagring, som anses som realistisk grunnlag å beregne med. Det må legges til at klassisk metode er svært presis ved når alle sidene på lokket er like store (kvadratisk).
- Roark's metode gir flere resultater som ligger på liberal side ift. FEM. Er likevel metoden som jevnest utslag på resultatene.

På bakgrunn av beregnings- og verifiseringsgrunnlag legges det en justering av følgende metoder, gjeldene for a/b-forhold 1,0 til 2,0, og tykkelse/utstrekningsforhold på maksimalt 0,10:

Tabell 6.24: Justering av metoder ved rektangulære tilfeller

Beregningsmetode	Gammel korreksjonsfaktor		Ny korreksjonsfaktor	
	Spenning	Utbøyning	Spenning	Utbøyning
Klassisk	1,2		1,3	
Forenklet	-		-	
Platestripe, fri oppl.	-	-	-	-
Platestripe, fast oppl.	-	-	-	-

### Sirkulære tilfeller

Utslagene er mindre innad i metodene ved de forskjellige måleforholdene for sirkulære tilfeller.

- Roark's metode gir ut like svar ved bøyespennning som FEM-analysen, og gir et sikrere verifiseringsgrunnlag.
- Klassisk metode er svært nært opp til resultatene i FEM- og Roark's metode, men ligger på liberal side.
- Platestripemetoden er svært konservativ, og kan ligne på utslagene ved kvadratiske lokk. En korreksjonsfaktor mindre enn 1 kan settes for metoden for å få jevne resultater som ligger nærmere opp til verifiseringstallene, både for bøyespennning og utbøyning.
- Ved utbøyning gir Roark's metode resultater som ligger rundt 4 % og 10 %, bøyespennning og utbøyning henholdsvis, i forhold til FEM-analysen.

På bakgrunn av beregnings- og verifiseringsgrunnlag legges det en justering av følgende metoder, gjeldene for a/b-forhold tykkelse/utstrekningsforhold på maksimalt 0,10:

Tabell 6.25: Justering av metoder ved sirkulære tilfeller

Beregningsmetode	Gammel korreksjonsfaktor		Ny korreksjonsfaktor	
	Spennning	Utbøyning	Spennning	Utbøyning
Klassisk	1,2		1,5	
Platetriple, fri oppl.	1	1	0,42	0,32
Platetriple, fast oppl.	1	1	0,42	0,32

### Kommentar

Det er gjort sammenligningsberegningene i Excel, og desimalbruken gjør at det kan være store forskjeller på for eksempel differanse ved utbøyning i prosent, men relativ til svært liten forskjell i praksis. Eksempelvis gir (0,028 - 0,030) mm en differanse på -0,002 mm, hvor en prosentdifferanse med hensyn på FEM-resultatet, kommer på ca. -6,67 %. Hvor store innvirkninger forskjellen har i praksis kan i noen tilfeller diskuteres. Likevel har dette lite betydning da det er viktig at formelen ligger på konservativ side.

## 7 Diskusjon

Å sammenligne beregninger med gjennomsnittlige maksimale spenninger og beregninger med peakspenninger kan virke noe usikkert, og en bør ha dette i bakhodet når en slik sammenligning skal utføres. Det er gjennomsnittsbøyespenningen over hele lokket som er interessant ved dimensjoneringen i denne oppgaven. Ved sirkulære tilfeller viser det seg at metodene beregner for spenninger i midten ved sirkulære tilfeller, som gir et konservativt resultat i sammenligning. FEM gir et godt bilde på at resultatene gir de maksimale verdiene, referert til Kapittel 4.

Justeringene som ble lagt frem i Kapittel 6 må understrekes at er først og verifisert opp mot Roark's metoder [3], men hvor også en helhet fra resultatene som er kommet frem av casene er lagt til grunn. FEM-resultatene er viktige, for eksempel fordi disse skal vise høyeste maksimale spenningene. Ergo er resultater fra beregningsmetoder som er høyere enn disse antatt konservative, FEM sine mulige avvik og feil tatt i betraktning. FEM-analysen er samtidig også et godt sammenligningsgrunnlag

Feilen som øker ved tykkelsen når en ser FEM i forhold til håndberegningemetodene er ikke overraskende da en er helt eller veldig nært opp til grensen for tynne lokkplater. I tillegg er elementene som velges i ANSYS Workbench noe som bygger på en annen teori enn Kirchhoff, nemlig Reissner-Mindlin. Dette vil gi utslagene. Spesielt avviket av resultatene ved utbøyning, som er noe større enn ved spenningene, kan gi oss en pekepinn på at stivheten avviker mellom metodene. Det er videre ikke satt opp en feilmarginsanalyse rundt denne problemstillingen. Da dette kan være et sentralt tema ved analyser av plater av forskjellige tykkelser, er det muligheter for at det finnes litteraturstudier om nettopp dette. En sammenligning mot ANSYS Classic kunne her vært av interesse.

Videre er det heller ikke så overraskende at feilen er større, og med en ikke like jevn differanse, mellom FEM og håndberegningene ved rektangulære lokkplater. Ved sirkulære tilfeller "vet" en for eksempel at det enten er størst spenning, samt utbøyning, i senter ved fri opplagring. Dette gjelder ikke nødvendigvis for rektangulære tilfeller, og analytiske metoder vil ha problemer med å gi like presise resultater som numeriske metoder i slike

tilfeller. Dette nevnes også i Roark's [3]. Samtidig kan det være vanskelig å gi presise resultater dersom meshet ikke er optimalt. I denne oppgaven virker dette å ikke være en stor innvirkningsfaktor.

En ser at von Mises-spenningene ved FEM er høyere ved noen anledninger. Von Mises er en flere-akset-spenning og lokal flyting i duktile materialer er ikke interessant. Samtidig bygger oppgaven på sammenligning av bøyepenninger, og undertegnede forholder seg til dette.

Det er også nødvendig å nevne at flere av resultatene tilsier at spenningene går over flytegrensen, noe som bryter med kravet for tynne plater etter Kirchhoff lov. Likevel sammenlignes alle metodene med hverandre, og ut fra et helhetsgrep kan resultatene brukes til justeringene som er blitt gjort. De klassiske metodene bruker samtidig en høyere sikkerhetsfaktor og i tillegg kan det anses som sprøe materialer som metodene er satt opp for. Igjen påvirker ikke dette sammenlignings- og justeringsarbeidet, men er nødt til å tas til etterretning ved bruken av metodene.

Det er også viktig at det kommer frem at resultatene kun bygger på tykkelse- og lengdeforholdene som er testet ut. Det bør videre testes ved flere forhold skal metodene kunne brukes til alle størrelser på generell basis. Flate lokk kan i mange tilfeller ha en tykkelse som ikke går innunder tynnplatteteori, som gir

# 8 Konklusjon

Det er i denne oppgaven blitt utført analyser på spenning og deformasjon for tynne, flate lokk med analytiske håndberegningemetoder og numerisk metode med FEM i ANSYS Workbench. Analysene har tatt for seg to forskjellige geometriske forhold i sirkulære og rektangulære tilfeller.

