

Risiko i det nordiske kraftmarkedet:
- *Utfordringer for risikostyring*

Risk in the Nordic Power Market:
- *Challenges of risk management*

Kristian Ingemann Erlandsen og John Ola Solheim

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP
INSTITUTT FOR ØKONOMI OG RESSURSFORVALTNING
MASTEROPPGAVE 30 STP . 2012



Forord

Denne oppgaven er en skriftlig masterutredning innen finansiell økonomi ved Universitetet for miljø- og biovitenskap. Oppgaven gir 30 studiepoeng, og er utarbeidet fra januar-mai i 2012. Dette er det avsluttende arbeidet for vår siviløkonomutdanning. Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder, Ole Gjølberg, for konstruktive tilbakemeldinger underveis i vårt arbeid, samt raske svar på våre spørsmål. Vi ønsker også å takke for muligheten til å få delta på råvareanalyseseminar med The Norwegian Centre for Commodity Market Analysis (NCCMA), der vi fikk gode råd og tilbakemeldinger på vår oppgave fra anerkjente forskere innen råvaremarkedsanalyse. I tillegg vil vi takke Sjur Westgaard og Olvar Bergland for nyttige innspill. Videre ønsker vi å takke Nord Pool for tilgang på nødvendig data for våre analyse.

Ideen for tilnærming av oppgave fikk vi fra et working paper av vår veileder Ole Gjølberg (2011). Alle våre beregninger er utarbeidet i Excel og Oxmetrics.

Underveis i vårt arbeid har det oppstått store utfordringer. Vi kan her nevne komplekse økonometriske modeller som ARMA-GARCH, som vi på egen hånd har satt oss inn i, da disse modellene ikke har vært en del av vår pensumlitteratur under utdanningen. Vi ser med stolthet tilbake på hvordan vi har løst de utfordringer som har oppstått. Vi føler vi under forskningen har økt vårt kunnskapsnivå betydelig, både der gjelder kunnskap om kraftmarkedet, samt økonomisk forståelse.

Sammendrag

Det nordiske kraftmarkedet er preget av svært volatile priser, som byr på mange problemer ved risikostyring for aktørene i markedet. Risiko i kraftmarkedet kan ikke uten videre analyseres og styres på samme måte som for eksempel aksjemarkedet. Dette fordi kraftmarkedet innehar større og hyppigere prissvingninger enn de fleste andre markeder. Risiko er uforutsette hendelser, mens volatilitet er mer knyttet til spredning i en fordeling. Tidssystematikk kan sies å kunne forutsees, og en risikostyrer vil altså kunne ta hensyn til denne. Vår tilnærming har vært å finne en "normal risiko", der risikostyrer kan tillegge denne risikoen informasjon om tidssystematikk og eksogene variabler.

Vi har forsøkt å finne "normal risiko", ved å justere for observert tidssystematikk. Dette har vi gjort for å se om vi kan benytte tradisjonelle modeller for risikostyring for den "normale risikoen". Ved en slik tilnærming kan en, ut over en "normal risiko", legge til kunnskap om tidssystematikk og eksogene faktorer som vær, temperaturer osv., for et mer komplett bilde av volatilitet.

Likeså ved en alternativ tilnærming, med alternative modeller, ønsket vi å se om vi fant indikasjoner på om det var mer fornuftig å benytte ulike modeller for å modellere og predikere risiko for ulike tidsrom. Vi benyttet til et slikt formål ARMA-GARCH varianter på justerte og ujusterte serier.

Vi fant klar tidssystematikk i systemprisen og NO1 ved å undersøke standardavvik og frekvens av hopp knyttet til intradag, ukedag, og måned.

Ved forskjellige justeringer for tidssystematikk i volatilitet fant vi at det er lettere å finne en dataserie for "normal risiko" for NO1 enn systemprisen. Dette antar vi har en sammenheng med at systemprisen er et snitt av ulike geografiske områder og ulike typer kraftproduksjon. Likevel finner vi for systemprisen og NO1 at risikoen for å benytte standardavvik som risikomål i de respektive periodene som dataseriene gjelder for, synker i forhold til den ujusterte serien. Dette kan vi si da avstanden fra minimum og maksimum til standardavviket synker. Slik sett er vi nærmere å kunne benytte tradisjonell tilnærming til risiko i disse periodene.

Modelleringen med ARMA-GARCH varianter ble også lettere ved justerte serier, da vi lettere fikk fjernet blant annet seriekorrelasjon. Samtidig ser vi at vi bedrer prediksjonene våre ved å benytte dataserier justert for tidssystematikk. Vi finner også at de ulike dataseriene virker å trenge noe forskjellige modeller. Samlet gir dette en indikasjon på at det kan være naturlig å benytte flere enn en modell for å predikere volatiliteten til systemprisen og NO1.

Abstract

A highly volatile power market makes risk management difficult. Risk management and analysis cannot be done in the same manner as in for example the stock market. This is due to the fact that the prices in the power market seem to fluctuate more frequently and with higher degree, than prices in other financial markets. Risk is unknown events, while volatility is related to spread in a density. Seasonality can be said to be predictable, and a risk manager can account for these fluctuations. Our approach has been to find a “normal risk”, where a risk manager can add information of seasonality and exogenous variables.

We have tried to find “normal risk” by adjusting for observed seasonality fluctuations. This is done to see whether we can use more traditional models for risk management. By an approach like this, we can add information about seasonality fluctuations, and other exogenous variables such as weather and temperature etc., for a more complete picture of volatility.

In the same way, with alternative models, we have tried to find whether we can approve our models and volatility predications by using more than one model. In this approach we used different ARMA-GARCH models.

We found clear evidence of seasonality in the system price and NO1.

When adjusting for this time dependent volatility, it was easier to find a dataset for “normal risk” for NO1 than the system price. We think this is caused by the fact that the system price is an average of different geographical zones, and has different kind of power production. We did though find that the risk of using the standard deviation as a measurement of risk for the system price and NO1 is reduced. This is due to the fact that the spread from minimum and maximum to the new standard deviation got smaller. So we can conclude that we are closer to be able to use more traditional models of estimating and forecasting the risk.

Modeling risk with different ARMA-GARCH models was easier for the adjusted data series. It was for example easier to remove autocorrelation. We can also see that we are improving forecasts of volatility when the adjusted data series are used. We have found indications of improvements when different models for different data series. All together we can say that this indicates that it might be reasonable to use more than one model to estimate and forecast risk for the system price and NO1.

Innholdsfortegnelse

1	INNLEDNING	1
1.1	STRUKTUR.....	1
2	TIDLIGERE STUDIER AV VOLATILITET OG RISIKOSTYRING I KRAFTMARKEDET	2
2.1	INNLEDNING	2
2.2	STUDIER AV INTERNASJONALE MARKEDER.....	2
2.3	STUDIER AV DET NORDISKE MARKEDET	3
3	DET NORDISKE KRAFTMARKEDET	4
3.1	DET FYSISKE MARKEDET	4
4	DATA	5
5	EN OVERSIKT OVER PRISUTVIKLING OG PRISVOLATILITET 2002-2011	6
5.1	INNLEDNING	6
5.2	HVORDAN HAR PRISEN UTVIKLET SEG I PERIODEN 2002-2011?	7
5.3	HVORDAN HAR VOLATILITETEN UTVIKLET SEG I PERIODEN 2002-2011?.....	9
5.4	DELKONKLUSJON	11
6	RISIKO I HØYERE MOMENTER: SKJEVHET, KURTOSE OG EKSTREMBEGIVENHETER.. 11	
6.1	INNLEDNING	11
6.2	FORDELINGSEGENSKAPER.....	11
6.3	EKSTREMBEGIVENHETER.....	12
6.3.1	<i>Kvantifisering av ekstrembegivenheter.....</i>	<i>13</i>
6.4	DELKONKLUSJON	16
7	TIDSSYSTEMATIKK I VOLATILITETEN	16
7.1	INNLEDNING	16
7.2	ER DET TIDSSYSTEMATIKK I SYSTEMPRISENS STANDARDAVVIK?.....	17
7.2.1	<i>Tidssystematikk over døgnet (systempris).....</i>	<i>18</i>
7.2.2	<i>Tidssystematikk på daglig basis (systempris)</i>	<i>20</i>
7.2.3	<i>Tidssystematikk på månedsbasis (systempris)</i>	<i>22</i>
7.3	ER DET TIDSSYSTEMATIKK I SYSTEMPRISENS EKSTREMBEGIVENHETER?	22
7.3.1	<i>Ekstrembegivenheter for timelige prisendringer (systempris).....</i>	<i>23</i>
7.3.2	<i>Ekstrembegivenheter for daglige prisendringer (systempris)</i>	<i>23</i>
7.3.3	<i>Ekstrembegivenheter for måneder, basert på daglige prisendringer (systempris)....</i>	<i>24</i>
7.4	ER DET TIDSSYSTEMATIKK I NO1 STANDARDAVVIK?.....	24
7.4.1	<i>Tidssystematikk over døgnet (NO1).....</i>	<i>25</i>
7.4.2	<i>Tidssystematikk på daglig basis (NO1).....</i>	<i>27</i>

7.4.3	<i>Tidssystematikk på månedsbasis (NO1)</i>	28
7.5	ER DET TIDSSYSTEMATIKK I NO1 EKSTREMBEGIVENHETER?	29
7.5.1	<i>Ekstrembegivenheter for timelige prisendringer (NO1)</i>	29
7.5.2	<i>Ekstrembegivenheter for daglige prisendringer (NO1)</i>	30
7.5.3	<i>Ekstrembegivenheter for måneder, basert på daglige prisendringer (NO1)</i>	30
7.6	DELKONKLUSJON	31
8	RISIKO VED JUSTERING FOR TIDSSYSTEMATIKK I VOLATILITETEN	31
8.1	INNLEDNING	31
8.2	JUSTERING FOR TIDSSYSTEMATIKK I SYSTEMPRISEN	32
8.3	JUSTERING FOR TIDSSYSTEMATIKK I NO1	34
8.4	DELKONKLUSJON	37
9	ARMA-GARCH MODELLERING AV KRAFTPRISEN	38
9.1	INNLEDNING	38
9.2	KORT OM ARMA-GARCH.....	39
9.3	MODELL FOR UJUSTERT DATASERIER 2002-2011	42
9.3.1	<i>Modell for ujustert systempris 2002-2011</i>	43
9.3.2	<i>Modell for den ujusterte NO1, 2002-2011</i>	46
9.3.3	<i>Delkonklusjon</i>	46
9.4	SAMMENLIKNE MODELLER FOR DATASERIER MED OG UTEN JUSTERING.....	47
9.4.1	<i>Modell for systempris</i>	48
9.4.2	<i>Sammenligning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene (systempris)</i>	50
9.4.3	<i>Modell for NO1</i>	54
9.4.4	<i>Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene (NO1)</i>	57
9.4.5	<i>Delkonklusjon</i>	61
10	PREDIKSJON AV VOLATILITET	61
10.1	INNLEDNING	61
10.2	PREDIKSJONSTESTER FOR ULIKE DATASERIER FOR VOLATILITET I SYSTEMPRIS	63
10.3	PREDIKSJONSTESTER FOR ULIKE DATASERIER FOR VOLATILITET I NO1	64
10.3.1	<i>Delkonklusjon</i>	66
11	OPPSUMMERENDE KONKLUSJONER	66
12	LITTERATURLISTE	68

1 Innledning

Ved denne forskningen ønsker vi å foreta en analyse av volatiliteten i det nordiske kraftmarkedet, Nord Pool. Vi tar utgangspunkt i prisendringer i systemprisen, samt for områdeprisen i NO1.

Avkastning i aksjemarkeder og råvaremarkeder er funnet å være ikke-normalfordelte, da de blant annet inneholder fete haler og høy kurtose. Derfor er det utviklet andre mer avanserte modeller for modellering av risiko. Samtidig er det usikkert hvilke nytte en risikostyrer har av slike alternative modeller, da avviket fra normalfordelingen ofte er noe begrenset. Samtidig er kraftmarkedet funnet mer volatilt enn andre råvaremarkeder, samtidig som det inneholder flere ekstreme prisendringer enn mange andre markeder. Vi finner derfor at de relative prisendringene er langt fra normalfordelt for både systemprisen og NO1. Dette kommer i hovedsak av at kraft ikke kan lagres.

På bakgrunn av dette er denne oppgaven todelt.

(1) Vi har forsøkt å finne "normal risiko", ved å justere for observert tidssystematikk.

Dette har vi gjort for å se om vi kan benytte tradisjonelle modeller for risikostyring for den "normale risikoen", og vil derfor være av interesse for en risikostyrer. Ved en slik tilnærming kan en, ut over en "normal risiko", legge til kunnskap om tidssystematikk og eksogene faktorer som vær, temperaturer osv., for et mer komplett bilde av volatilitet.

(2) Likeså ønsket vi å se om vi fant indikasjoner på om det var mer fornuftig å benytte ulike modeller for å modellere og predikere risiko for ulike tidsrom.

Altså er vår hypotese at dersom en skal benytte mer alternative modeller, vil det være bedre å benytte flere modeller for ulike perioder, enn å benytte en og samme modell på hele perioden inklusive all tidssystematikk. Dette vil igjen være til hjelp for en risikostyrer.

Følgelig er dette noe vi ønsker å forske på.

1.1 Struktur

Vi vil i denne oppgaven først gi et innblikk i pris og volatiliteten til systemprisen og NO1. Deretter vil vi kartlegge eventuell tidssystematikk. Denne vil vi videre justere for, for å se hvorvidt vi kan benytte tradisjonelle modeller for risikostyring. Likeså benytter vi samme justerte serier for å se om det vil være hensiktsmessig å benytte ulike modeller på ulike tidsrom for modellering og predikering.

2 Tidligere studier av volatilitet og risikostyring i kraftmarkedet

2.1 Innledning

Vi vil i dette kapittelet vise til tidligere forskning på temaer innen volatilitet og risikostyring i det nordiske, samt det internasjonale kraftmarkedet. Vårt fokus på foreliggende arbeid innen temaene, vil være forskning innen tidssystematikk, ekstrembegivenheter, mean reversion, "clustering volatility", samt modellering og predikering av risiko. Dette har vi gjort for å danne et fundament for vår forskning.

Liberalisering av kraftmarkedet har ført til en rekke forskning i løpet av de to siste tiårene. Markedets egenart i forhold til andre markeder kan tenkes å ha bidratt til det samme. Mangel på lagringsmuligheter av produsert kraft blir trukket frem som avgjørende i forhold til markedets relativt unike kjennetegn. Vi vil her presentere forskning som er gjort på kraftmarkeder, og da spesielt på områdene som er interessant i forhold til vår problemstilling, analyse av volatilitet.

2.2 Studier av internasjonale markeder

Rafal Weron (2008) har sett på fordelingen til spotprisen for kraftmarkedet i EEX (Tyskland), OMEL (Spania), PJM (US) og NEPOOL (US). Weron finner fete haler og ekstrem volatilitet både for daglig spotpris og for logaritmiske prisendringer. Koopman et al. (2005) forklarer i sin forskning dynamikken i betinget varians og gjennomsnitt. Dette gjør han for markedene Nord Pool, European Energy Exchange (EEX), Powernext og Amsterdam Power Exchange (APX). De avdekker i sin forskning sesongeffekter og finner betinget varians. Escibano et al. (2011) har i sin forskning funnet klare sesongvariasjoner i det argentinske, australske, new zealandske, nordiske og det spanske kraftmarkedet. Bessembinder og Lemmon (1999) har forsket på likevektspris og optimal hedge i det elektriske forwardmarkedet i Pennsylvania og California. Også de har sett på sesongvariasjon som en del av denne forskningen, og finner at kraftprisene er klart mest volatile i sommermånedene. Guthrie og Videbeck (2002) har i sin forskning sett på høyfrekvente spotpriser og dynamikken av disse innenfor kraftmarkedet i New Zealand. De finner at prisene varierer både etter sesong, ukedag, og tid på dagen. Knittle og Roberts (2005) finner i snitt høyest pris klokka 16.00, og prisene er høyere ved arbeidsdager enn i helgedagene. Samtidig finner også de høyest pris i sommermånedene. De har forsket på det deregulerte kraftmarkedet i California. Higgs og Worthington (2005) har sett på sesongeffekter i det australske kraftmarkedet. De finner klare sesongeffekter, som resultat av endringer i etterspørsel gjennom dager, uker og måneder. Bodily og Buono (2002) har forsket på det australske (Victoria), det amerikanske (California) og det nordiske markedet. De finner liten endring i

volatilitet gjennom dagen for det nordiske kraftmarkedet, men betydelig større endringer i det australske og amerikanske markedet. Samtidig finner de at prisen raskt innhenter normalnivå etter ekstremutfall, og at det nordiske markedet innhenter seg spesielt raskt. Seifert og Uhrig-Homburg (2007) har testet diverse Poison modeller, samt en Ornstein-Uhlenbeck modell for forskjellige observerte hopp-mønstre i forhold til tre karakteristikk. Disse er betegnet som hopp med etterfølgende mean reverting prosess, "spike"- hopp der ett positivt eller negativt hopp etterfølges av ett motsatt gående hopp, og klyngehopp, der mange positive, negative eller blandede hopp kommer innen en kort periode. Forskningen er gjort for det tyske markedet. Geman og Roncoroni (2006) har forsøkt tilpasset, og testet en modell for å fange opp karakteristikk hopp etterfulgt av reverserende hopp i det amerikanske kraftmarkedet. Chan et al. (2008) forsker på karakteristikk og prediksjon av volatilitet i elektrisitetspriser i Australia. De mener de mye brukte jump-diffusion modellene i finansmarkedene ikke nødvendigvis egner seg like godt til prediksjonsformål i kraftmarkedet, da hopp i dette markedet vil opptre hyppigere enn i finansmarkedet generelt. De separerer i sin forskning den totale variasjonen inn i hopp og ikke-hopp komponenter. Garcia et al. (2005) bruker GARCH til å predikere neste dags elektrisitetspris i Spania og California. Cuaresma et al. (2004) predikerer elektrisk spotpris for data fra Leipzig Power Exchange, ved hjelp av lineære "univariate" tidsseriemodeller.

2.3 Studier av det nordiske markedet

Rafal Weron har også studert fete haler ved Nord Pool, samt satt opp to prismodelleringsmodeller (2005). Weron har utarbeidet mye forskning på prisdynamikk i kraftmarkedet både ved Nord Pool og andre sentrale, internasjonale kraftmarkeder. Bystrøm (2005) har forsket på ekstreme prisendringer i det nordiske kraftmarkedet. Han finner klare fete haler og sesongvariasjon. Gjølberg (2010) har sett på om sesongvariasjonene i det nordiske kraftmarkedet er sterke nok til at man kan tjene på å endre handlemønstre, samt om man kan vurdere investeringer for å utnytte mønsteret. Han finner klart prismønstre på timer og dager, samt "mean reverting"- prosess i pris. Simonsen (2005) finner også at det finnes system ved pris og volatilitet i det nordiske markedet. Samtidig finner han at volatiliteten er log normalfordelt. Solibakke (2002) benytter ARMA-GARCH tilnærming for modellering av prisrisiko i det nordiske kraftmarkedet. Simonsen et al. (2004), samt Andersson og Lillestøl (2010) beskriver særtrekk ved systemprisen, som blant annet sesong, "mean reversion," "clustering-volatility" og hopp. Sistnevnte ender så opp med å konstruere blant annet en multivariat modell for prediksjon av neste dags pris. Haugom et al. (2010) bruker realized volatility modell for å predikere neste dags forwardprisvolatilitet ved Nord Pool. De sammenligner videre sine prediksjoner mot prediksjoner fra GARCH. De finner at realized volatility passer bedre enn GARCH på høyfrekvente elektrisitetspriser

ved Nord Pool. Weron og Misiorek (2008) har testet styrken til 12 ulike tidsseriemodeller for prisprediksjon av elektrisk spotpris ved Nord Pool og i California, under ulike markedsbetingelser. De finner at lufttemperaturen ikke har like stor innvirkning på spotprisen som produsert mengde kraft, når hver av disse er satt som eksogen variabel.

3 Det nordiske kraftmarkedet

Nord Pool er den nordiske børsen for elektrisitet. I tillegg var Nord Pool verdens første internasjonale børs for omsetting av elektrisk energi (Store Norske Leksikon 2012). Børsen var i utgangspunktet et datterselskap av Statnett SF og ble etablert i 1993, som Statnett marked AS. Den gang omhandlet børsen kun det norske markedet, men i 1996 ble børsområdet utvidet til også å omhandle Sverige. Navnet ble endret til Nord Pool. Statnett SF og Svenska Kraftnät eide fra da 50 % hver av selskapet. I 2002 ble Nord Pool Spot AS organisert som et separat selskap, som i dag eies av Statnett SF (30%), Svenska Kraftnät (30%), Fingrid Oyj (20%) and Energinet.dk (20%) (Nord Pool Spot u.å.). Nord Pool Spot fastsetter døgnet i forveien neste dags spotpris (systempris) i det nordiske kraftmarkedet som likevekten mellom tilbud og etterspørsel totalt. I henhold til Nord Pool Spot sine hjemmesider handler 350 selskap, fra 18 forskjellige land, på børsen. I 2006 ble Nord Pool kjøpt opp av OMX, som igjen eies av Nasdaq. Under navnet Nasdaq OMX Commodities, tilbyr selskapet trading av ulike kontrakter, futures, forwards og opsjoner. Nord Pool Spot er fortsatt separat fra selskapet. Både nasjonale og internasjonale aktører handler på ulike kontrakter i Nasdaq OMX Commodities. I tillegg til Norden kan du handle kraft i det tyske og nederlandske markedet på Nord Pool. På børsen kan du også handle CO₂ – kontrakter.

Med et felles nordisk kraftmarked skaffes kraft til veie på billigst mulig måte, og vil i større grad enn før frikonkurransen i Norden, gjenspeile tilbuds- og etterspørselsforholdene. I år med lave tilsig til vannkraftverkene, vil de termiske kraftverkene øke produksjonen, motsatt ved år med høye tilsig til kraftverkene, noe som vil redusere prisnivået (Nærings- og Handelsdepartementet u.å.). De nordiske kraftselskapene utfyller altså hverandre, men begrenses noe av flaskehalsen i nettet.

3.1 Det fysiske markedet

Elspot markedet finnes hos Nord Pool Spot, og er et auksjonsbasert marked. Kontrakter avtales en dag i forveien mellom selger og kjøper, for fysisk levering neste dag. Nord Pool Spot setter sine priser basert på budene før fristens utløp. Disse prisene utgjør altså systempris og områdepris. Disse to er adskilt da områdeprisen tar hensyn til flaskehalsen i den fysiske leveringen.

Elbas er et intratrade marked, og er et supplement til Elspot for å sikre nødvendig balanse mellom tilbud og etterspørsel. I dette markedet er de Nordiske landene, Estland, og Tyskland inkludert.

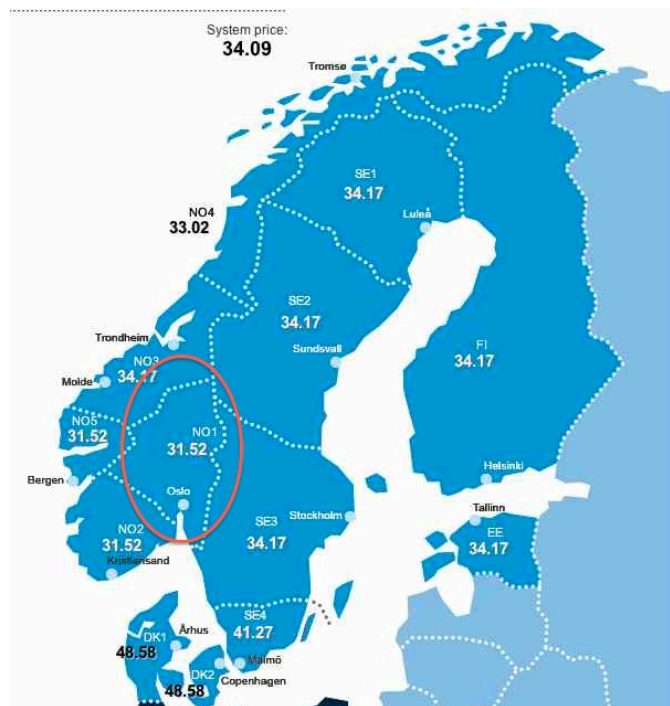
For å hedge seg mot prisrisiko tilbyr Nord Pool futures og forward kontrakter, CFD (Contract For Difference) og opsjoner. I denne oppgaven er det kun fokus på spotmarkedet, så vi vil ikke gå dypere inn på ulike kontrakter.

4 Data

Vi tar i denne forskningen utgangspunkt i systempris og områdepris for NO1 i det nordiske kraftmarkedet.

Systempris: Systemprisen er gjennomsnittlig daglig pris beregnet fra områdepriser, uten å ta hensyn til flaskehals.

NO1: Områdepris er auksjonsbaserte priser beregnet for neste dag, der kraft er handlet for levering hver time neste dag. Nord Pool er delt inn i 13 områder for å ta hensyn til flaskehals i strømmettet. I vår forskning fokuseres det på området NO1, som er områdeprisen for Østlandet.



Figur 1: Oversikt over områdeprisene ved Nord Pool
Kilde: (Nord Pool Spot 2012)

Prisene er hentet fra Nord Pool Spot sin server. Vi har samlet timelige og daglige priser fra januar 2002 til desember 2011. Videre har vi i hele oppgaven benyttet logaritmiske prisendringer.

I første del, der vi ønsker å beskrive volatiliteten til systemprisen har vi sortert og delt inn i fire ulike prisendringsserier¹.

- i) Timelige: prisendringer fra foregående time
- ii) 24-timers intervall: prisendringer til timene fra sitt foregående nivå, 24 timer tilbake
- iii) Daglige: prisendringer fra foregående dag, for gjennomsnittlige daglige priser.
- iv) Ukes intervall: prisendringer til ukedager fra sitt foregående nivå, 7 dager tilbake

Daglige priser er Nord Pools egne utregnede snitt av den aktuelle dagens timespriser. I kapittel 8 benytter vi kun daglige prisendringer (iii).

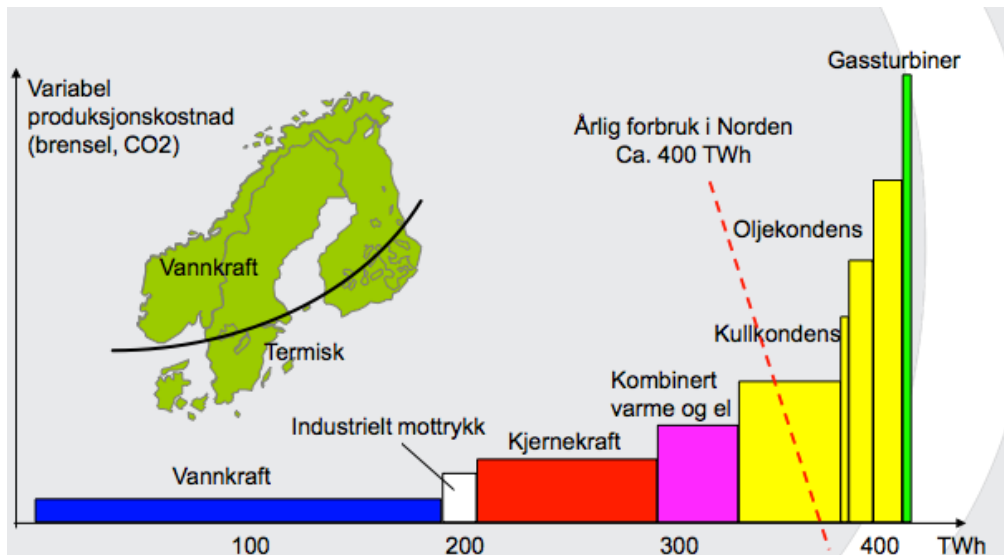
5 En oversikt over prisutvikling og prisvolatilitet, 2002-2011

5.1 Innledning

Vi ønsker å starte dette kapitlet med å gi et overordnet bilde av utviklingen i pris og prisendringer for perioden 2002-2011. Dette er interessant for å se hvordan priser og avkastninger fluktuerer og om denne fluktueringen har endret seg gjennom perioden. Vi vil i tillegg avdekke grad av volatilitetsklumper, samt om vi har hatt en økende eller avtakende trend i prisene gjennom perioden. Samtidig ønsker vi å sammenligne NO1 og systemprisen, for å se forskjeller i disse, samt tilnærminger til flaskehals. Dette gjør vi i hovedsak ved grafisk fremstilling, samt diskusjon rundt disse.

Prisutviklingen og prisvolatiliteten vil naturlig nok være svært avhengig av de fundamentale faktorene i markedet. Etterspørselssiden vil i hovedsak være avhengig av temperaturer og produksjon. Tilbudssiden vil i stor grad være avhengig av hydrologisk balanse, temperatur og vind. Prisen vil også inneha en naturlig økning ved økt produsert kvantum, da det i markedet er stor forskjell mellom variable produksjonskostnader. Dette ser vi av figur 2. Vi ser at vannkraft har svært lave variable produksjonskostnader. Samtidig ser vi at disse kostnadene er betydelig høyere for termisk kraft.

