

NORGES LANDBRUKSHØGSKOLE. INSTITUTT FOR DRIFTSLÆRE OG LANDBRUKSØKONOMI.

---

FORELESNINGER I LANDBRUKSØKONOMI.

O. Aresvik.

Produksjons- og kostnadsteori.

---

Vollebekk, mars 1954.

## I n n h o l d.

1.	Produksjon og produksjonsteori.		
1.1.	Innledning.....	1.1.	s.1.
1.1.1.	Hva er produksjon? .....	1.1.	s.2.
1.1.2.	Hva er formålet med en teori for produksjonen? .....	1.1.	s.3.
1.2.	Noen hovedtrekk ved utviklingen av produksjonsteorien	1.2.	s.1.
1.3.	Klassifisering av de ulike produksjonstyper ut fra et produksjons-teoretisk synspunkt .....	1.3.	s.1.
1.3.1.	"En-vare" -produksjon .....	1.3.	s.1.
1.3.2.	Flervareproduksjon. Assortert- og samkoblet produksjon .....	1.3.	s.2.
1.4.	"Momentan" og "tidsformet" produksjon - <b>statisk</b> og dynamisk opplegg av produksjonsteorien .....	1.4.	s.1.
1.5.	Produksjonsfaktorene og de ulike måter en klassifiserer dem på .....	1.5.	s.1.
1.5.1.	Spesifiserte og uspesifiserte faktorer .....	1.5.	s.1.
1.5.2.	Dirigerbare og ikke-dirigerbare faktorer. Økonomiske og frie faktorer.....	1.5.	s.2.
1.5.3.	Faste og variable faktorer - korttids- og langtidsanalyser. Varige og ikke-varige produksjonsfaktorer .....	1.5.	s.3.
1.5.4.	Spesielle og generelle faktorer .....	1.5.	s.5.
1.5.5.	Elementærfaktorer og faktorkomplekser .....	1.5.	s.6.
2.	Momentanproduksjon. Statisk produksjonsteori .....	2.1.	s.1.
2.1.	Tekniske produksjonslover og teknisk nivå .....	2.1.	s.1.
2.1.1.	Definisjon av teknisk produktfunksjon .....	2.1.	s.1.
2.1.2.	Drøfting og prinsipiell definisjon av begrepet konstant teknikk .....	2.1.	s.4.
2.1.3.	Faktorartsendringer .....	2.1.	s.5.
2.1.4.	Produktfunksjonsendringer .....	2.1.	s.8.
2.1.5.	Endringer i faktormengdene under konstant produktfunksjon .....	2.1.	s.9.
2.1.6.	Mål for endringer i teknikk .....	2.1.	s.11.
2.2.	Måter å beskrive en produktfunksjon på.....	2.2.	s.1.
2.2.1.	Alminnelig oversikt .....	2.2.	s.1.
2.2.2.	Begrepene grenseproduktivitet og gjennomsnittsproduktivitet .....	2.2.	s.7.
2.2.3.	Produktfunksjoner av pari-passu karakter eller ultra-passum karakter .....	2.2.	s.13.
2.3.	De tekniske optimumslover .....	2.3.	s.1.

Innhold forts. (2)

2.4.	Utbygging av eller substitusjon mellom produksjonsfaktorer	2.4.	s.1.
2.4.1.	Substitusjonsfaktorer .....	2.4.	s.1.
2.4.2.	Limitasjonsfaktorer .....	2.4.	s.3.
2.4.3.	Ekvivalensfaktorer .....	2.4.	a.4.
2.4.4.	Konstruksjon av isokliner og kurven for teknisk maksimal skala .....	2.4.	s.6.
2.5.	Studiet av de økonomiske sider ved produksjonen. De økonomiske tilpassingsproblemer ved "én-vare"- produksjon .....	2.5.	s.1.
2.5.1.	Ulike markedsformer .....	2.5.	s.1.
2.5.2.	Priser og produksjon .....	2.5.	2.3.
2.5.3.	Oversikt over forskjellige målsettinger som kan være aktuelle .....	2.5.	s.4.
2.5.4.	Det teoretiske opplegg til å analysere en bedrifts økonomiske tilpassing .....	2.5.	s.5.
2.5.5.	Kostminimaliseringsproblemet og produktmaksimaliseringsproblemet. Framstilling av substitumalen og utvikling av substitumalbetingelsene .....	2.5.	s.7.
2.5.6.	Sammenhengen mellom den tekniske og den økonomiske optimumslov .....	2.5.	s.12.
2.5.7.	Produsentenes tilpassing av produksjonsomfanget...	2.5.	s.16.

## 1. PRODUKSJON OG PRODUKSJONSTEORI.

### 1.1. Innledning.

Den første innføring i produksjonsteori har lett for å virke vel "abstrakt" for de fleste. Det kan komme av at i en teoretisk framstilling må en foreta så sterke forenklinger at en så å si mister den "virkelighet" som teorien tenkes anvendt på. Og ofte kan den teoretiske framstilling fortone seg som en "lek i logikkens verden" uten at en overhodet bekymrer seg med "virkeligheten".

Fra et pedagogisk synspunkt er det trulig lite heldig at leseren av slike grunner har lyst til å komme med innvendinger. En skal derfor innledningsvis peke på noen momenter som kan gjøre det forståelig at innvendinger av denne art ikke alltid er så relevante.

Et teoretisk skjema som skal tjene som verktøy ved analyser av alle former for produksjon, vil sjølsagt inneholde lite om alle de detaljer som de ulike konkrete produksjonstyper framviser. Produksjonsteorien befatter seg vesentlig bare med de grunnleggende spørsmål som går igjennom ved enhver form for produksjon. Ja, en kan vel nesten si det slik at teori kan en først snakke om når et og det samme teoretiske skjema kan tjene til å "forklare" en hel rekke konkrete foreteelser. Da først er det at teorien kan hjelpe en til å skape en viss "orden i en tilsynelatende kaotisk virkelighet".

Det at en teoretisk modell framstilles som et grovt og spinkelt skjelett, trenger ikke å bety at teorien er dårlig eller "livsfjern". Tvertimot kan det ofte være slik at dess enklere et teoretisk skjema er, dess "nyttigere" kan det vise seg å være; for det er nemlig ikke slik at en teori som forsøker å rekonstruere "virkeligheten" i alle detaljer, blir det beste analyseapparatet.

Skal det imidlertid ha noen fornuftig mening å bygge opp en generell produksjonsteori, må en godta den hypotese at det er visse generelle lovmessigheter som gjør seg gjeldende ved enhver produksjonsprosess. Det er nemlig denne underliggende "struktur" som det er produksjonsteoriens oppgave å belyse. Riktignok blir en stilt overfor et fundamentalt erkjennelsesmessig spørsmål, dersom en skal ta opp spørsmålet om hva en egentlig skal mene med "lovmessigheter" og "struktur" i denne sammenheng. En skal ikke her innlate seg på noen drøfting av slike filosofiske spørsmål.

Imidlertid kan det være grunn til å understreke hvilke slutninger en kan trekke om "virkeligheten" på grunnlag av en teoretisk modell som er prøvd på observerte data.

Skal en f.eks. forsøke å finne den sammenhengen som måtte "gjelde" mellom uttaks- og innsatselementene ved en bestemt produksjonsprosess - d.v.s. produktfunksjonen - må en først gjøre seg opp en mening om den generelle eksplisitte form den søkte sammenhengen kan tenkes å ha. Eller mer presist uttrykt: En må velge ut den klasse av matematiske funksjoner som det er plausibelt å anta at den søkte produktfunksjonen faller inn under. En kan her velge mellom lineære funksjoner, annengradsfunksjoner, eksponensialfunksjoner, o.s.v. Og en skal merke seg at dette valget av funksjonsform ikke kan underkastes bedømmelsen "riktig" eller "galt". I og med at en velger å bruke de observerte data i f.eks. en lineær produktfunksjon, så har en dermed avgjort på hvilken måte de observerte data skal få lov til å "virke inn" på sammenhengen mellom uttaks- og innsatselementene. Valget av modell (f.eks. det å velge og bruke de observerte data i en lineær produktfunksjon) er altså avgjørende for ens tolking av "virkeligheten" på grunnlag av de observerte data.

De konklusjoner en kan trekke om "virkeligheten" etter å ha prøvd teorien på observerte data, er derfor vitenskapelig holdbare bare med den anvendte modellen som forutsetning. Det blir således et filosofisk spørsmål å avgjøre om de slutningene en trekker på denne måten er "riktige" eller "gale". Fra et strengt vitenskapelig synspunkt kan en ved slike analyser bare komme fram til slutninger av "hvis-typen", d.v.s. at dersom de forutsetningene modellen bygger på "svarer til virkeligheten", da kan en trekke de og de konklusjoner om de "faktiske forhold".

Det er all grunn til å understreke at det bare er spørsmål av "hvis-typen" en kan gi objektivt vitenskapelige svar på. Og det er av stor betydning å få innprenta den tankegang at helt objektive konklusjoner bygger på et sett med forutsetninger. Slutninger om "virkeligheten" impliserer derfor i større eller mindre grad noe subjektivt; fordi det å jamføre forutsetningene med de "faktiske forhold" influeres av subjektivt skjønn.

### 1.1.1. Hva er produksjon ?

I eldre læreboklitteratur vil en som regel i innledningskapitlet finne en noenlunde velavgrenset definisjon av hva som er det behandlede temaets "gjenstand". En slik definisjon av begrepet produksjon skal en her ikke gjøre noe forsøk på å gi. De konkrete virksomheter som produksjonsteorien tenkes anvendt på, er så vidt forskjellige at det er ugjørlig å gi noen generell og holdbar definisjon av begrepet produksjon. Når en nevner ordet produksjon i daglig tale, kan en tenke på foreteelser som: framstilling av kunstgjødsel, foredling av fiskeprodukter, bygging av hus, transport av materialer,

tresking av korn osv.osv. Skulle en gi en enkel og generell karakteristik av alle disse virksomheter, kunne en si at produksjon er frambringelse av varer og ytelse av tjenester.

Når det imidlertid gjelder produksjonsteorien kommer den til anvendelse over alt hvor det gjelder å betrakte sammenhengen mellom visse innsatsfaktorer (produksjonsfaktorer) på den ene side og de ting som disse innsatsene frambringer (produktene) på den annen side. Med produksjon kan en altså mene en teknisk transformasjonsprosess som direkte eller indirekte dirigeres av menneskene. Og med transformasjon tenker en da på at visse ting (produksjonsfaktorene) går inn i produksjonsprosessen og blir "omskapt" for å komme ut igjen i en annen form. Sårkornet f.eks. som legges i jorda om våren er en produksjonsfaktor og avlingen på åkeren om høsten er produktet. Men produksjon trenger ikke bare å være en transformasjons-prosess hvor innsats-elementene mister sin "identitet". Flytting av "stoff" i rom eller i tid er også produksjon. En kan her tenke på den produksjon som foregår når mjølka f.eks. transporteres fra produsenten og til forbrukeren. Likeså er det en form for produksjon som foregår når en oppbevarer frukt f.eks. fra høsten og til våren.

Ved sida av at produksjonsteorien kan anvendes ved studiet av hver enkelt av disse forskjellige konkrete virksomheter, kommer den også til anvendelse ved studiet av den samlkede produksjonsvirksomheten i en næring eller et land. Produksjonsteoriens alminnelige prinsipper blir med andre ord analyseapparatet ved produksjonsstudier såvel på mikro- som på makro-planet.

Som et sammenfattende svar på det spørsmål en her har stilt, kunne en si at enhver produktiv virksomhet kjennetegnes ved at den enten er en såkalt teknisk transformasjonsprosess eller at den er en flytting av "stoff" i rom eller i tid. En slik karakteristik kunne stå som en enkel og generell beskrivelse av de konkrete omstendigheter som kan iakttas ved enhver form for produksjon. Tenker en derimot på det økonomiske resultatet av produksjonen, kunne en snakke om produksjon i "økonomisk forstand" som den "verdi" en bestemt produksjonsprosess frambringer.

### 1.1.2. Hva er formålet med en teori for produksjonen ?

Et av hovedformålene med å bygge opp en teori for produksjonen er å skaffe til veie et teoretisk apparat som kan brukes ved studiet av den tekniske sammenhengen mellom produktet og produksjonsfaktorene ved en bestemt

produksjonsprosess. Klarer en å få klarlagt den tekniske sammenhengen som eksisterer mellom uttakselementet og innsatselementene ved en bestemt produksjonsprosess, kan en si noe om hvor mye som trengs av de ulike produksjonsinnsatser for å kunne frambringe en bestemt produktmengde. Og omvendt kan en da altså si noe om hvor stor produksjon en vil få når mengdene av innsatselementene er gitt.

I praksis er det sjølsagt ikke så lett å finne fram til den tekniske sammenheng som måtte "gjelde" mellom uttakselementet og innsatselementene. For det første er det f.eks. uråd å få med alle de faktorene som direkte eller indirekte virker inn i en bestemt produksjonsprosess. En kan bare tenke på alle de ting som influerer på f.eks. avlingsresultatet av korn på et bestemt åkerstykk. Det er jordas vekstkraft, gjødslinga, bearbeidinga av jorda, temperatur- og nedbørsforhold i vekståret, beliggenheten av åkerstykket, såkornets kvalitet, innhøstingsmetoden, osv.osv. I praksis blir en således nødt til å velge ut et begrenset antall faktorer. Og hvilke faktorer en skal velge å trekke inn i analysen, blir et spørsmål om hvilke faktorer som en mener er de vesentlige ut fra analysens formål. Videre kan bare faktorer som i prinsippet er kvantitativt målbare, gå eksplisitt inn i en produksjonsteoretisk analyse. Det at en i produksjonsteorien bare kan behandle faktorer som i prinsippet er målbare, er en ufravikelig forutsetning som ved praktiske analyser kan reise mange vanskelige målingsproblem. Skal en f.eks. nøye seg med å bruke antallet av arbeidstimer som er gått med til å utføre et bestemt arbeid som mål for innsatsen av faktoren arbeidskraft, uten hensyn til arbeidstempo og faglig dyktighet. Og hvordan skal en finne et relevant uttrykk for kapitalinnsatsen, når en skal forsøke å estimere en produktfunksjon for f.eks. en hel produksjonssektor. De spørsmål som alle disse målingsproblemene reiser, skal en ikke ta opp til noen inngående drøfting i denne framstillingen. I de fleste tilfelle vil en forutsette at målingsproblemene er løst.

Det andre hovedformålet med produksjonsteorien er at den skal være et hjelpemiddel til å studere den fordelaktigste (optimale) bruk av innsatselementene for å oppnå en bestemt målsetting - f.eks. størst mulig fortjeneste (profitt). Det er vel først og fremst disse spørsmål - problemet med å utnytte ressursene på den gunstigste måten - som produksjonsproblemene i praksis munner ut i. Produksjonsproblemene for den enkelte bonde f.eks. reiser seg i forbindelse med spørsmålet om hvordan han det enkelte år skal anvende jorda, hvor mye kunstgjødsel som skal brukes, hvor mye arbeidskraft som skal anvendes, hvordan størrelsen og sammensetningen av husdyrbesetningen

bør være, o.s.v. for å oppnå de største nettoinntekter under bestemte prisforventninger. Ved all virksomhet som har et økonomisk formål, melder produksjonsproblemene seg i sammenheng med spørsmålet om å finne fram til den gunstigste produksjonsplan for å søke å oppnå det beste økonomiske resultat av virksomheten når målsettingen er maksimal nettoinntekt.

I samsvar med de to hovedformål med en teori for produksjonen som her er nevnt, faller framstillingen av produksjonsteorien naturlig i to hoveddeler. Studiet av den tekniske sammenheng mellom uttaks- og innsats-elementene utgjør den del av produksjonsteorien som er av "objektiv-teknisk" karakter. I denne delen av produksjonsteorien har en prinsipielt bare med objektivt målbare størrelser å gjøre. Og under studiet av produksjonen i teknisk forstand bekymrer en seg altså ikke med spørsmål som f.eks. hvor vidt det er mulig å måle den "verdi" som skapes ved produksjonen.

I produksjonsteoriens andre hovedavsnitt behandles de problemer som knytter seg til de økonomiske sider ved produksjonen - d.v.s. de tilpasnings-problemer som enhver virksomhet med et økonomisk formål blir stilt overfor. Spørsmål som hva og hvor mye en skal produsere og hvordan produksjonen skal foregå for å oppnå størst mulig nettoinntekt under gitte betingelser, er eksempler på slike tilpasningsproblemer. Ved studiet av de produksjons-økonomiske problemer kommer det med vurderingskoeffisienter (priser) inn i bildet.

Ved en analyse av de tilpasningsproblemer som melder seg for den enkelte produsent, kan det være plausibelt å forutsette konstante priser eller mer generelt at produsenten står overfor en enkelt etterspørselsfunksjon. Ved produksjonsøkonomiske analyser som angår f.eks. en hel produksjonssektor, vil verdidannelsesproblemene komme inn i bildet på en mer avgjørende<sup>og</sup> komplisert måte. I denne framstillingen som vesentlig skal behandle tilpasningsproblemene ut fra mikro- synspunktet, vil en derfor nøye seg med enkle problemstillinger når det gjelder pris<sup>er</sup> og markedsforhold.



Spørsmål:

1. Hvilke slutninger om "virkeligheten" kan en trekke på grunnlag av de resultater en er kommet til ved å anvende observerte data i en teoretisk modell?
2. Hvor kommer det produksjonsteoretiske analyseapparatet til anvendelse?
3. Hva er hovedformålene med en teori for produksjonen?
4. Hva er produksjon i teknisk forstand?
5. Hva kan menes med produksjon i "økonomisk forstand"?
6. Hvorfor er en nødt til å trekke inn priser ved studiet av de økonomiske sider ved produksjonen?
7. Hvorfor skulle det være mer plausibelt å forutsette konstante priser ved studiet av tilpasningsproblemene for en enkelt produsent enn ved produksjonsøkonomiske studier for hele produksjonssektoren?

## 1.2. Noen hovedtrekk ved utviklingen av produksjonsteorien.

Skal en i korthet forsøke å sette den lærebygning som den moderne produksjonsteori representerer, inn i et historisk perspektiv, må en i første rekke nevne den engelske økonom. David Ricardo (1772 - 1823).

Det som har gjort Ricardos navn mest kjent, er hans behandling av grunnrenteproblemet. (Grunnrente betyr den del av produksjonsutbyttet som tilfaller eierne av produksjonsfaktoren "jord"). Ved den teoretiske behandlingen av dette problemet tar Ricardo utgangspunkt i et nokså abstrakt tankeskjema - en teoretisk modell. Og ved hjelp av sin teoretiske modell vil Ricardo forklare hvordan produksjonsresultatet ved hvetedyrkingen i England blir fordelt mellom jordeierne, kapitaleierne og arbeiderne - d.v.s. han vil forklare grunnrentens, kapitalrentens og arbeidslønnens høyde. Sjølve den måten Ricardo behandler dette fordelingsproblemet på, gjør at en kan snakke om Ricardo som en av de første som anvendte moderne produksjonsteoretiske analysemetoder.

For det første gjør han seg utstrakt bruk av den deduktive analysemetoden. Hans problemstillinger er lite preget av det en kan kalle et "historisk opplegg". Ricardo trekker sine slutninger på grunnlag av aksiomatiske forutsetninger, derfor kan Ricardo sies å være den første store representanten for "ren", d.v.s. strengt abstrakt-deduktiv teori.

Ved sida av Ricardo er det et annet navn som også bør nevnes i denne sammenheng, nemlig von Thünen (1783-1850). På sitt gods Tellow i Mecklenburg gjorde von Thünen nøyaktige observasjoner over avlingsutbytter, arbeidsforbruk, omkostninger, o.s.v. Og både Ricardo og von Thünen studerte nøye - på grunnlag av sine konkrete iakttagelser - hvordan produksjonsresultatene og produksjonsinnsatsene varierte. Og de innførte i denne forbindelse en betraktningssmåte som senere har fått stor anvendelse som et grunnleggende analyseprinsipp innenfor den teoretiske økonomi, nemlig den såkalte marginale betraktningssmåten. Denne analysemetoden går ut på å betrakte den tilveksten en får i en størrelse når en gir en bestemt annen størrelse en viss tilvekst. I produksjonsteorien fører denne betraktningssmåten til begrepet grenseproduktivitet, og ved hjelp av grenseproduktivitetsbegrepet kan en finne god forklaring på en rekke spørsmål som ellers ville vært nokså "uforklarlige". (Grenseproduktiviteten med hensyn på en bestemt produksjonsfaktor uttrykker hvordan produktet øker pr. enhet økt innsats av vedkommende produksjonsfaktor, når alle de andre produksjonsfaktorene holdes konstante.)

En skal her kort gjengi et par eksempler på hvordan Ricardo og von Thünen gjorde seg bruk av den marginale betrakningsmåten. (Eksempelene er her hentet fra professor Frisch's "Innledning til produksjonsteorien".) I sine betraktninger over grunnrenten sier Ricardo: Anta at vi har fire like kapitaldoser og at vi ved å anvende den første på et visst jordstykket får en produktmengde på 100. Ved å anvende også den annen på det samme jordstykket får en en produktøkning på 90, av den tredje en produktøkning på 80 og ved å sette inn også den fjerde får en en produktøkning på 70. Av dette ser en at produkttilveksten blir mindre og mindre for hver ytterligere kapitaldose en setter til på det samme jordstykket. Dette er den såkalte "loven om det avtagende utbytte". Og grunnrenten - reknet i produktenheter - vil i dette tilfelle bli lik 60, sier Ricardo. Den er nemlig forskjellen mellom det som faktisk er blitt produsert, og det som ville blitt produsert, dersom alle de 4 kapitaldosene hadde frambrakt den samme produktmengde som den siste (det marginale prinsipp). Ricardo resonnerer altså slik:

Den første kapitaldosen frambrakte 100 prod. enheter

" andre	"	"	90	"	"
" tredje	"	"	80	"	"
" fjerde	"	"	70	"	"

Faktisk produksjon i alt 340 prod. enheter.

Men dersom alle kapitaldosene hadde frambrakt den samme produktmengde som den sist tilsatte, da vil en ha fått en produktmengde lik:  $4 \times 70 = 280$ ): produktenheter. Og differansen mellom det som faktisk er produsert og det som ville blitt produsert ut fra den marginale betrakningsmåten blir:  $340 - 280 = 60$ ): produktenheter, d.v.s. en grunnrente på 60 prod. enheter.

Von Thünen gikk videre enn Ricardo, for så vidt som han studerte nøye arbeidets og kapitalens grenseproduktivitet hver for seg. Som eksempel på arbeidets grenseproduktivitet angir han hvorledes produksjonsresultatet på et bestemt jordstykket anvendt til potetdyrking kan økes ved å øke arbeidsinnsatsen ved potetdyrkingen på dette jordstykket. (I det eksemplet som er gjengitt nedafor har ikke von Thünen spesifisert produksjonsfaktoren "jord", og han kommer således ikke inn på grunnrenteproblemet.)

Tabell 1.

Antall dagsverk anvendt ved potetdyrkingen.	Høstet potetmengde.	Det <u>siste</u> dagsverk har altså produsert (grenseproduktiviteten).
4	80,0	
5	86,6	6,6
6	91,0	4,4
7	94,0	3,0
8	96,0	2,0
9	97,3	1,3
10	98,2	0,9
11	98,8	0,6
12	99,2	0,4

Dersom potetprisen nå er 5 og arbeidslønnen pr. dag lik 8 da vil det, sier von Thünen, lønne seg å bruke det 8.dagsverk, men det vil ikke lønne seg å bruke det 9.. Det 8. dagsverk skaper nemlig en produktverdiøkning på:  $2 \times 5 = 10$ , altså mer enn en daglønn, mens det 9. dagsverk bare skaper en produktverdiøkning på:  $1,3 \times 5 = 6,5$ , altså mindre enn daglønna. Ved en helt nøyaktig tilpasning må arbeidsanvendelsen stanse i det punkt hvor det er nøyaktig likhet mellom daglønna og den produktverdiøkning (grenseproduktivitet) som arbeidet skaper. Arbeidet får altså - i følge von Thünen - sin lønn bestemt ved sin grenseproduktivitet.

På liknende måte analyserer han kapitalen og dens grenseproduktivitet.

Tabell 2.

Den anvendte kapitalmengde ved <u>konstant</u> arbeidsinnsats	Produktmengde ialt	Kapitalens grenseproduktivitet	Den samlede belønning som tilfaller kapitalen	Samlet arbeidslønn
4	247,6			
5	273,9	26,3	$5 \cdot 26,3 = 131,5$	$273,9 - 131,5 = 142,4$
6	297,6	23,7	$6 \cdot 23,7 = 142,2$	$297,6 - 142,2 = 155,4$
7	318,9	21,3	$7 \cdot 21,3 = 149,1$	$318,9 - 149,1 = 169,8$
8	338,1	19,2	$8 \cdot 19,2 = 153,6$	$338,1 - 153,6 = 184,5$

Også for kapitalen gjelder det sier von Thünen, at dens anvendelse må stanse der prisen en må betale for den, blir lik kapitalens grenseproduktivitet. På samme måten som arbeidet, får - i følge von Thünen - kapitalen også sin belønning bestemt ved sin grenseproduktivitet.

I eksemplet i tabell 2 blir vederlaget til produksjonsfaktoren "arbeid" bestemt som den rest som blir tilbake når kapitalen har fått sin belønning - bestemt ved sin grenseproduktivitet. Spørsmålet er nå om arbeidet ville ha fått den samme belønning om dets vederlag var blitt bestemt marginalt i stedet for residualt slik som i eksemplet. Von Thünen viser ved et raisonnement at de to bestemmelsesmåter må føre til samme resultat. Von Thürens konklusjon har imidlertid ikke generell gyldighet. En skal senere vise under hvilke betingelser hans konklusjon her er riktig.

-----

De analysemetoder og betraktningsmåter som ble utviklet av Ricardo, von Thünen og andre klassiske økonomer, er senere blitt forbedret og tilpasset andre områder innenfor den økonomisk-teoretiske vitenskap. Nassau Senior (1790 - 1864) f.eks. anvendte Ricardos analysemetoder ved studiet av produksjonsproblemer innenfor industrien. Og Cournot (1801 - 1877) kunne med utgangspunkt i den marginale analysemetoden utvikle og tilpasse differensialregningen til bruk i produksjonsteorien. Videre kom det marginale analyseprinsipp til anvendelse på etterspørselsteoriens område ved at Gossen (1810 - 1858), Jevons (1835 - 1882), Menger (1840 - 1921) og Walras (1834 - 1910) utformet den såkalte grensenytteteorien.

En skal ikke her gå ytterligere inn på hvordan klassikernes (særlig Ricardos) analysemetoder senere er blitt forbedret og raffinert anvendt på de ulike områder innenfor den økonomiske forskning eller hvordan produksjonsteorien i det hele er blitt utviklet og anvendt. En skal imidlertid til slutt i dette avsnitt bare nevne at det i de aller seneste årene er blitt arbeidet mye med analysemetoder som kan få stor betydning for utviklingen og kanskje aller mest for den praktiske anvendelse av produksjonsteorien. En tenker her på kryssløpsanalysen eller den såkalte "input-output"-analysen.

Den første betydningsfulle utvikling av denne analysemetoden skyldes Wassily Leontief, professor ved "Harvard University". I "The Structure of American Economy, 1919 - 1929" har professor Leontief søkt å kartlegge hele strukturen i den amerikanske økonomi ved hjelp av "input-output"-analysen. Dette grunnleggende arbeidet er senere etterfulgt av mange bidrag fra en rekke økonomer, matematikere, statistikere og praktiske administratorer.

Noen samlet framstilling av hva "input-output"-analysemetoden går ut på, skal en ikke komme med under dette avsnitt. En skal her nøye seg med å peke på hva denne analysemetoden i hovedsaken dreier seg om.

De analysemetoder som anvendes i den alminnelige produksjonsteorien, er et analyseapparat som er best egnet til å analysere produksjonsproblemer på mikro-planet. Ved hjelp av det analyseverktøyet som er utviklet i den alminnelige produksjonsteorien, kan en foreta inngående produksjonsteoretiske analyser av en enkelt produksjonsprosess. Skal en imidlertid analysere produksjonsproblemene ut fra en nærings eller et lands synspunkt, vil disse analysemetodene bli lite hensiktsmessige. Opprinnelig ble kryssløpsanalysemetoden utviklet med sikte på anvendelse ved analyse av slike makro-økonomiske problemer.

I stedet for å studere den enkelte produksjonsprosess isolert, går kryssløpsanalysen ut på å se den økonomiske virksomheten i sammenheng. På den måten kan en studere alle de vekselvirkninger som gjør seg gjeldende i det økonomiske liv. Produksjonsvirksomheten i samfunnet betraktes som en sirkulasjonsprosess hvor samspillet mellom de ulike sektorer - eller økonomiske enheter - blir beskrevet ved den sirkulasjonen av real- og finansobjekter som finner sted mellom sektorene (enhetene).

Ved sida av at kryssløpsmetoden tillater en simultan(samtidig)drøfting av produksjonsproblemene, slik at det blir mulig å studere tingene i sammenheng, er det også andre særtrekk ved denne analysemetoden som kan tjene til å karakterisere den. Kryssløpsanalysen bygger på faste produksjonskoeffisienter (fabrikasjonskoeffisienter). Det vil i praksis si at en ser bort fra den muligheten som måtte eksistere til å endre kombinasjonen av innsatsfaktorene ved en bestemt produksjonsprosess. En reknar med andre ord ikke med at det kan foregå noen substitusjon mellom produksjonsfaktorene. Denne forutsetningen - som vesentlig er gjort av rent praktiske hensyn - er nokså spesiell i forhold til de problemstillinger en går ut fra i den alminnelige produksjonsteorien. I hvilken utstrekning denne forutsetningen begrenser kryssløpsanalysemetodens anvendelighet, skal en i denne sammenheng ikke komme inn på.

Når det gjelder studiet av optimumsproblemene - d.v.s. de økonomiske tilpasningsproblemene - på grunnlag av et kryssløpsanalytisk opplegg, snakker en oftest om såkalt lineær programmering. Og karakteristisk for den måten en her formulerer maksimeringsproblemene på, er det at en f.eks. sier at forbruket av de og de ressurser kan høyst være så og så stort. Dette kommer matematisk til uttrykk i form av ulikheter. I alminnelig produksjonsteori opererer en i denne forbindelse med tilbudsfunksjoner for produksjonsfaktorene, i stedet for slike begrensninger (ulikheter). Og videre kan en si at sjølve optimumsløsningen ved lineær programmering, kan beregnes eksplisitt ut fra gitte forutsetninger, mens en i alminnelig produksjonsteori må nøye seg med

å slå fast de generelle tilpasningsbetingelser, da det i de fleste tilfelle er svært vanskelig å gjennomføre tallmessige, eksplisitte beregninger av de optimumsløsninger en kommer fram til ved den alminnelige marginale betraktningsmåten.

I et senere avsnitt skal en komme nærmere inn på kryssløpsanalysen og lineær programmering.

Spørsmål:

1. I hvilke henseender kan Ricardo og von Thünen betraktes som viktige bidragsyttere til utviklingen av moderne produksjonsteori?
2. Kan du fra sosialøkonomien huske noen eksempler på at den marginale betraktningsmåte har vist seg fruktbar?

### 1.3. Klassifisering av de ulike produksjonstyper ut fra et produksjonsteoretisk synspunkt.

Som nevnt i innledningen omfatter produksjonsvirksomheten i et moderne samfunn en lang rekke forskjellige virksomhetsformer. Et forsøk på å klassifisere alle disse konkrete virksomheter kunne en gjøre ved å ta utgangspunkt i f.eks.: virksomhetens juridiske organisasjon, eierforhold, om virksomheten er "tjenesteytende" eller "vareproduserende", hva slags varer som produseres, hva slag råstoff som brukes, arbeidsstokkens størrelse, hvor kapitalkrevende virksomheten er, om virksomheten selger sine produkter på heime- eller eksportmarkedet, finansieringsforholdene, o.s.v. Skulle en gjøre et forsøk på å klassifisere de eksisterende produksjonsvirksomheter i Norge f.eks. ut fra et sett kjennetegn av denne art, ville en få en god kartlegging av produksjonsforholdene i Norge. Ut fra et produksjonsteoretisk synspunkt vil imidlertid en klassifisering ut fra slike kjennetegn være av sekundær interesse. Det som i denne sammenheng er av størst betydning, er å få klarlagt hvilke konkrete virksomhetstyper som kan studeres ved hjelp av et og det samme produksjonsteoretiske analyseapparat. Først og fremst må en da skille mellom "en-vare"-produksjon og flervareproduksjon. Og når det gjelder flervareproduksjon må en videre skille mellom assortert produksjon og sankoblet produksjon.

#### 1.3.2. "En-vare"-produksjon.

Dersom en produksjon er slik at dens resultat er en enkelt, teknisk ensartet vare eller tjeneste, faller virksomheten inn under det en kaller "en-vare"-produksjon eller enkelt-produksjon. Ser en på den samlede produksjonsvirksomheten på en gård, ved en fabrikk eller ved en hvilken som helst "bedrift", så vil en fort oppdage at "en-vare"-produksjonsbedriftene - slik en ovafor har definert denne produksjonsformen - er det rene unntakstilfelle. Det ville derfor bare bli i særskilte tilfelle at en kunne studere den samlede produksjonsvirksomheten i en bedrift ved hjelp av det analyseverktøyet som forutsetter denne form for "en-vare"-produksjon. Ser en derimot på et enkelt ledd i produksjonsvirksomheten ved en bedrift, vil det ofte framtre som "én-vare"-produksjon. Eksempelvis vil "én-vare"-forutsetningen være plausibel ved studiet av kveiteproduksjonen på et bestemt jordstykke. Likeså vil framstillingen av et bestemt vaskemiddel i en industribedrift kunne betraktes som enkelt-produksjon. Ved en slik oppdeling



av den samlede produksjonsvirksomheten i en bedrift i delprosesser, vil en ved teoretiske studier kunne anvende det analytiske verktøyet som bygger på "én-vare"-forutsetningen.

Imidlertid kan det også være relevant å anvende "én-vare"-forutsetningen ved produksjonsteoretiske analyser hvor produktet ikke er en enkelt, teknisk ensartet vare eller tjeneste. Det vil være tilfelle i en makroanalyse hvor en vil studere hva det er som bestemmer en nærings eller et lands samlede produksjon. Ved en slik analyse kan det være berettighet å se "én-vare"-forutsetningen som et spørsmål om å finne et adekvat uttrykk for nærings eller landets "produksjonsvolum". Og ved en eller annen indeksberegning kan en da betrakte det samlede produksjonsresultatet i en sektor som én vare.

Sammenfattende kan en derfor si at det analyseapparatet som forutsetter enkeltproduksjon, kan anvendes ved en lang rekke produksjonsteoretiske analyser.

### 1.3.2. Flervareproduksjon.

#### Assortert produksjon og samkoblet produksjon.

Som tidligere nevnt produserer hvert enkelt produksjonsforetak i de fleste tilfelle mange produkter. På en enkelt gård kan det f.eks. produseres en lang rekke både plante- og husdyrprodukter. En kan da snakke om flervareproduksjon.

I det tilfelle at et foretaks produksjonsutstyr alternativt kan nyttes til framstilling av det ene eller det andre produktet, taler en om assortert produksjon. Planteproduksjonen på en gård er et nokså typisk eksempel på assortert produksjon. Her kan nemlig produksjonsfaktorene "jord", arbeidskraft, kunstgjødsel, og mye av maskinkapitalen anvendes alternativt til dyrking av kveite, bygg, havre, poteter, rotvekster, høy o.s.v. Ved slik assortert produksjon kan en velge en produktsammensetning ut fra visse lønnsomhetsbetraktninger.

