



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2022 30 stp
Fakultet for realfag og teknologi

Mulig påvirkning fra byggevirksomhet rundt en permanent GNSS-stasjon- En tidsserieanalyse

Possible Impact of Construction Activities Around a
Permanent GNSS Station – A Time Series Analysis

Per Helge Aarnes
Geomatikk

Forord

Ved å fullføre denne avhandlingen, fullfører jeg også en fem-åring-mastergrad ved Norges Miljø- og Biovitenskapelige Universitet (NMBU). Fem år har gått svært fort, og gitt meg mange verdifulle fagkunnskaper og ikke minst bekjentskaper. En stor takk for fem flotte år rettes derfor til medstudenter og forelesere ved NMBU!

Videre ønsker jeg spesielt å takke mine veiledere Ola Øvstedal og Christian Rost for meget god veiledning gjennom arbeidet med denne oppgaven. Veiledningstimene har bydd på mange interessante og viktige diskusjoner som har gitt meg bedre forutsetninger for å gjøre riktige vurderinger. Jeg vil også takke Norsk Romsenter med Christian i spissen, for selve oppgaven. Stor takk til både Åsmund Steen Skjæveland og Tor-Ole Dahlø som har gitt meg tilgang til Kartverkets dataarkiv og annen relevant informasjon, samt svart på spørsmål underveis. Avslutningsvis vil jeg også takke Bjørn-Eirik Roald (stipendiat ved NMBU) for rask respons på henvendelser underveis i arbeidet.

NMBU, 16.mai 2022.

Per Helge Aarnes

Abstract

This master's thesis deals with the field of geomatics and is written on behalf of the Norwegian Space Agency. The study aims to determine whether the construction activity in Bjørvika has affected the position accuracy of a permanent GNSS-station on the roof of the opera house. The analysis is based on a series of different GNSS observations in the period from 2010 to 2022 and comprises an analysis in both the observation- and coordinate domain. The computations in the coordinate domain involves the use of RTKLIB and consist of a relative GNSS-solution and a precise point positioning (PPP). Due to the fact that Bjørvika suffers from subsidence, the results were cross-validated using «Synthetic Aperture Radar Interferometry» (InSAR).

The results from the analysis in the observation domain show that the construction activity has led to an increase of the multipath effect for the signal C1C for GPS and GLONASS. The RMS value of this signal has increased by 37 % and 31 % for GPS and GLONASS, respectively. However, no significant increase of the multipath effect was found for the other signals. In addition, the multipath estimates show that the E5AltBOC signal performs better compared to other signals in the case of distinguishing direct from indirect signals. Furthermore, the results from the relative GNSS solution show that the deviation in the eastern component has also increased over the same period. The time of the increase in both domains coincides with the period when the construction activity in Bjørvika was at its highest.

Regarding the PPP solution, the precision is too low for a conclusion to be drawn about changes in position accuracy. Furthermore, it was not proven that the subsidence problem in Bjørvika has led to a significant displacement of the opera house.

Based on the results, a conclusion is made that the construction activity in the immediate vicinity of the station has affected the position accuracy and that the E5AltBOC signal is able to compensate for local changes to a greater extent than other signals.

Sammendrag

Denne mastergradsoppgaven omhandler fagområdet geomatikk og er skrevet på oppdrag fra Norsk Romsenter. Formålet med studien er å se om byggevirksomheten i Bjørvika har påvirket posisjonsnøyaktigheten til en permanent GNSS-stasjon på operahuset. Studien omfatter analyser i både observasjons- og koordinatdomenet. Beregningene i koordinatdomenet gjøres i RTKLIB, og består av en baselinjeberegning og en presis enkeltpunktsbestemmelse (PPP). Analysen gjøres på grunnlag av en tidsserie med ulike GNSS-observasjoner i perioden fra 2010 og frem til 2022. Som en konsekvens av at Bjørvika synker, blir resultatene kryssvalidert ved hjelp av «Syntetisk Apertur Radar Interferometri» (InSAR).

Resultatene fra analysen i observasjonsdomenet viser at byggevirksomheten har ført til en økning av flerveis-interferens for signalet C1C for GPS og GLONASS. RMS-verdien til dette signalet har økt med 37% og 31% for henholdsvis GPS og GLONASS. Det ble imidlertid ikke påvist en signifikant økning på de andre signalene som inngår i analysen. Estimatene av flerveis-interferens viser også at signalet E5AltBOC er mere robust mot flerveis-interferens sammenlignet med andre signaler. Resultatene fra baselinjeberegningen viser at avviket i øst-komponenten også har økt i samme periode. Tidspunktet for økningen i begge domenenene sammenfaller med perioden det var størst byggeaktivitet i Bjørvika.

Når det gjelder PPP-løsningen er presisjonen for lav og varierende til at det kan trekkes slutninger om endring i posisjonsnøyaktighet. Det ble videre ikke påvist at setningsproblematikken i Bjørvika har ført til en signifikant nedsynking av operahuset.

Basert på resultatene ble det konkludert med at byggevirksomheten i umiddelbar nærhet av stasjonen har påvirket posisjonsnøyaktigheten og at signalet E5AltBOC, i større grad enn andre signaler, klarer å kompensere for lokale endringer.

Innholdsfortegnelse

1	Introduksjon	17
1.1	Bakgrunn	17
1.2	Problemstilling	20
2	Teori	21
2.1	Generelt om GNSS	21
2.1.1	GNSS segmentene og satellittkonstellasjonene	26
2.1.2	Signaloversikt for de ulike systemene	29
2.1.3	RINEX-formatet	33
2.1.4	SP3-formatet	36
2.2	Ionosfæren	37
2.2.1	Ionosfærefri lineærkombinasjon	40
2.3	Troposfæren	41
2.3.1	Håndtering av troposfæren i RTKLIB	43
2.4	Flerveis-interferens (multipath)	45
2.5	Nøyaktighet vs presisjon	47
2.6	Presis enkeltpunktstedfesting (PPP)	48
2.7	Korreksjonsdata	50
2.7.1	Antennekorreksjon (ANTEX-filer)	50
2.7.2	Antennens fasesenterforskyvning og variasjon	51
2.7.3	Phase wind-up	51
2.7.4	Differensielle kodebiaser (DCB)	52
2.7.5	Jordrotasjon	58
2.7.6	Tidejord og tidevannets last (OTL)	58
2.8	Relativ måleteknikk (baselinje)	60
2.9	RTKLIB	62
2.10	GNSS_Receiver_QC_2020	62
2.11	Proj	64
2.12	InSAR	64
3	Metode	65

3.1	Datagrunnlaget	65
3.1.1	Presise efemerider og satellitt-klokkekorreksjoner	67
3.2	Innhenting av data	68
3.3	Transformere koordinater vha Pyproj i Python	71
3.4	Analyse i observasjonsdomenet (MATLAB)	72
3.4.1	Konvertere fra RINEX 2.11 til 3.04	76
3.4.2	Frekvenskanalene til GLONASS	76
3.5	RTKLIB	77
3.5.1	PPP	78
3.5.2	Baselinje	80
3.5.3	Feilforplantning av det estimerte standardavviket i RTKLIB	81
3.6	Kryssvalidering	82
4	Resultater	83
4.1	Analysen i observasjonsdomenet	83
4.1.1	GPS	87
4.1.2	GLONASS	91
4.1.3	Galileo	94
4.1.4	BeiDou	98
4.1.5	Oversikt over alle systemene	99
4.2	Baselinje	103
4.2.1	Elevasjonsgrense på 10 grader	104
4.2.2	Ingen elevasjonsgrense (0 grader)	118
4.3	PPP	130
4.3.1	Elevasjonsgrense på 10 grader	130
4.3.2	Ingen elevasjonsgrense (0 grader)	142
4.4	Kryssvalidering med InSAR Norge	153
5	Diskusjon	156
5.1	Analysen i observasjonsdomenet	156
5.1.1	Få detekterte fasebrudd for første signalkombinasjon	159
5.2	Baselinje	160
5.3	PPP	160
5.3.1	Lav nøyaktighet for GLONASS	161

5.4	BeiDou's lave nøyaktighet	162
5.5	Svakheter med analysen	162
5.6	Betydningen av Galileo og inkludering av E5AltBOC	163
5.7	Kryssvalidering	163
5.8	Videre arbeid	164
6	Konklusjon	165
	Referanser	166
	Vedlegg	169
A	Antenne- og mottakerinformasjon	170
B	Resultater	173
B.1	Baselinje	173
B.1.1	Plott av de komponentvise avvikene for hvert enkelt år (10 graders elevasjonsgrense)	173
B.1.2	Detekterte utliggere (10 graders elevasjonsgrense)	178
B.1.3	Detekterte utliggere (Ingen elevasjonsgrense)	184
B.2	Resultater PPP	189
B.2.1	Plott av de komponentvise avvikene for hvert enkelt år (10 graders elevasjonsgrense)	189
B.2.2	Detekterte utliggere (10 graders elevasjonsgrense)	194
B.2.3	Detekterte utliggere (Ingen elevasjonsgrense)	198

Figuroversikt

1.1	GNSS-mottakerens plassering på operahuset.	18
1.2	Oversiktsbilder over endringene som har skjedd i Bjørvika mellom 2011 og 2021. . .	18
1.3	Polarplot over fysiske obstruksjoner	19
2.1	Prinsippet bak satellittbasert navigasjon.	21
2.2	Mottakerens klokkefeil.	22
2.3	Modulering av bærebølgen	23
2.4	Illustrasjon av faseobservasjoner	25
2.5	Forskjellen mellom BPSK og BOC	30
2.6	Ionosfæren	37
2.7	Kartleggingsfunksjon	44
2.8	Illustrasjon av flerveis-interferens	45
2.9	Forskjellen mellom presisjon og nøyaktighet	48
2.10	Antennen fasesenterforkyvning (PCO)	51
2.11	Sirkulære polariserte bølger og phase wind-up	51
2.12	Illustrasjon av differensiell kodebias	52
2.13	Single layer model	55
2.14	Sagnac-effekten	58
2.15	Deformasjoner grunnet OTL på forskningsstasjonen O’Higgins i Antarktis	59
2.16	Relativ måleteknikk	61
3.1	Effekten av flerveis-interferens på de tre aktuelle basestasjonene	67
3.2	Informasjon om korreksjonsmodell for OTL i sp3-filer.	70
3.3	Forskjellen i ressursbruk med og uten parallellprosessering	74
3.4	De viktigste opsjonene for PPP	79
3.5	De viktigste opsjonene for beregning av baselinje.	80
4.1	Gjennomsnittlig elevasjonsvinkel og antall observasjoner for hvert signal og system	84
4.2	RMS-verdier for alle signalene til GPS. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.	89
4.3	Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (GPS).	90
4.4	RMS-verdier for alle signalene til GLONASS. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.	92
4.5	Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (GLONASS).	93

4.6	RMS-verdier for alle signalenekombinasjonene til Galileo. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.	95
4.7	Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien(Galileo) . .	96
4.8	RMS-verdier for flerveis-interferens i 2019 (Galileo)	97
4.9	RMS-verdier for alle signalene til BeiDou. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.	98
4.10	Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (BeiDou). .	99
4.11	Stolpediagram over de vektete RMS-verdiene for hvert signal og system.	100
4.12	Stolpediagram over de uveide RMS-verdiene for hvert signal og system.	100
4.13	Trendlinjer for de årlige vektete RMS-verdiene for flerveis-interferens.	101
4.14	Polarplot som viser effekten av flerveis-interferens som funksjon av asimut og elevasjonsvinkel.	103
4.15	Eksempelplott på komponentvise avvik fra fasitkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene. Her med 10 grader elevasjonsgrense.	104
4.16	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.	105
4.17	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GPS. Elevasjonsgrense på 10 grader.	106
4.18	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.	107
4.19	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GLONASS. Elevasjonsgrense på 10 grader.	107
4.20	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.	108
4.21	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til Galileo. Elevasjonsgrense på 10 grader.	109
4.22	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.	110
4.23	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til BeiDou. Elevasjonsgrense på 10 grader.	110
4.24	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall satellitter for multi-GNSS-løsningen gjennom hele tidsserien. 10 graders elevasjonsgrense. . . .	111
4.25	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for løsningen med alle systemene.	112
4.26	Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene.	113
4.27	Samme plot som i figur 4.26, men med ulik skalering	114
4.28	Estimerte standardavvik fra RTKLIB (baselinje, 10 grader)	115

4.29	Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (Baselinje). 10 graders elevasjonsgrense.	116
4.30	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.	118
4.31	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GPS. Ingen elevasjonsgrense	118
4.32	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.	119
4.33	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GLONASS. Ingen elevasjonsgrense	120
4.34	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.	121
4.35	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til Galileo. Ingen elevasjonsgrense	121
4.36	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.	122
4.37	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til BeiDou. Ingen elevasjonsgrense	123
4.38	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i totalt antall satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.	124
4.39	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for løsningen med alle systemene. Ingen elevasjonsgrense	124
4.40	Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene. Ingen elevasjonsgrense. (Merk: lik skalering av y-aksen).	125
4.41	Samme plot som i figur 4.40, men med ulik skalering. (Merk: Samme skalering av y-aksen for alle systemene bortsett fra BeiDou og Galileo)	126
4.42	Estimerte standardavvik fra RTKLIB (baselinje, 0 grader)	127
4.43	Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (Baselinje). Ingen elevasjonsgrense.	128
4.44	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	130
4.45	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GPS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	131
4.46	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	132
4.47	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GLONASS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	132

4.48	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	133
4.49	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Galileo-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	134
4.50	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	135
4.51	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for BeiDou-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	135
4.52	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall satellitter totalt gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.	136
4.53	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for multi-GNSS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	137
4.54	Estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene (PPP med 10 graders elevasjonsgrense)	138
4.55	Samme plot som i figur 4.54, men med ulik skalering.	138
4.56	Estimerte standardavvik fra RTKLIB (PPP, 10 grader)	139
4.57	Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	140
4.58	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	142
4.59	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GPS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense	142
4.60	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	143
4.61	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GLONASS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense	144
4.62	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	145
4.63	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Galileo-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense	145
4.64	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	146
4.65	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for BeiDou-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense	147
4.66	Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall satellitter totalt gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	148

4.67	Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Multi-GNSS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense	148
4.68	Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene. Ingen elevasjonsgrense. (Merk: lik skalering av y-aksen).	149
4.69	Samme plot som i figur 4.68, men med ulik skalering.	150
4.70	Estimerte standardavvik fra RTKLIB (PPP, 0 grader)	151
4.71	Komponentvise trendlinjer for alle systemene basert på absoluttverdien til avvikene fra fasitkoordinatene (PPP). Ingen elevasjonsgrense.	152
4.72	Polygonet benyttet i InSAR Norge	153
4.73	Estimert forflytning av Operahuset	154
4.74	Estimert forflytning av område rundt operahuset	155
5.1	Endringer mellom 2015 og 2018. Hentet fra Norge i Bilder.	157
5.2	Ut i fra plottet ser det ut til at Munch-museet blokker satellittbanen ved lave elevasjonsvinkler.	159
A.1	Antenneinformasjon	170
A.2	Bilder av GNSS-antennen samt forholdene rundt stasjonen på operahuset	171
A.3	Bilde av GNSS-antennen samt forholdene rundt stasjonen i Ås	172

Tabelloversikt

2.1	Nøkkeltall for de ulike systemene. Merk for BeiDou er det kun tatt utgangspunkt i BeiDou 3 og MEO satellittene.	27
2.2	Utviklingen av GPS	28
2.3	Utviklingen av GLONASS	28
2.4	Oversikt over de ulike GPS-signalene	31
2.5	Oversikt over de ulike GLONASS-signalene	31
2.6	Oversikt over de ulike Galileo-signalene	32
2.7	Oversikt over de ulike signalene for BeiDou 2	32
2.8	Oversikt over de ulike signalene for BeiDou 3	32
2.9	Oversikt over de ulike system- og observasjonskodene i RINEX-formatet.	33
2.10	Observasjonskoder i RINEX 3.04 for GPS	34
2.11	Observasjonskoder i RINEX 3.04 for GLONASS	35
2.12	Observasjonskoder i RINEX 3.04 for Galileo	35
2.13	Observasjonskoder i RINEX 3.04 for BeiDou	36
2.14	Oversikt over ulike feilkilder	49
3.1	Oversikt over datagrunnlaget for basestasjonen på operahuset	65
3.2	Logg over programvare-endringer i mottakeren.	66
3.3	Stasjonskoordinatene til OPEC gitt i EUREF89 (ECEF)	66
3.4	Stasjonskoordinatene til AASC gitt i EUREF89 (ECEF)	67
3.5	Oversikt over de presise efemeridene	68
3.6	Oversikt over de presise satellitt-klokkekorreksjonene	68
3.7	Oversikt over når efemerideproduktene skiftet korreksjonsmodell for tidvannets last (OTL)	70
3.8	Oversikt over hvilke signalkombinasjoner som er benyttet i analysen.	72
4.1	Oversikt over antall fjernede ekstremverdier per signalkombinasjon for hvert system	83
4.2	Årsgjennomsnitt av elevasjonsvinkelen til de ulike satellittkonstellasjonene og antall fjernede ekstremverdier.	83
4.3	Antall observasjoner i gjennomsnitt per signal. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale antallet observasjoner per dag.	85
4.4	Antall estimer av flerveis-interferens i gjennomsnitt per signal. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale antallet estimer per dag.	86

4.5	Antall fasebrudd i gjennomsnitt for hver enkelt signalkombinasjon. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale daglige antallet fasebrudd. Relativt antall brudd er i forhold til antall observasjoner gitt i tabell 4.3.	87
4.6	Estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (GPS)	88
4.7	Estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (GLONASS)	91
4.8	Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (Galileo). Estimaten angir middelveidien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.	94
4.9	Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle tre signalkombinasjonene (BeiDou). Estimaten angir middelveidien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.	98
4.10	De lineære ligningene for trendlinjene. Se tabell 3.8 for oversikt over hvilke signaler som inngår i kombinasjonene.	102
4.11	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GPS.	106
4.12	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GLONASS.	108
4.13	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun Galileo.	109
4.14	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun BeiDou.	111
4.15	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Inkluderer alle systemene.	112
4.16	Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (baselinje). 10 graders elevasjonsgrense.	117
4.17	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun GPS.	119
4.18	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun GLONASS.	120
4.19	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun Galileo.	122
4.20	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun BeiDou.	123
4.21	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Alle systemene er med.	125

4.22	Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (Baselinje). Ingen elevasjonsgrense	129
4.23	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GPS.	131
4.24	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GLONASS.	133
4.25	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun Galileo.	134
4.26	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun BeiDou.	136
4.27	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Alle systemene er inkludert.	137
4.28	Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (PPP). 10 graders elevasjonsgrense	141
4.29	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun GPS.	143
4.30	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun GLONASS.	144
4.31	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun Galileo.	146
4.32	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun BeiDou.	147
4.33	Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Alle systemene er inkludert.	149
4.34	Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (PPP). Ingen elevasjonsgrense	153
A.1	Serienummer for de ulike komponentene	170
B.1	Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for baselinjeberegningen med 10 grader elevasjonsgrense.	184
B.2	Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for baselinjeberegningen uten elevasjonsgrense.	188
B.3	Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for PPP med elevasjonsgrense på 10 grader.	198
B.4	Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for PPP uten elevasjonsgrense.	201

Kodeoversikt

3.1	Eksempelkode for transformasjon vha Pyproj og Python	71
3.2	Python-kode for parallellprosessering av matlabfunksjon	75
3.3	Python-kode for å legge til frekvenskanal-numrene i hodet på en RINEX-fil.	77
3.4	RTKLIB-kode som inneholder en bug	77
3.5	RTKLIB-kode hvor bugen er utbedret	77

Kapittel 1: Introduksjon

1.1 Bakgrunn

De siste 20-årene har satellittnavigasjon hatt en stor og viktig rolle, både for folk flest, men også for samfunnsutviklingen for øvrig. Fra at det omtrent ble allemannseie å ha en GPS-mottaker i midten av 2000-tallet, har bruken bare fortsatt å øke. Både for tradisjonelle anvendelser som navigering, jordobservasjon og landmåling, men også i mer hverdagslige sammenhenger.

I dag finnes fire globale systemer som prinsipielt fungerer på samme måte. Det er amerikanske GPS, russiske GLONASS, europeiske Galileo og kinesiske BeiDou. Sett bort fra de regionale systemene NavIC og QZSS, er det disse fire globale systemene som i størst grad blir benyttet, og går under samlebetegnelsen «GNSS» eller «Global Navigation Satellite Systems».

I likhet med andre instrumenter, systemer og sensorer så har også navigasjonssystemene sine feilkilder, og disse har betydning for hvor presist og nøyaktig posisjonsestimatet er. En viktig feilkilde innen satellittbasert posisjonering, er det som på norsk heter «flerveis-interferens» eller «multipath» på engelsk. I korte trekk går feilkilden ut på at signalene ikke bare tar korteste vei fra satellitt til mottaker, men blir reflektert av bygninger og andre fysiske obstruksjoner i nærhet av stasjonen. De indirekte signalene interferer med de direkte signalene, og bidrar til feil i de observerte avstandene. Hvor stort feilbidrag effekten gir, avhenger derfor sterkt av lokale forhold.

Signalene fra globale satellittnavigasjonssystemer påvirkes forskjellig av flerveis-interferens og det er nettopp disse forskjellene det problematiseres rundt i denne oppgaven. Problematikken adresseres ved at det gjennomføres ytelsesanalyser for hvert enkelt system der evnen til å kompensere for lokale endringer i nærhet mottakeren ble undersøkt for alle fire systemene.

For å kunne undersøke dette trengs det en lengre tidsserie med GNSS-observasjoner fra et område som har gjennomgått store endringer. Et området som har hatt stor byggevirksomhet de siste 10 åra, er området rundt Operahuset i Bjørvika innerst i Oslofjorden. Kartverket drifter en basestasjon stasjonert på taket av operahuset som har vært operativ siden 15.10.2009. Mye har endret seg i umiddelbar nærhet av stasjonen siden den tid. Norsk Romsenter ønsket derfor å undersøke om disse endringene har påvirket posisjonsnøyaktigheten til stasjonen. Mottakerens plassering, fremkommer i figur 1.1



Fig. 1.1: Den grønne sirkelen viser hvor på operahuset stasjonen er plassert.

Eksempler på bygg som har blitt satt opp etter at stasjonen ble etablert er det Deichmanske bibliotek, Munch-museet og den høye husrekken som går under navnet «Barcode». Felles for alle disse byggene er at de kan føre til at GNSS-signalene blir bøyd eller reflektert og følgelig påvirke posisjonsnøyaktigheten til stasjonen. En lang tidsserie med ulike GNSS-observasjoner fra Bjørvika danner derfor et grunnlag for å gjennomføre en endringsanalyse av flerveis-interferens. Hvor store endringer som har skjedd mellom 2011 og 2019 er vist i figur 1.2.



(a) 2011



(b) 2021

Fig. 1.2: Bildene er hentet fra Norge i Bilder.

For å skissere de lokale forholdene til mottakeren slik situasjonen er i dag, ble det laget et

polarplot. Dette er presentert i figur 1.3, og er kun en grov skissering av retningen og vinkelen bygningene har i forhold til mottakeren. På grunn av at de ikke var mulig å komme seg helt frem til mottakeren, er dette betraktninger gjort på litt avstand. Og gir kun en pekepinn på hvordan situasjonen er i dag.

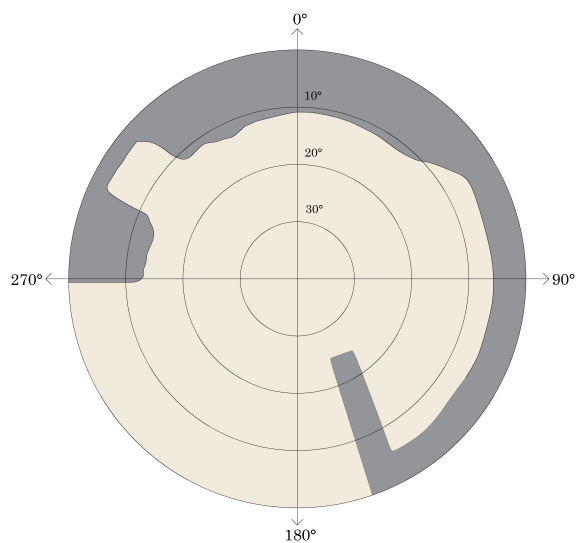


Fig. 1.3: Skisse av fysiske obstruksjoner (grått felt) for mottakeren på operahuset. Tegnet i AutoCad.

1.2 Problemstilling

Hovedformålet med oppgaven er altså å gjøre en endringsanalyse av ulike GNSS-observasjoner, der problemstillingen kan sammenfattes til:

1. *Hvordan har byggearbeidet rundt CPOS-stasjonen påvirket posisjonsnøyaktigheten til denne stasjonen?*
2. *Vil inkludering av Galileo-signaler bidra til en mer nøyaktig posisjonsbestemmelse. Kan f.eks. signalet E5-AltBOC kompensere for endringer i umiddelbar nærhet av stasjonen?*

Ved å studere en tidsserie med GNSS-observasjoner tilbake til når basestasjonen ble installert, kan man se på endringer over tid og undersøke om boligmassene har ført til økt interferens og følgelig en endring i presisjon og nøyaktighet. Ved å inkludere alle systemene og se på data fra hvert enkelt system, gir det forutsetninger for å finne ut om byggevirksomheten i hele tatt har påvirket posisjonsestimater, om den eventuelle påvirkningen på de ulike systemene er forskjellig, og i så fall i hvilken grad de ulike systemene påvirkes forskjellig.

For å kunne påvise og tallfeste hvor stor betydning lokale endringer i nærheten av mottakeren eventuelt har for posisjonsnøyaktigheten, foretas det analyser i både observasjons- og koordinatdomenet.

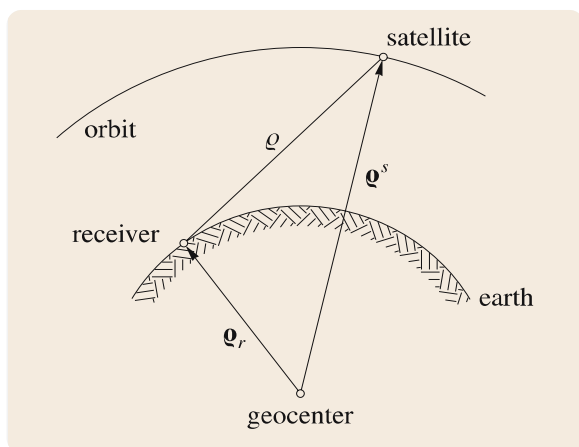
Videre er Bjørvika et område som er beheftet med setning som betyr at det foregår en nedsynking av landområdene. Setning kan forekomme som et resultat av landheving eller mekanisk belastning som komprimerer og trykker sammen undergrunnen (Leksikon, 2020). En eventuell nedsynking vil påvirke resultatene i koordinatdomenet som medfører at resultatet av disse beregningene må kryssvalideres med data fra andre uavhengige systemer som eksempelvis «Interferometric synthetic aperture radar» (InSAR) eller «Laser Imaging, Detection, and Ranging» (LiDAR).

Kapittel 2: Teori

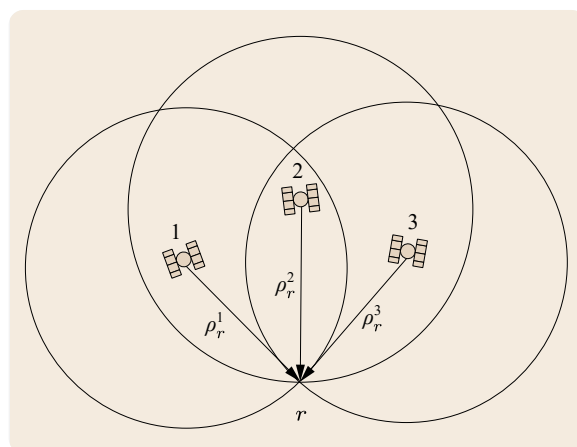
2.1 Generelt om GNSS

Med utgangspunkt i figur 2.1a er det fundamentale prinsippet med satellittbasert navigasjon å bruke signalets gangtid til å bestemme avstanden ρ mellom mottaker og satellitt. Skaleres tiden signalet bruker på å propagere fra satellitt til mottaker med lyshastigheten, får man avstanden signalet har tilbakelagt. Denne målte avstanden mellom mottaker og satellitt kalles ofte for *pseudoavstand*.

Vet man posisjonsvektoren til satellitten ρ^s , og måler avstanden ρ , kan man bestemme posisjonsvektoren til mottakeren ρ_r . For en tredimensjonal posisjonsbestemmelse er det i utgangspunktet tre ukjente (x, y, z) som medfører at det også kreves minst tre ligninger skal systemet være løsbart. For å få tre ligninger trengs det avstandsmålinger fra minst tre satellitter, der hver avstandsmåling definerer en sirkel med satellitten i sentrum. Skjæringspunktet mellom de tre sirklene spent ut av satellittene, definerer da mottakerens posisjon. Dette kalles for «trilaterasjon», og til forskjell fra «triangulering», er det kun avstander så måles, ikke retninger.



(a) Prinsipiell skisse (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.4)



(b) Trilaterasjon (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.7)

Fig. 2.1: Prinsippet bak satellittbasert navigasjon.

Matematisk er avstanden mellom mottaker og satellitt gitt ved (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 3)

$$\rho = \|\rho^s - \rho^r\| \quad (2.1)$$

I praksis er det imidlertid ikke tilstrekkelig med tre satellitter. Klokken i mottakeren avviker fra sann systemtid som fører til at den målte avstanden vil være forskjellig fra den geometriske avstanden. Se figur 2.2.

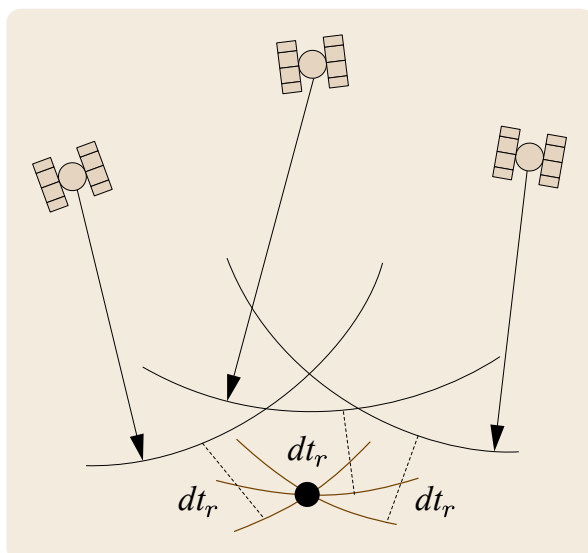


Fig. 2.2: Pseudoavstandene korrigeres med klokkefeilen δt_r og mottakerens posisjon er i krysningspunktet mellom de brune linjene (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 8).

Mottakerens klokkefeil er såpass stor at den må estimeres i ligningsystemet. Det medfører totalt fire ukjente, $(x, y, z, \delta t_r)$, og følgelig trengs pseudoavstander fra fire satellitter for at ligningsystemet skal være løsbart. Pseudoavstanden R er derfor gitt ved

$$R = \rho + c \delta t_r \quad (2.2)$$

der c er lyshastigheten og δt_r er klokkefeilen i mottakeren. At avstandene avledes av en tidsmåling som inneholder en bias er årsaken til at de ofte kalles «pseudoavstander» (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 4). Merk at ligningen er en forenkling der mange feilledd er utelatt. Videre avledes disse avstandene ved å bestemme tids- og faseforskyvningen mellom mottatt signal og replikasignalet som generes i mottakeren. Disse teknikkene går under henholdsvis kode- og fasemålinger.

Kodemålinger

Kodemålinger er en teknikk der informasjon er modulert på bæreboelgen til signalet i form av koder. Disse kodene kalles for «Pseudorandom Noise», ofte forkortet PRN, og er egentlig bare en kompleks sekvens av 0'ere og 1'ere. En modulasjonsteknikk som benyttes innen GNSS er tofase-modulasjon. Det betyr at for hver endring i den binære koden, gjør bæreboelgen et 180 graders faseskift. Prinsippet er presentert i figur 2.3

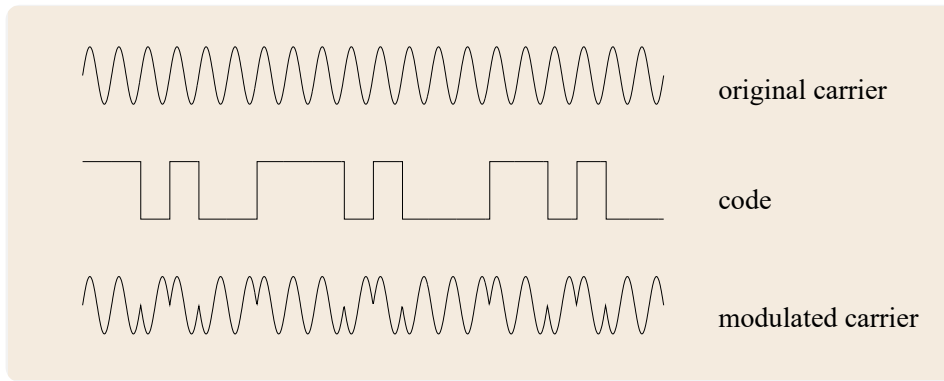


Fig. 2.3: Figuren skisserer steget fra en ren sinuskurve til en modulert bærebølge vha tofase-modulasjon (Dach et al., 2018, s. 23).

Primærinformasjonen i disse kodene er tiden signalet forlot satellitten. Signalets gangtid bestemmes ved å korrelere koden som sendes ut fra satellitten, med kopien som genereres i mottakeren. Replika-signalet forskyves stegvis til maksimal korrelasjon er oppnådd. Størrelsen på forskyvningen angir da tidsskiftet mellom signalene.

I tillegg til PRN-kodene moduleres det også navigasjonsdata på bærebølgen. Dataen moduleres med en frekvens på 50 Hz og kalles ofte den kringkasta navigasjonsmeldingen. Datastrømmen inneholder blant annet informasjon om satellittenes posisjon. I praksis betyr at ρ^s i figur 2.1a er kjent, og navigasjon i sanntid er dermed mulig.

Pseudoavstander avledes altså på grunnlag av to klokker som har hvert sitt avvik i forhold til systemtid. Til forskjell fra mottakerne, er satellittene utstyrt med meget presise atomur som gjør at klokkefeilen er mye mindre, men disse er heller ikke feilfrie. Satellittklokkefeilen samt andre feilkilder må derfor også inkluderes i observasjonslikningen for kodemålinger

$$R = \rho_r^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + T_r^s + I_r^s + \epsilon_r^s \quad (2.3)$$

, hvor ρ_r^s er geometrisk avstand og I_r^s og T_r^s er henholdsvis ionosfære- og troposfæreforsinkelsen. ϵ_r^s representerer umodellerte feil som mottakerstøy, flerveis-interferens og andre mindre effekter.

Det benyttes litt forskjellige chiprater på de ulike signalene. Korte chipplengder (høy chiprate) gir høy oppløsning på tidsavlesningen og øker presisjonen. Presisjonen regnes ofte for å være 1 % av chipplengden. For eksempel har C/A og P-koden for GPS en chiprate på henholdsvis 1.023 Mbit/s og 10.23 Mbit/s. Det betyr at chipplengden til disse signalene er omtrent 300 og 30 meter, og som følge av dette gir en presisjon på 3 meter og 0.3 meter. Kodemålingene er beheftet med betraktelig mer støy enn de tvetydige fasemålingene, men har den fordelen at de er entydige.

Fasemålinger

Den andre observasjonsstørrelsen er faseforskjellen til bærebølgen. På lik linje som for kodemålinger, genererer mottakeren en kopi av bærebølgen som sendes ut fra satellitten. Fasen til

henholdsvis mottatt, ϕ^s , og generert signal, ϕ_r , kan beskrives med

$$\phi^s = f^s t - f^s \frac{\rho}{c} - \varphi_0^s \quad (2.4)$$

$$\phi_r = f_r t - \varphi_{0r} \quad (2.5)$$

der f^s og f_r er frekvensen til mottatt og generert signal. φ_0^s og φ_{0r} er startfasen til hver bølge og skyldes klokkefeilen i satellitt og mottaker

$$\varphi_0^s = -f^s \delta t^s \quad (2.6)$$

$$\varphi_{0r} = -f_r \delta t_r \quad (2.7)$$

Videre bestemmes den differensierte bærefasen ved

$$\phi_r^s(t) = \phi^s(t) - \phi_r(t) \quad (2.8)$$

Avviket f^s og f_r har til den nominelle frekvensen er så lite at det kan neglisjeres (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 107). Dermed settes $f^s = f_r = f$ og ligning (2.4) og (2.5) settes inn i ligning (2.8)

$$\phi_r^s(t) = -f \frac{\rho}{c} - f(\delta t_r - \delta t^s) \quad (2.9)$$

Mottakeren måler kun den differensierte bærefasen, altså brøkdelen av én bølgelengde. Antallet hele bølgelengder ved t_0 er ukjent, men mottakeren teller antall hele bølgelender avstanden mellom mottaker og satellitt har endret seg med siden startepoken. Faseflertydighetsparameteren N ved epoke t_0 legges til den målte bærefasen $\Delta\varphi_r^s$ ved epoke t

$$\phi_r^s(t) = \Delta\varphi_r^s + N \quad (2.10)$$

Bruker man sammenhengen mellom frekvens, bølgelengde og lyshastighet gitt ved

$$f = \frac{c}{\lambda} \quad (2.11)$$

og erstatter f med c/λ i ligning (2.9), samt setter $\Phi = -\Delta\varphi_r^s$ får man en ny ligning for fasemålingene

$$\Phi = \frac{\rho}{\lambda} + \frac{c}{\lambda}(\delta t_r - \delta t^s) + N \quad (2.12)$$

At mottakeren kun klarer å måle brøkdelen av en bølgelengde er grunnen til at fasemålingene er tvetydige. Antall hele bølgelengder mellom mottaker og satellitt er ukjent innledningsvis. Fasemålingene kan derfor sammenlignes med å trekke et målebånd mellom mottaker og satellitt der metermerkene er fjernet og kun det siste meterstykket kan brukes til målinger. Den totale avstanden er derfor ukjent inntil faseflertydigheten bestemmes. Denne heltallige faseflertydigheten forblir imidlertid konstant ved kontinuerlige fasemålinger uten brudd. Hvis det derimot oppstår et fasebrudd, må den bestemmes på nytt. Figur 2.4 skisserer hvordan faseflertydigheten N forblir uendret ved kontinuerlige målinger, mens den målte faseforskjellen $\Delta\varphi$ endrer seg med tiden.

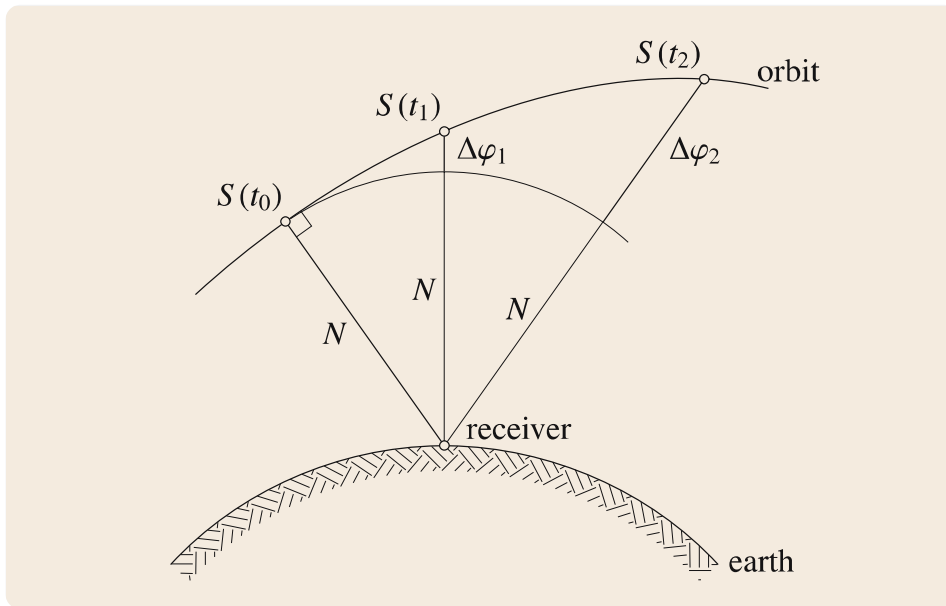


Fig. 2.4: Illustrasjon av faseobservasjoner og tilhørende flertydighetsparameter (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 108)

Det finnes ulike teknikker for å bestemme faseflertydigheten, men som et resultat av at observasjonene er beheftet med instrumentfeil fra mottaker og satellitt, er det kun på dobbeltdifferenansenivå man får isolert heltallsverdien til faseflertydigheten. Disse instrumentfeilene eller maskinvare-biasene, som for øvrig opptrer både på kode- og faseobservasjoner, blir eliminert når det dannes dobbeltdifferanser.

Styrken til fasemålinger er at de er mye mer presise enn kodemålingene og skyldes blant annet de korte bølgelengdene som benyttes innen satellittnavigasjon. De ligger mellom 19 og 25 cm og sammenlignet med en chilengde på eksempelvis 300 meter gir dette betraktelig høyere tidsoppløsning. Skaleres ligning (2.12) med bølgelengden og utvides til å omfatte flere feilkilder er observasjonsligningen for fasemålinger i enhet meter gitt ved

$$\Phi = \rho_r^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + T_r^s - I_r^s + \lambda N_r^s + \epsilon_r^s \quad (2.13)$$

der leddene for geometrisk avstand, klokkefeil i mottaker og satellitt samt troposfæren er identisk med kodemålingene. Ionosfæren har derimot motsatt fortegn. Observasjonsligningen inneholder ett ledd som er unik for fasemålingene. Det er faseflertydigheten N_r^s , som representerer det ukjente antallet hele bølgelender mellom mottaker og satellitt og som skaleres med signalets bølgelengde λ for å få enhet meter. Flerveis-interferens, støyen på faseobservasjonen og andre små effekter er samlet i ϵ_r^s (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 563).

CDMA og FDMA

For GPS, Galileo og BeiDou har hver satellitt sin unike PRN-kode, og derav klarer mottakeren å skille satellittene fra hverandre. Kodene er altså designet slik at de skal gi høy autokorrelasjon og lav krysskorrelasjon. Denne teknikken kalles for «Code Division Multiple Access» forkortet CDMA. CDMA gjør det mulig at alle satellittene sender ut signaler samtidig over samme frekvens. GLONASS har derimot i lengre tid benyttet en annen teknikk for signalseparasjon der hver

satellitt har sin unike frekvens i stedet for kode. Det kalles for «Frequency Division Multiple Access», forkortet FDMA. Imidlertid implementerte GLONASS CDMA på G3-båndet på sin første «GLONASS-K1» satellitt som ble sent opp i 2011. Overgangen til CDMA var blant annet for å bedre interoperabiliteten med andre systemer, men de nye generasjonene fortsetter også med FDMA for å sikre bakoverkompatibilitet (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 225). Frekvensen for hver enkelt satellitt avhenger derfor av hvilket frekvensnummer k den har. Frekvensen for første og andre bånd er da gitt ved

$$f_1(k) = 1602 + k \cdot 0.5625 \text{ MHz} \quad (2.14)$$

$$f_2(k) = 1246 + k \cdot 0.4375 \text{ MHz} \quad (2.15)$$

der k er et heltall mellom $[-7, 6]$. At det er færre frekvensnummer enn satellitter er uproblematisk. Satellitter som befinner seg i samme baneplan og på hver side av jorden deler nummer. Satellitter som deler nummer vil derfor aldri være synlige samtidig for en mottaker.

For mer informasjon om CDMA og FDMA, se eksempelvis kapittel 4.2.1 på side 97 i Handbook og GNSS.

2.1.1 GNSS segmentene og satellittkonstellasjonene

Satellittbaserte navigasjonssystemer deles vanligvis opp i tre segmenter. Formålet med segmentene er i utgangspunktet felles for de ulike systemene, men skiller seg litt med hensyn til oppsett og hvordan de fungerer.

Romsegmentet

Romsegmentet er selve satellittkonstellasjonen og omfatter alle satellittene i det aktuelle systemet. Romsegmentet bidrar derfor med et sett kjentpunkter i bane rundt jorden og danner grunnlaget for avstandsmålingen som skjer i GNSS-mottakerne. Ved at satellittene sender ut informasjon i form av koder modulert på en bærebølge, kan en mottaker foreta posisjonsberegninger i sanntid. Videre er romsegmentet konstruert slik at minimum 4 satellitter er synlige uansett hvor i verden man befinner seg. Satellittene har imidlertid begrenset levetid og må etter hvert byttes ut. Dette medfører at satellittkonstellasjonene stadig er under endring.

Brukersegmentet

Brukersegmentene består av alle GNSS-mottakerne hvor hovedfunksjonen er å motta signalene sendt ut fra satellittene og avlede pseudoavstander av kodene modulert på bærebølgen, og bærebølgen i seg selv. På grunnlag av pseudoavstandene og navigasjonsmeldingen, beregner mottakeren sin egen posisjon referert til antennens fasesenter.

Kontrollsegmentet

Kontrollsegmentet er på mange måter styringsenheten som både overvåker og kontrollerer systemene. Kontrollsegmentet består av et kontrollsenter som styrer alle prosessene, et nettverk av stasjoner som kontinuerlig følger satellittene, og antenner på bakken som fungerer som kommunikasjonslink til satellittene (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 7). Hovedoppgavene til bakke-segmentene er:

- Kontrollere og overvåke den generelle helsetilstanden til satellittkonstellasjonen.
- Predikere efemeridene og satellittklokkene
- Sørge for at systemet beholder GNSS-systemtid
- Oppdatere navigasjonsmeldingen til alle satellittene
- Sørge for at satellittene følger riktig bane, å gjennomføre justeringer ved behov.

(Subirana et al., 2013, s. 13)

Konstellasjonene

Nøkkeltall for de ulike satellittkonstellasjonene er presentert i tabell 2.1.

	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
Ant. sat (nominelt)	24	24	27	27 (MEO)
Baneplan	6	3	3	3
Inklinasjon	55°	64.8°	56°	55°
Banehøyde	20200 [km]	19100 [km]	23222 [km]	21500 [km]
Omløpstid	~ 11 t 58 min	~ 11 t 16 min	~ 14 t 5 min	~ 12 t 53 m
Ref. system	WGS84	PZ-90	GTRF	CGCS2000

Tabell 2.1: Nøkkeltall for de ulike systemene. Merk for BeiDou er det kun tatt utgangspunkt i BeiDou 3 og MEO satellittene.

Inklinasjonsvinkelen er vinkelen satellittbanene har i forhold til ekvatorplanet. Som tabell 2.1 viser, skiller GLONASS seg fra de andre systemene ved å ha omtrent 10 grader høyere inklinasjon. Dette er fordelaktig for eksempelvis Norge som befinner seg relativt langt nord. Den gjennomsnittlige elevasjonsvinkelen til satellittene vil være derfor være høyere og styrke geometrien i nord-komponenten.

Siden GPS og GLONASS er de systemene som har eksistert lengst, er det interessant å se hvordan systemene har utviklet seg med tiden. Det er derfor laget en tabell for hvert system som viser de ulike generasjonene samt hvilke egenskaper de har. Statusen for GPS per 12.april 2022 er presentert i tabell 2.2.

BLOCK IIA	BLOCK IIR	BLOCK IIR-M	BLOCK IIF	GPS III/IIF
0 operative	7 operative	7 operative	12 operative	4 operative
<ul style="list-style-type: none"> • C/A kode på L1 frekvensen for sivile brukere • P(Y) kode på L1 og L2 (militær) • Forventet levetid på 7.5 år • Sendt opp i 1990-1997 • Siste satellitt tatt ut av drift i 2019 	<ul style="list-style-type: none"> • C/A kode på L1 og P(Y) kode på L1 og L2 • Forventet levetid på 7.5 år • Sendt opp i 1997-2004 	<ul style="list-style-type: none"> • Utvidet med sivilt signal på L2 (L2C) • Ny militær M kode • Forventet levetid på 7.5 år • Sendt opp i 2005-2009 	<ul style="list-style-type: none"> • Alle signalene til Block IIR-M • Tredje sivile signal på L5 (L5) • Mer avanserte atomur og forbedret signalstyrke og kvalitet • Forventet levetid på 12 år • Sendt opp i 2010-2016 	<ul style="list-style-type: none"> • Alle signalene til Block IIF • Fjerde sivile signal på L1 (L1C) • Økt pålitelighet, presisjon og integritet på signalene • Forventet levetid på 15 år • Første oppsending i 2018

Tabell 2.2: Utviklingen av GPS (The National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA), 2022).

Tilsvarende status for GLONASS er presentert i tabell 2.3.

GLONASS I/II	GLONASS-M	GLONASS-K1	GLONASS-K2
<ul style="list-style-type: none"> • Første sendt opp i 1982 • Klokkestabilitet $5 \cdot 10^{-13}$ • Signaler: L1SF, L1SF, L2SF • Totalt 87 oppsendte satellitter mellom 1982-2005 • Forventet levetid 3 år 	<ul style="list-style-type: none"> • Første oppsendt i 2003 • Klokkestabilitet $1 \cdot 10^{-13}$ • Utvidet med signalet L2OF • Forventet levetid 7 år • Totalt 39 oppsendte satellitter. Siste i 2012. 	<ul style="list-style-type: none"> • Første sendt opp i 2012 • Klokkestabilitet $(0.5 - 1) \cdot 10^{-13}$ • Utvidet med signalet L3OC • Forventet levetid på 10 år • SAR 	<ul style="list-style-type: none"> • Første sendt opp i 2016 • Klokkestabilitet $(0.5 - 1) \cdot 10^{-14}$ • Utvidet med signalene L1OC, L3OC, L1SC og L2SC • Forventet levetid på 10 år • SAR

Tabell 2.3: Utviklingen av GLONASS. Tabellen er basert på informasjon fra Handbook of GNSS og ESA.

Informasjon om antall operative satellitter for hver generasjon er lett tilgjengelig for GPS. Dette er dessverre ikke tilfellet for GLONASS og tabell 2.3 mangler derfor denne informasjonen. Den øvrige statusen for GLONASS den 25.april er totalt 25 satellitter i bane rundt jorden hvor 22 av dem er operative. To er midlertidig trukket tilbake og én er i testfasen (Applied Consumer Center,

2022).

For Galileo er konstellasjonen designet for å ha totalt 30 satellitter der 3 av dem er reserver i hvert baneplass (ESA, 2022). Status den 30.04.2022 er totalt 28 satellitter hvor 21 er operative. 5 er midlertidig tatt ut av drift og 2 er i testfasen (*European GNSS Service Centre*, 2022).

For BeiDou er det per 26.april 2022 totalt 49 satellitter i drift. Hvorav 8 er geostasjonære, 12 er geosynkrone og 29 som går i «medium earth orbit»(MEO), men kun 27 av de er operative (Test and Assessment Research Center, 2022).

For mer informasjon om de ulike satellittkonstellasjonen, se del B «Satellite Navigation Systems» som starter på side 197 i Handbook of GNSS.

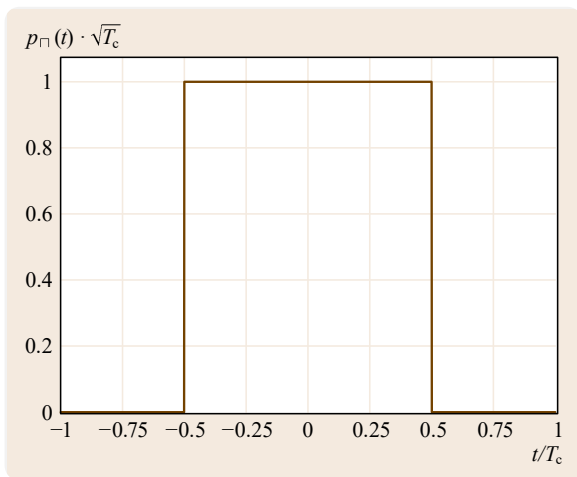
2.1.2 Signaloversikt for de ulike systemene

Enkelte signaler er splittet opp i to komponenter, data og pilot. Forskjellen på komponentene er at navigasjonsmeldingen ikke er modulert på pilot signalet og kalles ofte derfor for «a dataless component». Årsaken til at det opereres med pilot-kanaler er fordi det gir mer robust signalsporing i områder med lave signal-til-støyforhold (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 207).