¹ Sommertid er tatt høyde for som gjennomsnitt av de to nærmeste timene
Timer med gratis strøm (26.07.2009) er fjernet fra datasettet



Figur 2: Variable produksjonskostnader ved produsert kvantum og produksjonskilde.
Kilde: (Botzet 2011)

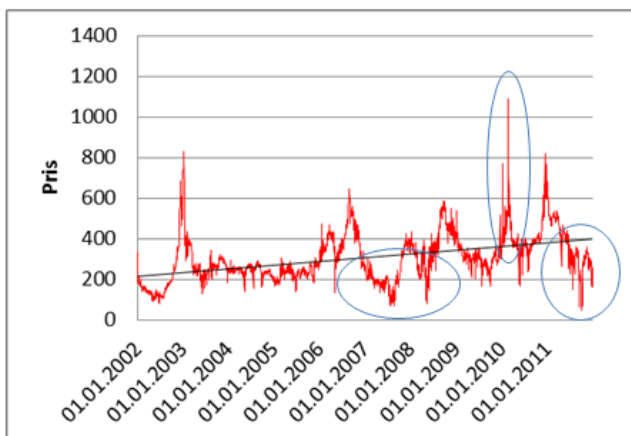
5.2 Hvordan har prisen utviklet seg i perioden 2002-2011?

Figur 3 viser prisutviklingen i systemprisen for perioden 2002-2011, mens figur 4 viser tilsvarende utvikling, for samme periode for NO1.

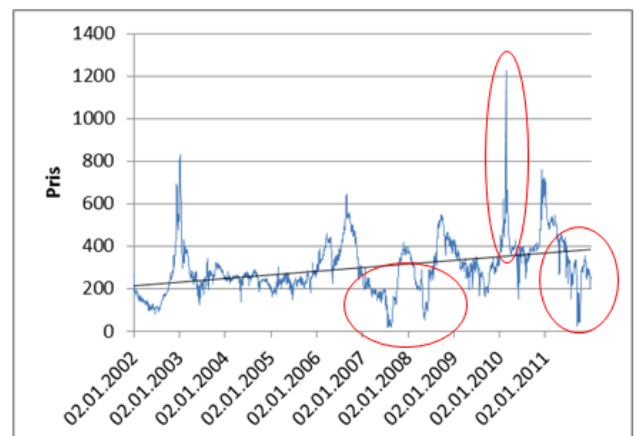
Vinter og pristopper

Ser vi på figur 3 og 4, varierer systemprisen og NO1 hyppig, og vi ser tydelige topper. Spesielt ser vi en høy topp i pris rundt januar 2010. I henhold til NVEs 1.kvartalsrapport 2010 (2010), skyldes dette:

- Tilsig godt under normalt for perioden
- Betydelig kaldere vinter enn normalt
- Betydelig nedbørssvikt i starten av kvartalet



Figur 3: Prisutvikling i systemprisen på daglig basis, 2002-2011



Figur 4: Prisutvikling i NO1 på daglig basis, 2002-2011

Høy kraftetterspørsel i perioden førte til produksjon opp mot maksimum og en rekordhøy nettoimport, på grunn av de ovenfor nevnte punktene. Samtidig var det lav svensk kjernekraftproduksjon, som ikke kom i gang med drift til planlagt tid etter en årlig vedlikeholdsstans. Dette bidro til en vesentlig prisøkning, noe som reflekteres i toppene i figuren. Vi ser at det gjennomgående er pristopper rundt januar. Dette er naturlig, da kalde vintre vil øke etterspørselen kraftig og videre drive kraftprisen opp.

Vår og sommer

Om våren og sommeren vil kraftprisen være lav. Etterspørselen etter kraft er vesentlig lavere her enn på vinteren, mye på grunn av mindre behov for oppvarming. Samtidig har man på våren større tilsig til magasinene. Vi opplevde svært lav kraftpris i 2011, som sannsynligvis var et resultat av mye nedbør denne sommeren, som igjen gir et stort tilbud av kraft. Vi ser at de lave prisene på sommeren har blitt mer markante den siste femårs perioden. Grunnlaget for dette er mest sannsynlig økt produksjon av vindkraft. Vannkraft kan til en viss grad tilpasses etterspørselen ved vannlagring i magasiner. Vindkraft har ikke samme tilpasningsevne, og produserer derfor mer eller mindre kontinuerlig avhengig av vindstyrke. I tillegg produserer svenske vannkraft mer kontinuerlig avhengig av vann, på grunn av lave magasiner. Også svenske atomkraftverk produserer relativt jevnt, da det koster mye å stenge kraftverk. Sammen kan dette gi lave priser vår og sommer når tilsiget er størst, og vannmagasinene fulle. I enkelte perioder ved ekstremt lav etterspørsel, samt nevnte store tilbud, vil enkelte områdepriser kunne settes til negativ pris. Lav etterspørsel på nattetid vil kunne gi ekstremt lave eller negative priser i disse periodene med stort tilbud.

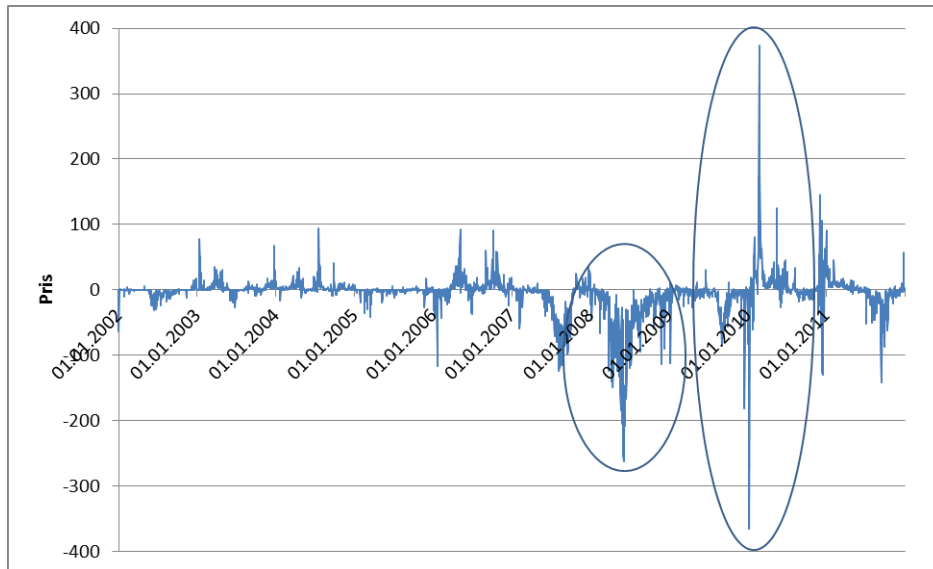
Pristrend

Ved å legge til en trendlinje i figuren, ser vi at kraftprisen trender mot en økning gjennom perioden. Samme trend har vi for NO1, med topper i pris rundt januar, og lav pris på sommeren. Også her har prisen tendert mot en økning gjennom perioden. Vi antar likevel at trend-økningen i pris vil være tilnærmet null ved justering av inflasjon.

Flaskehals

Figur 5 viser NO1 – Systempris, og vil med dette vise eventuelle flaskehals. Av figuren ser vi også her den nevnte endringen fra 2007 og frem til i dag. Samtidig har det blitt større flaskehals for NO1, på grunn av store problemer med sjøkabel i Oslofjorden etter 2008 (Statnett 2008). Spesielt ønsker vi å trekke frem det negative avviket fra 30.07.2008-31.08.2008. Her er systemprisen høyere enn NO1. Denne forskjellen skyldes i hovedsak mye nedbør i NO1, samt lav overføringskapasitet på grunn av feil på Statsnetts Oslofjordsforbindelse (Skaansar 2008). I tillegg ønsker vi å kommentere ”spiken”

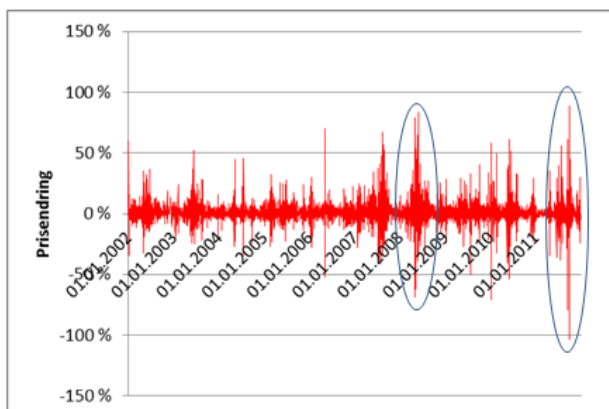
08.01.2010 og 22.01.2010. "Spiken" 08.01.2010 skyldes i hovedsak ekstrem kulde og videre ekstrem pris i Skjelland, Sverige, Finland, samt Nord- og Midt-Norge. Sør-Norge og Jylland hadde vesentlig lavere priser denne perioden. I perioden ble overføringen fra NO1 til Sverige stoppet, samt at kjernekraftproduksjonen i Sverige var lav på grunn av tekniske feil. Dette førte prisene i Sverige kraftig opp. Spiken 22. skyldes i hovedsak kulde på Østlandet, samt lavt tilsig til magasinene. I tillegg ble systemprisen trukket ned av papirstreik og varmere temperaturer i Finland (Johnsen 2010).



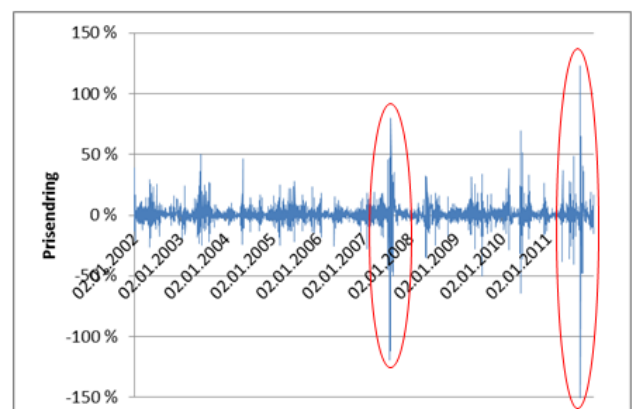
Figur 5: Prisdifferansen mellom NO1 og systemprisen, 2002-2011.

5.3 Hvordan har volatiliteten utviklet seg i perioden 2002-2011?

Figur 6 viser volatilitetsutviklingen i systemprisen for perioden 2002-2011, mens figur 7 viser tilsvarende utvikling, for samme periode for NO1.



Figur 6: Prosentvis prisendring i systemprisen på daglig basis, 2002-2011



Figur 7: Prosentvis prisendring i NO1 på daglig basis, 2002-2011

Av figur 6 ser vi en hyppig fluktuering i kraftprisen, for systemprisen. Figuren viser tydelige klumper i volatiliteten. Vi opplever videre en endring i denne variasjonen fra rundt 2007, der vi ser en tendens til høyere volatilitet i prisendringene. Dette vil ha en sammenheng med de argumentasjoner vi brukte for lave priser i forrige kapittel. Ved lave priser skal det svært små prisendringer til for at volatiliteten endres markant. Det at vi de siste fem årene har opplevd mer markante lave priser i vår og sommer perioder, vil derfor antas å ha sammenheng med den økte volatiliteten vi ser i figur 5 og 6. I forhold til modellering av risiko, er det interessant å se på denne utviklingen, da endring i hvordan volatiliteten opptrer kan være en faktor en må ta høyde for i modellen.

Tendensen fra 2007 er den samme for NO1, altså høyere volatilitet, og større klumper. Vi ser av figur 7 at NO1 generelt sett ser mindre volatil ut enn systemprisen. Vi har samme klumper i volatiliteten, og store avvik i forhold til hopp. Samtidig ser vi også at vi har "spikes" som er enda større for NO1 enn for systemprisen. Altså virker NO1 å være mindre volatil, men muligens inneha større "spikes". Dette kan være naturlig, siden systemprisen har stor spredning i geografi og input i produksjon. Ekstrembegivenheter vil altså skje til forskjellige tider i forskjellige områder, og vil utjevnes noe av snittet mellom områdene.

		Daglige			Timelige		
		2002-2011	2002-2006	2007-2011	2002-2011	2002-2006	2007-2011
Systempris	Observasjoner	3 651	1 825	1 826	87 643	43 823	43 820
	Gjennomsnitt	0,01 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %
	Standardavvik	10 %	7 %	12 %	37 %	24 %	46 %
NO1	Observasjoner	3 651	1 825	1 826	87 642	43 823	43 819
	Gjennomsnitt	0,009 %	0,019 %	-0,001 %	-0,003 %	0,001 %	-0,007 %
	Standardavvik	9 %	6 %	12 %	7 %	5 %	8 %

Tabell 1: Daglig og timelig prosentvis gjennomsnitt og standardavvik for systemprisen, og NO1

Periode: 2002-2011
 Periode: 2002-2006
 Periode: 2007-2011

Av tabell 1 ser vi at daglig standardavvik for systemprisen for hele perioden er 10 %, mens det i perioden 2002-2006 og 2007-2011 er henholdsvis 7 % og 12 %, altså en betydelig endring i volatilitet. Standardavviket på timesbasis for perioden 2002-2011 er på 7 %. Deler vi opp perioden, har vi en volatilitet på 5 % og 9 %. Naturlig nok er standardavviket annualisert høyest på timesbasis, da det her ikke er et snitt som jevner ut observerte ekstremverdier. Disse resultatene underbygger tidligere forskning om at kraftmarkedet og systemprisen er svært volatil.

Resultater for NO1 er vist i samme tabell. Standardavviket for NO1 er funnet å være litt lavere, men tett opptil systemprisen. På daglig basis er standardavviket 9 % for hele perioden. Delt inn i to femårs

perioder, finner vi standardavviket til å være henholdsvis 6 % og 12 %. På timesbasis er standardavvikene for de samme periodene 7 %, 5 % og 8 %.

5.4 Delkonklusjon

I dette kapitlet har vi gitt en innledende oversikt over pris- og volatilitetsutviklingen i systemprisen, samt for områdeprisen i NO1. Vi har sett kraftige prisendringer i denne perioden både for systemprisen og NO1. Samtidig har vi sett et skille i volatilitet fra rundt 2007, til et høyere nivå. Dette tror vi skyldes økt vindkraft som presser prisene ned. Noe av grunnen er at vindkraft tar lite hensyn til etterspørselen, og har en relativt kontinuerlig produksjon avhengig av vind. Når i tillegg tilsiget er stort, og etterspørselen lav, kan dette føre til svært lave eller negative priser. Lav pris gjør volatiliteten svært sensitiv for prisendring. I tillegg til dette har vi sett ekstremt høye priser enkelte vintre i perioden.

6 Risiko i høyere momenter: Skjevhet, kurtose og ekstrembegivenheter

6.1 Innledning

Vi vil i dette kapitlet se på risiko ved høyere momenter. Dette gjør vi fordi vi har fått indikasjoner på at standardavvik som risikomål ikke nødvendigvis vil være et tilstrekkelig risikomål i dette volatile markedet. Vi vil med dette studere skjevhet, kurtose og ekstrembegivenheter. Dette gjør vi for å se i hvilken grad prisendringene i systemprisen og NO1 følger Gaussfordeling, eller om vi har observasjoner som strider mot denne. Vi legger logaritmiske prisendringer til grunn for denne analysen. Metoden vi bruker i dette kapitlet er grafisk fremstilling av fordelingen, test for skjevhet og kurtose, samt kvantifisering av ekstrembegivenheter.

6.2 Fordelingsegenskaper

Vi benytter beskrivende statistikk for å kartlegge skjevhet og kurtose. Den beskrivende statistikken kjører vi både for hele perioden, 2002-2011, samt for to 5 års perioder, 2002-2006 og 2007-2011. Ved å dele perioden, kan vi sammenligne og se om det har vært endringer gjennom perioden. Vi kartlegger fordelingsegenskapene både for systempris og NO1, og gjengir disse i tabell 2.

		Daglige			Timelige		
		2002-2011	2002-2006	2007-2011	2002-2011	2002-2006	2007-2011
Systempris	Skjevhet	0,75	1,37	0,54	1,17	0,96	1,05
	Kurtose	17,41	13,87	14,04	116,93	78,32	88,41
NO1	Skjevhet	-2,47	1,16	-2,62	0,22	1,21	0,03
	Kurtose	71,06	10,54	54,86	332,82	103,71	271,60

Tabell 2: Skjevhet og kurtose for prosentvise prisendringer i systemprisen og NO1, daglige og timelige observasjoner

Periode: 2002-2011

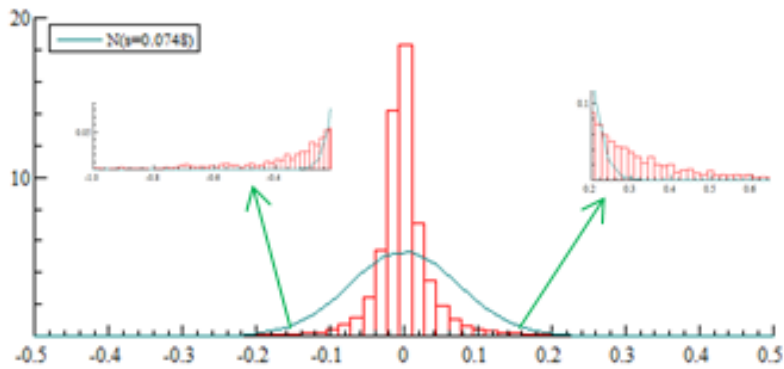
Periode: 2002-2006

Periode: 2007-2011

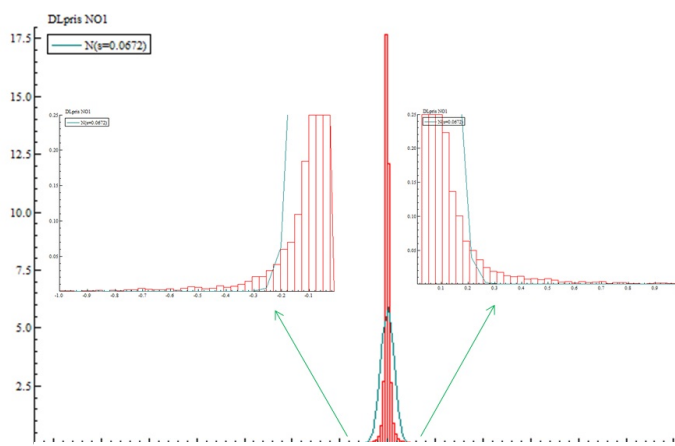
Av tabellen ser vi at alle observasjoner, både for systempris og NO1 har høy kurtose. Den høye kurtosen indikerer høyere toppe enn standard normalfordeling. Kurtosen er svært høy både på timer og dager, og vi ser at kurtosen til NO1, med ett unntak, er svært mye høyere enn kurtosen til systemprisen. Altså virker vi å ha flere rolige dager for NO1 enn systemprisen. I tillegg har vi positiv skjevhet i fordelingene til systemprisen. Der gjelder NO1 har de daglige observasjonene negativ skjevhet i 2002-2011 samt 2007-2011, mens den er positiv i 2002-2007. På timesbasis er denne positiv hele perioden. Negativ skjevhet forventet vi ikke å finne, men dersom man ser på figur 7 ser vi at det er to store negative prishopp som kan ha gjort utslaget. Vi vil også senere se om dette skyldes høyere hyppighet av negative hopp i serien. På timesbasis ser vi liten grad av skjevhet i perioden 2002-2011 og 2007-2011, mens denne er større i 2002-2006. Skjevhet og kurtose indikerer fete haler, altså observasjoner som strider mot normalfordelingen. Dette vil være viktig å ta høyde for i risikostyring, for å være oppmerksom på uforutsette hopp i prisene.

6.3 Ekstrembegivenheter

I den beskrivende statistikken påviste vi skjevhet og kurtose for både systemprisen og NO1. Vi finner det derfor naturlig å grafere et eksempel på fordelingen av prisendringen for å vise bildet av kurtose og skjevhet, samt se i hvor stor grad vi observerer ekstrembegivenheter. Ved en grafisk fremstilling av prisendringer på timesbasis, ser vi hvordan prisendringene er fordelt i forhold til Gaussfordelingen, og kan overflattisk se om vi har flest ekstremobservasjoner i fordelings høyre eller venstrehale. Dette vil gi oss gode indikasjoner på om fordelingen er noe vi bør forske ytterligere på. Fra den totale fordelingen ser vi tydelig at vi har en høy topp rundt snittet, som underbygger den høye kurtosen vi fant ved beskrivende statistikk og indikerer fete haler. Vi kan altså konstatere at vår fordeling er langt fra Gaussfordelingen. Altså må vi forske videre på, og ta høyde for fete haler i vår forskning. De nevnte resultatene gjelder også for daglige observasjoner.



Figur 8: Fordeling av prosentvise timelige prisendringer i systempris, 2002-2011



Figur 9: Fordeling av prosentvise timelige prisendringer i NO1, 2002-2011

6.3.1 Kvantifisering av ekstrembegivenheter

Da vi ved grafiske fremstillingen og beskrivende statistikk, tydelig så ekstrembegivenheter som strider mot Gaussfordeling både i fordelings høyre- og venstrehale, ønsker vi å sette opp ulike konfidensintervall for å kartlegge hvor mange observasjoner som ligger innenfor de ulike grensene, og hvor mange som ligger utenfor. Konfidensintervallene vi har satt opp er 68,3 % (1 x standardavvik), 94,45 % (2 x standardavvik) og 99,8 % (3 x standardavvik). Dette har vi gjort for hele perioden under ett, samt sett på to ulike perioder, 2002-2006 og 2007-2011.

Kvantifisering av ekstrembegivenheter for timelige prisendringer

Når vi ser på hele perioden under ett for systemprisen, vist i tabell 3, ser vi store forskjeller mellom forventet antall observasjoner ved normalfordeling, og faktisk observerte antall. Ved 68,3 % konfidensintervall, og 95,45 % konfidensintervall finner vi langt færre timer enn hva vi forventet å finne. Samtidig ser vi at det finnes langt flere observasjoner enn forventet utenfor et 99,8 % konfidensintervall, altså har vi mange flere svært ekstreme observasjoner enn hva som er ventet. Det er forventet at 0,10 % ligger utenfor dette intervallet, mens vi finner 0,70 % i venstrehalen og 0,94 %

i høyre halen. Dette indikerer altså at vi har fete haler, samt høy topp konsentrert rundt snittet, som underbygger resultatene fra beskrivende statistikk og grafisk fremstilling. Det at vi finner flest observasjoner i høyrehalen indikerer positiv skjevhet som kartlagt i den beskrivende statistikken. Deler vi opp i to perioder, er konklusjonen den samme, jamfør tabell 3. For periodene ser vi flere avkastninger i høyre og venstrehalen utenfor konfidensintervallet 99,8 %, enn det som er antatt. Ved 95,45 % og 68,3 % er det færre. Mest ekstremobservasjoner har vi i perioden 2007-2011, der 1,06 % ligger utenfor 99,8 % høyrehale, mot forventede 0,10 %.

Konfidensintervall for timelige observasjoner									
	2002-2011			2002-2006			2007-2011		
Konfidensintervall	68,30 %	95,45 %	99,80 %	68,30 %	95,45 %	99,80 %	68,30 %	95,45 %	99,80 %
Forventet Gauss (+/-)	13 891 (15,85%)	1 994 (2,28%)	88 (0,10%)	6 946 (15,85%)	997 (2,28%)	44 (0,10%)	6 945 (15,85%)	997 (2,28%)	44 (0,10%)
Systempris									
Venstrehale (-)	3 407 (3,89%)	1 188 (1,36%)	613 (0,70%)	6 421 (14,65%)	2 183 (4,98%)	1 210 (2,76%)	2 360 (5,39%)	816 (1,86%)	423 (0,97%)
Høyrehale (+)	4 240 (4,84%)	1 553 (1,77%)	824 (0,94%)	7 439 (16,98%)	2 892 (6,60%)	1 576 (3,60%)	3 115 (7,11%)	1 085 (2,48%)	576 (1,31%)
NO1									
Venstrehale (-)	2 703 (3,1 %)	982 (1,1 %)	514 (0,6 %)	1 852 (4,2 %)	542 (1,2 %)	275 (0,6 %)	1 331 (3,0 %)	512 (1,2 %)	281 (0,6 %)
Høyrehale (+)	3 238 (3,7 %)	1 181 (1,4 %)	614 (0,7 %)	2 345 (5,4 %)	774 (1,8 %)	388 (0,9 %)	1 502 (3,4 %)	574 (1,3 %)	306 (0,7 %)

Tabell 3: Forventede vs. observerte ekstrembegivenheter utenfor ulike konfidensintervall, basert på prosentvise prisendringer på timesbasis for systempris og NO1

Periode: 2002-2011, N = 87 643

Periode: 2002-2006, N = 43 823

Periode: 2007-2011, N = 43 820

Tendensen for NO1 på timesbasis er den samme som for systemprisen. Generelt sett ser vi av tabell 3 at funnene viser at fordelingen i stor grad avviker fra normalfordelingen. Tendensen er at antall observasjoner funnet utenfor 68,3 % og 95,45 % konfidensintervall, er betraktelig lavere enn hva som er forventet. Samtidig ser vi at observasjonene funnet utenfor et 99,8 % konfidensintervall er betraktelig flere enn forventet. Vi finner også flere observasjoner i høyre, enn venstre halen i alle perioder.

Ved å sammenlikne NO1 med systemprisen ser vi at utenfor alle konfidensintervallene vi har satt opp, er det færre observasjoner i % for NO1 enn systemprisen. Halene finner vi altså å være mindre for NO1 enn systemprisen, og utenfor 1* standardavvik som ofte ikke regnes med i "halen" er det også færre observasjoner. Dette indikerer langt flere rolige dager enn hva normalfordelingen tilsier, dog spesielt for NO1, noe vi også så på kurtosen.

Kvantifisering av ekstrembegivenheter for daglige prisendringer

Ved å studere daglige prisendringer i systemprisen i perioden 2002-2011 har vi funnet at 7,72 % av observasjonene er i fordelings høyrehale ved 68,3 % konfidensintervall, jamfør tabell 4.

Tilsvarende har vi funnet at 6,68 % av observasjonene er i dette intervallets venstrehale. Til

sammenlikning forventer vi å finne 15,85 % av observasjonene her. Ved 95,45 % konfidensintervall har vi funnet 2,85 % og 2 % av observasjonene i henholdsvis høyre og venstrehale. Dette er relativt likt med de 2,28 % som er forventet å finne. Derimot ser vi ved et konfidensintervall på 99,8 % at vi har mange flere observasjoner enn forventet ved normalfordeling. Ved å studere avkastningene sortert, ser vi også at vi har ni observasjoner på over 100 %, noe som illustrerer ekstrembegivenheter. Dette illustrerer igjen altså at vi har en stor topp rundt gjennomsnittet, samt mange ekstreme observasjoner langt ute i halene. Vi har også delt datasettet inn i 2 perioder på 5 år. Her finner vi akkurat samme konklusjon som tidligere. Tallene varierer noe, men forteller det samme.

Konfidensintervall for daglige observasjoner									
	2002-2011			2002-2006			2007-2011		
Konfidensintervall	68,30 %	95,45 %	99,80 %	68,30 %	95,45 %	99,80 %	68,30 %	95,45 %	99,80 %
Forventet Gauss (+/-)	579 (15,85%)	83 (2,28%)	4 (0,10%)	289 (15,85%)	42 (2,28%)	2 (0,10%)	289 (15,85%)	42 (2,28%)	2 (0,10%)
Systempris									
Venstrehalen (-)	244 (6,68%)	73 (2,00%)	29 (0,79%)	146 (8,00%)	35 (1,92%)	13 (0,71%)	124 (6,79%)	37 (2,03%)	17 (0,93%)
Høyrehalen (+)	282 (7,72%)	104 (2,85%)	46 (1,26%)	166 (9,10%)	50 (2,74%)	28 (1,53%)	149 (8,16%)	56 (3,07%)	27 (1,48%)
NO1									
Venstrehalen (-)	179 (4,9%)	57 (1,6%)	30 (0,8%)	165 (9,0%)	44 (2,4%)	16 (0,9%)	80 (4,4%)	37 (2,0%)	20 (1,1%)
Høyrehalen (+)	223 (6,1%)	69 (1,9%)	33 (0,9%)	158 (8,7%)	55 (3,0%)	24 (1,3%)	107 (5,9%)	37 (2,0%)	17 (0,9%)

Tabell 4: Forventede vs. observerte ekstrembegivenheter utenfor ulike konfidensintervall, basert på prosentvise prisendringer på daglig basis for systemprisen og NO1

2002-2006, N = 1825

2007-2011, N = 1826

2002-2011, N = 3651

Igjen er tendensen for NO1 på daglig basis den samme som for systemprisen. Generelt sett ser vi av tabell 4 at avviket fra normalfordelingen er stor. Tendensen er at antall observasjoner funnet utenfor 68,3 % og 95,45 % konfidensintervall er betraktelig lavere enn hva som er forventet ved normalfordeling. Samtidig som observasjonene funnet utenfor et 99,8 % konfidensintervall er betraktelig flere enn forventet. Avviket i forhold til de andre tabellene er at vi i perioden 2007-2011 for NO1 finner flere observasjoner i venstre halen enn i høyre halen. Dette gjelder kun utenfor 99,8 % konfidensintervall.