En rekke problemstillinger som knytter seg til assortert produksjon, kan ikke studeres ved hjelp av det analyseapparatet som er utviklet på grunnlag av enkeltproduksjon. Det vil f.eks. være tilfelle når en skal studere problemet om den mest lønnsomme produktsammensetningen under gitte prisforventninger for de enkelte produkter og produksjonsinnsatser. En analyse av et slikt optimumsproblem vil nødvendiggjøre et analyseapparat som ikke bygger på forutsetningen om "én-vare"-produksjon.

En annen type flervareproduksjon har en når det er teknisk umulig å framstille et produkt uten også å måtte framstille et eller flere andre

1. 20 11.5

produkter. I slike tilfelle snakker en om sankoblet produksjon. Som eksempler på sankoblede produkter kan en nevne: ull og sauekjøtt, halm og korn, skummet mjølk og fløte, gass, koks og tjære, osv. Det mengdeforhold som de sankoblede produkter framstilles i, er mer eller mindre teknisk bestemt. Innenfor visse grenser kan mengdeforholdet varieres. En kan f.eks. gå over til en annen sauserase, og dermed kan en til dømes oppnå større kjøttproduksjon og mindre ull eller kanskje omvendt. Dersom det er teknisk mulig å variere mengdeforholdet mellom de sankoblede produktene nokså mye, nærmer en seg den produksjonstype som ovafor har fått betegnelsen assortert produksjon. Det karakteristiske ved assortert produksjon er jo nettopp den ting at det er teknisk mulig å produsere enten det ene eller det andre produktet. I praksis vil en finne mange produksjonstyper som representerer en mellomting av assortert og sankoblet produksjon. Slike produksjonstyper kunne en kalle halvstiv sankoblet produksjon.

Når det gjelder sankoblet produksjon taler en ofte om hovedprodukt, biprodukt og avfallsprodukt. Disse betegnelsene angir hvilke produkt det er som utgjør den største respektivt den minste andel av den samlede produktverdien, og om det er produkter som det ikke finnes avsetning for til en positiv pris. Ved en prisendring kan således et tidligere biprodukt gå over til å bli virksomhetens hovedprodukt eller omvendt.

En teoretisk behandling av den type flervareproduksjon som kalles sankoblet produksjon, nødvendigvis ved en rekke problemstillinger et spesielt analytisk verktøy. Et slikt teoretisk verktøy vil nødvendigvis bli mer komplisert enn det analyseapparatet som forutsetter "én-vare"-produksjon.

-----

Som en konklusjon på det en er kommet fram til i dette avsnittet, kan en si at hver av de konkrete produksjonstyper: "én-vare"- produksjon, assortert og sankoblet produksjon krever sin spesielle teoretiske behandling. I den etterfølgende framstilling skal en i første omgang ta for seg teorien for enkelt-produksjon, og i neste omgang kan det bli tale om å gi en framstilling av det teoretiske verktøy som kommer til anvendelse ved studiet av assortert og sankoblet produksjon.

1.4. "Momentan" og "tidsformet" produksjon - statistisk og dynamisk opplegg av produksjonsteorien.

I virkeligheten vil alltid frambringelse av en vare eller ytelse av en tjeneste ta tid. All produksjon er med andre ord tidkrevende. Den tid som forløper fra det tidspunkt produksjonsinnsatsene settes inn og til produktet foreligger, kan en kalle produksjonsperioden. Nå er det imidlertid ofte vanskelig å avgjøre hvordan en skal definere "produksjonsperioden" ved framstillingen av et bestemt produkt. Men i mange tilfelle kan produksjonsprosessen ha et forløp hvor det er relativt lett å fastlegge produksjonsperioden. Eksempelvis kan det være naturlig å rekne produksjonsperioden ved potetdyrkingen fra det tidspunkt åkeren pløyes og til poteten tas opp. I andre tilfelle kan en bli nødt til å snakke om den "gjennomsnittlige" produksjonsperioden ved en bestemt produksjonsprosess.

Det forhold at enhver produktframstilling tar tid, gjør det ikke uberettiget å studere mange sider ved produksjonsprosessen som om den foregikk "tidløst". En rekke omstendigheter ved produksjonen er nemlig upåvirket av hvor lang eller kort tid produksjonen krever. Det gjelder f.eks. forhold som at så og så mange liter mjølk går med for å få et kilo smør, at det trengs så og så mange m<sup>3</sup> tømmer for å produsere en bestemt mengde sellulose, o.s.v. Mange slike strukturelle sider ved produksjonen kan betraktes uavhengig av produksjonsprosessens tidsforløp. Og når en har utviklet et teoretisk verktøy som forutsetter "tidløs" eller "momentan" produksjon, så skyldes det altså den ting at mange av de problemer en står overfor i produksjonsteorien, kan gis en tilfredsstillende teoretisk behandling uten at en behøver å trekke inn tidselementet i det teoretiske skjemaet. Et slikt opplegg av produksjonsteorien kalles statisk.

For enkelte produksjonsprosessers vedkommende vil imidlertid vesentlige sider ved produksjonsstrukturen kunne bli sterkt influert av hvordan innsats- og uttakselementene koordineres i tid. I slike tilfelle snakker en ofte om "tidsformet" produksjon. Innenfor jordbruksproduksjonen kan en finne mange eksempler på det en kunne kalle "tidsformet" produksjon, fordi produksjonsstrukturen her i høy grad er betinget av en rekke naturgitte forhold. Når det gjelder f.eks. planteproduksjonen instituerer vekslingen i årstider en bestemt "produksjonsrytme", som bl.a. resulterer i at produksjonsinnsatsene må settes inn på helt bestemte tidspunkter og at avlingene blir modne til bestemte tider. Det er derfor ikke urimelig at produksjonens tidsforløp blir et viktig datum ved studiet av enkelte produksjonsproblemer som knytter seg til slike produksjonstyper.

En skal imidlertid framheve at det som ovafor er sagt om begrepene "momentan" og "tidsformet" produksjon, nærmest er et forsøk på å tolke hva som kan være meningen med å foreta en klassifisering av de konkrete produksjonsvirksomheter i "momentan" og "tidsformet" produksjon - slik en kan se det blir gjort i produksjonsteoretisk litteratur.

Denne skjelningen er antakelig ikke så særlig fruktbar ut fra et teoretisk synspunkt. Egentlig oppnår en vel bare å si noe om hvor plausibelt det kan være å studere bestemte forhold ved en konkret produksjonsprosess ved hjelp av et statistisk produksjonsteoretisk resonnement. Men da spørsmålet om hvor relevant det kan være å anvende statistiske analysemetoder, avhenger like mye av hvilke forhold ved produksjonen som skal studeres og hvilke spørsmål en ønsker å finne svar på som av konkrete omstendigheter ved produksjonsprosessen som analyseres, er det trulig mest hensiktsmessig bare å skjelne mellom statiske og dynamiske opplegg av produksjonsteorien.

Skjelningen mellom statistisk og dynamisk produksjonsteori er utelukkende et spørsmål som <sup>angår</sup>/måten en studerer tingene på. I et statistisk resonnement opererer en bare med det en kunne kalle "tidløse" variable, d.v.s. at alle de spesifiserte størrelsene refererer seg til et og samme tidspunkt. Ved en dynamisk betraktningmåte inngår tida som en "spesifisert variabel", idet alle de variable som er trukket inn i analysen er "funksjoner av tida". I et dynamisk, teoretisk skjema utgjør tidselementet og de variables tidsutvikling noe essensielt i problemstillingen.

Som tidligere nevnt i dette kapitlet, er det mange produksjonsproblemer som kan belyses i statistisk produksjonsteori. Men en rekke av de problemer en står overfor i produksjonslivet, vil en imidlertid ikke kunne gi noen skikkelig teoretisk behandling uten at en benytter problemstillinger hvor tingene kan studeres i sin tidssammenheng og hvor tidselementets innflytelse kan bli gjenstand for analyse. Skulle en nevne konkrete eksempler på slike problemer, måtte det først og fremst bli de problemer som knytter seg til investeringsvirksomheten i den enkelte bedrift. En står her overfor spørsmål som: Hva er det som bestemmer investeringsretningen og investeringsomfanget i et bestemt produksjonsforetak, hvordan skal en bestemme den gunstigste investeringsperioden, hvilken betydning har renten for produksjon og produksjonsplanlegging, o.s.v. Slike spørsmål vil en kunne gi en tilfredsstillende teoretisk behandling utelukkende ved hjelp av et dynamisk resonnement.

Videre er et dynamisk opplegg av produksjonsteorien påkrevet når en skal studere hvordan en skal koordinere de enkelte innsats- og uttaks-elementene i tid på en slik måte at produksjonen blir så effektiv som mulig og slik at ressursene blir rasjonelt utnyttet. Problemer av denne art vil f.eks. enhver bonde stå overfor når han skal avgjøre hvilke produksjoner som vil gi den jevneste og mest kontinuerlige utnytting av den arbeidskraft som står til disposisjon. I industrien står en også overfor effektivitetsproblemer av liknende art.

Og endelig kan en nevne at det er først når en betrakter produksjonsvirksomheten i et tidsforløp at en kan studere subjektive fenomener som forventninger, risiko og usikkerhet og disse elementers innvirkning på produksjonsomfang og produksjonsutvikling.

-----

Som et resymé av det som er sagt under dette punkt, kan en framheve at forskjellen mellom statistisk og dynamisk analyse utelukkende er en forskjell i betraktningensmåte. Og spørsmålet om en skal anlegge en statistisk eller en dynamisk betraktningensmåte når en skal gjennomføre en bestemt teoretisk analyse, vil en måtte avgjøre på grunnlag av hvilke forhold ved produksjonen som skal studeres og hvilke spørsmål en ønsker å gi svar på.

I det følgende skal en først gi en framstilling av det teoretiske apparatet som er utviklet i statistisk produksjonsteori.

#### Spørsmål:

1. Nevn de ulike produksjonstyper en opererer med i produksjonsteorien?
2. Hva er forskjellen på assortert og samkoblet produksjon?  
Nevn konkrete eksempler på de to produksjonstyper.
3. Hva menes med statistisk produksjonsteori?
4. Hva er det essensielle ved et dynamisk opplegg av produksjonsteorien?
5. Nevn eksempler på produksjonsproblemer hvor tidsmomentet kan være av vesentlig betydning når en skal behandle problemet ut fra et teoretisk synspunkt?

## 1.5. Produksjonsfaktorene og de ulike måter en klassifiserer dem på.

Ved enhver produksjonsprosess snakker en om produksjonsfaktorer og ett eller flere produkter. Produksjonsfaktorene omfatter de innsats-elementene som på en eller annen måte medvirker i produksjonsprosessen. Og de elementer som produksjonsprosessen munner ut i, betegnes som produkter. En og samme "vare" vil således kunne være både produksjonsfaktor og produkt alt etter hvilken produksjonsprosess en betrakter. Eksempelvis er høy et produkt i planteproduksjonen, mens når en betrakter husdyrproduksjonen så blir høy en produksjonsfaktor.

Imidlertid er en rekke av de faktorer som medvirker i den produktive virksomheten naturbetingede omstendigheter som det ikke ville være rimelig å betrakte som resultater av noen produksjonsprosess. Disse produksjonsfaktorene betegnes ofte som primærinnsatser eller primærfaktorer. Som eksempel på slike primærinnsatser kunne en nevne: arbeidsinnsatsen, en rekke klimatiske forhold, i enkelte tilfelle produksjonsfaktoren "jord", o.s.v.

Når en i sin alminnelighet skal beskrive produksjonsvirksomheten i et land f.eks., blir de forskjellige "varestrømmer" betegnet som: råstoffer eller bearbeidde varer, mellomprodukter eller ferdige produkter, kapitalvarer eller konsumvarer, o.s.v. Men i det vanlige produksjonsteoretiske skjemaet snakker en bare om produksjonsfaktorer og produkter. Og helt generelt kan en si at produktene er karakterisert ved at en gjerne vil ha mer av dem og enhver produksjonsfaktor karakteriseres ved at en gjerne vil bruke mindre av den.

### 1.5.1. Spesifiserte og uspesifiserte faktorer.

Alle de faktorer som i større eller mindre grad innvirker på produksjonsresultatet ved en bestemt produksjonsprosess, kan betraktes som produksjonsfaktorer. Nå vil det imidlertid være ugjørlig i et konkret tilfelle å trekke fram alle de omstendigheter som kan virke inn på produksjonsresultatet. En vil med andre ord aldri kunne sette opp en fullstendig liste over de produksjonsfaktorene som medvirker til å frambringe et bestemt produkt. En blir derfor alltid nødt til å velge ut et begrenset antall faktorer når en skal gjennomføre en teoretisk analyse. Og de faktorer som er trukket eksplisitt inn i analysen kalles spesifiserte faktorer. De andre faktorene benevnes som uspesifiserte eller underforståtte faktorer.

Hvilke faktorer som skal spesifiseres, avhenger av formålet med analysen. Dessuten kan bare faktorer som i prinsippet er målbare inngå eksplisitt i en produksjonsteoretisk analyse.

En skal senere se hvilke følger det kan ha at viktige faktorer blir underforstått ved en produksjonsteoretisk analyse.

### 1.5.2. Dirigerbare og ikke-dirigerbare faktorer. Økonomiske og frie faktorer.

Av de omstendigheter som påvirker et bestemt produksjonsresultat, kan det være enkelte faktorer som menneskene kan styre, andre ikke. De produksjonsfaktorene som menneskene rår med, kan en kalle dirigerbare faktorer. Produksjonsvirksomheten slik den arter seg i det moderne samfunn, er i overveiende grad en virksomhet der menneskene sjølve dirigerer de fleste betydningsfulle faktorer som medvirker i produksjonsprosessen. Men en kan også trekke fram eksempler på produksjonsvirksomheter hvor menneskene bare i begrenset utstrekning har herredømme over viktige produksjonsfaktorer. I landbruket f.eks. er produksjonsresultatet ved planteproduksjonen i høyeste grad avhengig av slike ikke-dirigerbare faktorer som: temperatur, nedbør, sol og vind, o.s.v. Og en rekke av de produksjonsproblemene en står overfor i jordbruket, er nettopp knyttet til slike naturgitte forhold.

En klassifisering av produksjonsfaktorene som i mange tilfelle kan falle sammen med grupperingen i dirigerbare og ikke-dirigerbare faktorer, er oppdelingen i økonomiske og frie faktorer. Med økonomiske faktorer menes produksjonsfaktorer som det koster noe å bruke. De økonomiske produksjonsfaktorer omfatter med andre ord alle de produktive ressurser som det er knapphet på. Sjøl om den prisen en må betale for å kunne disponere over de ulike produksjonsinnsatser, ikke bare er betinget av knappheten på vedkommende faktor, så er det forhold at en har begrenset tilgang på produktive ressurser den egentlige bakgrunnen for de fleste problemer som reiser seg innen produksjonsøkonomien. De faktorer som står vederlagsfritt til disposisjon i praktisk talt ubegrenset mengde, kan en kalle frie faktorer.

Ved produksjonsøkonomiske analyser er det vanlig<sup>vis</sup> bare de økonomiske faktorer som interesserer, men i mange produksjonsteoretiske analyser inngår ofte frie faktorer som spesifiserte produksjonsfaktorer.

### 1.5.3. Faste og variable faktorer - korttids- og langtidsanalyser.

#### Varige og ikke-varige produksjonsfaktorer.

I statistisk produksjonsteori opererer en ofte med en inndeling av produksjonsfaktorene i faste og variable. Det forekommer først og fremst når en skal studere en virksomhets økonomiske tilpasning på kort sikt. Innenfor et kort tidsrom vil nemlig kostnadene som er forbundet med bruken av enkelte produksjonsfaktorer være konstante, og derfor vil disse faktorene kunne betraktes som faste ved studiet av den økonomisk gunstigste (optimale) tilpasning for en bestemt produksjonsvirksomhet i en begrenset produksjonsperiode. Det at en ved slike tilpasningsanalyser betrakter enkelte faktorer som faste, betyr at disse produksjonsfaktorene ikke trekkes eksplisitt inn i analysen. Disse faste faktorene blir med andre ord uspesifiserte.

De kostnadene som er uavhengige av produksjonsomfanget i en bestemt produksjonsperiode, består vanligvis av renteutgifter og avskrivninger på investert kapital. Disse utgiftene vil en ikke kunne spare sjøl om produksjonen legges helt ned. Disse faste kostnadene skyldes den ting at når en først har et gitt teknisk produksjonsutstyr, så vil det medføre visse utgifter uavhengig av i hvilken utstrekning dette kapitalutstyret blir utnyttet i vedkommende produksjonsperiode. De produksjonsfaktorene som disse faste kostnadene knytter seg til, vil følgelig ikke influere på de tilpasningsbetingelser som må være oppfylt for å få maksimal nettoinntekt i en enkelt produksjonsperiode, og derfor vil disse faktorene ikke bli spesifisert i en korttids-tilpasningsanalyse. Og de produksjonsfaktorene dette gjelder, er de produktive ytelsene som kan tilregnes bygninger eller det tekniske anlegget i sin helhet.

Det en i denne forbindelse tar som kjennetegn på en fast produksjonsfaktor, er altså at kostnadene som er forbundet med bruken av vedkommende faktor er konstante innenfor det tidsrom en betrakter uansett i hvilken utstrekning vedkommende produksjonsfaktor medvirker i produksjonsprosessen.

Innenfor jordbruksproduksjonen representerer driftsbygningene ut fra dette synspunkt faste produksjonsfaktorer når en betrakter en produksjonsperiode på f.eks. ett år. Innenfor et slikt kort tidsrom vil nemlig utgiftene som driftsbygningene pådrar, i det vesentlige være uavhengige av i hvilken utstrekning de benyttes. Men dersom en skal ta opp til drøfting produksjonstilpasningen på lang sikt, vil en nødvendigvis også måtte betrakte ulike typer av driftsbygninger og størrelsen på den samlede



realkapitalen; og det vil resultere i variable kostnader også for disse faktorerers vedkommende. Derfor vil en ved såkalte langtidsanalyser måtte betrakte alle produksjonsfaktorene som variable ved studiet av den optimale tilpasning av produksjonen. Skjelningen mellom faste og variable produksjonsfaktorer ut fra et tilpasningssynspunkt er følgelig berettiget bare i det tilfelle en foretar en såkalt korttidsanalyse. En kunne således heller snakke om korttids og langtidsfaktorer i stedet for om faste og variable faktorer.

De faktorer en ovafor har kalt faste, vil på kort sikt fastlegge virksomhetens tekniske kapasitet. Det faste produksjonsutstyret trekker så å si opp en ramme for produksjonsomfanget til enhver tid. Har en først et gitt teknisk anlegg, så vil en bare innenfor visse grenser kunne variere produksjonsomfanget, dersom en forutsetter at produksjonen skal være lønnsom for produsenten. Når en alt har anskaffet et fast produksjonsutstyr, så vil det med andre ord begrense mulighetene til senere innen en kort frist å redusere den tekniske kapasiteten - om dette skulle vise seg å være økonomisk fordelaktig. Det vil som regel bare kunne skje ved at forholdsvis store kostnader påføres produsenten. (Disse omstendigheter ved det faste produksjonsutstyret karakteriseres ved at de ulike faste produksjonsfaktorene kjennetegnes som mer eller mindre irreversible). Utvidelse av en virksomhets tekniske kapasitet kan likeledes komme i stand først etter en tids anleggsvirksomhet og nybygging.

Vil en imidlertid gå nærmere inn på de problemer som berøres ved en betraktning over faste og variable produksjonsfaktorer, blir en nødt til å se den produktive virksomheten i et tidsperspektiv. En må med andre ord anlegge dynamiske betraktningsmåter. Og i stedet for da å snakke om faste og variable produksjonsfaktorer, kan en snakke om varige og ikke-varige produksjonsfaktorer.

De varige produksjonsfaktorene omfatter realkapitalgjenstander som benyttes i produksjonsprosessen i flere produksjonsperioder på rad, mens de ikke-varige produksjonsfaktorene "brukes opp" i produksjonen når de settes inn i prosessen. Som eksempler på varige produksjonsfaktorer kan nevnes bygninger, maskiner og redskaper, og som eksempler på ikke-varige produksjonsfaktorer kan en nevne bensin til traktorkjøring, såkornet, kunstgjødsla, høy og kraftfôr i husdyrproduksjonen, o.s.v. Ofte snakker en i denne forbindelse også om fast og flytende realkapital.

En skal ikke i denne sammenheng ta opp til drøfting de produksjonsteoretiske problemer som har tilknytning til anvendelsen og produksjonen

av de varige produksjonsfaktorene. Disse problemer vil bli behandlet i en framstilling av den dynamiske produksjonsteorien.

-----

En har tidligere under dette punkt behandlet en klassifisering av produksjonsfaktorene i faste og variable som kommer til anvendelse ved korttids- tilpasningsanalyser. Ved slike analyser blir som nevnt de faste faktorene ikke trukket eksplisitt inn i analysen. En skal imidlertid framheve at ved andre problemstillinger vil en måtte spesifisere det faste kapitalutstyrets stilling i produksjonsprosessen sjøl om en anlegger en statistisk betraktningmåte. Det gjelder f.eks. når en skal forsøke å estimere produktfunksjoner av bestemte typer. Eksempelvis må den faste realkapitalens medvirkning i produksjonen komme eksplisitt til uttrykk når en skal estimere en "produktfunksjon" for en hel produksjonssektor. Måten en i et slikt tilfelle skal uttrykke det faste realkapitalutstyrets innvirkning på produksjonsresultatet på - ved f.eks. "kapitalslitet" eller ved "realkapitalbeholdningen" - er et spørsmål som dels kan avhenge av mange konkrete omstendigheter og dels av analysens endelige formål. Dette spørsmålet skal en komme tilbake til i en annen sammenheng. Det en her ønsker å framheve er at de produksjonsfaktorer som ovafor er kalt faste, vil måtte behandles ekspisitt i en rekke statiske, produksjonsteoretiske analyser.

-----

En skal til slutt i dette punkt gjøre merksam på at en også snakker om faste og variable produksjonsfaktorer når en f.eks. skal beskrive en produktfunksjon ved å foreta partielle variasjoner -d.v.s. når en skal beskrive hvordan produktmengden varierer som følge av at én bestemt produksjonsfaktor varierer mens de andre faktorer holdes konstante.

#### 1.5.4. Sposielle og generelle faktorer.

Ut fra et kostnadsfordelingssynspunkt kan det være av stor interesse å vite i hvilken bestemt produktenhet en bestemt faktorenhet er inkorporert. En slik opplysning vil være helt nødvendig når en f.eks. skal beregne hva det nøyaktig har kostet å produsere en bestemt produkt-enhet. Ved en rekke produktive virksomheter er det forholdsvis lett å registrere hvordan de bestemte enheter av de forskjellige produksjons-innsatser fordeler seg på de bestemte enheter av de ulike produkter. Eksempelvis kunne en nevne en virksomhet som husbygging. Her er det relativt lett å holde rede på hvilke bestemte materialer som er brukt ved byggingen av et bestemt hus.

I de tilfelle hvor en kan assosiere de enkelte enheter av de ulike innsatselementer med en bestemt produktenhet, taler en om spesialfaktorer. Mer generelt kunne en snakke om "spesialfaktorer" i alle de tilfelle hvor en etter et eller annet prinsipp kan klassifisere produksjonsinnsatsene

etter deres stilling i produksjonsprosessen. Det kunne f.eks. være etter det sted i bedriften hvor produksjonsfaktoren settes inn. En gruppering av produksjonsinnsatsene på produksjonssteder er vanlig brukt ved kostnadsanalyser.

Dersom en faktorinnsats må betraktes som å gjelde produksjonsprosessen tatt som helhet, snakker en om generalfaktorer. En bedrifts administrasjon er et eksempel på en slik generalfaktor. Ved sjølkostberegninger og ved en rekke andre kostnadsanalyser reiser slike generalfaktorer mange kompliserte regnskapsproblemer.

#### 1.5.5. Elementærfaktorer og faktorkomplekser.

Som tidligere nevnt vil en i produksjonsteoretiske analyser bare kunne trekke inn faktorer som i prinsippet er målbare. Dette kravet betinger at en definerer produkt- og faktorelementene tilstrekkelig til at de kan "identifiseres" med kvantitativt målbare størrelser. Og i de tilfelle at en skal prøve teorien på observerte data, må en også ha en detaljert plan for hvordan en skal måle de spesifiserte størrelsene som analysen omfatter. Slike statistiske observasjoner av de variable, forutsetter bl.a. at alle de variable har sin bestemte benevnning.

I praksis vil ofte den statistiske måling av de teoretiske variable reise mange vanskelige målingsproblemer. Og ofte kan en se at slike målingsproblemer blir "løst" på den måten at en bruker tall som ikke helt svarer til den teoretiske modellen en har. En slik "løsning" er åpenbart nokså utilfredsstillende. For å kunne trekke noen holdbare konklusjoner er det en nødvendig forutsetning at de "observerte variable" svarer helt til de "teoretiske variable". Denne forutsetning berører forøvrig også et nokså fundamentalt krav som stilles til vitenskapelig forskning; nemlig kravet om at de statistiske observasjoner må utføres på grunnlag av en teoretisk modell. Uten at en først ved en teoretisk modell har klarlagt hva en ønsker svar på, vil en statistisk innsamling av tallmateriale kunne vise seg å være helt verdiløs fra et vitenskapelig synspunkt.

I de tilfelle en ønsker å gjennomføre en teoretisk analyse uten å anvende teorien på et observert tallmateriale, kan en nøye seg med å forutsette at de praktiske målingsproblemene er løst. Ved slike analyser er det tilstrekkelig at de spesifiserte variable kan tenkes målt slik og slik. Men også i slike tilfelle bør en utforme de anvendte mengdebegreper slik at de i prinsippet gjør det mulig å bestemme de numeriske lovmessigheter som teorien opererer med, dersom de tenkte statistiske målingene kunne utføres.

Ved teoretiske analyser av enkle produksjonsprosesser kan det være mulig å spesifisere faktorene så detaljert at "mengdene" av dem uten

prinsipielle vansker kan måles i tekniske måleenheter som meter, timer, kilo eller andre tekniske måleenheter som er avledet av disse. Produksjonsfaktorer som kan gis en benevning fra det tekniske målesystem, kalles elementærfaktorer. Og analyser som bare inkluderer slike elementærfaktorer, kan betraktes som rent tekniske analyser. Men forat analysen skal kunne sies å være gjennomført på et rent teknisk grunnlag, er det ofte ikke tilstrekkelig å nøye seg bare med "kvantitative" definisjoner. Først når kvaliteten også er omstendelig beskrevet, vil "faktormengden" være utvetydig angitt.

I mange teoretiske analyser opererer en imidlertid med produksjonsfaktorer som representerer en sammenslåing av en rekke innsatselementer. En taler da om faktorkomplekser i motsetning til elementærfaktorer. En slik sammenslåing av de enkelte innsatselementer er en åpenbar nødvendighet for å kunne gjennomføre en teoretisk analyse med utgangspunkt i bestemte problemstillinger. Ved såkalte makro-analyser hvor en skal studere produksjonsvirksomheten i f.eks. en hel produksjonssektor, blir en nødt til å gå til nokså drastiske sammenslåinger av de uttallige produktive innsatsene for å kunne få et håndterbart antall produksjonsfaktorer. Og dess færre faktorkomplekser en kan operere med dess enklere vil analysen bli.

Det er også mulig på et rent teknisk grunnlag å slå flere elementærfaktorer sammen slik at faktorkomplekset som framkommer kan betraktes som én produksjonsfaktor som kan måles i tekniske enheter. Det er tilfelle når elementærfaktorene enten er fullstendige ekvivalensfaktorer eller når de er fullstendige sankoblingsfaktorer.

Med ekvivalensfaktorer menes i denne sammenheng faktorer hvor det er mulig å slå faktorene sammen på grunnlag av faste omregningstall (ekvivalenstall) som gir uttrykk for faktorenes likeverdighet i en viss forstand. Den faktormengden en på den måten kommer fram til, vil da kunne måles i tekniske enheter. Som et eksempel på ekvivalensfaktorer kunne en nevne antrasitt og brunkull - forutsatt at det er varmeeffekten en er interessert i å finne et uttrykk for. Gir ett kg antrasitt en varmeutvikling på f.eks.  $\alpha_1$  kalorier og ett kg brunkull en varmeutvikling på  $\alpha_2$  kalorier, så kan en slå sammen disse innsatselementene til én produksjonsfaktor slik:

$$V_0 = \alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2$$

der:  $V_0$  uttrykker antall kalorier og  $V_1$  og  $V_2$  angir mengdene av henholdsvis antrasitt og brunkull i kg. En slik sammenslåing vil kunne gjøres i alle

de tilfelle hvor elementærfaktorene, og forutsatt at en bare er interessert i den egen- skap som er uttrykt ved de respektive ekvivalenstall.

Det andre tilfellet hvor en sammenslåing av elementærfaktorer på et teknisk grunnlag er mulig, er når mengdeforholdet mellom faktorene er bestemt av tekniske grunner. Det vil med andre ord si når en har sam- koblede faktorer (limitasjonsfaktorer, "skyggefaktorer".) Et eksempel på samkoblede faktorer ville en få ved å betrakte traktorpløging av et bestemt jordstykke. Til å kjøre traktoren trengs det en mann, og denne rent tekniske samkobling av antall anvendte traktortimer og arbeidstimer gjør det mulig på et rent teknisk grunnlag å slå sammen disse to elementær- faktorer til et faktorkompleks som kan måles i tekniske enheter.

I de tilfelle en kan slå sammen elementærfaktorene til faktor- komplekser på slike tekniske premisser, vil den teoretiske analysen frem- deles kunne betraktes som en såkalt teknisk analyse. Men i de fleste tilfelle hvor de spesifiserte produksjonsfaktorene består av faktor- komplekser, skjer sammenslåingen av elementærfaktorene ved en eller annen form for "indeksberegning" hvor prisene utgjør den felles benevningen.

Ved slike analyser opererer en ikke lenger på et teknisk grunnlag, men i disse /tilfelle snakker en om kvasi-tekniske analyser. Makroanalyser vil alltid være av kvasi - teknisk karakter. Ved slike analyser kan en nemlig ikke gå til så detaljerte spesifikasjoner av de ulike innsatselementene at de kan måles i rent tekniske enheter. Og en skal merke seg at dess mer makrobetont en produksjonsteoretisk analyse er, dess mindre vil de begrep- ene som er utviklet i den alminnelige produksjonsteorien kunne gis et "teknisk"innhold.

-----

Under dette punkt har en drøftet hvordan en ut fra kravet om presise "kvantitative" definisjoner av innsatselementene, kan klassifisere produksjonsfaktorene i elementærfaktorer og faktorkomplekser. Og en har i denne sammenheng bl.a. nevnt begrepene ekvivalensfaktorer og samkoblede faktorer. En skal senere komme tilbake til hvordan disse begrepene blir brukt i produksjonsteorien til å karakterisere vesentlige sider ved sjølve produksjonsprosessen. Når det nemlig gjelder produksjonsfaktorenes stilling i produksjonsprosessen, vil den ofte kunne beskrives ved begrepene: substitusjonsfaktorer, ekvivalensfaktorer og samkoblede faktorer (limitasjonsfaktorer). Denne klassifisering av produksjonsfaktorene skal som nevnt bli behandlet i en annen sammenheng.

Spørsmål:

1. Hvilke konkrete omstendigheter kan være av betydning når det gjelder å velge ut hvilke faktorer som skal spesifiseres i en bestemt produksjonsteoretisk analyse?
2. I hvilke henseender kan det sies at de ikke-dirigerbare produksjonsfaktorer står i en særstilling i produksjonen?
3. Ved hvilke problemstillinger skiller en mellom faste og variable produksjonsfaktorer?
4. Nevn eksempler på produksjonsteoretiske analyser hvor en skjelning mellom faste og variable faktorer ikke er relevant?
5. Hva er det karakteristiske ved et varig produksjonsmiddel?
6. Hva er forskjellen på spesialfaktorer og generalfaktorer?
7. Hva er en elementærfaktor?
8. I hvilke tilfelle kan en slå sammen elementærfaktorer til faktorkomplekser på et rent teknisk grunnlag?
9. Hva mener med tekniske og kvasi-tekniske analyser?

## 2. MOMENTANPRODUKSJON. STATISK PRODUKSJONSTEORI.

En skal i dette hovedpunkt bare behandle momentanproduksjon. Det vil si at en forutsetter at en kan se bort fra tidsmomentet ved produksjonen. Videre vil en forutsette bare et enkelt produkt (enkeltproduksjon) og at produksjonsfaktorene er kontinuitetsfaktorer. En kontinuitetsfaktor med den egenskap at tilvekstgraden av produktet m.h.p. en partiell variasjon av vedkommende faktor overalt er en kontinuerlig funksjon av alle faktormengder.

2.1. Tekniske produksjonslover og teknisk nivå.2.1.1. Definisjon av teknisk produktfunksjon.

En produktfunksjon uttrykker sammenhengen mellom produktmengde ( $x$ ) og mengdene av produksjonsfaktorene ( $v_1, v_2, \dots, v_n$ ) i matematisk form.

$$x = f(v_1, \dots, v_n).$$

Om en tar utgangspunkt i en bestemt faktorkombinasjon, vil produksjonsresultatet avhenge av hvordan samvirket mellom faktorene er organisert eller det en kan kalle det tekniske nivå. En og samme innsats av produksjonsfaktorer kan gi varierende produktmengder avhengig av hvor effektivt produksjonen er organisert. En måte å fastlegge en produktfunksjon på, slik at en oppnår en bestemt verdi for produktmengden fra en gitt kombinasjon av produksjonsfaktorene, er å definere funksjonen slik at den uttrykker det maksimale produkt som kan oppnås ved den bestemte faktorkombinasjonen på grunnlag av den foreliggende tekniske viten. Det rent tekniske maksimeringsproblem vil derved bli løst ved selve definisjonen av produktfunksjonen.

Den foreliggende tekniske viten er imidlertid heller ikke noe entydig begrep. Det kan bli snakk om:

1. Vedkommende produsents tekniske viten. Den metode som etter vedkommende produsents tekniske kunnskap gir den største produktmengde for hver bestemt faktorkombinasjon.
2. Den gjennomsnittlige teknikk for produsentene i vedkommende næringssektor.
3. Teknikken til den fremste produsent i vedkommende næringssektor.
4. Samfunnets tekniske viten. Om teknikken defineres i relasjon til samfunnets tekniske viten, vil en få det absolutte maksimum for produktmengde for hver faktorkombinasjon. For landbrukssektoren kan en her tenke på den tekniske viten som ekspertene i de ulike landbruksfag sitter inne med.

## 2.1. s. 2.

Naturtilfeldige faktorer og andre forhold skaper usikkerhetsmomenter i produksjonen. Dette vil en foreløpig se bort fra. En bygger her på hva produsentene regner med å få.

En forutsetter ellers full utnyttelse av de tilsatte produksjonsfaktorer, d.v.s. at faktorene nyttes helt ut selv om de virker destruktivt. Men også ved slike faktorkombinasjoner skal produktfunksjonen uttrykke det maksimale produkt som kan oppnås ved den bestemte faktorkombinasjon. Det vil si at samtidig som "nyttvirkningen" av de ikke destruktive faktorer er størst mulig, skal den destruktive virkning av visse faktorer være så liten som vi kan få den for den bestemte mengde av faktorene og ut fra den tekniske viten som forutsettes.

En får en annen måte å fastlegge en produktfunksjon på ved å utelate forutsetningen foran om full utnyttelse av alle de tilsatte produksjonsfaktorer selv om de virker skadelige. En kommer da i overensstemmelse med den såkalte "minste midlers lov". La oss betrakte figuren nedenfor hvor en bare regner med én produksjonsfaktor og ett produkt.

