

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP



Forord

Denne rapporten er en masteroppgave på 30 studiepoeng skrevet ved Institutt for matematiske realfag og teknologi, Universitetet for miljø- og biovitenskap (UMB), våren 2012.

Oppgaven omhandler analysemetoder for skivekonstruksjoner med takelementer produsert av Lett-Tak Systemer AS. Arbeidet bygger på masteroppgaver ved UMB fra tidligere år. Målgruppen for oppgaven er bedriften Lett-Tak Systemer AS som gjennom slike masteroppgaver får innspill til hvordan deres prosjekteringsmetoder kan rasjonaliseres.

Nils Ivar Bovim hadde ideen til oppgaven og han har også veiledet meg gjennom arbeidet. Jeg vil rette en stor takk til Nils Ivar for hjelp og støtte i arbeidsprosessen, samt for å ha sørget for at oppgaven har gitt meg et stort læringsutbytte. Takk til Lett-Tak Systemer AS for gjestfrihet, interesse og dialog underveis. Takk til EDR for kursing i programvare, samt brukerstøtte underveis. Takk til Rambøll for tilrettelegging av kontorplass.

En stor del av arbeidet med denne oppgaven har vært å utarbeide beregningsmodeller. Disse modellene, samt regneark med inndata og resultater finnes vedlagt på CD. For å få fullt utbytte av oppgaven anbefales det at de elektroniske vedleggene også studeres sammen med rapporten. Det forutsettes at leser har konstruksjonsteknisk kompetanse. Bilder og figurer uten referanse er egenproduserte.

Ås, 14. mai 2012

Morten Solheim

Sammendrag

Lett-Tak Systemer AS i Larvik produserer lette takelementer med plater av kryssfiner, trelekter og u-formede stålskanaler som bærende komponenter. Elementene benyttes i takkonstruksjoner som, i tillegg til vertikale påkjenninger, utsettes for horisontale skivekrefter. Det har i de siste årene blitt arbeidet med å forbedre beregningsmetodene for skivekonstruksjoner med lett-takelementer. Denne oppgaven er et ledd i dette arbeidet.

Målet med oppgaven har vært å undersøke hvordan man kan modellere store skivekonstruksjoner med en enkel finite element-modell. Grunnen til at det er benyttet en enkel oppbygning er for å oppnå en rasjonell modelleringsprosess, samt en tilfredsstillende beregningstid. Det er valgt å utarbeide en todimensjonal modell som kun består av stav- og bjelkeelementer i tillegg til forbindererlementer.

Som fremgangsmåte er det valgt å utvikle en *testmodell* med tre lett-takelementer. Oppbygningen av testmodellen tar utgangspunkt i et fullskalaforsøk som tidligere er utført av masterstudenter ved UMB, og resultater fra fullskalaforsøket er benyttet for kalibrering av testmodellen. I tillegg til fullskalaforsøket er tidligere utarbeidede beregningsmodeller benyttet som sammenligningsgrunnlag. Det er også utarbeidet en *stor modell* som er bygd opp på samme måten som testmodellen. På den måten er det undersøkt hvordan en stor modell, med tilsvarende elementer som testmodellen, fungerer. Geometri og lastsituasjon er for den store modellen gitt av Lett-Tak Systemer AS som også har beregnet denne takkonstruksjonen etter en av metodene som brukes i dag.

Forbinderne i lett-takelementene er avgjørende for stivheten og kapasiteten til en skivekonstruksjon med slike elementer. Både testmodellen og den store modellen er utarbeidet i ulike varianter med ulike egenskaper hos forbinderne. Det er gjort analyser med ikke-lineære ikke-koblede forbindererlementer i tillegg til lineære ikke-koblede og koblede forbindererlementer. Dette er gjort for å undersøke hvilken type forbindererlementer som gir de mest tilfredsstillende resultatene i forhold til fullskalaforsøket.

Det konkluderes med at det er fullt mulig å lage enkle modeller for å modellere større skivekonstruksjoner med lett-takelementer. Resultatene viser at modellen med lineære

ikke-koblede forbinderelementer gir de mest tilfredsstillende resultatene. Likevel kan det med fordel jobbes videre med en modell som benytter koblede forbinderelementer, da en slik modell har et større potensial. Det at modellene i denne oppgaven er todimensjonale innebærer noen begrensninger. Det kan også jobbes videre med hvordan dette best mulig kan håndteres. Resultatene fra analysene i denne oppgaven gir en bedre kapasitet enn det Lett-Tak Systemer AS opererer med i sine beregninger. Det ligger derfor et potensial for å spare ressurser ved å bruke mer raffinerte beregningsmetoder enn det som benyttes i dag. Uansett vil det være nødvendig med en ytterligere verifisering av resultatene i denne oppgaven før beregningsmodellene kan benyttes.

Abstract

The Lett-Tak Systemer company of Larvik produces light weight roof elements, using bearing components made from sheets of plywood, wood, and u-shaped steel channels. These elements are used in roof constructions which, in addition to vertical loads, are exposed to diaphragm action. Over the recent years, work has been done to develop and improve calculation methods for light weight roof elements as diaphragm structures. This study is part of such work.

The aim of this study has been to examine how to model large diaphragm structures using a simplified finite element model. The purpose of using a simplified model is to achieve a rational modeling process, as well as to shorten the time needed for calculations. A two-dimensional model comprising of rods, beams, and connecting elements has been chosen for this purpose.

For this study, it was chosen to build up a test model using three light weight roof elements. This test model is based on a physical full-scale experiment previously carried out by MSc students at the University of Life Sciences (UMB). Results from this earlier experiment have been used in calibrations of the test model. As a basis for comparison, previously developed calculation methods have been used as a reference, along with results from the physical full-scale experiment. A larger model, with a similar layout to the smaller model, has also been produced, in order to examine how scale affects the models response to the testing conditions. Geometry and load cases for the larger model were provided by Lett-Tak Systemer company, who also provided calculation results based on calculation methods that they are currently using for such structures.

The fasteners in the light weight roof elements determine the stiffness and bearing structural capacity of diaphragm structures using these kinds of elements. Both the test model and the large model are developed with different varieties of fastener characteristics. The analysis was carried out with non-linear uncoupled connecting elements, as well as linear coupled and uncoupled connecting elements, in order to examine which type of connecting element provides the most satisfactory results compared to the full-scale experiment.

In conclusion, it has been demonstrated that it is fully possible to use simplified models to represent the structural behavior of larger diaphragm structures made from light weight roof elements. This study shows that the model with linear uncoupled connecting elements provide the most satisfactory results. However, models with coupled connecting elements show greater potential, and benefit could be derived from developing such models further. The fact that two-dimensional models have been used in this study does imply some limitations to the applicability of the results. Future work is recommended to further increase the understanding of these limitations.

The analytical results from this paper provide a better capacity than the computational methods currently being used by Lett-Tak Systemer company. Due to this fact, potential resource savings are possible by adopting more accurate and refined computational methods than those that are currently being used for this kind of structure. In any case, further verification of the results of this study will be necessary prior to adopting the new computational methods.

Innhold

1. Innledning og problemstilling	13
1.1 Bakgrunn	13
1.2 Problemstilling	14
1.3 Avgrensninger	14
2. Teori	15
2.1 Skivekonstruksjoner	15
2.1.1 Definisjon på skive	15
2.1.2 Laster som virker på skivekonstruksjoner	16
2.1.3 Beregningsprinsipper for skivekonstruksjoner	22
2.1.4 Deformasjoner i mekanisk sammensatte skivekonstruksjoner	26
2.2 Lett-takelementer	29
2.2.1 Oppbygning av lett-takelementer	29
2.2.2 Forbindelser i lett-takelementer	31
2.2.3 Lett-Tak som skivekonstruksjon	32
2.3 Linearitet og ikke-linearitet	33
2.3.1 Materialeegenskaper	33
2.3.2 Lineære og ikke-lineære analyser	34
2.4 Forbindere	35
2.4.1 Forbindere i trekonstruksjoner	35
2.4.2 Ikke-lineære forbindere	35
2.4.3 Koblede og ikke-koblede forbindere	37
2.5 Elementmetoden	39
2.5.1 Prinsipper for elementmetoden	39
2.5.2 Elementmetodeprogrammer	40
2.5.3 Ikke-lineære elementanalyser	42
3. Metode	43
3.1 Valg av metode	43
3.2 Behandling av forbinderdata	46
3.2.1 Ikke-lineære forbindere	46
3.2.2 Lineære forbindere	47
3.3 Oppbygning av testmodell	49
3.3.1 Prinsipp og forutsetninger	49

3.3.2	Materialdata	50
3.3.3	Grid	50
3.3.4	Noder.....	51
3.3.5	Testjigg – ramme av limtre	51
3.3.6	Lett-takelement – bjelker i lengderetning	52
3.3.7	Lett-takelement – staver i tverretning	52
3.3.8	Lett-takelement – diagonaler	53
3.3.9	Forbindere	53
3.3.10	Ferdig testmodell	56
3.4	Modellering av store skivekonstruksjoner med lett-takelementer	57
3.4.1	Oppbygning av stor modell.....	57
3.4.2	Belastning	58
4.	Resultater og diskusjon	59
4.1	Testmodell.....	59
4.2	Stor modell.....	62
4.2.1	Krefter i forbindere	62
4.2.2	Skjærkrefter.....	63
4.2.3	Kraftfordeling i takkonstruksjon og aksialkrefter i randbjelker	64
4.2.4	Deformasjoner.....	67
5.	Konklusjon.....	69
6.	Videre arbeid.....	71
7.	Referanser	72
8.	Vedlegg.....	74

Figurer

Figur 2.1	Definisjon av skive og indre spenninger (Larsen, 2004).	15
Figur 2.2	Eksempel på vindavstivning med skivekonstruksjoner (SINTEF Byggforsk, 2011a).....	16
Figur 2.3	Eksempel på inndeling av felt for formfaktorer for vertikale vegger (NS-EN 1991-1-4, 2009).....	17
Figur 2.4	Eksempel på overføring av startverdi for skjevstilling og krumning til ekvivalente horisontale krefter (Eurokode 3, 2008).....	18
Figur 2.5	Eksempler på antatte initialforskyvninger i geometrien til en ramme med symmetrisk last (b) og ikke-symmetrisk last (c) (Eurokode 5, 2010).....	19
Figur 2.6	Eksempel på avstivningskrefter i staver under trykk (Eurokode 3, 2008).....	20
Figur 2.7	Eksempel på bjelke- eller fagverkssystem som krever tverravstivning (Eurokode 5, 2010).	21
Figur 2.8	Eksempel på sammenføring av plater (Eurokode 5, 2010).	23
Figur 2.9	Beregning av skivekrefter i en fritt opplagt takskive eller golvskiye med spennvidde, l , og skivebredde, b (SINTEF Byggforsk, 2011a).....	23
Figur 2.10	Skjærstrøm, normalkraft i kantbjelker, skjærkraft- og momentdiagram for takskive av plater direkte på takbjelker (Höglund, 2000).....	24
Figur 2.11	Skjærstrøm og normalspenninger i takskive av plater direkte på takbjelker. Ingen randbjelker (Höglund, 2000).....	24
Figur 2.12	Skjærstrøm og kraft i bjelker for takskive av plater direkte på takbjelker. Last mot langside (Höglund, 2000).	25
Figur 2.13	Skjærstrøm og kraft i bjelker for takskive av plater direkte på takbjelker. Last mot gavl (Höglund, 2000).....	25
Figur 2.14	Spenningsfordeling i lav og høy "bjelke" (Larsen, 2004).....	25
Figur 2.15	Skjærkraftdiagram for hurtigintegrasjon.....	27
Figur 2.16	Deformasjon fra glidning mellom plater (Bovim, 2008).	27
Figur 2.17	Tverrsnitt av typisk lett-takelement (SINTEF Byggforsk, 2011b)	29
Figur 2.18	Bilder fra ekskursjon til fabrikken til Lett-Tak Systemer AS. Tilpasning av takelement (øverst) og lagring av ferdige takelement (nederst).	30
Figur 2.19	Illustrasjon av gavlforbindelse (blå) og forbindelse i elementskjøt (rød).....	31
Figur 2.20	Forbindelser i lett-takelementer. Til venstre vises skruehullene til gavlforbindelsen. Til høyre vises hvordan lasken i elementskjøten festes med	

kramper fra fabrikk, og hvordan tilstøtende element festes til lask med skruer.	31
Figur 2.21 Lett-Tak som skivekonstruksjon (Bovim, 2010).	32
Figur 2.22 Kraftoverføring mellom takelement og randbjelke (Bovim, 2010).	32
Figur 2.23 Sammenheng mellom spenning og tøyning i materialer.....	33
Figur 2.24 Bruddformer for tre- og plateforbindelser (Eurokode 5, 2010).	35
Figur 2.25 Eksempler på arbeidslinjer for noen forbindelsesmidler (SINTEF Byggforsk, 2008).	36
Figur 2.26 Eksempel på kraft-deformasjonskurve fra tre-parameterligningen til Foschi.	36
Figur 2.27 Kraft-deformasjonskurve fra Foschibasert fem-parameterligning (Girhammar et al., 2004).	37
Figur 2.28 Eksempel på koblede (a) og ikke koblede (b) elementer. De partiellderiverte brukes for å finne den tangentielle stivhetsmatrisen for deformasjoner uttrykt med u_1 og u_2 , og krefter uttrykt med F_1 og F_2 (Vessby et al., 2010).	38
Figur 2.29 Eksempel på oppbygning av praktisk brukerprogram (basert på Fiskvatn, 1984).	41
Figur 2.30 Eksempel på iterative løsningsmetoder. Newton-Raphsons metode til venstre og den modifiserte Newton-Raphsons metode til høyre. Basert på figur fra Fiskvatn (1984).	42
Figur 3.1 Illustrasjon av testkonstruksjon.....	44
Figur 3.2 Illustrasjon av stor modell. Utarbeidet i Tekla av Lett-Tak Systemer AS.....	45
Figur 3.3 Ikke-lineært kraft-deformasjonsforhold til 4 stk forbindere i elementskjøt. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).	46
Figur 3.4 Ikke-lineært kraft-deformasjonsforhold til 2 stk forbindere i gavl. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).	47
Figur 3.5 Valgt lineært kraft-deformasjonsforhold for 4 stk forbinderne i elementskjøt. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).	48
Figur 3.6 Valgt lineært kraft-deformasjonsforhold for 2 stk forbindere i gavl. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).	48
Figur 3.7 Prinsipp for modellering av ett lett-takelement.....	49
Figur 3.8 Gridlinjer.....	50
Figur 3.9 Noder.....	51
Figur 3.10 Illustrasjon av limtreramme.	51

Figur 3.11 Tverrsnitt av bjelke i lengderetning modellert i "Section Designer" i SAP2000.	52
Figur 3.12 Illustrasjon av antatt lastspredning for tverrbelastning.	52
Figur 3.13 Sammenligning av deformasjoner for å finne dimensjon på diagonaler.	53
Figur 3.14 Eksempel på kraft-deformasjonsforhold i et "Multi-Linear Elastic Link Element" i SAP2000 (CSI, 2009).	54
Figur 3.15 Eksempel på stivhetsmatrisen til et ikke-koblet linkelement (CSI, 2010).	55
Figur 3.16 Eksempel på stivhetsmatrisen til et koblet linkelement (CSI, 2010).	55
Figur 3.17 Skjematisk oppstilling av ferdig testmodell.	56
Figur 3.18 Stor modell. Illustrasjon fra SAP2000.	57
Figur 3.19 Illustrasjon av felt med ulike formfaktorer.	58
Figur 4.1 Deformert testmodell. Illustrasjon fra SAP2000.	59
Figur 4.2 Sammenligning av deformasjoner i limtreramme.	60
Figur 4.3 Sammenligning av deformasjoner i elementskjøt.	60
Figur 4.4 Aksialkrefter i stor modell med ensidig belastning i x-retning. Strekkrefter er blå og trykkrefter er røde. Illustrasjon fra lineær analyse i SAP2000.	64
Figur 4.5 Aksialkrefter i stor modell med ensidig belastning i y-retning. Strekkrefter er blå og trykkrefter er røde. Illustrasjon fra lineær analyse i SAP2000.	64
Figur 4.6 Deformert stor modell med last i x-retning (til venstre) og last i y-retning (til høyre). Illustrasjon fra SAP2000.	67

1. Innledning og problemstilling

1.1 Bakgrunn

Denne oppgaven er en av flere masteroppgaver, veiledet av siv.ing. Nils Ivar Bovim, som omhandler lett-takelementer. Bovim har vært konsulent for Lett-Tak Systemer AS i en årrekke og gjennom masteroppgaver har studenter fra Universitetet for miljø- og biovitenskap (UMB) fått være med på å foreslå videreutvikling av metoder for tegning og beregning av lett-takelementer. I det følgende nevnes noe av det tidligere utførte arbeidet ved UMB som omhandler Lett-Tak.

I 2009 gjorde Eirik Magnus Furulund og Kristian Thorrud i sin masteroppgave en del forsøk med forbindere, samt flere fullskalaforsøk med lett-takelementer. Forbinderne som ble testet er de samme som benyttes i montering av lett-takelementer, og forsøkene kan således benyttes for verifisering av dagens beregninger. I oppgaven sammenlignes den oppnådde kapasiteten i forsøkene med den teoretisk beregnede kapasiteten. Fullskalatesten ble utført med horisontal belastning og dokumenterer skivestivheten til takelementene (Furulund og Thorrud, 2009).

Eli Bjørhovde Rindal utviklet i sin masteroppgave fra 2010 en parametrisert 3D-modell av lett-takelementet, samt en finite element-modell for lett-takelementers oppførsel ved krumning. Dette imøtekommer behovene Lett-Tak Systemer AS har for å rasjonalisere måten tegninger og beregninger utføres på. Bruken av BIM erstatter gradvis de tradisjonelle 2D-tegningene i byggebransjen. I tillegg vil effektive beregningsprogram være tidsbesparende i forhold til manuelle beregninger. Dette er viktige faktorer for en fremtidsrettet og konkurransedyktig drift (Rindal, 2010).

Masteroppgaven til Martin C. Kleven og Roald Norås fra 2011 gikk ut på å utarbeide finite element-modeller for beregning av lett-takelementer utsatt for skivekrefter. Resultater fra forsøkene til Furulund og Thorrud ble benyttet for å simulere forbindernes ikke-lineære egenskaper, samt til kalibrering av modellene. Ved utarbeiding av modellene ble det valgt en høy detaljeringsgrad og antall noder varierte fra ca. 600 til 2300 for de ulike modellene. For videre arbeid foreslås det blant annet at det utarbeides en mindre detaljert modell der beregningene går raskere (Kleven og Norås, 2011).

Denne oppgaven vil bygge videre på masteroppgavene nevnt over.

1.2 Problemstilling

Oppgaven går ut på å utarbeide en tilstrekkelig enkel finite element-modell for å kunne analysere store skivekonstruksjoner med lett-takelementer. Det er naturlig å ta utgangspunkt i tidligere utførte masteroppgaver ved UMB som omfatter beregning av lett-takelementer.

Aktuelle virkemidler for å gjøre modellen enkel kan være å lage en todimensjonal modell og å benytte en enkel oppbygning med enkle skiveelementer eller stavelementer.

1.3 Avgrensninger

Det er, på grunn av lett-takelementets beskaffenhet, i teoridelen lagt mest vekt på konstruksjoner med trebaserte materialer og forbindelsesmidler i trekonstruksjoner. Det er også valgt ut noen lasttyper på skivekonstruksjoner som det fokuseres mer på enn andre, det være seg skjevstillingslaster og stabiliseringskrefter. Dette er gjort fordi Lett-Tak Systemer AS erfarer at rådgivende ingeniører, som de befatter seg med, ofte ikke forstår hvilke påkjenninger skjevstillingslaster og stabiliseringskrefter medfører for skivekonstruksjoner med lett-takelementer. Seismiske laster omtales ikke i denne oppgaven.

Modellen som er utarbeidet er kun beregnet for å ta horisontale laster. Det vil si at for analyser med vertikale laster må andre modeller eller beregningsmetoder benyttes.

Lett-takelementet finnes i mange varianter og av viktige variabler nevnes følgende (Rindal, 2010):

- Lengden på elementet,
- antall stålkanaler per takelement,
- høyde og godstykkelse til stålprofilet,
- dimensjoner på trelektene,
- tykkelse på kryssfinerplate.

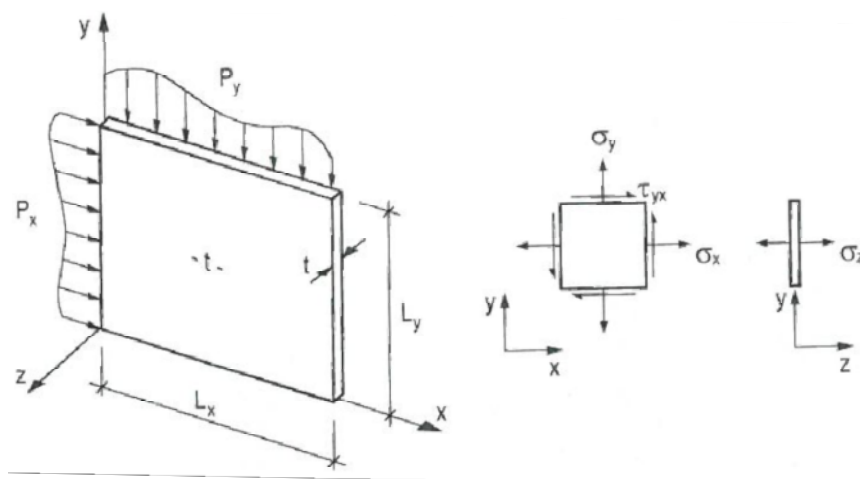
I denne oppgaven er det valgt ut ett element som modellen baseres på. Valget er gjort slik at sammenligning med resultater fra tidligere oppgaver er mulig.

2. Teori

2.1 Skivekonstruksjoner

2.1.1 Definisjon på skive

”Skiven er et todimensjonalt, plant konstruksjonselement hvor dimensjonen i z-retningen, tykkelsen t , er vesentlig mindre enn dimensjonene L_x og L_y i henholdsvis x- og y-retning” (Larsen, 2004). I tillegg til denne geometriske definisjonen virker alle ytre krefter parallelt med skivens plan. I midten på figur 2.1 vises et infinitesimalt element med de indre kreftene inntegnet. σ_x og σ_y er normalspenninger og τ_{xy} er skjærspenning (Larsen, 2004).



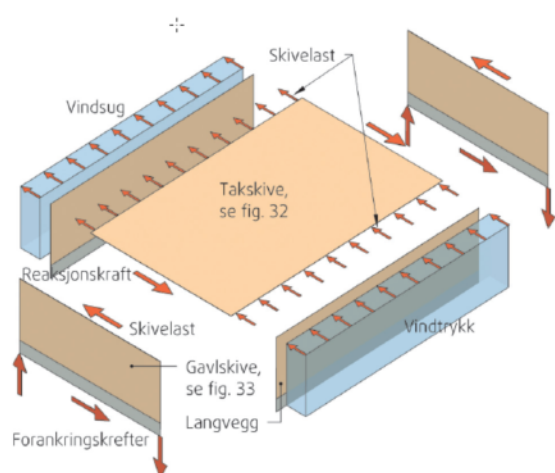
Figur 2.1 Definisjon av skive og indre spenninger (Larsen, 2004).

Ofte blir *platematerialer* benyttet i skivekonstruksjoner. Dette må ikke forveksles med *platekonstruksjoner* hvor lastene virker normalt på konstruksjonens plan. Det er også viktig å være klar over forskjellene på en massiv skivekonstruksjon, for eksempel en betongskive, og en mekanisk sammensatt skivekonstruksjon utført med platematerialer og forbindelsesmidler.

2.1.2 Laster som virker på skivekonstruksjoner

For en bygning er det de horisontale lastene som i størst grad gir skivekrefter i konstruksjonen. I det følgende gis en beskrivelse av hvordan de vanligste horisontale lastene kan beregnes.

Vindlasten er en typisk horisontal last og størrelsen på de opptredende vindlastene finnes i NS-EN 1991-1-4. Figur 2.2 viser et eksempel på hvordan vindkrefter tas opp i en skivekonstruksjon.



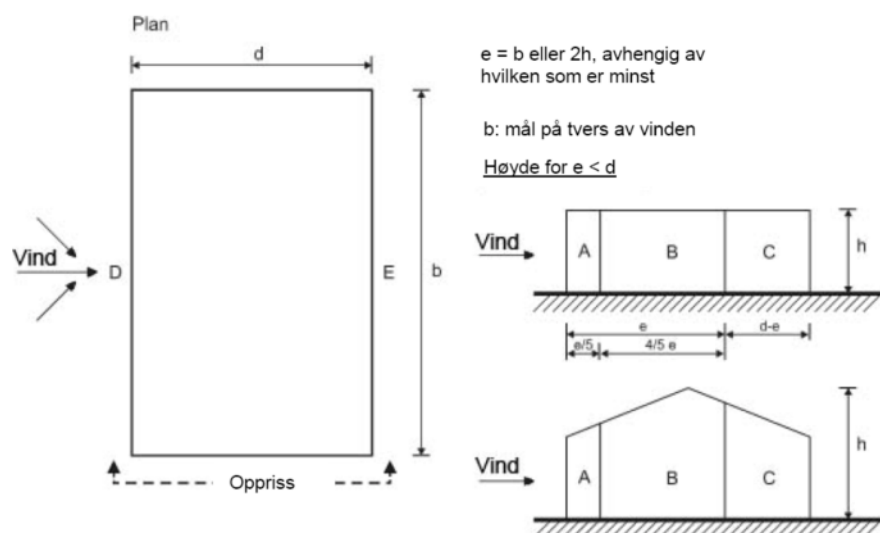
Figur 2.2 Eksempel på vindavstivning med skivekonstruksjoner (SINTEF Byggforsk, 2011a).

Ved beregning av vindlast tas det utgangspunkt i en referansevindhastighet, $v_{b,0}$, som er avhengig av i hvilken kommune bygningen befinner seg. Ved å bruke referansevindhastigheten i tillegg til terrengruhetskategorien og høyden over terrenget, z , kan grunnverdien for vindkasthastighetstrykket, $q_{k0}(z)$, leses ut av et diagram. Grunnverdien for vindkasthastighetstrykket benyttes så i en ligning med en rekke modifikasjonsfaktorer som gir vindkasthastighetstrykket, $q(z)_p$ (NS-EN 1991-1-4, 2009). Dette er en forenklet beregning av vindkasthastighetstrykket som finnes i veiledning til standarden. Alternativt kan vindkasthastighetstrykket, $q_p(z)$, beregnes etter følgende ligning:

$$q_p(z) = c_e(z) \cdot q_b \quad [1]$$

hvor $c_e(z)$ er eksponeringsfaktor og q_b er basisvindhastighetstrykk (NS-EN 1991-1-4, 2009). For å finne det opptredende vindtrykket på den betraktede overflaten

multipliseres vindkasthastighetstrykket med gjeldende formfaktorer avlest fra tabell i standarden. Figur 2.3 viser eksempel på inndeling i felt, A-E, for ulike formfaktorer (NS-EN 1991-1-4, 2009).



Figur 2.3 Eksempel på inndeling av felt for formfaktorer for vertikale vegger (NS-EN 1991-1-4, 2009)

Andre horisontale laster som kan virke på et byggverk kan være *skjevstillingslaster* som følge av geometriske avvik i konstruksjonen. Tidligere ble minstekravet i NS 3490 ofte benyttet. Dette kravet var at skjevstillingslasten ikke skulle være mindre enn det som tilsvarer 1 % av alle vertikale laster. I kombinasjon med vindlast var andelen 0,5 % (NS 3490, 2004). Dette minstekravet ble ikke videreført til NS-EN 1990 som har erstattet NS 3490. For å finne skjevstillingslaster benyttes i dag prosjekteringsstandard for det aktuelle byggematerialet.