Ved å sammenlikne NO1 med systemprisen er resultatene noe mer varierende for dager enn for timer. Spesielt i perioden 2002-2006 ser vi at NO1 generelt har større haler enn systemprisen. Vi ser at dersom vi summerer observasjonene i positiv og negativ hale så vil systemprisen generelt inneha større haler enn NO1 for perioden 2002-2011 totalt, samt 2007-2011.

6.4 Delkonklusjon

Ved beskrivende statistikk påviste vi skjevhet og kurtose. Ved å grafisk fremstille fordelingen til prisendringene i datasettene våre, så vi tydelige tegn på fete haler og høye topper rundt snittet. Vi fikk altså påvist ekstrembegivenheter som strider mot standard Gaussfordeling. Disse ekstrembegivenhetene kartla vi ytterligere ved å lage ulike konfidensintervall. Formålet med dette var å kartlegge hvordan fordelingen av ekstrembegivenhetene var. Vi konkluderer med at det er flest ekstreme observasjoner i fordelings høyrehale for systemprisen basert på times- og dagsobservasjoner, samt for NO1 basert på timesavkastninger. Vi har videre funnet en positiv skjevhet i datasettet. For NO1 basert på daglige avkastninger har vi flest observasjoner i fordelings venstrehale. Observasjoner som overstiger forventningen ved Gaussfordeling finner vi kun langt ut i halene, ved 99,8 % konfidensintervall. Vårt datasett strider altså mot antakelsen om normalfordeling, noe vi følgelig må ta høyde for videre i vår forskning.

7 Tidssystematikk i volatiliteten

7.1 Innledning

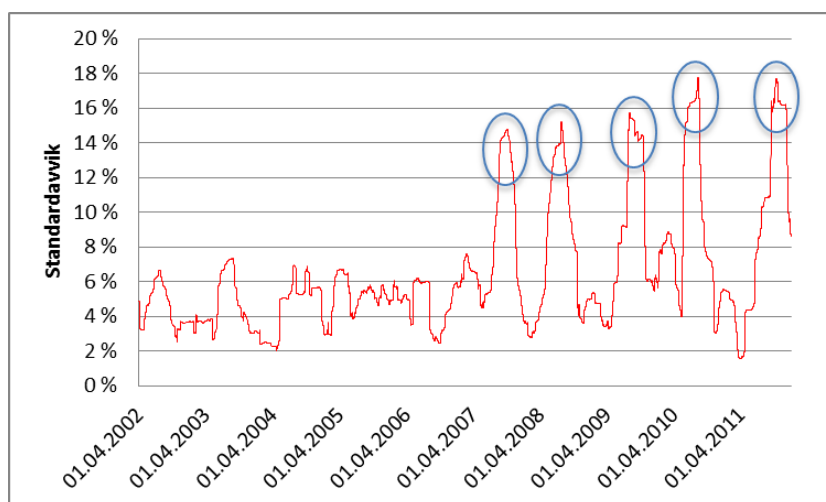
I dette kapittelet ønsker vi å kartlegge tidssystematikken i volatiliteten. Velkjent tidssystematikk kan ikke betegnes som risiko, da en på forhånd vil være klar over disse hendelsene. Vi ønsker derfor å justere for tidssystematikk for å finne grunnleggende risiko, slik at risikostyrere kan tillegge denne risikoen eksogene variabler og tidssystematikk for å få et helhetlig bilde. For å studere tidssystematikk i det nordiske kraftmarkedet, velger vi å måle standardavvik og hoppfrekvens opp mot ulike tider og sesonger. Vi beregner standardavviket til de logaritmiske prisendringene både for timer og dager, og vil også her fokusere på både systempris og NO1. Vi ser i dette kapittelet på standardavviket for perioden 2002-2011 samt for perioden 2007-2011. Grunnen til at det er interessant å studere 2007-2011 separat, er at vi ser en markant endring i volatilitet denne perioden. Vi vil forske på standardavviket og hopp mellom ulike timer, dager og måneder, for å se om enkelte timer/dager/måneder varierer mer enn andre.

Vi velger i dette kapittelet følgende struktur:

1. Tidssystematikk for systempris
2. Tidssystematikk for NO1
3. Sammenligning og konklusjon

7.2 Er det tidssystematikk i systemprisens standardavvik?

Vi ønsker å se om volatiliteten vil variere gjennom året, og om denne variasjonen har endret seg i perioden 2002-2011. Dette vil være interessant for å kartlegge sesongeffekter i volatiliteten. Vi lager derfor 3 måneders glidende snitt i standardavviket, som vi videre grafer for å se variasjonen, figur 10. Altså tar vi standardavviket 2160 timer tilbake i tid. Disse gjengis i grafen under. I forhold til modellering av prisrisiko er endring i volatilitet gjennom perioden interessant å studere, da det vil ha mye å si for hvilke modeller som på mest tilfredsstillende måte vil kunne modellere volatiliteten i dagens marked.



Figur 10: 3 måneders glidende standardavvik basert på prosentvise timelige prisendringer i systemprisen, 2002-2011

Av grafen ser vi at volatiliteten svinger kraftig gjennom perioden. Videre ser vi en betydelig økning i volatiliteten de siste fem årene, med tydelige toppene. Toppene gjengis i tabellen under. Vi definerer volatilitetstopper som timelig standardavvik over 14 %.

	Volatilitetstopper, timer (>14 %)				
År	2007	2008	2009	2010	2011
Måned	Mai-Juli	April	April-juli	Februar-mai	Juni-august

Tabell 5: Tidsrom for volatilitetstopper i systemprisen på timesbasis, basert på 3 måneders glidende standardavvik, 2007-2011

Vi ser av tabellen at toppene varierer noe, men gjennomgående er volatiliteten høy i mai-juli. Resultatene indikerer at volatiliteten er høyest på vår og sommer, og i noen tilfeller tidlig høst. 2008 skiller seg noe fra de andre resultatene, med høy volatilitet kun tidlig på våren. Det er naturlig at månedene volatiliteten vil være høyest vil variere, da den er svært væravhengig. Etterspørselssiden vil være avhengig av temperatur, mens tilbudssiden vil avhenge av tilsig. Likevel er det en tydelig

systematikk i volatilitet i forhold til sesonger. Det er også ventet at månedene med forventet høy og lav pris vil inneha høyere volatilitet enn de resterende månedene generelt i kraftmarkedet. Grunnlaget finner vi i kostnadsstrukturen til produsentene, noe som altså styrer tilbudskurven i stor grad. Kostnadene er forventet å stige brått ved lav produksjon, antakeligvis i hovedsak av oppstartskostnader for verk. Deretter flater kostnadene kraftig ut, før de igjen øker ved høyere produsert kvantum. Dette skyldes at mer kostbare alternativer starter opp, når prisen er høy, og andre lavkostnadsprodusenter produserer opp mot maksimum. Vi kan derfor anta at tilbudskurven er relativt inelastisk ved lavt produsert kvantum, samt høyt produsert kvantum. Da små endringer i etterspørselen i perioder med inelastisk tilbud vil føre til store prisendringer, forventer vi å finne høyere volatilitet ved lav, og høy pris. Vi har samme mønster for volatilitetstopper for dager som for timer, men her er ikke toppene like tydelige. Samtidig er det ulikheter i når toppene oppstår, jmf. tabell 6. Vi definerer i tabellen volatilitetstopper som daglig standardavvik over 15 %.

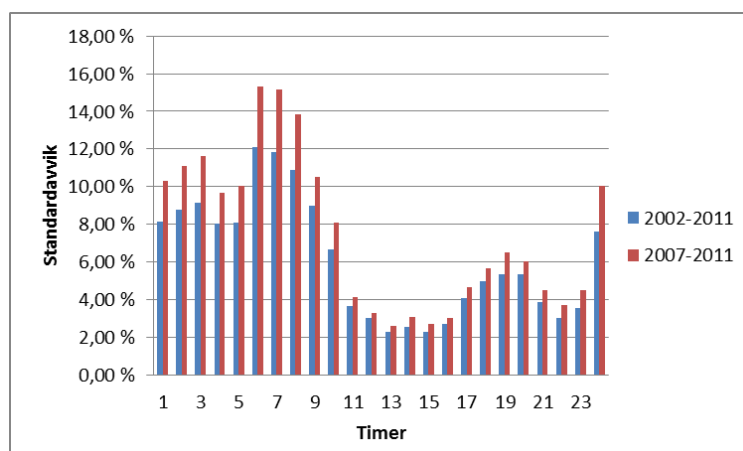
Volatilitetstopper, daglig (>15%)					
År	2007	2008	2009	2010	2011
Måned	Mai-Juli	Februar-Mai	November-desember	April-Mai	Juni-September

Tabell 6: Tidsrom for volatilitetstopper i systemprisen, basert på 3 måneders glidende standardavvik til prosentvise prisendringer på dagligbasis, 2007-2011

7.2.1 Tidssystematikk over døgnet (systempris)

Prisvolatilitet mellom timer

Vi ønsker å se mellom hvilke timer på dagen prisendringen varierer mest. Dette gjør vi ved å ta gjennomsnittlig standardavvik fra time 1-2, 2-3 osv. Dette vil være interessant for se om volatiliteten mellom timer er markant gjennomgående høyere/lavere enn mellom andre timer på dagen. Dette for å være klar over tidssystematikk gjennom dagen. Figur 11 viser denne tidssystematikken mellom



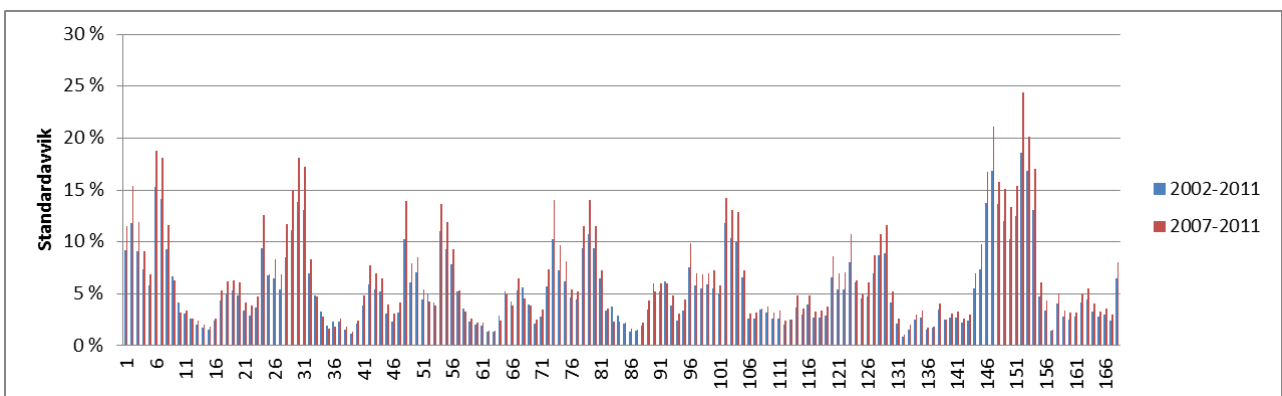
Figur 11: Standardavviket til prosentvise prisendringer i systemprisen over døgnet, 2002-2011

timer.

Tar vi gjennomsnittlig standardavviket fra time til time, finner vi høyest standardavvik mellom 5-6, et gjennomsnittlig standardavvik på 12 % for hele perioden og på rundt 15 % i perioden 2007-2011. Vi opplever generelt høy volatilitet gjennom natten samt tidlig på dagen. Den spesielt høye volatiliteten tidlig på dagen er naturlig da det i dette tidsrommet vil være økt etterspørsel etter kraft og videre være høy prisendring på grunn av produksjonsstart ved virksomheter. Lavest gjennomsnittlig standardavvik finner vi fra midt på dagen/først på ettermiddagen, mellom 12-16. Perioden 2007-2011 ser vi har noe høyere standardavvik mellom samtlige timer i forhold til 2002-2011, men trenden er den samme. Av figuren ser vi at vi har to volatilitetstopper gjennom døgnet, en på morgenen og en på ettermiddagen. Vi har med dette avdekket klare tegn på tidssystematikk mellom ulike timer, der timene 24-10 finnes å være de mest volatile.

Vi har nå sett at enkelte timer trekker standardavviket, og det er derfor interessant å se om standardavviket for timelige prisendringer endrer seg i løpet av ei uke. Altså ønsker vi å se hvorvidt det er timer på gitte ukedager som trekker standardavviket.

Som vi ser av figur 12 så er det søndag som gir høyest standardavvik. Timene 145 til 154 innehar svært høyt standardavvik. Dette er timene 1-10 på søndagen. Av figuren ser vi også at det virker å være et klart daglig mønster som varierer i styrke gjennom uken. Altså stemmer mønsteret som vi observerte ovenfor, men dette virker å variere noe i styrke avhengig av hvilke ukedag som er knyttet til timen. Vi ser at mønsteret stort sett er det samme for perioden 2002-2011 og 2007-2011.

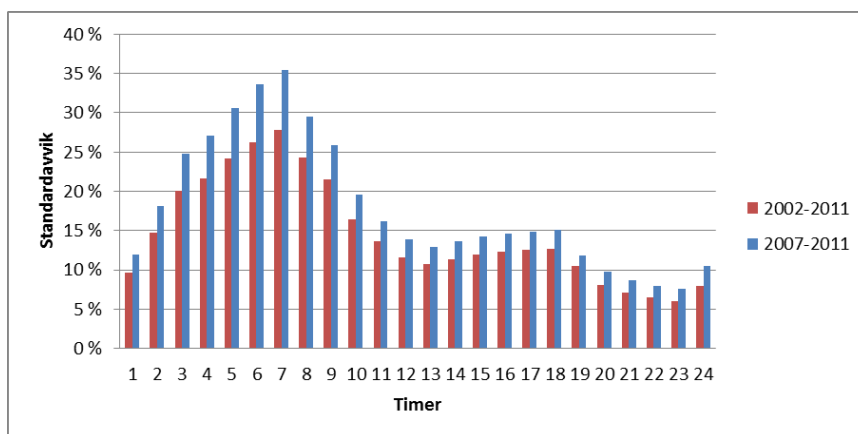


Figur 12: Ukemønster (168 timer) for timelig standardavvik til prosentvis prisendring i systemprisen, 2002-2011, 2007-2011

Prisvolatilitet daglig - 24 timersintervall

Vi har valgt å se på standardavvik for 24 timersintervall. Her vil den logaritmiske prisendringen i vårt datasett eksempelvis være endringen mellom time 1 en dag og time 1 neste dag. Grunnlaget for denne volatilitetsstudien er å se om 24 timers volatiliteten mellom de ulike timene er forskjellige. Varierer prisen eksempelvis mer klokka 09:00 enn klokka 21:00? Dette er nyttig for risikostyringsformål siden en får kartlagt mellom hvilke 24 timer kraftprisen er mest volatil. Vi har sett på både for perioden 2002-2011 og 2007-2011.

Av figur 13 ser vi at volatiliteten stiger jevnt frem til timen med høyest volatilitet, som vi finner å være time 7. Timene med høyest volatilitet er timene rundt produksjonsstart, fra 4-9, men det er gjennomgående høy volatilitet gjennom hele natten og frem til rundt 10. Prisene i dette tidsrommet vil altså være vanskelig å predikere, da prisen for 24 timersintervall, samt prisen fra foregående time virker å svinge kraftig. Totalt sett skiller altså time 24-10 seg ut. Volatiliteten ser vi av figur 13 å være betydelig lavere på ettermiddagen og sen kveld.

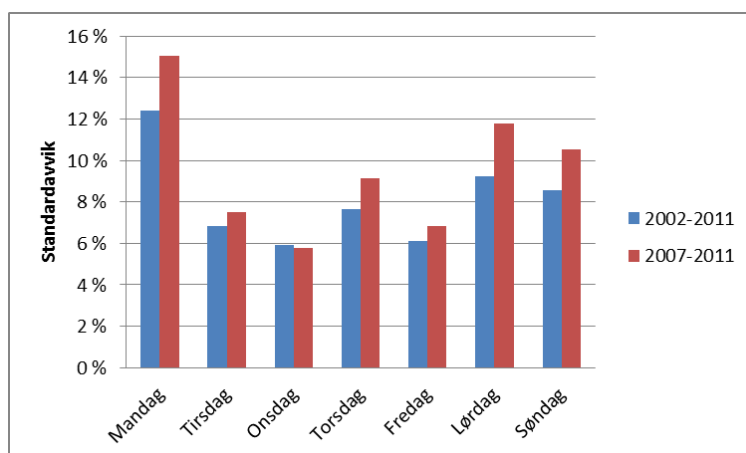


Figur 13: Prisvolatilitet for prosentvise prisendringer over 24 timersintervall i NO1 sortert etter timer, 2002-2011, 2007-2011

7.2.2 Tidssystematikk på daglig basis (systempris)

Prisvolatilitet mellom dager

For å se volatiliteten knyttet til prismønstre vil vi også studere standardavvik knyttet til endringer fra gårdsdagens- til dagens pris. Her ser vi et mønster som også er beskrevet i forskningslitteratur. Prisendringen går i gjennomsnitt kraftig opp mandag, mens den faller fra onsdag til søndag. Den største nedgangen i pris er naturlig nok knyttet til helgene, da mye holdes stengt. Standardavviket er høyest knyttet til dagene med store prisendringer, dette ser vi av figur 14. Selv om man har et prismønster knyttet til helg og mandag, varierer altså prisendringen her mer enn midtukes.

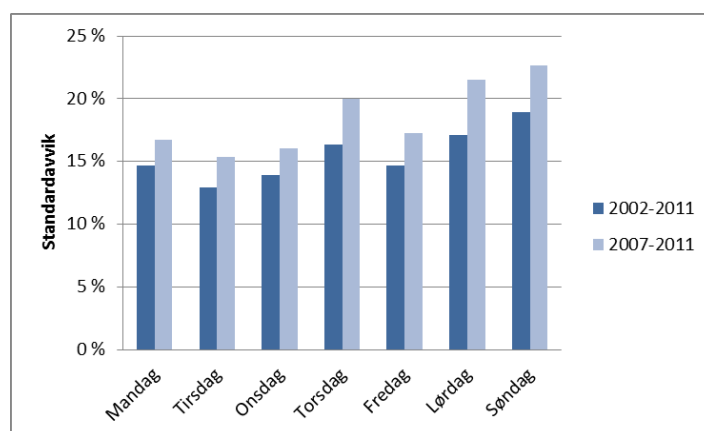


Figur 14: Gjennomsnittlig standardavvik til prosentvise prisendringer i systempris på dagligbasis, 2002-2011, 2007-2011

Prisvolatilitet mellom ukesintervall

For å avdekke hvorvidt prisen på en gitt ukedag varierer mye, vil vi også studere standardavviket knyttet til endring i pris fra en gitt dag til samme dag neste uke.

Som vi ser av figur 15 er volatiliteten varierende både i forhold til dager, og periode. Vi ser at volatiliteten har økt den siste femårsperioden mot hele perioden under ett. Dette strider mot det som tidligere forskning betegner som modning av markedet. Etter en nedadgående trend i volatiliteten fra oppstarten av Nord Pool, ser vi nå en økende trend. Dog kan vi opplyse at det fortsatt er vesentlig lavere volatilitet i dag enn på 90-tallet. Søndag har vært den mest volatile dagen. Dersom vi ser på alle periodene under ett, er søndag fulgt av lørdag og torsdag i forhold til standardavvik. Ser vi i forhold til den minst volatile perioden, 2002-2006, ser vi en kraftig økning i volatilitet for samtlige ukedager.

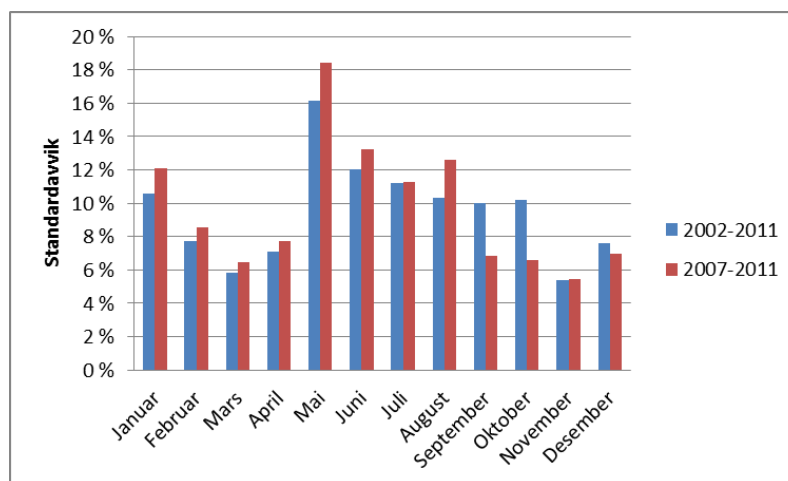


Figur 15: Standardavvik til prosentvise prisendringer til ukesintervall i systempris sortert etter dag, 2002-2011, 2007-2011

Ved å studere prisendringer knyttet til standardavviket ser vi at det i hovedsak er store hopp, og klynger av store hopp som driver endringer i volatiliteten. Hoppene i klyngene virker også å utjevne hverandre i pris ved gå i motsatt retning av hverandre. Dette er altså tendenser som blir betegnet i forskningslitteratur, og som vi har nevnt innledningsvis. Samtidig kan hoppene forklare de små periodene med økt standardavvik som vi ser ved det glidende standardavviket vist tidligere.

7.2.3 Tidssystematikk på månedsbasis (systempris)

Vi har tidligere studert volatiliteten på times- og dagsbasis, og sett tydelige tegn på tidssystematikk. Vi ønsker i dette delkapitlet å studere om vi har tidssystematikk også på månedsbasis. Tidligere forskning viser klare tegn på dette, og vi forventer også å se den samme trenden. Det er ønskelig å kartlegge tidssystematikken på månedsbasis, for å se om det finnes dager med ekstrem volatilitet, som kan være naturlig å justeres for. Figur 16 viser tidssystematikk for måneder, basert på daglige prisendringer.



Figur 16: Standardavvik knyttet til måneder, basert på daglige prosentvise prisendringer i systemprisen, 2002-2011, 2007-2011

Av figuren ser vi at volatiliteten er klart høyest i mai, fulgt av sommermånedene juni-august og vintermånedene januar.

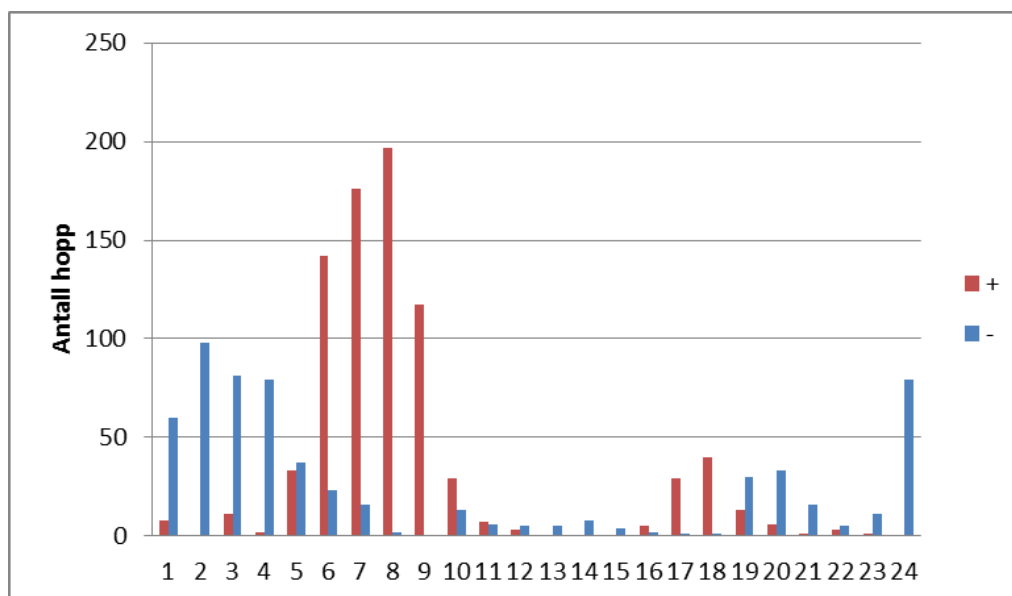
7.3 Er det tidssystematikk i systemprisens ekstrembegivenheter?

Vi har tidligere sett at det finnes mange halebegivenheter i settet. I forhold til risikostyring er det nyttig å vite om disse hendelsene er betinget av enkelttimer, enkelt dager eller måneder. Vi studerte i det foregående kapitlet hvilke timer, dager og måneder som var mest volatile, men det kan også være nyttig å vite om det er store negative eller positive ekstremhendelser som påvirker volatiliteten

til prisendringene. Vi har derfor sortert, og grafet ekstremhendelser, etter timer, dager og måneder. I tillegg ønsker vi som nevnt å forske på om det er mulig å finne en tilnærmet Gaussfordeling ved å justere for ekstrembegivenheter i datasettet, for så å kunne bruke denne fordelingen til risikostyringsformål i enkelte perioder av året. Kartlegging av hopp, vil gi oss et bilde på hvilke timer, dager og måneder vi bør justere for. Ekstrembegivenheter er her definert som 3 x standardavvik, utenfor 99,8 % konfidensintervall.

7.3.1 Ekstrembegivenheter for timelige prisendringer (systempris)

Antall hopp per time er grafet i figur 17. Vi ser altså at de aller fleste positive ekstremhendelsene kommer i intervallet timene 6-9. I løpet av perioden 2002-2011 finner vi 632 ekstremhendelser i positiv retning. Dette representerer ca. 77 % av totale positive hopp i perioden. Andre timer som kan nevnes med positive hopp er timene 17 og 18. Av negative ekstremhendelser ser vi en noe større spredning. Likevel ser vi at timene mellom 24-4 står for svært mange av de negative hoppene. Mellom disse timene finner vi 65 % av de negative ekstremhendelsene. Andre timer som kan trekkes frem her er 19-20. Vi ser også her klare tegn på tidssystematikk i systemprisen.

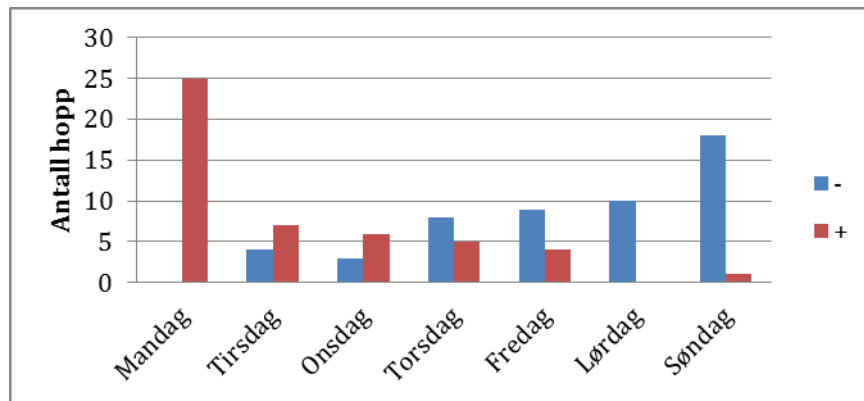


Figur 17: Antall ekstremhendelser knyttet til timelige prosentvise prisendringer i systemprisen. (Røde søyler er positive prisendringer større enn 3*standardavvik, mens de blå er negative prisendringer større enn 3*standardavvik (absoluttverdier)), 2002-2011

7.3.2 Ekstrembegivenheter for daglige prisendringer (systempris)

Dersom vi ser på disse ekstremhendelsene i forhold til dager, finner vi også store forskjeller både i antall hopp og om disse er positive eller negative. Dette er grafet av figur 18. Av grafen ser vi at mandag kun opplever positive hopp, mens lørdag kun er preget av negative hopp. Vi ser også at

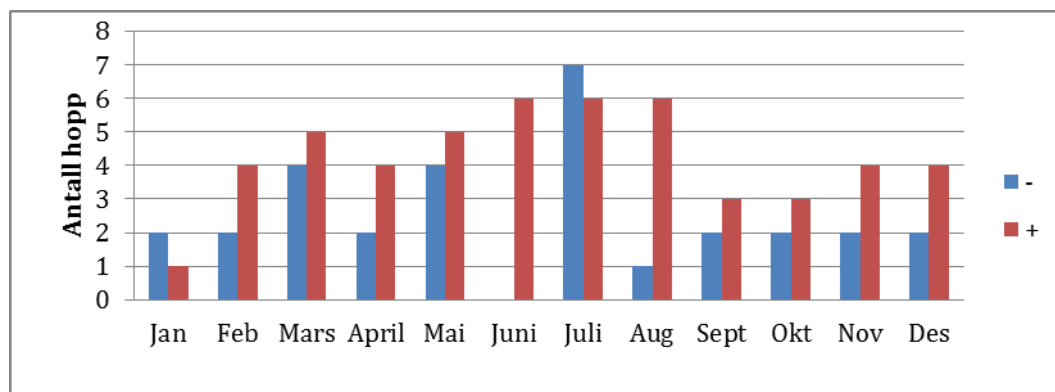
søndag i størst grad er preget av negative hopp, med 18 observasjoner. Videre ser vi at mandag- onsdag er preget av positive hopp, mens torsdag- søndag er preget negative. Vi ser at mandag og søndag er dagene som er knyttet til flest av de nevnte hoppene. Dagen med færrest ekstrembegivenheter er onsdag, med ni observasjoner.