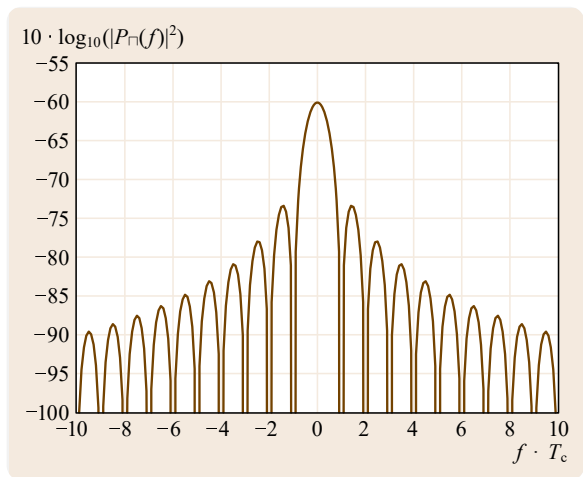
Det vil ikke bli foretatt en detaljert beskrivelse av de ulike modulasjonsteknikkene som brukes. Imidlertid har modulasjonsteknikken innvirkning på hvor robust mottakeren er mot flerveisinterferens så de prinsipielle forskjellene må nevnes. Teknikkene som hovedsakelig benyttes er to-fasemodulasjon (BPSK) og ulike varianter av «Binary Offset Carrier»(BOC). Enkelt forklart går BOC ut på at chip-pulsene deles opp i flere deler og man får to spektrale topper istedenfor for én. Denne oppdeling skjer ved at signalet multipliseres med en rektangulær bærebølge med en viss frekvens/rate. At den er rektangulær vil si at den har kun to tilstander og dermed ikke har form som en sinuskurve. Formen til chip-pulsen vil derfor være avhenging av frekvensen til bærebølgen den multipliseres med. Jo flere deler pulsen deles opp i, desto større avstand blir det mellom toppene i frekvensdomenet. Dette visualiseres best ved å se på «Power spectral density»-funksjonen til signalet (PSD). Se figur 2.5. PSD er definert som den fouriertransformerte av autokorrelasjonsfunksjonen $R_X(\tau)$ gitt ved (Brown & Hwang, 2012, s. 70)

$$S_X(j\omega) = \mathcal{F}[R_x(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau)e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.16)$$

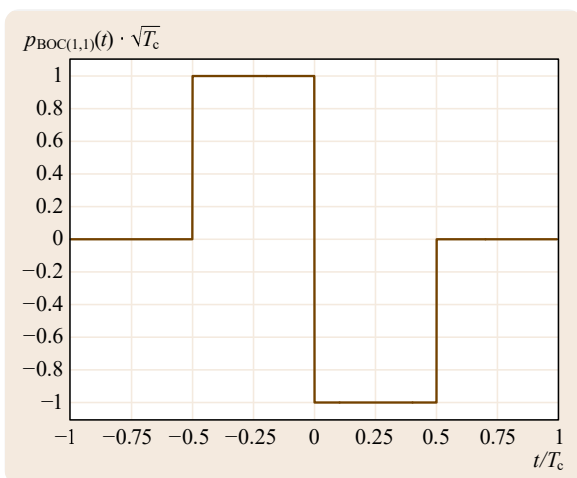
der ω er frekvensen og τ representerer tidsskiftet. Funksjonen er nå transformert fra tidsdomenet til frekvensdomenet.



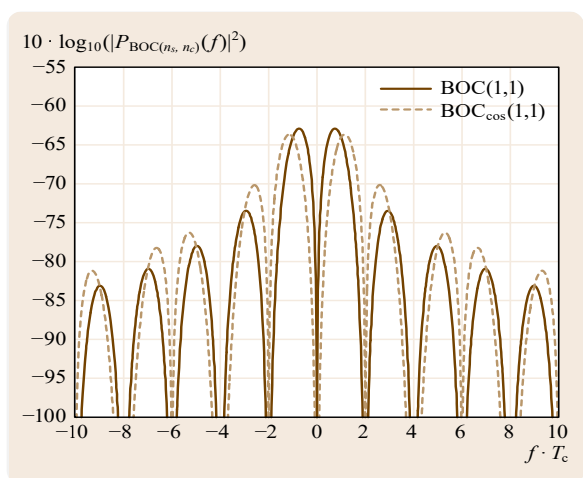
(a) Rektangulær chip-puls



(b) PSD for en rektangulær chip-puls



(c) Chip-puls for et BOC(1,1) signal



(d) PSD for BOC(1,1) og $BOC_{cos}(1,1)$

Fig. 2.5: Figuren skisserer forskjellen mellom BPSK og BOC. Hentet fra side 108, 110 og 111 i (Teunissen & Montenbruck, 2017)

Tallene i parenteser angir henholdsvis frekvensen til sub-bærebølgen (sub-carrier) og chipraten til koden. I tillegg til å separere toppene, fører også BOC-modulasjonen til at korrelasjonstoppene til autokorrelasjonsfunksjonen blir smalere og dermed mer distinkte. I et plott av PSD vil dette vises ved at de spektrale toppene blir bredere. For når tidsdomenet blir smalere, blir frekvensdomenet bredere. Dette er en fundamental sammenheng i fourieranalysen. At korrelasjonstoppene blir smalere, gjør det lettere for mottakeren å skille direkte- fra indirekte signaler og derfor teoretisk sett øker robustheten mot flerveis-interferens. For mer informasjon om modulasjonteknikkene som benyttes for GNSS, se kapittel 4.3 på side 107 i Handbook of GNSS.

GPS

Bånd	Signal	Frekvens (MHz)	Chiprate (Mcps)	Modulasjon	λ (cm)
L1	L1P(Y)	1575.42	10.23	BPSK(10)	19.0
	L1C/A		1.023	BPSK(1)	
	L1C-D		1.023	TMBOC(6,1,4/33)	
	L1C-P		1.023	TMBOC(6,1,4/33)	
	L1M		5.115	BOC (10,5)	
L2	L2P(Y)	1227.60	10.23	BPSK(10)	24.4
	L2C-M		0.5115	BPSK(1)	
	L2C-L		0.5115	BPSK(1)	
	L2M		5.115	BOC (10,5)	
L5	I5	1176.45	10.23	BPSK(10)	25.5
	Q5		10.23	BPSK(10)	

Tabell 2.4: Oversikt over de ulike GPS-signalene (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 207)

GLONASS

Bånd	Signal	Frekvens (MHz)	Chiprate (Mcps)	Modulasjon	λ (cm)
G1	G1OF	1602+0.5625K	0.511	BPSK(0.511)	18.7 (k=0)
	G1SF	1602+0.5625K	5.11	BPSK(5.11)	18.7 (k=0)
	G1OC	1600.995	0.5115	BPSK(1)	18.7
	G1SC	1600.995	N/A	BPSK(5,2.5)	18.7
	G1OCM	1575.42	TBD	BPSK(5,2.5)	19.0
G2	G2OF	1246+0.4375K	0.511	BPSK(0.511)	24.1 (k=0)
	G2SF	1246+0.4375K	5.11	N/A	24.1 (k=0)
	G2OC	1248.06	0.5115	BPSK(1)	24.0
	G2SF	1248.06	N/A	BOC(5,2.5)	24.0
G5/G3	G3OC	1202.025	10.23	BPSK(10)	24.9
	G5OCM	1176.45		BPSK(10)	25.5

Tabell 2.5: Oversikt over de ulike GLONASS-signalene basert på tabellene gitt på side 226 og 232 i (Teunissen & Montenbruck, 2017). For at tabellen skal være mer oversiktlig, presenteres kun data-signalmodulasjoen i denne tabellen. Spesifikasjoner som ikke er offentliggjort er representert med N/A. TBD står for «To be defined», altså verdier som ikke var kjent når boken ble skrevet. Kodene O og S står for henholdsvis åpent og autorisert signal. C og F angir om signalet benytter CDMA eller FDMA.

Galileo

Bånd	Signal	Frekvens (MHz)	Chiprate (Mcps)	Modulasjon	λ (cm)
E1	E1-A data	1575.42	2.5575	BOC(15,2.5)	19.0
	E1-B data		1.023	MBOC(6,1,1/11)	
	E1-C pilot		1.023	MBOC(6,1,1/11)	
E5a	E5a-I data E5a-Q pilot	1176.45	10.23	BPSK(10)	25.5
E5b	E5b-I data E5b-Q pilot	1207.140	10.23	BPSK(10)	24.8
E6	E6-A data	1278.75	5.115	BOC(10,5)	23.4
	E6-B data			BPSK(5)	
	E6-C pilot			BPSK(5)	

Tabell 2.6: Oversikt over de ulike Galileo-signalene (Subirana et al., 2013, s. 32)

Merk at signalene E5a og E5b er modulert på samme bærebølge med frekvens $1191.795 [MHz]$ ved hjelp av teknikken «Alternate Binary Offset Carrier», ofte forkortet AltBOC. Det sammensatte signalet kan også spores som ett enkelt signal. Det gir et signal med veldig stor båndbredde hvor både støynivået og effekten av flerveis-interferens er betydelig redusert (Subirana et al., 2013, 32).

BeiDou

Bånd	Signal	Frekvens (MHz)	Chiprate (Mcps)	Modulasjon	λ (cm)
B1	B1-I	1561.098	2.046	QPSK(2)	19.2
	B1-Q			MBOC(6,1,1/11)	
B2	B2-I	1207.14	2.046	BPSK(2)	24.8
	B2-Q		10.23	BPSK(10)	
B3	B3	1268.52	10.23	QPSK(10)	23.6

Tabell 2.7: Oversikt over de ulike signalene for BeiDou 2 (Subirana et al., 2013, s. 36)

Bånd	Signal	Frekvens (MHz)	Chiprate (Mcps)	Modulasjon	λ (cm)
B1	B1-C data	1575.42	1.023	MBOC(6,1,1/11)	19.0
	B1-C pilot		1.023	MBOC(6,1,1/11)	
	B1		2.046	BOC(14,2)	
B2	B2a data	1191.795	10.23	AltBOC(15,10)	25.2
	B2a pilot		10.23		
	B2b data		10.23		
	B2b pilot		10.23		
B3	B3	1268.52	10.23	QPSK(10)	23.6
	B3A data		2.5575	BOC(15,2.5)	
	B3A pilot		2.5575	BOC(15,2.5)	

Tabell 2.8: Oversikt over de ulike signalene for BeiDou 3 (Subirana et al., 2013, s. 36)

2.1.3 RINEX-formatet

RINEX er et akronym for «Receiver INdependent Exchange»-format som på norsk betyr et mottakeruavhengig utvekslingsformat. RINEX er det mest anvendte formatet for lagring av GNSS-data. De mest brukte RINEX-filtyper er observasjons- og navigasjonsfiler. Observasjonsfilene inneholder hovedsakelig epokevise rå kode- og faseobservasjoner, doppler og signalstyrke for de satellittene mottakeren har lås på. Navigasjonsfilene inneholder den kringkasta navigasjonsmeldingen for hver satellitt og omfatter bane- og klokkeparametre og annen nødvendig informasjon for å kunne navigere i sanntid (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 1213). For mer informasjon om satellittbaner, se (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 59 - 87).

Siden formatet ble utviklet i 1989, har det kommet flere versjoner. De mest brukte versjonene i dag er RINEX 2.11 og ulike utgaver av RINEX 3. RINEX 3 ble laget fordi det var nødvendig med et format som støttet alle satellittsystemene. Strukturen ble også forbedret slik at filene ble lettere å tolke for mennesker (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 1209). Det eksisterer som nevnt flere utgaver av RINEX 3, men versjonen som brukes i denne oppgaven er RINEX 3.04. De ulike kodene som brukes i 3.04 er presentert i tabell 2.9.

ID	System
G	GPS
R	GLONASS
E	Galileo
C	BeiDou
S	SBAS
J	QZSS
I	IRNSS/NavIC

ID	Observasjon	Enheter
C	Kodeobservasjoner	meter
L	Faseobservasjoner	bølgelengde
D	Doppler	Hz
S	Signalstyrke (C/N_0)	dB-Hz

Tabell 2.9: Oversikt over de ulike system- og observasjonskodene i RINEX-formatet.

De ulike signalkodene som blir benyttet i RINEX-formatet er presentert for hvert system i tabellene under.

GNSS-system	Bånd / Frekvens	Kanal eller kode	Observasjonskoder				
			Kode-målinger	Fase-målinger	Doppler	Signal-styrke	
GPS	L1/1575.42	C/A	C1C	L1C	D1C	S1C	
		L1C (D)	C1S	L1S	D1S	S1S	
		L1C (P)	C1S	L1S	D1S	S1S	
		L1C (D+P)	C1X	L1X	D1X	S1X	
		P (AS av)	C1P	L1P	D1P	S1P	
		Z-tracking og lignende (AS på)	C1W	L1W	D1W	S1W	
		Y	C1Y	L1Y	D1Y	S1Y	
		M	C1M	L1M	D1M	S1M	
		Codeless		L1N	D1N	S1N	
			C/A	C2C	L2C	D2C	S2C
			L1(C/A)+(P2-P1)	C2D	L2D	D2D	S2D
			L2C (M)	C2S	L2S	D2S	S2S
			L2C (L)	C2L	L2L	D2L	S2L
			L2C (M+L)	C2X	L2X	D2X	S2X
			P (AS av)	C2P	L2P	D2P	S2P
			Z-tracking og lignende (AS på)	C2W	L2W	D2W	S2W
			Y	C2Y	L2Y	D2Y	S2Y
			M	C2M	L2M	D2M	S2M
	Codeless		L2N	D2N	S2N		
	L5/1175.45		I	C5I	L5I	D5I	S5I
			Q	C5Q	L5Q	D5Q	S5Q
			I+Q	C5X	L5X	D5X	S5X

Tabell 2.10: Observasjonskoder i RINEX 3.04 for GPS (IGS, 2018, s. 17). Signalene logget av mottakeren på Operahuset og brukt i analysen er markert i grønt.

GNSS-system	Bånd / Frekvens (MHz)	Kanal eller kode	Observasjonskoder			
			Kode-målinger	Fase-målinger	Doppler	Signalstyrke
GLONASS	G1/ 1602 + $k \cdot 9/16$	C/A	C1C	L1C	D1C	S1C
		P	C1P	L1P	D1P	S1P
	G1a/ 1600.995	L1OC (D)	C4A	L4A	D4A	S4A
		L1OC (P)	C4B	L4B	D4B	S4B
		L1OC (D+P)	C4X	L4X	D4X	S4X
		L2C (L)	C2L	L2L	D2L	S2L
	G2/ 1246 + $k \cdot 7/16$	C/A (M)	C2C	L2C	D2C	S2C
		P	C2P	L2P	D2P	S2P
	G2a/ 1600.995	L1OC (D)	C4A	L4A	D4A	S4A
		L1OC (P)	C4B	L4B	D4B	S4B
		L1OC (D+P)	C4X	L4X	D4X	S4X
		L2C (L)	C2L	L2L	D2L	S2L
	G3/ 1202.025	I	C3I	L3I	D3I	S3I
		Q	C3Q	C3Q	C3Q	C3Q
		I + Q	C3X	L3X	D3X	S3X

Tabell 2.11: Observasjonskoder i RINEX 3.04 for GLONASS (IGS, 2018, s. 18). Signalene logget av mottakeren på Operahuset og brukt i analysen er markert i grønt.

GNSS-system	Bånd / Frekvens (MHz)	Kanal eller kode	Observasjonskoder			
			Kode-målinger	Fase-målinger	Doppler	Signalstyrke
Galileo	E1/ 1575.42	A PRS	C1A	L1A	D1A	S1A
		B I/NAV OS/CS/SoL	C1B	L1B	D1B	S1B
		C no data	C1C	L1C	D1C	S1C
		B+C	C1X	L1X	D1X	S1X
		A + B + C	C1Z	L1Z	D1Z	S1Z
	E5a/ 1176.45	I F/NAV OS	C5I	L5I	D5I	S5I
		Q no data	C5Q	L5Q	D5Q	S5Q
		I+Q	C5X	L5X	D5X	S5X
	E5b/ 1207.140	I	C7I	L7I	D7I	S7I
		Q	C7Q	L7Q	D7Q	S7Q
		I+Q	C7X	L7X	D7X	S7X
	E5(E5a+E5b)/ 1191.795	I	C8I	L8I	D8I	S8I
		Q	C8Q	L8Q	D8Q	S8Q
		I+Q	C8X	L8X	D8X	S8X
	E6/ 1278.75	A PRS	C6A	L6A	D6A	S6A
		B C/NAV CS	C6B	L6B	D6B	S6B
		C no data	C6C	L6C	D6C	S6C
		B+C	C6X	L6X	D6X	S6X
		A+B+C	C6Z	L6Z	D6Z	S6Z

Tabell 2.12: Observasjonskoder i RINEX 3.04 for Galileo (IGS, 2018, s. 19). Signalene logget av mottakeren på Operahuset og brukt i analysen er markert i grønt.

GNSS-system	Bånd / Frekvens (MHz)	Kanal eller kode	Observasjonskoder			
			Kode-målinger	Fase-målinger	Doppler	Signalstyrke
BeiDou	B1-2/ 1561.098	I	C2I	L2I	D2I	S2I
		Q	C2Q	L2Q	D2Q	S2Q
		I+Q	C2X	L2X	D2X	S2X
	B1/ 1575.42 (BDS-3 signaler)	Data	C1D	L1D	D1D	S1D
		Pilot	C1P	L1P	D1P	S1P
		Data + Pilot	C1X	L1X	D1X	S1X
		B1A	C1A	L1A	D1A	S1A
		Codeless		L1N	D1N	S1N
	B2a/ 1176.45 (BDS-3 signaler)	Data	C5D	L5D	D5D	S5D
		Pilot	C5P	L5P	D5P	S5P
		Data + Pilot	C5X	L5X	D5X	S5X
	B2b/ 1207.140 (BDS-2 signaler)	I	C7I	L7I	D7I	S7I
		Q	C7Q	L7Q	D7Q	S7Q
		I+Q	C7X	L7X	D7X	S7X
	B2b/ 1207.140 (BDS-3 signaler)	Data	C7D	L7D	D7D	S7D
		Pilot	C7P	L7P	D7P	S7P
		Data + Pilot	C7Z	L7Z	D7Z	S7Z
	B2(B2a+B2b)/1191.795 (BDS-3 signaler)	Data	C8D	L8D	D8D	S8D
		Pilot	C8P	L8P	D8P	S8P
		Data + Pilot	C8X	L8X	D8X	S8X
	B3/ 1268.52	I	C6I	L6I	D6I	S6I
Q		C6Q	L6Q	D6Q	S6Q	
I+Q		C6X	L6X	D6X	S6X	
B3A		C7A	L7A	D7A	S7A	

Tabell 2.13: Observasjonskoder i RINEX 3.04 for BeiDou (IGS, 2018, s. 21). Signalene logget av mottakeren på Operahuset og brukt i analysen er markert i grønt.

2.1.4 SP3-formatet

«Standard Product 3» eller «SP3» er et utvekslingsformat for presise banedata for satellittene. Formatet inneholder i all hovedsak epokevise satellittkoordinater og klokkeinformasjon, gitt i henholdsvis kilometer og mikrosekunder. Typisk er disse filene gitt med enten 15 eller 5 minutters epokeintervall.

2.2 Ionosfæren

Innen satellittgeodesi deles ofte atmosfæren opp i to deler. Troposfære og ionosfære. Ionosfæren er det øverste laget og strekker seg fra omtrent 50 til 1000 km over jordoverflaten og består av ionisert gass. At gassen er ionisert betyr at den inneholder frie ladde partikler som elektroner, protoner og ladede atomer (ioner). Ionosfæren er dermed elektrisk ledende, noe som medfører at laget påvirker elektromagnetiske felt. Påvirkningen utarter seg ved at det oppstår en brytning eller avbøyning av elektromagnetiske bølger som forplanter seg gjennom ionosfæren. Denne brytningen eller refraksjonen fører til at elektromagnetiske signaler forsinkes og ionosfæren betraktes derfor som en feilkilde for satellittbaserte navigasjonssystemer.

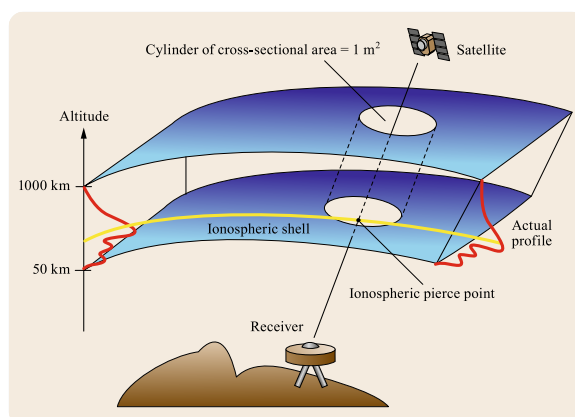


Fig. 2.6: Ionosfæren (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.12)

Ionosfæren er et dispersivt medium. Det betyr at i hvor stor grad signalet forsinkes, avhenger av signalets frekvens. Nærmere bestemt er forsinkelsen omvendtproporsjonal med kvadratet av frekvensen. Den dispersive egenskapen til ionosfæren fører til at kodene som er modulert på bærebølgen påvirkes forskjellig fra bærebølgen selv. PRN-kodene og navigasjonsmeldingen forsinkes gjennom ionosfæren, og dette kalles for gruppeforsinkelsen. Effekten på bærebølgen er motsatt, og fører til at hastigheten øker. Dette kalles for faseforsinkelsen. Forsinkelsen for gruppe og fase er lik stor, men har motsatt fortegn. I GNSS-sammenheng betyr det at avstandene avledet fra kode- og fasemålinger, blir henholdsvis litt for lange og litt for korte (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.66-67).

Gruppe- og faseforsinkelsen avhenger av de respektive refraksjonsindeksene n_{gr} og n_{fase} , og utledningen av disse følger (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 16-18).

Relasjonen mellom lysfarten c , refraksjonsindeksen n og forplantningshastigheten v er gitt ved

$$v = \frac{c}{n} \quad (2.17)$$

som medfører at fase- og gruppehastigheten også kan uttrykkes ved hjelp av sine respektive refraksjonsindekser

$$v_{fase} = \frac{c}{n_{fase}}, \quad v_{gr} = \frac{c}{n_{gr}} \quad (2.18)$$

Videre er refraksjonskoeffisienten for fasen beskrevet som en potensrekke (Seeber, 2003, s.54)

$$n_{fase} = 1 + \frac{c_2}{f_2} + \frac{c_3}{f_3} + \frac{c_4}{f_4} + \dots \quad (2.19)$$

der koeffisientene c_i er avhengig av elektrontettheten N_e i ionosfæren. Ofte kuttet rekkeutviklingen ved andreordens-leddet slik at refraksjonsindeksen til fase- og gruppehastigheten er gitt ved

approksimasjonene

$$n_{fase} = 1 + \frac{c_2}{f^2} \quad (2.20)$$

$$n_{gr} = 1 - \frac{c_2}{f^2} \quad (2.21)$$

der c_2 er estimert til å være $c_2 = -40.3 N_e$ (Seeber, 2003, s.54). For fullstendig utledning av refraksjonsindeksen til gruppehastigheten, se (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.116-118).

Nå har vi uttrykk for refraksjonsindeksen til både gruppen og fasen. Med disse uttrykkene kan også gruppe- og faseforsinkelsen utledes. Utledningen følger (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.119-120). Den målte avstanden s er gitt ved integralet

$$s = \int n ds \quad (2.22)$$

der n er refraksjonsindeksen. På samme måte kan den geometriske avstanden s_0 mellom mottaker og satellitt bestemmes ved å sette $n = 1$

$$s_0 = \int ds_0 \quad (2.23)$$

Videre er da den ionosfæriske refraksjonen Δ^{Iono} gitt ved differansen mellom målt og geometrisk avstand

$$\Delta^{Iono} = \int n ds - \int ds_0 \quad (2.24)$$

Deretter gjøres det en approksimasjon der integralet for målt avstand også integreres over geometrisk avstand, slik at ds blir ds_0 . Faseforsinkelsen er da gitt ved å sette inn n_{fase} for n

$$\begin{aligned} \Delta_{fase}^{Iono} &= \int n_{fase} ds_0 - \int ds_0 \\ &= \int (n_{fase} - 1) ds_0, \quad n_{fase} = 1 + \frac{c_2}{f^2} \\ &= \int \left(\left(1 + \frac{c_2}{f^2} \right) - 1 \right) ds_0 \\ &= \int \frac{c_2}{f^2} ds_0 \\ &= -\frac{40.3}{f^2} \int N_e ds_0 \\ &= -\frac{40.3}{f^2} TEC \end{aligned} \quad (2.25)$$

der TEC er det totale elektroninnholdet til ionosfæren gitt ved integralet

$$TEC = \int N_e ds_0 \quad (2.26)$$

hvor N_e er elektrontettheten. TEC angir elektroninnholdet i en tenkt søyle mellom mottaker og satellitt med tversnitt på 1 [m^2] (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.120). Se figur 2.6.

Utleddningen er helt lik for gruppeforsinkelsen, men refraksjonsindeksen n_{fase} gitt i ligning (2.20), byttes da ut med n_{gr} gitt i ligning (2.21) slik at det skjer en fortegnsendring. Gruppeforsinkelsen er dermed gitt ved

$$\Delta_{gr}^{Iono} = -\Delta_{fase}^{Iono} = \frac{40.3}{f^2} TEC \quad (2.27)$$

I praksis beregnes og kvantifiseres ionosfæreforsinkelsen ved å lage lineærkombinasjoner i observasjonsdomenet, altså kombinasjoner av rå fase- og kodeobservasjoner. Imidlertid forutsetter en slik analyse at det er gjort observasjoner på to eller flere frekvenser. Følgende utledninger er basert på artikkelen «TEQC: The Multi-Purpose Toolkit for GPS/GLONASS data» fra Louis H. Estey og Charles M. Meertens. For mer informasjon se (Estey & Meertens, 1999). Videre tar artikkelen utgangspunkt i observasjonsligningen for fasemålinger gitt ved

$$\Phi_i = \rho + c(dt_r + dt_s) - I_i + T + N_i\lambda_i + m_i \quad (2.28)$$

der

Φ_i	<i>Faseobservasjon for frekvens i i enhet [meter]</i>
ρ	<i>Geometrisk avstand mellom mottaker og satellitt</i>
λ_i	<i>Bølgelengden til signalet med frekvens i</i>
dt_r	<i>Mottaker-klokkefeil</i>
dt_s	<i>Satellitt-klokkefeil</i>
I_i	<i>Ionosfæreforsinkelsen for frekvens i</i>
T	<i>Ikke-dispersive forsinkelser grunnet atmosfære (eks Troposfære)</i>
m_i	<i>Flerveis interferens for faseobservasjonene på frekvens i</i>

Merk at i artikkelen til Louis H. Estey og Charles M. Meertens blir kode- og faseobservasjonene benevnet med henholdsvis P og L . For å forhindre forveksling med GPS sine signaler L og P , blir R og Φ benyttet i denne avhandlingen. Fra ligning (2.27) har vi sammenhengen mellom ionosfæreforsinkelsen, frekvensen til signalet og det totale elektroninnholdet til ionosfæren. Bruker denne til å lage et uttrykk for ionosfæreforsinkelsen I_i til både første og andre frekvens

$$I_1 = \frac{40.3}{f_1^2} TEC \longrightarrow I_1 f_1^2 = 40.3 TEC$$

$$I_2 = \frac{40.3}{f_2^2} TEC \longrightarrow I_2 f_2^2 = 40.3 TEC$$

Siden høyresiden av likhetstegnet er felles, kan venstresiden settes lik hverandre. Dermed har man et uttrykk som beskriver ionosfæreforsinkelsen til et bånd som funksjon av det andre

$$I_1 f_1^2 = I_2 f_2^2$$

$$I_2 = \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1, \quad \alpha = \frac{f_1^2}{f_2^2}$$

$$I_2 = \alpha I_1 \quad (2.29)$$

Ved å anta fasemålinger på to ulike frekvenser, 1 og 2, og at signalene har omtrent lik vei gjennom ionosfæren, kan forsinkelsen på første frekvens I_1 bestemmes ved å se på differansen

mellom fasemålingene til de to frekvensene. Trekker Φ_1 og Φ_2 fra hverandre

$$\begin{aligned} \Phi_1 - \Phi_2 &= \tag{2.30} \\ [\cancel{\rho + c(dt_r + dt_s)} - I_1 + \cancel{\mathcal{I}} + N_1\lambda_1 + m_1] - [\cancel{\rho + c(dt_r + dt_s)} - I_2 + \cancel{\mathcal{I}} + N_2\lambda_2 + m_2] \\ \Phi_1 - \Phi_2 &= [-I_1 + N_1\lambda_1 + m_1] - [-I_2 + N_2\lambda_2 + m_2] \\ \Phi_1 - \Phi_2 &= I_2 - I_1 + m_1 - m_2 + N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2 \\ \Phi_1 - \Phi_2 &= I_1(\alpha - 1) + m_1 - m_2 + N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2, \quad (I_2 = \alpha I_1) \tag{2.31} \end{aligned}$$

Ved å omformulerer ligning (2.31) får man at I_1 er gitt ved

$$I_1 = \frac{1}{\alpha - 1}(\Phi_1 - \Phi_2) - \frac{1}{\alpha - 1}(m_1 - m_2 + N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2) \tag{2.32}$$

, og tilsvarende for I_2

$$I_2 = \frac{\alpha}{\alpha - 1}(\Phi_1 - \Phi_2) - \frac{\alpha}{\alpha - 1}(m_1 - m_2 + N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2) \tag{2.33}$$

(Estey & Meertens, 1999, s.46)

Uttrykkene i ligning (2.32) og (2.33) inneholder både effekten av flerveis-interferens og faseflertydighetene til begge signalene. Faseflertydighetene antas for å være konstante så lenge observasjonene er fri for fasebrudd. Flertydighetene kan dermed elimineres ved å trekke første epoke fra alle påfølgende epoker. Det betyr at estimatene blir relativt første måling. At datasett er frie for fasebrudd er imidlertid urealistisk, og eventuelle brudd vil føre til at faseflertydighetene får nye verdier. Derfor må hvert kontinuerlige segment med fasemålinger subtraheres med første epoken i segmentet (etter fasebruddet). Effekten av flerveis-interferens på faseobservasjonene er betydelig mindre enn på kodemålingene, og kan derfor neglisjeres ($m_1 = m_2 \approx 0$). Dette resulterer i uttrykkene

$$I_1 = \frac{1}{\alpha - 1}(\Phi_1 - \Phi_2) \tag{2.34}$$

$$I_2 = \frac{\alpha}{\alpha - 1}(\Phi_1 - \Phi_2) \tag{2.35}$$

(Estey & Meertens, 1999, s.46)

2.2.1 Ionosfærefri lineærkombinasjon

Den mest effektive metoden for håndtering av ionosfæren er å danne det som kalles for en ionosfærefri lineærkombinasjon. Dette forutsetter imidlertid at mottakeren som benyttes er flerfrekvent, altså klarer å måle på flere frekvenser. Den førsteordens effekten av ionosfæren på kode- og faseobservasjoner er 99.9 % avhengig av den inverse av kvadratet til signalet frekvens f (Subirana et al., 2013, s.115). Ved at det måles på flere frekvenser, kan derfor den dispersive egenskapen til ionosfæren utnyttes til å eliminere denne virkningen. Elimineringen skjer da ved kombinasjon av enten to kodeobservasjoner på ulik frekvens, eller to faseobservasjoner på ulik frekvens. Utledningen av lineærkombinasjoner blir presentert under, og er basert på dokumentet «Ionosfære og to-frekvente målinger» laget av Ola Øvstedal i forbindelse med emnet GMGD222 Anvendt satellittgeodesi. Med utgangspunkt i observasjonsligningen for faseobservasjoner i enhet

meter for første frekvens f_1

$$\Phi_1 = \rho + c(dt_r + dt_s) - I_1 + T + N_1\lambda_1 + m_1 \quad (2.28 \text{ tilbakeblikk})$$

For å korrigere for ionosfæreeffekten må I_1 flyttes til venstre for likhetstegnet

$$\Phi_1 + I_1 = \rho + c(dt_r + dt_s) + T + N_1\lambda_1 + m_1$$

Videre settes uttrykket fra ligning (2.32) inn for I_1

$$\Phi_1 + \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{\alpha - 1} - \frac{(m_1 - m_2 + N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2)}{\alpha - 1} = \rho + c(dt_r + dt_s) + T + N_1\lambda_1 + m_1$$

Flytter over leddet som inneholder effekten av flerveis-interferens og faseflertydighetene på andre siden av likhetstegnet, og samler de sammen til henholdsvis mp_Φ og b gitt ved

$$mp_\Phi = m_1 + \frac{m_1 - m_2}{\alpha - 1}$$

$$b = N_1\lambda_1 + \frac{N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2}{\alpha - 1}$$

Dette gir uttrykket

$$\Phi_1 + \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{\alpha - 1} = \rho + c(dt_r + dt_s) + T + N_1\lambda_1 + mp_\Phi + b$$

Ved å sette inn for $\alpha = f_1^2/f_2^2$ fås den mest vanlige ligningen for ionosfærefri lineærkombinasjon

$$\frac{f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)}\Phi_1 - \frac{f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)}\Phi_2 = \rho + c(dt_r + dt_s) + T + mp_\Phi + b \quad (2.36)$$

I mange tilfeller tas ikke effekten av flerveis-interferens og faseflertydighetene med i ligningen. Den ionosfærefrie lineærkombinasjonen for kode- og faseobservasjoner er da gitt ved henholdsvis

$$R_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}R_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}R_2 \quad (2.37)$$

$$\Phi_{IF} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}\Phi_1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\Phi_2 \quad (2.38)$$

Merk at lineærkombinasjonen kansellerer kun feil av første orden, mens høyere ordens ledd er fortsatt tilstedeværende (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.189). I denne studien blir ionosfæren håndtert ved hjelp av at RTKLIB danner en slik lineærkombinasjon.

2.3 Troposfæren

Troposfæren er det laveste laget av jordens atmosfære og inneholder 99 % av alt vannet som befinner seg i hele atmosfæren. Den strekker seg fra jordskorpen og opp til omtrent 20 km over havnivå på det meste, men som et resultat av at lufttemperaturen avtar med høyden, vil troposfærens utstrekning variere (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 168). I motsetning til

ionosfæren er troposfæren et ikke-dispersivt medium for elektromagnetiske bølger med frekvens opp til 15 GHz. Med andre ord er den troposfæriske refraksjonen eller forsinkelsen lik for kode- og fasemålinger, og lik for alle frekvenser som GNSS benytter (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 128). Matematisk er forsinkelsen Δ^{Trop} definert som

$$\Delta^{Trop} = \int (n - 1) ds_0 \quad (2.39)$$

som er tilsvarende den ionosfæriske refraksjonen gitt i ligning (2.24). I tillegg brukes samme approksimasjon der integralet beregnes langs den geometriske avstanden s_0 . Refraksjonsindeksen n byttes ofte ut med refraktiviteten

$$N^{Trop} = 10^6(n - 1) \quad (2.40)$$

Siden refraksjonsindeksen n er et tall nær 1, gjøres dette skiftet for å unngå at forskjellen fra 1 er så liten. For mer informasjon om dette, se (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 166). Videre kan troposfæren deles inn i en tørr og en våt del

$$N^{Trop} = N_{tørr} + N_{våt} \quad (2.41)$$

som medfører at den totale forsinkelsen kan uttrykkes ved

$$\Delta^{Trop} = 10^{-6} \int N_{tørr}^{Trop} ds_0 + 10^{-6} \int N_{våt}^{Trop} ds_0 \quad (2.42)$$

(Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 128 - 129)

Omtrent 90% av den troposfæriske refraksjonen skyldes den tørre delen. Imidlertid er virkningen av den tørre delen relativt konstant, og kan beskrives deterministisk med ganske stor nøyaktighet. Effekten kan dermed ganske enkelt korrigeres for. Den våte delen er mer problematisk på grunn av at fordelingen av vandampinnholdet i troposfæren, i stor grad varierer med tid og sted og fører til at modellering er mer krevende.

Siden GNSS-signalene ligger i frekvens-området hvor troposfæren ikke er dispersiv kan frekvensen ses bort fra, og den troposfæriske refraksjonen kan beskrives som en sum av de tre hoveddelene

$$N = k_1 \frac{p_{tørr}}{T} Z_{tørr}^{-1} + k_2 \frac{p_{våt}}{T} Z_{våt}^{-1} + k_3 \frac{p_{våt}}{T^2} Z_{våt}^{-1} \quad (2.43)$$

der $p_{tørr}$ og $p_{våt}$ er partialtrykket til tørr og våt luft og T er temperaturen i enhet Kelvin. $Z_{tørr}$ og $Z_{våt}$ er kompressibiliteten til henholdsvis tørr og våt luft, altså evnen gassen har til å bli trykket sammen (komprimert). Koeffisientene k_1 , k_2 og k_3 beskriver forbindelsen mellom temperatur, trykk, vandamptrykk samt total brytning, og beregnes i laboratorium (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 170). Imidlertid brukes oftest et omformulert uttrykk der den tørre, også kalt «hydrostatisk delen», heller beskrives med $N_h = k_1 \frac{R}{M_{tørr}} \rho$ og k_2 erstattes med $k'_2 =$

$k_2 - k_1 \frac{M_{v\hat{a}t}}{M_{t\hat{o}rr}}$. Det nye uttrykket er dermed gitt ved

$$N = \underbrace{k_1 \frac{R}{M_{t\hat{o}rr}} \rho}_{N_h(\text{hydrostatisk})} + \underbrace{k_2' \frac{p_{v\hat{a}t}}{T} Z_{v\hat{a}t}^{-1} + k_3 \frac{p_{v\hat{a}t}}{T^2} Z_{v\hat{a}t}^{-1}}_{N_v(v\hat{a}t)} \quad (2.44)$$

hvor $M_{t\hat{o}rr}$ og $M_{v\hat{a}t}$ er gjennomsnittlig molar masse til henholdsvis tørr og våt luft, og ρ er luftens totale tetthet. Hensikten med denne omformuleringen er at den hydrostatiske forsinkelsen er nå kun avhengig av luftens tetthet, som kan avledes fra trykkmålinger ved bakken (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 170).

Troposfæreforsinkelsen i senit for hydrostatisk (ZHD) og våt del (ZWD) kan bestemmes ved vertikal integrasjon fra høyde H_0 og til øvre del av atmosfæren H_∞

$$ZHD = 10^{-6} \int_{H_0}^{H_\infty} N_h(z) dz = \left(\int_{H_0}^{H_\infty} k_1 \frac{R}{M_{t\hat{o}rr}} \rho \right) dz \quad (2.45)$$

$$ZWD = 10^{-6} \int_{H_0}^{H_\infty} N_v(z) dz = 10^{-6} \left(\int_{H_0}^{H_\infty} \left(k_2' \frac{p_w}{T} Z_v^{-1} \right) dz + \int_{H_0}^{H_\infty} \left(k_3 \frac{p_{v\hat{a}t}}{T^2} Z_v^{-1} \right) dz \right) \quad (2.46)$$

(Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 171)

For mer informasjon om troposfæren og detaljerte beregningssteg, se (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 170-177).

2.3.1 Håndtering av troposfæren i RTKLIB

Hvordan håndteres troposfæren i RTKLIB? I henhold til manualen, defineres en standard atmosfære som (Takasu, 2013, s. 149)

$$p = 1013.25 \cdot (1 - 2.2557 \cdot 10^{-5} H)^{5.2568} \quad (2.47)$$

$$T = 15.0 - 6.5 \cdot 10^{-3} H + 273.15 \quad (2.48)$$

$$e = 6.108 \cdot \exp \left\{ \frac{17.15T - 4684.0}{T - 38.45} \right\} \cdot \frac{h_{rel}}{100} \quad (2.49)$$

hvor p er det totale lufttrykket (hPa) og gitt som funksjon av høyden H over midlere havnivå (MSL), T er absolutt temperatur (K), e er partialtrykket til vanndamp og h_{rel} er den relative luftfuktigheten. Videre uttrykkes troposfæreforsinkelsen ved å anvende modellen «Saastamoinen» med parameterne fra standard atmosfære

$$T_r^s = \frac{0.002277}{\cos(z)} \left\{ p + \left(\frac{1255}{T} + 0.05 \right) e - \tan^2(z) \right\} \quad (2.50)$$

der $z = \pi/2 - El_r^s$ og er senitvinkelen i radianer og El_r^s er elevasjonsvinkelen mellom mottaker og satellitt. Det er denne korreksjonen som blir benyttet hvis «Saastamoinen» velges som troposfærekorreksjon i RTKLIB. Høyden approksimeres med ellipsoidisk høyde og relativ luftfuktighet satt til 70%. (Takasu, 2013, s. 149).

I denne avhandlingen ble imidlertid troposfæreforsinkelsen estimert i ligningsystemet som en tilleggsparameter. I RTKLIB har man i tillegg til «Saastamoinen», valget mellom «Estimate ZTD» og «Estimate ZTD + Grad» som troposfærekorreksjon. Da fanges effekten av troposfæren i større grad opp, med tap av litt geometri som kostnad. I et ligningsystem med god geometri vil disse korreksjonene som oftest gi høyere presisjon enn Saastamoinen. Modellen er definert som

$$m(El_r^s) = m_v(El_r^s) \{1 + \cot(El_r^s)(G_{N,r} \cdot \cos(Az_r^s) + G_{E,r} \cdot \sin(Az_r^s))\} \quad (2.51)$$

$$T_r^s = m_h(El_r^s)Z_{h,r} + m(El_r^s)(Z_{T,r} - Z_{h,r}) \quad (2.52)$$

hvor

$Z_{T,r}$	Totale troposfæreforsinkelsen i senit [meter]	
$Z_{h,r}$		Hydrostatisk troposfæreforsinkelsen i senit [meter]
$m_h(El_r^s)$		Kartleggingsfunksjon for den hydrostatisk delen (mapping funksjon)
$m_v(El_r^s)$		Kartleggingsfunksjon for den våte delen (mapping funksjon)
$G_{N,r}, G_{E,r}$		Gradientene i henholdsvis nord- og østlig retning
Az_r^s		Retningsvinkel mellom mottaker og satellitt (asimut).

Den hydrostatisk forsinkelsen i senit $Z_{h,r}$ gis av Saastamoinen-modellen gitt ved ligning (2.50) med senitvinkel og relativ luftfuktighet satt til $Z = 0$ og $h_{rel} = 0$. Videre er det parametrene $Z_{T,r}$, $G_{N,r}$ og $G_{E,r}$ som eventuelt estimeres i ligningsystemet avhengig av hvilken opsjon som velges (Takasu, 2013, s. 150). Velges «Estimate ZTD» er det kun $Z_{T,r}$ som estimeres og dermed kun én ekstra tilleggsparameter.

For å kunne overføre den troposfæriske forsinkelsen i senit til riktig skrå-avstandsforsinkelse, benyttes det kartleggingsfunksjoner eller «Mapping functions» på engelsk. Det finnes mange ulike kartleggingsfunksjoner som skiller ved blant annet hvordan de modellerer jorden og troposfærelaget. I henhold til figur 2.7 er det δ_{trop} man ønsker å bestemme ved å bruke en kartleggingsfunksjon. Felles for alle de ulike variantene er at de benytter satellittens elevasjonsvinkel til å bestemme den faktiske forplantningsstien til signalet. Som standard bruker RTKLIB kartleggingsfunksjonen «Niel Mapping Function» (NMF).

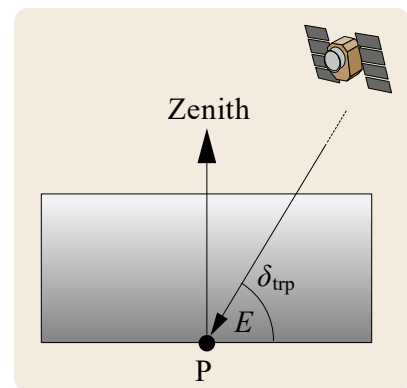


Fig. 2.7: Kartleggingsfunksjon (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.175)

2.4 Flerveis-interferens (multipath)

Flerveis-interferens eller «multipath» på engelsk, er en av de viktigste feilkildene for satellittbaserte navigasjonssystemer. Flerveis-interferens er en betegnelse på indirekte signaler som har blitt reflektert eller bøyd fra bygninger, bakken eller andre fysiske obstruksjoner i området rundt mottakeren. De reflekterte signalene vil interferere med signalene som kommer direkte fra satellitten og forstyrre korrelasjonsprosessen i mottakeren. Forstyrrelsen vil da bidra til feil i de avledede kode- og fasemålingene. Signalet som ankommer mottakeren kan altså være sammensatt av både direkte signaler, som har tatt korteste vei, og indirekte signaler forårsaket av refleksjon, diffraksjon eller en kombinasjon av begge. Dette er godt visualisert i figur 2.8. Med andre ord er dette en feilkilde som avhenger sterkt av lokale forhold.

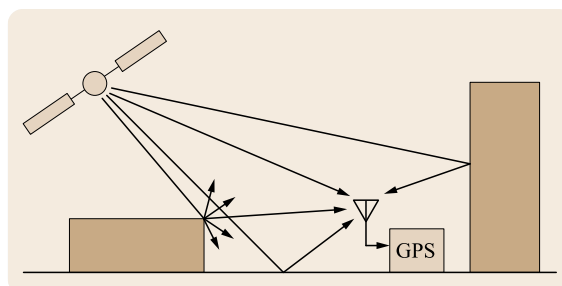


Fig. 2.8: Multipath (Teunissen & Montenbruck, 2017, 445)

Flerveis-interferens opptrer på både kode- og fasemålinger og avhenger av ulike faktorer som eksempelvis signalets chiprate, signalstyrke, modulasjonsteknikk og kvaliteten på mottakeren. Høy chiprate gjør at lengden på hver chip blir kortere. At chip lengden til koden er betraktelig større enn bølgelengden til bærebølgen, er grunnen til at kodemålingene er mye mer utsatt enn fasemålinger. Siden effekten avhenger av lokale forhold i umiddelbar nærhet av stasjonen kan heller ikke effekten modelleres på en god og generell måte. Bruk av mottakere og antenner av høy kvalitet vil imidlertid redusere effekten. Merk også at feilen vil være størst for lave elevasjonsvinkler.

Når det gjelder størrelseorden kan effekten av flerveis-interferens gi en teoretisk feil for kodemålinger opptil 1.5 ganger chip lengden. For eksempelvis C1C-signalet til GPS betyr det hele 450 meter, men vanligvis klarer mottakeren å luke ut de mest ekstreme tilfellen slik at feilen er ofte er mindre enn 3 meter. For fasemålingene er den teoretiske maksimumverdien en kvart bølgelengde som betyr omtrent 5 cm for GPS L1, men vanligvis mindre enn 1 cm (Subirana et al., 2013, s. 77).

Flerveis interferens er heller ikke uproblematisk for differensielle kodemålinger. Dette skyldes at beregningsteknikken eliminerer kun feil som opptrer likt på rover og basestasjon. For differensielle fasemålinger har dette betydning for hvor enkelt faseflertydigheten kan bestemmes. Siden estimatene av flertydigheten baserer seg på kodemålingene innledningsvis, vil dette føre til at søkerommet blir større, og en låsing på riktig heltallsverdi vil følgelig bli mer krevende. Effekten øker også usikkerheten til posisjonsestimater for fasemålinger, selv med FIX (Teunissen & Montenbruck, 2017, 444).

Så hvordan kan effekten av flerveis interferens beregnes? En av metodene er beskrevet i artikkelen «TEQC: The Multi-Purpose Toolkit for GPS/GLONASS data» fra Louis H. Estey og Charles M. Meertens, som ble nevnt under delkapittelet om 2.2 om ionosfæren. Metoden som beskrives her er også den som ligger til grunn for estimatene av flerveis-interferens i rutinen til Bjørn-Eirik.

Repeterer observasjonsligningene for kode- og fasemålinger gitt ved

$$R_i = \rho + c(dt_r + dt_s) + I_i + T + M_i \quad (2.53)$$

$$\Phi_i = \rho + c(dt_r + dt_s) - I_i + T + N_i\lambda_i + m_i \quad (2.28 \text{ tilbakeblikk})$$

hvor

R_i	Kodeobservasjon for frekvens i i enhet [meter]
Φ_i	Faseobservasjon for frekvens i i enhet [meter]
ρ	Geometrisk avstand mellom mottaker og satellitt
λ_i	Bølgelengden til signalet med frekvens i
dt_r	Mottaker-klokkefeil
dt_s	Satellitt-klokkefeil
I_i	Ionosfæreforsinkelsen for frekvens i
T	Ikke-dispersive forsinkelser grunnet atmosfære
M_i	Flerveis interferens for kodeobservasjonene på frekvens i
m_i	Flerveis interferens for faseobservasjonene på frekvens i

Effekten av flerveis-interferens kan kvantifiseres ved å trekke faseobservasjonene fra kodeobservasjonene ($R_i - \Phi_i$), og sette inn uttrykket for ionosfæreforsinkelsen (Estey & Meertens, 1999, s.46)

$$\begin{aligned} R_1 - \Phi_1 &= [\rho + c(dt_r + dt_s) + I_1 + T + M_1] - [\rho + c(dt_r + dt_s) - I_1 + T + N_1\lambda_1 + m_1] \\ &= [I_1 + M_1] - [-I_1 + N_1\lambda_1 + m_1] \\ &= [2I_1 + M_1 - m_1 - N_1\lambda_1] \end{aligned}$$

Setter inn uttrykket for I_1 gitt i ligning (2.32)

$$R_1 - \Phi_1 = 2 \left(\frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{\alpha - 1} - \frac{(m_1 - m_2)}{\alpha - 1} - \frac{(N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2)}{\alpha - 1} \right) + M_1 - m_1 - N_1\lambda_1$$

Modifiserer uttrykket slik at M_1 står alene på venstre side av likhetstegnet

$$\begin{aligned} M_1 &= R_1 - \Phi_1 - \left(2 \left(\frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{\alpha - 1} - \frac{(m_1 - m_2)}{\alpha - 1} - \frac{(N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2)}{\alpha - 1} \right) + M_1 - m_1 - N_1\lambda_1 \right) \\ M_1 &= R_1 - \Phi_1 - 2 \left(\frac{(\Phi_1 - \Phi_2)}{\alpha - 1} \right) + 2 \left(\frac{(m_1 - m_2)}{\alpha - 1} \right) + 2 \left(\frac{(N_1\lambda_1 - N_2\lambda_2)}{\alpha - 1} \right) + m_1 + N_1\lambda_1 \end{aligned}$$

Løser opp resten av parentesene, og samler effekten av flerveis-interferens på fasemålingene m_i og faseflertydighetene i henholdsvis MP_Φ og B

$$M_1 = R_1 - \left(1 + \frac{2}{\alpha - 1} \right) \Phi_1 + \left(\frac{2}{\alpha - 1} \right) \Phi_2 + B + MP_\Phi$$

, der MP_Φ og B er definert som

$$MP_\Phi = m_1 + 2 \left(\frac{m_1 - m_2}{\alpha - 1} \right)$$

$$B = N_1 \lambda_1 + 2 \left(\frac{N_1 \lambda_1 - N_2 \lambda_2}{\alpha - 1} \right)$$

Videre er effekten av flerveis-interferens på fasemålingene betydelig mindre enn for kodemålinger, og kan derfor ses bort i fra (Estey & Meertens, 1999, s.46). På lik linje som ved estimering av ionosfæreforsinkelsen antas det derfor at

$$MP_\Phi \approx 0$$

Biasen B , på norsk oftere omtalt som faseflertydigheten inneholder det ukjente antallet hele bølgelengder mellom mottakere og satellitt for begge signalene, og kan derimot ikke ses bort i fra. Faseflertydighetene vil være konstante så lenge man har kontinuerlige fasemålinger uten brudd. Hvis et fasebrudd oppstår på én eller begge signalene, vil B få en ny verdi. Måten dette håndteres på i rutinen til Bjørn-Eirik, er at hvert kontinuerlige segment med fasemålinger blir redusert med gjennomsnittsverdien av alle estimatene i segmentet. Flertydigheten blir da eliminert. Mange fasebrudd vil derfor gi mange segmenter, og estimatene vil representere variasjonen av flerveis-interferens rundt null (Roald, 2020, s. 32)

Dette medfører at med utgangspunkt i kodemålingene R og fasemålingene Φ kan effekten av flerveis-interferens på signal 1 of 2 beregnes ved

$$MP1 = R_1 - \left(1 + \frac{2}{\alpha - 1} \right) \Phi_1 + \left(\frac{2}{\alpha - 1} \right) \Phi_2 \quad (2.54)$$

$$MP2 = R_2 - \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1} \right) \Phi_1 + \left(\frac{2\alpha}{\alpha - 1} - 1 \right) \Phi_2 \quad (2.55)$$

(Estey & Meertens, 1999, s. 46)

For mer informasjon om flerveis interferens, se (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 443-466).

2.5 Nøyaktighet vs presisjon

I denne avhandlingen vil begrep som nøyaktighet og presisjon bli flittig brukt. I dagligtalen blir ofte disse begrepene brukt om hverandre, men har egentlig forskjellig betydning. Forskjellen fremkommer godt i figur 2.9.

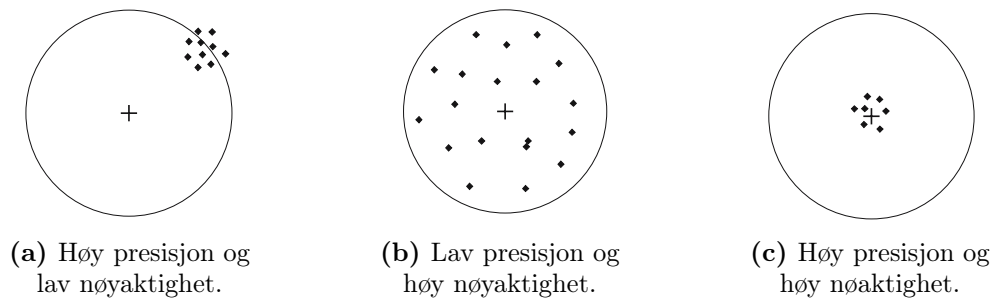


Fig. 2.9: Forskjellen mellom presisjon og nøyaktighet. Hentet fra (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 268).

Presisjon er evnen en måling har til å repetere samme verdi, mens nøyaktighet er hvor godt målingen treffer i forhold til forventningen eller sann verdi. Presisjonen til en måling forteller altså hvor samlet målingene er. Ved høy presisjon er avviket mellom hver måling og middelverdien lite.

For at man skal kunne snakke om nøyaktighet må det først defineres en fasit. Avviket en måling har fra fasit, forteller hvor nøyaktig målingen er. Rent praktisk brukes ofte standardavvik om presisjon og kvadratisk gjennomsnitt for nøyaktighet. Kvadratisk gjennomsnitt er bedre kjent som RMS-verdi, eller «Root Mean Square» på engelsk. Matematisk er det lite som skiller de og uttrykkene er gitt ved

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2.56)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.57)$$

der μ er forventningsverdien til estimatet. I koordinatsammenheng er denne verdien typisk fasitkoordinatene til punktet. Avvikene som beregnes kalles da ofte «sanne feil». Videre er n antall observasjoner og \bar{x} gjennomsnittsverdien til observasjonsstørrelsen x . Siden formelen (2.57) forutsetter at gjennomsnittsverdien beregnes, mistes det én frihetsgrad og det trekkes derfor fra 1.