NS-EN 1993-1-1 (Eurokode 3) angir en startverdi for global skjevstilling i stålkonstruksjoner, ϕ , som er gitt ved formelen:

$$\phi = \phi_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m \quad [2]$$

hvor ϕ er basisverdien og α_h og α_m er reduksjonsfaktorer for henholdsvis høyde og antall konstruksjonsdeler. Basisverdien for helningen skal settes til 1/200, dette tilsvarer 0,005 radianer. Reduksjonsfaktorene bestemmes ut i fra formlene:

$$\alpha_h = \frac{2}{\sqrt{h}}$$

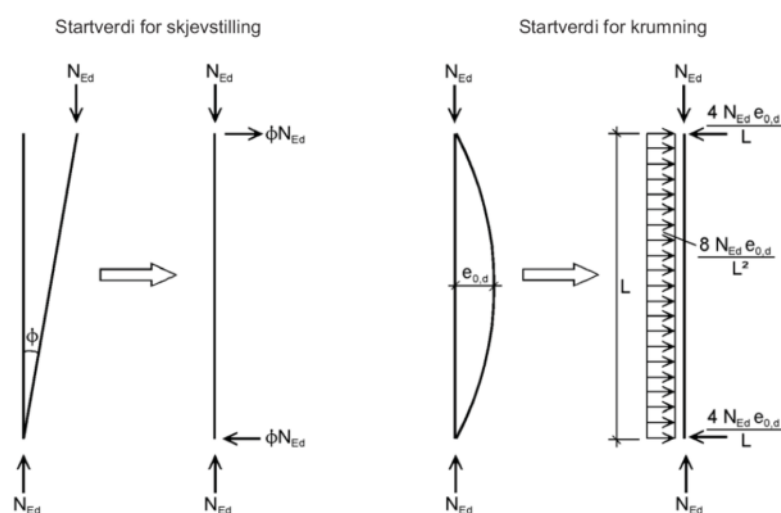
$$\alpha_m = \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m}\right)}$$

hvor h er konstruksjonens høyde og m er antall søyler (Eurokode 3, 2008).

Den horisontale lasten som skjevstillingen gir er lik $\phi \cdot N_{Ed}$, hvor N_{Ed} er vertikal last. Det skal også tas hensyn til horisontale krefter ut i fra en startverdi for krumning lik:

$$e_{0,d}/L \quad [3]$$

Denne verdien hentes fra tabell i Eurokode 3 (2008).



Figur 2.4 Eksempel på overføring av startverdi for skjevstilling og krumning til ekvivalente horisontale krefter (Eurokode 3, 2008).

For beregning av geometriske avvik i betongkonstruksjoner finnes det i NS-EN 1992-1-1 (Eurokode 2) tilsvarende formler som i Eurokode 3.

I NS-EN 1995-1-1 (Eurokode 5) finner vi reglene som gjelder for skjevstilling i trekonstruksjoner. I likhet med reglene som gjelder for stål- og betongkonstruksjoner tas det også i trekonstruksjoner utgangspunkt i initielle deformasjoner. I Eurokode 5 settes startverdien for helning, ϕ , lik:

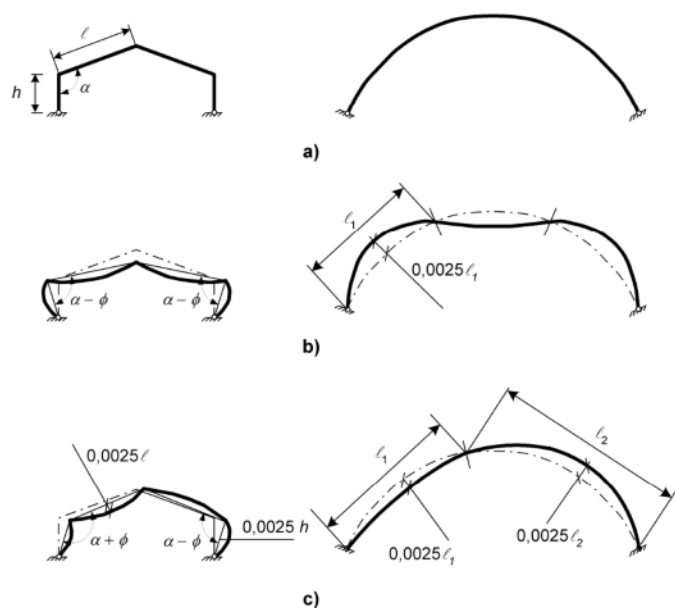
$$\begin{aligned} \phi &= 0,005 && \text{for } h \leq 5\text{m} && [4] \\ \phi &= 0,005\sqrt{5/h} && \text{for } h > 5\text{m} \end{aligned}$$

hvor h er konstruksjonenes høyde eller stavens lengde i meter (Eurokode 5, 2010).

Startverdien for krumning tilsvarer en maksimal eksentrisitet, e , som bør minst settes lik:

$$e = 0,0025 \cdot l \quad [5]$$

hvor l er som vist på figur 2.5 (Eurokode 5, 2010).



Figur 2.5 Eksempler på antatte initialforskyvninger i geometrien til en ramme med symmetrisk last (b) og ikke-symmetrisk last (c) (Eurokode 5, 2010).

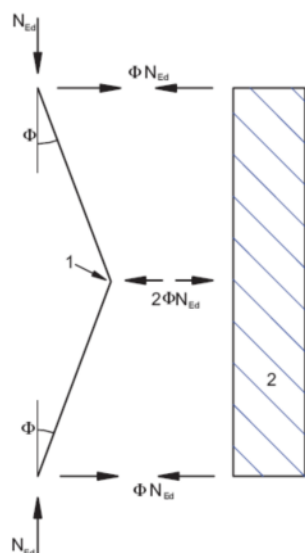
I praksis har reglene vedrørende skjevstilling ikke endret seg vesentlig. Startverdien for helning vil i de gjeldende prosjekteringsstandardene få en verdi opp mot 0,005 radianer. Dette tilsvarer omlag 0,5 % av vertikallasten, som man tidligere også regnet med i kombinasjon med vind. Skjevstillingslastene som brukes i dag skal også kombineres med vindlaster, reglene for dette er gitt i NS-EN 1990 (2008).

I tillegg til vind- og skjevstillingslaster vil *stabiliseringskrefter fra trykkpåkjennte konstruksjonsdeler* kunne gi økte krefter i horisontale skivekonstruksjoner. I likhet med skjevstillingslastene bestemmes stabiliseringskreftene også ut i fra reglene gitt i prosjekteringsstandardene for de ulike materialene. I kombinasjon med lett-takelementer er det stabiliseringskrefter fra stål- og trekonstruksjoner som er mest vanlig. Det skiller mellom avstivning av staver under trykk og avstivning av bjelke- og fagverkssystemer. Det vil si at den største horisontale kraften som kan oppstå i enkeltstaver og enkeltforbindelser skal beregnes, samt de største horisontale kreftene som kan oppstå i avstivningssystemer.

Når det gjelder staver under trykk skal det i stålkonstruksjoner tas hensyn til en avstivningskraft lik:

$$F_d = 2 \cdot \phi \cdot N_{Ed} = \alpha_m \cdot N_{Ed} / 100 \quad [6]$$

hvor N_{Ed} er dimensjonerende trykkraft i konstruksjonsdelene og α_m er reduksjonsfaktor for antall konstruksjonsdeler som skal holdes fast. For stabilisering av trykkflensen i en momentpåkjent bjelke er $N_{Ed} = M_{Ed}/h$ (Eurokode 3, 2008). Med en maksimal verdi for α_m lik 1,0 vil stabiliseringskraften tilsvare 1 % av trykkraften i konstruksjonsdelen.



Figur 2.6 Eksempel på avstivningskrefter i staver under trykk (Eurokode 3, 2008).

I trekonstruksjoner har vi tilsvarende formler for avstivning av staver under trykk.

Trykkraften skal da settes til:

$$F_d = \frac{N_d}{k_{f,i}} \quad [7]$$

hvor N_d er dimensjonerende trykkraft i konstruksjonsdelen og $k_{f,i}$ er modifikasjonsfaktor avhengig av tremateriale (Eurokode 5, 2010). $k_{f,i}$ vil kunne variere mellom 50 og 80, noe som vil gi en stabiliseringskraft tilsvarende 2 % eller 1,25 % av trykkraften.

Når det gjelder avstivningskrefter i bjelke- og fagverkssystemer i stålkonstruksjoner kan stabiliseringskreftene per lengdeenhet settes til å være:

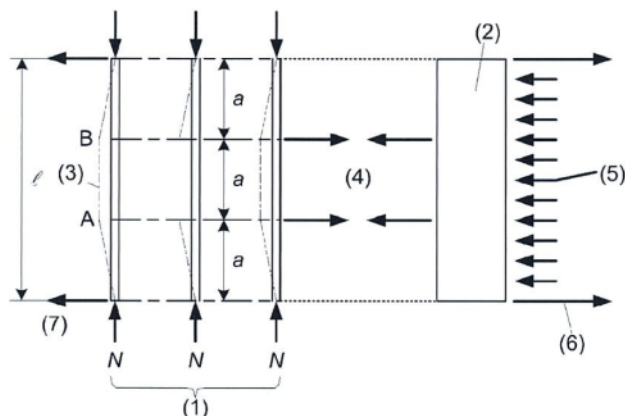
$$q_d = \sum N_{Ed} 8 \frac{e_0 + \delta_q}{L^2} \quad [8]$$

hvor e_0 er en startkrumning som settes lik $\alpha_m L/500$ og δ_q er forskyvning fra første ordens analyse (Eurokode 3, 2008).

For trekonstruksjoner finner vi tilsvarende formel i Eurokode 5 (2010):

$$q_d = k_l \frac{n \cdot N_d}{k_{f,3} \cdot l} \quad [9]$$

hvor k_l settes til den minste av 1,0 og $(15/l)^{0,5}$, n er antall staver i fagverkssystemet, N_d er midlere dimensjonerende trykkraft i konstruksjonsdelen, $k_{f,3}$ er en korreksjonsfaktor som settes lik 30 og l er total spennvidde.



Tegnforklaring

- | | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------|
| (1) n staver i fagverkssystemet | (5) Ytre last på avstivning |
| (2) Avstivning | (6) Reaksjonskrefter på avstivning som følge av ytre laster |
| (3) Utbøyning i fagverkssystemer som følge av uregelmessigheter og andre ordens virkninger | (7) Reaksjonskrefter i fagverkssystem som følge av stabiliserende krefter |
| (4) Stabiliserende krefter | |

Figur 2.7 Eksempel på bjelke- eller fagverkssystem som krever tverravstivning (Eurokode 5, 2010).

I tillegg til lasttypene beskrevet i dette kapittelet er det også andre typer laster som kan gi skivekrefter i konstruksjoner. Det kan for eksempel være laster fra jordtrykk, eksplosjoner eller jordskjelv. Disse lasttypene er ikke beskrevet i denne oppgaven.

2.1.3 Beregningsprinsipper for skivekonstruksjoner

Med grunnlag i elastisitetsteorien kan spenningene og forskyvningene i en skive bestemmes ved løsningen av en 4. ordens partiell differensialligning:

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \quad [10]$$

hvor F er Airys spenningsfunksjon (Larsen, 2004). Spenningskomponentene, vist på figur 2.1 (s.15), defineres som:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad [11]$$

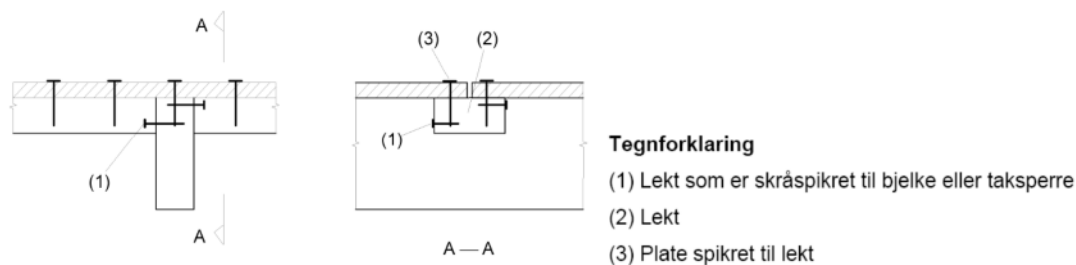
$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

hvor F skal ha "kraft"-dimensjon (Hals, 1990). Spenningskomponentene er altså de 2. deriverte av F . Det kreves regelmessig geometri og belastning dersom differensialligningen over skal løses analytisk. I følge Larsen (2004) vil man måtte benytte numeriske metoder, for eksempel elementmetoden, for å finne løsningen.

En mekanisk sammensatt skivekonstruksjon med platematerialer kan betraktes som en høy I-bjelke der platene danner steget og to randbjelker virker som trykk- og strekkflens. I-bjelken, som ligger horisontalt, har sine opplegg i veggskiver eller vindkryss som fører kreftene ned til fundamentene (SINTEF Byggforsk, 2011a). Det som skiller en slik skiveberegning fra en vanlig bjelkeberegning er blant annet at lasten ikke påføres i skivens nøytralakse, men ved skivens rand. Dette påvirker kraftfordelingen i konstruksjonen. Fordelen med å betrakte en skivekonstruksjon som en høy I-bjelke er at denne beregningsmetoden er enklere og mer anvendelig for skivekonstruksjoner med platematerialer enn ligning [10]. I Eurokode 5 betegnes metoden som "forenklet konstruksjonsanalyse av tak- og gulvskiver". Metoden bygger på følgende forutsetninger (Eurokode 5, 2010):

- $2b < l < 6b$, der l er skivens spennvidde og b er bredden
- forbindelsesmidlenes (ikke platenes) kapasitet skal være dimensjonerende
- platene skal festes etter reglene gitt i Eurokode 5 (2010) oppsummert på figur 2.8



Figur 2.8 Eksempel på sammenføyning av plater (Eurokode 5, 2010).

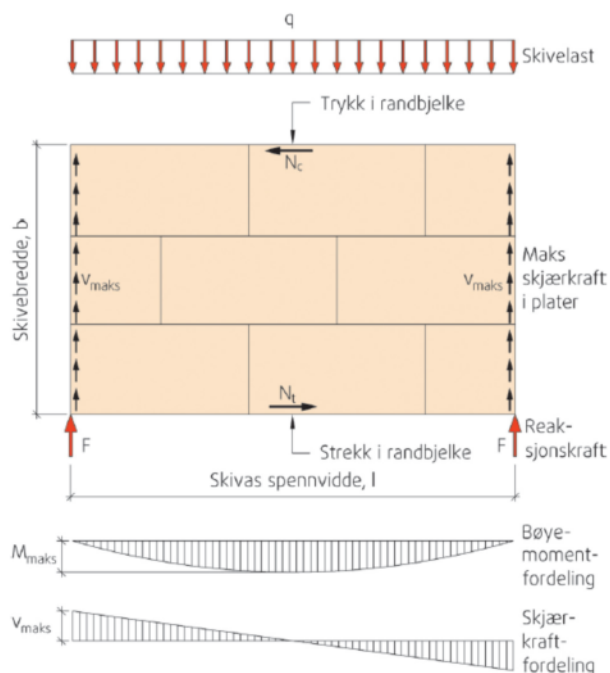
Ved denne metoden kan normalkreftene i randbjelkene, N_c og N_t , beregnes ved formelen:

$$N_c = N_t = \frac{M_{maks}}{b} \quad [12]$$

hvor M_{maks} er maksimalt bøyemoment og b er skivens bredde. Maksimal skjærstrøm i steget, v_{maks} , kan beregnes ved formelen:

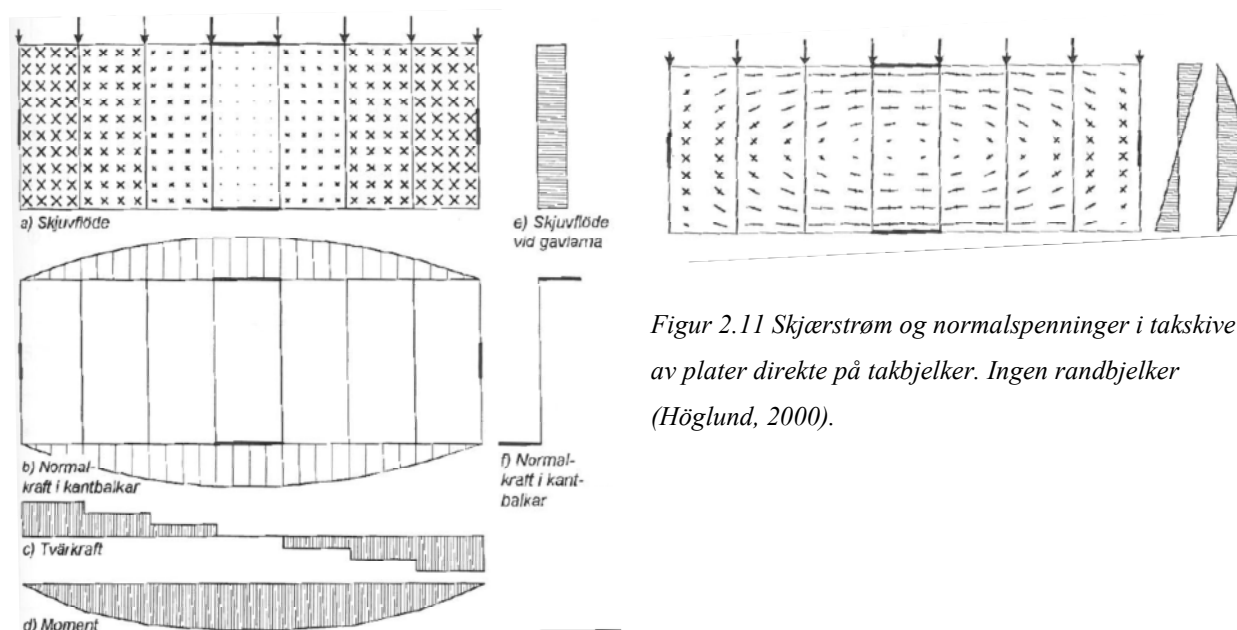
$$v_{maks} = \frac{F}{b} \quad [13]$$

hvor F er resulterende skjærkraft (SINTEF Byggforsk, 2011a).



Figur 2.9 Beregning av skivekrefter i en fritt opplagt takskive eller golvslike med spennvidde, l , og skivebredde, b (SINTEF Byggforsk, 2011a).

Höglund (2000) viser på figur 2.10 hvordan skjærstrømmen i steget fordeler seg i en takskive med platematerialer. Skjærstrømmen vises som kryss der strekene svarer til hovedspenningene. Så lenge normalkreftene tas opp i randbjelkene vil kryssene være symmetriske og kun representere skjærspenninger. Dette kan også sammenlignes med det infinitesimale elementet på figur 2.1 (s.15) hvor vi kan summere to og to skjærspenningskomponenter til diagonaler tilsvarende de som finnes i kryssene på figur 2.10.



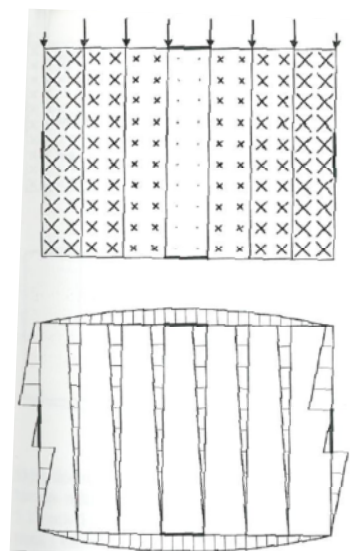
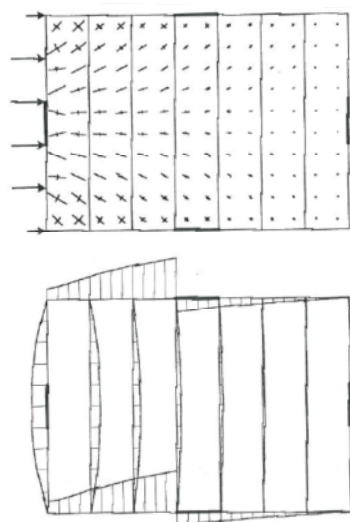
Figur 2.11 Skjærstrøm og normalspenninger i takskive av plater direkte på takbjelker. Ingen randbjelker (Höglund, 2000).

Figur 2.10 Skjærstrøm, normalkraft i kantbjelker, skjærkraft- og momentdiagram for takskive av plater direkte på takbjelker (Höglund, 2000).

Dersom skivekonstruksjonen ikke har randbjelker vil spenningsfordelingen over skiven bli ganske annerledes. På figur 2.11 viser Höglund (2000) hvordan spenningsfordelingen blir når normalspenningene inkluderes i tillegg til skjærspenningene. En skivekonstruksjon med randbjelker vil naturligvis ha høyere kapasitet enn en konstruksjon uten randbjelker. Dette er fordi forbinderne, som i henhold til forutsetningene i Eurokode 5 (2010) er begrensende for kapasiteten, kun tar opp skjærkrefter.

Det vil også være fordelaktig med randbjelker i skivekonstruksjoner med andre typer plater eller elementer. I skivekonstruksjoner med betongelementer vil fugene mellom elementene ikke kunne overføre strekkrefter, disse må derfor opptas ved hjelp av randbjelker (Larsen, 2004).

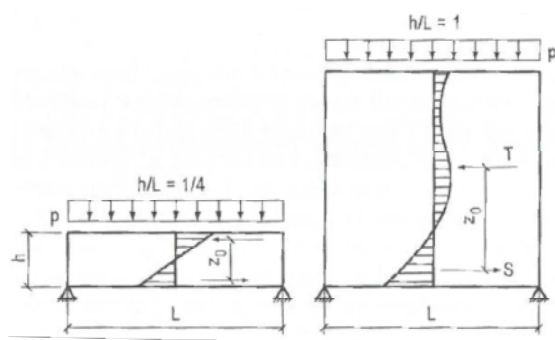
Ved last mot gavlvægger vil kun den delen av takskiven nærmest den pålastede gavlen bli aktivert dersom lasten virker normalt på takbjelkene. Höglund (2000) angir at "høyden" på den delen av skiven som medvirker er lik $2/3$ av skivens bredde. På figur 2.12 vises det hvordan skjærkreftene avtar innover i takkonstruksjonen. Dersom lasten virker parallelt med takbjelkene vil kreftene fordele seg tilnærmet jevnt utover takskiven. Dette er vist på figur 2.13.



Figur 2.12 Skjærstrøm og kraft i bjelker for takskive av plater dirkete på takbjelker. Last mot langside (Höglund, 2000).

Figur 2.13 Skjærstrøm og kraft i bjelker for takskive av plater dirkete på takbjelker. Last mot gavl (Höglund, 2000).

Den samme begrensningen finnes i den vanlige bjelketeorien, som kun er gyldig for lave bjelker hvor $h/L \leq 1/4$ og spenningene varierer lineært over tverrsnittets høyde. For høye bjelker varierer spenningen ikke-lineært, se figur 2.14. Bjelken må da betraktes som en skive og kan beregnes i henhold til ligning [10] (Larsen, 2004).



Figur 2.14 Spenningsfordeling i lav og høy "bjelke" (Larsen, 2004).

2.1.4 Deformasjoner i mekanisk sammensatte skivekonstruksjoner

Deformasjonene i en skivekonstruksjon med platematerialer kan, i henhold til SINTEF Byggforsk (2011a), beregnes etter følgende formel:

$$u = u_m + u_v + u_s + u_r \quad [14]$$

hvor:

- u er totalt utbøyning
- u_m er utbøyning fra momentbelastning, det vil si tøyning av strekk- og trykkflens (randbjelker)
- u_v er utbøyning fra skjærtøyning i platene (steget)
- u_s er utbøyning fra glidning i forbindelser mellom platene
- u_r er utbøyning fra glidning i skjøter i randbjelker

Dersom vi antar at skiven er fritt opplagt som vist på figur 2.9 (s. 23) kan leddene i ligning [14] beregnes etter følgende metoder (Bovim, 2008):

For beregning av utbøyning fra momentbelastning, u_m , tas det utgangspunkt i formelen for nedbøyning av en fritt opplagt bjelke med jevnt fordelt last, $5ql^4/384EI$, som er kjent fra statikken.

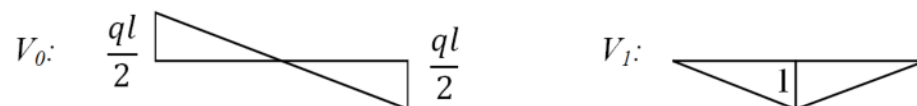
$$u_m = \frac{5 \cdot q \cdot l^4 \cdot k_{cr}}{384 \cdot EI_{fl}} = \frac{5 \cdot q \cdot l^4 \cdot k_{cr}}{384 \cdot E \cdot 2 \cdot A_{fl} \cdot (b/2)^2} \quad [15]$$

Det ses bort fra flensenes bøyestivhet og annet arealmoment kan dermed uttrykkes som $A_{fl} \cdot (b/2)^2$. I tillegg innføres deformasjonsfaktoren k_{cr} fra Eurokode 5. Størrelsene q , l og b er som vist på figur 2.9 (s. 23).

Skjærdeformasjonen, u_v , kan beregnes ved hjelp av enhetslastmetoden:

$$u_v = \int \frac{V_0 \cdot V_1}{G \cdot A_{steg}} ds = \frac{q \cdot l^2 \cdot k_{cr}}{8 \cdot G \cdot A_{steg}} \cong \frac{q \cdot l^2 \cdot k_{cr}}{8 \cdot G \cdot t_{pl} \cdot b} \quad [16]$$

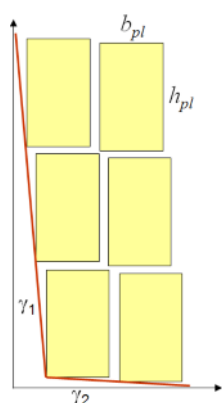
hvor G er platenes skjærmodul og t_{pl} er platenes tykkelse. V_0 hentes fra skjærkraftdiagram hvor største skjærkraft er $ql/2$ og V_1 hentes fra skjærkraftdiagram med enhetslast plassert midt i feltet.



Figur 2.15 Skjærkraftdiagram for hurtigintegrasjon.

For beregning av deformasjon fra glidning mellom platene, u_s , introduseres den glidningen som oppstår i forbindelsene i bruksgrensetilstand, $u_{s,j}$. Forbindelsene antas å ha kapasitet proporsjonal med skjærkraften. Det tas utgangspunkt i total skjærvinkel, γ :

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \quad [17]$$



Figur 2.16 Deformasjon fra glidning mellom plater (Bovim, 2008).