Figur 18: Ekstremhendelser basert på daglige prosentvise prisendringer i systemprisen, 2002-2011

7.3.3 Ekstrembegivenheter for måneder, basert på daglige prisendringer (systempris)

Ved å se på hoppfrekvenser knyttet til måneder ser vi at det er relativt jevn fordeling mellom positive og negative hopp, dog har de fleste måneder noen få flere positive enn negative hopp, jamfør figur 19. De mest markante forskjellene mellom positive og negative hopp i grafen, er juni, der ingen negative hopp er observert, samt august, der vi har klart flest positive hopp. Månedene med totalt flest hopp, og som kan sies å være de mest ekstreme er mars, mai, juli og august.

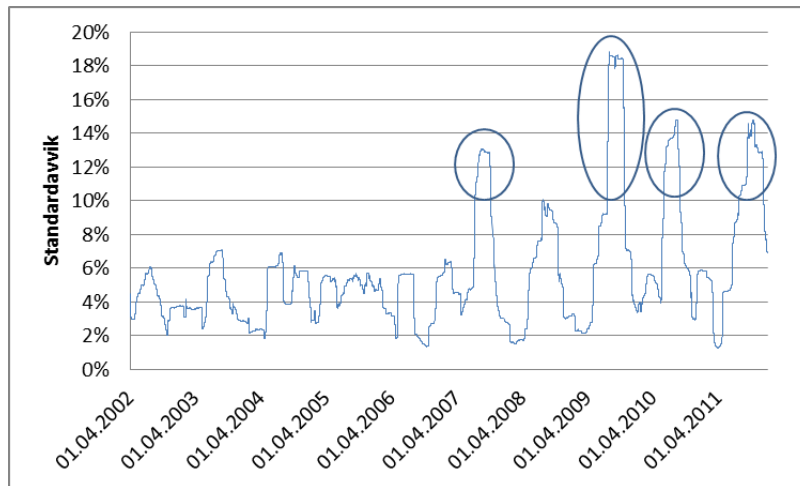


Figur 19: Antall ekstremhendelser knyttet til daglige prosentvise systemprisendringer, sortert etter måneder, 2002-2011

7.4 Er det tidssystematikk i NO1 standardavvik?

Som for systemprisen ønsker vi å forske på tidssystematikk i NO1. Som vi har sett i delen med den beskrivende statistikken har volatiliteten økt gjennom perioden. Av figur 20 ser vi at endringen er

markant fra 2007. Vi ser også at sesongene virker tydeligere enn i den første femårs perioden. Samtidig virker det som at det er enkelte perioder som driver volatiliteten i stor grad. Vi finner det derfor naturlig å finne ut om, og hvordan volatiliteten har endret seg fra 2007.



Figur 20: 3 måneders glidende standardavvik for timelige prosentvise prisendringer i NO1, 2002-2011.

For å få et bedre overblikk over når disse toppene finner sted har vi laget en tabell der toppene er beskrevet. Dette ser vi av tabell 7. Her har vi definert toppene som periodene med 3 måneder glidende standardavvik på mer enn 10 %.

	Volatilitetstopper, timer (>10 %)				
År	2007	2008	2009	2010	2011
Måneder	April - Juni	-	Mai - Juli	Mars - Mai	Mai - August

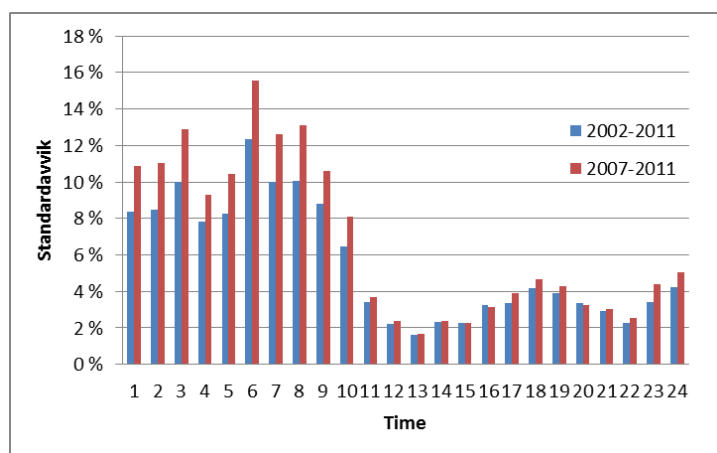
Tabell 7: Toppene til 3 måneders glidende standardavvik for timelige prosentvise prisendringer i NO1, 2007-2011

Som vi ser finner vi stort sett at de vårlige månedene, samt sommermånedene, er de som inngår i disse toppene. Toppene strekker seg fra april til august. Altså virker særlig vår og sommer månedene å drive den totale volatiliteten ut i fra dette, og dette indikerer altså at det i det finnes tidssystematikk i volatiliteten.

7.4.1 Tidssystematikk over døgnet (NO1)

Prisvolatilitet mellom timer

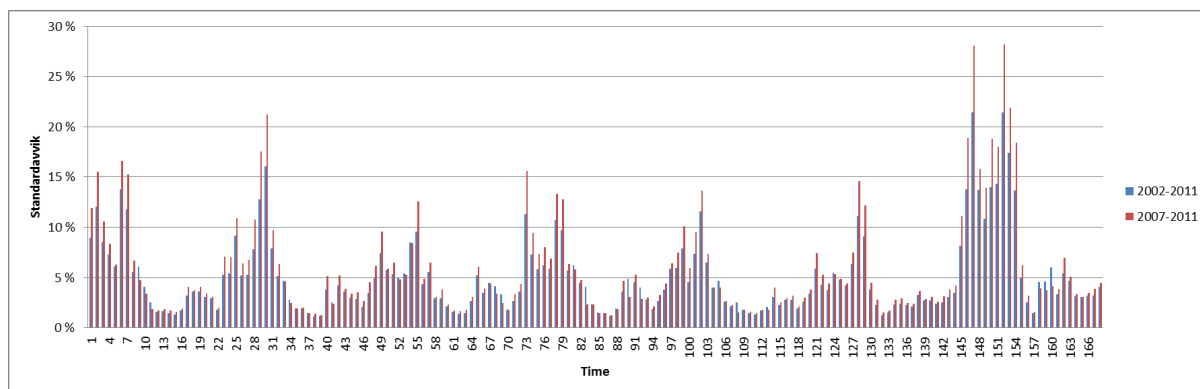
Igen ønsker vi å se hvorvidt volatiliteten kan knyttes til enkelte timer på dagen, eller hvorvidt den daglige volatiliteten er relativt jevn gjennom dagen. Vi har i figur 21 grafet standardavvik basert på prisendringer fra foregående time. Dette er gjort for 2002-2011, samt 2007-2011.



Figur 21: Timelige standardavvik for prosentvise prisendringer i NO1 inndelt etter respektive timer, 2002-2011, 2007-2011

Av figur 21 ser vi et klart skille i volatiliteten i løpet av dagen. Time 1-9 virker å være langt mer volatil enn de resterende timene i døgnet. Samtidig ser vi at time 10 ligger i et slags mellomstadiet. Time 1-9 ser vi at har et standardavvik rundt eller over 8 % for 2002-2011, og rundt eller over 10 % for perioden 2007-2011. Toppen på dagen finner vi å være time 6, med standardavvik på 12,3 % og 15,5 % for henholdsvis 2002-2011 og 2007-2011. For timene 11-24 ligger standardavviket rundt og under 4 %. Timen med lavest standardavvik finner vi å være time 13 som innehar et standardavvik på 1,6 % og 1,7 %. Det er altså svært tydelig at standardavviket varierer gjennom dagen. Et annet interessant poeng fra figuren, er at den største volatilitetsøkningen for perioden 2007-2011 virker å komme i de mest volatile timene. Timene 11-24 virker ikke å være like påvirket av høyere volatilitet.

Vi har nå vist volatilitet i prisendringene for timer i løpet av døgnet, men ønsker å vise det samme for ukas 168 timer. Slik kan vi se om mønsteret endres gjennom uken. Altså ønsker vi å finne ut om volatiliteten på timebasis kan spesifiseres til spesifikke ukedager.

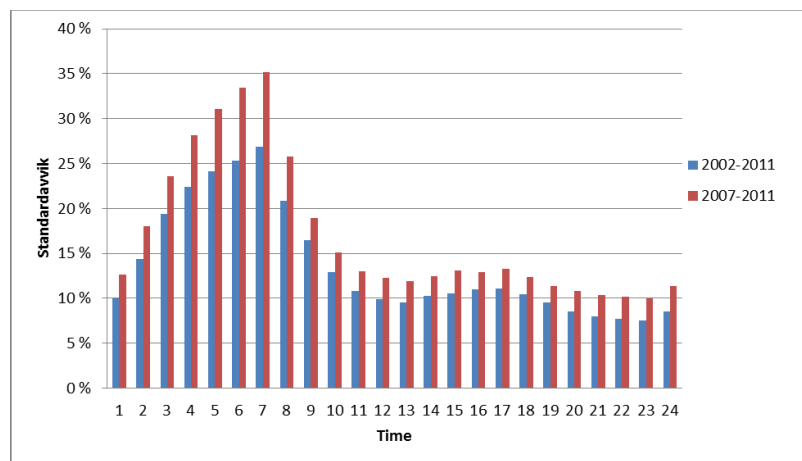


Figur 22: Ukesmønster (168 timer) for timelig standardavvik til prosentvise prisendringer til NO1, 2002-2011, 2007-2011

Av figur 22 ser vi at volatiliteten tydelig varierer i løpet av uken. Her ser vi at søndag virker å inneha timene med høyest volatilitet. Samtidig ser vi at denne dagen er fulgt av mandag og tirsdag. Søndag virker også å ha flest timer med høy volatilitet. Toppene søndag er time 3 og 8, altså time 147 og 152 i figuren. Samtidig er timene 1-10 i begge perioder over 10 % for søndagen. I de andre ukedagene ser vi at dette er litt mer varierende. Onsdag finnes å være minst volatil, og dagen innehar en topp på 9,5 % og 12,5 % i de to forskjellige periodene. Dette er time 7. Selv om toppene, og timene med høyest volatilitet varierer noe, er det likefullt jevnt over time 1-10 som utpeker seg som mest volatile.

Tidssystematikk - 24 timesintervall

Vi har altså 24 “dagspriser” i vårt sett, og ønsker også å se på mellom hvilke timer volatiliteten er høyest.

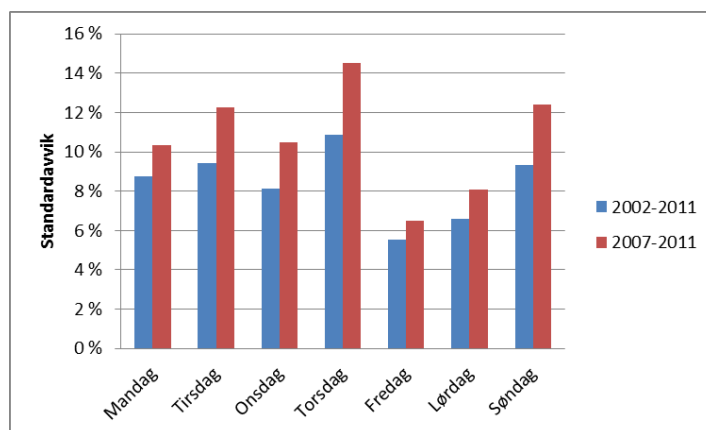


Figur 23: Daglig (24 timers intervall) standardavvik basert på timelige prosentvise prisendringer i NO1. Standardavviket er delt inn etter sine respektive timer, 2002-2007, 2002-2011

Som for volatiliteten basert på timer, ser vi at 24 timesintervallet innehar størst volatilitet knyttet til timene tidlig om morgenen (figur 23). Toppen her er time 7. I denne timen finner vi et standardavvik på hele 26,9 % og 35,1 %. Denne timen er tett fulgt av time 6,5 og 4. Igjen finner vi de minst volatile dagene fra time 11-24. Av denne grafen virker den høyere volatiliteten de siste fem årene å være mer jevnt fordelt, men vi kan se at toppen rundt time 4-7 virker å ha økt mest markant. Totalt sett kan vi altså konkludere med at vi har funnet høyest volatilitet knyttet til morgentimene.

7.4.2 Tidssystematikk på daglig basis (NO1)

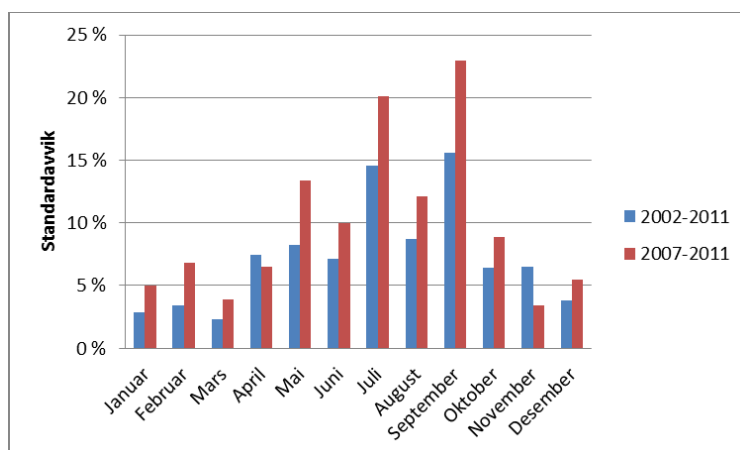
Vi har sett at volatiliteten til timer varierer gjennom uken, og har derfor en antakelse om at også de gjennomsnittlige daglige prisendringene varierer gjennom uken.



Figur 24: Standardavvik til gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer i NO1 fordelt etter ukedag, 2002-2011, 2007-2011

Litt overaskende ser vi at standardavviket her ikke er like tidsbetont til ukedager, figur 24. Vi finner at tirsdag, torsdag og søndag har høyest standardavvik. Samtidig ser vi at standardavviket her varierer mellom ca. 5,5 % til 10,8 % i 2002-2011. Toppen og bunnen er henholdsvis torsdag og fredag. Mens det i perioden 2007-2011 ligger mellom 6,5 % - 14,5 %. Her er toppen også torsdag, mens den minst volatile dagen er fredag.

7.4.3 Tidssystematikk på månedsbasis (NO1)



Figur 25: Standardavvik til gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer i NO1 fordelt etter måned, 2002-2011, 2007-2011.

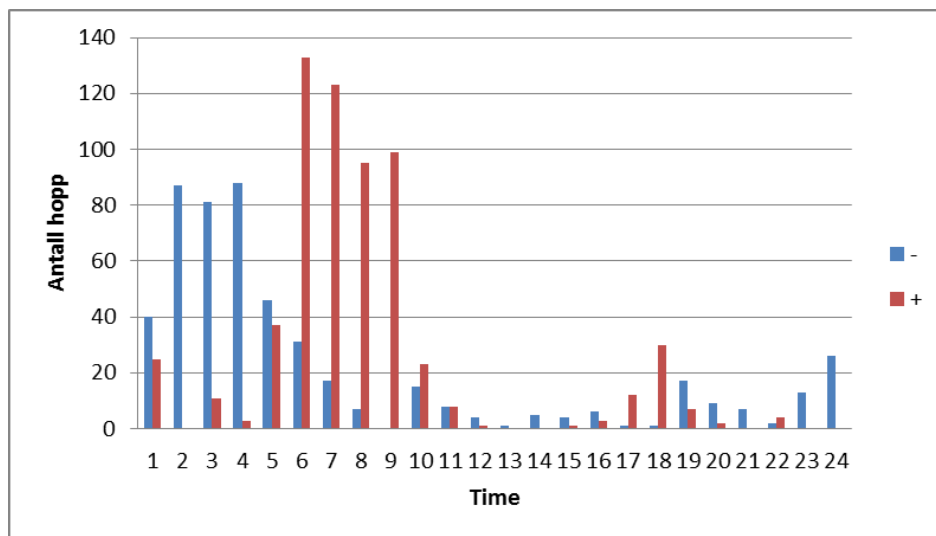
Med bakgrunn i samme dataserier, nemlig gjennomsnittlige daglige prisendringer, ønsker vi også å se etter tidssystematikk i forhold til måneder. Som nevnt er prisen i kraftmarkedet sterkt påvirket av vær og temperatur. Derfor forventer vi at årstidene påvirker volatiliteten.

Volatilitet til daglig gjennomsnittlige prisendringer er grafet i figur 25. Her ser vi at sommermånedene peker seg ut. Månedene mai-september er funnet å være mer volatile enn de resterende månedene. Dette er også i samsvar med hva vi fant i det 3 måneders timelige glidende standardavviket. Dette er også måneder som i hovedsak forventes å være preget av lavere pris. Litt overaskende finner vi måneden med høyest standardavvik til å være september. Denne måneden har standardavvik på 15,6 %, og 23 %. Måneden med lavest standardavvik er funnet å være mars med 2,3 % og 3,8 %.

7.5 Er det tidssystematikk i NO1 ekstrembegivenheter?

Vi har nå avdekket tidsmønster i standardavviket til NO1. Vi vet dog lite om det er hopp som driver dette standardavviket, eller om det er jevnt høyere volatilitet knyttet til disse tidspunktene. Vi vet heller ikke om volatiliteten skyldes positive eller negative hopp. For å undersøke dette har vi sortert hopp etter timer, ukedager og måneder. Hopp er definert som prisendringer større enn 3 ganger standardavviket for gitt dataserie.

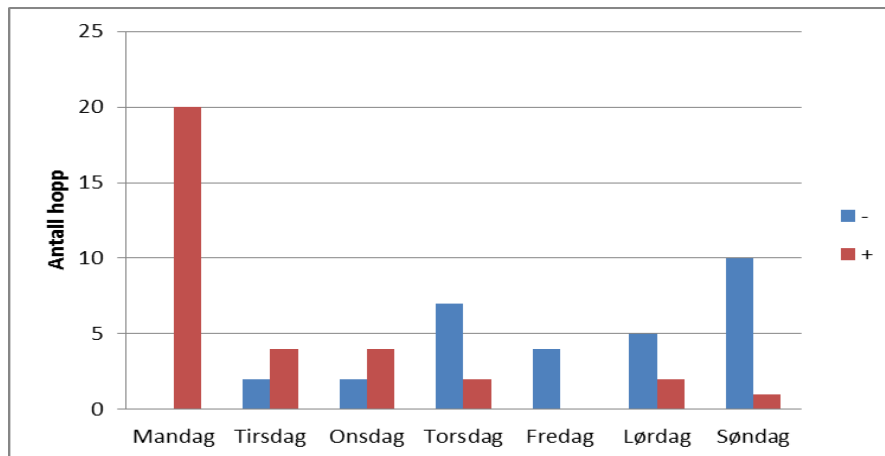
7.5.1 Ekstrembegivenheter for timelige prisendringer (NO1)



Figur 26: Antall ekstremhendelser knyttet til timelige prosentvise prisendringer i NO1. Ekstremhendelser er definert som 3 * standardavviket (20,15 %). (Blå søyler er negative prishopp, røde søyler er positive prishopp), 2002-2011

Som vi ser av figur 26 er det igjen et klart skille i løpet av dagen. Timene 1-9 innehar klart flest hopp. Samtidig ser vi også et klart mønster for når positive, og når negative hopp inntreffer. De negative hoppene skjer i timene 24 – 4, mens de positive hoppene stort sett inntreffer mellom time 6 – 9. Vi ser også at time 10 og 18 innehar hopp. Timene 2,3,4 og 6,7,8 og 9 innehar alle over 80 hopp.

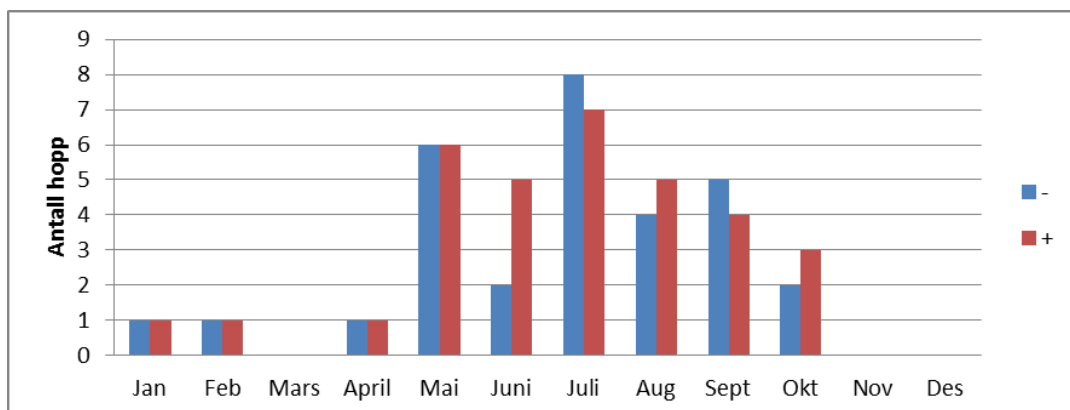
7.5.2 Ekstrembegivenheter for daglige prisendringer (NO1)



Figur 27: Antall ekstremhendelser knyttet til daglige prosentvise prisendringer i NO1 sortert etter ukedager. Ekstremhendelser definert som 3 * standardavviket (27,6 %). (Blå søyler er negative prishopp, røde søyler er positive prishopp), 2002-2011

Ukedagene er også som ventet. Dette ser vi av figur 27. Mandag, samt søndag innehar flest hopp. Dette er likevel noe i strid med det mer overraskende resultatet ved standardavvik knyttet til ukedager. Mandag har kun hatt positive prisendringer over 27,6 % per dag. Vi finner her 20 slike ekstrembegivenheter. Samtidig ser vi at søndag innehar 10 negative hopp. Mandag skiller seg altså klart ut fra resten. Vi har også grafet hopp definert som prisendringer mer enn 2*standardavvik (ikke vist i oppgaven), her finner vi at mandag innehar 45 hopp, mens søndag følger med 21 hopp. Dette understreker altså at mandag skiller seg klart ut fra de andre dagene.

7.5.3 Ekstrembegivenheter for måneder, basert på daglige prisendringer (NO1)



Figur 28: Antall ekstremhendelser knyttet til daglige prosentvise prisendringer sortert etter ukedager. Ekstremhendelser definert som 3 * standardavviket (27,6 %). (Blå søyler er negative prishopp, røde søyler er positive prishopp), 2002-2011

Ved å grafe hopp i gjennomsnittlig daglig prisendring finner vi også et relativt forventet mønster. Igjen ser vi at de varme månedene skiller seg ut med hyppigere grad av hopp. I juli finner vi flest hopp, med 15 hopp. Månedene som følger er mai, august og september med henholdsvis 12, 9 og 9 hopp. Litt overaskende ser vi at det kun er 2 hopp i hver av de generelt kaldeste månedene, nemlig januar og februar. Samtidig ser vi også at det er vanskeligere å skille mellom månedene, da flere måneder innehar mange observerte hopp. Det er altså ikke slik at en eller to skiller seg ut.

7.6 Delkonklusjon

Vi har funnet tydelig tegn på tidssystematikk både intradag, daglig og månedlig. På intradag finner vi at timene 24-10 gjennomgående er de mest volatile timene for systemprisen, mens vi for NO1 finner timene 1-10 mest volatile. Ved å studere standardavvik for dager, finner vi mandag som den mest volatile ukedagen i systemprisen. For NO1 er det en mer uklar tidssystematikk i standardavvik. På månedsbasis, basert på daglige prisendringer, finner vi for systemprisen gjennomgående høyest standardavvik i januar, mai, juni, juli og august. For NO1 finner vi at månedene mai, juli, august og september gjennomgående har høyest standardavvik.

Ved vår studie av ekstrembegivenheter finner vi for systemprisen at timene 24-10 har høyest hoppfrekvens, mens vi for NO1 finner høyest hoppfrekvens mellom timene 1-10. For dager, finner vi høyest hoppfrekvens mandag for både systempris og NO1. Ved å studere hopp for måneder, finner vi flest hopp i mars, mai, juli og august, dog er denne noe uklar, da vi finner relativt mange hopp i flere måneder. Dette gjelder for systemprisen. For NO1 finner vi at månedene mai-september har høyest hoppfrekvens.

8 Risiko ved justering for tidssystematikk i volatiliteten

8.1 Innledning

I det foregående kapittelet har vi avdekket tidssystematikk i systemprisen og NO1. I dette kapittelet ønsker vi å forske på om det er mulig å justere datasettet på en måte som gjør at en kan benytte seg av standardavvik som pålitelig risikomål i en "normal" periode, og tillegge eksogene variabler samt tidssystematikk i en mer "unormal" periode. Dette vil være interessant fordi vi kan se om vi kan benytte mer tradisjonelle modeller for risikostyring. Vi justerer datasettet for de timer, dager og måneder med flest ekstrembegivenheter og høyest standardavvik. Vårt justerte datasett strider noe mot tidssystematikk funnet i forrige kapittel. Dette skyldes en eksperimentell tilnærming, der vi har benyttet en prøv og feilemetode for utvelgelse. Vi har tatt utgangspunkt i datasettet justert for timer, og videre justert for dager og måneder gitt nye analyser av hopp (ikke vist ovenfor). Med

bakgrunn på timelig systematikk fjerner vi 24-10 i systempris, samt 1-10 for NO1. Med denne justeringen så er mandag mest volatil, følgelig fjerner vi denne for begge datasett. Når det gjelder måneder fjerner vi januar, mars, mai, august, september og desember for systemprisen. For NO1 fjerner vi januar, mai, juli, august, september og oktober.

Vi justerer altså mye på bakgrunn av antall hopp observert i stedet for hvor store hoppene er, noe som kan være en svakhet med justeringen, men da antall hopp og størrelser på hopp ikke alltid samvarierer, velger vi å fokusere på antall hopp ved justeringen. Det vil være en diskusjon på hva som er tidssystematikk eller tilfeldigheter, noe som kan forskes videre på. Vi gjør alle analysene for perioden 2002-2011, samt for perioden 2007-2011, da vi ser en tydelig endring i volatilitetsmønstrer den siste perioden.

8.2 Justering for tidssystematikk i systemprisen

Datasett justert for time 24-10

Vi starter vår analyse med å justere for de timene vi fant hadde høyest volatilitet, time 24-10. Resultatene gjengis i tabell 8. Av tabellen for perioden 2002-2011 ser vi at vi har en nedgang i standardavvik fra 10 % ved det opprinnelige datasettet (dataserie 1) til 9,3 % ved det justerte datasettet. Videre ser vi at vi har økt kurtose og skjevhet. Ser vi på fordelingen har vi redusert antall observasjoner utenfor 2 og 3 x standardavvik. Altså har vi mindre fete haler, men fortsatt svært mange ekstrembegivenheter. Samme resultater gjelder for perioden 2007-2011, men i denne perioden har vi et høyere gjennomsnitt ved justert dataserie. Selv ved justering av de nevnte timene har vi høye minimum og maksimum, henholdsvis -95 % og 90 % for 2002-2011, og -95 % og 88 % for perioden 2007-2011, som indikerer problemer med å benytte seg av tradisjonelle modeller. Da resultatene indikerer at vi bør justere for annen tidssystematikk luker vi ut de dagene vi finner har flest hopp gitt utlukning av timer. Vi finner at dette er mandag og følgelig fjerner vi denne dagen fra settet.

Justert for time 24-10, samt mandag

Ved denne justeringen har vi et negativt gjennomsnitt på -1,30 %, en betydelig endring fra dataserie 1, samt fra dataserie 2 der snittet var på 0,01 % for perioden 2002-2011. Videre har vi en betydelig reduksjon i standardavviket, ned til 7,39 %, vesentlig lavere enn de tidligere observerte settene. Kurtosen og skjevheten i settet er høyere enn ved dataserie 1 og 2. Vi ser at vi i dataserie 3 har klart å fjerne observasjoner utenfor 2 og 3 x standardavvik. Likevel ser vi i forhold til dataserie 2 at vi har prosentvis flere observasjoner utenfor 3 x standardavvik, noe som må ses i sammenheng med

reduisert standardavvik. For perioden 2007-2011 har vi samme mønster der gjelder gjennomsnitt, standardavvik, kurtose og skjevhet. Dog i noe ulik grad. Ser en på ekstrembegivenheter her, har vi færre prosentvise ekstremobservasjoner enn ved dataserie 1. Videre har vi prosentvis flere ekstremobservasjoner utenfor 2 x standardavvik enn ved dataserie 2, mens vi for 3 x standardavvik prosentvis har færre. Dette indikerer at en fjerner flere av de mest ekstreme observasjonene ved å utelate både timer og dager. Vi ser at minimum og maksimum også her er høy, henholdsvis -95 % og 90 % og -95 % og 72 % for 2002-2011 og 2007-2011. Altså har vi fortsatt ikke funnet et datasett som egner seg for tradisjonelle risiko-tilnærminger. Vi finner at månedene januar, mars, mai, august, september og desember innehar flest hopp, gitt utelatelse av timer og dager. I det følgende vil vi justere for disse.