I denne avhandlingen blir derfor RMS-verdien brukt som et *nøyaktighetsmål* og standardavviket som et *presisjonsmål*, gitt ved henholdsvis ligning (2.56) og (2.57).

2.6 Presis enkeltpunktstedfesting (PPP)

Presis enkeltpunktstedfesting eller «Precise point positioning» (PPP) på engelsk, er en mye brukt metode for absolutt posisjonsbestemmelse. En PPP-løsning benytter udifferensierte kode- og fasemålinger i kombinasjon med presise satellittkoordinater, satellitt-klokkekorreksjoner og forskjellige typer korreksjonsdata. Avhengig av lengen til målesesjonen og kvaliteten på produktene, kan cm-presisjon oppnås. Til forskjell fra relative målinger krever ikke PPP at det måles samtidig

med to mottakere. Metoden er egentlig bare en utvidelse av vanlig absolutt posisjonsbestemmelse i sanntid der kringkasta efemerider, klokkekorreksjoner og korreksjonsdata er byttet ut med presise produkter. Siden en PPP-tilnærming benytter de flertydige fasemålingene kreves det at faseflertydighene for alle satellittene estimeres i ligningsystemet.

Som et resultat av instrumentforsinkelsen i mottakere og satellitter, har ikke faseflertydighetene til udifferensierte fasemålinger integer-egenskaper. Det er kun tilfelle på dobbeltdifferansenivå. Dette medfører at løsningen trenger tid (15 min eller lengre) til å konvergere, og få en så god flyttallsløsning(float) som mulig (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 723).

En oversikt over ulike feilkilder og korreksjoner som er relevante i en PPP-løsning er presentert i tabell 2.14.

Model component		Magnitude	Uncertainty	Notes
Satellite	Center-of-mass position		2.5 cm (GPS)	Interpolated from precise orbit product in standard product 3 (format) (SP3) format with typical sampling of 15 min
	Antenna phase center offset	0.5–3 m	10 cm	Antenna offset vector in spacecraft system (IGS antenna exchange (ANTEX)) and GNSS specific attitude models [25.5,6]
	Phase center variations	5–15 mm (GPS)	0.2–1 mm	IGS ANTEX model [25.5]
	Clock offset	< 1 ms	75 ps, 2 cm (GPS)	Interpolated from precise clock product with typical sampling of 30 s to 5 min
	Relativistic clock effects	10–20 m	–	Eccentricity-dependent effect [25.7,8]
		2 cm	–	J_2 -dependent contribution [25.8]; consistently neglected in current precise GNSS clock products and PPP models
	Differential code biases	up to 15 ns, 5 m	0.1–1 ns	Required biases depend on tracked signals and clock product [25.9,10]
	Fractional phase biases	up to 0.5 cy	0.01 cy	For undifferenced ambiguity resolution [25.11]
Atmosphere	Troposphere (dry)	2.3 m	5 mm	Vertical delay [25.12], up to 10 m larger for low elevations. Models: see, e.g., [25.13, Sect. 9.2], [25.14, 15]
	Troposphere (wet)	up to 0.3 m	up to 100%	Vertical delay [25.12]; estimated due to insufficient a priori models
	Ionosphere (1 st -order)	up to 30 m	– / 1 m	Vertical delay, up to 3 m larger for low elevations. Corrected through ionosphere-free combination (2-freq. PPP) or global ionosphere maps ([25.16]; 1-freq. PPP)
	Ionosphere (higher-order)	0–2 cm	1–2 mm	References [25.17] and [25.13, Sect. 9.4.1]
Site displacement				Corrections for expressing measured positions in a conventional terrestrial reference frame
	Plate motion	up to 0.1 m/y	0.3 mm/y	Reference [25.18]
	Solid Earth tide	up to 0.4 m	1 mm	References [25.19] and [25.13, Sect. 7.1.1]
	Ocean loading (tidal)	1–10 cm	1–2 mm	References [25.13, Sect. 7.1.2], [25.20, 21]
	Ocean loading (nontidal)	up to 15 mm	1 mm	Nonconventional correction; [25.22]
	Pole tide	25 mm	–	Reference [25.13, Sect. 7.1.4]
	Atmospheric loading (tidal)	up to 1.5 mm	–	Reference [25.13, Sect. 7.1.3]
	Atm. loading (nontidal)	up to 20 mm	15%	Nonconventional correction; [25.23]
Receiver	Phase center offset	5–15 cm	–	IGS ANTEX model (conventional values)
	Phase center variations	up to 3 cm	1–2 mm	IGS ANTEX model; [25.24]
Others	Phase wind-up	10 cm	see notes	Wavelength dependent; correction subject to knowledge of satellite/receiver antenna orientation; [25.25, 26]

Tabell 2.14: Oversikt over ulike feilkilder. Merk at verdiene for størrelse og usikkerhet er situasjonsavhengig og er kun tilnærming. (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.727)

2.7 Korreksjonsdata

Observasjonsligningene mellom mottaker r og satellitt s for kode- og faseobservasjoner kan utvides til å omfatte flere feilkilder

$$R = \rho_r^s + \zeta_r^s + c(b_r - b^s) + c(\delta t_r - \delta t^s + \delta t^{rel}) + I_r^s + T_r^s + \epsilon_r^s \quad (2.58)$$

$$\Phi = \rho_r^s + \zeta_r^s + c(b_r - b^s) + c(\delta t_r - \delta t^s + \delta t^{rel}) - I_r^s + T_r^s + \lambda(\omega_r^s + N_r^s) + \epsilon_r^s \quad (2.59)$$

, der ζ_r^s representerer korreksjonen for forskyvningen og variasjonen av fasesentret til antennen. b_r og b^s er instrumentforsinkelsen i henholdsvis mottaker og satellitt, δt^{rel} omfatter både den relativistiske klokkekorreksjonen samt forsinkelsen knyttet til krumningen av rom-tiden $\delta t^{rel} = d_{stc}^{rel} - \delta t_{clk}^{rel}$. Videre er ω_r^s korreksjon for «phase wind-up», som sammen med faseflertydigheten N_r^s skaleres med signalets bølgelengde λ for å få enhet meter. Flerveis-interferens og støyen på kode- og faseobservasjonene er samlet i ϵ_r^s (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 563). De ulike feilkildene er beskrevet nærmere i de kommende delkapitlene.

2.7.1 Antennekorreksjon (ANTEX-filer)

ANTEX er et filformat som inneholder informasjon om antennens fasesenterforskyvning (PCO) og fasesenter variasjon (PCV), for alle satellittene og svært mange mottakere (Dach et al., 2018, s.96). Navnet er et akronym for «ANTenna EXchange format». Filene blir brukt i forbindelse med posisjonsberegning til å korrigere for variasjonener og forskyvninger i antennens fasesenter både for mottaker og satellitt (ζ_r^s i ligning (2.59)). Siden satellittkonstellasjonene endrer seg med tiden, er det viktig å påse at man har den nyeste utgaven.

Korreksjonene gis enten ut av antenneprodusentene eller bestemmes ved at det gjennomføres en antennekalibrering. Kalibreringen kan gjøres både relativt og absolutt. For mer informasjon om kalibreringsteknikker, se (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 574).

Antennekorreksjonsfiler (IGSXX.atx) og GRA-filer blir tilgjengeliggjort av IGS og kan eksempelvis lastes ned fra nettsidene til henholdsvis CDDIS¹ og IGS².

¹https://cddis.nasa.gov/Data_and_Derived_Products/GNSS/GNSS_product_holdings.html

²<https://files.igs.org/pub/station/general/>

2.7.2 Antennens fasesenterforskyvning og variasjon

Antennens fasesenter er punktet hvor energien til et elektromagnetisk signal enten går ut fra eller konvergerer til. Punktet er ikke konstant og varierer med retningen og frekvensen til signalet (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 509). Forskyvningen til fase-sentret (PCO) definerer forskjellen mellom et fysisk punkt på antennen (ARP) og det gjennomsnittlige elektriske fasesentret til antennen (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s.148). Vanligvis er forskyvningen gitt ved tredimensjonale koordinater med ARP som referanse, og siden forskyvningen er frekvensavhengig trenger man et offset for hver frekvens. Fase-sentervariasjonene er avviket mellom det elektriske fasesentret til en enkeltmåling og det gjennomsnittlige fasesentret til antennen og varierer med asimut- og elevasjonsvinkel. Den totale fasesenterkorreksjonen er derfor gitt som en sum av forskyvningen (PCO) og den asimut- og elevasjonsavhengige fasesentervariasjonen (PCV) for både mottaker og satellitt (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 574)

$$\zeta_r^s = \zeta_{PCO}^s + \zeta_{PCO,r} + \zeta_{PCV}^s + \zeta_{PCV,r} \quad (2.60)$$

2.7.3 Phase wind-up

Alle navigasjonssystemene som eksisterer i dag benytter høyrehånds sirkulære polariserte signaler. At de er sirkulært polariserte betyr at den elektriske feltvektoren roterer med en viss vinkelfrekvens når det elektromagnetiske signalet propagerer fra satellitt til mottaker. Se figur 2.11a.

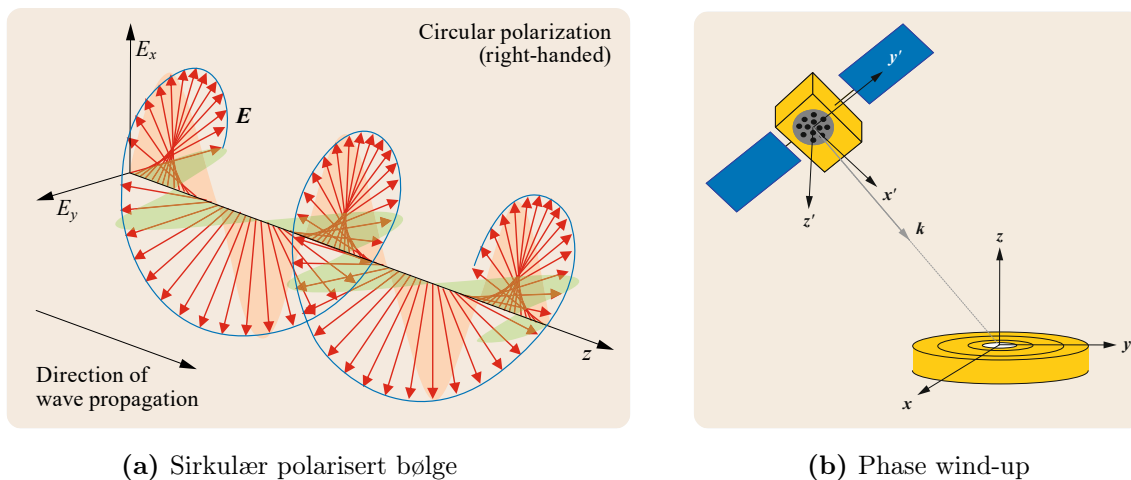


Fig. 2.11: Polariserte bølger og phase wind-up. Hentet fra henholdvis s. 93 og 570 i (Teunissen & Montenbruck, 2017)

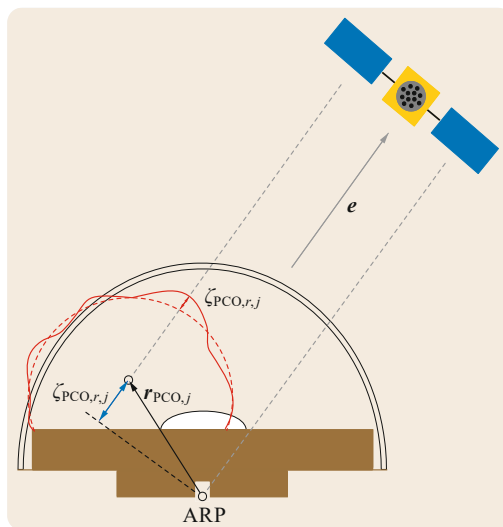


Fig. 2.10: Blå pil angir PCO. Rød heltrukken linje angir PCO i forhold til en referansebølge (striplet linje). (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.573)

Slike bølger består av to dipoler x og y som står vinkelrett på hverandre, og lager en sinuskurve med en relativ faseforskjell på 90° . En relativ rotasjon mellom mottaker og satellitt endrer orienteringen til det elektriske feltet og følgelig den målte faseforskjellen. Endringen i den målte faseforskjellen forårsaket av variasjonen i den relative orienteringen mellom mottaker og satellitt, er effekten som kalles for «phase wind-up». En full relativ rotasjon fører til at den målte faseforskjellen endrer seg med én hel bølgelengde, som medfører at det er signalets bølgelengde som bestemmer hvor stor feil denne effekten kan gi. For L1-signalet til GPS betyr det en maksimal feil på omtrent 19 cm (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 570). I dette tilfellet står mottakeren i ro til enhver tid, og effekten oppstår kun som et resultat av at satellittene vrir på seg.

I henhold til figur 2.11b modellerer RTKLIB effekten ved (Takasu, 2013, s. 175)

$$D = x - k(k \cdot x) + k \times y \quad (2.61)$$

$$D' = x' - k(k \cdot x') - k \times y' \quad (2.62)$$

$$\gamma = k \cdot (D' \times D) \quad (2.63)$$

$$\omega = \text{sign}(\gamma) \cos^{-1} \left(\frac{D' \cdot D}{\|D'\| \|D\|} \right) \quad (2.64)$$

hvor D og D' er dipolvektoren for henholdsvis mottakeren og satellitten. k er enhetsvektoren som peker fra satellitten og til mottakeren og sign er fortegns-funksjonen som kun ekstraherer fortegnet til γ . Merk at notasjonen er forskjellig fra manualen og er lik som i «Handbook of GNSS» for at ligningene samsvarer med figur 2.11b. I tillegg er faseflertydigheten i ligning (2.64) utelatt for enkelhet skyld, men heltallsverdien må ivaretas hvis den relative rotasjonen overstiger 2π (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 570).

2.7.4 Differensielle kodebiaser (DCB)

«Differential Code Bias» eller differensielle kodebiaser på norsk, er systematiske feil (bias) mellom kodemålinger på enten samme eller forskjellig frekvens. Disse biasene er altså tidsforsinkelser som oppstår i både satellitter og mottakere, og er et resultat av svakheter i maskinvaren (hardware). Rent praktisk betyr det at tidspunktet for utsendt signal som satellitten registrerer ikke stemmer helt med det reele tidspunktet. Biasen til satellitten er da forskjellen mellom det registrerte og faktiske tidspunktet. Akkurat det samme gjelder for mottakeren. Biasen til mottakeren er tidsforskjellen mellom tidspunktet da signalet faktisk ankom antennen, og tidspunktet som registreres etter at signalet er demodulert og sendt til fastvaren. Dette er skissert i figur 2.12, som er hentet fra «Bernese GNSS Software Version 5.2» gitt ut av universitet i Bern (Dach et al., 2018, 339).



Fig. 2.12: Illustrasjon av differensiell kodebias

At de kalles «Differensielle»-kodebiaser er et resultat av instrumentbiasene eller kodebiasene som er tilstede for hvert enkelt signal, ikke er mulig å bestemme absolutt. Derfor dannes det differanser mellom de. Eksempelvis har signalene P1 og P2 sine respektive kodebiaser B_{P1} og B_{P2} . Den differensielle kodebiasen mellom P1 og P2 er gitt som differansen mellom kodebiasene

$$B_{P1} - B_{P2} = B_{P1-P2} \quad (2.65)$$

der leddet til høyre for likhetstegnet er den *Differensielle kodebiasen*, ofte forkortet DCB. Videre er de differensielle kodebiasene proporsjonal med parameteren τ_{GD} som ofte kalles «Timing Group Delay» eller gruppeforsinkelsen på norsk. Denne parameteren kringkastes i navigasjonsmeldingen og brukes eksempelvis av én-frekvente mottakere til å korrigere for biasene. Med utgangspunkt i dette eksemplet er denne relasjonen mellom B_{P1-P2} og τ_{GD} gitt ved

$$\tau_{GD} = \frac{1}{1-\gamma} \cdot B_{P1-P2} + B_0, \quad \gamma = (f_1/f_2)^2 \quad (2.66)$$

der B_0 er en vilkårlig forskyvning(offset) som kan ses bort fra i denne sammenhengen(Dach et al., 2018, s.342). Ved å snu på formelen gitt i ligning (2.66) får man et generalisert uttrykk for de differensielle kodebiasene (Teunissen & Montenbruck, 2017, 577).

$$DCB_{S_1-S_2} = \frac{f_{S_1}^2 - f_{S_2}^2}{f_{S_1}^2} \cdot \tau_{GD} \quad (2.67)$$

der $DCB_{S_1-S_2}$ er differensiell kodebias mellom signalene S_1 og S_2 , f_{S_1} og f_{S_2} er frekvensene til henholdsvis S_1 og S_2 , og τ_{GD} er gruppeforsinkelsen.

I anvendelser som presis enkeltpunktstedfesting (PPP) hvor det nyttes udifferensierte målinger, brukes det ofte i stedet egne korreksjonsfiler for de differensielle kodebiasene. CODE er et av IGS sine analysesenter som blant annet jobber med å analysere og beregne differensielle kode-biaser. Disse blir rutinemessig beregnet i forbindelse med monitorering av ionosfæren, og distribuert enten som en del av globale ionosfærekart på IONOX-formatet, eller som helt uavhengige DCB-filer.

Disse systematiske feilene estimeres under antakelsen om at de opptrer som konstante størrelser. Eksempler på biaser mellom kodemålinger på samme frekvens er mellom C1 og P1 eller C2 og P2. For kodemålinger på samme frekvens kalles også ofte biasene for «intra-frequency bias» (innenfor samme frekvens). Biaser mellom kodemålinger på ulike frekvens kan for eksempel være mellom C1 og C2, eller P1 og P2. Disse kalles ofte «Inter-frequency bias» (på tvers av frekvenser).

Her blir det presentert hvordan disse biasene kan beregnes, og baseres på artikkelen (Montenbruck et al., 2014). Sett bort fra flerveis interferens og målestøy, er observasjonsligningen for en enkelt kodeobservasjon gitt ved

$$R = \rho + c(\delta^{rec} - \delta^{sat}) + T + I + B \quad (2.68)$$

der observasjonen kan beskrives som en sum av geometrisk avstand ρ , mottaker-og satellitt-klokkefeilen, ionosfære- og troposfæreforsinkelsen I og T , og biasen B .

Anta to kodeobservasjoner fra to ulike signal S_1 og S_2 på samme satellitt på frekvensene f_{S_1} og f_{S_2} . Ved å finne differansen mellom disse kodemålingene R_{S_1} og R_{S_2} , sitter man kun igjen med

ionosfæreforsinkelsene og biasene. De andre størrelsene blir eliminert under subtraksjonen.

$$\begin{aligned}
R_{S_1} - R_{S_2} &= [\rho + c(\delta t^{rec} - \delta t^{sat}) + \mathcal{F} + I_{S_1} + B_{S_1}] - \\
&\quad [\rho + c(\delta t^{rec} - \delta t^{sat}) + \mathcal{F} + I_{S_2} + B_{S_2}] \\
&= \underbrace{(I_{S_1} - I_{S_2})}_{\Delta I} + \underbrace{(B_{S_1} - B_{S_2})}_{DCB_{S_1-S_2}} \\
&= 40.31 m^3 s^{-2} \left(\frac{1}{f_{S_1}^2} - \frac{1}{f_{S_2}^2} \right) STEC + DCB_{S_1-S_2} \tag{2.69}
\end{aligned}$$

Differansen mellom pseudoavstandene kan altså beskrives som en sum av differansen i ionofæreforsinkelse og kodebiasen mellom signalene S_1 og S_2 . Der STEC «Slant Total Electron Content» ofte er beskrevet som en funksjon av det vertikale elektroninnholdet (VTEC) og elevasjonsvinkelen. Sammenhengen gitt ved

$$STEC = VTEC \cdot m(E) \tag{2.70}$$

der $m(E)$ er en elevasjonsavhengig kartleggingsfunksjon som mapper elektroninnholdet til den aktuelle forplaningsstien til signalene. VTEC estimeres ved hjelp av to-frekvente GNSS-observasjoner fra et globalt nettverk av stasjoner. En mye brukt kartleggingsfunksjon er «Singel-layer», som antar at ionosfæren er et tynt skall med konstant høyde h og er gitt ved

$$m(E) = \frac{1}{\sin(E')} = \frac{1}{\sqrt{1 - \cos^2(E')}} \tag{2.71}$$

, der E' er elevasjonsvinkelen til punktet der signalet treffer/går inn i ionosfæren og forkortes ofte IPP (Ionospheric pierce point). Elevasjonsvinkelen til IPP gitt ved

$$\cos(E') = \frac{R_{\otimes}}{R_{\otimes} + h} \cos(E) \tag{2.72}$$

, der E satellittens elevasjonsvinkel i forhold til mottakeren. Hvordan disse størrelsene henger sammen er presentert i figur 2.13, hentet fra (Montenbruck et al., 2014, 193).

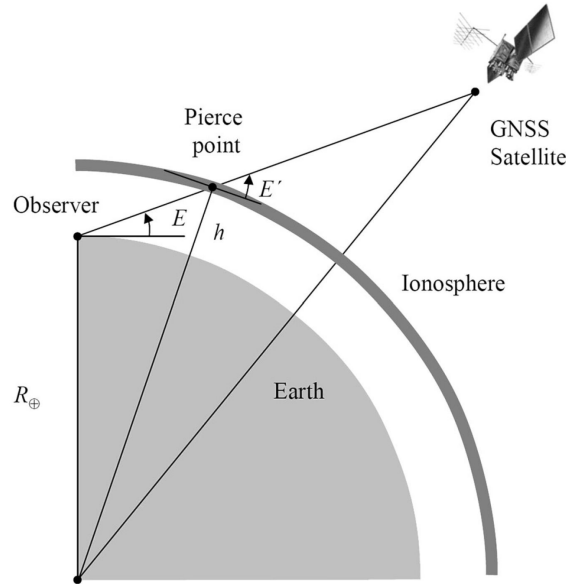


Fig. 2.13: Single layer model

Setter man inn uttrykket for STEC inn i ligning (2.69) får man et uttrykk for ionosfæreforsinkelsen ΔI langs forplantningsstien

$$\Delta I = 40.31 m^3 s^{-2} \left(\frac{1}{f_{S_1}^2} - \frac{1}{f_{S_2}^2} \right) \cdot m(E) \cdot VTEC \quad (2.73)$$

Videre kan de kombinerte differensielle kodebiasene for satellitt og mottaker beregnes for alle stasjonene og satellittene ved å flytte leddet ΔI over på andre siden av likhetstegnet slik at pseudoavstandene korrigeres for ionosfæren. De differensielle kodebiasene er da gitt som en gjennomsnitt av de ionosfærekorrigerede differansene mellom pseudoavstandene

$$DCB_{S_1-S_2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(R_{S_1} - R_{S_1}) - \Delta I]_i \quad (2.74)$$

Den kombinerte effekten av de differensielle kodebiasene gitt ved ligning 2.74 deles videre opp, og beskrives som en sum av en satellittspesifikk del og en mottakerspesifikk del.

$$DCB = DCB^{sat} + DCB^{mot} \quad (2.75)$$

Det bør legges merke til at formelen i ligning (2.75) tar utgangspunkt i at biasene generert i satellitt og mottaker er fullstendig uavhengige. Selv om dette er ikke en helt riktig representasjon av virkeligheten, er det likevel en etablert standard innen analyse av GNSS-biaser (Montenbruck et al., 2014, s. 194).

De individuelle biasene estimeres ved å minimere

$$J = \|z - Ax^{sat} - Bx^{mot}\|^2 \quad (2.76)$$

hvor z er konstantsleddvektoren. x^{sat} og x^{mot} er de ukjente parameterne for n satellitter og m

mottakere gitt ved

$$z = \begin{bmatrix} DCB^1 \\ \vdots \\ DCB^k \end{bmatrix} \quad x^{sat} = \begin{bmatrix} DCB^{sat,1} \\ \vdots \\ DCB^{sat,n} \end{bmatrix} \quad x^{mot} = \begin{bmatrix} DCB^{mot,1} \\ \vdots \\ DCB^{mot,m} \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

der designmatrisene A og B er gitt ved

$$A_{ij} = \frac{\partial z_i}{\partial x_j^{sat}}, \quad B_{ij} = \frac{\partial z_i}{\partial x_j^{mot}} \quad (2.78)$$

For å ta hensyn til at pseudoavstandene har en usikkerhet, inngår det også en vektingsfunksjon i parameterestimeringen. Viktige antagelser som gjøres under estimeringen er at de differensielle kodebiasene er konstante størrelser under den satte perioden, samt at mottakerstøyen og effekten av flerveis interferens har gjennomsnittsverdi lik null over den samme perioden. At kodebiasene opptrer systematisk og konstant over tid, gjør at effekten ikke vil midle seg ut selv om det måles over lang tid.

Som nevnt distribueres estimatene av differensielle kodebiaser for satellittene på et eget korreksjonsformat, og kan lastes ned fra FTP-serveren til universitet i Bern³. En utfordring med dette formatet er at det ikke inkluderer korreksjonsdata for Galileo og BeiDou, kun GPS og GLONASS. Korreksjonsfiler for Galileo og BeiDou distribueres som en del av Multi-GNSS Experiment (MGEX) på et annet format som kalles Bias-SINEX (BSX). Men dette formatet støttes imidlertid ikke av RTKLIB per nå, noe som ble bekreftet av Tomoji Takasu (support). Derfor er det ekstra interessant å vite hvilke signaler som inngår i referansemodulasjonen til de presise klokkekorreksjonene. Dette blir presentert for hvert system under.

GPS

For GPS er det en lineærkombinasjon av $P1W$ og $P2W$ som inngår i referansemodulasjonen for beregning av klokkekorreksjon. At klokkekorreksjonene baserer seg på nettopp denne lineærkombinasjonen, medfører at effekten av kodebiasene for denne signalkombinasjonen allerede er korrigert for i klokkekorreksjonen. Det betyr at i en PPP-beregning hvor presise klokkekorreksjoner brukes i kombinasjon med en ionosfærefri lineærkombinasjon av $P1W$ og $P2W$, blir biasene eliminert.

I praksis betyr dette at en PPP-beregning som kun baseres på P1 og P2, samt ved bruk av en ionosfærefri lineærkombinasjon, blir biasene eliminert og behovet for korreksjonsfiler faller bort. Imidlertid benyttes det ofte andre lineærkombinasjoner også. For å få høy presisjon, må det korrigeres for differensielle kodebiaser mellom signaler som ikke inngår i referansemodulasjonen for klokkekorreksjonene. Dette er spesielt viktig for korte måleperioder der kodemålingene, som et resultat av vektingen i den stokastiske modellen, har betydelig innflytelse på estimatet. Det er her DCB-filene kommer til nytte. Den satellittspesifikke delen håndteres da med korreksjonen fra DCB-filene. Når det gjelder den mottaker-spesifikke delen, er den uavhengig av frekvens for GPS, og havner derfor sammen med estimatet av klokkefeilen.

³<http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE/>

Galileo

For å få en førstehånds kilde på hvilke lineærkombinasjoner som inngår i klokkekorreksjonen for Galileo og BeiDou, ble Peter Steigenberger kontaktet på e-post. Han jobber hos det tekniske universitetet i Munchen, på institutt for astronomisk og fysisk geodesi. Han skriver i e-posten at alle MGEX analysesentrene bruker signalene E1 og E5a til å danne en ionosfærefri lineærkombinasjon, og det blir ikke gjort forskjell på de ulike trackingmodusene (Q og I + Q). Forskjellene i differensiell kodebias mellom E5a-E1, E5b-E1 and E5ab-E1 for alle IOV-satellittene (In-Orbit Validation) er under 0.5 ns. Dette er et resultat av høy kvalitet i signalgenereringen (Montenbruck et al., 2014, s. 199).

Avhengig av kvaliteten på mottakeren, samt hvordan fasemålingene vektet i forhold til kodemålingene, kan nok effekten på signaler som ikke inngår i referansemodulasjonen ofte neglisjeres. I denne oppgaven hvor det måles gjennom en hel dag, vil fasemålingene få såpass høy vekt at det kan kjøres en PPP beregning for Galileo uten DCB filer så lenge det benyttes en ionosfærefri lineærkombinasjon i kombinasjon med presise klokkekorreksjoner. For Galileo vil effekten av DCB på de andre signalene ha liten betydning på grunn av små signalspesifikke effekter samt at kodemålingene vil ha ganske lav innflytelse på estimatet ved så lang observasjonstid.

BeiDou

Videre i e-posten skriver Steigenberger at det er signalene $B1$ og $B3$ som danner grunnlaget for klokkekorreksjonen for BeiDou. På lik linje som Galileo, har BeiDou så små signalspesifikke effekter at virkningen av DCB på tvers av andre signaler, sannsynligvis kan ses bort fra i denne sammenhengen.

GLONASS

Til forskjell fra de andre systemene, har GLONASS også frekvensavhengige effekter i mottakeren. Derfor estimeres ofte samleffekten av satellitt-og mottakerdelen. Dette kan løses ved at effekten estimeres per frekvens-slot, eller for hver satellitt. Hvis effekten estimeres per satellitt, får man typisk en tilleggsukjent per satellitt per dag. Hvor lange tidsrom estimatet skal gjelde for, varierer. Ved bruk av denne metoden bakes både satellitt- og mottakerdelen av biasene inn i samme estimat, slik at det er en slags gjennomsnittseffekt som estimeres.

For GLONASS hadde ikke Steigenberger kjennskap til at det eksisterte noen konvensjoner for hvilke signaler som skulle inngå i referansemodulasjonen.

For å finne ut hvordan dette håndteres i RTKLIB, ble det tatt kontakt med support. Svaret fra mannen bak RTKLIB, Tomoji Takasu, var at dette håndteres rett og slett ved å vekte ned kodeobservasjonene og at nedvektingen skjer på linje 964 i funksjonen «ppp.c».

2.7.5 Jordrotasjon

Ved bruk av jordfaste og jordsentrerte referansesystem som ECEF må det tas hensyn til at jorden roterer mens signalet propagerer fra satellitt til mottaker. Effekten kalles ofte «Sagnac-effekten» og korrigeres for med enten kringkastet modeller eller mere presise data i en etterprosessering. Effekten kan føre til feil opptil 40 meter for GPS og GLONASS og 46 meter for Galileo (Kaplan & J.Hegarty, 2017, s. 643). I RTKLIB blir avstandene korrigeret ved

$$\rho_r^s = \left\| r_r(t_r) - r^s(t_s) \right\| + \frac{\omega_e}{c} (x^s y_r - y^s x_r) \quad (2.79)$$

der c er lysfarten, ρ_r^s er avstanden mellom mottaker og satellitt, r_r og r^s er posisjonsvektoren til mottaker og satellitt og ω_e er jordens rotasjonsvektor (Takasu, 2013, s. 140). Alternativt kan denne korreksjonen gjøres før Kepler-elementene beregnes om til det jordfaste referansesystemet. Da gis Ω_k en tilleggskorreksjon lik produktet av signalets gangtid og $\dot{\Omega}$ (Seeber, 2003, s. 227).

Imidlertid er ikke jordrotasjonen helt konstant. Den varierer som et resultat av tidekreftene fra hovedsakelig sol og måne samt jordssystemets massetransport. Jordrotasjonsparameterne kan avledes på grunnlag av observasjoner fra romgeodetiske teknikker som eksempelvis «Satellite Laser Ranging» (SLR), «Very Long Baseline Interferometry» (VLBI), «Doppler Orbitography integrated by satellite» (DORIS) og GNSS (Steigenberger et al., 2022, s. 3). ERP omfatter polkoordinatene x_p og y_p , som beskriver plasseringen av jordens rotasjonsakse på jordskorpen, samt differansen $\Delta UT1$ mellom jordrotasjonen (UT1) og en atomisk tidsskala (UTC). Jordrotasjonsparameterne er en del av parameterne som beskriver jordens fulle orientering i rommet (EOP) og monitoreres av «International Earth Rotation and Reference Systems Service» (IERS). Disse parameterne inkluderer i tillegg fenomener som polvandring, presesjon og nutasjon og beskriver den fulle transformasjonen mellom ECEF og «Earth-centered inertial» (ECI) (Steigenberger et al., 2022, s. 3).

2.7.6 Tidejord og tidevannets last (OTL)

Som et resultat av at jorden befinner seg i gravitasjonsfeltet til sola og månen har vi tidejord og tidevann. Tidejord er effekten av at tidekreftene trekker på jordskorpen og skaper en horisontal og vertikal bevegelse. Forflytningen i vertikalretningen er størst og ligger rundt 30 cm, mens i horisontalretningen ligger den rundt 5 cm. Effekten av tidejord har både en periodisk og en permanent del, der den permanente deformasjonen er rundt 10 cm og skyldes at jorden befinner seg i gravitasjonsfeltet til enhver tid. Og i motsetning til den periodiske effekten, vil ikke den permanente effekten midle seg ut over lengre måleserier, og bør korrigeres for i en hver PPP-løsning (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 732). RTKLIB håndterer tidejordkorreksjonen etter IERS-konvensjonene fra 1996 (Takasu, 2013, s. 174). For informasjon om hvordan mottakerenes

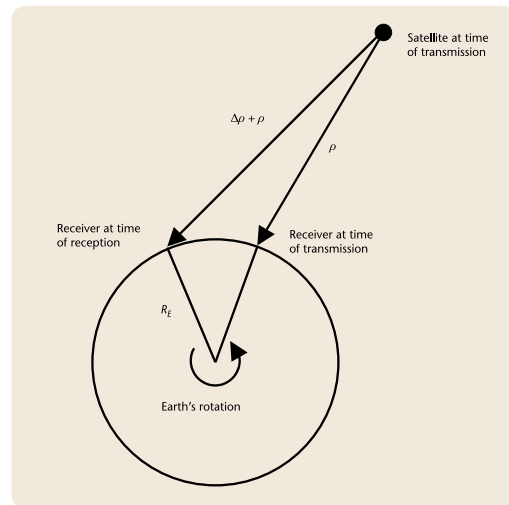


Fig. 2.14: Sagnac-effekten (Kaplan & J.Hegarty, 2017, s.644)

koordinatskift beregnes, se (McCarthy, 1996, s. 61).

Av samme årsak som at jordskorpen beveger seg, vil også gravitasjonskreftene fra solen og månen føre til at vannmassene på jorden flytter på seg. Det er denne regelmessige endringen i vannstanden som kalles tidevann. Vi får høyvann og lavvann, også kalt flo og fjære. Fenomenet fører til store masseforflytninger av vann, og som et resultat av jordskorpens elastisitet, vil vannmassene som flytter seg frem og tilbake midlertidig deformere havbunnen og landområdene nær kysten. Denne periodiske deformeringen av jordskorpen kalles for «tidevannets last» eller «Ocean Tide Loading»(OTL) på engelsk.

I GNSS-sammenheng kan effekten av tidevannets last observeres som forflytninger i både horisontal- og vertikalplanet. Forflytningen kan være opp til 10 cm, og som for tidejord er den størst i vertikalkomponenten. Til forskjell fra tidejords-effekten, har ikke tidevannets last en permanent effekt. Figur 2.15 viser et eksempelplott over komponentvise koordinatskift forårsaket av tidevannets last. Her fremkommer periodisiteten godt, samt at effekten gir et klart størst skift i høydekomponenten (rød kurve).

Effekten kan neglisjeres ved statiske målinger over en hel dag eller hvis mottakeren befinner seg langt unna kystlinjen, da typisk over 1000 km. Derimot for kinematiske målinger i kystnære strøk, og med en ønskelig presisjon på noen cm, må det tas hensyn til tidevannets last (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 733). For tidsserieanalysen i denne avhandlingen, kunne nok korreksjonen av denne effekten vært droppet på grunn av de periodiske egenskapene og den lange observasjonstiden.

Men tatt i betraktning at operahuset ligger helt ved Oslofjorden, samt viktigheten av å påføre de samme korreksjonene som ble brukt for de presise efemeridene, ble korreksjonen likevell tatt med. Matematisk kan forflytningen eller koordinatskiftet Δc forårsaket av tidevannets last beskrives med den harmoniske rekken

$$\Delta c = \sum_{j=1}^{11} A_{cj} \cos(\chi_j(t) - \Phi_{cj}) \quad (2.80)$$

, der hvert ledd i rekkeutviklingen representerer en av de 11 konstituentene knyttet til tidevannet ($M_2, S_2, N_2, K_2, K_1, O_1, P_1, Q_1, M_f, M_m, S_{sa}$). For informasjon om hva de ulike konstituentene representerer, se eksempelvis (NOAA, n.d.). Videre er $\chi(t)$ en tidsavhengig vinkel som består av lineærkombinasjoner av ulike astronomiske argumenter som for eksempel gjennomsnittlig lengdegrad for sol og måne. A_{cj} og Φ_{cj} er stasjonsavhengige parametre for henholdsvis amplitude og fase som beregnes ut fra globale tidevannsmoeller (Teunissen & Montenbruck, 2017, s. 733). Det er disse størrelsene som trengs for å kunne korrigere for tidevannets last i RTKLIB og kan lastes ned fra «Ocean Tide Loading provider» som driftes av det svenske romobservatoriet i Onsala⁴.

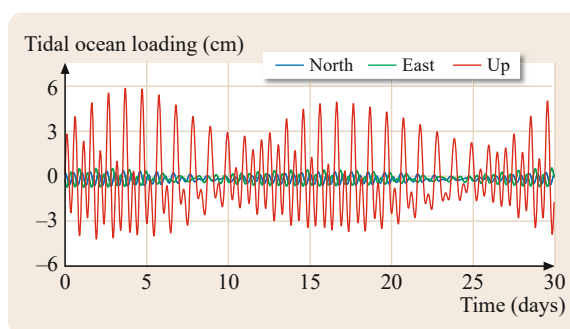


Fig. 2.15: Deformasjoner grunnet OTL på forskningsstasjonen O'Higgins i Antarktis (Teunissen & Montenbruck, 2017, s.987)

⁴<http://holt.oso.chalmers.se/loading/>

2.8 Relativ måleteknikk (baselinje)

En relativ måleteknikk er en teknikk som krever to mottakere som observerer pseudoavstander til de samme satellittene. Der den ene mottakeren har ukjente koordinater, og den andre har kjente koordinater. At målingen er relativ betyr at det er vektoren eller baselinjen mellom mottakerne som bestemmes. Se figur 2.16. Da kan det dannes enkelt-, dobbelt- og trippeldifferanser. Slike differanser kan dannes både av kode- og fasemålinger.

Med utgangspunkt i fasemålinger mellom to mottakere A og B, og til satellitt j og k , har vi fire observasjonsligninger gitt ved

$$\Phi_A^j = \rho_A^j + c\delta t_A - c\delta t^j - I + T + b_A - b^j + \lambda N_A^j \quad (2.81)$$

$$\Phi_A^k = \rho_A^k + c\delta t_A - c\delta t^k - I + T + b_A - b^k + \lambda N_A^k \quad (2.82)$$

$$\Phi_B^j = \rho_B^j + c\delta t_B - c\delta t^j - I + T + b_B - b^j + \lambda N_A^j \quad (2.83)$$

$$\Phi_B^k = \rho_B^k + c\delta t_B - c\delta t^k - I + T + b_B - b^k + \lambda N_A^k \quad (2.84)$$

der b_A og b^j representerer henholdsvis maskinvare-biasen (hardware biasen) til mottaker A og satellitt j (skalert med lysfarten). Merk at «phase wind-up», relativistisk korreksjon, fasesentrets variasjon samt feilleddet som inneholder flerveis-interferens og mottakerstøy er for enkelhets skyld utelatt i disse ligningene. Enkeltdifferansen $\Delta\Phi_{AB}^j$ mellom mottaker A og B og til satellitt j er gitt som

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_{AB}^j &= \Phi_A^j - \Phi_B^j \\ &= \left(\rho_A^j + c\delta t_A - \cancel{c\delta t^j} - I + T + b_A - \cancel{b^j} + \lambda N_A^j \right) - \left(\rho_B^j + c\delta t_B - \cancel{c\delta t^j} - I + T + b_B - \cancel{b^j} + \lambda N_A^j \right) \\ &= \Delta\rho_{AB}^j + c\Delta\delta t_{AB} - \Delta I_{AB}^j + \Delta T_{AB}^j + \Delta b_{AB} + \Delta\lambda N_{AB}^j \end{aligned} \quad (2.85)$$

Her ser man at klokkefeilen og maskinvare-biasen til satellitten er felles i begge ligningene og blir derfor kansellert. Ionosfære- og troposfæreforsinkelsen er også redusert kraftig. I hvor stor grad disse effektene kanselleres avhenger av avstanden mellom mottakerne, og elimineres fullstendig hvis de hadde stått på samme sted.

Det samme gjøres med observasjonene til satellitt k

$$\Delta\Phi_{AB}^k = \Delta\rho_{AB}^k + c\Delta\delta t_{AB} - \Delta I_{AB}^k + \Delta T_{AB}^k + \Delta b_{AB} + \Delta\lambda N_{AB}^k \quad (2.86)$$

Dannes dobbeltdifferanser av ligning (2.85) og (2.86) kanselleres også klokkefeilen og maskinvare-biasen til mottakerne

$$\begin{aligned} \nabla\Delta\Phi_{AB}^{jk} &= \Delta\Phi_{AB}^j - \Delta\Phi_{AB}^k \\ &= \left(\Delta\rho_{AB}^j + \cancel{c\Delta\delta t_{AB}} - \Delta I_{AB}^j + \Delta T_{AB}^j + \cancel{\Delta b_{AB}} + \Delta\lambda N_{AB}^j \right) \\ &\quad - \left(\Delta\rho_{AB}^k + \cancel{c\Delta\delta t_{AB}} - \Delta I_{AB}^k + \Delta T_{AB}^k + \cancel{\Delta b_{AB}} + \Delta\lambda N_{AB}^k \right) \\ &= \nabla\Delta\rho_{AB}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\lambda_{AB}^{jk} \end{aligned} \quad (2.87)$$

Ved at instrumentforsinkelsene er eliminert, vil nå faseflertydighetene ha integer-egenskaper og

en FIX-løsning er mulig. En illustrasjon av relativ måleteknikk er presentert i figur 2.16.

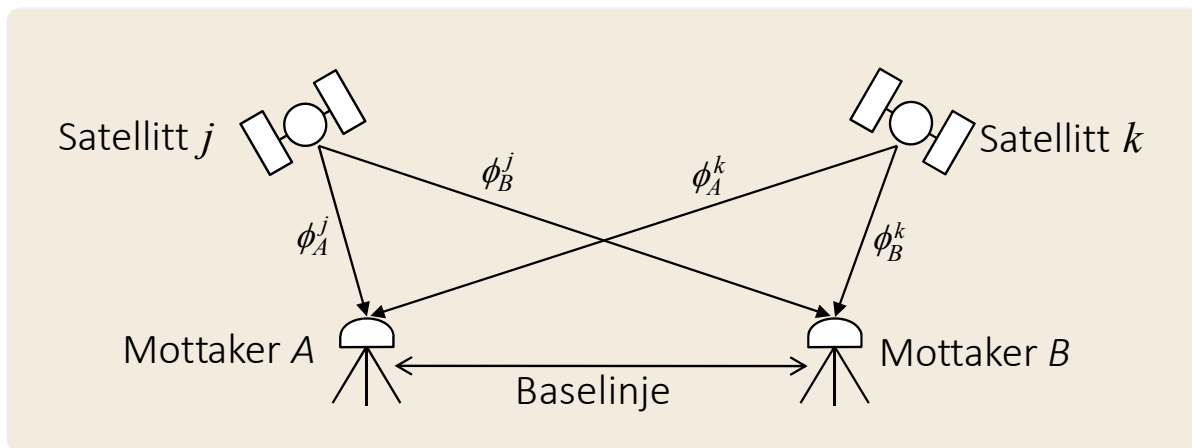


Fig. 2.16: Illustrasjon av relativ posisjonering. Figuren er en modifisering av skissen gitt i (Takasu, 2013, s. 162).

For trippeldifferansene så subtraheres dobbeldifferansene mellom to epoker. Da elimineres faseflertydighetene og man får en egnet størrelse for deteksjon og reparering av fasebrudd. For baselinje-beregningen i denne avhandlingen er avstanden mellom mottakerne såpass stor at det vil være resteffekter av både ionosfære og troposfære selv på dobbeltdifferansenivå. Troposfæreforsinkelsen ble derfor estimert som en tilleggparameter i ligningsystemet og ionosfæren eliminert ved bruk av ionosfærefri lineærkombinasjon.

2.9 RTKLIB

RTKLIB er et gratis program for prosessering av GNSS-data og består av et bibliotek med ulike applikasjoner. Programvaren er utviklet av Tomoji Takasu og har åpen kildekode. I skrivende stund er den nyeste versjonen 2.4.3 b34 og har støtte for alle GNSS-systemene samt observasjoner på flere frekvenser. Applikasjonen som brukes til beregninger er RTKPOST og RNX2RTKP. RNX2RTKP er et rent kommandolinje-basert program og egnert seg derfor godt til å automatisere beregningsprosesser på store datamengder. RTKPOST har derimot et brukergrensesnitt som fjerner behovet for skripting. Beregningene som gjennomføres er imidlertid de samme og gir ut resultatfiler på samme format. Parameterne estimeres ved bruk av et utvidet Kalman-filter (EKF).

I tillegg til applikasjoner for beregninger, inneholder også RTKLIB-biblioteket programvare for konvertering og beskjæring av RINEX-filer. Programmene for konvertering heter «CONVBIN.exe» og «RTKCONV.exe». På lik linje som RTKPOST og RNX2RTKP skiller de seg ved at CONVBIN er kommandolinje-basert og RTKCONV har et brukergrensesnitt. På grunn av muligheten til skripting er det RNX2RTKP og CONVBIN som blir benyttet i denne analysen.

2.10 GNSS_Receiver_QC_2020

GNSS_Receiver_QC_2020 er en Matlabrutine utviklet av Bjørn-Eirik Roald i forbindelse med hans mastergradsoppgave ved NMBU i 2020. Hovedsakelig er programvaren et verktøy for ytelseevaluering av GNSS-mottakere og leser inn observasjonsfiler på RINEX-3 formatet og presise efemerider på sp3-formatet. For interpolering av satellittkoordinatene benyttes et 7.ordens Lagrange polynom. Videre estimeres ionosfæreforsinkelen relativt første epoke ved ligning (2.34) og effekten av flerveis interferens ved ligning (2.54), hvor begge korrigeres for eventuelle fasebrudd. Ved fasebrudd reduseres estimatene for flerveis-interferens med gjennomsnittsverdien til hvert kontinuerlige segment og RMS-verdien for hver satellitt beregnes med formelen (Roald, 2020, s. 44)

$$M_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N_{estimerer}} \sum_{i=1}^{N_{sat}} \sum_{j=1}^{N_{epoker}} M_{ij}^2} \quad (2.88)$$

hvor M_{ij} representerer den estimerte effekten av flerveis-interferens for observasjon j og satellitt i . Programvaren gir ut både uveide og vektete RMS-verdier der de veide RMS-verdiene benytter vektingsfunksjonen (Roald, 2020, s. 44)

$$w = \begin{cases} \frac{1}{4\sin^2\beta} & , \beta < 30^\circ \\ 1 & , \text{ellers} \end{cases} \quad (2.89)$$

der β er satellittens elevasjonsvinkel.

Det benyttes to metoder for deteksjon av fasebrudd. Ionosfæresidualer, altså den tidsderiverte av ionosfæreforsinkelsen, og en kode-fasekombinasjon. Ionofæresidualene er mer sensitiv, men skiller ikke om bruddet skjedde på ett av signalene eller på begge. Selve deteksjonen skjer hvis

endringen i ionosfæreforsinkelsen overgår en satt terskelverdi. Terskelverdien kan bestemmes av brukeren, men i denne avhandlingen ble standardverdien på 4 meter/minutt benyttet. Som også er grenseverdien foreslått i (Estey & Meertens, 1999, s. 46).

Kode-fasekombinasjonen inkluderer kodeobservasjoner og inneholder derfor mer støy og er derav mindre følsom. Fordelen er at den klarer å detektere brudd på én enkelt faseobservasjon. Her ble også standardverdien på 400 meter/minuttet benyttet. Rutinen detekterer også eventuelle hopp i mottakerklokken. For mer informasjon om programvarens virkemåte og struktur, se (Roald, 2020).

2.11 Proj

Proj er et bibliotek for geodetiske transformasjoner som har åpen kildekode og består av ulike kommandolinje applikasjoner (CLI) som gjennomfører både transformasjon mellom kartprosjeksjoner og geodetiske datum (PROJ contributors, 2022). I tillegg har Proj en egen Python-modul som kalles «Pyproj». Det er denne modulen som ble benyttet i denne avhandlingen. Praktisk, siden mye av analysen allerede foregår i Python. På sikt skal Proj ta over for Kartverkets eget transformasjonsprogram «SkTrans».

2.12 InSAR

Interferometrisk syntetisk aperture radar eller «InSAR» er en teknikk som benytter bilder tatt med SAR-satellitter til å bestemme den relative bevegelsen mellom bildene. Syntetisk aperture radar (SAR) er selve instrumentet som skaffer data ved hjelp av en aktiv sensor som sender ut mikrobølger. Mikrobølgene reflekteres når de treffer jordoverflaten og sendes tilbake til satellitten. Sensoren vil da klare å avlede avstanden mellom jorden og satellitten basert på faseforskjellen mellom utsendt og mottatt signal. Samme prinsippet som fasemålinger for GNSS, bare at satellitten både sender og mottar signalet. Et bilde kan konstrueres ved at man har avstandsmålinger av samme punkt fra ulike retninger. Pikselverdien til bildene består av to komponenter. Det er signalets amplitude som i all hovedsak er styrken på det returnerte signalet og avhenger av dermed av refleksjonsevnen til flaten bølgene treffer. Den andre komponenten er mikrobølgens fase og er observasjonen som benyttes til avstandsmåling.

Bakkeoppløsningen er satellittavhengig, og for eksempelvis Sentinel-1 er den omtrent 5x20 meter for henholdsvis øst-vestlig og nord-sørlig retning (NGU, 2022).

Ved å sammenligne to SAR-bilder fra ulike tidspunkt kan man bestemme den relative forflytningen av overflaten med en nøyaktighet på centimeter til millimeter-nivå (NGU, 2022). Det er nettopp denne måle-/beregningsteknikken som kalles InSAR. Forflytningen mellom radarbildene estimeres da ved å bestemme faseforskjellen mellom bildene. Datene prosesseres i mindre områder, typisk på noen kvadratkilometer, hvor hvert område har sitt referansepunkt. Områdene justeres slik at de fleste punktene i området ikke har en bevegelse (0 mm/år). Med andre ord angir estimatene en relativ lokal deformasjon og vil dermed ikke gjenspeile effekter av tektonisk platebevegelse og isostatisk landheving. For mer informasjon om SAR og InSAR, se (NGU, 2022).

Kapittel 3: Metode

Dette kapittelet beskriver metodene som er benyttet i analysen. Programvare som ble benyttet er:

- RTKLIB 2.4.3 b.34 for å kjøre baselinje- og PPP-beregning.
- Matlab R2020b og rutinen «GNSS_Receiver_QC_2020» for å estimere effekten av flerveisinterferens og tilhørende RMS-verdier (Matlabprogrammet er laget av Bjørn-Eirik Roald).
- Python 3.8.8 (Spyder) til automatisering av prosesser, laste ned observasjonsdata og presise korreksjonsdata fra FTP-servere, lese inn data og utføre analyser samt generere figurer og gi ut resultatene som tekst-filer.
- Pyproj til å transeformere koordinater fra ITRF til EUREF89 samt konvertere fra ECEF til UTM sone 32.
- Kryssvalidering av resultatene ble gjort ved hjelp av netjtjenesten «InSAR Norge».

Hver metode blir beskrevet nærmere i de følgende delkapitlene.

3.1 Datagrunnlaget

Analysen i denne avhandlingen er basert på RINEX-data fra en GNSS-mottaker på operahuset. Alle observasjonsfilene ble lastet ned fra Kartverkets arkiv via en FTP-server. En oversikt er presentert i tabell 3.1.

År	Stasjonsnavn	Mottakertype	Antennetype	Datarate	RINEX-versjon
2010	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	2.11
2011	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	2.11
2012	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	2.11
2013	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	2.11
2014	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	2.11
2015	OPEC	Trimble NetR5	TRM55971	1s (1 Hz)	3.04 ¹
2016	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	1s (1 Hz)	3.04
2017	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	1s (1 Hz)	3.04
2018	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	1s (1 Hz)	3.04
2019	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	30s (0.033 Hz)	3.04
2020	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	30s (0.033 Hz)	3.04
2021	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	30s (0.033 Hz)	3.04
2022	OPEC	Trimble NetR9	TRM55971	30s (0.033 Hz)	3.04

Tabell 3.1: Oversikt over datagrunnlaget for basestasjonen på operahuset

¹Mottakeren ble byttet januar 2015, men Kartverket fikk ikke på plass logging av RINEX 3-formatet før 15. mai 2015.

Fra tabell 3.1 er det viktig å merke seg mottakerbytte i 2015 og at antennen er den samme gjennom hele tidsserien. Videre er det i tabell 3.2 presentert en oversikt over programvareendringer i mottakeren.