Ut i fra figur 2.16 kan sammenhengen mellom høyde og bredde, og vinklene γ_1 og γ_2 , settes opp som:

$$\tan \gamma_1 = \frac{u_{s,j}}{h_{pl}}$$

$$\tan \gamma_2 = \frac{u_{s,j}}{b_{pl}}$$

For små vinkler kan $\tan \alpha$ settes lik α . Når hele skiven betraktes, kan følgende sammenheng settes opp:

$$\tan \gamma = \frac{u_s}{l/2}$$

Maksimal deformasjon fra glidning mellom platene, u_s , fås ved $L/2$ ved jevnt fordelt belastning på en fritt opplagt skive. Dette gir uttrykket:

$$u_s = \frac{\gamma \cdot l}{2} = \left(\frac{u_{s,j}}{h_{pl}} + \frac{u_{s,j}}{b_{pl}} \right) \cdot \frac{l}{2} \cdot k_{cr} \quad [18]$$

Deformasjon fra glidning i skjøter i randbjelker, u_r , kan beregnes ved uttrykket:

$$u_r = \frac{u_{r,j} \cdot k_{cr} \cdot (l-x) \cdot x}{l \cdot b} \quad [19]$$

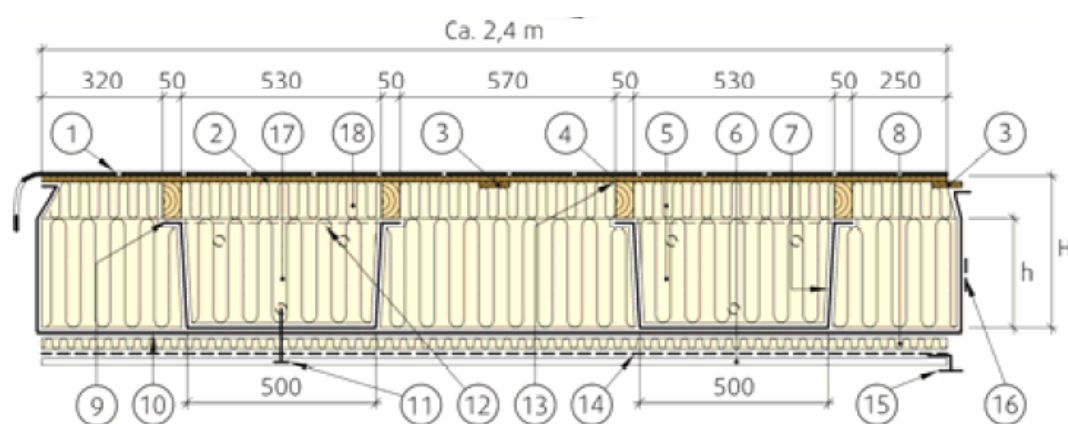
hvor $u_{r,j}$ er den glidningen som oppstår i en lasket forbindelse i bruksgrensetilstand og x er avstanden fra oppleggspunkt til skjøt i randbjelke.

Metodene til Bovim (2008) for beregning av de ulike bidragene til skivens utbøyning skiller seg noe fra SINTEF Byggforsks (2011a) metoder. Dette skyldes at SINTEF Byggforsk bruker forenklede formler som er basert på empiri, mens Bovim tar utgangspunkt i deformasjonene som oppstår i en forbindelse i bruksgrensetilstanden.

2.2 Lett-takelementer

2.2.1 Oppbygning av lett-takelementer

Et lett-takelement er en samvirkekonstruksjon bestående av u-formede stålkanaler festet til plater av kryssfiner via langsgående trelekter. Finerplatene og lektene fungerer som trykkflens, mens stålkanalene tar opp strekkraftene. Komponentene festes til hverandre ved spikerliming eller spikring. Elementene fylles med mineralull og i tillegg legges det en plate med brannisolasjon i underkant element. På undersiden er det også en dampsperre av plast og i overkant tekkes elementet med takfolie eller ett lag asfaltbelegg. Oppbygningen av takelementet er vist på figur 2.17 (SINTEF Byggforsk, 2011b).



- | | |
|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
| ① Asfalt underlagsbelegg eller takfolie | ⑩ Dampsperre av plastfolie, 0,2 mm (stikker ut på elementendene) |
| ② Taktro av kryssfinér, 15 -19 mm | ⑪ Himlingsskrue Drill - Kvikk 4,8 x 70 mm |
| ③ Lask av 15mm kryssfinér | ⑫ Gavlplate av stål |
| ④ Treflens, 48 x 71/96/121 mm | ⑬ Limfuge (kryssfiner - treflens) |
| ⑤ Mineralull | ⑭ Ev. "antidryss" (folie e.l. duk) |
| ⑥ Stålhimling TRP 20 (tett eller perforert) | ⑮ T - list |
| ⑦ Stålprofil, høyde h, tykkelse t | ⑯ Tape (tosidig) på langsiden |
| ⑧ Steinull min. 30 mm, 70 kg/m ³
Alt. Steinull 50 mm, 90 kg/m ³ | ⑰ Gavlplate i stål med heisehull |
| ⑨ Limfuge (stål - treflens) | ⑱ Forsterkning over gavlplate (heltre), på elementendene |

Figur 2.17 Tverrsnitt av typisk lett-takelement (SINTEF Byggforsk, 2011b)

Takelementene produseres på Lett-Tak Systemer AS sin fabrikk i Larvik. På figur 2.18 er det bilder fra ekskursjon til fabrikk.

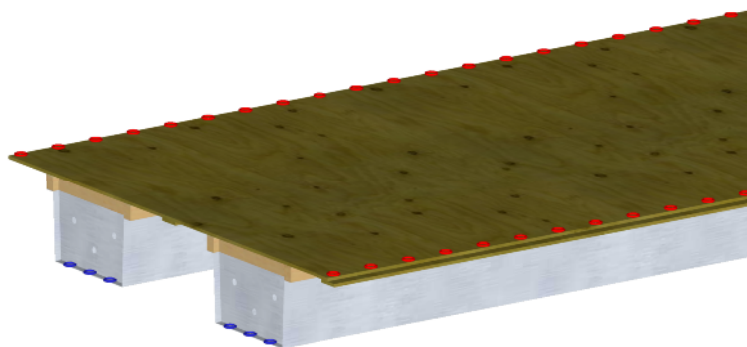


Figur 2.18 Bilder fra ekskursjon til fabrikk til Lett-Tak Systemer AS. Tilpasning av takelement (øverst) og lagring av ferdige takelement (nederst).

2.2.2 Forbindelser i lett-takelementer

I det følgende gis en beskrivelse av forbindelsene i lett-takelementer basert på informasjon fra ekskursjon til fabrikken.

Innfesting av takelementene skjer ved at de forbindes til hverandre eller til randbjelke langs elementenes langside og til oppleggsbjelke ved elementets kortside. Forbindelsene mellom elementene betegnes i denne oppgaven som *elementsjøt* og forbindelsene ved elementets kortside betegnes som *gavl*.



Figur 2.19 Illustrasjon av gavlforbindelse (blå) og forbindelse i elementsjøt (rød).

Forbindelsene i elementsjøtene utføres ved at kryssfinerplaten til hvert element skrues fast til en lask av kryssfiner. Det benyttes treskruer med diameter ca. 4-5 mm og en senteravstand fra 100 mm og oppover. Forbindelsene til randbjelkene utføres tilsvarende som i elementsjøtene, men er avhengig av randbjelkens geometri og materiale.

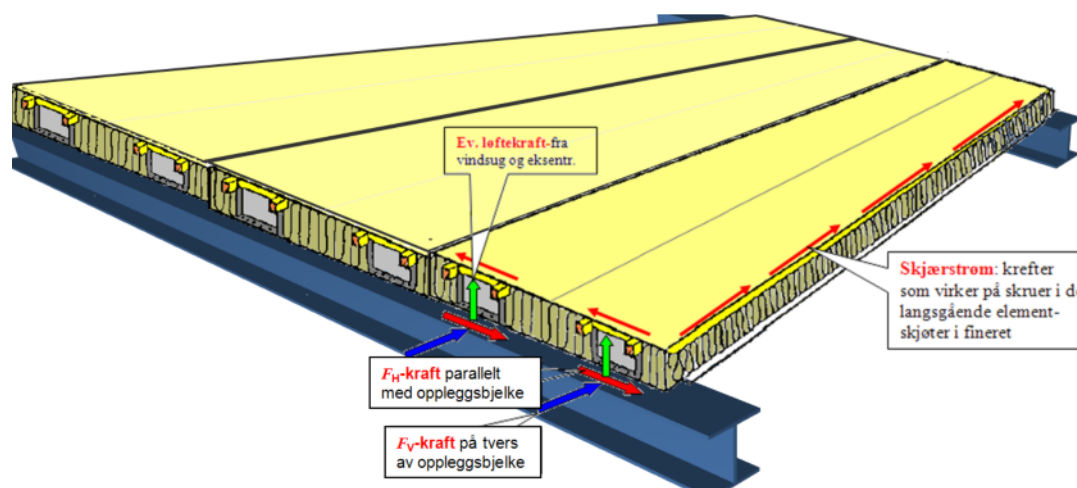
Forbindelsene i elementets gavl utføres ved at hver stålskanal skrues eller skytes fast til oppleggsbjelke. Ved innfesting til trekonstruksjoner benyttes 10 mm treskruer i hver ende av hver kanal, for eksempel tre stykker.



Figur 2.20 Forbindelser i lett-takelementer. Til venstre vises skruehullene til gavlforbindelsen. Til høyre vises hvordan lasken i elementsjøten festes med kramper fra fabrikk, og hvordan tilstøtende element festes til lask med skruer.

2.2.3 Lett-Tak som skivekonstruksjon

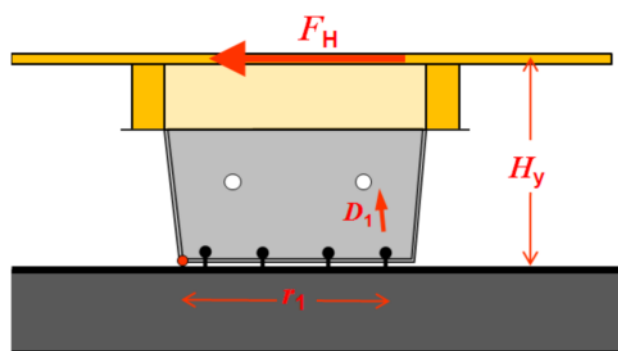
I prinsippet vil en skivekonstruksjon med lett-takelementer fungere som en typisk skivekonstruksjon med platematerialer som vist på figur 2.9 (s. 23). Bøyemomentet tas opp i randbjelkene som danner flensene, mens skjærkreftene tas opp i takelementene som danner steget. Overføring av skjærkrefter mellom elementene skjer via forbinderne (Bovim, 2010).



Figur 2.21 Lett-Tak som skivekonstruksjon (Bovim, 2010).

Når det gjelder overføring av skivekrefter fra takelement til oppleggsbjelke vil det, som vist på figur 2.22, oppstå en eksentrisitet lik H_y . Dette vil gi en løftekraft, D_i , i gavlforbinderne i tillegg til de horisontale kreftene. Størrelsen på denne løftekraften kan beregnes ved momentlikevekt om hjørnet til stålkanalen. Med n antall forbindere kan en generalisert ligning for maksimal løftekraft, D_1 , se slik ut dersom $r_1 = 450$ mm (Bovim, 2010):

$$D_1 = \frac{6 \cdot F_H \cdot H_y \cdot (n-1)}{450 \cdot n \cdot (2n-1)} \quad [20]$$



Figur 2.22 Kraftoverføring mellom takelement og randbjelke (Bovim, 2010).

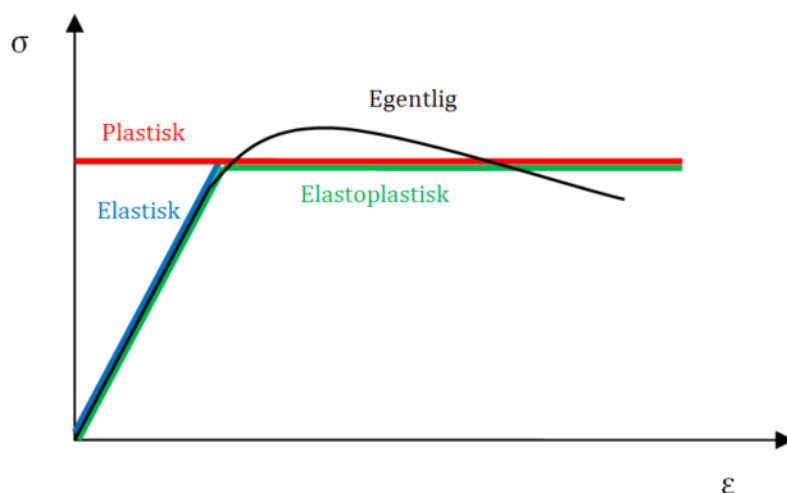
2.3 Linearitet og ikke-linearitet

2.3.1 Materialelegenskaper

Materialer brukt i konstruksjoner vil utsettes for kraftpåkjenninger når konstruksjonen belastes. For å unngå brudd i konstruksjonen er det avgjørende å kjenne til materialenes egenskaper, og da særlig forholdet mellom kraft og deformasjon. Forholdet mellom spenning og tøyning brukes også for å studere denne sammenhengen. Ved relativt lave spenninger vil forholdet mellom spenningene være proporsjonalt med tøyningene. Dette uttrykkes i Hooke's lov (Callister et al., 2011):

$$\sigma = E\varepsilon \quad [21]$$

hvor elastisitetsmodulen, E , er proporsjonalitetskonstant. Deformasjon der forholdet mellom spenninger og tøyninger er proporsjonalt kalles elastisk deformasjon. Ved større spenninger vil forholdet ikke lenger være proporsjonalt og det vil oppstå permanente, irreversible deformasjoner kalt plastisk deformasjon (Callister et al., 2011). En ideell plastisk situasjon, som vist på figur 2.23, vil aldri opptre. De fleste materialer vil følge en tilnærmet elastoplastisk kurve med et elastisk og et plastisk område.



Figur 2.23 Sammenheng mellom spenning og tøyning i materialer.

2.3.2 *Lineære og ikke-lineære analyser*

NS-EN 1990 (2008) definerer ulike former for lineære og ikke-lineære analyser. I det følgende oppsummeres noen av disse:

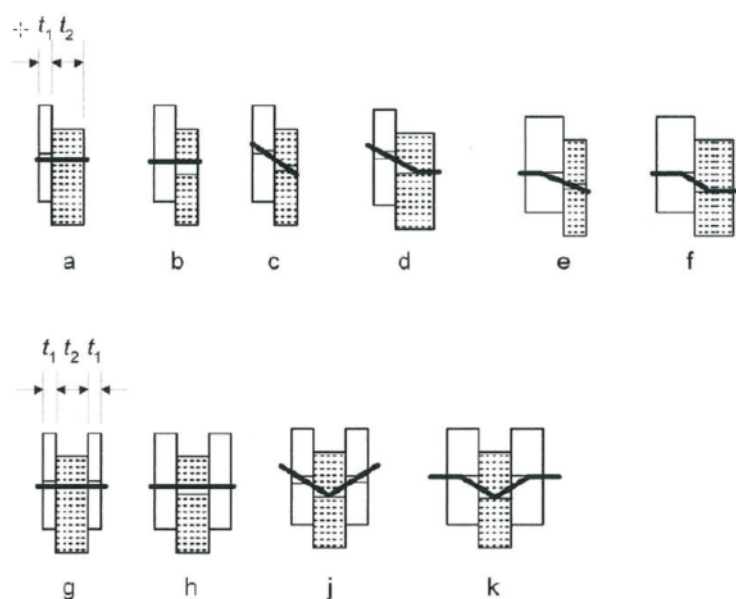
- En første ordens lineær-elastisk analyse tar utgangspunkt i opprinnelig geometri og en lineær sammenheng mellom spenning og tøyning.
- En andre ordens lineær-elastisk analyse tar også utgangspunkt i en lineær sammenheng mellom spenning og tøyning, men analysen tar hensyn til deformasjoner i konstruksjonen.
- En første ordens ikke-lineær analyse tar utgangspunkt i opprinnelig geometri, men tar hensyn til en ikke-lineær sammenheng mellom last og deformasjon.
- En andre ordens ikke-lineær analyse tar både hensyn til at konstruksjonen deformeres og at sammenhengen mellom last og deformasjon ikke er lineær.

Generelt er alle konstruksjoner ikke-lineære både når det gjelder geometri og sammenheng mellom spenning og tøyning. Hvorvidt det er nødvendig å ta hensyn til dette i praksis må vurderes i hvert enkelt tilfelle (Fiskvatn, 1984).

2.4 Forbindere

2.4.1 Forbindere i trekonstruksjoner

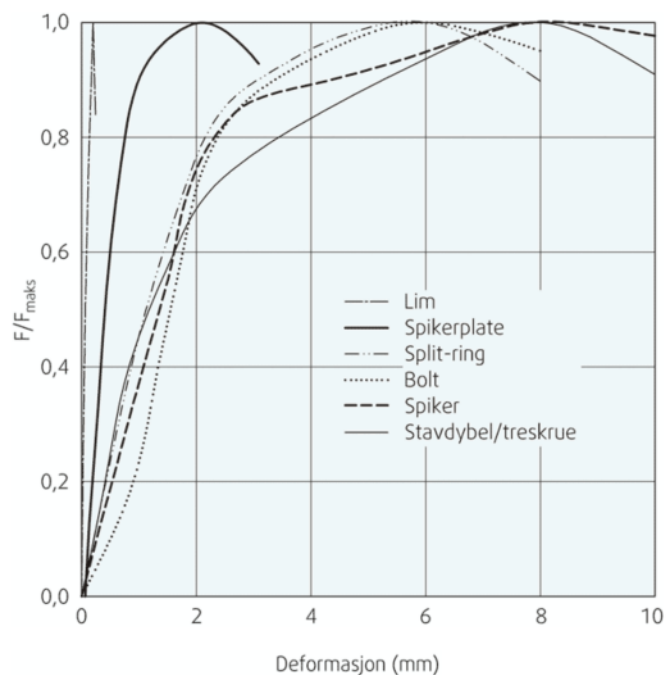
Som nevnt under kapittel 2.1.3 er det forbinderne som er avgjørende for kapasiteten til en tak- eller gulvskive dersom den forenklede konstruksjonsanalysen i Eurokode 5 (2010) skal benyttes. Forbindelsenes karakteristiske kapasitet beregnes etter kapittel 8 i Eurokode 5 (2010) og tar utgangspunkt i den minst gunstige bruddform som kan oppstå.



Figur 2.24 Bruddformer for tre- og plateforbindelser (Eurokode 5, 2010).

2.4.2 Ikke-lineære forbindere

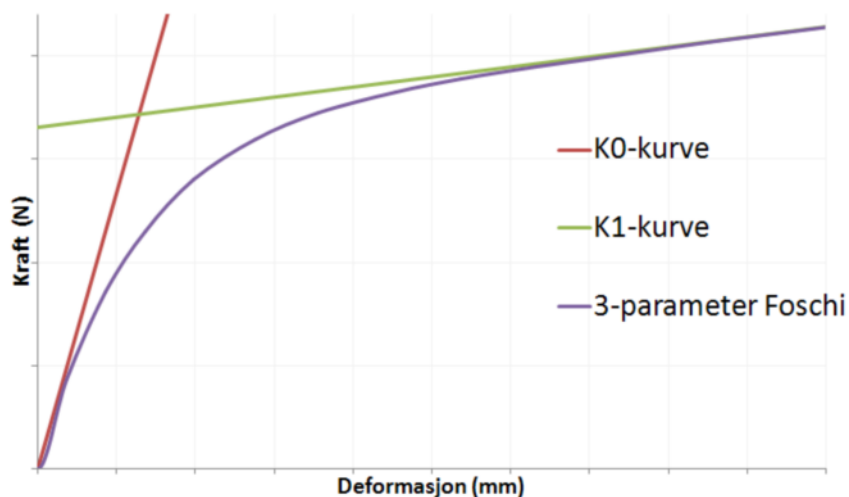
Deformasjonsegenskapene til et materiale eller en forbindelse kan leses ut fra et arbeidsdiagram med kraft-deformasjonskurver, også kalt arbeidslinjer. Det er fastsatt i NS-EN 1990 (2008) at ”beregningsmodellene for konstruksjonsanalyse for statiske påvirkninger skal være basert på et egnet valg av kraft-deformasjonsforholdet for konstruksjonsdelene og deres forbindelser”. På figur 2.25 vises noen eksempler på arbeidslinjene til noen vanlige forbindelsesmidler i trekonstruksjoner.



Figur 2.25 Eksempler på arbeidslinjer for noen forbindelsesmidler (SINTEF Byggforsk, 2008).

Foschi (1974) har studert den elastoplastiske oppførselen til spiker og introduserer en ligning som uttrykker en generalisert arbeidslinje for en tverrbelastet spiker.

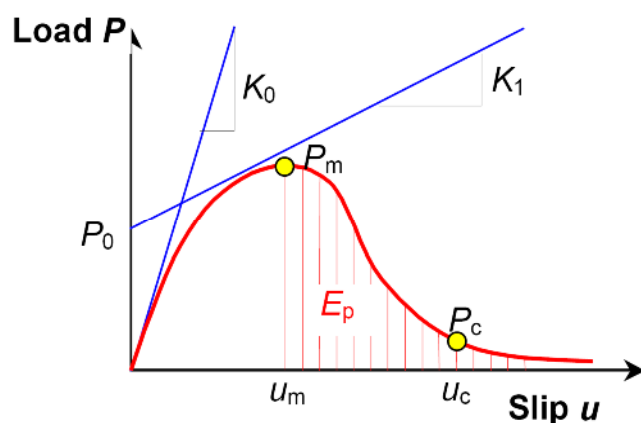
$$P = (P_0 + K_1 u) \left(1 - e^{-\frac{K_0 u}{P_0}} \right) \quad [22]$$



Figur 2.26 Eksempel på kraft-deformasjonskurve fra tre-parameterligningen til Foschi.

Girhammar et al. (2004) har videreutviklet denne tre-parameterligningen til en ligning med fem parametere som gir en mer realistisk arbeidslinje for forbindere. De to tilleggsparementerne, α og β , tar hensyn til hva som skjer i forbindelsen etter at det har oppstått brudd. Ligningen ser da slik ut:

$$P = (P_0 + K_1 u) \left(1 - e^{-\frac{K_0 u}{P_0}} \right) e^{-\frac{u^\alpha}{\beta}} \quad [23]$$



Figur 2.27 Kraft-deformasjonskurve fra Foschibasert fem-parameterligning (Girhammar et al., 2004).

Denne teorien kan anvendes til å finne et uttrykk for arbeidslinjen til en forbindelse ved hjelp av kurvetilpasning dersom arbeidslinjen er kjent. Arbeidslinjen kan for eksempel finnes ved hjelp av forsøk.

2.4.3 Koblede og ikke-koblede forbindere

Vessby et al. (2010) har gjort analyser med koblede og ikke-koblede ikke-lineære finite element modeller. Resultatene fra studien viser at den ikke-koblede modellen gir en høyere stivhet enn de koblede modellene, og det konkluderes med at den koblede modellen er mest hensiktsmessig å bruke (Vessby et al., 2010). Det er altså ikke likegyldig om det modelleres med koblede eller ikke-koblede forbindere, og dette er fordi stivheten beregnes på forskjellige måter.

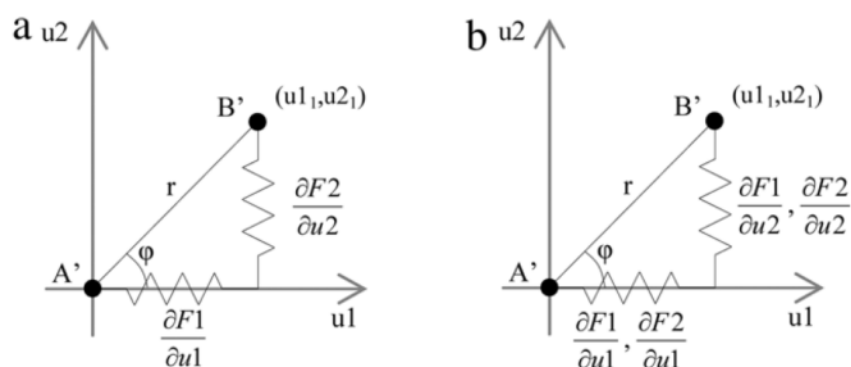
For ikke-koblede modeller vil stivheten i hver retning kun være avhengig av forskyvningen i den retningen. Den tangentielle stivhetsmatrisen kan dermed settes opp slik (Vessby et al., 2010):

$$K^{tan} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial F_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \quad [24]$$

For koblede modeller vil stivheten i hver retning derimot være avhengig av forskyvningen i begge retninger. Den tangentielle stivhetsmatrisen får derfor komponenter også utenfor diagonalen, og kan uttrykkes slik (Vessby et al., 2010):

$$K^{tan} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial u_1} & \frac{\partial F_1}{\partial u_2} \\ \frac{\partial F_2}{\partial u_1} & \frac{\partial F_2}{\partial u_2} \end{bmatrix} \quad [25]$$

F_1 og F_2 representerer krefter i henholdsvis x- og y-retning, og u_1 og u_2 representerer forskyvninger i de samme retningene. Matrisen kan også være symmetrisk om diagonalen (Vessby et al., 2010). Eksempel på koblede og ikke-koblede elementer er skjematisk presentert på figur 2.28.



Figur 2.28 Eksempel på koblede (a) og ikke koblede (b) elementer. De partiellderiverte brukes for å finne den tangentielle stivhetsmatrisen for deformasjoner uttrykt med u_1 og u_2 , og krefter uttrykt med F_1 og F_2 (Vessby et al., 2010).

2.5 Elementmetoden

2.5.1 Prinsipper for elementmetoden

Elementmetoden (the Finite Element Method) er en numerisk metode for å finne tilnærmede løsninger for randverdi problemer, det vil si problemer definert ved en eller flere differentiaalligninger og tilhørende randbetingelser. Skivens differensiaalligning, ligning [10], er et eksempel på en slik differensiaalligning. Man kan tilnærme seg elementmetoden på flere forskjellige måter. I statikken vil den enkleste måten være å ta utgangspunkt i setningen om virtuelt arbeid (Fiskvatn, 1984), og for eksempel bruke enhetslastmetoden. Prinsippet er at konstruksjonen deles inn i et passende antall elementer, og ved å finne stivheten til hvert element kan man finne stivheten til hele systemet. Stivhetene til hvert element kan beregnes ved at man setter på enhetsforskyvninger i knutepunktene og finner hvilke krefter som oppstår for å motvirke forskyvningene. Når stivheten til hvert element er funnet summeres stivhetene for hvert knutepunkt i hele systemet. Sammenhengen mellom kraft, stivhet og forskyvning gir oss et ligningssystem for hele konstruksjonen som gjør det mulig å beregne reaksjonskrefter og forskyvninger. Man kan også beregne snittkrefter og forskyvninger i hvert enkelt element ved hjelp av tilsvarende ligningssystem (Waløen, 1994).

For hele systemet har vi:

$$\mathbb{K} \cdot \mathbf{r} = \mathbb{R} \quad [26]$$

hvor \mathbb{K} er stivheten til systemet, \mathbf{r} er knutepunktsforskyvninger og \mathbb{R} knutepunktskrefter.

For hvert element har vi:

$$\mathbb{S} = \mathbb{k} \cdot \mathbf{v} \quad [27]$$

hvor \mathbb{S} er knutepunktskrefter, \mathbb{k} er stivheten til elementet og \mathbf{v} er knutepunktsforskyvninger.

Ligningene [26] og [27] tar utgangspunkt i kraft og forskyvning, samt en faktor som representerer stivheten. Det kan her trekkes paralleller til Hooke's lov, se ligning [21], som også inneholder de samme elementene formulert som spenning, tøying og elastisitet.

2.5.2 *Elementmetodeprogrammer*

For store konstruksjoner blir følgelig ligningssystemene også store, og det vil være fordelaktig å benytte seg av beregningsprogrammer for å løse ligningene. Det er utviklet en rekke dataprogrammer for beregning av konstruksjoner, men det er også fullt mulig å lage sitt eget program for eksempel ved bruk av Excel.

