ARKIVEKS.

INSTITUTT FOR DRIFTS... N. L. OG LANDBRUKSØKONOMI

O. Aresvik.

Forelesninger

i

LANDBRUKETS PRODUKSJONS- OG KOSTNADSTEORI

Første hefte.

O. A r e s v i k

Forelesninger

i

LANDBRUKETS

PRODUKSJONS- OG KOSTNADSTEORI

Første hefte.

Produksjonsteoriens grunnbegreper
og enkeltvareproduksjon.

Norges Landbrukshøgskole
1951.

Rotator skrivekontor
Vollebekk.

F o r o r d .

Disse forelesninger er blitt stensilert og utdelt til studentene etter hvert som en har forelest faget. Stoffet er derfor ikke så grundig og systematisk gjennomarbeidet som önskelig kunne være. Framgangsmåten ble valgt på grunn av den knappe tid som ved min tiltreden stod til rådighet for undervisningen for de klasser som skulle ta eksamen våren 1951. For å lette arbeidet for studentene har jeg ment det likevel ville være en fordel å få forelesningene trykt.

Vollebekk, 16. mai 1951.

Oddvar Aresvik.

I n n h o l d s f o r t e g n e l s e .

Side.

I. PRODUKSJONSTEORIENS UTVIKLING.

Den förste begynnelse til en produksjonsteori finner en i diskusjonene om hva slags arbeid som er "produktivt". Fysiokratene f.eks. framholdt at bare arbeidet i jordbruket hadde denne egenskap, mens ADAM SMITH (födt 1723) utvidet begrepet, idet han mente at også annet slags arbeide var "produktivt".

Begynnelsen til en produksjonsteori i moderne forstand finner en i undersökelsene over det avtakende utbytte av jorda. Disse undersökelser har det til felles med de eldre diskusjoner at formålet er å belyse nasjonalinntektens fordeling på de forskjellige grupper av inntektstakere. Både RICARDO (födt 1772) og von THÜNEN (födt 1783) kom således inn på sine produksjonsteoretiske betraktninger, fordi de ville forklare grunnrentens, arbeidslönnens og kapitalrentens höyde.

Men i to retninger skiller denne nye produksjonsteori seg fra den eldre. For det förste går den nye inn for en langt mere eksakt og kvantitativ formulering av de lovmessigheter som gjör seg gjeldende. Forskere som Ricardo og von Thünen f.eks. studerer nöye den måte hvorpå störrelsen av de produktive innsatser varierer. Og de gjör det ikke bare abstrakt, men bygger på konkrete iakttakelser. von Thünen f.eks. förte i mange år nöyaktige noteringer om avlingsutbyttet, kostnader o.s.v. på sitt gods Tellow i Mecklenburg.

For det annet innförer Ricardo og von Thünen den marginale betraktningsmåte. De fester seg ved den tilvekst i produktmengde en får, om störrelsen av en viss produktiv innsats får en viss tilvekst. Dette synspunkt er meget fruktbart og kaster lys over mange spörsmål som blir stående uten mening, så lenge en bare ser på totalstörrelsene. Denne betraktningsmåte leder til begrepet grenseproduktivitet som spiller en stor rolle i den moderne teori.

Von Thünen studerte arbeidets og kapitalens grenseproduktivitet hver for seg. Som eksempel på arbeidets grenseproduktivitet angir han hvorledes höstutbyttet fra en potetåker kan ökes ved å anvende flere dagsverk. (Se tabell 1.) [1]

---

1) Johann Heinrich von Thünen: "Der isolirte Staat in Beziebung auf Landwirtschaft und Nationalökonomie" zweite Auflage, Jena 1921, s. 570.

Tab. 1.

Antall dagsverk anvendt	Skjepper poteter	Det siste dagsverk har altså produsert (Grenseproduktiviteten)
4	80	
5	86,6	6,6
6	91	4,4
7	94	3,0
8	96	2,0
9	97,3	1,3
10	98,2	0,9
11	98,8	0,6
12	99,2	0,4

Hvis potetprisen pr. skjeppe er 5, og arbeidslönnen pr. dag 8, så vil det, sier von Thünen, lönne seg å bruke det 8. dagsverk, men det vil ikke lönne seg å bruke det 9. Det 8. dagsverk skaper nemlig en produktverdiökning på 2 . 5 = 10, altså mer enn daglönnen, mens det 9. dagsverk bare skaper en produktverdiökning på 1,3 . 5 = 6,50, altså mindre enn daglönnen. Ved en nöyere tilpassing, hvor det brukes brökdeler av et dagsverk, må arbeidsanvendelsen stanse i et punkt hvor det blir nöyaktig likhet mellom daglönnen og den produktverdiökning (grenseproduktivitet) som arbeidet skaper.

På liknende måte analyserer han kapitalen og dens grenseproduktivitet.[1] Han gir fölgende eksempel (se tabell 2).

Tab. 2.

Den anvendte kapitalmengde (pr.arbeider)	Produktmengde (pr.arbeider)	Kapitalens grenseproduktivitet.
4	247,6	
5	273,9	26,3
6	297,6	23,7
7	318,9	21,3
8	338,1	19,2

Også for kapitalen gjelder det, sier han, at ökningen i anvendelsen må stanse der den pris en må betale for den blir lik grenseproduktiviteten.

I löpet av det 19. århundre er . den avtakende utbytteökning av jorda blitt studert mer detaljert og eksperimentelt av jordbrukskjemikerne, således av Justus von Liebig, av Mitscherlich og en rekke andre. Ved undersökelsene til disse svinget problemstillingen noe. En kom bort fra det makrosynspunkt som lå bak Ricardos og von Thünens analyse: Arbeide og kapital oppfattet som to store kategorier av produktive innsatser, hvis fordelingskvoter det gjalt å bestemme, og over til mikro-synspunktet, hvor en regner med mange produksjonsfakterer. Hver av disse blir videre spesifisert i

---
1) Op.cit. side 507.

teknisk detalj slik det er nödvendig, når de skal inngå i eksakte fysisk-kjemiske eksperimenter.

Som et eksempel kan tas fölgende hentet fra Mitscherlich.[1)]

Tab. 3.

Tilsetning av fosforsur kalk g.	Når der brukes 600 g vann		Når der brukes 1200 g vann	
	Total utbytte Törrsubstans av havre	Produktökning pr. tilsatt g kalk (grenseproduktivitet m.h.p. kalk)	Total utbytte Törrsubstans av havre	Produktökning pr. tilsatt gram kalk (grenseproduktivitet m.h.p. kalk.)
0,000	4,9	,	9,2	. .
0,114	12,6	67,5	21,4	107,5
0,229	20,1	65,2	31,6	88,7
0,458	26,5	27,9	47,2	68,1
0,916	37,2	23,4	64,2	37,1
1,832	44,9	8,4	70,5	6,9
3,664	48,2	1,8	78,5	4,4

Ved å lese nedover i tabell 3 finner en hvorledes havreutbyttet varierer, hvis tilsetningen av fosforsur kalk varierer, mens de andre tilsatte stoffer holdes konstante. Som en ser blir det en avtakende utbytteökning. Tabellen inneholder også opplysninger om et annet produksjonsstoff, nemlig vann. Havreutbyttets variasjon er forskjellig ettersom vanntilsetningen er liten eller stor. Sammenlikner en tallene horisontalt fra tredje til femte kolonne, så finner en, hvorledes havreutbyttet endres om vanntilsetningen endres mens kalktilsetningen holdes konstant. Det gir grenseproduktiviteten m.h.p. vann, mens den vertikale variasjon av tallene gir grenseproduktiviteten m.h.p. kalk.

Eksemplet fra Mitcherlich illustrerer to av de faktorer som havreutbyttet avhenger av. I virkeligheten er det naturligvis også en hel del andre. Og hver av dem kunne underkastes en liknende analyse. Ikke bare det, men det har interesse å undersöke hvordan det går, om en samtidig varierer flere faktorer på visse foreskrevne måter. Ganske generelt, en föres her til en betraktning av flerdimensjonale variasjoner. Det samme gjelder selv om en söker å definere hver faktor så meget som mulig ut fra makro-synspunktet. Allikevel blir det som regel flere faktorer ("råstoff", "arbeid", "energiforbruk", "maskinslitasje", "administrasjon" etc). Studiet av slike flerdimensjonale variasjoner er hovedinnholdet i den moderne produksjonsteori. Vanskeligheten ved problemene ligger nesten bestandig i at det er nödvendig å ta hensyn til flere faktorer samtidig.

Undersökelser har vist at loven om den avtakende utbytteökning bare er et stadium av en mere generell lov som sier at först får en til-

[1)] Her sitert etter Paul Borgedal: Intensitetsproblemet i det norske jordbruk. Fredrikstad 1926, side 39.

takende utbytteökning inntil et visst optimum, og först deretter en avtakende utbytteökning.

I de senere år er de eksperimentelle undersökelser over den kvantitative sammenheng mellom de produktive innsatser og det produkt som framkommer blitt foretatt også innenfor annen slags produksjon enn jordbruksproduksjonen. Ved store industrielle bedrifter og transportvirksomheter f.eks. er foretatt viktige undersökelser av denne art. Det har vist seg at praktisk talt overalt stöter en på den samme optimumslov som sier at hvis bare en faktor eller en enkelt gruppe av faktorer varierer, får en först en tiltakende utbytteökning og deretter en avtakende utbytteökning. I enkelte tilfelle er det förste stadium mest framtredende, i andre tilfeller det andre stadium.

--- o ---

II. PRODUKSJONSTEORIENS GRUNNBEGREPER.

1. Produksjon i teknisk forstand. Produksjonsfaktorer og produkt.

I vid betydning kan begrepet teknisk produksjon defineres som enhver transformasjonsprosess dirigert av mennesker. I begrepet transformasjon ligger at det er visse ting (varer eller tjenester) som går inn i prosessen og der mister sin identitet, mens visse andre ting (varer eller tjenester) oppstår, de kommer ut av prosessen. De förste kalles produksjonsfaktorene (innsatselementene), de siste produktene, (uttakselementene, resultatelementene). Kornet som legges i jorda, gjödsla, arbeidskraften, drakraften o.s.v. er produksjonsfaktorer, avlingen er produkt. Trematerialene og snekkerens arbeide er produksjonsfaktorer, bordet og stolene er produkter.

Den transformasjon en kaller produksjon i teknisk forstand, behöver ikke å forandre selve de stofflige egenskaper ved tingene. Den kan ofte bare være en flytning eller en sortering eller en oppbevaring ("en flytning i tid"). Tömmerstokker inne på skogen er ikke det samme som tömmerstokker ved sagbruket. Det å kjöre tömmer ut til elven, flöte det og bringe det til sagen er like meget produksjon i teknisk forstand som det å felle og barke tömmeret. Likeens med sortering og oppbevaring, f.eks. av frukt og grönnsaker. Det som rent teknisk sett er produksjon innenfor handelsvirksomheten, er for en stor del slike sorteringer eller flytninger i tid og sted.

Det som er produkt på et trinn, kan være produksjonsfaktor på det neste. Ulla er f.eks, et produkt ved saueholdet, men den er en produksjonsfaktor ved framstilling av töyer.

Ulla passerer under denne framstilling 4 stadier: råull, tops (et forprodukt til garn), garn og töyer. Ser en på hvert trinn ved töyframstillingen for seg, er både tops, garn og töyer produkter. Om en derimot betrakter hele fabrikasjonsprosessen under ett, så er råulla en produksjonsfaktor og töyene produktet, mens topsen og garnet kan betegnes som mellomprodukter.

2. Produksjon i ökonomisk forstand. Vurderingskoeffisienter.

Ved en rasjonell behandling av produksjonsteorien må en ta som utgangspunkt en definisjon av produksjon i teknisk forstand. Men i en produksjonsteori som skal gå inn som ledd i landbruksökonomiens lærebygning, er det nödvendig å kunne foreta en jamföring mellom produksjonsfaktorene innbyrdes og mellom disse og produktet. Dette kan som regel bare skje på et eller annet vurderingsmessig grunnlag som ikke kan reduseres bare til tekniske begreper. Dette er et hovedproblem som en i ökonomien ikke kommer utenom.

Dette prinsipielle spörsmål om vurderingens plass i analysen, möter en på alle punkter i produksjonsteorien så snart en går ut over den rent tekniske beskrivelse av produksjonsprosessen. Produksjon i ökonomisk forstand vil nemlig si forsök på skapingen av et produkt som blir vurdert höyere enn innsatsen.

Når en bonde skal avgjöre, om han skal produsere korn eller poteter, er viktige momenter korn- og potetprisen sammenliknet med kostnadene ved de to slags produksjon. M.a.o. for ham er vurderingsskalaen simpelthen gitt ved prisene i markedet. Prisene i markedet er de <u>vurderingskoeffisienter</u> han går ut fra, d.v.s. de koeffisienter han bruker for å bringe de forskjellige varer og tjenester på ens benevning, så de kan sammenliknes. Det er en jamföring på dette grunnlag som for ham definerer begrepet <u>ökonomisk</u> produksjon.

Men jordbruksproduksjonen kan også vurderes på andre måter. En ernæringsfysiolog f.eks. vil regne i kalorier og vitaminer. Og denne målestokk er på ingen måte mindre realistisk enn prismålestokken.

Når Statens Ernæringsråd kommer sammen for å dröfte forsyningssituasjonen i tilfelle krig, er det nettopp en slik målestokk som må brukes.

I noen tilfeller kan vurderingsskalaen være av <u>kvasiteknisk</u> art, d.v.s. den framtrer i formen som noe teknisk og objektivt, men inneholder dog i siste instans vurderingselementer. Det gjelder f.eks. når der utföres indeksberegninger over produksjonsvolumet eller når en regner ut antall "beregnede kyr" som uttrykk for det samlede husdyrhold [1] på et gardsbruk.

1) Husdyrstyrken har i norsk statistikk vært beregnet slik: 1 storfe = ½ hest = 6 sauer eller geiter = 2 svin = 4 rein. For en kritikk av denne beregningsmåte se "Jordbrukstellingen i Norge 20. juni 1929". Fjerde hefte pag. 292, Oslo 1932.

Den tekniske produksjonsanalyse bygger utelukkende på begreper og kriterier som kan formuleres teknisk og objektivt. Ved de andre former av produksjonsanalyse må det forutsettes et system av vurderingskoeffisienter - f.eks. markedsprisene - slik at de forskjellige varer og tjenester som forekommer i analysen enten som produksjonsfaktorer eller som produkter, kan bli bragt på felles benevning så de kan sammenliknes. Alt etter arten av dette system kan en tale om en prisökonomisk, en samfunnsökonomisk, en kvasiteknisk analyse etc. Hvilket av disse vurderingssystemer er det "riktige", er det ikke vitenskapens sak å avgjöre. Her skal en oftest bruke prisene fordi det pedagogisk er enklest. Men resonnementet om ökonomisk optimum o.likn. blir det samme ved andre slags koeffisienter.

3. Enkelt-produksjon, assortert produksjon og samkoplet produksjon.

Dersom en produksjon er slik at produksjonsresultatet er en enkelt teknisk ensartet vare eller tjeneste, betegnes den som enkeltproduksjon. Innenfor en hel landbruksbedrift er enkeltproduksjonen sjelden. Betrakter en derimot de enkelte deler av virksomheten, vil virksomheten ofte framtre som enkeltproduksjon, f.eks. produksjon av en bestemt kornsort på bestemte arealer. Det vesentligste ved hvert enkelt av slike produksjonsledd kommer som regel fram om en forutsetter at resultatet er et teknisk ensartet produkt hvis störrelse avhenger av de brukte mengder av produksjonsfaktorene.

I mange tilfelle er imidlertid problemstillingen mere komplisert. Det kan f.eks. hende at en vil undersöke under hvilke omstendigheter det i jordbruket vil lönne seg å skifte over fra en slags avling til en annen slags, f.eks. poteter. Det vesentligste ved problemet er her at en del av de foreliggende produksjonsfaktorer kan anvendes alternativt til framstilling av det ene eller det andre produkt. I disse tilfelle snakker en om assortert produksjon eller assor-terte produkter. Denne form er svært alminnelig i jordbruket.

Produksjonen av samkoplede produkter eller kortere samkoplet produksjon er en tredje form. I disse tilfelle er selve den tekniske eller biologiske prosess slik at det er umulig å framstille ett produkt uten samtidig å framstille et eller flere andre. Denne form er også alminnelig i jordbruket. Ull og sauekjött, melk og kukjött, korn og halm er typiske eksempler. Alt etter den del som de forskjellige produkter utgjör av den totale produktverdi, kan en snakke om hovedprodukt, biprodukt og avfallsprodukt. Ved en endring av prisforholdet kan biproduktet rykke opp til hovedprodukt.

Det mengdeforhold hvori samkoplede produkter framstilles, er ikke alltid helt ut bestemt av tekniske grunner, men kan variere, iallfall innenfor visse grenser. Ved å skifte over fra en sauerase til en annen kan en f.eks. få mere ull og mindre kjött eller omvendt, og ved å skifte over til en annen storferase mere og verdifullere kjött og mindre melk. Som regel vil en slik endring medföre kostnader (målt i priser eller andre vurderingskoeffisienter). Spörsmålet om hvilket mengdeforhold som skal velges, blir derfor et lönnsomhetsspörsmål. Hvis det er et forholdsvis vidt område hvor en variasjon er teknisk mulig, - forutsatt at en vil ta kostnadene - , nærmer en seg den produksjonstype en foran kalte den assorterte og hvis karakteristiske trekk nettopp var at det var teknisk mulig å produsere enten det ene eller det annet produkt. I praksis finner en ofte en slik mellomform: den halvstive samkopling mellom produktene. Teorien for samkoplet produksjon (herunder den halvstive) er en viktig del av produksjonsteorien, men den er mer komplisert enn teorien for enkeltproduksjonen.

4. Momentan produksjon og tidsformet produksjon. Statisk og dynamisk produksjonsteori.

All produksjon tar tid. Fra såkornet legges i jorda og til avlingen er i hus, fra materialene kommer til fabrikken og til ferdigvarene går ut o.s.v. forlöper en viss produksjonsperiode. Mange av de problemer en står overfor i produksjonsteorien vedkommer imidlertid andre sider ved saken. F.eks. det at det går 0,196 kg garn pr. meter töy og 1.136 kg tops pr. kg garn er omstendigheter ved produksjonen som er sågodtsom upåvirket av hvor lang eller kort tid produksjonen er utstrakt over, iallfall innenfor de grenser som har praktisk interesse. Og det som er uttrykt i disse fabrikasjonskoeffisienter er meget viktige data i studiet av prosessen. I mange tilfeller er det derfor berettiget å studere produksjonsprosessen som om den forlöp momentant. Når en utvikler en teori for momentan produksjon er det altså ikke fordi en större del av produksjonen virkelig foregår på denne måte, men fordi dette teoretiske skjema belyser mange vesentlige sider ved spörsmålet uten å belemre oss med unödige detaljer. Alle de foran nevnte eksempler fra von Thünen, Mitscherlich m.fl. illustrerer prosesser hvor det vesentlige kommer fram, selv om prosessen for enkelhets skyld betraktes som momentan.

Ved visse problemer er imidlertid selve sammenhengen i tiden vesentlig, idet rekkefölgen av de enkelte trinn i produksjonsprosessen og den hastighet med hvilken de foregår, er av betydning for resultatet. For å belyse slike prosesser må der utvikles en teori for denne såkalte tidsformete produksjon.

I jordbruket er produksjonen i stor utstrekning tidsformet. Innsatselementenes fordeling i tid er her av vesentlig betydning. De forskjellige arbeider våronn, slåtten, innhösting etc. må utföres til bestemte tider. Og avlingsökningen f.eks. med ökt bruk av kunstgjödsel er avhengig av når den strös ut.

Sondringen mellom momentan og tidsformet produksjon faller på det nærmeste sammen med sondringen mellom statisk og dynamisk produksjonsteori. Betegnelsen "statikk" og "dynamikk" er reservert for to typer av teorier som en kan söke å forklare fenomenene ved. Kort kan en definere skille mellom dynamikk og statikk på fölgende måte: En teoretisk modell eller et resonnement er dynamisk når de ting som representerer de ukjente störrelser i problemstillingen er definert som funksjoner av tiden. Andre typer av teorier og resonnementer er statiske. Begrepene dynamikk og statikk bör ikke anvendes på annen måte enn ovenfor angitt f.eks. ikke for å skille mellom to dimensjonale og fler-dimensjonale variasjoner.

:::::::::::::

III. PRODUKSJONSFAKTORENE.

1. Spesifiserte og underforståtte faktorer. Dirigerbare og ikke dirigerbare, ökonomiske og frie faktorer.

Om en betrakter en jordbruksproduksjon i detalj, vil en finne at det er en lang rekke forhold som er med og bestemmer produksjonsresultatet, og som derfor kan betegnes som produksjonsfaktorer. Skulle en f.eks. lage en detaljert liste over alle produksjonsfaktorer ved planteproduksjonen, måtte en regne opp alle de ulike plantenæringsstoffer i jorda, og som en tilförer ved gjödsling, innsats av forskjellig slags arbeidskraft og drakraft, lys, varme, nedbör etc. Ingen analyse kan i alminnelighet ta med alle de faktorer som virker inn. En må velge ut visse faktorer som en nærmere vil studere virkningen av. Disse betegnes spesifiserte faktorer. De övrige er underforståtte faktorer. Utvalget må skje med utgangspunkt i formålet med analysen. I noen tilfeller vil en kanskje innskrenke seg til å studere virkningen av de dirigerbare faktorer, de som menneskene kan styre. Men ikke alltid kan en gjöre det. I landbruket er mange av de viktige produksjonsproblemer nettopp knyttet til slike faktorer som sollyset, nedbören og temperaturen. For disse faktorer finnes det kunstige erstatninger som er dirigerbare, som kunstig vatning og veksthus med kunstig lys og oppvarming. I sin naturlige form er derimot disse faktorer enda ikke dirigerbare. Antall faktorer som en kan ta med i en analyse vil ellers begrenses av materialets art og av arbeidsmessige og økonomiske forhold.

I andre tilfelle vil en kanskje velge ut til produksjonsteknisk analyse de økonomiske faktorer, men underforstå de fri faktorer, d.v.s. de som står vederlagsfritt til disposisjon. Undertiden kan en slik avgrensning av problemet ha interesse, men ofte er den lite rasjonell. Selv om en fortrinnsvis er interessert i lönnsomhetsspörsmålet, kan det ofte være nödvendig å studere virkningen av en större eller mindre mengde av en fri faktor f.eks. virkningen av större eller mindre nedbörsmengder på avlingen av en bestemt vekst. Produksjonsresultatet bestemmes nemlig av samvirket mellom de ulike produksjonsfaktorer. Mengden og arten av de frie faktorer vil således være bestemmende for produktiviteten av de økonomiske faktorer.

Ved studiet av en viss produksjonsprosess kan det ofte være praktisk å foreta et visst antall særskilte analyser, alt etter hvilke faktorer en i hvert tilfelle tar med som spesifiserte. Utviklingen har medfört at flere og flere produksjonsfaktorer i jordbruket er blitt dirigerbare. Innholdet av næringsemner i jorda kan tilpasses ved hjelp av kunstgjödsel, fuktighetsforholdene ved hjelp av kunstig vatning etc.

2. Faste og variable faktorer. Kapasitet. Korttids- og langtidsfaktorer.

Under-tiden vil skillet mellom spesifiserte og underforståtte faktorer bli trukket på grunnlag av hvorvidt vedkommende faktor - innenfor det område av muligheter en i öyeblikket betrakter, - varierer ettersom en skal produsere en större eller mindre produktmengde. De fleste grener av landbruksproduksjonen forutsetter kostbare bygninger, maskiner og annet utstyr som på en nokså tydelig måte definerer vedkommende anleggs tekniske kapasitet. Og denne kapasitet kan ofte ikke bli endret uten ved store utgifter og etter lengre tids ny anleggsvirksomhet. I alle slike tilfeller er det klart at det er av interesse å studere hvorledes produktmengde, lönnsomhet o.s.v. varierer under forutsetning av at de kapasitetsbestemmende faktorer holdes konstante, mens visse andre faktorer: arbeidsmengde, gjödsling o.s.v. varierer.. De siste faktorer kalles da variable, mens de förste kalles faste. Denne sondring er av stor betydning i landbruket, hvor de bestående faste anlegg virker sterkt inn på driftens utforming. Hva som skal betraktes som faste, og hva som variable faktorer, avhenger som oftest av lengden av de tidsrom en tenker på. Ved planlegging av en varig utvidelse av produksjonen, vil de faste anlegg bli utvidet til en större kapasitet. Istedenfor faste faktorer er det derfor riktigere å tale om sprangvis faste faktorer eller korttids- og langtidsfaktorer. Jo mere fast en faktor er, desto mer ireversible blir de endringer som foretas. De faste anlegg som driftsbygninger etc. har i höy grad karakteren av ireversible faktorer. Når disse först er bygget for en bestemt kapasitet, kan en ikke uten videre ombestemme seg og nedsette kapasiteten.

3. Elementærfaktorer. Faktorkomplekser. Ekvivalensfaktorer og samkoplede faktorer. "Skyggefaktorer". Limitasjonsfaktorer.

Faktorer som uten prinsipielle vanskeligheter kan måles i et teknisk målesystem, altså angis ved meter, kilo, time etc. betegnes elementærfaktorer. Bare i to tilfeller er det mulig på rent teknisk grunnlag å slå flere elementærfaktorer sammen, slik at komplekset framtrer som en enkelt faktor for hvilken det fremdeles eksisterer et mengdebegrep i teknisk forstand. Det er når elementærfaktorene er enten fullstendig ekvivalensfaktorer eller fullstendige samkoplingsfaktorer.

Ekvivalensfaktorer er faktorer som kan erstatte hverandre etter et gitt forhold. Ofte kan dette gjöres, f.eks. for de ulike sorter av kvelstoffgjödsel, fosforgjödsel og kaliumgjödsel, idet ekvivalenstallene beregnes på grunnlag av innholdet av verdistoff. Dette er f.eks. gjort i statistikken over kunstgjödselforbruket. Oppgavene over antall kg av de ulike forslag som gir 1 forenhet er også typiske ekvivalenstall. Ved hjelp av disse kan mengdene av de ulike forslag summeres sammen. Et kompleks av slike ekvivalensfaktorer kan ved ekvivalenssammenslåing reduseres til en enkelt faktor som også har den egenskap at den kan defineres teknisk. En slik sammenslåing vil kunne gjöres i alle tilfeller hvor det eksisterer tekniske ekvivalenstall for faktorer innenfor komplekset, og en bare er interessert i den egenskap som er uttrykt ved ekvivalenstallene. I mange tilfelle vil det også være andre ting som er av betydning. De ulike slag av kaligjödsel har f.eks. ulike bivirkninger for mange vekster, etter som de er klorfrie eller ikke. I slike tilfelle kan en sammenslåing ikke finne sted, og produksjonsanalysene må gjennomföres på grunnlag av elementærfaktorene.

Det annet tilfelle hvor en sammenslåing på teknisk grunnlag er mulig er det hvor mengdeforholdet mellom faktorene er bestemt av tekniske grunner. Hvis en f.eks. på et jordstykke vil tilsette en viss mengde kunstgjödsel, så er det ikke nok å skaffe seg gjödsla, den må også spres utover. Og mengden av det arbeid dette krever, vil avhenge på en ganske bestemt måte av gjödselmengden om en ser bort fra variasjonen p.g.a. ulike spredningsmåter etc. Hvis v_1 er gjödselmengden og v_2 spredningsarbeidet, så er v_2 en teknisk bestemt funksjon av v_1. D.v.s. det er ikke mulig å få brukt en gitt mengde av 1 uten at en samtidig bruker en tilsvarende mengde av 2. En sier at 1 og 2 er samkoplede faktorer. En kan også si at 2 er en "skyggefaktor". Den må fölge 1 "som en skygge".

Også i dette tilfelle kan komplekset av de to komplementærfaktorer betraktes som én enkelt faktor. Og mengden av komplekset kan måles enten med v_1 eller med v_2, altså med et teknisk mål. I prinsippet blir det likegyldig hvilken av de to en velger. Men i praksis - særlig i en statistisk analyse - kan det være grunner som taler mer for den ene enn for den annen; i eksemplet vil det f.eks. være mindre tilfeldige uregelmessigheter i målingen av v_1 enn av v_2. Og v_1 bör derfor velges.

Såsant det forekommer et teknisk funksjonsforhold mellom faktorene, kan det altså tas som utgangspunkt for en sammenslåing av elementærfaktorene. Samkoplingsforholdet behöver ikke alltid være helt fast. I eksemplet med gjödsla ovenfor er det mulig at arbeidsteknikken kunne bli en annen ved större gjödselmengder, slik at arbeidet ikke ökte proporsjonalt med gjödselmengden.

Om faktorene hverken er ekvivalensfaktorer eller samkoplingsfaktorer kan sammenslåing bare finne sted ved konstruksjon av mengdeindekstall eller ved at en går over til å regne i verdienheter.

Limitasjonsfaktorer er slike produksjonsfaktorer som nödvendigvis må gå inn i produksjonen med et visst avgrenset kvantum. Om en f.eks. tenker på stoffer som inngår i en kjemisk prosess i et visst innbyrdes forhold, så vil forholdet være at så snart det blir mangel på det ene av stoffene, vil de övrige bli liggende unyttet.

--- o o---

IV. SPESIELLE FORHOLD I FORBINDELSE MED TIDSFORMET PRODUKSJON.

1. Generell oversikt.

All produksjon tar tid. Men som foran nevnt kan en ved mange produksjoner få fram det vesentlige om en ved analysen ser bort fra tidsforlöpet. Ved en analyse av jordbruksproduksjonen er imidlertid tidsforlöpet vesentlig. Dette henger for det förste sammen med at en stor del av jordbruksproduksjonen er biologisk bundet til visse tidsperioder. En fölge av dette er også at de ulike arbeider ikke kan foregå kontinuerlig over tiden, men sprangvis med lengre eller kortere opphold. Visse arbeider som f.eks. i forbindelse med planteproduksjonen må skje til bestemte årstider. Andre arbeider i forbindelse med husdyrproduksjonen må foregå til bestemte tider av dögnet.

Innenfor de tidsrom hvor visse produksjonsfaktorer kan settes inn, vil det videre være visse optimale tidspunkter for innsetningen. En kan her f.eks. tenke på såtidens innflytelse på avlingsresultatet, at virkningen av kvelstoffgjödsel vil variere alt etter når den ströst ut etc. Produktutbyttet vil under slike forhold være sterkt påvirket av/på hvilket tidspunkt produksjonsfaktorene blir satt inn i produksjonen. Innsats innenfor bestemte tidsintervaller vil gi optimalt utbytte.

De forhold som foran er påpekt, vil videre ha stor betydning for utnyttelsen av de faste faktorers kapasitet.

Vekstene og dyrene trenger en bestemt tid for å komme til utvikling. Denne tiden påvirkes ikke i noen större grad om innsatsen endres. Plantenes veksttid forkortes ikke nevneverdig om en setter inn flere arbeidere eller maskiner. Jordbruksproduksjonens tidsbundethet skaper problemer som en ikke har i en næring som f.eks. industrien. Vekstintervallet betinger at produksjonsmidlene må stå til disposisjon til en bestemt tid og med en bestemt kapasitet. For de driftsmidler som ikke er delbare eller kan avhendes i den tiden de ikke deltar i produksjonsprosessen, vil det si at kapasiteten periodevis blir mer eller mindre uutnyttet. Når det gjelder tidsrommet som et driftsmiddel står uutnyttet, og den kapasitet som det må være utstyrt med for å få gjort arbeidet unna innenfor de gitte tidsintervall, avhenger det både av produksjonens og driftsmidlenes art.

2. Begrepene trinntall og trinntempo. Innsatskurven og trinndiagram.

For å belyse problemene kan en ta innhöstingsarbeidet ved potetdyrking som eksempel. Som uttrykk for mengden av faktoren arbeid har en tatt antall mannstimer pr. uke. Om en bare ser på arbeidsfaktoren ut fra momentanproduksjonens synspunkt, kan en ökning av faktoren - altså en ökning i antall timeverk pr, uke - bety to ting: enten at hele produksjonsprosessens omfang (skalaen) er ökt (antall timeverk anvendt til innhösting på et stort stykke vil jo være större enn på et lite stykke), eller at dyrkingen er blitt mer arbeidsintensiv d.v.s. det brukes mer arbeide pr. arealenhet. Jfr. f.eks. von Thünens eksempel med arbeide anvendt på potetopptakingen. Om en ser spörsmålet ut fra tidsform-produksjonens synspunkt, kommer til ennå en tredje betydning. Det kan hende at en ökning i antall timeverk pr. uke brukt til potetopptaking bare betyr at en önsker å få arbeidet unnagjort på kortere tid. En bruker altså det samme totalantall timeverk pr.dekar men konsentrerer arbeidet på en kortere tid.

Dette kan illustreres grafisk ved at en tegner en tidskurve som viser hvorledes antall mannsverk brukt pr. uke forandrer seg med tiden. Potetopptakingen på Östlandet begynner som regel först henimot slutten av september. Inntil denne tid er altså den faktor en her betrakter lik null. Fra et bestemt tidspunkt i september begynner den plutselig - ja i virkeligheten helt diskontinuerlig - å stige, holder seg så på et höyt nivå en tid, og faller gradvis for igjen å bli null mot slutten av oktober da potetene er bragt i hus. En kan kalle denne kurve innsats-kurven for arbeidsfaktoren under potetopptaking. Arealet under kurven representerer den samlete arbeidsmengde anvendt under potetopptakingen. Se fig. 1.