## 8.1 Resultater og anbefalinger

Et fenomen fra sammenligningen av FEM-analysen og de analytiske metodene, er at differansen øker når tykkelsen nærmer seg grensen for det en kan kalle en tynn lokkplate. Verifiseringsgrunnlaget er basert på resultater fra Roark's [3], med FEM-resultater og metodens avvik tatt i betraktning.

### Klassisk metode

Metoden gir ut liberale resultater. For sirkulære lokk foreslås det av denne grunn en ny usikkerhetsfaktor på 1,3. For rektangulære lokk foreslås det ny usikkerhetsfaktor på 1,5.

### Forenklet metode

Forslaget ved den nye formelen ved forenklet metode (Formel 3.20) kommer på konservativ side, og er et godt mulig forenklet alternativ til klassiske metoden for rektangulære lokk.

### Platstripemetoden

For rektangulære, slanke lokk fungerer metoden bra. For sirkulære lokk er metoden svært konservativ. Det anbefales en faktor på 0,42 for spenning og 0,32 for utbøyning for å være nært opp til Roark's (og for så vidt FEM-analysens) verifiserende resultater. Likevel er klassisk metode med ny usikkerhetsfaktor for sirkulære lokk å foretrekke fremfor platstripemetoden, da denne er mer presis og like enkel å bruke.

### Roark's metode

For sirkulære forhold virker det som at metoden i Roark's og ANSYS Workbench bruker samme algoritme ved beregningen, da disse er svært like hverandre for spenning. Roark's metode gir derimot ut noe lavere utbøyning enn FEM, som øker ved økt tykkelse. Også for rektangulære forhold ligger utbøyningen for Roark's lavere ift. FEM. Spenningen ved fri opplagring gjør det samme, men den er nært til noe konservativ ift. FEM ved fast opplagring. En kan anta at disse sammenligningsresultatene gir et lite bilde på forskjellene på FEM-resultatenes maksimale beregninger ved spenning kontra analytisk metodes gjennomsnittsberegninger.

## 8.2 Videre arbeid

Beregning av lokk er et vidt tema, og følgende punkter anbefales ved videre arbeid:

- Analysere flere ulike caser
- Analysere lokk som anses som tykke lokk
- Analysere flere ulike former på flate lokk, derav med avstivningsribber, ujevn lokktykkelse, mao. velge konkrete lokkformer
- Undersøke beregningsmetoder med forskjellig påvirkning fra boltekraft og pakning
- Undersøke beregningsmetoder på flens
- Undersøke beregninger med dynamiske påkjenninger på lokk
- Undersøke beregningsmetoder for å dimensjonere stempel
- Undersøke hvilke direkte påvirkninger konstruksjonen (rør, trykktank etc.) som lokket er festet til, har på deformasjon og spenning i lokket
- Sammenligne funn fra denne oppgaven med beregningsmetoder med faktorer som er nevnt i punktene over
- Utføre forsøk på verksted og sammenligne med beregning for brudd
- Undersøke halvkuleformede lokk

# Litteraturliste

- [1] Holm, A. R. 1949. *Maskinelementer*. 4. utg. København: Emil Kristensen Bogtrykkeri.
- [2] Terjesen, G. 2013. *Spenningsanalyse og trykkbeholdere*. Ås: Institutt for matematiske realfag og teknologi.
- [3] Young, W. C. & Budynas, R. G. 2002. *Roark's Formulas for Stress and Strain*. 7. utg. Singapore: McGraw-Hill. ISBN 0-07-121059-8.
- [4] Det Norske Veritas. April 2011. *Offshore standard DNV-OS-C101: Design of Offshore Steel Structures, General (LRFD Method)*.
- [5] Terjesen, G. 2013. *Formler og tabeller*. Ås: Institutt for matematiske realfag og teknologi.
- [6] Det Norske Veritas. Oktober 2010. *Recommended practice DNV-RP-C201: Buckling Strength of Plated Structures*.
- [7] Lassen, T. 2003. *Elementær styrkeanalyse*. Universitetet i Agder: Fakultet for teknologi og naturfag.
- [8] Leira, B. J., Syvertsen, K., Amdahl, J. & Larsen, C. M. 2011. *Marine konstruksjoner, grunnkurs*. Trondheim: Institutt for marin teknikk.
- [9] Au, T., Goodman, L. E. & Newmark, N. M. 1951. *A Numerical Procedure for the Analysis for Pressure Vessel Heads*. Urbana: Department of Civil Engineering.
- [10] Timoshenko, S. & Woinowsky-Krieger S. 1959. *Theory of Plates and Shells*. 2. utg. NY, USA: McGraw-Hill.
- [11] Kristensen, O. H. H. 2001. *Ultimate Capacity of Aluminium Plates under Multiple Loads, Considering HAZ Properties*. Trondheim: Department of Marine Structures.
- [12] Products Endcap design, Prevco Subsea Housing. URL: <http://prevco.com/products/subsea-housings/endcap-designs>. Nedlastet 19.02.2014.
- [13] Flat endcaps, Prevco Subsea Housing. URL: <http://prevco.com/products/subsea-housings/endcap-designs/endcap-types/flat>. Nedlastet 19.02.2014.

- [14] Andersen, J., Herø, E., Reiersen, K. & Solheim, O. 2008. *Produksjonsteknikk*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS. ISBN 978-82-05-38103-2.
- [15] Solheim, O. & Andersen, J. 2005. *Materiallære*. 2. utg. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS. ISBN 978-82-05-34349-8.
- [16] Brudd i materialer, Høyskolen i Narvik. URL: [http://ansatte.hin.no/ra/undervisn/mtrbearb/ra\\_kompendier/Brudd\\_2004-1.pdf](http://ansatte.hin.no/ra/undervisn/mtrbearb/ra_kompendier/Brudd_2004-1.pdf). Nedlastet 26.03.2014.
- [17] Fakta om stål, Smith Stål. URL: <http://www.smithstal.no/aktuelt-/fatka-om-stal/>. Nedlastet 20.03.2014.
- [18] Ventsel, E. & Krauthammer, T. 2001. *Thin Plates and Shells*. New York: Marcel Dekker, Inc. ISBN 0-8247-0575-0.
- [19] Steam Locomotive. URL: <http://www.islandpondrailroad.com/mikado/page12.htm>. Nedlastet 17.03.2014.
- [20] Composite Pressure Vessel, CCI Composite URL: <http://cci-composites.com/products/composite-pressure-vessels>. Nedlastet 24.04.2014.
- [21] Sharp, A. G. 1981. *Design Curves for Oceanographic Pressure-Resistant Housing*. Massachusetts: Woods Hole Oceanographic Institution.
- [22] SPO Compact Flange, Vektor. URL: <http://www.vectortg.com/spo-compact-flange/>. Nedlastet 06.04.2014.
- [23] Blind flange PN 64, Heco. URL: <http://www.heco.de/en/edelstahl/flanges/blind-flange/din-en/more-pressure-ranges/pn-63-64.html>. Nedlastet 06.04.2014.
- [24] Lee, H-H. 2012. *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 14*. Mission: Schroff Development Corporation. ISBN: 978-1-58503-725-4.
- [25] Plates, Roymech. URL: [http://www.roymech.co.uk/Useful\\_Tables/Mechanics/Plates.html](http://www.roymech.co.uk/Useful_Tables/Mechanics/Plates.html). Nedlastet 20.04.2014.
- [26] The Finit Element Method in Solid Mechanics, UiO. URL: [http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MEK4560/v08/undervisningsmateriale/MEK4560\\_7.pdf](http://www.uio.no/studier/emner/matnat/math/MEK4560/v08/undervisningsmateriale/MEK4560_7.pdf). Nedlastet 20.04.2014.