Oppbygningen av et enkelt elementmetodeprogram kan deles inn i følgende hovedpunkter (Fiskvatn, 1984):

1) *Inndata*

Det kan være antall knutepunkt, antall element, antall lasttilfeller, knutepunktskoordinater, knutepunktslaster, randbetingelser, knutepunktstilknytning (topologidata), materialspesifikasjon, elementtykkelse, elementlaster, initialtøyninger og initialspenninger.

2) *Elementanalyse*

Stivhetsmatrisene og knutepunktskreftene for elementene beregnes med utgangspunkt i elementdataene og knutepunktskoordinatene.

3) *Systemanalyse*

Stivhetsmatrisen og fastholdingskreftene for systemet finnes ved å sette inn og addere submatrisene i punkt 2 på riktig plass i det globale systemet.

4) *Randbetingelser*

Stivhetsmatrisen og lastvektoren til systemet modifiseres med hensyn på spesifiserte forskyvninger eller randbetingelser.

5) *Ligningsløsning*

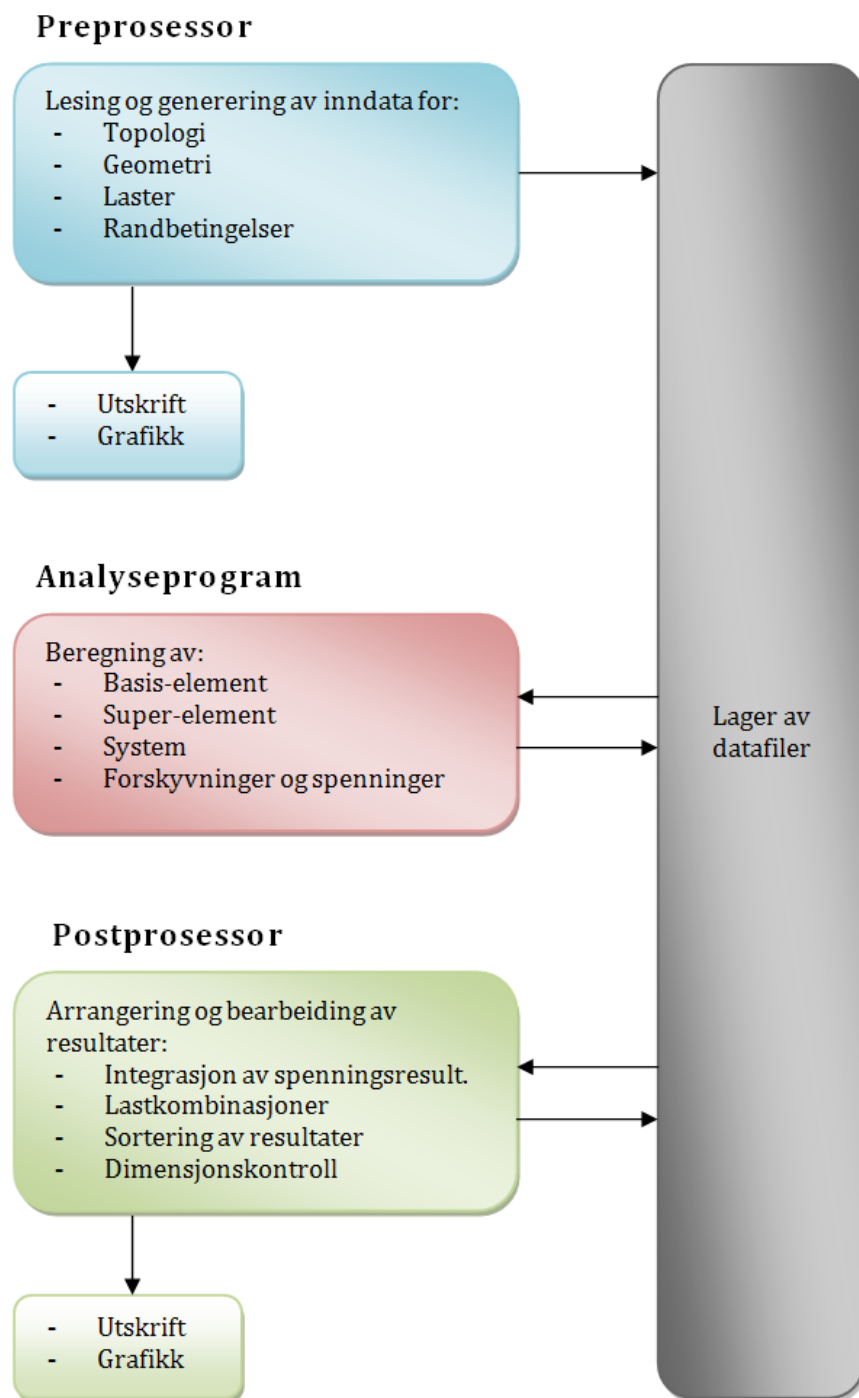
Ligningssystemet løses. Det kan benyttes ulike metoder for å effektivisere løsningen som tar utgangspunkt i ulike egenskaper ved matrisene.

6) *Beregning av resultater*

I tillegg til forskyvninger kan også spenninger og spenningsresultanter beregnes.

Oppbygningen over vil kunne fungere tilfredsstillende for enkle konstruksjoner. For komplekse konstruksjoner vil det derimot være hensiktsmessig å systematisere prosessene for å unngå at det må skrives så store datamengder. På figur 2.29 er det illustrert en oppbygning hvor det finnes en preprosessor og en postprosessor i tillegg til analyseprogrammet. Preprosessoren leser og genererer inndata og postprosessoren genererer og redigerer resultater. I analyseprogrammet kan også det defineres

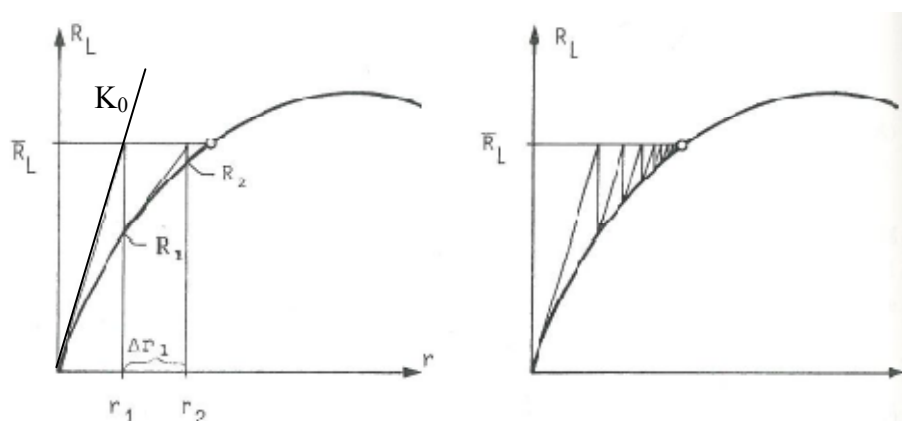
superelementer, noe som vil gi beregningsmessige besparelser dersom samme type superelement benyttes flere ganger. Dette er fordi stivheten til superelementet kun beregnes én gang (Fiskvatn, 1984).



Figur 2.29 Eksempel på oppbygning av praktisk brukerprogram (basert på Fiskvatn, 1984).

2.5.3 Ikke-lineære elementanalyser

Ikke-lineære systemer kan også løses ved hjelp av elementmetoden. Dette gjøres ved iterasjon, det vil si ved å løse lineære ligningssystemer flere ganger og korrigere løsningen mot den riktige (Waløen, 1994). Iterasjonen kan utføres ved hjelp av forskjellige metoder, hvor den vanligste er Newton-Raphsons metode. I denne metoden beregnes den initielle stivheten til konstruksjonen representert ved den tangentielle kurven, K_0 , på figur 2.30. Denne tangentielle stivheten gir en lineær kurve som vil avvike fra den ikke-lineære arbeidslinjen. Regneoperasjonen må derfor gjentas inntil differansen mellom disse to kurvene er tilstrekkelig liten. Tangentstivhetsmatrisen korrigeres ved den inkrementelle ligning mellom hver regneoperasjon. Alternativt kan den modifiserte Newton-Raphsons metode benyttes, hvor den initielle stivheten benyttes gjennom hele iterasjonen. Sistnevnte metode vil konvergere noe saktere (Fiskvatn, 1984)



Figur 2.30 Eksempel på iterative løsningsmetoder. Newton-Raphsons metode til venstre og den modifiserte Newton-Raphsons metode til høyre. Basert på figur fra Fiskvatn (1984).

3. Metode

3.1 Valg av metode

For å utføre analysene er det, i likhet med arbeidet til Kleven og Norås (2011), i denne oppgaven valgt å benytte det finite element-baserte programmet SAP2000. Noen fordeler med dette programmet er at det gir mulighet for manuelt å legge inn kraft-deformasjonsforholdet til elementer og at det kan benyttes koblede forbinderer. I tillegg har programmet en kobling mot Excel gjennom ”interaktiv database editing” som gjør det mulig med en mer manuell programmering enn i den man foretar seg i ”graphical user interface”.

Det er i denne oppgaven også valgt å bygge opp en finite element modell med utgangspunkt i en testkonstruksjon benyttet i fullskalaforsøket til Furulund og Thorrud (2009). Det vil si at type element, geometri på konstruksjon (testjigg), sammenføyninger og lastsituasjon er gitt. Denne modellen er kalt *testmodell* i denne oppgaven.

Testmodellen er utarbeidet i tre varianter:

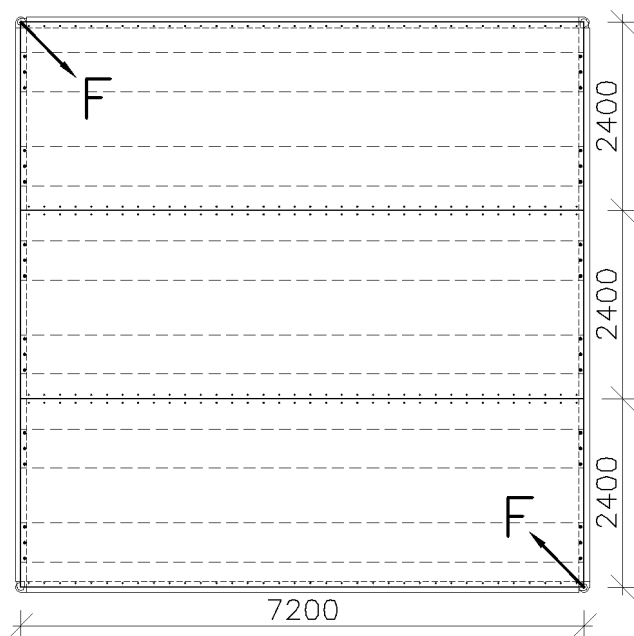
- Testmodell med ikke-lineære ikke-koblede forbindere
- Testmodell med lineære ikke-koblede forbindere
- Testmodell med lineære koblede forbindere

Det har ikke lyktes å kjøre ikke-lineære analyser med koblede forbindere i SAP2000.

Når det gjelder andre ordens effekter er det kjørt analyser der ”P-delta”-effekter er inkludert. Dette er en innstilling i SAP2000 som delvis inkluderer andre ordens effekter. Alternativt kunne det vært kjørt analyser med ”P-delta plus large deformations”-effekter inkludert, men denne analysen er beregnet for konstruksjoner hvor det er dominerende geometrisk ikke-linearitet som for eksempler kabelkonstruksjoner (Kleven og Norås, 2011).

Figur 3.1 illustrerer testkonstruksjonen. Belastningen som påføres testjiggen i fullskalaforsøket kan sammenlignes med skjærspenningskomponentene til det infinitesimale elementet på figur 2.1 (s. 15). Den diagonale kraften som påføres representerer de skivekreftene som påføres elementene ved horisontal belastning.

Belastningen i testmodellen økes gradvis i likhet med registrerte målinger fra pålastingen under fullskalaforsøket.

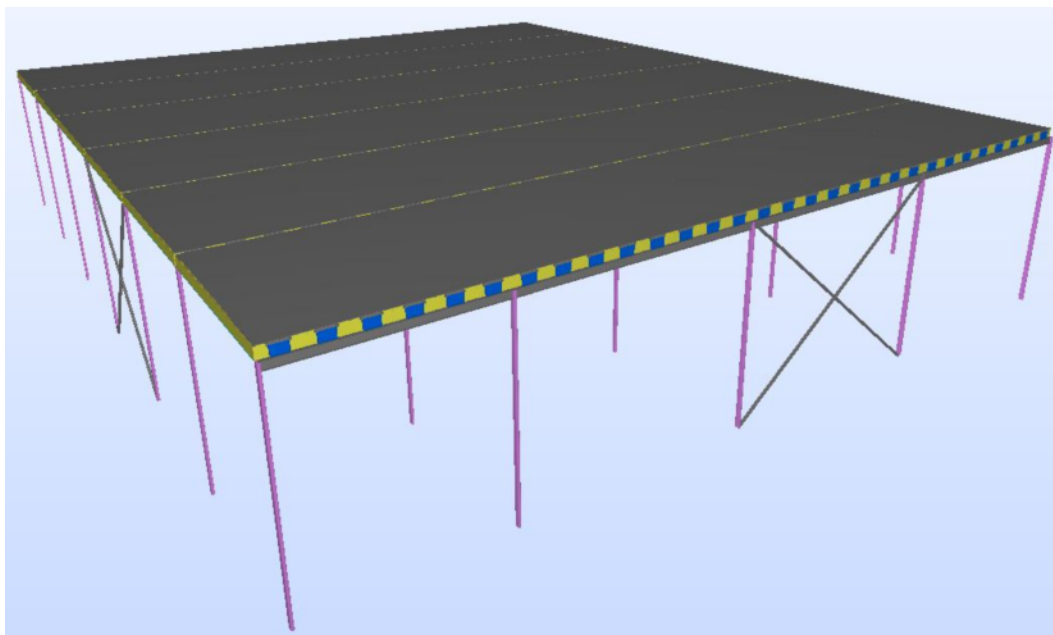


Figur 3.1 Illustrasjon av testkonstruksjon.

I tillegg til testmodellen er det utarbeidet en *stor modell* som tar utgangspunkt i en takkonstruksjon med lett-takelementer utarbeidet av Lett-Tak Systemer AS. Geometrien og lastsituasjonen til den store modellen er altså gitt av Lett-Tak Systemer AS, men beregningsmetoden tar utgangspunkt i arbeidet med testmodellen i denne oppgaven. Den store modellen er utarbeidet med de samme variantene av forbindelser som testmodellen:

- Stor modell med ikke-lineære ikke-koblede forbindere
- Stor modell med lineære ikke-koblede forbindere
- Stor modell med lineære koblede forbindere

I tillegg vil det opptre ulike varianter som følge av ulike lasttilfeller, det vil si variasjon i vindretning og formfaktorer. Den store modellen er illustrert på figur 3.2.



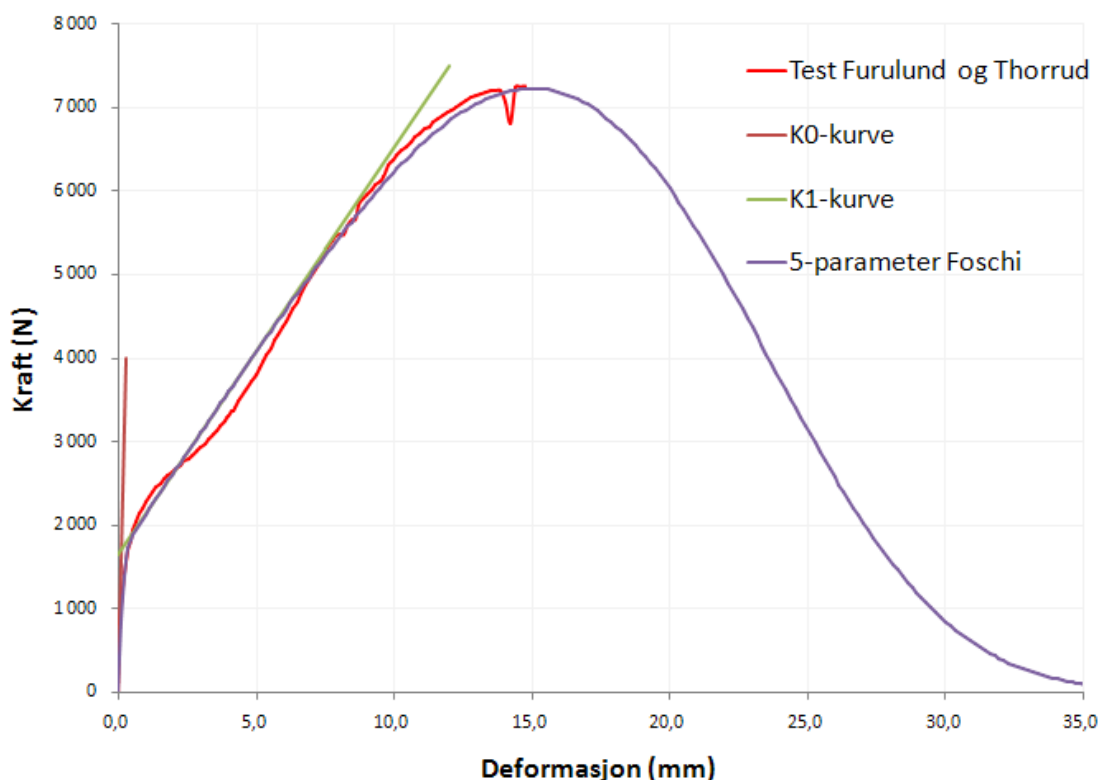
Figur 3.2 Illustrasjon av stor modell. Utarbeidet i Tekla av Lett-Tak Systemer AS.

3.2 Behandling av forbinderdata

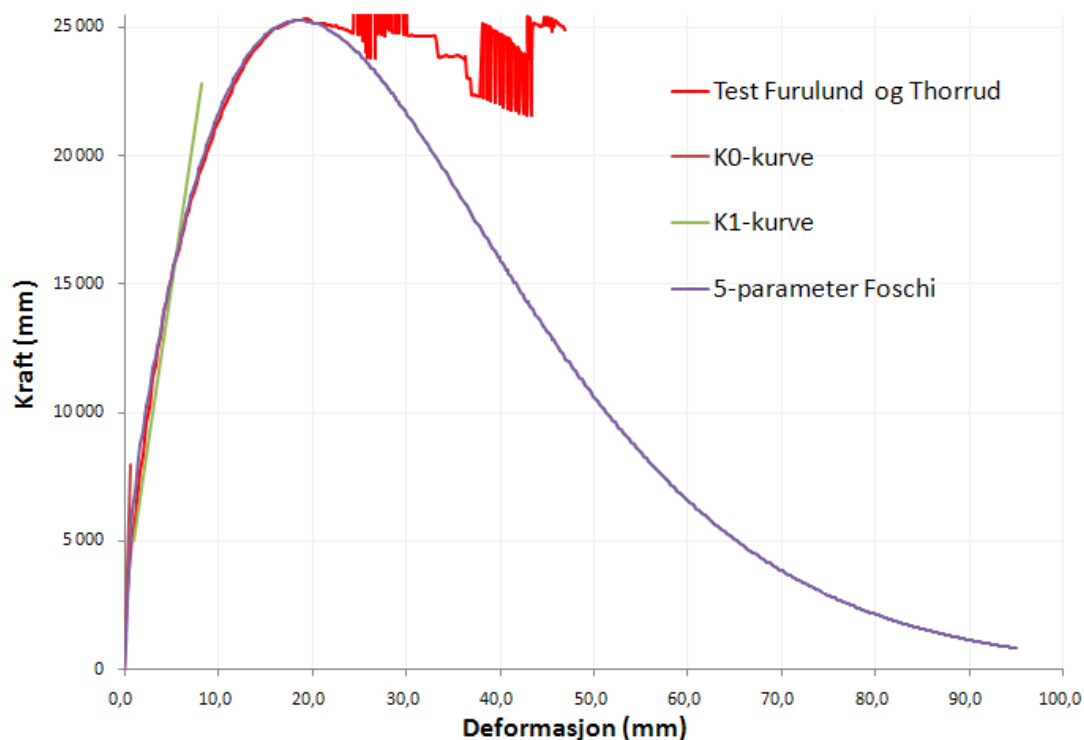
I det følgende beskrives det som danner grunnlaget for modellering av ikke-lineære og lineære forbindere i denne oppgaven. Det tas utgangspunkt i forholdet mellom kraft og deformasjon i forbinderne. Deformasjonene svarer til det, som i kapittel 2.1.4, omtales som deformasjon fra glidning mellom platene, u_s .

3.2.1 Ikke-lineære forbindere

På grunnlag av testene som Furulund og Thorrud (2009) utførte, har Kleven og Norås (2011), ved regresjon, funnet et uttrykk for kraft-deformasjonsforholdet til de ulike forbinderne i lett-takkonstruksjonen. De har benyttet den Foschi-baserte fem-parameterligningen i denne regresjonen og resultatene er presentert i diagrammene under. På figur 3.3 ser vi den Foschi-baserte kraft-deformasjonskurven til forbinderne i elementskjøtene. På figur 3.4 ser vi tilsvarende kurve for forbinderne mellom takelementenes gavlende og oppleggsbjelkene.



Figur 3.3 Ikke-lineært kraft-deformasjonsforhold til 4 stk forbindere i elementskjøt. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).

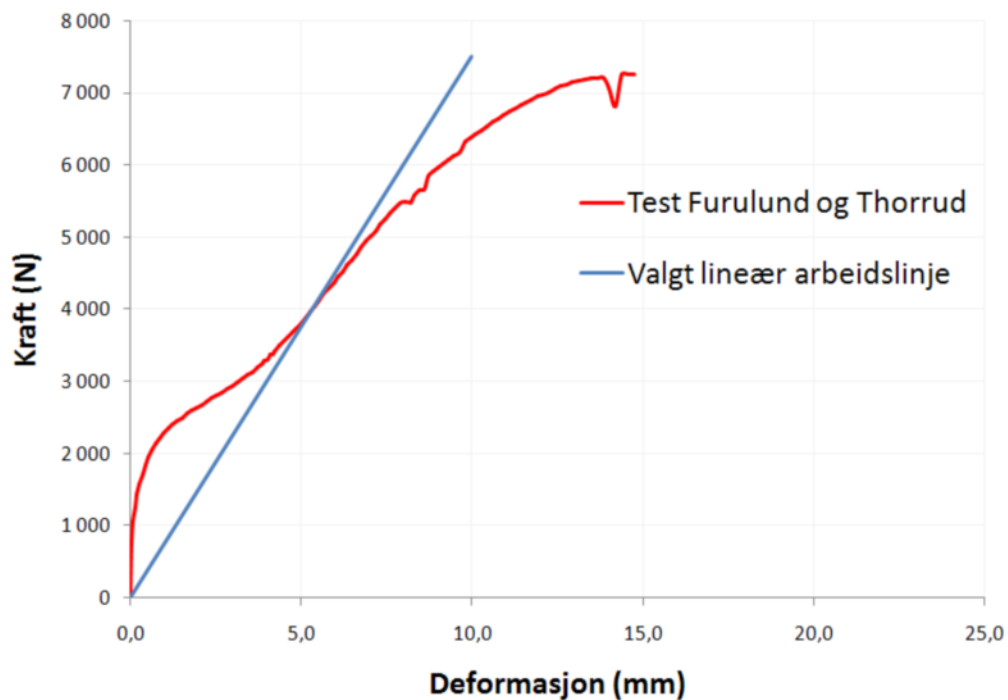


Figur 3.4 Ikke-lineært kraft-deformasjonsforhold til 2 stk forbindere i gavl. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).

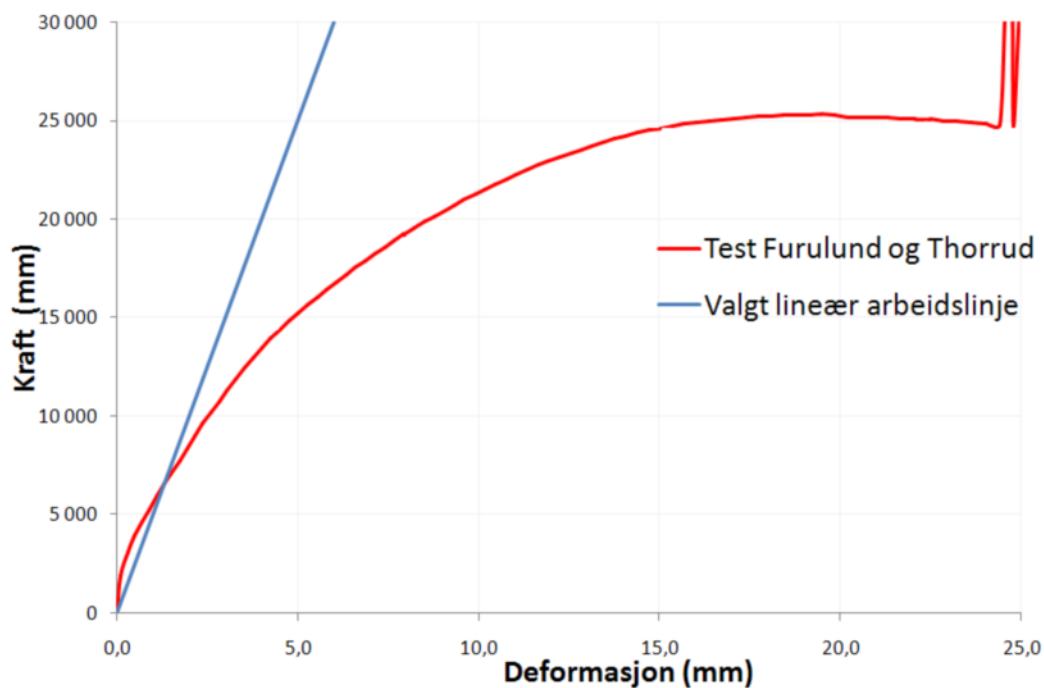
For å kunne benytte modellen til Kleven og Norås (2011) som sammenligningsgrunnlag er det i denne oppgaven benyttet det samme kraft-deformasjonsforholdet som inndata til SAP2000.

3.2.2 Lineære forbindere

Det er også kjørt analyser med et lineært forhold mellom kraft og deformasjon i forbinderne. Det er i likhet med de ikke-lineære analysene tatt utgangspunkt i Furulund og Thorruks (2009) testing av enkeltforbindere. På figur 3.5 og figur 3.6 er det vist hvordan det er forsøkt å angi en fornuftig stivhet til forbinderne i elementskjøter og gavl. For å finne et lineært forhold mellom kraft og deformasjon i en ikke-lineær arbeidslinje tas det som regel utgangspunkt i den tangentielle stivheten. I denne oppgaven er det derimot benyttet en sekantmodul, da en tangentmodul ville gitt en urealistisk stor stivhet. Det er altså på grunn den ujevne arbeidslinjen fra forsøk med forbindere at det er valgt å bruke en lavere stivhet enn den tangentielle stivheten.



Figur 3.5 Valgt lineært kraft-deformasjonsforhold for 4 stk forbinderne i elementskjøt. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).

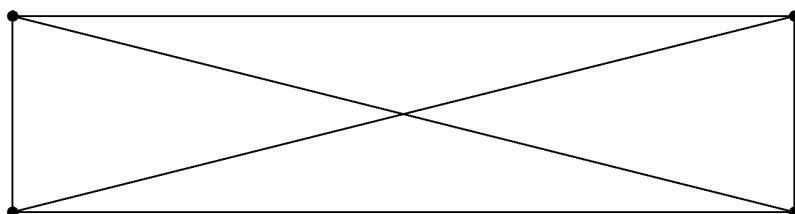


Figur 3.6 Valgt lineært kraft-deformasjonsforhold for 2 stk forbindere i gavl. Basert på figur fra Kleven og Norås (2011).