Stasjonsnavn	Fra	Til	Mottakertype	Programvare	Versjon
OPEC	15.10.2009	28.03.2011	Trimble NetR5	4813K54762	4.03
OPEC	28.03.2011	29.01.2015	Trimble NetR5	4813K54762	4.22
OPEC	29.01.2015	18.06.2015	Trimble NetR9	5423R48819	4.93
OPEC	18.06.2015	30.03.2016	Trimble NetR9	5423R48819	5.01
OPEC	30.03.2016	22.03.2017	Trimble NetR9	5423R48819	5.10
OPEC	22.03.2017	26.10.2017	Trimble NetR9	5423R48819	5.20
OPEC	26.10.2017	31.01.2019	Trimble NetR9	5423R48819	5.30
OPEC	31.01.2019	16.09.2019	Trimble NetR9	5423R48819	5.37
OPEC	16.09.2019	01.11.2019	Trimble NetR9	5423R48819	5.42
OPEC	01.11.2019	30.01.2020	Trimble NetR9	5423R48819	5.43
OPEC	30.01.2020	25.11.2021	Trimble NetR9	5423R48819	5.44
OPEC	25.11.2021	d.d	Trimble NetR9	5423R48819	5.52

Tabell 3.2: Logg over programvare-endringer i mottakeren.

Siden logging av RINEX 3 ikke var på plass før mai 2015 vil estimatene kun bestå av observasjoner fra GPS og GLONASS frem til da. Når det gjelder stasjonskoordinatene til OPEC, gjennomførte Kartverket en reberegning i 2013. Dette medførte til en liten koordinatendring og er tatt hensyn til i beregningene. Koordinatsettene fremkommer i tabell 3.3.

År	X [m]	Y [m]	Z [m]
15.10.2009 - 02.12.2013	3149785.9550	598260.8930	5495348.4880
03.12.2013 - dd.	3149785.9652	598260.8822	5495348.4927

Tabell 3.3: Stasjonskoordinatene til OPEC gitt i EUREF89 (ECEF)

I følge Kartverket ble reberegningen gjennomført på grunn av at den første koordinatløsningen ble beregnet kort tid etter at stasjonen var satt opp. Med et noe tynt datagrunnlag var det derfor hensiktsmessig å kjøre ny beregning basert på en lengre tidsserie med observasjoner. I tillegg var også transformasjonen forbedret.

For de relative beregningene (baselinje) ble det benyttet en mottaker i Ås kommune. I Kartverkets arkiv var det ikke lagret data på denne stasjonen før 2.mai i 2014. Mottakeren i Ås er også en Trimble NetR9 og blir ikke byttet gjennom tidsserien. Antennen som benyttes i Ås er «TRM57971.00» og er dermed forskjellig fra den på operahuset. På grunn av mangelen på data for basestasjonen, vil resultatene være fra 02.05.2014 og utover for de relative målingene.

Valget av basestasjon er gjort på grunnlag av avstand til operahuset, samt et plott over flerveisinterferens gitt fra Kartverket. Valget stod mellom tre ulike mottakere hvor en er lokalisert i Asker, en i Fet og en i Ås. Basert på både avstand og plott over flerveisinterferens, kom mottakeren i Ås best ut. Se figur 3.1.

År	Analysesenter	Epokeintervall	Produkttype
2010	CODE	15 min	Final
2011	CODE	15 min	Final
2012	CODE	15 min	Final
2013	CODE	15 min	Final
2014	CODE	15 min	Final
2015	CODE	15 min	MGEX
2016	CODE	15 min	MGEX
2017	CODE	15 min & 5 min ²	MGEX
2018	CODE	5 min	MGEX
2019	CODE	5 min	MGEX
2020	CODE	5 min	MGEX
2021	CODE	5 min	MGEX
2022	CODE	5 min	MGEX

Tabell 3.5: Oversikt over de presise efemeridene

Videre er de presise satellitt-klokkekorreksjonene presentert i tabell 3.6

År	Analysesenter	Epokeintervall	Produkttype
2010	CODE	30 sek	Final
2011	CODE	30 sek	Final
2012	CODE	30 sek	Final
2013	CODE	30 sek	Final
2014	CODE	30 sek	Final
2015	CODE	5 min	MGEX
2016	CODE	5 min	MGEX
2017	CODE	5 min & 30 sek ³	MGEX
2018	CODE	30 sek	MGEX
2019	CODE	30 sek	MGEX
2020	CODE	30 sek	MGEX
2021	CODE	30 sek	MGEX
2022	CODE	30 sek	MGEX

Tabell 3.6: Oversikt over de presise satellitt-klokkekorreksjonene

3.2 Innhenting av data

Observasjonsfilene ble som nevnt lastet ned fra Kartverkets dataarkiv via en FTP-server. Dataarkivet er imidlertid ikke åpent for alle og det kreves innlogging for å få tilgang. Dataarkivet inneholder både observasjonsfiler og navigasjonsfiler på RINEX-formatet, og nedlastingen ble automatisert i Python.

²SP3-filene fra MGEX gikk over til epokeintervall på 5 min fra og med dag 218 i 2017 (6.august)

³CLK-filene fra MGEX gikk over til epokeintervall på 30 sek fra og med dag 225 i 2017 (13.august)

Presise efemerider, presise satellitt-klokkekorreksjoner og jordrotasjonskorreksjoner ble i all hovedsak lastet ned via FTP serveren til NASA⁴. Nærmere bestemt gjennom «The Crustal Dynamics Data Information System» som er bedre kjent gjennom forkortelsen «CDDIS». CDDIS er en databank for ulike romgeodetiske data som eksempelvis GNSS, VLBI, SLR og lignende, og fungerer som en distribusjonsplattform for eksempelvis IGS (NASA, 2020). Nedlastingen av produktene ble automatisert i Python.

ERP-filene som inneholder korreksjonsdata for jordrotasjonen ble i perioden fra 2010 til 2020 (GPS-uke 2138) lastet ned fra CDDIS og repro 3-arkivet. Repro 3 er en kampanje hvor allerede eksisterende filer forbedres ved at de reanalyseres for tredje gang. På det gjeldende tidspunktet eksisterte det ikke repro 3-data for 2021, og de resterende korreksjonsfilene ble lastet ned fra ftp serveren til BKG⁵. Kun daglige korreksjonsfiler ble benyttet. På grunnlag av manglende repro 3-data for siste del av tidsserien ble verken presise banedata eller klokkekorreksjoner hentet fra dette arkivet. Begrunnelsen for dette er viktigheten av konsekvente valg av produkter når det ses på endringer i lange tidsserier. Det ble derfor kun benyttet produkter fra samme beregningskampanje gitt ut av analysesentret «CODE».

For 2019, 2020 og 2021 manglet det for enkelte dager navigasjonsfiler for GLONASS og BeiDou i arkivet til Kartverket. Selv om presise satellittkoordinater benyttes for både PPP og baselinje, er navigasjonsmeldingen for hvert system obligatorisk i RTKLIB. Derfor ble det lastet ned kringkastet efemerider der data for alle systemene var samlet i en fil for denne perioden. Produktene som ble lastet ned var fra det tyske romsentret, ofte forkortet DLR, og filene starter med «BRD» i CDDIS. Etter hvert ble det også avdekket en feil med navigasjonsmeldingen til Galileo som lå i arkivet til Kartverket. RTKLIB klarte ikke å kjøre beregninger med disse, og det måtte lastes ned nye kringkasta efemerider for Galileo i perioden fra og med 2015 og til og med 2018. Med andre ord så ble alle Galileo-navigasjonsfilene fra arkivet til Kartverket erstattet med navigasjonsfiler fra CDDIS.

Antenne-korreksjonsfiler og korreksjonsfiler for de differensielle kodebiasene ble lastet ned fra henholdsvis CDDIS⁶ og FTP-serveren til universitet i Bern⁷.

Videre ble korreksjonsdata for tidevannets last, eller «Ocean Tide loading (OTL)» lastet ned fra «Ocean Tide Loading provider» som er en nettside som driftes av det svenske romobservatoriet i Onsala⁸. Når det gjelder valg av korreksjonsmodell er det viktig at den samsvarer med korreksjonsmodellen som ble benyttet av analysesentrene i forbindelse med beregningen av efemerideproduktene. Hvilken modell som ble brukt står i hodet på sp3-filen. Se figur 3.2.

⁴<ftp://gdc.cddis.eosdis.nasa.gov/>

⁵<ftp://igs.bkg.bund.de/>

⁶https://cddis.nasa.gov/Data_and_Derived_Products/GNSS/GNSS_product_holdings.html

⁷<http://ftp.aiub.unibe.ch/CODE/>

⁸<http://holt.oso.chalmers.se/loading/>

```

1 #cP2016 1 1 0 0 0.00000000 97 d+d IGB08 FIT AIUB
2 ## 1877 432000.00000000 900.00000000 57388 0.00000000000000
3 + 72 G01G02G03G05G06G07G08G09G10G11G12G13G14G15G16G17G18
4 + G19G20G21G22G23G24G25G26G27G28G29G30G31G32R01R02R03
5 + R04R05R06R07R08R09R10R11R12R13R14R15R16R18R19R20R21
6 + R22R23R24R26E11E12E14E19E22E24E26E30C06C07C08C09C10
7 + C11C12C14J01 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
8 ++ 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4
9 ++ 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5
10 ++ 5 4 4 5 5 4 4 4 5 5 4 4 4 4 4 4 4 4
11 ++ 4 4 4 4 5 5 4 6 4 4 4 5 4 4 4 4 4 4
12 ++ 4 4 4 4 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
13 %c M cc GPS ccc cccc cccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc
14 %c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc
15 %f 1.2500000 1.025000000 0.00000000000 0.000000000000000
16 %f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.000000000000000
17 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
18 %i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
19 /* CODE MGEX ORBIT SOLUTION
20 /* FOR DOY 16001
21 /* INCLUDING ESTIMATED SATELLITE CLOCKS
22 /* PCV:IGS08 OL/AL:FES2004 NONE YN ORB:CoN CLK:CoN
23 * 2016 1 1 0 0 0.00000000
24 PG01 -21550.771035 -14048.751235 -7109.324453 8.014982

```

Fig. 3.2: Figuren viser hodet på en sp3-fil. Ruten viser hvor man finner informasjon om korreksjonsmodell.

Sp3-filene fra CODE byttet korreksjonsmodell i 2020. Derfor ble det benyttet to to ulike korreksjonsmodeller i denne analysen. De er presentert i tabell 3.7.

Dato	Korreksjonsmodell
01.01.2010 - 25.01.2020	FES2004
26.01.2020 - d.d	FES2014b

Tabell 3.7: Tabellen viser når efemerideproduktene skiftet korreksjonsmodell for tidvannets last (OTL).

3.3 Transformere koordinater vha Pyproj i Python

Transformasjonene som ble gjennomført var i forbindelse med PPP-beregningen. Koordinatene som gis ut fra RTKLIB i PPP-løsningen er gitt i ITRF14 og i geosentriske koordinater (ECEF), og stasjonskoordinatene til mottakeren på operahuset er gitt i EUREF89 (ECEF). Transformasjonen ble gjennomført for hver RINEX-fil, som vil si for hver dag i tidsserien. Da ble stasjonskoordinatene transformert fra EUREF89 til ITRF14 for den gjeldende epoken. Avslutningsvis ble både de estimerte koordinatene og stasjonskoordinatene konvertert til UTM sone 32. Dette steget ble også gjennomført for baselinjeberegningen. Bakgrunnen for dette er at koordinater i kartplanet med egen høydekomponent er lettere å tolke enn geosentriske. På grunn av satellittgeometrien er forventningen til presisjon forskjellig i nord-, øst- og høydekomponenten og en slik dekomponering er derfor hensiktsmessig. Det blir også lettere å knytte eventuelle endringer i nøyaktighet opp mot endringer i umiddelbar nærhet av stasjonen.

Under er det presentert en eksempelkode på bruk av Pyproj i Python. Koden viser hvordan man kan transformere fra EUREF89 til ITRF14, konvertere fra kartesiske koordinater til geodetisk bredde og lengde, samt videre konvertering til UTM sone 32.

```
from pyproj import Transformer, transform, Proj

# Definerer transformasjonen fra EUREF89 (EPSG:4936) til ITRF14 (EPSG:7789)
EUREF89_2_ITRF14 = Transformer.from_crs(4936, 7789)
# Gjennomfører transformasjonen for gjeldende epoke (desimalår, eks: 2021.2345)
X_I, Y_I, Z_I, epoch = EUREF89_2_ITRF14.transform(X_E89, Y_E89, Z_E89, current_epoch)

# Definerer parameterne for å ga fra ECEF til breddegrad, lengdegrad og høyde
ECEF2geod = Transformer.from_crs(
    {"proj": 'geocent', "ellps": 'WGS84', "datum": 'WGS84'},
    {"proj": 'latlong', "ellps": 'WGS84', "datum": 'WGS84'},)
# Konverterer fra kartesiske koordinater til geodetisk bredde, lengde og høyde
lon, lat, h = ECEF2geod.transform(X_I, Y_I, Z_I, radians=False)
# Definerer projeksjonsparameterne
UTM_zone32 = Proj("+proj=utm +zone=32 +north +ellps=WGS84 +datum=WGS84
    +units=m +no_defs")
# Konverterer til UTM sone 32
east, north = UTM_zone32(lon, lat)
```

Kodesnutt 3.1: Eksempelkode for transformasjon vha Pyproj og Python

For å oppsummere vil de komponentvise avvikene og RMS-verdiene være beregnet på grunnlag av koordinater gitt i ITRF14 og UTM sone 32 for PPP-løsningen, og EUREF89 og UTM sone 32 for baselinjeberegningen. Høyden er ellipsoidisk for begge løsningene.

3.4 Analyse i observasjonsdomenet (MATLAB)

For analysen i observasjonsdomenet ble rutinen «GNSS Receiver QC 2020» som Bjørn-Eirik Road (NMBU) lagde i forbindelse med sin mastergrad brukt. Den er implementert i Matlab og tar inn observasjonsfiler på RINEX 3-formatet og presise satellittkoordinater på SP3-formatet. Rutinen generer en mappe for hver RINEX-fil, som i dette tilfellet betyr en mappe hver dag. Mappen inneholder ulike plot, en resultatfil på «MAT»-formatet (for import i Matlab), en rapport i form av en tekstfil, samt tre tekstfiler som brukes for å lese inn resultatene i Python. Etter at analysen i Matlab var ferdig, ble resultatene importert i Python for videre analyse og presentasjon. I den forbindelse ble det laget et skript som leser inn resultatfilene for hver dag, og samler estimatene i datastrukturen «DataFrame» (pandas), som er en slags tabellstruktur i Python. For å importere selve CSV-filene i Python, har Bjørn-Eirik laget en egen leserutine som heter «readMatlabResults».

De mest interessante størrelsene for denne avhandlingen er den gjennomsnittlige RMS-verdien for flerveis-interferens, samt en vektet RMS-verdi der satellittenes elevasjonsvinkel inngår i en vektingsfunksjon. Disse RMS-verdiene er basert på et gjennomsnitt av RMS-verdien til alle satellittene. Det ble også hentet ut informasjon om antall observasjoner og estimater per signal, gjennomsnittlig elevasjonsvinkel og antall fasebrudd for hver av kombinasjonene.

Estimatene fra de ulike systemene ble lagret i separate tabeller (DataFrames). Hver tabell inneholdt informasjon om tid i form av desimalår, hvilket system, og RMS-verdier for alle signalkombinasjonene til det aktuelle systemet. Tabellene inneholdt data for hele tidsserien, og danner dermed grunnlaget for beregning av årlige gjennomsnitt for hvert system og for hver signalkombinasjon.

Signalkombinasjonene som ble brukt for å beregne effekten av flerveis-interferens er presentert for alle fire systemene i tabell 3.8. Merk at det er det første signalet gitt i kombinasjonen som effekten av flerveis-interferens beregnes på (kodeobservasjonen). Eksempelvis gjelder estimatene for C1C for første kombinasjon for GPS (C1C-L1C-L2W).

System	Kombinasjon 1	Kombinasjon 2	Kombinasjon 3	Kombinasjon 4
GPS	C1C-L1C-L2W	C2W-L2W-L1C	C2X-L2X-L1C	C5X-L5X-L1C
GLONASS	C1C-L1C-L2P	C1P-L1P-L2P	C2P-L2P-L1C	C2C-L2C-L1C
Galileo	C1X-L1X-L8X	C5X-L5X-L1X	C7X-L7X-L1X	C8X-L8X-L1X
BeiDou	C2X-L2X-L6X	C6X-L6X-L2X	C7X-L7X-L2X	N/A

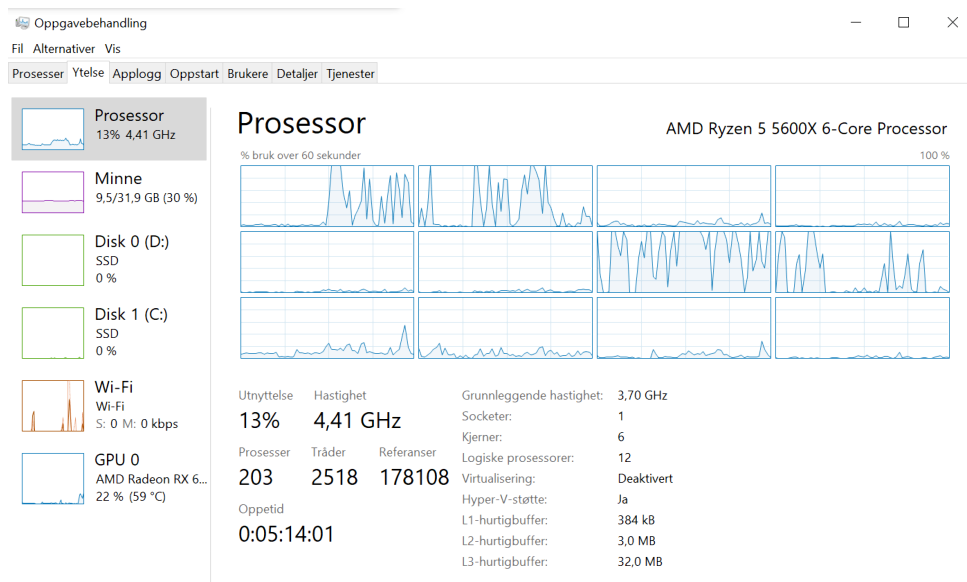
Tabell 3.8: Oversikt over hvilke signalkombinasjoner som er benyttet i analysen.

Feil på satellitter, mottakere eller ved konverteringsprosesser vil forplante seg, og kan føre til feil estimat. For å sikre et så solid datagrunnlag som mulig, ble det derfor gjennomført et slags grovfeilsøk. For hver signalkombinasjon ble standardavviket og gjennomsnittet til RMS-verdiene beregnet. Hvis differansen til gjennomsnittet var større enn 3 ganger standardavviket fikk det aktuelle estimatet status som ekstremverdi eller utligger (outlier).

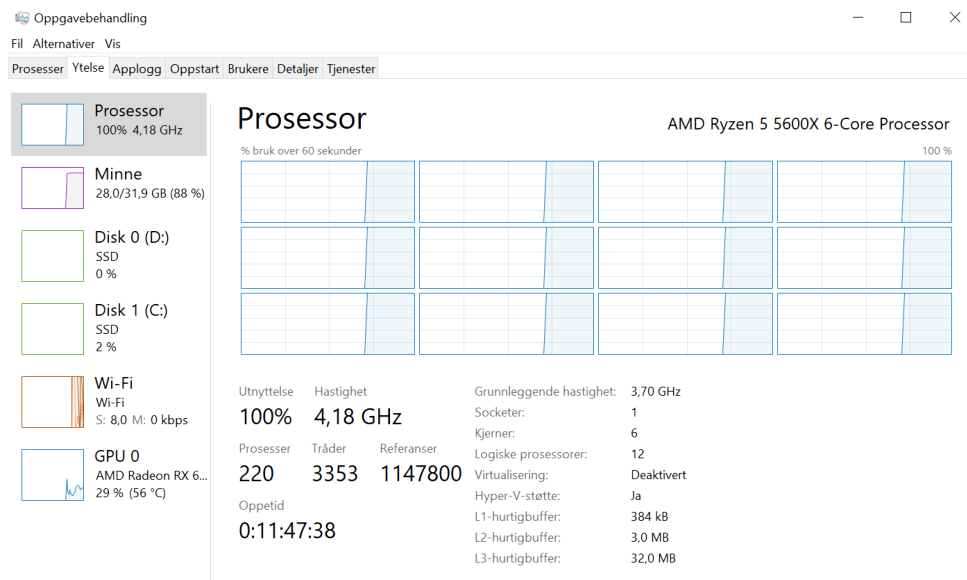
Dette er en etablert metode for enkel filtrering av store avvik og kalles ofte den «Empiriske regelen» eller «68–95–99.7»-regelen. Metoden antar normalfordeling og verdiene «68–95–99.7» angir

andelen i prosent som ligger innenfor henholdsvis ett, to og tre standardavvik fra middelværdien. Sannsynligheten for at en observasjon ligger innenfor tre standardavvik fra gjennomsnittet, er derfor 99.7%, under antagelsen om at datasettet følger en normalfordeling. Med andre ord vil 0.3% av observasjonene ligge utenfor $\pm 3\sigma$ fra gjennomsnittet i et datasett med tilfeldige normalfordelte feil (Ghilani, 2018, s. 50). For mer informasjon om tilfeldige feil og sannsynlighetsfordelinger, se kapittel 3 i (Ghilani, 2018, s. 39-55).

Beregningene som gjøres i rutinen til Bjørn-Eirik er ganske tidkrevende. Spesielt å lese inn RINEX-filer tar ganske lang tid. På grunn av stor variasjon i filenes struktur må Matlab lese gjennom mye tomrom. Strukturen i SP3 formatet er konsekvent og dermed vil en leserutine klare å lese inn data mye kjappere. En annen faktor som sinker prosesseringstiden, er at Matlab i utgangspunktet ikke klarer å utnytte alle prosessorkjernene til datamaskinen. Dette kan ses ved å åpne oppgavebehandling på en datamaskin som kjører Windows som operativ system. Kun et fåtall av kjernene vil være «aktiverte». For å effektivisere prosesseringstiden ble det derfor laget et Python-skript som benytter multiprosessering til å kjøre en Matlab-funksjon som henter data og kjører rutinen. På det viset kan man kjøre analysen på flere år samtidig, og utnytte hele datamaskinens prosessorkapasitet. Forskjellen i ressursbruk mellom og prosessere fil for fil i forhold til parallellprosessering fremkommer i figur 3.3.



(a) Uten bruk av parallellprosessering



(b) Med bruk av parallellprosessering

Fig. 3.3: Viser forskjellen i ressursbruk med og uten parallellprosessering

Datamaskinen som ble brukt i denne oppgaven har en CPU fra AMD med totalt 6 kjerner. I senere tid har prosessorprodusenter som Intel og AMD har begynt med det som kalles «multithreading» på sine prosessorkjerner. Dette fører til at prosessoren kan simulere at den har dobbelt så mange kjerner. I dette tilfellet gir det totalt 12 logiske kjerner(tråder). Selv om en prosessor har flere kjerner er det fortsatt mange programmer som ikke klarer å utnytte dette potensialet til å fordele belastningen. Som figur 3.3a viser, benyttes kun 4 av totalt 12 logiske kjerner når filer kjøres enkeltvis. I figur 3.3b ser man derimot at alle de logiske kjernene er aktiverte, og prosessoren utnyttes til det maksimale. Processorbruken ligger da tett opp mot 100% til enhver tid. Denne løsningen vil selvsagt ikke være like effektiv som om Matlab hadde innebygd funksjonalitet for parallellprosessering, men reduserer likevel prosesseringstiden betraktelig. Merk at det eksisterer en modul som tillater parallellprosessering i Matlab også. Den heter «Parallel Computing

Toolbox», men modulen stiller rigide krav til hvordan koden designes.

Koden for å kjøre multiprocessing av matlabfunksjonen «run_matlab_analysis» i python er presentert i kodesnutt 3.2.

```
import subprocess
from multiprocessing import Process

def run_matlab_analysis(year, outputdir):
    default_args = ('matlab -nosplash -nodesktop -r "run_multipath_analysis')
    func_args     = " ".join([year, outputdir, "'"])
    arguments     = " ".join([default_args, func_args])
    subprocess.run(arguments)
    return

if __name__ == "__main__":
    years        = ['2010', '2011', '2012', '2013', '2014', '2015',
                    '2016', '2017', '2018', '2019', '2020', '2021', '2022']
    outputdir    = r'D:\Data\MATLAB\Resultater_test'
    procs        = []
    proc         = Process(target=run_matlab_analysis)
    procs.append(proc)
    proc.start()

    # Starter prosessene med argumenter
    for year in years:
        proc = Process(target=run_matlab_analysis, args=(year, outputdir)) #
        procs.append(proc)
        proc.start()
    # Fullfører prosessene
    for proc in procs:
        proc.join()
```

Kodesnutt 3.2: Python-kode for parallellprosessering av matlabfunksjon

Selv ved bruk av parallellprosessering var disse beregningene tidkrevende. Å kverne gjennom 12 år med RINEX-data tok omtrent fem døgn med kontinuerlig prosessering.

Avslutningsvis ble det også beregnet lineære trendlinjer basert på de vektete RMS-verdiene. For å tallfeste hvor god regresjonsmodellen er, ble r^2 beregnet for hver signalkombinasjon. Tallverdien forteller hvor stor andel av variasjonen i datasettet som forklares av modellen. En verdi på $r^2 = 0.81$ betyr at 81 % av variasjonen forklares ved en lineær sammenheng (Løvås, 2018, s. 297). I denne analysen ble funksjonen «r2_score» brukt, som er en del av Pythonmodulen «sklearn.metrics». Matematisk er den definert som

$$r^2(y, \hat{y}) = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (3.1)$$

, der y_i og \hat{y}_i er henholdsvis sann verdi fra datasettet og predikert verdi. Videre er $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ gjennomsnittet av sann verdi, og $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2$ er feilkvadratsummen (Scikit-learn, 2022).

3.4.1 Konvertere fra RINEX 2.11 til 3.04

Fra 1.januar 2010 og til og med 14.mai 2015 består datagrunnlaget av RINEX-filer på 2.11 formatet. Rutinen til Bjørn-Eirik krever imidlertid RINEX versjon 3. All data i denne perioden ble derfor konvertert fra 2.11 til 3.04 ved hjelp av «CONVBIN» som er et kommandolinjebasert program i RTKLIB-biblioteket. Samme program ble også benyttet for å beskjære RINEX-filene fra 1 Hz datarate til 30-sekundsdata (0.333 Hz), der hensikten var å spare prosesseringstid. Dette ble gjort for alle RINEX-filene, uavhengig av format. Datarate på 1 Hz er uansett ikke nødvendig for å fange opp endringer i effekten av flerveis interferens. Konvertering- og beskjæringsprosessen ble automatisert i Python.

3.4.2 Frekvenskanalene til GLONASS

RINEX-filene måtte modifiseres ytterligere før de kunne kjøres gjennom rutinen til Bjørn-Eirik. GLONASS benytter som kjent FDMA som signalseperasjon slik at hver satellitt har sin unike frekvens. Hvilken kanal hver satellitt har, kan legges i hodet på RINEX-filen, og er obligatorisk i rutinen til Bjørn-Eirik. De aller fleste filene manglet denne informasjonen, så det ble derfor laget en Python-funksjon, «add_FCN_to_RINEX_Header», som gikk gjennom alle RINEX-filene og la til informasjon om k-numrene i hodet på filen. Se kodesnutt 3.3.

Disse k-numrene kan forandre seg som et resultat av endringer i satellittkonstellasjonen, men å finne historiske data på dette var ikke helt enkelt. Heldigvis var det ikke mange satellitter som endret frekvens-kanal gjennom tidsserien, men noen var det. Fremgangsmåten for å løse dette ble derfor å prøve seg frem med ulike nummer for å finne riktig verdi for de aktuelle satellittene. Dette er en tidkrevende, men uproblematisk prosess siden feil nummer vil gi estimater for flerveis-interferens som helt åpenbart er feil. RMS-verdien vil være i størrelsesorden noen tusen meter.

Skriptet som konverterer og beskjærer RINEX-filene gjør et funksjonskall til denne funksjonen og informasjonen ble dermed lagt til i hodet på RINEX-filene under samme prosess.

```

def add_FCN_to_RINEX_Header(path, file):
    import os
    os.chdir(path)
    # Strengene som skal legges til i hodet på RINEX-filen
    glo_string_1 = ' 24 R01  1 R02 -4 R03  5 R04  6 R05  1 R06
                    -4 R07  5 R08  6 GLONASS SLOT / FRQ # \n '
    glo_string_2 = '   R09 -2 R10 -7 R11  0 R12 -1 R13 -2 R14 -7
                    R15  0 R16 -1 GLONASS SLOT / FRQ # \n'
    glo_string_3 = '   R17  4 R18 -3 R19  3 R20  2 R21  4 R22 -3
                    R23  3 R24  2 GLONASS SLOT / FRQ # \n'

    full_path = os.path.join(path, file)
    with open(full_path, "r") as f:
        contents = f.readlines()
    index = contents.index('  0
                            GLONASS SLOT / FRQ #\n')
    del contents[index]
    contents.insert(index, glo_string_1)
    contents.insert(index+1, glo_string_2)
    contents.insert(index+2, glo_string_3)

    # Skriver endringene til filen
    print('Adding header to "%s"... \n' % (file))
    with open(full_path, "w") as f:
        contents = "".join(contents)
        f.write(contents)
    return

```

Kodesnutt 3.3: Python-kode for å legge til frekvenskanal-numrene i hodet på en RINEX-fil.

Merk at dette bare er en eksempelkode. Koden som faktisk ble brukt er lik, men lengre siden den tar hensyn til at numrene kan endre seg med tiden.

3.5 RTKLIB

Både det kommandolinjebaserte programmet RNX2RTKP og GUI-utgaven RTKPOST hadde en bug i leserutinen for SP3-filer (RTKLIB 2.4.3 b34). Hvis antall satellitter i de presise efemeridene oversteg 99 ble ikke alle satellittene lest inn, og skyldes at hodet på SP3-filen ikke blir lest inn riktig. Bugen har nummer 152 i listen over kjente problemer på RTKLIB sin nettside for support (Takasu, 2021). For å få lest inn alle satellittene måtte det gjøres en endring på linje 91 i kildekoden til funksjonen «preceph.c». Følgende endringer ble gjort:

```
ns=(int)str2num(buff,4,2);
```

→

```
ns=(int)str2num(buff,3,3);
```

Kodesnutt 3.4: Original kode

Kodesnutt 3.5: Ny kode

For å implementere endringene av kildekoden, måtte RTKPOST og RNX2RTKP recompileres til en ny exe-fil. I henhold til instruksen gitt i manualen til RTKLIB, ble programmet «C++ builder 10.4» benyttet. For informasjon om hvordan applikasjonene i RTKLIB kan recompileres, se (Takasu, 2013, s.87).

For å automatisere beregningsprosessene i RTKLIB, ble det laget et Python-skript for PPP-beregningen og et for baselinjeberegningen. Skriptene har lik oppbygning, og henter nødvendig data som er lagret på ulike steder på harddisken, og kopiere de i en felles midlertidig mappe hvor beregningene kjøres fra. På grunn av de store datamengdene er alle filene lagret i komprimert format. RNX2RTKP krever imidlertid at alle filene pakkes ut før prosessering. Utpakkingen skjer ved at det gjøres et kall på programmet «gzip.exe» som følger med RTKLIB-biblioteket. Videre kjøres RNX2RTKP ved hjelp av en modul i Python som heter «subprocess». De ulike parameterne som eksempelvis elevasjonsgrense, datarate og filnavn settes på samme vis som om programmet hadde blitt kjørt i kommandovinduet i Windows. Hvordan dette skal gjøres står beskrevet i manualen til RTKLIB.

Resultatet av prosesseringen gis ut i form av en pos-fil som inneholder selve posisjonsestimaterne, en debug-trace fil og en state-fil som kan brukes til plotting i etterkant. Debug-trace filene ble brukt aktivt for å forsikre at kombinasjonen av filer var riktig, og at de ulike korreksjonene faktisk ble påført. For å fange opp eventuelle forskjeller og endringer i nøyaktighet, ble det kjørt beregninger for alle systemene separat. Det ble også beregnet en løsning hvor alle systemene var inkludert, en såkalt multi-GNSS-løsning.

For videre analyse ble det laget et nytt Python-skript som leser inn resultatfilene gitt på RTKLIB sitt pos-format. Dette skriptet gjennomfører et enkelt grovfeilsøk, beregner årlige gjennomsnitt, RMS-verdier og andre relevante størrelser. Prosedyren for grovfeilsøket er lik som i observasjonsdomenet, men terskelverdien ble satt til fire ganger standardavviket i stedet for tre. En grenseverdi på 4σ var mer passende for analysen i koordinatdomenet. Videre lagres resultatene lagres i form av ulike plott og tabeller på tekstformatet. I rutinen som analyserer PPP-løsningen blir det også gjennomført en geodetisk transformasjon av stasjonskoordinatene for hver enkelt pos-fil. Transformasjonen er fra den statiske referanserammen EUREF89, og til den dynamiske referanserammen ITRF14 for den gjeldende epoken. Transformasjonen ble gjennomført ved bruk av Pyproj som er Python-modulen av Proj.

På samme vis som i observasjonsdomenet ble det beregnet lineære trendlinjer basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene fra PPP- og baselinjeberegningen. Som nevnt er effekten av flerveisinterferens sterkt avhengig av satellittenes elevasjonsvinkel. Derfor ble det kjørt beregning med både 10 og 0 graders elevasjonsgrense for både PPP og baselinjeberegningen.

3.5.1 PPP

Når det gjelder valg av innstillinger er de viktigste vist i figur 3.4. Figuren viser konfigurasjonsfilen for GPS lastet inn i RTKPOST, og er kun for presentasjon av innstillingene. Konfigurasjonsfilen ble brukt i RNX2RTKP under selve beregningsprosessen.

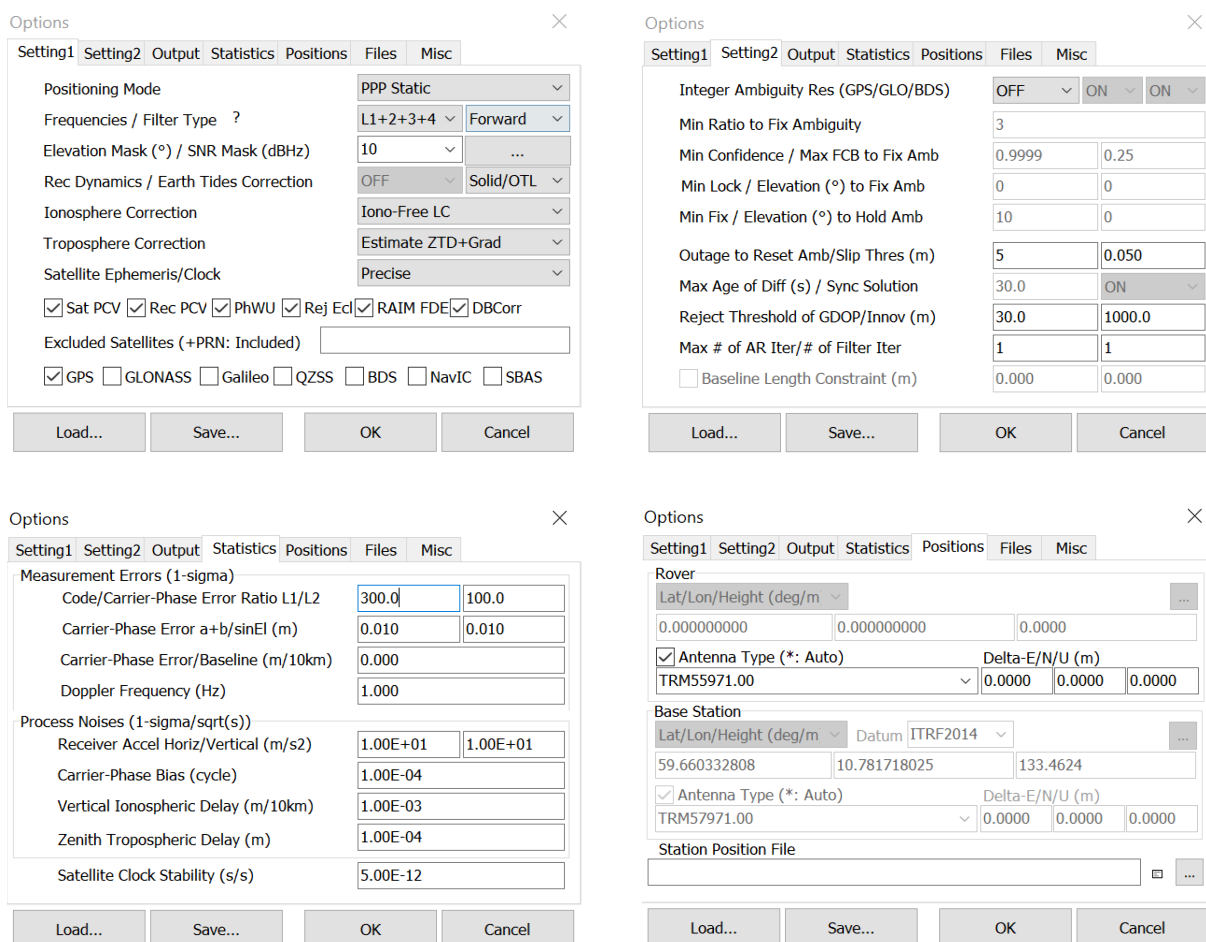


Fig. 3.4: Viser de viktigste opsjonene for PPP.

Korreksjonsfiler for jordrotasjonen (ERP) og differensielle kodebiaser (DCB) ble lagt til ved at det ble generert en ny konfigurasjonsfil med oppdaterte stier for hver dag i tidsserien. Grunnen til at det gjøres slik er fordi disse korreksjonsfilene ikke kan spesifiseres i «kommandovinduet» på samme måte som for eksempel satellitt-klokkekorreksjonene. Stiene kan kun settes i konfigurasjonsfilen. Videre ble også antenne-korreksjonsfilen (IGS14.atx) og korreksjonsfilen for tidevannets last lagt til i konfigurasjonsfilen, men de trenger ikke og oppdateres for hver dag.

For i størst mulig grad redusere påvirkningen fra troposfæren, ble både troposfæreforsinkelsen i senit og gradientparameterne estimert i ligningsystemet. Videre ble a priori standardavvik på faseobservasjonene justert opp fra standardverdien på 0.003 meter til 0.010 meter. I tillegg ble også feilforholdet til kode- og fasemålingene økt fra 100 til 300. Forholdet mellom standardavvikene er dermed 1:300, og har betydning for hvor stor innflytelse kode og fasemålingene har på estimatet. Til forskjell fra de andre systemene ble a priori standardavvik for faseobservasjonene til GLONASS justert opp til 0.05meter for at ikke så mange epoker skulle plukkes ut som utligere. Disse justeringene er et resultat av mye testing med ulike verdier, og innstillingene vist i figur 3.4 var de som ga best resultat i dette tilfellet.

3.5.2 Baselinje

Innledningsvis ble det forsøkt å få FIX-løsning i baselinjeberegningen. Etter hvert ble det avdekket at RKTLIB hadde problemer med å bestemme faseflertydigheten ved bruk av ionosfærefri lineærkombinasjon. Svært få epoker hadde FIX, og nøyaktigheten var på flere cm. Deretter ble bruk av kringkasta ionosfærekorreksjon testet. Antallet epoker som hadde FIX økte betraktelig, men på grunn av avstanden mellom mottakerne ble den differensielle ionosfæren for stor til at millimeter presisjon kunne oppnås. Løsningen ble derfor å benytte ionosfærefri-lineærkombinasjon å kjøre en ren flyttalsløsning (float) i stedet. Først da ble nøyaktigheten innenfor hva man kan forvente av relative målinger. Ved så lange observasjonstider som i dette tilfellet, klarer lignings-systemet å akkumulere nok geometri til at forskjellen mellom en FIX- og floatløsning uansett er liten.

Oppsettet er vist i figur 3.5. Figuren viser konfigurasjonsfilen for GPS lastet inn i RTKPOST, og er kun for presentasjon av innstillingene. For å sikre så høy nøyaktighet så mulig, ble det benyttet presise efemerider i denne beregningen også. Til forskjell fra PPP-løsningen, ble troposfæreforsinkelsen kun estimert i senit. De horisontale gradientene ble ikke tatt med for å stramme opp geometrien ytterligere. Mye av troposfærepåvirkningen blir uansett eliminert ved relative målinger og bidraget fra differensiert horisontal troposfære er nok uansett minimalt for en baselinje på 27 km.

The figure displays four screenshots of the RTKPOST software options dialog box, arranged in a 2x2 grid. Each screenshot shows a different tab of the 'Options' dialog, which is titled 'Options' and has a close button (X) in the top right corner. The tabs are 'Setting1', 'Setting2', 'Output', 'Statistics', 'Positions', 'Files', and 'Misc'. The 'Misc' tab (top-left) shows 'Positioning Mode' set to 'Static', 'Frequencies / Filter Type' as 'L1+2+3+4', 'Elevation Mask' as '10', and various correction options like 'Sat PCV', 'Rec PCV', 'PhWU', 'Rej Ed', 'RAIM FDE', and 'DBCORR' checked. The 'Integer Ambiguity' tab (top-right) shows 'Integer Ambiguity Res' set to 'OFF', 'Min Ratio to Fix Ambiguity' as '3', and 'Min Confidence / Max FCB to Fix Amb' as '0.9999 / 0.25'. The 'Measurement Errors' tab (bottom-left) shows 'Code/Carrier-Phase Error Ratio L1/L2' as '100.0 / 100.0', 'Carrier-Phase Error a+b/sinEl' as '0.005 / 0.005', and 'Process Noises' for 'Receiver Accel Horiz/Vertical' as '1.00E+00 / 1.00E+00'. The 'Rover' and 'Base Station' tabs (bottom-right) show 'Rover' and 'Base Station' coordinates and 'Antenna Type' set to 'Auto' for both.

Fig. 3.5: Viser de viktigste opsjonene for beregning av baselinje.

I denne beregningen ble a priori standardavvik på fasemålingene satt til 0.005 meter for alle systemene. Den relative løsningen hadde ikke samme utfordring som PPP-løsningen der mange observasjoner ble plukket ut som utliggere. Feilforholdet ble satt til 100. Den eneste korreksjonsfilen som ble inkludert i baselinjebergningen, var korreksjon for tidevannets last (OTL).

3.5.3 Feilforplantning av det estimerte standardavviket i RTKLIB

Formatet på posisjonsløsningen i RTKLIB ble satt til ECEF og derfor vil også de estimerte standardavvikene være gitt for X, Y og Z. For å transformere standardavvikene fra ECEF til et lokal-toposentrisk koordinatsystem kan man benytte den generelle feilforplantningsloven. Den fullstendige kovariansmatrisen kan rekonstrueres basert på informasjonen RTKLIB gir ut i resultatfilen. I pos-filen er denne informasjonen gitt som sdx , sdz , $sdxy$, sdz , $sdyz$ og $sdzx$. De tre første størrelsene er estimert standardavvik for henholdsvis X, Y og Z. Disse kvadreres og legges langs diagonalen til kovariansmatrisen. De tre andre størrelsene er relatert til kovariansen. I henhold til manualen er absoluttverdien til $sdxy$, $sdyz$ og $sdzx$ lik kvadratroten av absoluttverdien til kovariansene XY, YZ og ZX og fortegnet representerer fortegnet til kovariansen. For å få kovariansen må derfor disse parameterne også kvadreres, men da er det viktig at fortegnet bevares. Hvis ikke vil alle kovariansene få positivt fortegn.

Rent programmeringsteknisk kan dette løses på flere måter, men i dette tilfellet ble fortegnet til $sdxy$, $sdyz$ og $sdzx$ ekstrahert ved hjelp av Python-funksjonen «numpy.sign». Funksjonen gir ut enten verdien 1 eller -1, avhengig av fortegnet til variabelen. Deretter ble $sdxy$, $sdyz$ og $sdzx$ kvadrert. Kovariansene er dermed gitt som produktet av de kvadrerte størrelsene og «sign»-funksjonen, og den fulle kovariansmatrisen Σ er følgelig gitt ved

$$\Sigma = \begin{bmatrix} sdx^2 & sign(sdxy) \cdot sdxy^2 & sign(sdzx) \cdot sdzx^2 \\ sign(sdxy) \cdot sdxy^2 & sdy^2 & sign(sdyz) \cdot sdyz^2 \\ sign(sdzx) \cdot sdzx^2 & sign(sdyz) \cdot sdyz^2 & sdz^2 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Standardavvikene i det lokal-toposentriske systemet ENU bestemmes ved å benytte den generelle feilforplantningsloven (Ghilani, 2018, s. 100)

$$\Sigma' = M \Sigma M^T \quad (3.3)$$

der M er rotasjonsmatrisen som transformerer koordinatene fra ECEF til ENU og er gitt ved

$$M = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\cos \lambda \sin \varphi & -\sin \lambda \sin \varphi & \cos \varphi \\ \cos \lambda \cos \varphi & \sin \lambda \cos \varphi & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

hvor φ og λ er henholdsvis mottakerens bredde- og lengdegrad. Standardavviket til øst-, nord- og høydekomponenten er da kvadratroten av diagonalelementene til Σ' .

3.6 Kryssvalidering

For å kryssvalidere resultatene opp mot en uavhengig kilde, stod valget mellom InSAR og LiDAR. Valget ble da InSAR på grunn av teknikkens evne til å fange opp små endringer over tid med høy temporær oppløsning. Norges Geologiske Undersøkelse (NGU) drifter en nettsjeneste som heter «InSAR Norge» som tilbyr radardata helt tilbake til 2008⁹. For å undersøke om det har skjedd en nedsynking av operahuset, ble denne tjenesten benyttet. Den er lett å bruke og beregner flere ulike størrelser som eksempelvis gjennomsnittlig bevegelseshastighet og trendlinjer. Estimatenes ble basert på et gjennomsnitt av flere punkter ved bruk av polygonverktøyet. Tatt i betraktning at SAR har ganske stor usikkerhet i horisontalplanet er det viktig å benytte punkter som ikke ligger for nærme ytterkantene av huset. Punkter langs randen kan være bakkepunkter selv om de er lokalisert på taket i kartet. Analysen ble gjort på grunnlag av datasettene «Radarsat-2» (Descending, Oslofjord area) og Sentinel-1 (Decending-2). «Decending» betyr at målingene er gjennomført når satellitten beveger seg fra nord mot sør, altså er i en «synkende bane». Retningen på satellitten vil ha betydning for fortegnet til den eventuelle registrerte bevegelsen.

⁹<https://insar.ngu.no/>

Kapittel 4: Resultater

4.1 Analysen i observasjonsdomenet

Resultatet av analysen i observasjonsdomenet er presentert for hvert enkelt system i form av tabeller og plot. Resultatet av grovfeilsøket er presentert i tabell 4.1. Samme prosedyre ble også gjennomført for de midlede elevasjonsvinklene, der antall fjernede utliggere n_{ut} er presentert på nederste rad av tabell 4.2.

Antall ekstremverdier	Signalkombinasjon				Antall ekstremverdier	Signalkombinasjon			
	1	2	3	4		1	2	3	4
GPS	23	15	15	9	GPS	26	20	54	11
GLONASS	62	19	39	21	GLONASS	23	5	11	4
Galileo	45	26	33	34	Galileo	61	55	65	64
BeiDou	10	1	10	N/A	BeiDou	3	2	4	N/A

(a) Vektet med elevasjonsvinkel

(b) Ikke vektet med elevasjonsvinkel

Tabell 4.1: Tabellen viser en oversikt over antall fjernede ekstremverdier per signalkombinasjon for hvert system (outliers). Se tabell 3.8 for forklaring av de ulike kombinasjonene.

Årlig gjennomsnitt for hvert system, samt antall ekstremverdier n_{ut} plukket ut, er presentert i tabell 4.2. Som tabell 4.2 viser, er elevasjonsvinklene relativt konstante, men endrer seg litt som et resultat av at satellittkonstellasjonene forandrer seg. Ser også virkningen av at GLONASS har høyere inklinasjonsvinkel enn de andre systemene.

Videre ble det også hentet ut informasjon om antall observasjoner per signal, antall estimer, samt antall fasebrudd. Gjennomsnittlig elevasjonsvinkel og antall observasjoner ble plottet som funksjon av tid og fremkommer i figur 4.1. Dette er relevant informasjon når man skal sammenligne ulike signaler og systemer. Viktig å merke seg at antall operative Galileo-satellitter er betydelige lavere enn for de andre systemene på tidspunktet mottakeren ble byttet. Økningen i antall observasjoner fremkommer godt i figur 4.1, og flater ikke ut før i slutten av 2019.

At konstellasjonen til Galileo og BeiDou stadig har vært i endring er nok også årsaken til at gjennomsnittlig elevasjonsvinkel varierer i større grad enn for GPS og GLONASS.

År	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
2010	36.6052	38.2909	NaN	NaN
2011	36.7911	38.3486	NaN	NaN
2012	36.7283	38.3445	NaN	NaN
2013	36.7320	38.3697	NaN	NaN
2014	35.4902	37.5799	NaN	NaN
2015	35.9036	37.9481	35.5324	31.3571
2016	36.0613	38.3774	35.3584	31.4663
2017	35.3013	37.6568	34.9365	31.0253
2018	35.7038	37.6975	35.3677	30.9667
2019	35.7543	37.7360	35.3175	30.8390
2020	35.8333	37.9906	35.2664	30.8012
2021	35.6484	38.1952	35.4650	33.1517
2022	35.4931	38.3665	35.8773	33.8520
n_{ut}	33	33	42	16

Tabell 4.2: Årsgjennomsnitt av elevasjonsvinkelen til de ulike satellittkonstellasjonene og antall fjernede ekstremverdier.

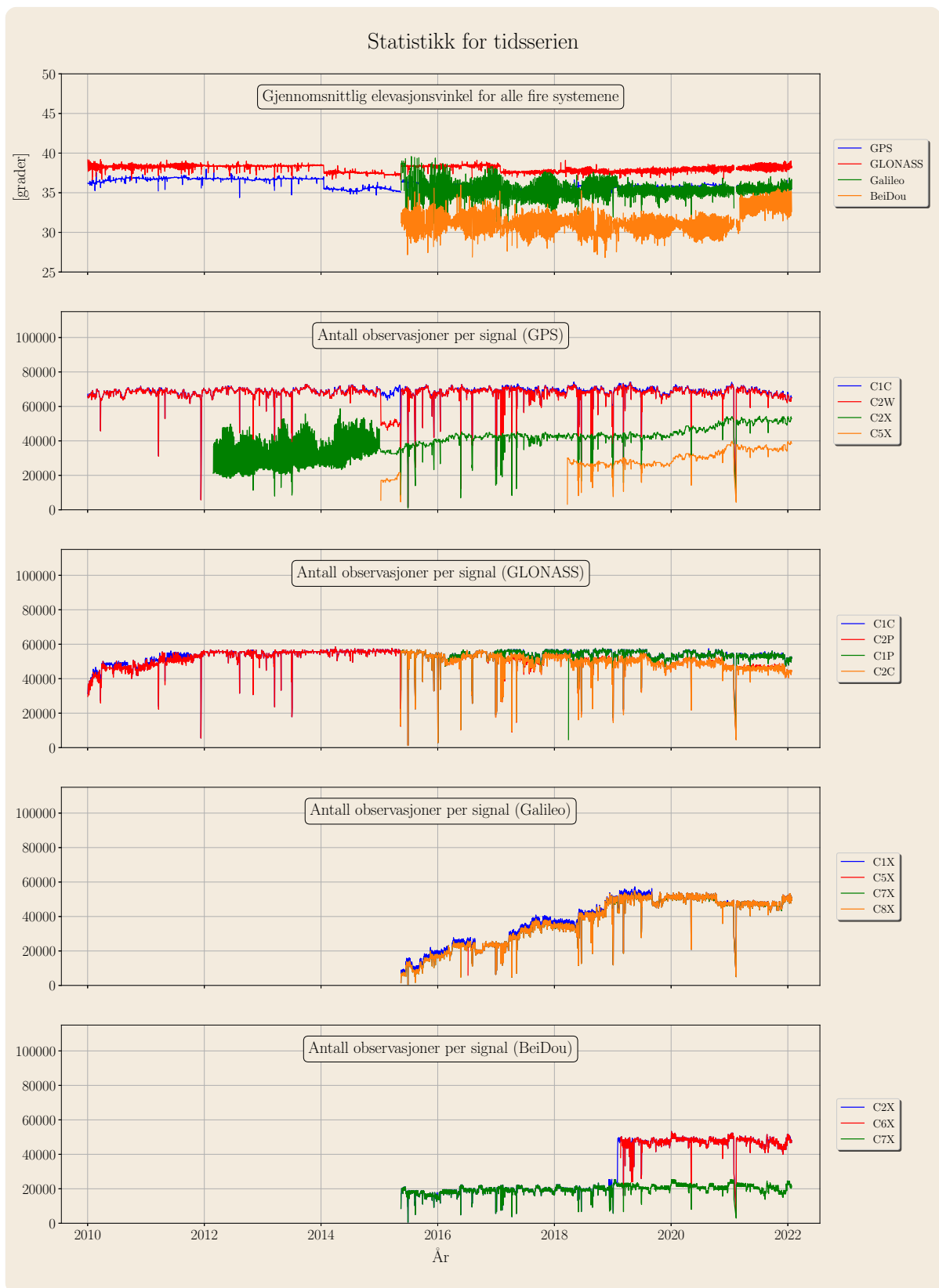


Fig. 4.1: Gjennomsnittlig elevasjonsvinkel, samt antall observasjoner for hvert signal og for hvert system (per dag).

Andre interessante observasjoner fra figur 4.1 er at antall C2X-observasjoner for GPS varierer mye i perioden før mottakeren byttes og at antall observasjoner av C2X for BeiDou gjør et

sprang i 2019. Ut i fra observasjonsfilene ser det ut som mottakeren startet å logge BeiDou-3 samt signalet C6X i slutten av januar 2019 og er nok nyttet til mottakeroppdateringen som skjedde på dette tidspunktet.