- [27] *Pressure Vessel and Heat Exchanger, Samhwa Mixing Tech.* URL: <http://www.samhwamix.com/product/pressure-vessel-heat-exchanger/>. Nedlastet 17.03.2014.
- [28] Triangular Surface Mesh Simplification, CGAL. URL: [http://doc.cgal.org/latest/Surface\\_mesh\\_simplification/](http://doc.cgal.org/latest/Surface_mesh_simplification/). Nedlastet 04.05.2014.
- [29] Logan, D. L. 2007. *A First Course in the Finite Element Method*. 4. utg. Nelson: Thomson Canada Limited.
- [30] Elementmetoden, Forelesningspresentasjon ved UiO. URL: [http://folk.uio.no/ges/MEK4550/MEK4550\\_1.pdf](http://folk.uio.no/ges/MEK4550/MEK4550_1.pdf). Nedlastet 24.03.2014.
- [31] ANSYS, Inc. 2007. *Element Reference*. USA: SAS IP, Inc.
- [32] Forskrift om trykkpåkjent utstyr, Lovdata. URL: <http://lovdata.no/dokument/SF/forskrift/1999-06-09-721>. Nedlastet 07.04.2014.
- [33] Dr. Fehmi Cirak. *Finite Element Formulation for Plates Handout*. Forelesningsnotet. Cambridge: Cambridge University.
- [34] Artikler om dimensjonering for tema lokk, ASME. URL: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/solr/searchresults.aspx?author=Takashi+Kobayashi&q=Takashi+Kobayashi>. Nedlastet 20.04.2014.
- [35] Annaratone, D. 2007. *Pressure Vessel Design*. 7 utg. New York: Springer.
- [36] Moss, D. . *Pressure Vessel Design Manual*. 3. utg. USA: Elsevier.
- [37] Pakkboks beskrivelse. URL: <http://snl.no/pakkboks>. Nedlastet 02.02.2014.
- [38] Brenna, B. & Toro, G. ved verksted ved NMBU. Muntlig overrekkelse av informasjon om lokk og lokks komponenter.



# Vedlegg

Vedlegg A	Refleksjonsnotat
Vedlegg B	Fremdriftsplan
Vedlegg C	Beregningsgrunnlag for klassisk og forenklet metode
Vedlegg D	Utdrag av FEM-analyse
Vedlegg E	Sammenligningsgrunnlag
Vedlegg F	Elektronisk vedlegg på CD: Excel-dokument med fullt sammenlignings- og beregningsgrunnlag, samt spenning- og deformasjonsplots fra ANSYS Workbench

## A Refleksjonsnotat

Gjennom hovedfaget TMP301 har jeg tilegnet meg generell kunnskap om dimensjonering, hvorav beregning av spenning og deformasjon har vært en del av dette. Dette, sammen med tidligere erfaringer med å bruke ANSYS Workbench som simuleringsprogram og tidligere prosjekter med rapportskrivning, gjorde at jeg følte et godt utgangspunkt for denne oppgaven. Dimensjonering av lokk var et nytt tema for meg, noe som gjorde det ekstra motiverende å gå i dybden med denne mastergradsoppgaven.

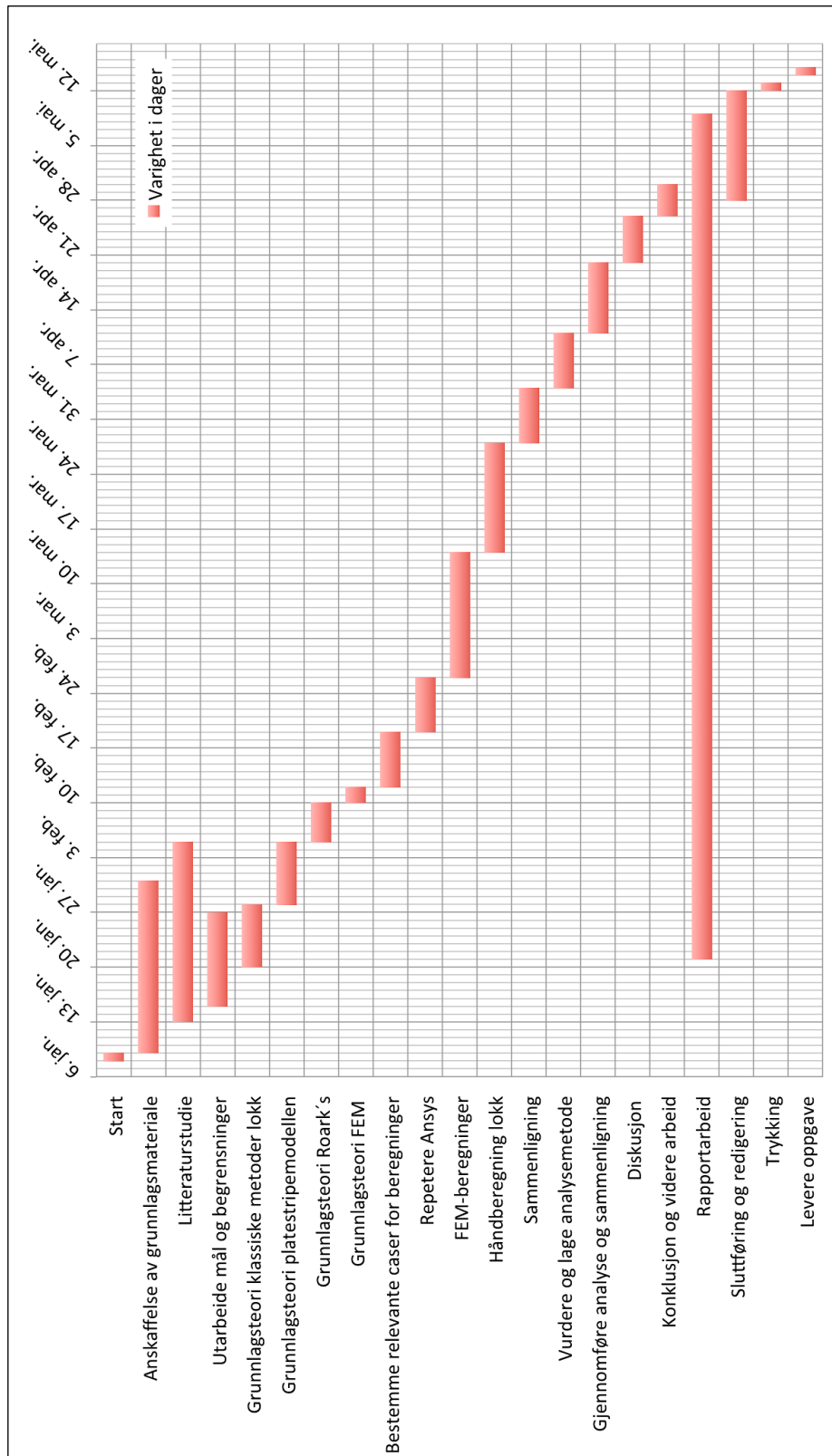
I starten var oppgaven rettet mot beregning av både lokk og avstivede platefelt. Etter hvert som fagstoff ble hentet inn og oppsettet på oppgaven ble bygget opp, innså jeg at omfanget var for stort med begge temaene. Delen om platestripemetoden ble likevel med i oppgaven da dette var en basismetode som var svært interessant også for lokk. Dette var en mastergradsoppgave som ikke bygget på tidligere oppgaver. Hadde jeg startet om igjen på oppgaven ville jeg så tidlig som mulig ha kontaktet en eller flere bedrifter som produserer lignende lokk. Slik ville jeg spart tid og fått en bedre forståelse om temaet og temaets mest kritiske faktorer i et tidligere tidspunkt i prosjektet.

