

# Prisrisiko og risikostyring ved investering i selskaper innenfor fornybar energi: En empirisk studie av ETF PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW)

Price risk and risk management of investing in companies operating in the renewable energy sector: An empirical study of ETF PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW)

Zhanna Voskoboynik

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP  
Institutt for Økonomi og ressursforvaltning  
Masteroppgave 30 stp. 2013



## **Acknowledgement**

This master thesis is a result of a productive and educational collaboration with my supervisor Espen Gaarder Haug. I want to thank him the most for good guidance, encouragement and all constructive feedbacks. I would also like to thank Professor Roberto Renò from Università di Siena for teaching me financial modeling and strengthening my interest for quantitative methods. I would like to thank him for replying to my queries about volatility models.

Finally I want to thank Ole Gjølberg for his input to my thesis.

In the case of incorrect facts or errors in this thesis, the responsibility is fully my own.

Oslo, 14<sup>th</sup> of May 2013

Zhanna Voskoboinik

## **Forord**

Denne oppgaven er et resultat av et produktivt og lærerikt samarbeid med min hovedveileder Espen Gaarder Haug. Jeg vil takke han for god veiledning, oppmuntring og konstruktive tilbakemeldinger underveis. Jeg vil også takke professor Roberto Renò fra Università di Siena for å gi meg verdifull kunnskap om finansiell modellering og for å forsterke min interesse for kvantitative metoder. Jeg takker han for den tiden han brukte på å besvare mine henvendelser om volatilitetsmodeller.

Til slutt takker jeg Ole Gjølberg for hans kommentarer til denne masteroppgaven.

Eventuelle feil og mangler er mitt eget ansvar.

Oslo, 14.mai 2013

Zhanna Voskoboinik

## **Abstract**

In this master thesis we analyze the price risk of investing in companies operating in the renewable energy market and implications of our findings for risk management. Daily-adjusted close prices of ETF PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW) from the third of March 2005 to the 31<sup>st</sup> of January 2012 are used in analysis. Excel is used as analytical tool.

We find that the prices of PBW are highly volatile with the annual standard deviation of 45,60% for the whole observation period. We discover that 67% of the price variation can be explained by systematic risk measured with beta. PBW's beta is 1,39 for the whole period, but it is unstable over time. We analyze the risk in the distribution's tails with parametric and non-parametric Value-at-Risk and Expected Shortfall. When parametric VaR appears not to pass the back-test we conduct graphical and statistical analysis of PBW's distribution. We discover that the distribution is not normal with negative skewness and fat-tails.

We test the hypothesis of stochastic volatility and study price jumps as a possible explanation for observed distribution. Rolling volatility and the stochastic volatility models GARCH and EWMA confirm that PBW's volatility is stochastic. Study of price jumps detects jumps.

The last part of the thesis is devoted to the implications of our findings for risk management. We discuss the possibility of using volatility adjusted GARCH-VaR as an alternative risk measurement. We show that stop-order strategy will be insufficient when prices tend to jump. Further, the discussion is focused on use of options in risk management. We discover that 100% options insured long and short positions in PBW will be less affected by price jumps than positions without options. We show that jump-risk is not symmetric for long and short options. Risk is much higher for out-of-the-money short options. We discuss the delta-hedging risk management strategy for short options. Our analysis show that delta-hedging can reduce jump-risk, but this type of risk can't be removed completely with delta-hedging.

## Sammendrag

Denne masteroppgaven undersøker prisrisikoen ved investering i selskaper innenfor sektoren for fornybar energi og implikasjonene disse funnene har for risikostyring. Daglige justerte sluttpriiser på ETF PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW) fra 3. mars 2005 til 31. januar 2012 er brukt som datamateriale i analysene. Excel er brukt som analyseverktøy.

I denne oppgaven undersøker vi og finner ut at priser på PBW er ganske volatile med årlig standardavvik på 45,60% over hele observasjonsperioden. Vi oppdager dessuten at 67% av prisvariasjoner i PBW kan forklares av systematisk risiko målt med beta mot S&P500 som er på 1,39 over hele perioden, men beta er ustabil over tid. Deretter undersøker vi risikoen i fordelingens haler målt med parametrisk og ikke-parametrisk Value-at-Risk og Expected Shortfall. Når parametrisk VaR ikke består back-testing, gjennomfører vi grafisk og statistisk analyse av fordeling av PBWs avkastning. Vi finner at avkastningen ikke er normalfordelt med negativ skjehet og fete-haler.

Vi tester hypotesen om stokastisk volatilitet og gjennomfører en liten studie av prishopp som kan forklare den observerte fordelingen. Rullende volatilitet og stokastiske volatilitets modeller GARCH og EWMA bekrefter at volatiliteten til PBW er stokastisk. Studien av prishopp påviser prishopp i datamaterialet.

I siste delen av oppgaven drøfter vi implikasjoner av våre funn for risikostyring. Vi diskuterer mulighet for å bruke volatilitetsjustert GARCH-VaR som et risikomål. Vi viser at gjennomføring av stopp-order strategi vil kunne mislykkes når det oppstår prishopp. Deretter fokuserer vi på risikostyring med bruk av opsjoner. Hundre prosent opsjonsforsikret lang og kort posisjon i PBW viser lavere prosentvis verditap etter prishopp sammenlignet med posisjoner uten opsjonsforsikring. Vi viser at hopp-risikoen ikke er symmetrisk for lang og kort posisjon i opsjoner. Risikoen er betydelig større for selgere av out-of-the-money opsjoner. Delta-hedging risikostyring strategi er drøftet fra en opsjonsselgers perspektiv. Våre analyser viser at delta-hedging kan redusere hopp-risikoen, men at den ikke kan fjernes helt med delta-hedging.

## Innholdsfortegnelse

<b>1. Innledning .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. Problemstilling .....</b>	<b>3</b>
<b>1.2. Tidligere forskningsbidrag.....</b>	<b>4</b>
<b>2. Markedet for fornybar energi.....</b>	<b>9</b>
<b>3. Metode .....</b>	<b>11</b>
<b>3.1. Avkastning.....</b>	<b>11</b>
<b>3.2. Volatilitet målt med standardavvik.....</b>	<b>11</b>
<b>3.3. Systematisk risiko .....</b>	<b>12</b>
<b>3.4. VaR og Expected Shortfall .....</b>	<b>13</b>
3.4.1. Parametrisk VaR .....	14
3.4.2. Ikke-parametrisk VaR.....	15
3.4.3. Expected Shortfall .....	16
<b>3.5. Normalfordelingen .....</b>	<b>17</b>
<b>3.6. Test for normalitet .....</b>	<b>17</b>
<b>3.7. Rullerende standardavvik .....</b>	<b>19</b>
3.7.1. Samplingsfeil .....	19
<b>3.8. GARCH .....</b>	<b>20</b>
<b>3.9. EWMA .....</b>	<b>21</b>
<b>3.10. Prishopp .....</b>	<b>22</b>
<b>4. Data.....</b>	<b>24</b>
<b>5. Empiriske funn og analyse.....</b>	<b>27</b>
<b>5.1. Systematisk risiko .....</b>	<b>29</b>
<b>5.2. VaR og Expected Shortfall .....</b>	<b>33</b>
5.2.1. Parametrisk VaR og Expected Shortfall .....	33
5.2.2. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall .....	35
<b>5.3. Fordeling av avkastning.....</b>	<b>38</b>
<b>5.4. Volatilitetsanalyse .....</b>	<b>41</b>
5.4.1. Rullerende standardavvik .....	41
5.4.2. GARCH og EWMA modeller .....	42
<b>5.5. Prishopp .....</b>	<b>45</b>

<b>6. Risikostyring .....</b>	<b>47</b>
<b>6.1. Volatilitetsjustert VaR .....</b>	<b>47</b>
<b>6.2. Stop-order strategi .....</b>	<b>49</b>
<b>6.3. Risikostyring med opsjoner .....</b>	<b>50</b>
6.3.1. Effekten av prishopp på opsjonsforsikrede porteføljer.....	53
6.3.2. Effekten av prishopp i underliggende på porteføljer av kjøps- og salgsopsjoner.....	58
6.3.3. Hopp-risiko for delta hedged opsjonsporteføljer.....	63
<b>7. Konklusjon .....</b>	<b>68</b>
<b>8. Litteraturliste .....</b>	<b>70</b>
<b>9. Tabelloversikt .....</b>	<b>75</b>
<b>10. Figuroversikt .....</b>	<b>76</b>
<b>Vedlegg 1. Sammensetning av PBW.....</b>	<b>77</b>
<b>Vedlegg 2. Effekten av prishopp på 100% opsjonsforsikrede porteføljer; opsjoner med 3 måneder levetid.....</b>	<b>78</b>
<b>Vedlegg 3. Effekten av prishopp på 100% opsjonsforsikrede porteføljer; opsjoner med 6 måneder levetid.....</b>	<b>80</b>
<b>Vedlegg 4. Effekten av positivt prishopp i PBW på salgs- og kjøpsopsjoner med en måned, tre og seks måneder levetid .....</b>	<b>82</b>
<b>Vedlegg 5. Effekten av negativt prishopp i PBW på kjøps- og salgsopsjoner med tre og seks måneder levetid.....</b>	<b>83</b>

## 1. Innledning

*"I'd put my money on the sun and solar energy. What a source of power! I hope we don't have to wait until oil and coal run out before we tackle that."*

Thomas Edison (1931)

For både økonomisk og sosial utvikling trenger alle land tilgang til energi. Ifølge U.S. Energy Information Administrations vil energiforbruket trolig øke med 53 prosent fra 2008 til 2035. Tradisjonell energitilførsel gjennom fossile ressurser blir stadig omtalt som miljøskadelig og det er blitt uttrykt bekymring for ressursenes ikke-fornybare karakter og dermed energisikkerhet. Awerbuch (2006) påpeker at energisikkerhet generelt er fokusert på trussel enten i form av brått forsyningsavbrudd eller forebygging av prisvolatiliteten til fossile ressurser. Dette fører til økt oppmerksomhet mot alternative, rene energikilder. Økende produksjon av fornybar energi kan være en viktig løsning både for å dekke det økende energibehovet og for å redusere CO<sub>2</sub> utslipp, samt være et viktig bidrag til energisikkerheten.

Investeringer i fornybar energi har økt kraftig og var på hele 257 milliarder i 2011 globalt. Denne trenden vil trolig fortsette framover, noe som gjør denne sektoren interessant fra et investeringsperspektiv. Finansielle markeder gir mulighet til å investere i selskapene innenfor fornybar energi, uten å måtte direkte investere i den fysiske produksjonen av fornybar energi. Det er allment kjent at investeringsbeslutninger tas med hensyn til aktivas forventede avkastning og risiko. Siden denne sektoren er relativt ny har det blitt påpekt av Sadorsky (2012) at man vet lite om volatilitetsdynamikken til selskaper innenfor fornybar energi og dermed risiko. Sektorens aktualitet og et ønske om å fylle gapet i kjennskapet til prisrisikoen er motivasjonen for det valgte temaet og problemstillingen.

### 1.1. Problemstilling

Hvordan kan vi måle/estimere prisrisiko ved investeringer i selskaper innenfor fornybar energi og hvilke risikostyringsstrategier er aktuelle i dette tilfellet?

For å besvare problemstillingen har vi vurdert flere fond som for eksempel WilderHill® Clean Energy Index (ECO), Calvert Global Alternative Energy I (CAEIX) og Firsthand Alternative Energy Fund (ALTEX). Vi valgte å bruke ETF PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW) som gjenspeiler WilderHill® Clean Energy Index (ECO). ECO indeksen har en bred indekssammensetning på cirka 56 selskaper og har trolig evne til å reflektere den finansielle tilstanden i sektoren for fornybar energi. Indeksen har blitt brukt i flere andre forskningsartikler om faktorene som påvirker aksjeprisene til selskaper innenfor fornybar energi, for eksempel ble ECO brukt i Henriques og Sadorsky (2008), Sadorsky (2012) og Kumar et al. (2012). ECO ble omtalt i disse artiklene som sektorens benchmark og den har lengre historikk sammenlignet med andre indekser vi har vurdert. Siden man ikke kan handle ECO skal vi bruke PBW. PBW vil gi oss både tilgang til informasjon om omsatt volum og har større prisdata sammenlignet med andre fond. Datamateriale er hentet fra [www.yahoo.finance.com](http://www.yahoo.finance.com) og alle kalkulasjoner er gjennomført i Excel.

I denne oppgaven vil vi fokusere på prisrisiko og muligheter for risikostyring. Vi vil bruke grafiske analyser og flere statistiske metoder for å redegjøre for prisrisikoen. Vi skal analysere markedsrisikoen målt med beta, risikoen målt med Value-at-Risk og Expected Shortfall. Vi vil undersøke fordelingen av avkastning for å finne ut hvilken risiko som ligger i fordelingens haler. Ved bruk av rullerende standardavvik og de stokastiske volatilitetsmodellene GARCH og EWMA, vil vi etterprøve hypotesen om stokastisk volatilitet. Deretter skal vi gjennomføre en liten studie av prishopp. Med dette skal vi forsøke å forklare den observerte fordelingen. Med utgangspunkt i risikoanalyser skal vi drøfte hvilke implikasjoner disse funnene har for risikostyring. I kapittelet om risikostyring kommer vi til å drøfte GARCH-VaR som et mulig alternativ for risikomål, stop-order strategier og bruk av opsjoner i risikostyring.

## 1.2. Tidligere forskningsbidrag

Finansiell risiko er et viktig tema for både akademikere og praktikere. Det finnes forskjellige typer finansiell risiko, for eksempel renterisiko, valutarisiko, råvarerisiko og egenkapitalrisiko. Denne oppgaven tar for seg analyser av risiko knyttet til usikkerheten rundt framtidige prissvingninger som kan resultere i tap. I moderne finansielle teori

defineres risiko som situasjoner hvor utfallet ikke er kjent med sikkerhet, men hvor vi kan angi sannsynligheter for hvert utfall (Bredesen 2005). Ifølge Bodie et al. (2011) bør man være interessert i sannsynligheten for avvik fra forventet avkastning. I artikkelen *"The history of Risk Measurement"* McGoun (1995) blir det påstått at Markowitz (1952) og Sharpe (1964) i stor grad er ansvarlige for institusjonaliseringen av probabilistisk risikomål i finans.

McGoun (1995) skriver at probabilistisk risikomål ikke er en enkel og ukontroversiell teoretisk tilnærming til risikomåling. Alle sannsynligheter kan uttrykkes som et tall mellom 0 og 1 og alle sannsynlighetsfordelinger som en tetthetskurve med arealet under kurven lik 1. Forfatteren hevder at disse tallene er meningsløse uten en underliggende sannsynlighetsteori som sier hvor sannsynlighetsfordelingen kommer fra og hva den kan og ikke kan representere.

Ifølge Rachev et al. (2005) bygger de fleste konsepter i teoretisk og empirisk finans, som er utviklet de siste 50 år, på forutsetningen om avkastningens normalfordeling. Bodie et al. (2011) hevder at avkastningens normalfordeling forenkler investeringsmanagement, fordi sannsynligheten for hvilket som helst utfall, sampling fra normalfordeling, kan bestemmes utfra hvor mange standardavvik det er mellom gjennomsnitt og det utfallet. Ved å bruke normalfordeling i scenarioanalyser trenger man å estimere bare to parametere, gjennomsnitt og standardavvik, for å få sannsynligheter av framtidige utfall.

Til tross for normalfordelingens enkelhet og dominante posisjon blir det flere og flere som påpeker avviket fra normaliteten i empirisk data og forsøker å utvikle modeller som bedre beskriver virkeligheten. Mange tror i dag at avviket fra normalfordelingen i observerte avkastninger er for signifikant til å kunne ignoreres. Rachev et al. (2005) påstår at mange, om ikke alle, finansielle avkastningsserier er *"heavy-tailed and possibly skewed"* og fordelingenes haler inneholder ekstreme verdier. Empirisk fordeling av aksjepriser og avkastninger viser at ekstreme verdier er mer sannsynlige enn det normalfordelingen forutser.

Allikevel har man før 1963 sjeldent stilt spørsmålstege ved avkastningens Gaussian normalfordeling. Blant de mest kjente studier av ikke-normalfordelt avkastning kan det nevnes Mandelbrot (1963), Fama (1965), Mantegna og Stanley (1995). Mandelbrot var en av de første som påsto at akademisk forskning har ignorert leptokurtosis som er empirisk observerbart i prisfordeling. Rachev et al. (2005) kaller Mandelbrots bidrag for det første fundamentale angrepet mot forutsetningen om normalfordeling. Ifølge Mandelbrot (1963) reduseres testenes signifikans hvis man ekskluderer mange uteliggere. Ved gjennomføring av empiriske analyser av bomullpriser foreslo Mandelbrot (1963) eksistensen av uendelig varians og mer passende beskrivelse av avkastninger ved hjelp av ikke-normal "stable" fordeling. Fama (1965) undersøker prisdynamikken i flere aksjer og påstår at log prisendringer ikke kan beskrives med gaussianfordeling og støtter Mandelbrots hypotese om "stable" fordeling. Forfatteren påstår at prisendringer er uavhengige og han finner bevis på at store prisendringer viser en tendens til å bli fulgt av enten positive eller negative store prisendringer. Allikevel argumenterer Fama (1965) for at denne avhengigheten mellom prisendringene ikke er så viktig for investeringsbeslutninger. Mantegna og Stanley (1995) undersøker avkastningen til S&P500 og beskriver fordelingen som ikke-normal med endelig varians.

Det må sies at historisk oppdagelse av fete haler går lengre tilbake i tid enn Mandelbrots arbeid. Mandelbrot selv refererer til Mitchell (1915) som trolig den første som påpekte høy topp (fat-tailed) fordeling. Han var også den første som publiserte empirisk statistisk funn av tidsvarierende volatilitet. Ifølge Mandelbrot (1963) ble det første utvilsomme empiriske beviset for høyere topp og fetere haler, enn gaussianfordeling tilsier, gitt av Olivier (1926) og Mills (1927). I tillegg til å påpeke høy topp forklarer Mills (1927) observasjonen som resultat av en eller to ekstreme prisendringer. Osborne (1959) oppdager fete-haler i prisdata, men ignorerer sitt funn. Larson (1960) finner indikasjon for fete-haler i prisendringer til Chicago mais futures. Alexander (1961) observerte fordelinger og sammenlignet de med normalfordelt avkastning og forkastet normalitetshypotesen.

Siden midten av 70-tallet øker antallet teoretiske bidrag i finansiell økonomi som forsøker å ta hensyn til ikke-normalitet i data. Følgende temaer er skrevet om jump-

diffusion, stokastisk volatilitet, alternative fete-haler fordelinger inkludert stable-Paretian. Stable-Paretian hypotesen er fortsatt aktuell i dagens litteratur (Haug 2007).

Flere empiriske studier som for eksempel Aït-Sahalia og Jacod (2008), Andersen et al. (2007), Barndorff-Nielsen og Shephard (2004), Huang og Tauchen (2005), Fan og Wang (2007) påviser hopp i prisene til finansielle aktiva og avviser dermed det klassiske paradigmet om kontinuerlig tid med kontinuerlige prisendringer. Bollerslev et al.(2008) undersøker relasjonen mellom hopp i individuelle aksjer og hopp i en aggregert markedsindeks og finner at flere aksjer viser simultane hopp. Ifølge Bollerslev et al. (2013) er det anerkjent at fordelingen med fete haler kan være et resultat av tidsvarierende volatilitet og/eller hopp i den underliggende stokastiske prosessen. Han foreslår et nytt rammeverk for estimering av systematisk og idiosynkratisk hopp-hale-risiko i prisene til finansielle aktiva. Ibragimov (2009) analyserer hvordan fete-haler påvirker resultater av diversifisering og VaR estimator. Han påstår at fordelingens fete-haler kan påvirke metodenes troverdighet.

I rapporten til Gjølberg og Johnsen (2007) kvantifiserer forfatterne risikoen ved investering i enkelte selskaper innenfor fornybar energi samt i utvalgte indeks. De bruker både standardavvik og forretningsbeta som risikomål. De finner at i perioden 2000-2007 har forretningsbeta til virksomhetene innenfor fornybar energi vært høyere enn for tradisjonell energivirksomhet. Ved å analysere energiindeks påstår forfatterne at energi er en risikabel bransje og at nye energiteknologier er mer risikable målt med standardavvik. I perioden 2004-2007 var forretningsbeta til selskapene innenfor fornybar energi mellom 1,49 og 1,67.

De siste årene har noen få forskningsartikler fokusert på hvilke faktorer som påvirker prisene på selskapene innenfor fornybar energi. Henriques og Sadorsky (2008), Kumar et al. (2012), Sadorsky (2012) finner at både oljepriser og aksjepriser på teknologiselskaper påvirker prisene på selskaper innenfor fornybar energi. Sadorsky (2012) påpeker at man per i dag vet veldig lite om volatilitetsdynamikken til prisene på børsnoterte ren energi-selskaper og om mulig korrelasjon mellom priser på disse selskapene og andre viktige finansielle markeder. Forfatteren finner at det er større

sammenheng mellom prisene på teknologiselskaper og fornybar energi selskaper enn mellom oljepriser og fornybar energi selskaper.

For å oppsummere innledningskapittelet kan vi si at flere forskere er bevisste på ikke-normalfordelte avkastninger i flere prisdata og jobber mot utarbeidelse av nye modeller og risikomål som kan bedre beskrive den observerte fordelingen. De innser at modeller og risikomål som er bygget på forutsetningen om normalfordelte avkastninger kan generere feilaktige resultater. Det kan ha viktige implikasjoner for risikostyring gjennom feilvurdering av risiko. Sektoren for fornybar energi er relativt ny og man vet lite om prisvolatiliteten til selskaper innenfor fornybar energi og avkastningens fordeling som gjør denne oppgaven interessant og den formulerte problemstillingen aktuell.

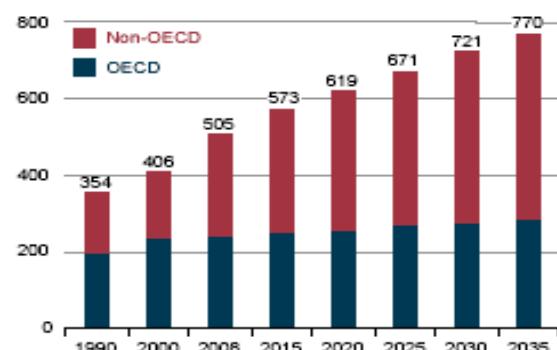
## 2. Markedet for fornybar energi

Det globale energiforbruket har økt kraftig i den siste tiden og ifølge EIA kommer denne trenden til å fortsette i årene framover (figur 1).

Man deler ofte inn i fornybare- og ikke-fornybare energikilder. Ifølge International Energy Agency (IEA) er fornybar energi den energien som kommer fra naturlige prosesser og som etterfylles forttere enn den forbrukes. Sol, vind, geotermisk, vann og noen former for biomasse er noen kilder for fornybar energi. I 2009 dekket fornybar energi 13,1% av det primære energitilbudet (IEA 2013). Fornybare energikilder har økt til å dekke 16,7% av det globale sluttenergiforbruket i 2010. I løpet av 2011 har innfasing av fornybar energi økt i alle sluttforbrukssektorer: elektrisitet, oppvarming, kjøling og transport (REN21 2012).

I elektrisitetssektoren står fornybar energi for nesten halvparten av den globale økte kapasiteten på 208 gigawatt. Vind, solcellepaneler (PV) og hydroenergi tilsatte henholdsvis cirka 40%, 30% og 25% av den nye fornybarkapasiteten. I 2011 har den totale globale elektrisitetsgenererende kapasitet bestått av 25% fornybar energi. Flytende biodrivstoff utgjorde 3% av det globale transportdrivstoffet i den samme perioden. Elektrisk transport øker sakte, men har stort potensiale. Vannkraft og geotermisk kraft har en gjennomsnittlig vekstrate på 2-3% per år (REN21 2012).

Ifølge IEA (2013) vil fornybar energi øke signifikant sin innstrengning i energimarkedet i alle predikerte langtidsscenarioer. I et sentralt scenarium basert på dagens politiske forpliktelser og planer, vil produksjonen av elektrisitet fra fornybare energikilder tredoble seg fra 2009 til 2035. Hvis 450 Scenarius, som er i tråd med et mål for begrensninger av global oppvarming til 2°C, blir realisert, vil fornybart øke enda mer, nesten med faktor fire.



Figur 1. Globalt energiforbruk, 1990-2035

Kilde: <http://www.eia.gov/forecasts/ieo/>

Globale investeringer i fornybar energi og drivstoff har økt med 17% til en rekordinvestering på \$257 milliarder i 2011. Det er nesten seks ganger mer enn i 2004 og 94% mer enn i 2007. Utviklingsøkonomier sto for 35% av de totale investeringene, mens utviklede økonomier sto for de resterende 65%. I kampen med Kina om en ledende investorposisjon innenfor fornybar har USA økt sine investeringer med 57% til \$51 milliarder. Samtidig karakteriseres 2011 med fallende teknologiske kostnader. Priser på solcellepaneler falt med nesten 50% og prisen på landbaserte vindturbiner falt med 5-10%. Denne endringen gjorde disse fornybare energi-teknologiene mer konkurranseskjærtige i forhold til kull og gass. I samme perioden reduseres politisk støtte til fornybar energi spesielt i Europa og USA. Forbrukere i USA hadde på denne tiden en trang personlig økonomi og Kongressen var motvillig til å innføre nye tiltak som kunne støtte fornybar på bekostning av økte energipriser. I tillegg gjorde lave gasspriser denne ressursen til et mer kostnadseffektivt alternativ og nye bekymringer rundt fornybar energi-kostnader fikk mye oppmerksomhet. Politisk pause i støtte til fornybar energi sektoren er en potensiell trussel for investeringer i denne sektoren (UNEP 2012).