Hvor mange observasjoner hvert signal har i gjennomsnitt per dag, er gitt i tabell 4.3

År	C1C	C2W	C2X	C5X	År	C1C	C2P	C1P	C2C
2010	67953.7	67760.7	NaN	NaN	2010	45825.6	44260.8	NaN	NaN
2011	67446.6	67226.5	NaN	NaN	2011	52176.1	50609.3	NaN	NaN
2012	68982.5	68808.4	29781.2	NaN	2012	54629.8	54594.7	NaN	NaN
2013	68315.6	68147.8	31874.0	NaN	2013	54519.5	54472.7	NaN	NaN
2014	69050.1	68673.0	36211.8	NaN	2014	55653.5	55605.6	NaN	NaN
2015	67292.7	60897.3	35559.5	17521.5	2015	54089.9	54030.7	53380.7	52924.3
2016	68620.8	68378.9	41811.8	NaN	2016	52833.9	51937.3	52829.7	51986.3
2017	68494.7	67843.2	41835.0	NaN	2017	53821.7	50440.6	53759.8	50768.5
2018	68543.2	67824.2	42253.1	26281.2	2018	54604.2	50489.5	54358.2	50063.1
2019	69259.0	68530.0	42615.1	26915.9	2019	53525.4	49539.4	53440.1	49200.3
2020	68773.4	68199.5	47248.6	31536.0	2020	53938.1	49105.0	53824.8	48882.2
2021	68352.0	67816.7	51493.1	35749.9	2021	52869.9	46014.6	52720.1	45569.4
2022	64819.3	64377.0	52266.5	38585.1	2022	50851.9	43831.9	50785.4	43753.6

(a) GPS					(b) GLONASS			
År	C1X	C5X	C7X	C8X	År	C2X	C6X	C7X
2010	NaN	NaN	NaN	NaN	2010	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN	NaN	2011	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN	NaN	2012	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN	NaN	2013	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN	NaN	2014	NaN	NaN	NaN
2015	13782.3	NaN	11697.8	11697.9	2015	16890.3	NaN	16870.9
2016	22382.5	21739.9	21153.3	21154.8	2016	18529.9	NaN	18528.1
2017	31982.0	30290.3	30268.3	30312.7	2017	19108.2	NaN	19082.3
2018	39860.4	38445.0	38414.5	38469.5	2018	19590.6	NaN	19349.2
2019	51084.5	49712.3	49640.7	49749.6	2019	44556.2	46126.6	21012.3
2020	50241.7	50165.7	50116.0	50198.0	2020	47852.8	47803.2	21178.7
2021	47191.7	47101.9	47073.1	47149.2	2021	47066.8	47026.8	20505.0
2022	50647.6	50589.2	50573.4	50607.2	2022	48931.2	48777.9	22415.3

(c) Galileo					(d) BeiDou			
-------------	--	--	--	--	------------	--	--	--

Tabell 4.3: Antall observasjoner i gjennomsnitt per signal. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale antallet observasjoner per dag.

Antall estimater av flerveis-interferens for hver signalkombinasjon er presentert i tabell 4.4. Merk at antallet estimater vil være betydelig lavere enn antall observasjoner. Dette skyldes at estimatene forutsetter at alle tre signalene er logget for samme epoke. Hvis for eksempel én av faseobservasjonene mangler, vil det ikke kunne estimeres en verdi. I tillegg er disse verdiene med utgangspunkt i uveide estimater, slik at eventuelle mangler i de presise efemeridene vil ikke synes i disse verdiene.

År	C1C	C2W	C2X	C5X	År	C1C	C2P	C1P	C2C
2010	28627.6	28625.3	NaN	NaN	2010	19398.8	19394.9	NaN	NaN
2011	28430.4	28427.8	NaN	NaN	2011	22175.0	22177.5	NaN	NaN
2012	29091.4	29088.6	60.9	NaN	2012	24136.9	24137.7	NaN	NaN
2013	28870.4	28867.2	89.6	NaN	2013	24109.2	24103.6	NaN	NaN
2014	29623.0	29618.6	182.2	NaN	2014	24887.8	24877.8	NaN	NaN
2015	26519.8	26515.5	12841.4	7977.7	2015	24295.1	24163.5	23836.1	23529.3
2016	29322.3	29319.9	18112.7	NaN	2016	23055.7	22803.7	23052.9	23053.0
2017	29512.5	29508.8	18405.3	NaN	2017	22604.1	21927.7	22600.4	22521.1
2018	29325.9	29318.1	18436.6	11478.8	2018	22442.2	22420.7	22356.3	22029.9
2019	29491.5	29484.4	18609.4	11649	2019	22179.8	22166.0	22159.7	21879.0
2020	29651.5	29647.1	20709.7	13803	2020	21891.4	21878.6	21835.0	21657.3
2021	29466.5	29460.3	22668.0	15726.9	2021	20339.1	20322.4	20276.4	20036.4
2022	28397.0	28389.1	22884.1	15915.7	2022	19305.8	19290.9	19261.1	19068.4

(a) GPS

År	C1X	C5X	C7X	C8X	År	C2X	C6X	C7X
2010	NaN	NaN	NaN	NaN	2010	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN	NaN	2011	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN	NaN	2012	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN	NaN	2013	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN	NaN	2014	NaN	NaN	NaN
2015	5315.3	NaN	5326.2	5323.0	2015	9332.3	NaN	9441.5
2016	9824.4	10222.3	9829.5	9821.1	2016	10003.5	NaN	10170.4
2017	14196.7	14185.8	14135.6	14211.9	2017	10569.4	NaN	10550.7
2018	17706.9	17708.4	17658.2	17739.6	2018	10341.8	NaN	10340.5
2019	22785.3	23198.7	23149.1	23231.6	2019	21285.7	22665.4	11173.8
2020	23462.3	23477.2	23415.3	23514.9	2020	23173.5	23123.6	10859.3
2021	22265.9	22246.5	22211.1	22279.4	2021	23169.1	23123.1	10936.2
2022	23222.3	23134.0	23186.3	23170.5	2022	24144.8	24126.8	11927.3

(c) Galileo

(d) BeiDou

Tabell 4.4: Antall estimater av flerveis-interferens i gjennomsnitt per signal. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale antallet estimater per dag.

Videre er antall detekterte fasebrudd for hver signalkombinasjon presentert for hvert system. Merk at antallet brudd referer seg til brudd i faseobservasjonen på samme bærebølge som koden. Første signalkombinasjon for GPS er eksempelvis en kombinasjon av signalene C1C-L1C-L2W. Antall brudd som oppgis for denne kombinasjonen har skjedd på L1C.

År	C1C (%)	C2W(%)	C2X(%)	C5X(%)	År	C1C (%)	C2P(%)	C1P(%)	C2C(%)
2010	37.4 (0.55)	135.4 (2.00)	NaN	NaN	2010	3.5 (0.08)	37.4 (0.84)	NaN	NaN
2011	42.5 (0.63)	132.1 (1.96)	NaN	NaN	2011	4.3 (0.08)	43.4 (0.86)	NaN	NaN
2012	6.2 (0.09)	131.7 (1.91)	22.7 (0.76)	NaN	2012	0.7 (0.01)	37.4 (0.68)	NaN	NaN
2013	0.0 (0.00)	133.4 (1.96)	34.7 (1.09)	NaN	2013	0.0 (0.00)	34.6 (0.64)	NaN	NaN
2014	0.1 (0.00)	200.6 (2.92)	69.4 (1.92)	NaN	2014	0.2 (0.00)	74.5 (1.34)	NaN	NaN
2015	0.3 (0.00)	140.4 (2.31)	37.7 (1.06)	30.4 (1.74)	2015	0.9 (0.02)	92.7 (1.72)	1.9 (0.04)	40.5 (0.77)
2016	0.3 (0.00)	187.0 (2.73)	27.3 (0.65)	NaN	2016	1.2 (0.02)	114.3 (2.20)	3.4 (0.06)	56.4 (1.08)
2017	32.8 (0.48)	244.6 (3.61)	94.6 (2.26)	NaN	2017	2.8 (0.05)	157.0 (3.11)	28.0 (0.52)	117.8 (2.32)
2018	54.5 (0.80)	250.6 (3.69)	111.0 (2.63)	13.1 (0.50)	2018	2.7 (0.05)	146.2 (2.90)	40.1 (0.74)	126.5 (2.53)
2019	46.6 (0.67)	231.8 (3.38)	94.9 (2.23)	14.9 (0.55)	2019	1.6 (0.03)	104.6 (2.11)	36.8 (0.69)	101.7 (2.07)
2020	0.5 (0.01)	154.6 (2.27)	92.9 (1.97)	11.6 (0.37)	2020	0.6 (0.01)	77.1 (1.57)	39.4 (0.73)	94.6 (1.93)
2021	0.5 (0.01)	159.4 (2.35)	95.9 (1.86)	17.5 (0.49)	2021	0.6 (0.01)	84.0 (1.83)	39.4 (0.75)	87.3 (1.92)
2022	0.9 (0.01)	175.1 (2.72)	95.4 (1.83)	18.5 (0.48)	2022	0.7 (0.01)	64.7 (1.48)	31.5 (0.62)	75.0 (1.71)

(a) GPS

(b) GLONASS

År	C1X (%)	C5X(%)	C7X(%)	C8X(%)
2010	NaN	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN	NaN
2015	0.0 (0.00)	NaN	3.3 (0.28)	3.2 (0.27)
2016	0.2 (0.01)	8.2 (0.38)	8.5 (0.40)	8.4 (0.40)
2017	0.0 (0.00)	18.6 (0.61)	26.5 (0.88)	12.5 (0.41)
2018	0.7 (0.02)	25.9 (0.67)	34.3 (0.89)	18.3 (0.48)
2019	0.0 (0.00)	27.1 (0.55)	37.7 (0.76)	19.2 (0.39)
2020	0.1 (0.00)	27.9 (0.56)	37.8 (0.76)	19.4 (0.39)
2021	0.0 (0.00)	26.0 (0.55)	34.1 (0.72)	18.4 (0.39)
2022	0.1 (0.00)	27.4 (0.54)	34.0 (0.67)	19.8 (0.39)

(c) Galileo

År	C2X (%)	C6X(%)	C7X(%)
2010	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN
2015	0.1 (0.01)	NaN	35.2 (2.09)
2016	0.1 (0.00)	NaN	37.8 (2.04)
2017	28.5 (1.49)	NaN	42.6 (2.23)
2018	38.5 (1.96)	NaN	152.2 (7.87)
2019	3.0 (0.07)	195.0 (4.23)	168.8 (8.04)
2020	0.1 (0.00)	255.8 (5.35)	226.0 (10.67)
2021	0.0 (0.00)	228.9 (4.87)	208.4 (10.16)
2022	0.0 (0.00)	31.0 (0.64)	24.0 (1.07)

(d) BeiDou

Tabell 4.5: Antall fasebrudd i gjennomsnitt for hver enkelt signalkombinasjon. Gjennomsnittet er beregnet ut i fra det totale daglige antallet fasebrudd. Relativt antall brudd er i forhold til antall observasjoner gitt i tabell 4.3.

Relativt antall brudd er i forhold til antall observasjoner gitt i tabell 4.3. Det kan imidlertid diskuteres om det hadde vært mer rimelig og oppgitt antall brudd i forhold til antall estimer i stedet. Merk at antall fasebrudd på for første signalkombinasjon er urealistisk lavt for enkelte år.

4.1.1 GPS

Estimerte RMS-verdier for signalene til GPS er presentert i tabell 4.6. Både RMS-verdier vektet med satellittenes elevasjonsvinkel og uveide estimer fremkommer i tabellen.

År	RMS (vektet) [m]				RMS (ikke vektet) [m]			
	C1C	C2W	C2X	C5X	C1C	C2W	C2X	C5X
2010	0.2509	0.3137	NaN	NaN	0.4247	0.4398	NaN	NaN
2011	0.2526	0.3132	NaN	NaN	0.4352	0.4428	NaN	NaN
2012	0.2567	0.3146	0.2233	NaN	0.4370	0.4504	0.9917	NaN
2013	0.2539	0.3081	0.1922	NaN	0.4370	0.4535	0.8607	NaN
2014	0.2501	0.3073	0.1348	NaN	0.4431	0.4598	0.8623	NaN
2015	0.2798	0.3471	0.2739	0.4002	0.5048	0.5162	0.5625	0.7572
2016	0.3042	0.3642	0.2963	NaN	0.5324	0.5241	0.5775	NaN
2017	0.3154	0.3713	0.2891	NaN	0.5555	0.5281	0.6331	NaN
2018	0.3189	0.3552	0.2946	0.3910	0.5832	0.5173	0.6467	0.7007
2019	0.3142	0.3100	0.2909	0.3776	0.5804	0.4655	0.6561	0.6928
2020	0.3206	0.3065	0.2877	0.3669	0.6088	0.4794	0.6660	0.6710
2021	0.3200	0.3098	0.2888	0.3669	0.6035	0.4733	0.6314	0.6457
2022	0.3226	0.3211	0.2902	0.3670	0.6092	0.4881	0.6916	0.6443

Tabell 4.6: Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (GPS). Estimaten angir middelverdien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.

En viktig bemerkning er at det er de vektete RMS-verdiene som har størst relevans i dette tilfellet. Effekten av flerveis-interferens avhenger som kjent sterkt av satellittenes elevasjonsvinkel, slik at en forandring i de uveide RMS-estimatene kan like godt skyldes endringer i satellittkonstellasjonen. Ut i fra tabell 4.6 kan man se at fra og med 2015 har RMS-verdien økt kontinuerlig for C1C-signalet.

Tatt i betrakning at C2W har 10 ganger høyere chiprate enn C1C, er det litt overraskende at RMS-verdiene for C2W er høyere i store deler av tidserien. En mulig forklaring er at C2W i utgangspunktet er et signal som består av en kryptert kode som ikke er offentlig tilgjengelig. Mange geodetiske mottakere klarer imidlertid å avlede både kode- og fasemålinger uten kjennskap til den krypterte koden. Den ukjente koden estimeres da ved bruk av ulike teknikker som for eksempel «Z-tracking». Slike metoder er imidlertid ikke helt uproblematiske, og kvaliteten på det konstruerte signalet er ikke likestilt med reelle. Blant annet fører det til en betraktelig økning i støy. Og siden estimatene av flerveis-interferens inkluderer målestøy, kan det være årsaken.

Videre er også de vektete estimatene presentert i figur 4.2. RMS-verdien for alle signalene ser ut til å gjøre et lite hopp på tidspunktet mottakeren byttes. For C1C ser man også økningen som skjer fra og med 2015.

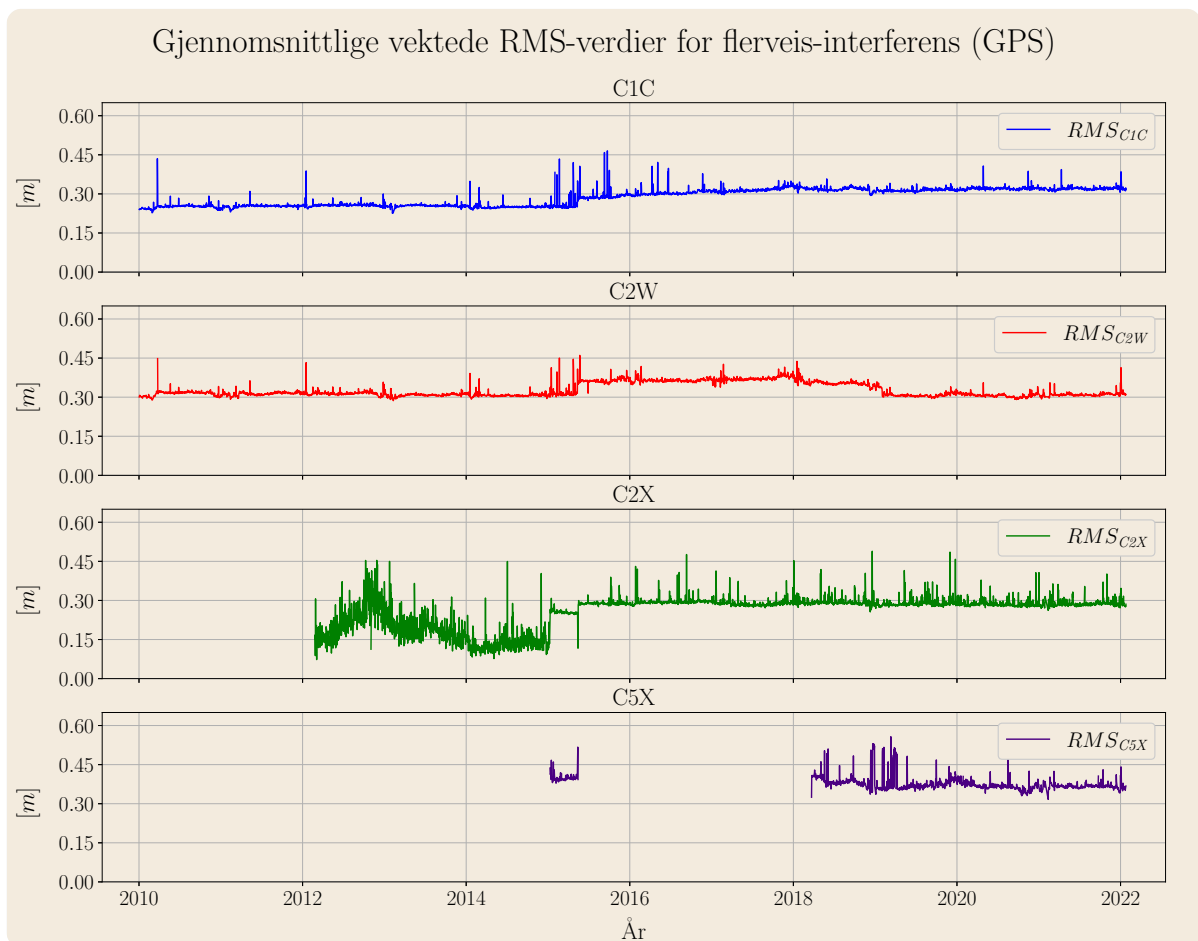


Fig. 4.2: RMS-verdier for alle signalene til GPS. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.

I figur 4.3 er effekten av flerveis-interferens plottet som funksjon av tid for hvert GPS-signal. Økningen på C1C kommer godt frem her.

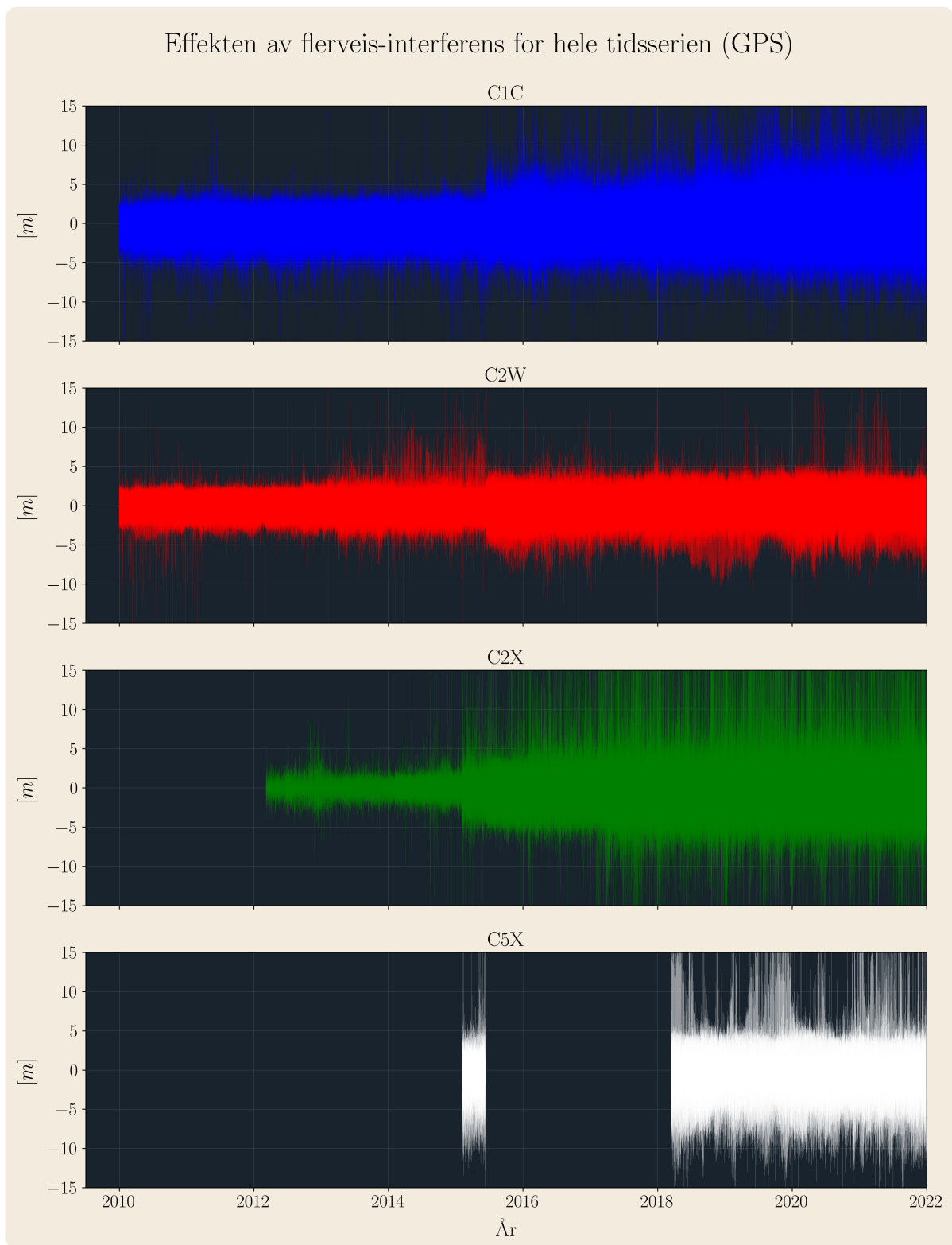


Fig. 4.3: Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (GPS).

Effekten på C2W ser ikke ut til å ha økt betydelig gjennom tidsserien. På grunn av høy chiprate er C2W mer robust mot flerveis-interferens sammenlignet med eksempelvis C1C. Felles for både C1C, C2W og C2X er at det skjer en økning når mottakeren byttes i 2015. En viktig bemerkning til denne typen plott er at økningen i interferens for signaler hvor antall observasjoner øker med tiden, kan fremstå større enn hva den i realitet er. Plottet vil da bestå av flere enkeltkurver

slik at toppene blir tettere. Dette ses godt på for eksempel C2X-signalet. Tatt i betraktning at dette er 30-sekundsdata, vil kurvene være ekstremt tette når de plottes for hele tidsserien. Mye informasjon om mindre variasjoner vil derfor ikke komme til syne. For sammenligning av signalene bør derfor de vektete RMS-verdiene benyttes i stedet.

At det mangler data for C5X signalet skyldes nok en feil i konverteringsprosessen mellom binær- og RINEX-formatet. Mottakeren sluttet tilsynelatende å logge signalet på dag 135 (15.mai) i 2015 som er den dagen Kartverket startet å logge RINEX 3.04 for denne mottakeren. Samtidig byttet de fra «gl_Rinex» til «TPP 3.5.7». Den 24. mars starter mottakeren å logge C5X signalet igjen, og da har Kartverket endret fra TPP 3.5.8 til 3.10.4. I tidsrommet mellom, eksisterer ikke signalet i RINEX-filene. Det er derfor mye som tyder på en svakhet med versjonene «TPP 3.5.7» og «TPP 3.5.8». Det er i hvertfall ingen tydelige tegn på at dette er relatert til programvaren i mottakeren. Ingen av oppdateringstidspunktene sammenfaller med tidspunktetene signalet ble borte og kom tilbake igjen.

4.1.2 GLONASS

År	RMS (vektet) [m]				RMS (ikke vektet) [m]			
	C1C	C2P	C1P	C2C	C1C	C2P	C1P	C2C
2010	0.4136	0.5314	NaN	NaN	0.6312	0.7003	NaN	NaN
2011	0.4330	0.4566	NaN	NaN	0.6800	0.6111	NaN	NaN
2012	0.4514	0.4300	NaN	NaN	0.6989	0.5825	NaN	NaN
2013	0.4506	0.4172	NaN	NaN	0.6967	0.5624	NaN	NaN
2014	0.4305	0.4117	NaN	NaN	0.7057	0.5618	NaN	NaN
2015	0.4653	0.4264	0.3999	0.4189	0.7327	0.5738	0.5993	0.6407
2016	0.4947	0.4406	0.4127	0.4250	0.7925	0.5852	0.6345	0.6562
2017	0.5121	0.4266	0.3750	0.4919	0.8710	0.5612	0.6045	0.8006
2018	0.5116	0.4309	0.3585	0.5066	0.8437	0.5755	0.5912	0.8341
2019	0.5055	0.3677	0.3746	0.4879	0.8339	0.5001	0.5546	0.8273
2020	0.5230	0.3628	0.3727	0.4722	0.8618	0.4907	0.5349	0.7992
2021	0.5393	0.3632	0.3783	0.4807	0.8769	0.4960	0.5362	0.7752
2022	0.5430	0.3738	0.3832	0.4664	0.8440	0.4926	0.5338	0.7781

Tabell 4.7: Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (GLONASS). Estimaten angir middelveidien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.

Sammenlignet med C1C for GPS, har C1C for GLONASS i gjennomsnitt betraktelig høyere RMS-verdi. Dette har nok sammenheng med at chipraten til C1C for GPS og GLONASS er henholdsvis 1.023 MHz og 0.511 MHz.

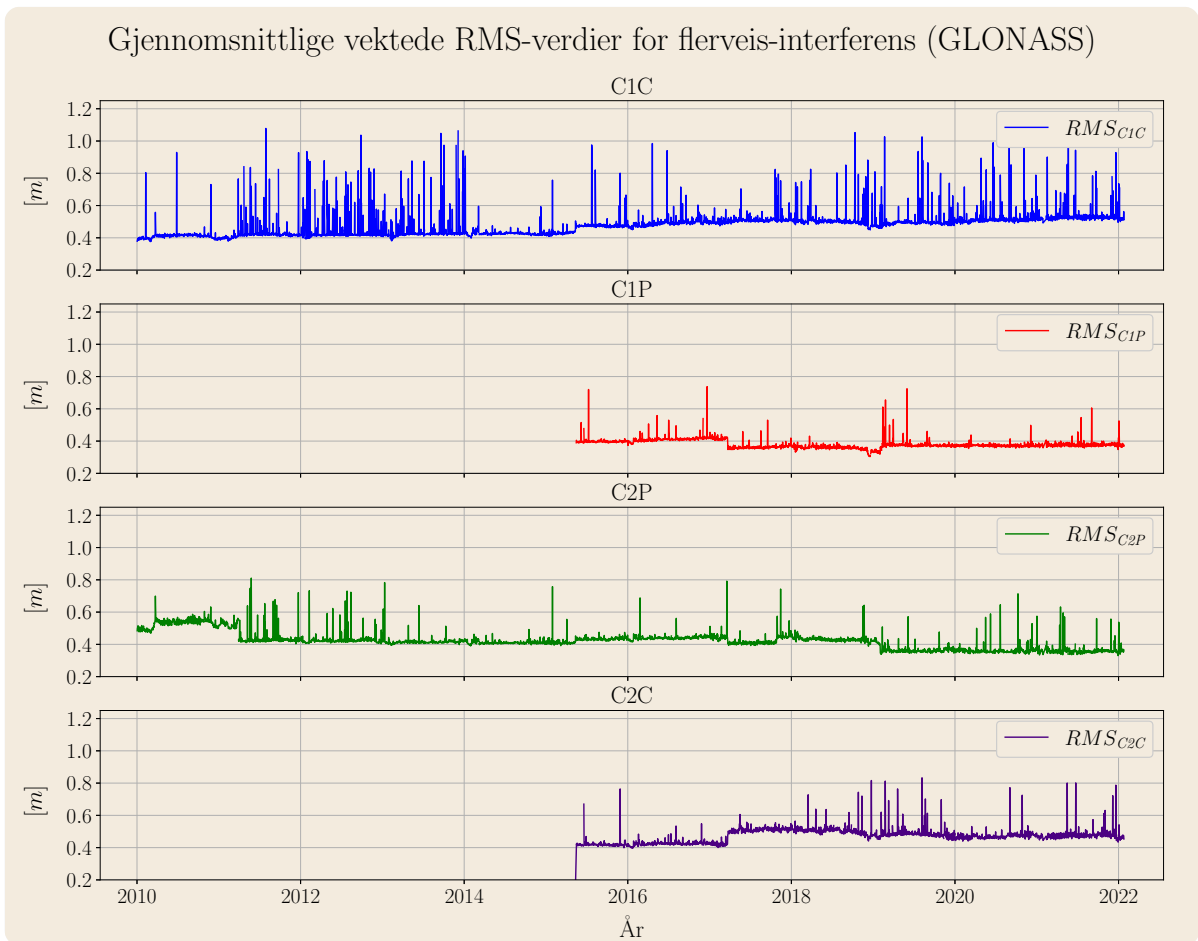


Fig. 4.4: RMS-verdier for alle signalene til GLONASS. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.

Som for GPS er det fra og med 2015 en tydelig økning i RMS-verdi for C1C-signalet.

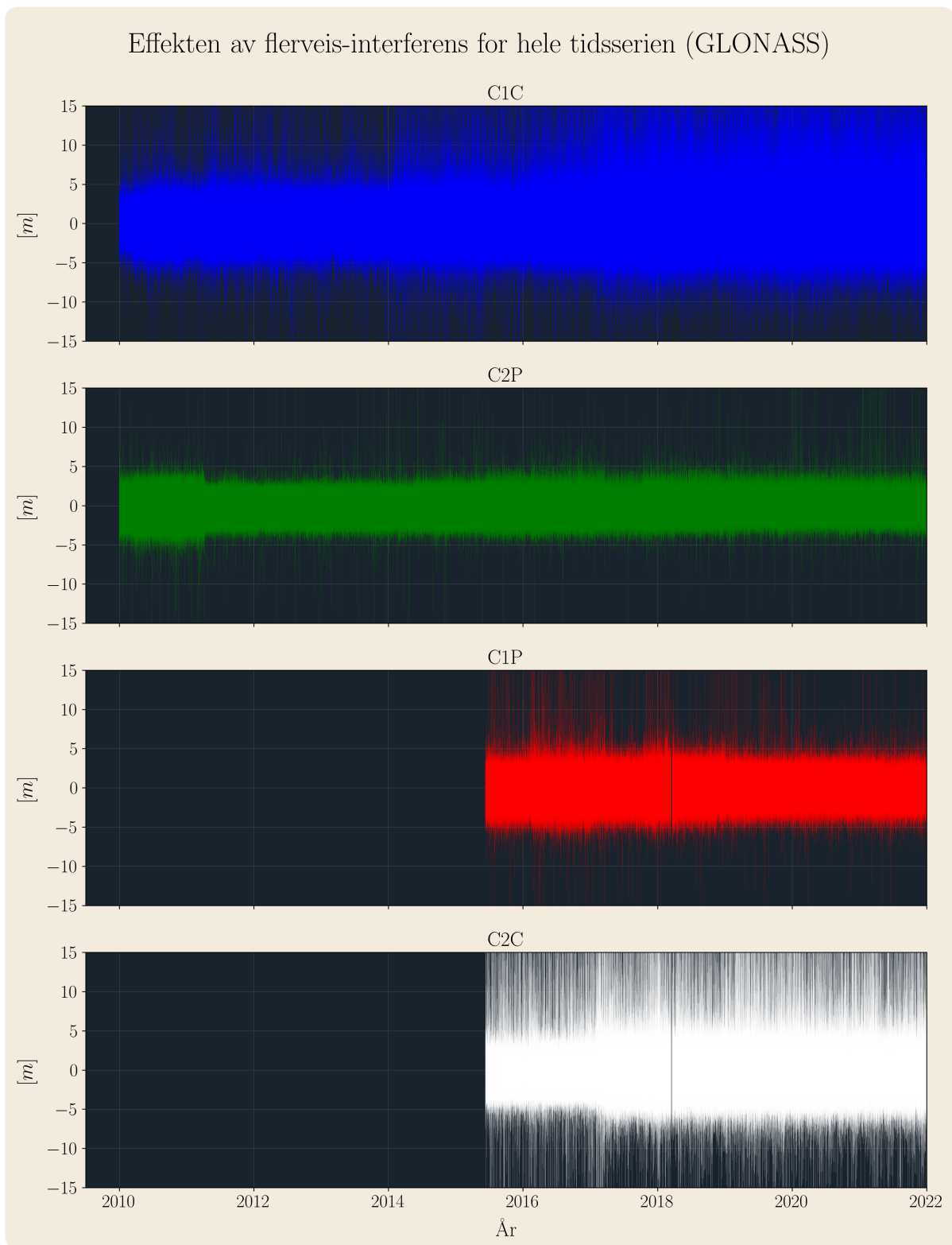


Fig. 4.5: Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (GLONASS).

4.1.3 Galileo

År	RMS (vektet) [m]				RMS (ikke vektet) [m]			
	C1X	C5X	C7X	C8X	C1X	C5X	C7X	C8X
2010	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2015	0.2383	NaN	0.4242	0.1524	0.4444	NaN	0.7150	0.2983
2016	0.2779	0.4169	0.4394	0.1529	0.5224	0.7171	0.7494	0.3038
2017	0.2579	0.4057	0.4359	0.1474	0.4971	0.6590	0.6968	0.3046
2018	0.2542	0.3818	0.4086	0.1505	0.4863	0.6319	0.6568	0.3134
2019	0.4541	0.4339	0.4653	0.2151	1.1478	0.8442	0.8955	0.4661
2020	0.2597	0.3673	0.3854	0.1607	0.4840	0.6037	0.6133	0.3288
2021	0.2602	0.3678	0.3896	0.1505	0.4833	0.6032	0.6180	0.3234
2022	0.2682	0.4020	0.3974	0.1491	0.4643	0.6342	0.6130	0.3045

Tabell 4.8: Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle fire signalkombinasjonene (Galileo). Estimaten angir middelverdien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.

I 2019 er det noe spesielt som har skjedd. RMS-verdien økte plutselig betydelig både for de vektete og ikke-vektede estimatene, og for alle signalene. Dette fremkommer tydelig i både figur 4.4 og 4.7. Videre er det verdt å legge merke til hvor mye lavere RMS-verdien er for signalet C8X (E5AltBOC).

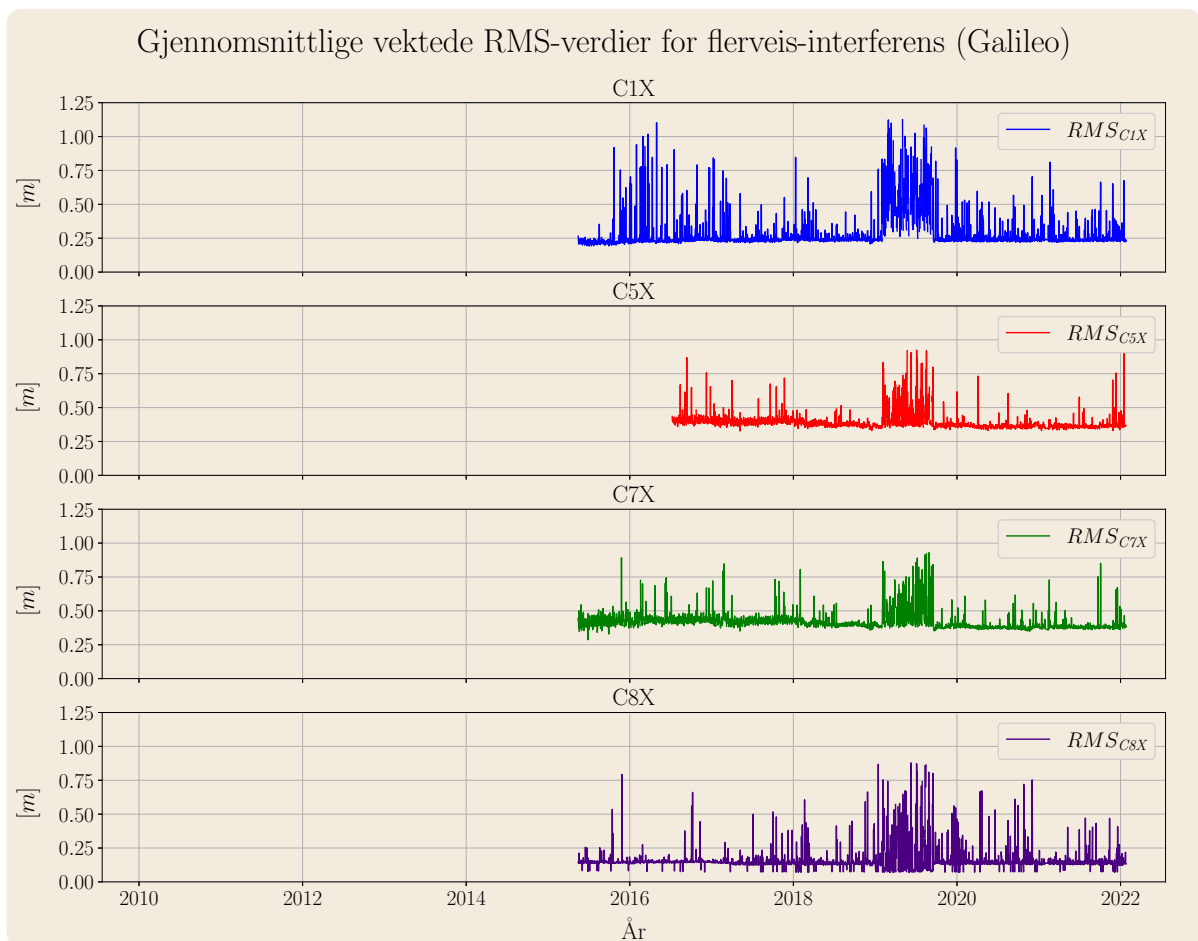


Fig. 4.6: RMS-verdier for alle signalenekombinasjonene til Galileo. Vektet med satellittens elevasjonsvinkel.

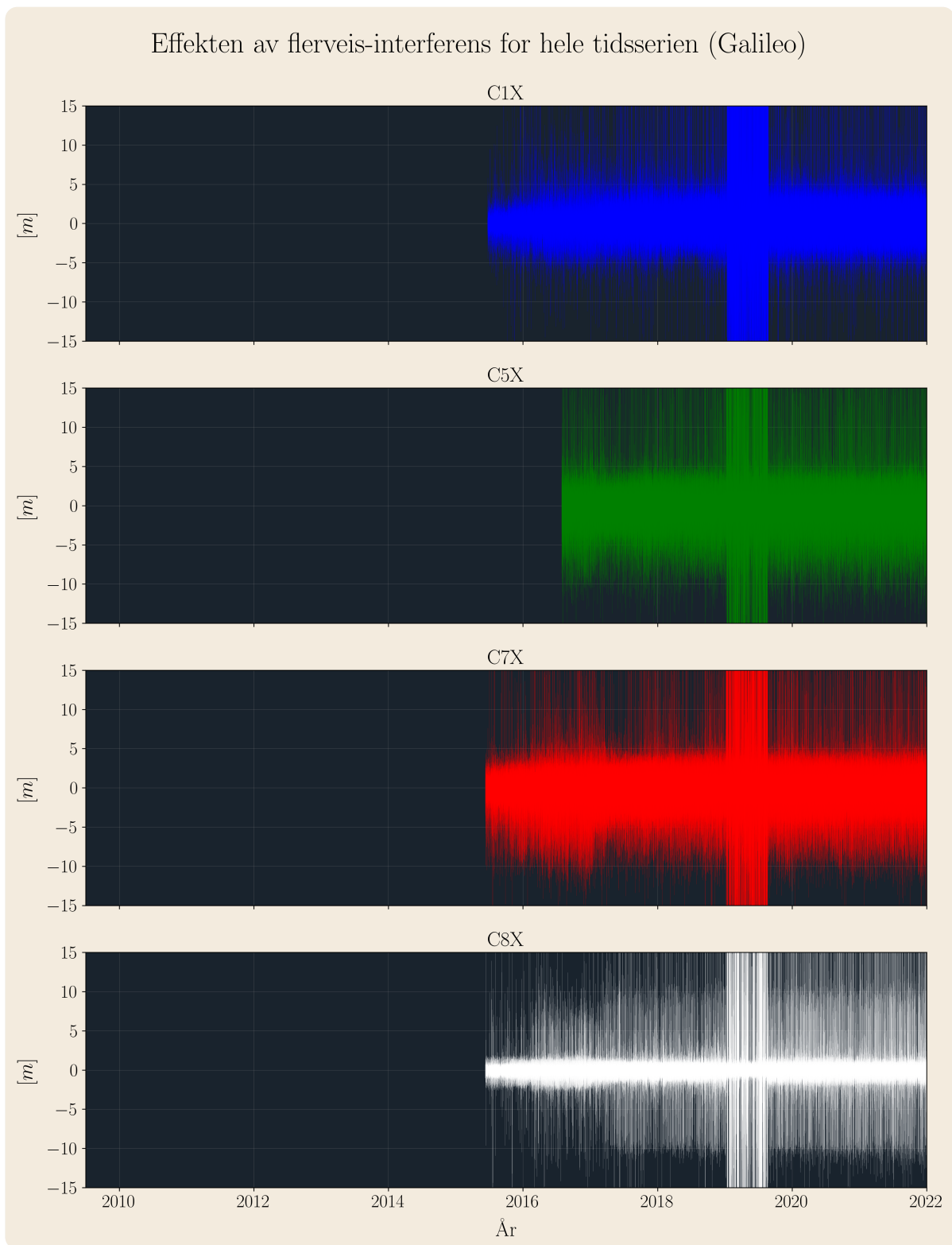


Fig. 4.7: Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien.

Siden de høye RMS-verdiene oppstår på alle signalene og på samme tid, er det nærliggende å mistenke feil ved programvaren i mottakeren. Knyttets tidsrommet for sprang i RMS-verdi opp mot loggen Kartverket har over endringer i programvaren, viser det seg at tidspunktene sammenfaller eksakt med en programvareoppdatering.

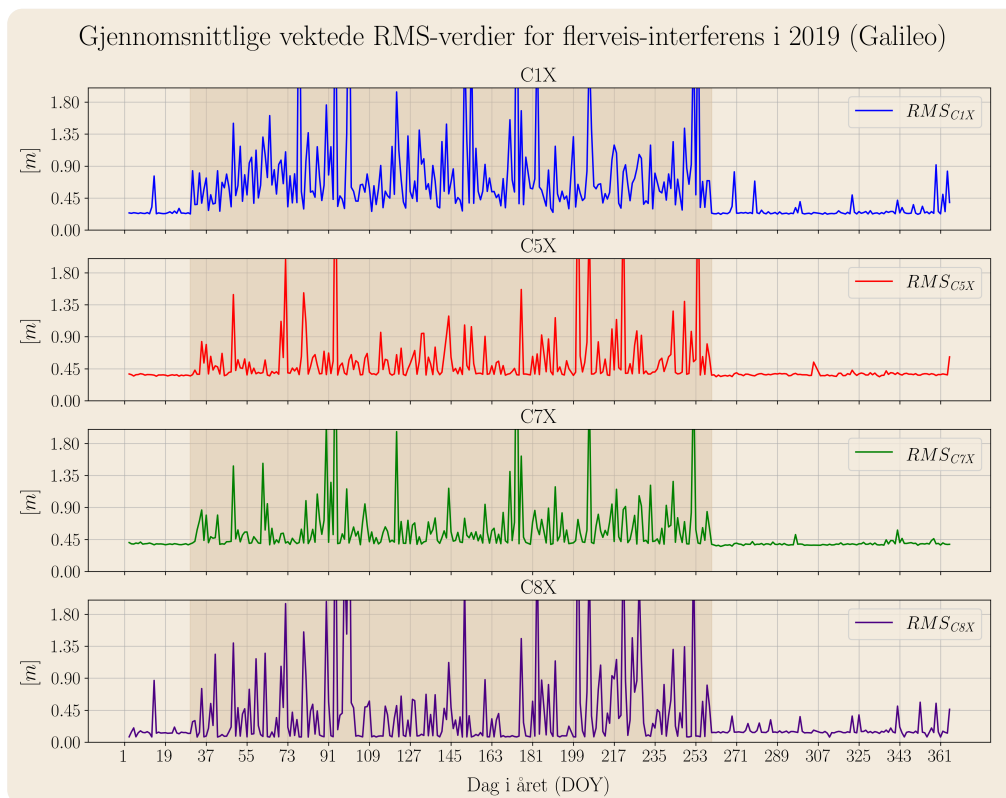


Fig. 4.8: RMS-verdier for Galileo i 2019. Det skraverte område viser dagene RMS-verdiene er høyere enn normalt, og sammenfaller med tidspunktet for en programvareoppdatering i mottakeren.

Som tabell 3.2 viser, ble mottakeren oppdatert 31.januar 2019. Denne programvaren forble installert frem til en ny oppdatering 16.november 2019. Disse to datoene tilsvarer henholdsvis dag 31 og 259 i året (DOY), som sammenfaller fullstendig med det skraverte området i figur 4.8. Dermed kan det påstås med ganske stor sikkerhet at disse sprangene er programvarerelatert, og representerer dermed ikke en reel økning i flerveis-interferens.

4.1.4 BeiDou

År	RMS (vektet) [m]			RMS (ikke vektet) [m]		
	C2X	C6X	C7X	C2X	C6X	C7X
2010	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2011	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2012	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2013	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2014	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN
2015	0.4364	NaN	0.3650	1.4208	NaN	1.2252
2016	0.4155	NaN	0.3544	1.0210	NaN	0.9222
2017	0.4092	NaN	0.3747	0.8368	NaN	0.7995
2018	0.4068	NaN	0.3531	0.6749	NaN	0.5654
2019	0.4051	0.4454	0.3289	0.6211	0.5778	0.5253
2020	0.4042	0.4432	0.3284	0.6511	0.6027	0.5664
2021	0.3417	0.3850	0.3209	0.6417	0.5853	0.5689
2022	0.3333	0.3834	0.3112	0.6811	0.6310	0.5822

Tabell 4.9: Tabellen viser estimerte RMS-verdier for flerveis-interferens for alle tre signalkombinasjonene (BeiDou). Estimaten angir middelverdien gjennom et helt år og er gitt i enhet meter.

Videre er også de vektete estimatene presentert i figur 4.9

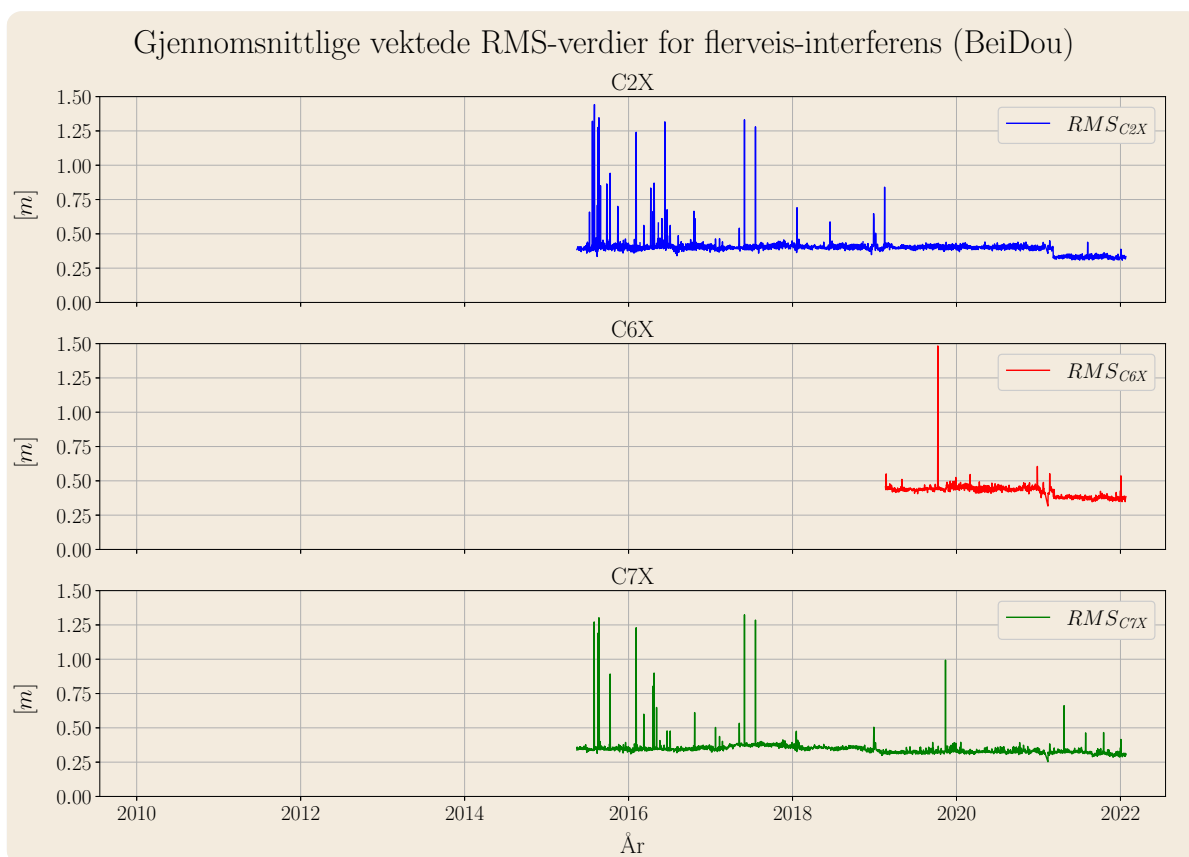


Fig. 4.9: RMS-verdier for alle signalene til BeiDou. Vektet med satellittenes elevasjonsvinkel.

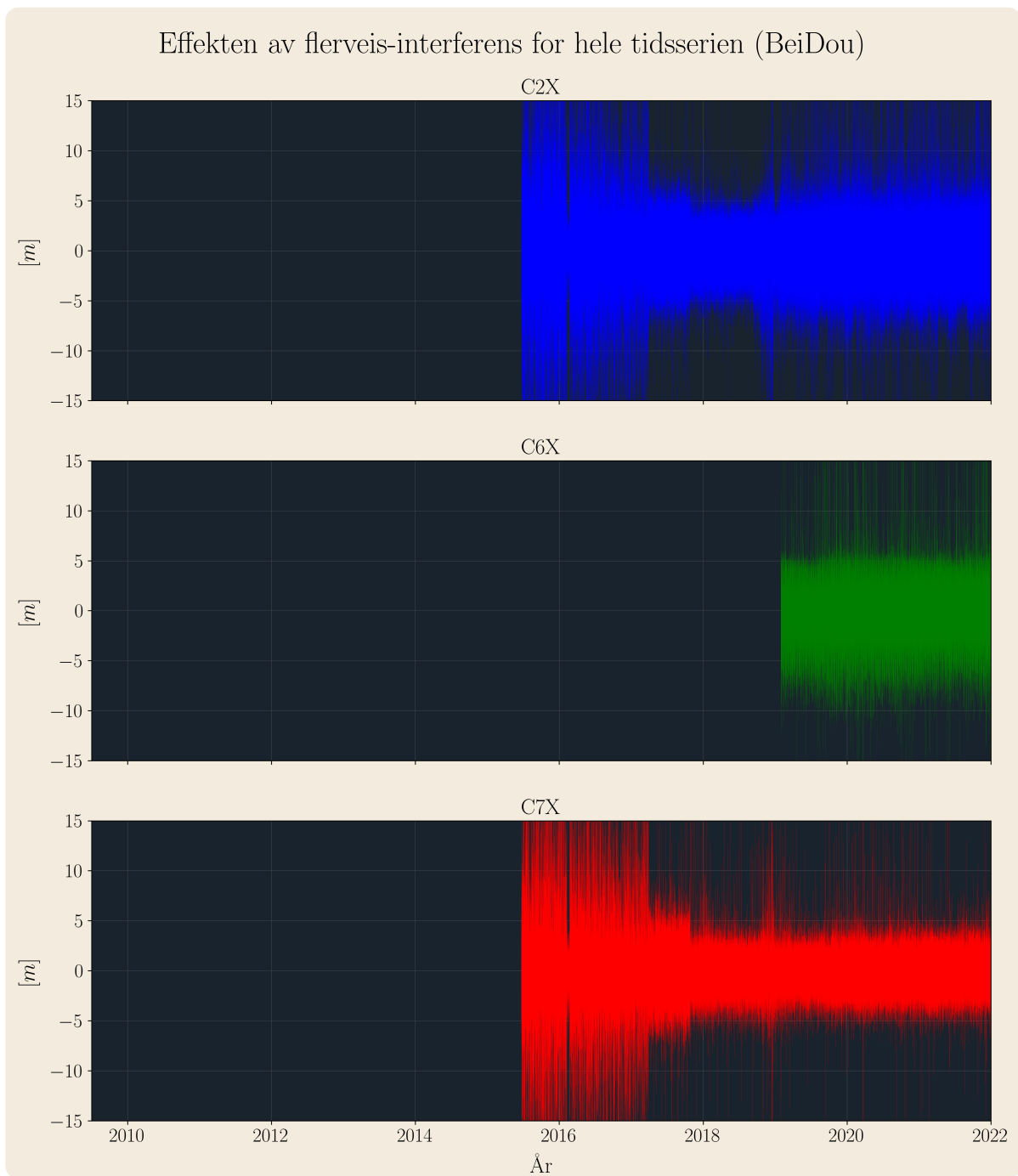


Fig. 4.10: Effekten av flerveis-interferens som funksjon av tid for hele tidsserien (BeiDou).

Som figur 4.10 viser, er effekten størst helt i starten. Dette må skyldes bidrag fra lave satellitter fordi forskjellen er så stor mellom de veide- og uveide RMS-verdiene tidlig i perioden. Se tabell 4.9.

4.1.5 Oversikt over alle systemene

Figur 4.11 viser vektete RMS-verdier for alle systemene og deres respektive signaler.