Oppgaven er både generell og konkret på sin måte. Generell fordi den ikke gir beregninger på bestemte lokk med fastsatte mål, men heller forenkler til såkalt tynne lokk. Konkret fordi den nettopp tar opp beregningsformler for kun tynne lokk med bestemte formler. Det ville vært veldig interessant å sammenligne beregningsmetodene med resultater fra FEM-analyse på virkelige lokk.

Selv om denne oppgaven kun tar for seg en liten del av temaet som omhandler dimensjonering av lokk, har det vært svært interessant å se hvordan beregningsformler som bygger på mye det samme gir resultatutslag av den grad de gjør. Det har blitt presentert en litteraturstudie om lokk som også viser undertemaer som det kan arbeides videre med. Det har vært motiverende å se at arbeidet jeg har utført har gitt interessante resultater, som jeg håper vil være nyttig kunnskap til IMT i den videre fremtid.

## B Fremdriftsplan

En fremdriftsplan ble laget for prosjektperioden. Denne ga en god oversikt av hva som skulle gjøres når. I ettertid ser en at arbeidsoppgavene overlappet mer enn først antatt.



## C Beregningsgrunnlag for klassisk og forenklet metode

Vedlegget inneholder et beregningsgrunnlag for rektangulære lokk, som viser bøyemoment og motstandsmoment for klassisk metode og forenklet metode. Da metodene mer eller mindre kan settes direkte opp mot hverandre, kan dette sammenligningsgrunnlaget være interessant. Det som ikke er fremvist i skriftlige vedlegg, finnes på CD som elektronisk vedlegg.

### Klassisk metode

Tabell C.1 viser beregningstall for bøye- og motstandsmoment for utregning av bøyespennning med klassisk metode for rektangulære lokk.

*Tabell C.1: Beregningstall for bøyespennning, klassisk metode, rektangulære lokk*

Tykkelse [mm]	Sidekanter [mm]	$M_b$ [Nmm]	W [mm <sup>3</sup> ]	Bøyespennning [MPa]
4	a = 140, b = 100	189871,143	458,791	496,622
	a = 160, b = 100	226132,881	503,146	539,326
	a = 200, b = 100	298142,397	596,285	600,000
	a = 100, b = 100	117851,130	377,124	375,000
6	a = 140, b = 100	189871,143	1032,279	220,721
	a = 160, b = 100	226132,881	1132,078	239,700
	a = 200, b = 100	298142,397	1341,641	266,667
	a = 100, b = 100	117851,130	848,528	166,667
8	a = 140, b = 100	189871,143	1835,163	124,155
	a = 160, b = 100	226132,881	2012,583	134,831
	a = 200, b = 100	298142,397	2385,139	150,000
	a = 100, b = 100	117851,130	1508,494	93,750
10	a = 140, b = 100	189871,143	2867,442	79,459
	a = 160, b = 100	226132,881	3144,660	86,292
	a = 200, b = 100	298142,397	3726,780	96,000
	a = 100, b = 100	117851,130	2357,023	60,000

## Forenklet metode

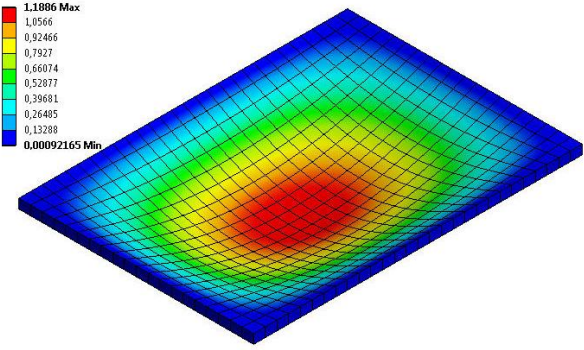
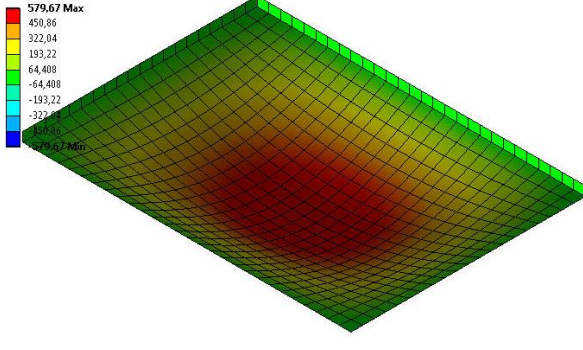
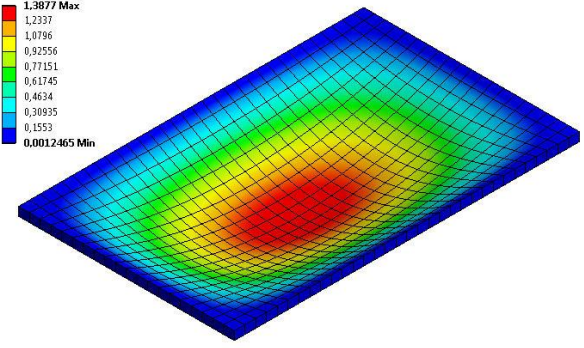
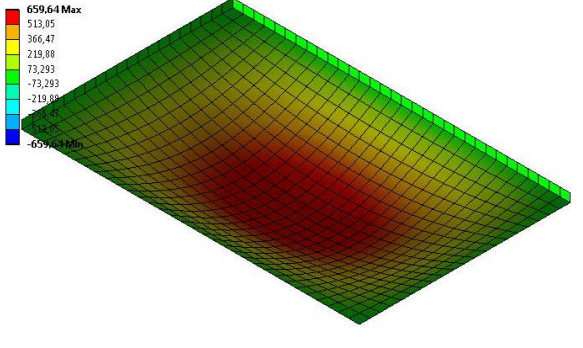
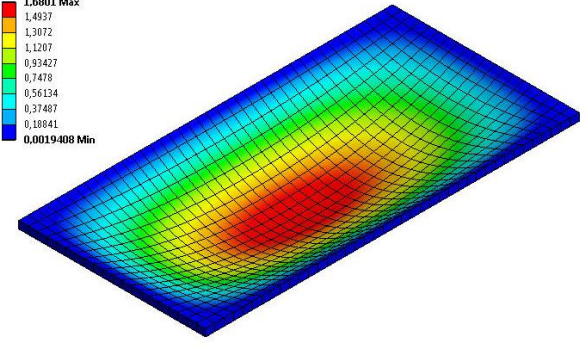
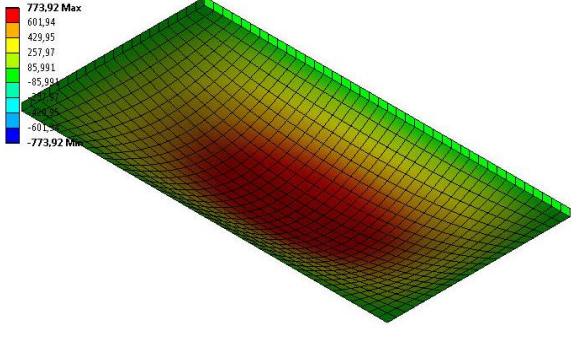
Tabell C.2 viser beregningstall for bøye- og motstandsmoment for utregning av bøyespenning med forenklet metode for rektangulære lokk.