### 3. Metode

For å analysere prisrisiko bruker vi følgende statistiske mål: logaritmisk avkastning og standardavvik. Value-at-Risk (videre VaR) og Expected Shortfall er noen av mest brukte risikomål og vi beregner både parametrisk og ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall. Videre redegjør vi for normalfordeling, skjevhetsgrad, kurtosis og Jarque-Bera normalitetstest og ser på hvordan dette kan inkorporeres i vurdering av risiko. Vi bruker både grafisk og statistisk analyse av fordelingen. Hvis fordelingen viser seg å være ikke-normalt fordelt vil vi analysere årsaker til dette ved bruk av stokastiske volatilitetsmodeller, GARCH og EWMA, samt beregning av rullerende volatilitet. Kapittelet avsluttes med beskrivelsen av en liten studie av hopp i prisene.

#### 3.1. Avkastning

Avkastningen er beregnet som daglige logaritmiske endringer i justerte sluttpriser:

$$r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$$

hvor  $r_t$  er prisendring på tidspunkt t,  $P_t$  er prisen på tidspunkt t og  $P_{t-1}$  er prisen på tidspunkt t-1.

#### 3.2. Volatilitet målt med standardavvik

Volatilitet er en nøkkelpараметer i mange finansielle applikasjoner, inkludert risikostyring. Volatiliteten måler størrelsen til avviket fra forventet avkastning (Engle et al. 2008). Volatile driftsomgivelser utsetter et selskap for stor finansiell risiko og dermed har selskapene incentiv til å søke nye og bedre metoder for risikostyring (Dowd 2005). Det er vanlig å måle volatiliteten ved avkastningens standardavvik. Det er definert som kvadratroten til variansen. Variansen blir estimert som gjennomsnittet til de kvadrerte avvikene fra forventet avkastningsestimat. Utvalgets gjennomsnittlige avkastning beregnet fra historiske data blir oftest brukt som estimatet for forventet avkastning (Bodie et al. 2011).

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{n-1}\right) * \sum_{s=1}^n [r(s) - \bar{r}]^2$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{1}{n-1}\right) * \sum_{s=1}^n [r(s) - \bar{r}]^2}$$

der  $\sigma^2$  - varians,  $\sigma$  – standardavvik,  $n$  – antall observasjoner,  $r(s)$  – avkastningen til enkel observasjon,  $\bar{r}$  - gjennomsnittlig total avkastning.

### 3.3. Systematisk risiko

I finansteorien dekomponerer man ofte risikoen inn i to risikokilder. Den ene kommer fra den generelle økonomiske tilstanden som inflasjon, rentenivå og andre makroøkonomiske faktorer. I tillegg til makroøkonomiske faktorer gir de bedriftsspesifikke faktorer, som for eksempel endringer i human kapital og framskritt i produktutvikling, opphav til risiko (Bodie et al. 2011). Det vil si risiko som påvirker et selskap eller en gruppe selskaper som opererer i samme sektoren, men ikke nødvendigvis alle andre selskaper i andre sektorer. I konteksten av denne masteravhandlingen vil bedriftsspesifikk risiko være de forholdene som påvirker sektor for fornybar energi, men ikke nødvendigvis alle andre sektorer. Denne type risiko kalles gjerne for bedriftsspesifikk risiko, usystematisk risiko eller diversifiserbar risiko.

Når en investor velger å investere i PBW, kan vedkommende redusere risiko ved å inkludere i sin portefølje de aktiva som har forskjellig usystematisk risiko. Denne strategien kalles diversifisering og det er grunnleggende tanke i moderne porteføljeteori. Generelt går den moderne porteføljeteorien ut på spredning av usystematisk risiko ved å øke antall finansielle aktiva i porteføljen og dermed redusere porteføljens volatilitet. Ifølge Bodie et al. (2011) kan man ikke redusere risikoen helt til null selv etter bred diversifisering. Den risikoen man sitter igjen med etter en bred diversifisering kommer fra de makroøkonomiske faktorene og kan kalles for markedsrisiko, systematisk risiko eller ikke-diversifiserbar risiko.

Ut fra kapitalverdimodell måler beta i hvilken grad avkastningen til enkel finansiell aktiva og markedet beveger seg sammen, med andre ord er beta et mål på systematisk

risiko. Man kan bruke enten regresjonsanalyse eller følgende formelen for å estimere beta verdi:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\sigma_m^2}$$

hvor  $\beta_i$  – markedsrisiko til en aktiva,  $r_i$  - aktivas avkastning,  $r_m$  – markedets avkastning,  $\sigma_m^2$  - variansen til markedets avkastning, Cov – kovariansen mellom  $r_i$  og  $r_m$  (Bodie et al. 2011).

### 3.4. VaR og Expected Shortfall

På slutten av 70-tallet og begynnelsen av 80-tallet startet de største finansielle institusjoner utarbeidelse av modeller for risikomål på tvers av institusjoner. JP Morgans RiskMetrics system var mest kjent. Det ble brukt et risikomål, Value at Risk (VaR), også kalt for maksimalt sannsynlig tap i løpet av neste tradingdag. Ifølge Dowd (2005) har VaR to viktige egenskaper. For det først genererer VaR et felles konsistent risikomål på tvers av forskjellige posisjoner og riskfaktorer. Så tar VaR hensyn til korrelasjon mellom forskjellige riskfaktorer. Brown (Einhorn & Brown 2008) argumenterer for valget av VaR istedenfor andre risikomål fordi VaR er observerbart. Videre påstår forfatteren at VaR resulterer i forbedret informasjonssystem og kommunikasjon innenfor et selskap. Han fortsetter med å understreke at VaR kan anses som nyttig bare når VaR består back-test.

VaR ble tatt i bruk i varierende grad og ble kritisert for det mest grunnleggende problemet, dens validitet eller statistiske forutsetninger den bygger på som ble påpekt av både Taleb (1997) og (Hoppe 1998). Ifølge Taleb (1997):

*“VAR is charlatanism because it tries to estimate something that is not scientifically possible to estimate, namely the risks of rare events”.*

Tretten år seinere påpeker Taleb (2010) følgende problemer med VaR. For det første undervurderer VaR porteføljens risiko med en faktor på 100. Når man estimerer et tap på \$100.000 og isteden taper \$10.000.000. For det andre er VaR ineffektivt og mangler robusthet for å predikere sjeldne hendelser. Videre hevder forfatteren at VaR

oppmuntrer til å ta "low volatility, high blowup" risiko som har røtter i bonussystemer. I tillegg har VaR alvorlige bivirkninger i form av "anchoring" i beslutningsprosessen.

Debatten rundt VaR som et risikomål fortsetter. Ifølge Einhorn (Einhorn & Brown 2008) er VaR et ubrukelig og potensielt katastrofalt risikomål. Dowd (2005) innrømmer at VaR har sine begrensninger og redegjør i sin bok for forskjellige VaR estimeringsmetoder. Han påpeker at VaR ikke gir god nok informasjon om tap i haler og at VaR kan skape ugunstig incentivstruktur. VaR er ikke sub-additiv. Sub-additiv risikomål betyr at aggregering av individuell risiko til to posisjoner vil ikke øke total risiko (Dowd 2005).

Etter å ha drøftet argumenter for og imot bruk av VaR vil vi redegjøre for hva VaR er. Når en analytiker bruker VaR er vedkommende, ifølge Hull (2012), ute etter å formulere følgende påstand: Jeg er X prosent sikker at det ikke blir et tap større enn V dollar i løpet av neste N dager. Variabel V blir VaR som er en funksjon av to parametere: tidshorisont (N dager) og konfidensintervall (X%).

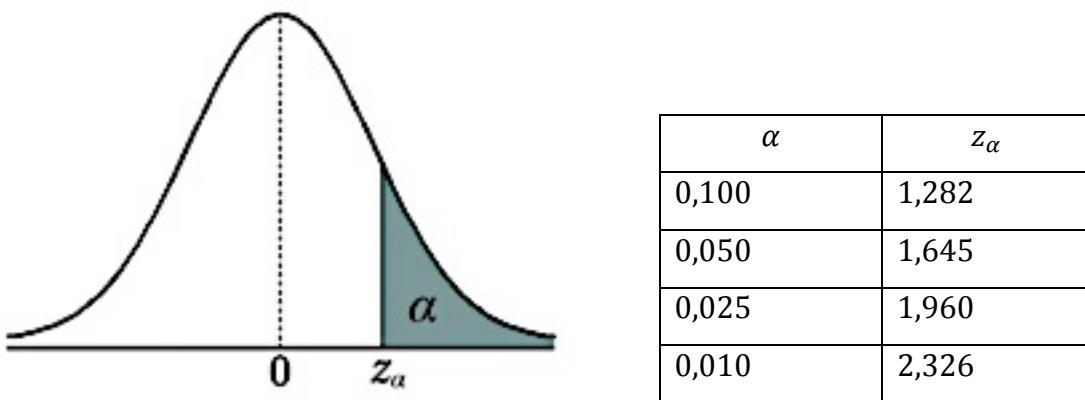
Det finnes forskjellige metoder for VaR estimering. Man kan for eksempel estimere VaR ved bruk av parametrisk og ikke-parametrisk tilnærming. Først skal vi redegjøre for den parametriske og deretter for den ikke-parametriske tilnærmingen.

### 3.4.1. Parametrisk VaR

Bruk av parametrisk VaR krever eksplisitt spesifikasjon av statistisk fordeling av brukte data. Hvis man bruker avkastning for å estimere VaR, antas det normalfordeling. Vi kan beregne sannsynligheten at avkastning får en verdi i spredningsintervallet:

$$\mu \pm z_\alpha * \sigma$$

hvor  $\mu$  er gjennomsnitt,  $\sigma$  er standardavvik og  $z_\alpha$  er et kvantil i normalfordelingen som angir bredden på spredningsintervallet.



Figur 2. Alfa-kvantil i standardnormalfordeling

Hvis vi lager et ensidig spredningsintervall kan vi si at det er  $100(1-\alpha)\%$  sikkert at neste dags tapsprosent er mindre enn  $\mu + z_\alpha * \sigma$ . En øvre grense for tap er lik  $z_\alpha * \sigma * x$  dollar, hvor  $x$  er dollar verdien til posisjon. Dette tallet kalles for VaR (Løvås 2004). Vi kan tilsvarende si at det er  $100(1-\alpha)\%$  sikkert at avkastningen får en verdi større enn  $\mu - z_\alpha * \sigma$ .

Ved bruk av denne metoden, som Hull (2012) kaller for Model Building Approach, er det vanlig å anta at forventet endring i verdien er lik null og et gjennomsnittet dermed er tilnærmet null (Hull 2012). Vi velger å estimere VaR for både 95% og 99% konfidensintervall og relevante kvantiler blir henholdsvis 1,645 og 2,326:

$$VaR_{95\%} = -1,645 * \sigma$$

$$VaR_{99\%} = -2,326 * \sigma$$

Det betyr at VaR øker ved konfidensintervallets utvidelse. VaR øker med kvadratrotten til tiden ( $N$ ) (Dowd 2005):

$$Ndagers\ VaR = en\ dagVaR * \sqrt{N}$$

### 3.4.2. Ikke-parametrisk VaR

En annen populær tilnærming til VaR estimering er ikke-parametrisk tilnærming. Metoden estimerer VaR uten å gjøre noen eksplisitte forutsetninger om fordeling av avkastning. Den underliggende forutsetningen i denne metoden er at den nærmeste framtiden vil bli tilnærmet lik den nære fortiden og at vi derfor kan bruke historisk data til å prognosere framtidig risiko. Denne forutsetningen kan være enten gyldig eller ikke i gitte kontekster (Dowd 2005).

En av de mest populære ikke-parametriske metodene er historisk simulering. Hver observasjon/daglig avkastning er et scenarium som vi rangerer fra laveste til høyeste. VaR estimatet med 95% konfidensintervall blir den verdien som kutter av nedre 5% av største tap fra resten av historisk fordeling. Hvis vi for eksempel har 100 observasjoner blir VaR for en lang posisjon lik det sjette største verditapet (Dowd 2005). Det er ikke den eneste muligheten. Vi ser at Hull (2012) velger å bruke den beste fra de verste 5% observasjoner. Med vårt eksempel ville det tilsi bruk av den femte største negative historiske avkastningen. I tillegg når 5% observasjoner er ikke et heltall må vi interpolere (Bodie et al. 2011). Vi velger å bruke Hull sin tilnærming når vi skal estimere ikke-parametrisk VaR.

### 3.4.3. Expected Shortfall

Artzner et al. (1999) foreslår et alternativt risikomål Expected Shortfall som ifølge forfatteren er et koherent risikomål. Expected Shortfall angir et forventet avkastningsmål gitt at en terskelverdi er overskredet. Denne terskelverdien er vanligvis VaR. Analytisk kan det uttrykkes på følgende måte:

$$E_t(r_t | r_t < VaR_\alpha)$$

Expected Shortfall kan både estimeres ved hjelp av parametrisk og ikke-parametrisk (historisk) metode. Vi bruker følgende formel for beregning av parametrisk Expected Shortfall:

$$ES = \sigma\phi(-\alpha_{cl})/F(\alpha_{cl})$$

der  $\sigma$  er standardavvik,  $\alpha_{cl}$  er standardnormal kvantil til et valgt konfidensintervall,  $\phi(\cdot)$  og  $F(\cdot)$  er verdier til normal tetthet og fordelingsfunksjon (Dowd 2005).

Ifølge Acerbi (2004) når en skal estimere ikke-parametrisk Expected Shortfall tar man utgangspunkt i et sett  $\{X_i\}_{i=1,\dots,N}$  av like sannsynlige utfall for variabel X som definerer "empirisk fordeling":

$$F_X^N(x) = P\{X \leq x\} = \frac{1}{N} \sum_i^N 1_{\{X_i \leq x\}}$$

Hvis  $100\alpha\%$  av N er en heltallverdi blir Expected Shortfall gitt av det gjennomsnittlige

tapet til verste  $N\alpha$  scenarioer:

$$ES_{\alpha}^{(N)} = -\frac{1}{N\alpha} \sum_{i=1}^{N\alpha} X_{i:N}$$

Ifølge Bodie et al. (2011) kan denne verdien ha to navn; enten Expected Shortfall eller "conditional tail expectation" (CTE). I andre kilder (Szegö 2004) kan man også treffe navnet "conditional VaR". Noen forfattere skiller mellom Expected Shortfall og CTE. Vi velger å bruke Expected Shortfall begrepet og beregne det slik vi har definert Expected Shortfall ovenfor.

### 3.5. Normalfordelingen

Normalfordelingen har den klokkeformede kurven. Ifølge Løvås (2004) er det vanlig at stokastiske variabler har denne fordelingen. Når man skal kalkulere sannsynligheten for at en variabel skal befinner seg innenfor et intervall, trenges det en funksjon for sannsynlighetsfordeling. I tilfellet med kontinuerlig sannsynlighetsfordeling er sannsynlighetstetthet-funksjonen mest brukt. Sannsynlighetstetthet-funksjonen for en tilfeldig variabel  $X$  er betegnet som  $f(x)$ . En typisk sannsynlighetstetthet-funksjon til normal Gaussian fordeling er:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} * e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2*\sigma^2}}$$

Normalfordeling har følgende egenskaper:

1. Fordelingens midtpunkt er lik  $\mu$ .
2. Fordelingen er symmetrisk rundt  $\mu$  (lokasjons parameter).
3. Location-skale invarians.
4. Summeringsstabilitet (Rachev et al. 2005).
5. Sentralgrenseteoremet sier at gjennomsnittet til uavhengige, stokastiske variabler fra samme sannsynlighetsfordeling er tilnærmet normalfordelt hvis utvalget er stort (Løvås 2004).

### 3.6. Test for normalitet

Avviket fra normalfordelingen kan fanges opp ved å kalkulere skjevhets- og kurtosis-tallstørrelsene forsøker å si noe om formen på histogrammet til avkastningens

fordeling. Først i 1895 foreslo Pearson å måle skjevhetsgrad ved standardisering av differansen mellom gjennomsnitt og mode, slik at  $skjevhetsgrad = \frac{\mu - mode}{\sigma}$ . Skjevheten har også blitt definert som det tredje moment over gjennomsnittet. Det vil si at skjevheten baserer seg på avvikene opphøyet i tredje potens, sammenlignet med standardavviket opphøyd i samme potens. Positivt tall vil bety skjevhetsgrad mot høyre, mens negativt tall vil bety skjevhetsgrad mot venstre.

$$Skjevhetsgrad (s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{r_i - \bar{r}}{\sigma} \right)^3$$

Når fordelingen er positivt skjev overestimerer standardavvikets risiko for en som er i en lang posisjon, fordi ekstreme positive avvik fra forventninger ikke er en bekymringskilde for investorer, allikevel øker de volatilitetsestimatet. Samtidig vil negativ skjevhetsgrad resultere i underestimering av risikoen målt med standardavvik (Bodie et al. 2011).

I 1905 introduserte Pearson kurtosis som et mål på hvor flat toppen til symmetrisk fordeling er sammenlignet med normalfordeling med den samme variansen. Han refererer til en mer flat fordeling som "platykurtic", mindre flat fordeling som "leptokurtic" og tilsvarende lik topp som "mesokurtic" (Pearson 1905). Det ble senere argumentert for at kurtosis er mer påvirket av observasjoner i halene enn i sentrum av fordelingen.

Kurtosis defineres tilsvarende som skjevhetsgrad, bare med avvikene opphøyet i fjerde potens. Følgende definisjon omtales som Pearsons kurtosis:

$$Kurtosis (k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{r_i - \bar{r}}{\sigma} \right)^4$$

Samtidig kan man beregne "excess kurtosis" ved å trekke 3 fra resultatet over. Denne kurtosis kalles for Fishers kurtosis. Denne korrekksjonen i kurtosis kan gjøres for å gjøre kurtosis til normalfordeling lik null.

I 1981 formaliserte Jarque og Bera disse ideene for å teste om skjevhetsgraden er lik null og om fordelingen dermed er normalfordelt. Jarque-Bera statistisk test er:

$$W = \frac{n}{6} s^2 + \frac{n}{24} k^2$$

hvor  $n$  er antall observasjoner,  $s$  og  $k$  er tilsvarende skjevhetsgrad og Fishers kurtosis slik de er definert ovenfor. Teststatistikken følger kjikvadratfordelingen med to frihetsgrader under nullhypotese at fordelingen er symmetrisk og mesokurtisk eller normalfordelt. Kritisk verdi for 95% og 99% konfidensintervall er tilsvarende 5,99 og 9,21 (Brooks 2008).

### 3.7. Rullerende standardavvik

Før introduksjonen av ARCH var rullerende vindu hovedtidenes deskriptiv-verktøyet for å beskrive tidsvarierende betinget standardavvik og betinget varians. Standardavvik eller varians er kalkulert ved å bruke et bestemt antall observasjoner. Tanken bak rullerende vindu er at variansen endres sakte med tid og er tilnærmet konstant for korttidsrullerende vindu (Engle et al. 2008). Det finnes ikke noen bestemte regler på hvor mange dager man skal bruke i beregningen. Vi ønsker et langt nok vindu for å minimere samplingsfeil, samtidig må vi ta hensyn til det begrensede antallet observasjoner i vårt datasett, så vinduet bør ikke være for stort heller. Vi velger 60-dagers vindu som trolig både kan redusere samplingsfeil og gi oss tilstrekkelig med volatilitetsestimater.

#### 3.7.1. Samplingsfeil

Når man bruker et utvalg fra en populasjon for å estimere populasjonens parametere, kommer disse estimatene ikke til å være helt like om man trekker et annet utvalg fra den samme populasjonen. Det er fordi forskjellige utvalg fra den samme populasjonen kan ha forskjellige egenskaper. Når vi bruker et utvalg representerer det bare en del av det vi prøver å beskrive. Man kan måle samplingsfeil ved bruk av flere statistiske mål som for eksempel standardfeil og konfidensintervall.

Når man beregner konfidensintervall for standardavviket tar man utgangspunkt i variansen. Når vi studerer variasjonen i et datasett kommer man borti kjikvadratfordelingen fordi fordelingen til variansen er kjikvadratfordelt med  $n-1$  frihetsgrader (Løvås 2004). Vi velger å bruke konfidensintervall på 95% som et mål på samplingsfeil. I tilfellet når rullerende standardavvik overstiger 95% konfidensintervall i betydelig flere enn 5% tilfeller kan man ikke lenger forklare det som samplingsfeil.

$$\left[ \hat{\sigma} \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2_{(n-1; 1 - (\frac{\alpha}{2}))}}} \leq \sigma \leq \hat{\sigma} \sqrt{\frac{(n-1)}{\chi^2_{(n-1; (\frac{\alpha}{2}))}}} \right]$$

### 3.8. GARCH

Ifølge Engle et al. (2008) ble det oppdaget at den gjennomsnittlige størrelsen til volatilitet ikke er konstant. Autoregressiv betinget heteroskedasitet (ARCH), generalisert autoregressiv betinget heteroskedasitet (GARCH) modeller og andre stokastiske volatilitetsmodeller blir hovedverktøy for modellering av volatilitet. Det var Bollerslev som introduserte generalisering av ARCH modellen i 1986.

I GARCH(1,1) kalkulerer man  $\sigma_n^2$  ut fra langsiktig gjennomsnittlig varians ( $V_L$ ),  $\sigma_{n-1}$  - volatilitetsestimat på tidspunkt n-1 og  $u_{n-1}$  - daglig prosentvis endring i variabel på tidspunkt n-1. Ligningen for GARCH(1,1) er

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

hvor  $\gamma, \alpha, \beta$  er vekter tilskrevet tilsvarende  $V_L, u_{n-1}^2, \sigma_{n-1}^2$ .

Summen av vektene må være lik 1, det vil si

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

Notasjonen (1,1) indikerer at variansen er estimert utfra de siste observasjonene av  $u^2$  og varianseestimatet. Generelt uttrykkes modellen i følgende form GARCH( $p,q$ ). GARCH(1,1) er den mest populære modellen og en som brukes i oppgaven.

Ved å sette  $\omega = \gamma V_L$  kan modellen også skrives slik:

$$\sigma_n^2 = \omega + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2$$

For å ha en stabil GARCH(1,1) prosess kreves det at  $\alpha + \beta < 1$  ellers blir vekten til langsiktig varians negativ. Parametere estimeres fra historisk data ved bruk av "maximum likelihood method". Metoden går ut på å bruke en iterativ (gjentakende) prosedyre for å finne parameteres verdier som maksimerer sjansen for at historisk data vil forekomme. Likningen som blir maksimert er:

$$\sum_{i=1}^m \left[ -\ln(\vartheta_i) - \frac{u_i^2}{\vartheta_i} \right]$$

$$\vartheta_i = \sigma_i^2, \text{dvs. variansen estimert for dag } i$$

Hvis GARCH modellen fungerer bra bør den fjerne autokorrelasjon i  $u_i^2$ . For å undersøke dette konstruerer vi autokorrelasjonsstruktur for variabler  $u_i^2 / \sigma_i^2$ . Dersom disse variablene viser liten autokorrelasjon har GARCH gjort en tilfredsstillende jobb. I tillegg kan vi gjennomføre en statistisk test; Ljung-Box statistikk. Hvis en serie har  $m$  observasjoner blir Ljung-Box statistikk:

$$m \sum_{k=1}^K w_k \eta_k^2$$

der  $\eta_k$  er autokorrelasjon til "lag"  $k$ ,  $K$  er antall "lags",  $m$  er antall observasjoner og

$$w_k = \frac{m+2}{m-k}$$

For  $K=15$  kan hypotesen om null autokorrelasjon forkastes med 95% konfidensintervall når Ljung-Box statistikk er større enn 25 (Hull 2012).

### 3.9. EWMA

EWMA er et spesielt case av GARCH(1,1) hvor  $\gamma = 0$ ,  $\alpha = 1 - \lambda$ ,  $\beta = \lambda$ . For å oppdatere volatilitetsestimatet brukes følgende likning:

$$\sigma_n^2 = \lambda \sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda) u_{n-1}^2$$

Verdien til  $\lambda$  regulerer hvor følsomt estimatet til daglig volatilitet er i forhold til nylige daglige prosentvise endringer. Lav verdi vil gi større vekt til daglige prosentvise endringer og volatilitetsestimatet vil dermed selv være volatilt. Høy  $\lambda$  verdi derimot

genererer estimatet til daglig volatilitet som responderer relativt sakte til daglige prosentvise endringer. Ved å estimere EWMA brukes den samme "maximum likelihood method" og bare en parameter må estimeres (Hull 2012).

Både GARCH og EWMA modellerer volatilitet som er både tidsvarierende og vedvarende. Det er blitt stilt spørsmål om hvor vedvarende volatiliteten egentlig er. Det vil si hvor fort finansielle markeder glemmer store volatilitetssjokk. Lang hukommelse kan defineres fra empirisk data i form av observert vedvarende autokorrelasjon. Graden av vedvarelse innebærer at autokorrelasjon reduseres saktere enn eksponentiell rate fra ARMA klass modeller predikerer (Baillie 1996). Lang hukommelse kan være viktig for både måling av dagens volatilitet og prediksjonen av framtidig volatilitet. GARCH predikerer at framtidig volatilitet konvergerer mot ubetinget volatilitet med en eksponentiell hastighet når prediksjonshorisont øker. Til tross for EWMA's kort hukommelse har volatilitetssjokk en permanent effekt på predikert volatilitet på alle tidshorisonter. Feil i prediksjoner øker i begge modeller når prediksjonshorisonten øker. I sin artikkel sammenligner Harris og Nguyen (2013) økonomisk og statistisk prestasjon av modeller for kort- og lang hukommelse og finner at en alternativ lang hukommelse-EWMA modell har levert bedre prediksjoner enn andre modeller.

### 3.10. Prishopp

Ifølge Merton (1976), når prisendringer beskrives som en kontinuerlig stokastisk prosess, kan disse prisendringene i løpet av et kort tidsintervall bare være av en liten størrelse. Den motsatte prosessen i prisutviklingen vil være "hopp" stokastisk prosess definert i kontinuerlig tid. Denne prosessen tillater positiv sannsynlighet for prisendringer av ekstraordinær størrelse. Merton (1976) forklarer hopp i prisene med kunngjøring av viktig bedriftsspesifikk informasjon. Denne informasjonen vil ikke kunne påvirke markedet generelt, dermed kaller Merton hopp-risiko for ikke-systematisk risiko. Videre foreslår Merton (1976) en Jump-Diffusion Model hvor hopp er kombinert med kontinuerlige prisendringer.