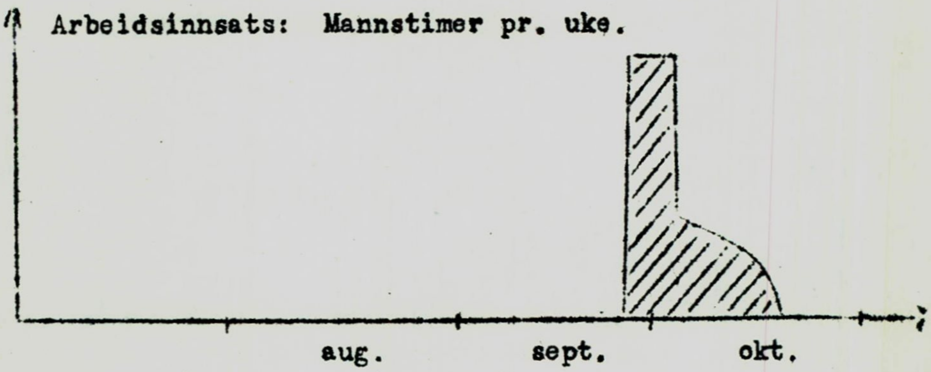
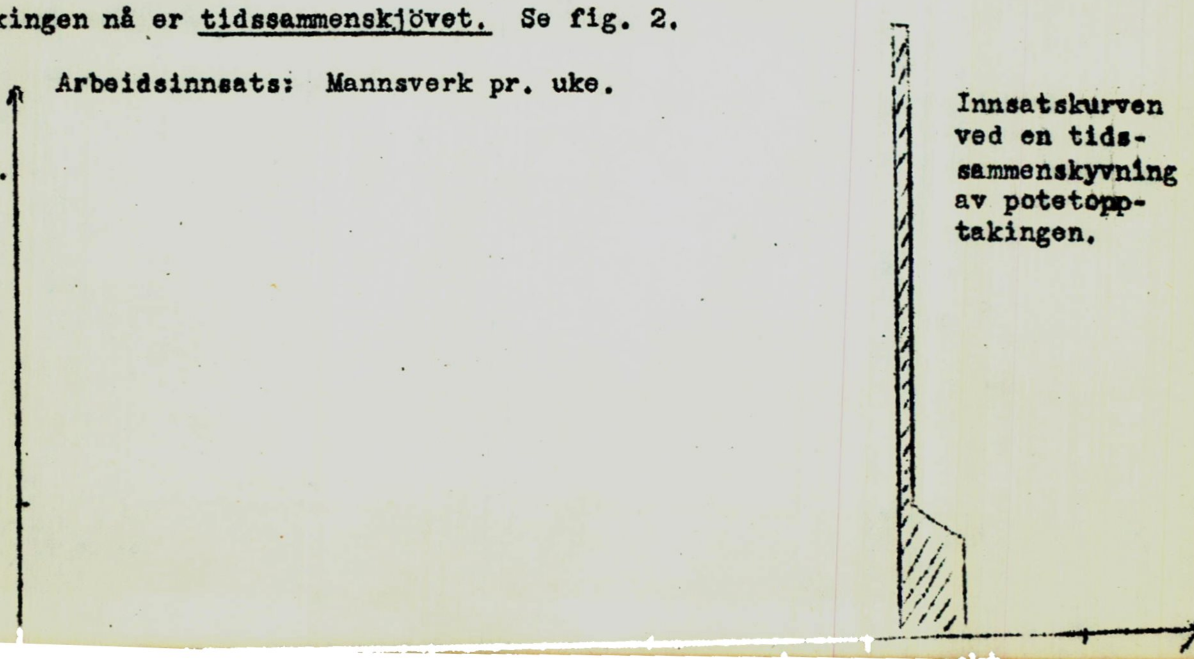


Fig. 1. Innsatskurven for arbeidsfaktoren under potetopptaking.

En økning av faktoren arbeid på samme areal uten tidsformendring vil ta seg ut bare som om den vertikale målestokk er endret. Derved vil naturligvis også arealet under kurven öke i samme forhold. Den endring i faktoren som består i at potetopptakingen gjöres unna på kortere tid uten total ökning av arbeidsmengden, kommer derimot til uttrykk ved at innsatskurven blir höyere og smalere, men beholder sitt areal. En sier at potetopptakingen nå er tidssammenskjövet. Se fig. 2.

Fig. 2.



Noe liknende gjelder for andre faktorer. En får i tidsformteorien å betrakte for hver faktor ikke bare mengdeinnsatsen, men også graden av tidssammenskyvning.

En har hittil bare betraktet det en kan kalle et enkelt trinn i potetdyrkingen. Ved dyrking av poteter som ved de fleste andre grener av planteproduksjonen, vil det imidlertid være flere slike trinn: våronnarbeid, arbeid i veksttiden, innhöstingsarbeid etc. Om en betrakter disse tre hovedarbeider, vil en for hvert trinn få en tidskurve for innsatsen av arbeidet (regnet i mannsverk). Fig. 3 gir kurver bygget på data fra et Östlandsbruk. (BORGEDAL: "Intensitetsproblemet" s. 267.)

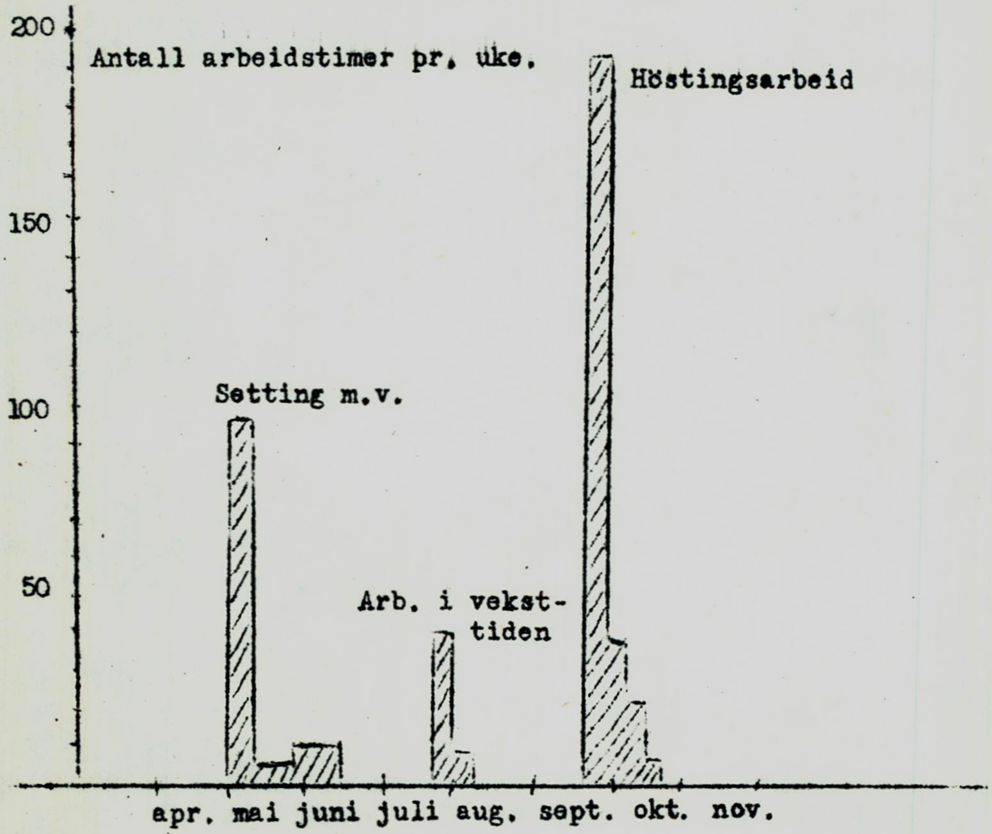


Fig. 3. Arbeidsinnsatskurve under tre produksjonstrinn ved potetdyrking.

Et diagram som det på figuren ovenfor kan kalles et trinndiagram. Slike diagrammer gir også opplysninger om den nye dimensjon som det må tas hensyn til ved tidsformet produksjon, nemlig tidsformen for de produktive innsatser. En har i diagrammet bare betraktet den ene variable faktor, arbeidet. Men liknende diagrammer kunne tegnes opp for innsatsen av andre faktorer, f.eks. for innsatsen av drakraft.

Den hastighet de forskjellige trinn i prosessen passeres med, kan betegnes for trinntempoet. Dette kan avleses av trinndiagrammet. Trinntempoet vil være stort dersom innsatskurven for vedkommende trinn danner en smal og höy topp. Trinndiagrammet gir også opplysning om trinntallet, d.v.s. antallet av produksjonstrinn i den samlede produksjonsprosess. I diagram 3 foran er antallet av produksjonstrinn 3. Tidsavstanden mellom de enkelte produksjonstrinn kan betegnes for trinnavstanden.

I eksemplet foran med potetdyrking vil tempoet på hvert enkelt trinn kunne ökes slik at de enkelte arbeider gjöres unna på kortere tid. Potetopptakingen ville f.eks. ofte kunne gjöres unna på kortere tid ved å öke antall plukkere. Selv om de enkelte trinn derved blir noe smalere, vil likevel ikke avstanden mellom trinnene kunne ökes vesentlig. Denne vil nemlig först og fremst avhenge av selve den biologiske vekstprosess. Dette forhold er skjematisk gjengitt i fig. 4 nedenfor.

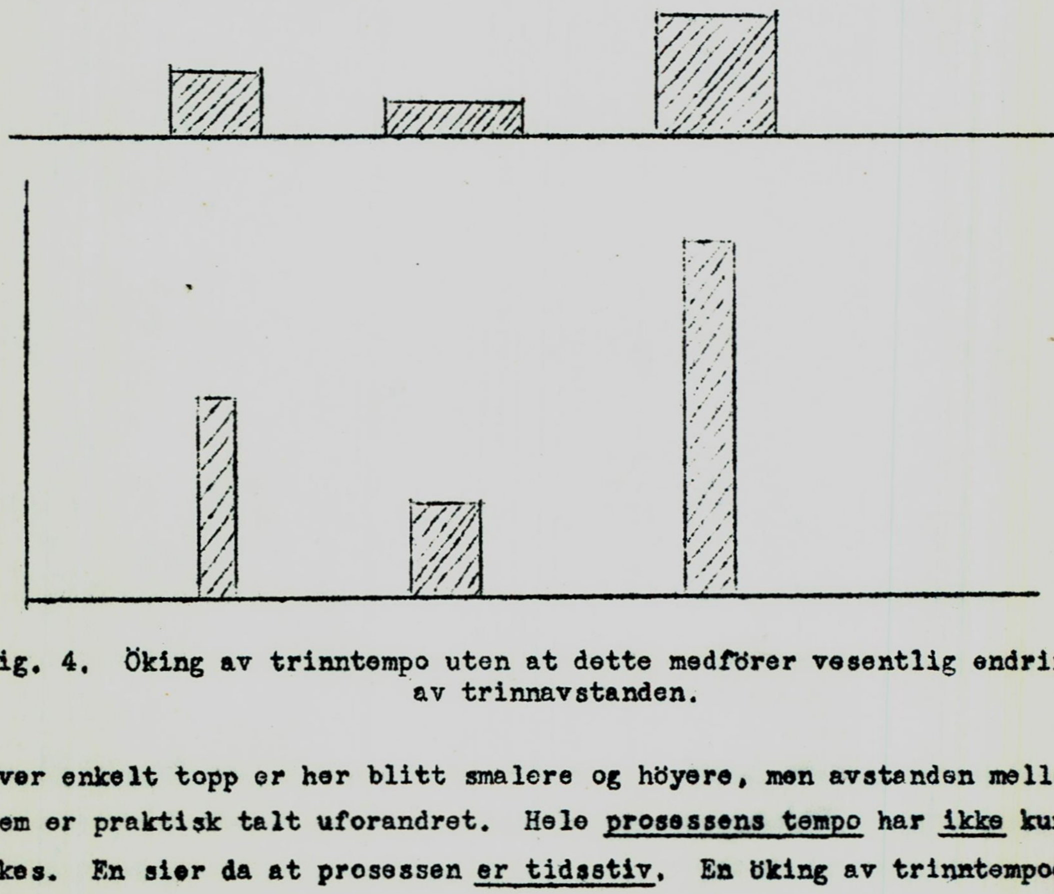


Fig. 4. Öking av trinntempo uten at dette medförer vesentlig endring av trinnavstanden.

Hver enkelt topp er her blitt smalere og höyere, men avstanden mellom dem er praktisk talt uforandret. Hele <u>prosessens tempo</u> har <u>ikke</u> kunnet ökes. En sier da at prosessen <u>er tidsstiv</u>. En öking av trinntempoet ved en prosess kan selvfölgelig være önskelig selv om prosessen som helhet er tidsstiv. Det kan f.eks. være önskelig av hensyn til utnyttelsen av gunstige værforhold, eller på grunn av den samlete fordeling av arbeidskraften over tiden, idet arbeidskraften kanskje skal utnyttes til andre löpende arbeider (nödvendig i rette tid å gjöre seg ferdig med et onnearbeide for å kunne ta fatt på et annet, o.s.v.). Foruten at en kan endre trinntempoet ved å konsentrere innsatsen på en kortere tid - men med samme totale innsats -, kan det samme gjöres ved en teknisk rasjonalisering.

f.eks. endrede arbeidsmetoder, bedre tekniske kombinasjoner o.s.v. Dette er meget viktige organisasjonsmessige spörsmål i gardsdrifta.

De fleste produksjonsprosesser utenfor landbruket er mye mer <u>tidselastiske</u>, d.v.s. ved å öke trinntempoet er det mulig samtidig å forkorte produksjonstiden for den samlete prosess. Automobilfabrikasjonen er et godt eksempel. Ved en gjennomfört rasjonalisering er her tempoet på de enkelte trinn ökt i meget sterk grad. Og videre er det ved en slik produksjon mulig å ordne det slik at de enkelte produksjonstrinn fölger etter hverandre "hakk i hel". Sammenknytningen mellom de enkelte produksjonstrinn er til og med mekanisert ved transportbånd. Båndets hastighet blir da bestemmende både for tempoet på de enkelte trinn og for den tid den samlete produksjonsprosess tar. Det sier seg selv at mulighetene for effektivisering av produksjonen i alminnelighet er betydelig större for tidselastiske enn for tidsstive produksjonsprosesser. Det forhold at en öking av tempoet på de enkelte trinn også kan före til en forkortelse av den samlete produksjonsprosess er illustrert i fig. 5 nedenfor.

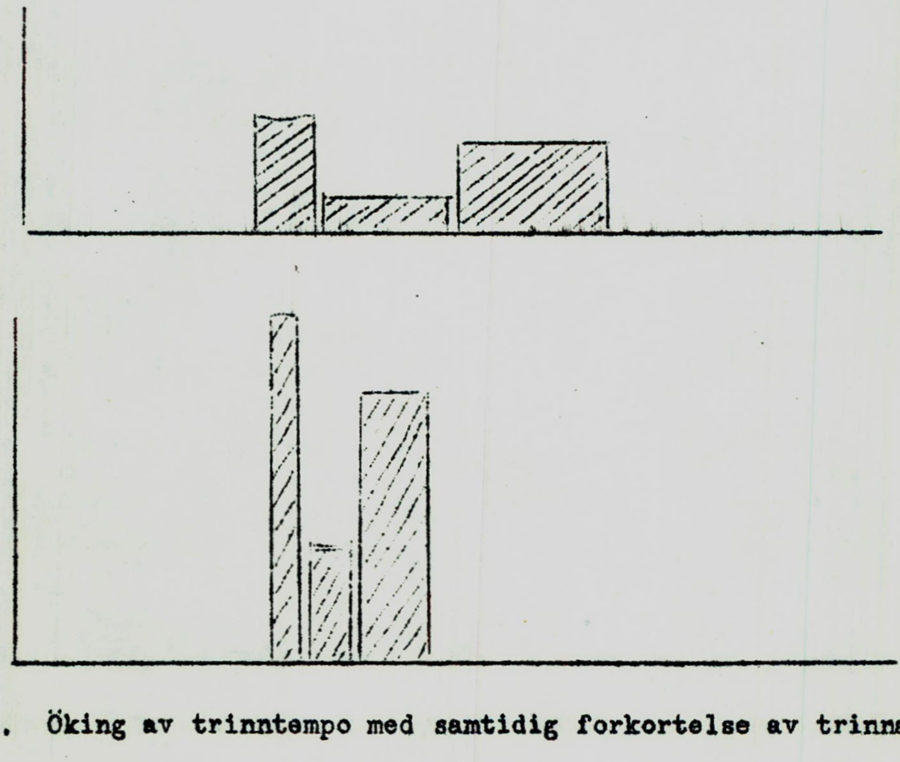


Fig. 5. Öking av trinntempo med samtidig forkortelse av trinnavstand.

3. Midler for å gjöre tidsstivheten i jordbruksproduksjonen mindre merkbar.

Jordbrukets produksjon er i stor utstrekning bundet til tidens rytmiske vekslinger. Det kan gjelde årstidens vekslinger eller for husdyrproduksjonen også vekslingene innenfor dögnet. Melkeproduksjonen f.eks. er jo typisk tidsstiv innenfor dögnet. Melking, foring og stell etc. må utföres til bestemte tider. Trinnavstanden vil være fastlagt innenfor relativt snevre grenser.

All produksjon i jordbruket er imidlertid ikke like tidsstiv. Visse arbeider kan utföres innen en vid tidsramme. Slike arbeider kan brukes til å utnytte arbeidskraft og andre produksjonsfaktorer i ellers stille perioder. For andre arbeider kan nok tidspunktet for innsatsen varieres noe, men variasjonen vil få virkninger på produktutbyttet kvantitativt og/eller kvalitativt (jfr. såtidens og höstetidens virkninger på avlingens störrelse og kvalitet).

Når det gjelder å gjöre tidsstivheten mindre merkbar, kan dette dels skje ved midler som påvirker trinnavstanden for de enkelte produksjoner og dels ved at produksjonen gjöres mere allsidig.

Ved potetdyrking kan f.eks. trinnavstanden innkortes ved å dyrke poteter med forskjellig utviklingstid - tidlige, halvseine og seine potetslag. Trinnavstanden kunne derved gjöres mindre. Liknende tiltak kunne gjennomföres for andre produksjonsgrener, f.eks. kan trinnavstanden ved grasproduksjon til for innskrenkes ved å gå over til å legge ned en del av enga i silo istedenfor å törke alt graset til höy. Et talleksempel som gjelder arbeidsforbruket på 13 dekar eng på en Östlandsgard (m. II 62 - 1946, Vinterlandbruksskolen, Oslo) illustrerer de muligheter som kan foreligge ved en slik omlegging:

Eng til höy:

Vårarbeid	3/5 - 10/5	9,7 mt.
Slått	15/7	7,5 "
Hesjing	16/7 - 17/7	72,8 "
Innkjöring	20/7 - 24/7	22,8 "
		112,8

Eng til silo:

Vårarbeid	3/5 - 12/5	8,5 mt.
1. slått	26/6 - 28/6	4,0 "
Nedlegging i silo	27/6-28/6	27,5 "
Overgjödsling	1/7	3,0 "
2. slått	30/8 - 31/8	4,0
Nedlegging i silo	30/8-31/8	18,5 "
		65,5

Når det gjelder å jevne ut innsatskurven for den samlete produksjon, er det viktigste middel å ta med flere produksjonsgrener som krever innsatsen til forskjellig tid. Dette er en av de viktigste faktorer som taler for en forholdsvis allsidig produksjon i jordbruket. Tidligere ble det såkalte "harmoni- og allsidighetsprinsippet" tillagt stor vekt i driftsökonomisk litteratur. Læren gikk stort sett ut på at ut fra den viktigste driftsfaktor, arbeidskraften, kunne en sette opp et idealomlöp for hvert enkelt bruk etter brukets spesielle driftsbetingelser og etter mengden av faste driftsmidler i forhold til brukets störrelse. Dette idealomlöp skulle da gi så jevn sysselsetting for den faste arbeidskraft som mulig. Utnyttelsen av andre faste driftsmidler behövde selvfölgelig ikke bli den beste om den faste arbeidskraft ble jevnt sysselsatt. I den senere tid har det hevet seg sterke röster for en enklere drift i jordbruket. De store faste kostnader, bygnings- og maskinkostnader etc. som den allsidige drift betinger tynger driften sterkt. Maskinstasjonene skulle dog hva maskin- og redskapskostnadene angår kunne bety en lettelse. På den annen side har en fått lovfestet 3 ukers ferie for den leide arbeidshjelp.

Hva som teoretisk kan oppnås ved slike idealomlöp med hensyn på jevn sysselsetting av arbeidskraften er illustrert ved fig. 6 nedenfor. (BERNHARDSEN: Forelesninger i arbeidslære N.L.H. 1947).

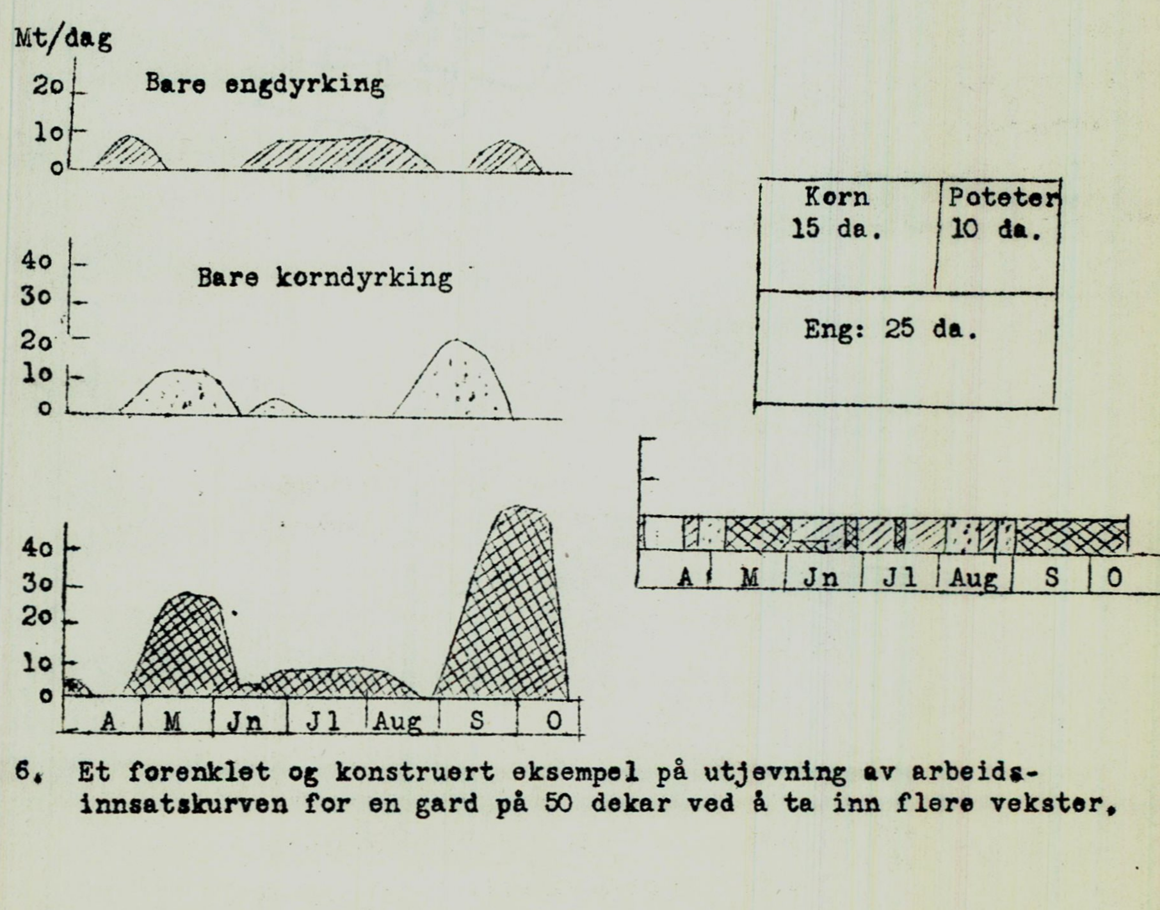


Fig. 6. Et forenklet og konstruert eksempel på utjevning av arbeidsinnsatskurven for en gard på 50 dekar ved å ta inn flere vekster.

Ved å dyrke bare eng kunne en få et lite totalt arbeidsforbruk; men sysselsettingen ble ujevn. Tar en med korndyrking ved siden av, kan sysselsettingen om våren og etter slåtten økes. Ved slik å ta med vekst etter vekst skulle en teoretisk kunne få en noenlunde jevn arbeidsinnsatskurve.

Men en jevnest mulig sysselsetting er selvsagt ikke noe mål i seg selv. Om det er muligheter for å få leie tilfeldig hjelp ved innhöstingen etc. kan det godt være at det er en temmelig ujevn sysselsetting som gir den höyeste lönnsomhet. Det er de til enhver tid og på hvert enkelt sted herskende ökonomiske forutsetninger som er avgjörende for om allsidighet eller spesialisering er det mest lönnsomme.

--- oo ---

V. BEGREPET KONSTANT TEKNIKK.

En skal nå gå over til å beskrive selve produksjonene, d.v.s. hvordan produktet eller produktene reagerer overfor endringer i faktormengdene. For enkelthets skyld skal en forutsette at en kan se bort fra tidsmomentet ved produksjonen, altså bare behandle momentanproduksjon. Videre skal en forutsette bare et enkelt produkt (enkelproduksjon) og at produksjonsfaktorene er kontinuitetsfaktorer. En kontinuitetsfaktor er en faktor hvis grenseproduktivitet (tidl. vekstgraden av produktet m.h.p. en partiell variasjon i vedkommende faktor) overalt er en kontinuerlig funksjon av alle faktormengder.

1. Konstant teknikk.

a) Prinsipiell definisjon.

Begrepet konstant teknikk og dets motsetning den foranderlige teknikk har historisk spilt en viss rolle i produksjonsteorien, særlig i forbindelse med diskusjonene omkring loven om den avtakende utbytteökning av jorda. Som et argument mot gyldigheten av denne lov ble det henvist til at der i löpet av det 19. århundre slett ikke hadde vært noen nedgang i de avlingsresultater en kunne få av jorda, hverken absolutt sett eller i forhold til den innsatte kapital og arbeide. Lovens forsvarere har da hevdet at den historiske utvikling ikke beviser noe i denne forbindelse. I de siste 150 år har nemlig teknikken i jordbruket gjennomgått en rivende utvikling. Og det er dette forhold som forklarer de större avlinger. Når en taler om loven om den avtakende utbytteökning, tenker en derimot på det som vil skje om en ved ökt innsats av de övrige produksjonsfaktorer under konstant teknikk forsöker å presse mer ut av jorda. Innenfor ethvert gitt teknisk stadium vil loven gjelde, men ikke under overgang til stadig höyere teknikk.

Det er meget viktig å være klar over at det er slik loven må tolkes. Misforståelser på dette område har nemlig forekommet helt fram til idag. Det er ikke mange år siden diskusjonens bölger gikk temmelig höyt i "Norsk Landbruk" om dette spörsmål. Når ethvert utsagn for hvilket som helst område om relativt avtakende utbytteökning, eller mer generelt en optimumslov, må tolkes på denne måte, blir det videre meget viktig å få en klar definisjon av hva konstant teknikk egentlig er for noe.

Terminologien på dette område har lenge vært varierende. Ytterpunktene har på den ene side vært representert av de som har betraktet en hvilken som helst endring i produksjonsprosessen som en endring i teknikk, og på den annen side av de som har forbundet begrepet "endring i teknikk" med store oppfinnelser, "industrielle revolusjoner" o.l. Mellom disse to yttergrenser har forekommet en mengde avvikende oppfatninger, de fleste av dem mer eller mindre uklare.

Når en blir stilt overfor den oppgave å definere konstant teknikk, kunne det synes mest nærliggende å ta utgangspunkt i en detaljert beskrivelse av selve produksjonsmetoden. På dette grunnlag kunne en så etterpå avgjöre hvilke endringer som skulle være tillatt innenfor rammen av konstant teknikk og hvilke ikke. Imidlertid vil det være meget vanskelig gjennom en slik detaljbeskrivelse å komme fram til en skarp og teoretisk brukbar definisjon.

En vil få et langt bedre holdepunkt for å bedömme hva som prinsipielt sett bör betraktes som det vesentlige ved å tenke over hva som er hovedinnholdet i produksjonsteorien. Hovedinnholdet er utvilsomt den måte som produktmengdene avhenger av faktormengdene på. Dette kan beskrives ved hjelp av funksjoner som betegnes for produktfunksjoner. Med utgangspunkt i produktfunksjonene ledes en naturlig fram til fölgende definisjon:
2 Teknikken er konstant sålenge de funksjonsforhold som uttrykker produktmengdens avhengighet av faktormengdene forblir de samme. Ved assortert eller samkoplet produksjon er det flere produkter og derfor flere slike funksjonsforhold. For å utdype og presisere definisjonen, skal en nedenfor nærmere avgrense begrepet konstant teknikk ved å se på en del prinsipielt viktige endringer som kan forekomme.

b) Faktorartsendringer.

Ved formuleringen av en produksjonslov vil det gå inn en rekke spesifiserte faktorer. La oss så forutsette at det finner sted en endring i produksjonsprosessen som gjör at listen over disse spesifiserte faktorer må endres. Det foregår altså en overgang fra visse arter av produksjonsfaktorer til andre. Håndkraft kan f.eks. erstattes av mekanisk kraft, eller hele prosessen kan legges om ved at en går over til en ny framstillingsmåte. I slike tilfeller kan en si at det har foregått en faktorartsendring. En slik endring er et eksempel på endret teknikk i produksjonen. Produktfunksjonen blir da en annen ved at de spesifiserte faktorer som går inn ikke lenger er de samme.

I takt med den tekniske utvikling har faktorartsendringer vært hyppige. Den tekniske utvikling i jordbruket har vært karakterisert ved nye og forbedrede redskaper og maskiner, nye og foredlede plante- og dyreslag etc., som slåmaskin istedet for ljå, selvbinder istedet for sigd, såmaskin istedet for sålaup o.s.v.

Som eksempel på virkningen av faktorartsendringer i planteavlen gjengis fölgende data etter KNUT VIK:

Havresortsforsök på forsöksgarden Vollebekk og 70 spredte felter 1932-1938. Norges Landbrukshögskoles Åkervekstforsök, melding nr. 122, 1940 (særtrykk av Meldinger fra Norges Landbrukshögskole, 1940). Avling for de ulike havresortene. Utdrag av tabell 4 i meldingen.

	Avling, kg pr. dekar		
Sort:	Halm	Korn	Lo
Gullregn	406	300	706
Örn	402	344	746
Gullregn II	406	326	732
Stjerne	389	314	703
Odin	387	306	693
Grenader	387	301	688
Bambu	391	299	690
Seier	399	297	696
Arla	393	293	686
Hvit Odal	412	278	690
Perle	378	278	656
Thor	400	276	676
Kost	487	253	740
Naken havre	438	204	642

Utbyttinga Perle-havre med Örn-havre, er en faktorartsendring ved produksjonen av havre, som endrer produktresultatet fra 278 kg korn til 344 kg.

Et annet eksempel på faktorartsendring er hentet fra BERDAL og BERNHARDSEN: En vurdering av arbeidsmetoder ved rotveksttynningen. Forelöpig melding fra Institutt for Driftslære og Landbruksökonomi, Landbrukshögskolen 1946. Tabell 10 i meldingen.

Sammenlikning av tynningsmetoder på 13 landbruksskoler.

(39 personer).

Min. pr. 100 planter				Rel.tall (min. pr. 100 planter)			
Hånd-tynning	Kort-hakke-tynning	Blokk-hakking m. fin-tynning	Lang-hakke-tynning	Hånd-tynning	Kort-hakke-tynning	Blokk-hakking m. fin-tynning	Lang-hakke-tynning
6,19	6,29	7,07	8,16	100	102	114	132

Dersom en går over fra tynning med langhakke til tynning med korthakke, vil ifölge forsöket, arbeidsforbruket gå ned med 23 %. Dette er en overgang som er karakterisert ved at faktoren arbeider med langhakke er erstattet med korthakke.

c) Produktfunksjonsendringer.

Selv om den spesifiserte fortegnelse over produksjonsfaktorene blir den samme og at det altså brukes samme slags faktorer som för, kan produktfunksjonen bli endret. Dette kan f.eks. skyldes at det interne tekniske samvirke mellom faktorene blir ordnet på en annen måte enn för. Ved rasjonalisering av bedriftsorganisasjonen oppnås ofte slike permanente forbedringer. Det kan f.eks. innspares noe av den tid den ene arbeider venter på den annen o.s.v. En slik permanent endring i det interne samvirke mellom faktorene kan oppfattes som en overgang fra en produksjonstabell til en annen med samme tabellhode og forspalte. En slik overgang kan betegnes som en produktfunksjonsendring. Det er da samme variable som går inn i produktfunksjonen, men avhengighetsforholdet mellom produktmengde og faktorinnsats er et annet, en eller flere av koeffisientene foran de variable i produktfunksjonen er endret. Om en betrakter det samlede produksjonsresultat for en gard vil slike produktfunksjonsendringer hyppig kunne forekomme med overgang fra en eier til en annen. Og personlig dyktighet til å lede bedriften vil nemlig i alminnelighet variere sterkt.

2.