*Tabell C.2: Beregningstall for bøyespenning, forenklet metode*

Tykkelse [mm]	Sidekanter [mm]	$M_b$ [Nmm]	$W$ [mm <sup>3</sup> ]	Bøyespenning [MPa]
4	a = 140, b = 100	204166,667	266,667	765,625
	a = 160, b = 100	246153,846	266,667	923,077
	a = 200, b = 100	333333,333	266,667	1250,000
	a = 100, b = 100	125000,000	266,667	468,750
6	a = 140, b = 100	204166,667	600,000	340,278
	a = 160, b = 100	246153,846	600,000	410,256
	a = 200, b = 100	333333,333	600,000	555,556
	a = 100, b = 100	125000,000	600,000	208,333
8	a = 140, b = 100	204166,667	1066,667	191,406
	a = 160, b = 100	246153,846	1066,667	230,769
	a = 200, b = 100	333333,333	1066,667	312,500
	a = 100, b = 100	125000,000	1066,667	117,188
10	a = 140, b = 100	204166,667	1666,667	122,500
	a = 160, b = 100	246153,846	1666,667	147,692
	a = 200, b = 100	333333,333	1666,667	200,000
	a = 100, b = 100	125000,000	1666,667	75,000

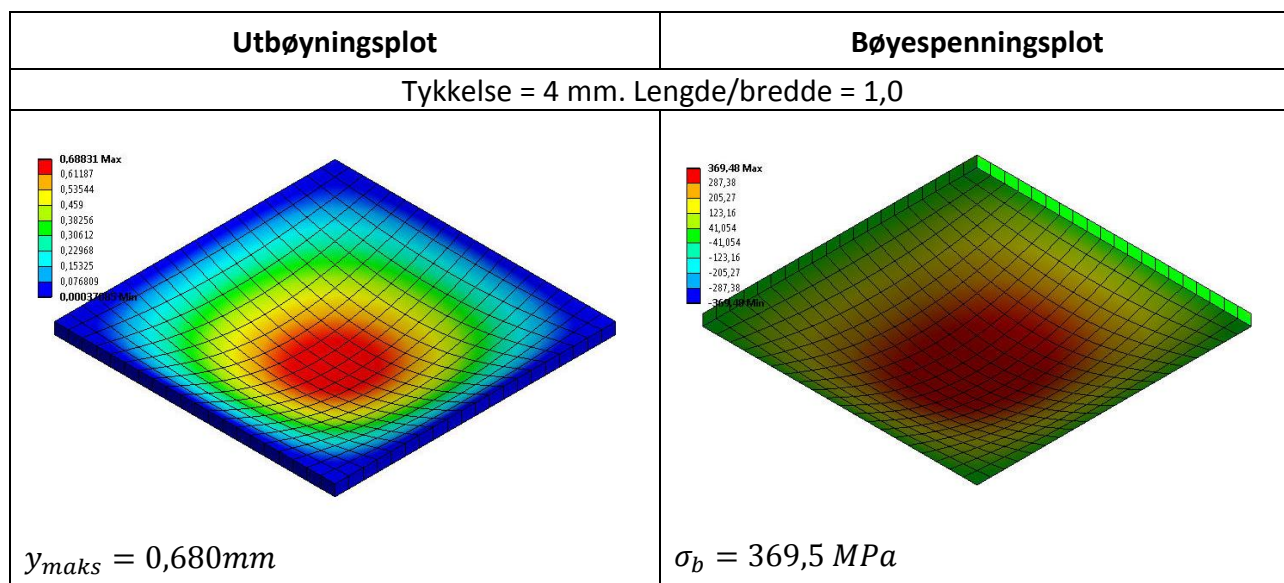
## D Utdrag av FEM-analyse

Tabell D.1: Utdrag fra resultater fra ANSYS for rektangulære lokk, fri opplagring