3.3 Oppbygning av testmodell

3.3.1 Prinsipp og forutsetninger

I denne oppgaven er det lagt vekt på en enkel oppbygning av beregningsmodellen for lett-takelementet. Dette er gjort for å oppnå en rasjonell modelleringsprosess, samt en tilfredsstillende beregningstid. For at beregningsmodellen skal kunne benyttes i praksis er det en fordel at det er enkelt og raskt å bygge opp modellen. Det er også viktig at beregningstiden ikke er for lang. I den forbindelse er det avgjørende at det totale antall noder og frihetsgrader ikke blir for høyt. Dette har ført til at det er utarbeidet en todimensjonal modell som kun består av staver og bjelker i tillegg til forbinder-elementer. Prinsippet for oppbygning av ett lett-takelement er vist på figur 3.7, hvor diagonalene representerer skiveegenskapene til takelementet.



Figur 3.7 Prinsipp for modellering av ett lett-takelement.

Alternativt kunne det vært benyttet et skiveelement med fire noder, men for å oppnå tilfredsstillende nøyaktighet ville det vært fordelaktig med en finere inndeling, altså et finere ”mesh”. Dette ville igjen ført til flere noder og modellen ville lignet mer på modellen som Kleven og Norås (2011) utarbeidet i sin masteroppgave.

Testmodellen er underveis i prosessen blitt sammenlignet med resultatene fra fullskalaforsøket til Furulund og Thorrud (2009), samt analysene til Kleven og Norås (2011). Dette har ført til justeringer i geometri, tverrsnitt og forbinderegenskaper. Denne sammenligningen har fungert som en kalibrering av testmodellen.

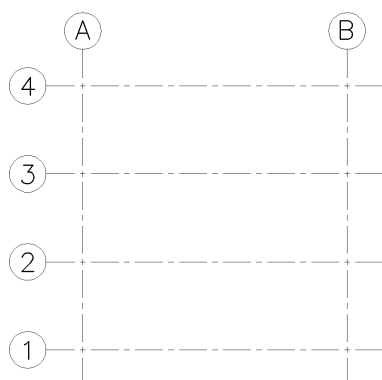
3.3.2 Materialdata

Bygningsmateriale	Tykkelse	Materialdata
Kryssfiner	15 mm	Ortotrop materiale Elastisitetsmodul: $E_1 = 7\,200\text{ N/mm}^2$, $E_2 = 5\,133\text{ N/mm}^2$, $E_3 = 200\text{ N/mm}^2$ Skjærmodul: $G_{12} = G_{13} = 350\text{ N/mm}^2$, $G_{23} = 35\text{ N/mm}^2$ Tverrkontraksjonstall: $U_1 = U_2 = U_3 = 0,1$ Masse: $m = 4,511 \cdot 10^{-6}\text{ N/mm}^3$
Stål	1,2 mm	Elastisitetsmodul: $E = 210\,000\text{ N/mm}^2$ Skjærmodul: $G = 81\,000\text{ N/mm}^2$ Tverrkontraksjonstall: $U = 0,3$ Masse: $m = 7,85 \cdot 10^{-5}\text{ N/mm}^3$ Flytegrense: $f_y = 355\text{ N/mm}^2$ Strekkfasthet: $f_u = 400\text{ N/mm}^2$
Tre (C24)		Ortotrop materiale Elastisitetsmodul: $E_1 = 11\,000\text{ N/mm}^2$, $E_2 = E_3 = 370\text{ N/mm}^2$ Skjærmodul: $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 690\text{ N/mm}^2$ Tverrkontraksjonstall: $U_1 = U_2 = U_3 = 0,1$ Masse: $m = 4,119 \cdot 10^{-6}\text{ N/mm}^3$
Limtre (GL32c)		Ortotrop materiale Elastisitetsmodul: $E_1 = 13\,700\text{ N/mm}^2$, $E_2 = E_3 = 420\text{ N/mm}^2$ Skjærmodul: $G_{12} = G_{13} = G_{23} = 780\text{ N/mm}^2$ Tverrkontraksjonstall: $U_1 = U_2 = U_3 = 0,1$ Masse: $m = 4,511 \cdot 10^{-6}\text{ N/mm}^3$

Tabell 1 Materialdata basert på tabell av Kleven og Norås (2011).

3.3.3 Grid

Gridsystemet tar utgangspunkt i dimensjonene til lett-takelementet.



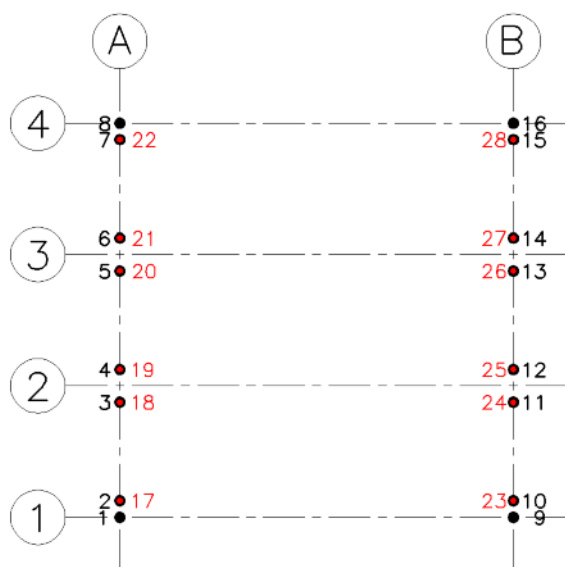
Figur 3.8 Gridlinjer.

X-Gridlinjer	mm
A	0
B	7200
Y-Gridlinjer	mm
1	0
2	2400
3	4800
4	7200

Tabell 2 Gridlinjer.

3.3.4 Noder

For å få modellert forbinderelementene mest mulig riktig ligger noen av nodene oppå hverandre. Nodene som på figur 3.8 er markert med rødt tilhører lett-takelementet, mens de svarte tilhører limtreramma. Det etableres en kobling mellom disse nodene ved hjelp av såkalte linkelementer som skal representere forbindernes egenskaper. Det er totalt 28 noder i testmodellen.

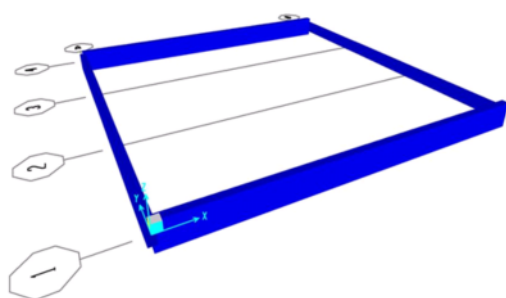


Figur 3.9 Noder.

Node	x	y	Node	x	y
1	0	0	15	7200	6900
2	0	300	16	7200	7200
3	0	2100	17	0	300
4	0	2700	18	0	2100
5	0	4500	19	0	2700
6	0	5100	20	0	4500
7	0	6900	21	0	5100
8	0	7200	22	0	6900
9	7200	0	23	7200	300
10	7200	300	24	7200	2100
11	7200	2100	25	7200	2700
12	7200	2700	26	7200	4500
13	7200	4500	27	7200	5100
14	7200	5100	28	7200	6900

Tabell 3 Nodekoordinater.

3.3.5 Testjigg – ramme av limtre

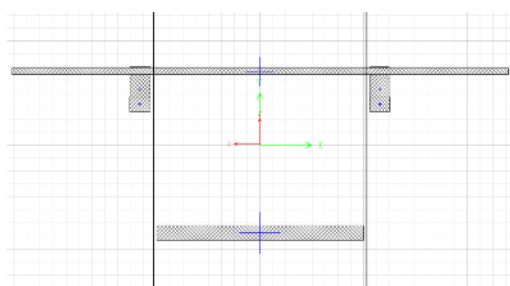


Figur 3.10 Illustrasjon av limtreramme.

Limtreramma er leddet i sine fire hjørner, og av hensyn til montering av takelementene ble det benyttet ulike dimensjoner på de ulike sidene. I x-retning langs akse 1 og 4 har profilene dimensjonene $b \times h = 140 \times 540$. I y-retning langs akse A er dimensjonene $b \times h = 140 \times 405$, mens dimensjonene langs akse B er $b \times h = 140 \times 270$. (Alle mål i mm.)

3.3.6 Lett-takelement – bjelker i lengderetning

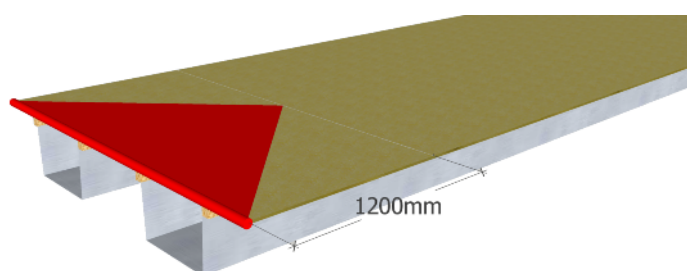
Et typisk lett-takelement har to stålskanaler som vist på figur 2.17 (s. 29). Den forenklete modellen i denne oppgaven opererer også med to bjelker i lengderetning, se figur 3.7 (s. 49). Tverrsnittet til disse bjelkene er satt sammen av en stålskanal, to trelekter og en kryssfinerplate med bredde tilsvarende takelementets halve bredde. Det er benyttet et verktøy som heter "Section Designer" i SAP2000 for å modellere dette tverrsnittet, se figur 3.11. På grunn av ulik E-modul for materialene er det beregnet et ekvivalent tverrsnittsareal med utgangspunkt i E-modulen til kryssfiner. Beregningen av det ekvivalente tverrsnittet finnes i Vedlegg A. Bjelkene i lengderetning er modellert med 6 frihetsgrader for å få rotasjonsstivhet ved oppleggene. Dette er fordi stålprofilene skrues fast i oppleggsbjelke med 3 skruer, noe som gir en betydelig innspenning.



Figur 3.11 Tverrsnitt av bjelke i lengderetning modellert i "Section Designer" i SAP2000.

3.3.7 Lett-takelement – staver i tverretning

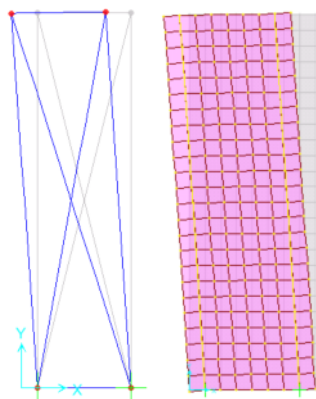
Det er kryssfinerplata i lett-takelementets overkant som representerer stivheten på tvers av takelementet. Tverrstaven er derfor modellert som et kryssfinertverrsnitt med en tykkelse på 15 mm og en bredde på 1200 mm. Det er vanskelig å anslå hvor mye av kryssfinerplaten som medvirker ved belastning på tvers, men 1200 mm antas å være en fornuftig verdi og gir en lastspredning med en vinkel på 45° . Stavene er leddet i hver ende og er modellert med totalt 4 frihetsgrader.



Figur 3.12 Illustrasjon av antatt lastspredning for tverrbelastning.

3.3.8 Lett-takelement – diagonaler

Diagonalene består av et kryssfinertverrsnitt med en tykkelse på 15 mm og en bredde på 680mm. For å finne en fornuftig dimensjon på diagonalene ble det gjort en sammenligning av deformasjoner med en litt mer detaljert modell av et lett-takelement. I denne kalibreringsmodellen ble diagonalene erstattet av en hel kryssfinerplate og tverrsnittet til bjelkene i lengderetning endret slik at tverrsnittet kun bestod av en stålkanal og trelekter. Diagonalene er modellert som staver med totalt 4 frihetsgrader.



Figur 3.13 Sammenligning av deformasjoner for å finne dimensjon på diagonaler.

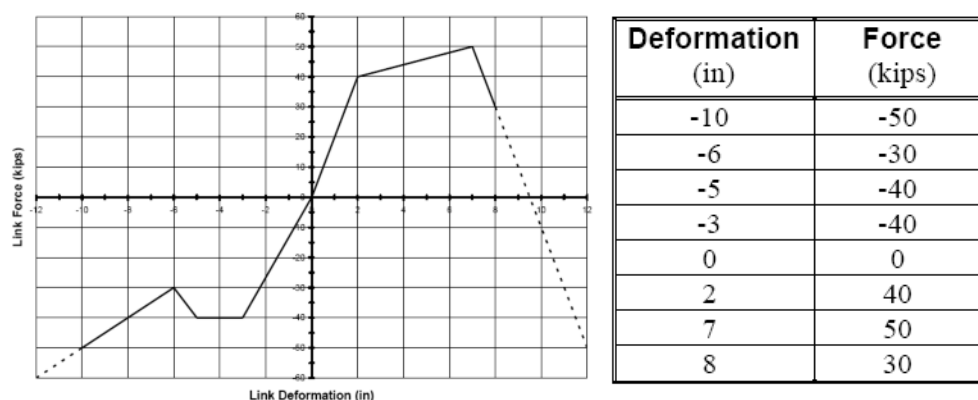
3.3.9 Forbindere

Det er i oppbygningen av testmodellen benyttet forbinderelementer, kalt linkelementer i SAP2000, for å modellere de forbindelsene som eksisterer i en lett-takkonstruksjon. Det tas utgangspunkt i to typer forbindelser, *elementsjøt* og *gavl*. Modellen i denne oppgaven er kraftig forenklet i forhold til modellen som Kleven og Norås (2011) har utarbeidet. Det har medført færre noder, og dette fører igjen til at hvert forbinderelement må representere flere forbindere. I denne oppgaven har et lett-takelement, som vist på figur 3.7 (s. 49), kun fire noder – en i hvert hjørne. Med en senteravstand på 200 mm mellom forbinderne langs elementsjøtene er det totalt 36 forbindere, hvor 18 går til hver sin node. I hver gavllende har vi 6 stykk forbindere, hvor 3 går til hver sin node.

Det er i arbeidet med testmodellen benyttet flere ulike typer forbindere og gjort analyser med ikke-lineære ikke-koblede forbindere, lineære ikke-koblede forbindere og lineære koblede forbindere.

Ikke-lineære forbindere

For å modellere de ikke-lineære forbindere er det benyttet et linkelement som i SAP2000 kalles "Multi-Linear Elastic Link Element". På figur 3.14 vises hvordan man ved hjelp av denne elementtypen manuelt kan legge inn ønsket kraft-deformasjonsforhold.



Figur 3.14 Eksempel på kraft-deformasjonsforhold i et "Multi-Linear Elastic Link Element" i SAP2000 (CSI, 2009).

Ved kjøring av ikke-lineære analyser forsøker SAP2000 å benytte den modifiserte Newton-Raphsons metode først. Hvis det ikke oppnås konvergens forsøker programmet Newton-Raphsons metode med tangentiell stivhet. Hvis ingen av disse metodene konvergerer, reduseres størrelsen på hvert trinn og ny analyse kjøres (CSI, 2010).

Kraft-deformasjonsforholdet vist på figur 3.3 (s. 46) og figur 3.4 (s. 47) er modifisert for å representere riktig antall forbindere, og benyttet som inndata til det ikke-lineære linkelementet, dette vises i Vedlegg B. I tillegg er kapasiteten til forbindere i elementskjøtene redusert til 80 % av opprinnelig verdi for å få mest mulig riktig resultat sammenlignet med resultatene fra fullskalatesten til Furulund og Thorrud (2009). Da fullskalatesten ble utført ble det først forsøkt å kjøre til brudd med en senteravstand på 100 mm mellom forbindere i elementskjøtene. Da dette ikke gikk ble annenhver skrue fjernet, og testen ble kjørt på nytt (Furulund og Thorrud, 2009). Dette vil mest sannsynlig ha bidratt til å redusere forbindernes stivhet og kapasitet. Derfor vil en reduksjon til 80 % av opprinnelig kapasitet, i hvert fall delvis, kunne begrunnes med de faktiske forholdene da forsøket ble utført.

Lineære forbindere

For å modellere de lineære forbinderne er det benyttet et linkelement, kalt "Linear Elastic Link Element". Dette linkelementet kan både modelleres som koblet og ikke-koblet. Kraft-deformasjonsforholdet vist på figur 3.5 og figur 3.6 (s. 48) er modifisert for å representere riktig antall forbindere, og benyttet som inndata til det lineære linkelementet. Den koblede stivheten som er benyttet for forskyvning i to retninger er funnet ved pytagoras med utgangspunkt i forskyvningen i hver av de to retningene. På figur 3.15 og figur 3.16 er det eksempler på stivhetsmatriser for henholdsvis ikke-koblede og koblede elementer.

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{u1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & k_{u2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & k_{u3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & k_{r1} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & k_{r2} & 0 \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix}$$

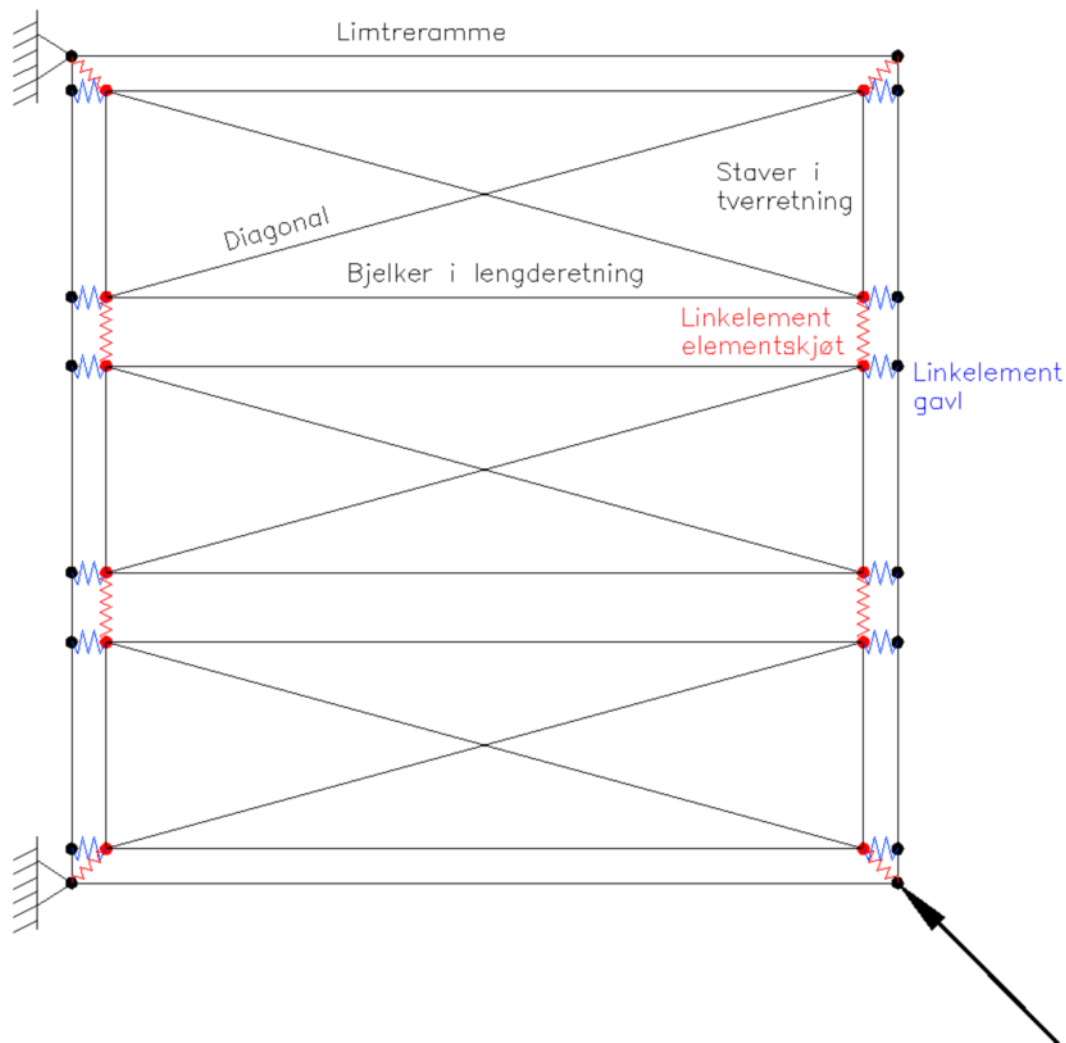
Figur 3.15 Eksempel på stivhetsmatrisen til et ikke-koblet linkelement (CSI, 2010)

$$\begin{Bmatrix} f_{u1} \\ f_{u2} \\ f_{u3} \\ f_{r1} \\ f_{r2} \\ f_{r3} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{u1} & k_{u1u2} & k_{u1u3} & k_{u1r1} & k_{u1r2} & k_{u1r3} \\ & k_{u2} & k_{u2u3} & k_{u2r1} & k_{u2r2} & k_{u2r3} \\ & & k_{u3} & k_{u3r1} & k_{u3r2} & k_{u3r3} \\ & & & k_{r1} & k_{r1r2} & k_{r1r3} \\ & \text{sym.} & & & k_{r2} & k_{r2r3} \\ & & & & & k_{r3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{u1} \\ d_{u2} \\ d_{u3} \\ d_{r1} \\ d_{r2} \\ d_{r3} \end{Bmatrix}$$

Figur 3.16 Eksempel på stivhetsmatrisen til et koblet linkelement (CSI, 2010).

3.3.10 Ferdig testmodell

Med grunnlag i oppbygningen beskrevet i kapittel 3.3 har den endelige testmodellen blitt som skjematisk vist på figur 3.17. Det totale antall noder på denne modellen er 28, og det representerer en betydelig reduksjon i forhold til Kleven og Norås (2011) som i sin modell opererte med 943 noder i en tilsvarende testmodell.



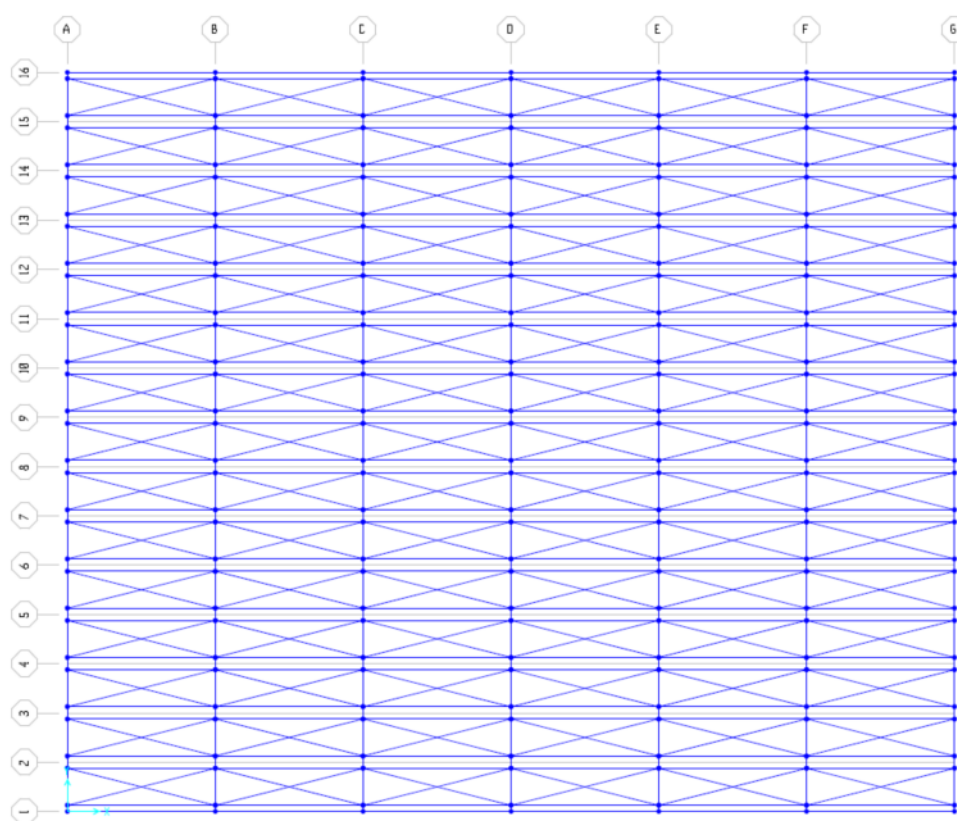
Figur 3.17 Skjematisk oppstilling av ferdig testmodell.

3.4 Modellering av store skivekonstruksjoner med lett-takelementer

3.4.1 Oppbygning av stor modell

For å rasjonalisere modelleringen i SAP2000 er det benyttet en funksjon som heter "Interactive database editing" ved oppbygningen av den store modellen. Denne funksjonen gjør det mulig å programmere manuelt i Excel. I Vedlegg B er det presentert tabeller med inndata for testmodellen som er hentet ut fra SAP2000 via "Interactive database editing". Inndata for den store modellen er lagt ved elektronisk.

Den store modellen består av $15 \times 6 = 90$ lett-takelementer, og takets dimensjoner blir dermed $36\text{m} \times 43,2\text{m}$. Antall noder i den store modellen er 584. På figur 3.18 er oppbygningen av modellen illustrert. Takelementenes egenskaper i den store modellen er de samme som i testmodellen, men testtjiggen er erstattet med et bjelkesystem av limtrebjelker med dimensjon $140\text{mm} \times 405\text{mm}$. Skivekonstruksjonen har opplegg plassert sentrisk på hver sidekant tilsvarende vindkryssene illustrert på figur 3.2 (s. 45).



Figur 3.18 Stor modell. Illustrasjon fra SAP2000.

3.4.2 Belastning

Q _{kast} :	0,80 kN/m ²		
Lastfaktor:	1,6		
Høyde:	8 m		
Felt:	Formfaktorer:	Vindlast:	
- A	-1,2 (antatt verdi)	-6,14 kN/m ²	Feltbredde e/5 = 3,2m
- B	-0,8 (antatt verdi)	-4,10 kN/m ²	Feltbredde 4e/5 = 12,8m
- C	-0,5 (antatt verdi)	-2,56 kN/m ²	
- D	0,7	3,58 kN/m ²	
- E	-0,5	-2,56 kN/m ²	

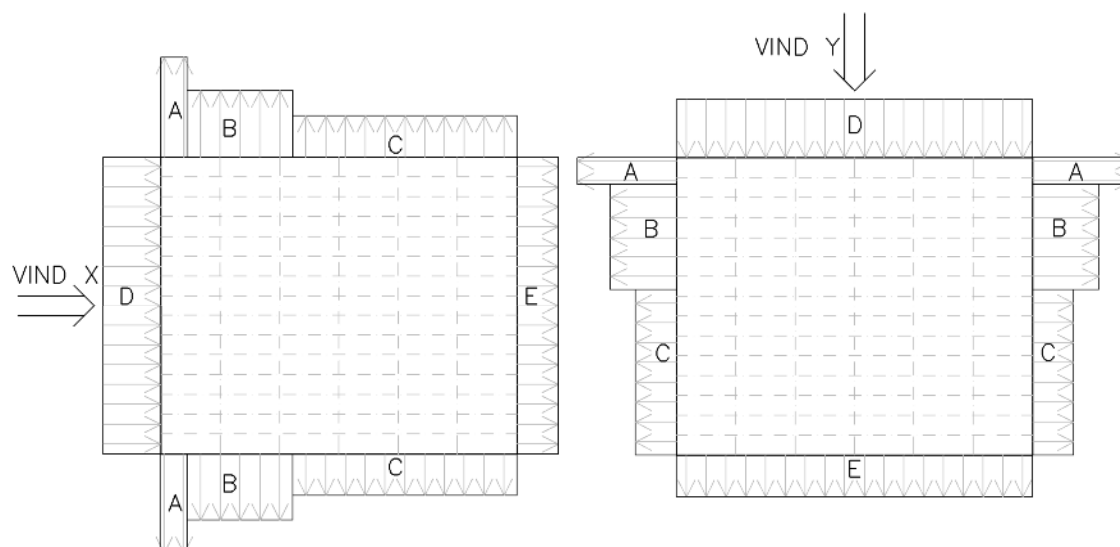
Tabell 4 Inndata for vindlast på stor modell. Basert på data fra Lett-Tak Systemer AS som finnes i Vedlegg C.