I mikro-ökonomikken, og spesielt når en ser på meget begrensede sektorer som f.eks. en enkelt gard, vil dog produktfunksjonene först og fremst være dominert av de rent tekniske forhold. Når en kommer over i makro-ökonomikken og skal beregne produktfunksjoner for hele næringssektorer som f.eks. jordbruk eller fiske, og særlig om en skal beregne en produktfunksjon for hele samfundet blir forholdet et annet. Produktfunksjonen for hele samfundet vil i sterk grad også være bestemt av en rekke andre forhold som en kan karakterisere som den organisasjonsform samfunnet har. Om det i teorien regnes med en bestemt produktfunksjon for hele samfunnet, så vil det i dette være inkludert meget mer enn rent tekniske forhold. En har da implisitt også forutsatt noe om organisasjonen av samfunnet. Om en f.eks. ut fra en slik teori analyserer hva som kunne gjöres for å öke produksjonen, må en være klar over at en alt har utelukket viktige muligheter, nemlig endringer i organisasjonsform og derved i selve produktfunksjonen. Med organisasjonsform tenker en her f.eks. på at sektorene ved forskjellige former for samarbeid kanskje kunne yte större samlet produksjon uten å öke innsatselementene. Produksjonen kunne kanskje ökes ved at bedrifter som alle produserer en rekke nödvendige hjelpestoffer selv, gjennom samarbeid spesialiserte seg på noen få av dem. Det samme kunne kanskje oppnås ved samarbeid om transportordninger, ved sammenslåing av forskningskontorer etc. Produktfunksjonene vil i alminnelighet ikke være autonome overfor variasjoner ved at vesentlige forskjellige organisasjonsformer trekkes inn. Disse blir i så tilfelle å betegne som en "endring i teknikk".

d) Endringer i faktormengdene under konstant produktfunksjon.

At produktfunksjonen er konstant vil si at til en bestemt faktorkombinasjon svarer det nå under hele resonnementet, én ganske bestemt produktmengde. Det at produktfunksjonen er konstant forutsetter imidlertid ikke nödvendigvis at den interne organisasjon er uendret under hele resonnementet, heller ikke at de enkelte håndgrep og prosesser alltid blir utfört på samme vis. Den utelukker ikke engang en viss spesialisering av arbeidet. Poenget er at enhver slik endring skal foregå i takt med en eventuell endring i den kvantitative faktorkombinasjon. Til enhver faktorkombinasjon skal det altså under hele resonnementet svare en ganske bestemt form for den interne organisasjon. Om det forekommer organisasjonsendringer, skal det altså være endringer av provisorisk art, i motsetning til de under punkt c nevnte organisasjonsendringer som er av permanent art. Dersom en vissendring av faktorkombinasjoner medförer en viss endring i faktorenes indre organisasjon, må denne endring for at den skal være av den type vi nå snakker om, opphöre så snart en går tilbake til den opprinnelige kvantitative faktorkombinasjon. Endringene må altså være knyttet slik sammen med den kvantitative faktorkombinasjon at en uendret produkttabell og produktfunksjon bibeholdes.

La oss eksempelvis forutsette at produksjonen på en gard kan ökes ved å öke arbeiderantallet. Samtidig blir det da mulig å spesialisere arbeidet mellom arbeiderne. Om denne spesialisering faller bort dersom arbeiderantallet går tilbake til det opprinnelige og produksjonen nedsettes, så har den foretatte endring i produksjonsprosessen vært av typen faktormengdeendring under konstant produktfunksjon. Hvis derimot en økning av arbeidsmengden nok leder til en spesialisering, men ikke omvendt en nedsettelse igjen leder til opphevelse av spesialiseringen, har en en endring av den type som ble behandlet under punkt c. Og dersom spesialiseringen går så vidt at en får en helt ny slags spesialarbeidere, f.eks. traktorkjørere i landbruket, så har en en endring av den type som ble behandlet under punkt b.

--- o ---

VI. MÅTER Å BESKRIVE EN PRODUKSJONSLOV PÅ.

En skal betrakte en produksjon hvor det framstilles bare et enkelt produkt og hvor både faktormengdene og produktmengden kan måles i tekniske enheter. Videre forutsettes at teknikken er konstant under de betraktede variasjoner i faktormengdene. De måter en produksjonslov kan framstilles på kan inndeles i tre grupper:

1. Ved produktfunksjoner. Disse kan beregnes analytisk, og vil som regel ikke ha karakteren av funksjoner i streng matematisk forstand, men være regresjonslikninger.
2. Numerisk ved produkt-tabeller.
3. Grafisk ved produkt-kurver eller isokvanter.

Alle disse forskjellige framstillingsformer gjör det i en viss utstrekning mulig å studere ikke bare det som skjer når en faktor varierer om gangen, men også virkningen av simultane (samtidige) variasjoner i flere faktorer.

Framstillingen ved hjelp av funksjoner kan gjennomföres uansett antallet av spesifiserte faktorer. Den störste vanskelighet ligger her i å finne funksjonstyper som gjengir sammenhengen på en tilfredsstillende måte uten at de blir for innviklete og besværlige å arbeide med.

Om produksjonsfaktorene betegnes v_1 , v_2 , ... , v_n og produktmengden x, kan en produktfunksjon symbolisk skrives:

$$x = f(v_1 \, ... \, v_n)$$

Dersom en undersöker produktmengdens variasjon i forhold til to faktorer, kan resultatet framstilles i en enkel tabell med to innganger. Ved tre eller flere faktorer som varierer, må en ha en rekke slike enkelttabeller, og som gjelder for bestemte verdier av de övrige faktorer.

Som eksempel på en enkel produksjonstabell for to faktorer gjengis nedenfor en tabell over resultater ved foringsforsök med okser i U.S.A.:

Tab. 4. Gjennomsnittlig vektöking (engelske pund) pr. okse pr. dag i 138 dager. Gjennomsnitt for 67 drifter. Nebraska, U.S.A. 1920-21. Dyrenes begynnelsesvekt gjennomsnittlig 847 eng.pund. (Etter Tolley, Black og Ezekiel: "Input as related to Output in Farm Organization and Cost-of-Production Studies". U.S.Dept. of Agriculture. Bull. No. 1277, sep. 1924. p. 25.)

v_1 = maisforing pr. dyr pr. dag. (eng.pund)	Höyforing pr. dyr pr. dag (eng.pund) = v_2			
	8 pund	12 pund	16 pund	20 pund
10 pund	1,61	1,81	1,98	2,13
15 "	1,96	2,16	2,33	2,48
20 "	2,27	2,47	2,64	2,79
25 "	2,41	2,61	2,78	

Ved en tabell er det bare mulig å gjengi produktfunksjonens störrelse i atskilte punkter. Jo mindre avvikelsene er mellom de suksessive faktormengder som inngår i tabellen, jo mere detaljert framstilling vil tabellen kunne gi. Men en i egentlig forstand kontinuerlig variasjon kan ikke framstilles på denne måte. Dette kan derimot gjöres ved en grafisk framstilling.

Produktmengdens variasjon i forhold til to faktorer kan grafisk framstilles på to måter. Den ene måte er å avsette mengdene av den ene faktor på den horisontale akse og produktmengden på den vertikale akse. Produktmengden vil da framstilles ved en skare produktkurver, en kurve for hver angitt verdi av den annen faktor. En får her to ulike diagrammer etter hvilken faktor en velger på den horisontale akse. Tabellen foran over foringsoksene kan gjengis ved å avsette mengden av mais langs den horisontale akse, og kjöttilveksten pr. dag langs den vertikale. Dette er gjort i fig. 7 nedenfor.

Punktene P, O, og R i fig. 7 representerer de tre tall i siste kolonne i tabell 4, altså for höymengden konstant 20 pund pr. dag. En kurve trukket på frihånd gjennom disse tre punkter (ellers ved et större antall punkter kunne en legge inn en regresjonslinje ved hjelp av matematisk beregning) vil med en viss tilnærmelse angi hva tilveksten pr. dag ville blitt om det hadde vært omvendt mellomliggende mengder av mais,

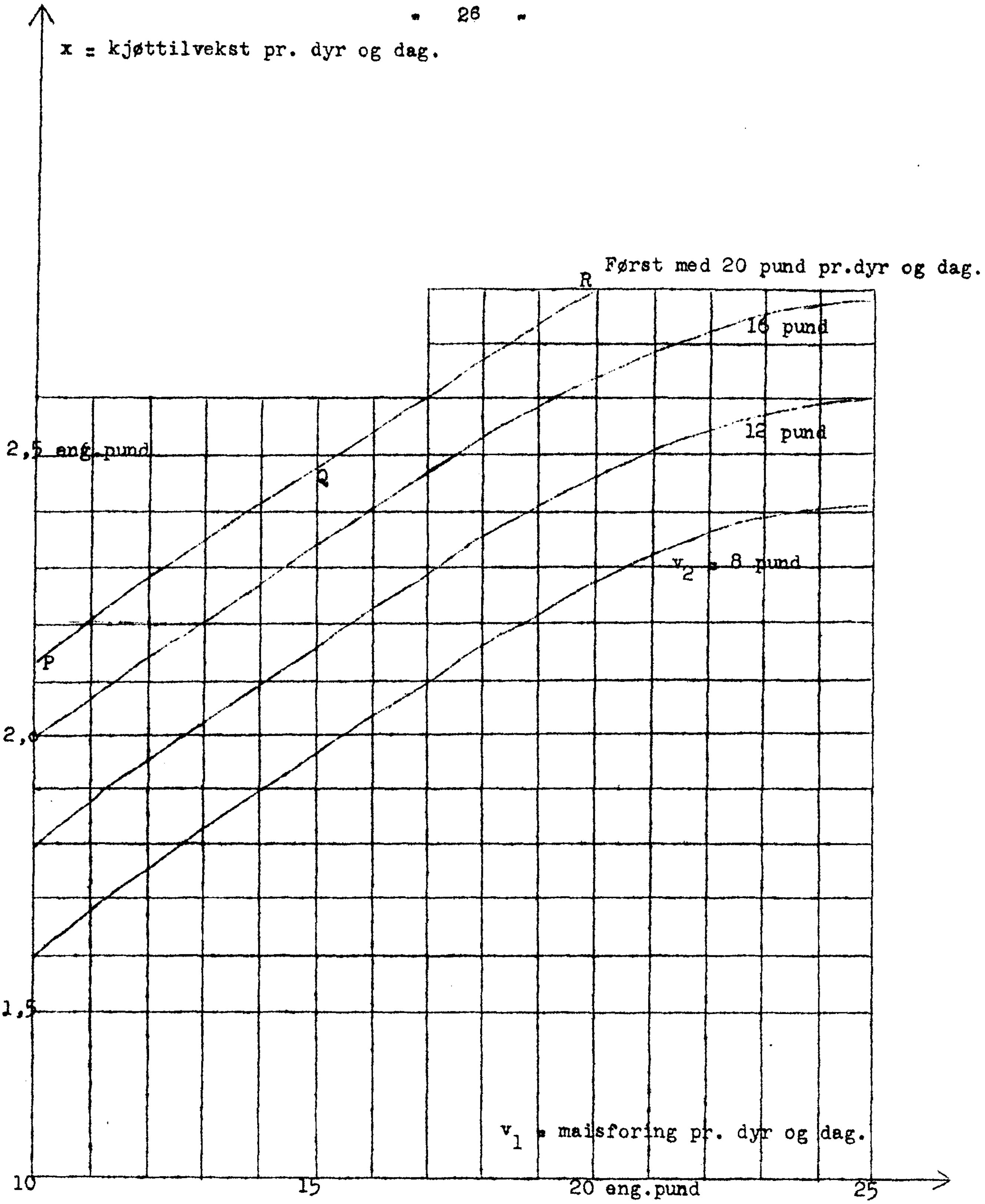


Fig. 7. Produktkurveskare.

men den samme höymengde. En kan f.eks. avlese at for en maismengde på 12 pund pr. dag ville tilveksten blitt ca. 2,27 pund pr. dag. På tilsvarende måte kan tegnes opp kurver for de övrige kolonner i tabell 4. En får derved en skare produktkurver, og denne kurveskare kan gi et godt uttrykk for karakteren av variasjonen.

For mellomliggende störrelser av begge faktorer, kan tilveksten tilnærmet finnes ved interpolasjon.

En kan også lage en grafisk framstilling med den ene faktor på den horisontale og den annen på den vertikale akse (et faktordiagram) og illustrere produktmengden ved nivåkurver eller isokvanter. Dette er kurver med den egenskap at hver enkelt kurve angir en bestemt produktmengde. En isokvant er altså en kurve som er trukket gjennom et faktor-og som er slik at langs kurven holder produktmengden seg konstant. Framstillingsmåten er helt analog med å framstille terrengforholdene med höydekoter på et kart. I fig. 8 nedenfor er gjengitt isokvantene fra eksemplet med foringsoksene foran.

Produktene A og B på den tredje kurve nedenfra representerer f. eks. henholdsvis faktorkombinasjonene 16,2 pund mais, 8 pund höy og 12,7 pund mais, 14 pund höy. Disse to punkter gir en og samme produktmengde og det kan derfor trekkes en isokvant gjennom dem. Produktmengden er i begge tilfeller 2,1 pund tilvekst pr. dyr og dag. Også mellom isokvantaene kan det uten större vanskeligheter interpoleres.

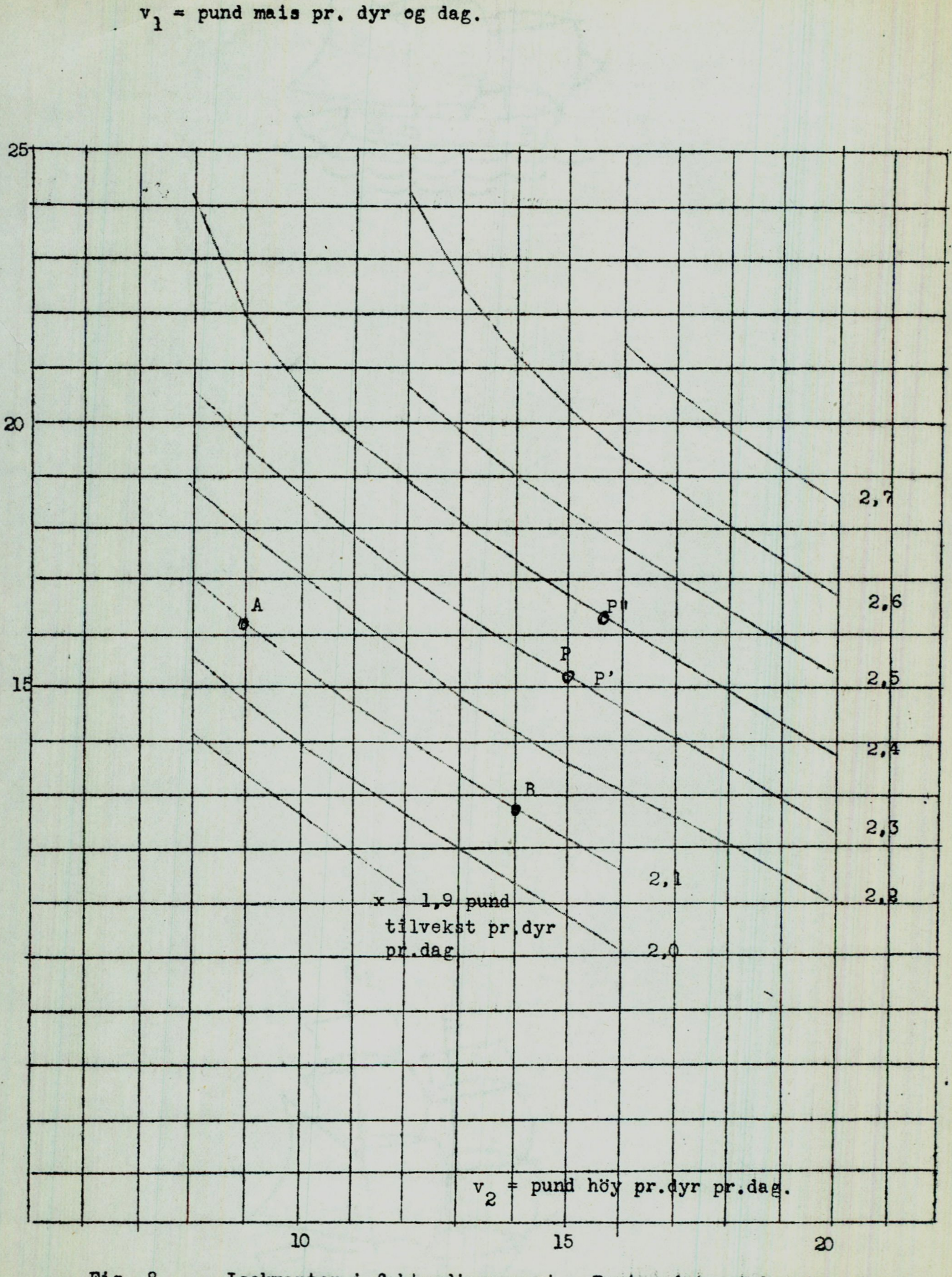


Fig. 8. Isokvanter i faktordiagrammet. Foringsdata, Nebraska, U.S.A. 1920-21.

VII. GRENSEPRODUKTIVITET OG GJENNOMSNITTSPRODUKTIVITET.

Begrepet grenseproduktivitet ble brukt alt innledningsvis. En skal nå gi en eksakt definisjon av begrepet: Ved enkel momentanproduksjon er grenseproduktiviteten m.h.p. en bestemt faktor, f.eks. m.i, den partielle tilvekstgrad av produktfunksjonen m.h.p. mengden av denne faktor. Matematisk kan grenseproduktiviteten x_i uttrykkes på fölgende måte når x betegner den totale produktmengde:

$$x_i' = \frac{dx}{dv_i} \quad , \quad \text{eller mer fullstendig}$$

$$x_i' = \frac{dx^{pa.i}}{dv_i^{pa.i}}$$

Grenseproduktiviteten finnes altså ved at en gir vedkommende faktor en liten tilvekst dv_i og undersöker hvor stor endring en får i produktmengden ved denne tilvekst. Den funne tilvekst i produktmengde (positiv eller negativ) betegnes dx. Grenseproduktiviteten er da forholdet mellom tilvekst i produktmengden og tilvekst i mengden av vedkommende faktor. Forutsetningen er at dv er liten. Skrivemåten $dv_i^{pa.i}$, betegner at det dreier seg om en partiell variasjon i faktoren i, d.v.s. alle andre faktorer er uendret.

Grenseproduktiviteten m.h.p. en viss faktor vil naturligvis ikke være konstant. Den vil avhenge av mengden av samtlige faktorer. Grenseproduktiviteten er, slik den ovenfor er definert et rent teknisk begrep. En kan også snakke om den økonomiske grenseproduktivitet, grenseproduktiviteten regnet i penger. Dette er den partielle tilvekstgrad av produktets verdisum m.h.p. en endring i verdisummen av en av faktorene. Dette begrep skal dröftes senere i sammenheng med de ulike kostnadsbegrep.

En skal nedenfor gi en del eksempler på beregning av grenseproduktiviteter ut fra en produksjonstabell for to faktorer som varierer: avlingens variasjon med varierende arbeidsinnsats (v_1 i arbeidsdager) og med varierende jordareal (v_2 = antall dekar jord) (etter professor Ragnar Frische's forelesninger i produksjonsteori 1941).

Tab. 5. Antall hl. produkt.

Antall arbeidsdager $= v_1$						
= 10	103	113,3	125	138,5	149,9	156
9	102	111,6	122	131,5	138,2	140
8	100	108,6	116	122	124	122
7	97	102	107,5	108,5	108,5	101
6	90	92,2	93,7	93	88	82
5	78	77,8	76,2	72,6	67,5	61
4	61	58	56,2	51,5	47,5	44
3	41	37,8	36,2	33,6	30,8	28
2	22	20,6	19,4	17,3	15,8	14
1	7	6,7	6,3	5,7	5,3	5
	$v_2 = 10$ dekar	$\frac{100}{9} = 11,1$	$\frac{100}{8} = 12,5$	$\frac{100}{7} = 14,28$	$\frac{100}{6} = 16,66$	$\frac{100}{5} = 20$

Antall dekar jord.

En kan her f.eks. holde antall arbeidsdager konstant lik 7 og variere jordanvendelsen. Ved overgangen fra $v_2 = 11,1$ til $v_2 = 12,5$ er tilveksten i produktet $107,5 - 102,0 = 5,5$. Den tilsvarende tilvekst i jordareal er $12,5 - 11,1 = 1,4$.

Grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 blir da:

$$x_2' = \frac{107,5 - 102,0}{12,5 - 11,1} = \frac{5,5}{1,4} = 3,93 .$$

Dette er gjennomsnittsstörrelsen av grenseproduktiviteten når v_2 varierer i intervallet fra 11,1 til 12,5 og v_1 holdes konstant lik 7 . Da intervallet er relativt lite, kan en ta 3,93 som et tilnærmet uttrykk for grenseproduktiviteten m.h.p. v_2 i punktet ($v_2 = 11,1$, $v_1 = 7$).

La oss gå ut fra samme punkt ($v_2 = 11,1$, $v_1 = 7$) og undersöke grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet). Denne grenseproduktivitet betegner vi x_1'. Vi skal nå holde v_2 konstant lik 11,1 og öke v_1. Det gir

$$x_1' = \frac{108,6 - 102}{8-7} = \frac{6,6}{1} = 6,6$$

I dette tilfelle er grenseproduktiviteten nettopp lik den absolutte produkttilvekst, fordi tilveksten i vedkommende faktor er lik 1.

På samme måte kan en gå ut fra en hvilkensomhelst kombinasjon ($v_1 v_2$) i tabell (5) og bestemme både grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) og m.h.p. faktor nr. 2 (jorda). Av den foreliggende tabell kan vi derfor avlede to nye fullstendig tilsvarende tabeller.

Den ene tabell vil vise hvorledes grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) varierer når jorda og arbeidet varierer. Den annen tabell vil vise hvorledes grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 (jorda) varierer når jorda og arbeidet varierer. Grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 2 (jorda) er altså en funksjon av to variable, både av v_2 (jordarealet) og v_1 (arbeidsmengden). På samme måte med gr.prod. m.h.p. faktor nr. 1. Gr.prod. m.h.p. arbeidet forandrer seg ikke bare om jorda holdes konstant og arbeidsmengden varierer. Den vil forandre seg selv om arbeidsmengden holdes konstant og kun jorda varierer.

La oss f.eks. holde v_1 (arbeidet) konstant = 8 og undersöke hvorledes grenseprod. m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet) varierer når mengden av faktor nr. 2 (jorda) varierer:

Tabell 6.

Når mengden v_2 av faktor nr. 2 (jorda) er lik:	Så er x_1', grenseproduktiviteten m.h.p. faktor nr. 1 (arbeidet lik:
10	$\frac{102 - 100}{1} = 2$
11,1	$\frac{111,6 - 108,6}{1} = 3$
12,5	$\frac{122 - 116}{1} = 6$
14,28	$\frac{131,5 - 122}{1} = 9,5$

I tabellen nedenfor er gjengitt de beregnede grenseproduktiviteter for arbeidsmengden (v_1).

Tab. 7. Grenseproduktivitetene m.h.p. faktor v_1 (arbeidet) x_1'.

v_1	v_2 i dekar					
	10	11,1	12,5	14,28	16,66	20
10 dager	(10,3) 1,0	(11,3) 1,7	(12,5) 3,0	(13,9) 7,0	(15,0) 11,7	(15,6) 16
9 "	(11,3) 2,0	(12,4) 3,0	(13,6) 6,0	(14,6) 9,5	(15,4) 14,2	(15,6) 18
8 "	(12,5) 3,0	(13,6) 6,6	(14,5) 8,5	(15,3) 13,5	(15,5) 15,5	(15,3) 21
7 "	(13,9) 7,0	(14,6) 9,8	(15,4) 13,8	(15,5) 15,5	(15,5) 20,5	(14,4) 19
6 "	(15,0) 12,0	(15,4) 14,4	(15,6) 17,5	(15,5) 20,4	(14,7) 20,5	(13,7) 19
5 "	(15,6) 17,0	(15,6) 19,8	(15,2) 20,0	(14,5) 21,1	(13,5) 20,0	(12,6) 19
4 "	(15,3) 20,0	(14,5) 20,2	(14,1) 20,0	(12,9) 17,9	(11,9) 16,7	(11,0) 16
3 "	(13,7) 19,0	(12,6) 17,2	(12,1) 16,8	(11,2) 16,3	(10,3) 15,0	(9,3) 14
2 "	(11,0) 15,0	(10,3) 13,9	(9,7) 13,1	(8,7) 11,6	(7,9) 10,5	(7,0) 9
1 "	(7,0)	(6,7)	(6,3)	(5,7)	(5,3)	(5,0)

Tallene i parentes i tabellen er gjennomsnittsproduktivitetene med hensyn på faktor v_1. Denne er m.h.p. faktor m.i definert som

$$\bar{x}_i = \frac{x}{v_i}$$

Som det også går fram av tabellen behöver ikke grenseproduktivitetene være positive störrelser. De kan også være negative eller null.

En har foran vist hvordan grenseproduktiviteten beregnes ved hjelp av produksjonens störrelse ved forskjellige faktormengder. Begrepet grenseproduktivitet er definert ved en partiell variasjon. Men kjenner en först grenseproduktiviteten kan disse störrelser brukes til å beregne den variasjon som finner sted i produktmengden ved en vilkårlig simultan variasjon av alle faktormengder. La dv_1, dv_2.. dv_n være vilkårlige små tilvekster i faktormengdene og dx den tilsvarende tilvekst i produktmengden. Da får vi tilnærmelsesvis ved å beholde bare de lineære ledd i den såkalte marginale tilvekstformel:

$$dx = x_1' dv_1 + x_2' dv_2 + \dots + x_n' dv_n$$

eller kortere

$$dx = \Sigma x_i' dv_i$$

Forutsetningen for at formelen skal gi riktige resultater er at: alle faktorendringene er små störrelser, da ledd av 2.grad og höyere ledd i formelen er slöyfet. Riktigheten av formelen kan innses om en tenker seg en faktor variert om gangen. Om en bare har variert en faktor f.eks. faktor m.i, er jo iflg. definisjonen av grenseproduktiviteten

$$dx = x_i' \cdot dv_i$$

I mange tilfelle er en mer interessert i de relative enn i de absolutte grenseproduktiviteter, altså f.eks. i forholdet $x_1' | x_2'$. Det uttrykker den relative grenseproduktivitet mellom faktor nr. 1 og nr.2. Hvis grenseproduktivitetene er kontinuerlige, kan en kalle denne kvotient substitusjonsbröken mellom de to faktorer. Substitusjonsbröken sier i hvilket forhold de to faktorer kan erstatte hverandre, når en forlanger at produktmengden skal være uforandret. Hvis f.eks. den nevnte kvotient er $x_1' | x_2' = 2{,}5$, så betyr det at der må settes til 2,5 enheter av nr. 2 for å oppveie tapet av 1 enhet av nr. 1, eller omvendt: 1 enhet av nr. 1 kan oppveie tapet av 2,5 enheter av nr. 2.

En faktor som har en positiv og kontinuerlig grenseproduktivitet (ikke 0) vil bli kalt en (effektiv) <u>substitusjonsfaktor</u> i vedkommende punkt. Mellom hvert par av to faktorer kan beregnes en substitusjonsbrök - altså forholdet mellom grenseproduktivitetene. Det er klart at disse bröker må få betydning for prisdannelsen på faktorene. Hvis f.eks. en bedrift kan regne med gitte faktorpriser (altså en kvantumstilpasser overfor faktorene) så vil det åpenbart lönne seg for den i en viss utstrekning å erstatte faktor nr. 2 med nr. 1 hvis den <u>relative pris</u> på nr. 1 i forhold til nr. 2, altså prisforholdet $q_1 | q_2$ er <u>mindre</u> en substitusjonsbröken $x'_1 | x'_2$. Ved en slik substitusjon spares nemlig en del i kostnader, mens produktet blir uforandret.

Siden de relative grenseproduktiviteter spiller en så stor rolle er det klart at det vil ha interesse å undersöke <u>langs hvilke kurver i faktordiagrammet</u> disse relative grenseproduktiviteter er konstante. En slik kurve kalles en <u>isoklin</u>.

Når det bare er to faktorer 1 og 2, er det kun én <u>relativ</u> grenseproduktivitet, nemlig bröken $x'_1 | x'_2$ (den omvendte brök $x'_2 | x'_1$ gir selvfölgelig ingen ny opplysning). I hvilke punkter i faktordiagrammet vil denne brök ha en foreskrevet störrelse, f.eks. 2,5 ? M.a.o.: Hvor ligger de punkter som er slik at her trenges det overalt <u>samme</u> mengde, nemlig 2,5 enheter av nr. 2 for å <u>spare</u> en enhet av nr. 1.

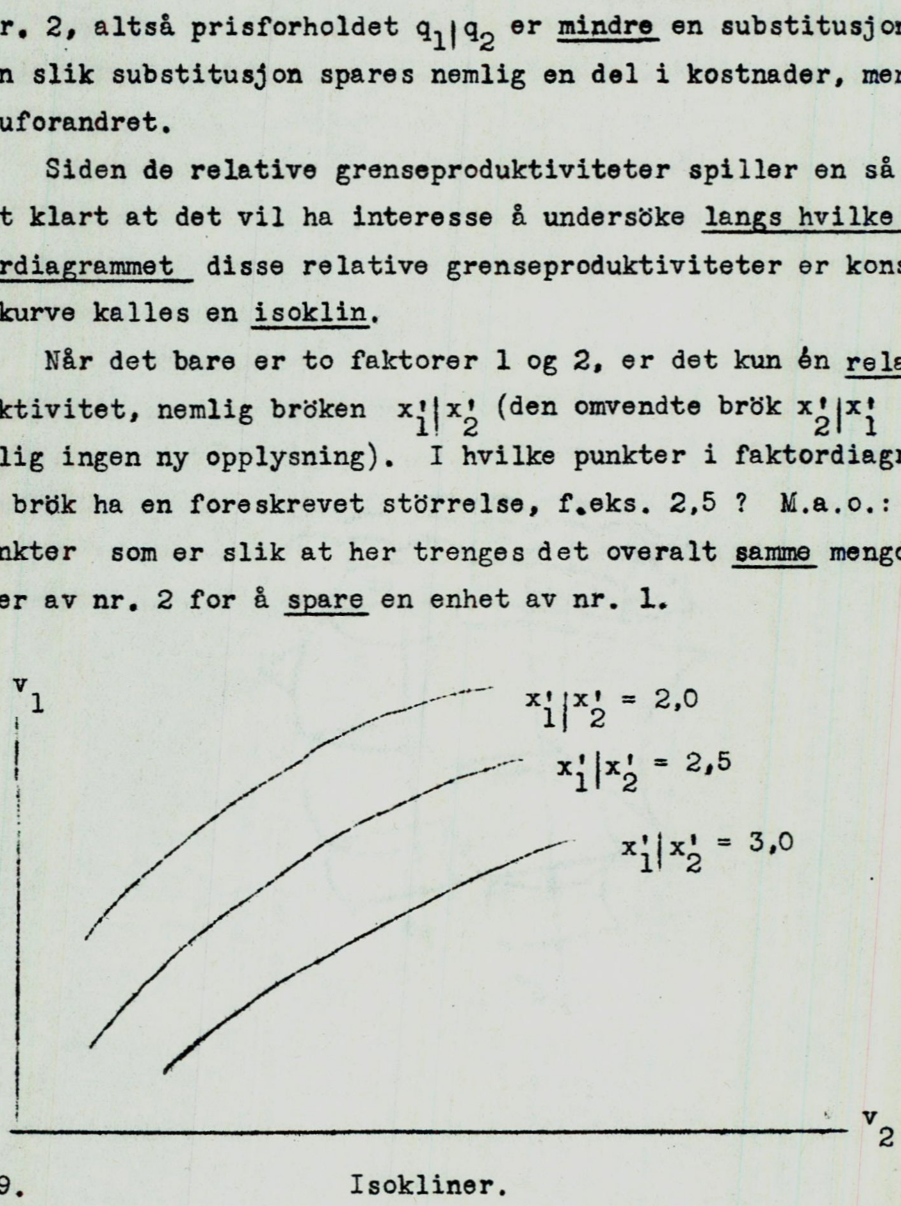


Fig. 9. Isokliner.

Som regel vil en finne at dette er tilfelle langs en viss kurve som stort sett <u>stiger</u> utover gjennom faktordiagrammet, altså noe i likhet med den midterste kurve i fig. 9. (I et viktig spesialtilfelle: pari-passu-loven, vil,som en senere skal se, vil enhver isoklin være en rett linje gjennom origo.)

En kan tenke seg faktordiagrammet fylt med en skare isokliner. En isoklinvariasjon er av stor praktisk betydning. Hvis nemlig en bedrift av en eller annen grunn finner at omfanget av produksjonen må forandres, utvides eller innskrenkes, så bör - såsant bedriften er kvantumstilpasser, - forandringene gjöres ved at faktorpunktet beveger seg langs isoklinen.

--- oo ---

VIII. PRODUKTFUNKSJONER AV PARI-PASSU KARAKTER ELLER ULTRA-PASSUM KARAKTER.

Produktfunksjoner som er av en slik form at ved samme prosentiske stigning i alle produksjonsfaktorer så stiger også produktet med samme prosent, sies å fölge en pari-passu-lov. Eksemplet foran (tabellene 5-8) viser en slik pari-passu-produksjonslov. I det motsatte tilfelle når produktet ved proporsjonal faktorvariasjon endrer seg med en annen prosent enn faktorene, sies at en har en ultra-passumlov.

Særlig når det gjelder de praktiske anvendelser er det viktig å regne med den mulighet at loven kan være ultra-passum. Visstnok vil det ofte være så at når en har en ultra-passumlov i n faktorer så kan en forklare det ved å påvise at en viss faktor som opprinnelig var utelatt av analysen faktisk har hatt en virkning, og faktisk ikke har fulgt med i variasjonene av de n faktorer. En kan da kanskje gjenopprette lovens passuskarakterer ved å betrakte den som en lov i de (n+1) faktorer. Men i mange tilfeller er det kun ved den aller kunstigste utforming av faktorbegrepet at dette kan lykkes. Hele spörsmålet reduserer seg da i grunnen bare til at en rent konvensjonelt definerer faktorlistens fullstendighet ved at pari-passu-loven gjelder. Som nevnt tidligere kan i virkeligheten listen over produksjonsfaktorene aldri bli gjort helt uttömmende. Hvor fullstendig en enn söker å gjöre den, vil der alltid være noe tilbake som en ikke har rukket å ta med. Hvorvidt en da skal si eller ikke si at en "ville få" en pari-passu-lov ved å ta alt med, er et abstrakt spörsmål av liten interesse. Det som betyr noe er at en meget hyppig innenfor den slags analyser som det virkelig er mulig å gjennomföre og som har praktisk interesse, vil stöte på ultra-passumloven. Dette er spesielt tilfelle i jordbruket hvor jordarealet, bygningsutstyret etc. på kort sikt er gitt.