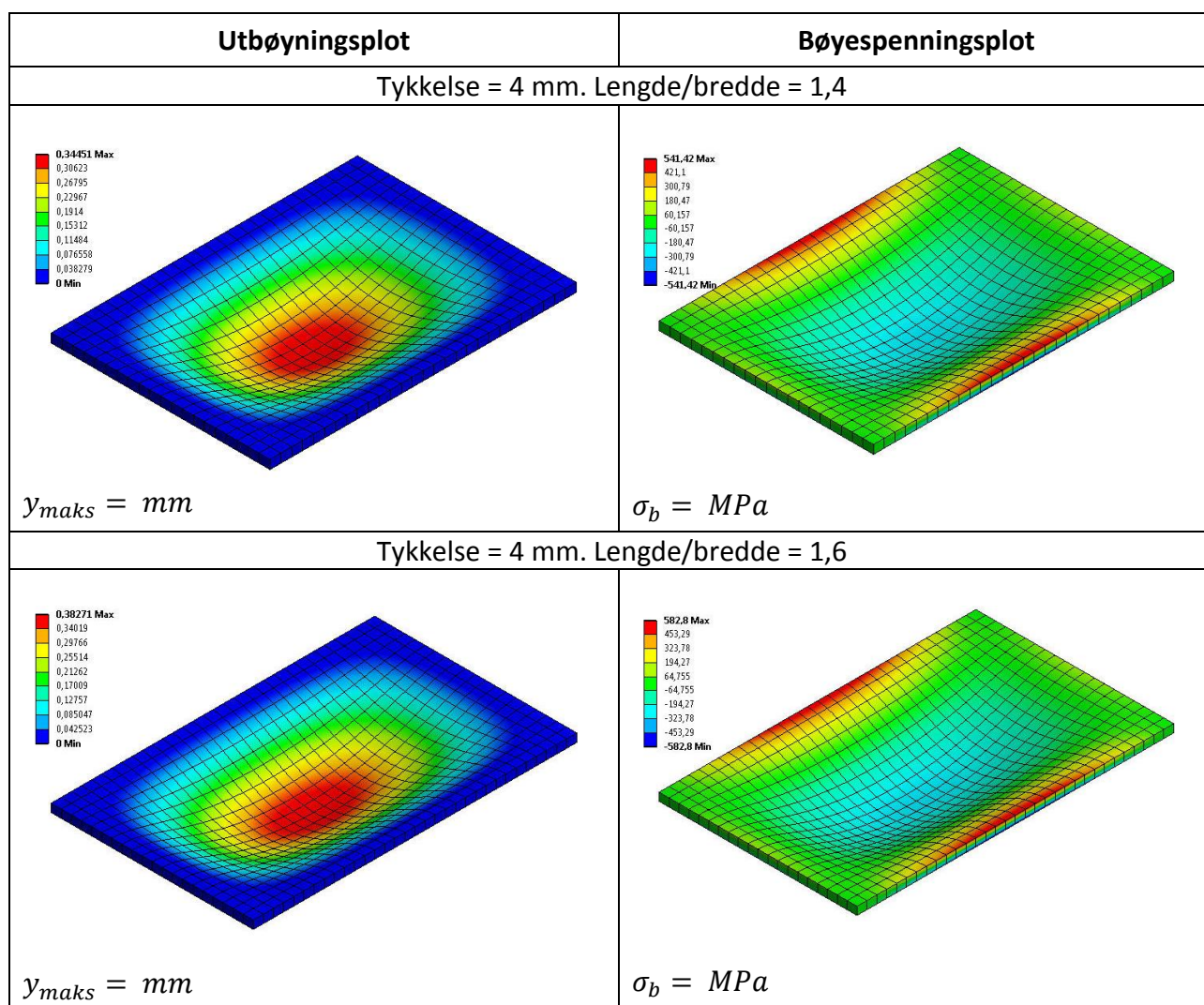
Utbøyningsplot	Bøyespenningsplot
Tykkelse = 4 mm. Lengde/bredde = 1,4	
 <p><math>y_{maks} = 1,181 \text{ mm}</math></p>	 <p><math>\sigma_b = 579,7 \text{ MPa}</math></p>
Tykkelse = 4 mm. Lengde/bredde = 1,6	
 <p><math>y_{maks} = 1,388 \text{ mm}</math></p>	 <p><math>\sigma_b = 659,6 \text{ MPa}</math></p>
Tykkelse = 4 mm. Lengde/bredde = 2,0	
 <p><math>y_{maks} = 1,680 \text{ mm}</math></p>	 <p><math>\sigma_b = 773,9 \text{ MPa}</math></p>



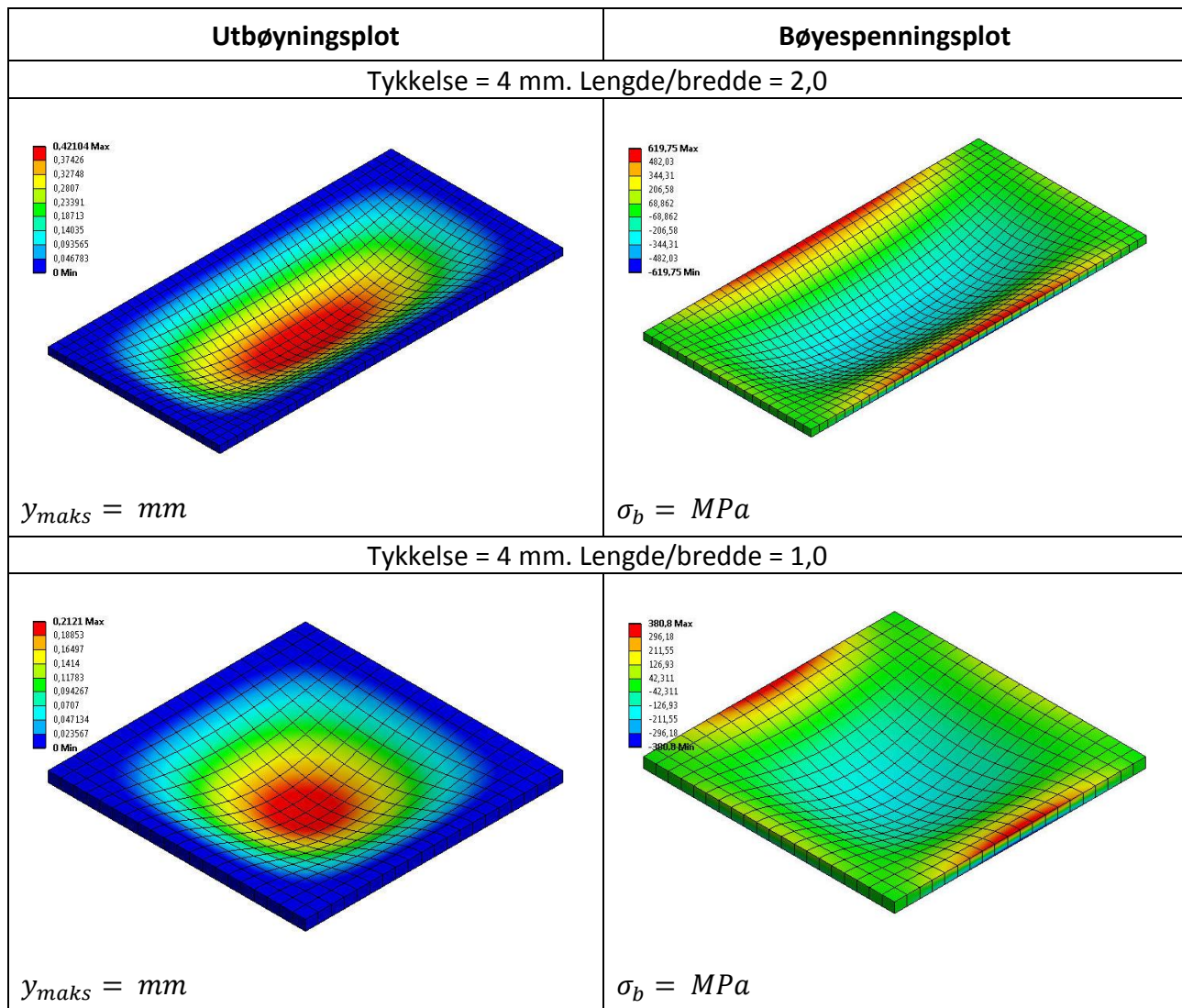
Tabell D.1 forts.: Utdrag fra resultater fra ANSYS for rektangulære lokk, fri opplagring