Det er kjørt analyser med flere ulike lasttilfeller. Vindkasthastighetstrykk, lastfaktor og formfaktor for vindtrykk (sone D) og –sug (sone E) er gitt av Lett-Tak Systemer AS.

Data finnes i Vedlegg C, og er gjengitt i tabell 4. Det er kjørt analyser med:

- *ensidig belastning*, hvor både vindtrykk (D) og –sug (E) virker på samme side,
- *tosidig belastning*, hvor vindtrykk (D) og –sug (E) virker på hver sin side,
- *firesidig belastning*, hvor alle soner er tatt med som vist på figur 3.19.

Det er utført analyser med vindretning både langs x- og y-aksen.



Figur 3.19 Illustrasjon av felt med ulike formfaktorer.

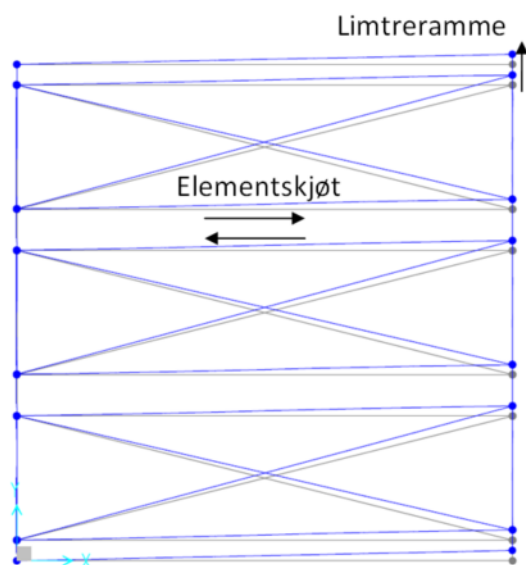
4. Resultater og diskusjon

I dette kapittelet presenteres utvalgte resultater fra analysene. Resultatene diskuteres og sammenlignes med resultater fra andre beregninger og forsøk, samt relevant teori.

Fullstendig oversikt over resultatene er lagt ved elektronisk og finnes på ”a. Resultater testmodell.xlsx” og ”b. Resultater stor modell.xlsx”.

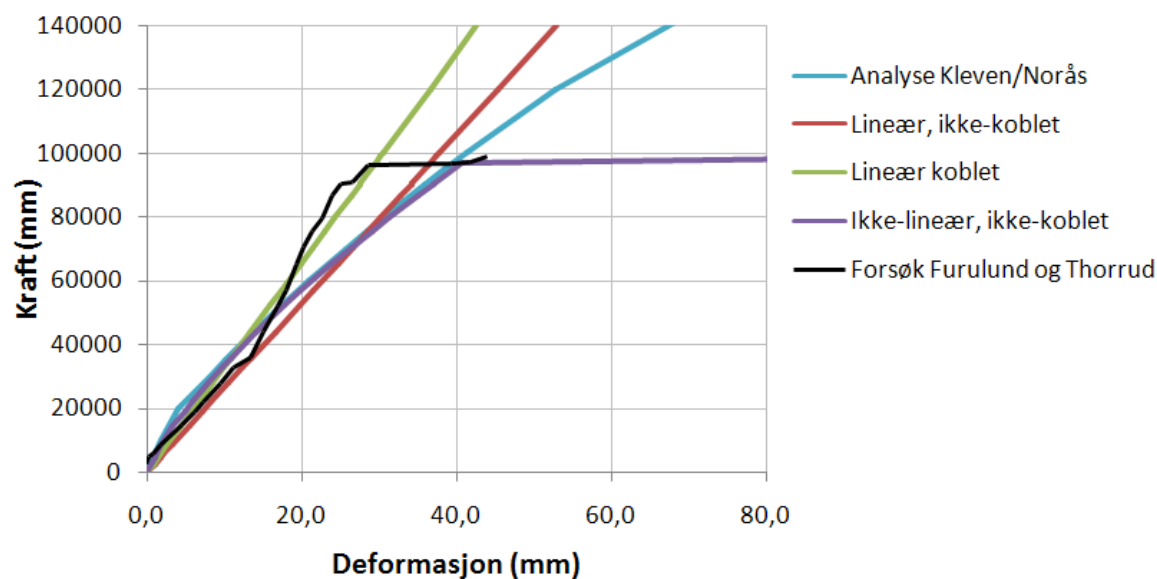
4.1 Testmodell

Kreftene i en konstruksjon vil fordele seg avhengig av stivheten til konstruksjonsdelene. Når det gjelder resultatene fra testmodellen er det derfor valgt å ta utgangspunkt i deformasjonene i modellen fordi deformasjonene uttrykker stivheten til modellen. For å undersøke deformasjonene i modellen er det valgt ut to steder hvor det eksisterer resultater fra tidligere forsøk og analyser. Som vist på figur 4.1 gjelder dette deformasjon i limtreramme og i elementskjøt. Belastningen til testmodellen, gitt av Furulund og Thorrud, består av en økende diagonal trykkraft.

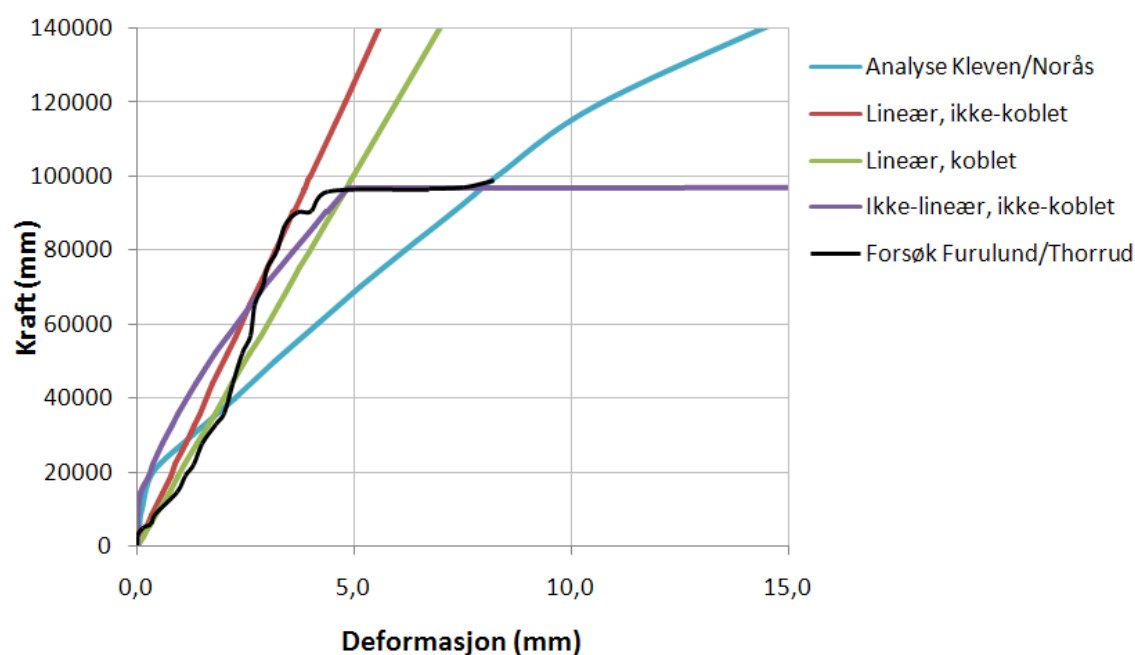


Figur 4.1 Deformert testmodell. Illustrasjon fra SAP2000.

På figur 4.2 og figur 4.3 illustreres resultater fra de ulike testmodellene som er utarbeidet sammenlignet med resultater fra fullskalaforsøket til Furulund og Thorrud (2009), samt analysene til Kleven og Norås (2011).



Figur 4.2 Sammenligning av deformasjoner i limtreramme.



Figur 4.3 Sammenligning av deformasjoner i elementskjøt.

Resultatene fra testmodellen viser at den *ikke-lineære, ikke-koblede* testmodellen gir en god indikasjon på kapasiteten sammenlignet med resultatene fra fullskalaforsøket. Når det gjelder stivheten er den ikke-lineære modellen noe stiv, særlig for små laster.

Modellen gir svært like deformasjoner i limtreramma som modellen til Kleven og Norås (2011) frem til det oppstår brudd. Det bør nevnes at under fullskalaforsøket skjedde lastpåføringen manuelt, noe som førte til en raskere og mer ujevn lastpåføring enn det som er ideelt. Den svarte kurven på figur 4.2 og figur 4.3 er derfor noe brattere i enkelte områder enn det som er reelt (Furulund og Thorrud, 2009).

De *lineære, ikke-koblede og koblede* testmodellene gir for små laster en stivhet som er lavere og som ligger nærmere fullskalaforsøket enn den ikke-lineære ikke-koblede testmodellen. Dette er fordi det er benyttet en sekantmodul for å finne stivheten til forbindeerne i den lineære modellen. Den koblede testmodellen er stivere enn den ikke-koblede med hensyn til deformasjoner i limtreramma, mens det for deformasjoner i elementskjøten er den ikke-koblede modellen som er stivest. Det er vanskelig å forklare hvorfor det er slik, men med tanke på at den koblede *store* modellen viste seg å fungere dårlig er det mulig at den koblede testmodellen heller ikke gir tilfredsstillende resultater. I følge Vessby et al. (2010) skulle den ikke-koblede modellen fått en høyere stivhet enn den koblede modellen. De lineære modellene gir ikke noe begrep om kapasiteten slik som den ikke-lineære modellen gjør. Kreftene som oppstår i elementene må derfor overvåkes og sammenlignes med kapasiteten for hvert element slik at utnyttelsen av konstruksjonen kan finnes.

Det at modellene i denne oppgaven er todimensjonale medfører en del begrensninger i forhold til tredimensjonale modeller. Løftekrefter kan, som vist på figur 2.22 (s. 32), oppstå som følge av eksentrisitet mellom kryssfinerplate og innfestingspunkt. Disse kreftene inkluderes ikke i modellene, og det vil derfor være behov for å lage egne kontroller for slike detaljer. Lett-Tak brukes også på tak som ikke er plane, for eksempel buede takkonstruksjoner, noe som vil gi behov for en tredimensjonal modellering. Modellene i denne oppgaven vil kunne videreutvikles slik at de kan benyttes på slike tak. Man kan tenke seg at den plane modellen brettes til en tredimensjonal konstruksjon. Dette vil antakelig kunne gi tilfredsstillende resultater for de globale kreftene. Det vil også her være behov for å kontrollere detaljer som omfatter for eksempel ekstra belastning på forbindeerne som følge av vinkelendringer i konstruksjonen.

4.2 Stor modell

I det følgende presenteres og diskuteres resultater for den store modellen med ikke-lineære ikke-koblede og lineære ikke-koblede forbindere. Modellen med koblede forbindere viste seg å fungere dårlig og resultatene tas derfor ikke med i rapporten.

4.2.1 Krefter i forbindere

I henhold til Eurokode 5 (2010) skal forbindelsene være dimensjonerende ved beregning av takskiver, og det er derfor interessant å studere hvilke krefter som oppstår i forbinderne. Resultater for krefter i forbindere i den store modellen er presentert i tabell 5.

Elementtype	Lastsituasjon	Ikke-lineær analyse med ikke-koblede forbindere		Lineær analyse med ikke-koblede forbindere	
		X	Y	X	Y
Elementskjøt	Ensidig ("D" = D+E)	577	495	270	250
	Tosidig (D, E)	370	471	215	249
	Firesidig (A, B, C, D, E)	367	602	217	274
Gavl	Ensidig ("D" = D+E)	2 790	2 084	3 612	2 068
	Tosidig (D, E)	1 108	2 101	2 453	2 085
	Firesidig (A, B, C, D, E)	1 095	2 766	2 402	3 267

Tabell 5 Resultater fra analyser med stor modell. Maksimale krefter [N] i forbinderelementer inklusiv lastfaktor på 1,6. Uthevede verdier kan sammenlignes med beregninger fra Lett-Tak Systemer AS. Dataene er hentet fra elektronisk vedlegg "b. Resultater stor modell.xlsx".

For de uthevede verdiene i tabell 5 finnes det også resultater fra manuell beregning fra Lett-Tak Systemer AS, som gjør det mulig med en sammenligning av resultatene. Fra Vedlegg C kan følgende krefter hentes ut:

- Elementskjøt, last i x-retning: 44 600 N / 36 forbindere = **1 239 N**
- Gavl, last i x-retning: 14 890 N / 3 forbindere = **4 963 N**
- Gavl, last i y-retning: 13 300 N / 3 forbindere = **4 433 N**

For forbinderne i elementskjøtene ligger den beregnede kraften fra Lett-Tak Systemer AS 115 % over den største verdien fra analysene gjort i denne oppgaven. Tilsvarende ligger kraften i gavlforbinderne 37 % over. Man kan også lese ut av tabellen at det å samle all vindlast til en side virker ugunstig på konstruksjonen. Samtidig ser man også at det å inkludere felt A, B og C i beregningene gir større krefter i forbinderne, særlig ved last i y-retning.

4.2.2 Skjærkrefter

Slik som lett-takelementene er modellert i denne oppgaven er diagonalene tenkt å representere skivestivheten i elementene. Aksialkreftene i diagonalene vil dermed gi resultater som kan dekomponeres til å uttrykke skjærstrømmen langs kantene til lett-takelementet. I tabell 6 vises de maksimale aksialkreftene som oppstår i diagonalene.

Elementtype	Lastsituasjon	Ikke-lineær analyse med ikke-koblede forbindere		Lineær analyse med ikke-koblede forbindere	
		X	Y	X	Y
Diagonal trykk	Ensidig ("D" = D+E)	-11 998	-10 288	-10 502	-8 801
	Tosidig (D, E)	-5 567	-10 224	-8 043	-8 778
	Firesidig (A, B, C, D, E)	-5 658	-11 117	-7 848	-9 433
Diagonal strekk	Ensidig ("D" = D+E)	10 979	10 163	9 660	8 765
	Tosidig (D, E)	5 454	10 200	7 540	8 778
	Firesidig (A, B, C, D, E)	5 474	11 536	7 921	10 038
Diagonal maks	Ensidig ("D" = D+E)	11 998	10 288	10 502	8 801
	Tosidig (D, E)	5 567	10 224	8 043	8 778
	Firesidig (A, B, C, D, E)	5 658	11 536	7 921	10 038

Tabell 6 Resultater fra analyser med stor modell. Maksimale aksialkrefter [N] i diagonalen inklusiv lastfaktor på 1,6. Dataene er hentet fra elektronisk vedlegg "b. Resultater stor modell.xlsx".

Ut i fra tabell 6 kan det leses ut at den største aksialkraften fra lineær analyse med ensidig belastning i x-retning vil være 10 502 N = 10,5 kN. Denne kraften kan dekomponeres ved å dividere på lengden til diagonalen. Maksimal skjærstrøm langs kanten på lett-takelementet blir dermed:

$$v = \frac{10,5 \text{ kN}}{\sqrt{(7,2 \text{ m})^2 + (2,4 \text{ m})^2}} = 1,4 \text{ kN/m}$$

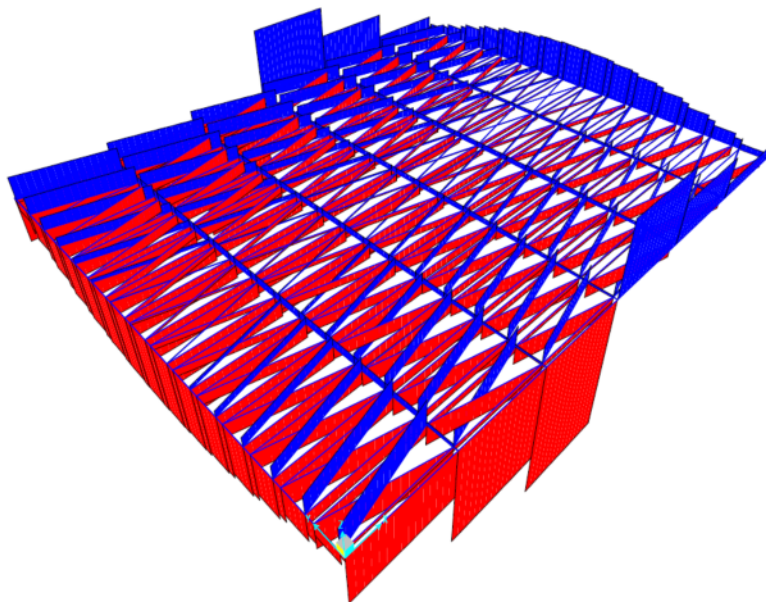
Maksimal skjærstrøm i x-retning kan også beregnes etter ligning [13], dette gir:

$$v_{maks} = \frac{F}{b} = \frac{q \cdot l}{2 \cdot b} = \frac{6,14 \text{ kN/m} \cdot 36 \text{ m}}{2 \cdot 43,2 \text{ m}} = 2,6 \text{ kN/m}$$

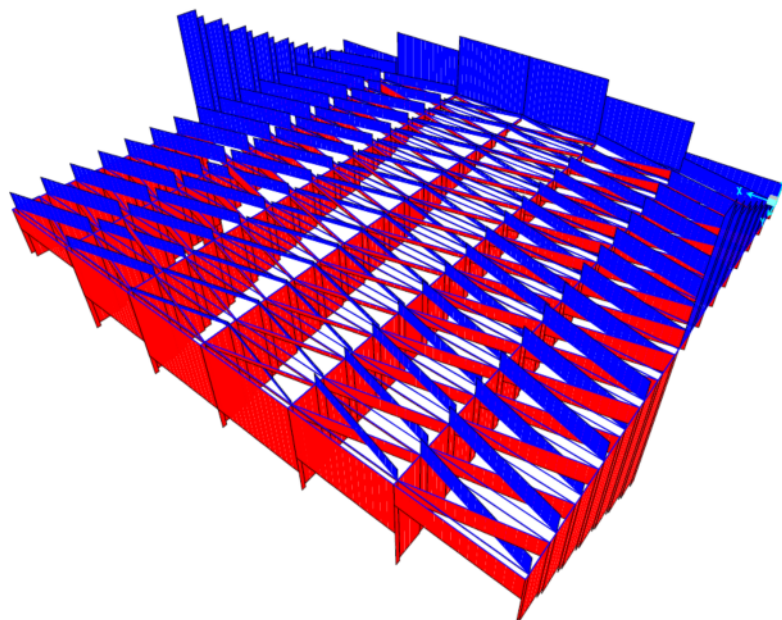
Begge beregningene inkluderer en lastfaktor på 1,6. Skjærstrømmen som er beregnet ut i fra diagonalen gir en lavere verdi en skjærstrømmen beregnet etter ligning [13]. Noe av grunnen til dette kan være at de langsgående bjelkeelementene er modellert med seks frihetsgrader. Det at bjelkeelementene er innspent i endene gjør at også disse elementene vil bidra til skivestivheten til lett-takelementet. I tillegg vil stivheten til randbjelkene også ha innvirkning på resultatene.

4.2.3 Kraftfordeling i takkonstruksjon og aksialkrefter i randbjelker

På figur 4.4 og figur 4.5 er det illustrert hvordan kreftene fordeler seg i konstruksjonen ved ensidig belastning i henholdsvis x- og y-retning. Det er klare fellestrekk med kraftfordelingen Höglund (2000) presenterer på figur 2.12 og figur 2.13 (s. 25).



Figur 4.4 Aksialkrefter i stor modell med ensidig belastning i x-retning. Strekkrefter er blå og trykkrefter er røde. Illustrasjon fra lineær analyse i SAP2000.



Figur 4.5 Aksialkrefter i stor modell med ensidig belastning i y-retning. Strekkrefter er blå og trykkrefter er røde. Illustrasjon fra lineær analyse i SAP2000.

Dersom randbjelken, som også kan betegnes som strekkflens, betraktes ved belastning normalt på bærebjelkene viser det seg at analysene i denne oppgaven gir større strekk i randbjelken enn det som Höglund (2000) antyder på figur 2.12 (s. 25). Dette viser at man er på sikker side ved å benytte en effektiv høyde på $2/3$ av spennvidden for lett-takelementer. Det kan også vurderes om det er mulig å regne med en enda større effektiv høyde, for eksempel en høyde lik $1,0 \cdot$ spennvidden. Grunnen til at analysene i denne oppgaven gir en større effektiv høyde enn det Höglund (2000) angir kan være at hans teori er basert på trapesformede stålplater som skiller seg klart fra lett-takelementer. Det er grunn til å anta at trapesformede stålplater har lavere stivhet på tvers enn det lett-takelementer har, og dette vil ha innvirkning på hvor stor del av tverrsnittet som blir aktivert ved last mot elementets eller platens gavlside. Ved belastning parallelt med bærebjelkene er det lite som skiller kraftfordelingen i denne oppgaven sammenlignet med kraftfordelingen på figur 2.13 (s. 25).

Elementtype	Lastsituasjon	Ikke-lineær analyse med ikke-koblede forbindere		Lineær analyse med ikke-koblede forbindere	
		X	Y	X	Y
Randbjelke trykk	Ensidig ("D" = D+E)	-25 990	-29 855	-28 287	-32 797
	Tosidig (D, E)	-13 275	-29 116	-23 967	-32 516
	Firesidig (A, B, C, D, E)	-775	-8 353	-3 403	-9 107
Randbjelke strekk	Ensidig ("D" = D+E)	15 611	28 711	17 880	31 770
	Tosidig (D, E)	12 476	28 625	22 231	32 093
	Firesidig (A, B, C, D, E)	18 416	41 430	27 852	43 861

Tabell 7 Resultater fra analyser med stor modell. Maksimale aksialkrefter [N] i randbjelker inklusiv lastfaktor på 1,6. Dataene er hentet fra elektronisk vedlegg "b. Resultater stor modell.xlsx".

I tabell 7 vises verdier for maksimale aksialkrefter i randbjelkene. Ved ensidig belastning i x-retning ser man at aksialkraften på strekksiden er en del lavere enn på trykksiden. I den lineære analysen er strekkraften 17,9 kN, mens trykkraften er 28,3 kN. Så selv om kreftene ikke "dør ut" slik som Höglund (2000) antyder, vil de reduseres når skivens høyde øker. Ved ensidig belastning i y-retning ser man derimot liten forskjell på aksialkreftene i randbjelkene på trykk- og strekksiden. I den lineære analysen er strekkraften 31,8 kN, mens trykkraften er 32,8 kN. Dette bekrefter det vi ser på figur 4.5, samt Höglunds (2000) teori presentert på figur 2.13 (s. 25).

Fra tabell 7 ser man også at det er store variasjoner i resultatene avhengig om belastningen er en-, to- eller firesidig. Den tosidige lasten vil gi den jevneste fordelingen

mellom trykk og strekk. Den firesidige lasten vil gi de største aksialkreftene som følge av strekkreftene sone A, B og C gir.

En forenklet beregning i henhold til ligning [12] gir, for last i x-retning, en aksialkraft lik:

$$N_{c,x} = N_{t,x} = \frac{M_{maks}}{b} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot b} = \frac{6,14 \text{ kN/m} \cdot (36 \text{ m})^2}{8 \cdot 43,2 \text{ m}} = 23\,025 \text{ N}$$

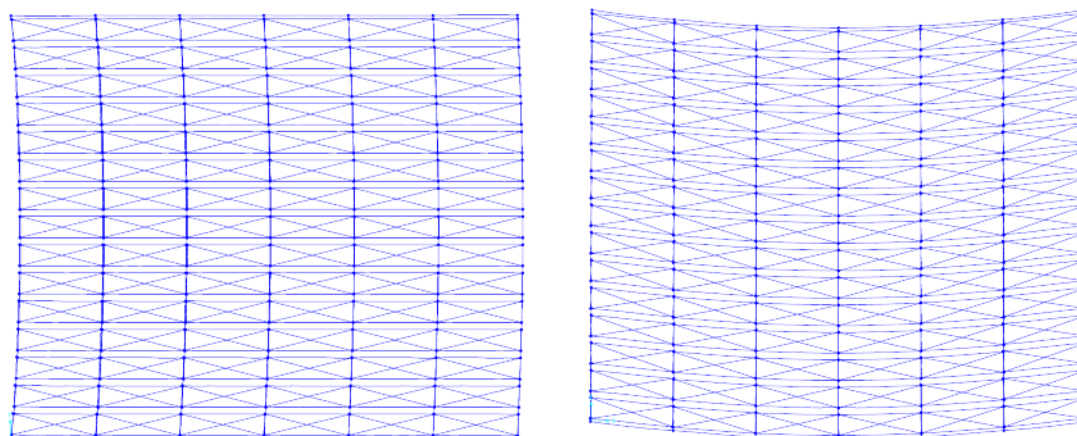
For last i y-retning vil aksialkraften bli:

$$N_{c,y} = N_{t,y} = \frac{M_{maks}}{b} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot b} = \frac{6,14 \text{ kN/m} \cdot (43,2 \text{ m})^2}{8 \cdot 36 \text{ m}} = 39\,787 \text{ N}$$

I følge figur 2.9 (s. 23) kan det virke som ligning [12] tar utgangspunkt i en ensidig belastning. Sammenligning med resultatene i tabell 7 viser at det i følge analysene kan oppstå større aksialkrefter enn det som den forenklete beregningen gir. Det vil si at man nødvendigvis ikke er på sikker side ved å benytte ligning [12] for beregning av aksialkrefter i randbjelker.

Når det gjelder randbjelkene som ligger parallelt med belastningen fungerer disse som opplegg for skiven. Bjelkene har sentriske opplegg i form av et fast punkt som skal representere et vindkryss. Som det kommer frem av figur 4.4 og figur 4.5 avtar aksialkraften lineært når man beveger seg bort fra opplegget, dette viser at hele randbjelken er aktiv. Kreftene fra forbinderne i takelementene akkumuleres langs randbjelken. Randbjelken får størst påkjenning ved opplegget, men forbinderne vil være jevnt belastet langs hele bjelken. Det vil således ikke være noen markant spenningstopp i forbinderne som ligger nærmest opplegget.

4.2.4 Deformasjoner



Figur 4.6 Deformert stor modell med last i x-retning (til venstre) og last i y-retning (til høyre).

Illustrasjon fra SAP2000.

Det er målt deformasjoner midt i feltet, altså total utbøyning, u , i henhold til ligning [13]. Deformasjonene er presentert i tabell 8. De lineære analysene gir større deformasjoner enn de ikke-lineære, noe som også er forventet som følge av resultatene til testmodellen. Ut i fra resultatene fra testmodellen er det grunn til å anta at det er den lineære analysen som har de mest tilfredsstillende resultatene.

Elementtype	Lastsituasjon	Ikke-lineær analyse med ikke-koblede forbindere		Lineær analyse med ikke-koblede forbindere	
		X	Y	X	Y
Randbjelke trykkside	Ensidig ("D" = D+E)	5,6	-6,8	8,7	-10,5
	Tosidig (D, E)	2,5	-6,4	7,1	-10,2
	Firesidig (A, B, C, D, E)	2,5	-6,6	7,1	-10,2
Randbjelke strekkside	Ensidig ("D" = D+E)	2,8	-6,2	4,9	-9,9
	Tosidig (D, E)	2,4	-6,4	6,5	-10,1
	Firesidig (A, B, C, D, E)	2,3	-6,5	6,4	-10,1

Tabell 8 Resultater fra analyser med stor modell. Maksimale deformasjoner [mm] i randbjelker er eksklusiv lastfaktor. Dataene er hentet fra elektronisk vedlegg "b. Resultater stor modell.xlsx".