Passumkarakteren av en produksjonslov har sammenheng med begrepene passus koeffisient og passus-likning.

Passus-koeffisienten defineres som forholdet mellom den prosent produktet har ökt med og den prosent som faktorene har ökt med ved proporsjonal faktorvariasjon. Om f.eks. ved en proporsjonal ökning av faktormengdene med 1 %, ökningen i produktmengden er 1,5 %, blir passus-koeffisienten ε

$$\varepsilon = \frac{1{,}5\ \%}{1{,}0\ \%} = 1{,}5\ .$$

Da det e r selve produksjonsskalaen som endres ved en proporsjonal faktorvariasjon, blir passus-koeffisienten også kalt elastisiteten m.h.p. skalaen. Med pari-passulov er passus-koeffisienten alltid lik 1. Ved ultra-passumlov kan den variere fra å være mindre enn 1, til å være lik 1 i et bestemt punkt for deretter å bli större enn 1.

Det kan bevises at fölgende likning gjelder:

$$x'_1 v_1 + x'_2 v_2 + \ldots + x'_n v_n = \varepsilon x$$

eller kortere

$$\Sigma x'_i v_i = \varepsilon x$$

Denne likning kalles passuslikningen.

Passuskoeffisienten gir altså uttrykk for hvorvidt produktet forandrer seg raskere eller langsommere enn faktorene når disse forandrer seg i samme proporsjon. Hvis ε er större enn 1, så forandrer produktet seg raskere, en har altså et i teknisk forstand tiltakende utbytte ved en öking av produksjonens omfang med bibehold av den samme relative faktorkombinasjon. Hvis ε er mindre enn 1 et avtakende utbytte. Dette er rent tekniske begreper da det ikke har vært nödvendig å bruke priser eller andre vurderingskoeffisienter for å definere det.

En kan også formulere sammenhengen omvendt ved å si at hvis ε er större enn 1 så har en en avtakende teknisk kostnad, d.v.s. da vil fabrikasjonskoeffisienten $v_k | x$ synke hvis produksjonen utvides under bibehold av den relative faktorkombinasjon. Og det samme gjelder om alle de andre fabrikasjonskoeffisienter, da de under den proporsjonale faktorvariasjon hele tiden holder seg proporsjonale. Alle disse koeffisienter synker altså når ε er större enn 1 og stiger når ε er mindre enn 1. Men da må de nå sin minste störrelse når ε = 1. En sier da at produksjonens omfang er teknisk optimalt.

Fabrikasjonskoeffisienten for faktor nr. k er simpelthen den mengde av faktor nr. k som gjennomsnittlig er inkorporert i hver enhet av produktet, d.v.s. det er mengden av faktor nr. k dividert med produktmengden, altså:

$$\bar{v}_k = \frac{v_k}{x}$$

Det omvendte av den gjennomsnittlige fabrikasjonskoeffisient er gjennomsnittsproduktiviteten $\bar{x}_k = \frac{x}{v_k}$.

IX. DEN TEKNISKE OPTIMUMSLOV UNDER PARTIELL VARIASJON AV EN FAKTOR.

En skal her se på hvordan produktmengden endres om samtlige faktorer holdes konstante unntatt en som varierer. Produksjonen vil da etterhvert gjennomlöpe forskjellige stadier av stigende og synkende utbytte. Det eksisterer her en typisk optimumslov som en gjenfinner på praktisk talt alle områder såvel i jordbruk som i industri.

Som eksempel skal en ta det som er gitt i tabell 5 og 7. Holder en jorda (faktor nr. 2) konstant på 10 dekar og öker arbeidsanvendelsen (faktor nr. 1) får en det forlöp av tallene som er gitt i förste kolonne i tabell 5. Dette er framstillet grafisk ved den övre kurve i fig. 10. En har med vilje ikke tegnet kurven for meget små störrelser av v_1. i praksis vil det ofte være vanskelig å avgjöre hva en ideteletatt skal forstå ved produktmengden og dens variasjon hvis det anvendes en meget liten del av en bestemt faktor. Produktmengden stiger opptil det punkt som er gitt ved arbeidsmengden lik 10. Her slutter tabellene. I fig 10 er imidlertid kurven fortsatt for også å illustrere det videre forlöp. Punktet $v_1 = 10$ er antatt å være maksimum, d.v.s. den största produktmengde som overhodet kan oppnås ved å disponere over faktor nr. 1 mens de andre faktorer holdes konstante. Beliggenheten av dette punkt vil selvsagt variere etter den gitte mengde av de övrige faktorer. Tilsettes mer av nr. 1 vil det bare virke skadelig, produktet begynner å avta. I prinsippet vil det endogså være fullt tenkelig at en ved å tilsette tilstrekkelig mye av faktoren tilslutt kan hindre enhver produksjon. I eksemplet kan en kanskje tenke seg at det er skjedd når der er ansatt så mange arbeidere at de tråkker svært. Gjelder det kunstgjödsel er kanskje en slik situasjon at plantevekstən hindres mer realistisk.

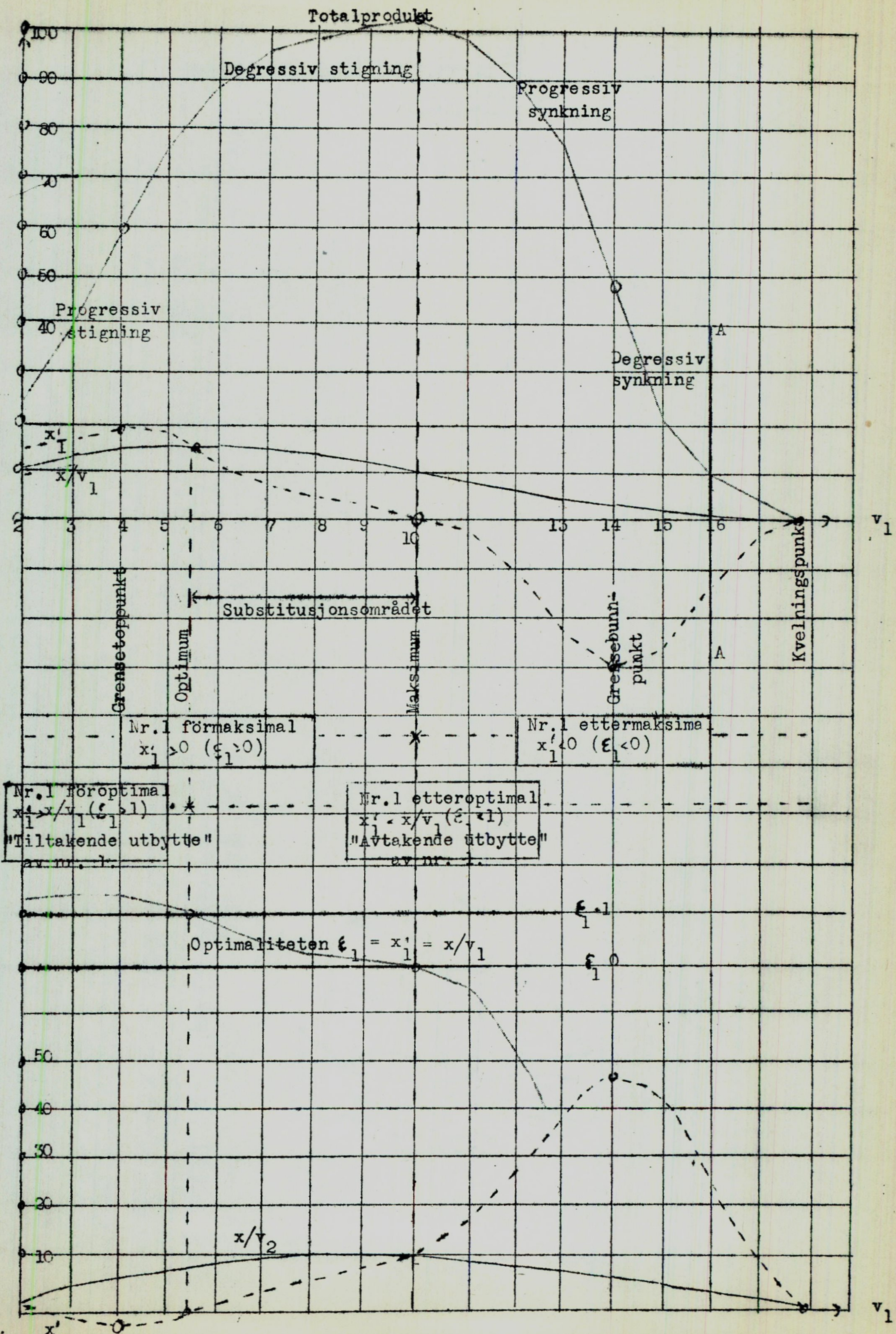


Fig. 10. Optimumskurver.

Det punkt hvor en faktor er tilsatt i så stor mengde at det ikke blir noe produkt, kaller en kvelningspunktet for vedkommende faktor. Kvelningspunktet er altså karakterisert ved $x = 0$. I praksis vil det ofte ligge meget langt ute, i vårt eksempel således sikkert langt utenfor det punkt (v_1 = ca. 17,7) hvor det er antydet i figuren. Det er lagt her bare for å få en rimelig störrelse på figuren og for å antyde prinsippet.

En skal så se litt nærmere på måten hvorpå totalproduktkurven stiger eller synker. Dette vil være karakterisert ved grenseproduktiviteten x_1'. Den måte hvorpå den varierer når v_1 öker (mens de övrige faktorer holdes konstante) er angitt ved den prikkete linje i den överste del av figuren. Til å begynne med er det et stadium av stigende grenseproduktivitet. D.v.s. totalproduktet er progressivt stigende. På kurven for totalproduktet kommer det til uttrykk ved en krumning oppover. Dette förste stadium varer inntil grense-toppunktet (se figuren), d.v.s. det punkt hvor grenseproduktiviteten når sitt maksimum. Her-fra begynner grenseproduktiviteten x_1' å synke. Totalproduktet fortsetter visstnok å stige, men degressivt. Dette fortsetter inntil maksimumspunktet, altså der totalproduktet har sin störste störrelse. Dette punkt er altså karakterisert ved x = störst mulig (under en variasjon av v_1 alene) og samtidig er det karakterisert ved at grenseproduktivitetskurven her passerer null, altså $x_1' = 0$, for deretter å bli negativ.

Til venstre for dette punkt sier en at den variable faktor, her nr.1, er tilsatt teknisk undermaksimalt, i punktet teknisk maksimalt og til höyre for punktet teknisk overmaksimalt. Eller en kan si at faktoren er teknisk undermaksimal, maksimal eller overmaksimal.

Disse begrepene er her definert ved å se på hele formen på den totale produktkurve en får ved å variere en enkelt faktor. Det er imidlertid klart at det kriterium en har brukt kan formuleres også som et lokalt kriterium gjeldende for et hvilketsomhelst punkt i faktordiagrammet. Om en helt generelt tar et hvilket som helst punkt ($v_1 \ldots v_n$) i faktordiagrammet så kan en spörre om produktmengden i dette punkt stiger eller synker ved en ökning i mengden av en bestemt faktor, f.eks. nr. k. Kriteriet på det er om grenseproduktiviteten x_k' er positiv eller negativ i vedkommende faktorpunkt. Helt generelt i et hvilketsomhelst faktorpunkt kan en derfor si at en faktor, f.eks. nr. k, er undermaksimal, maksimal eller overmaksimal ettersom x_k' er större, lik eller mindre enn null. Dette kriterium kan oppstilles for samtlige faktorer i vedkommende punkt i faktordiagrammet.

Den nærmere form på kurven i det overmaksimale område er selvfölgelig av mindre interesse enn formen i det förmaksimale område. Da produktmengden i alminnelighet ikke kan bli mindre enn null (negativ), og om bevegelsen nedover mot null skal skje med en helt jevn overgang er det rimelig å anta at kurvene må ha en form som angitt i fig. 10. Minimumspunktet for grenseproduktivitetskurven betegnes som grensebunnpunktet for faktoren. En kan altså anta at totalproduktet i det ettermaksimale område först vil synke progressivt og deretter degressivt. En vet imidlertid lite om områdene omkring origo og kvelningspunktet, og disse områder er også av liten interesse. Det viktigste vil antakelig være å skjære bort den ytterste höyre del av fig. 10 f.eks. etter linjen AA. Det ettermaksimale område blir da på sett og vis et speilbilde av det förmaksimale.

En skal så se på gjennomsnittsproduktiviteten m.h.p. den variable faktor i fig. 10, altså $x|v_1$. I det första stadium, altså der hvor grenseproduktiviteten x_1' er stigende, er også gjennomsnittsproduktiviteten $x|v_1$ stigende. Og den fortsetter å stige også en stund etterat grenseproduktiviteten er begynt å gå nedover. Dette forstås kanskje lettest ved å tenke på en gjennomsnittsstörrelse i en statistisk masse (f.eks. gjennomsnittsstörrelsen av personer i en befolkning). Hvis en etterhvert legger til en enhet ad gangen og disse enheter stadig har stigende störrelser, er det klart at dette stadig må trekke gjennomsnittet opp. Ja gjennomsnittet må fortsette å bli trukket oppover endogså en stund etterat de nytilkomne enheter er begynt å synke, gjennomsnittet må nemlig bli trukket oppover sålenge bare den sist tilkomne enhet er större enn det gjennomsnitt som allerede er tilstede. I fig. 10 kommer det til uttrykk ved at kurven for gjennomsnittsproduktiviteten fortsetter å stige en stund etterat grensetoppunktet er passert, og ved at gjennomsnittsproduktivitetskurven når sitt maksimum i det punkt hvor denne kurve og grenseproduktivitetskurven skjærer hverandre. Dette punkt kaller vi optimum (gjennomsnittsoptimum), nærmere bestemt optimum m.h.p. faktor nr. 1. Dette punkt er altså karakterisert ved to ting. For det förste er her gjennomsnittsproduktiviteten m.h.p. nr. 1, altså $x|v_1$ så stor den kan bli når bare nr. 1 skal variere, og dernest er i dette punkt grenseproduktiviteten m.h.p. nr. 1 lik gjennomsnittsproduktiviteten m.h.p. nr. 1. I dette punkt sier vi at faktor nr. 1 er teknisk optimal eller tydeligere at den er tilsatt teknisk optimalt.

I praksis vil det så godt som alltid være ett punkt som har denne egenskap. Hele området vil da være delt i to tydelig atskilte deler: i den venstre del ligger grenseproduktivitetskurven over, og i den höyre del under gjennomsnittsproduktivitetskurven. Se figuren. Til venstre sier en at faktoren er teknisk underoptimal eller at den er tilsatt teknisk underoptimalt, tilhöyre at den er teknisk overoptimal, eller at den er tilsatt teknisk overoptimalt.

En har definert hva det vil si at en faktor er undermaksimal eller overmaksimal. Det vil imidlertid også ha interesse å gi uttrykk for hvor meget undermaksimal og overmaksimal den er. Dette kan gjöres ved hjelp av grenseelastisiteten (optimaliteten). Denne er på samme måte som grenseproduktiviteten definert ved en partiell faktorvariasjon, men forskjellen er at en nå betrakter forholdet mellom de relative tilvekster istedet for de absolutte tilvekster. Om grenseelastisiteten av faktor k betegnes ε_k, kan der skrives:

$$\varepsilon_k = \frac{\frac{d^{pa}x}{x}}{\frac{d^{pa}v_k}{v_k}} = \frac{x'_k v_k}{x} = \frac{x'_k}{\bar{x}_k}$$

Grenseelastisiteten er altså forholdet mellom grenseproduktiviteten og gjennomsnittsproduktiviteten. Da den er definert ved de relative tilvekster, er den uavhengig av måleenheten. Den vil som regel ha et jevnt forlöp. Dens forlöp i fig. 10 er angitt ved kurven i figurens midtre del. Den skal overalt være forholdet mellom ordinaten på kurven x'_1 og ordinaten på kurven $x|v_1$. Grense-elastisitetskurven er som en ser monotont synkende. Den begynner over 1, passerer 0 (som karakteriserer maksimumspunktets beliggenhet) og fortsetter å synke i det ettermaksimale område. I den senere del av det ettermaksimale område er synkningen særlig sterk. Der hvor en har skåret over figuren (ved vertikallinjen AA) er grense-elastisiteten kommet helt ned i ca. - 12. En tar da grense-elastisiteten som et kriterium og sier at en faktor er sterkt overmaksimal når dens grense-elastisitet er negativ og stor i tallverdi, og vi sier at den er sterkt undermaksimal når den er positiv og stor i tallverdi.

Også kriteriet for underoptimalitetet eller overoptimalitet kan uttrykkes v.hj.a. grense-elastisiteten ε_1.

Iflölge definisjonen (9d.14) er grense-elastisiteten forholdet mellom grenseproduktiviteten og gjennomsnittsproduktiviteten. Hvis ε_1 er större enn 1 ligger altså grensekurven over gjennomsnittskurven, faktor nr. 1 er altså tilsatt teknisk underoptimalt, hvis ε_1 er mindre enn 1 har en det omvendte og hvis ε_1 = 1 er faktor nr. 1 tilsatt teknisk optimalt. (Passuskoeffisienten ε har en tilsvarende betydning for hele produksjonens omfang.)

V.hj.a. ε_1 kan en uttrykke ikke bare retningen, men også styrken av forandringen i $x|v_1$. Elastisiteten av gjennomsnittsproduktiviteten $x|v_1$ m.h.p. v_1 er nemlig

$$\text{El.}\ \frac{x}{v_1} = \varepsilon_1 - 1 \quad \text{(ved partiell variasjon av } v_1\text{)}$$

Hvis altså ε_1 er meget over en har en et sterkt tiltakende utbytte (ved partiell variasjon av v_1), altså nr. 1 er sterkt underoptimal. Omvendt hvis ε_1 er meget under 1.

En har dermed uttrykt både maksimalitets- og optimalitetskriteriet ved en enkelt parameter, hvis konkrete betydning er meget anskuelig. Formen på ε_1-kurven (i den midtre del av fig. 10) inneholder i konsentrert form opplysningene om produksjonens forskjellige stadier såvel ut fra maksimums- som optimumssynspunktet. Nivåene $\varepsilon_1 = 1$ og $\varepsilon_1 = 0$ er avgjörende.

De produksjonsstadier en her har beskrevet, vil en gjenfinne praktisk talt overalt hvor en enkelt faktor varierer. Og en vil innenfor én og samme produksjon gjenfinne dem likegyldig hvilken faktor en betrakter som den variable. En kan si at optimumsloven skjærer gjennom produktfunksjonen i alle retninger, altså i n retninger hvis det er n faktorer.

I den övre del av fig. 10 er framstilt hvorledes grenseproduktiviteten og gjennomsnittsutbyttet m.h.p. v_1 varierer når v_1 varierer. Under variasjonen i v_1 vil imidlertid også grenseproduktiviteten og gjennomsnittsutbyttet m.h.p. v_2 forandre seg. Forlöpet av disse störrelser er gitt i den nedre del av figuren. Kurven for gjennomsnittsutbyttet $x|v_2$ er simpelthen kurven for totalproduktet med ordinaten redusert til en tiendedel, (den konstante störrelse på v_2 i eksemplet var 10 dekar).

En merker seg at grenseproduktiviteten m.h.p. nr. 2 er negativ i det m.h.p. nr.1 föroptimale stadium, og positiv i det m.h.p. nr. 1 etteroptimale stadium. Den går over fra negativ til positiv i optimumspunktet for nr. 1. Se figuren. Det at en i det förste stadium i fig. 10 får stigende gjennomsnittsutbytte (altså synkende fabrikasjonskoeffisient) m.h.p. nr. 1 er altså bare et annet uttrykk for den omstendighet at grenseproduktiviteten m.h.p. nr. 2 her er negativ, (nr. 2 er tilsatt overmaksimalt). En ville altså her kunne öke produktmengden bare ved å minske anvendelsen av nr. 2, men holde nr. 1 uforandret.

Om en betrakter grenseproduktivitets- og gjennomsnittsproduktivitetskurvene i deres innbyrdes sammenheng, er den nedre del av fig. 10 hva de typiske trekk angår, et fullstendig speilbilde av den övre del. Går en fra venstre til höyre i den övre del, så passerer en nöyaktig de samme stadier som ved å gå fra höyre til venstre i den nedre figur. Men utslagenes styrke kan være litt forskjellig.

--- oo ---

X. MATEMATISKE UTTRYKK FOR VEKSTFAKTORENES VIRKNING PÅ AVLINGA.

Som nevnt innledningsvis har loven om den avtakende utbytteökning blitt studert eksperimentelt av jordbruksforskerne. Mange har forsökt å sette opp matematiske uttrykk for totalproduktkurvens form når det gjelder vekstfaktorenes virkning på avlinga. Av disse uttrykk er Mitscherlich's likning den mest kjente. Den teori som denne likning bygger på er grundig behandlet i professor ÖDELIENs stensilerte forelesninger i gjödsellære, og det henvises til denne behandling. Han har satt opp fölgende likning for virkningen på avlinga av en enkelt vekstfaktor:

$$\frac{dy}{dx} = (A - y)c$$

dy er meravlinga for en uendelig liten ökning dx av en vekstfaktor, A den maksimalavling en kan få bare ved ökning av vedkommende vekstfaktor, y er avlinga för endringen av x og c en konstant, den såkalte virkningsfaktor. Denne er etter Mischerlich spesifikk for vedkommende vekstfaktor. Likningen gir en totalproduktkurve med stadig avtakende stigning. Mitscherlich's likning gir altså ikke uttrykk for noen "optimumskurve" av sigm. id form.

Mitscherlich var dog merksam på at produktkurven kunne ha en nedadgående gren. Han forklarte det ut fra at når en tilförer en faktormengde i store nok mengder, vil den ha en giftvirkning, men han mente at det först gjorde seg gjeldende etter en har passert maksimum på produktkurven.

Også ellers kan Mitscherlich's likning bare oppfattes som et tilnærmet uttrykk for hvordan avlinga varierer ved endring i en vekstfaktor. Det er også stilt opp mange andre matematiske formuleringer. I noen tilfelle kan forsöksresultatene svare best til Mitscherlich's likning, i andre tilfeller til andre matematiske formuleringer.

--- oo ---

XI. SUBSTITUSJONSOMRÅDET.

Det er bare en mindre del av området i fig. 10 hvor samtidig begge grenseproduktiviteter er positive. Dette område kalles substitusjonsområdet. Den höyre begrensning av dette område er bestemt som det punkt der x_1' går over til å bli negativ. Det var det en kalte maksimumspunktet m.h.p. nr. 1. Den venstre begrensning er bestemt som det punkt der x_2' går over til å bli positiv.

Dette kan generaliseres til n variable. En kan gi fölgende generelle definisjon av substitusjonsområdet:

Substitusjonsområdet består av de og kun de punkter i det n-dimensjonale faktordiagram hvor samtlige grenseproduktiviteter er ikke-negative.

Hvis alle grenseproduktiviteter er positive, ikke null, kan en si at punktet ligger i substitusjonsområdets indre. Et punkt der alle grenseproduktivitetene er ikke-negative og en eller flere av dem er null, kan en si ligger på substitusjonsområdets begrensning. I praksis er det forholdene i substitusjonsområdet som har störst interesse.

Ved kontinuitetsfaktorer har en satsen:

Ved pari-passu-loven kan ingen faktor være optimal i substitusjonsområdets indre, tvertimot må enhver faktor her være overoptimal, d.v.s. der må herske et avtakende utbytte m.h.p. enhver faktor.

Hvis en altså vet at produksjonsloven er en pari-passu-lov, og en kan konstatere at det er en eller annen faktor, likegyldig hvilken, som virker med avtakende gjennomsnittsutbytte, så kan en slutte at vedkommende faktorpunkt må ligge utenfor substitusjonsområdet, d.v.s. det må være en eller flere av faktorene som i dette punkt virker med negativ grenseproduktivitet. Dette og generaliseringen av den bemerkning som ble gjort ovenfor om at det tiltakende gjennomsnittsutbytte av arbeidet i eksemplet gjengitt i fig. 10 bare var et uttrykk for at produktmengden kunne ökes bare ved å minske jordarealet, men holde arbeidet konstant. Satsen ovenfor vil som regel gjelde også for en ultra-passum-lov.

Som et grensetilfelle kan fölgende sats formuleres:
Hvis ved pari-passu-loven alle faktorer unntaken én er maksimale, (d.v.s. deres grenseproduktiviteter er null) så må den siste faktor være optimal (d.v.s. dens grenseproduktivitet er lik dens gjennomsnittsproduktivitet.

Hvis nemlig ε_1, ε_2 o.s.v. unntaken ε_k er null, må jo ved pari-passu-loven $\varepsilon_k = 1$, siden summen skal være 1. Ved pari-passuloven er det altså ikke mulig å finne noe faktorpunkt der alle faktorer er maksimale (d.v.s. der alle grenseproduktivitetene er null).

Det samme resonnement viser også at:

Hvis ved pari-passu-loven en faktor er optimal, og punktet ligger i substitusjonsområdet, må alle de andre faktorer være maksimale.

Punktet må altså ligge på substitusjonsområdets "ytterste grense" i alle disse faktorer.

Av den omstendighet at en faktor er optimal, kan det altså trekkes en vidtgrekkende slutning, men av den omstendighet at en faktor er maksimal kan intet sluttes (medmindre det bare er to faktorer). For at en skal kunne slutte noe på grunnlag av maksimalitet, må en ha denne opplysning for alle faktorer unntaken én.

Av fig. 10 fölger at det i pari-passulovens substitusjonsområde er umulig at mer enn en faktor ad gangen kan være tilsatt teknisk optimalt. Den tekniske optimalisering er altså alternativ ikke simultan. Dette punkt blir ikke alltid klart erkjent.

Det foranstående refererer seg til det tilfelle da faktorene er kontinuitetsfaktorer. Hvis alle faktorer, eller noen av dem er limitasjonsfaktorer, blir det mulig at flere faktorer samtidig kan være tilsatt teknisk optimalt. Misforståelsene angående den simultane optimalisering kan skyldes at en ikke har holdt klart fra hverandre kontinuitets- og limitasjonsfaktorer.

--- oo ---

XII. ENKELTE FORHOLD I FORBINDELSE MED LOVEN OM DEN AVTAKENDE UTBYTTEÖKNING I PRAKSIS.

Loven om den avtakende utbytteökning er i alminnelighet antatt å gjelde under alle forhold. Innenfor landbruket har det dog et viktig unntak fra denne regel når det gjelder forforbruket ved melkeproduksjonen. Professor MÖLLGAARD har hevdet at höye melkeytelser höyst sannsynlig blir produsert med samme forbruk av forenheter pr. enhet og med samme verdi av k som mindre (Se Möllgaard: Husdyrenes Ernæringsfysiologi, s. 444). Enkelte andre dyrefysiologer er av en annen oppfatning. Således mener f.eks. LARS FREDERIKSEN at produksjonen er proporsjonal med mengden av produksjonsfor et langt stykke på vei, mens en höyere oppe på kurven får et avtakende utbytte. En dansk-amerikaner EINAR JENSEN er ved forsök i U.S.A. nærmest kommet til samme resultat. De to forskjellige oppfatninger kan illustreres ved henholdsvis kurve 1 og 2 i fig. 11.

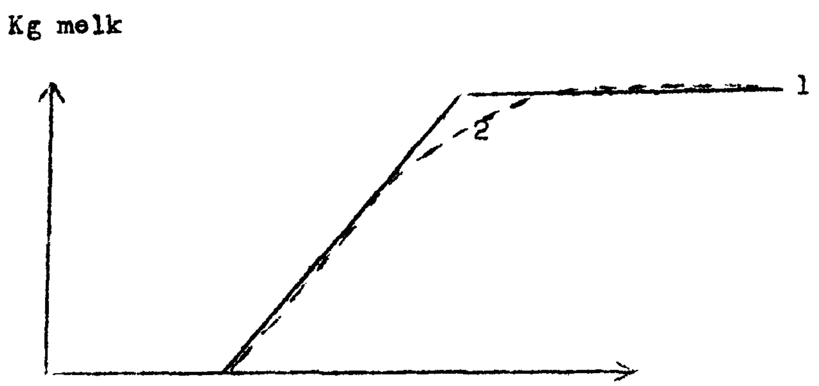


Fig. 11. Antall forenheter.

Årsaken til at kurven först begynner et stykke ut på den horisontale akse, er at det ikke skjer noen melkeproduksjon ved tilförsel av de förste f.e.

Angående det problem som er behandlet ovenfor kan en ellers henvise til professor BREIREMs forelesninger hvor de viktigste forsöksresultater blir referert. Det blir ernæringsfysiologenes sak å avgjöre spörsmålet.

Det vil i praksis være en lang rekke forhold som påvirker produktkurvenes form. Substitusjonsområdet vil f.eks. kunne være av höyst forskjellig utstrekning. Om en betrakter ulike jordboniteter, kan en bonitet ha et stort substitusjonsområde, og en annen et lite slik som illustrert henholdsvis ved kurve 1 og 3 i fig. 12 nedenfor:

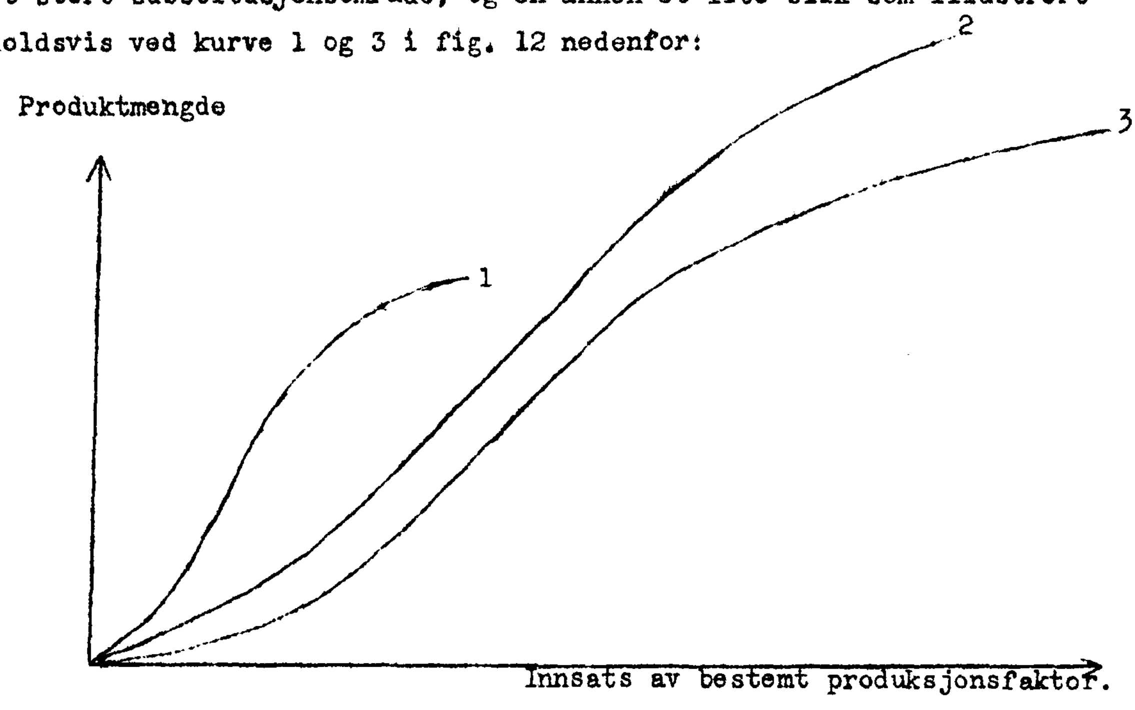


Fig. 12. Totalproduktkurver med ulike stort substitusjonsområde.

Kurve 1 kan ha som uttrykk for forholdene på den lette og varme jord og kurve 3 for den kalde og stive jord. Kurve 2 kan en tenke seg representerer en mellomtype. Ved liten innsats vil en få störst produktmengde pr, arealenhet ved den jordtype som kurve 1 representerer. Kurve 2 er uttrykk for god jord med stor absorpsjonsevne og en heldig struktur. Den jord som kurve 3 representerer gir tross stor innsats ikke samme produktmengde pr. arealenhet som den jord som kurve 2 representerer.

På tilsvarende måte vil de övrige vilkår for plantedyrkingen virke inn på kurvenes form og beliggenhet. Nedbörmengden vil f.eks. ha stor betydning (jfr. det tidligere refererte forsök av Mitscherlich med ulik vanntilsetning).

Om en betrakter planteproduksjonen, vil således totalproduktkurven ligge höyere, og nå maksimum lengere ute, til gunstigere de naturgitte vilkår er, de övrige betingelser forutsatt like.

De arvelige egenskaper hos vekster og dyr spiller også en stor rolle i denne forbindelse.

Til bruk i produksjon er det vekster og dyr med höyst ulik evne til å nytte ut produksjonsvilkårene. En har vekster og dyr med små krav og med tilsvarende lav produksjonskurve. Men det er også vekster og dyr med store krav til produksjonsvilkårene og med höy produktkurve, forutsatt at vilkårene er tilstede.

Det er viktig å velge vekster og dyr som passer til produksjonsvilkårene.