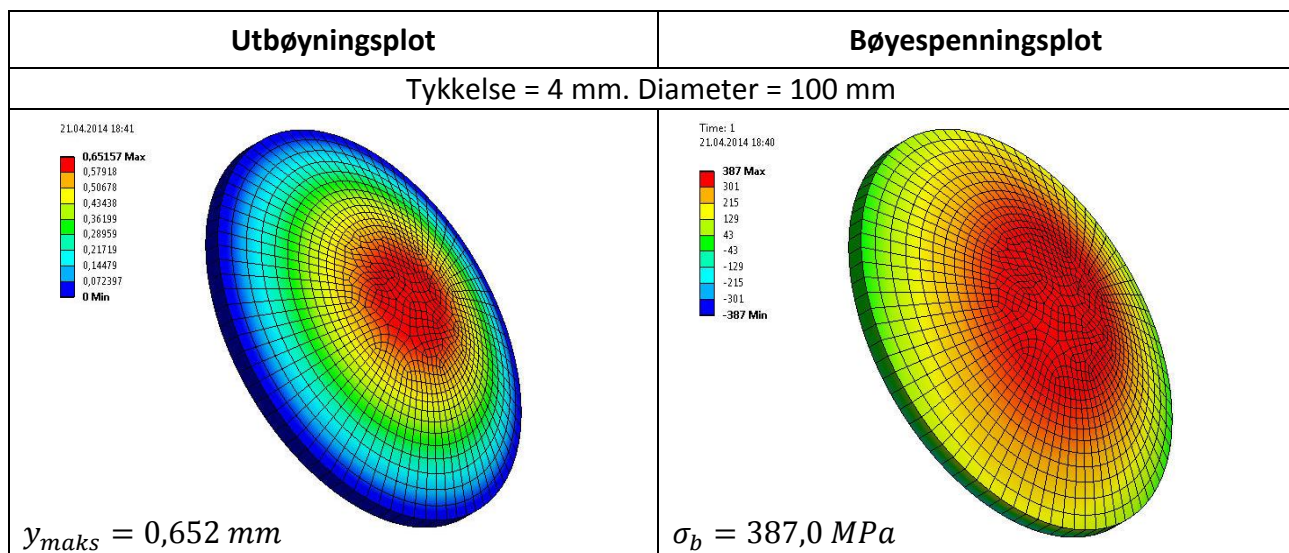
Tabell D.2: Utdrag fra resultater fra ANSYS for rektangulære lokk, fast innspenning



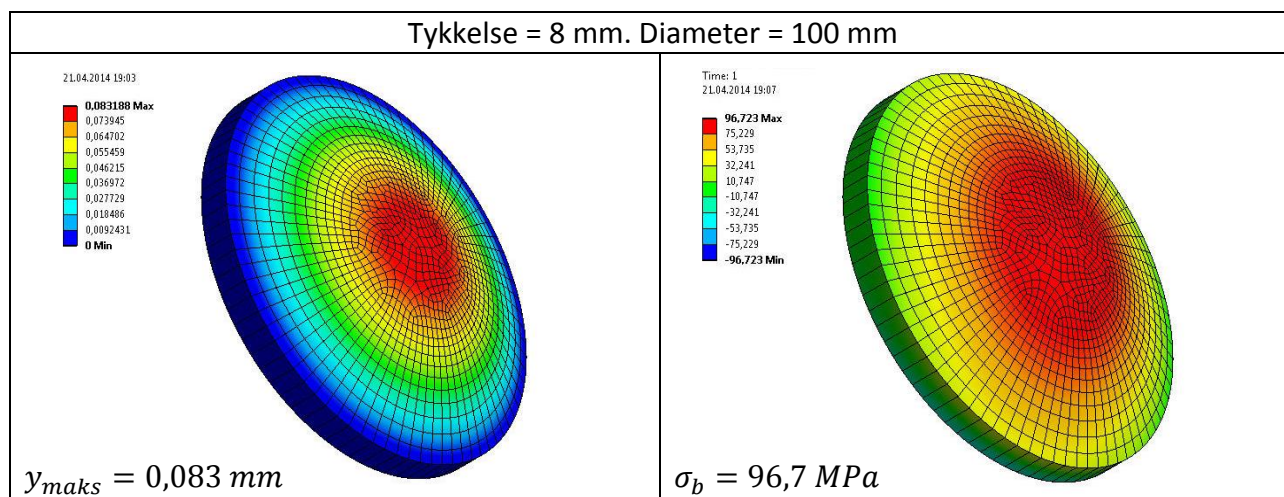
Tabell D.2 forts.: Utdrag fra resultater fra ANSYS for rektangulære lokk, fast innspenning



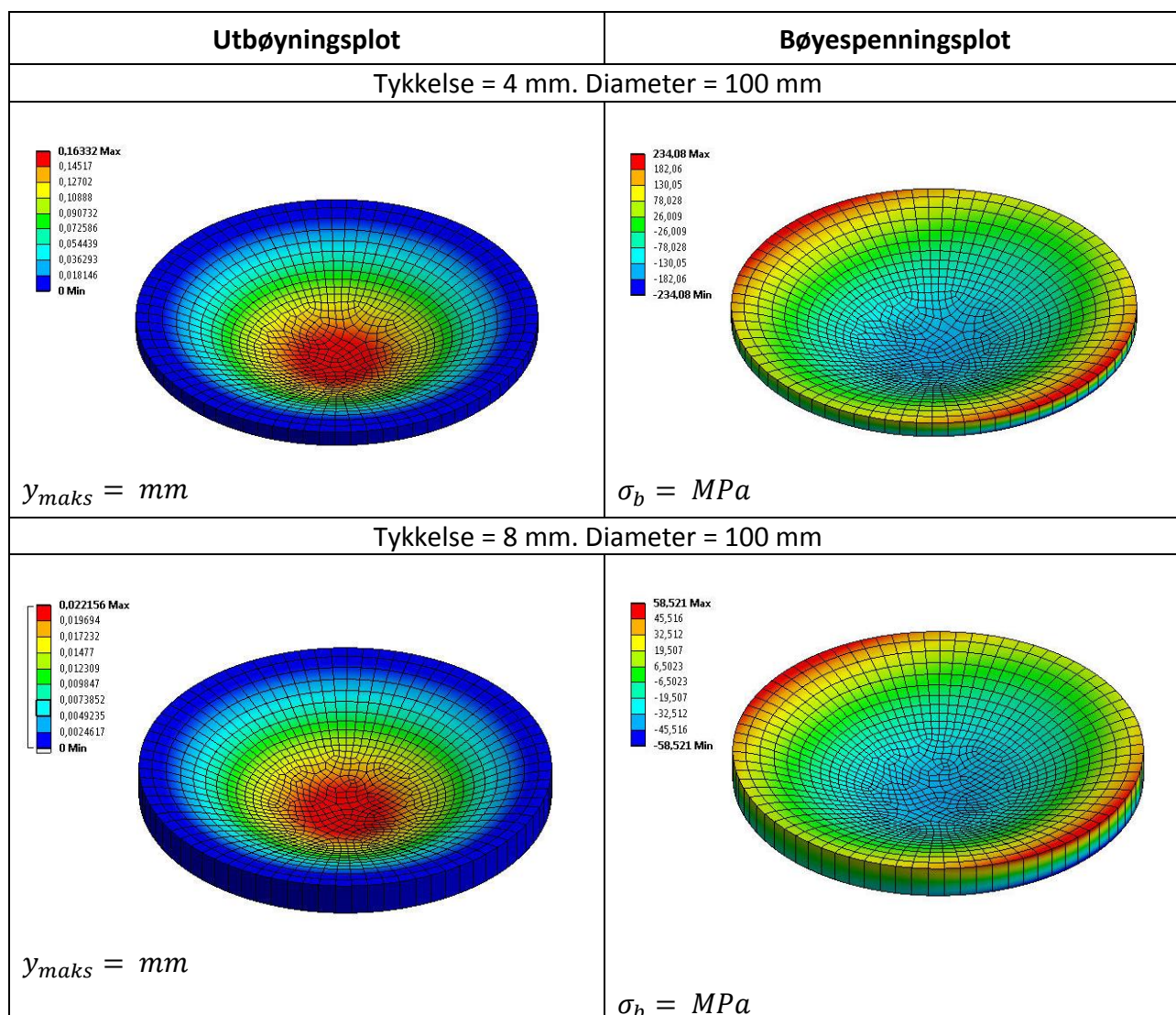
Tabell D.3: Utdrag fra resultater fra ANSYS for sirkulære lokk, fri opplagring