Ifølge Haug (2007) er Mertons modell kritisert for antagelsen om systematikk i hopp, det vil si når priser på noen aktiva hopper 5% opp hopper samtidig en tilsvarende andel

aktiviteten 5% ned. Det er en urimelig forutsetning i situasjonen som for eksempel av børskrakk der alle aksjer har en tendens til å gå i samme retning. I tillegg krever modellen estimering av flere parametere som er vanskelig å estimere i praksis. Bates (1991) prøver å forbedre modellen ved å tillate tilfeldige asymmetriske hopp istedenfor kontinuerlige endringer. Ved å undersøke opsjoner på S&P500 futures avviser Bates (1991) Mertons forutsetning om at hopp-risiko er ikke-systematisk og diversifiserbar. Han påviser at hopp-risiko kan være systematisk når alle priser hopper samtidig.

Bollerslev et al. (2013) dekomponerer hopp i systematisk, det vil si hopp i det brede markedet, og idiosynkratisk, det vil si bedriftsspesifikk hopp. Dette tillater sammenligning av to typer hopp og deres effekt på fordelingen av avkastning. De finner at antall idiosynkratiske hopp er større enn antall systematiske hopp. Gjennomført analyse støtter hypotesen om fete-hopp-haler i fordelingen. Andersen et al. (2007) finner at overaskende makroøkonomiske nyheter genererer betingede gjennomsnittlige hopp. Bollerslev et al. (2008) oppdager at aksjene har en sterk tendens til felles hopp rundt 10a.m. når det er tid for regelmessige makroøkonomiske nyheter.

Store prisbevegelser er vanskeligere å beskytte seg mot og måling og styring av hopp-risiko krever bruk av annerledes statistisk fordeling og prosedyrer for risikostyring enn de som er nødvendig for å måle og styre Gaussian diffusive prisrisiko (Andersen et al. 2012).

Med hensyn til oppgavens størrelse og problemstilling velger vi å ikke bruke noen formelle modeller når vi skal gjennomføre studie av prishopp. Vi er først og fremst interessert i å påvise eller avvise at det er prishopp og at dette dermed kan bidra til å forklare fordelingen vi observerer. Fremgangsmåten er som følger: vi beregner logaritmiske prisendringer/avkastninger  $r_n$  over natten/helgen ved å bruke Close pris på dag  $n-1$  og Open pris på dag  $n$ :

$$r_n = \ln(OpenPris_n / ClosePris_{n-1})$$

Siden man ikke kan handle PBW mellom åpningstider vil prisendringen i løpet av stengetid trolig skyldes hopp.

## 4. Data

For å velge datamaterialet for denne oppgaven har vi definert følgende krav til data. For det første bør dataene være mest mulig representativ for hele sektoren for fornybar energi, derfor ser vi bort fra aksjer på enkelte selskaper og leter etter en indeks eller et fond som er sammensatt av et betydelig antall bedrifter. Jo flere bedrifter innenfor fornybar energi som inngår i indeksen desto mer representativ blir indeksen for hele sektoren. For det andre ønsker vi en dataserie med tilstrekkelig lang historikk. Siste kravet er tilgang til informasjon om omsatt volum og mulighet til å handle finansielt instrument på børs. Vi har gjennomgått flere indekser for å velge en som tilfredsstiller disse kravene.

For eksempel vurderte vi Calvert Global Alternative Energy I (CAEIX) og Firsthand Alternative Energy Fund (ALTEX). CAEIX fondet er etablert 1. juni 2007, investerer minimum 80% av forvaltningskapitalen i selskaper som har alternativ energi som sin kjernevirksomhet. ALTEX er etablert 30. oktober 2007, har tilsvarende investeringsformål og er sammensatt av 35 selskaper. Det betyr på at begge fondene tilfredsstiller krav om representativitet. Sammenlignet med CAEIX og ALTEX har WilderHill® Clean Energy (ECO) Index eksistert lengre, siden 3. mars 2005. Det betyr et større datasett og gjør ECO mer aktuell for oppgavens formål. Manglende informasjon om handlet volum på CAEIX og ALTEX teller mot bruken av disse fondene.

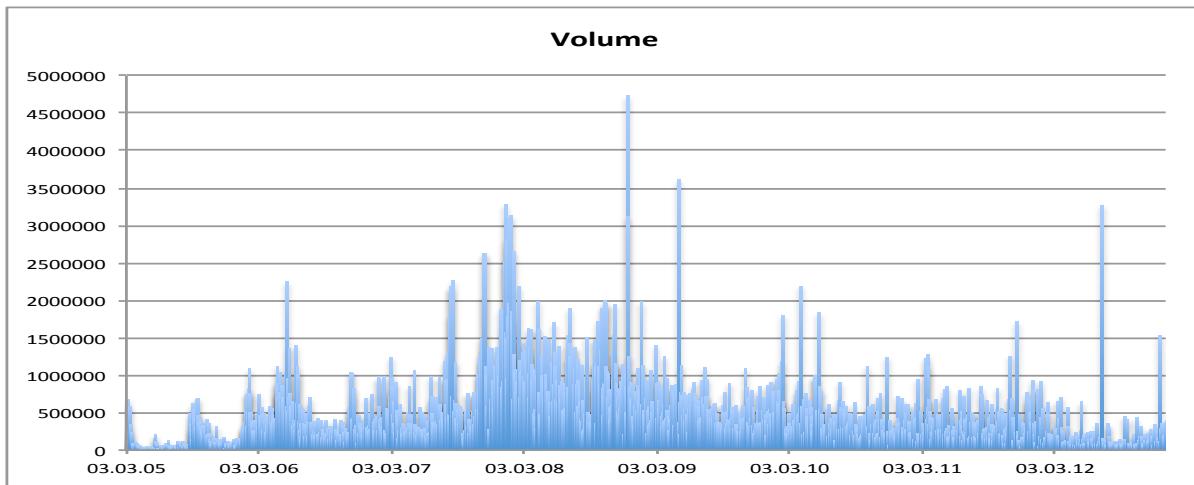
Vi har undersøkt nærmere ECO. Fra WilderShares (2013) får vi følgende informasjon om ECO. ECOs formål er å identifisere og gjenspeile ren energi sektor. Aksjene i ECO indeksen er vektet i forhold til selskapenes og sektorenes signifikans for ren energi, deres teknologiske innflytelse og evne til å forebygge forurensning. Indeksen vektlegger selskaper som har nye økologiske og økonomisk meningsfulle løsninger og som streber etter en ledende posisjon innenfor sektoren.

Sammensetning av indeksen skjer ved bruk av moderne porteføljeteori. Hvert enkelt selskap kan ikke utgjøre mer enn 4% andel i indeksen. Markedskapitalisering av flere selskaper skal være på 200 millioner eller mer. Mindre andel av selskaper kan ha markedskapitalisering mellom 50 millioner og 200 millioner. Et selskap må være

børsnotert på en av de amerikanske børsene, enten NYSE, AMEX eller NASDAQ. Endringer i sammensetningen av indeksen foretas ikke oftere enn kvartalsvis. Indeksen tar ikke høyde for å slå markedet eller finne feilprisede aksjer. Indeksen er sammensatt av cirka 56 selskaper (WilderShares 2013).

Exchange-Traded Funds, PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio (PBW) tar høyde for å gjenspeile ECOs prestasjon. ETF defineres som et børshandlet investeringsprodukt registrert med SEC under 1940Act som "*open-end investment company*" (generelt "*funds*") eller "*a unit investment trust*". ETF tilbyr muligheten til å investere inn i en pool av aksjer, obligasjoner eller andre aktiva. ETF omsettes på børs til markedspris (SEC 2012).

PBW investerer minst 90% av totale midler i aksjene til selskapene som inngår i ECO og per 25. mars 2013 er det 50 selskaper i PBW (PowerShares WilderHill 2013). Investorer som ønsker å handle sektoren for ren energi slik den er definert i ECO, kan gjøre det ved å handle PBW. I denne oppgaven bruker vi prisdata for PBW fra 3. mars 2005 til 31. januar 2012. Vi velger PBW overfor ECO fordi PBW kan faktisk handles og det gir oss informasjon om handlet volum (figur 3.).



Figur 3. Handlet daglig volum i PBW

PBWs prestasjon og avkastning kan avvike fra indeksens prestasjon og avkastning. Tabell 1. inneholder informasjonssammendrag om PBW. Det er også verdt å nevne at

fondet investerer i større grad i små og mellomstore voksende selskaper slik det er vist i tabell 1. Denne investeringsstrategien kan bety større risiko enn det man tradisjonelt forbinder med investeringer i store selskaper.

**Tabell 1. Informasjon om PBW og selskapenes markedskapitalisering**

Informasjon om PBW	Markedskapitalisering og stil
Fund Ticker	PBW
Index Ticker	ECO
Index Provider	WillderHill
Management Fee	0,50 %
Net Expense Ratio	0,70 %
Marginable	Yes
Short Selling	Yes
Options	Yes
Exchange	NYSE Arca
Inception Date	03.03.05
# of Holdings	50

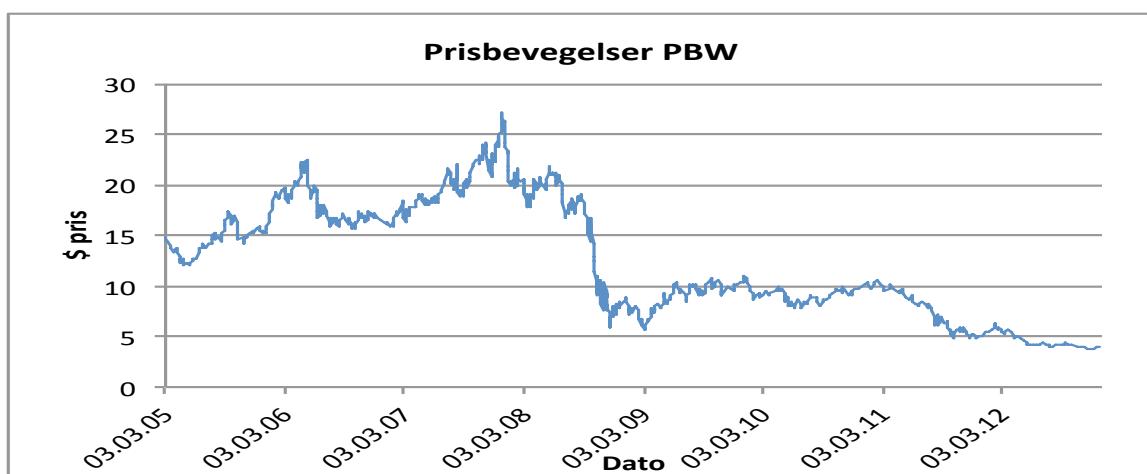
Full oversikt over selskaper og deres andel i fondet er gjengitt i vedlegg 1. og tabell 2. viser topp ti selskaper i fondet per 25. mars 2013. Fondet rebalanseres kvartalsvis. Det betyr at fondet ikke er aktivt forvaltet.

**Tabell 2. Topp ti selskaper i PBW**

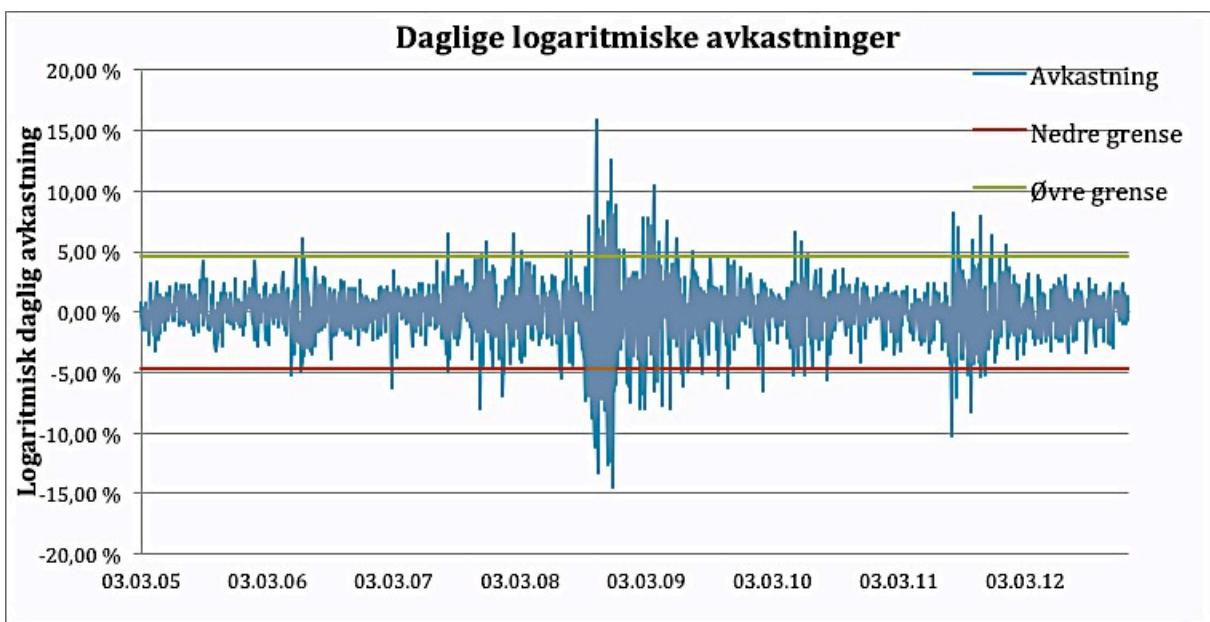
Topp ti selskaper i PBW		
Sunpower Corp.	4,87 %	Intl Rectifier Corp.
Cree Inc.	4,35 %	Fuel Systems Solutions Inc
Zoltek Companies Inc.	3,84 %	Universal Display Corp.
Gentherm Inc.	3,42 %	Memc Electronic Mate
Enernoc Inc.	3,35 %	Tesla Motors Inc.

## 5. Empiriske funn og analyse

Markedet for fornybar energi er kjennetegnet ved en relativt høy volatilitet. Figur 4. tyder på store prissvingninger i hele observasjonsperioden. PBW viser en tydelig oppadgående trend etter etablering. Kraftig oppgang i solarmarkedet er en av grunnene til den observerte kraftige prisveksten i 2007. Prisen har økt fra \$16,29 den 3. januar 2007 til \$27,17 den 26. desember 2007. Allerede fra begynnelse av 2008 antyder figur 4. nedgang i PBW. I september 2008 da finanskrisen var et faktum observerer vi et kraftig prisfall til et historisk lavt nivå. Når vi supplerer dette bildet med grafisk framstilling av daglige avkastninger, viser figur 5. store svingninger i daglige avkastninger på slutten av 2008 og i løpet av første del av 2009. Sektor for solar energi nevnes som en hovedgrunn til ECOs, og dermed PBWs, prisfall (Q4 Quarterly Report 2011). Fireårsperioden 2008-2011 preges av nedgang i solarsektoren. Til og med når antall solarinstallasjoner øker kraftig, har sektoren slitt med overkapasitet, reduserte marginer, tapt prisettingsmakt og kutt i subsidieringsordninger. 2011 er preget av statsgeldsproblematikken i Europa og usikkerheten i markedene. Videre karakteriseres finansmarkedet av risikoaversjon globalt, og ren energisektor, spesielt solar, oppfattes av enkelte analyserapporter som "not the place to be for long periods" (Q4 Quarterly Report 2011). Venture capital og private equities har derimot økt investeringer i fornybar energi-selskaper til \$1,4 milliarder globalt i første kvartal 2012 mot \$1,1 milliard i siste kvartal 2011 med de største investeringene i solar og biodrivstoff (UNEP 2012). Usikkerheten i denne sektoren samt prisvolatilitet gjør risikomåling og risikostyring vel så viktig og relevant for ren energi sektorens framtid.



Figur 4. Prisfluktuaasjon, 03.03.2005-31.12.2012



Figur 5. Daglig avkastning til PBW, 03.03.2005-31.12.2012

Når vi utelukkende ser på de daglige avkastningene, kan vi se volatilitet clustere, det vil si høy volatilitet blir fulgt av høy volatilitet slik situasjonen er fra september 2008 som varte i cirka et år og en cluster til fra august 2011 og ut over året (figur 5.). 95% konfidensintervallet til daglig avkastning ifølge normalfordeling skal ligge innenfor grenser:

$$\text{Øvre grense} = 0 + (0,02387 * 1,96) = 0,0461$$

$$\text{Nedre grense} = 0 - (0,02387 * 1,96) = -0,0474$$

Avkastningen til PBW overskridet 95% konfidensintervallet flere ganger. Man skal forvente at 5% av observasjonene ligger utenfor 95% konfidensintervallet. Dette vil vi undersøke nærmere senere i oppgaven.

I tabell 3. oppsummerer vi de viktigste funnene fra deskriptiv statistikk. Range, som indikerer avstanden mellom den minste og den største observasjonen, er 30% poeng, noe som tyder på en stor spredning i observasjonenes størrelse. Det kommer tydelig frem også når man ser på daglige minimums- og maksimumsavkastninger som er ekstremt høye i absolutt verdi. Daglig gjennomsnittlig avkastning i observasjonsperioden er negativ og er nær null. Vi ser store svingninger i priser og avkastninger (figur 4. og 5.) noe som tyder på en relativt høy prisvolatilitet.

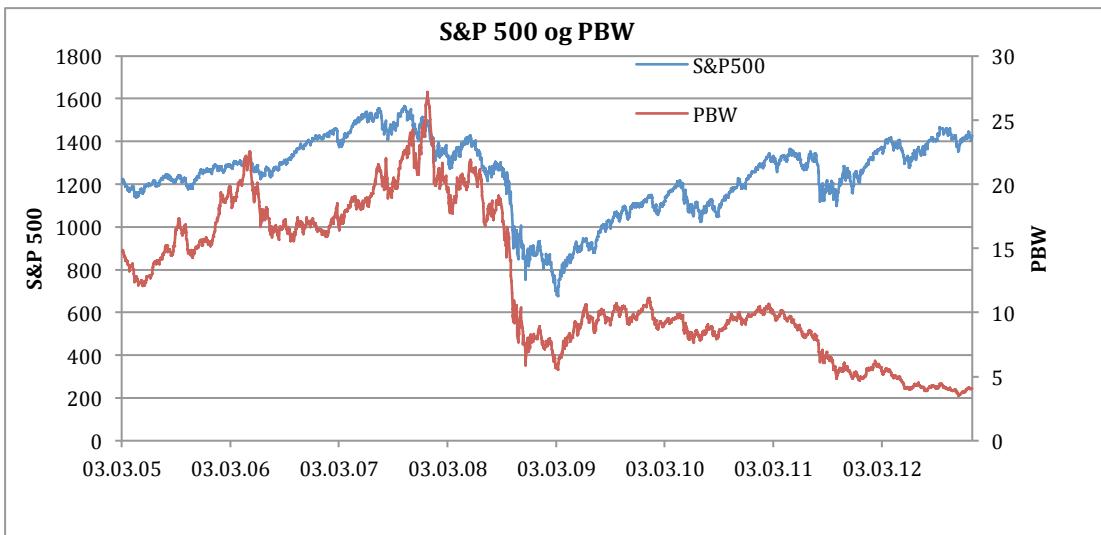
Standardavvik er et vanlig risikomål. Årlig standardavvik over hele observasjonsperioden, annualisert med rotens av 365 dager, er 45,60% og bekrefter at prisene kan være ganske volatile i dette markedet. Disse resultatene tyder på en betydelig volatilitetsrisiko og videre vil vi analysere nærmere hva det innebærer for risikostyring.

**Tabell 3. Deskriptiv statistikk av avkastningen til PBW**

<i>Antall observasjoner</i>	1971	<i>Standard feil til daglig gjennomsnitt</i>	0,00054
<i>Avkastningens gjennomsnitt, daglig</i>	-0,065%	<i>Minimum</i>	-14,59%
<i>Avkastningens gjennomsnitt, årlig</i>	-23,81%	<i>Maximum</i>	15,83%
<i>Varians, daglig</i>	0,0006	<i>Range</i>	0,30416
<i>Varians, årlig</i>	0,2079	<i>Median</i>	0,00052
<i>Standardavvik, daglig</i>	2,39%	<i>Estimert skjevhetsgrad</i>	-0,3602
<i>Standardavvik, årlig</i>	45,60%	<i>Estimert Pearson kurtosis</i>	8,0053

## 5.1. Systematisk risiko

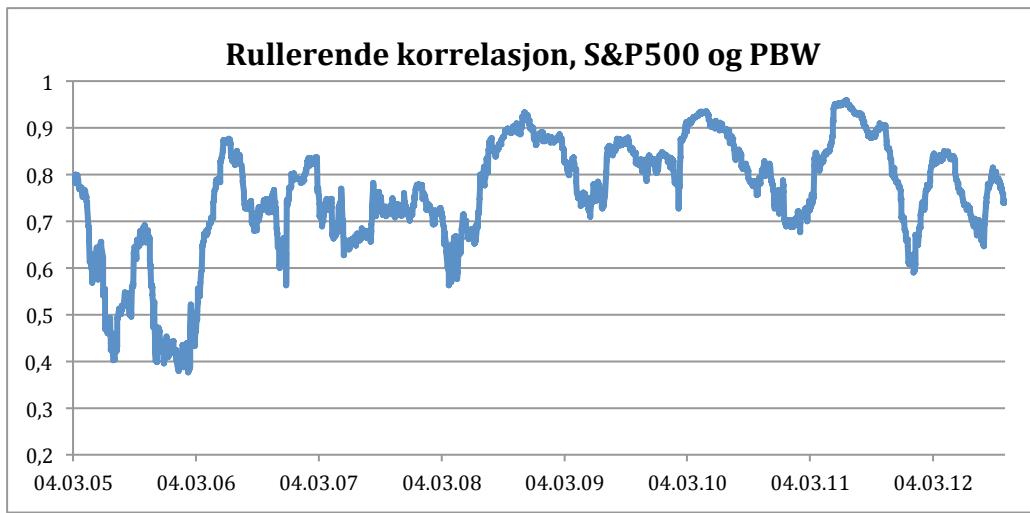
Vi velger å definere S&P500 indeksen som et mål på markedstilstand eller presentasjon av et bredt marked. Denne indeksen er sammensatt av 500 "large cap" amerikanske selskaper og har mangfoldig karakter. For å få et fullstendig bilde av prisrisikoen ved investeringen i PBW blir det nyttig å analysere hvordan PBW responderer på makroendringer i markedet. Vi begynner med en grafisk illustrasjon av prisutviklinger på både S&P500 og PBW. Figur 6. viser at siden etableringen av PBW har fondet og markedet beveget seg for det meste i samme retning med noen unntak. Fra begynnelsen av 2012 har trenden endret seg. Det brede markedet viser en oppgang mens PBW er på vei ned.



**Figur 6. Prisfluktuasjon på S&P 500 og PBW**

Videre vil vi undersøke hvordan avkastningene til S&P500 og PBW er korrelert. Det vil si at vi ser på samvariasjon mellom to variabler. Absoluttverdien til korrelasjonen mellom avkastningene på S&P500 og PBW sier hvor sterk den lineære sammenhengen mellom disse variablene er. Vi finner at korrelasjonen over hele observasjonsperioden er lik 0,82 og er positiv noe som tilsier en sterk positiv sammenheng mellom markedet og PBW.

Denne relasjonen kan være ustabil over tid. Rullerende korrelasjon med 60-dagers vindu viser betydelig ustabilitet i korrelasjonen mellom disse variablene (figur 7.). Dette kan ha konsekvenser for porteføljesammensetning av disse aktiva og gjør at modeller som baserer seg på konstant korrelasjon vil feilvurdere risiko når korrelasjonen mellom to aktiva endrer seg.



**Figur 7. Rullerende korrelasjon mellom avkastninger på S&P500 og PBW**

La oss undersøke nærmere hvor følsom avkastningen til PBW er til endringene i det brede markedet. Ved hjelp av regresjonsanalyse har vi beregnet systematisk risiko og resultatene er gjengitt i tabell 4. Ifølge Løvås (2004) går regresjonsanalysen lenger enn korrelasjonsanalysen. Den viser ikke bare om det er sammenheng mellom variablene, men også hvilken sammenheng det er. Vi har benyttet enkel lineær regresjon som betyr at vi ser på en rettlinje sammenheng mellom markedsavkastning og PBWs avkastning.