Det er også mulig å foreta en manuell beregning av utbøyningen, u , i henhold til ligning [14]. Det tas utgangspunkt i gjennomsnittlig kraft i forbinder og et lineært kraft-deformasjonsforhold. Gjennomsnittlig kraft i forbinder er satt til halvparten av maksimalverdi fra tabell 5 (s. 62) og det lineære kraft-deformasjonsforholdet er basert på figur 3.5 og figur 3.6 (s. 48). Dette gir følgende resultater for last i x-retning:

$$\mathbf{u}_x = \mathbf{u}_m + \mathbf{u}_v + \mathbf{u}_s + \mathbf{u}_r$$

For limtre er k_{cr} lik 0,67. Utbøyningen fra momentbelastning, u_m , blir da:

$$u_m = \frac{5 \cdot q \cdot l^4 \cdot k_{cr}}{384 \cdot E \cdot 2 \cdot A_{fl} \cdot (b/2)^2} = \frac{5 \cdot 6,14/1,6 \cdot 36000^4 \cdot 0,67}{384 \cdot 13700 \cdot 2 \cdot 140 \cdot 405 \cdot (43200/2)^2} = 0,1mm$$

For kryssfiner er k_{cr} lik 1,0. Utbøyning fra skjærtøyning i platene, u_v , blir da:

$$u_v = \frac{q \cdot l^2 \cdot k_{cr}}{8 \cdot G \cdot 2 \cdot t_{pl} \cdot b} = \frac{6,14/1,6 \cdot 36000^2 \cdot 1,0}{8 \cdot 350 \cdot 15 \cdot 43200} = 2,7mm$$

For forbindelsene i gavl er maks kraft fra lineær analyse lik 3612 N. Stivheten er basert på stigningstallet for to stykk forbindere i lineær arbeidslinje som gir 5000/2. For forbindelsene i elementskjøten er maks kraft lik 270 N, og antall forbindere fire. Stivheten settes da lik 750/4. Utbøyning fra glidning i forbindelser mellom platene, u_s , blir da:

$$u_s = \left(\frac{u_{s,j,gavl}}{h_{pl}} + \frac{u_{s,j,el.skjøt}}{b_{pl}} \right) \cdot \frac{l}{2} \cdot k_{cr} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{3612/1,6}{5000/2} + \frac{270/1,6}{750/4} \right) \cdot \frac{36000}{2} \cdot 1,0 = 4,5mm$$

På grunn av at det ikke er noen skjøter i randbjelken, kan utbøyning fra glidning i skjøter i randbjelker, u_r , settes til å være lik 0:

$$u_r = \frac{u_{r,j} \cdot k_{cr} \cdot (l - x) \cdot x}{l \cdot b} = 0$$

$$\mathbf{u_x = 0,1 + 2,7 + 4,5 + 0 = 7,3mm}$$

Tilsvarende beregning for last i y-retning, med l lik 43 200 mm og b lik 36 000 mm, vil gi:

$$\mathbf{u_y = 0,2 + 4,7 + 5,4 + 0 = 10,3mm}$$

Dersom u_x og u_y sammenlignes med resultatene i tabell 8 ser man at resultatene fra den manuelle beregningen stemmer godt overens med resultatene fra den lineære analysen. Dette er som forventet siden stivheten til forbindeerne i den manuelle beregningen er basert på det lineære kraft-deformasjonsforholdet. For konstruksjoner med en mer kompleks geometri vil det være vanskelig å utføre manuelle beregninger. Dette understreker behovet for en finite element-basert beregningsmodell for skivekonstruksjoner med lett-takelementer.

5. Konklusjon

Analysene i denne oppgaven viser at det er mulig å utarbeide enkle finite element-modeller for beregning av skivekonstruksjoner med lett-takelementer. Resultatene viser at en enkel beregningsmodell på mange områder kan fungere like godt som mer avanserte modeller. Likevel vil en enkel modell, som utarbeidet i denne oppgaven, ha en del begrensninger.

Det er i denne oppgaven valgt å benytte stav- og bjelkeelementer i tillegg til forbinder-elementer for å bygge opp beregningsmodellene, dette har gitt en enkel oppbygning av lett-takelementene. Det er i testkonstruksjonen, som består av tre lett-takelementer, kun 28 noder. Til sammenligning hadde Kleven og Norås (2011) 943 noder i en tilsvarende beregningsmodell. Denne reduksjonen i antall noder gjør at modellen er enkel å bygge opp og modellering av konstruksjonen går raskere. I tillegg vil også beregningstiden som analyseprogrammet bruker være kortere når antall frihetsgrader er redusert.

Beregningsmodellene i denne oppgaven er todimensjonale. Dette reduserer antall frihetsgrader ytterligere, men det medfører også en del begrensninger. Skivekreftene i lett-takelementet overføres i kryssfinerplaten som ligger i overkant element, mens innfesting til oppleggsbjelke skjer i underkant element. Dette medfører et eksentrisitetsmoment som kan gi ekstra løftkrefter og økt belastning på forbinderne. Denne effekten fanges ikke opp i den todimensjonale modellen. I tillegg er det en del takkonstruksjoner som ikke er plane og som vil kreve en tredimensjonal modell. Det kan tenkes at den todimensjonale modellen kan brettes til en tredimensjonal, for eksempel buet, modell. Likevel vil det være nødvendig med tilleggsberegninger av detaljer på grunn av de ekstra belastningene som vil oppstå som følge av vinkelendringer i konstruksjonen.

Det er i denne oppgaven kjørt analyser med ikke-lineære ikke-koblede forbindere, lineære ikke-koblede forbindere og lineære koblede forbindere. Det har ikke lyktes å få modellene med koblede forbindere til å fungere. Den ikke-lineære modellen gir en god beskrivelse av kapasiteten til konstruksjonen, mens den lineære modellen har en stivhet som ligger nærmere tidligere utførte fullskalaforsøk. Ved å legge inn en kapasitetsbegrensning i den lineære modellen med ikke-koblede forbindere vil denne

modellen være den som er best egnet ut i fra analysene gjort i denne oppgaven. Det er også utført en manuell deformasjonsberegning av modellen med lineære forbindere. Avviket mellom resultatene fra den manuelle beregningen og resultatene fra analysene er relativt små. I tillegg vil den lineære beregningsmodellen ha fordeler ved at den har den enkleste oppbygningen og den korteste beregningstiden. Det er likevel vanskelig å konkludere med at den lineære modellen med ikke-koblede forbindere er fullt brukbar da det kun er testmodellen som er verifisert ved hjelp av fullskalaforsøk. Før den store modellen kan tas i bruk må denne modellen verifiseres ytterligere.

Forbinderne er avgjørende for både stivheten og kapasiteten til en mekanisk sammensatt skivekonstruksjon. Modellene utarbeidet i denne oppgaven gir mindre krefter i forbinderne enn det som Lett-Tak Systemer AS bruker i sine beregninger. Dette er som forventet. Resultatene viser at Lett-Tak Systemer AS beregner de opptredende kreftene i forbinderne til å være minimum 37 % større enn det analysene i denne oppgaven gir. Kreftene i forbinderne representerer også kreftene ellers i konstruksjonen, så en overkapasitet i forbinderne indikerer en overkapasitet generelt i konstruksjonen. Dette viser at det å bruke mer raffinerte beregningsmetoder kan være besparende både med hensyn til tidsbruk og ressursbruk. Dette har også vært målsetningen med arbeidet.

6. Videre arbeid

For å få nytte av arbeidet som er utført i denne oppgaven vil det være en fordel for brukeren å få en enklere håndtering av inndata og resultater ved modellering av store tak. Lett-Tak Systemer AS har de siste årene tatt i bruk Tekla Structures som tegneverktøy. Det ligger derfor et stort potensial i å strømlinjeforme informasjonsflyten fra Tekla til SAP2000. En mulig tilnærming kan være å utarbeide en preprosessor i Excel som kan håndtere geometriske data eksportert fra Tekla Structures og bearbeide denne datamengden slik at den blir leselig for SAP2000. Preprosessoren kan utformes slik at den gir mulighet for å legge inn aktuelle lastsituasjoner og -kombinasjoner i tillegg til de geometriske dataene. Ved å bruke ”interactive database editing” kan man importere inndata fra preprosessoren og kjøre analyser i SAP2000. Det kan også være fordelaktig å utarbeide en postprosessor i Excel som resultatene fra SAP2000 kan eksporteres til. Postprosessoren kan gi en bedre oversikt over resultatene og det kan legges inn ønskede kapasitetskontroller. Preprosessoren og postprosessoren må utformes slik at de tilfredsstillende gjeldende krav til dokumentasjon.

Det kan også med fordel jobbes videre med å få en modell med koblede forbindererlementer til å fungere. En slik modell har et større potensial for å få en nøyaktig stivhet i forbinderne. I tillegg vil det være nødvendig med en verifisering av resultatene i denne oppgaven utover de sammenligningene som er gjort.

I denne oppgaven er det forsøkt å utarbeide en enklere finite element-modell enn det som tidligere er utarbeidet. Det er mulig å forsøke å forenkle en slik modell ytterligere. Det kan for eksempel undersøkes om det er nødvendig å legge inn forbindererlementer i det hele tatt. Kanskje det er mulig å lage skiveelementer, ”shell”-elementer i SAP2000, med en skjærstivhet som tilsvarer stivheten til lett-takelementer inklusiv forbinderne.

I 2008 kom det nye krav til dokumentasjon av byggverks kapasitet mot seismiske påkjenninger. Lett-Tak Systemer AS må derfor kunne dokumentere hvordan konstruksjoner med lett-takelementer oppfører seg ved slike laster. Dette kan gjøres ved å utvikle en finite elementmodell i et beregningsprogram hvor det er mulig å legge inn dynamiske laster som tilsvarer påkjenninger fra jordskjelv.

7. Referanser

- Bovim, N.I. (2008). *Skivekonstruksjoner. Forutsetninger og Beregninger*. Forelesningsnotater distribuert i TBA320 Konstruksjonsteknikk III. Universitetet for miljø- og biovitenskap. Ås, 18.10.11.
- Bovim, N.I. (2010). *Skiveberegning av haller med Lett-Tak-elementer*. Powerpoint presentasjon.
- Callister, W.D., Rethwisch, D.G. (2011). *Materials Science and Engineering*. Eighth edition. Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons Inc. 885 s.
- CSI. (2010). *CSI Analysis Reference Manual For SAP2000®, ETABS®, SAFE® and CSiBridge™*. Berkeley, Computers and Structures Inc. 494 s.
- CSI. (2009). *Software Verification. Example 6-002. Link – Multi-Linear Elastic Link*. Berkeley, Computers and Structures Inc. 5 s.
- Fiskvatn, A. (1984). *Elementmetoden*. Trondheim, Tapir forlag. 287 s.
- Foschi, R.O. (1974). "Load-slip characteristic of nails", *Wood Science*, vol. 7, no. 1, pp. 69-76.
- Furulund, E.M., Thorrud, K. (2009). *Trekonstruksjonsteknikk. Skivekonstruksjoner med Lett-tak-elementer*. Masteroppgave. Ås, Universitetet for miljø- og biovitenskap. 108 s.
- Girhammar, U.A., Bovim, N.I., Källsner, B. (2004). "Characteristics of Sheathing-to-Timber Joints in Wood Shear Walls", *Proceedings of the 8th World Conference on Timber Engineering*, Lahti. 6 s.
- Hals, T.E. (1990). *Konstruksjonsmekanikk II. Todimensjonale konstruksjonselementer: Plater og skiver*. Trondheim, NKI. 35 s.
- Höglund, T. (2000). *Stabilisering genom skivverkan*. Stockholm, Stålbyggnadsinstitutet (SBI) og Kungliga Tekniska Högskolan (KTH). 116 s.
- Kleven, M.C., Norås, R. (2011). *Finite element based simulation of diaphragm action on light weight composite plywood to sheet metal roof element*. Masteroppgave. Ås, Universitetet for miljø- og biovitenskap. 47 s.

Larsen, P.K. (2004). *Konstruksjonsteknikk. Laster og bæresystemer*. 1. utg. Trondheim, Tapir Akademisk Forlag. 167 s.

Rindal, E.B. (2010). *3D-modellering av lett-takelementer*. Masteroppgave. Ås, Universitetet for miljø- og biovitenskap. 88 s.

SINTEF Byggforsk; Ellingsrud, O. (2008). ”Mekaniske treforbindelsesmidler”, *Byggdetaljblad 573.151*. 8 s.

SINTEF Byggforsk; Erichsen, T. H. (2011a). ”Skivekonstruksjoner av tre”, *Byggdetaljblad 520.238*. 8 s.

SINTEF Byggforsk. (2011b). *Teknisk godkjenning. Lett-Tak takelementer*. SINTEF Certification Nr. 2215.8 s.

Standard Norge. (2008). *Eurokode: Grunnlag for prosjektering av konstruksjoner*. NS-EN 1990:2002+NA:2008. 92 s.

Standard Norge. (2009). *Eurokode 1: Laster på konstruksjoner Del 1-4: Allmenne laster Vindlaster*. NS-EN 1991-1-4:2005+NA:2009. 188 s.

Standard Norge. (2008). *Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. NS-EN 1993-1-1:2005+NA:2008. 112 s.

Standard Norge. (2010). *Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger*. NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010. 132 s.

Standard Norge. (2004). *Norsk standard: Prosjektering av konstruksjoner. Krav til pålitelighet*. NS 3490. 2. utg. 92 s.

Vessby, J., Serrano, E., Olsson, A. (2010). “Coupled and uncoupled nonlinear elastic finite element models for monotonically loaded sheathing-to-framing joints in timber based shear walls”, *Engineering Structures*, vol. 32, Issue 11. 10 s.

Waløen, Å.Ø. (1993). *Elementmetoden. En innføring*. Trondheim. Norges Tekniske Høgskole. 29 sider.

8. Vedlegg

Vedlegg A: Beregning av ekvivalent ståltverrsnitt i lett-takelementer

Vedlegg B: Inndata til testmodell

Vedlegg C: Beregningseksempel for stor modell fra Lett-Tak Systemer AS

Elektroniske vedlegg

1. Masteroppgave
 - a. Masteroppgave Morten Solheim 2012.pdf
2. Forbinderdata
 - a. Forbinderdata.xlsx
3. Inndata
 - a. Inndata testmodell.xlsx
 - b. Inndata stor modell.xlsx
4. Finite element-modeller
 - a. Testmodell – ikke-lineær, ikke-koblet.sdb
 - b. Testmodell – lineær, ikke-koblet.sdb
 - c. Testmodell – lineær, koblet.sdb
 - d. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – ensidig last x.sdb
 - e. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – ensidig last y.sdb
 - f. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – tosidig last x.sdb
 - g. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – tosidig last y.sdb
 - h. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – firesidig last x.sdb
 - i. Stor modell – ikke-lineær, ikke-koblet – firesidig last y.sdb
 - j. Stor modell – lineær, ikke-koblet – ensidig last x.sdb
 - k. Stor modell – lineær, ikke-koblet – ensidig last y.sdb
 - l. Stor modell – lineær, ikke-koblet – tosidig last x.sdb
 - m. Stor modell – lineær, ikke-koblet – tosidig last y.sdb
 - n. Stor modell – lineær, ikke-koblet – firesidig last x.sdb
 - o. Stor modell – lineær, ikke-koblet – firesidig last y.sdb
 - p. Stor modell – lineær, koblet – last x.sdb
 - q. Stor modell – lineær, koblet – last y.sdb
 - r. Kalibrering av diagonaler enkel modell.sdb
 - s. Kalibrering av diagonaler detaljert modell. sdb
5. Resultater
 - a. Resultater testmodell.xlsx
 - b. Resultater stor modell.xlsx

Vedlegg A

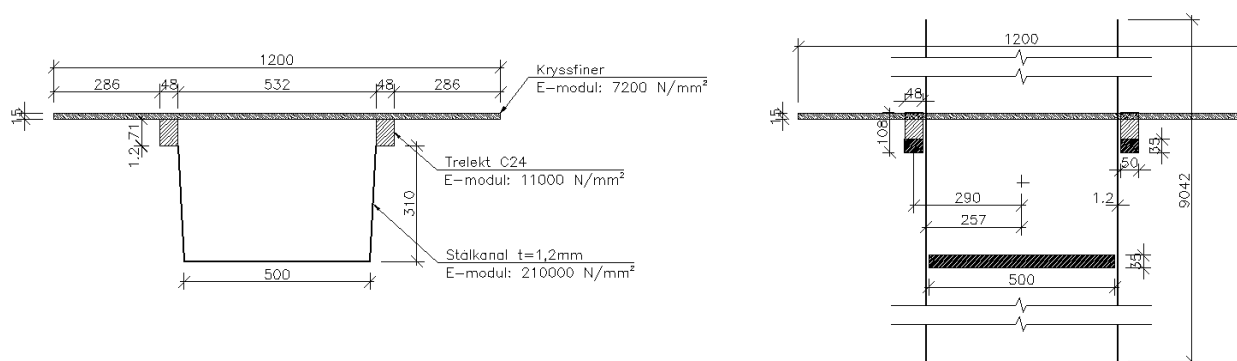
Beregning av ekvivalent tverrsnitt for bjelker i lengderetning i lett-takelementer

Det tas utgangspunkt i E-modulen til kryssfiner. Trelektene og stålkanalen får altså E-modulen til kryssfiner, dette kompenseres ved at tverrsnittene endres. Siden det i denne oppgaven kun gjøres beregninger med horisontale krefter, tas endringen i høyden. Dette er fordi bredden kommer i 3. potens ved beregning av annet arealmoment.

Annet arealmoment om z-akse:

$$I_z = \frac{h \cdot b^3}{12}$$

Følgende beregninger gir inndata til tverrsnitt som brukes i SAP2000:



Figur 1 Ekvivalent tverrsnitt for halvpart av lett-takelement skissert i AutoCAD

Ekvivalent høyde for leker av tre, $b_{tre,ekv}$

$$h_{tre,ekv} = h_{tre} \cdot \frac{E_{tre}}{E_{krf}}$$

$$h_{tre} = 48 \text{ mm}$$

$$E_{tre} = 11000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{krf} = 7200 \text{ N/mm}^2$$

$$h_{tre,ekv} = 71 \text{ mm} \cdot \frac{11000 \text{ N/mm}^2}{7200 \text{ N/mm}^2} = 108 \text{ mm}$$

Ekvivalent høyde for stålkanal, $h_{ekv, stål}$

$$h_{stål, ekv} = h_{stål} \cdot \frac{E_{stål}}{E_{krf}}$$

$$h_{stål} = 1,2 \text{ mm}$$

$$E_{stål} = 210000 \text{ N/mm}^2$$

$$E_{krf} = 7200 \text{ N/mm}^2$$

$$h_{stål, ekv} = 1,2 \text{ mm} \cdot \frac{210000 \text{ N/mm}^2}{7200 \text{ N/mm}^2} = 35 \text{ mm}$$

$$h_{stål, ekv} = 310 \text{ mm} \cdot \frac{210000 \text{ N/mm}^2}{7200 \text{ N/mm}^2} = 9042 \text{ mm}$$

Beregning av tverrsnittsdata kan gjøres automatisk ut i fra tegning i AutoCAD.

```

Area: 71068.800
Perimeter: 40636.800
Bounding box: X: -600.000 -- 600.000
               Y: -4577.556 -- 4464.444
Centroid: X: 0.000
           Y: 0.000
Moments of inertia: X: 149498033395.845
                   Y: 5132503087.254
Product of inertia: XY: 0.000
Radii of gyration: X: 1450.368
                  Y: 268.736
Principal moments and X-Y directions about centroid:
I: 5132503087.254 along [0.000 1.000]
J: 149498033395.843 along [-1.000 0.000]

```

Figur 2 Tverrsnittsdata for ekvivalent tverrsnitt. Fra AutoCAD.

Manuell kontroll kan gjøres ved å bruke Steiner sats:

$$I_z = I_1 + A_1 \cdot y_1^2 + I_2 + A_2 \cdot y_2^2 + \dots + I_n + A_n \cdot y_n^2$$

$$\begin{aligned}
 I_z &= \frac{15 \cdot 1200^3}{12} + 15 \cdot 1200 \cdot 0^2 + \frac{35 \cdot 500^3}{12} + 35 \cdot 500 \cdot 0^2 + \left(\frac{108 \cdot 48^3}{12} + 108 \cdot 48 \cdot \right. \\
 &290^2 \left. \right) \cdot 2 + \left(\frac{35 \cdot 50^3}{12} + 35 \cdot 50 \cdot 290^2 \right) \cdot 2 + \left(\frac{9042 \cdot 1,2^3}{12} + 9042 \cdot 1,2 \cdot 257^2 \right) \cdot 2 = \\
 &5,13 \cdot 10^6 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

Vedlegg B

Inndata testmodell

I dette vedlegget finnes et utdrag fra regnearket ”Inndata testmodell.xlsx” som viser inndata for testmodellen. Oppsettet for tabellene er generert i SAP2000. På side 6 i dette vedlegget er det vist hvordan kraft-deformasjonsforholdet til forbinderne er implementert i beregningsprogrammet.

Grid

TABLE: Grid Lines							
CoordSys	AxisDir	GridID	XRYZCoord	TAngle	LineType	LineColor	Visible
Text	Text	Text	mm	Degrees	Text	Text	Yes/No
GLOBAL	X	A	0		Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	X	B	7200		Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	Y		1	0	Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	Y		2	2400	Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	Y		3	4800	Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	Y		4	7200	Primary	Gray4	Yes
GLOBAL	Z	Z1	0		Primary	Gray4	Yes

Nodekoordinater

TABLE: Joint Coordinates							
Joint	CoordSys	CoordType	XorR	Y	T	Z	SpecialJt
Text	Text	Text	mm	mm	Degrees	mm	Yes/No
1	GLOBAL	Cartesian	0	0		0	No
2	GLOBAL	Cartesian	0	300		0	No
3	GLOBAL	Cartesian	0	2100		0	No
4	GLOBAL	Cartesian	0	2700		0	No
5	GLOBAL	Cartesian	0	4500		0	No
6	GLOBAL	Cartesian	0	5100		0	No
7	GLOBAL	Cartesian	0	6900		0	No
8	GLOBAL	Cartesian	0	7200		0	No
9	GLOBAL	Cartesian	7200	0		0	No
10	GLOBAL	Cartesian	7200	300		0	No
11	GLOBAL	Cartesian	7200	2100		0	No
12	GLOBAL	Cartesian	7200	2700		0	No
13	GLOBAL	Cartesian	7200	4500		0	No
14	GLOBAL	Cartesian	7200	5100		0	No
15	GLOBAL	Cartesian	7200	6900		0	No
16	GLOBAL	Cartesian	7200	7200		0	No
17	GLOBAL	Cartesian	0	300		0	No
18	GLOBAL	Cartesian	0	2100		0	No
19	GLOBAL	Cartesian	0	2700		0	No
20	GLOBAL	Cartesian	0	4500		0	No
21	GLOBAL	Cartesian	0	5100		0	No
22	GLOBAL	Cartesian	0	6900		0	No
23	GLOBAL	Cartesian	7200	300		0	No
24	GLOBAL	Cartesian	7200	2100		0	No
25	GLOBAL	Cartesian	7200	2700		0	No
26	GLOBAL	Cartesian	7200	4500		0	No
27	GLOBAL	Cartesian	7200	5100		0	No
28	GLOBAL	Cartesian	7200	6900		0	No

Randbetingelser

TABLE: Joint Restraint Assignments						
Joint	U1	U2	U3	R1	R2	R3
Text	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No
1	Yes	Yes	Yes	No	No	No
2	No	No	Yes	No	No	No
3	No	No	Yes	No	No	No
4	No	No	Yes	No	No	No
5	No	No	Yes	No	No	No
6	No	No	Yes	No	No	No
7	No	No	Yes	No	No	No
8	Yes	Yes	Yes	No	No	No
9	No	No	Yes	No	No	No
10	No	No	Yes	No	No	No
11	No	No	Yes	No	No	No
12	No	No	Yes	No	No	No
13	No	No	Yes	No	No	No
14	No	No	Yes	No	No	No
15	No	No	Yes	No	No	No
16	No	No	Yes	No	No	No

Inndata "frame"-elementer

TABLE: Connectivity - Frame				
Frame	JointI	JointJ	IsCurved	GUID
Text	Text	Text	Yes/No	Text
1	1	2	No	
2	2	3	No	
3	3	4	No	
4	4	5	No	
5	5	6	No	
6	6	7	No	
7	7	8	No	
8	9	10	No	
9	10	11	No	
10	11	12	No	
11	12	13	No	
12	13	14	No	
13	14	15	No	
14	15	16	No	
15	1	9	No	
16	8	16	No	
17	17	23	No	
18	18	24	No	
19	19	25	No	
20	20	26	No	
21	21	27	No	
22	22	28	No	
23	17	18	No	
24	19	20	No	
25	21	22	No	
26	23	24	No	
27	25	26	No	
28	27	28	No	
30	17	24	No	
31	18	23	No	
32	19	26	No	
33	20	25	No	
34	21	28	No	
35	22	27	No	

TABLE: Frame Section Assignments

Frame	AutoSelect	AnalSect	MatProp	NPsectType	NPsectLen	NPsectRD
Text	Text	Text	Text	Text	mm	Unitless
1 N.A.		Limtre 140x405	Default			
2 N.A.		Limtre 140x405	Default			
3 N.A.		Limtre 140x405	Default			
4 N.A.		Limtre 140x405	Default			
5 N.A.		Limtre 140x405	Default			
6 N.A.		Limtre 140x405	Default			
7 N.A.		Limtre 140x405	Default			
8 N.A.		Limtre 140x270	Default			
9 N.A.		Limtre 140x270	Default			
10 N.A.		Limtre 140x270	Default			
11 N.A.		Limtre 140x270	Default			
12 N.A.		Limtre 140x270	Default			
13 N.A.		Limtre 140x270	Default			
14 N.A.		Limtre 140x270	Default			
15 N.A.		Limtre 140x540	Default			
16 N.A.		Limtre 140x540	Default			
17 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
18 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
19 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
20 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
21 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
22 N.A.		Ekv. kanaltverrsnitt	Default			
23 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
24 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
25 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
26 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
27 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
28 N.A.		Kryssfiner tverr. 1200x15	Default			
30 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			
31 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			
32 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			
33 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			
34 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			
35 N.A.		Kryssfiner diagonal 680x15	Default			

TABLE: Frame Release Assignments 1 - General

Frame	PI	V2I	V3I	TI	M2I	M3I	PJ	V2J	V3J	TJ	M2J	M3J
Text	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No	Yes/No
15	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
16	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
23	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
24	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
25	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
26	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
27	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
28	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
29	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
30	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
31	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
32	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes
33	No	No	No	Yes	Yes	Yes	No	No	No	No	Yes	Yes

Inndata "link"-elementer

TABLE: Connectivity - Link			
Link	JointI	JointJ	GUID
Text	Text	Text	Text
1	1	17	
2	18	19	
3	20	21	
4	22	8	
5	9	23	
6	24	25	
7	26	27	
8	28	16	
9	2	17	
10	3	18	
11	4	19	
12	5	20	
13	6	21	
14	7	22	
15	10	23	
16	11	24	
17	12	25	
18	13	26	
19	14	27	
20	15	28	

TABLE: Link Property Assignments		
Link	LinkProp	LinkFDProp
Text	Text	Text
1	Elementskjøt 18	None
2	Elementskjøt 18	None
3	Elementskjøt 18	None
4	Elementskjøt 18	None
5	Elementskjøt 18	None
6	Elementskjøt 18	None
7	Elementskjøt 18	None

Bearbeiding av ikke-lineært kraft-deformasjonsforhold (utdrag)

Inndata SAP2000

Modifikasjonsfaktorer	
Elementskj.	0,8
Gavl x	1
Gavl y	1

Elementskjøt

Kraft Forskyvning

N	mm
-20,05	-39,36
-22,93	-39,18
-26,17	-39,00
-29,84	-38,83
-33,95	-38,65
-38,56	-38,48
-43,70	-38,30

Bearbeiding av data

Antall forb. 18 Antall forb. 1

Kraft Kraft

N	N
-25,07	-1,39
-28,67	-1,59
-32,72	-1,82
-37,31	-2,07
-42,44	-2,36
-48,20	-2,68
-54,63	-3,04

Data fra Kleven og Norås

Antall forb. 4

Kraft Forskyvning

N	mm
-5,57	-39,36
-6,37	-39,18
-7,27	-39,00
-8,29	-38,83
-9,43	-38,65
-10,71	-38,48
-12,14	-38,30

[...]