Det må alltid være harmoni med de krav vekstene og dyra stiller og de vilkårene som de skal komme til utvikling under.

Har en mindre gunstige produksjonsvilkår, må en velge mindre kravfulle vekster og dyr. Er derimot produksjonsvilkårene gode, må en også sörge for kravfullere vekster og dyr, som kan nytte ut disse vilkårene.

For alle slags ytre vekstbetingelser finner en planter og dyr som kommer til full utvikling, og som formår å nytte ut de produksjonsmuligheter som er tilstede. De planter og dyr som skal komme til utvikling under de ugunstigste forhold, må imidlertid ha små krav, og deres evne til å omsette stigende mengder av produksjonsmidler er begrenset. Vekstkurven vil for disse organismer bli svært lav. De planter og dyr derimot som kommer til utvikling under de gunstigere produksjonsvilkår, stiller for det ene större minimumskrav, men for det andre vil vekstkurven ligge höyere, og de vil utnytte större mengder tilförte produksjonsmidler. Jo bedre vekstvilkårene blir, desto fordringsfullere planter og dyr kan en bruke. Bruker en på steder med små vekstbetingelser planter eller dyr med for store minimumskrav, kan de overhodet ikke komme til utvikling, eller de vil ha vanskelig for å komme til utvikling. Bruker en derimot på steder med gode vekstbetingelser planter eller dyr med for små krav, vil de ikke nytte ut de vekstmuligheter som er tilstede eller blir tilfört.

Det har vært en av foredlingens oppgaver å utvikle planter og dyr med större omsetningsevne. De höyest utviklete kulturvekster gir större avlinger enn de mer primitive, men de krever også större innsats av gjödsel og arbeid m.m. Ettersom jordkulturen går fram, er det mulig å ta de fordringsfullere vekster i bruk, men heller ikke för. Om en på et primitivt dyrkingsstadium eller under vanskelige vekstforhold bruker for kravfulle sorter, kan en risikere missvekst.

--- oo ---

XIII. DEN TYPISKE VARIASJON AV PASSUSKOEFFISIENTEN VED PROPORSJONAL FAKTORVARIASJON OG ULTRA-PASSUMLOV. DEN REGULÆRE ULTRAPASSUMLOV.

Det er spesielt to forhold i jordbruksproduksjonen som gjör at en i praksis må regne med produksjonslover av ultrapassumkarakter. For det förste kan en ikke i praksis regne med på kort sikt å kunne gjennomföre en proporsjonal variasjon for alle faktorer. Det vanlige ved statistiske analyser av produktfunksjoner vil da være bare å spesifisere de korttidsvariable faktorer. Det faste anlegg som jordarealet, bygninger og annet utstyr blir da faste faktorer som ikke fölger med i variasjonen. Disse faste faktorer betegnes ofte som anlegget ("the plant"). De faktorer som er faste, vil selvsagt kunne variere ifra tilfelle til tilfelle alt etter problemstillingen. I forbindelse med familiejordbruk kan også ofte arbeidskraften bli å betrakte som en fast faktor, mens på den annen side i andre tilfeller jordarealet kan gå inn som en variabel faktor. Dette vil være aktuelt i alle tilfeller hvor det er spörsmål om å öke störrelsen av et bestemt bruk på bekostning av et annet.

Det annet forhold som förer til variabel utbytteökning ved proporsjonal faktorvariasjon er at den optimale tekniske organisasjon av produksjonsfaktorene vanligvis varierer sammen med en variasjon av innsatsen. En ökt innsats av produksjonsfaktorene tillater i alminnelighet en mer effektiv organisasjon, en mer utstrakt differensiering og spesialisering av arbeidet vil f.eks. kunne bli mulig. På den annen side kan tendensen bli den motsatte med hensyn til driftslederens innsats, spesielt ved en sterk utvidelse av virksomheten. Vanskelighetene ved selve ledelsen og kontrollen av virksomheten vil i alminnelighet öke når störrelsen av en bedrift kommer over en viss grense. Og en mann som er flink til å stå for en mindre bedrift, behöver ikke å være den rette mann til å lede en större bedrift.

Om en betrakter den samlede innflytelse av de nevnte omstendigheter på forholdet mellom en proporsjonal variasjon i de spesifiserte korttidsvariable faktorer og produktmengden i et tenkt tilfelle, kan den typiske sammenheng framstilles grafisk som i fig. 11.

Idet en starter ut fra en bestemt kombinasjon av de variable faktorer (v_1', v_2' i fig. 11 B), tenker en seg at disse faktorer öker proporsjonalt mens de faste variable er konstante:

$$v_1 = m\, v_1' \quad ,$$

$$v_2 = m\, v_2'$$

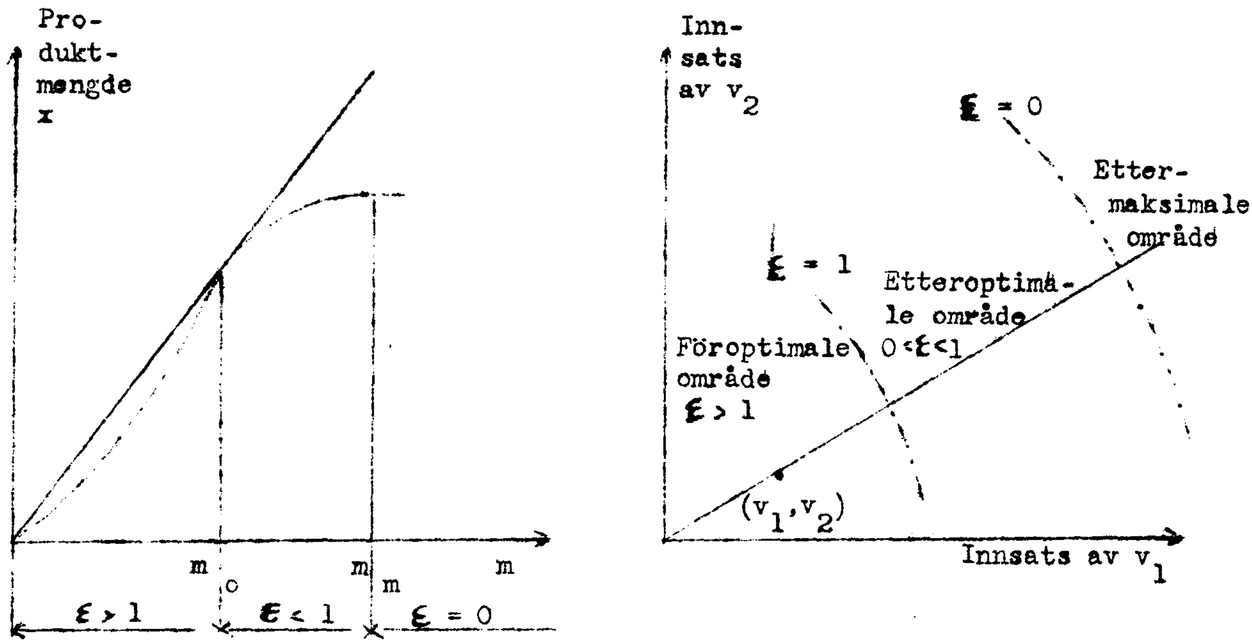


Fig. 11.

hvor m forutsettes å öke gradvis. Til å begynne med har en forutsatt at produktmengden öker sterkere enn proporsjonalt med de variable faktorer (se fig. 11 A). Passuskoeffisienten er her med andre ord antatt å være större enn 1. Bedre utnyttelse av det faste anlegg og bedre organisering av de variable faktorer vil til å begynne med gi en tiltakende utbytteökning. Etter at en bestemt innsets er nådd vil imidlertid den relative begrensning av det faste anlegg og de ökende vanskeligheter for driftsledelsen begynne å virke bremsende på ökningen av produktmengden, slik at utbytteökningen relativt vil avta. Noe lengere ute ($m_o v_1'$, $m_o v_2'$) vil endelig produktmengden slutte å öke selv om de variable faktorer fortsatt ökes proporsjonalt. Passuskoeffisienten vil da være lik O. En ökning av de variable faktorer ut over denne grense vil ikke öke produktmengden om ikke det faste utstyr utvides.

Om en istedet for faktorkombinasjonen (v_1' , v_2') hadde tatt utgangspunkt i en annen faktorkombinasjon og tenkt seg en proporsjonal faktorvariasjon gjennom denne ville en ha fått et liknende resultat. En ville således på enhver rett linje utover fra origo få punkter hvor passuskoeffisienten går over fra å være större enn 1 til å bli mindre enn 1 for til slutt å gå ned til O. Ved å trekke kurver gjennom disse punkter kan diagrammet (11 B) inndeles i områder hvor produktmengden henholdsvis stiger sterkere enn proporsjonalt med de variable faktorer, svakere enn proporsjonalt med disse og med konstant produktmengde om den proporsjonale ökning av de korttidsvariable faktorer fortsetter. Disse områder er karakterisert ved at ε henholdsvis er större enn 1, mindre enn 1 og negativ. Totalproduktfunksjonen og dermed passuskoeffisientens variasjon er tekniske data som må beregnes i hvert enkelt tilfelle på grunnlag av produksjonstekniske forsök. Den typiske variasjon som en her har beskrevet, må betraktes bare som et eksempel.

XIV. FORSKJELLIGE TYPER AV ISOKVANT-MÖNSTRE.

Isokvantenes form i aktuell produksjon er også endel av de tekniske data som må skaffes tilveie ved teknisk-ökonomiske undersökelser. Det er ikke nödvendig her å regne opp og beskrive alle de forskjellige typer av isokvant-mönstre som kan bli funnet i praksis. Men en skal behandle noen enkelte typer som er av spesiell teoretisk interesse.

1. Limitasjonsfaktorer.

En skal först betrakte en produksjon som er av den art at det er en teknisk nödvendighet at produksjonsfaktorene bestandig er kombinert i et bestemt forhold. De beste eksempler på en slik sammenheng finner en ved produksjoner som foregår ved visse kjemiske prosesser. Råmaterialene, de stoffer som går inn, kan her bare gå inn i prosessen i et bestemt forhold. Dette er illustrert ved den rette linje i fig. 12. Isokvantene får her en form som angitt ved de prikkede linjer. Da en ökning av produktmengden her forutsetningsvis krever en proporsjonal ökning av de variable faktorer, vil en ökning for bare den ene av faktorene ut fra en faktorkombinasjon som ligger på linjen 0A ikke ha noen virkning på produktmengden.

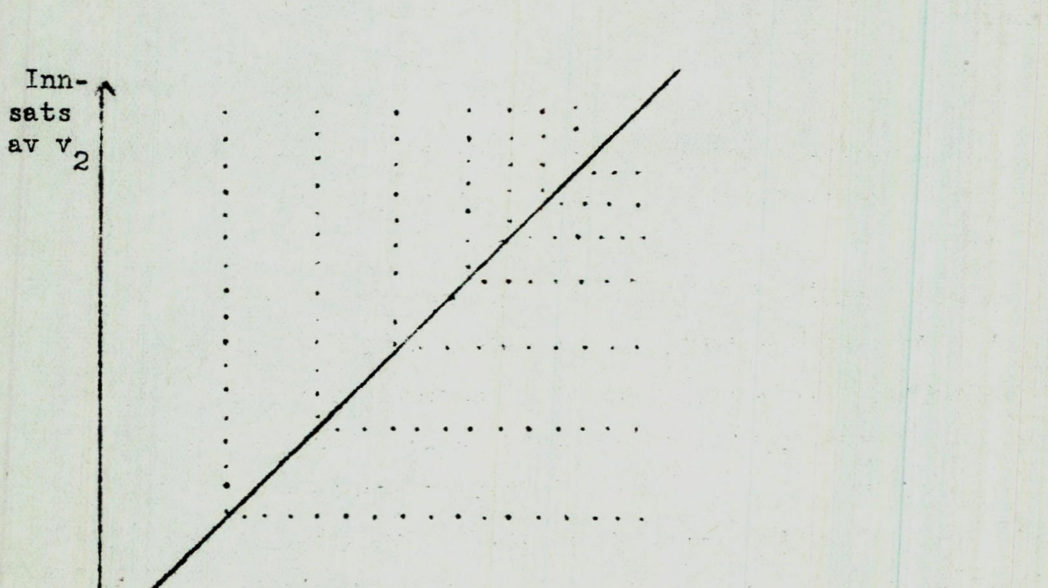


Fig. 12. Isokvantkart ved limitasjonsfaktorer.

Grenseproduktiviteten av vedkommende faktor vil i dette tilfelle være null. Isokvantene som går gjennom forskjellige punkter på OA vil være rette linjer paralelle med aksene. Driftslederen vil i et tilfelle som dette bare være interessert i de faktorkombinasjoner som ligger på den rette linje OA. Disse faktorkombinasjoner representerer minimumsinnsatsen av produksjonsfaktorene for de mulige produktmengder som det faste anlegg tillater. For en gitt produktmengde er også den mengde som går med av hver enkelt faktor gitt, og det er umulig å substituere noe av den ene faktor for den annen. Ved en utvidelse av produksjonen langs OA vil sammenhengen mellom innsats og produktmengde være bestemt av passuskoeffisientens större1se og variasjon slik som diskutert under foregående romertall. Når produktmengden er gitt vil faktorkombinasjonen være en entydig funksjon av denne.

Siden produkt-mengden ved forbehold som ovenfor beskrevet er begrenset (limited) ved mengden av den variable faktor som er tilstede i minimum, kan faktorene som inngår i en slik prosess betegnes som limitasjonsfaktorer. Liebigs "minimumslov", slik den har vært illustrert ved en tönne med ulike lange staver, forutsetter en produksjonsprosess hvor de faktorer som gikk inn er limitasjonsfaktorer. Oppfatningen var til dels i eldre tid at en slik sammenheng var til stede ved varierende tilförsler av næringsstoffer ved plantedyrking. Dette er imidlertid ikke tilfelle. En produksjonsprosess med limitasjonsfaktorer representerer et grensetilfelle av det generelle tilfelle med substitusjonsfaktorer og et grensetilfelle som ikke har större aktualitet i landbruksproduksjonen. I forbindelse med limitasjonsfaktorer kan en ikke snakke om partiell faktorvariasjon og derfor heller ikke om de begreper som er definert på bakgrunn av en slik variasjon. Ved limitasjonsfaktorer kan jo ikke en ökt mengde av den ene faktor i det hele tatt gå inn i produksjonen uten i forbindelse med en tilsvarende ökning av den annen.

2. Ekvivalensfaktorer.

Et annet spesialtilfelle er en produksjonsprosess med ekvivalensfaktorer. Her er de tekniske relasjoner mellom faktorinnsats og produktmengde av stikk motsatt karakter til det tilfelle som er beskrevet foran, idet de variable produksjonsfaktorer er <u>fullstendig</u> substituerbare. En gitt produksjonsmengde kan oppnås ikke bare fra en gitt teknisk kombinasjon av de variable produksjonsfaktorer, men fra en hel serie av kombinasjoner som er karakterisert ved at en endring på en enhet av en av faktorene krever en <u>konstant</u> og <u>motsatt</u> endring i en annen faktor. En kan som eksempel tenke seg en produksjon hvor brunkull og stenkull kan erstatte hverandre i et bestemt mengdeforhold. Under forutsetning av perfekt substituerbarhet er forholdet mellom grenseproduktivitetene av de to faktorer overalt den samme. Det vil si at isokvantene må ha et konstant heldningsforhold, de må være paralelle rette linjer som antydet i fig. 13.

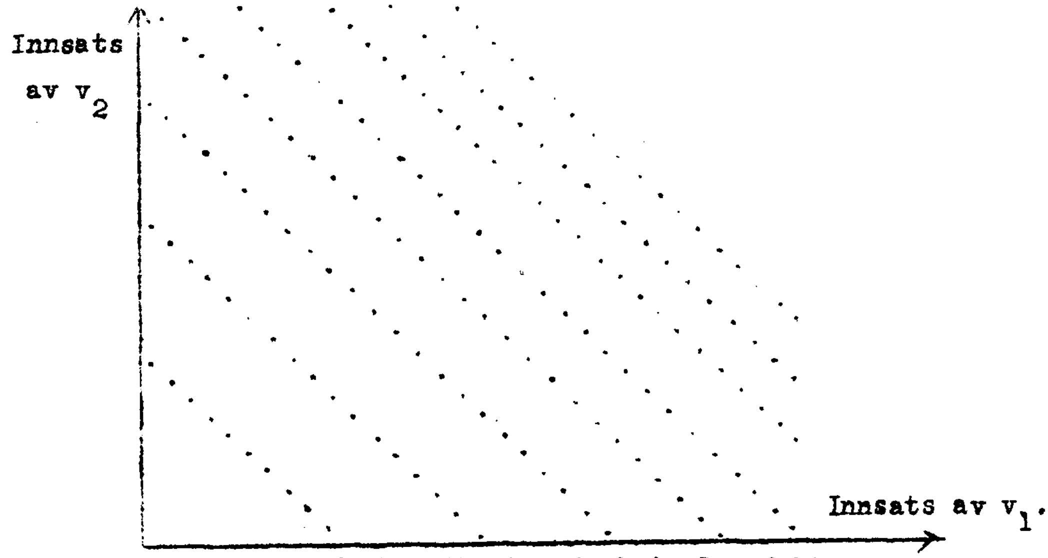


Fig. 13. Isokvantkart ved ekvivalensfaktorer.

Likningen for en isokvant kan nemlig skrives på fölgende form:

$$x_1'dv_1 + x_2'dv_2 + \dots\dots + x_n'dv_n = 0$$

eller for to faktorer

$$x_1'dv_1 + x_2'dv_2 = 0$$

eller

$$\frac{dv_2}{dv_1} = \div \frac{x_1'}{x_2'}$$

Om en oppfatter dv_1 og dv_2 som variable blir dette likningen for en rett linje som forbinder dv_1 og dv_2, og heldningen av denne rette linje er karakterisert ved forholdet mellom grenseproduktivitetene. Heldningen av en isokvant på et gitt punkt er altså lik forholdet mellom faktorenes grenseproduktiviteter med negativt fortegn. Omvendt vil heldningen av tangenten til isokvanten gjennom et gitt faktorpunkt i to variable gi et entydig uttrykk for substitusjonsforholdet, d.v.s. for forholdet mellom grenseproduktivitetene. Ved varierende innsats av en av de to ekvivalensfaktorer vil faktorenes grenseproduktivitet endres, men grenseproduktiviteten av den annen faktor vil da alltid endres i samme forhold.

Som nevnt side 10 foran er det mulig å slå ekvivalensfaktorer sammen til en enkelt faktor for hvilken det fremdeles eksisterer et mengdebegrep i teknisk forstand. Slike sammenslåinger er ofte mulig i landbruksproduksjonen, f.eks. for de forskjellige förslag og for de ulike kunstgjödselslag som inneholder samme verdistoff.

3. Substitusjonsfaktorer.

Det en oftest stöter på i landbruket er imidlertid substitusjonsfaktorer. Om en forutsetter landbruksproduksjonens störrelse gitt, kan manuelt arbeid substitueres mot maskinkapital, hestedrakraft mot traktordrakraft etc. Men disse faktorer kan ikke erstatte hverandre i et konstant mengdeforhold og substitusjonen er også bare mulig innenfor visse grenser. På en större gård som er lite mekanisert kan f.eks. en viss ökning i maskinkapitalen gi grunnlag for en betraktelig innsparing i arbeidsforbruket og likevel samme totalproduksjon. Ved en ytterligere ökning av maskinkapitalen med samme belöp vil virkningen på arbeidsforbruket bli mindre og tilslutt nås en grense hvor ingen ytterligere ökning av maskinkapitalen kan redusere arbeidsforbruket.

Den typiske sammenheng ved substitusjonsfaktorer er illustrert i fig. 14.

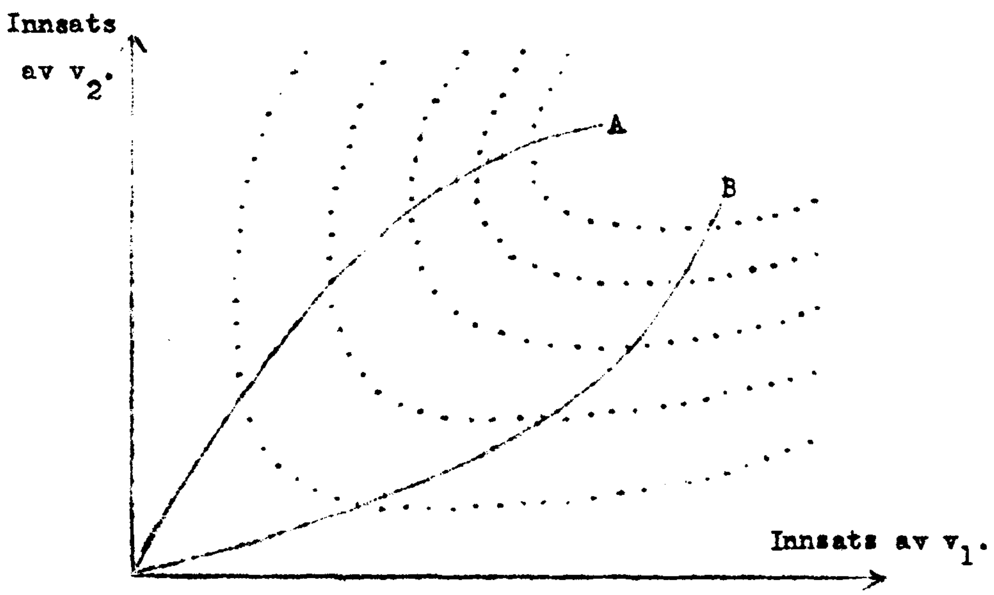


Fig. 14. Isokvantkart ved substitusjonsfaktorer.

Mellom grenselinjene OA og OB er de to produksjonsfaktorer substituerbare, men ikke fullstendig substituerbare slik som ekvivalensfaktorene som ble behandlet i punktet foran. En gradvis nedgang av den ene av faktorene vil kreve et kontinuerlig ökende tillegg av den annen faktor. En bevegelse i faktordiagrammet mot grenselinjen OB vil medföre en nedgang i grenseproduktiviteten til v_1 og en ökning av grenseproduktiviteten til v_2. En bevegelse mot grenselinjen OA vil ha den motsatte virkning. Grenselinjene markerer de punkter hvor grenseproduktivitetene henholdsvis av v_1 og v_2 går over til å bli negative.

I arealet mellom de to grenselinjer hvor de to faktorer er substituerbare er grenseproduktivitetene av begge faktorer positive.

Dette område betegnes som substitusjonsområdet (jfr. fig. 10). Det er innenfor dette område driftslederens valg vil foregå. Når en bestemt produktmengde kan framstilles ved forskjellige faktorkombinasjoner, vil det alltid oppstå et substitusjonsproblem. Lösningen av det ökonomiske substitusjonsproblem skal bli angitt senere.

En sammenlikning mellom de tre isokvantmönstre som er beskrevet foran vil gjöre det klart at de förste to kan betraktes som spesialtilfeller av det tredje. Tilfellet med limitasjonsfaktorer i fig. 12 framkommer om de to grenselinjer i fig. 14 gradvis nærmer seg hverandre til de til slutt faller sammen. Og tilfellet med ekvivalensfaktorer i fig. 13 framkommer om grenselinjene fjerner seg fra hverandre og tilslutt blir identisk med aksene samtidig som isokvantene blir rettere og fettere. Fig. 14 gir det mest generelle uttrykk for isokvantenes form, og det er denne form det i det följende blir referert til. En forutsetter med andre ord en produktfunksjon med substitusjonskarakter.

I framstillingen foran er forutsatt enkelproduksjon. Om en har assortert eller samkoblet produksjon kan tilfellene med henholdsvis limitasjons- og substitusjonsfaktorer framstilles som i fig. 15, idet en i den motstående kvadrant kan angi de tilsvarende mengder av de to produkter.

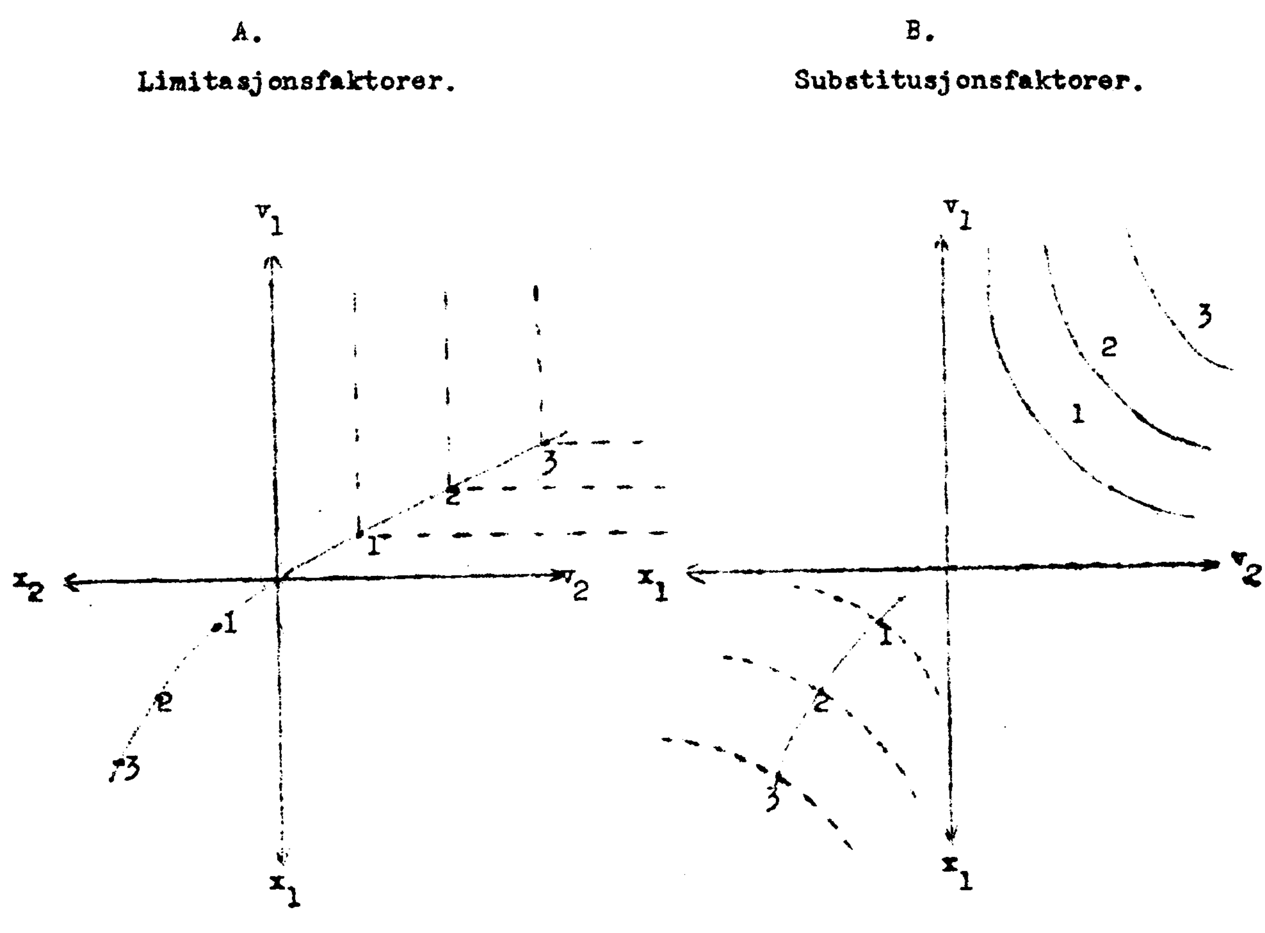


Fig. 15.

Ved limitasjonsfaktorer svarer et punkt i faktordiagrammet til et og bare et punkt i produktdiagrammet. En proporsjonal faktorvariasjon hvor altså den relative faktorkombinasjon forblir konstant behöver ikke ved enhver störrelse av produksjonen å gi den samme relative produktkombinasjon. En har antydet dette forhold ved den krumme linje i produktdiagrammet. Forholdet henger sammen med det faste anlegg.

Ved substitusjonsfaktorer svarer et punkt i produktdiagrammet til en kurve - en isokvant - i faktordiagrammet. Omvendt vil ved assortert produksjon et punkt i faktordiagrammet også svare til en kurve i produktdiagrammet idet et gitt sett av produksjonsfaktorer i alminnelighet kan brukes til å framstille alternative mengdekombinasjoner av de assorterte produkter. Dette er antydet ved de prikkede kurver i fig. 15 B.

--- o ---

XV. KONSTRUKSJON AV ISOKLINER OG KURVEN FOR TEKNISK MAKSIMAL SKALA.

Som det ble gjort rede for i avsnitt XIII, er det ikke mulig om en tar utgangspunkt i et gitt fast anlegg ved variasjon av de korttidsvariable faktorer å öke produksjonen ut over visse grenser. Denne grense kan angis ved en kurve som betegner kurven for teknisk maksimal skala. En skal nedenfor se nærmere på hvordan denne og andre kurver kan konstrueres på grunnlag av et gitt faktordiagram med isokvanter.

La systemet med isokvanter være som i fig. 16 nedenfor. Substitusjonsområdet kan da grafisk bestemmes slik: Först markerer vi på hver isokvant de punkter hvor tangenten er <u>loddrett</u>, det er i P, P', P" o.s.v.

Ethvert slikt punkt har den egenskap at en herfra ikke kan öke produktmengden ved å öke faktor nr. 2. Akkurat i dette punkt passerer x_2'' null. En kurve gjennom disse punkter danner derfor substitusjonsområdets övre begrensning. Deretter bestemmer en på hver isokvant de punkter hvor tangenten er <u>vannrett</u>, det er Q, Q', Q" o.s.v. En kurve gjennom disse punkter markerer substitusjonsområdets nedre begrensning, her er $x_1' = 0$.

Gjennom substitusjonsområdet löper en rekke isokliner. En bestemt isoklin er karakterisert ved et bestemt forhold mellom x_1' og x_2', dette forhold forblir uforandret om vi beveger oss langs isoklinen.

Da heldningen av tangenten til en isokvant gjennom et gitt faktorpunkt i to variable gir et entydig uttrykk for forholdet mellom grenseproduktivitetene x_1' og x_2', kan en bestemt isoklin konstrueres på fölgende måte:

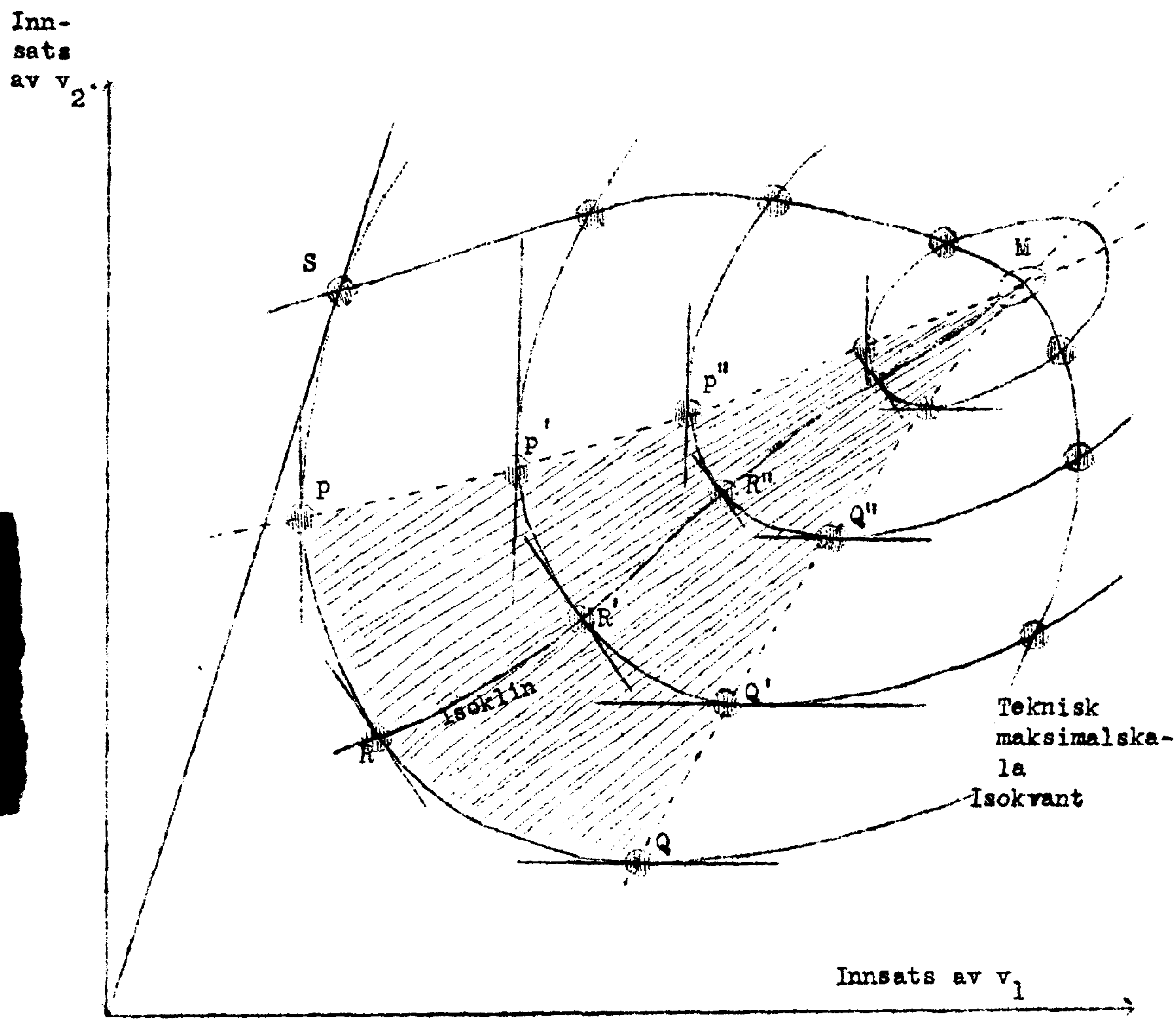


Fig. 16.