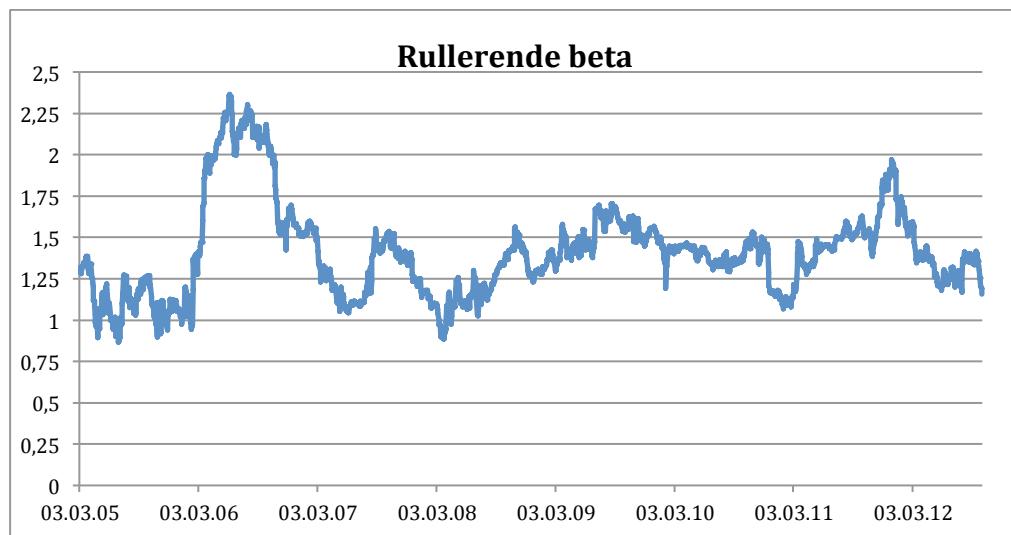
**Tabell 4. Regresjonsanalyse**

Linear Regression							
Regression Statistics							
R Square	0,6721						
Adjusted R Square	0,6719						
Standard Error	0,01367						
Total Number Of Cases	1971						
Return PBW = -0,0008 + 1,3893 * Return S&P500							
Coefficients	Standard Error	LCL	UCL	t Stat	p-level	H0 (1%)	rejected?
Intercept	-0,00077	0,00031	-0,00156	0,00003	-2,49389	0,01272	No
Return S&P500	1,3893	0,02187	1,33291	1,44569	63,52566	0,E+0	Yes
LCL - Lower value of a reliable interval (LCL)							
UCL - Upper value of a reliable interval (UCL)							

Justert  $R^2=0,67$ , det betyr at 67% av endringer i avkastningen til PBW er forklart av endringer i avkastningen til S&P500. Estimert beta-koeffisient er større enn 1 og kan beskrives som en aggressiv beta på 1,39, det vil si at 1% endring i avkastningen til S&P500 vil bli etterfulgt av 1,39% endring i avkastningen til PBW. Det betyr at

markedsrisikoen er betydelig og at den per definisjon ikke enkelt kan fjernes med diversifisering.

Estimering av beta ut fra hele datasettet kan være utfordrende på samme måte som beregning av korrelasjon over hele perioden. Spørsmålet om beta er stabil over tid kan besvares ved å beregne rullerende beta. Vi bruker i beregning av beta formelen fra kapittel 3.3. og 60-dagers vindu. Resultatene er presentert i figur 8. Vi kan observere at beta er ustabil og at den sjeldent er lavere enn 1. Det innebærer at nedgangen i markedet kan ha dramatiske konsekvenser for investorer i en lang posisjon i PBW. Vi observerer reduksjon i beta i det siste observasjonsåret. Dette er i samsvar med prisutviklingen illustrert i figur 6. hvor PBW og S&P500 tydelig beveger seg i motsatt retning.



Figur 8. Rullerende beta med bruk av 60-dagers vindu

For å oppsummere dette kapittelet kan vi konkludere at investeringen i PBW innebærer høy markedsrisiko i perioder av markedsnedgang, samtidig har investeringen et stort potensiale i oppgangstider. Vi kan også argumentere for PBWs potensiale med tanke på langsiktige trender i energisektoren hvor olje- og gassressursene vil trolig ta slutt og fornybar energi vil ta over. Måling av markedsrisikoen til en hver tid kan være en vanskelig oppgave på grunn av ustabil korrelasjon mellom avkastninger på S&P500 og PBW.

## 5.2. VaR og Expected Shortfall

Situasjoner med høy volatilitet innebærer risikoen for å ende opp i fordelingens haler. Denne risikoen ønsker vi å måle ved hjelp av definerte VaR og Expected Shortfall metoder. VaR vil gi et anslag for det beste potensielle tapet i fordelingens haler. Dette kan potensielt innebære undervurdering av risikoen når man plukker ut bare det mest skånsomme utfallet. Expected Shortfall er et risikomål som kan gi en mer realistisk antydning på hvor ille det kan gå når et av de verste scenarioene inntrer.

### 5.2.1. Parametrisk VaR og Expected Shortfall

Når vi først tar for oss den parametriske metoden, får vi VaR og Expected Shortfall estimatene slik de er presentert i tabell 5.

Tabell 5. Parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES)

VaR <sub>5%</sub>	3,926 %	ES <sub>5%</sub>	4,922 %
VaR <sub>1%</sub>	5,552 %	ES <sub>1%</sub>	6,366 %

Størrelsene til VaR og Expected Shortfall estimatene er like for øvre og nedre grenser i fordelingen. Det er fordi metodene baserer seg på forutsetningen om normalfordelt avkastning som er symmetrisk. Det er ikke nødvendigvis en riktig forutsetning og vi skal se nærmere på fordelingen i neste kapittel. Generelt viser resultater at både VaR og Expected Shortfall øker når vi utvider konfidensintervall som er i samsvar med teorien.

For å illustrere hvordan VaR brukes i praksis, antar vi en lang posisjon i PBW på 10 millioner og kalkulerer både VaR<sub>95%</sub> og VaR<sub>99%</sub>. Resultatene i tabell 6. indikerer blant annet at det er 99% sannsynlighet at man ikke kan tape mer enn \$555.159 på en dag eller \$2.603.926 på en måned.

Tabell 6. VaR<sub>95%</sub> og VaR<sub>99%</sub> til en teoretisk portefølje

	VaR <sub>95%</sub>	VaR <sub>99%</sub>
Posisjon \$	10 000 000	10 000 000
Daglig standardavvik	0,0239	0,0239
Standardavvik i \$	238 675	238 675
Standard normal kvantil	1,645	2,326
En dags VaR \$	-392 621	-555 159
Månedlig VaR \$ (22dager)	-1 841 555	-2 603 926

VaR blir ofte omtalt som worst case scenario, og kan være en misvisende risikobetraktnings. Hvis vi sammenligner VaR estimatet med den største observerte negative daglige prisendringen på -14,59%, ser vi at VaR ikke ville klart å fange opp dette ekstreme prisfallet (tabell 7.). Man kunne ha tapt \$1.458.828 på en dag, som er \$903.669 mer enn VaR<sub>99%</sub> predikerer. Dette tyder på at parametrisk VaR ikke er en tilstrekkelig metode for å gi et bilde av omfanget av hale-risiko. VaR sier at det er 1% sannsynlighet å tape mer enn \$555.159, men ikke hvor mye mer man kan tape.

**Tabell 7. Daglig VaR vs. Maksimalt historisk tap**

Posisjon	10 000 000
Min historisk prisendring	-14,59 %
Max historisk tap \$	-1 458 828
Avvik fra VaR 95%	-1 066 207
Avvik fra VaR 99%	-903 669

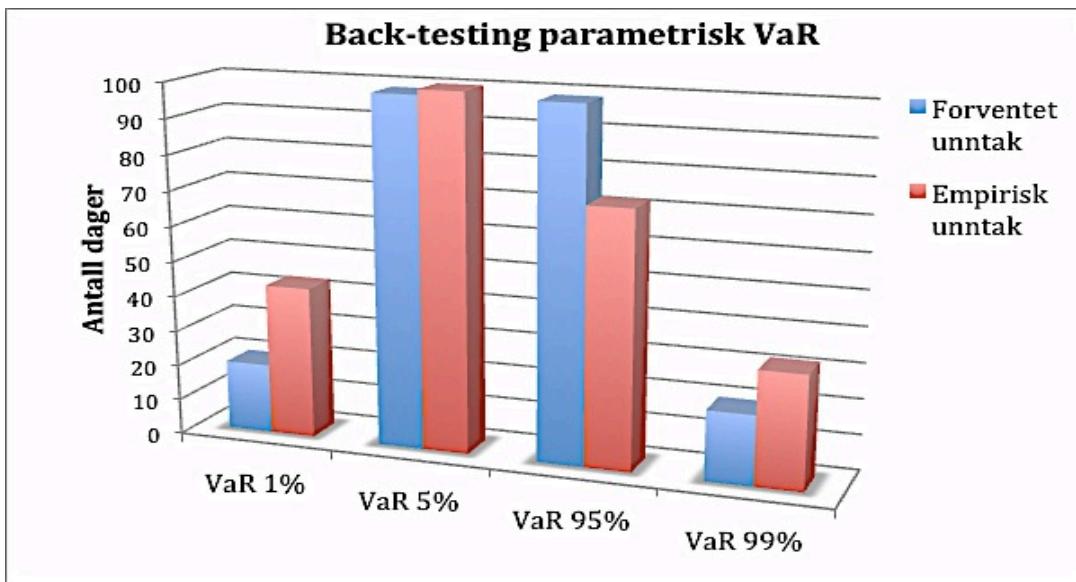
En metode som ofte er brukt for å sjekke om VaR ville ha gjort en god jobb er "back-testing". Denne metoden innebærer testing for hvor nøyaktig VaR estimatene ville ha vært i fortid. Hvis vi tar for oss VaR<sub>99%</sub>, går back-testing ut på beregning av hvor ofte daglige avkastninger overskridet det relevante VaR estimatet. Disse dagene kalles for unntak. Når unntakene forekommer i ca.1% av dagene kan kalkulasjonsmetoden betraktes som tilstrekkelig bra (Hull 2010).

**Tabell 8. Back-testing parametrisk VaR**

	VaR 1%	VaR 5%	VaR 95%	VaR 99%
Forventet unntak	20	99	99	20
Empirisk unntak	43	100	72	32
Back-test	<b>2,18 %</b>	<b>5,08 %</b>	<b>3,65 %</b>	<b>1,62 %</b>

Back-testing i tabell 8. viser at VaR<sub>5%</sub> estimatet er overskredet ca.5,08% av dager og antyder at dette estimatet er tilstrekkelig bra for å predikere VaR<sub>5%</sub>. Det kan vi ikke påstå i forhold til VaR<sub>1%</sub> som ble overskredet i 2,18% tilfeller, nesten dobbelt så mange ganger som forventet. Dette betyr at VaR<sub>1%</sub> underestimerte venstre hale-risiko på 1% signifikansnivå. Når vi back-tester VaR estimatene til den øvre halen, viser testen at

VaR<sub>95%</sub> overestimerer høyre hale-risiko, mens VaR<sub>99%</sub> derimot igjen har underestimert høyre hale-risiko (tabell 8. og figur 9.).



Figur 9. Back-testing parametrisk VaR

Ut fra analysene i dette kapittelet kan vi påpeke to ulemper ved parametrisk VaR. For det første sier ikke metoden noe om størrelsen til et potensielt tap. For det andre antyder back-testing at parametrisk VaR ikke har bestått testen, spesielt ytterst i halene. Det kan skyldes at det er flere ekstreme observasjoner enn normalfordelingen predikerer. Dermed kan parametrisk VaR være et upålitelig risikomål. Expected Shortfall forsøker å rette det første problemet med VaR og gi risikoanslaget når VaR grensen er overgått. Likevel blir dette risikomålet fortsatt langt unna det observerte maksimale tapet, trolig på grunn av stor spredning i dataene.

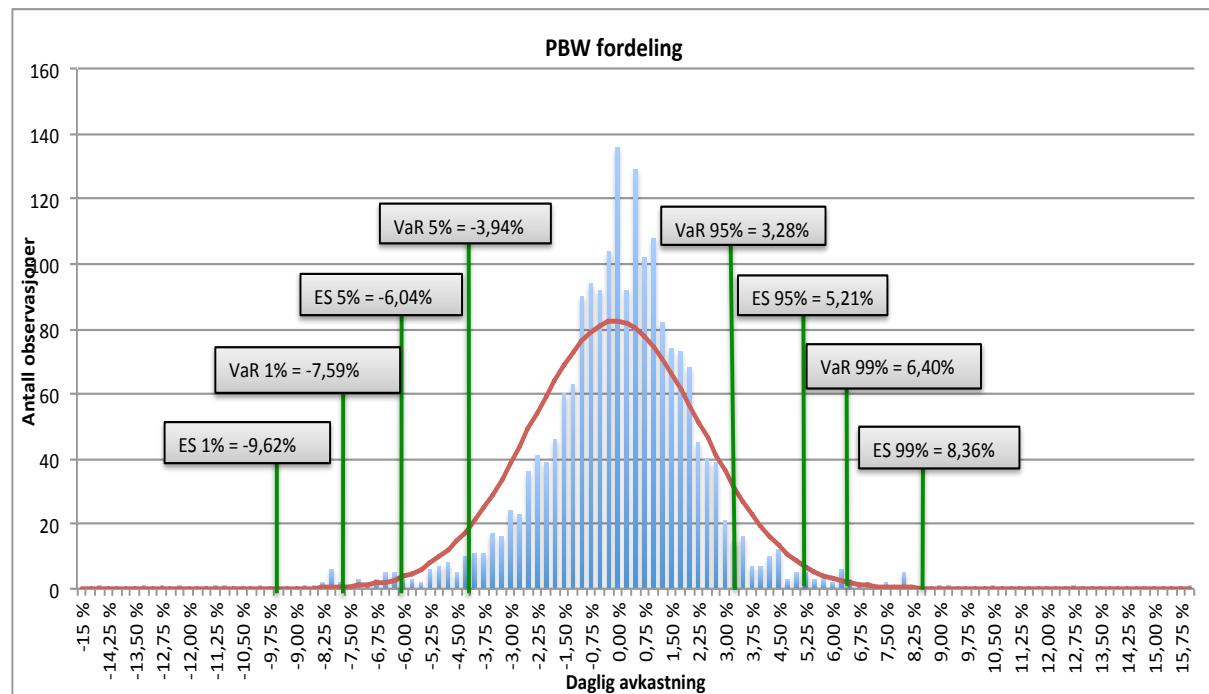
### 5.2.2. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall

Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall er estimert ut fra den historiske fordelingen. Fordelen ved denne metoden er at man ikke trenger å gjøre noen forutsetninger om hvordan avkastninger er fordelt og bruker den empiriske fordelingen. I motsetning til parametrisk metode tillater ikke-parametrisk metode fete haler og skjevhetsmomenter. Denne metoden kan tilpasses både lang og kort posisjon.

Når vi estimerer VaR for øvre og nedre grenser ser vi at resultatene ikke er symmetriske. Estimatene indikerer høyere risiko i nedre hale, det vil si høyere risiko for en i lang posisjon enn for en i kort posisjon i PBW (tabell 9. og figur 10.). Siden denne metoden baserer seg på de virkelige historiske avkastningene inkluderer datasettet ekstreme verdier som dominerer risikoestimater, spesielt Expected Shortfall. Det kan være et misvisende risikomål hvis man ikke forventer at historien skal gjenta seg. Med tanke på at markedet for fornybar energi fortsatt betraktes som ganske volatilt kan ikke-parametriske risikomål være mer aktuelle enn parametriske risikomål. Allikevel får vi 1% Expected Shortfall på -9,62% som er nesten 5% poeng lavere i absolutt verdi enn den maksimale observerte negative avkastningen på -14,59%.

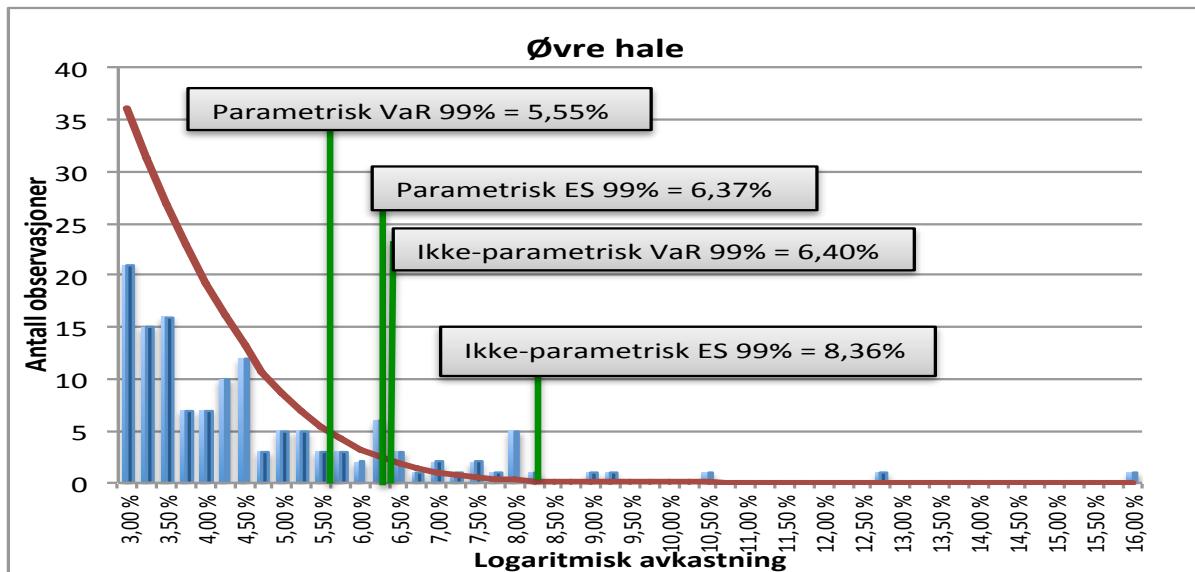
**Tabell 9. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES)**

VaR 5%	-3,94 %	VaR 95%	3,28 %
Var 1%	-7,59 %	VaR 99%	6,40 %
ES 5%	-6,04 %	ES 95%	5,21 %
ES 1%	-9,62 %	ES 99%	8,36 %

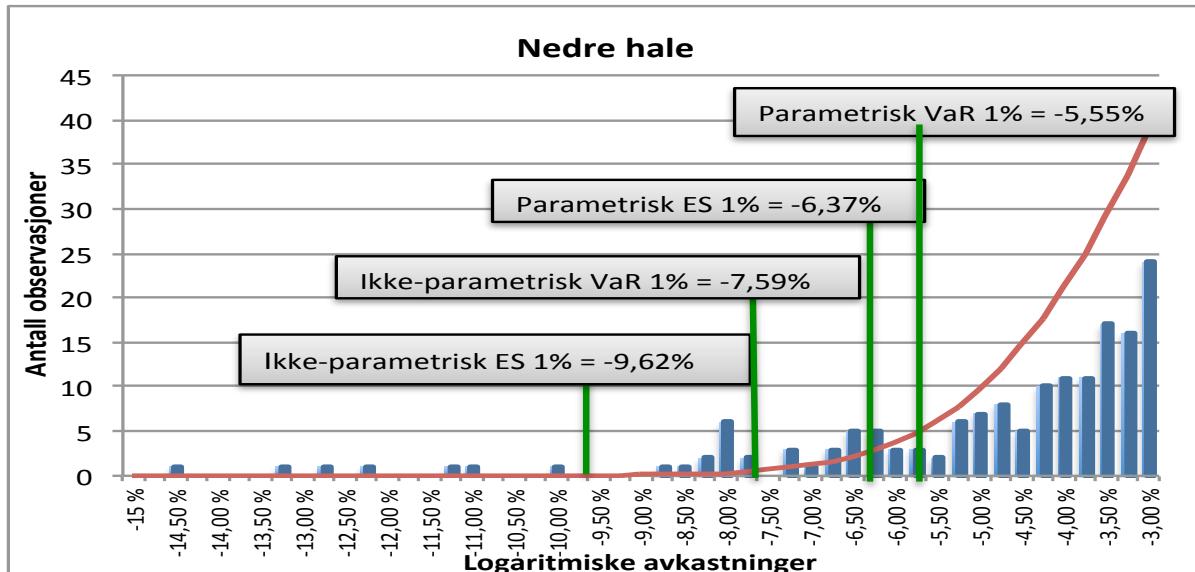


**Figur 10. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES)**

Figur 11. og 12. illustrerer forskjeller mellom parametrisk og ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall estimatorer. Differansen mellom verdier er noe større for nedre hale og kan skyldes negativ skjevhet i fordeling. Det er også interessant å observere at 1% parametrisk Expected Shortfall er lavere enn ikke-parametrisk VaR<sub>1%</sub> og VaR<sub>99%</sub>. Det betyr at ikke-parametriske metoder bygget på historisk fordeling estimerer betydelig høyere hale-risikoen enn parametriske metoder.



Figur 11. VaR og Expected Shortfall for øvre hale med 1% signifikansnivå



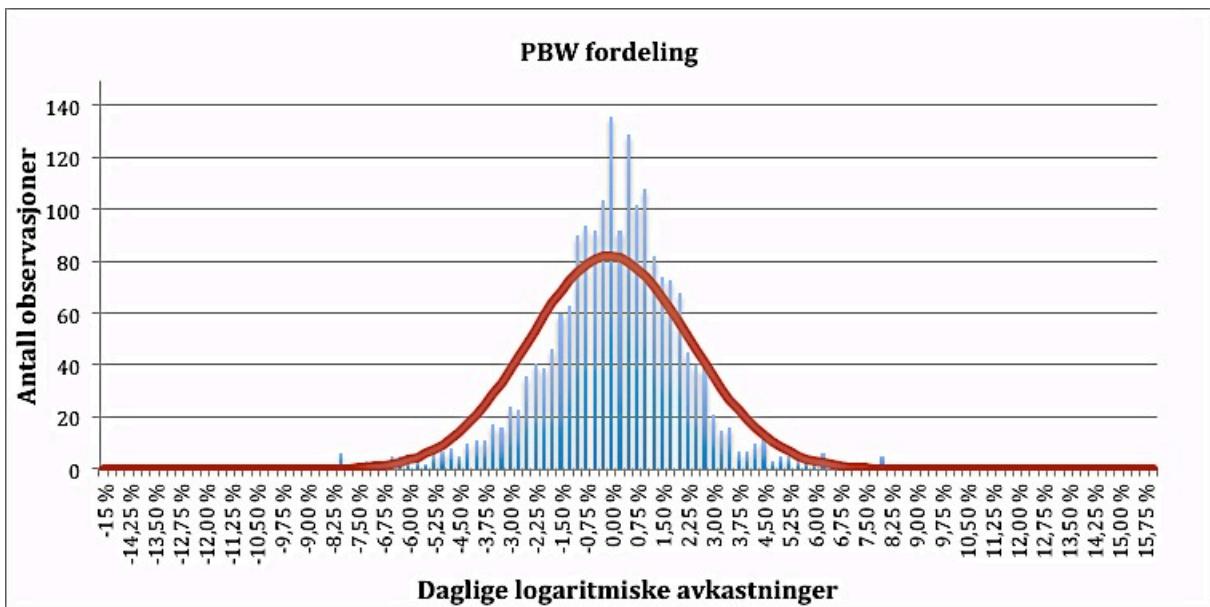
Figur 12. VaR og Expected Shortfall for nedre hale med 1% signifikansnivå

La oss sammenligne parametrisk VaR<sub>1%</sub> og ikke-parametrisk VaR<sub>1%</sub> for den nedre grensen i fordelingen. Figur 12. antyder at det sist nevnte estimatet er -7,59% og predikrer en betydelig høyere hale-risiko enn parametrisk VaR<sub>1%</sub> på -5,55% gjør. Ikke-parametrisk VaR som er estimert i perioden med høy volatilitet kan forøvrig overestimere risikoen når volatiliteten avtar. I tillegg vektlegger ikke-parametrisk VaR alle observasjoner likt, og eldre ekstreme observasjoner vil ha stor påvirkning på estimert dagens VaR. Det kan være et misvisende risikomål hvis man ikke forventer at historien skal gjenta seg. Expected Shortfall tallfester hvilket gjennomsnittlig tap i halene som kan oppstå. Dette risikomålet er større enn VaR per definisjon. Allikevel så vi at gjennomsnittet kan være langt unna det maksimale observerte tapet.

Vi konkluderer med at man kan ha innvendinger mot både parametrisk og ikke-parametrisk risikoestimeringsmetoder.

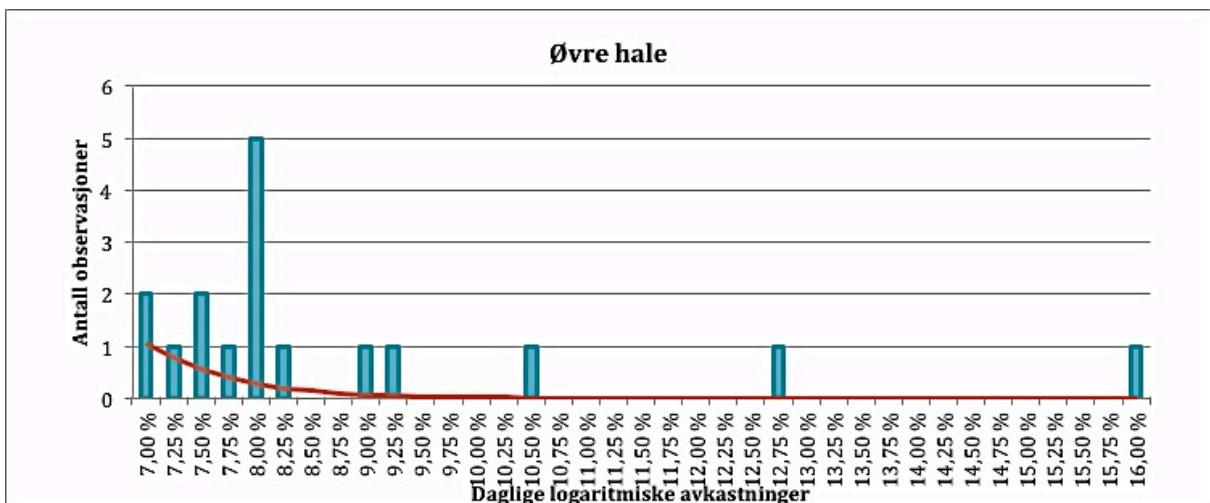
### 5.3. Fordeling av avkastning

Innledningsvis ble det redegjort for forutsetningen om normalfordelt avkastning som ligger til grunn for flere finansteorier. Blant annet er parametrisk VaR basert på denne forutsetningen. I forrige kapittel så vi at parametrisk VaR ikke har bestått back-testing. Grunnen til dette kan ligge i fordelingen av avkastning. La oss se nærmere på historisk avkastning til PBW plottet inn i samme figur 13. med normalfordelingskurve. Grafisk framstilling av avkastningen viser en høyere topp sammenlignet med normalfordeling. Det betyr at det er flere observasjoner rundt gjennomsnittet og dermed er det flere rolige dager i markedet enn normalfordelingen tilsier.