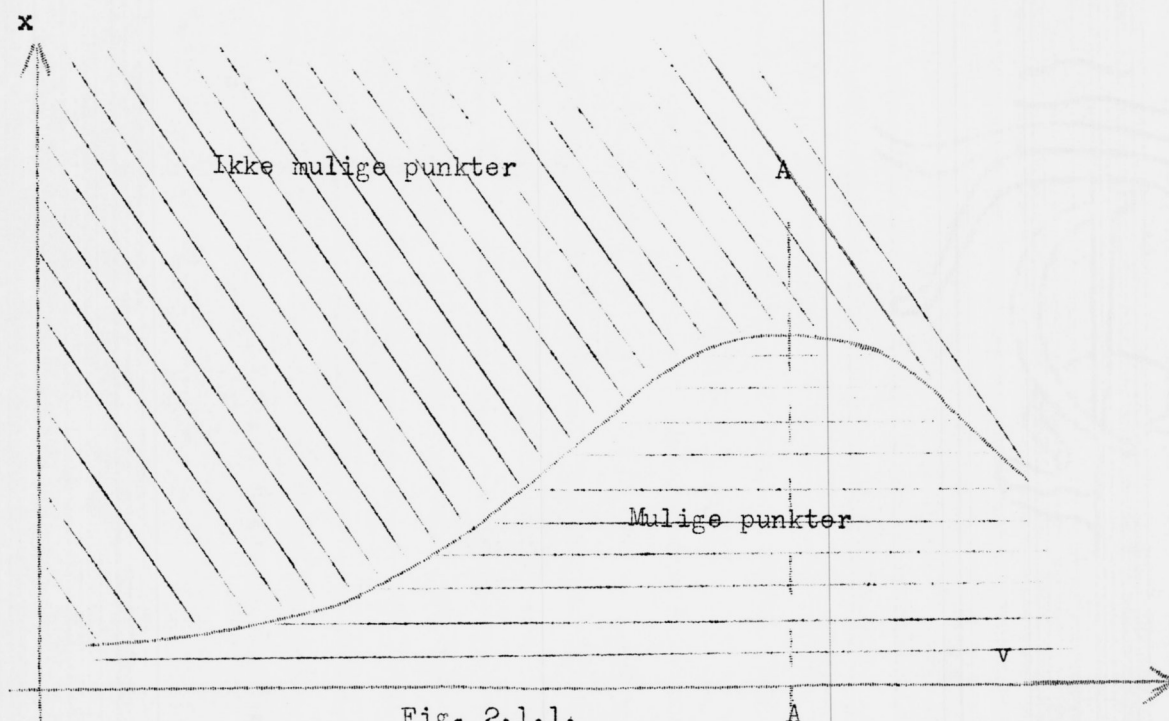


Fig. 2.1.1.

Her kan en skille mellom teknisk mulige og ikke mulige punkter. Blant alle de punkter som er teknisk mulige regner en pr. definisjon bare med de punkter hvor det ikke er mulig å foreta en forskyvning i effektiv retning, slik at produktet kan økes uten å øke innsatsen, eller innsatsen reduseres uten å redusere produktmengden. I figuren representerer den optrukne kurve de punkter hvor en slik forskyvning ikke er mulig og fastlegger en teknisk



produktfunksjon. Et tilsvarende resonnement kan gjennomføres om en regner med flere produksjonsfaktorer. Om en f.eks. regner med to produksjonsfaktorer  $v_1$  og  $v_2$ , vil en forskyvning i effektiv retning si enten å øke produktmengden uten å øke noen av produksjonsfaktorene, eller å minske en av produksjonsfaktorene uten å øke den andre innsatsen og uten å minske produktmengden. På den måten kan en få fastlagt en flate (produktflate) hvor det ikke er mulig å foreta en effektiv forskyvning.

Den tekniske produktfunksjon som er definert som det sett av kombinasjoner hvor det under forutsetning av et gitt teknisk nivå ikke er mulig å gjennomføre en forskyvning i effektiv retning, avgrensar et område i faktordiagrammet innenfor hvilket alle faktorer er ikke skadelige. Dette område, som skal behandles inngående senere, kalles for substitusjonsområdet. Definisjonen avskjærer den nedadgående gren av kurven i fig. 2.1.1. ved linjen A-A.

Det er imidlertid ikke hensiktsmessig å starte en utførlig framstilling av produksjonsteorien med en slik streng definisjon. Ved at en definerer produktfunksjonen slik at den uttrykker det maksimale produkt som kan oppnås ved en bestemt faktorkombinasjon med full utnyttelse av de tilsatte produksjonsfaktorer, selv om de virker skadelige, kan en gi en framstilling som langt klarere viser de ulike områder en kan regne med i en teori for produksjonen. Om en godtar "minste midlers lov" vil ikke tilpassingen i praksis skje utenfor substitusjonsområdet. Likevel kan det gi større teoretisk klarhet å bruke en definisjon av begrepet teknisk produktfunksjon som ikke utelukker en behandling av områdene utenfor dette område.

Den videre behandling av de tekniske produktfunksjoner bygger derfor på følgende forutsetninger.

1. Funksjonen uttrykker det maksimale produkt som kan oppnås ved en bestemt faktorkombinasjon og et bestemt nivå av erfaringer og teknisk viten og innsikt.
2. En forutsetter full utnyttelse av alle de tilsatte produksjonsfaktorer, selv om de virker skadelige.

Disse forutsetninger kan også illustreres ved hjelp av fig. 2.1.1. Fram til linjen A-A fører de to foran nevnte måter å fastlegge en produktfunksjon på sammen. Men ved å bygge på de ovenfor spesifiserte forutsetninger, får en også med den fallende gren av kurven til høyre for linjen A-A. Hele forskjellen på de to måter er at en ved å føre inn den vurdering av forholdet mellom innsats og produktmengde som ligger i "minste midlers lov", avskjærer alle kombinasjoner hvor en produksjonsfaktor (en eller flere av faktorene ved flere faktorer) virker skadelig.

### 2.1.2. Drøfting og prinsipiell definisjon av begrepet konstant teknikk.

En produktfunksjon må bygge på et bestemt teknisk nivå eller som det ofte uttrykkes, en bestemt teknikk som forutsettes konstant. Uten denne forutsetning ville jo produktfunksjonens forløp komme til å avhenge av hvilket teknisk nivå de ulike innsatser var foretatt under. Men hva skal en legge i det at teknikken er konstant? Definisjonen av teknisk produktfunksjon foran innebærer at den tekniske organisasjon av produksjonen kan variere sammen med at mengden av produksjonsfaktorer og produkt varierer. Den tekniske organisasjon som gir maksimal produktmengde, er nemlig sjelden den samme for ulik størrelse av innsatsen og produktmengden. Det vil f.eks. være stor forskjell i den "beste" organisasjon enten en dyrker kom på 1 dekar eller på 100 dekar. Men det er nødvendig å skille klart mellom en endring i den tekniske organisasjon av produksjonsfaktorene som følger med en endring i produksjonens omfang og en endring i det tekniske nivå. Den første type av endring er en reversibel prosess, den andre type er det ikke. Forutsatt at det tekniske nivå er konstant vil etter en endring av den første type den optimale tekniske organisasjon og den maksimale produktmengde fra en gitt faktorkombinasjon være den samme som før endringen ble foretatt. For enhver kombinasjon av produksjonsfaktorene har en bare én teknisk organisasjon som gir størst mulig produktmengde. En endring i det tekniske nivå vil derimot medføre at den optimale organisasjon og den maksimale produktmengde for en gitt faktorkombinasjon er endret sammenlignet med tidligere.

Hvordan skal en da ut fra det som foran er sagt, gi en presis definisjon av konstant teknikk? Det gjelder å velge en løsning som gjør produksjonsteorien til et best mulig redskap. Dessuten er det viktig å holde seg til en definisjon som er alminnelig vedtatt, slik at helst alle mener det samme med uttrykket konstant teknikk. Terminologien var tidligere varierende. Ytterpunktene har på den ene side vært representert av de som har betraktet en hvilken som helst endring i produksjonsprosessen som en endring i teknikk, og på den annen side av de som har forbundet begrepet "endring i teknikk" med store oppfinnelser, "industrielle revolusjoner" o.l. Mellom disse to yttergrenser har det forekommet en mengde avvikende oppfatninger. Oppfatningene har heller ikke alltid vært klart presisert.

Når en blir stilt overfor den oppgave å definere konstant teknikk, kan det synes nokså nærliggende å ta utgangspunkt i en detaljert beskrivelse

av selve produksjonsmetoden. Arbeidsforskerne i landbruket undersøker som regel sammenhengen mellom arbeidsmengde og produktmengde (arbeidsresultatet målt i arealenheter, vektenheter, lengdeenheter etc.) under en forutsetning om en "konstant arbeidsmetode" som er fastlagt på denne måte. Konstant arbeidsmetode er også i alminnelighet definert slik at det inkluderer et konstant forhold mellom primærfaktorene, eller med andre ord at primærfaktorene ved en økning av arbeidsoppgavens størrelse, og der-med innsatsen av produksjonsfaktorer, varierer proporsjonalt. Dette med proporsjonal variasjon av primærfaktorene er imidlertid en meget streng forutsetning som ikke egner seg som utgangspunkt for en definisjon av konstant teknikk.

Det ville i alle tilfelle være vanskelig gjennom en detaljbeskrivelse av selve produksjonsmetoden å komme fram til en skarp og teoretisk heldig definisjon.

En vil få et langt bedre holdepunkt for å bedømme hva som prinsipielt sett bør betraktes som det vesentlige, ved å tenke over hva som er hovedinnholdet i produksjonsteorien. Hovedinnholdet er utvilsomt den måte som produktmengdene avhenger av faktormengdene på, slik som dette uttrykkes ved produktfunksjonene. Med utgangspunkt i produktfunksjonene ledes en naturlig fram til følgende definisjon: Teknikken er konstant så lenge de funksjonsforhold som uttrykker produktmengdens avhengighet av faktormengdene forblir de samme. Ved assortert eller sammkoplet produksjon er det flere produkter og derfor flere slike funksjonsforhold. For å utdype og presisere definisjonen, skal en nedenfor nærmere avgrense begrepet konstant teknikk ved å se på en del prinsipielt viktige endringer som kan forekomme.

### 2.1.3. Faktorartsendringer.

Ved formuleringen av en produksjonslov vil det gå inn en rekke spesifiserte faktorer. La oss så forutsette at det finner sted en endring i produksjonsprosessen som gjør at listen over disse spesifiserte faktorer må endres. Det foregår altså en overgang fra visse arter av produksjonsfaktorer til andre. Håndkraft kan f.eks. erstattes av mekanisk kraft, eller hele prosessen kan legges om ved at en går over til en ny framstillingsmåte. I slike tilfelle kan en si at det har foregått en faktorartsendring. En slik endring er et eksempel på endret teknikk i produksjonen. Produktfunksjonen blir da en annen ved at de spesifiserte faktorer som går inn ikke lenger er de samme.

Om en endring i produksjonsprosessen av den type som er behandlet ovenfor, skal regnes som en endring i teknikk eller ikke, vil avhenge av hvor sterk spesifiseringen er i den aktuelle analyse, altså av den modell som er brukt. Ved mer makrobetonte analyser av en større sektor vil spesifiseringen nødvendigvis bli langt mindre detaljert enn i en analyse på mikroplanet. En kan f.eks. tenke seg en analyse av produksjonen av et bestemt plante- eller husdyrprodukt på den ene side og en analyse av det samlede produksjonsresultat på en hel gård eller for et distrikt eller for jordbruket som helhet på den annen side. I de sistnevnte tilfeller ville det være naturlig, f.eks. å angi innsatsen av kapital ved det totale kronobeløp investert eller eventuelt det totale kapitalslit i kroner. Kapitalen ville da kunne ha en ulik sammensetning i praksis ved produksjon av ulike produktmengder, f.eks. håndredskap ved små produktmengder og mer fullkomne maskiner etter hvert som produksjonen foregår i større og større målestokk. Hva som skal regnes for en endring i teknikk eller ikke i forbindelse med en endring i produksjonens omfang, vil således avhenge av analysens art i de enkelte tilfeller. Spesifiseringen av faktorene i det enkelte tilfelle angir den "ramme" som bestemmer hva som er faktorartsendringer og dermed endringer i teknikk eller ikke.

Når det gjelder endringer i det tekniske nivå etter som tiden går, er forholdet vanskeligere. Det tekniske nivå har i de siste mannsaldrer endret seg sterkt med tiden og data i form av tidsrekker er derfor dårlig egnet som grunnlag for beregning av produktfunksjoner.

Om en bruker tverrsnittsdata for et enkelt år f.eks. fra bruk av ulike størrelser, kan det også være grunn til å spørre seg selv om ikke i praksis ofte brukernes tekniske nivå varierer med bruksstørrelsen, slik at det tekniske nivå er høyere på de større bruk. Når en i praksis skal beregne produktfunksjoner på grunnlag av data innsamlet fra bedrifter, må derfor spørsmålet om en kan forutsette konstant teknikk nøye overveies. Forholdet er enklere om en kan bygge på materiale fra forsøk.

I takt med den tekniske utvikling har faktorartsendringer vært hyppige. Den tekniske utvikling i jordbruket har vært karakterisert ved nye og forbedrede redskaper og maskiner, nye og foredlede plante- og dyreslag etc., som slåmaskin i stedet for ljå, selvbinder i stedet for sigd, såmaskin i stedet for sålaup osv. Anvendelse av større og kostbare maskiner og redskaper forutsetter imidlertid at de kan brukes på arealer over en viss grense eller med andre ord at produksjonen er av en viss størrelse. Den teknikk som anvendes henger derfor sammen med bruksstørrelsen, organiseringen av maskinsamvirke etc.

Som eksempel på virkningen av faktorartsendringer i planteavlen gjengis følgende data etter KNUT VIK:

Havresortsforsøk på forsøkgarden Vollebekk og 70 spredte felter 1932-1938. Norges Landbrukshøgskoles Åkervekstforsøk, melding nr. 122, 1940 (særtrykk av feldinger fra Norges Landbrukshøgskole, 1940). Avling for de ulike havresortene. Utdrag av tabell 4 i meldingen.

Avling, kg pr. dekar

Sort	Halm	Korn	Lo
Gullregn	406	300	706
Ørn	402	344	746
Gullregn II	406	326	732
Stjerne	389	314	703
Odin	387	306	693
Grenader	387	301	688
Bambu	391	299	690
Seier	399	297	696
Arla	393	293	686
Hvit Odal	412	278	690
Perle	378	278	656
Thor	400	276	676
Kost	487	253	740
Naken havre	438	204	642

Utbyttinga Perle-havre med Ørn-havre, er en faktorartsendring ved produksjonen av havre, som endrer produktresultatet fra 278 kg korn til 344 kg.

Et annet eksempel på faktorartsendring er hentet fra BERDAL og BERNHARDESEN: En vurdering av arbeidsmetoder ved rotveksttynning. Foreløpig melding fra Institutt for Driftslære og Landbruksøkonomi, Landbrukshøgskolen 1946. Tabell 10 i meldingen.

Sammenligning av tynningsmetoder på 13 landbruksskoler.  
(39 personer).

Min. pr. 100 planter				Rel.tall (min.pr.100 planter)			
Hånd- tynning	Kort- hakke tynning	Blokk- hakking m. fin- tynning	Lang- hakke tynning	Hånd- tynning	Kort- hakke tynning	Blokk- hakking m. fin- tynning	Lang- hakke tynning
6,19	6,29	7,07	8,16	100	102	114	132

Dersom en går over fra tynning med langhakke til tynning med korthakke, vil ifølge forsøket, arbeidsforbruket gå ned med 23 %. Dette er en overgang som er karakterisert ved at faktoren "arbeider med langhakke" er erstattet med "arbeider med korthakke".

#### 2.1.4. Produktfunksjonsendringer.

Selv om den spesifiserte fortegnelse over produksjonsfaktorene blir den samme og at det altså brukes samme slags faktorer som før, kan produktfunksjonen bli endret. Dette kan f.eks. skyldes at det interne tekniske samvirke mellom faktorene blir ordnet på en annen måte enn før. Ved rasjonalisering av bedriftsorganisasjonen oppnås ofte slike permanente forbedringer. Det kan f.eks. innsparos noe av den tid den ene arbeider venter på den annen o.s.v. En slik permanent endring i det interne samvirke mellom faktorene kan oppfattes som en overgang fra en produksjonstabell til en annen med samme tabellhode og forspalte. En slik overgang kan betegnes som en produktfunksjonsendring. Det er da de samme variable som går inn i produktfunksjonen, men avhengighetsforholdet mellom produktmengde og faktorinnsats er et annet, en eller flere av koeffisientene foran de variable i produktfunksjonen er endret. Om en betrakter det samlede produksjonsresultat for en gård, vil slike produktfunksjonsendringer hyppig kunne forekomme ved overgang fra en eier til en annen. Og personlig dyktighet til å lede bedriften vil nemlig i alminnelighet variere sterkt. Faktorartsendringer og produktfunksjonsendringer betyr en "sprenging" av de tidligere produktfunksjoner. Ved rasjonaliseringstiltak skapes slike endringer i teknikken som betyr en overgang til nye produktfunksjoner. Det er klart at faktorartsendringer vil være mer alminnelig dess sterkere spesifisering en har av produksjonsfaktorene. Dersom en må nøye seg med faktorkomplekser som bygger på en sterk aggregering, blir det i alminnelighet produktfunksjonsendringer det kan bli tale om.

Hva en skal legge i at det har skjedd en produktfunksjonsendring, er et spørsmål som må vurderes ut fra et sannsynlighetsteoretisk grunnlag. En kan f.eks. spørre hvor mye må koeffisientene i en produktfunksjon avvike fra et annet tilfelle før en kan snakke om at det har skjedd en endring i teknikk? Her må en vise til den teoretiske statistikk. På et sannsynlighetsteoretisk grunnlag kan en sette opp visse grenser for hva en skal regne for overgang til ny produktfunksjon og ikke.

I mikro-økonomikken, når en betrakter produksjonen av de enkelte produkter, vil produktfunksjonene først og fremst være dominert av de rent tekniske forhold. Når en kommer over i makro-økonomikken og spesielt når en skal beregne produktfunksjoner for hele næringssektoren som f.eks. jordbruk eller fiske, eller en produktfunksjon for hele samfunnet, blir forholdet et annet. Produktfunksjonen for hele samfunnet vil i sterk grad

også være bestemt av en rekke andre forhold som en kan karakterisere som den organisasjonsform samfunnet har. Om det i teorien regnes med en bestemt produktfunksjon for hele samfunnet, så vil det i denne være inkludert meget mer enn rent tekniske forhold. En har da implisitt også forutsatt noe om organisasjonen av samfunnet. Om en f.eks. ut fra en slik teori analyserer hva som kunne gjøres for å øke produksjonen, må en være klar over at en alt har utelukket viktige muligheter, nemlig endringer i organisasjonsform og derved i selve produktfunksjonen. Med organisasjonsform tenker en her f.eks. på at sektorene ved forskjellige former for samarbeid kanskje kunne yte større samlet produksjon uten å øke innsats-elementene. Produksjonen kunne kanskje økes ved at bedrifter som alle produserer en rekke nødvendige hjelpestoffer selv, gjennom samarbeid spesialiserte seg på noen få av dem. Det samme kunne kanskje oppnås ved samarbeid om transportordninger, ved sammenslåing av forskningskontorer etc. Permanente endringer i organisasjonen er altså av større betydning dessmer makrobotont analysen er.

Ved å ta utgangspunkt i begrepene struktur og modell kan en foreta et annet skille mellom to typer av endringer i teknikk. Ved en struktur menes kombinasjonen av et spesifikt sett av strukturligninger (eller en enkelt ligning som ved en produktfunksjon) med gitte spesifikke numeriske verdier på parametrene og en spesiell fordelingsfunksjon for de tilfeldige forstyrrelser. Med en modell menes bare en spesifisering av formen på strukturligningene (f.eks. at de er lineære), en påvisning av hvilke variable som opptrer i hver ligning og av den klasse av funksjoner som fordelingsfunksjonen for de tilfeldige forstyrrelser tilhører. Ved faktorartsendringer må modellen endres. Listen over de variable blir da en annen. Modellen må også endres om en mener produktfunksjonen har fått en annen form f.eks. har gått over fra å være lineær til å være krum. Ved vurdering av hva som er den riktige modell kommer inn et visst subjektivt element. Endringer i strukturen vil si at de numeriske verdier på parametrene er endret sammenlignet med et annet tilfelle.

#### 2.1.5. Endringer i faktormengdene under konstant produktfunksjon.

At produktfunksjonen er konstant vil si at til en bestemt faktorkombinasjon svarer det nå under hele resonnementet, én ganske bestemt produktmengde. Det at produktfunksjonen er konstant forutsetter imidlertid ikke nødvendigvis at den interne organisasjon er uendret under hele

resonnementet, heller ikke at de enkelte håndgrep og prosesser alltid blir utført på samme vis. Den utelukker ikke engang en viss spesialisering av arbeidet. Poenget er at enhver slik endring skal foregå i takt med en eventuell endring i den kvantitative faktorkombinasjon. Til enhver faktorkombinasjon skal det altså under hele resonnementet svare en ganske bestemt form for den interne organisasjon. Om det forekommer organisasjonsendringer, skal det altså være endringer av provisorisk art, i motsetning til de under punkt 2.1.4. nevnte organisasjonsendringer som er av permanent art. Dersom en viss endring av faktorkombinasjonen medfører en viss endring i faktorenes indre organisasjon, må denne endring for at den skal være av den type vi nå snakker om, opphøre så snart en går tilbake til den opprinnelige kvantitative faktorkombinasjon.

La oss eksempelvis forutsette at produksjonen på en gård kan økes ved å øke arbeiderantallet. Samtidig blir det da mulig å spesialisere arbeidet mellom arbeiderne. Om denne spesialisering faller bort dersom arbeiderantallet går tilbake til det opprinnelige og produksjonen nedsettes, så har den foretatte endring i produksjonsprosessen vært av typen faktormengdeendring under konstant produktfunksjon. Hvis derimot en økning av arbeidsmengden nok leder til en spesialisering, men ikke omvendt en nedsettelse igjen leder til opphevelse av spesialiseringen, har en endring av den type som ble behandlet under punkt 2.1.4. Og dersom spesialiseringen går så vidt at en får en helt ny slags spesialarbeidere, f.eks. traktorkjørere i landbruket, så har en endring av den type som ble behandlet under punkt 2.1.3.

Begrepet konstant teknikk og dets motsetning den foranderlige teknikk har historisk spilt en viss rolle i produksjonsteorien, særlig i forbindelse med diskusjonene omkring loven om den avtakende utbytteøkning av jorda. Som et argument mot gyldigheten av denne lov ble det henvist til at der i løpet av det 19. århundre slett ikke hadde vært noen nedgang i de avlingsresultater en kunne få av jorda, hverken absolutt sett eller i forhold til innsatsen av kapital og arbeid. Lovens forsvarene har da hevdet at den historiske utvikling ikke beviser noe i denne forbindelse. I de siste 150 år har nemlig teknikken i jordbruket gjennomgått en rivende utvikling. Og det er dette forhold som forklarer de større avlinger. Når en taler om loven om den avtakende utbytteøkning, tenker en derimot på det som vil skje om en ved økt innsats av de øvrige produksjonsfaktorer under konstant teknikk forsøker å presse mer ut av jorda. Innenfor hvert



gitt teknisk stadium vil loven gjelde, men ikke under overgang til stadig høyere teknikk.

Det er meget viktig å være klar over at det er slik loven må tolkes. Misforståelser på dette område har nemlig forekommet helt fram til i dag. Det er ikke mange år siden diskusjonens bølger gikk temmelig høgt i "Norsk Landbruk" om dette spørsmål.

#### 2.1.6. Mål for endringer i teknikk.

(Løsningen av dette punkt kan utsettes til etter punkt 2.4.)

Det er ikke lett å finne noe bestemt mål for den gruppe av endringer som kommer inn under endringer i teknikk. Om en tar utgangspunkt i at teknologien er et middel for å skape størst mulig utbytte i forhold til innsatsen av menneskelig arbeidskraft, må vi vente en sammenheng mellom teknologiske endringer og produktiviteten av arbeidskraften. Produktiviteten av arbeidskraften er i alminnelighet målt som gjennomsnittsproduktiviteten av arbeidskraften. Produktiviteten av arbeidskraften er i alminnelighet målt som gjennomsnittsproduktiviteten, som forholdet mellom produktmengde og innsatsen av arbeidskraft. En hovedvanskelighet i forbindelse med måling av produksjonsutviklingen over tiden, er de store kvalitetsendringer som forekommer. Arbeidsinnsatsen er heller ikke lett å måle. Mannstimer er den mest alminnelige måleenhet, og timer av arbeidere med ulik utdannelse blir oftest uten videre addert.

Et framherskende trekk ved utviklingen har vært den stadige økning i teknikk. Vi øyner ingen øvre grense for den tekniske framgang. Når det gjelder arbeidskraftens utdannelse og dyktighet, må en derimot regne med en slik øvre grense.

En indeks over arbeidskraftens gjennomsnittsproduktivitet kan bare betraktes som et meget grovt mål for hevingen av det tekniske nivå. Den største svakhet ved begrepet som et slikt mål er at det ikke forutsetter noe om konstant innsats av de øvrige produksjonsfaktorer. Ved f.eks. å øke kapitalinnsatsen tilstrekkelig vil i mange tilfelle gjennomsnittsproduktiviteten av arbeidet kunne heves sterkt selv ved uendret teknikk etter vår tidligere definisjon. Dette forhold gjør også gjennomsnittsproduktiviteten uegnet som grunnlag for å sammenligne effektiviteten i ulike næringer.

Om en tenker seg en framstilling av en produktkurve i planet slik som i fig. 2.1.1., vil en endring i teknikk gi seg uttrykk ved at kurven som uttrykker det maksimale produkt som kan oppnås ved en bestemt faktorkombinasjon vil bli liggende høyere enn før. I figuren er regnet bare med én produksjonsfaktor og ett produkt. Men vi kan bruke akkurat samme framstilling om vi tenker oss flere faktorer og at bare den ene varierer mens de andre holdes konstante på et bestemt nivå. Men kurvens høyde i planet vil da også avhenge av det faste nivå for de øvrige faktorer. Om en skal måle effektivitetsøkningen over tiden, har i alminnelighet nivået for de øvrige faktorer endret seg sterkt. Om en f.eks. ser på økningen av arbeidsproduktiviteten i jordbruket over de par siste mannsaldre, skyldes denne til dels økt innsats av de øvrige produksjonsfaktorer i forhold til antall arbeidere og dels en heving av det tekniske nivå.

I sin bok "The economic organization of agriculture" har Theodore W. Schultz forsøkt å beregne effektivitetsøkningen i det amerikanske jordbruk fra 1910 til 1950. Den totale produksjonsøkning i U.S.A.'s jordbruk har i dette tidsrom vært 75 %. Schultz tar utgangspunkt i at produksjonsøkningen skyldes 1) økt innsats av produksjonsfaktorer 2) en heving av det tekniske nivå som i betydelig grad har økt produksjonsmengden pr. enhet av innsats. Han konstruerte først en indeks over utviklingen i den totale innsats. Når han som vektor ved beregning av denne indeks brukte prisene i 1946-48, fant han en økning av innsatsen på 14 %. Indeksen for produksjonsmengden for 1950 var altså 175 og for innsatsen 114. Ved å dividere disse to indekstall med hverandre og multiplisere med 100 fås et indekstall på 154 som gir uttrykk for økningen av produksjonen pr. enhet innsats. Pr. enhet innsats var altså produktmengden 54 % større i 1950 enn i 1910. Dette gir en gjennomsnittlig økning på 1,35 % pr. år. Han tar dette tall som et mål for forbedringen i teknikk. Forutsatt at indeksen for innsatsen kan beregnes med tilstrekkelig grad av sikkerhet er dette utvilsomt et langt bedre mål for effektivitetsøkningen enn om en bare hadde betraktet den totale produksjon i forhold til arbeidsinnsatsen. Realiteten i Schultz's beregning kan illustreres ved hjelp av figur 2.1.1. En tenker seg at en ved aggregering (indeksberegning) har fått slått alle de ulike produksjonsfaktorer sammen til én faktor og alle de ulike produkter til ett produkt. Videre betrakter en den gjennomsnittlige produktmengde pr. enhet av innsats. Innsatsen er større i 1950 enn i 1910, en befinner seg med andre ord lenger til høyre i diagrammet i 1950 enn i 1910. Totalproduktkurvens (mulighetskurvens)

form vil derved virke inn. La oss først forutsette at de høgere kurver ved heving av teknikken har sammø form som kurven i 1910 i den forstand at kurven for 1910 bare blir parallellforskjøvet oppover. Bare under forutsetning om at produktmengden i det betraktede område øker proporsjonalt med innsatsen (pari-passu-lov) ville Schultz's beregning gitt et riktig resultat. Om en tenker seg indeksen for innsats og produktmengde på aksene med basis i mengdene 1910, ville da totalproduktkurvene over det betraktede område være rette linjer med  $45^\circ$  vinkel med aksene. Om en tenker seg en kurve av formen i fig. 2.1.1. og at en i hele tidsrommet har befunnet seg i et område hvor kurven for gjennomsnittsproduktiviteten er fallende, vil Schultz's beregning undervurdere effektivitetsøkningen idet den økte innsats under forutsetning av uendret teknikk ville ha senket produktmengden pr. enhet av innsats. En del av effektivitetsøkningen har således gått til å erstatte nedgangen i produktmengden pr. enhet av innsats på grunn av økningen i innsatsen. (Se punkt 2.3. om formen på gjennomsnittsproduktivitetskurven og det område som tilpassingen vil skje innenfor). Sløyfer en forutsetningen om at produktkurvens form har vært uendret i perioden, blir det mindre en kan slutte av en beregning som resultat av Schultz. Ved store faktorartsendringer (innsats av helt nye faktorer) er det jo godt mulig at de nye produktkurver har en vesentlig annen form. Det kan til og med tenkes at den nye totalproduktkurven for 1950 for samme innsats som i 1910 kan få tiltakende istedenfor avtakende stigning. (Derimot må en regne med at kurven har avtakende stigning i det punkt den aktuelle tilpassing skjer). En vil da kunne få temmelig forskjellige resultater etter som en sammenligner effektivitetsøkningen ut fra innsatsnivået i 1910 eller ut fra nivået i 1950.

Fig. 2.1.2. nedenfor illustrerer dette. En ville få et sikrere resultat om en kunne foreta sammenligningen for et bestemt punkt på kurvene f.eks. i det punkt hvor den gjennomsnittlige produktmengde pr. enhet var størst for begge år. Men dette forutsetter at en kjenner produktfunksjonene for de to år.

Indeks for produktmengde.

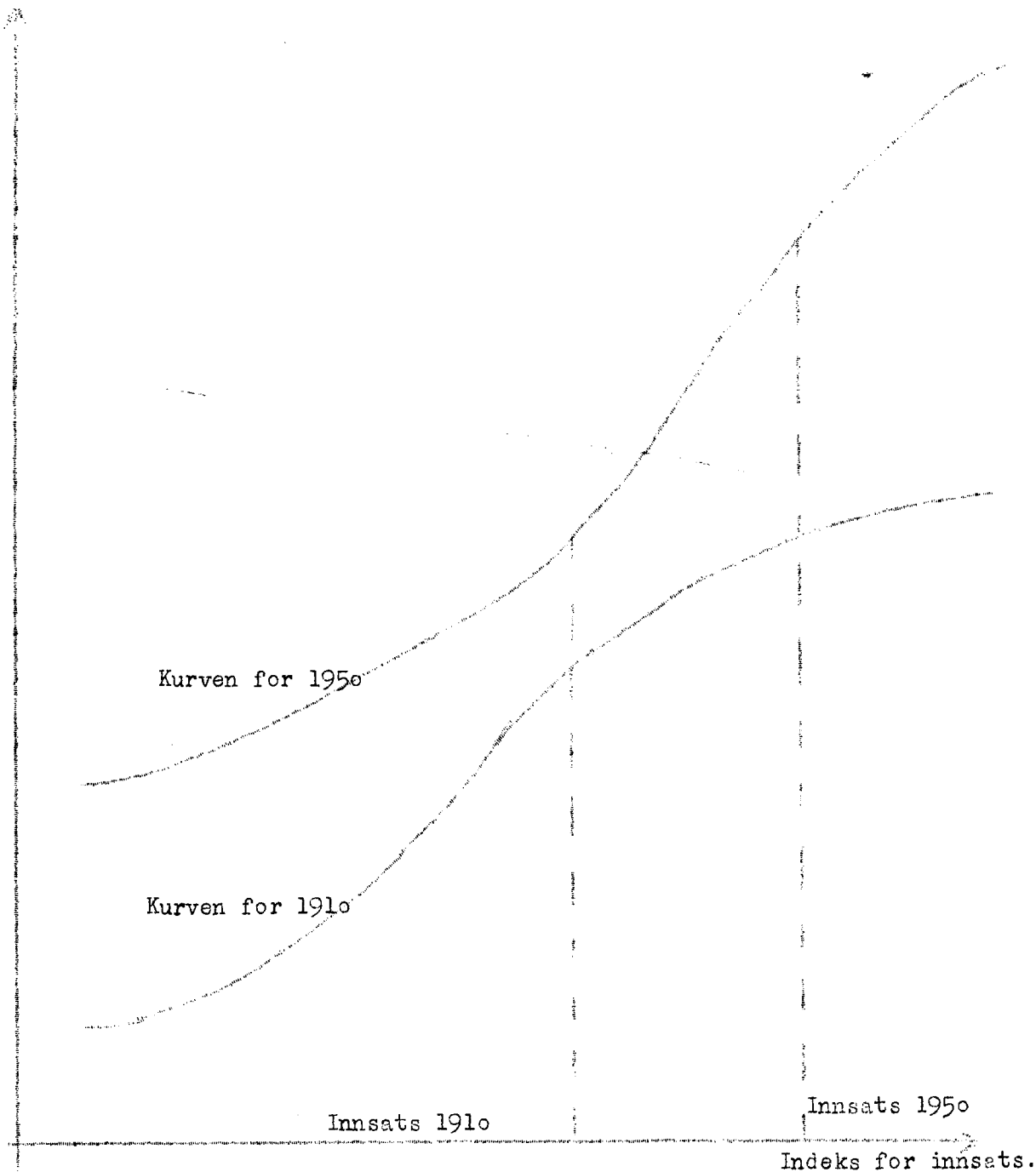


Fig. 2.1.2. Hevning av det tekniske nivå med produktkurver av en annen form til følge.  
 Forskjellig prisutvikling for de ulike produksjonsfaktorer og produkter innbyrdes vil gjøre at en vil få ulike indekser og ulikt resultat alt etter hvilket år en velger prisene som vektgrunnlag fra. Virkningen av den ulike prisutvikling for produksjonsfaktorerene innbyrdes er illustrert av Schultz som har foretatt beregninger over økningen av innsatsen ut fra

ulike beregningsgrunnlag. Laspeyres' og Paasche's formler med prisene henholdsvis i utgangsåret og sammenligningsåret, vil her gi to ytterpunkter (se avsnittet om indekst teori i prislæren.) Prisene i sammenligningsåret (1950) som vekter (Paasches formel) vil gi den nedre yttergrense, og prisene i utgangsåret (1910) som vekter (Laspeyres's formel) vil gi den øvre grense. Tilsvarende forhold gjelder for indeksen for produktmengden, men dette har ikke Schultz gått inn på.