Tabell D.3: Utdrag fra resultater fra ANSYS for sirkulære lokk, fri opplagring



Tabell D.4: Utdrag fra resultater fra ANSYS for sirkulære lokk, fast innspenning



## E Sammenligningsgrunnlag

Tabell E.1: Sammenligning av alle resultater for bøyespennning for rektangulære lokk

Tykkelse t [mm]	Lengde a [mm]	Opplagring	Beregnet bøyespennning [MPa]				
			Klassisk	Forenklet	Platestripe	Roark's	FEM
4	140	Fri	496,6	546,9	937,5	566,3	579,7
		Fast			625,0	544,5	541,4
	160	Fri	539,3	576,9	937,5	646,5	659,6
		Fast			625,0	585,0	582,8
	200	Fri	600,0	625,0	937,5	762,8	773,9
		Fast			625,0	621,8	619,8
	100	Fri	375,0	468,8	937,5	359,3	369,5
		Fast			625,0	384,8	380,8
6	140	Fri	220,7	243,1	416,7	251,7	260,2
		Fast			277,8	242,0	239,9
	160	Fri	239,7	256,4	416,7	287,3	295,7
		Fast			277,8	260,0	258,5
	200	Fri	266,7	277,8	416,7	339,0	346,1
		Fast			277,8	276,3	275,3
	100	Fri	166,7	208,3	416,7	159,7	166,3
		Fast			277,8	171,0	167,9
8	140	Fri	124,2	136,7	234,4	141,6	147,8
		Fast			156,3	136,1	134,3
	160	Fri	134,8	144,2	234,4	161,6	167,8
		Fast			156,3	146,3	145,0
	200	Fri	150,0	156,3	234,4	190,7	195,9
		Fast			156,3	155,4	154,8
	100	Fri	93,8	117,2	234,4	89,8	94,7
		Fast			156,3	96,2	93,5
10	140	Fri	79,5	87,5	150,0	90,6	95,5
		Fast			100,0	87,1	85,4
	160	Fri	86,3	92,3	150,0	103,4	108,3
		Fast			100,0	93,6	92,4
	200	Fri	96,0	100,0	150,0	122,0	126,1
		Fast			100,0	99,5	98,9
	100	Fri	60,0	75,0	150,0	57,5	61,3
		Fast			100,0	61,6	59,1

Tabell E.2: Sammenligning av alle resultater for utbøyning for rektangulære lokk

Tykkelse t [mm]	Lengde a [mm]	Opplagring	Beregnet utbøyning [mm]			
			Platestripe	Roark's	FEM	
4	140	Fri	2,116	1,146	1,189	
		Fast	0,423	0,336	0,345	
	160	Fri	2,116	1,348	1,389	
		Fast	0,423	0,374	0,383	
	200	Fri	2,116	1,652	1,680	
		Fast	0,423	0,412	0,421	
	100	Fri	2,116	0,661	0,688	
		Fast	0,423	0,205	0,212	
	6	140	Fri	0,627	0,340	0,359
			Fast	0,125	0,100	0,105
160		Fri	0,627	0,399	0,419	
		Fast	0,125	0,111	0,117	
200		Fri	0,627	0,489	0,505	
		Fast	0,125	0,122	0,128	
100		Fri	0,627	0,196	0,209	
		Fast	0,125	0,061	0,065	
8		140	Fri	0,264	0,143	0,155
			Fast	0,053	0,042	0,046
	160	Fri	0,264	0,169	0,180	
		Fast	0,053	0,047	0,051	
	200	Fri	0,264	0,206	0,216	
		Fast	0,053	0,052	0,056	
	100	Fri	0,264	0,083	0,091	
		Fast	0,053	0,026	0,029	
	10	140	Fri	0,135	0,073	0,081
			Fast	0,027	0,022	0,025
160		Fri	0,135	0,086	0,094	
		Fast	0,027	0,024	0,027	
200		Fri	0,135	0,106	0,113	
		Fast	0,027	0,026	0,030	
100		Fri	0,135	0,042	0,048	
		Fast	0,027	0,013	0,016	

Tabell E.3: Sammenligning av alle resultater for spenning for sirkulære lokk

Tykkelse t [mm]	Opplagring	Beregnet bøyespenning [MPa]			
		Klassisk	Platestripe	Roark's	FEM
4	Fri	375,0	937,5	386,7	387,0
	Fast		625,0	234,4	234,1
5	Fri	240,0	600,0	247,5	247,7
	Fast		400,0	150,0	149,8
6	Fri	166,7	416,7	171,9	172,0
	Fast		277,8	104,2	104,0
7	Fri	122,4	306,1	126,3	126,3
	Fast		204,1	76,5	76,4
8	Fri	93,8	234,4	96,7	96,7
	Fast		156,3	58,6	58,5
9	Fri	74,1	185,2	76,4	76,4
	Fast		123,5	46,3	46,2
10	Fri	60,0	150,0	61,9	61,9
	Fast		100,0	37,5	37,5

Tabell E.4: Sammenligning av alle resultater for utbøyning for sirkulære lokk

Tykkelse [mm]	Opplagring	Beregnet utbøyning [mm]		
		Platestripe	Roark's	FEM
4	Fri	2,116	0,647	0,652
	Fast	0,423	0,159	0,163
5	Fri	1,083	0,331	0,335
	Fast	0,217	0,081	0,085
6	Fri	0,627	0,192	0,195
	Fast	0,125	0,047	0,050
7	Fri	0,395	0,121	0,123
	Fast	0,079	0,030	0,032
8	Fri	0,264	0,081	0,083
	Fast	0,053	0,020	0,022
9	Fri	0,186	0,057	0,059
	Fast	0,037	0,014	0,016
10	Fri	0,135	0,041	0,043
	Fast	0,027	0,010	0,012





Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
67 23 00 00  
[www.nmbu.no](http://www.nmbu.no)