Justert for timer, mandag, samt januar, mars, mai, august, september og desember

Ved å fjerne både timer, dager og måneder, oppnår vi det laveste standardavviket av de diskuterte datasettene, et standardavvik på 6,10 %. Gjennomsnittet observerer vi til -1,69 %, altså har vi flere negative observasjoner enn ved dataserie 1. Kurtosen i dette datasettet er den høyeste blant våre justerte datasett samt sett i forhold til dataserie 1, en observert kurtose på 40,93. Det samme gjelder skjevheten, som ved dette datasettet er på -2,40, altså har vi venstreskjev fordeling. Ved å se på observasjoner i forhold til 2 og 3 x standardavvik har vi prosentvis flere observasjoner utenfor 2 x standardavvik enn dataserie 1-3. Ved 3 x standardavvik har vi færre observasjoner utenfor enn dataserie 1 og 3, men flere enn dataserie 2. For perioden 2007-2011 har vi samme konklusjoner, men her har vi færrest prosentvise ekstremobservasjoner utenfor 2 og 3 x standardavvik sett i forhold til samtlige datasett vi har testet. Som vi ser av tabellen har vi fortsatt høyt minimum, mens maksimum er kraftig redusert. Minimum er på -95 % både for perioden 2002-2011 og 2007-2011. Maksimum er på henholdsvis 41 % og 35 %. Dette indikerer at vi ikke har klart å fjerne tilstrekkelig med ekstrembegivenheter til at standardavviket skal være et tilstrekkelig risikomål. Dette har en sammenheng med at vi opplever observasjoner med svært høye hopp, som videre setter høye maksimum/minimum. Minimum i vårt datasett er funnet i oktober, men da antall observasjoner ikke er store nok til at vi mener det er tilstrekkelig grunnlag til å konkludere med tidssystematikk, velger vi ikke å fjerne denne måneden. I stedet fokuserer vi på perioder med gjennomgående mange observerte hopp.

	2002-2011				2007-2011				
	Dataserie:	1	2	3	4	5	6	7	8
Justert for:	Time	-	24-10	24-10	24-10	-	24-10	24-10	24-10
	Ukedag	-	-	1	1	-	-	1 og 7	1
	Måned	-	-	-	1,3,5,8,9 og 12	-	-	-	1,3,5,8,9 og 12
Mean	0,01 %	0,01 %	-1,30 %	-1,69 %	0,002 %	0,004 %	-1,43 %	-2,06 %	
Standard Deviation	10,0 %	9,3 %	7,39 %	6,10 %	11,99 %	11,12 %	8,66 %	7,14 %	
Kurtosis	17,34	21,45	35,83	40,93	14,02	16,93	27,00	39,65	
Skewness	0,75	1,043	-0,99	-2,40	0,54	0,80	-1,67	-3,07	
Minimum	-104 %	-95 %	-95 %	-95 %	-104 %	-95 %	-95 %	-95 %	
Maksimum	89 %	90 %	90 %	41 %	89 %	88 %	73 %	35 %	
Obs 2 x Stdev (4,6%)	177(4,85%)	176(4,82 %)	144(4,6%)	76(4,91%)	93(5,10%)	88(4,82%)	78(4,98%)	36(4,66%)	
Obs 3 x Stdev (0,2%)	75(2,05%)	68(1,86 %)	63(2,01%)	30(1,94%)	44(2,41%)	40(2,19%)	33(2,11%)	16(2,07%)	
N	3651	3651	3131	1547	1825	1825	1565	773	

Tabell 8: Beskrivende statistikk knyttet til ulike dataserier for systemprisen. Dataseriene består av en ujustert og tre justerte for tidssystematikk. Beskrivende statistikk er for 2002-2011 og 2007-2011, og knyttet til prosentvise prisendringer i systemprisen.

8.3 Justering for tidssystematikk i NO1

For NO1 velger vi å vise 5 forskjellige serier med forskjellige justeringer. Først har vi vanlige prisendringer uten justeringer. Deretter har vi forsøkt å justere for sesongmønster ved å justere for time 1-10, mandag, og månedene januar, mai, juli, august, september og oktober. Dette har vi gjort på bakgrunn av sesongmønsteret som er beskrevet ovenfor, samt at januar er fjernet på bakgrunn av den eksperimentelle metoden. I tabell 9 har vi beskrevet hva som justeres for i øverste felt, etterfulgt av resultatene.

	2002-2011					2007-2011					
	Dataserie:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Justert for:	Time	-	t 1-10	t 1-10	t 1-10	t 1-10	-	t 1-10	t 1-10	t 1-10	t 1-10
	Ukedag	-	-	-	1	1	-	-	-	1	1
	Måned	-	-	5	5	1,5,7,8,9,10	-	-	5	5	1,5,7,8,9,10
Mean	0.009 %	0.01 %	0.03 %	-0.89 %	-0.95 %	-0.001 %	0.001 %	0.030 %	-0.93 %	-0.97 %	
Standard Deviation	9.2 %	8.4 %	8.2 %	8.1 %	4.4 %	11.6 %	10.6 %	10.5 %	10.6 %	4.7 %	
Kurtosis	71.06	113.09	133.00	162.35	9.91	54.86	88.83	98.06	109.01	7.32	
Skewness	-2.47	-3.51	-4.16	-5.17	0.24	-2.62	-3.69	-4.13	-4.72	-0.25	
Minimum	-163 %	-184 %	-184 %	-184 %	-30 %	-163 %	-184 %	-184 %	-184 %	-30 %	
Maksimum	123 %	126 %	126 %	126 %	35 %	123 %	126 %	126 %	126 %	25 %	
Obs 2 x Stdev (4,6%)	126 (3,5%)	123 (3,4 %)	96 (2,9%)	62 (2,2%)	73 (4,7%)	74 (4,1%)	59 (3,2 %)	52 (3,1 %)	36 (2,5 %)	45 (5,8 %)	
Obs 3 x Stdev (0,2%)	63 (1,7 %)	49 (1,3 %)	39 (1,2 %)	31 (1,1 %)	26 (1,7 %)	37 (2,0 %)	29 (1,6 %)	25 (1,5 %)	21 (1,5 %)	14 (1,8 %)	
N	3651	3651	3341	2865	1545	1826	1826	1671	1432	771	

Tabell 9: Beskrivende statistikk knyttet til ulike dataserier for NO1. Dataseriene består av en ujustert og fire justerte for tidssystematikk. Beskrivende statistikk er for 2002-2011 og 2007-2011, og knyttet til prosentvise prisendringer i NO1.

Resultater 2002-2011

Som vi ser endres snittet relativt kraftig i negativ retning ved justering. I datasettet uten justeringer finner vi et gjennomsnitt på 0,009 %, mens man i dataserie 5 finner at gjennomsnittlig avkastning er på -0,95 %. Vi ser at standardavviket faller jevnt ved justering for flere faktorer, noe som illustrerer at vi virker å treffe med våre justeringer, og justerer altså for mer volatile perioder. Samtidig ser vi at

effekten på standardavviket ikke blir veldig stor før vi kutter “alle” de mest volatile periodene i dataserie 5, kanskje med unntak av første justering basert på timer i dataserie 1. Standardavviket finner vi å ligge mellom 9,2 % til 4,4 %. Kurtosen øker ved justering i dataserie 2,3 og 4. Altså ser vi at observasjoner rundt snittet øker ved hver av disse justeringene. Da snittet ligger nærme null betyr dette at det blir langt flere rolige dager enn hva normalfordelingen tilsier. Slik sett vil ikke kurtosen være av like stor betydning som halene for en risikostyrer. Ved siste justering, altså i dataserie 5, faller kurtosen betraktelig, fra 162,3 i dataserie 4 til 9,9. Kurtosen i det opprinnelige datasettet ser vi at er funnet å være 71,1. Altså klarer vi i dataserie 5 å få ned kurtosen betraktelig, også fra det opprinnelige. Skjevheten har samme tendens. Den er stigende fra dataserie 1-4, men vi ser altså at også denne faller markant ved siste justering i dataserie 5. Altså klarer man ved justering for de mest volatile timene, dagene og månedene å få senket både kurtosen og skjevheten betraktelig fra det opprinnelige nivået. Dette klarer man dog kun om man fjerner “alle” de mest volatile periodene.

Ekstrembegivenheter i dataserie 1 har vi allerede beskrevet. Serien innehar “for få” observasjoner utenfor et 95,4 % konfidensintervall, og “for mange” utenfor et 99,8 % konfidensintervall. Dette indikerer som nevnt høy topp rundt snittet, samt lange haler. Ved justeringer i dataseriene 2-4 ser vi at observasjonene utenfor 2 ganger standardavvik blir færre (i %) enn hva de var i den opprinnelige prisendringsserien. Samtidig ser vi at vi også klarer å fjerne mange observasjoner utenfor 99,8 % konfidensintervallet. Dette er naturlig ettersom vi har justert for perioder på bakgrunn av observerte hopp i aktuell periode. Men samtidig ser vi at vi ikke har oppnådd å komme veldig mye nærmere en normalfordeling. Kanskje heller i motsatt retning. Men igjen ser vi at dataserie 5 er ulik de andre. Utenfor et 95,4 % konfidensintervall finner vi 4,7 % av observasjonene. Dette mot de 4,6 % som er forventet ved Gauss. Likevel ser vi at observasjonene (i %) har økt fra dataseriene 2-4, og er tilbake på nivå med utgangspunktet i dataserie 1. Dette må ses i sammenheng med at vi har mer en halvert standardavviket fra det opprinnelige nivået.

På bakgrunn av dette kan vi si at vi til en viss grad finner ett langt bedre datasett for tradisjonelle økonomiske tilnærminger, altså i dataserie 5. Kurtosen og skjevheten er betraktelig lavere, og observasjonene utenfor et 95,4 % konfidensintervall treffer med hva som er forventet ved Gauss. Derimot har vi fortsatt altfor mange observasjoner utenfor 99,8 % konfidensintervall. Vi ønsker samtidig å påpeke at minimum og maksimum i hele perioden er funnet å være – 29,6 %, og 34,8 % mot -162,6 % og 122,7 % i henholdsvis dataserie 5 og 1. Slik sett er eksempelvis “risikoen” av å benytte standardavvik som risikomål for sin respektive periode betraktelig redusert, da maksimum og minimum er 6-8 ganger standardavviket i den justerte perioden, mot 13 og 17 ganger standardavviket i den opprinnelige dataserien. Samtidig er det vanskelig å si hvorvidt de største

hoppene kommer tilfeldig, eller om de følger et fast mønster. Kort tidshorisont problematiserer kartleggingen av hvorvidt det er tilfeldig eller ikke.

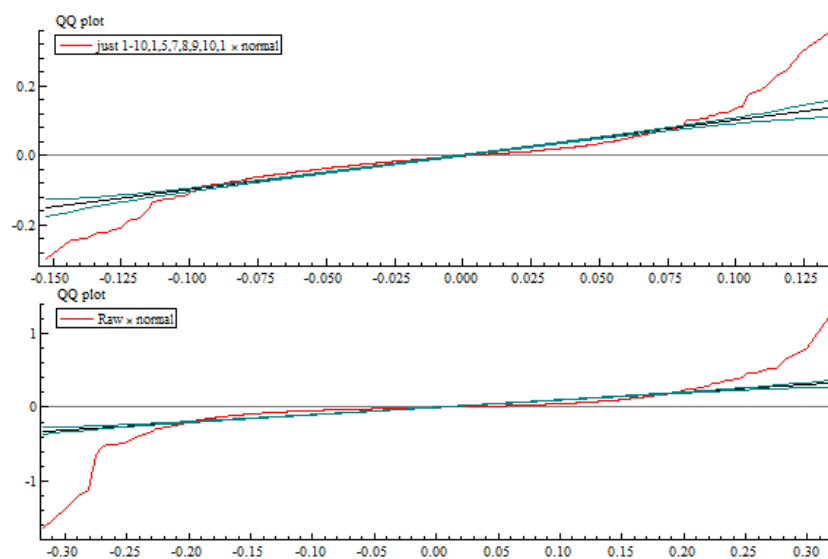
Resultater for 2007-2011

For denne perioden er tendensen helt lik som for perioden 2002-2011. Med få unntak er nivåene det eneste som er annerledes. Standardavvikene, og halene er generelt høyere, mens kurtosen generelt er lavere enn for den siste perioden. På grunn av at tendensen er den samme vil vi ikke diskutere tallene noe utover dette.

Diskusjon av resultater i NO1

Først og fremst gir resultatene oss indikasjon på at man må fjerne "alle" volatile perioder for å få mer normale finansielle dataserier hos NO1. Som ved de fleste finansielle tidsserier klarer vi ikke å finne en normalfordelt serie, men vi kan muligens benytte mer tradisjonell økonomisk teori på denne dataserien. Dette kan selvsagt diskuteres. Likevel mener vi at funnene vi har, gir indikasjoner på at risikoen ved eksempelvis å benytte standardavvik som risikomål for dataserien, og perioden som finnes i dataserie 5 og 10 er betraktelig redusert. Den kan altså fungere som en plattform der vi kan legge til annen informasjon om risiko, som tidssystematikk og eksogene variabler.

En annen indikasjon vi får er at det ikke betyr veldig mye om en velger å beskrive volatiliteten i markedet fra 2002-2011 eller fra 2007-2011. Vi har sett at volatiliteten har gått opp, men utover dette er resultatene stort sett de samme. Slik sett indikerer dette at nivåene er noe endret, men mønsteret i volatiliteten i markedet virker ikke å være markant endret.



Figur 29: Sammenlikning i fordeling mellom daglig prosentvise prisendring NO1, og NO1 justert for time 1-10, mandag, januar, mai, juli, august, september og oktober

Dersom en grafer QQ-plot til den opprinnelige serien (figur 29), med serie 5 finner man også nettopp at nivået i feilene har blitt mindre. Tendensen er den samme, men dersom vi ser på y-aksen ser vi at verdiene på avvikene har blitt betraktelig lavere.

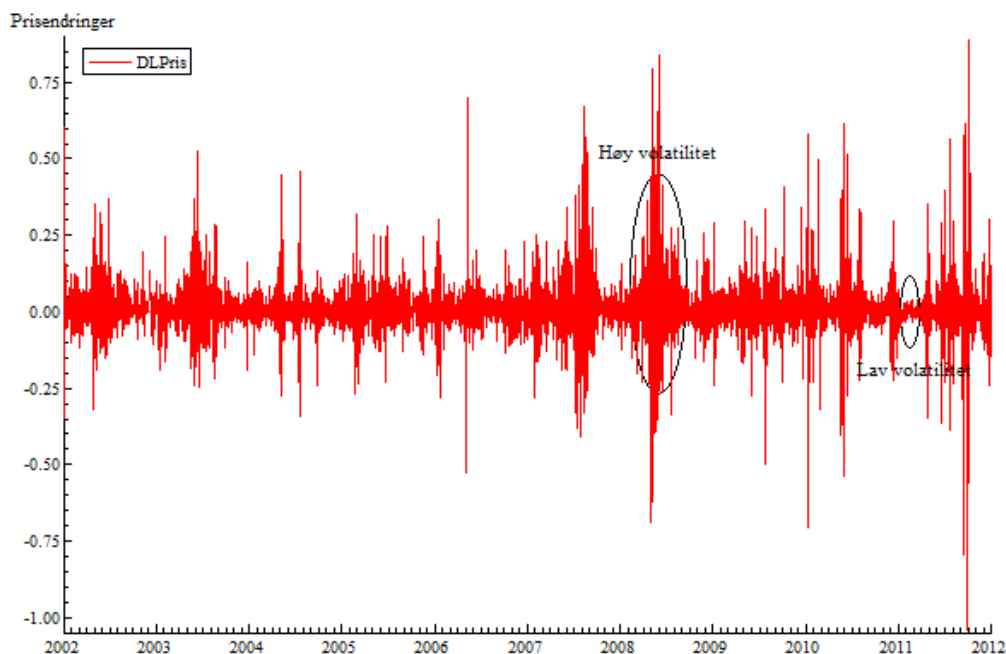
8.4 Delkonklusjon

Ved forskjellige justeringer for tidssystematikk i volatilitet ser vi at det er lettere å finne en dataserie for "normal risiko" for NO1 enn systemprisen. Dette antar vi har en sammenheng med at systemprisen er et snitt av ulike geografiske områder og ulike typer kraftproduksjon. Likevel finner vi for systemprisen og NO1 at risikoen for å benytte standardavvik som risikomål i de respektive periodene som dataseriene gjelder for, synker i forhold til den ujusterte serien. Dette kan vi si da avstanden fra minimum og maksimum til standardavviket synker. Slik sett er vi nærmere å kunne benytte tradisjonell tilnærming til risiko i disse periodene. Spørsmålet er hvorvidt de største hoppene kommer tilfeldig, eller i de mest volatile periodene.

9 ARMA-GARCH modellering av kraftprisen

9.1 Innledning

En alternativ tilnærming til kapittel 8, er å finne en passende "alternativ" modell for å beskrive hovedtrekkene i volatiliteten til systemprisen ved Nord Pool. Samtidig ønsker vi å se om det er "lettere" å finne en modell for dataserier justert for høyvolatile perioder, enn for hele perioden sett under ett. Dette mener vi er viktig med tanke på å forstå, estimere og predikere volatilitet i markedet. Det vil også kunne gi en indikasjon på om en risikostyrer vil øke forståelsen av volatilitet ved å operere med flere enn en modell. Vi ønsker også å finne modell, samt sammenlikne periodene 2002-2011 og 2007-2011. Dette ønsker vi å gjøre på den ujusterte, samt justerte dataseriene som vi fant i kapittel 8. Vi har allerede vist at volatiliteten varierer gjennom perioden, og en lineær modell vil derfor ha problemer med å forklare blant annet leptokurtose, "leverage effekter" og volatilitets "clustering". Fete haler har vi allerede vist eksisterer i vårt datasett, samtidig ser vi ved plot av prisendringer i systemprisen at det finnes klumper med høy, og lav volatilitet (figur 30).



Figur 30: Daglige prosentvise prisendringer i systemprisen, 2002-2011

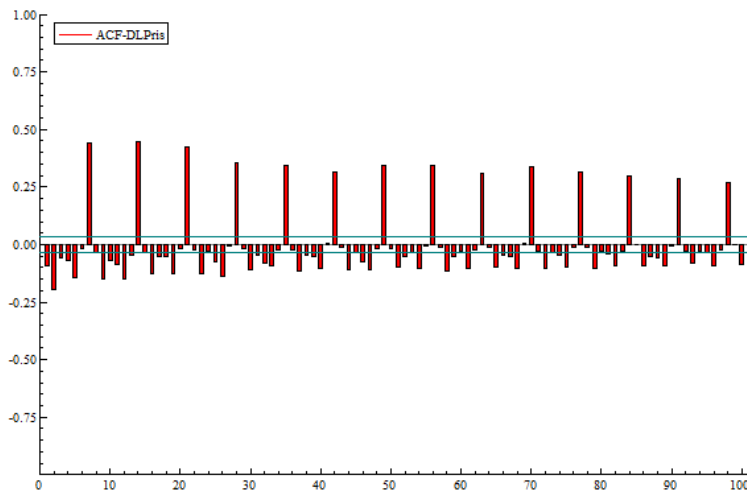
På bakgrunn av denne delens tilnærming velger vi å undersøke hvorvidt det er passende å benytte en modell som tillater linearitet i gjennomsnittet, og ikke-linearitet i variansen. Populære modeller som tillater disse egenskapene er variantene rundt ARMA-GARCH. Det er gjort flere ARMA-GARCH tilnærminger på kraftpris, blant annet av Koopmann (2005), Escribano (2011), Haugom et al. (2010) og Solibakke (2002). Vi har likevel ikke funnet noen som har benyttet ARMA-GARCH varianter på

justerte serier. I tillegg til å forsøke å finne egnet modell, ønsker vi å teste de ulike modellene med forskjellige type fordelinger. Vi ønsker å teste hvorvidt noen av disse ulike variantene passer i bruk på prisendringer til systemprisen og NO1. Vi burde hatt med tidssystematikk samt flere eksogene variabler som, hydrologisk balanse, vær og temperaturer med mer, men på grunn av oppgavens tidsbegrensinger vil vi heller konsentrere oss om oppgavens hovedtema. Altså ønsker vi å fokusere på de ulike ujusterte og justerte dataseriene, om det er nødvendig med en eller flere modeller. Slik at vi kan foreslå en tilnærming som kan bygges videre på, og suppleres med andre eksogene variabler. I neste delkapittel vil vi forklare grunnleggende teori rundt ARMA-GARCH.

9.2 Kort om ARMA-GARCH

I hovedsak modellerer ARMA gjennomsnittet, mens GARCH modellerer underliggende volatilitetsprosess. ARMA kan deles opp i en Autoregressiv og et Moving Average. En AR-modell innebærer at en avhengig variabel påvirkes av sine egne tidligere verdier. Mens en MA-modell er en lineær kombinasjon av "white noise" feilledd, slik at Y påvirkes av sitt nåværende og tidligere "white noise" feilledd. Ved kombinasjon av en AR og en MA prosess får man altså en kombinasjon av disse to effektene.

I noen tilfeller fant vi i snittlikningen ut at det var naturlig å benytte en ARFIMA. Dette ettersom prisendringen har signifikant seriekorrelasjon langt tilbake i tid. Dette ser vi av figur 31. Altså innehar prisendringene såkalt "long memory". For å løse dette problemet, er det mulig å benytte en såkalt "fractionally" integrert modell, som ARFIMA er. Her vil ACF avta hyperbolsk, altså avta tregere enn dersom den avtar eksponentielt. Ved en ARMA modell der $d = 0$ vil vi ha en eksponentiell avtaking. Vi har altså ved en slik metode lettere for å bli kvitt seriekorrelasjonen i settet. Parameteren d kan ta brøkkverdier, og er antatt å være kovarians stasjonær dersom $-0,5 < d < 0,5$. Samtidig er de relative prisendringene forventet å være "mean reverting" dersom $d < 1$ (Baillie 1996).



Figur 31: 100 lags ACF plot for daglige prosentvise prisendringer i systempris, 2002-2011

En ARCH modell benyttes ofte på finansielle tidsserier da den åpner for at variansen til feilleddet ikke trenger være konstant, altså kan den være heteroskedastisk. Samtidig beskriver ARCH volatilitets "clustering", da nåværende volatilitet er avhengig, og betinger av sine foregående verdier. Vi venter altså at høy/lav volatilitet i går, vil gi høy/lav volatilitet i dag.

Varians kan som kjent ikke være negativ, og modellen betinger derfor positive parametere. Volatiliteten kan være avhengig av mange ARCH-lags. Desto flere lags den betingede variansen er avhengig av, jo større er sannsynligheten for at en kan estimere negative parametere. I 1986 introduserte Bollerslev en generalisert ARCH, nå kjent som GARCH. Modellen inkluderer den betingede varians lagget (ARCH), samt kvadrert restledd (GARCH). Teori hevder at GARCH (1,1) oftest er tilstrekkelig og begrunner dette med følgende matematiske utledning:

$$GARCH(1,1): \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$$

Videre følger det at:

$$\sigma_{t-1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2$$

Så setter man denne inn i den opprinnelige likningen:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta \sigma_{t-2}^2)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_0 \beta + \alpha_1 \beta \varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2 \sigma_{t-2}^2$$

Dersom en gjør dette uendelig mange ganger får en:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0(1 + \beta + \beta^2 + \dots) + \alpha_1(\varepsilon_{t-1}^2 + \beta\varepsilon_{t-2}^2 + \beta^2\varepsilon_{t-3}^2 \dots) + \beta^\infty \sigma_0^2$$

GARCH(1,1) er altså en slags ARCH modell med uendelig mange lags.

Vi har i oppgaven forutsatt at teorien om at GARCH (1,1) er hold i, og har derfor ikke undersøkt dette videre, ved unntak av når dette er nevnt. Dette ble også besluttet på bakgrunn av oppgavens begrensning i forhold til tid. Sammensatt vil den teoretiske ARMA-GARCH modellen da se slik ut:

$$AR(p): \Delta P_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i \Delta P_{t-i} + u_t$$

$$MA(q): u_t = \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

$$GARCH(m,n): \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^n \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

Modellen vist over er en grunnleggende ARMA-GARCH modell. Denne finnes i forskjellige varianter, og vi vil i snittligningen tidvis som nevnt benytte en ARFIMA variant. I varianslikningen konsentrert oss om noen av de asymmetriske variantene i tillegg til GARCH. Modellene vi har benyttet er EGARCH, GJR, APARCH i tillegg til GARCH.

EGARCH:

En asymmetrisk variant av GARCH er "Exponential-GARCH" (EGARCH). I tillegg til å ta hensyn til asymmetri, trenger modellen ingen restriksjoner knyttet til positive parametere da det er $\log(\sigma_t^2)$ som blir modellert. Altså vil $\log(\sigma_t^2)$ være positiv selv om parameteren er negativ.

$$EGARCH(1,1): \ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} + \alpha_1 \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{\sigma_{t-1}^2}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]$$

GJR:

En GJR modell er en enkel utvidelse av GARCH ved at man tillegger en parameter som tar hensyn til mulig asymmetri. For "leverage" effekt så vil $\gamma > 0$. Dersom $\gamma < 0$ må $(\alpha_1 + \gamma) \geq 0$ for at restriksjonen knyttet til ikke-negativitet skal opprettholdes.

$$GJR(1,1): \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1}$$

APARCH:

En tredje modell som tar hensyn til asymmetri er Asymmetric Power ARCH (APARCH). I tillegg til å ha en parameter som tar hensyn til asymmetri, har modellen en varierende eksponent. Modellen er populær blant annet for at den kan ta form som 7 andre varianter ved spesielle tilfeller. Dette blant annet GARCH, ARCH, GJR. Vi vil ikke komme nærmere inn på dette. Modellen kan skrives som:

$$APARCH: \sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^n \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Hvor $\alpha_0 > 0, \delta \geq 0, \beta_j \geq 0 (j = 1, \dots, m), \alpha_i \geq 0$ og $-1 < \gamma > 1 (i = 1, \dots, n)$

Ettersom våre modeller ikke lenger antas å ha en lineær form, kan vi ikke nytte OLS. For å estimere GARCH-modeller nyttes derfor Maximum Likelihood (ML). Denne metoden finner de mest sannsynlige verdiene til parameterne gitt datasettet og fordeling. Denne metoden kan estimere parametere for både lineære og ikke-lineære modeller.

Fordelingene vi har benyttet er Gauss, Student-t, og Skewed Student-t. Student-t er en fordeling som tar høyde for fetere haler enn Gaussfordeling, mens Skewed Student-t i tillegg tar hensyn til at fordelingen er skjev, altså asymmetrisk. Vi vil utover dette ikke komme videre inn på det matematiske bak disse fordelingene, utover å henvise til eksisterende teori.

Maximum Likelihood estimator kan bli utført når fordelingen av feilledet er kjent, og tilhører en sannsynlighetsfordeling. Hvis vi for eksempel vi nytter Gaussfordeling, og finner feilledd med gjennomsnitt på 0, og varans lik θ , vil ML estimatene være identisk med OLS estimator. Vi forventer likevel at våre feilledd kommer til å variere mer eller mindre fra sin teoretiske fordeling. I slike tilfeller vil standard error inneha uegnede verdier for testing. Derfor må vi benytte en varians-kovarians estimator som er robust mot dette. Bollerslev og Wooldridge (1992) hevdet at en Quasi-Maximum Likelihood også kjent som Robuste Standard Error, og "Sandwich formula" vil være robust mot slike avvik. Graden av robusthet er likevel antatt å svekkes ved størrelsen på avviket (Xekalaki & Degiannakis 2010). Vi har derfor benyttet en slik tilnærming i våre estimeringer.

9.3 Modell for ujustert dataserier 2002-2011

Vi ønsker å se hvorvidt det er naturlig å benytte en ARMA-GARCH tilnærming for å modellere risiko. Samtidig ønsker vi å se hvorvidt vi klarer å finne en modell som kan benyttes på ujusterte serier, eller om vi allerede her finner indikasjoner på at vi trenger flere modeller for å modellere risiko i systemprisen og NO1. Vi sammenlikner modeller på samme dataserier ved å sammenlikne Log

Likelihood og AIC. Samtidig ser vi på ulike spesifikasjonstester hvorvidt modellene virker å kunne brukes. I tillegg vil vi se på verdien og signifikansen til de ulike parameterne som vi får.