Ved beregninger som foretatt av Schultz om effektivitetsutviklingen for jordbruket som helhet, vil ved siden av forhold som bedre såvarer og planteslag, bedre husdyr, bedre maskiner etc. også forhold som økning av bruksstørrelsen, bedre fordeling av ressursene på ulike driftsgrener innen den enkelte gård, bedre fordeling av ressursene mellom gårder og jordbruksområder etc.- altså framskritt hos jordbrukerne når det gjelder den økonomiske tilpassing - virke inn.

Det blir således noe forskjellig innhold i begrepet høyere teknikk eller høyere effektivitet som det også kan uttrykkes alt etter om en betrakter en enkelt gård eller jordbrukssektoren som helhet. En mer hensiktsmessig bruksstruktur blir et sentralt punkt når en betrakter jordbrukssektoren. En kan trekke følgende konklusjon av gjennomgåelsen foran:

Endring i teknikk eller effektivitet kan teknisk sett måles ved å sammenligne størrelsene av det maksimale produkt som kan oppnås for en bestemt faktorkombinasjon. Effektivitet er således ikke et absolutt mål. En kan ikke si at en bestemt produksjon på en bestemt tid og på et bestemt sted har den og den effektivitet. Men en kan si om den er mer eller mindre effektiv enn samme produksjon på en annen tid eller et annet sted eller generelt mer eller mindre effektiv enn samme produksjon i andre tilfeller. En har således ikke noe absolutt mål for det tekniske nivå eller for effektiviteten. Sammenligning av effektivitet er en sammenligning av produktkurvenes eller produktflatens høyde over planet. Skal en sammenligne bare et enkelt punkt på hver kurve (eller flate) bør begge punkter referere seg til samme faktorkombinasjon. Om punktene refererer seg til ulike faktorkombinasjoner må en gjøre ytterligere forutsetninger om produktfunksjonene om sammenligningen skal kunne gi et entydig resultat.

Litteratur.

- Frisch, Ragnar: Innledning til produksjonsteorien.  
7. utg. Første hefte. Oslo 1946, pp. 43-47.
- Carlson, Sune: A study on the pure theory of production.  
London 1939. pp. 14-16.
- The Netherlands Economic Institute: Input-output relations.  
Leiden 1953. pp. 33-53.
- Heady, Earl: Economics of agricultural production and resource use.  
New York 1952. pp. 32-33.
- Samuelson, P.A.: Foundations of economic analysis.  
Harvard University Press 1948. pp. 57-59.
- Schultz, Th.W.: The economic organization of agriculture.  
New York 1953. pp. 99-124.
- Meddelanden från ekonomiska institutionerna, Kungl. Lantbrukshögskolan,  
Uppsala 7. Aug. 1953.  
"Produktivitet och produktivitetsberäkningar inom  
jordbruket",  
av Joosep Nõu og Olof Nilsson.

Spørsmål.

1. Hvordan kan en definere en teknisk produktfunksjon ?
  2. Hvordan kan en definere begrepet konstant teknikk ?
  3. Hva menes med faktorartsendringer ?
  4. Hva menes med produktfunksjonsendringer ?
  5. Hvilken rolle spiller begrepet konstant teknikk i forbindelse med diskusjonen omkring loven om den øvtakende utbytteøkning av jorda ?
  6. Hvordan kan en tenke seg å måle endringene i teknikk ?
-

2.2. Måter å beskrive en produktfunksjon på.2.2.1. Alminnelig oversikt.

En skal betrakte en momentan produksjon hvor det framstilles bare et enkelt produkt og hvor både faktormengdene og produktmengden kan måles i tekniske enheter. Videre forutsettes at teknikken er konstant under de betraktede variasjoner i faktormengdene. De måter en produksjonslov kan beskrives på kan inndeles i følgende grupper:

## A. Matematisk.

1. Symbolsk.
2. Ved beregnede produktfunksjoner.
3. Numerisk ved produkt-tabeller.

## B. Grafisk.

1. Produktflate.
2. Produktkurveskare.
3. Isokvanter.

Disse ulike måtene til å framstille eller anskueliggjøre en produksjonslov på har det til felles at de gjør det mulig ikke bare å studere hva som foregår når én faktor varierer om gangen. De gjør det mulig å studere en simultan variasjon ): en samtidig variasjon i flere faktorer. Dette er av stor betydning, for produksjonsproblemet kan ikke løses ved stadig bare å se på variasjonen i en enkelt faktor. Om vi har 3 faktorer kan vi ikke se det som 3 atskilte problemer ved at én faktor varierer om gangen. Vi må se det som ett helhetsproblem og studere hva som skjer når alle 3 faktorer varierer samtidig. De ulike framstillingsmåter er dog ikke like egnet når det gjelder å studere resultatet av samtidig variasjon i flere faktorer. Ved grafisk framstilling når en grensen ved 2 faktorer som varierer (produktflaten). Ved numerisk framstilling har vi samme grense om framstillingen skal skje ved en enkelt tabell. For flere simultant varierende faktorer må vi ty til matematiske funksjoner. Her spiller antall variable prinsipielt ingen rolle, men i praksis må vi likevel begrense oss nokså sterkt for ikke å få et uoverkommelig arbeid.

Ved numerisk framstilling får en for to faktorer en enkelt tabell med hode og forspalte. Skal samme framstillingsmåte benyttes for flere faktorer, må vi holde andre konstante og stille opp nye tabeller for de to når vi vil skifte størrelse på de andre.



Som eksempel på en enkel produkttabell for to faktorer gjengis nedenfor en tabell over resultater ved fôringsforsøk med okser i U.S.A., her gjengitt etter Ragnar Frisch i "Innledning til produksjonsteorien".

Tabell 2.2.1. Eksempel på produkttabell.

Gjennomsnittlig vektøkning (engelske pund) pr okse pr. dag i 138 dager. Gjennomsnitt for 67 bedrifter, Nebraska, U.S.A. 1920-21. Dyrenes begynnelsesvekt gjennomsnittlig 847 eng.pund. (Etter Tolley, Black og Ezekiel: "Input as related to Output in Farm Organization and Cost-of-Production Studies". U.S. Dept. of Agriculture. Bull. No. 1277, sept. 1924. p. 25.)

$v_1$ = maisfôring pr. dyr pr. dag, (eng. pund)	Høyfôring pr. dyr pr. dag (eng.pund) = $v_2$			
	8 pund	12 pund	16 pund	20 pund
10 pund	1,61	1,81	1,98	2,13
15 "	1,96	2,16	2,33	2,48
20 "	2,27	2,47	2,64	2,79
25 "	2,41	2,61	2,78	

Ved en tabell er det bare mulig å gjengi produktfunksjonens størrelse i atskilte punkter. Jo mindre avvikene er mellom de suksessive faktormengder som inngår i tabellen, jo mer detaljert framstilling vil tabellen kunne gi. Men en i egentlig forstand kontinuerlig variasjon kan ikke framstilles på denne måte. Dette kan derimot gjøres ved en grafisk framstilling.

Produktmengdens variasjon i forhold til to faktorer kan grafisk framstilles på tre måter: ved a) produktflater, b) produktkurver og c) isokvanter. Ved produktkurver avsettes mengdene av den ene faktor på den horisontale akse og produktmengden på den vertikale akse. Produktmengden vil da framstilles ved en skare produktkurver, en kurve for hver angitt verdi av den annen faktor. En får her to ulike diagrammer etter hvilken faktor en velger å avsette på den horisontale akse. Tabellen foran over fôringsoksene kan gjengis ved å avsette mengden av mais langs den horisontale akse, og kjøtttilveksten pr. dag langs den vertikale. Dette er gjort i fig. 2.2.1. nedenfor.

$x =$  kjøtttilvekst pr. dyr og dag. (eng. pund)

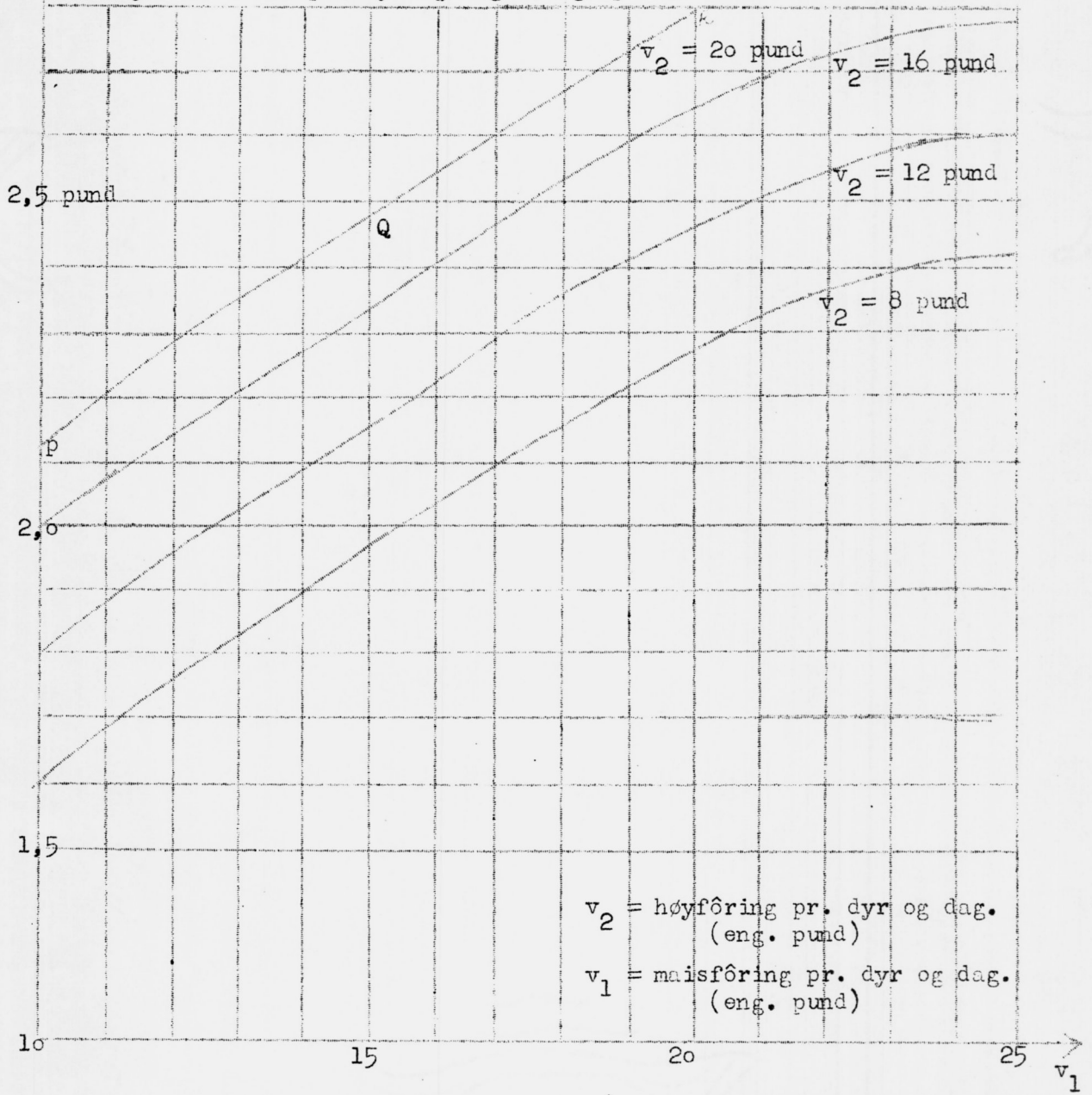


Fig. 2.2.1. Produktkurveskare.

Punktene P, Q og R i fig. 2.2.1. representerer de tre tall i siste kolonne i tabell 2.2.1., altså for høymengden konstant 20 pund pr. dag. En kurve trukket på frihånd gjennom disse tre punkter (eller ved et større antall punkter kunne en legge inn en regresjonslinje ved hjelp av matematisk beregning) vil med en viss tilnærming angi hva tilveksten pr. dag ville blitt om det hadde vært brukt mellomliggende mengder av mais, men den samme høymengde. En kan f.eks. avlese at for en maismengde på 12 pund pr. dag ville tilveksten blitt ca. 2,27 pund pr. dag. På tilsvarende måte kan tegnes opp lurver for de øvrige kolonner i tabell 2.2.1. En får derved en skare produktkurver, og denne kurveskare kan gi et godt uttrykk for karakteren av variasjonen. For mellomliggende størrelser av begge faktorer kan tilveksten tilnærmet finnes ved interpolasjon.

Ved denne framstilling blir ikke faktorene behandlet symmetrisk; den ene måles langs den horisontale akse, mens variasjonen i den andre kommer fram ved at vi går fra en til en annen kurve.

For å få en symmetrisk framstilling kan en ta utgangspunkt i et faktordiagram. Vi har da to faktorer ( $v_1$  og  $v_2$ ), som avsettes langs hver sin akse. For hver kombinasjon av disse i  $v_1v_2$ -planet reiser vi opp en perpendikulær som vi måler produktets størrelse langs. Ved å reise perpendikulærer og merke av produktmengden i hvert enkelt punkt, får vi en rekke punkter i rommet som vi kan tenke oss forbundet med en flate. Denne flate betegnes for produktflaten. Se fig. 2.2.2.

Sjøl om det for prinsippets skyld kan være instruktivt, er det i praksis ofte vanskelig å operere med slike figurer. For å forenkle, nytter en da samme framgangsmåte som ved karttegning at en projiserer ned i  $v_1v_2$ -planet, de kurver som har én og samme høyde over planet. De kurver som vi da får fram (se fig. 2.2.2.) er helt analoge høydekotene på et kart. Vi kaller dem her for isokvanter, og de representerer altså en og samme størrelse på produktmengden ved ulike faktorkombinasjoner.

En isokvant er altså en kurve som er trukket gjennom alle de punkter i faktordiagrammet som representerer samme produktmengde.

Isokvantene kan ha forskjellige former, men to isokvanter vil aldri kunne skjære eller tangere hverandre.

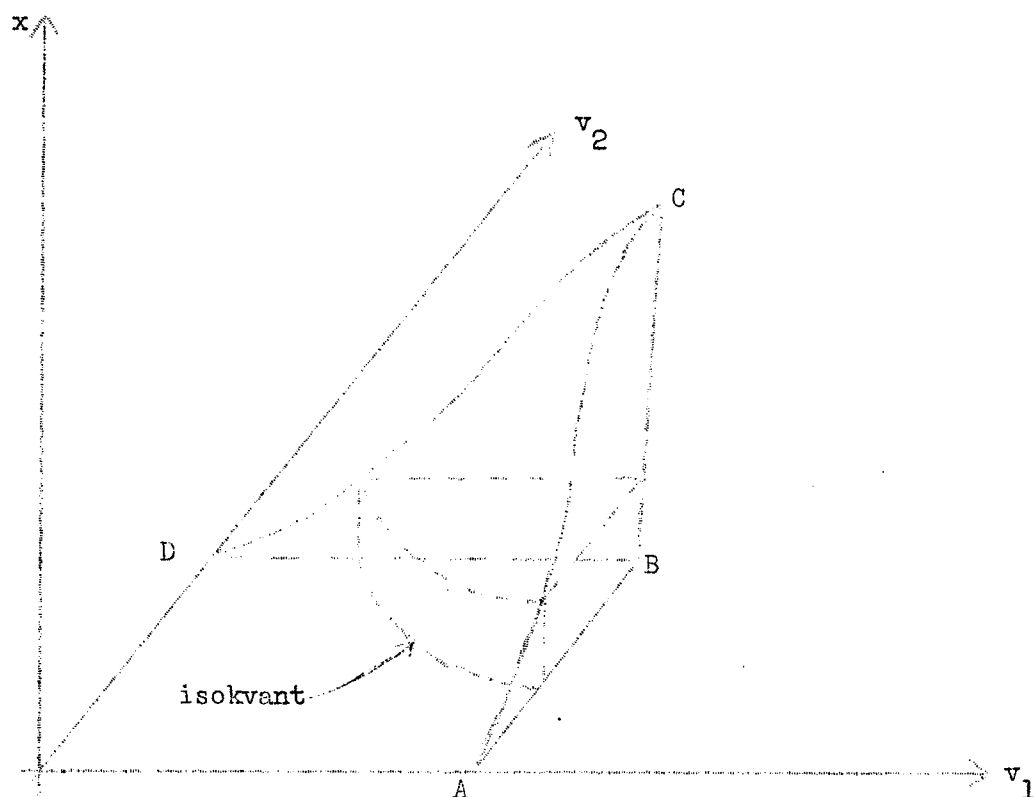


Fig. 2.2.2. Grafisk framstilling av produktflaten.

I fig. 2.2.3. nedenfor er gjengitt isokvantene fra eksemplet med forings-  
aksene foran.

Produktene A og B på den tredje kurve nedenfra representerer f.eks.  
henholdsvis faktorkombinasjonene 16,2 pund mais, 9 pund høy og 12,7 pund  
mais, 11,4 pund høy. Disse to punkter gir en og samme produktmengde og det  
kan derfor trekkes en isokvant gjennom dem. Produktmengden er i begge  
tilfeller 2,1 pund tilvekst pr. dvr og dag. Også mellom isokvantene kan  
det uten større vanskeligheter interpoleres.

Produktkurvene kan også lett avledes av fig. 2.2.2. Om en tenker seg  
produktflaten gjennomskåret ved et snitt loddrett på  $v_1$ -aksen f.eks. ved  
punktet A, vil begrensningsslinjen AC gi en produktkurve som viser hvordan  
produktmengden  $x$  varierer når mengden av  $v_1$  holdes konstant ved A og  
mengden av  $v_2$  varierer.

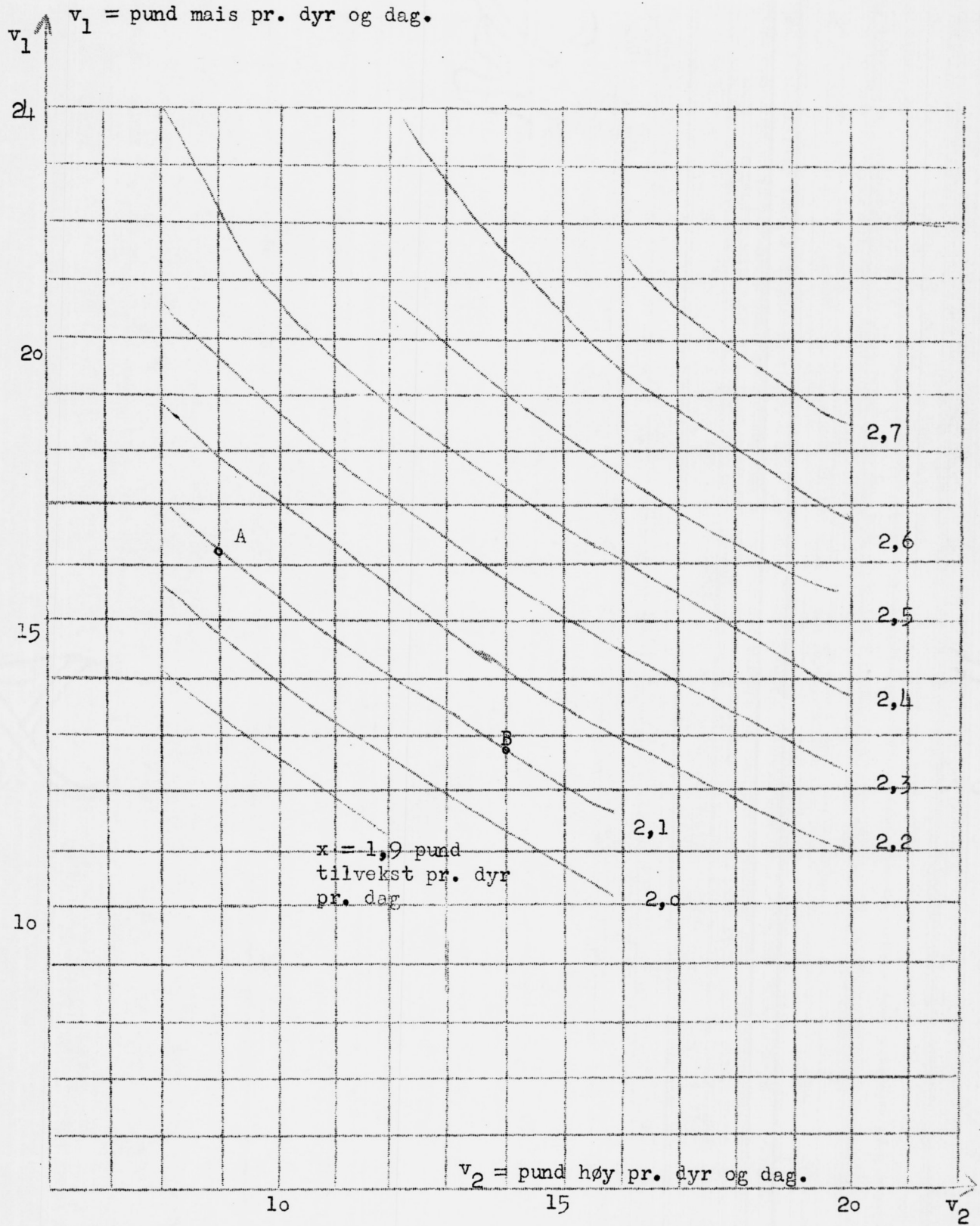


Fig. 2.2.3. Isokvanter i faktordiagrammet. F ringsdata, Nebraska, U.S.A. 1920-21.

2.2.2. Begrepene grenseproduktivitet og gjennomsnittsprduktivitet.

Begrepet grenseproduktivitet ble brukt alt innledningsvis. En skal nå gi en eksakt definisjon av begrepet: Ved enkel momentanproduksjon er grenseproduktiviteten m.h.p. en bestemt faktor, f.eks. nr. i, den partielle tilvekstgrad av produktfunksjonen m.h.p. mengden av denne faktor. Matematisk kan grenseproduktiviteten  $x'_i$  uttrykkes på følgende måte når  $x$  betegner den totale produktmengde:

$$x'_i = \frac{dx}{dv_i}, \text{ eller mer fullstendig}$$

$$x'_i = \frac{dx^{pa.i}}{dv_i^{pa.i}}$$

Grenseproduktiviteten finnes altså ved at en gir vedkommende faktor en liten tilvekst  $dv_i$  og undersøker hvor stor endring en får i produktmengden ved denne tilvekst. Den funne tilvekst i produktmengde (positiv eller negativ) betegnes  $dx$ . Grenseproduktiviteten er da forholdet mellom tilvekst i produktmengden og tilvekst i mengden av vedkommende faktor. Forutsetningen er at  $dv_i$  er liten. Skrivemåten  $dv_i^{pa.i}$ , betegner at det dreier seg om en partiell variasjon i faktoren  $i$ , d.v.s. alle andre faktorer holdes uendret.

Grenseproduktiviteten m.h.p. en viss faktor vil naturligvis ikke være konstant. Den vil avhenge av mengden av samtlige faktorer. Grenseproduktiviteten er, slik den ovenfor er definert, et rent teknisk begrep. En kan også snakke om den økonomiske grenseproduktivitet, grenseproduktiviteten regnet i penger. Dette er den partielle tilvekstgrad av produktets verdisum m.h.p. en endring i verdisummen av en av faktorene. Dette begrep skal drøftes senere i sammenheng med behandlingen av produsentenes økonomiske tilpassing.

En skal nedenfor gi en del eksempler på beregning av grenseproduktiviteter ut fra en produksjonstabell for to faktorer som varierer: avlingens variasjon med varierende arbeidsinnsats ( $v_1$  i arbeidsdager) og med varierende jordareal ( $v_2 =$  antall dekar jord) (her etter professor Ragnar Frisch: "Innledning til produksjonsteorien").

Tab. 2.2.2. Eksempel på produkttabell.

Antall hl. produkt.

Antall arbeidsdager = $v_1$						
= 10	103	113,3	125	138,5	149,9	156
9	102	111,6	122	131,5	138,2	140
8	100	108,6	116	122	124	122
7	97	102	107,5	108,5	108,5	101
6	90	92,2	93,7	93	88	82
5	78	77,8	76,2	72,6	67,5	61
4	61	58	56,2	51,5	47,5	44
3	41	37,8	36,2	33,6	30,8	28
2	22	20,6	19,4	17,3	15,8	14
1	7	6,7	6,3	5,7	5,3	5
	$v_2 = 10$ dekar	$\frac{100}{9} = 11,1$	$\frac{100}{8} = 12,5$	$\frac{100}{7} = 14,28$	$\frac{100}{6} = 16,66$	$\frac{100}{5} = 20$

En kan her f.eks. holde antall arbeidsdager konstant lik 7 og variere jordanvendelsen. Ved overgangen fra  $v_2 = 11,1$  til  $v_2 = 12,5$  er tilveksten i produktet  $107,5 - 102,0 = 5,5$ . Den tilsvarende tilvekst i jordareal er  $12,5 - 11,1 = 1,4$ .

Grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 blir da:

$$x'_2 = \frac{107,5 - 102,0}{12,5 - 11,1} = \frac{5,5}{1,4} = 3,93.$$

Dette er gjennomsnittsstørrelsen av grenseproduktiviteten når  $v_2$  varierer i intervallet fra 11,1 til 12,5 og  $v_1$  holdes konstant lik 7. Da intervallet er relativt lite, kan en ta 3,93 som et tilnærmet uttrykk for grenseproduktiviteten m.h.p.  $v_2$  i punktet  $v_2 = 11,1$ ,  $v_1 = 7$ . En kan også bruke såkalt sentral plasering ved at en tar den beregnede grenseproduktiviteten som et uttrykk for grenseproduktiviteten i et punkt midt mellom 11,1 og 12,5 altså punktet  $v_2 = 11,8$ ,  $v_1 = 7$ . En får likevel bare beregnet den gjennomsnittlige grenseproduktiviteten i området 11,1 - 12,5. Grafisk uttrykkes grenseproduktiviteten ved helningen av produktkurven. To kurver som tangerer hverandre har samme helning i tangeringspunktet. En kan derfor finne grenseproduktiviteten i et punkt på produktkurven ved å beregne helningen på tangenten i punktet. Med utgangspunkt i en produktfunksjon finnes grenseproduktiviteten m.h.p. en bestemt faktor ved å derivere produktfunksjonen m.h.p. vedkommende faktor.

La oss gå ut fra samme punkt ( $v_2 = 11,1$  og  $v_1 = 7$ ) og undersøke grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet). Denne grenseproduktivitet betegner vi  $x'_1$ . Vi skal nå holde  $v_2$  konstant lik 11,1 og øke  $v_1$ . Det gir

$$x'_1 = \frac{108,6 - 102}{8-7} = \frac{6,6}{1} = 6,6.$$

I dette tilfelle er grenseproduktiviteten nettopp lik den absolutte produkttilvekst, fordi tilveksten i vedkommende faktor er lik 1. Det kan være hensiktsmessig å skille mellom begrepene grenseproduktivitet og grenseprodukt. Grenseproduktet er den økningen i produktmengden  $dx$  som en får ved en liten økning på  $dv_i$  i faktoren  $v_i$  mens de øvrige faktorer holdes konstante.

$$dx = x'_i dv_i$$

Dersom økningen av faktoren er lik en enhet vil grenseproduktet og grenseproduktiviteten falle sammen.

På samme måte kan en gå ut fra en hvilken som helst kombinasjon ( $v_1 v_2$ ) i tabell (2.2.2.) og bestemme både grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) og m.h.p. faktor nr. 2 (jorda). Av den foreliggende tabell kan vi derfor avlede to nye tabeller. Den ene tabell vil vise hvorledes grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) varierer når jorda og arbeidet varierer. Den annen tabell vil vise hvorledes grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 (jorda) varierer når jorda og arbeidet varierer. Grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 (jorda) er altså en funksjon av to variable, både av  $v_2$  (jordarealet) og  $v_1$  (arbeidsmengden). På samme måte med grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1. Grenseproduktiviteten m.h.p. arbeidet forandrer seg ikke bare om jorda holdes konstant og arbeidsmengden varierer. Den vil forandre seg selv om arbeidsmengden holdes konstant og kun jorda varierer.

La oss f.eks. holde  $v_1$  (arbeidet) konstant = 8 og undersøke hvorledes grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) varierer når mengden av faktor nr. 2 (jorda) varierer:



Tabell 2.2.3.

Når mengden $v_2$ av faktor nr. 2 (jorda) er lik: ( $v_1 = \text{konstant} = 8$ )	Så er $x_1$ , grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) lik:
10	$\frac{102 - 100}{1} = 2$
11,1	$\frac{111,6 - 108,6}{1} = 3$
12,5	$\frac{122 - 116}{1} = 6$
14,28	$\frac{131,5 - 122}{1} = 9,5$

I tabellen nedenfor er gjengitt de beregnede grenseproduktiviteter m.h.p. arbeidsmengden ( $v_1$ ) når begge faktorene varierer.

Tabell 2.2.4. Grenseproduktivitene m.h.p. faktor  $v_1$  (arbeidet)  $x_1$ .

$v_1$	$v_2$ i dekar					
	10	11,1	12,5	14,28	16,66	20
10 dager	(10,3)	(11,3)	(12,5)	(13,9)	(15,0)	(15,6)
9 "	1,0	1,7	3,0	7,0	11,7	16
8 "	(11,3)	(12,4)	(13,6)	(14,6)	(15,4)	(15,6)
7 "	2,0	3,0	6,0	9,5	14,2	18
6 "	(12,5)	(13,6)	(14,5)	(15,3)	(15,5)	(15,3)
5 "	3,0	6,6	8,5	13,5	15,5	21
4 "	(13,9)	(14,6)	(15,4)	(15,5)	(15,5)	(14,4)
3 "	7,0	9,8	13,8	15,5	20,5	19
2 "	(15,0)	(15,4)	(15,6)	(15,5)	(14,7)	(13,7)
1 "	12,0	14,4	17,5	20,4	20,5	19
10 dager	(15,6)	(15,6)	(15,2)	(14,5)	(13,5)	(12,6)
9 "	17,0	19,8	20,0	21,1	20,0	19
8 "	(15,3)	(14,5)	(14,1)	(12,9)	(11,9)	(11,0)
7 "	20,0	20,2	20,0	17,9	16,7	16
6 "	(13,7)	(12,6)	(12,1)	(11,2)	(10,3)	(9,3)
5 "	19,0	17,2	16,8	16,3	15,0	14
4 "	(11,0)	(10,3)	(9,7)	(8,7)	(7,9)	(7,0)
3 "	15,0	13,9	13,1	11,6	10,5	9
2 "	(7,0)	(6,7)	(6,3)	(5,7)	(5,3)	(5,0)

Tallene i parentes i tabellen er gjennomsnittsproduktivitene med hensyn på faktor  $v_1$ . Denne er m.h.p. faktor nr. i definert som

$$\bar{x}_i = \frac{x}{v_i}$$

Gjennomsnittsprøduktiviteten er således den samlede prøduktmengde dividert på den samlede faktormengde. Den kan avledes av en prøduktkurve ved å dividere den totale prøduktmengde på et hvert punkt med den samlede faktormengde. Det omvendte forhold, altså  $\frac{v_i}{x}$  kalles for fabrikkasjonskoeffisienten. Det uttrykker hvor mye av faktor nr.  $i$  som gjennomsnittlig er inkorporert i hver enhet av prøduktet.

Som det også går fram av tabellen, behøver ikke grenseprøduktivitetene være positive størrelser. De kan også være negative eller null.

Når grenseprøduktiviteten er definert for alle faktorer, kan disse størrelser brukes til å angi den variasjon som vi får i prøduktmengden ved en simultan variasjon i alle faktorer. Ved å differensiere prøduktfunksjonen får en:  $dx = x'_1 dv_1 + x'_2 dv_2 + \dots + x'_n dv_n$  eller kortere

uttrykt:  $dx = \sum_{i=1}^n x'_i dv_i$ . Dette kalles den marginale tilvekstformel.

Ved siden av at vi er interessert i hvordan totalprøduktet varierer med variasjonen i en enkelt faktor (uttrykt ved grenseprøduktivitetene) og hvordan det varierer ved en simultan (samtidig) variasjon i alle faktorer, uttrykt ved ligningen ovenfor, er vi også ofte interessert i om, og i tilfelle hvordan og i hvilken utstrekning de forskjellige faktorer kan erstatte eller substituere hverandre.

La oss igjen betrakte uttrykket

$$dx = x'_1 dv_1 + x'_2 dv_2 + \dots + x'_n dv_n$$

Om vi tar for oss bare to faktorer  $v_1$  og  $v_2$  og lar de andre være konstante (altså  $dv_3 = 0, \dots, dv_n = 0$ ), har vi:

$$dx = x'_1 dv_1 + x'_2 dv_2$$

For å se i hvilket forhold  $v_1$  og  $v_2$  kan erstatte hverandre under forutsetning av konstant prøduktmengde, setter vi  $dx = 0$  og får  $x'_1 dv_1 = x'_2 dv_2$  ):  $\frac{dv_2}{(-dv_1)} = \frac{x'_1}{x'_2}$

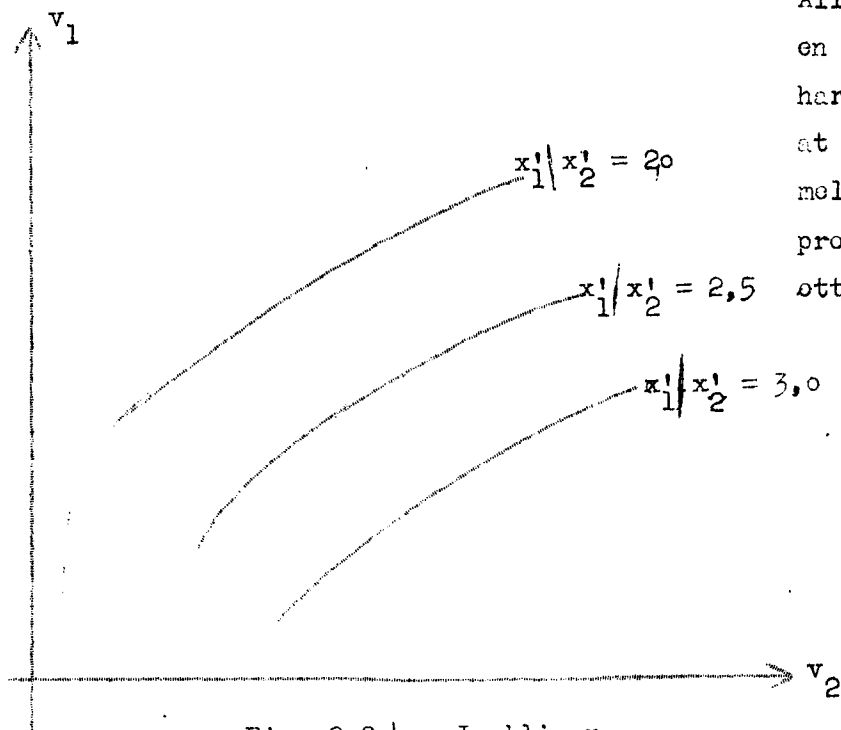
Vi betrakter altså her faktorene på grensen og forholdet mellom grenseprøduktivitetene sier i hvilket teknisk forhold faktorene kan erstatte hverandre under forutsetning av konstant prøduktmengde,

Forholdet  $\frac{x'_1}{x'_2}$  kaller vi substitusjonsbrøken ( forutsatt at grenseprøduktivitetene er kontinuerlige). En faktor som har en positiv grenseprøduktivitet vil vi kalle en effektiv substitusjonsfaktor i vedkommende punkt.

Det vil være av stor betydning å kjenne dette forholdet mellom grenseproduktivitene ved de ulike kombinasjoner av produksjonsfaktorene.

Om prisforholdet mellom faktorene  $\frac{q_1}{q_2}$  er mindre enn  $\frac{x_1^i}{x_2^i}$  ):  $q_1$  relativt billig, så vil det lønne seg å erstatte noe av faktor nr. 2 med mer innsats av faktor nr. 1. Ved en slik substitusjon vil en nemlig spare noe i omkostninger mens en opprettholder samme totalprodukt.