Velg den tangentheldning som svarer til det gi ..e forhold x_1' og x_2', trekk opp dens retning i faktordiagrammet og paralell-forskyv den slik at den etterhvert tangerer de forskjellige isokvanter. Marker tangeringspunktene. Med den i figuren valgte heldning gir det tangeringspunktene R, R', R", o.s.v. En kurve gjennom disse punkter er en isoklin.

Kurven for teknisk maksimal skala kan bestemmes ved fra origo å trekke en rett linje som tangerer en isokvant. La det være i S, dette punkt er da slik at hvis vi går fra origo langs denne rette linje, stiger produktet inntil S og derfra begynner det å avta. Da dette er en proporsjonal faktorvariasjon må i punktet S $\mathcal{E} = 0$. Altså S ligger på kurven for teknisk maksimal skala. Ved å la den rette linje feie over faktordiagrammet og markere tangeringspunktene, får . tegnet hele kurven for teknisk maksimal skala.

Det absolutte maksimumspunkt for produktet er i figuren M. Dette punkt er slik at isokvantene i nærheten av dette punkt danner <u>lukkete</u> kurver rundt punktet. (Jfr. kotenes forlöp på et kart i nærheten av en topp). I punktet M selv er alle grenseproduktiviteter = null, altså $x_1' = 0$ og $x_2' = 0$. Fölgelig også $\mathcal{E} = 0$. Kurven for teknisk maksimal skala må altså gå gjennom M.

<u>Alle isoklinene må også gå gjennom M.</u> Det kan innses slik: Like i nærheten av M danner som nevnt isokvantene lukkete kurver. En kan f.eks. ta den innerste av de som er avmerket i figuren. Om en går rundt denne kurve en gang, har en åpenbart gått gjennom punkter hvor <u>alle tenkelige heldninger av tangenten</u> er representert. Under denne bevegelse vil en derfor også passere alle mulige isokliner. Gjennom <u>ett</u> punkt på den lille lukkete isokvant går der <u>en</u> isoklin, gjennom et annet punkt en annen isoklin o.s.v. og tar en med alle punkter på denne isokvant, får en alle mulige isokliner representert. Dette resonnement gjelder for enhver isokvant som danner en lukket kurve omkring M. Om en betrakter isokvanter som ligger nærmere og nærmere punktet M, vil en innse at alle isokliner må gå gjennom punktet M. En får altså et bilde som antydet i fig. 16.

--- 0 ---

XVI. PRODUSENTENES ÖKONOMISKE TILPASSING VED ENKEL MOMENTANPRODUKSJON OG FASTE PRISER UAVHENGIG AV PRODUKTMENGDEN.

1. Forutsetninger om produktfunksjonen, den strategiske type og tilpassingens formål.

Ved behandlingen av produsentenes ökonomiske tilpassing tas produktfunksjonene som gitte tekniske data: $x = f(v_1 \; ....,v_n)$ hvor v-ene uttrykker de korttidsvariable faktorer. Dessuten kan en ha en rekke faste faktorer (anlegget). Passuskoeffisienten vil da få den typiske variasjon som er angitt i romertall XIII.

Hva den strategiske type angår forutsetter en under dette romertall at produsenten er kvantumstilpasser både overfor produksjonsfaktorene og produktet, d.v.s. at han betrakter prisene både på driftsmidlene og på produktet som gitte konstanter uavhengige av de mengder han selv kjöper og selger. For den enkelte bonde som bare produserer en meget liten del av jordbrukets totale produksjon, er dette en meget plausibel forutsetning. Han har praktisk talt bare å akseptere markedsprisen. Om en istedet ser på jordbruket som helhet blir forholdet selvfölgelig et annet.

Dette skal behandles nærmere under et senere romertall. En skal videre forutsette at det ikke foreligger noen prisdiskriminering ved innkjöpet av produksjonsfaktorene, dvs. at det ikke foreligger noen muligheter for å få en viss mengde av et bestemt driftsmiddel til en lavere pris enn resten.

En vil betegne produktprisen med p og prisene på produksjonsfaktorene med $q_1 \ldots\ldots q_n$. Prisene er de gjennomsnittspriser som produsenten forventer ved planleggingen av produksjonen.

Angående formålet for produsentens tilpassing skal en forutsette at dette er 1) profittmaksimalisering x), dvs. störst mulig forskjell mellom salgsinntekt og kostnader. En skal her betegne differensen mellom salgsinntektene for produktet og de variable kostnader for bruttoprofitten (r) og differensen mellom salgsinntekten og totalkostnadene for nettoprofitten (R). De variable kostnader betegnes med b og de faste med B. En får da fölgende likninger:

$$r = px \div b = px \div \Sigma q_i v_i$$

$$R = px \div (b + B) = r \div B \ .$$

Andre aktuelle formål kan være: 2) Produktmaksimalisering. Formålet er da å oppnå störst mulig produktmengde, f.eks. ved en gitt tilgang på kapital. Under krig vil det ofte kunne bli aktuelt å maksimalisere produksjonen under betingelsene koste hva det koste vil". Så lenge naturalhusholdningen rådde var maksimalisering av produktmengden et hovedformål. 3) Profittoptimalisering. Formålet er da å gjöre profittraten (dvs. forholdet mellom den totale nettoprofitt og totalkostnadene) så stor som mulig. 4) Maksimal forrentning. Formålet er da höyest mulig forrentning av den investerte kapital (forrentningsprosenten i jordbruket). Dette formål har störst betydning for de store bruk hvor familiens egen arbeidsinnsats i produksjonen er av liten betydning.

For familiebruk hvor arbeidskraften må regnes som en fast faktor er det ofte av större interesse å söke å 5) maksimalisere den samlede arbeidsinntekt for familiens innsats.

Ved realisasjonen av et oppsatt formål vil det ofte være betingelser av forskjellig art. Hva selve faktorvariasjonen angår kan betingelsene f.eks. være:

1) En enkelt faktortilpassing. Betingelse: Alle faktormengder er konstante unntaken en faktormengde som kan varieres.
2) En gruppetilpassing. Betingelse: Der er en gruppe av faktorer hvis mengder er hver for seg uavhengig variable. Alle de andre faktorer er konstante. Dette vil være tilfelle ved planlegging av produksjo-

x) Profittmaksimalisering vil si maksimalisering av overskottet.

nen på kort sikt.

3) En fullstendig tilpassing. Betingelse: Alle faktormengdene er fritt variable. Dette kan være aktuelt ved regionalplanlegging på lang sikt når også bruksstörrelsen trekkes inn som variabel.

2. Produsentens substitusjonstilpassing.

a. Produktmaksimalisering ved gitt kostnad.

Anta at det er gitt hvor stort belöp b en kan bruke til de variable kostnader. Hva er den största produktmengde som kan framstilles med disse gitte kostnader? For en produksjon med bare to variable faktorer kan lösningen på dette problem framstilles grafisk ved hjelp av et diagram med innlagte isokvanter og isokostlinjer slik som illustrert i fig. 17 nedenfor. Isokvantene representerer alle faktorkombinasjoner som gir samme produktmengde og isokostlinjene alle faktorkombinasjoner som koster det samme. Da en her forutsetter at kostnadene for de faste faktorer (anlegget) er det samme for alle faktorkombinasjoner, kan isokostlinjene defineres i relasjon til kostnadene for de variable faktorer. Under forutsetning av gitte faktorpriser vil isokostlinjene bli rette linjer i faktordiagrammet.

$$b = q_1v_1 + q_2v_2.$$

I det vanlige tilfelle innenfor substitusjonsområdet er isokvantene krumme kurver med den hule side mot nordöst. For gitte kostnader gjelder det da å komme bort på den nordöstligste isokvant som kan nås, når en er bundet til å gå langs den gitte isokostlinje. Den största produktmengde for den gitte kostnad vil oppnås der isokostlinjen tangerer en isokvant.

Hvis f.eks. - for å holde seg til det enkle tilfelle med to faktorer - den gitte isokostlinje (under konstante faktorpriser) er linjen g (den midterste) i fig. 17 så vil tangeringspunktet bli G. De til dette punkt svarende faktormengder er altså de beste som kan velges hvis isokostlinjen g er gitt. M.a.o. punktet G gir produktmaksimalisering under den gitte kostnad. På samme måte vil punktet F gi produktmaksimalisering ved isokostlinjen f, og H gi produktmaksimalisering ved isokostlinjen h o.s.v. En kan legge inn en uendelighet med isokostlinjer imellom, og får således en uendelighet med tangeringspunkter. Disse kan forbindes til den sammenhengende kurve FGH. Når först denne kurven er konstruert, kan produktmaksimaliseringsproblemet under gitt kostnad löses på en meget enkel måte: <u>En tegner bare den gitte isokostlinje og markerer det punkt der den skjærer kurven FGH.</u> Dette skjæringspunkt er det som gir störst produktmengde for den gitte kostnad.

b. Kostnadsminimalisering ved gitt produktmengde.

En skal dernest se på det omvendte problem: kostminimalisering under en gitt produktmengde. La det f.eks. være gitt at produktmengden skal være som angitt ved isokvanten II (den midterste) i fig. 17. En skal altså gå langs denne isokvant inntil en når den laveste (sydvestligste) isokostlinje som det er mulig å nå sålenge en skal holde seg til den gitte isokvant. Sålenge en befinner seg i et punkt der isokvanten skjærer (danner en vinkel med) den isokostlinjen som går gjennom punktet, altså f.eks. et punkt som M i fig. 17 går det åpenbart an - uten å forlate denne isokvanten - å nå en nærliggende og lavere isokostlinje. Fra M f.eks. behöver en bare å fölge isokvanten II et stykke nedover. En slik ytterligere forbedring av stillingen blir förs umulig når en har nådd et punkt der isokostlinjen tangerer isokvanten. På isokvanten II er det punktet G. Dette punkt gir altså kostminimalisering under den produktmengde som er karakterisert ved isokvanten II. På samme måte kan en gå ut fra isokvanten I, det gir tangering, og altså kostminimalisering i F. Isokvanten III gir tangering og altså kostminimalisering i H o.s.v. En kan legge inn en uendelighet med isokvanter imellom og får således en uendelighet med tangerings-

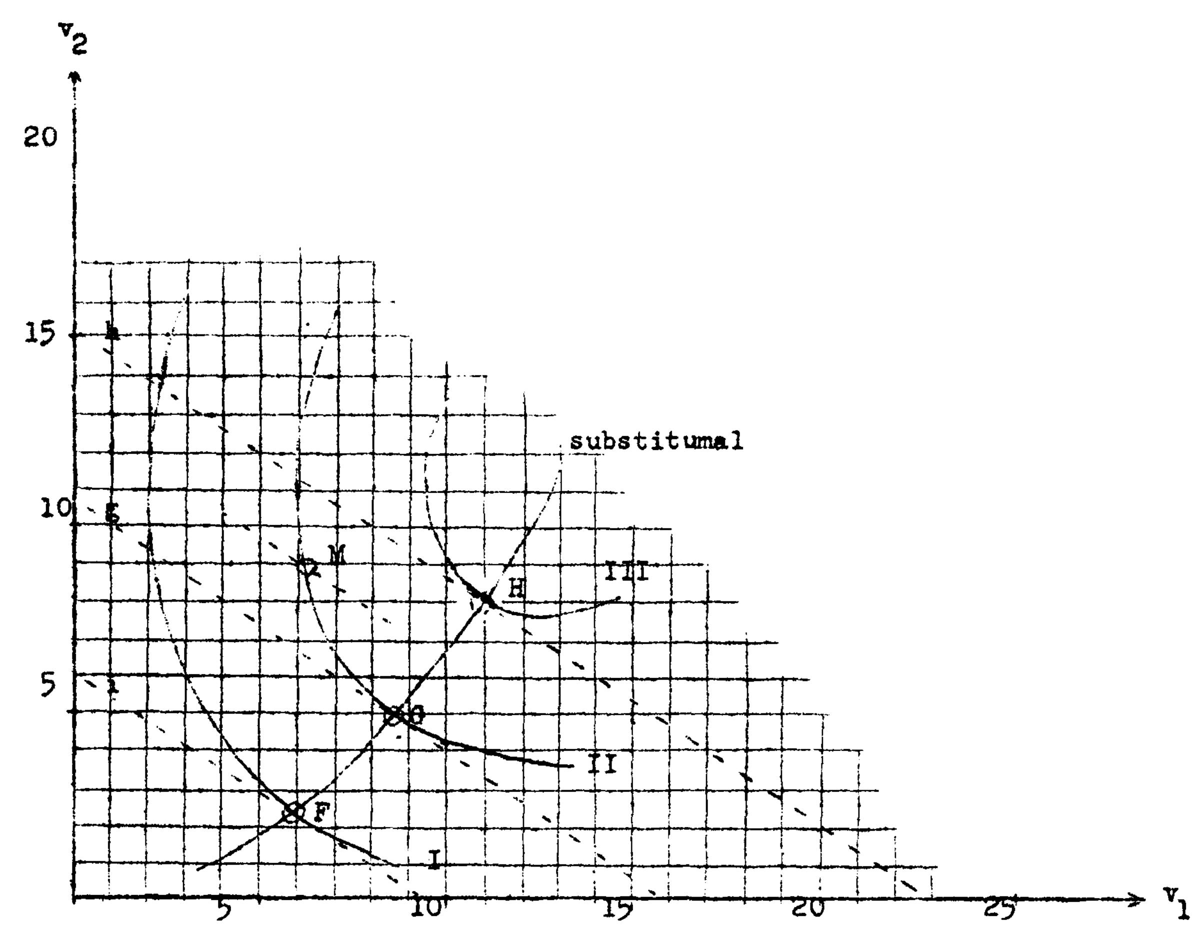


Fig. 17. Substitumalen bestemt ved tangering mellom isokvanter og kostnadslinjer under faste faktorpriser.

punkter. Forbinder en disse til en kurve så får en kurven FGH. Denne kurven har altså også den egenskap at hvis en vil söke kostminimalisering under en gitt produktmengde så har en bare å tegne isokvanten for denne produktmengde og markere det punkt der den skjærer kurven FGH.

c. En i alle henseender ökonomisk substitusjon.

Lösningen av produktmaksimaliseringsproblemet ved gitt kostnad og kostnadsminimaliseringsproblemet ved gitt produktmengde förte fram til en og samme kurve. Kurven FGH löser altså på en gang kostminimaliseringsproblemet og produktmaksimaliseringsproblemet. En har bare å kombinere denne kurve med den bibetingelse som gjelder i hvert problem. Ved kostminimaliseringen er denne bibetingelse en gitt isokvant, ved produktmaksimaliseringen en gitt isokostlinje.

Kurven FGH har imidlertid en enda mere generell betydning. Om en ser nærmere på begrepet "substitusjon" så er det en endring i faktorkombinasjonen, men ikke en hvilkensomhelst endring. En proporsjonal ökning av alle faktorer ville en f.eks. ikke si var en "substitusjon". Det ville en oppfatte som en ökning av produksjonens omfang, en ökning i skalaen. "Substitusjonen" og "forandring i skalaen" er på en måte motsatte begreper. I grove trekk kan en beskrive det grafisk ved å si at en endring i skalaen er en bevegelse utover i faktordiagrammet, mens en substitusjon er en bevegelse på tvers av faktordiagrammet. Dette må imidlertid presiseres nærmere. Det mest nærliggende er å si at en substitusjon, altså en bevegelse "på tvers" - sålenge en befinner seg i substitusjonsområdet - vil si en bevegelse langs en isokvant, altså for konstant produktmengde. Kostminimaliseringen kan da beskrives ved å si at en ved en substitusjon har bragt kostnadene ned. Men en kan også erstatte den ene faktor med den annen på en slik måte at produktmengden öker, mens totalkostnadene er konstante. Også i dette tilfelle kan en si en har foretatt en substitusjon. Den faktor som er dyr i forhold til sin virkning er blitt substituert av en slik som er billig i forhold til sin virkning. Ved å utföre en slik substitusjon har en kunnet bringe produktmengden opp uten å öke kostnadene. "På tvers" bevegelsen blir da en bevegelse langs en isokostlinje. Ut fra disse betraktninger kan begrepet substitusjon gis fölgende definisjon:

Enhver faktorendring som enten minsker totalkostnadene uten å minske produktet eller öker produktet uten å öke totalkostnadene, vil en kalle en i alle henseender ökonomisk substitusjon.

Det er klart at denne slags faktorvariasjon må spille en stor rolle i de ökonomiske tilpassingsprosesser. Praktisk talt enhver fornuftig definert tilpassingsprosess vil jo være slik at en blir bragt et skritt i riktig retning hvis en foretar en slik faktorvariasjon.

I jordbruksproduksjonen er slik substitusjon mellom forskjellige produksjonsfaktorer av meget stor interesse. Ved mekanisering kan en f. eks. i en viss utstrekning spare arbeidskraft, ved traktorkjöp kan . ofte hesteholdet innskrenkes etc. Men om en slik substitusjon er ökonomisk berettiget må vurderes ut fra definisjonen ovenfor.

Kurven FGH representerer de faktorpunkter - der det ikke er mulig å foreta en i alle henseender ökonomisk substitusjon.

M.a.o.: Om en befinner seg i et hvilketsomhelst punkt i faktordiagrammet utenfor kurven FGH er det alltid mulig, ut fra dette punkt å foreta en i alle henseender ökonomisk substitusjon. Men om en er i et punkt på kurven FGH er det aldri mulig å foreta en slik substitusjon. Enhver bevegelse som starter i et punkt på kurven FGH må altså nödvendigvis enten öke kostnadene eller minske produktmengden. Ethvert punkt på FGH har altså den egenskap at her er substitusjonen fullbragt. Derfor kaller en FGH substitumalen, nærmere bestemt: den til de gitte faktorpriser svarende substitumal.

På grunn av denne fundamentalegenskap ved substitumalen kan videre trekkes den slutning at enhver tilpassing hvis formål er slik at det er en fordel å få senket kostnadene når det kan skje uten at det går ut over produktmengden, eller å få öket produktmengden når det kan skje uten at kostandene ökes, - den må, hvis den skal gjennomföres, tilslutt före til et eller annet punkt på substitumalen. Uten å vite mere om tilpassingens formål enn at det skal være "fornuftig" i ovennevnte forstand, kan en altså si at prosessen må före til et punkt på substitumalen. Et punkt utenfor den kan aldri være lösningen.

Hvilket spesielt punkt på substitumalen en skal tilpasse seg til avhenger av hvordan formålet med tilpassingen er spesifisert. Denne spesifikasjon gir den ekstra betingelse som bestemmer punktet innenfor substitumalen. En har allerede sett to eksempler på det: Ved produktmaksimaliseringen under konstant kostnad leverte den gitte isokostlinje den nödvendige tilleggsbetingelse, (skjæringen mellom denne isokostlinje og kurven FGH), og ve kostminimaliseringen under konstant produktmengde leverte den gitte isokvant tilleggsbetingelsen (skjæringen mellom denne isokvant og kurven FGH). En får derfor den beste oversikt over tilpassingsproblemene hvis en i hvert tilfelle skiller betingelsene i to grupper: for det förste substitumalbetingelsene som karakteriserer substitumalens form og beliggenhet, og for det annet skalabetingelsen (volumbetingelsen, omfangsbetingelsen) som uttrykker i hvilket punkt på substitumalen en skal stanse. En kan oppfatte det slik at det förste sett av betingelser definerer en bevegelse "på tvers" av faktordiagrammet, det uttrykker hva som kan oppnås ved en ren substitusjon: en ombytting av en faktor med en annen uten å forandre produksjonens skala. Resultatet er et visst innbyrdes forhold mellom faktorene, et forhold som er uttrykt ved formen og beliggenheten av substitumalen. Den annen betingelse definerer en bevegelse utover i faktordiagrammet, den uttrykker hva som ytterligere kan oppnås ved å forandre skalaen. Denne siste bevegelse er en söking langs substitumalen som derfor også kan betegnes for ekspansjonsveien, og det er herunder at tilpassingens spesielle formål spiller inn.

Som påvist foran er vinkelkoeffisienten til en isokvanttangent lik forholdet mellom grenseproduktivitetene av de to faktorer:

$$\frac{dv_2}{dv_1} = \div \frac{x_1'}{x_2'}$$

Ved derivering av likningen for isokostlinjen

$$b = q_1v_1 + q_2v_2$$

får en at vinkelkoeffisienten til isokostlinjen er

$$\frac{dv_2}{dv_1} = \div \frac{q_1}{q_2}$$

Isokostlinjen er altså ved gitte faktorpriser rette paralelle linjer med negativ heldning bestemt av forholdet mellom faktorprisene. Langs substitumalen hvor heldningen av isokvantene og isokostlinjene er den samme, vil derfor faktorenes grenseproduktiviteter være proporsjonale med faktorprisene

$$\frac{x_1'}{x_2'} = \frac{q_1}{q_2}$$

For en produksjon hvor det brukes n variable faktorer vil en på tilsvarende måte få fölgende generelle relasjon:

$$x_1' : x_2' : x_3' : \ldots : x_n' = q_1 : q_2 : q_3 : \ldots q_n$$

Denne relasjon uttrykker den betingelse som punktene på substitumalen må fylle. I ord kan betingelsen uttrykkes ved å si at grenseproduktivitetene er proporsjonale med faktorprisene, eller kort og godt at punktene er substitumale.

Til sammenfatning kan formuleres fölgende satser:

1. I ethvert punkt der grenseproduktivitetene ikke er proporsjonale med faktorprisene (altså i ethvert punkt som ligger utenfor den til disse

faktorpriser svarende substitumal), er det mulig å foreta en i alle henseender økonomisk substitusjon (faktorprisene forutsatt konstante).

2. I et punkt hvor grenseproduktivitetene er proporsjonale med faktorprisene (altså i et punkt som ligger på den til disse faktorpriser svarende substitumal), er det ikke mulig å foreta en i alle henseender økonomisk substitusjon (faktorprisene forutsatt konstante).

En har her forutsatt at faktorprisene er konstante uavhengige av innsatsen. Grenseproduktivitetene må da også stå i et konstant forhold til hverandre langs substitumalen. Ved gitte faktorpriser er altså substitumalen en bestemt av isoklinene, nemlig den isoklin langs hvilken forholdet mellom grenseproduktivitetene er lik forholdet mellom faktorprisene.

Det er innlysende at alle isokliner som skal ha mulighet for å danne substitumalen, må ligge i substitusjonsområdet eller på dette områdes begrensning hvor alle grenseproduktivitetene er ikke negative. Bare om prisen er null, vil en produksjonsfaktor bli tilsatt i så stor utstrekning at grenseproduktiviteten blir lik null.

3. Produsentens kostnadsstruktur.

a. Grensekostnadsbegrepet.

Når en bedrift i praksis skal utvide eller innskrenke produksjonen eller foreta en endring i faktorkombinasjonen med sikte på å spare kostnader o.s.v. står den ikke alltid helt fritt, faktorvariasjonen kan være båndlagt på forskjellige måter. Det kan være korttids- og langtidsfaktorer, sprangvis faste faktorer o.s.v. Hvis en vil studere kostnadenes variasjon, er det derfor best å begynne med en helt generell oversikt over hvorledes det går om en fra et gitt faktorpunkt $(v_1 \ldots v_n)$ foretar en liten faktorvariasjon $(dv_1 \ldots dv_n)$ om hvilken en foreløpig ikke forutsetter annet enn at dens retning (d.v.s. forholdet mellom tilvekstene) er gitt på en eller annen måte. Under en slik faktorvariasjon vil både totalkostnadene

$$b = q_1 v_1 + q_2 v_2 + \ldots + q_n v_n \qquad \text{eller kortere} \qquad b = \Sigma q_i v_i$$

og produktmengden x variere. Forholdet mellom tilvekstene i disse to størrelser, altså db/dx kaller en grensekostnaden under den betraktete generelle retningsbestemte faktorvariasjon. Eller kortere, db/dx vil bli kalt den generelle retningsbestemte grensekostnad eller grensekostnaden rett og slett. Den uttrykker altså hvor meget det koster pr. produktenhet å produsere en liten produktmengdetilvekst, når det skal skje ved at faktorene endres på den spesielle måte som retningsbestemmelsen angir. Hvis faktortilvekstene er tilstrekkelig små, vil forholdet $db\ dx$ ikke avhenge av den absolutte størrelse av faktortilvekstene, men bare av forholdet mellom dem.

Den foranstående definisjon er helt generell og gjelder uansett hvilken sammenheng det er mellom priser og kvanta og uansett i hvilken retning fakterforandringen skjer. Som spesialtilfelle av dette generelle grensekostnadsbegrep har en f.eks.

$$b'_k = \frac{d^{pa.k}\, b}{d^{pa.k}\, x} = \frac{\underline{\text{den partielle grensekostnad m.h.p}}}{\underline{\text{faktor nr. k.}}}$$

og

$$b' = \frac{d^{is} s_b}{d^{is} s_x} = \underline{\text{den isokline grensekostnad}}.$$

Den første av disse likninger uttrykker hvor meget det koster <u>pr. produktenhet</u> å produsere en liten produktmengdetilvekst, når det skal skje ved å variere faktor nr. k alene, mens alle de andre faktorer er konstante, og den annen likning uttrykker hva det vil koste om det skal skje ved en faktorvariasjon langs den isoklin som går gjennom det givne faktorpunkt.

Størrelsen av de foran definerte grensekostnader avhenger for det første av de tekniske forhold, altså av hvorledes produktmengden varierer med faktormengdene, dette er uttrykt ved grenseproduktivitetene, for det annet av prisene på faktorene, og for det tredje av i hvilken retning faktorvariasjonen foregår.

Tilvekstgraden av totalkostnaden m.h.p. en endring i mengden av en bestemt faktor, nr. k, kan betegnes

$$b_k = \frac{d^{pa}\, b}{d^{pa}\, v_k} = \text{grenseutlegget m.h.p. faktor nr. k.}$$

Merk forskjellen mellom grenseutlegget og den partielle grensekostnaden. Grenseutlegget (betegnet b_k) er regnet pr. enhet av den spesielle faktor, grensekostnaden (betegnet b'_k) er regnet pr. produktenhet.

Ved gitte faktorpriser er grenseutlegget lik faktorprisen for vedkommende faktor ($b_k = q_k$).

La dernest alle faktorene samtidig få små vilkårlige tilvekster dv_1, dv_2 ... dv_n. Ved den marginale tilvekstformel får en uten videre

$$db = q_1\, dv_1 + q_2\, dv_2 + \ldots + q_n\, dv_n = \Sigma q_k dv_k$$

altså ved divisjon med dx

$$\frac{db}{dx} = \frac{d\Sigma q_k\, v_k}{dx} = \Sigma q_k \cdot \frac{dv_k}{dx}$$

Forholdstallene tilhöyre er de generelle retningsbestemte fabrikasjonskoeffisienter.

La oss så betrakte den partielle grensekostnad. Her er alle faktortilvekster null unntatt én f.eks. nr. k.

$$b'_k = \frac{db}{dx} = \frac{q_k \, dv_k}{x'_k \, dv_k} = \frac{q_k}{x'_k}$$

En skal så betrakte den isokline grensekostnad.

Å betrakte grensekostnaden langs en isoklin definert ved <u>konstante</u> forhold mellom grenseproduktivitetene har vesentlig interesse når faktorprisene er konstante. Bedriftens ekspensjon eller kontraksjon av produksjonsomfanget vil da foregå ved en bevegelse langs den isoklin som danner substitumalen.

Den isokline grensekostnad (ved konstante faktorpriser) $b' = \frac{d^{is}b}{d^{is}x} = \Sigma q_k v'_k$

v'_k er de isokline fabrikasjonskoeffisienter.

<u>b. Indifferenssatsen for grensekostnaden.</u>

<u>I et faktorpunkt hvor alle de partielle grensekostnader er like vil den samlete grensekostnad bli lik denne samme störrelse likegyldig i hvilken retning den beregnes</u> (d.v.s. likegyldig hvilket forhold det er mellom faktortilvekstene ved den faktorforandring hvorunder grensekostnaden beregnes). Denne sats gjelder selvom faktorprisene endrer seg med faktormengdene.

Dette er en viktig sats, en skal bevise den generellt. Poenget er at hvis de partielle grensekostnader er like vil prisene være proporsjonale med grenseproduktivitetene. Eksakt gjennomfört blir beviset slik: La b'_o være den felles störrelse på de partielle grensekostnader langs substitumalen. En har da $q_k = b'_o x'_k$. Innföres dette i

$$\frac{db}{dx} = \Sigma q_k \frac{dv_k}{dx}$$

får en

$$\frac{db}{dx} = \Sigma \frac{b'_o \, x'_k \, dv'_k}{dx}$$

Her er b'_o uavhengig av summetegnet og kan settes utenfor og en får:

$$\frac{db}{dx} = b'_o \Sigma \frac{x'_k dv_k}{dx}$$

Men dette er lik b'_o, da $\Sigma x'_k dv_k = dx$ likegyldig i hvilken retning faktortilvekstene dv_1 ... dv_n går.

Hvis de partielle grensekostnader <u>ikke</u> er like, kan en naturligvis ikke trekke den slutning at den samlete grensekostnad blir den samme likegyldig i hvilken retning den beregnes. I alle de tilfeller da tilpassingsprosessen ikke er blitt tilstrekkelig gjennomfört slik at det ikke er nöyaktig likhet mellom de partielle grensekostnader må en derfor spesifisere faktorvariasjonens <u>retning</u> for at begrepet grensekostnad skal være entydig definert.

c. Substitumalrelasjonene.

Foran er påvist at det i et punkt hvor alle de partielle grensekostnader er like - altså i et substitumalt punkt - gjelder spesielle og særlig enkle sammenhenger mellom tilvekstene i visse störrelser. En skal nå se litt nærmere på disse sammenhenger, en kaller dem <u>substitumalrelasjonene</u>.

Den felles störrelse på grensekostnadene i de forskjellige retninger som en vet gjelder i et substitumalt punkt, kan videre bringes i forbindelse med produksjonslovens <u>tekniske</u> karakter, nemlig med den egenskap ved loven som er uttrykt i <u>passuskoeffisienten.</u> En har her fölgende sammenheng:

Passus'- ısatsen for kostnaden.

Elastisiteten av produktmengden m.h.p. de samlete variable kostnader tatt i en vilkårlig faktorretning, men ut fra et substitumalt punkt under <u>faste</u> faktorpriser er lik passuskoeffisienten. Altså

$$\frac{dx}{db} \cdot \frac{b}{x} = \varepsilon$$

og fölgelig omvendt el. b m.h.p. produktmengden

$$\frac{db}{dx} \cdot \frac{x}{b} = \frac{1}{\varepsilon}$$

Dette gir en ny og viktig tolkning av passuskoeffisienten.

Beviset er ganske enkelt. Iflg. passuskoeffisientens definisjon har en

$$\varepsilon = \frac{d^{pr}x/x}{d^{pr}v_k/v_k} \qquad \text{(uavhengig av } k\text{)}.$$

Den prosent med hvilken faktorene öker (den samme for alle faktorer) er imidlertid under faste faktorpriser det samme som den prosent med hvilken kostnadssummen (mer presist: summen av de variable kostnader) varierer. En kan altså erstatte $d^{pr} v_k/v_k$ med $d^{pr}b/b$.

Altså:

$$\mathcal{E} = \frac{d^{pr}x/x}{d^{pr}b/b} \qquad \text{(under faste faktorpriser).}$$

Men i et substitumalt punkt er dx/db uavhengig av variasjonsretningen. En kan altså erstatte $d^{pr}x/d^{pr}b$ med $d^{ge}x/d^{ge}b$ hvilket gir passussatsen for kostnader.

I et substitumalt punkt under faste faktorpriser har altså passuskoeffisienten $\mathcal{E}$ nöyaktig samme betydning i forhold til summen av de variable kostnader som de partielle grenseelastisiteter $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2 \ldots.$ har for hver enkelt faktormengde $v_1, v_2 \ldots v_n$.

Uttrykt i gjennomsnitts- og grensekostnadene blir passussatsen for kostnadene å formulere slik:

<u>I et substitumalt punkt under faste faktorpriser er grensekostnaden lik gjennomsnittskostnaden dividert med passuskoeffisienten,</u> altså

$$b' = \frac{\frac{b}{x}}{\mathcal{E}} = \frac{\bar{b}}{\mathcal{E}}$$

(i en vilkårlig retning ut fra et substitumalt punkt under faste faktorpriser.)

Dette er en fundamental formel. Den viser at der også m.h.p. kostnaden er visse typiske forskjelligheter alt ettersom en er i det m.h.p. skalaen teknisk <u>föroptimale</u> eller teknisk <u>etteroptimale</u> område. Ved hjelp av denne formel kan en finne uttrykk også for en rekke andre tilvekstgrader.

Om en beveger seg <u>langs</u> substitumalen, er <u>hele tiden</u> formelen foran oppfylt. For <u>grensekostnaden</u> og dens variasjon langs substitumalen får en derfor

$$\text{El.}b' = \text{el.}b - \text{el.}x - \text{el.}\mathcal{E} \;. \qquad \text{Altså p.g.a. at } \frac{dx}{db}\cdot\frac{b}{x} = \mathcal{E}$$

$$\text{El.}b' = \frac{db'/b'}{dx/x} = \frac{1}{\mathcal{E}} - 1 - \frac{d\mathcal{E}/\mathcal{E}}{dx/x}$$

(langs substitumalen under faste faktorpriser).

<u>d. Den ökonomiske optimumslov langs substitumalen.</u>

Ved en pari- passulov vil isoklinene være rette linjer gjennom origo. Ved konstante faktorpriser vil en bestemt av disse isokliner være substitumalen.