9.3.1 Modell for ujustert systempris 2002-2011

Ved prøving og feiling har vi ikke greid å fjerne seriekorrelasjonen i feilledet ved å benytte relative prisendringer som avhengig variabel i programmet G@RCH. Dette blant annet ettersom det er begrensninger i programvaren på ARFIMA(24,d,24). Vi klarte heller ikke dette ved å inkludere dummyer i snittlikningen i programmet. Derfor har vi kjørt en vanlig lineær regresjon på logaritmiske prisendringer med vanlig OLS. I den har vi fjernet autokorrelasjon i seriene ved å inkludere lags på prisendringer, samt dummyer for ukedager og måneder. Vi benyttet 54 lags på prisendringer, som vi fant ved hjelp av Akaikes informasjons kriterium. Samtidig benyttet vi dummyer for alle dager og måneder unntatt onsdag, og januar. Residualen har vi så spart, og denne er så benyttet som avhengig variabel i nevnte G@RCH-program i OxMetrics. Ved å studere AIC, Log Likelihood, samt diverse spesifikasjonstester, fant vi at ARFIMA (0,d,0) var nok. Flere lags her bedret ikke modellen videre. Resultatene som presenteres vil derfor utelukkende være modeller med nevnt snittlikning.

Hvilken modell og fordeling passer best for ujustert systempris?

Ikke overraskende ser vi av tabell 10 at skewed student-t ser ut til å komme best ut blant fordelingene. Som vi har sett tidligere er datasettet asymmetrisk, og skewed student-t virker altså å passe serien best. Dette ser vi blant annet av at Log Likelihood er størst på alle modellene, AIC lavest, og alle spesifikasjonstestene like eller bedre. Student-t ser vi også at synes å passe bedre enn Gauss-fordeling.

	GAUSS				Student-t				Skewed Student-t			
	GARCH	GJR	APARCH	EGARCH	GARCH	GJR	APARCH	EGARCH	GARCH	GJR	APARCH	EGARCH
Log Lik	5099	5114	5121	5109	5435	5440	5440		5440	5446	5446	
AIC	-2.83	-2.84	-2.85	-2.84	-3.02	-3.02	-3.02		-3.02	-3.03	-3.02	
Q(5)	0.65	0.64	0.71	0.64	0.67	0.68	0.69	Ingen konvergering	0.65	0.66	0.68	Ingen konvergering
Q(10)	0.05	0.04*	0.09	0.13	0.06	0.07	0.09		0.06	0.07	0.08	
Q(20)	0.01*	0.01*	0.03*	0.04*	0.01*	0.02*	0.02*		0.01*	0.02*	0.02*	
Q(50)	0.05	0.04*	0.07	0.14	0.10	0.10	0.12		0.09	0.09	0.11	
Q ² (5)	0.16	0.14	0.11	0.19	0.15	0.13	0.09		0.16	0.14	0.10	
Q ² (10)	0.29	0.28	0.21	0.36	0.38	0.35	0.26		0.40	0.36	0.29	
Q ² (20)	0.09	0.08	0.06	0.15	0.26	0.26	0.19		0.26	0.26	0.20	
Q ² (50)	0.02*	0.00**	0.00**	0.00**	0.06	0.00**	0.00**		0.06	0.00**	0.00**	
ARCH 1-2	0.98	0.98	0.58	0.38	0.35	0.32	0.21		0.39	0.35	0.25	
ARCH 1-5	0.41	0.37	0.32	0.45	0.40	0.36	0.27		0.42	0.37	0.30	
ARCH 1-10	0.51	0.48	0.40	0.58	0.60	0.56	0.47		0.62	0.57	0.50	
40	0.00**	0.00**	0.00**	0.00**	0.62	0.53	0.53		0.51	0.67	0.56	
50	0.00**	0.00**	0.00**	0.00**	0.27	0.24	0.62		0.61	0.55	0.83	
60	0.00**	0.00**	0.00**	0.00**	0.14	0.05	0.33	0.47	0.64	0.75		

Tabell 10: Sammenlikning av modeller og fordeling basert på AIC, Log Likelihood og spesifikasjonskriterier for systemprisen. Testene som benyttes er Ljung Box (Q og Q²), ARCH (1-2,1-5, 1-10) og Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test (40, 50 og 60 celler), og vises ved p-verdier

Av samme tabell ser vi også at de asymmetriske GARCH-modellene virker å passe best. Her er det likevel litt tvetydige resultater. AIC, og Log Likelihood er henholdsvis minst og størst for modellene som tar hensyn til asymmetri. Som vi skal se senere er også parameterne for asymmetri klart signifikante, noe som tyder på at en slik modell passer best. Likevel ser vi at EGARCH ikke konvergerer, og at GARCH-modellene kommer best ut dersom vi ser på spesifikasjonstestene.

Hva sier modellen om volatiliteten til systemprisen?

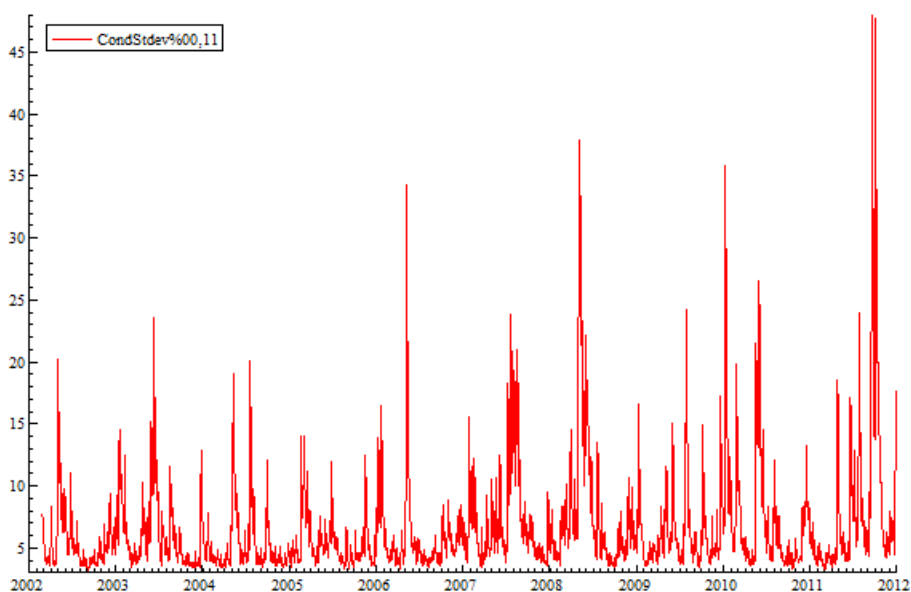
Ettersom vi ønsker å beskrive volatiliteten til systemprisen ønsker vi å kommentere noen av resultatene fra en av modellene som er funnet å være blant de beste. For å se om ARMA-GARCH er en passende modell for den ujusterte systemprisen, har vi plukket ut en modell for å se på signifikansnivået til koeffisientene. Vi har valgt ut ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) med skewed student-t.

Av estimatene i tabell 11, ser vi at alle parametrene er signifikante både i snitt, og varianslikningen. Konstanten i snittlikningen (Cst(M)) ser vi at såvidt er signifikant, og negativ. Dette indikerer negativ drift når man har korrigert for sesongvariasjoner. Ser man på dataen i den lagrede residualen ser man at man finner flere store negative avvik enn store positive avvik, mens det er flere positive enn negative observasjoner. D-verdien i ARFIMA er positiv, og lav. En lav verdi indikerer at avkastningen har "long memory". Verdi på 0,07 er tegn på kovarians stasjonaritet da teori påpeker kovarians stasjonaritet ved: $-0,5 < d < 0,5$.

Snittlikningen		
	Koeffisient	t-verdier
Cst(M)	-0.003	-2.00
d-Arfima	0.07	4.29
Varianslikningen		
	Koeffisient	t-verdier
Cst(V)	2.41	3.70
ARCH(Alpha1)	0.17	3.76
GARCH(Beta1)	0.75	15.04
GJR(Gamma1)	0.12	3.40
Asymmetry	-0.08	-3.35
Tail	3.96	13.65
Observasjoner :		3595

Tabell 11: Log-Lik estimater for ARFIMA(0,d,0)-GJR(1,1) systemprisen, 2002-2011

I varianslikningen ser vi at konstanten er positiv (Cst(V)), og vi finner derfor at driften er positiv i perioden. Variansen er altså funnet å øke gjennom perioden. Signifikant ARCH-verdi viser at volatiliteten avhenger av foregående volatilitet, det vil si at det er klynger med lav, og høy volatilitet. Den høye GARCH-verdien indikerer at klumpene vil være relativt store, og vedvarene. Dette ettersom en høy GARCH-effekt tyder på "long memory" i volatilitet. For at variansen skal være mean reverting må også ARCH og GARCH – koeffisitenene summert være mindre enn 1. I vårt tilfellet er disse på henholdsvis 0,17 og 0,75. Summert utgjør disse 0,92. Dette betyr at vi har en mean reverting prosess i volatiliteten. Den ubetinget, og langsiktige variansen kan finnes ved: $var(u_t) = \frac{Cst(V)}{1-(\alpha_1+\beta)}$. I vårt tilfellet får vi en varians per dag på 28,95 med følgende standardavvik per dag på 5,38 %.



Figur 32: Betinget standardavvik til systemprisen, 2002-2011

Vi kan altså anta at standardavviket til det kvadrerte feilleddet varierer rundt en langsiktig likevekt på 5,34 %. Likevel ser vi av figur 32, at standardavviket avviker fra denne likevekten i stor grad gjennom perioden. En signifikant positiv GJR-koeffisient indikerer at volatiliteten øker mer etter negative sjokk enn etter positive sjokk. Dette kalles altså "leverage effekt". Ettersom vi har benyttet en skewed student-t fordeling i varianslikningen får vi også opp en test for symmetri. Her er hypotesen symmetri, noe vi forkaster. Derfor kan vi si at fordelingen ikke klarer å korrigere for asymmetrien som vi har påvist. Samtidig ser vi også at vi fortsatt har fete haler.

9.3.2 Modell for ujustert NO1, 2002-2011

Som for systemprisen ønsker vi å finne en modell for den ujusterte-serien som klarer å fjerne seriekorrelasjonen. Dette gjør at vi lettere kan trekke konklusjoner angående modellen, og hvorvidt ARMA-GARCH modeller er en naturlig tilnærming til prisendring til NO1. For NO1 har vi ikke klart å finne en slik modell. Vi har kjørt ulike ARMA (p,q) – GARCH (m,n) modeller, med ulike fordelinger. Dette har vi gjort både på prisendringer, og på residualen fra OLS estimering av prisendringer, med lags og dummy for ukedager og måneder (som for systemprisen). Vi har igjen også testet ARFIMA varianter i snittlikningen uten å klare å fjerne seriekorrelasjonen i residualen. Dersom vi studerer den grafiske fremstillingen av prisendringene, ser vi at NO1 innehar enda større "spikes" enn systemprisen, og vi antar at dette er grunnen til at vi ikke klarer å fjerne seriekorrelasjonen. Dette indikerer også at det kan være en naturlig tilnærming å lage flere modeller for prisendringen til NO1 basert på ulike tidsperioder.

9.3.3 Delkonklusjon

Vi fant altså at det er mulig å finne en relativt passende modell for systemprisen. Samtidig fant vi også at det med programvarens begrensninger var vanskelig å finne en egnet modell for NO1. Dette antar vi at er på grunn av de enda mer ekstreme prisendringene i denne serien. Det er vanskelig å trekke en veldig konkret konklusjon da vi har to faktorer som påvirker utfallet, nemlig programvaren og modellen. Signifikante parametre indikerer at ARMA-GARCH tilnærming virker passende. Derfor antar vi at det er naturlig å fortsette å undersøke hypotesen om indikasjoner på om det er hensiktsmessig å nytte flere enn en modell, for å modellere risikoen i dette høyvolatile markedet.

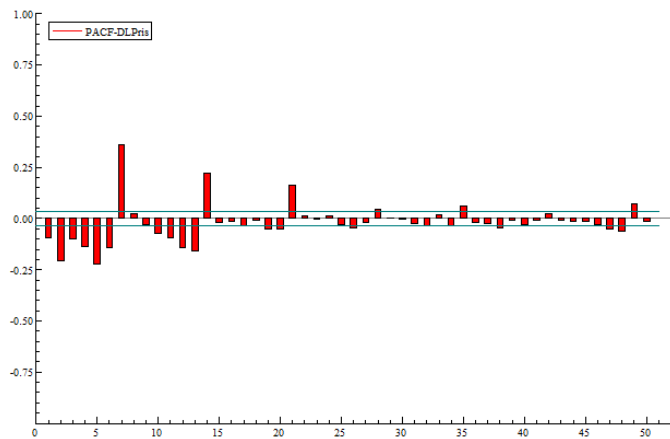
9.4 Sammenlikne modeller for dataserier med og uten justering

På bakgrunn av våre funn ønsker vi altså å undersøke om det er hensiktsmessig, samt om vi oppnår bedre resultater av modelleringen ved å benytte de justerte seriene fremfor de ujusterte. Samtidig vil vi undersøke hvordan parameterne endres, ved tilnærmingen med justerte dataserier. Slik håper vi å kunne konkludere om det er naturlig å

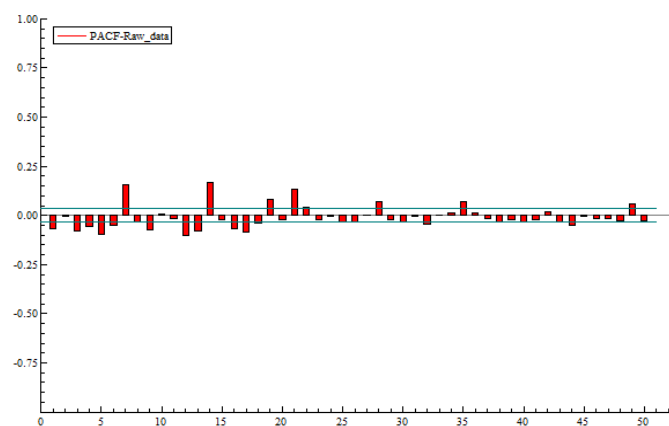
benytte flere enn en modell til å modellere risiko, og hvorvidt en slik tilnærming er naturlig å bygge videre på. For å sammenlikne volatilitet i de ulike dataseriene vi har laget, må en og samme modell benyttes. Det viser seg vanskelig å finne en god modell, da antall lags som er

nødvendig for å fjerne all seriekorrelasjon i datasettet vil variere mellom de justerte settene. Vi velger derfor å benytte oss av en ARMA (7, 0) og GARCH (1,1). Vi har tidligere vist et tydelig ukemønster i volatilitet. I tillegg er det naturlig at siste observerte avkastning sterkest vil være påvirket av avkastningene fra de nærmeste dagene. PACF av opprinnelig datasett viser også et tydelig sjudagers mønster (Figur 33 og 34), som underbygger

vårt valg. Vi får med dette ikke fjernet all seriekorrelasjon, men vi mener dette er tilstrekkelig for oss i denne forskningen, da parameterne fortsatt er forventningsrette og kan sammenlignes. Selv om vi benytter oss av en AR (7) prosess i samtlige modeller, vil det likevel være svakheter ved estimeringen, da en AR (7) modell vil kunne være påvirket av utelatte tidsperioder. Svakheten vil være størst der flest tidsrom er fjernet. Samtidig antar vi at det likevel kan gi et bedre bilde av volatilitetsmønsteret i periodene for de ulike datasettene, samtidig som vi får en indikasjon på om hypotesen om flere modeller bør benyttes holder. Som tidligere begrunnet, mener vi at GARCH (1,1) holder også her. I tillegg til GARCH har vi kjørt estimeringer med GJR og APARCH, modeller som tar høyde for asymmetri. Vi har nå utelatt EGARCH, da denne ikke konvergerer eventuelt innehar svak konvergens. I tillegg har vi kjørt estimeringene med ulike fordelinger, Gauss, Student-t og Skewed student-t. Vi ønsker altså å finne en modell som egner seg for sammenligning av parameterne.



Figur 34: PACF for ujusterte daglige prosentvise prisendringer i systemprisen, 2002-2011



Figur 33: PACF for ujusterte daglige prosentvise prisendringer i NO1, 2002-2011

9.4.1 Modell for systempris

Modell for systempris 2002-2011

2002-2011												
Justert for:		GAUSS			Student-t			Skewed Student-t				
		GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH		
Dataserie 1												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	5042	5085	5088	5392	5424	5431	5392	5425	5431
			AIC	-2,76	-2,78	-2,78	-2,95	-2,96	-2,97	-2,95	-2,96	-2,97
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,001**	0,000**	0,000**	0,001**
			Q ² (10)	0,011*	0,02*	0,01**	0,02*	0,06	0,17	0,02*	0,06	0,17
			ARCH 1-5	0,15	0,22	0,17	0,22	0,32	0,35	0,22	0,32	0,35
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,017*	0,34	0,23	0,016*	0,46	0,077	
Dataserie 2												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	5388	5401	5401	5648	5666	5669	5655	5672	5674
			AIC	-2,94	-2,95	-2,95	-3,09	-3,10	-3,10	-3,09	-3,10	-3,10
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**
			Q ² (10)	0,000**	0,001**	0,001**	0,001**	0,004**	0,001**	0,001**	0,005**	0,001**
			ARCH 1-5	0,03*	0,05	0,06	0,06	0,1	0,01*	0,06	0,11	0,02*
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,002**	0,25	0,009**	0,10	0,25	0,069*	
Dataserie 3												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	4964	4969	4972	5309	5312	5318	5311	5315	5321
			AIC	-3,16	-3,17	-3,17	-3,38	-3,39	-3,39	-3,38	-3,39	-3,39
			Q(10)	0,003**	0,004**	0,001**	0,001**	0,001**	0,001**	0,001**	0,001**	0,001**
			Q ² (10)	0,16	0,12	0,10	0,33	0,23	0,04*	0,35	0,23	0,03*
			ARCH 1-5	0,35	0,30	0,23	0,42	0,30	0,04*	0,43	0,29	0,03*
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,003**	0,00**	0,00**	0,02*	0,005**	0,01*	
Dataserie 4												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	2491	2492	2499	2676	2677	Ingen konvergens	2680	2682	Ingen konvergens
			AIC	-3,21	-3,21	-3,21	-3,44	-3,44		-3,45	-3,45	
			Q(10)	0,003**	0,003**	0,001**	0,048*	0,05		0,032*	0,030*	
			Q ² (10)	0,00**	0,00**	0,00**	0,00**	0,00**		0,00**	0,00**	
			ARCH 1-5	0,59	0,55	0,77	0,93	0,93		0,94	0,94	
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,024*	0,052	0,068	0,615			

Tabell 12: AIC, Log Likelihood, samt spesifikasjonstester for ujustert, og justerte dataserier for gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer for systempris, 2002-2011. Testene som benyttes er Ljung Box (Q og Q²), ARCH (1-5) og Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test (40 celler), og vises ved p-verdier

Tabell 12 viser Akaikes informasjonskriterie, Log Likelihood, samt ulike spesifikasjonstester for hver av modellene. Lavest og høyest verdi for henholdsvis AIC og Log Likelihood er markert blått. Vi ser tydelig at skewed student-t er fordelingen som bør benyttes i modellen, og videre konkluderer vi med å bruke denne. Siden vi har klare tegn på skjevhet og kurtose i datasettene våre, er dette i tråd med våre forventninger.

Ved se på de ulike spesifikasjonstestene ser vi at vi ved skewed student-t er kvitt ARCH effekter i samtlige modeller. For de ulike modellene til dataserie 1, ser vi at GJR foretrekkes ved å se på Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test, fulgt av APARCH. Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test gir ikke like klare indikasjoner for foretrukken modell ved de resterende modellene. Ljung Box Q- statistikk av orden 10 er ikke tilfredsstillende i noen av modellene med skewed student-t fordeling. Dette indikerer at vi har seriekorrelasjon opp til 10 lag i datasettet. Q² varierer noe, men er for GJR tilfredsstillende for dataserie 1 og 3. Q² er ikke tilfredsstillende for GARCH i dataserie 1 og ikke for APARCH i serie 3. Totalt sett kommer altså GJR best ut, da ingen er tilfredsstillende i serie 2 og 4.

Av tabellen ser vi at de asymmetriske modellene kommer best ut. Vi ser at modellene GJR og APARCH har relativt like verdier, og siden APARCH ikke konvergerer på siste modell, velger vi GJR som den mest tilfredsstillende modellen. Vi konkluderer med dette at vi velger å benytte oss av en GJR modell med fordelingen skewed student-t i vår videre sammenligning av modeller.

Modell for systempris 2007-2011

Vi vil i det videre ta for oss perioden 2007-2011, for å se om vi har samme trend her. Dette er interessant, for som vi har sett tidligere har vi opplevd en volatilitetsendring i kraftmarkedet etter 2007. Av tabell 13 ser vi at fordelingene student-t og skewed student-t er de dominerende, skewed student-t skiller seg ikke like klart ut fra student-t som for hele perioden, men er klart å foretrekke fremfor Gauss. Problemet vårt i denne perioden er at fordelingene utover Gauss konvergerer ikke ved utelatelse av timer og dag. Vi velger derfor å utelate denne dataserien fra sammenligningen, da student-t og skewed student-t fordeling tydelig er å foretrekke. Forskjellen mellom fordelingene student-t og skewed student-t er her minimal. Vi ser at modellene med student-t fordeling scorer best på AIC for modell 5 og 6, henholdsvis GJR og APARCH, mens AIC er lavest med skewed student-t og GJR for dataserie 8. Ved å se på log likelihood, er denne høyest ved skewed student-t fordelingen, med APARCH som foretrukket modell for dataserie 5 og 6, mens GJR er foretrukket for modell 8. Ved Ljung Box Q (10) er tilfredsstillende kun i dataserie 8, ved student-t og skewed student-t. Altså har vi ikke seriekorrelasjon i disse modellene. $Q^2(10)$ er fin for alle modeller med student-t og skewed student-t fordeling i dataseriene 5 og 6, men ikke fin for dataserie 8. ARCH 1-5 ser vi er gjennomgående fine, altså finner vi ingen tegn til heteroskedastisitet i feilledet. Adjusted Pearson chi-square goodness-of-fit test er noe varierende og gir ingen sterke indikasjoner på best modell.

På bakgrunn av relativt jevne resultater på hvilke fordeling som bør benyttes, velger vi samme fordeling som for hele perioden, altså skewed student-t. Der gjelder modell, er det også her jevne resultater fra testene og vi velger derfor samme modell som for hele perioden, en GJR modell, da APARCH ikke konvergerer i dataserie 8. Det at vi velger de samme modellene gjør det også lettere å se om det har vært endringer mellom datasettet for hele perioden og settet for perioden 2007-2011. Vi ser altså at endringen i volatilitet i fra 2007 ikke påvirker valg av modell i stor grad.

2007-2011												
Justert for:		GAUSS			Student-t			Skewed Student-t				
		GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH		
Dataserie 5												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	2224	2245	2251	2449	2464	2468	2449	2464	2468
			AIC	-2,42	-2,45	-2,45	-2,67	-2,68	-2,69	-2,67	-2,68	-2,69
			Q(10)	0,000**	0,001**	0,001**	0,015*	0,042*	0,037*	0,014*	0,039*	0,040*
			Q ² (10)	0,01*	0,04*	0,04*	0,09	0,17	0,12	0,09	0,17	0,11
			ARCH 1-5	0,50	0,55	0,52	0,68	0,62	0,36	0,68	0,61	0,34
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,022*	0,55	0,49	0,033*	0,28	0,07*	
Dataserie 6												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	2416	2422	2422	2579	2587	2587	2580	2588	2588
			AIC	-2,64	-2,64	-2,64	-2,81	-2,82	-2,82	-2,81	-2,82	-2,82
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,001**	0,000**	0,000**	0,001**	0,001**
			Q ² (10)	0,04*	0,06	0,06	0,06	0,1	0,08	0,06	0,1	0,09
			ARCH 1-5	0,49	0,51	0,52	0,47	0,41	0,35	0,47	0,42	0,36
		40	0,00**	0,00**	0,00**	0,26	0,04*	0,11	0,39	0,11	0,37	
Dataserie 7												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	1856	1878	Ingen konvergering	Ingen konvergering	Ingen konvergering	Ingen konvergering	Ingen konvergering	Ingen konvergering	Ingen konvergering
			AIC	-2,36	-2,38							
			Q(10)	0,000**	0,000**							
			Q ² (10)	0,85	0,84							
			ARCH 1-5	0,98	0,91							
		40	0,00**	0,00**								
Dataserie 8												
Time	Dager	Måned	Log Likelihood	1145	1146	Ingen konvergering	1246	1246	1250	1251	1251	Ingen konvergering
			AIC	-2,93	-2,93							
			Q(10)	0,002**	0,001**							
			Q ² (10)	0,00**	0,001**							
			ARCH 1-5	0,58	0,72							
		40	0,00**	0,00**								

Tabell 13: AIC, Log Likelihood, samt spesifikasjonstester for ujustert, og justerte dataserier for gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer for systempris 2007-2011. Testene som benyttes er Ljung Box (Q(10) og Q²(10)), ARCH (1-5) og Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test (40 celler), og vises ved p-verdier

9.4.2 Sammenligning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene (systempris)

Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene 2002-2011 (systempris)

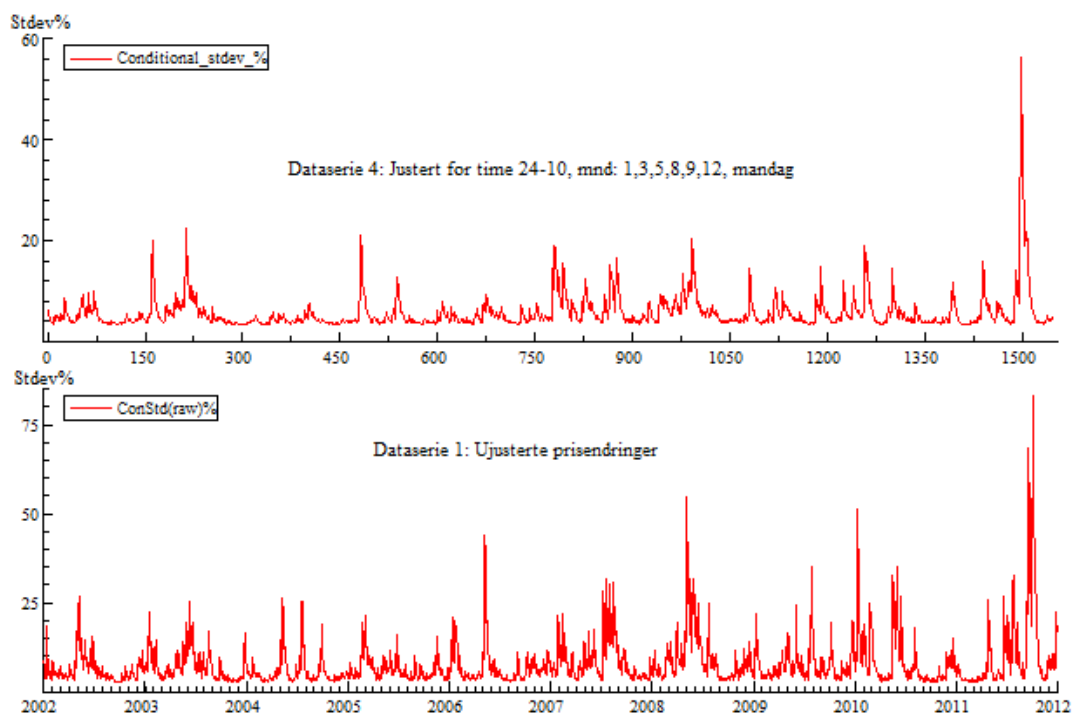
I forrige kapittel valgte vi AR (7)-GJR (1,1) som den beste av våre modeller og vil følgelig sammenligne resultatene for hvert datasett opp mot hverandre. Av tabell 14 ser vi at snittligningen går fra å være svakt negativ, tilnærmet null, men ikke signifikant for serie 1 og 2, til å bli signifikant negativ for serie 3 og 4. Selv om vi har seriekorrelasjon, mener vi t-verdiene vil gi indikasjoner på signifikante parametere. Vi ser vi at påvirkningskraften til AR lagsene øker i dataserie 2, før den reduseres i serie 3 og 4 både i forhold til serie 1 og 2. Ved å studere variansligningen ser vi at konstantene er positive for alle dataserier, noe som indikerer en positiv drift i volatiliteten. Konstanten er størst i dataserie 4, mens den er avtakende i serie 2 og 3 i forhold til serie 1. Det at konstanten er lavere ved fjerning av timer og dager i forhold til serie 1 og 4, kan indikere at det er den generelle risikoen på månedsbasis som har vært den kraftigst økende, siden konstanten avtar ved fjerning av timer og dager. ARCH koeffisienten finnes størst i dataserie 3, og minst i serie 1. En økt ARCH koeffisient indikerer at tidligere observerte volatiliteter har større effekt på dagens volatilitet ved justering av ekstremvolatilitets perioder. GARCH koeffisienten er størst i dataserie 2, og lavest i serie 4. En

avtakende GARCH koeffisient indikerer at volatilitetsklumpene er mindre vedvarende. Vi ser at GARCH koeffisienten har økt i dataserie 2, noe som indikerer økt vedvarighet av volatilitetsklumper i denne dataserien. Ser en på GJR har denne vært avtakende men positiv for hver justering foretatt. GJR koeffisienten er ikke signifikant for serie 4. For dataserie 1-3 der GJR koeffisienten er signifikant positiv, antar vi at negative sjokk påvirker volatiliteten i større grad en positive. For dataserie 4 er det mer uklart og volatiliteten vil påvirkes uavhengig av om det er positive eller negative sjokk. Asymmetrien er ikke signifikant for serie 1, mens den er signifikant positiv for serie 2 og signifikant negativ for serie 3 og 4. Klart signifikante tails bekrefter tidligere funn av fete haler. Tailskoeffisientene avtar i serie 3 og 4.