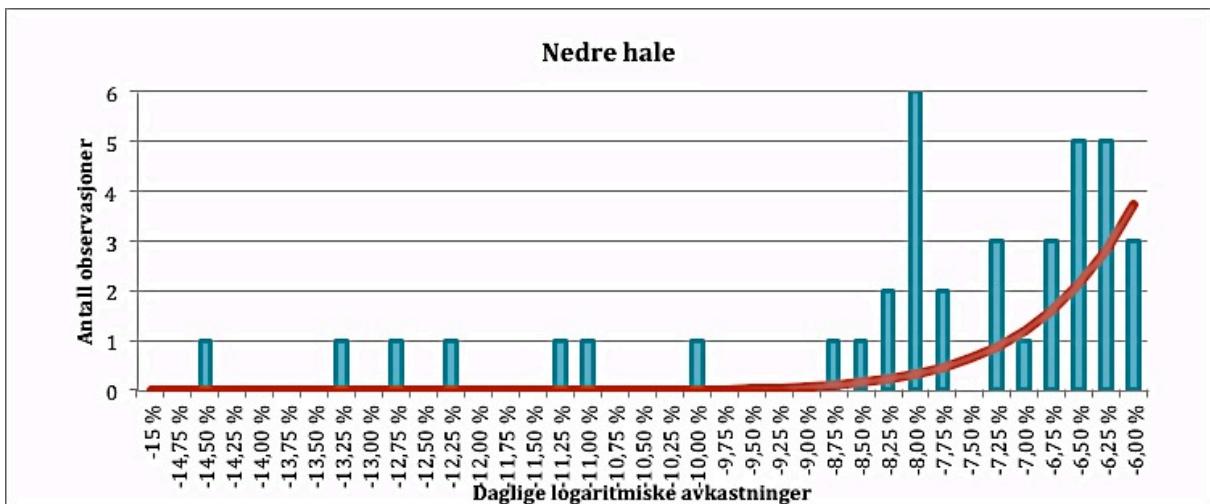


Figur 13. Fordeling av avkastning med overliggende normalfordelingskurve

Nærmere grafisk analyse av fordelingens haler i figur 14. og 15. viser at fordelingen inneholder flere ekstreme verdier i den nedre grensen enn i den øvre grensen. Flere observasjoner i den venstre halen kan resultere i en asymmetrisk, negativt skjev fordeling. Slik skjevhets innebefatter større hale-risiko for investorer som har en lang posisjon i PBW. Ut fra den grafiske framstillingen av avkastningen kan vi se at fordelingen avviker fra gaussianfordelingen. Denne asymmetrien kan være grunnen til at den parametriske VaR<sub>95%</sub> har overestimert øvre hale-risiko, mens VaR<sub>1%</sub> har underestimert nedre hale-risiko.



Figur 14. Øvre hale i fordelingen av avkastning med overliggende normalfordelingskurve



Figur 15. Nedre hale i fordelingen av avkastning med overliggende normalfordelingskurve

For å supplere den grafiske analysen, kalkulerer vi skjevhets, kurtosis og Jarque-Beras test statistikk (tabell 10.). Den estimerte skjevheten er på -0,3602. Skjevheten til en normalfordelt avkastning forventes å være lik null. For å teste om skjevheten er lik null formulerer vi  $H_0$  hypotesen om at skjevheten er lik null og gjennomfører to-siders T-test med 95% konfidensintervall eller 5% signifikansnivå. For en hver ukjent parameter  $\theta$  kan vi foreta en T-test dersom estimatoren  $\hat{\theta}$  er forventningsrett og normalfordelt og vi har estimert standardfeil:  $T = \frac{\hat{\theta} - \theta_0}{SE(\hat{\theta})}$  (Løvås 2004). Den absolute verdien til estimert t-verdi er større enn t-kritisk og vi forkaster  $H_0$  hypotesen om at skjevheten er lik null på signifikansnivå 5%. Den estimerte kurtosis er lik 8,0053. StatPlus, som brukes i denne oppgaven for generering av deskriptiv statistikk, rapporterer Pearson kurtosis som forventes å være lik 3 dersom data er normalfordelt. Vi gjennomfører tilsvarende T-test for kurtosis og formulerer følgende  $H_0$  hypotese: kurtosis er lik 3. Vi forkaster  $H_0$  hypotesen med 5% signifikansnivå fordi t-statistisk er større enn t-kritisk. Både skjevhet og kurtosis antyder at avkastningen ikke er normalfordelt.

Man skal være varsom med bruk av T-testen fordi testen bygger på forutsetningen om at estimat er forventningsrett og normalfordelt, noe som trolig ikke er tilfelle her. En mer formell normalitetstest Jarque-Bera er derfor gjennomført. Resultatet av Jarque-Bera statistikk på 2100 tilsier sterkt forkastelse av hypotesen om normalfordelt avkastning på både 5% og 1% signifikansnivå.

**Tabell 10. Skjevhets, kurtosis og Jaque-Bera. Hypotesetesting**

Estimert skjevhetsverdi	-0,3602	Estimert kurtosis	8,0053	Jarque-Bera statistikk
H0: Skjevhetsverdi = 0		H0: Kurtosis = 3		H0: W = 0
H1: Skjevhetsverdi ≠ 0		H1: Kurtosis ≠ 3		H1: W ≠ 0
T-test Skjevhetsverdi		T-test Kurtosis		
SE(s)	0,0552	SE(k)	0,1104	Estimert W = 2100
Statistisk t-verdi	-6,53	Statistisk t-verdi	45,36	Kritisk verdi, alfa 5% = 5,99
Kritisk t-verdi	1,96	Kritisk t-verdi	1,96	Kritisk verdi, alfa 1% = 9,21
Forkast H0 med 95%k.i.		Forkast H0 med 95%k.i.		Forkast H0 i begge tilfeller

Resultatene fra den statistiske analysen er konsistente med den grafiske analysen av fordelingen. Det betyr at fordelingen kan beskrives som ikke-normal, med negativ skjevhetsverdi, høyere topp og med fete haler. En slik fordeling kan forklare at parametrisk VaR ikke har bestått back-testing. En implikasjon av disse resultater vil være at parametrisk VaR ikke er til å stole på.

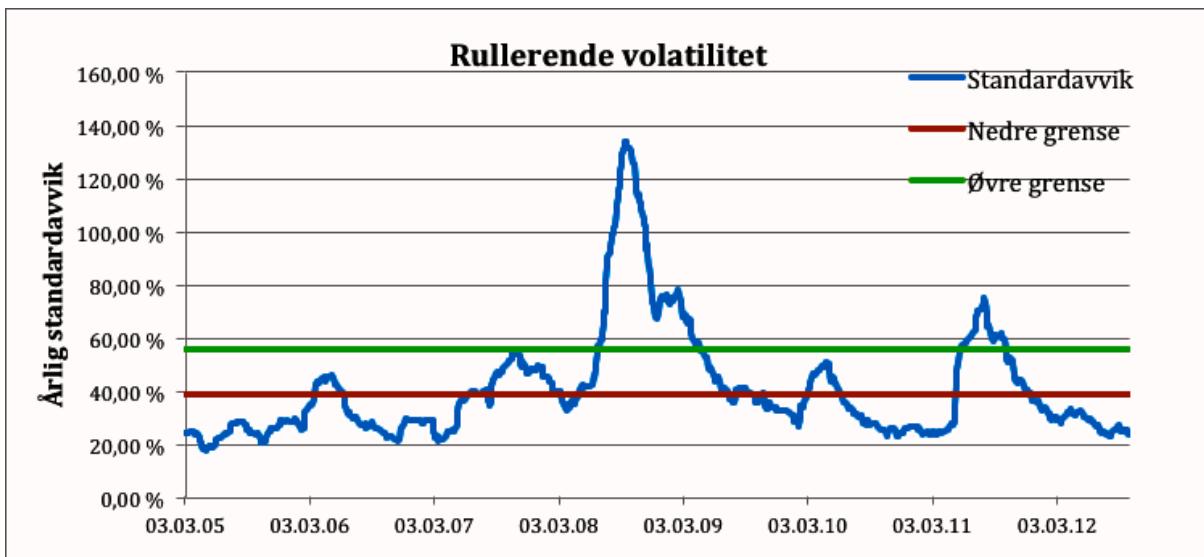
## 5.4. Volatilitetsanalyse

Observerte fete-haler i fordelingen innebærer større risiko enn normalfordelingen tilslirer. Fra tidligere forskning vet vi at grunnen til fete haler kan være stokastisk volatilitet og/eller hopp (Bollerslev et al. 2013). Videre i analysekapittel skal vi undersøke om vi kan forklare ikke-normalfordeling med stokastisk volatilitet og/eller prishopp. Den første hypotesen om tidsvarierende volatilitet blir etterprøvd med bruk av rullerende volatilitet og stokastisk volatilitets modeller GARCH og EWMA.

### 5.4.1. Rullerende standardavvik

Vi begynner med å beregne et rullerende standardavvik. Vi har estimert daglige standardavvik ved bruk av 60-dagers vindu og har annualisert resultatene ved å gange de daglige standardavvikene med rotens av 365 dager. Deretter har vi beregnet 95% konfidensintervall ved bruk av kjikvadratfordeling og N lik 60 observasjoner som blir et mål på samplingsfeil:

$$[38,65\% \leq 45,6\% \leq 55,62\%]$$



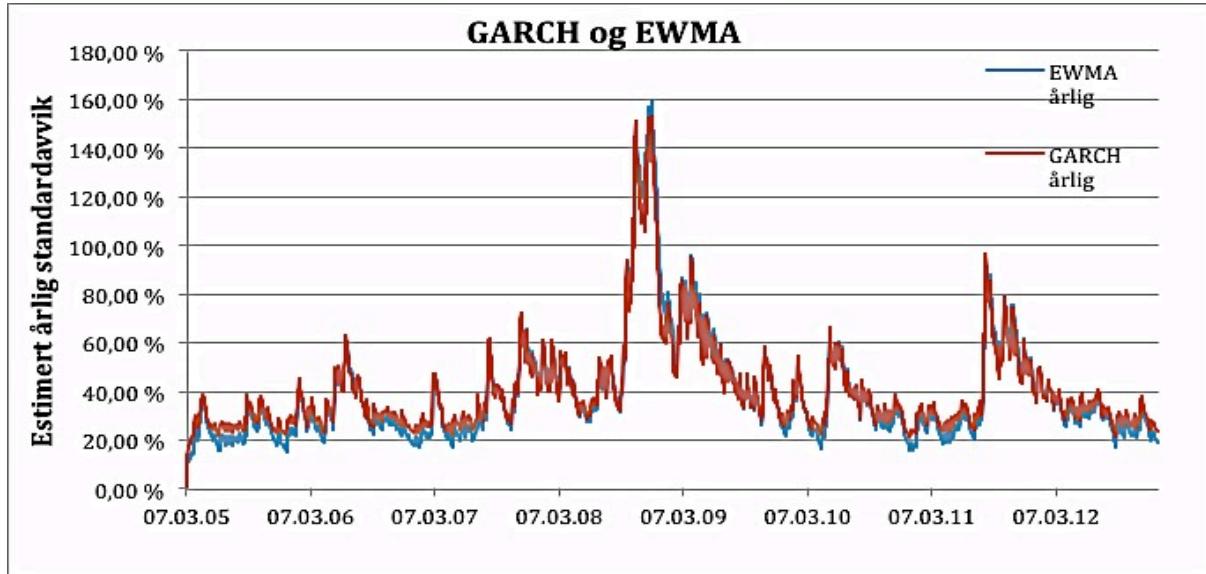
**Figur 16. Rullerende standardavvik, 60-dagers vindu og 95% konfidensintervall**

Figur 16. illustrerer at standardavviket er ikke konstant over tid. Det antyder volatilitet clustering det vil si i en tidsserie av aksjekurser, er det observert at variasjonen til avkastningen er høy i lengre perioder og deretter lav i lengre perioder. Rullerende volatilitet viser en periode med høy volatilitet da volatiliteten krysset øverste 95% grense på 55,62% i sommer 2008 og forble høy ut i mars 2009. Neste perioden med en persistent høy volatilitet er observert fra mars 2011 og til september 2011. Ut fra figur 16. ser vi at det rullerende standardavviket for det meste ligger utenfor øvre og nedre grenser av 95% konfidensintervall. Det betyr at mesteparten av variasjonen ikke skyldes samplingsfeil og det må være andre grunner til den observerte endringen i volatiliteten, slik som stokastisk volatilitet og/eller hopp.

#### 5.4.2. GARCH og EWMA modeller

I dette kapittelet vil vi modellere volatiliteten ved hjelp av GARCH og EWMA modeller. Vi har implementert GARCH og EWMA for å estimere daglig volatilitet i observasjonsperioden. Estimatene fra GARCH og EWMA modeller er ganske like slik man kan se det fra figur 17. Resultatene viser tidsvarierende volatiliteten med høye topp i oktober-november 2008 som når 8% daglig volatilitet eller ca.150% årlig, samt et topp 10. august 2011 da de finansielle markedene var i uro på grunn av gjeldskrisen i Europa. Det er en interessant observasjon at volatiliteten til PBW øker kraftig i perioder av økonomisk usikkerhet i markedet. Dette er i samsvar med den høye markedsrisikoen ved investering i PBW vi så på i kapittelet om systematisk risiko. Vi ser at både GARCH

og EWMA-s volatilitetsestimater er større enn de rullerende volatilitets estimatene, trolig fordi både GARCH og EWMA er eksponentielle modeller som gir større vekt til de nyere observasjoner mens rullerende volatilitet vekter alle observasjoner likt.



Figur 17. Volatilitet modellert ved bruk av GARCH og EWMA

Summen av alfa og beta i GARCH modellen er mindre enn 1 noe som sikrer modellens stabilitet. GARCH modellen ga følgende resultat:

$$\sigma_n^2 = 0,000011 + 0,114u_{n-1}^2 + 0,865\sigma_{n-1}^2$$

Modellen tilsier at volatiliteten på dag  $n$  er mer avhengig av volatiliteten på dag  $n-1$  enn av avkastningen på dag  $n-1$ . Estimert langsiktig daglig volatilitet blir ca. 2,25%<sup>1</sup> og annualisert volatilitet ved bruk av rotten av 365 dager blir 42,98%.

Estimert EWMA modellen:

$$\sigma_n^2 = 0,898\sigma_{n-1}^2 + 0,102u_{n-1}^2$$

Ganske stor  $\lambda = 0,898$  betyr at variansen på tidspunkt  $n$  er mer påvirket av variansen på tidspunkt  $n-1$  enn av endringene i selve variabel/prosentvis prisendring. Det er i samsvar med GARCH modellen. Forskjellen mellom disse to modellene kommer fra at GARCH modellen tillater for "mean reversion" varians som er praktisk observert og blir dermed mer teoretisk tiltalende. Det ble drøftet i metodekapittelet at begge modeller

---

<sup>1</sup>  $V_L = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta} = 0,00050619$    og    $\sqrt{V_L} \approx 0,0225$

har kort hukommelse og i situasjoner med lengre volatilitets persistens kan EWMA modell være bedre til å predikere volatiliteten på kort sikt.

GARCH modellen bygger på forutsetningen om at volatiliteten endrer seg med tid og blir høy i noen perioder og lav i andre perioder. Hvis  $u_i^2$  viser autokorrelasjon bør GARCH modellen fjerne autokorrelasjon. En enkel måte å sjekke om GARCH gjør dette er å undersøke autokorrelasjonsstruktur for  $u_i^2/\sigma_i^2$  variabler (tabell 11.).

**Tabell 11. Autokorrelasjonsanalyse før og etter GARCH**

Lag	Før GARCH $u_i^2$	Etter GARCH $u_i^2/\sigma_i^2$
1	0,2513	0,1362
2	0,3927	0,0191
3	0,2872	0,0103
4	0,3434	0,0183
5	0,3439	-0,0136
6	0,3277	0,0033
7	0,3425	0,0122
8	0,2582	-0,0187
9	0,2481	-0,0248
10	0,3038	-0,0013
11	0,2487	-0,0103
12	0,2935	-0,0095
13	0,2313	-0,0215
14	0,1838	-0,0132
15	0,2349	0,0661

Tabell 11. viser at autokorrelasjonen i  $u_i^2$  er positiv for alle lags mellom 1 og 15. I tilfelle med  $u_i^2/\sigma_i^2$  variabler er autokorrelasjonen både positiv og negativ. I tillegg er autokorrelasjon i  $u_i^2/\sigma_i^2$  variabler betydelig lavere. Analysen antyder at GARCH gjorde en bra jobb med å fjerne autokorrelasjon.

Vi har også gjennomført en mer formell statistisk test Ljung-Box for å undersøke om GARCH modellen har fjernet autokorrelasjon i kvadrerte residualer. Resultatet av Ljung-Box statistikk før bruk av GARCH var 2517 som er mye større enn kritisk verdi på 25. Dette bekrefter autokorrelasjon i  $u_i^2$ . Etter vi har brukt GARCH ble Ljung-Box statistikk redusert fra 2517 til 51. Allikevel kan vi ikke forkaste hypotesen om autokorrelasjon

med 95% konfidensintervall fordi 51 overstiger den kritiske verdien på 25. Dette betyr at autokorrelasjon er blitt redusert takket GARCH, men den ble ikke fjernet helt. Ut fra disse funnene kan vi se på GARCH(1,1) som et første steg i modellering av volatilitet og kanskje mer avanserte GARCH modeller kan brukes for å forbedre den enkle GARCH(1,1). Formålet vårt var å bruke modellene for å finne ut om volatiliteten til PBW er stokastisk og vi kan konkludere at den er det. Det kan være en mulig forklaring for den observerte ikke-normale fordelingen.

## 5.5. Prishopp

Både rullerende volatilitet og GARCH og EWMA modeller bekrefter at volatiliteten til PBW er stokastisk. Det kan forklare fete-haler i fordelingen av PBWs avkastning. I denne delen av oppgaven ønsker vi å undersøke antagelsen om hopp i prisene, fordi hopp også kan generere fete haller. Vi er dermed interessert i å påvise eller avvise at PBW priser viser hopp.

Vi finner at gjennomsnittlig avkastning over natten/helg er 0,13%. Siden prisendringen skjer når man ikke kan handle PBW, tyder det på ikke kontinuerlig prisutvikling eller hopp. Prisendringen på 0,13% er kanskje av liten betydning og kan knapt kalles hopp, så vi vil begynne analysen med å se på maksimum og minimum prisendring verdier. Her finner vi så store verdier som 12,74% og -13,91% som ganske sikkert skyldes hopp (tabell 12.). Vi forsøkte å finne forklaring for disse ekstreme observasjoner. Det positive prishoppet fant sted den 13. oktober 2008. Ved å gjennomføre et internetsøk fant vi ut at den mandagen flere markedsindeksen viste en kraftig oppgang. Ifølge CNNMoney.com ble S&P500 forsterket med 104 poeng som tilsvarte 11,6% daglig gevinst. Det var den beste prosentvise oppgangen siden september 1932 (Twin 2008). Siden PBW er høy korrelert med S&P500 kan prishoppet forklares av oppgangen i det brede markedet. Dessverre har vi ikke funnet noen spesielle grunner til det negative prishoppet den 22. januar 2008, bortsett fra at hele januar 2008 var preget av globalt prisnedgang på aksjene til ren energi selskaper (PRWEB 2008).

**Tabell 12. Prishopp i perioder av børsens stengetid**

Gjennomsnittlig prisendring	Max positivt hopp	Max negativt hopp
0,13 %	12,74 %	-13,91 %

Ved nærmere undersøkelse av data finner vi prisendringer av forskjellige størrelser og er interessert i å kvantifisere hopp større enn 2%. Vi finner at 7,41% av observasjonene viser prisendringer større enn 2%. Vi anser dette funnet som betydningsfullt og stiller videre spørsmål om vi kan finne enda større hopp og kvantifiserer hopp større enn 5%. Hopp av denne størrelsen er oppdaget i 1,12% av observasjoner (tabell 13.).

**Tabell 13. Prishopp i stengetid større enn 2% og 5%**

	Antall	Prosent
Observasjoner	1970	100 %
Positive hopp større enn 2%	82	4,16 %
Negative hopp større enn 2%	64	3,25 %
<i>Sum hopp større enn 2%</i>	146	7,41 %
Positive hopp større enn 5%	13	0,66 %
Negative hopp større enn 5%	9	0,46 %
<i>Sum hopp større enn 5%</i>	22	1,12 %

Resultatene av prishoppstudien påviser hopp i data materialet. Hopp i prisene kan være en annen grunn til observerte fete-haler i fordelingen. Hopp-risiko kan ha implikasjoner for gjennomføring av stop-order risikostyringsstrategi. Konsekvenser av hopp blir diskutert videre i risikostyringskapittelet.

## 6. Risikostyring

Risikostyring kan defineres som et beslutningsverktøy for å øke effektiviteten ved å forutse risiko og redusere potensielle tap. Effektiv risikostyring krever etablering og oppfølging av grundig utarbeidede prosesser (Singh & Singh 2011). Akademisk litteratur fokuserer på volatilitetsreduksjon som et mål for omfanget av risikostyring. De fleste argumenter for praktisering av risikostyring går ut på å unngå nedre hale utfall. Ofte i praksis retter man sin oppmerksomhet mot halene ved bruk av VaR (Stulz 1996). Ifølge Hull (2010) kan man dele risikostyring i to strategier. Den første strategien, "risiko dekomposisjon", innebærer å identifisere alle typer risiko og håndtere de en etter en. Den andre strategien, "risiko aggregering", går ut på risikoreduksjon ved hjelp av diversifisering. Hvis risikoen er uakseptabelt høy må grunnene til det identifiseres og korrektive handlinger foretas. Hull (2010) påpeker også at VaR modeller er brukt som et mål på aggregert risiko. Siden bruken av VaR så utbredt, begynner vi kapittelet for risikostyring med å ta opp diskusjonen om VaR som et risikomål. Deretter drøfter vi stop-order strategien mot hopp i prisene.

Helbæk og Lindset (2007) hevder at formålet med risikostyring vil være å redusere risikoen til et på forhåndsbestemt nivå. Finansielle instrumenter vil være et nyttig verktøy for dette formålet. Disse instrumentene kalles derivater. Derivat er et instrument der prisen er avhengig av eller derivert fra prisen på en annen aktiva (Hull 2012). Opsjoner er derivater som kan brukes i risikostyring og er spesielt aktuelle i situasjoner med prishopp. Hvordan disse instrumentene kan anvendes for å sikre seg mot prisrisikoen i PBW vil vi gjøre rede for i denne delen av oppgaven.

### 6.1. Volatilitetsjustert VaR

Vellykket risikostyring begynner med gode estimater av risiko. I kapittel 5.2. har vi beregnet både parametrisk og ikke-parametrisk VaR. Det viste seg at parametrisk VaR ikke har bestått back-testing, og dermed anser vi denne metoden for risikomåling som unøyaktig og ikke-representativ for den observerte prisrisikoen til PBW. Dermed kan vi ikke anbefale bruk av dette risikomålet i risikostyring.

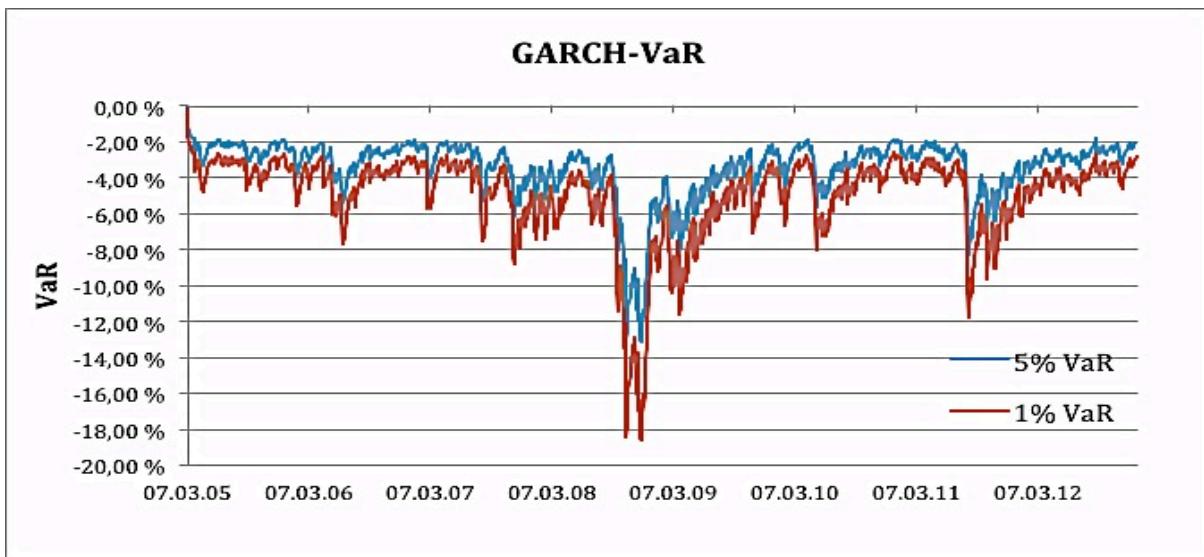
Siden ikke-parametrisk VaR er beregnet ut fra historisk fordeling av avkastning, gir det oss en grunn til å tro at denne VaR er et bedre mål for risikoen i fordelingens haler, gitt at historiske priser er representative for framtiden. Likevel kan bruk av ikke-parametrisk VaR i risikostyring være problematisk når volatiliteten øker. VaR reagerer for sakte på endringer i volatiliteten og den ansvarlige for risikostyring vil redusere risikable posisjoner for sakte i situasjoner av økning i volatiliteten, samt øke posisjonen for sakte når volatiliteten avtar.

I analysedelen konkluderte vi at volatiliteten til PBW er stokastisk, derfor trenger vi et risikomål som tar hensyn til denne volatilitetsdynamikken. Vi har sagt at GARCH kan brukes til prediksjon av volatilitet. I tillegg kan man for risikostyringsformål bruke GARCH-basert én dags VaR. Den kan tilsvarende beregnes ved å multiplisere en-dags volatilitet estimert fra en GARCH-modell og det nødvendige prosentilet til standard normalfordeling:

$$GARCH\_VaR \equiv -\alpha_{cl} * \sigma$$

Ifølge Andersen et al. (2012) forutsetter GARCH-VaR implisitt at avkastningen blir betinget normalfordelt. Dette er en bedre tilnærming enn forutsetningen om at avkastningen er ubetinget normalfordelt, og det er i tråd med de fete halene som kan bli observert i den ubetingede fordelingen av avkastning.