Når det gjelder en endring av produksjonsvolumet vil det være av stor betydning å vite i hvilke punkter i faktordiagrammet de relative grenseproduktiviteter er konstante. Vi finner dem langs kurver som vi kaller isokliner.



Alle punkter på en og samme kurve har det til felles at der er forholdet mellom grenseproduktivitene ett og det samme.

Fig. 2.2.4. Isokliner.

Ligningen for en slik kurve blir:  $\frac{x_1^i(v_1, v_2)}{x_2^i(v_1, v_2)} = \text{konstant}$ . Det er en ligning i to variable ): for en kurve gjennom faktordiagrammet.

Dersom prisene på faktorene holder seg konstant, er det nå klart at en endring av produksjonsvolumet må foregå langs en slik isoklin, nemlig den isoklin som svarer til prisforholdet.

Faktordiagrammet vil i realiteten være fylt med en skare isokliner. Gjennom hvert punkt i diagrammet vil det gå en isoklin.

Ved en bestemt type av produksjonslover (paripassulover), vil en hver isoklin være en rett linje gjennom origo.

### 2.2.3. Produktfunksjoner av pari-passu karakter eller ultra-passum karakter.

Produktfunksjoner som er av en slik form at når en foretar en lik prosentisk økning i alle produksjonsfaktorer så stiger også produktet med samme prosent, sies å følge en pari-passu-lov. Mens når produktet ved proporsjonal faktorvariasjon endrer seg med en annen prosent enn faktorene, sier en at en har en ultra-passumlov.

Særlig når det gjelder de praktiske anvendelser er det viktig å regne med den mulighet at loven kan være ultra-passum. Visstnok vil det ofte være så at om en har en ultra-passumlov i  $n$  faktor - så kan en forklare det ved å påvise at en viss faktor som opprinnelig var utelatt av analysen faktisk har hatt en virkning, og ikke har fulgt med i variasjonene av de  $n$  faktorer. En kan da kanskje gjenopprette lovens passuskarakterer ved å betrakte den som en produksjonslov i  $(n + 1)$  faktorer. Men i mange tilfelle er det bare ved en meget kunstig utforming av faktorbegrepet at dette kan lykkes. Hele spørsmålet reduserer seg da i grunnen bare til at en rent konvensjonelt definerer faktorlistens fullstendighet ved at pari-passu-loven gjelder. Som nevnt tidligere kan i virkeligheten listen over produksjonsfaktorene aldri bli gjort helt uttømmende. Hvor fullstendig en enn søker å gjøre den, vil der alltid være noe tilbake som en ikke har fått med. Om en da skal si eller ikke si at en "ville få" en pari-passu-lov ved å ta alt med, er et spørsmål av liten praktisk interesse. Det som betyr noe er at en meget ofte innenfor den slags analyser som det virkelig er mulig å gjennomføre og som har praktisk interesse, vil støte på ultra-passumloven. Dette er spesielt tilfelle i jordbruket hvor jordarealet, bygningsutstyret etc. på kort sikt er gitt.

Passuskarakteren av en produksjonslov har sammenheng med begrepene passuskoeffisient og passusligning.

Passuskoeffisienten defineres som forholdet mellom den prosent produktet øker og den prosent som faktorene øker med ved proporsjonal faktorvariasjon. Om f.eks. ved en proporsjonal økning av faktormengdene på 1 %, og økningen i produktmengden er 1,5 %, blir passuskoeffisienten

$$\xi = \frac{1,5\%}{1,0\%} = 1,5.$$

Da det er selve produksjonsskalaen som endres ved en proporsjonal faktorvariasjon, blir passuskoeffisienten også kalt elastisiteten m.h.p.

skalaen. Ved pari-passulov er passuskoeffisienten alltid lik 1. Ved ultra-passulov kan den variere fra å være mindre enn 1, til å være lik 1 i et bestemt punkt for deretter å bli større enn 1.

Dersom produksjonsfaktorene får en proporsjonal økning  $dv_1 = m v_1, dv_2 = m v_2, \dots, dv_n = m v_n$  som gir en økning i produktmengden på  $dx$ , kan passuskoeffisienten uttrykkes som

$$\xi = \frac{\frac{dx}{x}}{\frac{dv_k}{v_k}} = \frac{dx}{x} \cdot \frac{v_k}{m}$$

Herav følger:  $dx = \xi m x$

Den marginale tilvekstformel må gjelde også for en proporsjonal faktorvariasjon og en får:

$$dx = x'_1 m v_1 + x'_2 m v_2 + \dots + x'_n m v_n$$

Om en i ligningen ovenfor substituerer  $m x$  for  $dx$  får en ligningen

$$x \xi = x'_1 v_1 + x'_2 v_2 + \dots + x'_n v_n \quad \text{eller kortere}$$

$$\sum x'_k v_k = \xi x$$

Denne ligning kalles passusligningen.

Passuskoeffisienten gir altså uttrykk for hvorvidt produktet forandrer seg raskere eller langsommere enn faktorene når disse forandrer seg i samme proporsjon. Hvis  $\xi$  er større enn 1, så forandrer produktet seg raskere. En har altså et i teknisk forstand tiltakende utbytte ved en øking av produksjonens omfang med bibehold av den samme relative faktorkombinasjon. Hvis  $\xi$  er mindre enn 1, har en et avtakende utbytte. Dette er rent tekniske begreper da det ikke har vært nødvendig å bruke priser eller andre vurderingskoeffisienter for å definere dem.

En kan også formulere sammenhengen omvendt ved å si at hvis  $\xi$  er større enn 1, så har en en avtakende teknisk kostnad, d.v.s. da vil fabrikasjonskoeffisienten  $v_k/x$  synke hvis produksjonen utvides under bibehold av den relative faktorkombinasjon. Og det samme gjelder for alle de andre fabrikasjonskoeffisienter, da de under den proporsjonale faktorvariasjon hele tiden holder seg proporsjonale. Alle disse koeffisienter synker altså når  $\xi$  er større enn 1 og stiger når  $\xi$  er mindre enn 1. Men da må de nå sin minste størrelse når  $\xi = 1$ . En sier da at produksjonens omfang er teknisk optimalt.

Passusligningen kan omformes på en måte som viser sammenhengen mellom passuskoeffisienten og hva vi kaller grenseelastisitetene. Grenseelastisiteten av en faktor er definert ved en partiell faktorvariasjon på samme måte som grenseproduktiviteten. Forskjellen er at grenseelastisiteten er definert som forholdet mellom de relative istedenfor de absolutte tilvekster:

$$\text{grenseelastisiteten av faktor nr. } k = \frac{\frac{dx}{x}}{\frac{dv_k}{v_k}} = \frac{x'_k}{\frac{x}{v_k}} = \varepsilon_k$$

Dividerer vi passusligningen med  $x$ , får vi:

$$\frac{x'_1 v_1}{x} + \frac{x'_2 v_2}{x} + \dots + \frac{x'_n v_n}{x} = \frac{\varepsilon x}{x}$$

$$\frac{dx}{dv_1} \cdot \frac{v_1}{x} + \frac{dx}{dv_2} \cdot \frac{v_2}{x} + \dots + \frac{dx}{dv_n} \cdot \frac{v_n}{x} = \frac{\varepsilon x}{x}$$

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n = \varepsilon$$

Denne ligning viser bl.a. at om en har en pari-passu-lov er summen av grenseelastisitetene lik 1.

2.3. De tekniske optimumslover.

Begrepet "teknisk optimumslov" refererer seg til visse fundamentale trekk ved sammenhengen mellom innsatsfaktorene og uttakselementene. Erfaring viser nemlig at når en lar mengden av f.eks. en bestemt innsatsfaktor variere mens alle de andre produksjonsfaktorene holdes konstante, så vil produktmengden fremvise en typisk variasjon. Det er denne typiske variasjon som kalles den tekniske optimumslov ved partiell variasjon av én faktor. På lignende måte kan en teknisk optimumslov gi seg til kjenne ved at en f.eks. varierer en gruppe av faktorer på en bestemt måte, mens de øvrige faktorer holdes konstante. En snakker da om den tekniske optimumslov ved variasjon av flere faktorer.

I det følgende skal en gi en fremstilling av hva en teknisk optimumslov i det vesentlige innebærer.

Først skal en gi en grafisk illustrasjon av den tekniske optimumslov ved partiell variasjon av én faktor.

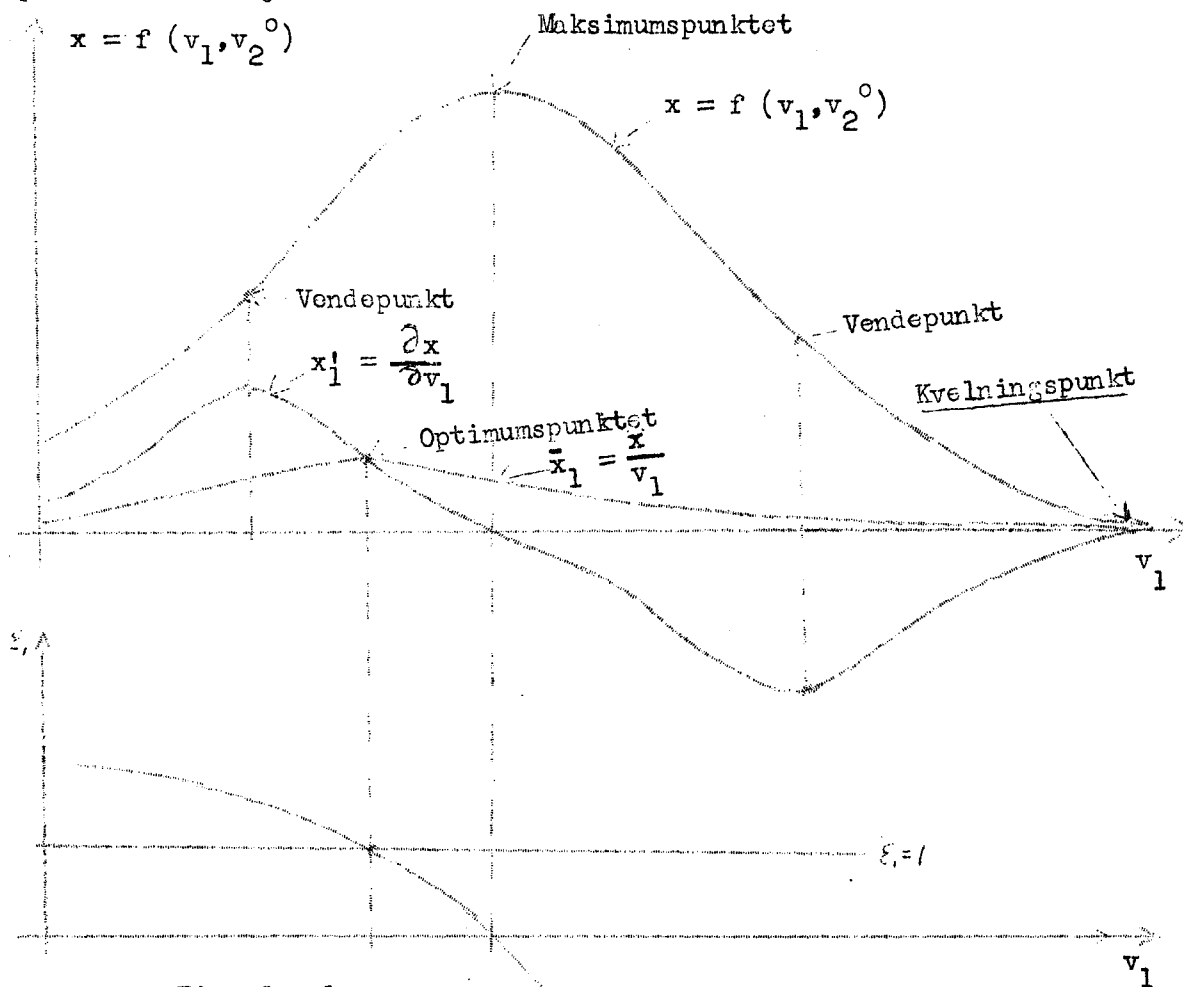


Fig. 2.3.1.

Kurven for totalproduktet i fig. 3.1. er fremkommet på den måten at en har latt et plan skjære gjennom produktflaten parallelt med  $v_1$ -aksen. Skjæringslinjen mellom planet og produktflaten vil da få den typiske formen som figuren viser. Og formen på denne kurven uttrykker hvordan produktmengden varierer når en enkelt faktor varieres mens den andre produksjonsfaktoren holdes konstant.

De grunnleggende egenskaper ved en produktkurve som fremstiller den tekniske optimumslov ved partiell variasjon av en faktor, er for det første at produktmengden først stiger progressivt til et bestemt punkt, vendepunktet - grensetoppunktet - og deretter at produktet stiger med avtagende hastighet til en når maksimumspunktet. I maksimumspunktet er innsatsen av vedkommende faktor så stor i forhold til de tilsatte mengder av de øvrige faktorer at en ytterligere økning av faktorinnsatsen vil være "skadelig" for produktet, slik at produktmengden begynner å avta. Og prinsipielt vil en kunne tilsette så mye av en bestemt produksjonsfaktor at produktmengden skrumper helt inn, og i det punktet hvor produktmengden blir lik null, har en det såkalte kvelningspunktet for vedkommende faktor.

For å gi en fullstendig beskrivelse av den tekniske optimumslov ved partiell variasjon av en faktor, bør en også beskrive hvordan grenseproduktiviteten, gjennomsnittsproduktiviteten og grenseelastisiteten varierer. Disse begrepene tjener bl.a. til å beskrive produktfunksjonens form ved partiell variasjon av en enkelt faktor, og den tekniske optimumslov kan karakteriseres ved hjelp av disse begrepene slik som figuren antyder.

Grenseproduktiviteten er først positiv og stiger til et maksimum - grensetoppunktet - og passerer null der produktmengden når sitt maksimum for deretter å bli negativ i resten av området. Gjennomsnittsproduktiviteten er positiv i hele området, og den har sitt maksimum i skjæringspunktet med grenseproduktivitetskurven. Maksimumspunktet for gjennomsnittsproduktivitetskurven angir hvor produktmengden pr. enhet av innsatsfaktoren er størst. Derfor kalles dette punktet optimumspunktet.

Mens både grenseproduktiviteten og gjennomsnittsproduktiviteten først stiger til et maksimum og så synker, vil grenseelastisiteten ha et monotont synkende forløp i hele området. Dette gir grenseelastisitetsbegrepet en større entydighet enn grense- og gjennomsnittsproduktivitetsbegrepet. Således vil kjennskapet til grenseelastisitetens tallmessige størrelse angi entydig hvor en befinner seg på  $v_1$ -aksen. En tilsvarende opplysning om grense- eller gjennomsnittsproduktiviteten, vil derimot alltid svare til



to punkter på  $v_1$ -aksen, når en ser bort fra maksimums- og minimumspunktene.

Det forhold at en har en teknisk optimumslov ved partiell variasjon av en faktor, kan uttrykkes på den enkle måten at grenseelastisiteten har et monotont synkende forløp over hele det området som fremkommer ved partiell variasjon av en enkelt faktor.

- Det området hvor grenseelastisiteten er større enn 1, d.v.s.  $\xi_1 > 1$ , kalles det føroptimale området. Og det punktet hvor grenseelastisiteten er lik 1, kalles optimumspunktet. Det etteroptimale området kaller en så det området hvor grenseelastisiteten er mindre enn 1. Og alt etter hvor en befinner seg på  $v_1$ -aksen snakker en om at faktoren er tilsatt teknisk overoptimalt, optimalt eller underoptimalt. En faktor er tilsatt teknisk optimalt dersom gjennomsnittsproduktiviteten i punktet er maksimal, d.v.s. der  $\xi_1 = 1$ . Befinner en seg i området til høyre for dette punktet er faktoren tilsatt teknisk overoptimalt og til venstre for punktet er faktoren tilsatt teknisk underoptimalt.

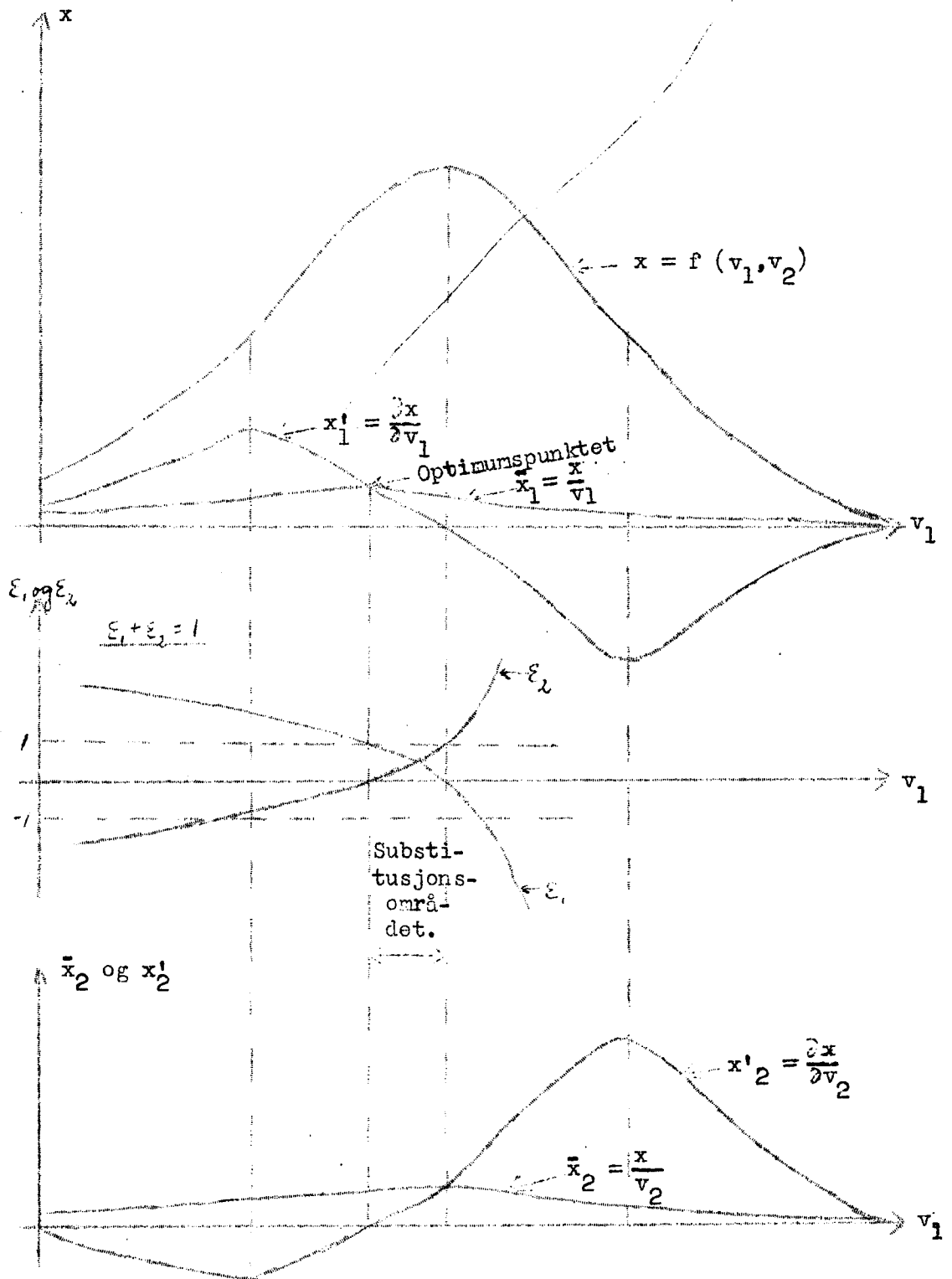
På lignende måte kan en snakke om at en faktor er tilsatt maksimalt, overmaksimalt eller undermaksimalt, alt etter om en befinner seg i det punktet hvor produktkurven har sitt maksimum, respektivt til høyre eller til venstre for dette maksimumspunktet.

En slik teknisk optimumslov ved partiell variasjon av én faktor som foran behandlet, gir seg erfaringsmessig til kjenne ved de aller fleste former for produksjon.

Når en har en pari-passulov i to faktorer, kan en også gi en grafisk fremstilling av hvordan grenseproduktiviteten, gjennomsnittsproduktiviteten og grenseelastisiteten m.h.p. produksjonsfaktor nr. 2 varierer som følge av den partielle variasjon av faktor nr. 1. Ved pari-passulov er passuskoeffisienten over alt i faktordiagrammet lik 1, d.v.s.:  $\xi = 1$ . Og dersom produktfunksjonen inneholder bare to spesifiserte faktorer, vil således relasjonen:

$$(3.2.) \quad \xi_1 + \xi_2 = 1$$

måtte gjelde i et hvert punkt i faktordiagrammet når en har pari-passulov. Med utgangspunkt i relasjonen (3.2.), kan en gi en grafisk fremstilling av samvariasjonen mellom grenseproduktivitet, gjennomsnittsproduktivitet og grenseelastisitet m.h.p. hver av de to produksjonsfaktorene når en foretar en partiell variasjon av den ene av dem:

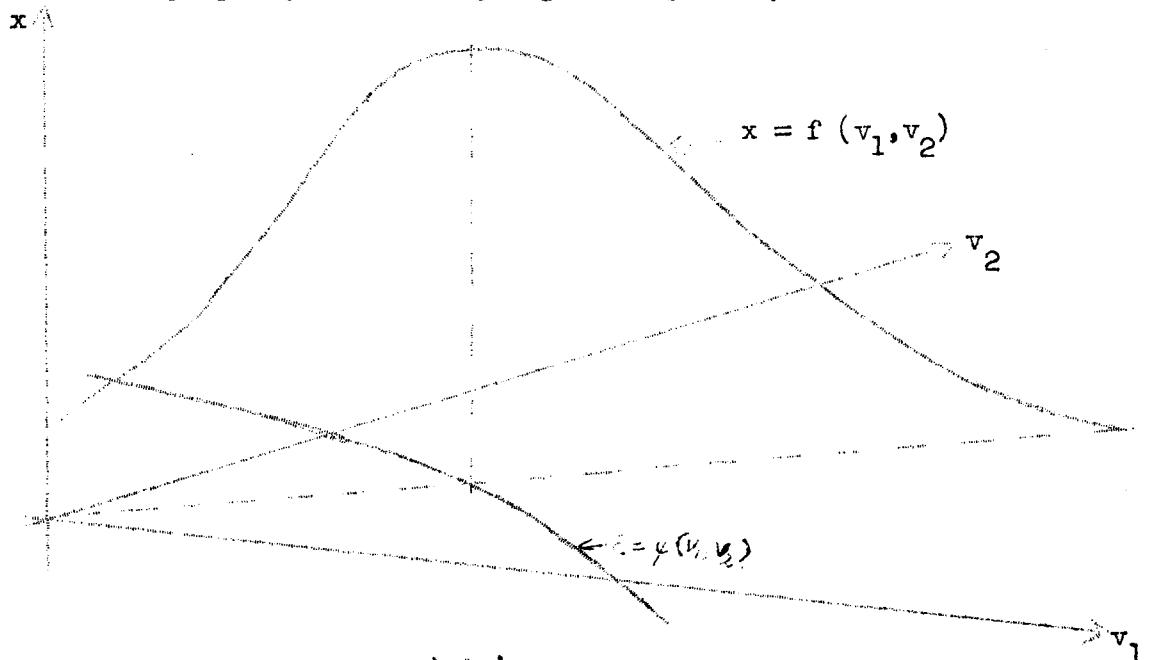


**Figur 2.3.3.** Grafisk framstilling av samvariasjonen mellom grenseproduktivitet, gjennomsnittsproduktivitet og grenselastisitet m.h.p. hver av de to produksjonsfaktorene  $v_1$  og  $v_2$  ved en partiell variasjon av  $v_1$  og når produksjonsloven er en pari-passulov.

Figur 2.3.3. forutsetter at en har en pari-passulov i to faktorer. Ved å gjøre en slik forutsetning kan en også tegne inn hvordan grenseproduktiviteten, gjennomsnittsproduktiviteten og grenseelastisiteten m.h.p. faktor nr. 2 varierer ved en partiell variasjon av faktor nr. 1. En skal merke seg at kurvene for  $x'_2$ ,  $\bar{x}_2$  og  $\xi_2$  i figur 2.3.3. ikke beskriver den tekniske optimumslov en vil få ved partiell variasjon av  $v_2$ . Den variasjonen i disse størrelser som her er framstilt, framkommer når  $v_2$  holdes konstant og bare  $v_1$  varieres.

Det en har villet vise med figur 2.3.3. er at størrelsene  $x'_2$ ,  $\bar{x}_2$  og  $\xi_2$  varierer på en bestemt måte når  $v_1$  varieres mens  $v_2$  holdes konstant. Dette gjelder uansett hvilken passuskarakter produksjonsloven har og uansett hvor mange produksjonsfaktorer produktfunksjonen inneholder. Men denne variasjonen kan framstilles grafisk på den enkleste måten når en har en pari-passulov i to faktorer. Derfor er det at kurveframstillingen i figur 2.3.3. bygger på pari-passulov i to faktorer.

Produksjonslover av ultra-passumkarakter framviser en teknisk optimumslov også i de tilfelle da en foretar en proporsjonal variasjon av en gruppe faktorer. Har en eksempelvis en ultra-passumlov hvor en har spesifisert bare to produksjonsfaktorer, så kan en framstille den tekniske optimumslov ved proporsjonal variasjon grafisk på følgende måte:



Figur 2.3.4. Grafisk framstilling av den tekniske optimumslov ved proporsjonal variasjon av produksjonsfaktorene.

Ved en slik proporsjonal variasjon som antydnet i fig. 2.3.4., vil produktmengden få den typiske optimums-variasjon som kjennetegner enhver teknisk optimumslov, såfremt en har en produksjonslov av ultra-passum-karakter. Til beskrivelse av denne optimumsvariasjon har en den såkalte passuskoeffisienten. Den vil ha et monotont synkende forløp langs en vilkårlig faktorstråle (enhver linje gjennom origo), dersom den tekniske optimumslov ved proporsjonal variasjon gjelder. En kan således på en enkel måte få uttrykt at en har en teknisk optimumslov ved proporsjonal variasjon ved å si at passukoeffisienten skal ha et monotont synkende forløp langs en hvilken som helst faktorstråle en kan trekke gjennom origo. (Jfr. figur 2.3.4.)

En skal senere i en annen sammenheng se hvilke konsekvenser eksistensen av slike tekniske optimumslover får for kostnadsstrukturen og de økonomiske tilpassingsproblemer.

Som vi før har vært inne på vil ved en partiell variasjon i en faktor, grenseproduktiviteten og gjennomsnittsproduktiviteten for de faktorer som holdes konstante også endre seg. Dette er illustrert (her ved 2 faktorer) i nedre del av figur 2.3.3.

Forløpet av grenseproduktiviteten m.h.p.  $v_2$  er kanskje vanskeligere å innse.

Vi har:

$$x'_1 v_1 + x'_2 v_2 = x \text{ (Pari-passu-loven).}$$

$$x'_2 = \frac{v_1}{v_2} \left( \frac{x}{v_1} - x'_1 \right) = \frac{x}{v_2} (1 - \xi_1)$$

Ved hjelp av denne formel kan  $x'_2$  - kurven tegnes.

Av formelen foran ser vi at  $x'_2$  må være negativ i det m.h.p. nr. 1 før optimale området ( $\xi_1 > 1$ ) og positiv i det m.h.p. nr. 1 etteroptimale område ( $\xi_1 < 1$ ). Den går over fra - til + hvor  $\xi_1 = 1$ .

Hvor  $x'_2$  er negativ, må faktor nr. 2 altså være tilsatt overmaksimalt): en ville ha fått større utbytte bare ved å minke mengden av nr. 2, men holde nr. 1 uforandret. Hvordan  $x'_2$  forløper i forhold til  $\frac{x}{v_2}$  kan en finne ut på grunnlag av formelen ovenfor. Vi fester oss med at m.<sup>2</sup> h.t. de typiske trekk synes nedre del i fig. å være et speilbilde av øvre del.

Den del av området i fig. 2.3.3. der begge grenseproduktivitetenes samtidig er positive, kaller vi substitusjonsområdet. Det tar til fra høyre der  $x'_1 = 0$  og slutter til venstre der  $x'_2 = 0$ .

Generalisert til  $n$  faktorer gir dette følgende generelle definisjon av substitusjonsområdet: Substitusjonsområdet består av de og kun de punkter i det  $n$ - dimensjonale faktordiagram der samtlige grenseproduktiviteter er ikke- negative.

Dersom alle grenseproduktiviteter er ikke- negative, sier vi at punktet ligger i substitusjonsområdets indre, og er en eller flere av grenseproduktivitetenes lik null, mens de andre er positive, sier vi at punktet ligger på substitusjonsområdets begrensning.

Herav følger også denne satsen:

Ved pari-passu-loven kan ingen faktor være optimalt tilsatt i substitusjonsområdets indre, tvertimot må enhver faktor her være over-optimal - d.v.s. at det må herske et avtakende utbytte m.h.p. enhver faktor.

For en hvilken som helst faktor, f.eks. nr.  $k$ , må vi ha  $\xi_k < 1$ . Dette følger av passusligningen når vi setter den på formen:

$\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \dots + \xi_n = 1$ . Dersom alle  $\xi$ -ene er positive (ikke 0) må hver enkelt av dem være  $< 1$ . Dersom vi altså vet at produksjonsloven er en pari-passu-lov, og vi kan konstatere at en av faktorene virker med tiltakende gjennomsnittsutbytte, så kan vi slutte at vedkommende faktorpunkt må ligge utenom substitusjonsområdet ): en eller annen faktor må ha negativ grenseproduktivitet.

Den siste sats vil som regel også gjelde ved ultra-passumloven (dersom  $\xi$  ikke er mye større enn 1).

Som grensetilfelle fås satsen:

Hvis ved pari-passu-loven alle faktorer unntaken én er maksimale, (d.v.s. deres grenseproduktiviteter er null) så må den siste faktor være optimal, d.v.s. dens grenseproduktivitet er lik dens gjennomsnittsproduktivitet.

For om vi igjen ser på ligningen:

$\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n = 1$  og alle unntatt  $\xi_k$  er 0 (er maksimale) må  $\xi_k = 1$  (optimal).

På samme måte får vi at dersom i et punkt som ligger i substitusjonsområdet en faktor er optimal, ( $\xi_k = 1$ ) må alle andre være maksimal ( $\xi_i = 0$ ).

Når vi vet at én faktor er optimal, vet vi samtidig altså at alle andre faktorer er maksimale, men om vi vet at en faktor er maksimal, kan vi ikke trekke noen slutning om de andre.

Av ligninga  $\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n = 1$  følger at høyst én faktor kan være optimal ad gangen. Den tekniske optimalisering er, som det heter, alternativ, ikke simultan. Dette blir ikke alltid innsett.

I forbindelse med behandlingen av de tekniske optimumslover kan det også være hensiktsmessig å komme nærmere inn på begrepene kapasitet og effektivitet ut fra et teknisk synspunkt. Skal begrepet kapasitet bli entydig bør det knyttes til maksimumspunktet (jfr. fig. 2.3.1.). Det blir da et mer underordnet spørsmål enten en uttrykker kapasiteten ved den totale produktmengde eller ved den totale innsats ved dette punkt. I et tilfelle kan det ene være mest naturlig, i et annet tilfelle det annet. Om en velger å uttrykke kapasiteten ved produktmengden er maksimumskapasiteten den største produktmengde som anlegget kan produsere pr. tidsenhet når det nyttes ut til sin ytterste yteevne, d.v.s. når de andre faktorer tilsettes helt til grenseproduktiviteten for disse blir lik 0,

Begrepet effektivitet bør som en har gjort rede for foran (2.1.) reserveres for å uttrykke differanser i teknisk nivå.

De amerikanske driftsøkonomer har i tilknytting til en framstilling av Taylor i 1916, til dels brukt begrepene kapasitet, effektivitet og totalproduktivitet på en noe forvirrende måte. Deres bruk av begrepene mangler en logisk sammenheng med moderne produksjonsteori og bør unngås<sup>1)</sup>. Kort uttrykt kan en si følgende om forholdet: De amerikanske driftsøkonomer som følger Taylor på dette punkt betegner gjennomsnittsproduktiviteten som effektivitet og kapasiteten som det (hvilket som helst) antall enheter av de variable faktorer som kan innsettes pr. enhet av et visst objekt (f.eks. 1 dagsverk, 1 ku, 1 dekar jord) hvis produktivitet en ønsker å undersøke. Kapasiteten defineres altså lik med innsatsen. Det følger da følgende identitet: effektivitet (gjennomsnittsproduktivitet) x kapasitet (innsats) = totalproduktivitet. Denne sammenheng gjelder selvsagt på ethvert punkt av en produktkurve. Men den sier oss intet nytt ut over det vi alt har gjennomgått. Tvert imot kan det skapes forvirring ved at gjennomsnittsproduktiviteten blir kalt effektivitet og innsatsen kapasitet. En bør derfor ikke følge amerikanernes framstilling på dette område.

---

1) Josep Nou og Olof Nilsson har i Medelanden från Ekonomiska Institutionerna Kungl. Lantbrukshögskolan August 1953 gitt en oversikt over denne spesielle bruk av begrepene. En henvisor til den interessante framstilling. Dessverre trekker ikke forfatterne den konklusjon som deres utredning burde ført til, nemlig at denne bruk av begrepene bør unngås.

## 2.4. Utbytting av eller substitusjon mellom produksjonsfaktorer.

Det er et kjent forhold at ulike produksjonsfaktorer ofte kan erstatte hverandre innenfor visse grenser i landbruksproduksjonen. Melk og kjøtt kan produseres med varierende kombinasjoner av kraftfôr og beite og annet grovfôr. I forhold til før krigen har det skjedd en utbytting av kraftfôr til fordel for mer grovfôr. Om en betrakter jordbruksproduksjonen som helhet, er manuell arbeidskraft i stor utstrekning erstattet med arbeidssparende maskiner og redskaper. En skal nå ta opp dette spørsmålet om substitusjon av produksjonsfaktorer til teoretisk behandling. En skal først foreta en gruppering etter det ulike forhold som faktorene står i til hverandre når det gjelder spørsmålet om substitusjon.

### 2.4.1. Substitusjonsfaktorer.

Ved fra en produktflate slik som i fig. 2.2.2. å projisere ned i  $v_1$   $v_2$  -planet punkter med samme høyde over planet, får en isokvanter som i fig. 2.4.1. Linjene OA og OB danner det framkomne substitusjonsområdets begrensning (jfr. fig.2.3.1.)

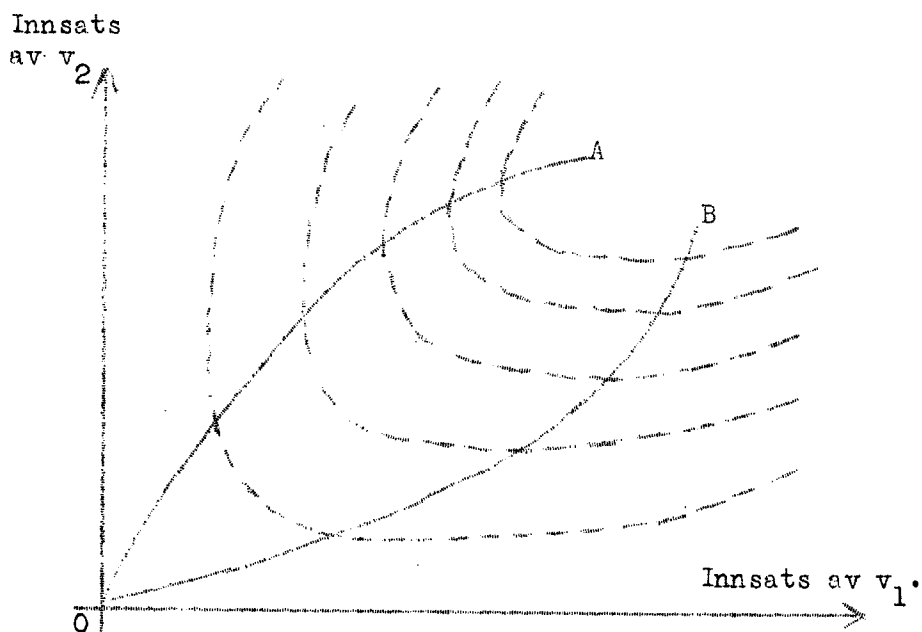


Fig. 2.4.1. Isokvantkart ved substitusjonsfaktorer.