Dataserie nr.:		1	2	3	4			
Justert for:	Time	-	24-10	24-10	24-10			
	Dag:	-	-	Mandag	Mandag			
	Mnd:	-	-	-	1,3,5,8,9,12			
Snittligningen								
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
Cst(M)	0,00	-1,99	0,00	-0,48	-0,01	-13,61	-0,01	-9,69
AR(1)	-0,08	-4,51	-0,09	-5,42	0,07	3,33	0,07	2,80
AR(2)	-0,15	-8,82	-0,16	-9,37	-0,02	-1,13	-0,01	-0,53
AR(3)	-0,09	-6,12	-0,13	-8,10	-0,04	-2,68	-0,01	-0,45
AR(4)	-0,08	-5,46	-0,11	-7,13	-0,01	-0,60	-0,03	-1,46
AR(5)	-0,11	-7,76	-0,13	-8,28	0,07	4,48	0,05	2,43
AR(6)	-0,02	-1,48	-0,03	-1,63	0,14	7,59	0,11	4,85
AR(7)	0,37	18,22	0,39	20,44	0,05	3,18	0,05	2,40
Variansligningen								
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
Cst(V) x 10 ⁴	2,01	4,15	1,47	4,76	1,97	4,87	3,44	4,39
ARCH(Alpha1)	0,18	5,28	0,20	6,03	0,25	4,31	0,21	2,51
GARCH(Beta1)	0,71	20,81	0,73	26,87	0,71	21,16	0,67	14,76
GJR (Gamma1)	0,40	5,14	0,24	5,02	0,16	3,07	0,15	1,93
Asymmetry	0,00	-0,14	0,07	3,24	-0,06	-2,34	-0,11	-3,01
Tail	3,40	15,57	3,77	14,67	3,09	16,48	3,06	11,32

Tabell 14: Maximum Likelihood estimerte parametere for ujustert, og justerte dataserier basert på Prosentvise prisendringer i systempris 2002-2011. (Modell: AR(7)-GJR(1,1))

Vi velger videre å grafere det betingede standardavviket, for å gi et bilde på nivået volatiliteten virker å vende tilbake til på sikt. Vi grafer dataserie 1 og 4 da dette er de to ytterpunktene i vår forskning. Figur 35 gjengir grafene. Av grafene ser vi at fluktueringen har blitt betydelig lavere, noe som er naturlig ettersom de mest ekstreme periodene er utelatt. En lavere fluktuering i volatiliteten indikerer at det er mindre risikofylt å benytte konstant risikomål gjennom hele året.



Figur 35: Grafisk fremstilling av ujustert og justert dataserie for betinget standardavvik til systempris 2002-2011

Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene 2007-2011 (systempris)

For perioden 2007-2011 ser vi av snittligningen (i tabell 15) at denne er signifikant negativ for dataserie 5 og 8, mens den er negativ, men ikke signifikant for serie 6. Av AR lagsene ser vi at påvirkningskraften fra disse er sterkere i modell 6 enn 5, mens alle AR lagsene bortsett fra AR (6) i dataserie 8 ikke er signifikant. AR (6) har ikke signifikant påvirkningskraft på serie 5 og 6.

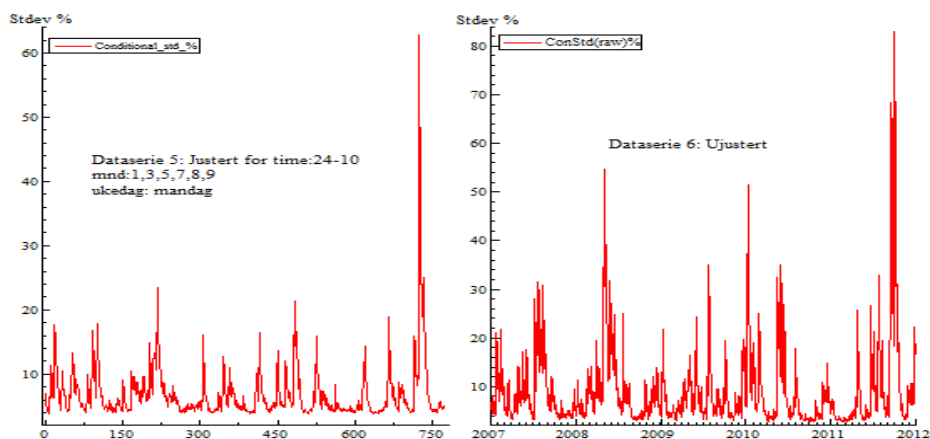
For variansligningen har vi positive koeffisienter, noe som indikerer positiv drift i volatiliteten, høyest er koeffisienten i dataserie 8. Altså samme trend som for perioden 2002-2011, som igjen indikerer at risikoen generelt i markedet virker å ha økt, ikke bare risikoen i de mest ekstreme periodene. ARCH koeffisienten er størst i dataserie 8, men ikke signifikant. Koeffisienten har avtatt i serie 6 i forhold til i serie 5. En nedgang i ARCH koeffisienten indikerer at tidligere volatilitetsobservasjoner har mindre påvirkning på nåværende volatilitet ved justering for ekstreme timer. GARCH koeffisienten øker fra serie 5 til 6, men avtar i serie 8 i forhold til 5. Avtakende GARCH koeffisienter indikerer som nevnt redusert varighet for volatilitetsklumper. Vi har fra tabellen signifikant positiv GJR koeffisient for dataserie 5 og 6, noe som indikerer at negative sjokk vil påvirke volatiliteten i større grad enn positive. Dette så vi var tilfelle også ved estimeringer for hele perioden. For dataserie 8 er ikke koeffisienten signifikant, altså påvirkes volatiliteten uavhengig av om det er positive eller negative sjokk. Asymmetrien ser vi har samme mønster som for hele perioden. Vi har ikke signifikante

koeffisienter for serie 5 og 6, men for dataserie 8 har vi signifikant negativ koeffisient. Som for hele perioden har vi klart signifikante tails, men disse avtar ved justering.

Dataserie nr.:		5		6		7		8	
Justert for:	Time	-		24-10		24-10		24-10	
	Dag:	-		-		Mandag		Mandag	
	Mnd:	-		-		-		1,3,5,8,9,12	
Snittligningen									
		Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
	Cst(M)	0,00	-2,24	0,00	-1,50	Utelatt fra sammenligningen		-0,02	-7,37
	AR(1)	-0,10	-4,06	-0,12	-4,91			0,05	1,15
	AR(2)	-0,16	-7,06	-0,16	-7,26			0,00	-0,01
	AR(3)	-0,11	-5,09	-0,14	-6,46			0,05	1,19
	AR(4)	-0,07	-3,80	-0,11	-5,15			-0,06	-1,72
	AR(5)	-0,11	-5,74	-0,14	-6,41			0,06	1,88
	AR(6)	-0,02	-1,16	-0,03	-1,58			0,10	3,12
	AR(7)	0,38	13,24	0,40	15,50			0,04	1,37
Variansligningen									
		Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
	Cst(V) x 10⁴	2,75	2,80	1,82	3,35	Utelatt fra sammenligningen		5,07	3,13
	ARCH(Alpha1)	0,25	3,31	0,23	4,15			0,35	1,72
	GARCH(Beta1)	0,68	12,08	0,73	20,51			0,63	8,40
	GJR (Gamma1)	0,52	3,11	0,26	3,25			0,09	0,56
	Asymmetry	-0,03	-0,88	0,03	1,14			-0,15	-2,71
	Tail	2,94	11,78	3,28	11,28			2,84	7,55

Tabell 15: Maximum Likelihood estimerte parametere for ujustert, og justerte dataserier basert på prosentvise prisendringer i systemprisen, 2007-2011. (Modell: AR(7)-GJR(1,1))

Ved å grafe betinget volatilitet ser vi også for denne perioden en reduksjon i fluktuering, samt reduserte antall og størrelse på spikes. Figur 36 viser dette.



Figur 36: Grafisk fremstilling av ujustert og justert dataserie for betinget standardavvik til systempris 2007-2011

9.4.3 Modell for NO1

Modell for NO1 2002-2011

Vi ønsker også for NO1 å finne en modell som kan benyttes for sammenligning av parametere.

2002-2011												
Justert for:			GAUSS			Student-t			Skewed student-t			
			GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH	
Daserie 1												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	5871	5927	5928	6190	6225	6230	6190	6225	6230
			AIC	-3,21	-3,24	-3,24	-3,38	-3,40	-3,41	-3,38	-3,40	-3,40
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,011*	0,008*	0,018*	0,010*	0,007*	0,016*
			Q^2(10)	0,020*	0,055	0,051	0,037*	0,106	0,152	0,036*	0,102	0,145
			ARCH 1-5	0,263	0,339	0,330	0,296	0,354	0,444	0,295	0,352	0,441
			40	0,000**	0,000**	0,000**	0,000**	0,001**	0,000**	0,001**	0,001*	
Daserie 2												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	6304	6340	6342	6561	6582	6587	6568	6587	6591
			AIC	-3,45	-3,47	-3,47	-3,59	-3,60	-3,60	-3,59	-3,60	-3,60
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,001*	0,001**	0,002*	0,003*	0,001**	0,002*
			Q^2(10)	0,037*	0,016*	0,011*	0,066	0,045*	0,037*	0,075	0,050	0,042*
			ARCH 1-5	0,148	0,079	0,055	0,283	0,230	0,143	0,283	0,231	0,141
			40	0,000**	0,000**	0,000**	0,003*	0,001**	0,000**	0,030*	0,009*	0,005*
Daserie 3												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	5976	5997	5999	6170	6184	6188	6180	6192	6197
			AIC	-3,57	-3,58	-3,58	-3,69	-3,70	-3,70	-3,69	-3,70	-3,70
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,004*	0,002*	0,005*	0,008*	0,002**	0,007*
			Q^2(10)	0,367	0,240	0,257	0,264	0,190	0,102	0,311	0,232	0,137
			ARCH 1-5	0,351	0,288	0,300	0,274	0,258	0,115	0,305	0,285	0,136
			40	0,000**	0,000**	0,000**	0,002*	0,000**	0,000**	0,016*	0,003*	0,000**
Daserie 4												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	5342	5355	5361	5636	5637	Ingen konvergering	5640	5640	Ingen konvergering
			AIC	-3,72	-3,73	-3,7348<	-3,93	-3,93		-3,92	-3,92	
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,018*	0,018*		0,014	0,014	
			Q^2(10)	0,046*	0,032*	0,011*	0,002*	0,003*		0,001**	0,002*	
			ARCH 1-5	0,133	0,081	0,022*	0,132	0,134		0,131	0,134	
			40	0,000**	0,000**	0,000**	0,001**	0,001**	0,178	0,118		
Daserie 5												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	2875	2877	2886	3027	3028	Ingen konvergering	3028	3028	Ingen konvergering
			AIC	-3,71	-3,71	-3,72	-3,90	-3,90		-3,90	-3,90	
			Q(10)	0,15	0,13	0,14	0,30	0,30		0,28	0,28	
			Q^2(10)	0,15	0,11	0,027*	0,50	0,49		0,49	0,49	
			ARCH 1-5	0,29	0,22	0,039*	0,50	0,49		0,51	0,50	
			40	0,000**	0,000**	0,000**	0,23	0,18	0,35	0,25		

Tabell 16: AIC, Log Likelihood, samt spesifikasjonstester for ujustert, og justerte dataserier for gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer i NO1, 2002-2011. Testene som benyttes er Ljung Box (Q(10) og Q²(10)), ARCH (1-5) og Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test (40 celler), og vises ved p-verdier

I tabell 16 har vi samlet informasjonskriterier og Log-Likelihood samt forskjellige spesifikasjonstester for de ulike dataseriene. Høyest og lavest verdi for henholdsvis Log Likelihood og AIC er uthevet. For alle seriene ser vi at modellene med normalfordeling kommer dårligst ut. Både Log Likelihood og AIC viser en markant bedring når man går fra Gauss til student-t eller skewed student-t fordeling. Samtidig ser vi at forskjellen mellom student-t og skewed student-t er veldig liten. Likevel er tendensen at skewed student-t stort sett finnes bedre, eller like god som student-t ved å

sammenlikne AIC og log likelihood. I tilfellene der AIC er størst for student-t modellen er verdien nesten identisk for skewed student-t modellene.

Log Likelihood og AIC verdier viser også at de asymmetriske modellene blir foretrukket. Dette er med unntak av AIC for dataserie 4 og 5 som foretrekker den symmetriske GARCH. APARCH blir ofte foretrukket fremfor GJR, men disse verdiene er relativt like. Samtidig ser vi at APARCH ikke konvergerer i dataserie 4 og 5, noe som utelukker modellen som sammenlikningsmodell.

Mange av spesifikasjonstestene indikerer lite tilfredsstillende spesifiserte modeller. Stort sett viser $Q(10)$ seriekorrelasjon i residualene. $Q^2(10)$ varierer noe mer, og er ofte relativt fin. Kun for dataserie 5 finner vi at begge disse er fine. Dette gjelder for modellene med student-t og skewed student-t fordeling. Adjusted pearsons godness-of-fit test viser at den empiriske fordelingen i stor grad avviker fra den teoretiske. Det gjør den for alle modellene utenom skewed student-t på dataserie 4, og student-t samt skewed student-t på dataserie 5. Generelt sett kan vi si at testene underbygger at student-t og skewed student-t fordeling er å foretrekke. Samtidig er det verdt å nevne at det virker betraktelig lettere å finne en modell for dataserie 5 enn 1, noe som underbygger oppgavens innfallsvinkel.

Basert på disse funnene velger vi å sammenlikne dataseriene i en GJR modell med skewed student-t fordeling for å sammenlikne seriene for 2002-2011.

Modell for NO1 2007-2011

Tabell 17 viser samme estimer, men for perioden 2007-2011. Igjen ser vi mye av samme mønster. AIC og Log Likelihood estimatene bedrer seg betraktelig når man beveger seg fra normalfordeling til student-t og skewed student-t fordeling. Samtidig ser man liten endring i verdiene mellom student-t og skewed student-t. Likevel ser vi igjen at skewed student-t oppnår flest verdier med høyest og lavest verdi i henholdsvis Log Likelihood og AIC. For denne perioden ser vi også at APARCH skiller seg mest ut, selv om GJR modellen viser veldig like AIC og log likelihood verdier.

Spesifikasjonstestene viser også temmelig like resultater som for perioden 2002-2011. Kun på student-t og skewed student-t modellene på dataserie 10, viser samtlige tester indikasjoner på riktig spesifisert av modell. Her finner vi ikke bevis for verken seriekorrelasjon, ARCH effekter, eller avvik mellom teoretisk og empirisk fordeling i residualen. Dette indikerer igjen at tilnærmingen for risikostyring med flere modeller kan være mest hensiktsmessig.

Basert på disse testene, samt det faktum at GJR modellen ble valgt for 2002-2011, velger vi også å benytte en AR(7)-GJR(1,1) modell for perioden 2007-2011. En GJR modell er funnet å være tilnærmet like god som en APARCH modell. Samtidig gir et slikt valg oss muligheten til å kommentere eventuelle endringer fra hele perioden, til de siste fem årene. Vi ser at valg av modell ikke påvirkes i stor grad av endret volatilitetsmønster etter 2007.

2007-2011												
Justert for:		GAUSS			Student-t			Skewed student-t				
		GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH	GARCH	GJR	APARCH		
Dataserie 6												
Time:	Ukedag:	Måned:	Log Likelihood	2659	2694	2693	2882	2897	Ingen konvergering	2884	2899	2900
			AIC	-2,90	-2,94	-2,94	-3,14	-3,16		-3,14	-3,16	-3,16
			Q(10)	0,039*	0,028*	0,031*	0,054	0,040*		0,03*	0,03*	0,04*
			Q ² (10)	0,156	0,397	0,398	0,410	0,673		0,387	0,641	0,729
			ARCH 1-5	0,675	0,795	0,797	0,709	0,747		0,702	0,734	0,819
		40	0,000**	0,000**	0,000**	0,005**	0,002**	0,03*	0,004**	0,003**		
Dataserie 7												
Time:	Ukedag:	Måned:	Log Likelihood	2991	3009	3009	3140	3148	3149	3141	3149	3149
			AIC	-3,26	-3,28	-3,28	-3,43	-3,43	-3,43	-3,43	-3,43	-3,43
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,003*	0,002*	0,003	0,004*	0,003*	0,003*
			Q ² (10)	0,360	0,497	0,438	0,533	0,608	0,571	0,554	0,623	0,585
			ARCH 1-5	0,641	0,605	0,535	0,769	0,820	0,780	0,767	0,820	0,782
		40	0,000**	0,000**	0,000**	0,104	0,093	0,051	0,160	0,009*	0,004*	
Dataserie 8												
Time:	Ukedag:	Måned:	Log Likelihood	2837	2849	2851	2940	2946	2946	2943	2947	2948
			AIC	-3,38	-3,40	-3,40	-3,51	-3,51	-3,51	-3,51	-3,51	-3,51
			Q(10)	0,000**	0,000**	0,000**	0,003*	0,003*	0,004	0,006*	0,004*	0,005*
			Q ² (10)	0,932	0,901	0,846	0,695	0,754	0,591	0,720	0,781	0,629
			ARCH 1-5	0,903	0,872	0,803	0,552	0,681	0,484	0,563	0,689	0,502
		40	0,000**	0,000**	0,000**	0,002*	0,014*	0,000	0,020*	0,001**	0,001**	
Dataserie 9												
Time:	Ukedag:	Måned:	Log Likelihood	2503	2513	2515	2683	2683	2686	2685	2685	2688
			AIC	-3,48	-3,50	-3,50	-3,73	-3,73	-3,73	-3,73	-3,73	-3,74
			Q(10)	0,001*	0,008*	0,003*	0,033*	0,035*	0,021*	0,025*	0,028*	0,017*
			Q ² (10)	0,257	0,274	0,228	0,002*	0,002*	0,003*	0,001**	0,001*	0,003*
			ARCH 1-5	0,512	0,471	0,395	0,421	0,430	0,194	0,427	0,440	0,209
		40	0,000**	0,000**	0,000**	0,026*	0,008*	0,002*	0,007*	0,015*	0,001*	
Dataserie 10												
Time:	Ukedag:	Mnd:	Log Likelihood	1404	1404	1406	1485	1485	1487	1485	1485	1487
			AIC	-3,61	-3,61	-3,61	-3,82	-3,82	-3,82	-3,82	-3,82	-3,82
			Q(10)	0,306	0,306	0,267	0,201	0,204	0,231	0,200	0,203	0,227
			Q ² (10)	0,562	0,562	0,581	0,783	0,780	0,843	0,782	0,779	0,841
			ARCH 1-5	0,668	0,668	0,655	0,765	0,764	0,849	0,765	0,764	0,850
		40	0,000**	0,000**	0,000**	0,522	0,449	0,342	0,461	0,422	0,372	

Tabell 17: AIC, Log Likelihood, samt spesifikasjonstester for ujustert, og justerte dataserier for gjennomsnittlige daglige prosentvise prisendringer i NO1, 2007-2011. Testene som benyttes er Ljung Box (Q og Q²), ARCH (1-5) og Adjusted Pearson chi-square godness-of-fit test (40 celler), og vises ved p-verdier

9.4.4 Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene (NO1)

Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene 2002-2011 (NO1)

I snittlikningen ser vi av tabell 18 at konstanten endres i de forskjellige dataseriene. Dette så vi også i den deskriptive statistikken i kapittel 8. Koeffisienten skifter til å bli signifikant negativ i dataserie 4 og 5. AR lagsene endres naturlig nok til å finnes mindre signifikante for dataseriene 3,4 og 5. Dette antar vi blant annet skyldes nevnt svakhet i forhold til perioder som er fjernet. Varianslikningen som vi legger vekt på her, innehar relativt store endringer i forhold til justering. Konstanten er funnet positiv for hele perioden, noe som igjen indikerer en positiv drift i volatilitet. Samtidig ser vi at konstanten finnes større ved justering. I dataserie 4 og 5 er denne klart større. Dette kan indikere at risikoen, også for de rolige periodene vi står igjen med har økt gjennom perioden. Samtidig vises denne tendensen tydeligere når man luker bort de ekstreme periodene. Det er dog verdt å merke seg at t-verdien faller på disse seriene, på tross av at verdien på konstanten klart blir høyere.

2002-2011										
Data serie nr.:	1	2	3	4	5					
Korrigert for:	Time:	-	1-10	1-10	1-10	1-10				
	Dag:	-	-	-	Mandag	Mandag				
	Mnd:	-	-	5	5	1,5,7,8,9,10				
Snittlikningen										
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
Cst(M)	-0,0014	-1,92	0,0002	0,35	0,0008	1,20	-0,0071	-7,99	-0,0080	-6,29
AR(1)	0,00	0,13	0,01	0,78	0,03	1,78	0,16	7,28	0,11	3,59
AR(2)	-0,07	-4,18	-0,07	-3,87	-0,07	-4,00	0,04	1,98	0,04	1,51
AR(3)	-0,02	-1,52	-0,04	-2,26	-0,03	-1,58	0,01	0,68	0,00	0,12
AR(4)	-0,02	-1,47	-0,03	-2,12	-0,02	-1,51	0,02	1,07	0,00	0,17
AR(5)	-0,05	-3,22	-0,05	-3,58	-0,04	-2,78	0,06	4,22	0,07	3,08
AR(6)	0,03	2,59	0,06	4,08	0,07	4,58	0,09	5,18	0,09	3,46
AR(7)	0,31	15,42	0,29	14,58	0,28	13,01	-0,01	-0,99	-0,01	-0,26
Varianslikningen										
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi
Cst(V) 10 ⁴	1,24	4,36	1,13	4,70	1,19	4,36	1,90	3,62	2,49	2,07
ARCH(Alpha1)	0,22	5,29	0,24	5,87	0,27	5,69	0,41	4,16	0,44	2,90
GARCH(Beta1)	0,65	15,56	0,66	16,65	0,64	13,91	0,57	8,40	0,54	4,20
GJR(Gamma1)	0,45	5,48	0,30	4,86	0,25	3,95	0,08	1,05	0,04	0,32
Asymmetry	-0,02	-0,82	0,06	3,01	0,09	4,18	-0,07	-2,70	-0,02	-0,42
Tail	3,82	13,95	4,16	12,96	4,32	12,11	3,36	14,05	3,37	10,31

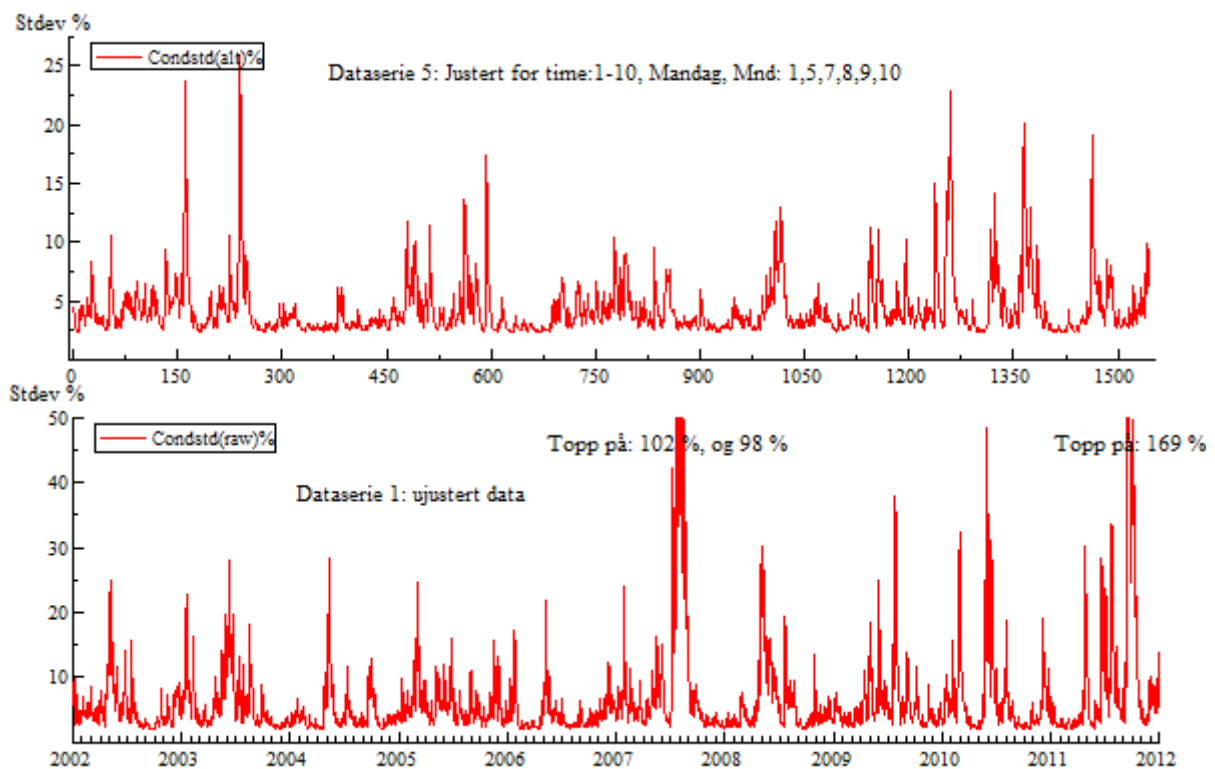
Tabell 18: Maximum Likelihood estimerte parametere for ujustert, og justerte dataserier basert på prosentvise prisendringer i NO1 2002-2011. (Modell: AR(7)-GJR(1,1))

ARCH-koeffisienten øker for hver justering som blir foretatt. Samtidig ser vi at GARCH-koeffisienten avtar. Dette med unntak av GARCH-koeffisienten mellom dataserie 1 og 2, som endres fra 0,65 til 0,66. En økt ARCH effekt indikerer at tidligere volatilitet har større effekt på dagens volatilitet ved justering for høy-volatile perioder. Samtidig tyder en svekket GARCH-effekt at klumpene finnes å være mindre vedvarende. ARCH koeffisienten går fra 0,22 til 0,44 og innehar altså en stor økning.

Samtidig finnes GARCH-koeffisienten å gå fra 0,65 til 0,54. GJR-koeffisienten er positiv i alle serier. Samtidig ser vi at den ikke er signifikant for dataserie 4 og 5. Dette indikerer at i de to periodene som disse to dataseriene representerer, vil volatiliteten påvirkes likt uavhengig av om det er positive eller negative sjokk som oppstår. I de tre første seriene hvor GJR er signifikant antar vi at negative sjokk vil gi en sterkere økning i volatiliteten enn positive sjokk.

Asymmetrien er positiv for dataserie 1, 4 og 5, mens den er negativ for dataserie 2 og 3. Samtidig ser vi at den kun er signifikant i dataserie 2,3 og 4. Tail er positiv og klart signifikant, noe som igjen indikerer de fete halene som vi tidligere har vist. Koeffisienten faller likevel noe i dataserie 4 og 5.

Det kan også være naturlig å grafe den betingede variansen. Vi har valgt å grafe ytterpunktene, altså dataserie 1 og dataserie 5. Her er dataserie 5 øverst, mens den ujusterte dataserien 1 er nederst.



Figur 37: Betinget standardavvik (2002-2011) for ujustert dataserie (1) og dataserie (5) justert for time 1-10, man, mnd.: 1,5,7,8,9,10.

Som vi ser av figur 37 har vi klart å gjøre det betingede standardavviket betraktelig lavere, samt mindre fluktuerende. Altså er det blitt mer "konstant". Det er også viktig å legge merke til forskjell i skalering. I den ujusterte dataserie, finner vi topp på 102 %, 98 % og 169 %. Samtidig ser vi at standardavviket for dataserie 5 jevnt over ligger under nivået til dataserie 1. Dette indikerer hva vi antydte i kapittel 8. Risikoen forbundet med å benytte et konstant risikomål i dataserienes respektive

perioder minskes betraktelig for dataserie 5 målt mot dataserie 1. Samtidig virker det lettere å finne en "god" modell for serien ved en slik tilnærming, fremfor en for en ujustert dataserie.