Ved å beregne VaR på denne måten vil vi ta hensyn til endringer i volatiliteten og få VaR estimat som inneholder en mer oppdatert informasjon. Om vi hadde gjort det i observasjonsperioden ville en-dags VaR estimat ha vært slik det er illustrert i figur 18.



**Figur 18. Simulert GARCH-VaR**

Hvis man skal utforme et risikostyringssystem og sette en grense for akseptabelt risikonivå målt med GARCH-VaR, vil man ta hensyn til tidsvarierende volatilitet. GARCH-VaR fanger opp dynamikken i utviklingen av avkastning, og kan være bedre til å estimere hale-risikoen. GARCH-VaR egner seg best for data som viser volatilitets clusters. Det er viktig å huske at prishopp kan forekomme i perioder med lav volatilitet. GARCH-VaR vil ikke kunne predikere enkeltstående ekstreme hendelser, i tillegg vil en slik hendelse påvirke neste dags estimat og risikoen kan overvurderes.

## 6.2. Stop-order strategi

Stop-order strategi går ut på at handel skal finne sted bare hvis prisen når en på forhånd definert grense. Stop-loss strategi betyr at aktiva blir solgt når prisen faller under et fastsatt nivå. Strategien tillater salget for å begrense videre akkumulering av tap. Tilsvarende stop-buy spesifiserer at aktiva skal kjøpes når prisen øker over et fastsatt nivå. Denne strategien ofte brukes i kombinasjon med short-salg for å begrense potensielle tap på en kort posisjon (Bodie et al. 2011).

Hvordan kan stop-order strategien brukes når man tar enten lang eller kort posisjon i PBW? Vi ser på to alternative posisjoner:

1. Man investerer \$1.000.000 i fondet.
2. Man kort selger \$1.000.000 av fondet.

Vi antar at markedsaktører bestemmer seg for å kunne akseptere daglig tap på 2%, som blir et fastsatt nivå for stop-order strategi. Det betyr at det maksimale tapet man kan tåle er \$20.000.

I forrige kapittel har vi påvist at prisendringer ikke er kontinuerlige til en hver tid, og hopp større enn 2% ble funnet i 7,41% av observasjonene. Vi har funnet at hopp på 5% også kan forekomme. Følgende eksempel viser hvor mye man kan tape utover \$20.000 i situasjoner med hopp av forskjellige størrelser. Hvis et hopp er negativt, prisene har falt, gjelder resultatene i tabell 14. for en investor i en lang posisjon. Dette tapet blir en tilsvarende gevinst for en i kort posisjon. Hvis et hopp er positivt blir situasjonen motsatt for en lang og kort posisjon, mens dollar tap/gevinst blir av samme størrelse.

**Tabell 14. Potensielt tap ved hopp av forskjellig storrelse**

Hopp	2,50 %	3 %	3,50 %	4 %	4,50 %	5 %
Posisjon \$	1 000 000	975 000	970 000	965 000	960 000	955 000
Tap \$		25 000	30 000	35 000	40 000	45 000

Dette enkle eksemplet i tabell 14. viser at stop-order strategien ikke er tilstrekkelig for styring av hopp-risiko. Jo større hopp desto større tap blir påført uten muligheten å begrense tapet til et ønsket nivå på 2%. Strategien kan også være vanskelig å gjennomføre hvis omsatt volum blir for lavt. Det kan ha spesielt stor betydning for en investor som har stop-loss på en stor portefølje. Om man skal selge mange aksjer på stop-loss nivå kan det i seg selv drive priser lavere om likviditeten er liten. Vi så i figur 3. at volumet til PBW kan være ganske lavt noen dager og likviditetsrisiko kan da komme i tillegg til hopp-risiko.

### 6.3. Risikostyring med opsjoner

Frem til nå har vi sett på posisjoner i indeksen uten noen form for beskyttelse som man kan få ved hjelp av derivater. I datakapittelet så vi at man kan handle opsjoner på PBW. Kjøpsopsjoner gir rett til å kjøpe den underliggende, mens salgsopsjoner gir rett til å selge den underliggende. Ved å kontakte store banker, for eksempel JP Morgans eller Citigroup, kan man få prisen på opsjoner med ønsket tid til forfall og utøvelsespris,

dermed er valgmuligheter ikke begrenset til de opsjonene som allerede finnes i markedet. Vi velger da å ikke bruke opsjonsprisene som er tilgjengelige og isteden videre i oppgaven beregne egne teoretiske priser på kjøps- og salgsopsjoner. Dette gjør vi blant annet for å kunne se på isolerte effekter av hopp. Markedspriser kan være påvirket av en rekke faktorer, noe som er uheldig om man ønsker å se på den isolerte effekten av hopp fenomenet.

For å prise opsjoner trenger vi en relevant modell for opsjonsprising. PBW er en ETF og kan handles som en aksje. PBW skal utbetale dividender. Dermed trenger vi en modell som inkorporerer dividender i prising. I 1973 utledet Merton en modell for prising av europeiske opsjoner på aksjer eller aksjeindekser som betaler en på forhånd kjent dividendrate.

$$c = S_0 e^{-qT} N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2)$$

$$p = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 e^{-qT} N(-d_1)$$

hvor

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - q + \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - q - \sigma^2/2\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

der  $c$  er europeisk kjøpsopsjon og  $p$  er europeisk salgsopsjon på en aksje som betaler dividender  $q$ ;

$S_0$  - aksjeprisen i dag

$K$  - utøvelsespris; innløsningskurs

$r$  - risikofri rente

$N(\cdot)$  - den kumulative normalfordelingen

$\sigma^2$  - variansen

$T$  - tid til forfall i antall år.

Det kan være ganske utfordrende å lage gode opsjonsmodeller som tar hensyn til dividender. Merton-73 modellen er noe urealistisk siden den antar kontinuerlige dividender. I denne oppgaven velger vi å se bort fra dividender siden PBW kun har

utbetalt dividender bare seks ganger siden 2005 og utbetalingene var ganske beskjedne. Det er effekten av prishopp vi ønsker å studere isolert sett. Dividender i opsjonsprising er egen problemstilling som vi ikke kommer inn på her.

Volatiliteten beregnet ut fra historisk data er 45,60%, samt GARCH modellen estimerer en langsiktig volatilitet på 42,98%. Vi har påvist at volatiliteten er stokastisk, det vil si at den kan være høyere eller lavere enn disse volatilitetsverdiene. Vi avrunder volatiliteten til 40%, noe som er tilstrekkelig realistisk for PBW og bruker 40% volatilitet i kalkulasjonen av opsjonspriser.

Som dagens pris bruker vi den siste prisobservasjonen i vårt datasett per 31. desember 2012 som er \$4,08. Siden PBW er sammensatt av amerikanske selskaper bruker vi som risikofri rente US Treasury 2 Year Yield (USGG2YR:IND), som består av US on-the-run statlige bill/note/bond indeks. Per 31. desember 2012 er USGG2YR:IND 0,25%. Vi kunne eventuelt brukt BBA LIBOR USD 1Month som er lik 0,21% (Bloomberg.com 2013). Siden rentenivået er ganske lavt har forskjellen mellom disse rentene lite effekt på opsjonsprisberegninger.

Ifølge Haug (2003) er opsjoner oppgitt ved delta i noen OTC markeder. Å forholde seg til deltaverdier tillater sammenligning av opsjoner med forskjellig levetid. Delta( $\Delta$ ) er opsjoners følsomhet mot små bevegelser i prisen på underliggende:

$$\Delta_c = \frac{\partial c}{\partial S} = N(d_1) > 0$$

$$\Delta_p = \frac{\partial p}{\partial S} = -N(-d_1) < 0$$

Man kan spørre aktuelt OTC marked om pris og innløsningskurs til en opsjon med ønsket delta. I dette tilfellet skal selger finne innløsningskurs som tilsvarer den ønskede delta. Man kan bruke relevante programvarer eller finne innløsningskurs analytisk ved bruk av følgende formel for kjøpsopsjon:

$$K_c = S \exp \left[ -N^{-1}(\Delta_c e^{(r-b)T}) \sigma \sqrt{T} + \left( b + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right]$$

og for salgsopsjon:

$$K_p = S \exp \left[ N^{-1}(-\Delta_p e^{(r-b)T}) \sigma \sqrt{T} + \left( b + \frac{\sigma^2}{2} \right) T \right]$$

hvor  $b$  – cost-of-carry rate ved å holde underliggende aktiva,  $N^{-1}$  – invers kumulativ normalfordeling (Haug 2003).

For en nøyaktig og robust implementering av disse formlene må man bruke nøyaktig approksimasjon av invers kumulativ normalfordeling (Haug 2003). For å dobbeltsjekke og være sikre på at invers kumulativ normalfordeling funksjon i Excel er nøyaktig nok, brukte vi problemløserfunksjonen i Excel for å finne innløsningskurs ved å legge inn skranken om ønsket delta. Den analytiske metoden og problemløseren i Excel gir tilsvynelatende like innløsningskurser. Samtidig ved å sette disse verdiene inn i opsjonsprisingsformelen viser det seg at de analytiske innløsningskursene gir deltaverdi presis lik ønskede 50%, 25% og 10%. Derfor velger vi å bruke analytisk beregnede innløsningskurser.

### 6.3.1. Effekten av prishopp på opsjonsforsikrede porteføljer

Vi har argumentert for at hopp-risiko kan hindre vellykket gjennomføring av stop-order strategien og påføre betydelige tap utover akseptabelt nivå. Investorer, de som er i en lang posisjon i PBW, og spekulanter, de som er i en kort posisjon i PBW, kan kjøpe forsikring mot ønsket prisendring. Vi bruker her betegnelse "spekulanter" for å skille mellom markedsaktører i kort og lang posisjon i PBW selv om man kan spekulere på både prisoppgang og prisnedgang. Opsioner er ment til å gi en slik forsikring, mens investorer kan fortsatt tjene på prisoppgang og spekulanter kan tjene på prisnedgang. Vi skal redegjøre for risikostyringsmuligheter ved bruk av opsjoner. Prisene på disse er teoretisk beregnet ved bruk av følgende data:

*Pris på underliggende = 4,08 (per 31.12.2012)*

*Volatilitet = 40%*

*Tid til forfall = 1/12*

*Risikofri rente = 0,25%*

Følgende forkortelser blir brukt videre i oppgaven:

OTM – Out-of-the-money opsjoner: opsjoner med delta lavere enn 50%; det er kjøpsopsjoner med utøvelsesprisen høyere enn prisen på underliggende eller salgsopsjoner med utøvelsesprisen lavere enn prisen på underliggende.

ATM – At-the-money opsjoner: opsjoner med delta lik 50%; opsjoner med utøvelsesprisen lik framtidig verdi av dagens pris på underliggende.

ITM – In-the-money opsjoner: opsjoner med delta større enn 50%; det er kjøpsopsjoner med utøvelsesprisen lavere enn prisen på underliggende eller salgsopsjoner med utøvelsesprisen høyere enn prisen på underliggende.

Vi begynner med å sammenligne effekten av -5% og -12% prishopp i PBW, for en lang posisjon i PBW uten forsikring, og tre porteføljer sammensatt av PBW og salgsopsjoner ATM med absolutt delta 50% og OTM med 25% og 10% delta. Å forholde seg til deltaverdier gjør det lettere å sammenligne opsjoner med forskjellig forfall. Vi analyserer 100% forsikret posisjon i PBW. Fallende prishopp vil ha negativ effekt på en lang posisjon i PBW, samt øke verdien av salgsopsjoner ved reduksjon i prisen på underliggende som vi vil se isolert på i neste kapittel. Det betyr at prishopp vil ha motsatt effekt på komponenter i porteføljen. Første observasjonen fra tabell 15. er at alle fire porteføljer viser verdireduksjon etter hopp. Det betyr at man ikke helt kan fjerne hopp-risikoen med valgte opsjoner. For det andre ser vi at forsikrede porteføljer har lavere prosentvise verditap sammenlignet med porteføljen uten forsikring. Når vi sammenligner prosentvis tap i forsikrede posisjoner ser vi at salgsopsjoner med høyere innløsningskurs reduserer effekten av hopp betydelig. Det er en direkte konsekvens av at salgsopsjoner med høyere innløsningskurs er mer verdifulle og utgjør større andel i porteføljen.

**Tabell 15. Effekten av negativt prishopp på investorers porteføljer med og uten salgsopsjoner**

<b>For investorer</b>				
Spot pris PBW	4,08			
Investering i PBW	1 000 000			
Antall put opsjoner	245 098			
	Long PBW	PBW+put (K=4,11)	PBW+put (K=3,80)	PBW+put (K=3,54)
Kostnad	1 000 000	1 049 864	1 018 248	1 005 650
Porteføljens verdi -5% i S	950 000	1 029 262	984 542	962 877
tap/gevinst \$	-50 000	-20 602	-33 706	-42 773
tap/gevinst %	-5,00 %	-1,96 %	-3,31 %	-4,25 %
Porteføljens verdi -12% i S	880 000	1 013 636	952 175	914 270
tap/gevinst \$	-120 000	-36 228	-66 074	-91 380
tap/gevinst %	-12,00 %	-3,45 %	-6,49 %	-9,09 %

Forsikringen i form av opsjoner har sin pris. Forsikringskostnaden vil påvirke sluttresultatet og vil ha betydning for den totale porteføljeavkastningen. Siden vi er interessert i risikoen og ikke den deterministiske avkastningen over tid, tillater vi oss å se bort fra denne kostnaden. I tillegg kan opsjonens theta tale for slik tilnærming. Opsjons theta er raten av endringen i opsjonsverdi over tid. Theta til europeiske opsjoner er som regel negativ. Hvis alle andre forhold skal være konstant over tid, reduseres europeisk opsjonsverdi når tiden til forfall reduseres. Denne endringen er deterministisk og ikke stokastisk om aksjekursen er uendret. Dette innebærer at man kan være sikker på å tape opsjonens tidsverdi på forfall hvis opsjonen ikke blir ITM. Dersom opsjoner blir ITM får man opsjonens egenverdi på forfall. Siden vi her er interessert i risikoen som kommer fra usikkerheten fra daglige prisbevegelser og dens effekt på teoretiske porteføljer, blir opsjonenes tidsverdi ikke relevant. Tiden i seg selv betyr ingen usikkerhet og er dermed uinteressant fra et risikostyringsperspektiv.

Prisreduksjon forårsaker risiko for investorer, mens prisoppgang betyr risiko for short-salg spekulanter. Spekulanter vil tjene på prisfall. Allikevel kan man ikke vite på forhånd hvilken retning prisutviklingen vil ta. Vi antar at short-salg spekulanten sikrer seg mot prisoppgang ved kjøp av kjøpsopsjoner ATM og OTM. Tabell 16. viser at porteføljene med kjøpsopsjoner har redusert gevinst fra fallende hopp sammenlignet med porteføljen uten forsikringen. Vi observerer at porteføljen med dypt OTM kjøpsopsjoner byr på større gevinst enn de to andre forsikrede porteføljene. Det kan forklares med at OTM opsjoner er billigere og dermed utgjør mindre dollarandel i porteføljen, så effekten av reduksjonen i opsjonsverdi blir mindre.

**Tabell 16. Effekten av negativt prishopp for short-salg spekulanters porteføljer med og uten kjøpsopsjoner**

<b>For spekulanter</b>					
Spot pris PBW	4,08				
Short i PBW	-1 000 000				
Antall call opsjoner	245 098				
	Short PBW	PBW+call (K=4,11)	PBW+call (K=4,44)	PBW+call (K=4,76)	
Kostnad	-1 000 000	-957 279	-983 678	-994 717	
Porteføljens verdi -5% i S	-950 000	-927 882	-943 072	-948 166	
tap/gevinst \$	50 000	29 398	40 605	46 551	
tap/gevinst %	5 %	3,07 %	4,13 %	4,68 %	
Porteføljens verdi -12% i S	-880 000	-873 507	-878 535	-879 719	
tap/gevinst \$	120 000	83 772	105 142	114 999	
tap/gevinst %	12 %	8,75 %	10,69 %	11,56 %	

### **Positivt prishopp**

Datamaterialet viser at prisen på PBW kan hoppe både opp og ned. Vi så også at antall positive hopp er større enn negative hopp. For å ha en fullstendig beskrivelse av effekten av hopp på disse teoretiske porteføljer vil vi videre se på positive hopp av størrelse +5% og +12%.

Vi begynner med å se på endringer i porteføljenes verdi uten og med opsjonsforsikring for investorer i en lang posisjon i PBW. Effekten av et positivt prishopp blir den motsatte av et negativt prishopp for en lang investorers posisjon. Verdien av salgsopsjoner blir redusert mens verdien av PBW øker. Ved å ha salgsopsjoner i porteføljer har investorene fått redusert gevinst fra prisoppgangen (tabell 17.). Investorer må ta en beslutning i form av trade-off mellom enten redusert gevinst og tap ved prishopp, eller full gevinst ved prisøkning og høyere tap ved prisreduksjon.

**Tabell 17. Effekten av positivt prishopp på investorers porteføljer med og uten salgsopsjoner**

<b>For investorer</b>					
Spot pris PBW	4,08				
Investering i PBW	1 000 000				
Antall put opsjoner	245 098				
	Long PBW	PBW+put (K=4,11)	PBW+put (K=3,80)	PBW+put (K=3,54)	
Kostnad	1 000 000	1 049 864	1 018 248	1 005 650	
Porteføljens verdi +5% i S	1 050 000	1 078 974	1 058 800	1 052 251	
tap/gevinst \$	50 000	29 110	40 551	46 601	
tap/gevinst %	5,00 %	2,77 %	3,98 %	4,63 %	
Porteføljens verdi +12% i S	1 120 000	1 131 864	1 122 744	1 120 536	
tap/gevinst \$	120 000	82 000	104 496	114 886	
tap/gevinst %	12,00 %	7,81 %	10,26 %	11,42 %	

Hvis vi sammenligner prosentvis verdiendring i porteføljen PBW+put(K=4,11) etter negativt prishopp (tabell 15.) versus positivt prishopp (tabell 17.) ser vi at ved +5% hopp går man glipp av 2,23% av mulige 5% gevinst, det vil si man får gevinsten begrenset til 2,77%. Mens ved -5% hopp blir tapet begrenset til -1,96%. Investoren har dermed redusert et potensielt tap med 3,04%. Forskjellen mellom prosentvis tap og gevinst ved negativt og positivt hopp på 12% er mer dramatisk. PBW+put(K=4,11) porteføljen blir påført et verditap begrenset til -3,45% sammenlignet med 12% verditap på ikke forsikret posisjon i PBW. Vi ser at ved positivt hopp på 12% begrenses

verdiøkningen av PBW+put( $K=4,11$ ) porteføljen til 7,81%, det vil si man går glipp av 4,19% i verdiøkning av mulige 12% ved prisoppgang.

Denne sammenligningen viser at salgsopsjoner med forskjellige innløsningskurser kan brukes for å redusere hopp-risikoen på bekostning av redusert gevinst ved prisoppgang. Vi så at kombinasjonen av PBW med dypt OTM salgsopsjoner er minst effektiv for risikoreduksjon, samt tillater denne kombinasjonen for størst verdiøkning ved positivt prishopp. Investorer kan velge opsjoner utfra sine egne risikopreferanser.

Vi avslutter dette kapittelet med å se på effekten av +5% og +12% prishopp på teoretiske porteføljer til short-salg spekulanter (tabell 18.). Porteføljenes verdiendring blir tilnærmet lik endringene i investorenes porteføljer ved negativt prishopp. Ved positivt prishopp reduserer short-salg spekulanter prisrisikoen ved bruk av kjøpsopsjoner. Det man taper på kort posisjon i PBW blir delvis kompensert av oppgangen i kjøpsopsjonenes verdi. Porteføljen av kort posisjon i PBW kombinert med ATM kjøpsopsjoner har minst prosentvis verditap sammenlignet med andre porteføljer, dessuten viser tabell 16. at verdien av denne porteføljen øker mindre ved prisreduksjon sammenlignet med andre porteføljer.

**Tabell 18. Effekten av positivt prishopp for short-salg spekulantes porteføljer med og uten kjøpsopsjoner**

<b>For spekulanter</b>				
Spot pris PBW	4,08			
Short i PBW	-1 000 000			
Antall call opsjoner	245 098			
	Short PBW	PBW+call ( $K=4,11$ )	PBW+call ( $K=4,44$ )	PBW+call ( $K=4,76$ )
Kostnad	-1 000 000	-957 279	-983 678	-994 717
Porteføljens verdi +5% i S	-1 050 000	-978 169	-1 017 474	-1 037 427
tap/gevinst \$	-50 000	-20 890	-33 797	-42 710
tap/gevinst %	-5,00 %	-2,18 %	-3,44 %	-4,29 %
Porteføljens verdi +12% i S	-1 120 000	-995 280	-1 051 585	-1 087 360
tap/gevinst \$	-120 000	-38 000	-67 907	-92 642
tap/gevinst %	-12,00 %	-3,97 %	-6,90 %	-9,31 %

I dette kapittelet har vi brukt opsjoner med en måneds levetid. I vedlegg 2. og 3. gjengir vi resultatene av tilsvarende analyser bare med bruk av opsjoner med 50%, 25% og 10% delta med lengre levetid, tre og seks måneder. Opsiøner med lengre levetid er mer

verdsatt og utgjør større prosentvis andel i porteføljer. Samtidig viser vi i neste kapittel at disse opsjonene blir mindre påvirket av prishopp i underliggende. Samlet effekt blir et noe større prosentvis tap for porteføljer med opsjoner med lengre levetid etter hopp i ønsket retning og noe mindre gevinst ved prishopp i ønsket retning.

Vi kan konkludere med at bruk av opsjoner for risikostyringsformål vil resultere i hopprisikoreduksjon. Allikevel kan man ikke fjerne helt hopp-risikoen. Siden det er usikkerhet rundt retningen i prisutvikling må både lang investorer og short-salg spekulanter gjøre trade-off mellom risikoreduksjon og gevinst ved ønsket prisutvikling. Vi så også at ATM opsjoner fjerner de meste av hopp-risikoen målt med prosentvis verditap i porteføljen. Disse opsjonene har også en høyere pris og denne kostnaden må man ta hensyn til i beslutningen.

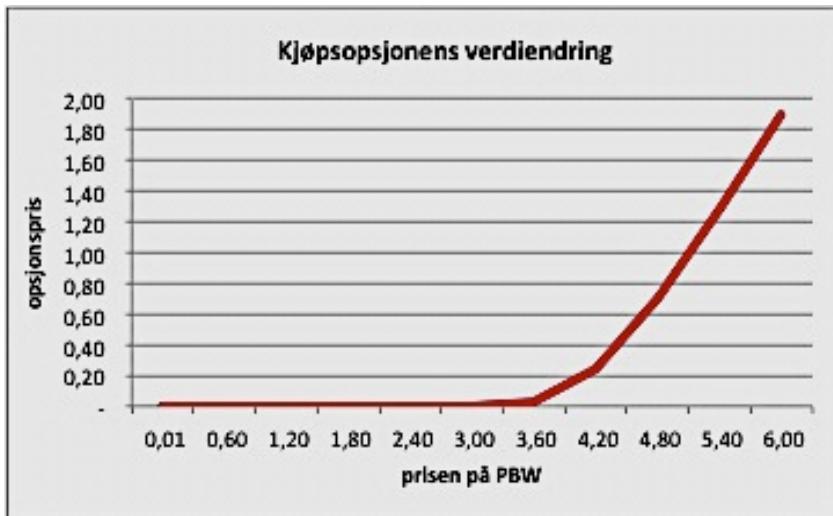
### **6.3.2. Effekten av prishopp i underliggende på porteføljer av kjøps- og salgsopsjoner**

Opsjoner gir mulighet til å ta en ønsket posisjon i PBW uten å handle selve PBW. Investorer som tror på framtidig prisoppgang i PBW kan kjøpe kjøpsopsjoner og tjene på eventuell prisoppgang i underliggende. Markedsaktører som tror på nedgang i prisene på PBW kan kjøpe salgsopsjoner og forvente gevinst ved prisreduksjon. En av fordelene med opsjoner er at man trenger mindre investeringskapital. Både eiere og selgere av opsjoner påtar seg prisrisikoen, fordi ingen kan være sikre på retningen i prisutviklingen på underliggende. I forrige kapittel drøftet vi hundre prosent forsikrede porteføljer med kjøpte salgs- og kjøpsopsjoner. Det er markedsaktører som har solgt disse opsjonene og påtatt seg prisrisikoen.

I denne delen av oppgaven analyserer vi hopprisikoen for opsjonsporteføljer. Tap/gevinst på en lang posisjon i opsjoner vil være lik gevinst/tap på en kort posisjon i de samme opsjonene. Vi presiserer at vi ikke ser på opsjonenes "pay-off" ved forfall. Vi analyserer endringen i opsjonenes verdi ved positivt og negativt prishopp på 5% og 12%. Vi antar at prishopp skjer rett etter opsjonshandel.

Vi begynner med å analysere effekten av negativt prishopp på verdien av kjøpsopsjonsporteføljer. Teorien bak hvordan forskjellige variabler påvirker opsjonsverdi tilsier at hvis kjøpsopsjoner skal utøves i framtiden får man betalt

differansen mellom prisen på underliggende og innløsningskurs. Det betyr at verdien av kjøpsopsjonen øker ved økning i prisen på underliggende og reduseres ved prisreduksjon på underliggende. Denne sammenhengen mellom opsjonspris og prisen på underliggende er illustrert i figur 19. ved bruk av en kjøpsopsjon med en måned levetid og innløsningskurs \$4,11.



Figur 19. Verdiendring av kjøpsopsjon med  $K=4,11$  og en måned levetid ved endring i prisen på PBW

I samsvar med våre forventninger viser tabell 19. at en brå reduksjon i prisen på underliggende på -5% har negativ effekt på verdien av alle kjøpsopsjoner. Det største prosentvise verditapet på -65,28% kan observeres i dypt OTM opsjoner med 10% delta.