Mellom grenselinjene OA og OB er de to produksjonsfaktorer substituerbare, men ikke fullstendig slik som ved ekvivalensfaktorer (se pkt. 2.4.3). Grenselinjene markerer de punkter hvor grenseproduktivitene m.h.p. henholdsvis  $v_1$  og  $v_2$  går over til å bli negative. I arealet mellom de to grenselinjer hvor de to faktorer er substituerbare, er grenseproduktivitene av begge faktorer positive.

Det kan her være hensiktsmessig å minne om begrepet det marginale substitusjonsforhold eller substitusjonsbrøken. (Se punkt 2.2.2.). Dette begrep refererer seg til det forhold 2 faktorer kan byttes ut i langs en isokvant, altså under forutsetning av at produktmengden skal være uendret. For substitusjonsfaktorer vil dette forhold variere langs isokvanten. Det vil være lik forholdet mellom grenseproduktivitene for de to faktorer. (Se også ligning 2.4.1).

Det en oftest støter på i landbruket er substitusjonsfaktorer. Om en forutsetter landbruksproduksjonens størrelse gitt, kan manuelt arbeid substitueres mot maskinkapital, hestedragkraft mot traktordragkraft etc. Men disse faktorer kan ikke erstatte hverandre i et konstant mengdeforhold, og substitusjonen er også bare mulig innenfor visse grenser. På en større gård som er lite mekanisert kan f.eks. en viss økning i maskinkapitalen gi grunnlag for en betraktelig innsparing i arbeidsforbruket ved samme totalproduksjon. Ved en ytterligere økning i maskinkapitalen med samme beløp, vil virkningen på arbeidsforbruket bli mindre, og til slutt nås en grense hvor en ytterligere økning av maskinkapitalen ikke kan redusere arbeidsforbruket. Om  $v_1$  er arbeidsforbruket og  $v_2$  maskinkapital, er i fig. 2.4.1. denne grense linje OA. Det er innenfor substitusjonsområdet (som begrenses av linjene OA og OB) at driftslederens valg vil foregå. Når en bestemt produktmengde kan framstilles ved forskjellige faktorkombinasjoner, vil det alltid oppstå et substitusjonsproblem. Løsningen av det økonomiske substitusjonsproblem skal bli behandlet senere.

Isokvantenes form ved en bestemt produksjonsprosess er en del av de tekniske data som nå skaffes til veie ved teknisk-økonomisk ~~undersøkelser~~ undersøkelser. En skal her også nevne et par andre typer av isokvanter som er av spesiell teoretisk interesse.



2.4.2. Limitasjonsfaktorer.

En betrakter her produksjon som er av den art at det er en teknisk nødvendighet at produksjonsfaktorene bestandig er kombinert i et bestemt forhold. De beste eksempler på en slik sammenheng finner en ved produksjoner som foregår ved visse kjemiske prosesser. Råmaterialene, de stoffer som går inn, kan her bare gå inn i prosessen i et bestemt forhold. Dette er illustrert ved den rette linje i fig. 2.4.2. Isokvantene får her en form som angitt ved de prikkede linjer. Da en økning av produktmengden her forutsetningsvis krever en proporsjonal økning av de variable faktorer, vil en økning i bare den ene av faktorene ut fra en faktorkombinasjon som ligger på linjen OA ikke ha noen virkning på produktmengden.

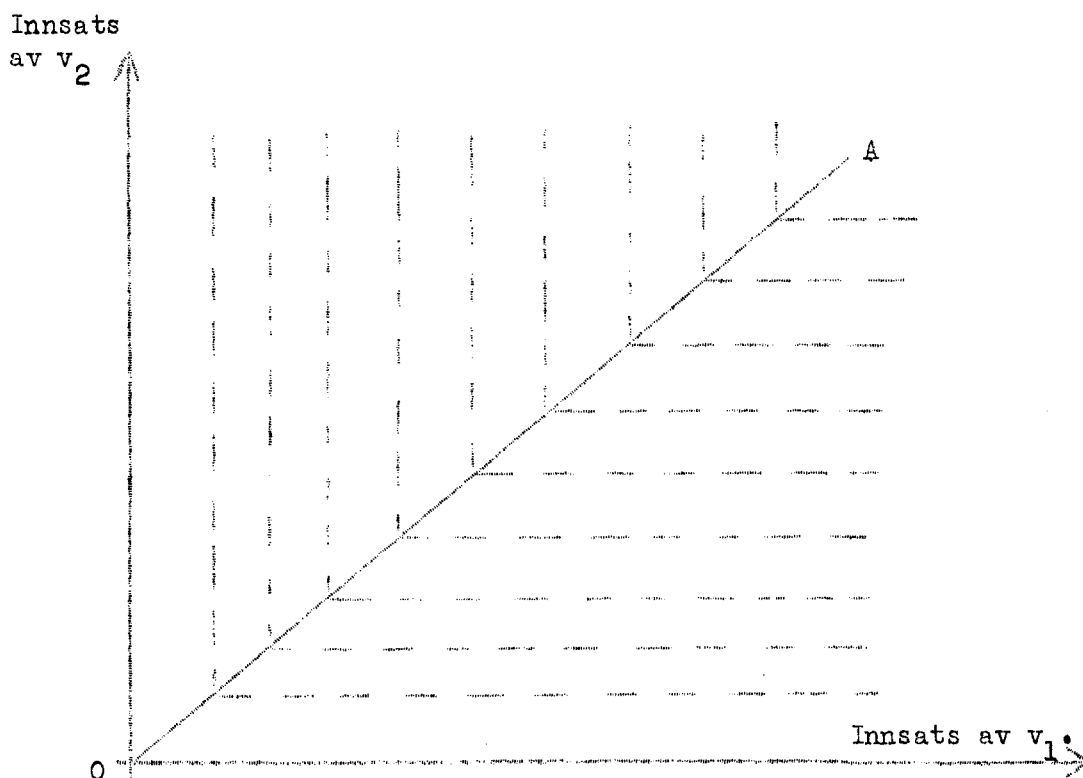


Fig. 2.4.2. Isokvantkart ved limitasjonsfaktorer.

Grenseproduktiviteten av vedkommende faktor vil i dette tilfelle være null. Isokvantene som går gjennom forskjellige punkter på OA vil være rette linjer parallelle med aksene. Driftslederen vil i et tilfelle som dette bare være interessert i de faktorkombinasjoner som ligger på den rette linje OA. Disse faktorkombinasjoner representerer minimumsinnsatsen av produksjonsfaktorene for de mulige produktmengder som det faste anlegg tillater. For en gitt produktmengde er også den mengde som går med av hver enkelt faktor gitt, og det er umulig å substituere noe av den ene faktor

for den annen. Ved en utvidelse av produksjonen langs OA vil sammenhengen mellom innsats og produktmengde være bestemt av passuskoeffisientens størrelse og variasjon, slik som diskutert i det foregående. Når produktmengden er gitt, vil faktorkombinasjonen være en entydig funksjon av denne.

Siden produktmengden ved forhold som ovenfor beskrevet er begrenset (limited) ved mengden av den variable faktor som er til stede i minimum, kan faktorene som inngår i en slik prosess betegnes som limitasjonsfaktorer. Liebig's "minimumslov", slik den har vært illustrert ved en tønne med ulike lange staver, forutsetter en produksjonsprosess hvor de faktorer som går inn er limitasjonsfaktorer. Oppfatningen var til dels i eldre tid at en slik sammenheng var til stede ved varierende tilførsler av næringsstoffer ved plantedyrking. Dette er imidlertid ikke tilfelle. En produksjonsprosess med limitasjonsfaktorer representerer et grensetilfelle av det generelle tilfelle med substitusjonsfaktorer og et grensetilfelle som ikke har større aktualitet i landbruksproduksjonen. I forbindelse med limitasjonsfaktorer kan en ikke snakke om partiell faktorvariasjon og derfor heller ikke om de begreper som er definert på bakgrunn av en slik variasjon. Ved limitasjonsfaktorer kan jo ikke en økt mengde av den ene faktor i det hele tatt gå inn i produksjonen uten i forbindelse med en tilsvarende økning av den annen.

### 2.4.3. Ekvivalensfaktorer.

Et annet spesialtilfelle er en produksjonsprosess med ekvivalensfaktorer. Her er de tekniske relasjoner mellom faktorinnsats og produktmengde av stikk motsatt karakter enn det tilfelle som er beskrevet foran, idet de variable produksjonsfaktorer er fullstendig substituerbare. En gitt produksjonsmengde kan oppnås ikke bare fra en gitt teknisk kombinasjon av de variable produksjonsfaktorer, men fra en hel serie av kombinasjoner som er karakterisert ved at en endring på en enhet av en av faktorene krever en konstant og motsatt endring i en annen faktor. En kan som eksempel tenke seg en produksjon hvor brunkull og stenkull kan erstatte hvorandre i et bestemt mengdeforhold. Under forutsetning av perfekt substituerbarhet er forholdet mellom grenseproduktivitetene av de to faktorer overalt den samme. Det vil si at isokvantene må ha et konstant helningsforhold, de må være parallelle rette linjer som antydnet i fig.

2.4.3.

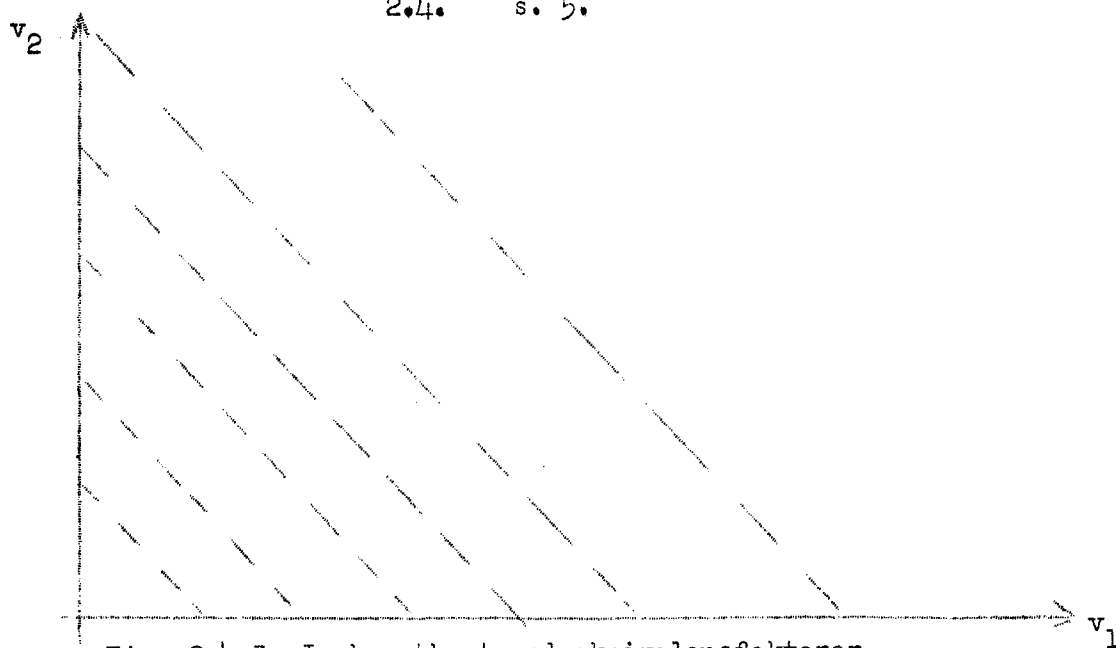


Fig. 2.4.3. Isokvantkart ved ekvivalensfaktorer.

Ligningen for en isokvant kan nemlig skrives på følgende form:

$$x_1' dv_1 + x_2' dv_2 + \dots + x_n' dv_n = 0$$

eller for to faktorer

$$x_1' dv_1 + x_2' dv_2 = 0$$

eller

$$(2.4.1.) \quad \frac{dv_2}{dv_1} = - \frac{x_1'}{x_2'}$$

Om en oppfatter  $dv_1$  og  $dv_2$  som variable, blir dette ligningen for en rett linje som forbinder  $dv_1$  og  $dv_2$ , og helningen av denne rette linje er karakterisert ved forholdet mellom grenseproduktivitene. Helningen av en isokvant i et gitt punkt er altså lik forholdet mellom faktorenes grenseproduktiviteter med negativt fortegn. Omvendt vil helningen av tangenten til isokvanten gjennom et gitt faktorpunkt i to variable gi et entydig uttrykk for substitusjonsforholdet, d.v.s. for forholdet mellom grenseproduktivitene. Ved varierende innsats av en av de to ekvivalensfaktorer vil faktorens grenseproduktivitet endres, men grenseproduktiviteten av den annen faktor vil da alltid endres i samme forhold.

Som nevnt foran er det mulig å slå ekvivalensfaktorer sammen til en enkelt faktor for hvilken det fremdeles eksisterer et mengdebegrep i teknisk forstand. Slike sammenslåinger er ofte mulig i landbruksproduksjonen, f.eks. for de forskjellige fôrslag og for de ulike kunstgjødselslag som inneholder samme verdistoff.

En sammenligning mellom de tre isokvantmønstre som er beskrevet foran vil gjøre det klart at de to siste kan betraktes som spesialtilfelle av det første. Tilfellet med limitasjonsfaktorer i fig. 2.4.2. framkommer om de to grenselinjer i fig. 2.4.1. gradvis nærmer seg hverandre til de til slutt faller sammen. Og tilfellet med ekvivalensfaktorer i fig. 2.4.3. framkommer om grenselinjene fjerner seg fra hverandre og til slutt blir identisk med aksene, samtidig som isokvantene blir rettere og rettere. Fig. 2.4.1. gir det mest generelle uttrykk for isokvantenes form, og det er denne form det i det følgende blir referert til. En forutsetter med andre ord en produktfunksjon med substitusjonskarakter.

#### 2.4.4. Konstruksjon av isokliner og kurven for teknisk maksimal skala.

Som det er gjort rede for foran, er det ikke mulig om en tar utgangspunkt i et gitt fast anlegg, ved variasjon av de korttidsvariable faktorer å øke produksjonen ut over visse grenser. Denne grense kan angis ved en kurve som betegner kurven for teknisk maksimal skala. En skal nedenfor se nærmere på hvordan denne og andre kurver kan konstrueres på grunnlag av et gitt faktordiagram med isokvanter.

La systemet med isokvanter være som i fig. 2.4.4. Substitusjonsområdet kan da grafisk bestemmes slik: Først markerer vi på hver isokvant de punkter hvor tangenten er loddrett, det er i B, P', P'' o.s.v.

Ethvert slikt punkt har den egenskap at en herfra ikke kan øke produktmengden ved å øke faktor nr. 2. samtidig som faktor nr. 1 holdes konstant. I dette punkt passerer  $x_2^1$  null.

Da hellingen av tangenten til en isokvant gjennom et gitt faktorpunkt i to variable gir et entydig uttrykk for forholdet mellom grenseproduktivitetene  $x_1^1$  og  $x_2^1$  kan en bestemt isoklin konstrueres ved parallellforskyvning av en tangent som svarer til et gitt forhold  $x_1^1/x_2^1$  slik at den etter hvert tangerer de forskjellige isokvanter. Dette er illustrert i fig. 2.4.4. Med den helling som er velt i figuren får en tangeringspunktene R, R', R'' o.s.v. En kurve gjennom disse punkter er en isoklin.

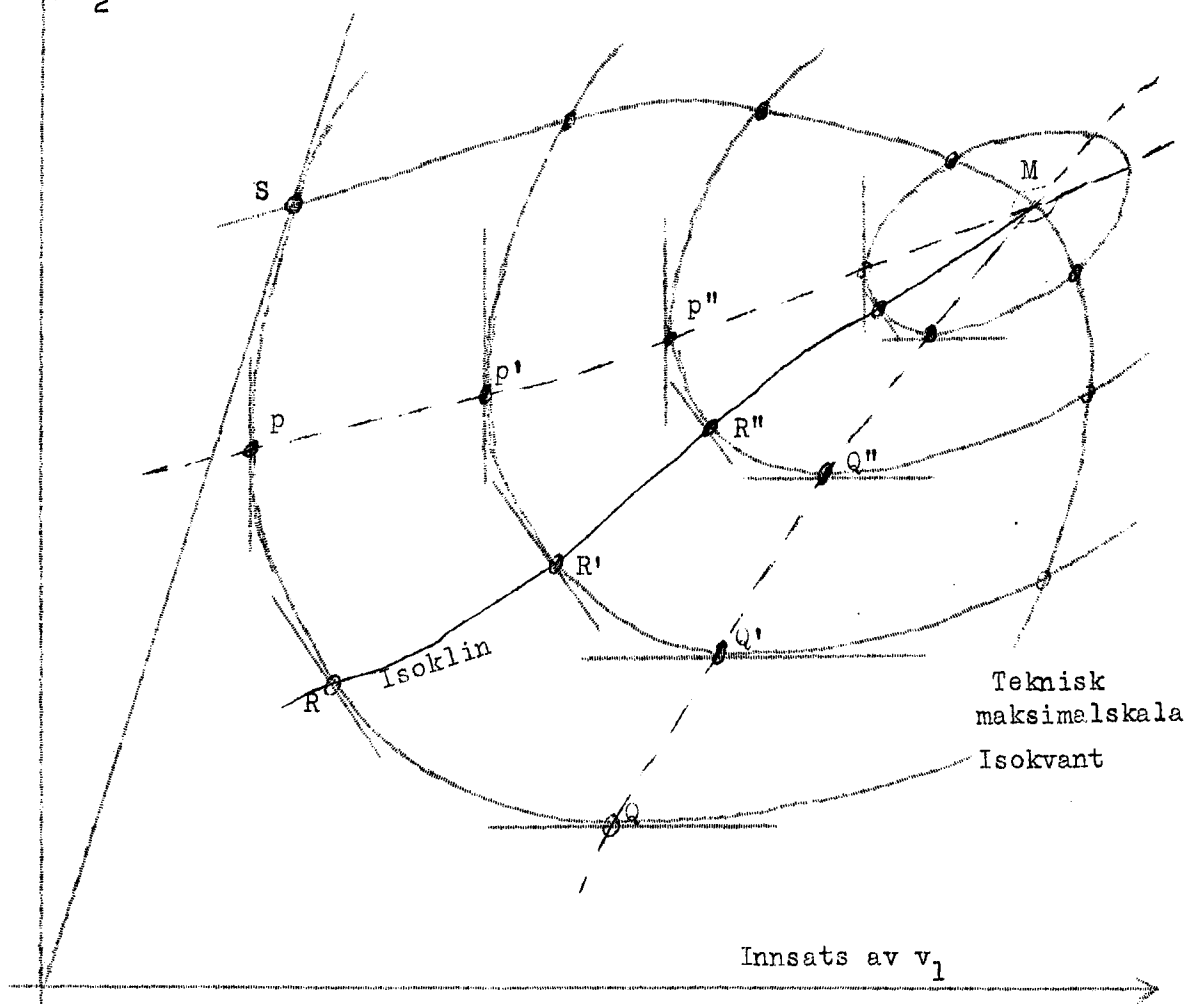


Fig. 2.4.4. Et isokvantkart hvor en isoklin, grensene for substitusjons-  
området og kurven for teknisk maksimal skala er inntegnet.

Kurven for teknisk maksimal skala kan bestemmes ved fra origo å trekke en rett linje som tangerer en isokvant. La det være i S, dette punkt er da slik at hvis vi går fra origo langs denne rette linje, stiger produktet inntil S og derfra begynner det å avta. Da dette er en proporsjonal faktorvariasjon må en i punktet S ha  $\xi = 0$ . S ligger altså på kurven for teknisk maksimal skala. Ved å la den rette linje gli over faktordiagrammet og markere tangeringspunktene, kan en få tegnet hele kurven for teknisk maksimal skala.

Det absolutte maksimumspunkt for produktet er i figuren i M. Dette punkt er slik at isokvantene i nærheten av dette punkt danner lukket kurver rundt punktet. (Jfr. kotenes forløp på et kart i nærheten av en topp). I punktet M selv er alle grenseproduktiviteter = null, altså  $x_1' = 0$  og  $x_2' = 0$ . Følgelig også  $\xi = 0$ . Kurven for teknisk maksimal skala må altså gå gjennom M.

Det kan lett innses at også alle isoklinene må gå gjennom  $M$ . Like i nærheten av  $M$  danner isokvantene lukkede kurver. En kan f.eks. ta den innerste av de som er avmerket i figuren. Om en går rundt denne kurve en gang, har en åpenbart gått gjennom punkter hvor alle mulige holdninger av tangenten er representert. Under denne bevegelse vil en derfor også passere alle mulige isokliner. Gjennom ett punkt på den lille lukkede isokvant går der en isoklin, gjennom et annet punkt en annen isoklin o.s.v., og tar en med alle punkter på denne isokvant, får en alle mulige isokliner representert. Dette resonnement må gjelde for enhver isokvant som danner en lukket kurve omkring  $M$ . Om en betrakter isokvanter som ligger nærmere og nærmere punktet  $M$ , vil en innse at alle isokliner må gå gjennom punktet  $M$ . En får altså et bilde som antydnet i fig. 2.4.4.

2.5. Studiet av de økonomiske sider ved produksjonen.De økonomiske tilpassingsproblemer ved "én-vare"-produksjon.

Ved studiet av de økonomiske sider ved produksjonen må en trekke inn i bildet mange forhold som en ikke trengte å befatte seg med ved behandlingen av produksjonen i teknisk forstand. Problemstillingen en må ta utgangspunkt i ved produksjonsøkonomiske analyser, gjør det nødvendig å si noe om bl.a. priser, markedsforhold og de målsettinger som søkes oppnådd ved de ulike produktive virksomheter.

I denne framstillingen skal en imidlertid omtale disse forhold bare i den utstrekning det er nødvendig for å kunne gi en produksjonsteoretisk analyse av de økonomiske tilpassingsproblemer. (Det som er sagt nedenfor om de ulike markedstyper og om priser og produksjon, kan også betraktes som innledning til den teoretiske analyse av de økonomiske tilpassingsproblemer ved fler-vareproduksjon.)

2.5.1. Ulike markedstyper.

Når en snakker om marked i denne forbindelse, tenker en på kjøp- og salgstransaksjoner, og hvordan kjøpere og selgere handler med hverandre. Og alt etter den måten priser og kvanta blir bestemt på i markedet, taler en om ulike markedstyper.

Dersom en bestemt handlende enhet i markedet opptrer som om prisene er gitte og ikke kan påvirkes av vedkommende, men at det bare er kvanta av de ulike varer han vil selge eller kjøpe som han kan bestemme, da snakker en om vedkommende som kvantumtilpasser. Eller en kan si at vedkommende har kvantum som såkalt handlingsparameter. Et vesentlig trekk ved den markedssituasjon som kalles "fri konkurranse" er nettopp det at enhver som opptrer i markedet, handler som om prisene er gitte. Sjølsagt vil prisene i et "frikonkurransemarked" også bli bestemt av de som opptrer i markedet, men det forhindrer ikke at hver enkelt handler som om prisene er gitte og ikke kan påvirkes av ens handlemåte. Poenget ved kvantumstilpassing er altså at prisene betraktes som, gitte og konstante.

I et marked hvor prisdannelsen kan beskrives ved hjelp av ordinære tilbuds- og etterspørselskurver, må det forutsettes at det hersker kvantumstilpassing. Har en ikke kvantumstilpassing kan en ikke karakterisere

"etterspørselen" eller "tilbudet" ved hjelp av slike enkle kurver.

Ved en teoretisk analyse av de økonomiske tilpassingsproblemer, må en gjøre forutsetninger om produsentens stilling i de ulike markeder (produkt- og faktormarkedene). Og det enkleste er å forutsette at produsenten er kvantumtilpasser. En skal derfor i den følgende framstilling i det vesentlige drøfte tilpassingsproblemene på grunnlag av forutsetningen om kvantumtilpassing.

Som en direkte motsetning til forutsetningen om kvantumtilpassing, har en det tilfelle hvor produsenten helt enerådig kan fastsette prisen på de varer han tilbyr eller etterspør i markedet. Har produsenten en slik dominerende stilling i et bestemt marked, så kalles han monopolist. Det som karakteriserer en monopolists såkalte strategiske stilling i markedet, er således at han sjøl kan bestemme den markedspris og de kvanta som vil være gunstigst for ham. Monopolisten har på sett og vis både pris og kvanta som såkalte handlingsparametre.

I praksis vil det stort sett være slik at de som produserer standardvarer, er kvantumtilpassere, mens de som produserer sterkt individualpregede varer - differensierte varer - har en strategisk markedsstilling som nærmer seg monopolistens. En rekke jordbruksvarer har karakteren av å være standardvarer, derfor vil jordbruksprodusentene være kvantumtilpassere på de fleste markeder. For den enkelte bonde som bare produserer en meget liten del av jordbrukets totale produksjon, er iallfall dette en meget plausibel forutsetning. Han har praktisk talt bare å akseptere markedsprisen. Om en i stedet ser på jordbruksnæringen som helhet, blir forholdet selvfølgelig et annet. En skal videre forutsette at det ikke foreligger noen prisdiskriminering ved innkjøpet av produksjonsfaktorene, d.v.s. at det ikke foreligger noen muligheter for å få en viss mengde av en bestemt produksjonsfaktor til en lavere pris enn resten.

En vil imidlertid ikke kunne gi noen realistisk "forklaring" på hvordan priser og kvanta i de ulike markeder i et moderne samfunn blir bestemt ved å ta utgangspunkt i enkle "markedsmekanismer" som kvantumtilpassing eller monopol. Det en kan kalle "markedsmekanismer" er på en rekke områder i det økonomiske liv blitt supplert med direkte forhandlinger og avtaler. Tariffavtaler, prisavtaler og konkurranseregulerende avtaler er utbredte foreteelser i det moderne samfunn. Men sjøl om det teoretiske skjemaet som forutsetter en enkel "markedsmekanisme" ikke alltid kan sies å være så realistisk, så har det likevel stor interesse fra et produksjonsteoretisk synspunkt å analysere tilpassingsproblemene med utgangspunkt i slike enkle problemstillinger. I



denne sammenheng skal en derfor ikke drøfte de ulike markedsformer ytterligere. Og sammenfattende skal en framheve at trass i de kompliserte forhold som hersker på de ulike markeder i et moderne samfunn, kan det likevel være be-  
rettighet ut fra vårt formål her å forutsette enkle markedstyper som kvantums-  
tilpassing eller monopol. De ulike markedstyper av "ufullstendig konkurranse"  
vil således ikke bli behandlet her.

### 2.5.2. Priser og produksjon.

Ved studiet av de økonomiske sider av produksjonen blir det nødvendig å innføre visse vurderingskoeffisienter for å muliggjøre sammenlikninger av de ulike varer og tjenester. Slike sammenlikninger må foretas bl.a. når en skal avgjøre hva som skal produseres, hvordan produksjonen skal foregå, og når en skal vurdere den "verdiskapning" som har funnet sted ved en bestemt produksjonsprosess. I denne framstillingen skal en nytte prisene som vurderingskoeffisienter. Men en skal gjøre merksam på at prisene ikke er det eneste, tenkelige vurderingskoeffisientsystem som kan komme på tale. Ved en sammenliknende vurdering av de ulike husdyrprodukter f.eks., kan det være av større interesse i mange tilfelle å relne i kalorier og vitaminer enn å nytte prisene som vurderingsgrunnlag.

Prisene har inndlertid stor betydning for produksjonen. For det første er det prisene som avgjør om en bestemt produktiv virksomhet blir "lønnsom" eller ikke under gitte produksjonstekniske forhold. Prisforholdene i en bestemt situasjon vil således kunne være avgjørende for hvor vidt produksjonen av bestemte varer blir satt i gang eller ikke. Og for produksjon som alt er i gang, kan prisbevegelser bety at den virksomhet som før var lønnsom vil kunne bli ulønnsom. På den måten kan enkelte virksomheter bli nødt til å innskrenke sin produksjon eller kanskje stoppe den helt. Prisene kan således ha en avgjørende innflytelse på produksjonsomfanget og produksjonens sammensetning. Og videre vil det at prisene varierer kunne bety at en alltid står overfor tilpassingsproblemer i produksjonen.

I sin alminnelighet kan en si at prisene kan tas som kriterier på viktige drivkrefter i produksjonen. Og mange av de usikkerhetsmomenter som knytter seg til produksjonsplanleggingen, står i nær sammenheng med de mulighetene en har til å forutsi prisutviklingen. Og de tilpassingsproblemer som forårsakes av prisbevegelser, blir mer omfattende dess mer "kapitalisert"

(kapitalintensiv), spesialisert og langsiktig produksjonen er. Stabile priser er derfor en vesentlig forutsetning for at de tekniske framskritt kan bli fullt utnyttet i produksjonen og likeledes en forutsetning for at en spesialisering kan finne sted uten alt for stor økonomisk risiko. (Disse forhold skal belyses nærmere i et senere avsnitt).

### 2.5.3. Oversikt over forskjellige målsettinger som kan være aktuelle.

Det er vanlig i produksjonsteoretiske framstillinger å forutsette at det enkelte foretak stiller som mål for sin produksjonsvirksomhet å gjøre fortjenesten størst mulig. Det er antakelig nokså realistisk å anta at de fleste private produksjonsforetak ledes etter prinsipper hvor fortjenestemotivet spiller en avgjørende rolle. Riktignok kan en da ikke oppfatte denne målsettingen så bokstavelig og snever at den blir ubetydende med det å gjøre fortjenesten - reknet i kroner og øre - i den enkelte produksjonsperioden størst mulig. I praksis vil sikkert den enkelte bedrift måtte ta mer hensyn til hva det er som vil "gagne bedriften mest på lang sikt", i stedet for å la disposisjonene alltid bli bestemt ut fra det formål å gjøre fortjenesten i den enkelte produksjonsperioden maksimal.

Av andre lønnsomhetsmål som brukes for landbruksforetak kan nevnes forrentning og forrentningsprosent. Alle disse tre målsettinger er mest relevante for de større bruk. På de mindre bruk vil som regel arbeidsinnsatsen av brukeren og hans familie bety mye mer enn innsatsen av kapital, og målsettingene foran blir av mindre interesse. Særlig om en ikke kan regne med arbeidsfortjeneste utenom bruket, vil en naturlig målsetting være å søke å oppnå størst mulig total arbeidsinntekt for den gitte arbeidskraft på bruket (familiens arbeidsfortjeneste).

Målsettingen kan også være å oppnå størst mulig produktmengde, f.eks. ved en gitt tilgang på kapital. Under krig vil det ofte kunne bli aktuelt å maksimalisere produksjonen under betingelsen "koste hva det koste vil". Så lenge naturalhusholdningen rådde, var maksimalisering av produktmengden et hovedformål.

Ved realiseringen av et oppsatt formål vil det ofte være betingelser av forskjellig art. Hva selve faktorvariasjonen angår, kan betingelsene f.eks.

være:

- 1) En enkelt faktortilpassing. Betingelse: Mengden av alle faktorene er konstante unntatt for en faktor som kan varieres.
- 2) En gruppetilpassing. Betingelse: Det er en gruppe av faktorer viss mengder er hver for seg uavhengig variable. Alle de andre faktorer er konstante. Dette vil være tilfelle ved planlegging av produksjonen på kort sikt.
- 3) En fullstendig tilpassing. Betingelse: Alle faktormengdene er fritt variable. Dette kan være aktuelt ved regionalplanlegging på lang sikt når også bruksstørrelsen trekkes inn som variabel.

#### 2.5.4. Det teoretiske opplegg til å analysere en bedrifts økonomiske tilpassing.

En bedrift stilles overfor økonomiske tilpassingsproblemer av mange slag.

Ved igangsetting av produktiv virksomhet blir en først stilt overfor spørsmålet om den gunstigste størrelse av det tekniske anlegget ut fra en økonomisk vurdering. Videre har en de økonomiske tilpassingsproblemer som en står overfor når det tekniske anlegget alt står der. Da gjelder det for det første å bestemme hva slags produksjon - hvilke varer - det lønner seg best å produsere under gitte prisforhold. Et slikt valg står produsenten overfor bare dersom det tekniske anlegget kan nyttes til produksjon av flere ulike slags varer. Produsenten må med andre ord ha et produksjonsutstyr som kan anvendes alternativt for produksjon av den ene eller den andre type produkter. Eksempelvis vil de aller fleste jordbruksprodusenter står overfor valg av denne art, fordi de i de fleste tilfelle driver assortert produksjon. Økonomiske tilpassingsproblemer som angår valget av produktsammensetning, kan en først behandle teoretisk når en skal gi en framstilling av teorien for fler-vareproduksjon.

Når det tekniske produksjonsutstyret anvendes til framstilling av en enkelt vare, melder det seg tilpassingsproblemer av to slag. For det første gjelder det å finne ut hvilken mengdekombinasjon av de ulike innsatsfaktorene som vil være økonomisk mest fordelaktig, og for det andre blir det spørsmål om hvilken produktmengde som er den gunstigste (optimale). Det er disse to typer tilpassingsproblemer som en i det følgende skal gi en analyse av.

De forutsetninger som den følgende teoretiske analyse bygger på, er:

- 1) De produksjonstekniske forhold er gitt, d.v.s. produktfunksjonen er gitt. For enkelhets skyld vil en her ta utgangspunkt i en produksjonsprosess hvor en kan nøye seg med å spesifisere bare to produksjonsfaktorer. Symbolsk kan en da beskrive de tekniske produksjonsforhold ved hjelp av en produktfunksjon slik:

$$x = f(v_1, v_2)$$

der:

$x$  = produktmengden, målt i tekniske enheter.

$v_1$  = produksjonsfaktor nr. 1, målt i tekniske enheter.

$v_2$  = produksjonsfaktor nr. 2, målt i tekniske enheter.

En forutsetter altså her at de tekniske måleproblemene er løst.

- 2) En ser bort fra at produksjonen i virkeligheten er tidskrevende. En forutsetter m.a.o. "momentan"-produksjon.
- 3) En forutsetter at produsenten er kvantumstilpasser på produkt- og faktormarkedene. D.v.s. at prisene betraktes som gitte og konstante.

I den følgende framstilling skal en utvikle de generelle prinsipper - de såkalte tilpassingsbetingelser - for den økonomisk gunstigste (optimale) faktormengdekombinasjon og det gunstigste produksjonsomfang (produktmengde) for et bestemt produksjonsforetak. Ved en grundig teoretisk behandling av et slikt optimumsproblem, er det hensiktsmessig å betrakte tilpassingsprosessen i to trinn. En kan nemlig først spørre om hvordan en skal produsere en bestemt produktmengde med minst mulige kostnader, eller hvordan en skal produsere den størst mulige produktmengde med gitte kostnader. Og etterpå kan en så spørre hvilken produktmengde som vil være den økonomisk gunstigste (optimale) ut fra en bestemt målsetting. Det å finne ut hvilken faktormengdekombinasjon som vil frambringe en bestemt produktmengde med minst mulige kostnader - eller et størst mulig produkt med gitte kostnader - betegnes i produksjonsteorien med det å finne substitumalbetingelsene. Og det andre tilpassingsproblemet som går ut på å finne det økonomisk gunstigste produksjonsomfang ut fra en bestemt målsetting, betegnes i produksjonsteorien med det å finne omfangsbetingelsene.