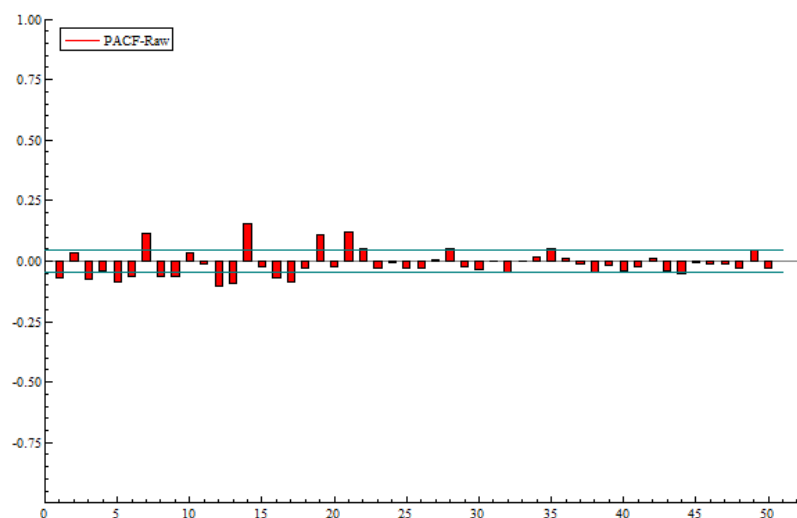
Sammenlikning av volatilitetsmønsteret til de ulike seriene 2007-2011 (NO1)

2007-2011											
Data serie nr.:	6		7		8		9		10		
Justert for:	Time:	-	t 1-10		t 1-10		t 1-10		t 1-10		
	Dag:	-	-		-		Mandag		Mandag		
	Mnd:	-	-		5		5		1,5,7,8,9,10		
Snittlikningen											
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	
Cst(M)	-0,003	-2,64	-0,001	-0,67	0,000	0,99	-0,007	-5,50	-0,008	-4,62	
AR(1)	0,01	0,24	0,04	1,48	0,06	2,35	0,15	4,85	0,08	2,00	
AR(2)	-0,04	-1,64	-0,02	-0,71	-0,02	-0,88	0,09	3,75	0,09	2,73	
AR(3)	-0,01	-0,29	-0,01	-0,51	0,00	0,17	0,03	1,04	0,01	0,38	
AR(4)	0,01	0,47	0,00	0,04	0,00	-0,13	0,03	1,18	0,01	0,31	
AR(5)	-0,04	-1,90	-0,05	-2,49	-0,04	-1,89	0,06	2,42	0,07	2,02	
AR(6)	0,03	1,44	0,06	2,77	0,06	2,79	0,05	1,77	0,06	1,53	
AR(7)	0,29	10,12	0,28	10,39	0,25	8,51	-0,01	-0,51	-0,03	-0,79	
Varianslikningen											
	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	Koeffisient	t-verdi	
Cst(V) x 10 ⁴	1,59	3,09	1,32	2,45	1,36	2,33	2,14	2,18	2,16	1,94	
ARCH(Alpha1)	0,31	3,58	0,30	2,99	0,33	2,95	0,52	2,38	0,40	2,58	
GARCH(Beta1)	0,60	8,65	0,62	6,85	0,61	6,06	0,57	4,93	0,63	5,19	
GJR(Gamma1)	0,52	3,58	0,32	3,07	0,27	2,49	0,06	0,43	-0,02	-0,17	
Asymmetry	-0,06	-1,81	0,03	1,04	0,06	1,94	-0,07	-1,87	0,00	-0,04	
Tail	3,64	10,23	3,98	9,52	4,13	8,91	3,02	10,15	3,18	7,19	

Tabell 19: Maximum Likelihood estimerte parametere for ujustert, og justerte dataserier basert på prosentvise prisendringer i NO1, 2007-2011. (Modell: AR(7)-GJR(1,1))

Konstanten i snittlikningen fra tabell 19, innehar samme mønster som for hele perioden. Vi ser at konstanten blir større ved justering for timer, dag, og måneder. Verdien er også så og si lik som for 2002-2011.

Det første som skiller denne perioden fra forrige er den lave graden av signifikante AR-parametere. I den ujusterte serien (dataserie 6), er kun to av lagsene signifikante, mens det i dataserie 7 er tre signifikante AR-lags. For perioden 2002-2011 fant vi henholdsvis fire og seks slike parametere. Samtidig ser vi av PACF i figur 38, at mønsteret ikke er like tydelig som for hele perioden. Likevel ser vi at hvert

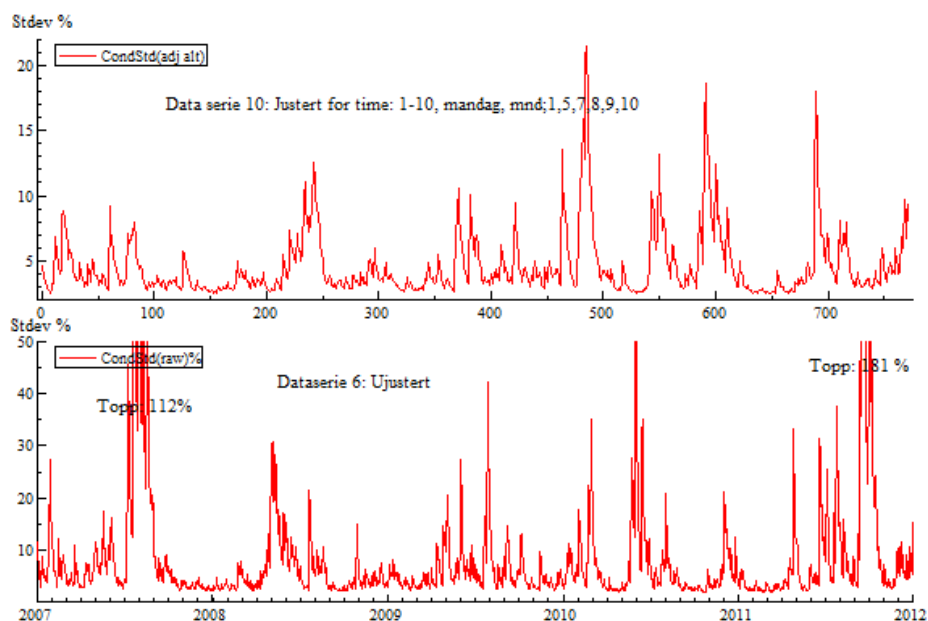


Figur 38: PACF for ujusterte daglige prosentvise prisendringer i NO1, 2007-2011

sjuende lags grovt sett bryter med foregående. Vi ser også at det sjuende lagset i dataserie 6 er klart signifikant.

Igjen ser vi at også konstanten i varianslikningen øker i perioden. Likevel ser vi at den i dataserie 10 så vidt ikke er signifikant. ARCH koeffisienten er for perioden 2007-2011 generelt høyere enn for 2002-2012, men for dataserie 10 er denne lavere. Tendensen er likevel den samme, ARCH blir høyere ved justering av dataseriene. Samtidig ser vi også at høyeste ARCH koeffisient i begge tidsperiodene ligger i dataseriene 4 og 9. Dette er altså seriene der timene 1-10, mandag, og mai er korrigerert for. Igjen finner vi altså at effekten av gårsdagens volatilitet betyr mer for dagens volatilitet ved justering av seriene. GARCH koeffisienten er relativt jevn i verdi for alle dataseriene, noe som indikerer at klumpene ikke blir mindre vedvarende etter justering for høyvolatile perioder. Det er også viktig å merke seg at ARCH + GARCH > 1 for seriene 9 og 10. Dette betyr at volatiliteten ikke er funnet å være mean reverting, slik at den ved lang tidshorisont vil øke voldsomt. Ved kort tidshorisont som vi i denne oppgaven fokuserer på, vil dette ikke være noe stort problem.

GJR koeffisienten skifter igjen fortegn i siste dataserie, men er kun signifikant i dataserie 6,7 og 8. I periodene som er inkludert i dataserie 9 og 10 finner vi altså igjen at volatiliteten påvirkes likt av positive og negative prisendringer. For dataseriene 6,7 og 8 finner vi "leverage effect", der negative prissjokk gir større utslag i volatiliteten enn positive. Asymmetri er ikke signifikant i noen av seriene, mens halen er kraftig signifikant for alle dataseriene. Halen finner vi her å avta noe ved justeringer.



Figur 39: Betinget standardavvik for NO1, 2007-2011, for ujustert dataserie og dataserie 5, justert for time 1-10, man, mnd.: 1,5,7,8,9,10.

Igjen ser vi av figur 39 at betinget standardavvik varierer betraktelig mindre for serie 10 enn for serie 6, slik at modellene finner naturlig nok samme mønster ved justering for denne perioden, som for 2002-2011.

For å oppsummere litt finner vi at signifikansnivået for GJR koeffisienten avtar ved justering. Dette indikerer altså at vi ved korrigering fjerner "leverage effect". Samtidig så øker ARCH koeffisienten i begge periodene ved justering. Dette indikerer større avhengighet av foregående volatilitet. Våre funn indikerer også at det er langt lettere å finne modell for de justerte dataseriene.

9.4.5 Delkonklusjon

Fra dette kapittelet ser vi en betydelig reduksjon i fluktueringen i betinget standardavvik ved justerte datasett. Dette indikerer at å bruke betinget standardavvik som risikomål vil være mindre risikofylt i perioder justert for ekstrembegivenheter. Samtidig vil vi anta, siden fluktueringen har avtatt, at det vil være lettere å predikere fremtidig volatilitet. Parameterne varierer i signifikansnivå, noe som indikerer at ulike modeller bør nyttes i ulike perioder, noe vi også har sett tidligere.

10 Prediksjon av volatilitet

10.1 Innledning

Vi ønsker å teste hvilken av våre dataserier som gir best prognoser for fremtidig volatilitet. God prognose for volatilitet er viktig med tanke på risikostyring. Vårt formål er å avdekke om det er naturlig å nytte flere modeller for predikering av volatilitet. Prediksjonsmodellen vi har benyttet er ARMA (7,0) – GJR (1,1) med skewed student-t fordeling. Ved predikeringen predikerer vi variansen til feilledet, noe som tilsynelatende ikke virker veldig nyttig. Det kan likevel vises at

$$\text{var}(\Delta P_t | \Delta P_{t-1}, \Delta P_{t-2}, \dots) = \text{var}(u_t | u_{t-1}, u_{t-2}, \dots) \text{ (Brooks 2008)}$$

Dette vil vi ikke bevise ytterligere her.

Predikeringen er en dynamisk prediksjon for 30 dager. Prediksjonen er utført en gang per serie. Ved predikeringen har vi lagt de foregående 365 dagene til grunn for predikering. Prediksjonen er målt opp mot de siste 30 dagene i desember 2011. Selv om vi kun har kjørt prediksjonen en gang, mener dette vil gi oss en indikasjon på best prediksjonsmodell.

For å kunne si hvor gode prognoseegenskaper en volatilitetsmodell har, må man teste den opp mot et mål på faktisk volatilitet. Ettersom volatilitet ikke er direkte observerbar må man finne et egnet mål på faktisk volatilitet. Et vanlig mål på volatilitet er $\check{\sigma}_t^2 = (r_t - \bar{r})^2$ hvor \bar{r} er gjennomsnittet til r_t , altså daglig prisendring. Mot et slikt mål på faktisk volatilitet har mange funnet at GARCH modeller gir dårlig prognoser på fremtidig volatilitet (Peters 2001). Andersen og Bollerslev (1998) sår tvil om dette målet er et egnet mål på faktisk volatilitet. De foreslår en alternativ metode kalt realized volatility. Her er $\sigma_t^2 = \sum_{k=1}^K r_{(k),t}^2$ hvor $r_{(k),t}$ er prisendring av k sitt intradags intervall, og K er antall intervall per dag. Altså er realized volatility summen av intradaglige kvadrert prisendringer. Men denne modellen er basert på continues-time theory, noe som ikke sammenfatter med våre datasett. Metoden vi velger vil altså reflekteres kraftig i våre resultatene for predikasjonen. Samtidig vil metoden vi benytter uansett inneha store svakheter for våre data. Ettersom vårt formål i utgangspunktet er å si hvilken av våre utvalgte modeller og dataserier som er best egnet, antar vi at valg av metode har mer å si for verdien til predikasjonstestene, enn rangeringen av de ulike modellene. Vi velger derfor å benytte $\check{\sigma}_t^2 = (r_t - \bar{r})^2$, da denne ligger integrert i programmet.

Predikasjonstester

Vi har brukt følgende tester for å kartlegge ytelsen til predikering av volatilitet for hver enkelt dataserie:

1. Mean Squared Error (MSE)
2. Median Square Error (MedSE)
3. Mean Absolute Error (MAE)
4. Root Mean Squared Error (RMSE)
5. Mean Absolute Percentage Error (MAPE)²
6. Adjusted Mean Absolute Percentage Error (AMAPE)³
7. Theil Inequality Coefficient (TIC)⁴

$$^2 \text{ MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{\sigma_t - h_t}{\sigma_t} \right|$$

$$^3 \text{ AMAPE} = \frac{1}{d+1} \sum_{t=S}^{S+d} \left| \frac{\sigma_t^2 - h_t^2}{\sigma_t^2 + h_t^2} \right|$$

$$^4 \text{ TIC} = \frac{\sqrt{\frac{1}{d+1} \sum_{t=S}^{S+d} (\hat{y}_t - y)^2}}{\sqrt{\frac{1}{d+1} \sum_{t=S}^{S+d} \hat{y}_t^2} + \sqrt{\frac{1}{d+1} \sum_{t=S}^{S+d} y_t^2}}$$

For å konkludere med hvilken prediksjonsmodell som egner seg best i forhold til de vi har valgt, rangerer vi modellene fra 1-4, for systemprisen, og 1-5 for NO1, der 1 er best. Vi rangerer ut fra resultater i de ovenfornevnte testene. Vi konkluderer videre med at den modellen som gir lavest score summert, vil være den beste modellen.

10.2 Prediksjonstester for ulike dataserier for volatilitet i systempris

I dette kapittelet vil vi sammenligne valgt prediksjonsmodell for hver av de justerte datasettene, samt opprinnelig datasett. Formålet er å finne for hvilke dataserie modellen treffer best. Dette er interessant da det vil gi indikasjoner på om det er lettere å predikere volatilitet med justerte dataserier, eller om en vil treffe like bra med å benytte ujustert dataserie hele perioden under ett.

Prediksjonsresultater i systempris, 2002-2011

Av tabell 20 gjengis resultatene fra prediksjonen for perioden 2002-2011. Vi ser at modellen treffer best for dataseriene justert for timer og dager, samt for timer, dager og måneder. Dette samsvarer bra med vår hypotese om at det er lettere å predikere dataserier der ekstremverdier er justert for. Dårligst score ser vi at den opprinnelige dataserien oppnår. Det er imidlertid verdt å nevne at dataserie 1 scorer best i henhold til TIC, altså er det ved denne testen lavest forskjell mellom predikert og observert volatilitet. Ved denne testen scorer dataserie 4 dårligst.

		Skewed student-t, AR (7)-GJR (1,1)			
Dataserie nr:		1	2	3	4
Justert for:	Time:	-	24-10	24-10	24-10
	Dag:	-	-	Mandag	Mandag
	Måned:	-	-	-	1,3,5,8,9,12
	Tester:				
	MSE	4	2	3	1
	MedSE	4	3	1	2
	MAE	4	2	3	1
	RMSE	4	2	3	1
	MAPE	3	4	1	2
	AMAPE	3	1	2	4
	TIC	1	3	2	4
	Sum	23	17	15	15

Tabell 20: Test for valg av prediksjonsmodell, justert systempris 2002-2011

Prediksjonsresultater i systempris, 2007-2011

Fra tidligere vet vi at dataserien justert for timer og dag for perioden 2007-2011 ikke konvergerer. Av tabell 21 ser vi at dataserie 6, serien kun justert for timer, scorer best. Dette er noe forskjellig fra perioden 2002-2011, men også her ser vi at de justerte seriene scorer bedre enn opprinnelig dataserie. Altså er det lettere å treffe med sine volatilitetsprediksjoner dersom en justerer for ekstremobservasjoner.

		Skewed student-t, AR (7)-GJR (1,1)			
Dataserie nr:		5	6	7	8
Justert for:	Time:	-	24-10	24-10	24-10
	Dag:	-	-	Mandag	Mandag
	Måned:	-	-	-	1,3,5,8,9,12
Tester:					
	MSE	3	1	Ingen konvergering	2
	MedSE	3	1		2
	MAE	3	1		2
	RMSE	3	1		2
	MAPE	3	2		1
	AMAPE	2	1		3
	TIC	2	1		3
	Sum	19	8		15

Tabell 21: Test for valg av prediksjonsmodell, justert systempris 2007-2011

10.3 Prediksjonstester for ulike dataserier for volatilitet i NO1

Prediksjonsresultater i NO1, 2002-2011

Litt overaskende ser vi av tabell 22 at det er dataserie 3 som kommer best ut totalt sett i våre prediksjonstester. Denne dataserien er etterfulgt av dataserie 2 og 5. Uansett ser vi at dataserie 1 kommer dårligst ut. Dette indikerer nettopp at vi kan predikere volatiliteten bedre ved å justere for ekstreme volatilitetsperioder.

		Skewed student-t, AR(7)-GJR(1,1)				
Dataserie nr.:		1	2	3	4	5
Justert for:	Time:	-	t 1-10	t 1-10	t 1-10	t 1-10
	Dag:	-	-	-	Mandag	Mandag
	Måned:	-		5	5	1,5,6,8,9,10
	Tester:					
	MSE	5	2	1	4	3
	MedSE	5	1	1	4	3
	MAE	5	2	1	4	3
	RMSE	5	2	1	4	3
	MAPE	4	2	1	5	3
	AMAPE	5	1	2	4	3
	TIC	5	1	2	4	3
	SUM:	34	11	9	29	21

Tabell 22: Test for valg av prediksjonsmodell, justert NO1 2002-2011

Prediksjonsresultater i NO1, 2007-2011

Igjen ser vi at dataserien der time 1-10, samt måneden mai er korrigert for kommer best ut samlet sett (tabell 23). Samtidig ser vi at også dataserie 10 gir lavest feilverdi på mange av testene, og følger dataserie 8 i lavest verdi. Igjen kommer den ujusterte serien klart dårligst ut, noe samtlige tester viser. Igjen indikerer dette at det er betraktelig lettere å predikere volatiliteten på de mindre volatile periodene.

		Skewed student-t AR(7)-GJR(1,1)				
Dataserie nr.:		6	7	8	9	10
Justert for:	Time:	-	t 1-10	t 1-10	t 1-10	t 1-10
	Dag:	-	-	-	Mandag	Mandag
	Måned:	-		5	5	1,5,6,8,9,10
	Tester:					
	MSE	5	3	2	4	1
	MedSE	5	3	1	4	2
	MAE	5	3	2	4	1
	RMSE	5	3	2	4	1
	MAPE	5	2	1	4	3
	AMAPE	5	2	1	4	3
	TIC	5	2	1	4	3
	SUM:	35	18	10	28	14

Tabell 23: Test for valg av prediksjonsmodell, justert NO1 2002-2011

Vi har nå sammenliknet dataseriene med AR (7)-GJR (1,1), da denne er funnet mest hensiktsmessig totalt sett. Et naturlig neste steg er å finne dataserier, med tilhørende modeller som matcher ulike perioder.

10.3.1 Delkonklusjon

På tross av nevnte svakheter vil vi her si at vi har funnet indikasjoner på at det kan være naturlig å benytte flere modeller for å beskrive og predikere risiko i systemprisen og NO1. Vi har funnet at vi bedrer våre predikasjoner ved de justerte seriene som vi benytter. Samtidig har vi benyttet en og samme modell også i predikasjonen, noe som kan ha gitt noe skjeve resultater.

11 Oppsummerende konklusjoner

Vi har kartlagt markedet og kan konstatere med en unormal og ekstrem fordeling. Kraftmarkedet er et svært volatilt marked, noe som er naturlig, da kraft ikke kan lagres i store mengder. I vår forskning finner vi tydelige tegn på tidssystematikk både intradag, dag og måneder. De mest volatile timene finner vi fra 24-10 for systemprisen, og 1-10 for NO1. Videre finner vi at mandag, samt helgedagene er de mest volatile, noe jevnere fordelt for NO1. De mest volatile månedene finner vi å være sommermånedene, samt januar. Vårt formål i forskningen har vært å teste om vi kan finne en tilnærming til "normal risiko", for benyttelse av tradisjonelle økonomiske modeller. Dette har vi gjort ved justering for tidssystematikk. Vi har for systemprisen valgt å fjerne time 10-24, mandag, samt månedene januar, mars, mai, august, september og desember. For NO1 har vi justert for time 1-10, mandag, samt januar, mai, juli, august, september og oktober.

Ved forskjellige justeringer for tidssystematikk i volatilitet fant vi at det er lettere å finne en dataserie for "normal risiko" for NO1 enn systemprisen. Dette antar vi har en sammenheng med at systemprisen er et snitt av ulike geografiske områder og ulike typer kraftproduksjon. Likevel finner vi for systemprisen og NO1, at risikoen for å benytte standardavvik som risikomål i de respektive periodene som dataseriene gjelder for, synker i forhold til den ujusterte serien. Dette kan vi si da avstanden fra minimum og maksimum til standardavviket synker. Slik sett er vi nærmere å kunne benytte tradisjonell tilnærming til risiko i disse periodene, ved at man tillegger informasjon om tidssystematikk og eksogene variabler. Vi foreslår ytterligere forskning på sesong, da kort tidsperiode gir noe vanskeligheter med å si hva som er tidssystematikk og hva som er risiko.

Vi har testet alternative tilnærminger med alternative modeller. Til dette formålet har vi brukt ARMA-GARCH. Vi ønsket her å teste hvorvidt man bør benytte mer enn en modell for estimering og predikering av volatilitet. For hele perioden på den ujusterte serien viste spesifikasjonstester at det var vanskelig å finne en god modell både for systemprisen og NO1. Ved sammenlikning av justerte og ujusterte serier fant vi at de justerte seriene predikerte volatilitet bedre enn den ujusterte. Samtidig fant vi at det var noe forskjellige modeller som burde benyttes på de ulike dataseriene. Dette samlet,

indikerer at flere modeller bør benyttes for å estimere og predikere risiko til systemprisen og NO1. Videre foreslår vi forskning på modellering av slike justerte serier inkludert eksogene variabler, samt modellering av de mer volatile periodene justert for disse normalvolatile periodene. Samtidig bør GARCH-Jump modeller testes på ulike serier. For en risikostyrer vil det være en avveining hvor mange modeller, og hvor store perioder en vil ha modeller for. Samtidig bør det testes om disse modellene vil gi en bedre oversikt over markedet enn tilnærmingen i del 1 av oppgaven.

12 Litteraturliste

- Andersen, T. G. & Bollerslev, T. (1998). Answering the Skeptics: Yes, Standard Volatility Models do Provide Accurate Forecasts. *International Economic Review*, Vol. 39, No. 4.
- Andersson, J. & Lillestøl, J. (2010). Multivariate Modelling and Prediction of Hourly One-Day Ahead Prices at Nordpool
- Energy, Natural Resources and Environmental Economics. I: Bjørndal, E., Bjørndal, M., Pardalos, P. M. & Rönnqvist, M. (red.) *Energy Systems*, s. 133-154: Springer Berlin Heidelberg.
- Baillie, R. T. (1996). Long memory process and fractional integration in econometrics. *Journal of Econometrics*.
- Bessembinder, H. & Lemmon, M. L. (1999). Equilibrium Pricing and Optimal Hedging in Electricity Forward Markets. *SSRN eLibrary*.
- Bodily, S. E. & Del Buono, M. (2002). Risk and Reward at the Speed of Light: A New Electricity Price Model. *SSRN eLibrary*.
- Bollerslev, T. & Wooldridge, J. M. (1992). Quasi-maximum likelihood estimation and inference in dynamic models with time-varying covariances. *Econometric Reviews*, 11 (2): 143-172.
- Botzet, B. (2011). *Presentasjon gjesteforelesning UMB 2011: Det finansielle markedet - En innføring i NOMXCs finansielle marked og produkter*.
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance*. New York, USA: Cambridge University Press.
- Bystrøm, N. E. H. (2005). Extreme Value Theory and Extremely Large Electricity Price Changes. *International Review of Economics and Finance*, 14 (1): 14.
- Chan, K. F., Gray, P. & van Campen, B. (2008). A new approach to characterizing and forecasting electricity price volatility. *International Journal of Forecasting*, 24 (4): 728-743.
- Crespo Cuaresma, J., Hlouskova, J., Kossmeier, S. & Obersteiner, M. (2004). Forecasting electricity spot-prices using linear univariate time-series models. *Applied Energy*, 77 (1): 87-106.
- Escribano, A., Ignacio Peña, J. & Villaplana, P. (2011). Modelling Electricity Prices: International Evidence. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 73, Issue 5, pp. 622-650, 2011.
- Garcia, R. C., Contreras, J., van Akkeren, M. & Garcia, J. B. C. (2005). A GARCH forecasting model to predict day-ahead electricity prices. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20 (2): 867-874.
- Geman, H. & Roncoroni, A. (2006). Understanding the Fine Structure of Electricity Prices. *The Journal of Business*, 79 (3): 1225-1261.
- Gjøølberg, O. (2010). Time Regularities in the Nordic Power Market: Potentials for Profitable Investments and Trading Strategies? I: Bjørndal, E., Bjørndal, M., Pardalos, P. M. & Rönnqvist, M. (red.) *Energy Systems*, s. 155-166: Springer Berlin Heidelberg.
- Gjøølberg, O. (2011). *Understanding volatility in the power markets - Empirical evidence on extreme price movements in four regional nordic markets*. Upublisert manuskript.
- Guthrie, G. & Videbeck, S. (2002). High Frequency Electricity Spot Price Dynamics: An Intra-Day Markets Approach. *SSRN eLibrary*.
- Haugom, E., Westgaard, S., Solibakke, P. B. & Lien, G. (2010, 23-25 June 2010). *Modelling day ahead Nord Pool forward price volatility: Realized volatility versus GARCH models*. Energy Market (EEM), 2010 7th International Conference on the European. 1-9 s.
- Higgs, H. o. W., C. Andrew. (2005). Systematic Features of High-Frequency Volatility in Australian Electricity Markets: Intraday Patterns, Information Arrival and Calendar Effects. *Energy Journal*, 26 (4): 23.
- Johnsen, T. A. (2010). Kvartalsrapport for kraftmarkedet: 1. kvartal 2010: Norges vassdrags- og energidirektorat.
- Knittel, R. C. o. R., R. Michael. (2005). An empirical examination of restructured electricity prices. *Energy Economics*, 27 (5): 26.

- Koopman, S. J., Ooms, M. & Carnero, M. A. (2005). Periodic Seasonal REG-ARFIMA-GARCH Models for Daily Electricity Spot Prices. *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 102, No. 477, pp. 16-27, March 2007.
- Nord Pool Spot. (2012). Elspot market overview: Market data.
- Nord Pool Spot. (u.å.). *About us*. Tilgjengelig fra: <http://www.nordpoolspot.com/About-us/> (lest 14.01.2012).
- Nærings- og Handelsdepartementet. (u.å.). *Statens eierskap i Statkraft SF*. St.prp. nr. 53 (2003-2004). Tilgjengelig fra: <http://www.regjeringen.no/nb/dep/nhd/dok/regpubl/stprp/20032004/stprp-nr-53-2003-2004-/3/1/1.html?id=290404> (lest 15.01.2012).
- Peters, J.-P. (2001). Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (Skewed) Student-t densities.
- Seifert, J. & Uhrig-Homburg, M. (2007). Modelling jumps in electricity prices: theory and empirical evidence. *Review of Derivatives Research*, 10 (1): 59-85.
- Simonsen, I., Weron, R. & Mo, B. (2004). Structure and stylized facts of a deregulated power market. *MPRA Paper No. 1443*.
- Simonsen, I. (2005). Volatility of power markets. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 355 (1): 10-20.
- Skaansar, E. (2008). Kvartalsrapport for kraftmarkedet: 3. kvartal 2008: Norges vassdrags- og energidirektorat.
- Solibakke, P. B. (2002). Efficiently Estimated Mean and Volatility Characteristics for the Nordic Spot Electric Power. *International Journal of Business*, 7(2),2002.
- Statnett. (2008). *Reparasjon av Oslofjord-kabel forsinket*. Tilgjengelig fra: <http://www.statnett.no/no/Nyheter-og-media/Nyhetsarkiv/Nyhetsarkiv---2008/Reparasjon-av-Oslofjord-kabel-forsinket/> (lest 10.05.2012).
- Store Norske Leksikon. (2012). *Nord Pool ASA*. Tilgjengelig fra: http://snl.no/Nord_Pool_ASA (lest 07.01.2012).
- Weron, R. (2005). *Heavy tails and electricity prices*. Tilgjengelig fra: http://www.im.pwr.wroc.pl/~hugo/RePEc/wuu/wpaper/HSC_05_02.pdf.
- Weron, R. (2008). Heavy-Tails and Regime-Switching in Electricity Prices. *Mathematical Methods of Operations Research*, Vol. 69, No. 3, pp. 457-473.
- Weron, R. & Misiorek, A. (2008). Forecasting Spot Electricity Prices: A Comparison of Parametric and Semiparametric Time Series Models. *International Journal of Forecasting* 24, 744-763.
- Xekalaki, E. & Degiannakis, S. (2010). *ARCH Models for Financial Applications*. UK: Wiley.