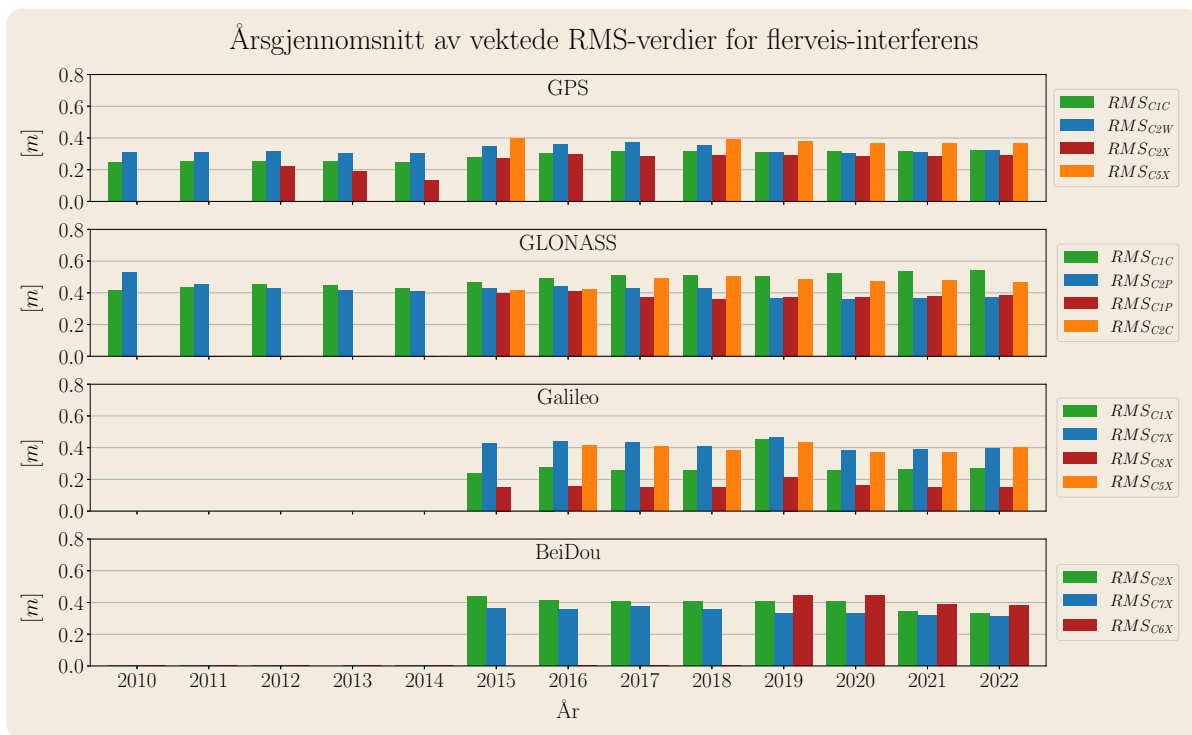


Fig. 4.11: Stolpediagram over de vektete RMS-verdiene for hvert signal og system.

RMS-verdier som ikke er vektet med elevasjonsvinkel er vist i figur 4.12.

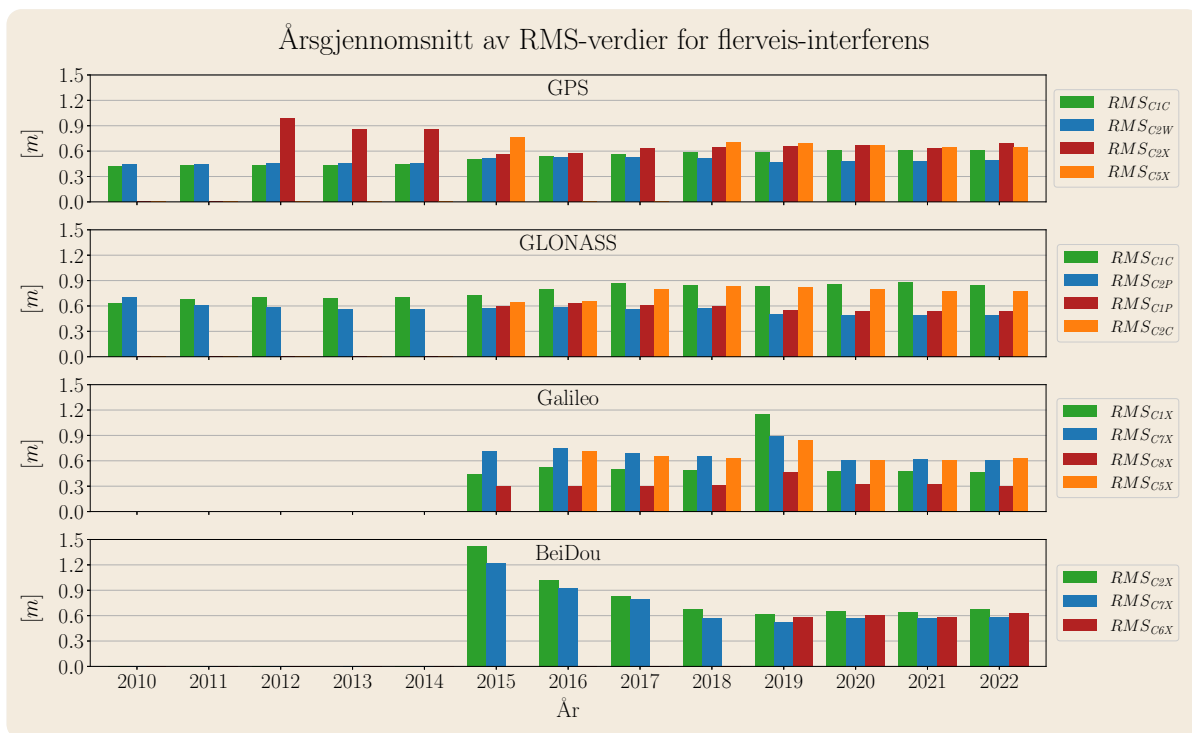


Fig. 4.12: Stolpediagram over de uveide RMS-verdiene for hvert signal og system.

Trendlinjer basert på årlige gjennomsnitt av de vektete RMS-verdiene er presentert i figur 4.13.

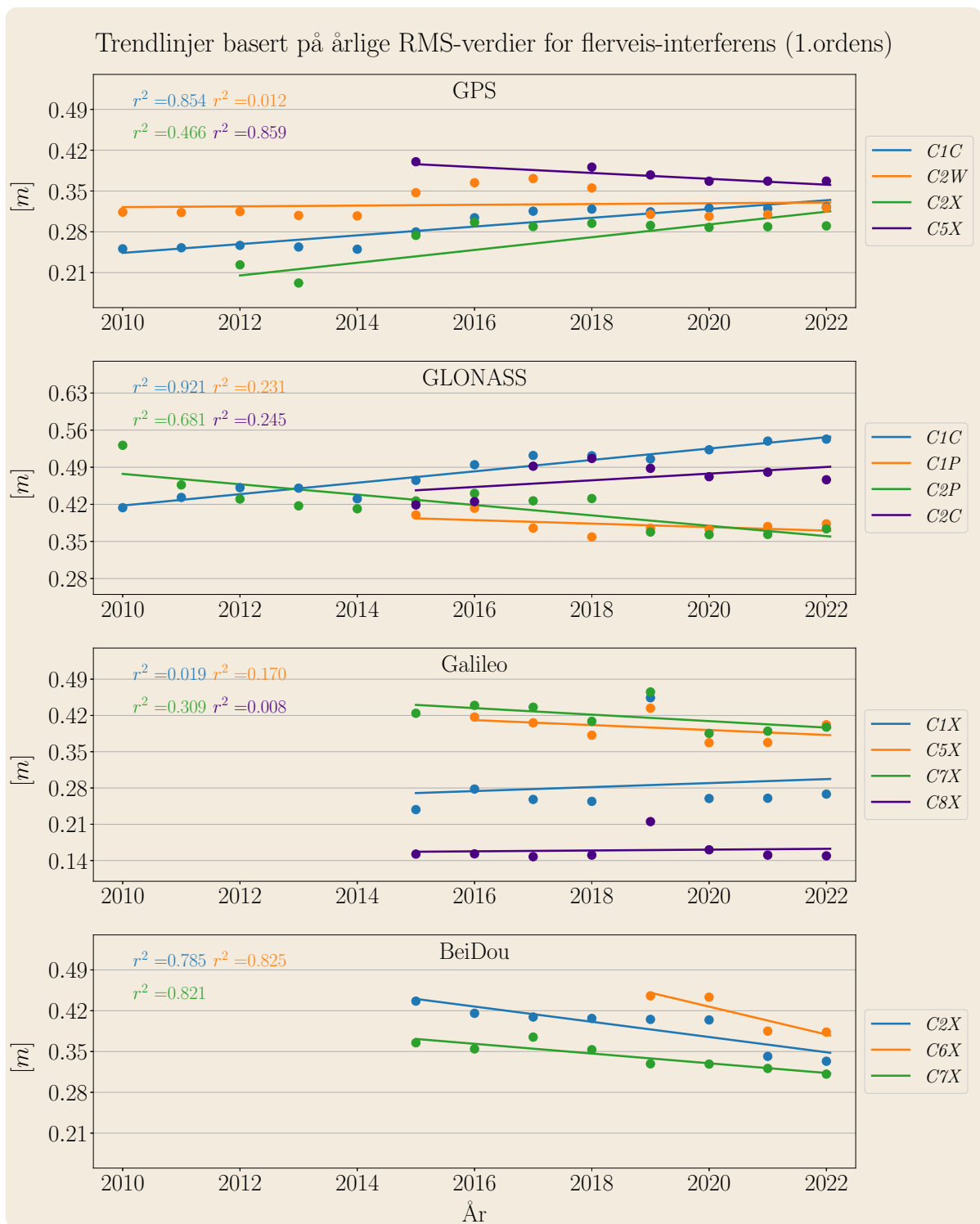


Fig. 4.13: Trendlinjer for de årlige vektete RMS-verdiene for flerveis-interferens.

Som figur 4.13 viser er det en tydelig stigende trend for C1C-signalet til GPS og GLONASS. Felles for begge systemene er at økningen starter i 2015, og ser ut til og avta etter 2018. At økningen avtar etter 2018 er spesielt tydelig for GPS. I tolkningen av hva som faktisk er en økende trend er det viktig å se trendlinjene i sammenheng med hvor spredd punktene er, samt legge merke til verdien r^2 . For både GPS og GLONASS er r^2 høy for C1C.

Ligningene for hver trendlinje er presentert i tabell 4.10. De er gitt på formen $y = mx + b$. Merk

at de tar utgangspunkt i antall år som har gått siden 2010, slik at 2010 er år null.

System	Signalkombinasjon 1	Signalkombinasjon 2	Signalkombinasjon 3	Signalkombinasjon 4
GPS	$0.0070x + 0.2438$	$0.0006x + 0.3223$	$0.0100x + 0.1850$	$-0.0044x + 0.4182$
GLONASS	$0.0100x + 0.4177$	$-0.0029x + 0.4081$	$0.0056x + 0.4187$	$-0.0091x + 0.4774$
Galileo	$0.0034x + 0.2532$	$-0.0041x + 0.4358$	$-0.0055x + 0.4680$	$0.0007x + 0.1534$
BeiDou	$-0.0115x + 0.4979$	$-0.0183x + 0.6158$	$-0.0074x + 0.4084$	N/A

Tabell 4.10: De lineære ligningene for trendlinjene. Se tabell 3.8 for oversikt over hvilke signaler som inngår i kombinasjonene.

Basert på regresjonsmodellene til C1C for GPS og GLONASS kan man beregne signalets prosentvis økning i RMS-verdi. C1C for GPS har hatt en økning på 37%. RMS-verdien til C1C for GLONASS har økt med 31%.

For å prøve å knytte endringene i RMS-verdier opp mot lokale endringer ved mottakeren, ble det laget et polarplott som viser effekten av flerveis-interferens som funksjon av asimut og elevasjonsvinkel. Siden det per nå ikke er implementert slik funksjonalitet i rutinen til Bjørn-Eirik, ble disse beregningene gjort ved hjelp av RTKLIB. I RTKPLOT har man mulighet til å laste inn flere observasjons- og navigasjonsfiler samtidig, og få programmet til å gi ut en tekstfil som inneholder resultatene. Resultatfilen er da en kolonneseparert fil bestående av beregnet asimut, elevasjonsvinkel og estimater av flerveis-interferens for hver satellitt.

For å få til selve plottingen, ble det laget et Python-skript som leser inn og lager et polarplot basert på resultatfilene fra RTKLIB. Det er også mulig å lage polarplot i RTKPLOT, men prosessen kan ikke automatiseres. Det er også en poeng å estimere effekten i to ulike programvarer for å få et sammenligningsgrunnlag fra to uavhengige beregninger. Skriptet genererte et polarplot for hver eneste dag for hele tidsserien, og ga dermed et solid grunnlag for å se på endringer. Prosedyren ble kun gjennomført for C1C-signalet til GPS. I figur 4.14 er det presentert et polarplot fra 2010 og et fra 2022.

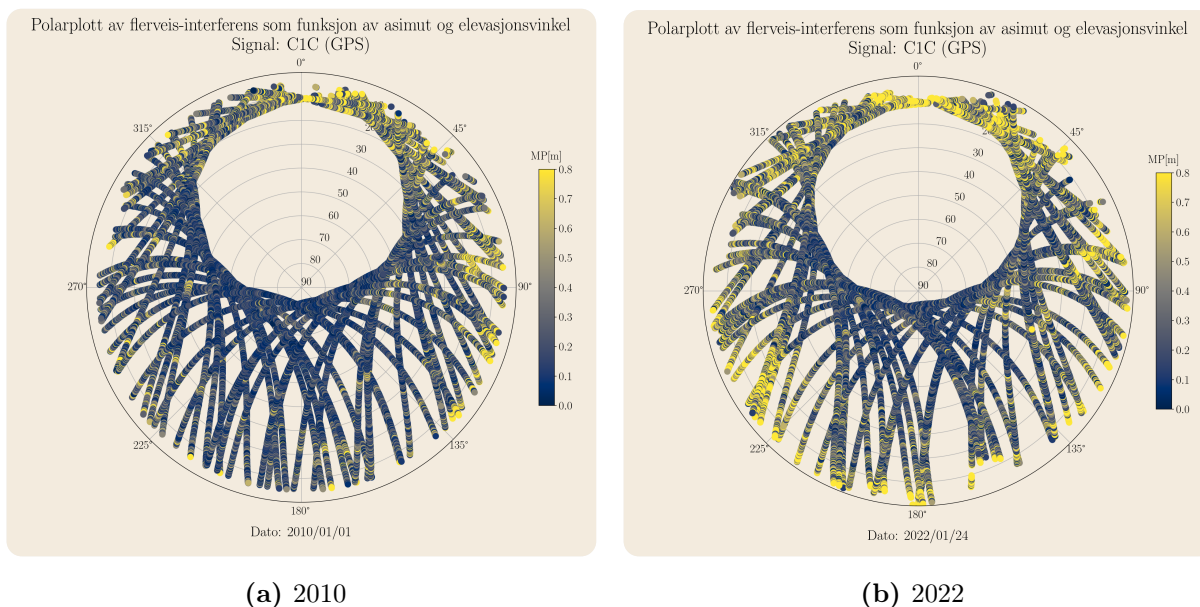


Fig. 4.14: Polarplott som viser effekten av flerveis-interferens som funksjon av asimut og elevasjonsvinkel.

Ut i fra figur 4.14 kan man også se økningen i effekten av flerveis-interferens for C1C. Særlig i den sør-vestlige delen av plottet. En annen interessant observasjon er at det mangler data for de lave elevasjonsvinklene ved omtrent 150 grader nord. Knyttet det opp mot polarplottet over obstruksjoner i figur 1.3, sammenfaller denne retningen med Munch-museet. Og fravær av data i denne delen av plottet kan spores tilbake til slutten av 2016 på samme tid som råbygget til Munch-museet kom opp.

4.2 Baselinje

Til forskjell fra analysen i observasjonsdomenet, ble terskelverdien for ekstremverdi(outlier) satt opp til 4 ganger standardavviket. Dette er på grunn av at ved bruk av 3σ ble litt for mange epoker detekterert som utliggere. Særlig for estimatene basert kun på GLONASS. Det ble også tatt en del stikkprøver av de detekterte utliggerne. Svært mange av dem var bare akkurat over terskelverdien, men samtidig innenfor forventet presisjon for en såpass lang baselinje som i dette tilfellet. I denne avhandlingen er ikke målet å få så høy nøyaktighet som mulig, men å fange opp eventuelle *endringer* i nøyaktighet. I dette tilfellet var derfor en grense på 4σ mer passende. RMS-verdiene blir gitt i enhet meter.

Rutinen som ble laget for å analysere pos-filene som genereres av RTKLIB inn i Python, gir ut ulike plott. For hvert år plottes de komponentvise avvikene fra fasitkoordinatene (sanne feil). Absoluttverdiene plottes i tillegg fordi det er lettere å sammenligne komponentene når fortegnet er fjernet. Et eksempelplot som viser de komponentvise avvikene samt deres respektive absoluttverdier er presentert i figur 4.15. Som plottet viser eksisterer det ikke data for hele 2014. I tillegg er det også fjernet utliggere.

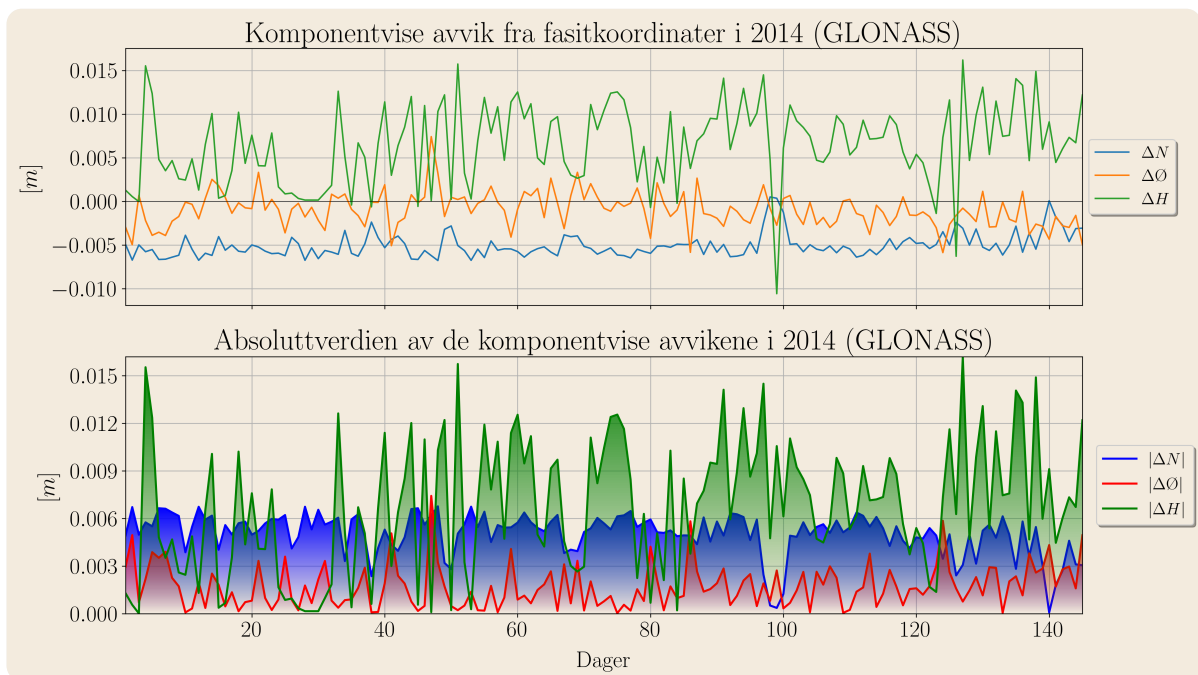


Fig. 4.15: Eksempelplott på komponentvise avvik fra fasitkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene. Her med 10 grader elevasjonsgrense.

Avviket er størst i høydekomponenten, deretter i nord-komponenten. Dette er som forventet og skyldes sannsynligvis satellittegeometrien. Vi har ingen satellitter under horisonten som kan være med å balansere ut feil. Og på grunn av at vi befinner oss relativt langt nord, er det færre satellitter i nordlig retning som skaper en prinsipielt tilsvarende effekt. Effekten er bare mindre på nordkomponenten enn i høyden. Resten av de årsvise plottene ligger under vedlegg B.

Videre er resultatene delt opp systemvis der beregningene med 10 graders elevasjonsgrense blir presentert først.

4.2.1 Elevasjonsgrense på 10 grader

GPS

De komponentvise avvikene, samt variasjonen i antall GPS-satellitter vist i figur 4.16. Merk at plottene som viser komponentvise avvik og antall satellitter i samme figur, visualiserer data som ikke er filtrert for utliggere. Dermed er de basert på all data som er gitt ut fra RTKLIB.

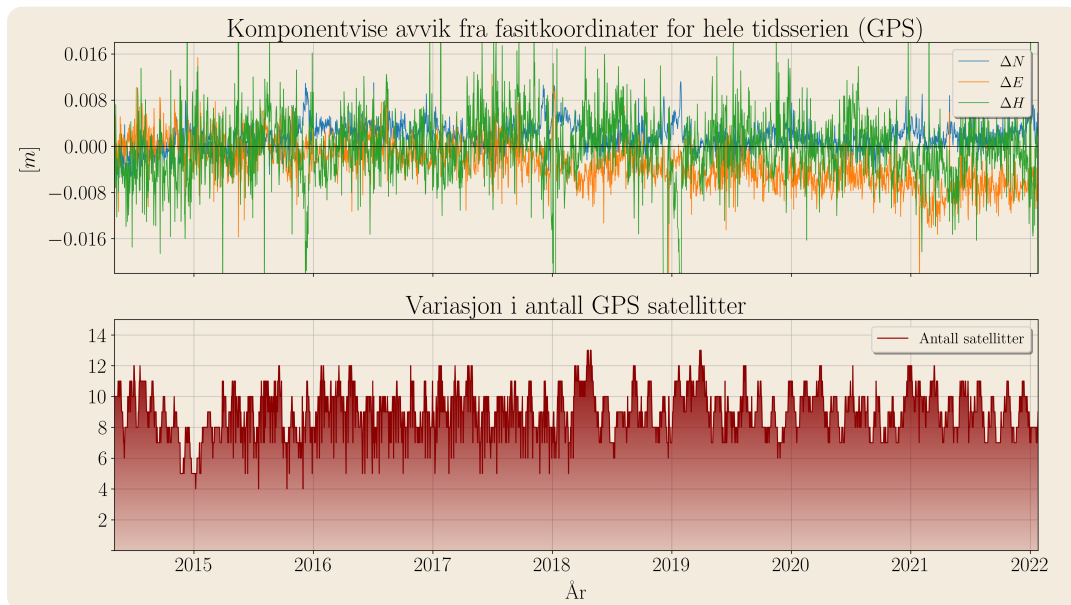


Fig. 4.16: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.

En interessant observasjon fra figur 4.16 er at øst-komponenten tilsynelatende har en trend. Avviket fra fasitkoordinatene øker med negativt fortegn som funksjon av tid for øst-komponenten. For nord- og høydekomponenten er det derimot ingen tydelige tegn på trender i avvikene. Trendene fremkommer bedre i figur 4.17. Antall observerte GPS-satellitter er relativt jevnt gjennom tidsserien. Med utgangspunkt i at antall satellitter i konstellasjonen er uendret kunne en eventuell forandring i antall observerte satellitter vært et tegn på at de nye bygningene som har kommet opp blokkerer deler av satellittbanene.

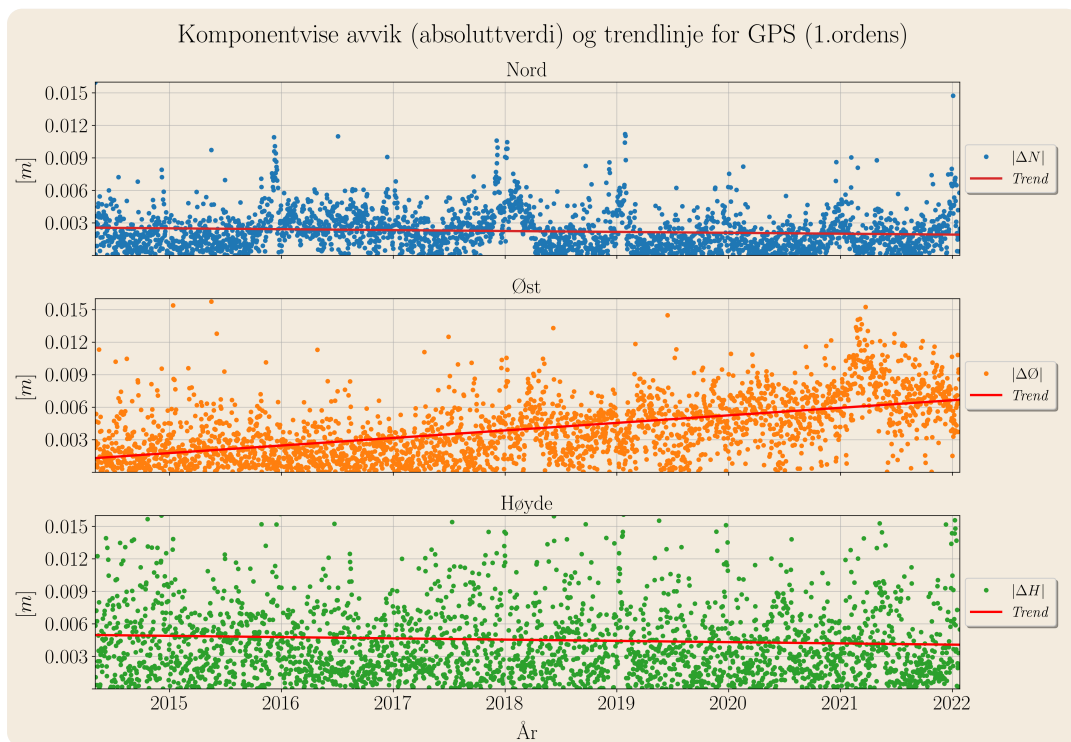


Fig. 4.17: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GPS. Elevasjonsgrense på 10 grader.

Som figur 4.17 viser er det en tydelig trend i østkomponenten. Dette kan også ses ut i fra de gjennomsnittlige RMS-verdiene presentert i tabell 4.11.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	GPS	0.0025	0.0032	0.0062	9.2	0.0040	1
2015	GPS	0.0023	0.0033	0.0059	8.1	0.0041	3
2016	GPS	0.0033	0.0026	0.0045	9.0	0.0042	13
2017	GPS	0.0030	0.0032	0.0059	9.1	0.0044	6
2018	GPS	0.0032	0.0045	0.0081	9.1	0.0055	3
2019	GPS	0.0023	0.0048	0.0059	9.2	0.0053	6
2020	GPS	0.0020	0.0056	0.0047	9.1	0.0059	13
2021	GPS	0.0024	0.0075	0.0050	9.2	0.0079	31
2022	GPS	0.0053	0.0063	0.0089	7.9	0.0082	1

Tabell 4.11: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GPS.

GLONASS

For GLONASS kan man også se en tilsvarende trend i østkomponenten.

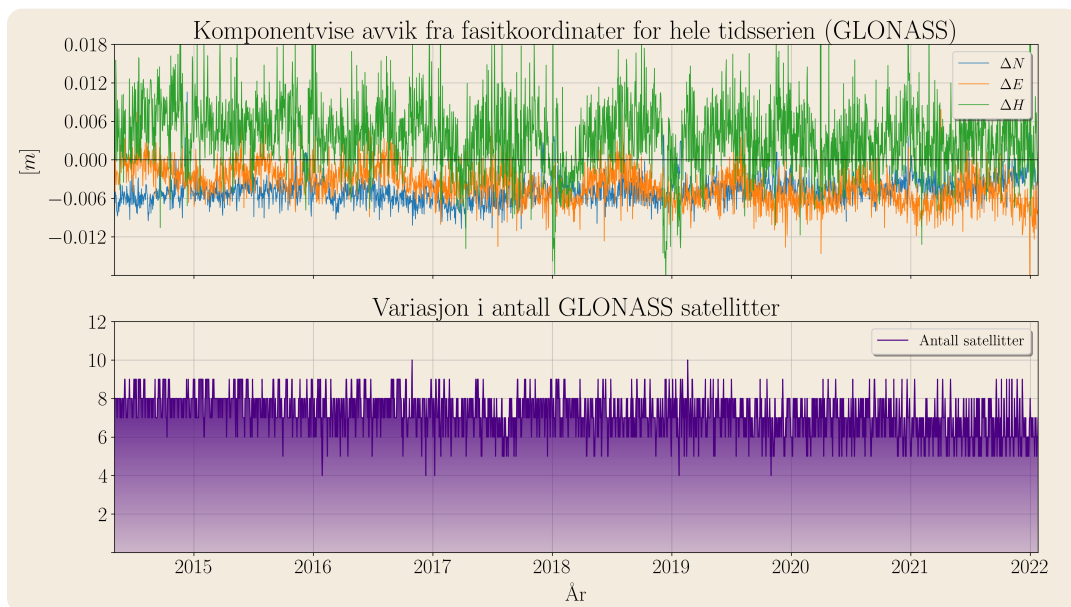


Fig. 4.18: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.

En interessant observasjon er at man kan se en slags periodisitet i avvikene i nord og østkomponenten. Sesongvariasjoner er ikke uvanlig å se i tidsserier og kan skyldes ytre påvirkning av vær og vind. Toppunktene ser ut til å sammenfalle med vinterhalvåret som kan være forårsaket av at det for eksempel legger seg snø og is på antennen.

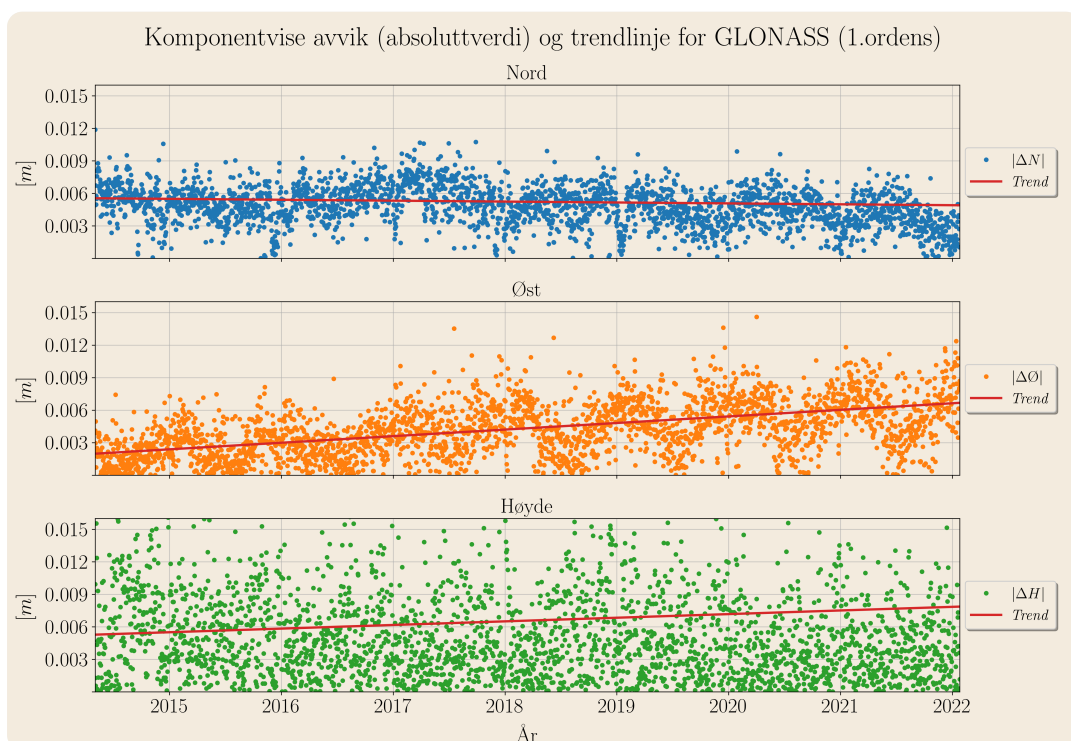


Fig. 4.19: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GLONASS. Elevasjonsgrense på 10 grader.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	GLONASS	0.0052	0.0022	0.0079	8.0	0.0057	41
2015	GLONASS	0.0048	0.0031	0.0067	7.9	0.0058	29
2016	GLONASS	0.0056	0.0032	0.0063	7.5	0.0064	3
2017	GLONASS	0.0058	0.0046	0.0061	7.2	0.0074	35
2018	GLONASS	0.0051	0.0048	0.0068	7.2	0.0070	9
2019	GLONASS	0.0045	0.0055	0.0063	7.1	0.0071	12
2020	GLONASS	0.0048	0.0058	0.0058	7.0	0.0076	1
2021	GLONASS	0.0039	0.0062	0.0052	6.5	0.0073	12
2022	GLONASS	0.0029	0.0068	0.0043	6.4	0.0074	7

Tabell 4.12: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GLONASS.

Galileo

Løsningen som kun er basert på Galileo bærer preg av at det var få operative Galileo-satellitter på det tidspunktet mottakeren startet å logge RINEX-3. Plottet i figur 4.20 viser en tydelig sammenheng mellom nøyaktighet og antall observerte satellitter. RMS-verdiene synker som et resultat av at antall Galileo-satellitter øker. Kun noen få ekstra satellitter gjør at nøyaktigheten øker betraktelig.

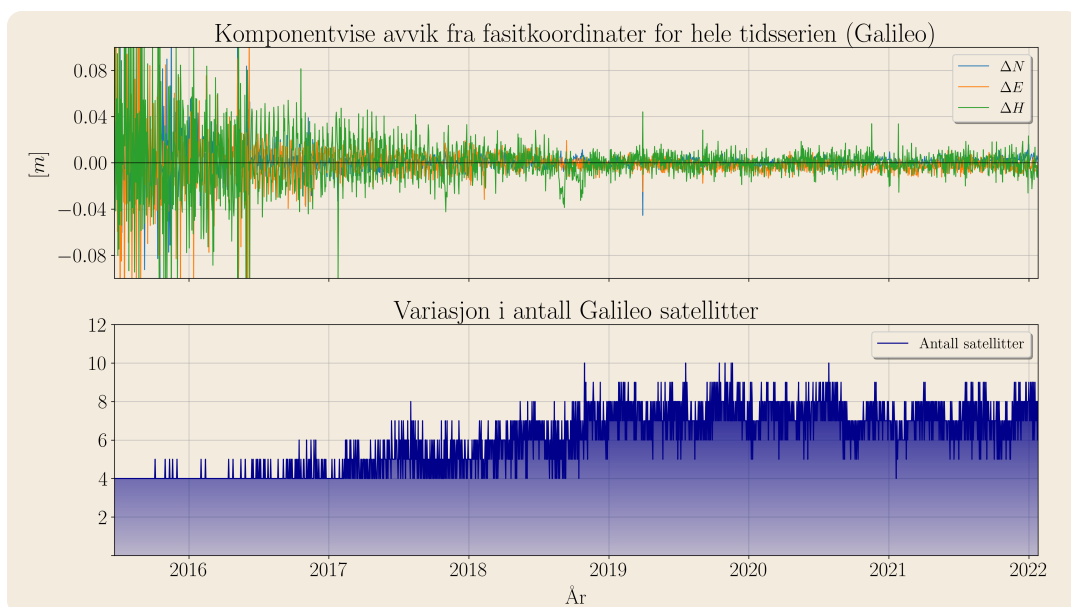


Fig. 4.20: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.

En såpass rask økning i nøyaktighet fører til bratte trendlinjer.

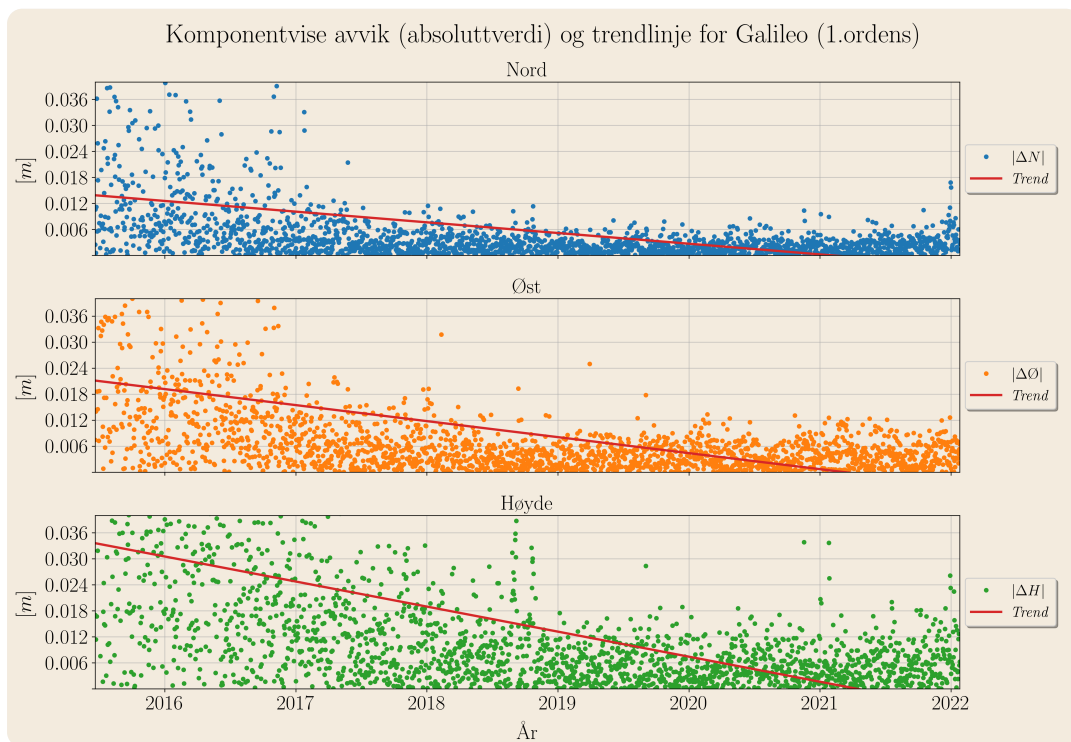


Fig. 4.21: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til Galileo. Elevasjonsgrense på 10 grader.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	Galileo	0.0310	0.0836	0.0808	4.0	0.0892	0
2016	Galileo	0.0245	0.0324	0.0487	4.1	0.0406	7
2017	Galileo	0.0063	0.0093	0.0185	4.7	0.0113	6
2018	Galileo	0.0038	0.0062	0.0131	5.6	0.0072	1
2019	Galileo	0.0028	0.0044	0.0081	7.1	0.0052	2
2020	Galileo	0.0025	0.0046	0.0067	7.4	0.0053	1
2021	Galileo	0.0029	0.0051	0.0071	7.0	0.0059	2
2022	Galileo	0.0056	0.0048	0.0108	7.7	0.0074	1

Tabell 4.13: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun Galileo.

BeiDou

For BeiDou-løsningen er det få satellitter for hele tiddserien. Dette gjenspeiles også av nøyaktigheten.

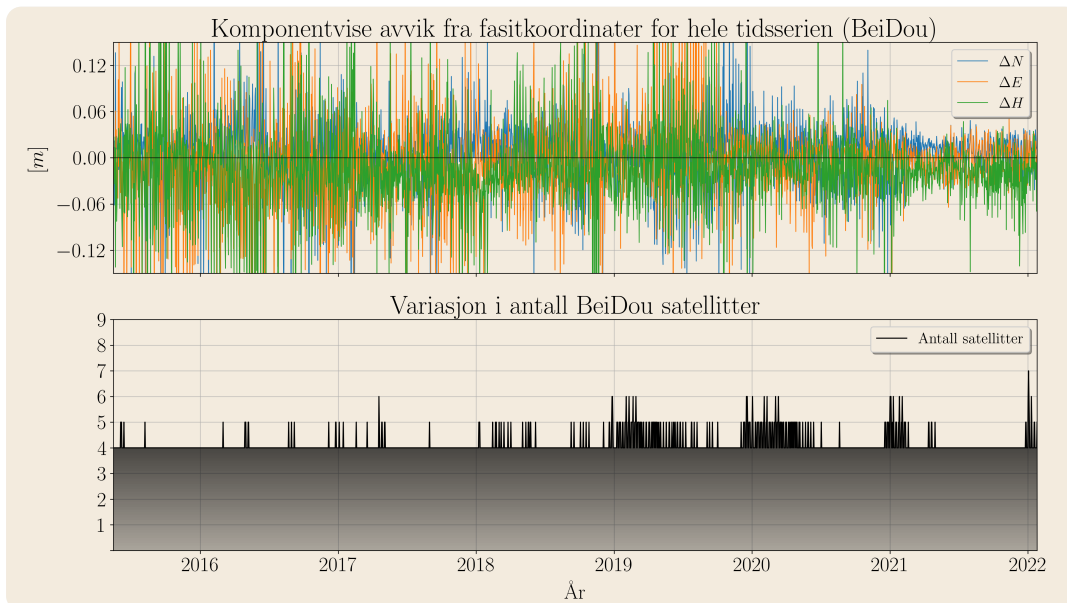


Fig. 4.22: Komponentvise avvik fra fasiskoordinater, og variasjonen i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tiddserien. Elevasjonsgrense på 10 grader.

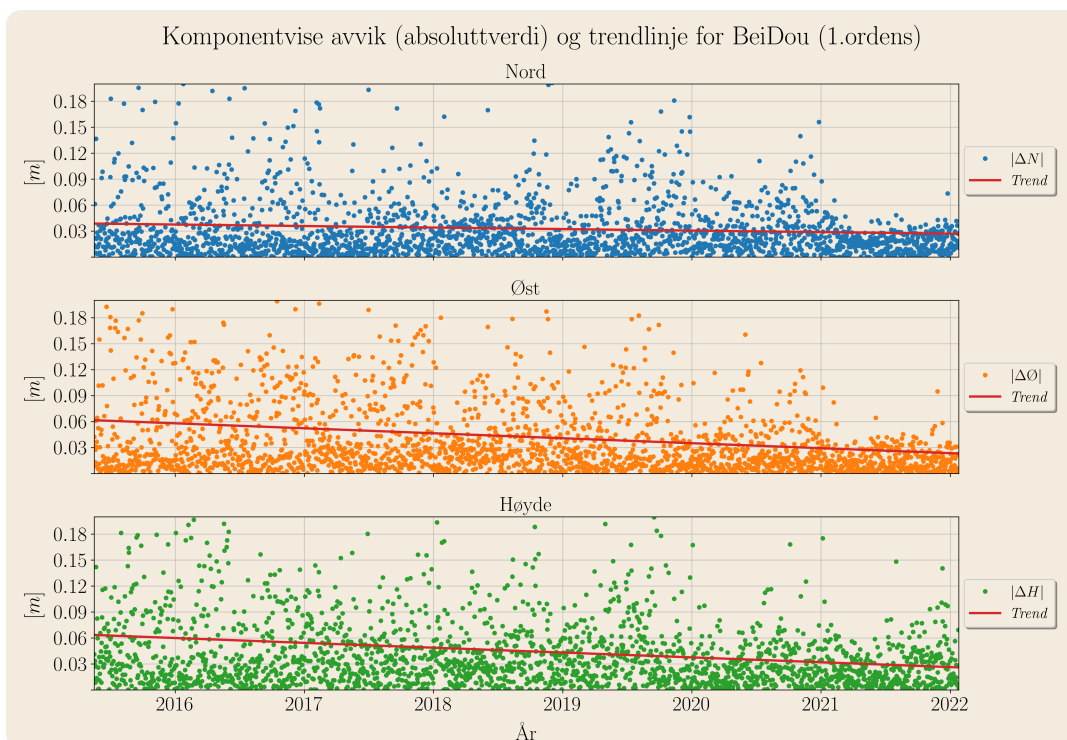


Fig. 4.23: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til BeiDou. Elevasjonsgrense på 10 grader.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	BeiDou	0.0484	0.0835	0.0839	4.0	0.0965	4
2016	BeiDou	0.0511	0.0768	0.0775	4.0	0.0923	8
2017	BeiDou	0.0409	0.0650	0.0592	4.0	0.0768	7
2018	BeiDou	0.0420	0.0543	0.0596	4.1	0.0686	6
2019	BeiDou	0.0464	0.0669	0.0580	4.3	0.0814	9
2020	BeiDou	0.0409	0.0351	0.0381	4.3	0.0539	6
2021	BeiDou	0.0235	0.0214	0.0332	4.1	0.0318	3
2022	BeiDou	0.0215	0.0168	0.0274	4.6	0.0273	0

Tabell 4.14: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun BeiDou.

Multi-GNSS

Ut i fra figur 4.24 kan man se da mottakeren startet å logge RINEX-3. Antall satellitter som inngår i løsningen gjør et hopp mellom år 2015 og 2016. Ser også samme trenden i østkomponenten som for GPS- og GLONASS-løsningen.

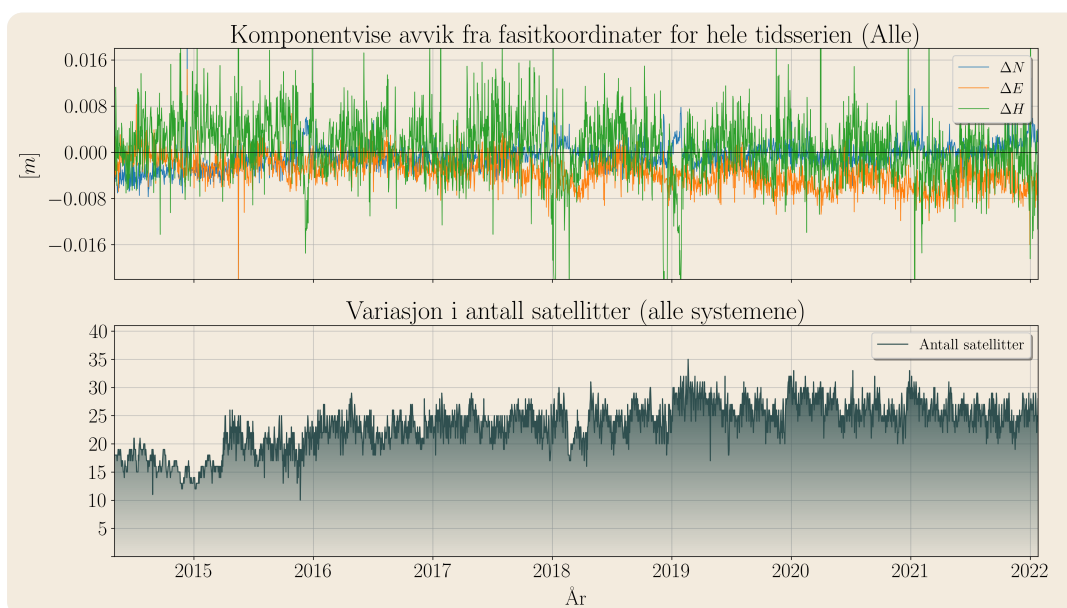


Fig. 4.24: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall satellitter for multi-GNSS-løsningen gjennom hele tidsserien. 10 graders elevasjonsgrense.

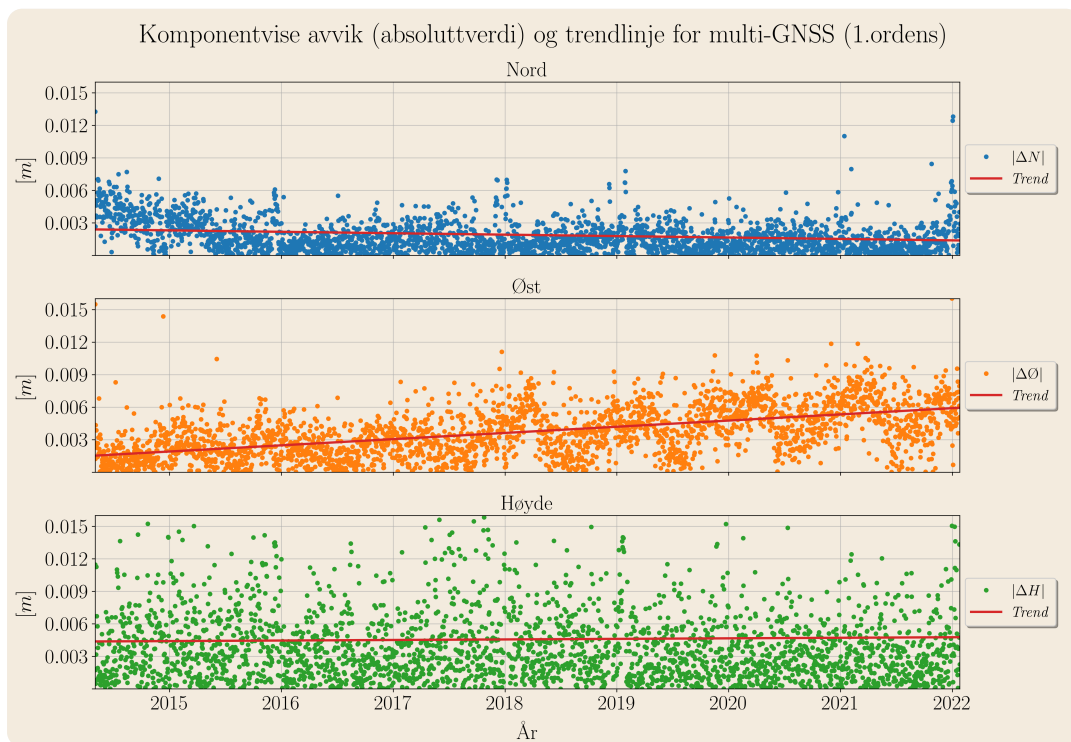


Fig. 4.25: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for løsningen med alle systemene.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	Alle	0.0040	0.0019	0.0047	17.1	0.0044	3
2015	Alle	0.0026	0.0030	0.0059	18.0	0.0040	3
2016	Alle	0.0018	0.0026	0.0049	22.3	0.0032	0
2017	Alle	0.0020	0.0034	0.0057	23.8	0.0040	2
2018	Alle	0.0019	0.0043	0.0078	23.8	0.0047	1
2019	Alle	0.0018	0.0047	0.0052	26.4	0.0050	7
2020	Alle	0.0017	0.0055	0.0043	26.6	0.0058	1
2021	Alle	0.0017	0.0059	0.0043	25.6	0.0062	5
2022	Alle	0.0048	0.0059	0.0100	26.0	0.0076	0

Tabell 4.15: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense. Inkluderer alle systemene.

Oversikt over alle systemene

For å visualisere eventuelle endringer i RMS-verdi, ble det laget et stolpediagram som presenterer de årlige gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert enkelt system. RMS-verdiene er altså et nøyaktighetsmål som viser det kvadratiske gjennomsnittet i forhold til stasjonskoordinatene til mottakeren på operahuset. Gitt ved ligning (2.56). I tillegg er også standardavviket til hver komponent beregnet. Det viser hvor stor variasjon hver komponent har i forhold til sin egen gjennomsnittsverdi, og er derfor et presisjonsmål. Gitt ved ligning (2.57). Bakgrunnen for å ha med begge størrelsene er for å fange opp eventuelle systematiske feil hvor komponentene eksempelvis har høy presisjon, men lav nøyaktighet.

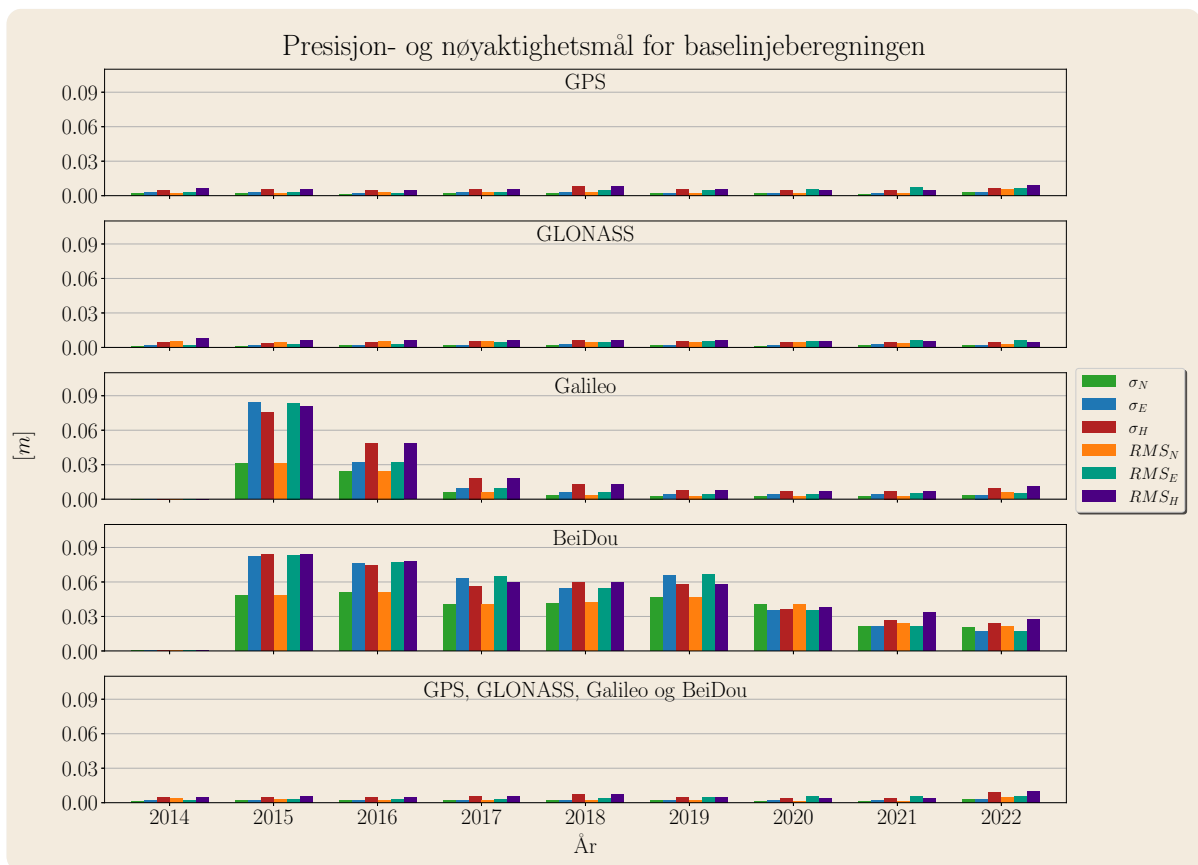


Fig. 4.26: Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene. (Merk: lik skalering av y-aksen)

I figur 4.26 er skalering av y-aksen lik for alle systemene. Som forventet er både presisjonen og nøyaktigheten for Galileo langt utenfor det man kan forvente med relative målinger de to første årene, og skyldes rett og slett dårlig geometri. Da mottakeren startet å logge RINEX 3.04 var det fortsatt svært få operative Galileo-satellitter. Ikke før mot slutten av 2015 var det stabilt nok antall satellitter synlige for mottakeren til at ligningsystemet ikke ble singulært. Som kjent kreves det minst 4 satellitter for en tredimensjonal posisjonsberegning. Antallet Galileo-satellitter i gjennomsnitt var for eksempel akkurat 4.0 i 2015.