2.5.5. Kostminimaliseringsproblemet og produktmaksimaliseringsproblemet.  
Framstilling av substitumalen og utvikling av substitumalbetingelsene.

Under dette punkt skal en nå først behandle det en kan kalle kostminimaliseringsproblemet, d.v.s. problemet med å finne den faktormengdekombinasjon som vil pådra de minste kostnader ved produksjonen av en bestemt produktmengde. En skal merke seg at for å resonnerer seg fram til substitumalen eller for å utvikle substitumalbetingelsene, kommer forutsetningen om den spesielle målsetting ikke inn. Det er tilstrekkelig å forutsette at produksjonen skal foregå mest mulig økonomisk i den forstand at en ønsker størst mulig produktmengde for gitte kostnader, eller ønsker en gitt produktmengde produsert for minst mulige kostnader. Og for å gjøre framstillingen enkel, vil en først studere dette problemet grafisk.

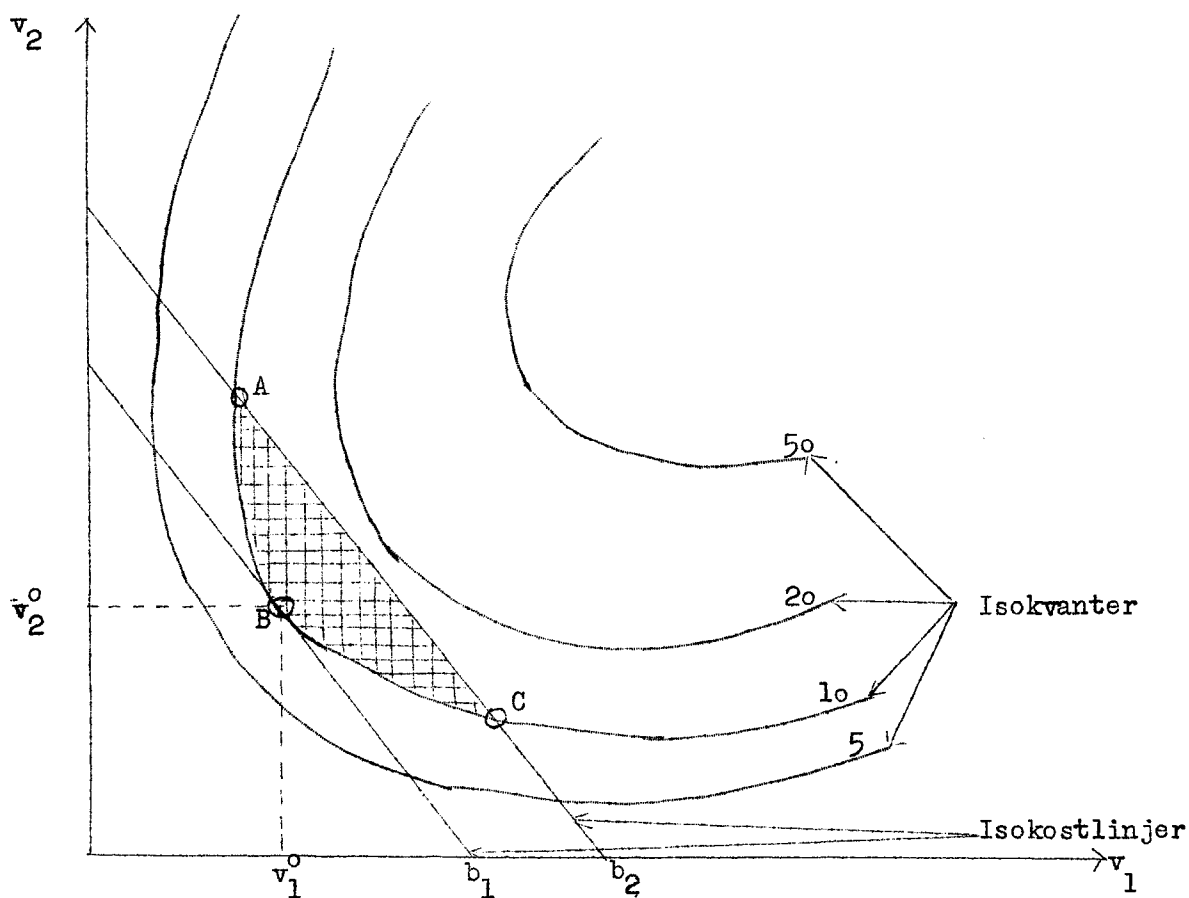


Fig. 2.5.1.

I faktordiagrammet i figur 2.5.1. er det innlagt noen isokvanter og to isokostlinjer  $b_1$  og  $b_2$ . Isokvantbegrepet er forklart tidligere, og når det

gjelder isokostlinjene, så blir de å tolke slik at enhver isokostlinje forbinder de punktene i faktordiagrammet som representerer faktormengdekombinasjoner med en konstant utgiftssum. Isokostlinjen gjennom punktet B i figur 2.5.1 går således gjennom punkter som alle representerer faktormengdekombinasjoner med utgiftssummen  $b_1$ . Og på tilsvarende måte representerer isokostlinjen gjennom punktene A og C en konstant utgiftssum på  $b_2$ .

Når prisene på produksjonsfaktorene - i dette tilfelle  $q_1$  og  $q_2$  - er konstante, blir isokostlinjene rette linjer i faktordiagrammet. Forutsetningen om at produsenten skal være kvantumstilpasser på faktormarkedene kommer altså til uttrykk i figuren ovenfor på den måten at isokostlinjene er rette linjer. Videre skal en framheve at dess lengre til høyre i faktordiagrammet en isokostlinje ligger, dess større utgiftssum representerer den. Således er  $b_2$  i figur 2.5.1. større enn  $b_1$ . Av andre egenskaper ved isokostlinjene (iso-kostkartet) kan en nevne at så lenge forholdet mellom prisene på de to produksjonsfaktorene er det samme, så vil alle isokostlinjer ligge parallelt i faktordiagrammet. Ved en endring i prisene på en av de to produksjonsfaktorene, vil hellingen på isokostlinjene blir en annen. Helt generelt vil isokostlinjene forandre hellingene når prisene på produksjonsfaktorene endrer seg ulikt (prosentvis).

I figur 2.5.1. er inntegnet fire isokvanter som angir en produktmengde på henholdsvis 5, 10, 20 og 50 produktenheter. Sett nå at en skulle finne den mengdekombinasjonen av innsatsfaktorene  $v_1$  og  $v_2$  som vil gi de minste kostnader når en ønsker å produsere en produktmengde på f.eks. 10 produktenheter. I det grafiske skjemaet vil dette problemet kunne løses på den måten at en beveger seg langs den nevnte isokvanten til en finner et punkt som ligger på den isokostlinjen som ligger nærmest origo. Befinner en seg f.eks. i punktet A, kan en åpenbart minske kostnadene ved å bevege seg langs isokvanten i retning nedover mot høyre. Og kostnadene kan minskes helt til en kommer til det punkt på isokvanten hvor en isokostlinje tangerer isokvanten, d.v.s. i punktet B på figuren. Fra dette punktet er det ikke mulig å bevege seg til et punkt som ligger på en lavere isokostlinje uten å måtte forlate isokvanten.

En har altså her kommet til at for å produsere en produktmengde på 10 produktenheter med de minst mulige kostnader i den gitte prissituasjon, må en anvende  $v_1^0$  enheter av produksjonsfaktor nr. 1 og  $v_2^0$  enheter av produksjonsfaktor nr. 2 (Se figur 2.5.1). Og den minimale kostnadssummen blir  $b_1$ .

La oss nå formulere dette tilpassingsproblemet på den måten at det gjelder å finne den faktormengdekombinasjon som gir den størst mulige produktmengden når de variable kostnader skal være gitte. Og sett at den konstante

utgiftssummen skal være lik  $b_1$ ; da kan en løse dette problemet grafisk ved å finne det punktet på denne isokostlinjen som ligger på den høyeste isokvanten. Ved å være bundet til isokostlinjen som representerer utgiftssummen  $b_1$ , vil en av figuren lett se at en ikke kan nå en høyere isokvant enn den som denne isokostlinjen tangerer d.v.s. en produktmengde på 10 produktenheter. Enten en formulerer dette tilpassingsproblemet som et kostminimaliseringsproblem eller som et produktmaksimaliseringsproblem, så vil en komme til det resultat at punktet B representerer den økonomiske gunstigste faktormengdekombinasjon. Fra dette punktet kan en altså ikke bevege seg til noe punkt som representerer den samme produktmengden og lavere kostnader eller til et punkt som representerer en større produktmengde og uforandrede kostnader. Det vil si at når en er i punktet B, er det ikke mulig lenger "å foreta en i alle henseender økonomisk substitusjon". Et slikt punkt kaller en i produksjonsteorien for et substitutalt punkt. Og helt presist kunne en definere et substitumalt punkt slik:

Et substitumalt punkt er et punkt i faktordiagrammet hvor det ikke er mulig å foreta noen faktormengdeforandring som enten minsker kostnadene uten å minske produktet eller som øker produktet uten å øke kostnadene.

Med utgangspunkt i punktet A eller C representerer det skraverte området i figur 2.5.1. et "mulighetsområde for en i alle henseender økonomisk substitusjon". Derfor vil det ikke lønne seg å tilpasse seg i punktet A eller i punktet C, for et hvert punkt innenfor det skraverte området vil by på en økonomisk gunstigere tilpassing enn i punktene A og C.

Liknende resonnement som de en ovenfor har gjennomført ved å ta utgangspunkt i en bestemt isokvant og i en bestemt isokostlinje, kan en gjennomføre for en hvilken som helst isokvant eller for en hvilken som helst isokostlinje, og dermed vil en få en hel skare av substitumale punkter. Alle de punktene som på den måten framkommer, vil således danne en kurve i faktordiagrammet, og denne kurven kalles i produksjonsteorien for substitutalen.

I figur 2.5.2. er substitumalen framstilt. På denne kurven ligger alle tangeringspunktene mellom isokvantene og isokostlinjene når en forutsetter konstante priser på faktormarkedene.

Ved det resonnementet som har ført fram til substitumalbegrepet, har en utviklet de teoretiske prinsipper som gir svar på spørsmålet om den økonomisk gunstigste mengdekombinasjon av innsatsfaktorene. Og som generell konklusjon kan en slå fast at betingelsene forat produksjonen foregår mest økonomisk, er at tilpassingen skjer på substitumalen. Men spørsmålet om hvor

på substitumalen tilpassingen bør skje, vil først bli drøftet når en skal

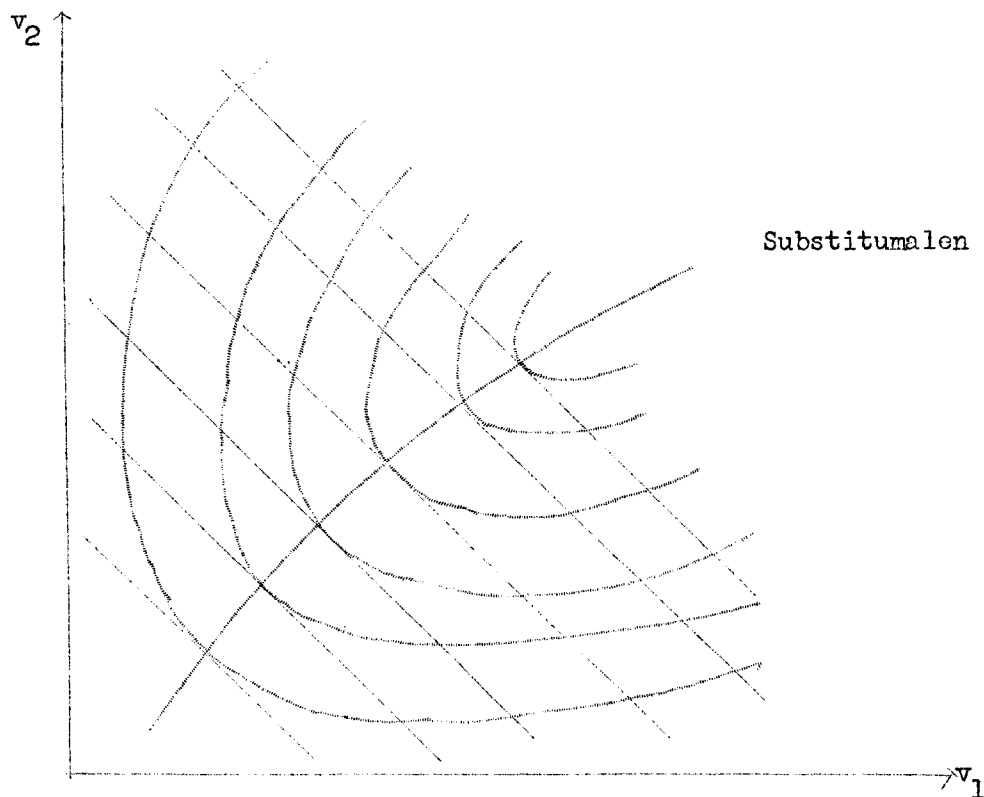


Fig. 2.5.2. Grafisk framstilling av substitumalen ved faste faktorpriser.

behandle problemet om det optimale produksjonsomfang, d.v.s. den økonomisk gunstigste produktmengden.

I det foregående har en bare gjort bruk av figurbetraktninger til å gjennomføre det teoretiske resonnementet. Nå skal en gå over til å drøfte det samme tilpassingsproblemet ved å nytte et matematisk analyseverktøy.

Problemet med å finne den faktormengdekombinasjon som vil medføre de minste kostnader ved produksjonen av en bestemt produktmengde, kan matematisk inses ved følgende resonnement:

Som påvist foran, jfr. pkt. 2.4. s.5, er vinkelkoeffisienten til en isokvanttangente lik forholdet mellom grenseproduktiviteten av de to faktorer:

$$\frac{dv_2}{dv_1} = + \frac{x_1'}{x_2'}$$



Og heldningen av en isokostlinje  $b = q_1 v_1 + q_2 v_2$  kan uttrykkes ved:

$$(5.1) \quad db = q_1 dv_1 + q_2 dv_2 = 0.$$

Det vil si at vinkelkoeffisienten til isokostlinjen er

$$(5.2) \quad \frac{dv_2}{dv_1} = - \frac{q_1}{q_2}$$

Isokostlinjene er altså ved gitte faktorpriser rette parallelle linjer med negativ holdning, bestemt av forholdet mellom faktorprisene. Langs substitumalen, hvor holdningen av isokvantene og isokostlinjene er den samme, vil derfor faktorenes grenseproduktiviteter være proporsjonale med faktorprisene

$$(5.3) \quad \frac{x'_1}{x'_2} = \frac{q_1}{q_2} \quad ): \quad \frac{q_1}{x'_1} = \frac{q_2}{x'_2}.$$

For en produksjon hvor det brukes  $n$  variable faktorer, vil en på tilsvarende måte få følgende generelle relasjon:

$$(5.4) \quad x'_1 : x'_2 : x'_3 : \dots : x'_n = q_1 : q_2 : q_3 : \dots : q_n.$$

Denne relasjon uttrykker den betingelse som punktene på substitumalen må fylle. I ord kan betingelsen uttrykkes ved å si at grenseproduktivitene er proporsjonale med faktorprisene, eller kort og godt at punktene er substitumale.

Uttrykket (5.4) betegnes i produksjonsteorien som substitumalbetingelsen. Og 5.4 sier at betingelsen forat tilpassingen skjer på substitumalen er at de såkalte partielle grensekostnader er like. Med partielle grensekostnader menes økningen i de variable kostnader pr. enhet økning i produktet (ved infinitesimal betraktning) når økningen av produktet skjer ved at en øker innsatsen av en enkelt produksjonsfaktor mens alle de andre produksjonsfaktorene holdes konstante. Matematisk uttrykt framkommer den partielle grensekostnad ved å derivere uttrykket for de variable kostnader ( $b = q_1 v_1 + q_2 v_2$ ) m.h.p. produktet  $x$ . De variable  $v_1$  og  $v_2$  oppfattes da som funksjoner av  $x$ .

Den partielle grensekostnad ved å øke produksjonsfaktor nr. 1, blir således:

$$(5.5) \quad b'_1 = \frac{db^{(1)}}{dx} = q_1 \cdot \frac{dv_1}{dx} = \frac{q_1}{x'_1}, \text{ når } v_2 \text{ holdes konstant.}$$

Og den partielle grensekostnad ved å gi en tilvekst i produksjonsfaktor nr. 2, blir på tilsvarende måte:

$$(5.6) \quad b'_2 = \frac{db^{(2)}}{dx} = q_2 \cdot \frac{dv_2}{dx} = \frac{q_2}{x'_2}, \text{ når } v_1 \text{ holdes konstant.}$$

Ved nå å se på (5.3) ser en at det som står på venstre side av likhets-tegnet er det samme som (5.5), og på høyre side av likhetstegnet i (5.3) står (5.6). Substitumalen defineres altså ved at alle de partielle grensekostnader er like.

Som en sammenfattende konklusjon på det økonomiske tilpassingsproblemet en ovenfor har drøftet, kan en framheve at enhver tilpassing må skje på substitumalen dersom en ønsker at produksjonen skal foregå mest mulig økonomisk. Ut fra et økonomisk synspunkt er det altså bare de faktormengdekombinasjoner som ligger på substitumalen som interesserer. Enhver utviding eller innskrenking av produksjonsomfanget må således skje ved å bevege seg langs substitumalen. Derfor kalles også substitumalen ofte for ekspansjonsveien i faktordiagrammet. (En skal også gjøre merksam på at når prisene på faktormarkedene er konstante, faller substitumalen sammen med en bestemt isoklin.) Spørsmålet om hvor på substitumalen det vil være gunstigst å tilpasse seg - d.v.s. hvilket produksjonsomfang som vil gi det økonomisk gunstigste resultat - skal en gi en teoretisk behandling i det følgende. Men før en går over til å behandle det økonomiske optimumsproblemet som omfangstilpassingen reiser, skal en se litt på hvordan de variable kostnadene varierer langs substitumalen.

#### 2.5.6. Sammenhengen mellom den tekniske og den økonomiske optimumslov.

I forrige punkt er en kommet fram til at såfremt en ønsker at produksjonen skal foregå mest mulig økonomisk, blir det bare de punktene i faktordiagrammet som ligger på substitumalen som interesserer. Substitumalen representerer med andre ord de tilpassingspunkter en har å velge mellom, så sant en vil "økonomisere med produksjonskostnadene". Dette gjelder uansett hvilken målsetting en stiller opp for produksjonsvirksomheten.

Når en skal drøfte spørsmålet om det gunstigste produksjonsomfang - ut fra en bestemt målsetting - for et foretak med et gitt teknisk produksjonsutstyr, blir det av stor interesse å klarlegge det en kan kalle foretakets kostnadsstruktur. Med kostnadsstruktur tenker en da på hvordan de variable kostnader varierer med produktmengden langs substitumalen. Ved å ta utgangspunkt i substitumalbetingelsen (5.4), kan en resonnerer seg fram til sammenhengen mellom den tekniske og den økonomiske optimumslov.

I et substitumalt punkt vet en at alle de partielle grensekostnader er like, og av det følger også at den generelle grensekostnad er lik de partielle grensekostnader. Med den generelle grensekostnad mener en den økningen som en får i de variable kostnader pr. enhet økning i produktet når produktøkningen kan skje vilkårlig, d.v.s. likegyldig hvilke produksjonsfaktorer som

frambringer produktøkningen. (Dette er den såkalte indifferenssatsen for grensekostnaden).

Av substitumalbetingelsene  $\frac{q_1}{x_1'} = \frac{q_2}{x_2'} = \dots = \frac{q_n}{x_n'} = \frac{\sum q_i}{\sum x_i'}$  kan en utlede:

$$\frac{\sum q_i}{\sum x_i'} = \frac{\sum q_i \, dv_i}{\sum x_i' \, dv_i} = \frac{db}{dx} = b',$$

og videre har en at:  $\frac{db}{dx} = b' = \frac{\sum q_i \, v_i}{\sum x_i' \, v_i} = \frac{b}{\xi x} = \frac{1}{\xi} \cdot \bar{b}$  som kan skrives:

$$(6.1) \quad \frac{db}{dx} \cdot \frac{x}{b} = \frac{\bar{v}}{\bar{b}} = \frac{b'}{\bar{b}} = \frac{1}{\xi}, \quad \text{d.v.s.} \quad \frac{\bar{v}}{\bar{b}} = \frac{1}{\xi}$$

der:

$b'$  = grensekostnaden,

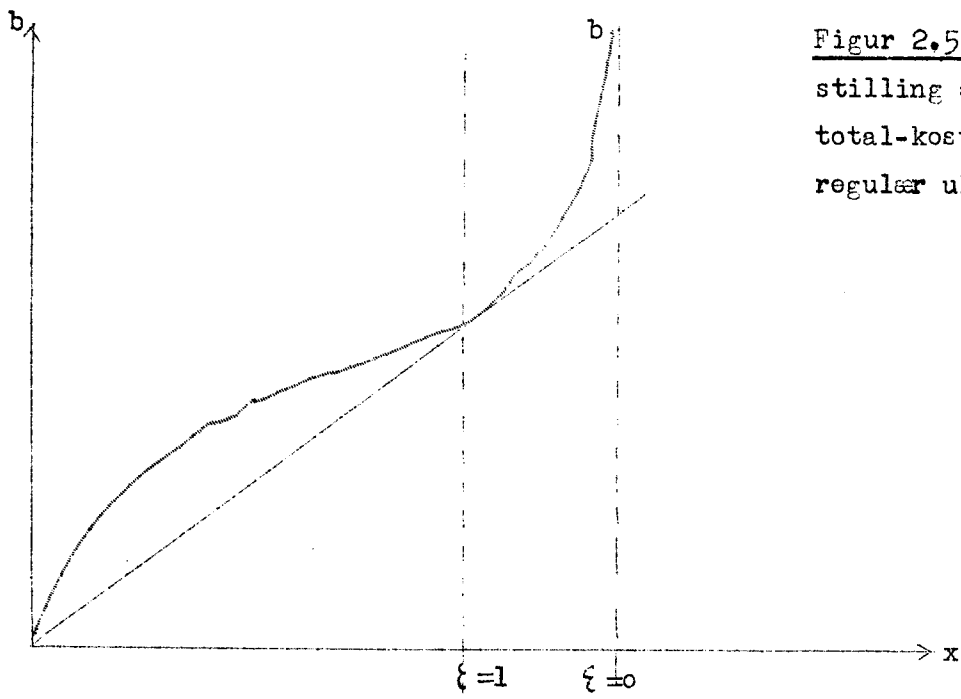
$\bar{b}$  = gjennomsnittskostnaden, den variable stykkkostnad,

$\frac{\bar{v}}{\bar{b}}$  = fleksibiliteten av de variable kostnader, d.v.s. forholdet mellom den prosentvise økning i de variable kostnader og den prosentvise økning i produktmengden,

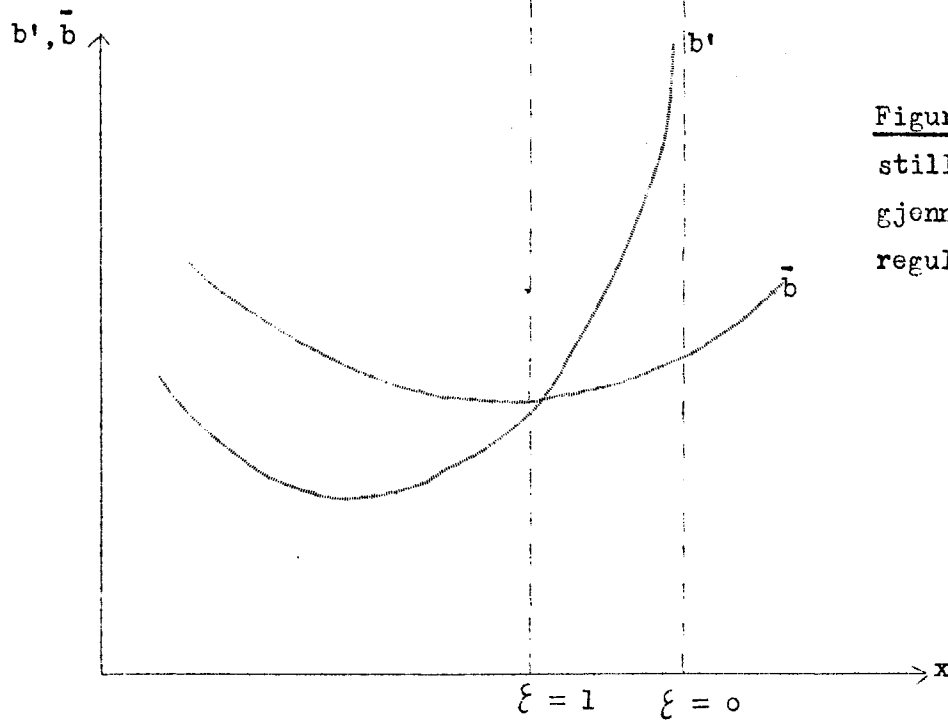
$\xi$  = passuskoeffisienten,

Ved (6.1) har en fått uttrykt den fundamentale sammenhengen mellom et foretaks kostnadsstruktur på den ene side og dets tekniske produksjonsstruktur på den annen side, når en betrakter et foretak med et gitt teknisk produksjonsutstyr. Denne sammenhengen gjelder generelt når prisene på faktormarkedene er konstante.

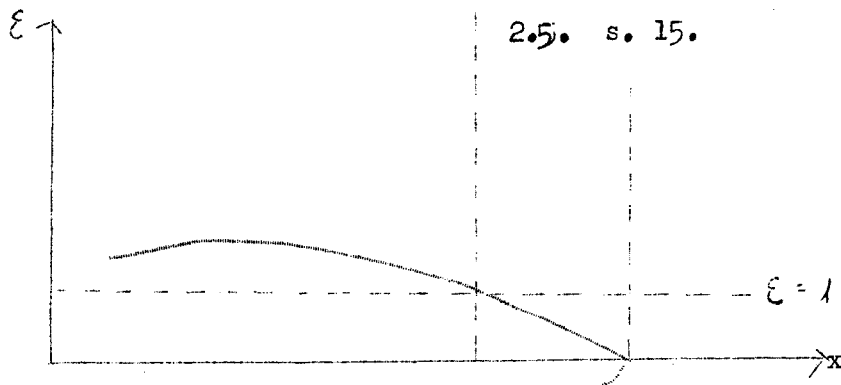
Passuskoeffisienten ( $\xi$ ) karakteriserer som kjent den tekniske optimumslov som framkommer ved proporsjonal variasjon av produksjonsfaktorene. Og av (6.1) framgår det at de variable kostnaders variasjon langs substitumalen helt kan avledes av passuskoeffisientens variasjon langs substitumalen. Således vil kostnadsstrukturen bli bestemt på grunnlag av de forutsetninger en gjør om passuskoeffisientens variasjon langs substitumalen. Forutsetter en eksempelvis at den tekniske produksjonsstrukturen kan beskrives ved en produktfunksjon av såkalt regulær ultra-passumkarakter - d.v.s. at passuskoeffisienten skal ha et monotont synkende forløp langs substitumalen - vil det grafiske bildet av kostnadsstrukturen kunne framstilles som i figurene nedafor.



Figur 2.5.3. Grafisk framstilling av de variable total-kostnader ved en regulær ultra-passumlov.

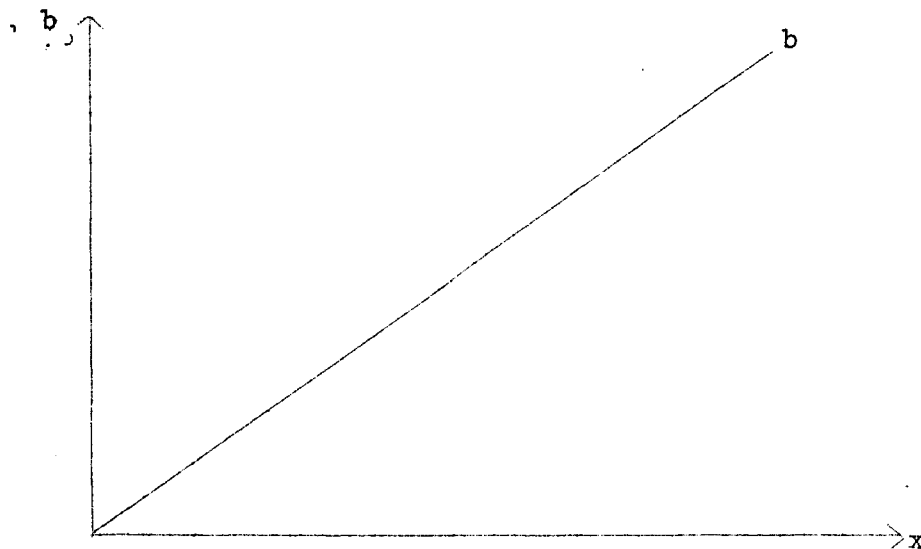


Figur 2.5.4. Grafisk framstilling av grense- og gjennomsnittskostnadene ved regulær ultrapassumlov.

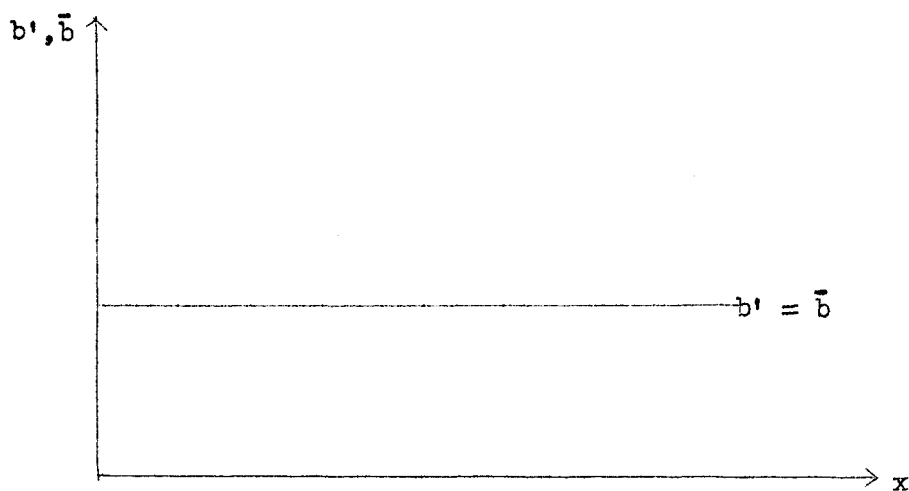


Figur 2.5.5. Grafisk framstilling av passuskoeffisientens variasjon langs substitumalen ved regulær ultra-passumlov.

Forutsetter en derimot en pari-passulov - d.v.s. at passuskoeffisienten skal være lik 1 i hele faktordiagrammet - vil kostnadsstrukturen kunne framstilles grafisk slik:

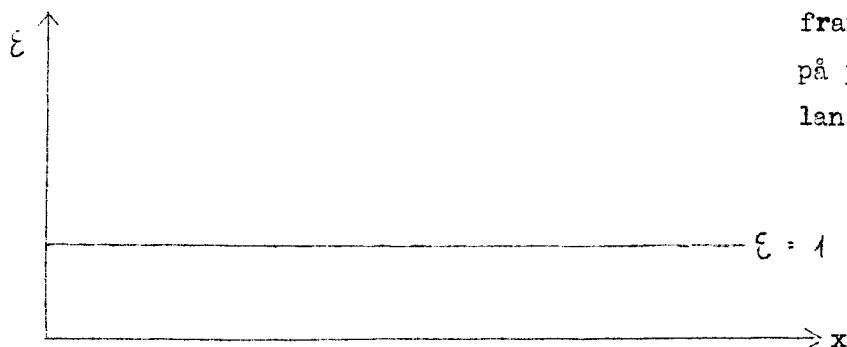


Figur 2.5.6. Grafisk framstilling av de variable total-kostnader ved pari-passulov.



Figur 2.5.7. Grafisk framstilling av grense- og gjennomsnittskostnadene ved pari-passulov.

Figur 2.5.8. Grafisk framstilling av størrelsen på passuskoeffisienten langs substitumalen.



Av de grafiske framstillinger ovafor ser en at det bare er når en har en regulær i ultra-passumlov at en får det en kan kalle en optimumsvariasjon i de variable kostnader. Ved en pari-passulov er både grensekostnaden og gjennomsnittskostnaden konstant når en beveger seg langs substitumalen. Under neste punkt skal en se at en optimumsvariasjon i kostnadene er en nødvendig forutsetning for at en skal kunne gi en teoretisk løsning på omfangstilpassingsproblemet.

#### 2.5.7. Produsentens tilpassing av produksjonsomfanget.

Tidligere i dette avsnitt er en kommet fram til at enhver tilpassing må skje på substitumalen. Og det forhold at det bare er en bevegelse langs substitumalen som interesserer når en skal finne det optimale produksjonsomfang, har videre gjort det mulig å utvikle en entydig sammenheng mellom de variable kostnader og produktmengden. Denne sammenheng uttrykkes ved det en kaller kostnadsfunksjonen. Matematisk kan kostnadsfunksjonen skrives slik:

$$(7.1) \quad b = b(x).$$

Og det (7.1) sier er altså hvordan samvariasjonen mellom de variable kostnader og produktmengden er langs substitumalen. Grafisk er denne samvariasjonen framstilt i figurene 2.5.3 og 2.5.6.

En skal først se på tilpassingen når produsentens målsetting forutsettes å være størst mulig fortjeneste. Denne målsetting kan en uttrykke på den måten at differansen:  $px - (q_1 v_1 + q_2 v_2)$  skal gjøres størst mulig. Her betegner  $p$  prisen på produktet og  $q_1$  og  $q_2$  betegner prisene på henholdsvis produksjonsfaktor nr. 1 og nr. 2. Denne differansen uttrykker fortjenesten som forskjellen mellom produksjonsinntekten og de variable produksjonskostnader. For å få tak i den egentlige fortjenesten (nettofortjenesten) må også de faste kostnader dekkes. En skal imidlertid senere vise at den optimale tilpassing av produksjonsomfanget for et foretak med et gitt teknisk produksjonsutstyr, er uavhengig av de faste kostnadene, og derfor er det likegyldig ut fra et tilpassingssynspunkt om en uttrykker fortjenesten ved:  $px - (q_1 v_1 + q_2 v_2)$  eller ved  $px - (q_1 v_1 + q_2 v_2) - B$ , hvor  $B$  betegner de faste kostnadene.

På grunnlag av de forutsetninger en har stilt opp, skal en nå finne ut hvilke mengder av de to produksjonsinnsatsene  $v_1$  og  $v_2$  og hvilken/produktmengde  $x$  som vil resultere i den største fortjenesten når prisene  $p$ ,  $q_1$  og  $q_2$  er gitte. Det er dette spørsmålet en her ønsker å finne svar på.

Det økonomiske optimumsproblem som et foretak med et gitt teknisk produksjonsutstyr står overfor når det gjelder å bestemme det gunstigste produksjonsomfang for å oppnå størst mulig fortjeneste, vil i praksis ofte bli løst på den måten at en sammenligner produksjonsinntektene og produksjonskostnadene ved alternative størrelser av produksjonen. Teoretisk kan en imidlertid løse dette økonomiske tilpassingsproblemet direkte. Og matematisk kan problemet formuleres slik:

$$(7.2) \quad r_1 = px - b(x) = \text{maks.}!, \text{ som også kan skrives:}$$

$$r_1 = a(x) - b(x) = \text{maks.}!$$

Eller:

$$(7.3) \quad r_2 = px - b(x) - B = \text{maks.}! \text{ eller uttrykt som:}$$

$$r_2 = a(x) - b(x) - B = \text{maks.}!$$

der:

$r_1$  = uttrykk for bruttofortjenesten,

$r_2$  = uttrykk for nettofortjenesten,

$p$  = prisen på produktet. (Betraktes her som konstant.)