TABLE: Link Property Definitions 03 - MultiLinear

Link	DOF	Fixed	NonLinear	TransKE	RotKE	TransCE	RotCE	DJ	Force	Displ
Text	Text	Yes/No	Yes/No	N/mm	N-mm/rad	N-s/mm	N-mm-s/rad	mm	N	mm
Elementskjøt 18 U1	U1	No	Yes	1,00E-10		0			-20,05	-39,36
Elementskjøt 18 U1	U1								-22,93	-39,18
Elementskjøt 18 U1	U1								-26,17	-39,00
Elementskjøt 18 U1	U1								-29,84	-38,83
Elementskjøt 18 U1	U1								-33,95	-38,65
Elementskjøt 18 U1	U1								-38,56	-38,48

[...]

Lineært, ikke-koblet kraft-deformasjonsforhold

TABLE: Link Property Definitions 02 - Linear

Link	DOF	Fixed	TransKE	RotKE	TransRotKE	TransCE	RotCE	TransRotCE	DJ
Text	Text	Yes/No	N/mm	N-mm/rad	N/rad	N-s/mm	N-mm-s/rad	N-s/rad	mm
Elementskjøt U1		No	3375			0			
Elementskjøt U2		Yes							
Elementskjøt U3		No	3375			0			0
Elementskjøt R1		Yes							
Elementskjøt R2		Yes							
Elementskjøt R3		Yes							
Gavl skjær 3 U1		Yes							
Gavl skjær 3 U2		No	7500			0			0
Gavl skjær 3 U3		No	7500			0			0
Gavl skjær 3 R1		Yes							
Gavl skjær 3 R2		Yes							
Gavl skjær 3 R3		Yes							

Lineært, koblet kraft-deformasjonsforhold

TABLE: Link Property Definitions 02 - Linear

Link	DOF	Fixed	TransKE	RotKE	TransRotKE	TransCE	RotCE	TransRotCE	DJ
Text	Text	Yes/No	N/mm	N-mm/rad	N/rad	N-s/mm	N-mm-s/rad	N-s/rad	mm
Elementskjøt U1		No	3375			0			
Elementskjøt U2		Yes							
Elementskjøt U1U3			4773			0			
Elementskjøt U3		No	3375			0			0
Elementskjøt R1		Yes							
Elementskjøt R2		Yes							
Elementskjøt R3		Yes							
Gavl skjær 3 U1		Yes							
Gavl skjær 3 U2		No	7500			0			0
Gavl skjær 3 U2U3			10607			0			
Gavl skjær 3 U3		No	7500			0			0
Gavl skjær 3 R1		Yes							
Gavl skjær 3 R2		Yes							
Gavl skjær 3 R3		Yes							

Vedlegg C

Beregningseksempel for stor modell fra Lett-Tak Systemer AS

AS Lett-tak Systemer		Tlf. +47 33 13 28 00
Hegdal, N-3261 Larvik		Tlf. +47 33 13 28 08
Beregning av skivelast for frittstående bygg		Bilag 1
Prosjekt:	Test	
<i>q-trykk</i>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;"> Nytt bygg med takskive av Lett-Tak elementer </div>	<i>q-sug</i>
Lastfaktor	1,6	
Formfaktor trykk	0,7	
Formfaktor sug	0,5	
Etg. høyde	8 m	
Høyde z :	9 m	
<small>Q_{last}: Oppgitt av RIB.</small>	0,80 kN/m ²	
$\text{Skivelast} = q \times \text{vindtrykk} + \text{sug} \times \text{lastfaktor} \times \text{etg.høyde} \times 0,5$ $\text{Skivelast} = 6,14 \text{ kN/m}$		
AS Lett-Tak Systemer		
Larvik, den	17.04.2012	Sign. <u>EL</u>

Prosjekt: Test

Dato: 17.04.12 Bilag: 2

**Vind mot elementenes gavlen. Beregnede forbindelser:
1) Stålprofilens bunn til opplegg 2) Finérskjøter mellom elementer**

Dimensjonering i hht. Jens Fr. Larssens typegodkjente metode for skiver med Lett-tak elementer. Kapasitets-kontroll iflg. NS 3470 og NS 3472. Lastberegning iflg. NS 3479

Fritt opplagt skive

Ant. eff. elementer i skiven	n =	3
Ant. akser med skiveopplegg		stk.
Skivens spennvidde:	$L_{sk} =$	36,0 m
Formfakt. sug randsoner:	$\mu_2 =$	2,00
Lengde av randsoner:	$L_{\mu_2} =$	18,0 m
Formfakt. sug indre sone:	$\mu_1 =$	1,00
Hastighetstrykk, vind	$q_w =$	0,80 kN/m ²
Skivelast venstre ende	$q_1 =$	6,2 kN/m
Skivelast høyre ende	$q_2 =$	6,2 kN/m
Oppleggskraft venstre ende		111,6 kN
Oppleggskraft høyre ende		111,6 kN

Krefter i snitt x_1 og x_2 :

$x_1 =$	m	$x_2 =$	1,2 m
$q_{x1} =$	6,2 kN/m	$q_{x2} =$	6,2 kN/m
$M_{x1} =$	kNm	$M_{x2} =$	129 kNm
$T_{x1} =$	111,6 kN	$T_{x2} =$	104,2 kN

Elementer:

Stålprofilhøyde	h =	310 mm
Stålprofiltykkelse	t =	1,2 mm
Senteravstand kanaler	b =	1,2 m
Utkraging ytre elementrad, U =		m
Egenvekt av elementer		0,44 kN/m ²

Forbindelser, profilbunn:

Treskrue Ø10mm L=100/80mm gjenger

Kapasitet ved uttrekk, Futtr.dim =	6,36 kN
Kapasitet ved tverrlast Ftver,dim =	4,61 kN
Faktor for interaksjon tverr / uttrekk=	2

Forbindelser, finérskjøter:

Treskrue med 4,2 mm tverrmål

Kapasitet ved tverrlast Ftver,dim :	1,15 kN *)
-------------------------------------	------------

*) Økning av kapasitet med 20% iflg. Olle Carlings bok: Tråkonstruksjoner, s.139, Svensk Byggtjänst 1992

Elementrad med senter-avstand fra oppl.

x = 0,60 m

$q_x = 6,2$ kN/m

Element Rad Nr.	Lengde m	Aksel		Krefter mellom profil og opplegg					Tverr- kraft Res / antall kN / forb.	Ut- trekk D1 + Dsug kN / forb.	Utn. grad Forbind- elser Profilbunn	An- tall forb. stk.	Finér-skjøter	
		Lokal aksel Nr.	Av- stand m	V- Kraft kN	H- Kraft kN	Resul- tant kN	D1- Kraft kN	D- sug kN					Skjær- kraft kN	Skrue- avstand mm
1	7,20	0		7,44	5,39	9,19	2,97	9,16	3,06	4,04	0,846	3	33,5	200
1	7,20	1	7,20	5,21	5,39	7,50	2,97	9,16	2,50	4,04	0,698	3	33,5	200
2	7,20	1	7,20	5,21	7,19	8,88	3,96	9,16	2,96	4,38	0,885	3	44,6	185
2	7,20	2	14,40	2,23	7,19	7,53	3,96	9,16	2,51	4,38	0,769	3	44,6	185
3	7,20	2	14,40	2,23	5,39	5,84	2,97	3,63	1,95	2,20	0,298	3	33,5	200
3	7,20	3	21,60		5,39	5,39	2,97	3,63	1,80	2,20	0,272	3	33,5	200

Prosjekt: Test

Dato: 17.04.12

Bilag: 2

Vind mot elementenes gavlen. Beregnede forbindelser:
1) Stålprofilens bunn til opplegg 2) Finérskjøter mellom elementer

Dimensjonering i hht. Jens Fr. Larssens typegodkjente metode for skiver med Lett-tak elementer. Kapasitets-kontroll iflg. NS 3470 og NS 3472. Lastberegning iflg. NS 3479

Fritt opplagt skive	
Ant. eff. elementer i skiven	n = 3
Ant. akser med skiveopplegg	stk.
Skivens spennvidde:	$L_{sk} = 36,0$ m
Formfakt. sug randsoner:	$\mu_2 = 2,00$
Lengde av randsoner:	$L_{\mu_2} = 18,0$ m
Formfakt. sug indre sone:	$\mu_1 = 1,00$
Hastighetstrykk, vind	$q_w = 0,80$ kN/m ²
Skivelast venstre ende	$q_1 = 6,2$ kN/m
Skivelast høyre ende	$q_2 = 6,2$ kN/m
Oppleggskraft venstre ende	111,6 kN
Oppleggskraft høyre ende	111,6 kN
Krefter i snitt x_1 og x_2:	
$x_1 = 19,2$ m	$x_2 = 20,4$ m
$q_{x1} = 6,2$ kN/m	$q_{x2} = 6,2$ kN/m
$M_{x1} = 1000$ kNm	$M_{x2} = 987$ kNm
$T_{x1} = -7,4$ kN	$T_{x2} = -14,9$ kN

Elementer:	
Stålprofilhøyde	h = 310 mm
Stålprofiltykkelse	t = 1,2 mm
Senteravstand kanaler	b = 1,2 m
Utkraging ytre elementrad, U =	m
Egenvekt av elementer	0,44 kN/m ²

Forbindelser, profilbunn:	
Treskrue Ø10mm L=100/80mm gjenger	
Kapasitet ved uttrekk, $F_{utr, dim} =$	6,36 kN
Kapasitet ved tverrlast $F_{tver, dim} =$	4,61 kN
Faktor for interaksjon tverr / uttrekk =	2
Forbindelser, finérskjøter:	
Treskrue med 4,2 mm tverrmål	
Kapasitet ved tverrlast $F_{tver, dim} :$	1,15 kN *)
*) Økning av kapasitet med 20% iflg. Olle Carlings bok: Tråkonstruksjoner, s.139, Svensk Byggtjenst 1992	

Elementrad med senter-avstand fra oppl.

$x = 19,80$ m

$q_x = 6,2$ kN/m

Element		Aks		Krefter mellom profil og opplegg					Tverr-kraft	Ut-trekk	Utn. grad	An-tall	Finér-skjøter	
Rad Nr.	Lengde m	Lokal akse Nr.	Av-stand m	V-Kraft kN	H-Kraft kN	Resultant kN	D1-Kraft kN	D-sug kN	Res / antall kN / forb.	D1 + Dsug kN / forb.	Forbind-elser Profilbunn	forb. stk.	Skjær-kraft kN	Skrue-avstand mm
1	7,20	0		7,44	0,56	7,46	0,31	9,16	2,49	3,16	0,537	3	2,2	200
1	7,20	1	7,20	9,67	0,56	9,69	0,31	9,16	3,23	3,16	0,737	3	2,2	200
2	7,20	1	7,20	9,67	0,74	9,70	0,41	9,16	3,23	3,19	0,743	3	3,0	200
2	7,20	2	14,40	12,65	0,74	12,67	0,33	9,16	3,17	2,37	0,611	4	3,0	200
3	7,20	2	14,40	12,65	0,56	12,66	0,31	3,63	4,22	1,31	0,881	3	2,2	200
3	7,20	3	21,60	14,88	0,56	14,89	0,25	3,63	3,72	0,97	0,675	4	2,2	200

Vind mot elementenes sidekant Dimensjoneringstabell for forbindelser i profilbunnen

Dimensjonering i hht. Jens Fr. Larssens typegodkjente metode for skiver med Lett-tak
elementer. Kapasitets-kontroll iflg. NS 3470, NS 3472. Lastberegning iflg. NS 3479

Prosjekt: Test

Dato: 17.04.2012 **Bilag:** 3

Felt nr: Alle

Utkraget skive

Antall eff. elementer:	12 stk
Skivens spennvidde =	43,20 m
Formf.taksug my2 =	2,00
Lengde av felt med my2 =	21,60 m
Formf.taksug my1 =	1,00
Hastighetstrykk, vind	0,80 kN/m ²
Skivelast venstre ende	6,20 kN/m
Skivelast høyre ende	6,20 kN/m
Oppleggskraft venstre ende	267,8 kN
Oppleggskraft høyre ende	kN

Elementer:

Stålprofilhøyde	h =	310 mm
Stålprofiltykkelse	t =	1,2 mm
Egenvekt av elementer		0,44 kN/m ²
Elementlengde L =		7,20 m

Forbindelser, profilbunn
Treskrue Ø10 mm L=100 / 80 mm gjengelengde

Kapasitet ved uttrekk,	$F_{uttr,dim} =$	6,36 kN
Kapasitet ved tverrlast	$F_{tver,dim} =$	4,61 kN
Faktor for interaksjon tverr / uttrekk :		2

Forbindelser, finérskjøter
Treskrue Ø4,2 mm

Kapasitet ved tverrlast	$F_{tver,dim} =$	1,15 kN *)
-------------------------	------------------	------------

*) Økning av kapasitet med 20% iflg. NS 3470, 12.4.5

Krefter i snitt x_1 og x_2 :

$x_1 =$	0,00 m	$x_2 =$	7,20 m
$q_{x1} =$	6,20 kN/m	$q_{x2} =$	6,20 kN/m
$M_{x1} =$	5785 kNm	$M_{x2} =$	4018 kNm
$T_{x1} =$	268 kN	$T_{x2} =$	223 kN

Elementer fra x-pos.: 0,00 m til x-pos: 7,20 m

nr	Element		Stål-profil Antall profiler pr. elm.	Krefter mellom profil og opplegg (kraft angitt pr. stålprofil)					Tverr- kraft Res / antall kN / forb.	Uttrekk D1+ Dsug kN / forb.	Utnytt. grad Forbind- elser profilbunn	Antall forb. stk.	Finér- skjøter Skru- avstand mm
	ende nr	bredde m		V- Kraft kN	H-Kraft kN	Resul- tant kN	D1- Kraft kN	D - sug kN					
1	1	2,40	2	7,23	11,16	13,30	4,94	8,47	3,32	3,35	0,798	4	
1	2			5,02	9,30	10,57	4,12	8,47	2,64	3,15	0,573	4	200
2	1	2,40	2	4,98	11,16	12,22	4,94	8,47	3,06	3,35	0,717	4	200
2	2			3,46	9,30	9,92	4,12	8,47	2,48	3,15	0,534	4	161
3	1	2,40	2	3,93	11,16	11,83	4,94	8,47	2,96	3,35	0,689	4	161
3	2			2,73	9,30	9,69	4,12	8,47	2,42	3,15	0,521	4	119
4	1	2,40	2	2,88	11,16	11,53	4,94	8,47	2,88	3,35	0,668	4	119
4	2			2,00	9,30	9,51	4,12	8,47	2,38	3,15	0,511	4	101
5	1	2,40	2	1,83	11,16	11,31	4,94	8,47	2,83	3,35	0,654	4	101
5	2			1,27	9,30	9,39	4,12	8,47	2,35	3,15	0,504	4	92
6	1	2,40	2	0,79	11,16	11,19	4,94	8,47	2,80	3,35	0,646	4	92
6	2			0,55	9,30	9,32	4,12	8,47	2,33	3,15	0,500	4	90
7	1	2,40	2	0,79	11,16	11,19	4,94	8,47	2,80	3,35	0,646	4	90
7	2			0,55	9,30	9,32	4,12	8,47	2,33	3,15	0,500	4	92
8	1	2,40	2	1,83	11,16	11,31	4,94	8,47	2,83	3,35	0,654	4	92
8	2			1,27	9,30	9,39	4,12	8,47	2,35	3,15	0,504	4	101
9	1	2,40	2	2,88	11,16	11,53	4,94	8,47	2,88	3,35	0,668	4	101
9	2			2,00	9,30	9,51	4,12	8,47	2,38	3,15	0,511	4	119
10	1	2,40	2	3,93	11,16	11,83	4,94	3,29	2,96	2,06	0,516	4	119
10	2			2,73	9,30	9,69	5,13	3,29	3,23	2,80	0,685	3	161
11	1	2,40	2	4,98	11,16	12,22	4,94	3,29	3,06	2,06	0,544	4	161
11	2			3,46	9,30	9,92	5,13	3,29	3,31	2,80	0,709	3	200
12	1	2,40	2	7,23	11,16	13,30	4,94	3,29	3,32	2,06	0,625	4	200
12	2			5,02	9,30	10,57	5,13	3,29	3,52	2,80	0,778	3	

Vind mot elementenes sidekant Dimensjoneringstabell for forbindelser i profilbunnen

Dimensjonering i hht. Jens Fr. Larssens typegodkjente metode for skiver med Lett-lak
elementer. Kapasitets-kontroll iflg. NS 3470, NS 3472. Lastberegning iflg. NS 3479

Prosjekt: Test

Dato: 17.04.2012 **Bilag:** 3

Felt nr: Alle

Utkraget skive

Antall eff. elementer:	12 stk
Skivens spennvidde =	43,20 m
Formf.taksug my2 =	2,00
Lengde av felt med my2 =	21,60 m
Formf.taksug my1 =	1,00
Hastighetstrykk, vind	0,80 kN/m ²
Skivelast venstre ende	6,20 kN/m
Skivelast høyre ende	6,20 kN/m
Oppleggskraft venstre ende	267,8 kN
Oppleggskraft høyre ende	kN

Elementer:

Stålprofilhøyde	h =	310 mm
Stålprofiltykkelse	t =	1,2 mm
Egenvekt av elementer		0,44 kN/m ²
Elementlengde L =		7,20 m

Krefter i snitt x₁ og x₂:

x ₁ = 7,20 m	x ₂ = 14,40 m
q _{x1} = 6,20 kN/m	q _{x2} = 6,20 kN/m
M _{x1} = 4018 kNm	M _{x2} = 2571 kNm
T _{x1} = 223 kN	T _{x2} = 179 kN

Forbindelser, profilbunn
Treskrue Ø10 mm L=100 / 80 mm gjengelengde

 Kapasitet ved uttrekk, F_{uttr,dim} = 6,36 kN

 Kapasitet ved tverrlast F_{tver,dim} = 4,61 kN

Faktor for interaksjon tverr / uttrekk : 2

Forbindelser, finérskjøter
Treskrue Ø4,2 mm

 Kapasitet ved tverrlast F_{tver,dim} = 1,15 kN *)

*) Økning av kapasitet med 20% iflg. NS 3470, 12.4.5

Elementer fra x-pos.: 7,20 m til x-pos: 14,40 m

nr	Element		Stålprofil Antall profiler pr. elm.	Krefter mellom profil og opplegg (kraft angitt pr. stålprofil)					Tverr- kraft Res / antall kN / forb.	Uttrekk D1+ Dsug kN / forb.	Utnytt. grad Forbind- elser profilbunn	Antall forb. stk.	Finér- skjøter Skru- avstand mm
	ende nr	bredde m		V- Kraft kN	H-Kraft kN	Resul- tant kN	D1- Kraft kN	D - sug kN					
1	1	2,40	2	5,02	9,30	10,57	4,12	8,47	2,64	3,15	0,573	4	
1	2			3,21	7,44	8,10	4,10	8,47	2,70	4,19	0,777	3	200
2	1	2,40	2	3,46	9,30	9,92	4,12	8,47	2,48	3,15	0,534	4	200
2	2			2,21	7,44	7,76	4,10	8,47	2,59	4,19	0,749	3	197
3	1	2,40	2	2,73	9,30	9,69	4,12	8,47	2,42	3,15	0,521	4	197
3	2			1,75	7,44	7,64	4,10	8,47	2,55	4,19	0,739	3	146
4	1	2,40	2	2,00	9,30	9,51	4,12	8,47	2,38	3,15	0,511	4	146
4	2			1,28	7,44	7,55	4,10	8,47	2,52	4,19	0,732	3	123
5	1	2,40	2	1,27	9,30	9,39	4,12	8,47	2,35	3,15	0,504	4	123
5	2			0,82	7,44	7,48	4,10	8,47	2,49	4,19	0,726	3	113
6	1	2,40	2	0,55	9,30	9,32	4,12	8,47	2,33	3,15	0,500	4	113
6	2			0,35	7,44	7,45	4,10	8,47	2,48	4,19	0,724	3	109
7	1	2,40	2	0,55	9,30	9,32	4,12	8,47	2,33	3,15	0,500	4	109
7	2			0,35	7,44	7,45	4,10	8,47	2,48	4,19	0,724	3	113
8	1	2,40	2	1,27	9,30	9,39	4,12	8,47	2,35	3,15	0,504	4	113
8	2			0,82	7,44	7,48	4,10	8,47	2,49	4,19	0,726	3	123
9	1	2,40	2	2,00	9,30	9,51	4,12	8,47	2,38	3,15	0,511	4	123
9	2			1,28	7,44	7,55	4,10	8,47	2,52	4,19	0,732	3	146
10	1	2,40	2	2,73	9,30	9,69	5,13	3,29	3,23	2,80	0,685	3	146
10	2			1,75	7,44	7,64	4,10	3,29	2,55	2,46	0,455	3	197
11	1	2,40	2	3,46	9,30	9,92	5,13	3,29	3,31	2,80	0,709	3	197
11	2			2,21	7,44	7,76	4,10	3,29	2,59	2,46	0,465	3	200
12	1	2,40	2	5,02	9,30	10,57	5,13	3,29	3,52	2,80	0,778	3	200
12	2			3,21	7,44	8,10	4,10	3,29	2,70	2,46	0,493	3	

Vind mot elementenes sidekant Dimensjoneringstabell for forbindelser i profilbunnen

Dimensjonering i hht. Jens Fr. Larssens typegodkjente metode for skiver med Lett-tak
elementer. Kapasitets-kontroll iflg. NS 3470, NS 3472. Lastberegning iflg. NS 3479

Prosjekt: Test

Dato: 17.04.2012 **Bilag:** 3

Felt nr: Alle

Utkraget skive	
Antall eff. elementer:	12 stk
Skivens spennvidde =	43,20 m
Formf.taksug my2 =	2,00
Lengde av felt med my2 =	21,60 m
Formf.taksug my1 =	1,00
Hastighetstrykk, vind	0,80 kN/m ²
Skivelast venstre ende	6,20 kN/m
Skivelast høyre ende	6,20 kN/m
Oppleggskraft venstre ende	267,8 kN
Oppleggskraft høyre ende	kN

Elementer:		
Stålprofilhøyde	h =	310 mm
Stålprofiltykkelse	t =	1,2 mm
Egenvekt av elementer		0,44 kN/m ²
Elementlengde L =		7,20 m

Krefter i snitt x₁ og x₂:			
x ₁ = 14,40 m	x ₂ = 21,60 m		
q _{k1} = 6,20 kN/m	q _{k2} = 6,20 kN/m		
M _{k1} = 2571 kNm	M _{k2} = 1446 kNm		
T _{x1} = 179 kN	T _{x2} = 134 kN		

Forbindelser, profilbunn		
Treskrue Ø10 mm L=100 / 80 mm gjengelengde		
Kapasitet ved uttrekk,	F _{uttr,dim} =	6,36 kN
Kapasitet ved tverrlast	F _{tver,dim} =	4,61 kN
Faktor for interaksjon tverr / uttrekk :		2

Forbindelser, finérskjøter		
Treskrue Ø4,2 mm		
Kapasitet ved tverrlast	F _{tver,dim} =	1,15 kN *)
*) Økning av kapasitet med 20% iflg. NS 3470, 12.4.5		

Elementer fra x-pos.: 14,40 m til x-pos: 21,60 m

nr	Element		Stålprofil Antall profiler pr. elm.	Krefter mellom profil og opplegg (kraft angitt pr. stålprofil)					Tverr- kraft Res / antall kN / forb.	Uttrekk D1+ Dsug kN / forb.	Utnytt. grad Forbind- elser profilbunn	Antall forb. stk.	Finér- skjøter Skru- avstand mm
	ende nr	bredde m		V- Kraft kN	H-Kraft kN	Resul- tant kN	D1- Kraft kN	D - sug kN					
1	1	2,40	2	3,21	7,44	8,10	4,10	8,47	2,70	4,19	0,777	3	
	2			1,81	5,58	5,87	3,08	8,47	1,96	3,85	0,546	3	200
2	1	2,40	2	2,21	7,44	7,76	4,10	8,47	2,59	4,19	0,749	3	200
	2			1,24	5,58	5,72	3,08	8,47	1,91	3,85	0,537	3	200
3	1	2,40	2	1,75	7,44	7,64	4,10	8,47	2,55	4,19	0,739	3	200
	2			0,98	5,58	5,67	3,08	8,47	1,89	3,85	0,534	3	188
4	1	2,40	2	1,28	7,44	7,55	4,10	8,47	2,52	4,19	0,732	3	188
	2			0,72	5,58	5,63	3,08	8,47	1,88	3,85	0,531	3	158
5	1	2,40	2	0,82	7,44	7,48	4,10	8,47	2,49	4,19	0,726	3	158
	2			0,46	5,58	5,60	3,08	8,47	1,87	3,85	0,530	3	145
6	1	2,40	2	0,35	7,44	7,45	4,10	8,47	2,48	4,19	0,724	3	145
	2			0,20	5,58	5,58	3,08	8,47	1,86	3,85	0,529	3	141
7	1	2,40	2	0,35	7,44	7,45	4,10	8,47	2,48	4,19	0,724	3	141
	2			0,20	5,58	5,58	3,08	8,47	1,86	3,85	0,529	3	145
8	1	2,40	2	0,82	7,44	7,48	4,10	8,47	2,49	4,19	0,726	3	145
	2			0,46	5,58	5,60	3,08	8,47	1,87	3,85	0,530	3	158
9	1	2,40	2	1,28	7,44	7,55	4,10	8,47	2,52	4,19	0,732	3	158
	2			0,72	5,58	5,63	3,08	8,47	1,88	3,85	0,531	3	188
10	1	2,40	2	1,75	7,44	7,64	4,10	3,29	2,55	2,46	0,455	3	188
	2			0,98	5,58	5,67	3,08	3,29	1,89	2,12	0,279	3	200
11	1	2,40	2	2,21	7,44	7,76	4,10	3,29	2,59	2,46	0,465	3	200
	2			1,24	5,58	5,72	3,08	3,29	1,91	2,12	0,282	3	200
12	1	2,40	2	3,21	7,44	8,10	4,10	3,29	2,70	2,46	0,493	3	200
	2			1,81	5,58	5,87	3,08	3,29	1,96	2,12	0,291	3	