Merk at selv om Galileo-systemet isolert sett har et singulært ligningsystem vil de synlige satellittene bidra inn i multi-GNSS-løsningen. BeiDou har samme utfordring. Den lave nøyaktigheten skyldes nok først og fremst for få satellitter for dette systemet også. Til forskjell fra Galileo, øker ikke antallet BeiDou-satellitter gjennom tidsserien noe som også fremkommer i både presisjon- og nøyaktighetstallene.

Selv om skaleringen i figur 4.26 er ugunstig for GPS, GLONASS og estimatet med alle systemene inkludert, kan man se en stigende trend i øst-komponenten. Dette er mere tydelig i figur 4.27 hvor skaleringen er tilpasset datagrunnlaget.

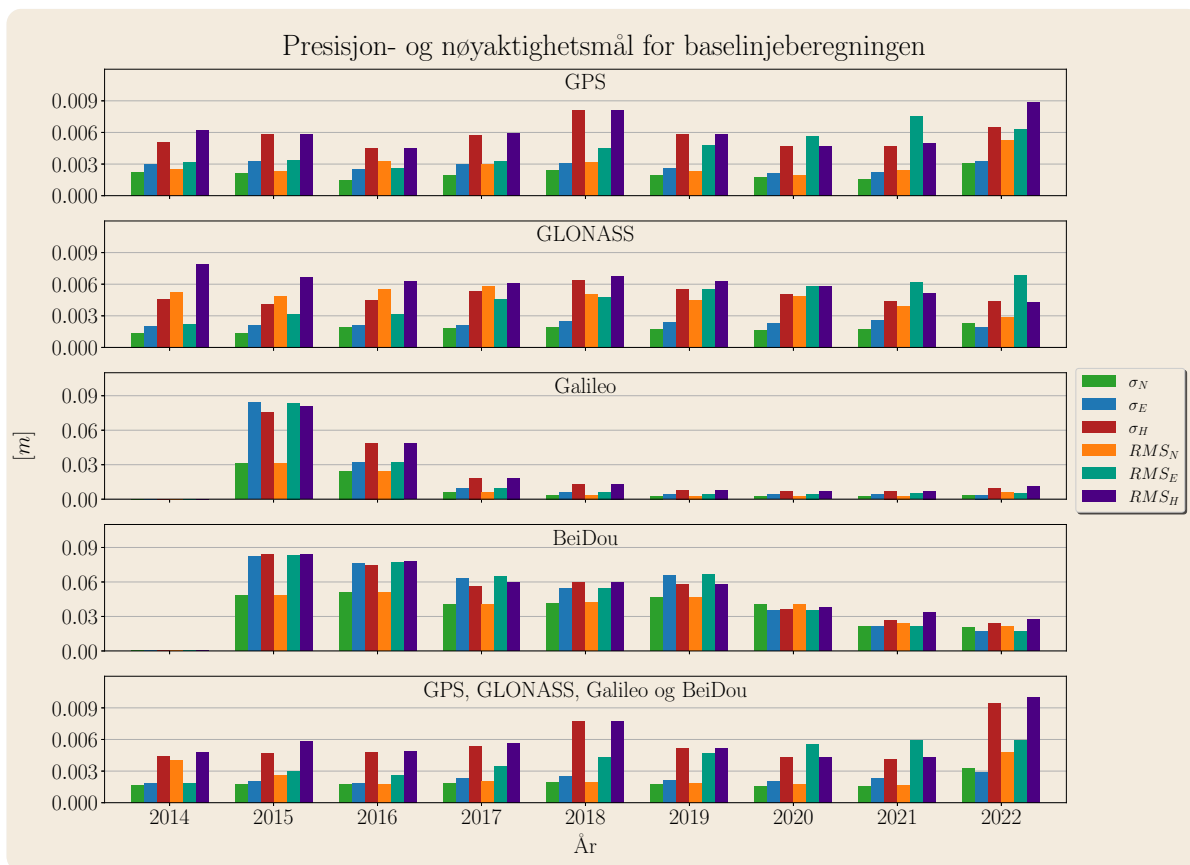


Fig. 4.27: Samme plot som i figur 4.26, men med ulik skalering. (Merk: Samme skalering av y-aksen for alle systemene bortsett fra BeiDou og Galileo)

For alle systemene bortsett fra GLONASS er det jevnt over relativt godt samsvar mellom presisjons- og nøyaktighetstallene. Ser man eksempelvis på resultatene fra GLONASS i 2014, er forskjellen stor, særlig for nord-komponenten. Dette tyder på systematiske feil i observasjonsmaterialet. Litt overraskende så ser nøyaktigheten ut for å være bedre i nordkomponenten enn i øst. Vanligvis er det omvendt. De estimerte standardavvikene fra RTKLIB viser det samme. Se figur 4.28.

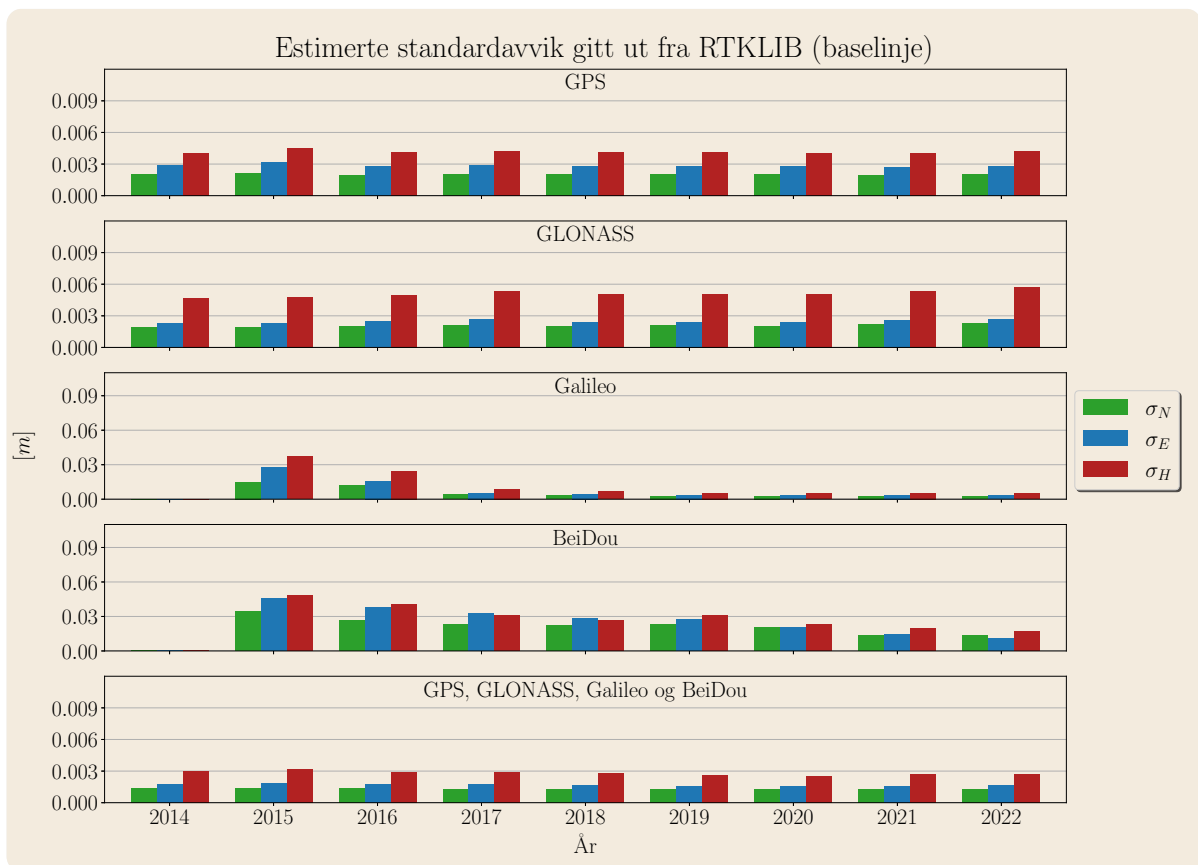


Fig. 4.28: Plottet viser de estimerte standardavvikene fra RTKLIB (10 graders elevasjonsgrense). Merk at det er benyttet generell feilforplantning for å transformere standardavvikene fra ECEF til et lokaltoposentrisk system (ENU).

Som et resultat av korrelerte målinger er de estimerte standardavvikene som gis ut av beregningsprogrammer ofte litt for optimistiske. I hvor stor grad, avhenger av dataratene. I dette tilfellet er ikke forskjellen så stor hvis man sammenligner de mot presisjonstallene i figur 4.27, og hadde nok være større ved bruk av 1-sekundsdata (1 Hz). Trendlinjer basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene er presentert i tabell 4.29.

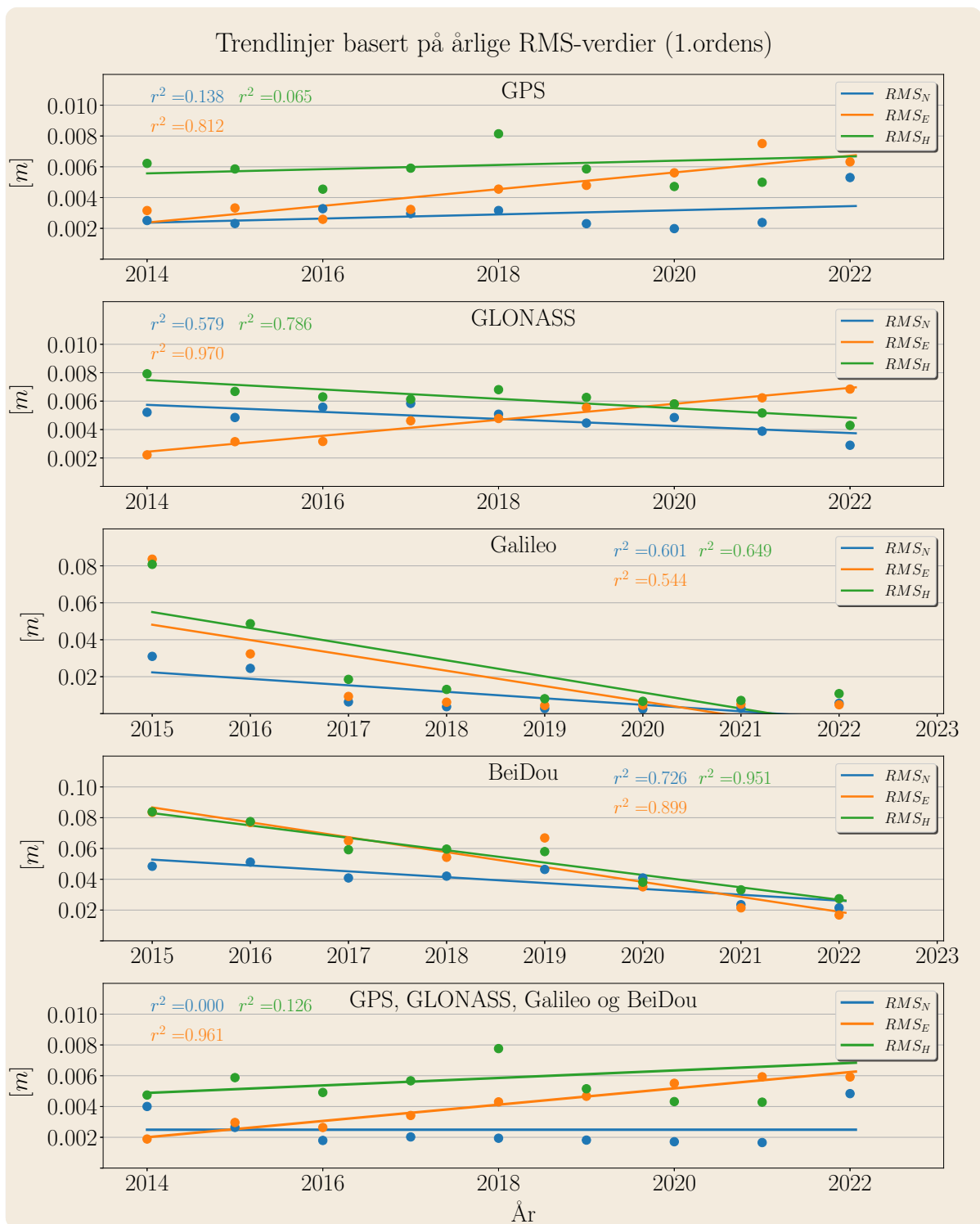


Fig. 4.29: Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (Baselinje). 10 graders elevasjonsgrense.

Ligningene for trendlinjene i figur 4.29 er presentert i tabell 4.16.

System	Nord [m]	Øst [m]	Høyde [m]
GPS	$0.00014x + 0.0024$	$0.00055x + 0.0024$	$0.00014x + 0.0056$
GLONASS	$-0.00025x + 0.0057$	$0.00057x + 0.4081$	$-0.00033x + 0.0075$
Galileo	$-0.00380x + 0.0279$	$-0.00898x + 0.0613$	$-0.00942x + 0.0688$
BeiDou	$-0.00406x + 0.0583$	$-0.01033x + 0.1009$	$-0.00858x + 0.0948$
Multi-GNSS	$0.00000x + 0.0025$	$0.00053x + 0.0020$	$0.00025x + 0.0049$

Tabell 4.16: Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (baselinje). 10 graders elevasjonsgrense.

4.2.2 Ingen elevasjonsgrense (0 grader)

GPS

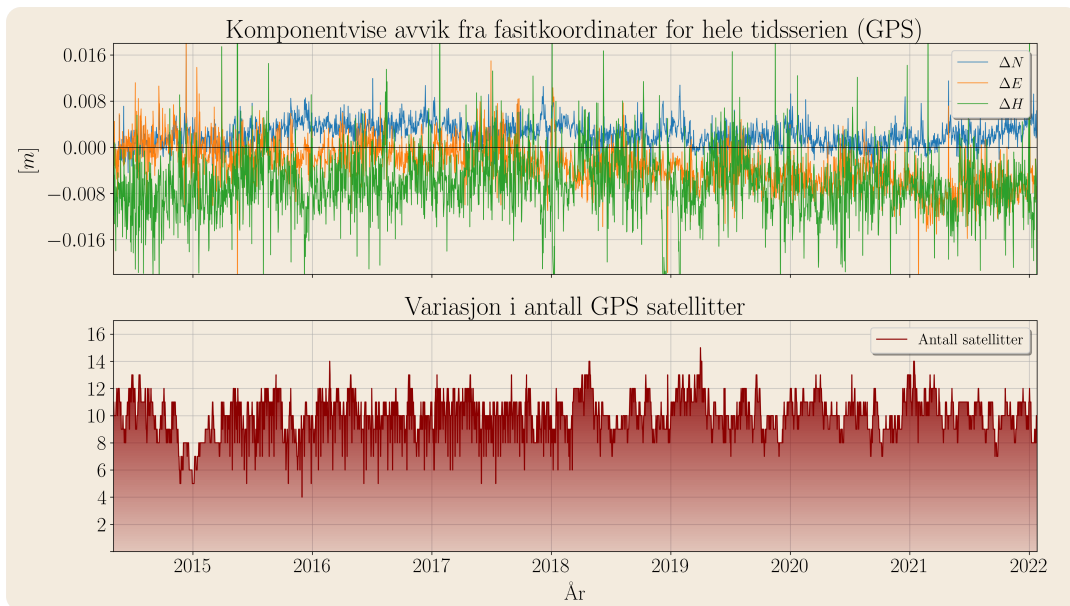


Fig. 4.30: Komponentvise avvik fra fasetkoordinater, og variasjonen i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.

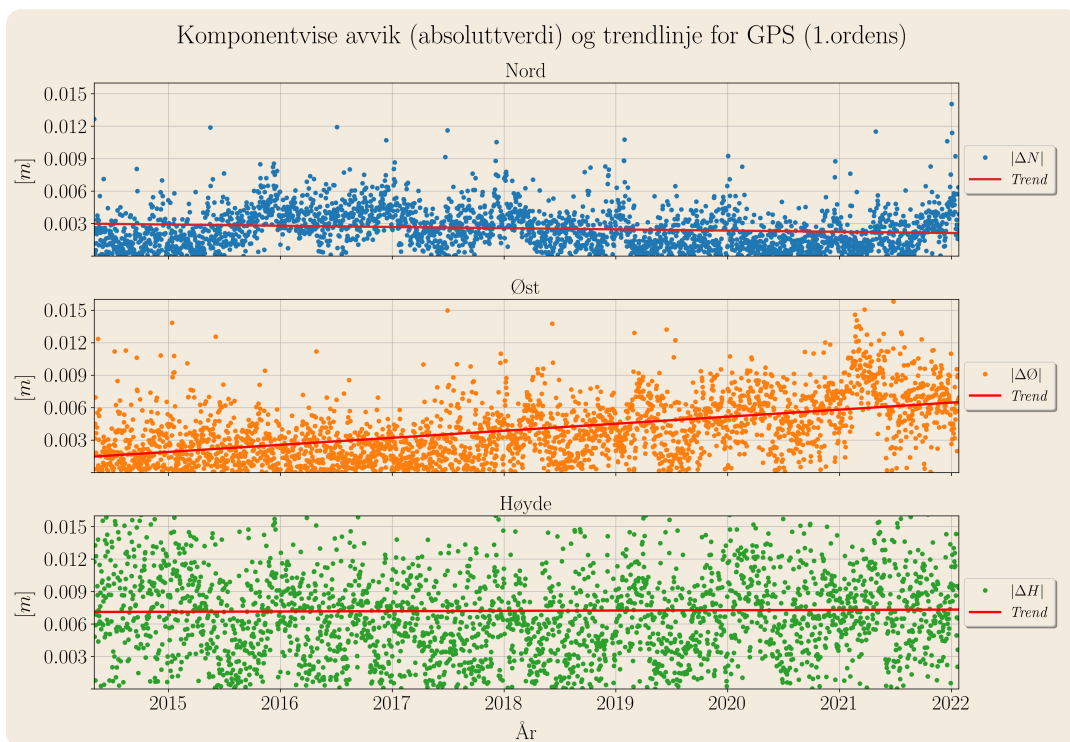


Fig. 4.31: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GPS. Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	GPS	0.0022	0.0032	0.0101	10.3	0.0039	3
2015	GPS	0.0029	0.0036	0.0082	9.0	0.0046	3
2016	GPS	0.0038	0.0026	0.0073	9.9	0.0046	21
2017	GPS	0.0035	0.0032	0.0069	10.0	0.0048	7
2018	GPS	0.0031	0.0043	0.0082	10.2	0.0054	4
2019	GPS	0.0024	0.0049	0.0076	10.3	0.0055	8
2020	GPS	0.0021	0.0057	0.0088	10.2	0.0060	14
2021	GPS	0.0025	0.0075	0.0083	10.3	0.0080	24
2022	GPS	0.0051	0.0060	0.0116	9.0	0.0079	1

Tabell 4.17: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun GPS.

GLONASS

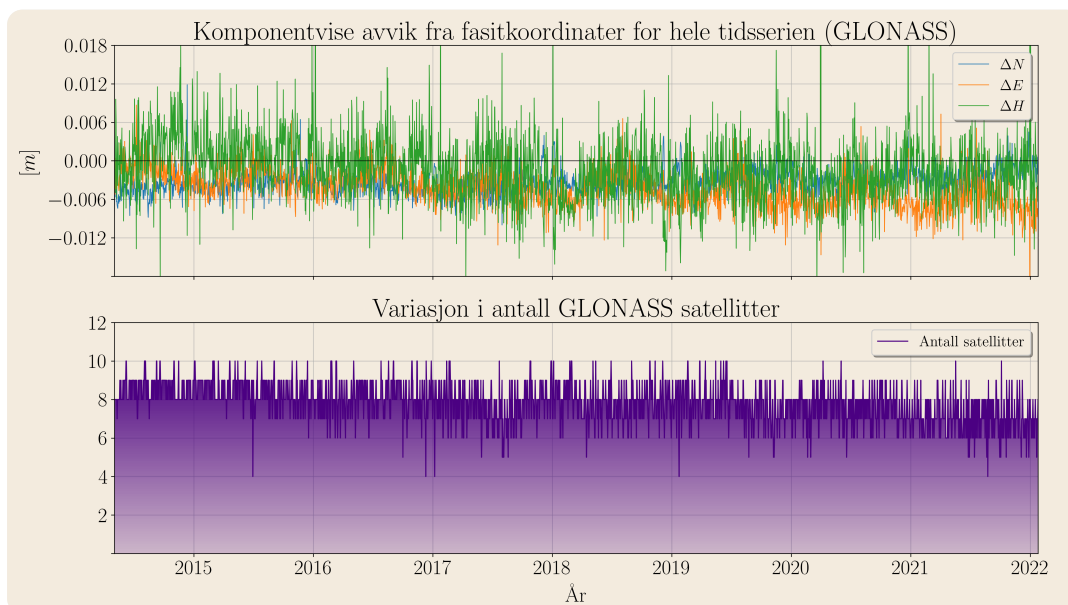


Fig. 4.32: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.

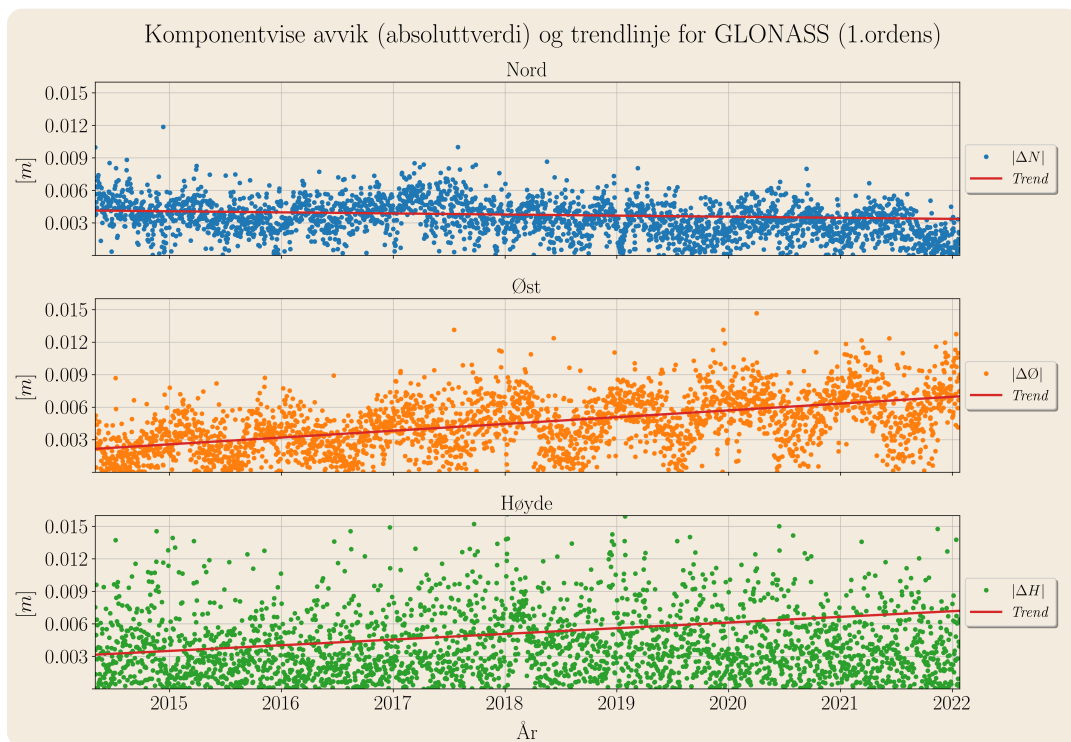


Fig. 4.33: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til GLONASS. Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	GLONASS	0.0044	0.0023	0.0049	8.5	0.0050	9
2015	GLONASS	0.0037	0.0035	0.0043	8.5	0.0051	10
2016	GLONASS	0.0040	0.0035	0.0043	8.1	0.0053	1
2017	GLONASS	0.0044	0.0048	0.0053	7.7	0.0065	19
2018	GLONASS	0.0037	0.0048	0.0058	7.9	0.0061	6
2019	GLONASS	0.0031	0.0057	0.0055	7.8	0.0065	5
2020	GLONASS	0.0033	0.0061	0.0055	7.6	0.0070	1
2021	GLONASS	0.0027	0.0066	0.0045	7.0	0.0072	6
2022	GLONASS	0.0018	0.0069	0.0089	7.0	0.0071	8

Tabell 4.18: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun GLONASS.

Galileo

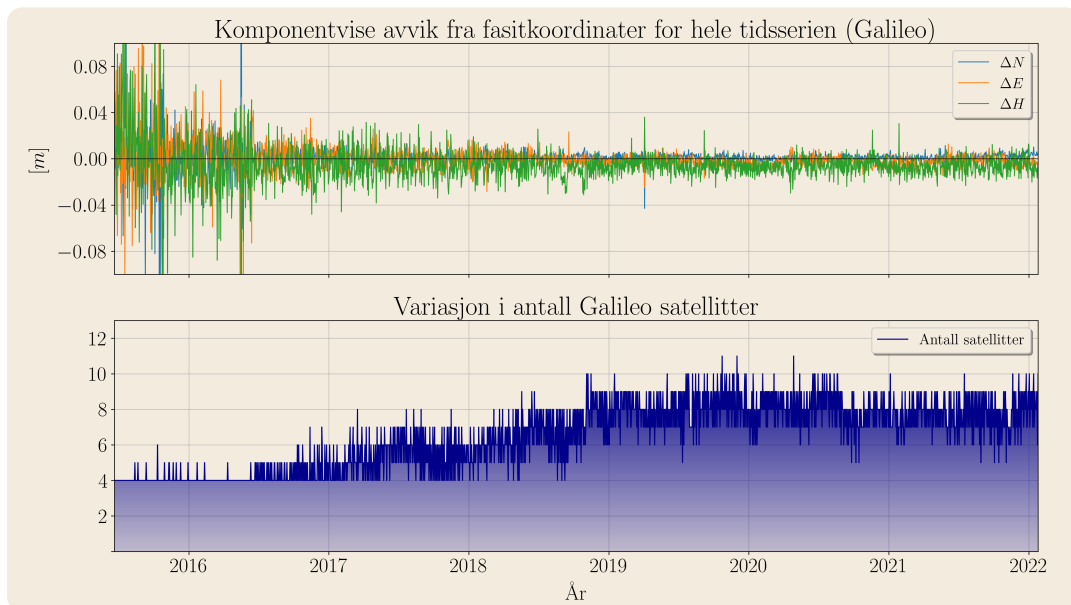


Fig. 4.34: Komponentvise avvik fra fasiskoordinater, og variasjonen i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.

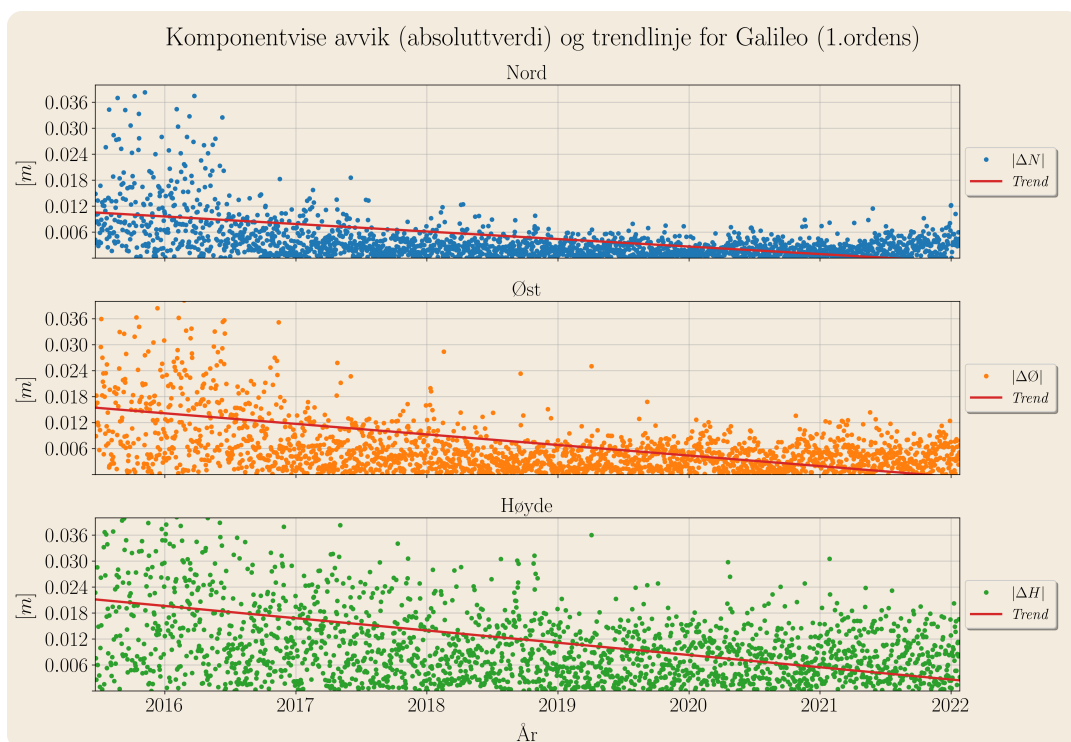


Fig. 4.35: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til Galileo. Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	Galileo	0.0184	0.0432	0.0564	4.0	0.0469	1
2016	Galileo	0.0164	0.0240	0.0292	4.1	0.0291	7
2017	Galileo	0.0052	0.0080	0.0147	5.1	0.0095	1
2018	Galileo	0.0036	0.0060	0.0119	6.1	0.0070	1
2019	Galileo	0.0028	0.0046	0.0094	7.9	0.0054	2
2020	Galileo	0.0026	0.0048	0.0090	8.1	0.0054	1
2021	Galileo	0.0030	0.0053	0.0092	7.7	0.0061	2
2022	Galileo	0.0046	0.0049	0.0107	8.4	0.0067	2

Tabell 4.19: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun Galileo.

BeiDou

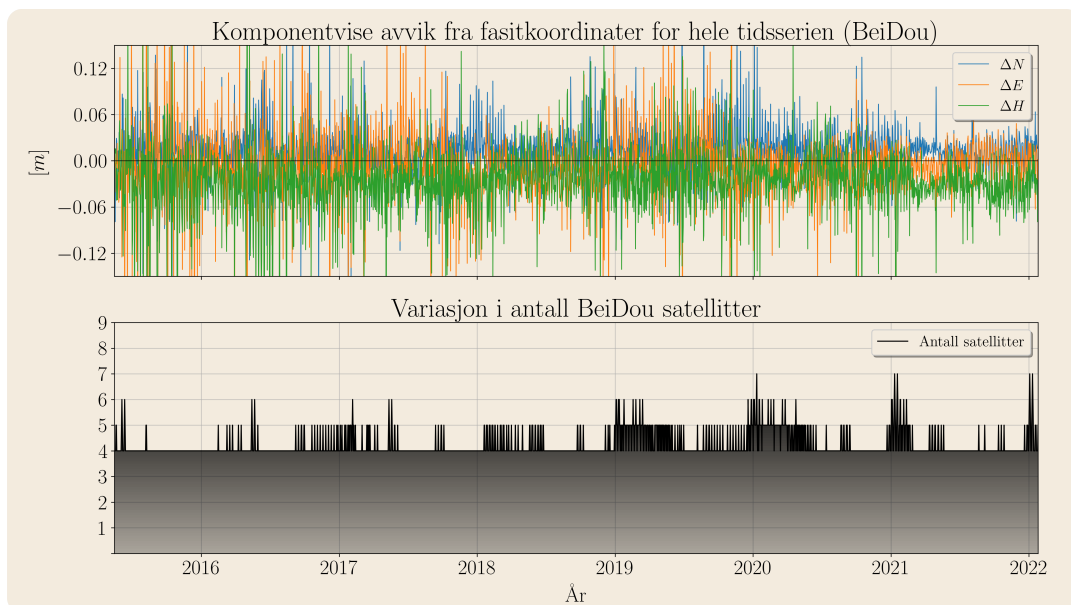


Fig. 4.36: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjonen i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.

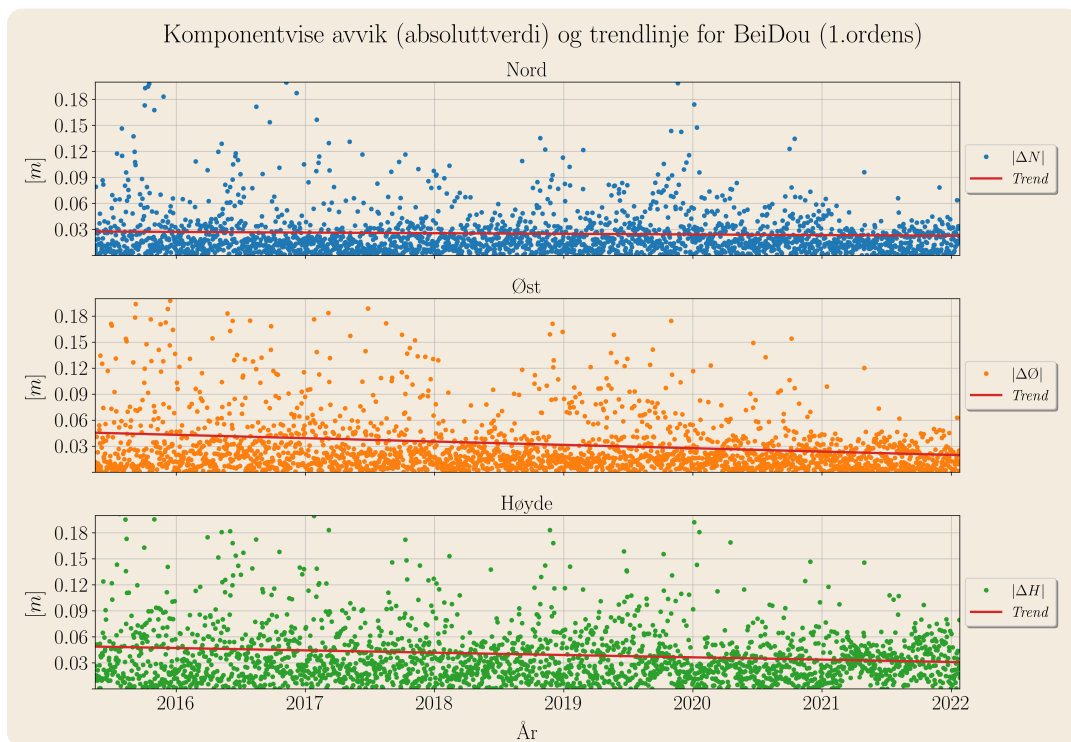


Fig. 4.37: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) til BeiDou. Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	BeiDou	0.0460	0.0872	0.0738	4.0	0.0986	4
2016	BeiDou	0.0321	0.0494	0.0548	4.1	0.0589	11
2017	BeiDou	0.0320	0.0472	0.0496	4.1	0.0571	4
2018	BeiDou	0.0281	0.0319	0.0412	4.1	0.0425	6
2019	BeiDou	0.0380	0.0469	0.0467	4.4	0.0604	5
2020	BeiDou	0.0277	0.0280	0.0353	4.4	0.0394	11
2021	BeiDou	0.0220	0.0222	0.0403	4.2	0.0312	1
2022	BeiDou	0.0241	0.0188	0.0320	4.9	0.0305	0

Tabell 4.20: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Kun BeiDou.

Multi-GNSS

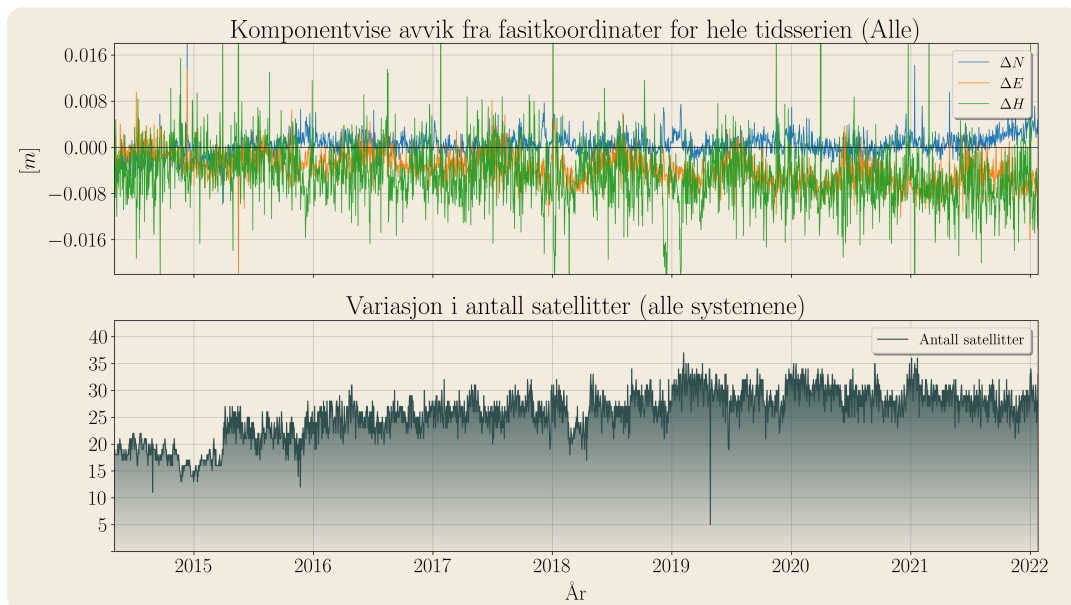


Fig. 4.38: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i totalt antall satellitter gjennom hele tidsserien. Ingen elevasjonsgrense.

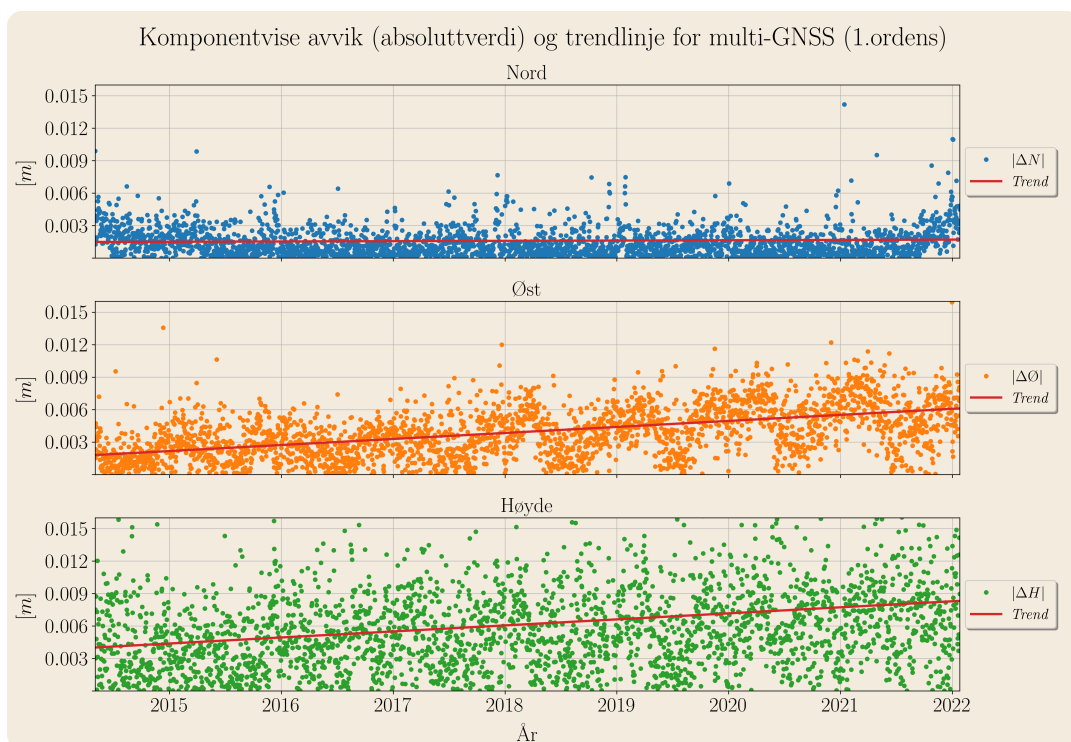


Fig. 4.39: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for løsningen med alle systemene. Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2014	Alle	0.0026	0.0021	0.0055	18.7	0.0033	3
2015	Alle	0.0019	0.0033	0.0048	19.9	0.0038	4
2016	Alle	0.0015	0.0029	0.0061	24.5	0.0033	4
2017	Alle	0.0017	0.0036	0.0064	26.2	0.0040	3
2018	Alle	0.0016	0.0043	0.0077	26.3	0.0046	5
2019	Alle	0.0015	0.0049	0.0070	29.2	0.0051	11
2020	Alle	0.0016	0.0058	0.0076	29.4	0.0060	1
2021	Alle	0.0020	0.0062	0.0079	28.2	0.0065	6
2022	Alle	0.0039	0.0061	0.0101	28.9	0.0072	2

Tabell 4.21: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for baselinje-beregningen uten elevasjonsgrense. Alle systemene er med.

Oversikt over alle systemene

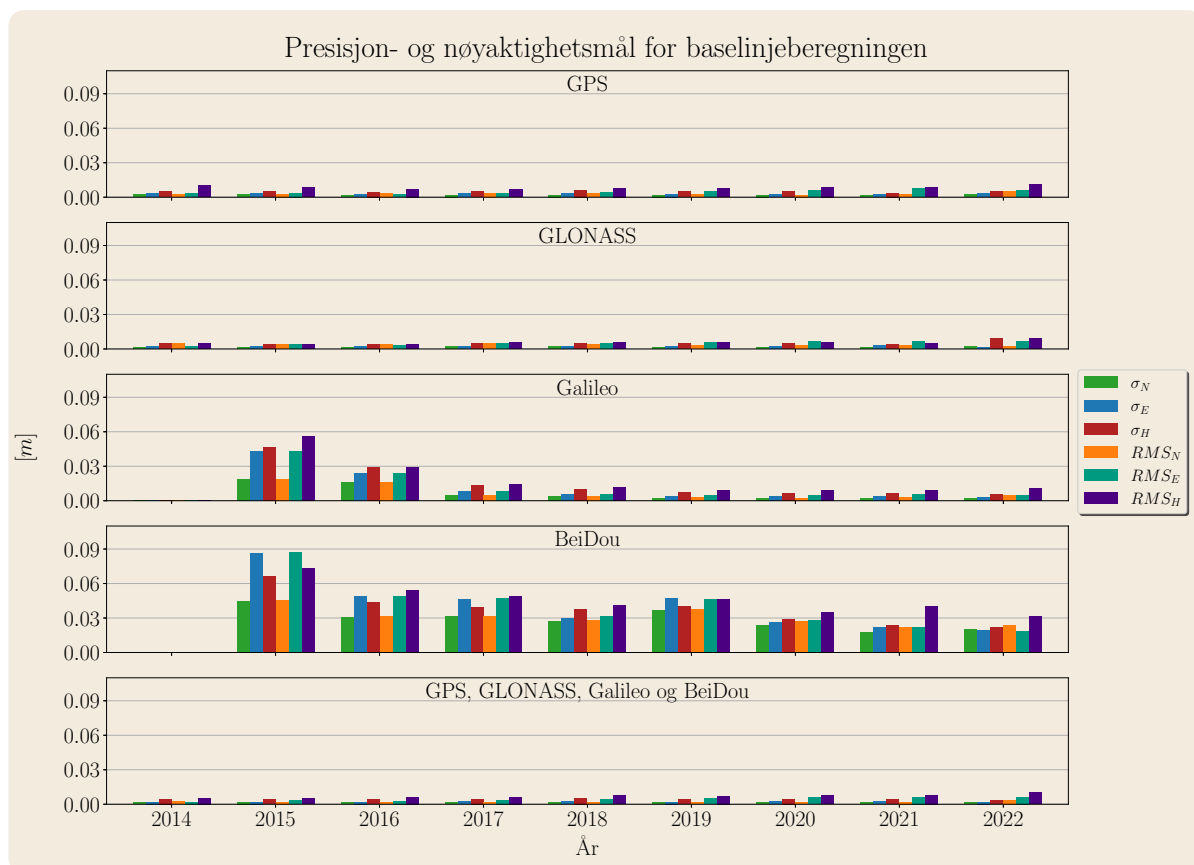


Fig. 4.40: Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene. Ingen elevasjonsgrense. (Merk: lik skalering av y-aksen).

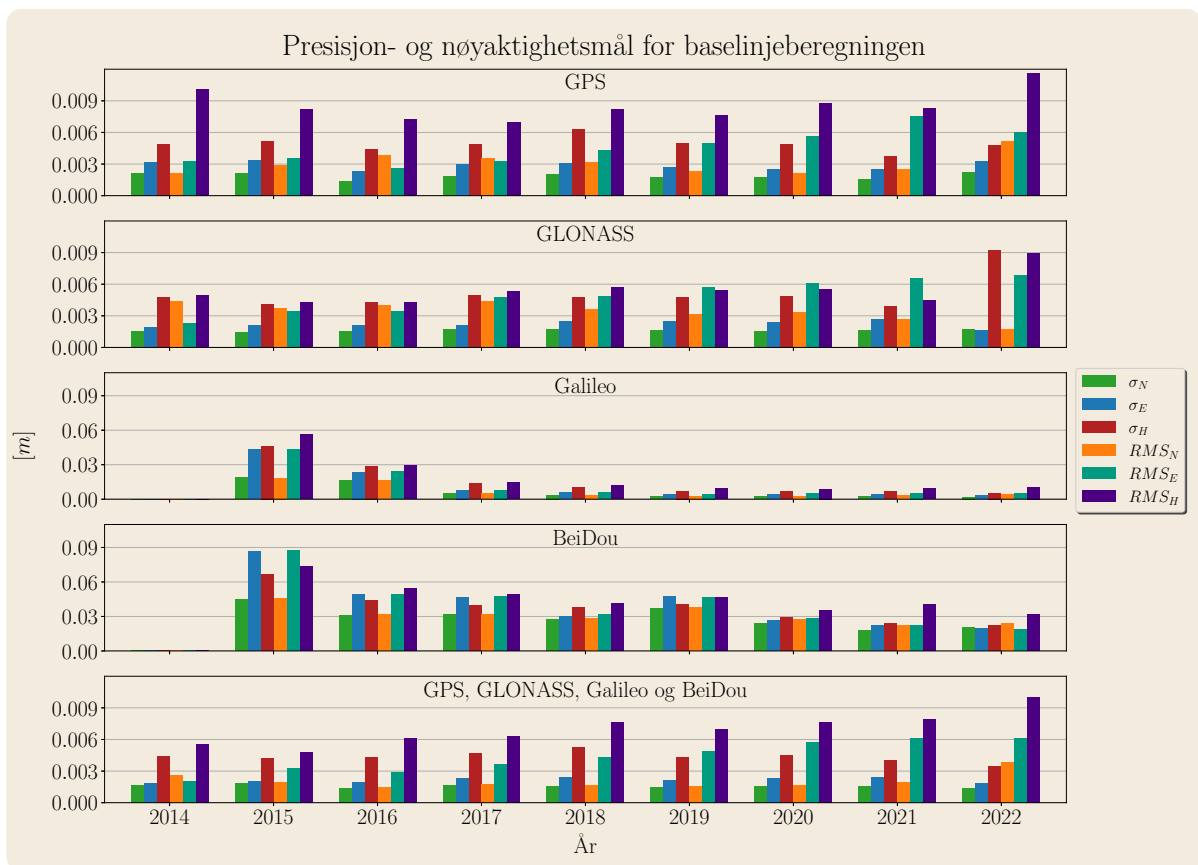


Fig. 4.41: Samme plot som i figur 4.40, men med ulik skalering. (Merk: Samme skalering av y-aksen for alle systemene bortsett fra BeiDou og Galileo)

Sammenlignes figur 4.41 med figur 4.27, ser man at nøyaktigheten i 2015 for Galileo-løsningen faktisk er bedre uten elevasjonsgrense enn med 10 graders grense. Dette skyldes sannsynligvis at løsningen uten grense inkluderer litt flere satellitter og med så få i utgangspunktet, vil oppstrammingen av geometrien har større betydning enn feilbidraget fra de lave satellittene. De estimerte standardavvikene fra RTKLIB er presentert i figur 4.42.

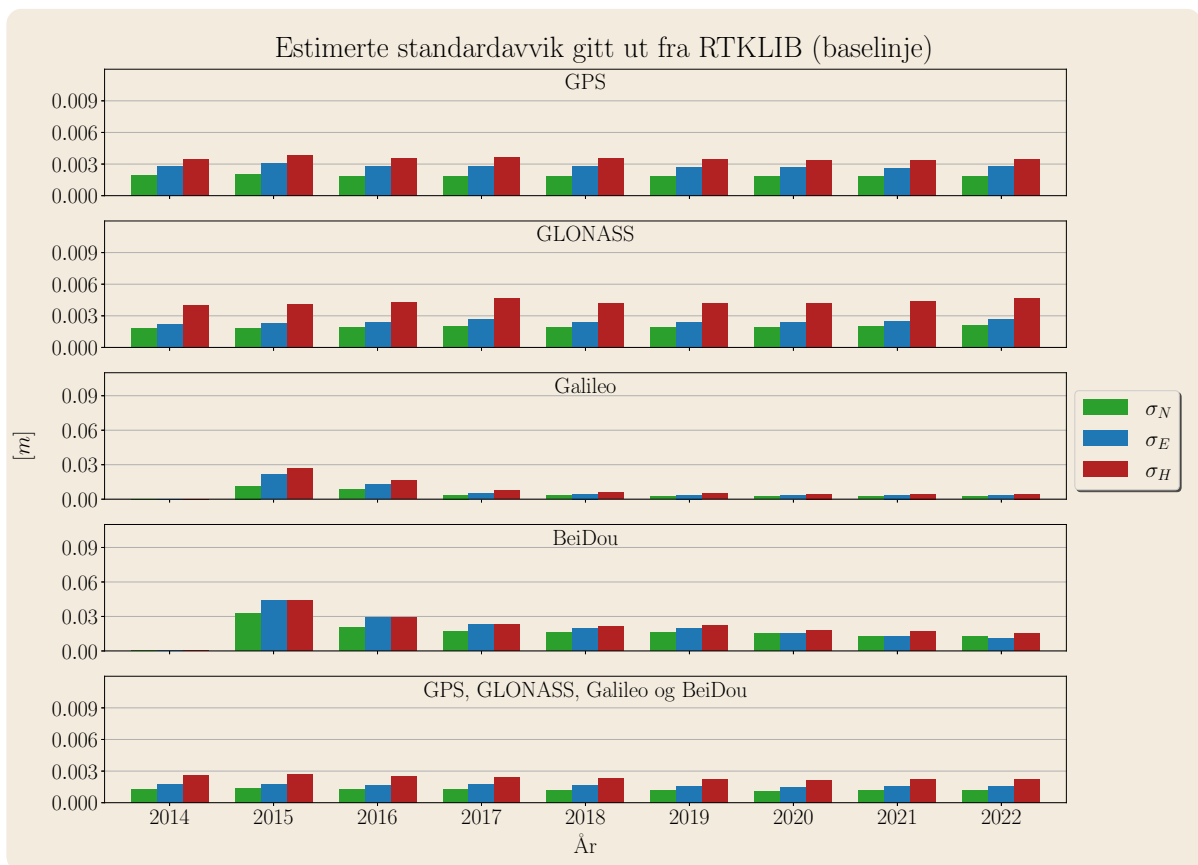


Fig. 4.42: Plottet viser de estimerte standardavvikene fra RTKLIB (ingen elevasjonsgrense). Merk at det er benyttet generell feilforplantning for å transformere standardavvikene fra ECEF til et lokaltoposentrisk system (ENU).