$x$  = produktmengden.

$b$  = de variable produksjonskostnader. De oppfattes som en funksjon av  $x$ .

$B$  = de kostnader som er upåvirket av produktmengden. De betraktes følgelig som konstante.

$a = p \cdot x$  ): produksjonsinntekten, og den må oppfattes som en funksjon av  $x$ , d.v.s. :  $a = a(x)$ .

$\frac{da}{dx} = a'$  ): grenseinntekten, d.v.s. økningen i produksjonsinntekten pr.enhet økning i produktet (ved infinitesimal betraktning.)

Omfangsbetingelsen får en ved å maksimere (7.2) eller (7.3) med hensyn på  $x$ . Ved å derivere (7.2), får en:

$$\frac{dr_1}{dx} = \frac{da}{dx} - \frac{db}{dx} = a' - b' = p - b' = 0, \text{ d.v.s.}$$

at:

$$(7.4a) \quad \underline{a' = b'}, \text{ eller } \underline{p = b'}.$$

Og ved å derivere (7.3) får en:

$$\frac{dr_2}{dx} = \frac{da}{dx} - \frac{db}{dx} - \frac{dB}{dx} = a' - b' = p - b' = 0, \text{ d.v.s.}$$

$$(7.4b) \quad \text{at: } \underline{a' = b'}, \text{ eller } \underline{p = b'}.$$

Av (7.4a) og (7.4b) ser en at omfangsbetingelsen blir den samme om en tar med de faste kostnadene eller ikke. De faste kostnadene behøver en altså med andre ord ikke å trekke inn i bildet ved en slik økonomisk tilpassingsanalyse.

Uttrykt i ord sier (7.4) at en skal produsere akkurat så mye at grenseinntekten ( $a'$ ) blir lik grensekostnaden ( $b'$ ), forutsatt at det er størst mulig fortjeneste en ønsker å oppnå med produksjonsvirksomheten. Og i det tilfelle at prisen på produktet betraktes som gitt - slik som her - kan denne tilpassingsbetingelsen også uttrykkes på den måten at tilpassingen må skje der hvor prisen på produktet er lik grensekostnaden.

Betingelsen (7.4) representerer det generelle prinsipp for hvordan en skal bestemme produksjonsomfanget under de nevnte forutsetninger. Når en så har funnet en slik generell løsning på dette økonomiske tilpassingsproblemet, kan det være av interesse å spørre: Hvor stor blir fortjenesten når produksjonsomfanget blir bestemt ved (7.4)? Å svare på dette spørsmålet på den måten at en skal angi fortjenesten nøyaktig i kroner og øre er ikke mulig. Det en kan gjøre er å si noe om hvordan fortjenesten varierer med tilpassingspunktets beliggenhet på substitumalen.

En skal her ta utgangspunkt i det en ovenfor har kalt bruttofortjenesten, d.v.s.:

$$(7.5) \quad r_1 = px - b.$$

Av (7.4) vet en at i tilpassingspunktet er:  $p = b'$  som/er fullstendig kan skrives:

$$(7.6) \quad p = b' = \frac{q_1}{x_1'} = \frac{q_2}{x_2'} = \dots = \frac{q_n}{x_n'} = \frac{\sum q_i}{\sum x_i'} = \frac{\sum q_i \frac{v_i}{v_i}}{\sum x_i' \frac{v_i}{v_i}} = \frac{b}{\xi x},$$

d.v.s. at i tilpassingspunktet er  $p \xi x = b$ , som innsatt i (7.5) gir:

$$(7.7) \quad r_1 = px - b = px - p \xi x = px (1 - \xi).$$



Av (7.7) framgår det at bruttofortjenesten er lik null - d.v.s.:  
 $r_1 = 0$  - dersom tilpassingen skjer i et punkt hvor kapasitetsutnyttningen er teknisk optimal, d.v.s. hvor  $\xi = 1$ . Dessuten ser en at bruttofortjenesten blir negativ, dersom tilpassingen skjer i det føroptimale området (hvor  $\xi > 1$ ). Og videre blir bruttofortjenesten større dess lengre ute i det etteroptimale området (d.v.s. hvor  $\xi < 1$ ) tilpassingen skjer. En kan også merke seg at når den tekniske produksjonsloven er en såkalt pari-passulov ( $\xi = \text{konstant} = 1$ ), vil bruttofortjenesten alltid være lik null. (Forutsatt at prisen på produktet virkelig er lik grensekostnaden i tilpassingspunktet).

Ved å gjøre bruk av den sammenhengen som er uttrykt ved (7.7), vil det en ovenfor har kalt nettofortjenesten kunne uttrykkes som:

(7.8)  $r_2 = px - b - B = px - p\xi x - B = px(1 - \xi) - B$ . Relasjonen (7.8) viser at en vil oppnå positiv nettofortjeneste først når tilpassingen skjer et stykke lengre ute på substitumalen enn der hvor passuskoeffisienten passerer 1. Nettofortjenesten vil være lik null - d.v.s.:  $r_2 = 0$  - i det punktet på substitumalen hvor:  $\xi = 1 - \frac{B}{px}$ . Først utenfor dette punktet vil en få positiv nettofortjeneste. (En vil se denne sammenhengen lettere ved den grafiske betraktningen).

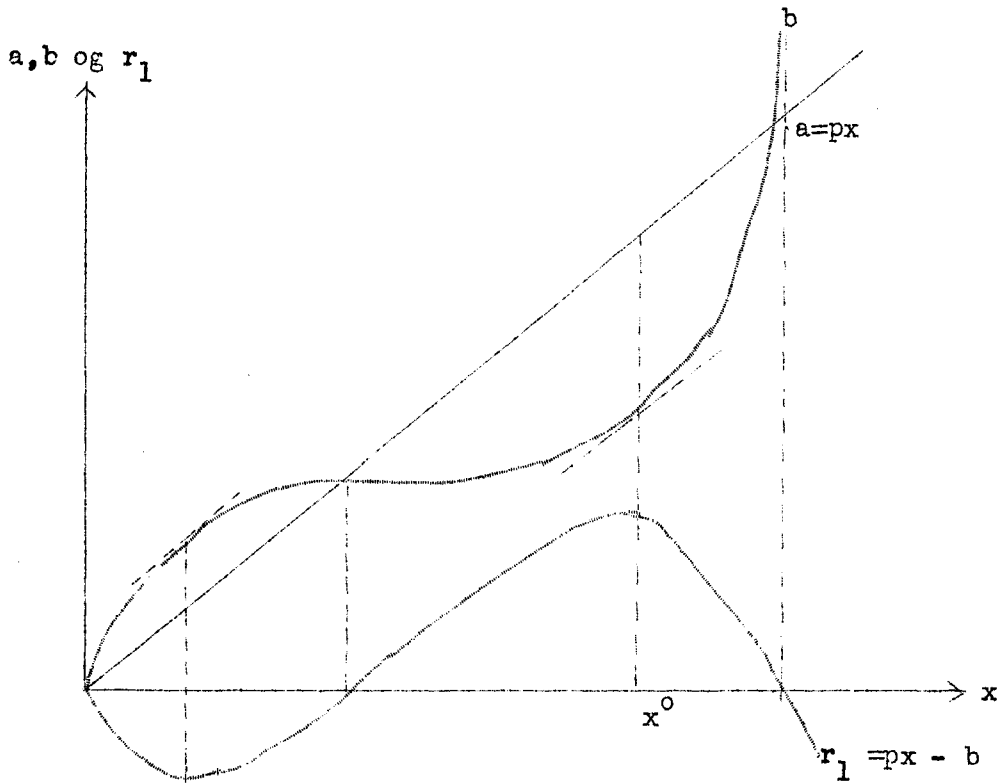
En vil se av behandlingen foran at tilpassingsbetingelsene blir de samme om en maksimerer differansen mellom produksjonsinntekten og de variable kostnader, eller differansen mellom produksjonsinntekten og de totale produksjonskostnader. De kostnader som er upåvirket av produksjonsomfanget, vil altså ikke influere på tilpassingsbetingelsene. Tilpassingsbetingelsene ved forrentningen som målsetting vil derfor bli de samme som ved fortjenesten som målsetting. Renten på den faste kapital inkluderes da ikke i store B. Som en vil se av den grafiske framstilling vil det optimale tilpassingspunkt bare avhenge av grensekostnadskurven, som er uavhengig av de faste kostnader.

Når en betrakter en enkelt produksjonsperiode vil en målsetting som går ut på å gjøre forrentningsprosenten størst mulig, åpenbart føre til den samme optimale tilpassing som når målsettingen er maksimal forrentning. Betrakter en derimot en rekke produksjonsperioder under ett, slik at det blir spørsmål om å drøfte tilpassingen på lang sikt, vil den optimale tilpassing kunne bli forskjellig ved to målsettinger.

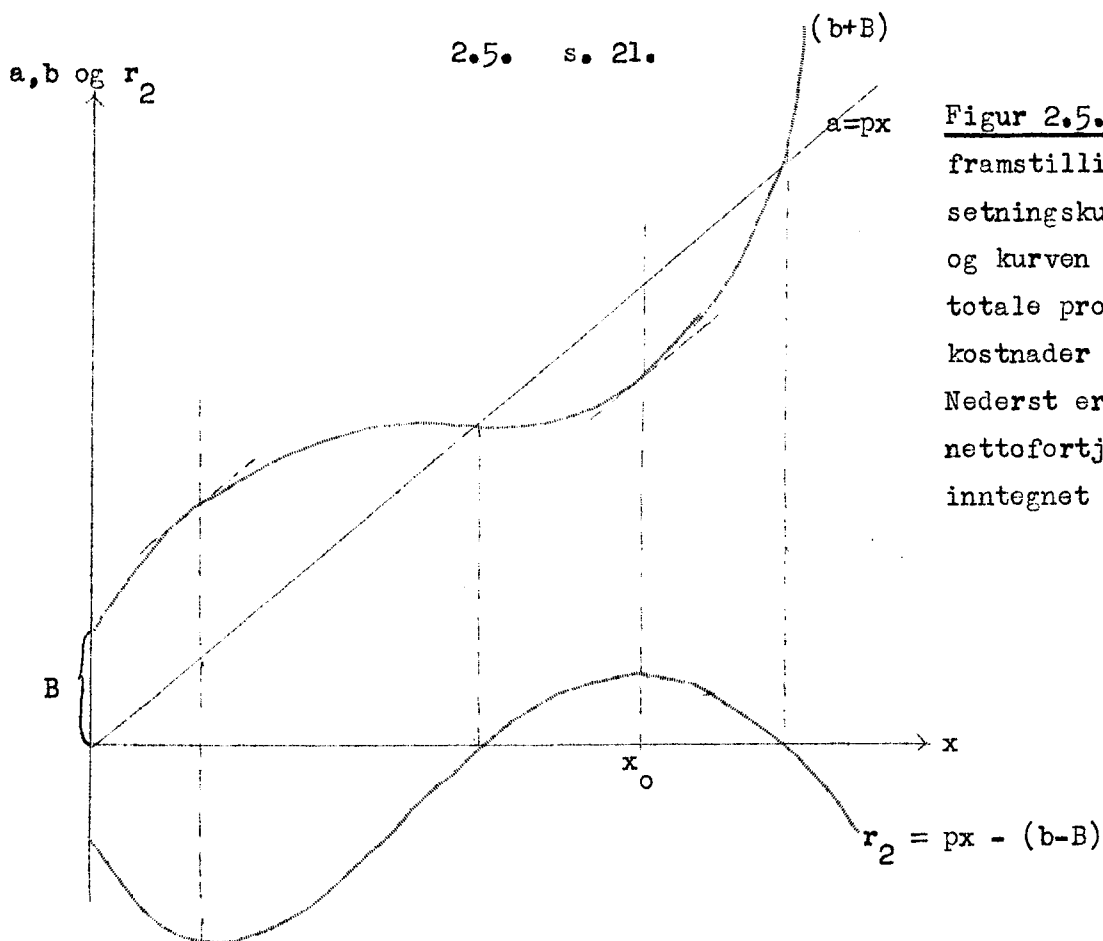
Når det gjelder maksimalisering av familiens arbeidsfortjeneste, må vi trekke ut en produksjonsfaktor som ved behandlingen av målsettingene foran var spesifisert i vår produktfunksjon for de korttidsvariable faktorer. Trekker vi arbeidsfaktoren helt eller delvis ut (kan trekke ut bare brukerens arbeidsinnsats eller hele familiens, eventuelt leid arbeidskraft blir tilbake), får den nye produktfunksjon en annen form enn den tidligere, og en får derved

også en ny kostnadsfunksjon og en ny grensekostnadskurve. Tilpassingsbetingelsen blir helt analogt at grensekostnaden skal være lik produktprisen, men da vi nå har en annen grensekostnadskurve blir tilpassingspunktet et annet. Det er viktig å være klar over dette at ulike målsettinger gir ulike optimale planer.

I det følgende skal en gi en grafisk framstilling av tilpassingen av produksjonsomfanget.



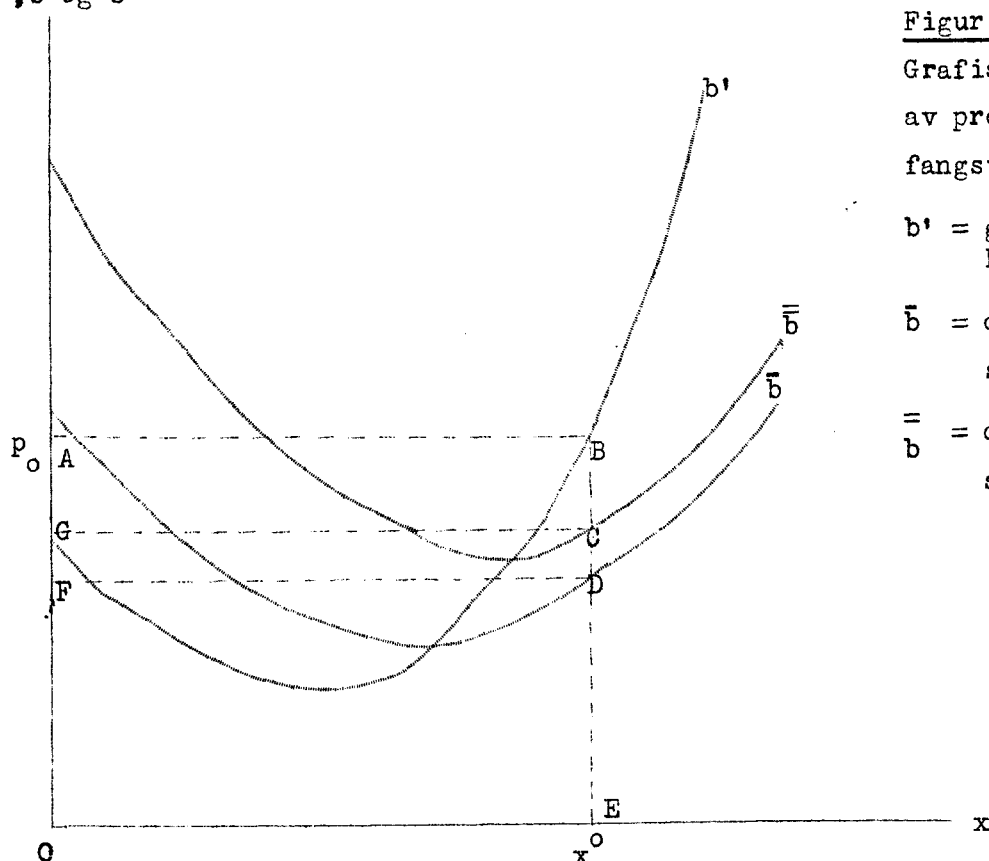
**Figur. 2.5.9.**  
Grafisk framstilling av omsetningskurven (a) og kurven for de variable kostnader (b). Bruttofortjennestens variasjon er framstilt ved  $r_1$  - kurven.



Figur 2.5.10. Grafisk framstilling av omsetningskurven (a) og kurven for de totale produksjonskostnader (b+B). Nederst er kurven for nettofortjenesten inntegnet ( $r_2$ ).

I figur 2.5.9 er inntektens og de variable kostnaders variasjon langs substitumalen framstilt. Dessuten har en tegnet inn kurven for bruttofortjenesten. I figur 2.5.10 er tilsvarende kurver inntegnet, men her har en også tatt med de faste kostnadene. Totalkostnadskurven i figur 2.5.10 har samme form som kurven for de variable kostnader i figur 2.5.9, men den er parallellforskjøvet oppover et stykke som svarer til de faste kostnader. Av disse figurene ser en at både bruttofortjenesten ( $r_1$ ) og nettofortjenesten ( $r_2$ ) har sitt maksimum når det produseres en produktmengde på  $x^0$ , og det stemmer med (7.4 a) og 7.4 b).

En kan også studere produsentens omfangstilpassing grafisk på en annen måte. I stedet for å framstille omsetningskurven og kurven for de samlede (variable) kostnader, kan en se på hvordan en grafisk kan illustrere tilpassingen ved hjelp av grense- og gjennomsnittskostnadskurver. En får da følgende grafiske framstilling.

p, b',  $\bar{b}$  og  $\bar{b}$ 

Figur 2.5.11.

Grafisk framstilling  
av produsentens om-  
fangstilpassing.

$b'$  = grensekostnads-  
kurven.

$\bar{b}$  = de variable  
stykkkostnader.

$\bar{b}$  = de totale  
stykkkostnader.

I følge (7.4) skal produkttilpassingen skje i det punktet hvor prisen på produktet er lik grensekostnaden. Dersom nå produktprisen er lik  $p^0$ , kan en av figur 2.5.11 avlese at den optimale produktmengden må bli lik  $x^0$ . (Såfremt en bygger disse ulike figurframstillingene på de samme forutsetninger, vil en sjølsagt komme til samme resultat).

Produksjonsinntekten illustreres i figur 2.5.11 ved rektanglet OEBA. Bruttofortjenesten angis ved FDBA, og det en her har kalt nettofortjenesten illustreres ved rektanglet GCEA.

Av figur 2.5.11 går det klart fram at forutsetningen for å finne et optimalt produksjonsomfang, er at grensekostnadene før eller senere blir stigende når en beveger seg ut over substitumalen. Dersom det ikke er tilfelle, vil en nemlig ikke kunne få noe punkt hvor produktprisen er lik grensekostnaden - slik som betingelsen for optimal omfangstilpassing krever. Fra punkt 2.5.6. vet en at optimumsvariasjonen i kostnadene følger som en direkte konsekvens av den tekniske produksjonslovens såkalte ultra - passumkarakter. Ved en teknisk produksjonslov av pari-passukarakter vil grensekostnadene være konstante langs hele substitumalen (se figur 2.5.7.), og en vil således ikke få noe skjæringspunkt hvor produktprisen og grensekostnadene er like. Derfor vil omfangstilpassingsproblemet - med våre forutsetninger som utgangspunkt - være teoretisk

uløselig når produktfunksjonen er av pari-passukarakter. I unntakstilfelle kan produktprisen riktignok være lik den konstante grensekostnaden, men en vil jo likevel ikke få bestemt noen optimal produktmengde, fordi betingelsen:  $p = b'$  i et slikt tilfelle vil være oppfylt i et hvilket som helst punkt på substitumalen. Og som tidligere framhevd vil også bruttofortjenesten samtidig være lik null for en hvilken som helst produktmengde ved pari-passulov.

Figurene 2.5.9., 2.5.10., og 2.5.11., forutsetter at en har en produktfunksjon av ultra-passumkarakter.

Hittil har en drøftet omfangstilpassingsproblemet under den forutsetning at produsenten er kvantumstilpasser både på produkt- og faktormarkedene. En skal i det følgende gi en teoretisk behandling av dette økonomiske tilpassingsproblemet med utgangspunkt i andre forutsetninger når det gjelder produsentens strategiske stilling på produktmarkedet. I stedet for å forutsette at produsenten er kvantumstilpasser på produktmarkedet, vil en nå anta at han også er i stand til å påvirke den prisen han utbyr produktet sitt til på markedet. En vil med andre ord forutsette at produsenten er monopolist på produktmarkedet. På faktormarkedene vil en imidlertid opprettholde forutsetningen om at produsenten er kvantumstilpasser. (Og forøvrig vil en i den følgende analyse bygge på de forutsetningene en tidligere har gjort).

Forat en monopolist skal kunne bedømme hvilket kvantum han bør tilby i markedet for å oppnå maksimal fortjeneste, er det nødvendig at produsenten har kjennskap til de etterspørselsforhold som hersker på vedkommende marked. Forutsetter en at etterspørselen etter vedkommende produkt kan beskrives ved hjelp av en enkel etterspørselsfunksjon, så er kjennskapet til en slik etterspørselsfunksjon et tilstrekkelig grunnlag til å bestemme det kvantum som produsenten bør fikserer for å oppnå størst mulig fortjeneste. I det matematiske språk kan en uttrykke en slik etterspørselsfunksjon på følgende måte:

$$(7.9) \quad p = p(x)$$

Det denne etterspørselsfunksjon uttrykker, er at pris og kvantum er bundet sammen på en bestemt måte, slik at det til en gitt pris vil bli etterspurt et bestemt kvantum. I dette ligger at etterspørerne ut fra sitt kjennskap til prisen på markedet bestemmer den mengde de ønsker å kjøpe. En tilbyder som står i monopolstilling på markedet, må imidlertid betrakte både pris og kvantum som variable størrelser det gjelder å fastlegge. Men det er ikke riktig å si at monopolisten bestemmer både markedsprisen og det motsatte kvantum i markedet. En kan framstille forholdet mer korrekt ved å si at monopolisten står overfor en rekke alternativer for "sammenhengende verdier av pris og kvantum" (etterspørselsfunksjonen), og i og med at han har funnet

ut hvilke alternativ som vil være gunstigst for ham, vil han produsere det kvantum som dette gunstigste alternativet inneholder. Og tilbudt i markedet vil dette kvantum bevirke at prisen innstiller seg i overensstemmelse med etterspørselsfunksjonen. Prisen bestemmes således både av etterspørernes og tilbyderens handlemåte i markedet. Men som etterspørselsfunksjon<sup>en</sup> i (7.9) er uttrykt, vil en imidlertid formelt oppfatte prisen som en funksjon av kvantum.

Ved en teoretisk analyse av omfangstilpassingsproblemet når produsenten forutsettes å stå i monopolstilling på produktmarkedet, kan en formulere problemstillingen matematisk slik:

$$(7.10) \quad r_3 = p(x) \cdot x - b(x) = \text{maks.}!$$

Når en sammenlikner formuleringen (7.10) med det som er uttrykt ved (7.2), så er forskjellen den at ved (7.2) gjeldet det å finne den produktmengden som resulterer i maksimal bruttofortjeneste når produktprisen betraktes som en gitt konstant, mens ved (7.10) skal en løse om omfangstilpassingsproblemet ved å betrakte produktprisen som en funksjon av det tilbudte kvantum.

Ved å maksimere uttrykket

(7.10) får en:

$$\frac{dr_3}{dx} = \frac{dp}{dx} \cdot x + p - \frac{db}{dx} = 0, \text{ som videre kan skrives:}$$

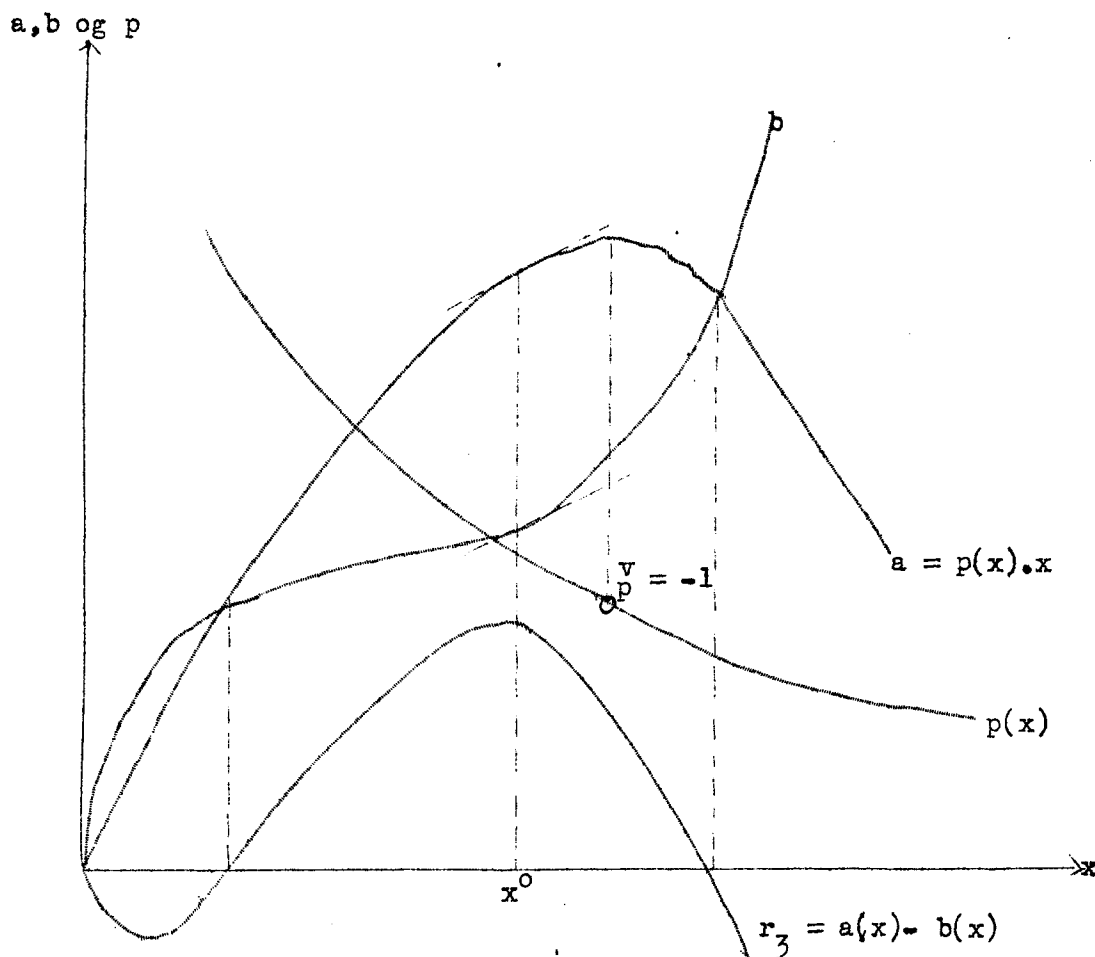
$$(7.11) \quad p \left(1 + \frac{v}{p}\right) = b'$$

der:  $\frac{v}{p} = \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x}{p}$ ): etterspørselsfleksibiliteten, og den er negativ dersom etterspørselskurven er synkende.

$p \left(1 + \frac{v}{p}\right) = \frac{da}{dx} = a'$ ): grenseinntekten når produktprisen betraktes som en funksjon av kvantum.  
(Den fleksibilitetskorrigerede pris).

På samme måte som (7.4) sier (7.11) at en skal produsere akkurat så mye at grenseinntekten -  $p \left(1 + \frac{v}{p}\right)$  - blir lik grensekostnaden ( $b'$ ), men sagt på en annen måte sier tilpassingsbetingelsen (7.11) at den såkalte fleksibilitetskorrigerede pris -  $p \left(1 + \frac{v}{p}\right)$  - skal være lik grensekostnaden i stedet for at produktprisen skal være lik grensekostnaden, slik (7.4) uttrykker det.

Ved en grafisk betraktning av omfangstilpassingsproblemet vil en få følgende bilde når en forutsetter at produsenten er monopolist på produktmarkedet:

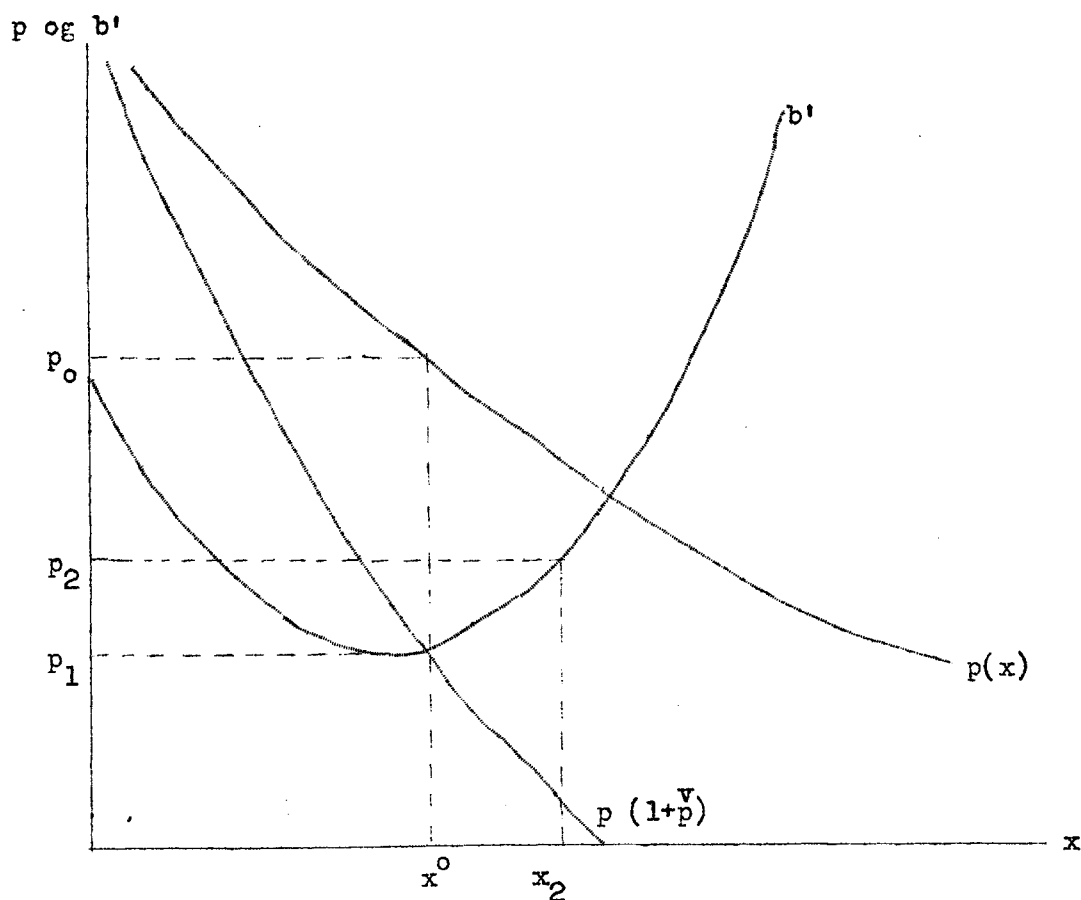


Figur. 2.5.12. Grafisk framstilling av etterspørselskurven ( $p(x)$ ), omsetningskurven ( $a$ ), kurven for de variable kostnader ( $b$ ) og kurven for bruttofortjenesten ( $r_3$ ).

I figur 2.5.12 har en gått ut fra en gitt etterspørselskurve, og med utgangspunkt i en slik etterspørselskurve vil en kunne inntegne omsetningskurvens forløp. Videre har en framstilt hvordan de variable kostnader varierer langs substitumalen, og ved å sammenholde kostnadskurvens og omsetningskurvens forløp har en så framstilt bruttofortjenestens variasjon med produktmengden. Den produktmengden som gir størst fortjeneste under de gitte etterspørselsforhold og med en kostnadsstruktur som figuren antyder, er i figuren angitt med  $x^0$ . I dette punktet har nemlig tangenten til kostnadskurven og tangenten til omsetningskurven samme heldning, d.v.s. at i dette punktet er:

$$b' = p \left( 1 + \frac{p'}{p} \right), \text{ (jfr. 7.11).}$$

For bedre å illustrere hvordan prisen innstiller seg i markedet når tilbyderer er monopolist, kan en framstille omfangstilpassingen slik:



**Figur 2.5.13.** Grafisk framstilling av produkttilpassingen når produsenten står overfor en gitt etterspørselskurve.

I figur 2.5.13 har en tegnet inn etterspørselskurven  $p(x)$ , og når etterspørselskurven er gitt, kan en bestemme kurven for grenseinntekten:  $p(1 + \frac{1}{p})$ . Der denne kurven skjærer grensekostnadskurven vil tilpassingen skje i følge (7.11). Således vil det i dette tilfelle bli produsert en produktmengde på  $x^0$ , og markedsprisen vil bli  $p^0$ .

Av denne figuren vil en se at det ville ha blitt produsert en produktmengde større enn  $x^0$  sjøl om prisen hadde ligget under  $p^0$ , dersom produsenten hadde vært kvantumstilpasser. For en hvilken som helst prishøyde mellom  $p_1$  og  $p^0$  ville det bli produsert mer enn  $x^0$  dersom produsenten hadde vært kvantumstilpasser.

Eksempelvis ville en produktpris på  $p_2$  resultere i en produktmengde på  $x_2$ , forutsatt at produ-



senten hadde stått overfor en gitt pris i stedet for overfor en gitt etterspørselsfunksjon med muligheter til å påvirke prisen. En kan således si at med våre forutsetninger som utgangspunkt, vil det en kan kalle "monopoltendenser" resultere i mindre produksjon enn når produsenten er kvantumstilpasser.

-----

I det foregående har en analysert omfangstilpassingsproblemet under forutsetning av at produsenten enten er kvantumstilpasser eller monopolist på produktmarkedet. En kunne generalisere analysen ved å forutsette at produsenten står i monopolstilling også på ett eller flere av faktormarkedene. Det nye i en slik problemstilling vil bli at produsenten står overfor gitte tilbudsfunksjoner i faktormarkedene i stedet for overfor gitte og konstante faktorpriser. Analyseteknikken vil imidlertid være den samme bare litt mer komplisert, så en skal ikke her gjennomføre en tilpassingsanalyse på grunnlag av slike forutsetninger.

Videre kan en i denne sammenheng framheve at markedsformene kvantumstilpassing og monopol representerer "ytterpunktene" av de ulike markedstypene en støter på i praksis. De tallrike mellomformer av strategiske markedstyper skal <sup>en</sup> imidlertid ikke ta opp til behandling her. Men en vil nevne dette bare for å understreke at de analysene en har gjennomført i det foregående kan generaliseres i mange retninger.

Spørsmål:

1. Hva vil det si at produsenten er kvantumstilpasser?
2. Hvilke konkrete omstendigheter kan bevirke at en produsent kommer i monopolstilling?
3. Hvilke konsekvenser kan prisbevegelser få for produksjonen?
4. Hvilke økonomiske tilpassingsproblemer melder seg for en produksjonsvirksomhet?
5. Hva er en substitumal?
6. Hva menes med grensekostnad og gjennomsnittskostnad?
7. Hva er betingelsen for at en har nyttet den økonomisk mest fordelaktige faktorkombinasjon i et gitt tilfelle?
8. Hvilke egenskaper må produktfunksjonen ha for at en skal få en optimumsvariasjon i kostnadene?
9. Hva vil det si at produksjonsomfanget er optimalt?
10. Hva er betingelsen for å oppnå maksimal fortjeneste av produksjonsvirksomheten?
11. Hvorfor vil de faste kostnadene ikke influere på omfangstilpassingen i den enkelte produksjonsperioden?

Litteraturhenvisninger:

Professor Ragnar Frisch: "Innledning til produksjonsteorien",  
(side 106-129).

Erich Schneider: "Pricing and Equilibrium" (side 50 - 158).