Ved en ultrapassumlov vil substitumalen ikke nödvendigvis være en rett linje gjennom origo. Men som regel kan en gå ut fra at den iallfall er <u>stigende</u> m.h.t. alle faktormengder. D.v.s. den peker utover i faktordiagrammet, altså slik at om en foretar en liten bevegelse langs substitumalen, så vil alle faktormengder gå i <u>samme</u> retning. Sålenge en er i det m.h.p. skalaen teknisk förmaksimale område, vil dette si det samme som at alle de isokline fabrikasjonskoeffisienter er positive. Å gå utover isoklinen vil da si det samme som å gå i retning av stigende produktmengde. Dette kan en da ta som den positive retning på isoklinen. I det m.h.p. skalaen ettermaksimale område vil derimot "utover isoklinen" bli det samme som den retning langs isoklinen i hvilken produktmengden avtar. De isokline fabrikasjonskoeffisienter langs den spesielle isoklin som nå er substitumalen, kan en kalle de substitumale fabrikasjonskoeffisienter.

På den annen side har en foran sett at om en går utover i faktordiagrammet, vil såsant passuskarakteren av loven er regulær, slik en får den ved et gitt fast anlegg og noen variable faktorer, passuskoeffisienten ha fölgende typiske forlöp: Til å begynne med vil den være större enn 1, avtar så monotont, passerer först 1 og så null for tilslutt å bli negativ (i det m.h.p. skalaen teknisk ettermaksimale område).

I det fölgende vil en gå ut fra at passuskoeffisienten har det ovenfor angitte typiske forlöp. En kaller det fundamentalforutsetningen om ε's variasjon langs substitumalen.

Hvis fundamentalforutsetningen om ε er oppfylt, vil en om en foretar en variasjon langs substitumalen, få en ökonomisk optimumslov som forbinder produktmengde og kostnad, og som i sitt typiske forlöp er ganske analog de tekniske optimumslover en fikk i hver enkelt faktor. Dette er en fundamentalsats. En kaller den satsen om den ökonomiske optimumslov langs substitumalen. Den innsees slik:

En forutsetter en rekke faste faktorer (anlegget) og en del korttidsvariable. Når prisene for de korttidsvariable faktorer er gitt, er også den isoklin som danner substitumalen gitt.

En skal nå undersöke hvorledes grensekostnaden og stykkostnaden varierer med produktmengden x ettersom en går utover substitumalen. Dette er framstilt i fig. 18.

Begrepet stykkostnad må presiseres. Dette kan forståes som stykkostnaden for de variable faktorer, altså $\bar{b} = b/x = \Sigma q_i v_i/x$. D.v.s. stykkostnaden for de faktorer som inngår i faktordiagrammet og for hvilke substitusjonen er gjennomfört.

Det er bare når b fortolkes på denne måte at passussatsen for kostnadene gjelder, og de derav avledete relasjoner. Adderer en til b de faste kostnader B, får en totalkostnaden i egentlig forstand (globalkostnaden) b + B. Og fordeler en denne på produktmengden får en den totale (globale) stykkostnad.

$$\bar{\bar{b}} = \frac{b+B}{x}$$

Kurvene for $\bar{b}$ og $\bar{\bar{b}}$ er inntegnet i fig. 18. Den förste må naturligvis ligge under den siste. Forskjellen mellom dem, nemlig $\bar{\bar{b}} - \bar{b} = B|x$ er omvendt proporsjonal med produktmengden. Området mellom disse to kurver kalles området for cut-throat competition.

Grensekostnaden blir selvfölgelig den samme enten en regner den av totalkostnaden eller av kostnaden for de variable faktorer, altså

$$b' = \frac{db}{dx} = \frac{d(b+B)}{dx} \qquad \text{(B = de faste kostnader).}$$

Også grensekostnadskurven er inntegnet i fig. 18.

La oss nå se på formen av kurvene. Passuskoeffisienten er til å begynne med större enn 1 og avtar etterhvert som en går utover substitumalen. Men da må iflg. relasjonen $b' = \frac{\bar{b}}{\varepsilon}$ stykkostnaden $\bar{b}$ (for de variable faktorer) være större enn grensekostnaden b', og fölgelig $\bar{b}$ være synkende over det förste område. Siden forskjellen mellom $\bar{b}$ og $\bar{\bar{b}}$ er som anfört, må også den totale stykkostnad til å begynne med være synkende et stykke lenger enn stykkostnaden for de variable faktorer. Denne siste må fortsette å synke sålenge ε er större enn 1, altså i hele det m.h.p. skalaen föroptimale område. Omslaget finner sted der skalaen er teknisk optimal, i betydningen av at passuskoeffisienten for de variable faktorer her er lik 1. Deretter vil stykkostnaden $\bar{b}$ (for de variable faktorer) være stadig stigende. (Se fig. 18.)

Hvorledes forlöper så grensekostnadskurven b'? I det teknisk föroptimale område må den ligge under stykkostnadskurven (for de variable faktorer), og i det teknisk etteroptimale område må den ligge over.

Kurven for stykkostnaden for de variable faktorer, altså $\bar{b}$ må ha sitt minimum der den skjærer grensekostnadskurven b'. Den totale stykkostnadskurve må også ha sitt minimum der den skjærer grensekostnadskurven b', (se figuren), da b' kan oppfattes ikke bare som tilvekstgraden av den variable kostnaden, men også som tilvekstgraden av totalkostnaden.

Hvorledes forholder det seg med stigningsforholdene for grensekostnaden? For det förste er det lett å se at i det teknisk etteroptimale stadium (der $\varepsilon < 1$) må grensekostnaden sikkert være stigende, slik som angitt i figuren. Det fölger av likningen

$$El.b' = \frac{1}{\varepsilon} \div 1 \div \frac{d\varepsilon/\varepsilon}{dx/x}$$

For $1|\varepsilon - 1$ er positiv i det etteroptimale område og $-d\varepsilon/\varepsilon : dx/x$ er også positiv iflg. fundamentalforutsetningen om ε. Den samme situasjon, stigende grensekostnad, må gjelde i selve optimumspunktet, grensekostnadskurven må altså skjære gjennom optimumspunktet under stigning. På et lite stykke foran optimumspunktet må det også være stigning, (om alle forandringer skjer kontinuerlig), men lenger bakover kan det være anderledes. Ofte vil det, som antydet i fig. 18, være slik at grensekostnaden til å begynne med faller, deretter passerer et minimum, før så å stige.

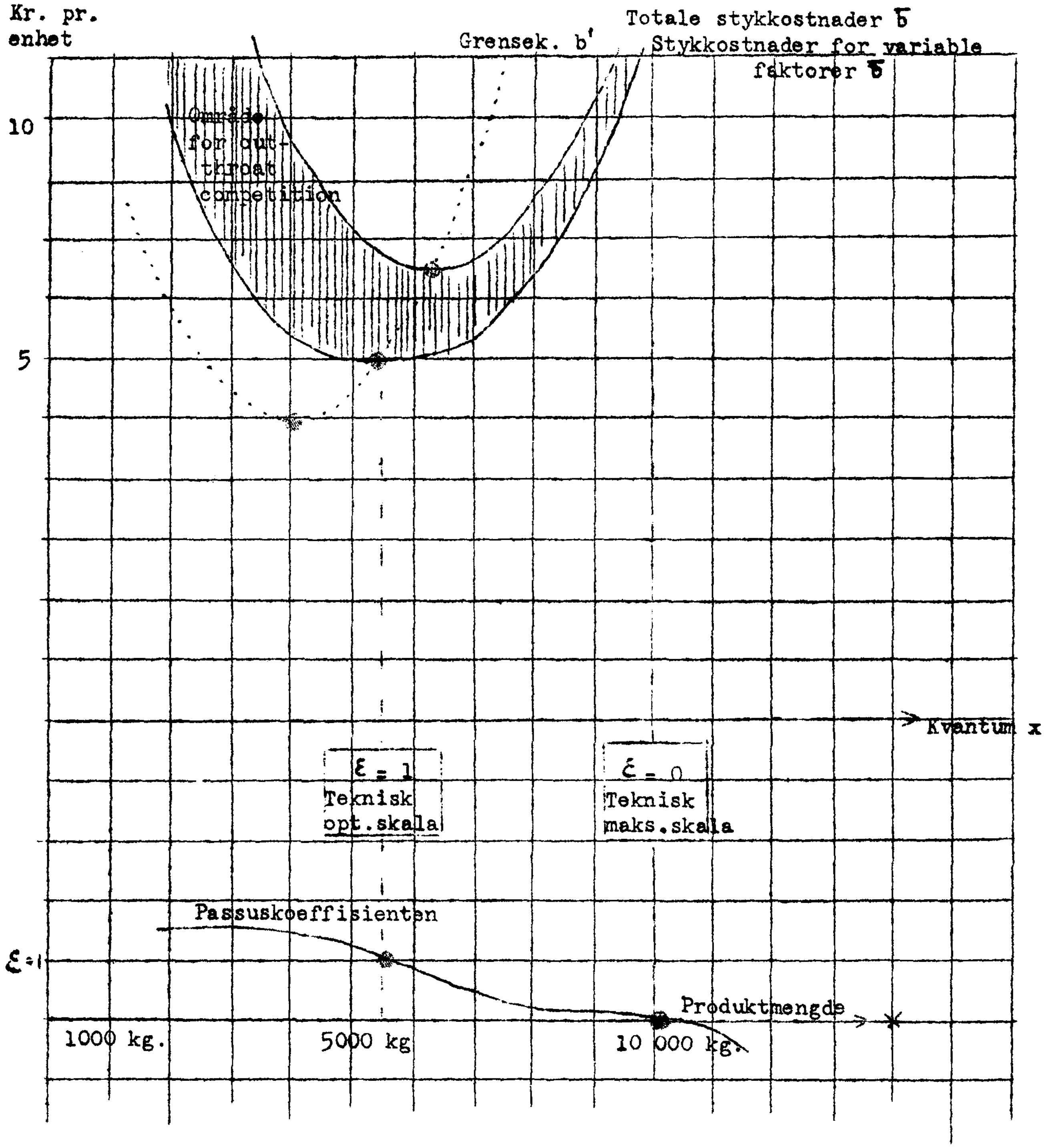


Fig. 18. Optimumsloven langs substitumalen.

Likegyldig hvorledes grensekostnadskurvens forlöp er i det teknisk föroptimale område, vil det være en viss minstestörrelse b'_{min} som den når i dette område.

Hele det foranstående resonnement viser at det blir en optimumslov langs substitumalen da og bare da når produksjonen i de spesifiserte faktorer er en ultrapassumlov. Hvis produksjonsloven er en pari-passulov blir det altså ikke noen optimumslov langs substitumalen. Da vil - likegyldig hva fakterprisene er, såsant de bare er konstante - grensekostnaden, stykkostnaden for de variable faktorer o.s.v. bli konstante. Kun den totale stykkostnad kan da endres, nemlig om det eksisterer visse faste kostnader.

Optimumsloven langs substitumalen blir avgjörende for skalatilpassingen, altså den del av tilpassingen som avhenger av de spesielle formål og betingelser.

4. Produsentens volumstilpassing.

a. Problemstilling.

En forutsetter at det er gitt et fast anlegg og n variable faktorer under faste priser uavhengig av produsentens innkjöp. Det vil da også være gitt en substitumal for disse faktorer.

En eventuell utvidelse eller innskrenking av produksjonen vil skje langs substitumalen. Herunder vil kostnadsvariasjonen være som angitt i fig. 18 som gjengir kostnadsfunksjonene ved en variasjon langs substitumalen. Hvor på substitumalen vil bedriften stanse, d.v.s. hvorledes vil volumtilpassingen skje? Den avhenger av det formål bedriften fölger og av dens strategiske type i produktmarkedet.

En skal her forutsette at produsenten er kvantumstilpasser også i produktmarkedet, og at han söker å gjöre totaloverskottet störst mulig. En må skille skarpt mellom to spörsmål: 1) For hvilken produktmengde (i hvilket punkt på substitumalen) blir totaloverskottet störst? 2) Hvor stort blir overskottet i dette punkt? Spesielt: Blir det her positivt eller negativt? Det kan selvfölgelig tenkes at selv i det "beste" punkt blir overskottet negativt. En forutsetter en ultra-passumlov i de variable faktorer. Ved pari-passumlov vil grensekostnaden være konstant langs den isoklin som danner substitumalen, og derfra overskottet stadig synke eller stadig tilta eller være konstant. En ville ikke da ha noe maksimum for overskottet.

For spörsmål 1), (men ikke for spörsmål 2) er det likegyldig om en ser på overskottet med eller uten fradrag av de faste kostnader. Der hvor det förste er störst må selvsagt også det annet være störst.

En gitt produktpris (forutsatt upåvirket av denne bedrifts disposisjoner) kan framstilles ved en horisontal linje i fig. 18. I et punkt, (d.v.s. for en viss produktmengde) hvor denne linje ligger over grensekostnadskurven vil totaloverskottet stige ved en utvidelse av produksjonen (spörsmål 1), i et punkt hvor den ligger over stykkostnadskurven (henholdsvis den totale eller den for de variable kostnader) vil totaloverskottet være positivt (spörsmål 2), og omvendt.

b. Produsentens likevekt ved gitte alternative priser på produktet.

En skal ut fra reglene foran se på forskjellige alternativer for produktprisens höyde. Hvis produktprisen er p = 10 kr. vil totaloverskottet være stigende tilvenstre for punktet P i fig. 19 og synkende tilhöyre for dette punkt, altså störst i punktet P. Samtidig er her totaloverskottet (selv etter fradrag av de faste kostnader) positiv. Dette punkt blir derfor, hvis p = 10, produsentens tilpassingspunkt. Hvis prisen synker f.eks. til p = 9, vil tilpassingspunktet bli Q, o.s.v. Dette fortsetter inntil p = ca. 7,60 da en har nådd C som er minimumspunktet på den

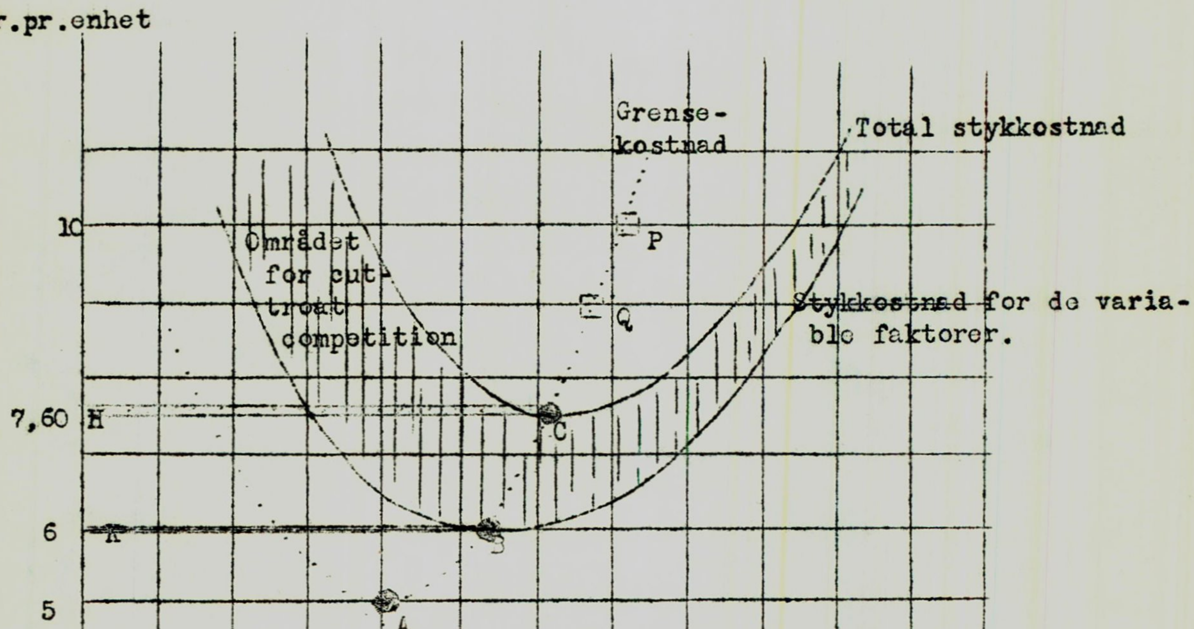


Fig. 19. Kvantumstilpassede tilbudskurver.

totale stykkostnadskurven (og samtidig denne kurves skjæringspunkt med grensekostnadskurven). I hele dette område har bedriften ikke bare fått dekket sine faste kostnader, men også fått et overskott ut over disse.

Hvis prisen synker under kr. 7,60 vil fremdeles det "beste" tilpassingspunkt (d.v.s. det hvor overskottet er störst) fortsette med å fölge grensekostnadskurven. Bedriften vil da ikke lenger få dekket alle de faste kostnader, men likevel endel av dem. Om driften ble helt stoppet, ville det ikke bli noe til dekning av de faste kostnader. (Salg av gården til en annen som kan utnytte den bedre er et spörsmål som en ikke skal komme nærmere inn på i denne forbindelse). Produksjonen vil derfor - om prisen ligger mellom kr. 7,60 og 6,- - likevel bli opprettholdt inntil det faste anlegg utenom jordarealet er "utslitt" slik at det må fornyes om driften skal fortsette. Mens dette skjer er en i området for cut-throat competition. I krisetider, som i begynnelsen av 1930-årene har mange jordbrukere befunnet seg i dette område.

Synker prisen under kr. 6,-, vil selv ikke de variable kostnader bli dekket (yttergrensen for spörsmål 2). Nå vil derfor driften bli stoppet om det ikke kommer inn andre hensyn enn de som er kommet til uttrykk i fig. 19, f.eks. önske om å holde på kunder, å vedlikeholde produksjonsorganisasjonen i påvente av bedre tider o.s.v. Hvis produktmengden fremdeles skal bestemmes med sikte på störst totaloverskott, det vil nå si minst tap, kommer tilpassingen fremdeles til å fölge grensekostnadskurven, altså mellom B og A. Hvis prisen synker også under 5 kr. som gir A - minimum av grensekostnader, vil prinsippet om å minimalisere tapet ikke lenger kunne brukes, for da vil det overalt (d.v.s. for en hvilken som helst produktmengde) være mulig å minske tapet, nemlig ved ytterligere å innskrenke produksjonen. Hvis bedriften idetheletatt fortsetter må nå hele tilpassingen bestemmes av de nevnte utenforliggende hensyn.

Til sammendrag kan sies: Forutsatt at bedriften ikke lar seg lede av de nevnte utenforliggende hensyn, vil korttidstilbudskurven (d.v.s. tilbudskurven når det faste anlegg allerede er tilstede, slik at det altså ikke er spörsmål om dette skal istandbringes) være KBCQP. Og langtidstilbudskurven (d.v.s. tilbudskurven under forutsetning av at det regnes med dekning av de faste kostnader) vil være HCQP. I begge tilfelle er den förste del av kurven vannrett, den siste del stigende. For denne siste del er tilbudskurven bestemt ved

$$b' = p \quad \text{(grensekostnaden = produktprisen).}$$

Den kvantumstilpassingsbestemte tilbudskurve kan altså ikke være synkende. Merk forskjellen mellom tilbudskurve og kostnadskurve.

Hvor stor del av de faste kostnader skal bli dekket når en er i området for cut-throat competition, altså mellom C og B, avhenger av prisens höyde. Nær kr. 7,60 vil nesten alt bli dekket, synker prisen helt ned til p = 6,-, som gir B, minimum av de variable kostnader, vil intet bli dekket. Dekningen avhenger altså av prisen. Også om prisen er höyere kan en si at det er produktprisen som bestemmer hvilken belönning de faste faktorer skal få.

Etter de forutsetninger en har gjort foran for tilpassingen vil for de forskjellige variable produksjonsfaktorer grenseproduktivitetene regnet i penger være lik med deres pris,x) $x_i' \, p = q_i$. Belönningen til de faste faktorer regnet i prosent av den totale produktverdi v · ε hvor ε er passuskoeffisienten for produksjonsloven slik den tar seg ut i de variable faktorer. En har nemlig når $q_i : x_i' = p$

$$\frac{px - \Sigma q_i v_i}{px} = 1 \div \frac{\Sigma x_i' v_i}{x} = 1 - \varepsilon$$

Passuskoeffisientens avvikelse fra 1 er m.a.o. et direkte mål for störrelsen av belönningen til de faste faktorer. Jo lenger ut i det (m.h.p. de variable faktorer) teknisk/(etter-)optimale område tilpassingen finner sted (hvilket avhenger av produktprisens höyde), desto större del av de faste kostnader vil altså bli dekket og til större vil nettooverskottet være om tilpassingen skjer tilhöyre for punktet med de laveste totale stykkostnader.

c. Etterspörselen etter faktorene ved alternative prisforhold.

Hvis faktorprisene er gitt mens produktprisen stiger eller synker, vil den kvantumstilpassende, overskottsmaksimaliserende produsent forskyve sitt tilpassingspunkt fram eller tilbake på substitumalen som beskrevet foran. Som fölge av dette vil også bedriftens etterspörsel etter produksjonsfaktorene endres. Etterspörselen etter en faktor (ved forandret produktpris og konstante faktorpriser) endres desto mere jo större den isokline fabrikasjonskoeffisient er

$$v_k' = \frac{d^{is} v_k}{d^{is} x}$$

En stor isoklin fabrikasjonskoeffisient for en faktor kommer i et faktordiagram for to faktorer til uttrykk ved at substitumalen i retning nærmest faller sammen med vedkommende faktors akse.

x) De partielle grensekostnader er langs substitumalen lik den felles gransekostnad og i tilpassingspunktet lik produktprisen: $p = \frac{q_i}{x_i'}$

Etterspörselen etter en faktor endres også om denne faktors pris endres, mens de övrige faktorpriser og produktprisen er konstante. I fig. 20 er framstilt virkningen av at prisen på faktor nr. 2 går opp. En annen av isoklinene blir da substitumal, nemlig en som ligger lenger ned mot substitusjonsområdets nedre begrensning (isoklinen gjennom Q og R istedetfor den gjennom P). Som regel vil dette medföre en senkning i produktmengden, det nye tilpassingspunkt vil altså ligge på en lavere isokvant. Hvis substitusjonsområdet er <u>meget smalt</u>, (hvilket er en ren teknisk egenskap ved prosessen), altså substitusjonsmulighetene meget små, vil selve substitumalen bli omtrent uforandret. Virkningen blir da praktisk talt en forskyvning <u>langs</u> en fast ekspansjonsvei, produktmengdevariasjonen må altså ta opp hele "trykket" fra prisendringen på faktoren.

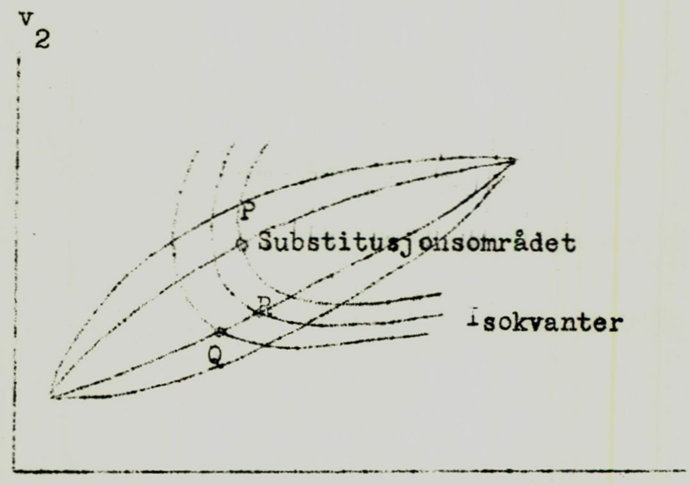


Fig. 20. Virkningen av en endring i prisen på faktor nr. 2.

I Q og R er mengden av faktor nr. 2 mindre enn i P, det vil hyppigst være tilfelle når prisen på nr. 2 er steget. Mengden av faktor nr. 1 kan derimot öke (hvis det nye punkt er R) eller minske (hvis det er Q). Det avhenger bl.a. av om de to faktorer er alternative eller komplementære i teknisk betydning, om de spiller en stor rolle for den samlete produktverdi o.s.v. Komplementære faktorer er faktorer hvor en ökning av den ene <u>öker</u> den marginale ytelse (grenseproduktiviteten) av den annen. Alternative faktorer er faktorer hvor en ökning av den ene <u>minsker</u> den marginale ytelse av den annen. I sin alminnelighet vil etterspörselen etter en faktor være desto mer <u>uelastisk</u>(dvs. den anvendte mengde avhenger lite av prisen): 1) jo mer uunnværlig den er, teknisk sett, altså jo vanskeligere den kan substitueres av andre faktorer, 2) jo mindre brökdel den utgjör av de samlete produksjonskostnader.

XVII. BRUKSSTÖRRELSEN OG KOSTNADSSTRUKTUREN.

En har hittil resonnert ut fra et gitt jordareal og et gitt fast utstyr forövrig. I jordbruksproduksjonen vil det ofte være slik at produksjonen kan foregå billigere (lavere gjennomsnittlige stykkostnader pr. enhet) ved en ökning av jordarealet og det faste utstyr opp til en viss grense. En skal nedenfor söke å gi et visst innblikk i sammenhengen mellom den kortsiktige kostnadsstruktur (et gitt fast anlegg og en rekke korttidsvariable faktorer) og den langsiktige kostnadsstruktur når en tenker seg at også jordarealet og det faste utstyr kan ökes. Det siste synspunkt vil være relevant f.eks. ved en langsiktig planlegging for ökningen av bruksstörrelsen i jordbruket. Da en fremdeles forutsetter enkel-produksjon er modellen lite realistisk for jordbruket som helhet, men en vil kunne få belyst visse sider ved spörsmålet. Det vil bli mere realistisk om en f.eks. tenker seg en viss spesialproduksjoner, f.eks. hönserier av forskjellig störrelse. En kan også tenke seg kvantum på den horisontale akse representert ved en mengdeindeks. for en assortert jordbruksproduksjon.

I fig. 21 nedenfor representerer den kraftige kurve som går tvers over hele figuren den totale langtidsstykkostnad. Den uttrykker hva den

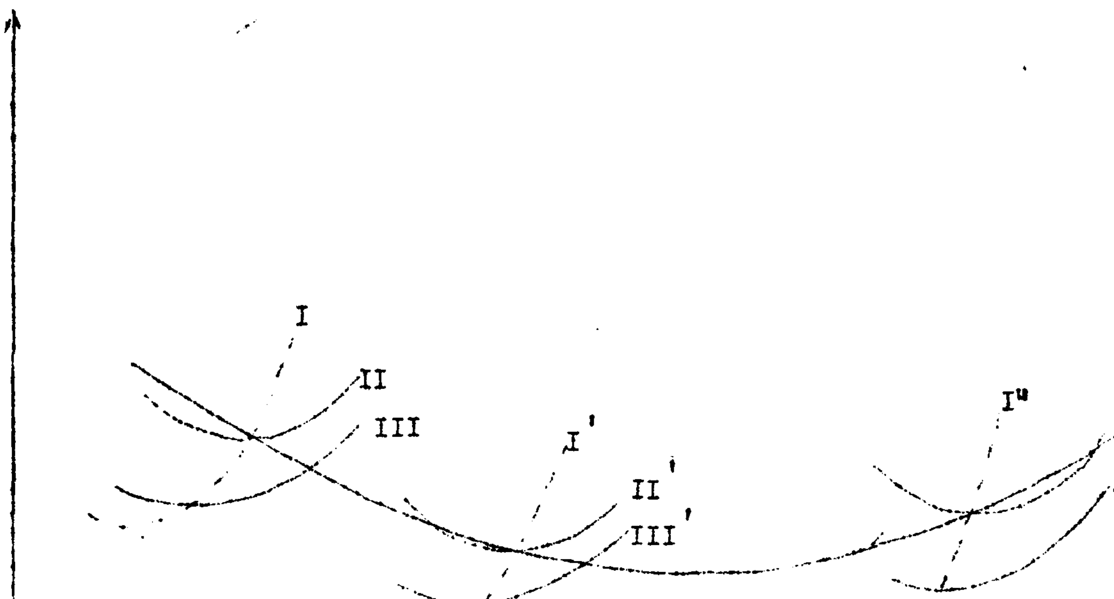


Fig. 21.

totale stykkostnad vil være i en rekke alternativer som hver for seg representerer en stasjonær situasjon. I figuren er denne kurve forutsatt först å være synkende og så stigende. Sammenhengen mellom denne kurve og kostnadsstrukturen for hver enkelt av de stasjonære alternativer er fölgende: En har i figuren tegnet inn tre ulike alternativer for kapasiteten av bedriften. Ved en variasjon av produktmengden ved et gitt alternativ for de faste faktorer vil en få en grensekostnadskurve og stykkostnadskurver helt tilsvarende det som er gjengitt i fig. 19.

Spörsmålet er nå hvordan disse kurver vil ligge i forhold til den langsiktige stykkostnadskurve. I fig. 21 er de prikkete grensekostnadskurver merket med I, kurvene for de kortsiktige **totale** stykkostnader med II, og kurvene for de kortsiktige variable stykkostnader med III. Det er klart at den langsiktige totale stykkostnadskurve må gå gjennom skjæringspunktene for grensekostnadskurvene og de tilsvarende kortsiktige <u>totale</u> stykkostnadskurver. Punktene på den langsiktige totale stykkostnadskurve må jo representere kombinasjoner som betinger full dekning både av de variable og de faste stykkostnader. Denne kurve kan en således tenke seg bestemt ved at en hadde materiale for å tegne opp kostnadskurvene for en rekke bruk på forskjellig störrelse. Et slikt sett av korttidskurver kan tenkes opptrukket omkring ethvert punkt på langtidsstykkostnadskurven. Hele analysen må altså gjennomföres med to selvstendige kvantumsvariable, korttidskvantum og langtidskvantum.

På figuren har en antydet at den langsiktige totale stykkostnadskurve etter at produksjonen har nådd et visst punkt, igjen begynner å stige. Dette er rimelig bl.a. på grunn av ökende utgifter ved större avstand ut til de fjernereliggende jorder, ökte vanskeligheter med en hensiktsmessig administrasjon etter hvert som bedriftens störrelse öker etc. Kurvens forlöp vil selvsagt kunne være höyst forskjellig for de ulike produksjoner, og om en tenker seg en assortert jordbruksproduksjon og kvantum på den horisontale akse representert ved en <u>mengdeindeks</u>, i höy grad av kombinasjonen mellom de ulike driftsgrener.

En vil til slutt advare mot å trekke de slutninger av figuren at ökning av bruksstörrelsen alltid er det eneste saliggjörende for å senke produksjonskostnadene. Ofte vil det også foreligge store muligheter for en kostnadssenkende rasjonalisering innenfor rammen av de bestående bruk. Dette gjelder både spörsmålet om å anvende den beste teknikk, en hensiktsmessig substituering av produksjonsfaktorene innenfor de ulike driftsgrener, og en best mulig kombinasjon av driftsgrener.

Kapasiteten av et fast anlegg kan oppfattes enten som en maksimums- eller som en optimumskapasitet. Det förste er den största produktmengde som anlegget kan produsere (pr. tidsenhet) når anlegget drives til sin ytterste uteevne, d.v.s. når de andre faktorer tilsettes helt til deres grenseproduktiviteter blir null. Det siste er den produktmengde som produseres når anlegget utnyttes på "den mest fordelaktige måte". Hermed menes at faktorpunktet for de variable faktorer skal ligge på flaten for teknisk optimal skala ($\mathcal{E} = 1$).

--- o ---

XVIII. DEN TOTALE AVKASTNINGSVERDI AV EIENDOMMER OG GRENSEVERDIEN MED HENSYN PÅ EN VARIASJON I AREALET.

Et problem som etter hvert har fått stor aktualitet er verdsetting av deler av eiendommer. De utvidete ekspropriasjonsmuligheter, planene om en rasjonalisering av bruksstörrelsen etc. er medvirkende årsaker til dette.

Deler av en eiendom kan ikke betraktes som selvstendige produksjonsenheter. Bedriftsökonomisk sett har de sin verdi som deler av en bruksenhet. Prinsipielt sett bör verdien bestemmes som differensen mellom denne bruksenhets verdi med jordstykket og verdien uten stykket. En kan være interessert i å beregne markedsverdien eller avkastningsverdien. Hvilket av disse verdibegrep som skal brukes avhenger av forutsetningene i de gitte tilfeller. Gjelder det f.eks. eksporpriasjonstakst, krever lovens bestemmelser om full erstatning at en må ta utgangspunkt i det verdibegrep som gir den högste erstatningssum.

Eiere på mindre bruk ser seg ofte tjent med å betale tilskottsjord relativt högt pr. dekar, spesielt om de har bygninger og annet fast utstyr med större kapasitet enn for det areal de alt har. Det som her motiverer prisen er förster og fremst de driftsökonomiske fordelene og det bedre driftsresultat som på grunn av arealökningen kan ventes i framtiden. Tilsvarende kan det være store ulemper for et bruk som mister en del av sitt areal.

Avkastningsverdien defineres her som den kapitaliserte såkalte "eiendomsrente". Denne kan beregnes ved formelen

$$e = br - dr - rD$$

hvor e = eiendomsrenten,
br = bruttoavkastningen,
dr = driftskostnadene og
rD = renten på driftskapitalen.

Da avkastningsverdien må bestemmes ved en framtidsvurdering, må samtlige av disse störrelser settes opp ved anslag.

Om en nå skal fastslå avkastningsverdien av et jordstykke som enten skal legges til eller fratas et bruk, skjer dette ved at en först beregner forskjellen mellom eiendomsrenten henholdsvis med og uten jordstykket. Gjennom å kapitalisere forskjellen får en differensen i avkastningsverdien. Denne differens er jordstykkets avkastningsverdi. Om en tenker seg et bruks areal gradvis minsket eller ökt med mindre jordstykker kan den tilsvarende nedgang, respektive ökning, i brukets avkastningsverdi betegnes for differens- eller grenseverdien.