Tabell 19. Effekten på kjøpsopsjonsverdi av -5% prishopp i underliggende

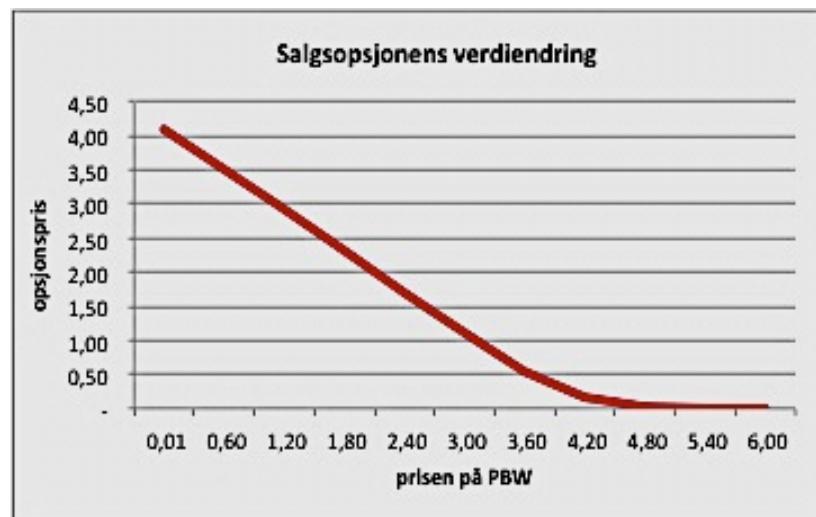
Lang posisjon i kjøpsopsjoner med $t=1/12$ , volatilitet=40%, $S=4,08$ , $r=0,25\%$					
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %
4,76	10 %	0,0216	0,0075	-0,0141	-65,28 %
4,44	25 %	0,0666	0,0283	-0,0383	-57,56 %
4,11	50 %	0,1743	0,0902	-0,0841	-48,23 %
3,80	75 %	0,3552	0,2177	-0,1375	-38,71 %
3,54	90 %	0,5638	0,3893	-0,1745	-30,95 %

Tabell 20. illustrerer at jo større hopp i prisen på underliggende desto større blir det prosentvise tapet. For eksempel taper man hele -94,67% av opsjonsverdi på en OTM opsjon med  $K=4,76$  ved -12% hopp. Tabellene 19. og 20. illustrerer tapet for eieren av kjøpsopsjoner og for en selger blir dette en gevinst av tilsvarende størrelse.

**Tabell 20. Effekten på kjøpsopsjonsverdi av -12% prishopp i underliggende**

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med $t=1/12$ , volatilitet=40%, $S=4,08$ , $r=0,25\%$					
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
4,76	10 %	0,0216	0,0011	-0,0204	-94,67 %
4,44	25 %	0,0666	0,0060	-0,0606	-91,03 %
4,11	50 %	0,1743	0,0265	-0,1478	-84,80 %
3,80	75 %	0,3552	0,0857	-0,2696	-75,89 %
3,54	90 %	0,5638	0,1910	-0,3728	-66,13 %

Effekten av et negativt prishopp i underliggende blir motsatt for salgsopsjonenes verdi. Framtidig utbetaling på en salgsopsjon er differansen mellom innløsningskurs og prisen på underliggende, dermed øker potensiell framtidig utbetaling ved reduksjonen i prisen på underliggende, og dette gjør salgsopsjoner mer verdifulle. Denne sammenhengen mellom opsjonspris og prisen på underliggende er representert i figur 20. med et eksempel på en salgsopsjon med en måneds levetid og innløsningskurs på \$4,11.



**Figur 20. Verdiendring av salgsopsjon med  $K=4,11$  ved endring i prisen på PBW**

Tabell 21. viser at -5% prishopp resulterer i verdiøkning på alle salgsopsjoner. Igjen illustrerer tabellen at prishopp har størst effekt på dypt OTM opsjoner med -10% delta.

**Tabell 21. Effekten på salgsopsjonsverdi av -5% prishopp i underliggende**

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=1/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%						
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	
4,76	-90 %	0,7006	0,8905	0,1899	27,11 %	
4,44	-75 %	0,4257	0,5913	0,1657	38,92 %	
4,11	-50 %	0,2034	0,3234	0,1199	58,96 %	
3,80	-25 %	0,0745	0,1409	0,0665	89,29 %	
3,54	-10 %	0,0231	0,0525	0,0295	127,92 %	

Effekten av et større prishopp på -12% på salgsopsjoner er mer utslagskraftig enn på kjøpsopsjoner (tabell 22.). For eksempel gir OTM salgsopsjon med K=3,54 gevinst på over 500%. Det innebærer et tilsvarende dramatisk tap for opsjonsselgeren.

**Tabell 22. Effekten på salgsopsjonsverdi av -12% prishopp i underliggende**

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=1/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%					
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
4,76	-90 %	0,7006	1,1698	0,4692	66,97 %
4,44	-75 %	0,4257	0,8547	0,4290	100,78 %
4,11	-50 %	0,2034	0,5452	0,3418	168,00 %
3,80	-25 %	0,0745	0,2945	0,2200	295,51 %
3,54	-10 %	0,0231	0,1398	0,1168	506,55 %

Ved et positivt prishopp blir kjøpsopsjoner mer verdifulle, så kjøpsopsjonseiere får prosentvis gevinst tilnærmet lik gevisten til salgsopsjonseiere ved negativt prishopp. Effekten av +5% og +12% prishopp i underliggende på kjøps- og salgsopsjoners verdi er presentert i vedlegg 4.

Foreløpig har vi analysert bare opsjoner med en måned levetid. Hva om vi nå øker opsjonenes levetid til tre og seks måneder. La oss se på tapet på kort posisjon i kjøpsopsjoner ved positivt prishopp og tapet på kort posisjon i salgsopsjoner ved negativt prishopp. Tabell 23. og 24. viser at effekten av prishopp blir lavere for opsjoner med lengre tid til forfall. Denne observasjonen gjelder for både kjøps- og salgsopsjoner.

**Tabell 23. Prosentvis tap på solgte kjøpsopsjoner med forskjellig levetid**

Prosentvis tap på solgte kjøpsopsjoner med lik delta og forskjellig levetid						
Opsjoners delta	Hopp +5%			Hopp +12%		
	T=1/12	T=3/12	T=6/12	T=1/12	T=3/12	T=6/12
50 %	-68,14 %	-38,66 %	-27,87 %	-191,94 %	-103,44 %	-72,55 %
25 %	-99,27 %	-53,56 %	-37,72 %	-319,15 %	-155,17 %	-103,97 %
10 %	-138,00 %	-70,85 %	-48,52 %	-517,88 %	-224,45 %	-142,21 %

**Tabell 24. Prosentvis tap på solgte salgsopsjoner med forskjellig levetid**

Prosentvis tap på solgte salgsopsjoner med lik delta og forskjellig levetid						
Opsjoners delta	Hopp -5%			Hopp -12%		
	T=1/12	T=3/12	T=6/12	T=1/12	T=3/12	T=6/12
-50 %	-58,96 %	-30,36 %	-19,77 %	-168,00 %	-82,24 %	-52,00 %
-25 %	-89,29 %	-44,17 %	-28,59 %	-295,51 %	-130,80 %	-80,13 %
-10 %	-127,92 %	-60,63 %	-38,82 %	-506,55 %	-198,85 %	-116,82 %

Dette skyldes at opsjoner med lang løpetid har mindre gamma. Gamma er et mål på hvordan delta endrer seg ved endringen i prisen på underliggende. Når man har et hopp i prisen vil delta endre seg. Endringen i delta vil være mindre for opsjoner med lang løpetid, og delta er et mål på opsjonens sensitivitet i forhold til endring i pris. Endringer i verdiene av opsjoner med tre og seks måneder levetid etter prishopp er illustrert i vedlegg 4. og 5.

Vi kan konkludere med at hopp-risiko i form av opsjoners verditap kan være dramatisk større for en ren opsjonsportefølje sammenlignet med porteføljer vi har analysert i forrige kapittel. Negativt prishopp innebærer størst risiko for selgere av OTM salgsopsjoner. Positivt prishopp innebærer størst risiko for selgere av OTM kjøpsopsjoner. Prosentvis endring i opsjonsverdi er større i OTM opsjoner enn i andre opsjoner, mens dollarendring blir mindre. Jo større hopp desto større blir prosentvis tap. Hopp-risikoen er ikke symmetrisk for en lang og en kort opsjonsposisjon. Opsjonskjøperen kan ikke tape mer enn 100%, det vil si opsjonspris, mens for selgeren av kjøpsopsjoner kan tapet være teoretisk uendelig stort. For salgsopsjonsselgeren er tapet begrenset til innløsningskurs om PBW faller til null, noe som er ganske usannsynlig siden PBW består av 50 selskaper. Vi ser også at opsjoner med lengre levetid i mindre grad blir påvirket av prishopp.

### 6.3.3. Hopp-risiko for delta hedged opsjonsporteføljer

I forrige kapittel så vi at porteføljer bestående av bare opsjoner kan føre til betydelige tap ved prishopp i underliggende. Vi har også vist at hopp-risikoen er størst for opsjonsselgere. Delta-hedging blir en mulig risikostyringsstrategi. For å sikre seg mot prisendring i underliggende, kalkulerer man opsjonens delta og tar den nødvendige posisjonen i antall delta aksjer. For eksempel: salg av 100 kjøpsopsjoner med 50% delta vil bety posisjonens delta  $0,5*(-100)=-50$ . Når prisen på underliggende endres med  $\Delta S$  vil selger tape  $50\Delta S$ . Siden delta til underliggende lik 1 vil en lang posisjon i 50 aksjer gi delta +50 og total delta til en slik posisjon bli lik null, det vil si opsjonsselger har nå en delta nøytral posisjon. Videre ser vi bort fra eventuelle lånekostnader ved gjennomføring av delta-hedging strategien.

Først vil vi se hvordan selgere av salgsopsjoner kan redusere hopp-risikoen ved delta-hedging. Vi illustrerer delta-hedging risikostyringsstrategi med bruk av utvalgte salgsopsjoner med -50%, -25% og -10% delta. Vi så i forrige kapittel at disse opsjonene lider størst tap ved negativt prishopp i underliggende. Negativ delta betyr at underliggende PBW må selges. I en situasjon hvor det er nedgående prishopp skal man tjene på deltaposisjonen. Gevinsten på deltaposisjonen skal helt eller delvis kompensere for tapet til en kort posisjon i salgsopsjoner. Siden man ikke kan vite på forhånd i hvilken retning prisene utvikler seg, vil vi analysere effekten av både positivt og negativt prishopp på delta-hedged portefølje. La oss først se på negativt prishopp i underliggende.

Tabell 26. viser at ved en kort posisjon i salgsopsjoner er den negative effekten av -5% og -12% hopp delvis kompensert grunnet gevinsten av kort delta posisjon i underliggende. Jo større prishoppet er desto større blir reduksjonen i porteføljenes verdi. Sammenlignet med resultatene i tabell 22. ville en ubeskyttet kort posisjon i salgsopsjoner med delta -50%, -25% og -10% ha tapt tilsvarende 168%, 295% og 506% ved -12% prishopp, mens tabell 26. viser at delta-hedge reduserer tapet til -4,32%, -8,92% og -15,73%. Det tyder på en signifikant reduksjon av hopp-risiko.

**Tabell 25. Effekten av negativt prishopp på delta-hedged salgsopsjonsporteføljer**

<b>Delta hedge</b>			
Antall solgte salgsopsjoner	245 098		
Verdi underliggende \$	1 000 000		
Delta	-50 %	-25 %	-10 %
Delta \$	-500 000	-250 000	-100 000
Intekt fra solgt opsjon	49 864	18 248	5 650
Portefølje kostnad	549 864	268 248	105 650
<i>Etter -5% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	-475 000	-237 500	-95 000
Tap/gevinst i delta \$	25 000	12 500	5 000
Ny opsjonsverdi	79 262	34 542	12 877
Tap/gevinst opsjoner	-29 398	-16 294	-7 227
Tap/gevinst \$ portefølje	-4 398	-3 794	-2 227
Tap/gevinst % portefølje	-0,80 %	-1,41 %	-2,11 %
<i>Etter -12% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	-440 000	-220 000	-88 000
Tap/gevinst i delta \$	60 000	30 000	12 000
Ny opsjonsverdi	133 636	72 175	34 270
Tap/gevinst opsjoner	-83 772	-53 926	-28 620
Tap/gevinst \$ portefølje	-23 772	-23 926	-16 620
Tap/gevinst % portefølje	-4,32 %	-8,92 %	-15,73 %

Når vi ser på verdiendringene på disse porteføljene ved positivt prishopp viser det seg at man taper på alle tre porteføljene (tabell 27.). Opsjonsselger tjener på reduksjonen i salgsopsjonenes verdi, men denne gevinsten er ikke tilstrekkelig til å kompensere for tapet på en kort posisjon i underliggende. Både tabell 26. og 27. avdekker at man taper mest på en portefølje med dypt OTM opsjoner. For en opsjonsselger som delta-hedger sine posisjoner kan bare veldig små eller ingen endringer i underliggende være gunstig.

**Tabell 26. Effekten av positivt prishopp på delta-hedged salgsopsjonsporteføljer**

<b>Delta hedge</b>			
Antall solgte salgsopsjoner	245 098		
Verdi underliggende \$	1 000 000		
Delta	-50 %	-25 %	-10 %
Delta \$	-500 000	-250 000	-100 000
Intekt fra solgt opsjon	49 864	18 248	5 650
Portefølje kostnad	549 864	268 248	105 650
<i>Etter +5% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	-525 000	-262 500	-105 000
Tap/gevinst i delta \$	-25 000	-12 500	-5 000
Ny opsjonsverdi	28 974	8 800	2 251
Tap/gevinst opsjoner	20 890	9 449	3 399
Tap/gevinst \$ portefølje	-4 110	-3 051	-1 601
Tap/gevinst % portefølje	-0,75 %	-1,14 %	-1,52 %
<i>Etter +12% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	-560 000	-280 000	-112 000
Tap/gevinst i delta \$	-60 000	-30 000	-12 000
Ny opsjonsverdi	11 864	2 744	536
Tap/gevinst opsjoner	38 000	15 504	5 114
Tap/gevinst \$ portefølje	-22 000	-14 496	-6 886
Tap/gevinst % portefølje	-4,00 %	-5,40 %	-6,52 %

Nå retter vi oppmerksomhet mot sikring av kort posisjoner i kjøpsopsjoner. Vi har vist at selger av kjøpsopsjoner lider et betraktelig tap ved positivt prishopp i underliggende. Avhengig av opsjonenes innløsningskurser kan tapet ligge mellom 33% og 138% ved +5% prishopp og mellom 83% og 518% ved +12% prishopp (vedlegg 4). La oss se på kjøpsopsjonsporteføljen sikret med en relevant delta posisjon i underliggende. Vi evaluerer effekten av delta-hedging ved å bruke kjøpsopsjoner med delta 50%, 25% og 10%.

Tabell 28. illustrerer at verdiøkning på delta posisjon i underliggende danner motvekt for tapet på kort posisjon i kjøpsopsjoner. Vi observerer at større prishopp på +12% resulterer i større verditap for alle porteføljer sammenlignet med +5% hopp. Likevel er delta hedge-rate på 10% til den dypt OTM opsjon redusert tapet til -16,21% som er betydelig lavere enn -518% verditap på en ikke-sikret kort kjøpsopsjonsposisjon.

**Tabell 27. Effekten av positivt prishopp på delta-hedged kjøpsopsjonsporteføljer**

<b>Delta hedge</b>			
Antall solgte kjøpsopsjoner	245 098		
Verdi underliggende \$	1 000 000		
Delta	50 %	25 %	10 %
Delta \$	500 000	250 000	100 000
Intekt fra solgt opsjon	42 721	16 322	5 283
Portefølje kostnad	457 279	233 678	94 717
<i>Etter +5% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	525 000	262 500	105 000
Tap/gevinst i delta \$	25 000	12 500	5 000
Ny opsjonsverdi	71 831	32 526	12 573
Tap/gevinst opsjoner	-29 110	-16 203	-7 290
Tap/gevinst \$ portefølje	-4 110	-3 703	-2 290
Tap/gevinst % portefølje	-0,90 %	-1,58 %	-2,42 %
<i>Etter +12% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	560 000	280 000	112 000
Tap/gevinst i delta \$	60 000	30 000	12 000
Ny opsjonsverdi	124 720	68 415	32 640
Tap/gevinst opsjoner	-82 000	-52 093	-27 358
Tap/gevinst \$ portefølje	-22 000	-22 093	-15 358
Tap/gevinst % portefølje	-4,81 %	-9,45 %	-16,21 %

Ved å bruke delta-hedging risikostyringsstrategi reduserer man betraktelig risikoen av ugunstig prisendring. Ulempen ved denne strategien er at man gir avkall på den potensielle gevinsten ved prisreduksjon. Ved -5% prishopp får kjøpsopsjonsselger en gevinst på mellom 31% og 65% og ved -12% prishopp ligger gevinsten mellom 66% og 95%. Effekten av -5% og -12% prishopp på sikrede kjøpsopsjonsporteføljer er representert i tabell 29. Igjen ser vi at porteføljen med dypt OTM kjøpsopsjoner faller mest i verdi spesielt med et så stort hopp som -12%.

**Tabell 28. Effekten av negativt prishopp på delta-hedged kjøpsopsjonsporteføljer**

<b>Delta hedge</b>			
Antall solgte kjøpsopsjoner	245 098		
Verdi underliggende \$	1 000 000		
Delta	50 %	25 %	10 %
Delta \$	500 000	250 000	100 000
Intekt fra solgt opsjon	42 721	16 322	5 283
Portefølje kostnad	457 279	233 678	94 717
<i>Etter -5% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	475 000	237 500	95 000
Tap/gevinst i delta \$	-25 000	-12 500	-5 000
Ny opsjonsverdi	22 118	6 928	1 834
Tap/gevinst opsjoner	20 602	9 395	3 449
Tap/gevinst \$ portefølje	-4 398	-3 105	-1 551
Tap/gevinst % portefølje	-0,96 %	-1,33 %	-1,64 %
<i>Etter -12% hopp i underliggende</i>			
Endring i delta-posisjon \$	440 000	220 000	88 000
Tap/gevinst i delta \$	-60 000	-30 000	-12 000
Ny opsjonsverdi	6 493	1 465	281
Tap/gevinst opsjoner	36 228	14 858	5 001
Tap/gevinst \$ portefølje	-23 772	-15 142	-6 999
Tap/gevinst % portefølje	-5,20 %	-6,48 %	-7,39 %

For å konkludere dette kapittelet kan vi si at delta-hedging har positiv effekt på hopprisikoreduksjon, samt at opsjonsselgeren kan få gevinst bare dersom prisen på underliggende forblir tilnærmet uendret i løpet av opsjoners levetid.

## 7. Konklusjon

I denne masteravhandlingen har vi kvantifisert PBWs prisrisiko ved standardavviket som viste seg å være på hele 45,60% over hele observasjonsperioden. Vi så at en betydelig del av denne risikoen har sitt opphav i det brede markedet, samt at korrelasjonen mellom PBW og markedet ikke er konstant over tid, noe som gjør det vanskelig for oss å tallfeste den systematiske risikoen. Likevel kan vi si at den systematiske risikoen målt med beta ligger i flere perioder over 1. For videre forskning kan det være interessant å se på sammenhengen mellom prisene på selskaper innenfor fornybar energi og prisene på nære substitutter for fornybar energi som for eksempel gasspriser.

Videre har vi rettet vår oppmerksomhet mot VaR- og Expected Shortfall metoder for å kvantifisere risikoen i fordelingens haler. Vi har funnet at parametriske og ikke-parametriske estimeringsmetoder gir forskjellige risikomålestimatorer og kan kritiseres for feilvurdering av risikoen ytterst i fordelingens haler. Analysen av fordelingen påviser at avkastningen til PBW er ikke-normalfordelt, negativt skjev og med fete-haler. Vi har brukt stokastiske volatilitetsmodeller, samt gjennomført en liten studie av hopp i prisene for å forklare den observerte fordelingen. Resultatene påviser at volatiliteten til PBW kan beskrives som stokastisk, i tillegg til dette har vi påvist prishopp. Det hadde vært interessant i videre arbeid med prisrisiko å dekomponere hopp i systematisk og idiosynkratisk for å utdype forståelsen av hopp-risiko.

Risikostyring blir av vesentlig betydning i et så volatilt marked. Det kan være hensiktsmessig å bruke et risikomål som er justert for den observerte volatiliteten. Volatilitetsjustert GARCH-Var er vurdert som et mulig alternativt risikomål. I tillegg til stokastisk volatilitet har prishopp implikasjoner for risikostyring. Vi har drøftet at stop-order strategier vil kunne mislykkes når hopp finner sted. Videre har vi sett hvordan man kan bruke opsjoner for å redusere hopprisikoen. Vi har illustrert hvordan hundre prosent sikring med opsjoner bidrar positivt til hoppriskoreduksjon, men at man må akseptere begrenset gevinst når prisene beveger seg i ønsket retning. OTM opsjoner blir mest påvirket av prishopp. Selgere av opsjoner kan redusere denne risikoen ved bruk av delta-hedging. Likevel kan man ikke fjerne prisrisikoen helt ved å bruke

risikostyringsstrategiene drøftet i denne oppgaven. I videre forskning kan man vurdere diversifisering for risikostyringsformål.

## 8. Litteraturliste

- Acerbi, C. (2004). Coherent Representations of Subjective Risk-Aversion. I: Szegö, G. (red.) *Risk measures for the 21st century*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd.
- Aït-Sahalia, Y. & Jacod, J. (2008). Testing for jumps in a discretely observed process. *The Annals of Statistics*, 37 (1): 184-222.
- Alexander, S. S. (1961). Price movements in speculative markets: Trends or random walks. *Industrial Management Review*, 2: 7-26.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. & Vega, C. (2007). Real-time price discovery in global stock, bond and foreign exchange markets. *Journal of International Economics*, 73 (2): 251-277.
- Andersen, T. G., Bollerslev, T., Christoffersen, P. F. & Diebold, F. X. (2012). Financial Risk Measurement for Financial Risk Management: National Bureau of Economic Research.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9 (3): 203-228.
- Awerbuch, S. (2006). Portfolio-based electricity generation planning: policy implications for renewables and energy security. *Mitigation and adaptation strategies for Global Change*, 11 (3): 693-710.
- Baillie, R. T. (1996). Long memory processes and fractional integration in econometrics. *Journal of econometrics*, 73 (1): 5-59.
- Barndorff-Nielsen, O. E. & Shephard, N. (2004). Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps. *Journal of financial econometrics*, 2 (1): 1-37.
- Bates, D. S. (1991). The crash of'87: Was it expected? The evidence from options markets. *The journal of finance*, 46 (3): 1009-1044.
- Bloomberg.com. (2013). *United States Government Bonds*. Tilgjengelig fra: <http://www.bloomberg.com/markets/rates-bonds/government-bonds/us/> (lest 20.03.2013).
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. J. (2011). *Investments and portfolio management*. New York: McGraw-Hill/Irwin. 1022 s.
- Bollerslev, T., Law, T. H. & Tauchen, G. (2008). Risk, jumps, and diversification. *Journal of Econometrics*, 144 (1): 234-256.

- Bollerslev, T., Todorov, V. & Li, S. Z. (2013). Jump tails, extreme dependencies, and the distribution of stock returns. *Journal of Econometrics*, 172: 307-324.
- Bredesen, I. (2005). *Investering og finansiering*. Oslo: Gyldendal akademisk. 559 s.
- Brooks, C. (2008). *Introductory econometrics for finance*. Cambridge: Cambridge University Press. XXIV, 648 s.
- Dowd, K. (2005). *Measuring market risk*. Chichester: Wiley. XVIII, 390 s.
- Downwards Movement in January for Global Clean Energy Stocks as Seen in the NEX. (2008). Tilgjengelig fra:  
[http://www.prweb.com/releases/WilderHill/Clean\\_Energy\\_Stocks/prweb674404.htm](http://www.prweb.com/releases/WilderHill/Clean_Energy_Stocks/prweb674404.htm) (lest 14.04.2013).
- Einhorn, D. & Brown, A. (2008). Private profits and socialized risk. *Global Association of Risk Professionals* (42): 10-18.
- Engle, R. F., Focardi, S. M. & Fabozzi, F. J. (2008). ARCH/GARCH models in applied financial econometrics. *Handbook of Finance*.
- Fama, E. F. (1965). The behavior of stock-market prices. *Journal of business*: 34-105.
- Fan, J. & Wang, Y. (2007). Multi-scale jump and volatility analysis for high-frequency financial data. *Journal of the American Statistical Association*, 102 (480): 1349-1362.
- Gjølberg, O. & Johnsen, T. (2007). Investeringer i produksjon av fornybar energi: Hvilket avkastningskrav bør Enova SF legge til grunn?
- Harris, R. D. & Nguyen, A. (2013). Long memory conditional volatility and asset allocation. *International Journal of Forecasting*, 29 (2): 258-273.
- Haug, E. (2003). Know your weapon, Part 1. *Wilmott Magazine*, May: 49-57.
- Haug, E. G. (2007). *Derivatives: models on models*. Chichester: Wiley. XIII, 368 s.
- Helbæk, M. & Lindset, S. (2007). *Finansiering og investering: kort og godt*. Oslo: Universitetsforl. 196 s.
- Henriques, I. & Sadorsky, P. (2008). Oil prices and the stock prices of alternative energy companies. *Energy Economics*, 30 (3): 998-1010.
- Hoppe, R. (1998). Var and the Unreal World. *RISK-LONDON-RISK MAGAZINE LIMITED*, 11: 45-50.
- Huang, X. & Tauchen, G. (2005). The relative contribution of jumps to total price variance. *Journal of financial econometrics*, 3 (4): 456-499.