Det kan være hensiktsmessig å skille mellom grenseverdi og tilpassingstap. Det förste begrep defineres som den ventede endring i avkastningsverdien som den siste arealenheten (med det for denne nödvendige tekniske anlegg) forårsaker for vedkommende bruk, om det faste utstyr og driften umiddelbart kan tilpasses med hensyn til endringen i areal. Det siste begrep defineres som det tap som oppstår ved at en slik umiddelbar tilpassing ikke er mulig. På lengere sikt må en derimot regne med at det skjer en tilpassing.

Avkastningsverdien av en eiendoms faste kapital (F) bestemmes av de eiendomsrenter som kan ventes i framtiden. Under forutsetning av like vilkår ellers kan eiendomsrenten betraktes som en funksjon av arealet (a):

$$e = e\ (a)$$

Avkastningsverdien, E blir da

$$E = \frac{100}{r} \cdot e\ (a)$$

hvor r er rentefoten.

En kapitalisering som ovenfor forutsetter at eiendomsrenten er konstant i årene framover. I virkeligheten vil den variere fra år til år. En kan imidlertid forutsette at e anslåes på en slik måte at kapitalisering av den gir samme resultat som summering av nåverdiene av de eiendomsrenter som ventes i framtiden. I praksis vil en i alminnelighet måtte ta utgangspunkt i de gjennomsnittlige eiendomsrenter for noen år bakover.

Avkastningsverdiens grenseverdi vil kunne finnes ved å derivere funksjonen for den totale avkastningsverdi med hensyn på arealet a.

$$\frac{dE}{da} = \frac{100}{r} \cdot \frac{de(a)}{da}$$

Ved en liten endring av arealet, kan grenseverdien betraktes som den endring i eiendommens avkastningsverdi som den siste arealenhet medförer.

Etter definisjonen foran skal grenseverdien beregnes under forutsetning av at umiddelbar tilpassing har funnet sted. Eller en kan tenke seg at en betrakter eiendommer under ellers helt like forhold, men med ulike stort areal.

En skal nå forsöke å gjöre seg opp en mening om den generelle sammenheng mellom eiendomsverdi og areal og den derav avledete sammenheng mellom grenseverdi og areal.

I de konkrete tilfelle, når en skal söke å finne avkastningsverdien av et areal som fraskilles eller legges til, vil det i alminnelighet være det mest hensiktsmessige å söke å anslå de ventede endringer i br, dr og rD gjennom differenskalkyler. Den generelle sammenheng som en nå skal söke å resonnere seg fram til og statistiske undersökelser over denne sammenheng, vil imidlertid kunne danne en god stötte for beregninger i det enkelte tilfelle.

En forutsetter at e = e (a) er en kontinuerlig funksjon. Spörsmålet er nå hvordan eiendomsrenten varierer når a stiger fra et lite areal oppover.

Når bruksstörrelsen öker, vil det være motsatte tendenser som virker inn på driftskostnadene x) pr. arealenhet på grunn av ökte avstander ut fra driftsbygningene og ökte vanskeligheter med å organisere driften effektivt, men en tendens til å avta på grunn av ökt störrelse av de enkelte teiger som skal bearbeides på grunn av mindre bygnings- og maskinkapital pr. arealenhet etc. Den sistnevnte tendens vil være den sterkeste så lenge arealene er forholdsvis små.

På grunn av disse forhold vil kanskje eiendomsrenten til å begynne med stige progressivt. Helt faste produksjonsmidler som ikke kan tilpasses vil forsterke denne tendens.

Imidlertid vil dette forhold endre seg gradvis. Etter hvert vil de nytilkomne arealenheter komme til å ligge i vesentlig avstand fra driftsbygningene og medförer mye tidsspille for arbeiderne ved "tomgang" fram og tilbake og store transportkostnader. Spesielt vil dette være tilfelle om en tenker på de gjennomsnittlige forhold i Norge med det kuperte terreng og naturlige hindringer som gjör det vanskelig å få större sammenhengende arealer. Kontroll, driftsledning og organisasjon blir vanskeligere etter hvert som bedriften blir större. Som fölge av dette vil, ved et bestemt areal, eiendomsrentens progressive stigning opphöre. Kurven for avkastningsverdien får et infleksjonspunkt og får videre utover en degressiv stigning.

x) de vil få en tendens til å øke

Den typiske utvikling av avkastningsverdien er framstilt ved øverste kurve i fig. 22.

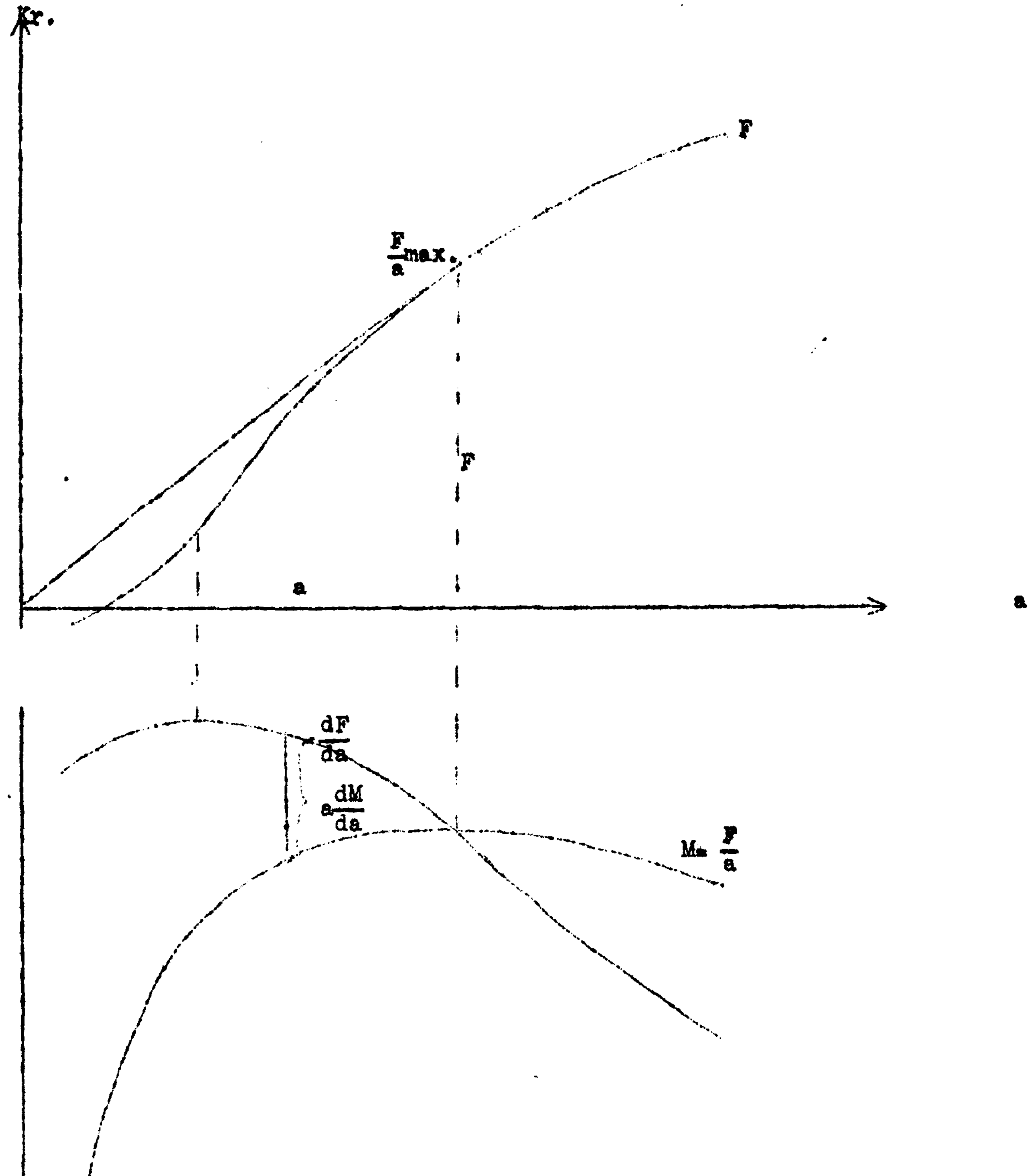


Fig. 22.

Da grenseverdien er lik den deriverte av kurven for avkastningsverdien (E), vil den således stige sålenge avkastningsverdien stiger progressivt, altså fram til før nevnte infleksjonspunkt, og deretter vil den avta.

Det er viktig å merke seg forskjellen mellom den etter de foran nevnte prinsipper bestemte grenseverdi og den gjennomsnittlige avkastningsverdi pr. dekar for eiendommen. Det er følgende sammenheng mellom disse størrelser:

Gjennomsnittsverdien $M = \frac{E}{a_i}$

$E = aM$

$$\frac{dE}{da} = M + a\frac{dM}{da}$$

Uttrykket $a\frac{dM}{da}$ uttrykker forskjellen mellom grenseverdien og gjennomsnittsverdien. Grenseverdien og gjennomsnittsverdien blir like når $a\frac{dM}{da} = 0$, d.v.s. når den deriverte med hensyn på gjennomsnittsverdien blir 0. Dette er tilfelle når gjennomsnittsverdien når sitt maksimum. Grenseverdikurven og gjennomsnittsverdikurven skjærer således hverandre i maksimumspunktet for den sistnevnte. Begge kurvene er gjengitt i nederste del av fig. 22.

Dosent Gerhard Larsson, Sverige, har utført visse beregninger på grunnlag av "Räkenskapsresultatet för svenska jordbruk" for å se om den sammenheng en foran har forsökt å resonnere seg fram til kan påvises ad statistisk vei. På grunnlag av regnskapsresultatene har han beregnet eiendomsrenten og avkastningsverdien ved kapitalisering for grupper av bruk i ulike störrelsesklasser. Kurvene for sammenhengen mellom areal og avkastningsverdi er innlagt ved grafisk utjamning og fra denne kurve er så kurvene for grenseverdien og gjennomsnittsverdien avledet. De kurver han har funnet på empirisk vei faller stort sett sammen med de som kan utledes ved teoretisk resonnement. Det anvendte materiale muliggjör dog ikke en sikker prövning på hypotesen om infleksjonspunkt. En har gjort noen tilsvarende beregninger på grunnlag av de norske regnskapsresultater. Resultatene faller stort sett sammen med de svenske.

Bygningskapitalen og bygningskostnadene pr. arealenhet synker regelmessig ved stigende areal. Grensekostnaden ved bygningsbestanden vil således ikke bli lik n gjennomsnittskostnaden pr. arealenhet. Ved grense- eller differenskalkyler vil det således være feilaktig, og vil sterkt forrykke resultatene, om en setter inn den gjennomsnittlige bygningskostnad pr. arealenhet istedenfor grensekostnaden eller grensebygningskapitalen.

Svenske undersökelser viser at spesielt for de mindre bruk ligger grensebygningskapitalen betydelig lavere enn gjennomsnittsbygningskapitalen pr. arealenhet.

Om et visst areal blir tatt bort fra en eiendom, blir ofte en viss del av bygningskapitalen overflödig. Denne overnormale bygningskapital kan dog ofte finne en viss, om enn mindre lönnsom, anvendelse. På den annen side vil tilleggsjord for bruk med en bygningsbestand som er for stor for det foreliggende areal, ha en spesielt stor verdi, idet ökningen i arealet da kan utnyttes uten ökning i bygningskapitalen. Om det f.eks. blir tatt 10 dekar fra en eiendom, og den del av bygningskapitalen som blir overflödig ikke kan finne noen anvendelse, blir verdiminskningen tilnærmet:

$$\text{grenseverdien} \div A^{1)} + B$$

hvor A betegner det normale tilskott av bygningskapital som behöves for stykket, og B den foreliggende bygningskapital som beregnes å falle på stykket og som gjennom arealnedgangen blir overflödig.

Kan denne overnormale bygningskapital finne en annen, om enn mindre lönnsom anvendelse, som kan anslås å forhöye avkastningsverdien med C, blir verdinedgangen bare:

$$\text{grenseverdien} \div A + (B \div C)$$

Av störrelsen ovenfor kan A bestemmes ved kalkyler over bygningskapitalens normale variasjon med bruksstörrelsen, mens B anslås ut fra A ved en jamföring mellom den aktuelle bygningskapital og den normale med hensyn på bygningens störrelse og kvalitet. C kan lettest anslås som et prosenttall av B. Jo nærmere den foreliggende bygningskapital faller sammen med hva som er normalt for det nye areal desto större prosent vil C utgjöre av B. En mann som skal bygge ny driftsbygning og som har adgang til kjöp av tilleggsjord, kan tilnærmet beregne den högste pris han kan gå til ut fra den foran definerte grenseverdi minus den for ham aktuelle grensebygningskapital.

<u>Tilpassingstapet</u> gjör seg merkbart gjennom en rekke av år etter arealendringen .. Beregningene av grenseverdi og tilpassingstap har direkte sammenheng. De siste kan betraktes som en komplettering til de förste.

De ulike produksjonsmidler kan tilpasses med ulike hurtighet, og det er derfor nödvendig å foreta en oppdeling med separate beregninger over tilpassingstapet for arbeidskraft, maskinutstyr etc. På de små bruk

---

1) At A först må trekkes fra skyldes at grenseverdien etter sin definisjon er beregnet slik at den inneholder en viss normal ökning av bygningskapitalen.

kan arbeidskostnadene ofte være temmelig faste slik at de bare kan tilpasses over et lengre tidsrom. Om familiejordbruk mister noe av sitt areal, må en derfor som regel regne med at det oppstår et tilpassingstap på grunn av at arbeidskraften temporært blir for stor for det resterende areal. Kostnadene til vedlikehold og amortisasjon vil videre for en stor del være av fastere karakter. Ved beregning av tilpassingstapet får en derfor först og fremst ta hensyn til arbeidskostnadene, vedlikehold og amortisering og rente av "dödt" inventar samt visse kostnader innenfor gruppen andre kostnader. Ut fra materialet fra driftsgranskingene kan beregnes hvor mye de ulike kostnadene for driften endres ved at arealet f.eks. endres et hektar. Beregningen kan skje ved at kostnadsdifferensene mellom de ulike kostnadsgrupper divideres med arealdifferensene. En del av disse kostnader vil kunne bli stående uendret eller gå gradvis nedover en viss tid etter en arealreduksjon. Tilpassingstiden kan f.eks. bli fra 5 til 15 år etter tilpassingsvanskelighetene. Nåverdien av de årlige tilpassingstap framover kan finnes ved annuitetsberegning.

Skal et jordstykke verdsettes etter sin avkastningsverdi, bör således erstatningen dels beregnes etter grenseverdien under hensyntaken til foreliggende eller nödvendige tekniske anlegg, spesielt bygninger, og dels etter tilpassingstapet. De undersökelser som dosent Larsson har foretatt på grunnlag av de svenske driftsgranskingene tyder på at en for vanlig jordbruk under normale forhold kan regne med at verdien av et jordstykke uten bygninger, beregnet på grunnlag av grenseverdien minus normal bygningskapital for grensehektaret (altså uten tillegg for overflödig bygningskapital), vanligvis ligger i nærheten av den gjennomsnittlige markedsverdi for jord <u>med bygninger</u>. Under gode produksjonsforhold vil verdien antakelig ligge höyere. I tillegg til dette kommer så eventuelt tap ved overflödig bygningskapital og ytterligere et belöp for tilpassingstap for at tilpassing forövrig ikke kan skje umiddelbart ved en arealendring. Så vidt det kan bedömmes etter de svenske resultater, synes dette tilpassingstap sjelden å utgjöre mer enn 10 % av markedsverdien ved storjordsbruk og ikke mer enn 25 - 30 % ved gårder av vanlig störrelse i Sverige. For mindre bruk kan tilpassingstapet komme til å ligge atskillig höyere. Tilpassingstapet vil ellers kunne variere sterkt alt etter de foreliggende omstendigheter.

XIX. DEN ÖKONOMISKE TILPASSING VED ENKEL MOMENTAN PRODUKSJON OG PRISER SOM ER AVHENGIGE AV DE PRODUSERTE KVANTA.

1. Lösningen av tilpassingsproblemet ut fra gitte kostnadskurver langs substitumalen.

Som foran nevnt har den enkelte jordbruksprodusent små muligheter for å påvirke prisen på sine produkter. Han kan isolert betraktet bare akseptere markedsprisen og tilpasse seg denne etter de prinsipper som tidligere er behandlet.

Nå er imidlertid de norske jordbrukere organisert i sine faglige og ökonomiske organisasjoner. Disse organisasjonene spiller idag en meget stor rolle. Prisene bestemmes i stor utstrekning gjennom forhandlinger mellom et felles forhandlingsutvalg for jordbruket og et forhandlingsutvalg for Staten.

For jordbruket totalt sett kan en ikke forutsette at produktprisene er uavhengige av de mengder som markedsföres. Tvert imot vil det her gjennom den totale etterspörsel som er rettet mot vedkommende jordbruksvare være en funksjonell sammenheng mellom de markedsförte mengder og de priser som kan oppnås. Ut fra et samfundsökonomisk synspunkt er det derfor også av interesse å betrakte det tilfelle da det er avhengighet mellom priser og kvanta. Tilnærmet kan da situasjonen beskrives slik at jordbruket står overfor utenfra gitte etterspörselskurver og en innenfra gitt kostnadsstruktur (for jordbruket gjennomsnittlige eller typiske kostnadskurver) og at problemet er å finne fram til den produktmengde som gir det största totaloverskott. Selvfölgelig vil det for jordbruket sjelden være aktuelt å utnytte stillingen slik at totaloverskottet på denne måte kan maksimaliseres. Gjennom trustlovgivningen og prislovgivningen forövrig, gjennom jordbrukets forhandlinger med statens representanter etc. vil det nemlig her komme inn sterke, modifiserende krefter slik at det også blir tatt tilbörlig hensyn til forbrukerne. Det ideelle kan en jo si er priser som alt tatt i betraktning er rimelige både for produsenter og forbrukere. Men det har allikevel sin store teoretiske interesse å se på hvordan tilpassingen ville skje om det var aktuelt for jordbruksnæringen å utnytte en "monopolstilling".

La x = tilbudt kvantum, p = salgspris, $\bar{\bar{b}}$ = de totale stykkkostnader og

(1) $p = p(x)$ = etterspörselsfunksjonen, $\bar{\bar{b}} = \bar{\bar{b}}(x)$ = stykkostnadsfunksjonen.

Altså $a = px$ = totalinntaket, $b = \bar{b}x$ = totalkostnaden og

(2) $r = a \div b = px - \bar{b}x$ = totaloverskottet. [1]

Monopolprisdannelsen er da bestemt ved at (2) skal maksimeres under betingelsene (1)

En antar at tilbudet av faktorene er uavhengig i den betydning at den pris jordbruket må betale for en viss faktor nok kan avhenge av den mengde næringen bruker av denne faktor (slik som uttrykt i (2)), men er uavhengig av de mengder næringen bruker av andre faktorer. Dessuten forutsettes i samme avstand uavhengighet mellom produktet og faktoren.

Den formelle lösning av dette problemet kan lettest gis slik. En kan tenke seg at en forsöksvis foretar en liten kvantumsökning dx. Hvis da totalinntaket stiger mer enn totalkostnaden, vil kvantumsökningen lönne seg, totaloverskottet vil altså stige. I motsatt fall vil det synke. Hvis altså $a' = da/dx$ betegner grenseinntaket og $b' = db/dx$ grensekostnaden, så vil monopolisten tjene på å öke x hvis $a' > b'$ og tape på det hvis $a' < b'$, han vil altså stanse i det punkt der

(3) $a' = b'$, altså grenseinntaket lik grensekostnaden.

Dette er naturligvis det samme som det punkt der $r' = dr/dx$ = grenseoverskottet $= a' - b'$ er null. Likheten (3) sier i hvilket punkt tilpassingen vil skje. De tilsvarende ulikheter sier i hvilken retning det vil lönne seg å gå hvis tilpassingen ennå ikke er fullbragt. Og störrelsen av grenseoverskottet r' sier hvor meget en slik bevegelse vil lönne seg. Merk at (3) bare er én nödvendig betingelse. Det må dessuten forlanges at $a' > b'$ til venstre for punktet og $a' < b'$ til höyre; r' må altså synkende passere null, i motsatt fall er punktet et minimumspunkt, ikke et maksimumspunkt for overskottet.

På grunn av (1) kan en si noe om hva grenseinntaket og grensekostnaden avhenger av. Ta först grenseinntaket, dvs. totalinntakets ökning pr. enhet av kvantumsökning. Hvis prisen er konstant uavhengig av de markedsförte mengder, er dette simpelthen lik prisen. Den totale ökning i inntaket vil da framkomme simpelthen ved at kvantumsökningen multipliseres med prisen. Hvis derimot prisen forandres som en fölge av kvantumsökningen får en dessuten å regne med en "sekundær" virkning, nemlig at

---

1) Merk at $p(x)$ i (1) betegner "p som funksjon av x", mens px i (2) betegner "p multiplisert med x". Tilsvarende for $\bar{\bar{b}}$ og x.

alle de "gamle" kvanta x (dvs. de som ville være blitt omsatt selv om den betraktede kvantumsökning ikke var kommet til) synker i pris. Denne virkning er x dp, hvor ved en synkende etterspörselskurve dp er negativ når dx er positiv. Den samlete virkning blir altså

$$(4) \quad da = pdx + xdp$$

eller betraktet på grensen

$$(5) \quad a' = \frac{da}{dx} = \frac{pdx + xdp}{dx} = p(1+\check{p})$$

hvor $\check{p} = \frac{dp}{dx} \cdot \frac{x}{p}$ er etterspørselsfleksibiliteten. Grenseinntaket kan altså oppfattes som den fleksibilitetskorrigerte pris $p(1+\check{p})$, dvs. prisen multiplisert med et korreksjonsledd som uttrykker prisens avhengighet av de markedsförte kvanta. For $\check{p} = 0$, får en spesialtilfellet prisfast kvantumstilpassing.

Den nödvendige likevektsbetingelse kan nå skrives på fölgende måte:

$$(6) \quad b' = p(1+\check{p})$$

<u>grensekostnaden skal være lik den fleksibilitetskorrigerte etterspörselspris.</u>

Grafisk kan tilpassingen framstilles som i fig. 23.

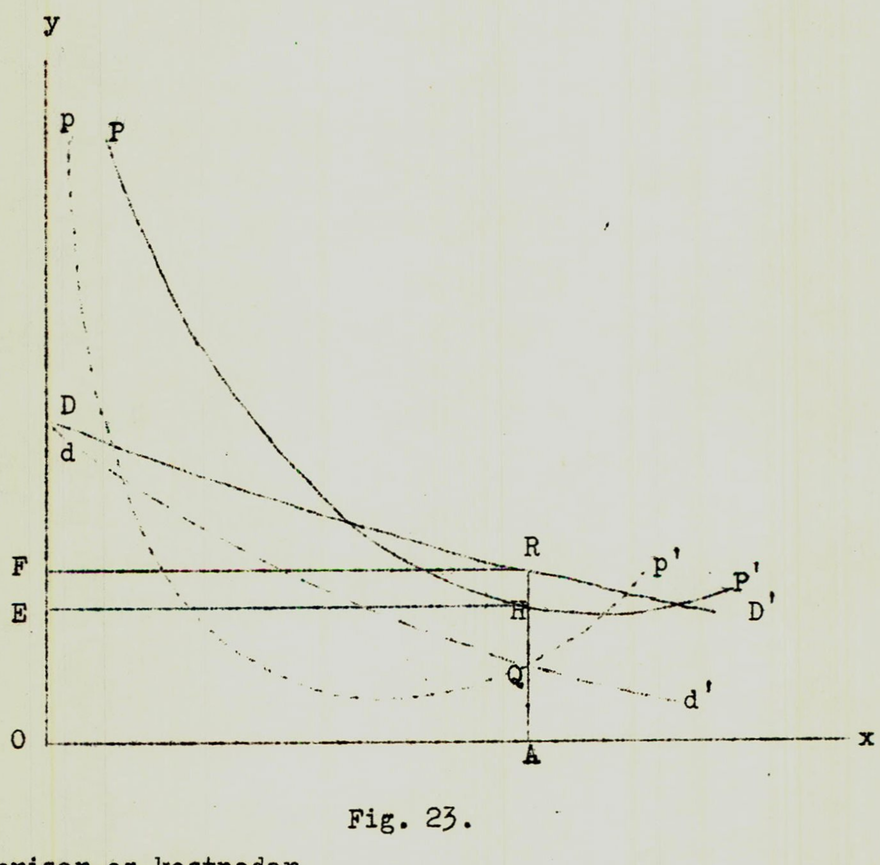


Fig. 23.

y = priser og kostnader
x = mengder
DD' = etterspørselskurven for produktet
dd' = grenseinntektskurve Q'
PP' = Kurven for de totale gjennomsnittskostnader
pp' = grensekostnad b'.

På grunnlag av fig. 23 kan den mengde som gir det största overskott finnes på to måter: 1) ved å maksimere arealet FEHR (pris ÷ totale stykkostnader multiplisert med mengden og 2) ved å finne skjæringspunktet mellom grensekostnadskurven og grenseinntaks-kurven.

Skjæringspunktet mellom de punkterte grensekurver er i figuren betegnet med Q. Den tilsvarende pris finnes ved å fölge en loddrett linje gjennom dette skjæringspunkt til denne skjærer etterspörselskurven.

En vil umiddelbart se av figuren at en godt kan få tilpassing til venstre for de minste gjennomsnittlige totalkostnader pr. enhet. En kan også få tilpassing både på den stigende og fallende gren av grensekostnadskurven. Ved kvantumstilpassing som er behandlet foran kan tilpassingen bare skje i et punkt hvor grensekostnadskurven er stigende.

Tilpassingen må videre skje på et punkt hvor tallverdien av etterspörselselastisiteten er större enn 1. Hvis nemlig etterspörselselastisiteten var mindre enn 1, ville det totale salgsbelöp (pris ganger mengde) stige om prisen ble hevet. Innskrenkingen i salgskvantum ville jo nemlig da bli prosentvis mindre enn ökningen i prisen. Og noen nedgang i totalkostnadene må en kunne regne med ved den mindre produktmengde.

Det forhold at elastisitetens tallverdi for de fleste jordbruksprodukter er lavere enn 1, viser tydelig at prisdannelsen for jordbruksproduktene ikke skjer som noen monopolprisdannelse. Men det er i alle tilfelle viktig ved dröftingen av de jordbrukspolitiske problemer å være merksam på sammenhengen mellom prisene og de markedsförte kvanta.

Den grafiske framstilling foran ligger nær opp til den som brukes ved å beskrive prisdannelsen ved samspill mellom etterspörsel og tilbud i et fri-konkurransemarked.

I spesialtilfellet $\check{p} = 0$ får en uten videre den kjente sats at under prisfast kvantumstilpassing vil det lönne seg å tilby et så stort kvantum at grensekostnaden blir lik etterspörselsprisen. Det er altså en nöye sammenheng mellom monopolprisdannelsen og prisdannelsen under fri konkurranse. Ved en kontinuerlig forandring i forutsetningen om störrelsen av etterspörselsfleksibiliteten, altså i störrelsen av det en oppfatter som korreksjonen, får en situasjoner som avviker mer eller mindre sterkt fra frikonkurransesituasjonen. Frikonkurransen betegner altså nullkorreksjon.

2. Substitusjonstilpassingen ved elastisitetspåvirket tilpassing.

En har foran betraktet kostnadskurvene ved en bevegelse (utvidelse eller innskrenkning) langs substitumalen som gitte data.

Oppbyggingen av disse kostnader kan igjen föres tilbake til tekniske og ökonomiske produksjonsbegreper. Om en har faktorene nr. 1, 2,.......n med prisene $q_1, q_2, \ldots\ldots q_n$, tilbudsfleksibilitetene $\check{q}_1$, $\check{q}_2, \ldots\ldots\ldots \check{q}_n$, og grenseproduktivitetene $x_1', x_2', \ldots\ldots x_n'$, så vil på grunn av substitumalbetingelsen alle de partielle grensekostnader være like, og den felles störrelse for disse partielle grensekostnader vil være lik den samlete grensekostnad b' som inngår i formel (6), og denne vil igjen være lik den fleksibilitetskorrigerte produktpris, altså

$$(7) \qquad \frac{q_1(1+\check{q}_1)}{x_1'} = \ldots\ldots \frac{q_n(1+\check{q}_n)}{x_n'} = b' = p(1+\check{p})$$

En merker seg at de partielle grensekostnader som ved konstante faktorpriser var lik $b_k' = \frac{q_k}{x_k'}$ ved prisvariabel tilpassing på faktorsiden blir lik

$$b_k' = \frac{q_k(1+\check{q}_k)}{x_k'}$$

Likningssystemet ovenfor beskriver monopolprisdannelsen - eller mer generelt den prisvariable tilpassing - så vel overfor etterspörselen etter produktet som overfor tilbudet av faktorene og overfor de produksjonstekniske data. Spesialtilfellet med prisfast kvantumstilpassing i et eller flere av markedene framkommer av (7) simpelthen ved å sette de angjeldende fleksibiliteter lik null.

Den grafiske analyse av substitumalen blir i det store og hele den samme som ved konstante faktorpriser. I to faktorer f.eks. blir forskjellen bare at de linjer langs hvilke kostnadene er konstante nå ikke blir rette linjer, men krumme linjer som de prikkete i fig. 24. Også nå får en å söke tangeringen mellom de to kurveskarer. Det förer til kurven PQR som nå blir substitumalen.

Også ved elastisitetspåvirket tilpassing på faktorsiden vil en få en ökonomisk optimumslov langs substitumalen som er tilnærmet lik den tekniske. Denne tilnærmelse er bedre jo mindre tallverdien av faktorprisfleksibilitetene er, og jo mindre rolle utgiftene til faktorer med nevneverdig störrelse på fleksibilitetene spiller.

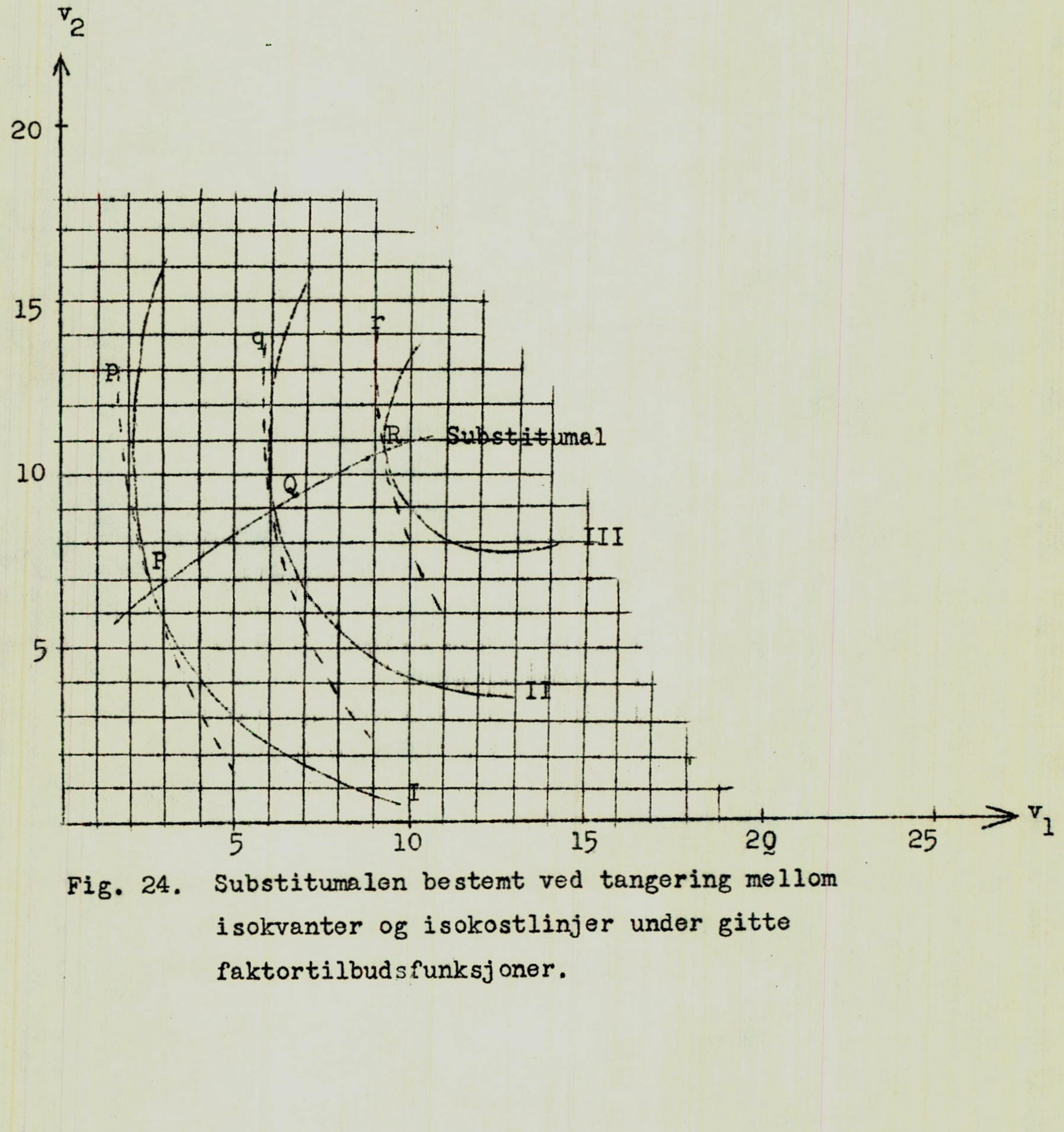


Fig. 24. Substitumalen bestemt ved tangering mellom isokvanter og isokostlinjer under gitte faktortilbudsfunksjoner.