- Hull, J. (2010). *Risk management and financial institutions*. Boston, Mass.: Pearson. XVII, 556 s.
- Hull, J. (2012). *Options, futures, and other derivatives*: Pearson. 847 s.
- Ibragimov, R. (2009). Heavy-tailed densities. *The New Palgrave Dictionary of Economics Online*.
- IEA. (2013). IEA - Renewable energy. Tilgjengelig fra:  
<http://www.iea.org/aboutus/faqs/renewableenergy/> (lest 03.02.2013).
- Kumar, S., Managi, S. & Matsuda, A. (2012). Stock prices of clean energy firms, oil and carbon markets: A vector autoregressive analysis. *Energy Economics*, 34 (1): 215-226.
- Larson, A. B. (1960). Measurement of a random process in futures prices. *Food Research Institute Studies* (03).
- Løvås, G. G. (2004). *Statistikk for universiteter og høgskoler*. Oslo: Universitetsforl. XIII, 489 s.
- Mandelbrot, B. (1963). The variation of certain speculative prices. *Journal of business*: 394-419.
- Mantegna, R. N. & Stanley, H. E. (1995). Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, 376 (6535): 46-49.
- McGoun, E. G. (1995). The History of Risk" Measurement". *Critical Perspectives on Accounting*, 6 (6): 511-532.
- Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of financial economics*, 3 (1): 125-144.
- Mills, F. C. (1927). Behavior of prices. *New York: National Bureau of Economic Research, Albany: The Messenger Press*.
- Mitchell, W. C. (1915). "The Making and Using of Index Numbers,". *Introduction to Index Numbers and Wholesale Prices in the United States and Foreign Countries* (published in 1915 as Bulletin No. 173 of the US Bureau of Labor Statistics, reprinted in 1921 as Bulletin No. 284, and in 1938 as Bulletin No. 656).
- Olivier, M. (1926). *Les nombres indices de la variation des prix*: Paris.
- Osborne, M. F. (1959). Brownian motion in the stock market. *Operations research*, 7 (2): 145-173.

Pearson, K. (1905). " Das Fehlergesetz und Seine Verallgemeinerungen Durch Fechner und Pearson." A Rejoinder. *Biometrika*, 4 (1/2): 169-212.

PowerShares WilderHill Clean Energy Portfolio. (2013). Tilgjengelig fra:

<http://www.invescopowershares.com/products/overview.aspx?ticker=PBW-sector> (lest 5.01.2013).

Q4 Quarterly Report: WilderHill Clean Energy Index®. (2011).

Rachev, S. T., Menn, C. & Fabozzi, F. J. (2005). *Fat-tailed and skewed asset return distributions: Implications for risk management, portfolio selection, and option pricing*, b. 139: Wiley. 369 s.

REN21. (2012). Renewables 2012. Global Status Report. I: Secretariat, R. (red.). Paris.

Sadorsky, P. (2012). Correlations and volatility spillovers between oil prices and the stock prices of clean energy and technology companies. *Energy Economics*, 34 (1): 248-255.

SEC. (2012). *Investor Bulletin: Exchange-Traded Funds (ETFs)*. Tilgjengelig fra:

<http://investor.gov/news-alerts/investor-bulletins/investor-bulletin-exchange-traded-funds-etfs> (lest 20.03.2013).

Singh, H. & Singh, B. P. (2011). Risk Management: A Step towards Sustainable Development. *International Journal of Computational Engineering & Management*, 13 (July 2011): 13-21.

Stulz, R. M. (1996). Rethinking risk management. *Journal of applied corporate finance*, 9 (3): 8-25.

Szegö, G. (2004). *Risk measures for the 21st century*. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd. XIX, 491 s.

Taleb, N. (1997). *The world according to Nassim Taleb*. Derivatives Strategy. Tilgjengelig fra: <http://www.derivativesstrategy.com/magazine/archive/1997/1296qa.asp> (lest 20.02.2013).

Taleb, N. (2010). Report on The Risks of Financial Modeling, VaR and the Economic Breakdown.

Twin, A. (2008). Raging bulls. (#1). Tilgjengelig fra:

[http://money.cnn.com/2008/10/13/markets/markets\\_newyork/](http://money.cnn.com/2008/10/13/markets/markets_newyork/) (lest 12.04.2013).

UNEP. (2012). Global trends in renewable energy investment 2012. *UNEP United Nations Environment Programme and Bloomberg New Energy Finance*.

WilderShares. (2013). *Philosophy behind Wilderhill Clean Energy Index (ECO)*.

Tilgjengelig fra: <http://www.wildershares.com/about.html> (lest 05.01.2013).

## 9. Tabelloversikt

Tabell 1. Informasjon om PBW og selskapenes markedskapitalisering .....	26
Tabell 2. Topp ti selskaper i PBW.....	26
Tabell 3. Deskriptiv statistikk av avkastningen til PBW.....	29
Tabell 4. Regresjonsanalyse.....	31
Tabell 5. Parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES).....	33
Tabell 6. VaR <sub>95%</sub> og VaR <sub>99%</sub> til en teoretisk portefølje.....	33
Tabell 7. Daglig VaR vs. Maksimalt historisk tap.....	34
Tabell 8. Back-testing parametrisk VaR .....	34
Tabell 9. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES) .....	36
Tabell 10. Skjevhet, kurtosis og Jaque-Bera. Hypotesetesting .....	41
Tabell 11. Autokorrelasjonsanalyse før og etter GARCH.....	44
Tabell 12. Prishopp i perioder av børsens stengetid.....	46
Tabell 13. Prishopp i stengetid større enn 2% og 5%.....	46
Tabell 14. Potensielt tap ved hopp av forskjellig storrelse .....	50
Tabell 15. Effekten av negativt prishopp på investorers porteføljer med og uten salgsopsjoner.....	54
Tabell 16. Effekten av negativt prishopp for short-salg spekulanters porteføljer med og uten kjøpsopsjoner.	55
Tabell 17. Effekten av positivt prishopp på investorers porteføljer med og uten salgsopsjoner .....	56
Tabell 18. Effekten av positivt prishopp for short-salg spekulanters porteføljer med og uten kjøpsopsjoner ..	57
Tabell 19. Effekten på kjøpsopsjonsverdi av -5% prishopp i underliggende .....	59
Tabell 20. Effekten på kjøpsopsjonsverdi av -12% prishopp i underliggende.....	60
Tabell 21. Effekten på salgsopsjonsverdi av -5% prishopp i underliggende.....	61
Tabell 22. Effekten på salgsopsjonsverdi av -12% prishopp i underliggende .....	61
Tabell 24. Prosentvis tap på solgte kjøpsopsjoner med forskjellig levetid.....	62
Tabell 25. Prosentvis tap på solgte salgsopsjoner med forskjellig levetid .....	62
Tabell 26. Effekten av negativt prishopp på delta-hedged salgsopsjonsporteføljer.....	64
Tabell 27. Effekten av positivt prishopp på delta-hedged salgsopsjonsporteføljer .....	65
Tabell 28. Effekten av positivt prishopp på delta-hedged kjøpsopsjonsporteføljer.....	66
Tabell 29. Effekten av negativt prishopp på delta-hedged kjøpsopsjonsporteføljer .....	67

## 10. Figuroversikt

<i>Figur 1. Global energiforbruk, 1909-2035.....</i>	9
<i>Figur 2. Alfa-prosentil i standardnormalfordeling .....</i>	15
<i>Figur 3. Handlet daglig volum i PBW.....</i>	25
<i>Figur 4. Prisfluktuasjon, 03.03.2005-31.12.2012.....</i>	27
<i>Figur 5. Daglig avkastning til PBW, 03.03.2005-31.12.2012.....</i>	28
<i>Figur 6. Prisfluktuasjon på S&amp;P 500 og PBW .....</i>	30
<i>Figur 7. Rullerende korrelasjon mellom avkastninger på S&amp;P500 og PBW .....</i>	31
<i>Figur 8. Rullerende beta med bruk av 60-dagers vindu.....</i>	32
<i>Figur 9. Back-testing parametrisk VaR.....</i>	35
<i>Figur 10. Ikke-parametrisk VaR og Expected Shortfall (ES).....</i>	36
<i>Figur 11. VaR og Expected Shortfall for øvre hale med 1% signifikansnivå.....</i>	37
<i>Figur 12. VaR og Expected Shortfall for nedre hale med 1% signifikansnivå .....</i>	37
<i>Figur 13. Fordeling av avkastning med overliggende normalfordelingskurve .....</i>	39
<i>Figur 14. Øvre hale i fordelingen av avkastning med overliggende normalfordelingskurve .....</i>	39
<i>Figur 15. Nedre hale i fordelingen av avkastning med overliggende normalfordelingskurve .....</i>	40
<i>Figur 16. Rullerende standardavvik, 60-dagers vindu og 95% konfidensintervall.....</i>	42
<i>Figur 17. Volatilitet modellert ved bruk av GARCH og EWMA.....</i>	43
<i>Figur 18. Simulert GARCH-VaR.....</i>	49
<i>Figur 19. Verdiendring av kjøpsopsjon med K=4,11 og en måned levetid ved endring i prisen på PBW .....</i>	59
<i>Figur 20. Verdiendring av salgsopsjon med K=4,11 ved endring i prisen på PBW .....</i>	60

## Vedlegg 1. Sammensetning av PBW

Kilde: <http://www.invescopowershares.com/products/holdings.aspx?ticker=PBW>

Sector Total ▼	Ticker	Company Name	% of Fund ▼
<b>Information Technology</b> <b>37.55%</b>	SPWR	SUNPOWER CORP	4.87%
	CREE	CREE INC	4.35%
	IRF	INTL RECTIFIER CORP	3.22%
	PANL	UNIVERSAL DISPLAY CORP	3.19%
	WFR	MEMC ELECTRONIC MATE	3.13%
	AIXG	AIXTRON AG-SPONSORED ADR	2.77%
	PWER	POWER-DONE INC	2.62%
	ITRI	ITRON INC	2.33%
	FSLR	FIRST SOLAR INC	2.24%
	GTAT	GT ADVANCED TECHNOLOGIES INC	2.08%
	TSL	TRINA SOLAR LTD-SPON ADR	1.90%
	MWXL	MAXWELL TECHNOLOGIES INC	1.72%
	HSOL	HANWHA SOLARONE CO LTD ADR	0.51%
	RBCN	RUBICON TECHNOLOGY INC	0.48%
	CSIQ	CANADIAN SOLAR INC	0.45%
	SOL	RENESOLA LTD-ADR	0.44%
	ELDN	ECHELON CORP	0.44%
	JASO	JA SOLAR HOLDINGS CO LTD ADR	0.43%
	STRI	STR HOLDINGS INC	0.39%
<b>Industrials</b> <b>17.66%</b>	ENOC	ENERNOC INC	3.35%
	KDN	KAYDON CORP	2.67%
	PWR	QUANTA SVCS INC	2.39%
	PPO	POLYPORE INTERNATIONAL INC	2.22%
	YGE	YINGLI GREEN ENERGY HOLD-ADR	2.01%
	AMRC	AMERESCO INC	1.73%
	ENPH	ENPHASE ENERGY INC	1.00%
	STP	SUNTECH POWER HOLDINGS-ADR	0.88%
	AMSC	AMERICAN SUPERCONDUCTOR CORP	0.48%
	FCEL	FUELCELL ENERGY INC	0.47%
	MY	CHINA MING YANG WIND POW-ADS	0.47%
<b>Materials</b> <b>13.34%</b>	ZOLT	ZOLTEK COMPANIES INC	3.84%
	OMG	OM GROUP INC	2.78%
	SQM	SOCIEDAD QUIMICA MINERA DE CHI ADR	2.48%
	APD	AIR PRODUCTS & CHEMICALS INC	2.38%
	MCP	MOLYCORP INC	1.57%
	REE	RARE ELEMENT RESOURCES LTD	0.29%
<b>Utilities</b> <b>13.15%</b>	CPN	CALPINE CORP-W/I	2.81%
	IDA	IDAcorp INC	2.73%
	ITC	ITC HOLDINGS CORP	2.61%
	ORA	ORMAT TECHNOLOGIES INC	2.59%
	CPL	CPFL ENERGIA SA-ADR	2.40%
<b>Consumer Discretionary</b> <b>9.62%</b>	THRM	GENTHERM INC	3.42%
	FSYS	FUEL SYSTEMS SOLUTIONS INC	3.20%
	TSLA	TESLA MOTORS INC	3.00%
<b>Energy</b> <b>6.03%</b>	SZYM	SOLAZYME INC	2.37%
	KIOR	KIOR INC	1.79%
	POWR	POWERSECURE INTERNATIONAL IN	0.73%
	GEVO	GEVO INC	0.64%
	AMRS	AMYRIS INC	0.50%
<b>Consumer Staples</b> <b>2.65%</b>	CZZ	COSAN LTD-CLASS A SHARES	2.65%

## Vedlegg 2. Effekten av prishopp på 100% opsjonsforsikrede porteføljer; opsjoner med 3 måneder levetid

Hopp ned

For investorer				
	Long PBW	PBW+put (K=4,16)	PBW+put (K=3,64)	PBW+put (K=3,22)
Spot pris PBW	4,08			
Investering i PBW	1 000 000			
Antall put opsjoner	245 098			
Kostnad	1 000 000	1 090 250	1 033 150	1 010 205
Porteføljens verdi -5% i S	950 000	1 067 653	997 793	966 393
tap/gevinst \$	-50 000	-22 597	-35 357	-43 812
tap/gevinst %	-5,00 %	-2,07 %	-3,42 %	-4,34 %
Porteføljens verdi -12% i S	880 000	1 044 471	956 509	910 499
tap/gevinst \$	-120 000	-45 779	-76 641	-99 706
tap/gevinst %	-12,00 %	-4,20 %	-7,42 %	-9,87 %

Hopp opp

For investorer				
	Long PBW	PBW+put (K=4,16)	PBW+put (K=3,64)	PBW+put (K=3,22)
Spot pris PBW	4,08			
Investering i PBW	1 000 000			
Antall put opsjoner	245 098			
Kostnad	1 000 000	1 090 250	1 033 150	1 010 205
Porteføljens verdi +5% i S	1 050 000	1 117 810	1 072 480	1 056 214
tap/gevinst \$	50 000	27 560	39 330	46 008
tap/gevinst %	5,00 %	2,53 %	3,81 %	4,55 %
Porteføljens verdi +12% i S	1 120 000	1 163 980	1 132 614	1 123 004
tap/gevinst \$	120 000	73 730	99 464	112 798
tap/gevinst %	12,00 %	6,76 %	9,63 %	11,17 %

Hopp ned

For spekulanter				
	Short PBW	PBW+call (K=4,16)	PBW+call (K=4,76)	PBW+call (K=5,38)
Spot pris PBW	4,08			
Short i PBW	-1 000 000			
Antall call opsjoner	245 098			
Kostnad	-1 000 000	-928 721	-972 606	-991 231
Porteføljens verdi -5% i S	-950 000	-901 317	-933 306	-945 246
tap/gevinst \$	50 000	27 403	39 300	45 986
tap/gevinst %	5 %	2,95 %	4,04 %	4,64 %
Porteføljens verdi -12% i S	-880 000	-854 500	-872 708	-878 269
tap/gevinst \$	120 000	74 221	99 898	112 962
tap/gevinst %	12 %	7,99 %	10,27 %	11,40 %

Hopp opp

For spekulanter				
	Short PBW	PBW+call (K=4,16)	PBW+call (K=4,76)	PBW+call (K=5,38)
Spot pris PBW	4,08			
Short i PBW	-1 000 000			
Antall call opsjoner	245 098			
Kostnad	-1 000 000	-928 721	-972 606	-991 231
Porteføljens verdi +5% i S	-1 050 000	-951 161	-1 007 933	-1 035 019
tap/gevinst \$	-50 000	-22 440	-35 327	-43 788
tap/gevinst %	-5,00 %	-2,42 %	-3,63 %	-4,42 %
Porteføljens verdi +12% i S	-1 120 000	-974 991	-1 050 099	-1 091 550
tap/gevinst \$	-120 000	-46 270	-77 493	-100 318
tap/gevinst %	-12,00 %	-4,98 %	-7,97 %	-10,12 %

### Vedlegg 3. Effekten av prishopp på 100% opsjonsforsikrede porteføljer; opsjoner med 6 måneder levetid

Hopp ned

For investorer				
	Long PBW	PBW+put (K=4,24)	PBW+put (K=3,51)	PBW+put (K=2,95)
Spot pris PBW	4,08			
Investering i PBW	1 000 000			
Antall put opsjoner	245 098			
Kostnad	1 000 000	1 134 538	1 048 716	1 014 799
Porteføljens verdi -5% i S	950 000	1 111 131	1 012 644	970 545
tap/gevinst \$	-50 000	-23 407	-36 073	-44 255
tap/gevinst %	-5,00 %	-2,06 %	-3,44 %	-4,36 %
Porteføljens verdi -12% i S	880 000	1 084 495	967 755	912 088
tap/gevinst \$	-120 000	-50 042	-80 961	-102 711
tap/gevinst %	-12,00 %	-4,41 %	-7,72 %	-10,12 %

Hopp opp

For investorer				
	Long PBW	PBW+put (K=4,24)	PBW+put (K=3,51)	PBW+put (K=2,95)
Spot pris PBW	4,08			
Investering i PBW	1 000 000			
Antall put opsjoner	245 098			
Kostnad	1 000 000	1 134 538	1 048 716	1 014 799
Porteføljens verdi +5% i S	1 050 000	1 161 463	1 087 593	1 060 591
tap/gevinst \$	50 000	26 925	38 876	45 792
tap/gevinst %	5,00 %	2,37 %	3,71 %	4,51 %
Porteføljens verdi +12% i S	1 120 000	1 204 637	1 145 859	1 126 572
tap/gevinst \$	120 000	70 099	97 143	111 772
tap/gevinst %	12,00 %	6,18 %	9,26 %	11,01 %

Hopp ned

For spekulanter				
Spot pris PBW	4,08			
Short i PBW	-1 000 000			
Antall call opsjoner	245 098			
	Short PBW	PBW+call (K=4,24)	PBW+call (K=5,14)	PBW+call (K=6,20)
Kostnad	-1 000 000	-903 380	-962 892	-987 895
Porteføljens verdi -5% i S	-950 000	-876 787	-924 079	-942 208
tap/gevinst \$	50 000	26 593	38 812	45 687
tap/gevinst %	5 %	2,94 %	4,03 %	4,62 %
Porteføljens verdi -12% i S	-880 000	-833 422	-865 482	-876 152
tap/gevinst \$	120 000	69 958	97 410	111 743
tap/gevinst %	12 %	7,74 %	10,12 %	11,31 %

Hopp opp

For spekulanter				
Spot pris PBW	4,08			
Short i PBW	-1 000 000			
Antall call opsjoner	245 098			
	Short PBW	PBW+call (K=4,24)	PBW+call (K=5,14)	PBW+call (K=6,20)
Kostnad	-1 000 000	-903 380	-962 892	-987 895
Porteføljens verdi +5% i S	-1 050 000	-926 454	-998 895	-1 032 021
tap/gevinst \$	-50 000	-23 075	-36 003	-44 126
tap/gevinst %	-5,00 %	-2,55 %	-3,74 %	-4,47 %
Porteføljens verdi +12% i S	-1 120 000	-953 280	-1 044 310	-1 090 679
tap/gevinst \$	-120 000	-49 901	-81 419	-102 784
tap/gevinst %	-12,00 %	-5,52 %	-8,46 %	-10,40 %

## Vedlegg 4. Effekten av positivt prishopp i PBW på salgs- og kjøpsopsjoner med en måned, tre og seks måneder levetid

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=1/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
4,76	-0,90	0,7006	0,5263	-0,1743	-24,87 %	0,3226	-0,3780	-53,95 %
4,44	-0,75	0,4257	0,2878	-0,1379	-32,39 %	0,1486	-0,2771	-65,09 %
4,11	-0,50	0,2034	0,1182	-0,0852	-41,89 %	0,0484	-0,1550	-76,21 %
3,80	-0,25	0,0745	0,0359	-0,0386	-51,78 %	0,0112	-0,0633	-84,96 %
3,54	-0,10	0,0231	0,0092	-0,0139	-60,17 %	0,0022	-0,0209	-90,52 %

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med t=1/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
4,76	10 %	0,0216	0,0513	0,0297	138,00 %	0,1332	0,1116	517,88 %
4,44	25 %	0,0666	0,1327	0,0661	99,27 %	0,2791	0,2125	319,15 %
4,11	50 %	0,1743	0,2931	0,1188	68,14 %	0,5089	0,3346	191,94 %
3,80	75 %	0,3552	0,5207	0,1654	46,57 %	0,7816	0,4263	120,01 %
3,54	90 %	0,5638	0,7539	0,1901	33,72 %	1,0325	0,4687	83,14 %

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=3/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
5,38	-0,90	1,3324	1,1538	-0,1787	-13,41 %	0,9231	-0,4093	-30,72 %
4,76	-0,75	0,7888	0,6447	-0,1441	-18,27 %	0,4726	-0,3162	-40,08 %
4,16	-0,50	0,3682	0,2767	-0,0916	-24,86 %	0,1794	-0,1888	-51,27 %
3,64	-0,25	0,1353	0,0917	-0,0435	-32,19 %	0,0515	-0,0838	-61,95 %
3,22	-0,10	0,0416	0,0254	-0,0163	-39,11 %	0,0123	-0,0294	-70,57 %

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med t=3/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
5,38	10 %	0,0358	0,0611	0,0253	70,85 %	0,1161	0,0803	224,45 %
4,76	25 %	0,1118	0,1716	0,0599	53,56 %	0,2852	0,1734	155,17 %
4,16	50 %	0,2908	0,4033	0,1124	38,66 %	0,5916	0,3008	103,44 %
3,64	75 %	0,5775	0,7380	0,1605	27,79 %	0,9833	0,4058	70,27 %
3,22	90 %	0,9037	1,0914	0,1877	20,77 %	1,3639	0,4602	50,93 %

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=6/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
6,1	-0,90	2,0618	1,8817	-0,1800	-8,73 %	1,6424	-0,4194	-20,34 %
5,14	-0,75	1,2050	1,0581	-0,1469	-12,19 %	0,8728	-0,3322	-27,57 %
4,24	-0,50	0,5489	0,4548	-0,0941	-17,15 %	0,3453	-0,2036	-37,09 %
3,51	-0,25	0,1988	0,1534	-0,0454	-22,83 %	0,1055	-0,0933	-46,92 %
2,95	-0,10	0,0604	0,0432	-0,0172	-28,43 %	0,0268	-0,0336	-55,59 %

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med t=6/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter +5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter +12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
6,1	10 %	0,0494	0,0734	0,0240	48,52 %	0,1196	0,0702	142,21 %
5,14	25 %	0,1514	0,2085	0,0571	37,72 %	0,3088	0,1574	103,97 %
4,24	50 %	0,3942	0,5041	0,1099	27,87 %	0,6802	0,2860	72,55 %
3,51	75 %	0,7731	0,9318	0,1586	20,52 %	1,1695	0,3963	51,26 %
2,95	90 %	1,1941	1,3809	0,1868	15,65 %	1,6501	0,4560	38,19 %

## Vedlegg 5. Effekten av negativt prishopp i PBW på kjøps- og salgsopsjoner med tre og seks måneder levetid

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=3/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
5,38	-90 %	1,3324	1,5200	0,1876	14,08 %	1,7933	0,4609	34,59 %
4,76	-75 %	0,7888	0,9491	0,1603	20,33 %	1,1964	0,4076	51,67 %
4,16	-50 %	0,3682	0,4800	0,1118	30,36 %	0,6710	0,3028	82,24 %
3,64	-25 %	0,1353	0,1950	0,0597	44,17 %	0,3122	0,1769	130,80 %
3,22	-10 %	0,0416	0,0669	0,0252	60,63 %	0,1244	0,0828	198,85 %

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med t=3/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
5,38	10 %	0,0358	0,0194	-0,0164	-45,78 %	0,0071	-0,0287	-80,26 %
4,76	25 %	0,1118	0,0681	-0,0437	-39,06 %	0,0298	-0,0820	-73,38 %
4,16	50 %	0,2908	0,1986	-0,0922	-31,70 %	0,1040	-0,1868	-64,22 %
3,64	75 %	0,5775	0,4333	-0,1443	-24,98 %	0,2648	-0,3127	-54,14 %
3,22	90 %	0,9037	0,7249	-0,1788	-19,78 %	0,4968	-0,4068	-45,02 %

Lang posisjon i salgsopsjoner med t=6/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
6,1	-90 %	2,0618	2,2482	0,1864	9,04 %	2,5177	0,4559	22,11 %
5,14	-75 %	1,2050	1,3633	0,1584	13,14 %	1,6024	0,3974	32,98 %
4,24	-50 %	0,5489	0,6574	0,1085	19,77 %	0,8343	0,2854	52,00 %
3,51	-25 %	0,1988	0,2556	0,0568	28,59 %	0,3580	0,1593	80,13 %
2,95	-10 %	0,0604	0,0838	0,0234	38,82 %	0,1309	0,0705	116,82 %

Lang posisjon i kjøpsopsjoner med t=6/12, volatilitet=40%, S=4,08, r=0,25%								
Strike	Delta	Verdi før hopp	Verdi etter -5% hopp	Tap/Gevinst \$	Tap/Gevinst %	Verdi etter -12% hopp	Tap/gevinst \$	Tap/gevinst %
6,1	10 %	0,0494	0,0318	-0,0176	-35,63 %	0,0157	-0,0337	-68,21 %
5,14	25 %	0,1514	0,1058	-0,0456	-30,15 %	0,0592	-0,0922	-60,88 %
4,24	50 %	0,3942	0,2987	-0,0955	-24,23 %	0,1900	-0,2042	-51,79 %
3,51	75 %	0,7731	0,6260	-0,1472	-19,04 %	0,4428	-0,3303	-42,72 %
2,95	90 %	1,1941	1,0135	-0,1806	-15,12 %	0,7750	-0,4191	-35,10 %