Trendlinjer basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene er presentert i tabell 4.43

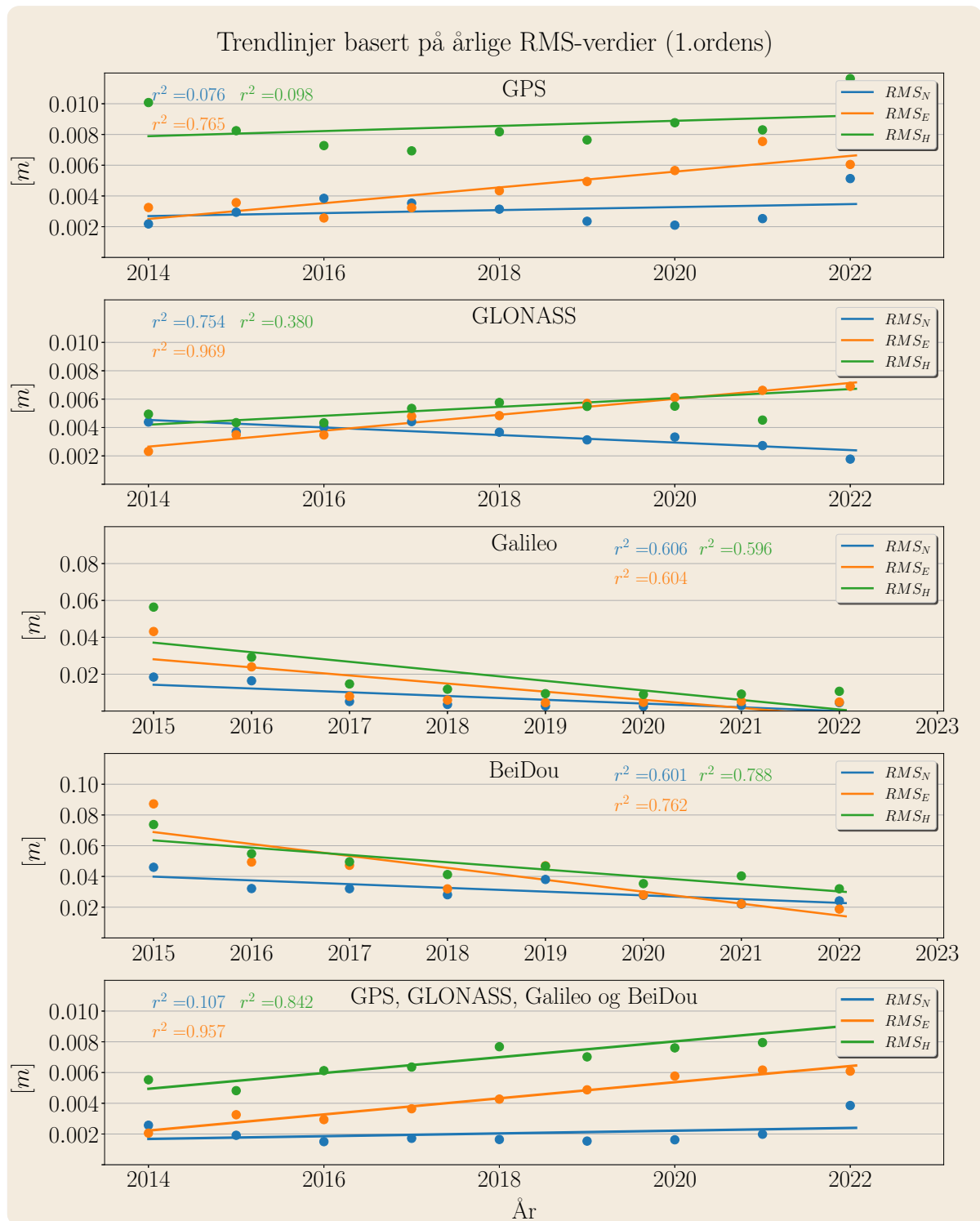


Fig. 4.43: Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (Baselinje). Ingen elevasjonsgrense.

Ligningene for trendlinjene i figur 4.43 er presentert i tabell 4.22.

System	Nord [m]	Øst [m]	Høyde [m]
GPS	$0.00010x + 0.0027$	$0.00052x + 0.0025$	$0.00017x + 0.0079$
GLONASS	$-0.00027x + 0.0045$	$0.00057x + 0.0027$	$0.00032x + 0.0042$
Galileo	$-0.00221x + 0.0175$	$-0.00475x + 0.0351$	$-0.00560x + 0.0453$
BeiDou	$-0.00260x + 0.0434$	$-0.00827x + 0.0802$	$-0.00506x + 0.0704$
Multi-GNSS	$0.00009x + 0.0017$	$0.00053x + 0.0022$	$0.00052x + 0.0049$

Tabell 4.22: Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (Baselinje). Ingen elevasjonsgrense

4.3 PPP

Dette kapitlet presenterer resultatene fra PPP-beregningen. Oppsettet er likt som for baselinjeberegningen.

4.3.1 Elevasjonsgrense på 10 grader

GPS

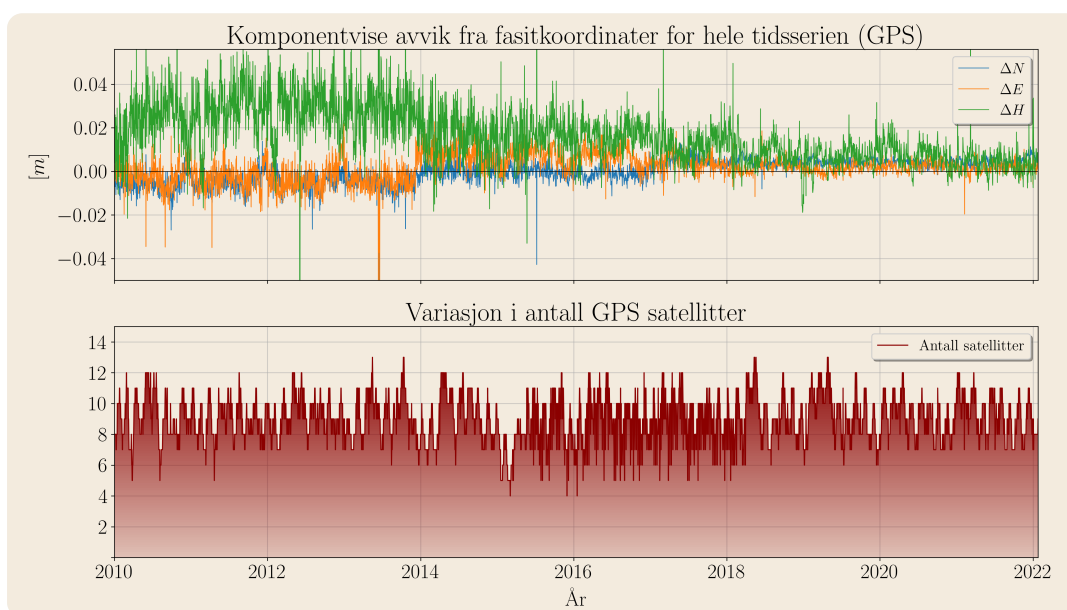


Fig. 4.44: Komponentvise avvik fra fastkoordinater, og variasjon i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

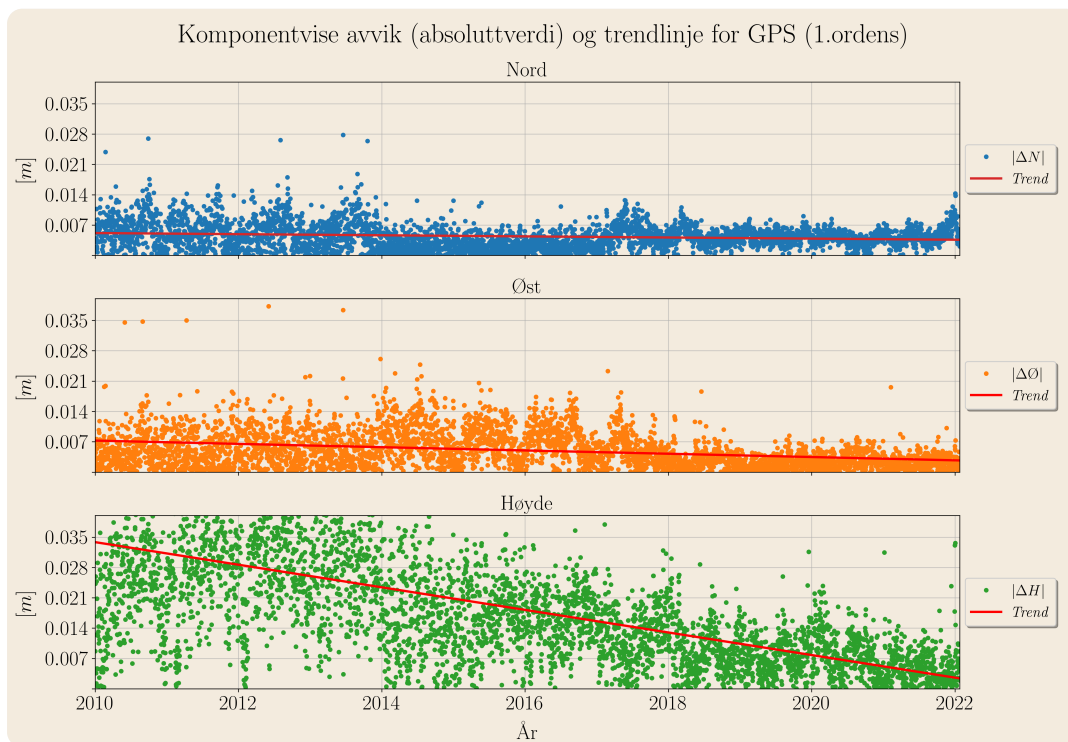


Fig. 4.45: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GPS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	GPS	0.0069	0.0063	0.0259	9.1	0.0093	4
2011	GPS	0.0063	0.0065	0.0302	8.9	0.0091	9
2012	GPS	0.0064	0.0073	0.0321	9.2	0.0097	1
2013	GPS	0.0064	0.0065	0.0295	9.1	0.0091	5
2014	GPS	0.0036	0.0094	0.0194	9.1	0.0100	4
2015	GPS	0.0030	0.0078	0.0193	8.1	0.0084	1
2016	GPS	0.0031	0.0084	0.0172	8.9	0.0089	5
2017	GPS	0.0055	0.0061	0.0135	9.1	0.0082	5
2018	GPS	0.0047	0.0037	0.0103	9.1	0.0060	3
2019	GPS	0.0046	0.0025	0.0084	9.3	0.0052	3
2020	GPS	0.0041	0.0034	0.0091	9.1	0.0054	6
2021	GPS	0.0049	0.0028	0.0060	9.2	0.0057	2
2022	GPS	0.0058	0.0025	0.0062	8.0	0.0063	2

Tabell 4.23: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GPS.

GLONASS

Som nevnt tidligere var GLONASS problematisk i perioden fra 2010 og frem til mottakeren ble byttet i 2015. A priori standardavvik på fasemålingene måtte justeres opp i RTKLIB for at observasjonene ikke skulle lukes ut som utliggere. Problematikken kommer tydelig frem i figur 4.46. De komponentvise avvikene er langt større enn hva man bør forvente av en PPP-løsning med bruk av presise produkter.

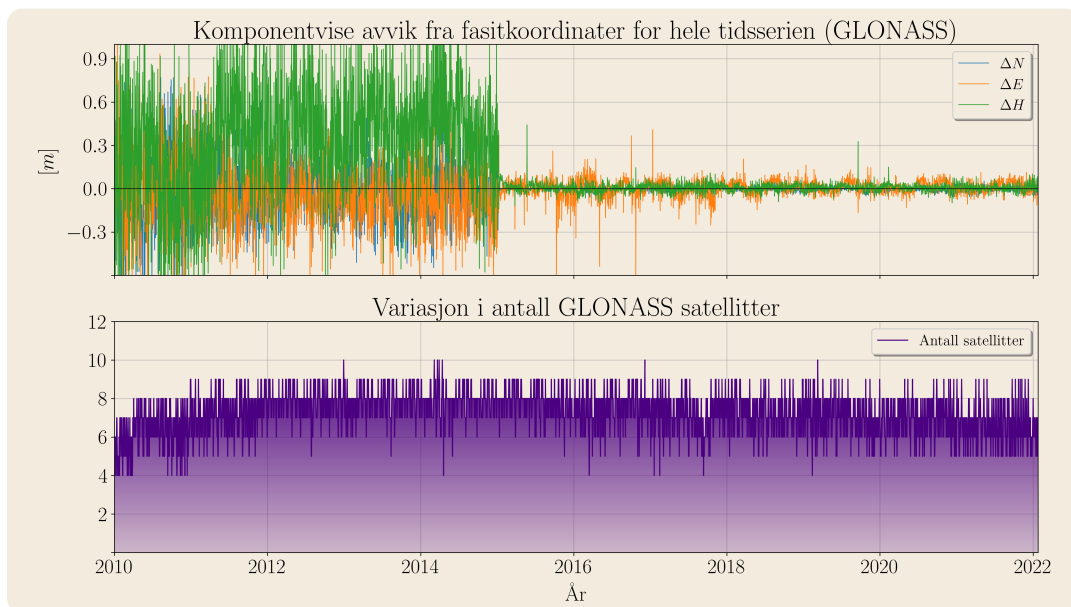


Fig. 4.46: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

Årsaken til de store avvikene er ikke kjent. En viktig bemerkning er at dette ikke forekommer for de relative målingene. De store avvikene skyldes derfor en feilkilde som blir differensiert bort når det dannes dobbeltdifferanser. Dette kan tyde på at problematikken er klokke-relatert, og kan for eksempel skyldes en feil i håndteringen av instrumentforsinkelsen til mottaker og satellitt (DCB).

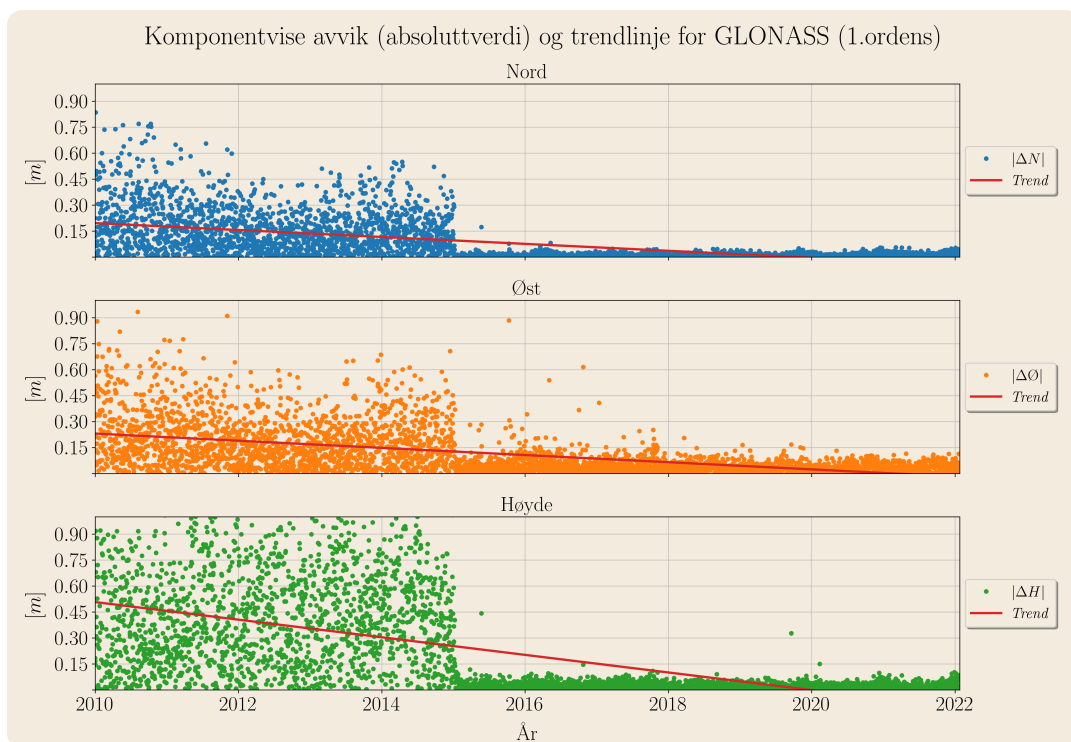


Fig. 4.47: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GLONASS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

Som figur 4.47 viser, stuper RMS-verdiene ved overgangen til 2015.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	GLONASS	0.2984	0.3254	0.4983	6.3	0.4415	0
2011	GLONASS	0.2165	0.2539	0.5580	7.2	0.3337	1
2012	GLONASS	0.1655	0.1996	0.5355	7.9	0.2593	2
2013	GLONASS	0.1870	0.2158	0.5529	7.9	0.2855	2
2014	GLONASS	0.1842	0.2320	0.5422	7.9	0.2962	3
2015	GLONASS	0.0098	0.0645	0.0328	7.8	0.0652	2
2016	GLONASS	0.0145	0.0629	0.0299	7.5	0.0645	6
2017	GLONASS	0.0146	0.0627	0.0333	7.2	0.0643	1
2018	GLONASS	0.0135	0.0457	0.0264	7.2	0.0477	1
2019	GLONASS	0.0132	0.0422	0.0246	7.1	0.0443	2
2020	GLONASS	0.0147	0.0410	0.0259	7.0	0.0436	1
2021	GLONASS	0.0170	0.0426	0.0274	6.5	0.0458	0
2022	GLONASS	0.0266	0.0471	0.0467	6.4	0.0540	0

Tabell 4.24: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun GLONASS.

Merk at terskelverdien for deteksjon av utliggere er basert på årsvise standardavvik, og ikke på hele tidsserien. Derfor er det ikke plukket ut flere ekstremverdier i perioden hvor RMS-verdiene er svært høye, enn i resten av tidsserien.

Galileo

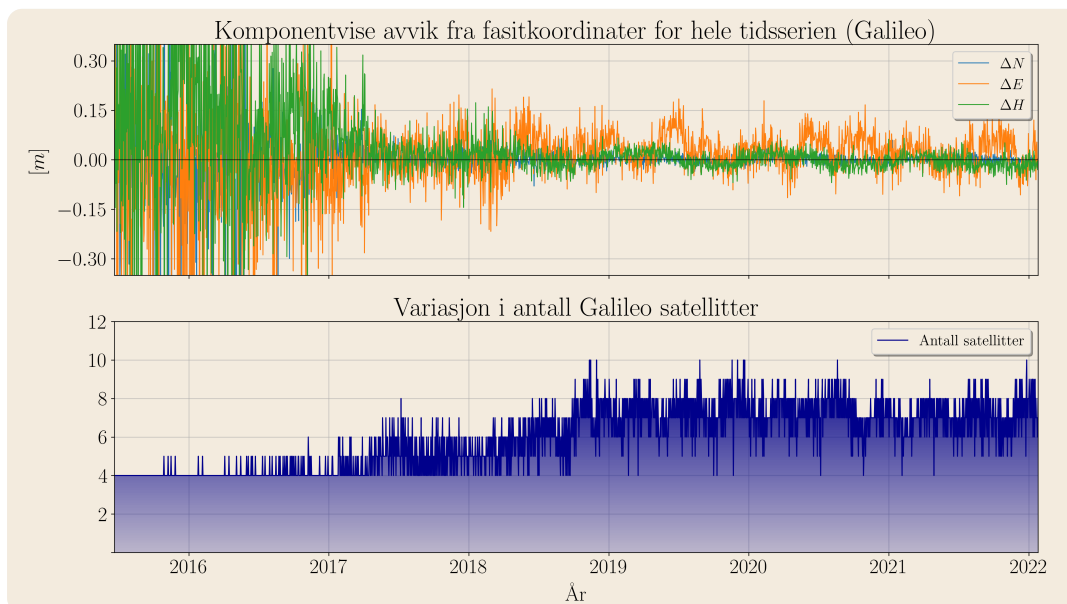


Fig. 4.48: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

Sammenhengen mellom nøyaktighet og antall satellitter er tydelig også for PPP-løsningen. Se figur 4.48.

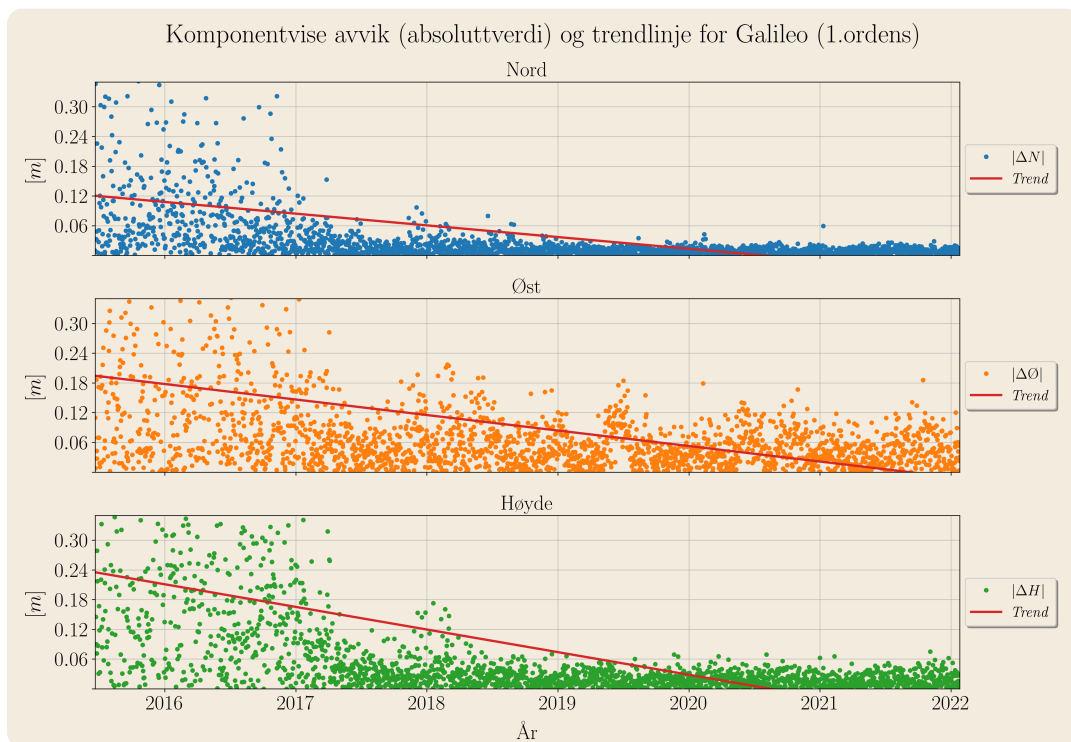


Fig. 4.49: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Galileo-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	Galileo	0.2260	0.4079	0.3803	4.0	0.4663	1
2016	Galileo	0.2304	0.3095	0.3894	4.1	0.3858	9
2017	Galileo	0.0472	0.1104	0.1265	4.6	0.1201	7
2018	Galileo	0.0214	0.0750	0.0418	5.6	0.0780	2
2019	Galileo	0.0121	0.0625	0.0237	7.3	0.0637	0
2020	Galileo	0.0113	0.0589	0.0237	7.3	0.0599	0
2021	Galileo	0.0107	0.0520	0.0229	7.0	0.0531	1
2022	Galileo	0.0108	0.0450	0.0229	7.7	0.0463	0

Tabell 4.25: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun Galileo.

BeiDou

BeiDou har et konstant lavt antall satellitter gjennom hele tidsserien som også gjenspeiles i nøyaktigheten.

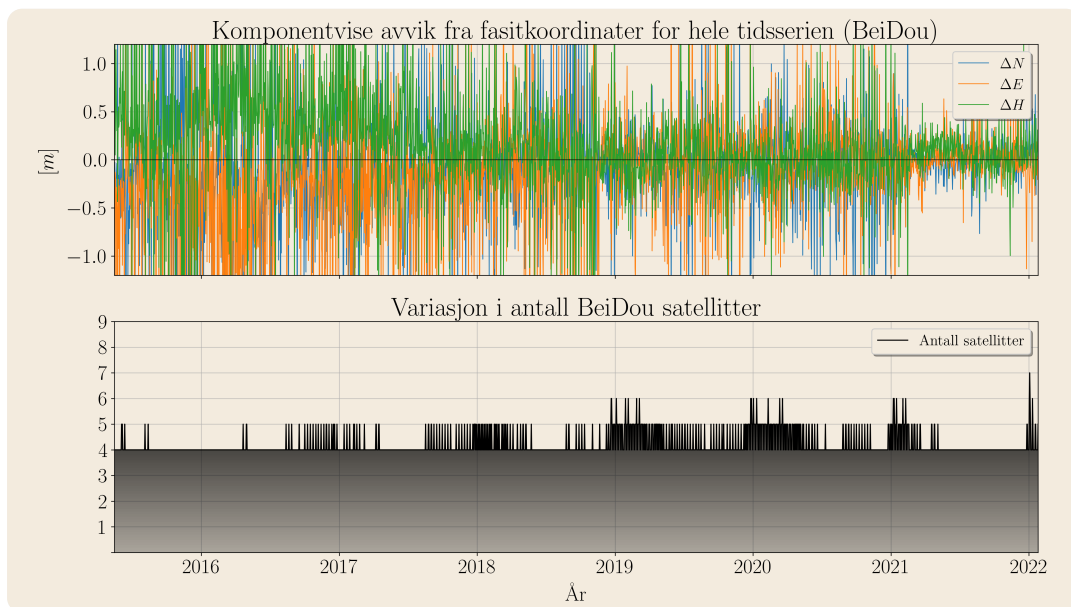


Fig. 4.50: Komponentvise avvik fra fasettkoordinater, og variasjon i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

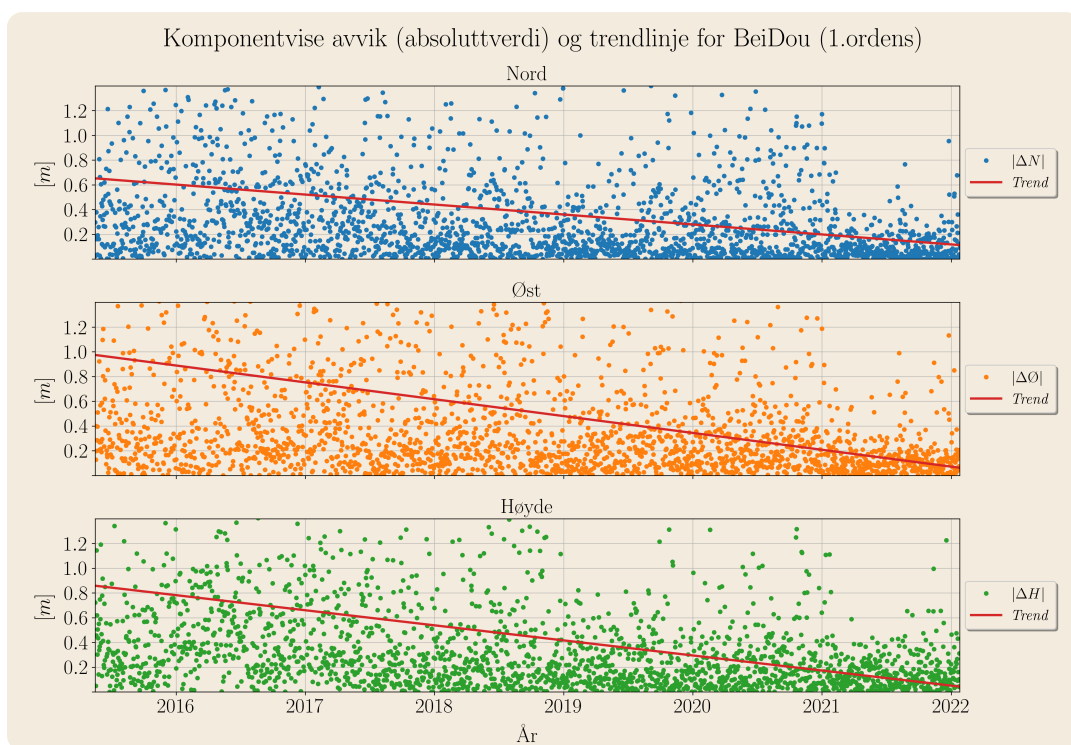


Fig. 4.51: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for BeiDou-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	BeiDou	0.9456	1.4816	1.1432	4.0	1.7577	6
2016	BeiDou	0.7857	1.2615	1.0549	4.0	1.4862	11
2017	BeiDou	0.5868	0.7136	0.7337	4.1	0.9239	6
2018	BeiDou	0.5110	0.6699	0.5298	4.1	0.8426	7
2019	BeiDou	0.3667	0.4970	0.3264	4.4	0.6176	8
2020	BeiDou	0.4423	0.4346	0.3515	4.4	0.6201	6
2021	BeiDou	0.1829	0.2230	0.2178	4.1	0.2884	7
2022	BeiDou	0.2491	0.2403	0.2322	4.6	0.3461	0

Tabell 4.26: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Kun BeiDou.

Som tabell 4.26 viser, er det gjennomsnittlige antallet BeiDou-satellitter lavt gjennom hele tids-serien. Løsningen basert kun på BeiDou lider derfor av svak geometri.

Multi-GNSS

At GLONASS-løsningen er problematisk før 2015 påvirker også løsningen basert på både GPS og GLONASS. Se figur 4.52.

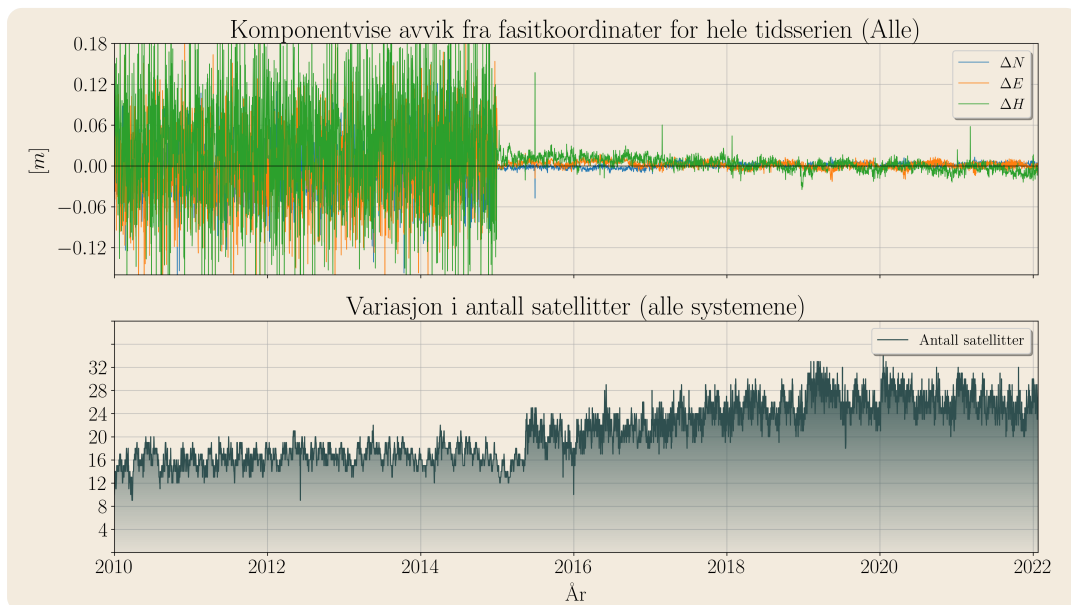


Fig. 4.52: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall satellitter totalt gjennom hele tidsserien (PPP). 10 graders elevasjonsgrense.

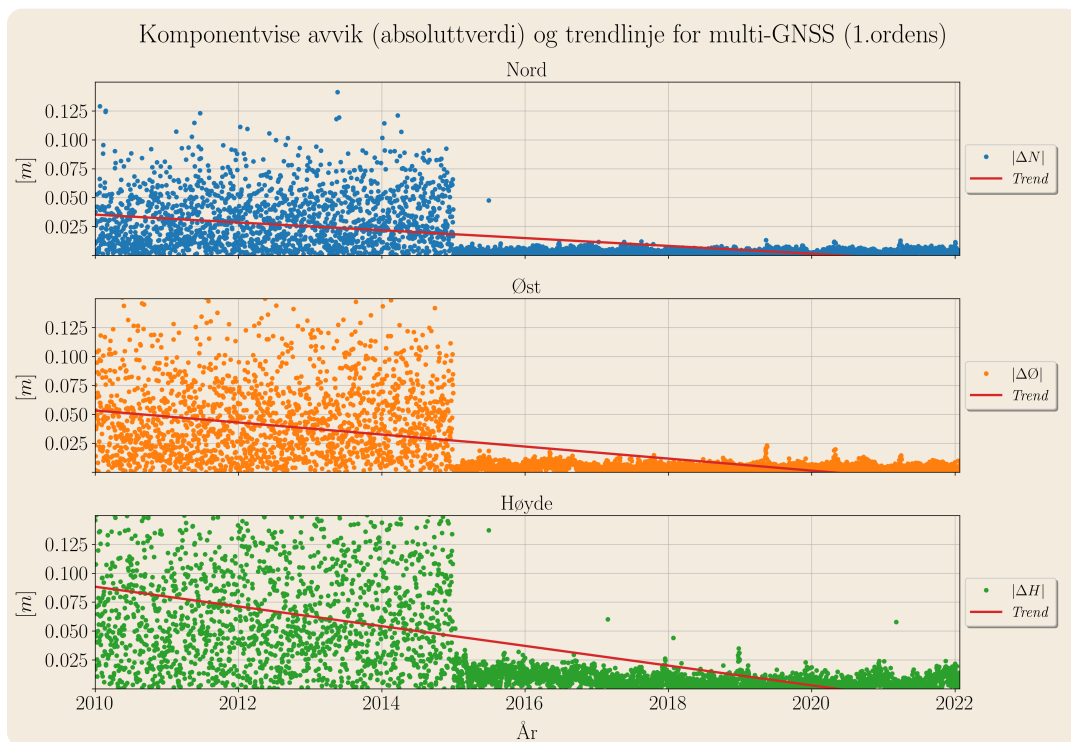


Fig. 4.53: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for multi-GNSS-løsningen (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

Resultatet av PPP-løsningen for hele tidsserien med 10 grader elevasjonsgrense og alle systemene, er presentert i tabell 4.27.

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	Alle	0.0362	0.0594	0.0939	15.4	0.0696	3
2011	Alle	0.0402	0.0591	0.0921	16.1	0.0715	0
2012	Alle	0.0383	0.0565	0.0884	17.0	0.0683	1
2013	Alle	0.0402	0.0581	0.0972	16.9	0.0706	0
2014	Alle	0.0423	0.0608	0.0970	17.0	0.0741	1
2015	Alle	0.0034	0.0053	0.0149	18.2	0.0063	2
2016	Alle	0.0042	0.0066	0.0123	21.1	0.0078	1
2017	Alle	0.0038	0.0047	0.0084	23.2	0.0060	1
2018	Alle	0.0032	0.0043	0.0077	24.8	0.0053	2
2019	Alle	0.0034	0.0050	0.0070	26.8	0.0061	0
2020	Alle	0.0034	0.0050	0.0070	26.7	0.0060	0
2021	Alle	0.0040	0.0043	0.0085	25.7	0.0058	1
2022	Alle	0.0045	0.0034	0.0097	26.4	0.0056	0

Tabell 4.27: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen med 10 graders elevasjonsgrense. Alle systemene er inkludert.

Oversikt over alle systemene

Gjennomsnittlige standardavvik og RMS-verdier for PPP-beregningen med 10 graders elevasjonsgrense er presentert i figur 4.54 og figur 4.55.

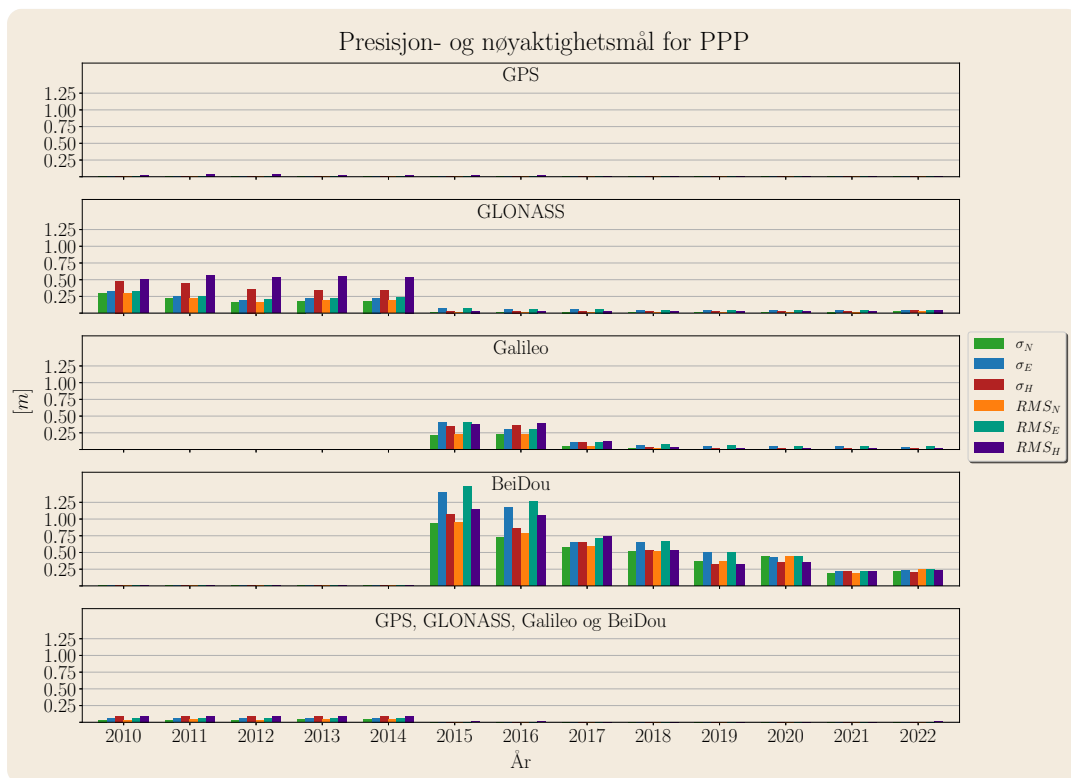


Fig. 4.54: Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene (PPP). 10 graders elevasjonsgrense. (Merk: lik skalering av y-aksen).

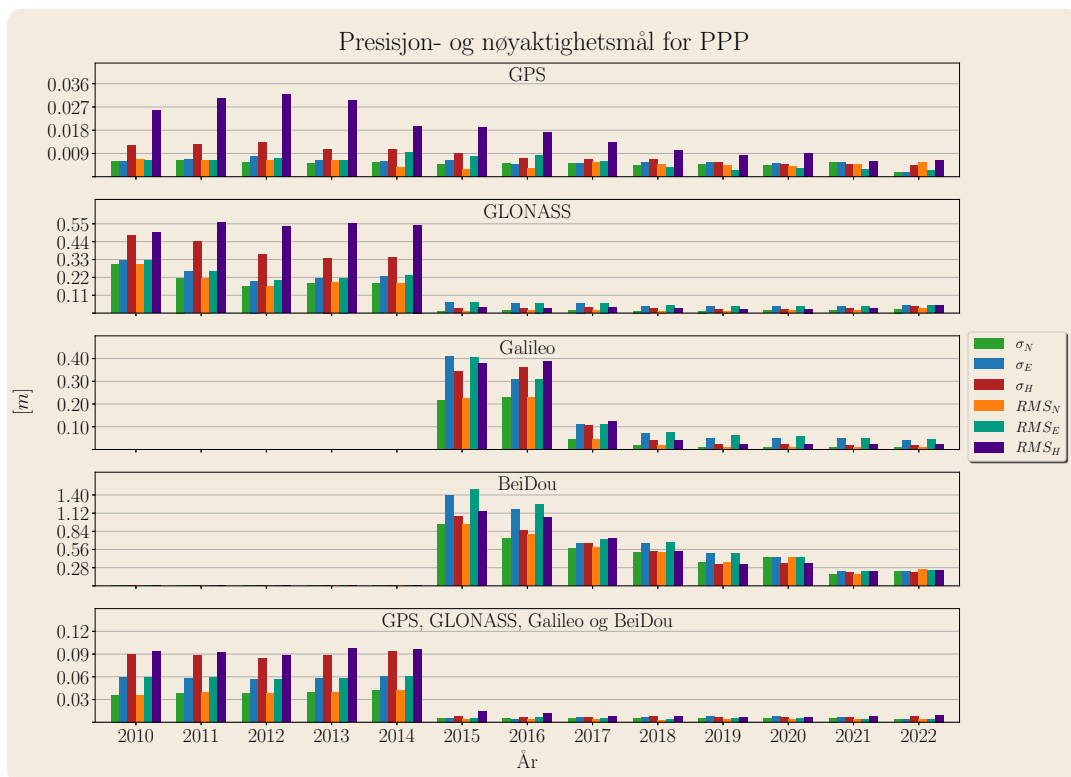


Fig. 4.55: Samme plot som i figur 4.54, men med ulik skalering.

De estimerte standardavvikene fra RTKLIB er vist i figur 4.56.

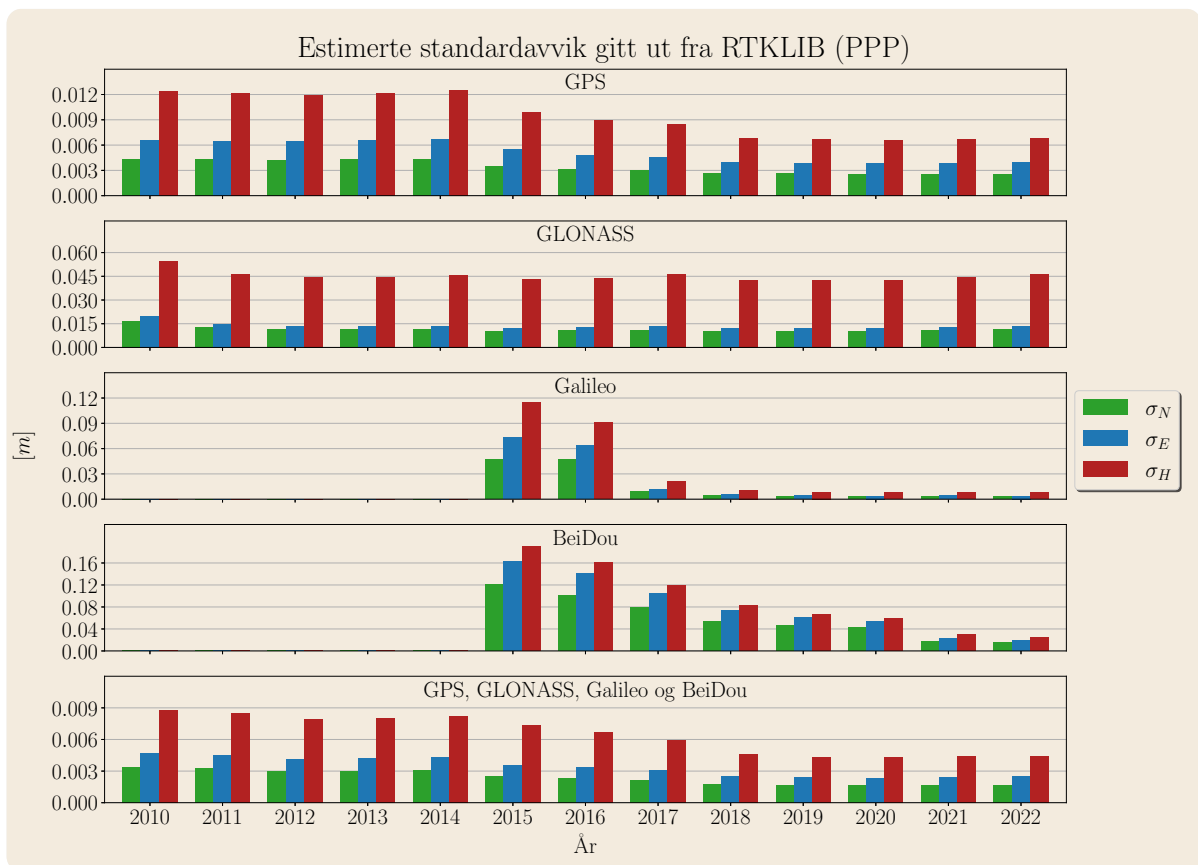


Fig. 4.56: Plottet viser de estimerte standardavvikene fra RTKLIB (10 graders elevasjonsgrense). Merk at det er benyttet generell feilforplantning for å transformere standardavvikene fra ECEF til et lokaltoposentrisk system (ENU).

At nøyaktigheten til GLONASS-løsningen var lavere frem til 2015, gjenspeiles ikke av de estimerte standardavvikene fra RTKLIB. Se figur 4.56. Man ser derimot effekten av at a priori standardavvik er faktor 5 høyere for GLONASS. De estimerte standardavvikene er høyere for hele tidsserien sammenlignet med GPS.

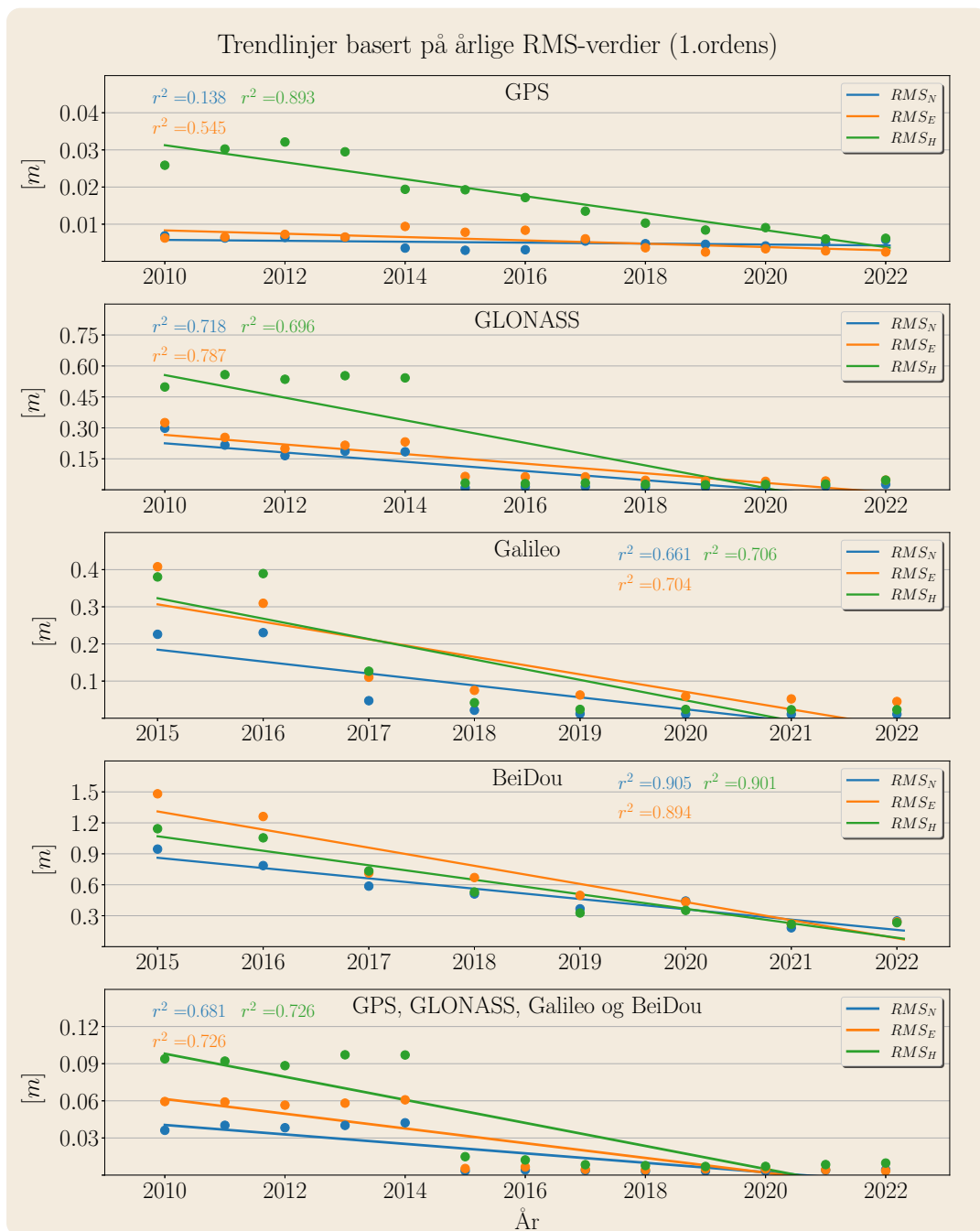


Fig. 4.57: Trendlinjer for alle systemene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

Ligningene for trendlinjene i figur 4.57 er presentert i tabell 4.28.

System	Nord [m]	Øst [m]	Høyde [m]
GPS	$0.00019x + 0.0058$	$-0.00068x + 0.0083$	$-0.00345x + 0.0313$
GLONASS	$-0.03371x + 0.2253$	$-0.03508x + 0.2661$	$-0.08255x + 0.5559$
Galileo	$-0.03472x + 0.2356$	$-0.05097x + 0.3815$	$-0.05947x + 0.4105$
BeiDou	$-0.10647x + 1.0077$	$-0.18724x + 1.5677$	$-0.14979x + 1.2756$
Multi-GNSS	$-0.00576x + 0.0405$	$-0.00898x + 0.0615$	$-0.01404x + 0.0980$

Tabell 4.28: Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (PPP). 10 graders elevasjonsgrense

4.3.2 Ingen elevasjonsgrense (0 grader)

GPS

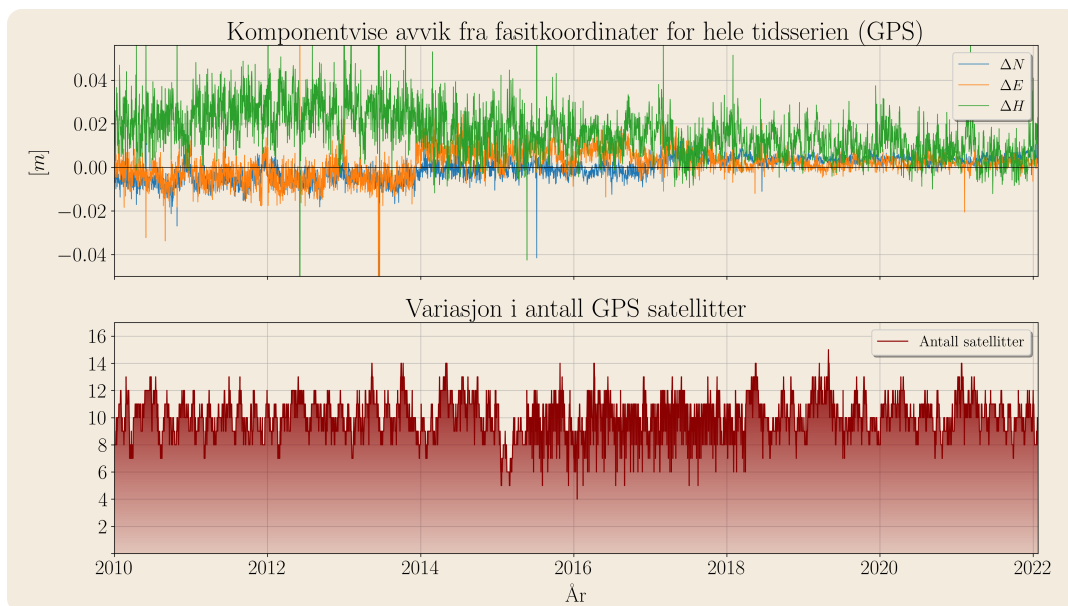


Fig. 4.58: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall GPS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

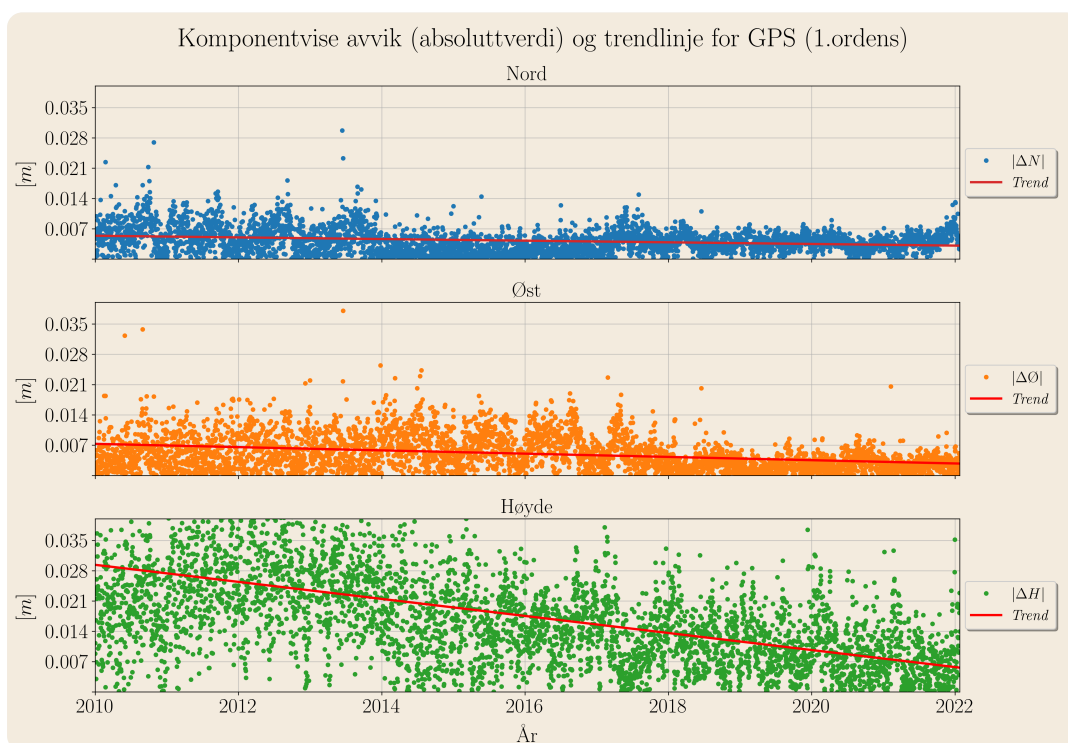


Fig. 4.59: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GPS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	GPS	0.0071	0.0063	0.0212	10.1	0.0095	8
2011	GPS	0.0065	0.0066	0.0256	9.9	0.0093	28
2012	GPS	0.0063	0.0075	0.0279	10.2	0.0098	1
2013	GPS	0.0062	0.0068	0.0262	10.2	0.0092	7
2014	GPS	0.0033	0.0089	0.0189	10.5	0.0094	2
2015	GPS	0.0030	0.0074	0.0183	9.1	0.0080	1
2016	GPS	0.0032	0.0083	0.0155	9.9	0.0089	7
2017	GPS	0.0051	0.0062	0.0138	10.1	0.0080	4
2018	GPS	0.0043	0.0038	0.0128	10.2	0.0057	8
2019	GPS	0.0043	0.0025	0.0115	10.5	0.0050	8
2020	GPS	0.0038	0.0036	0.0116	10.2	0.0052	3
2021	GPS	0.0046	0.0030	0.0091	10.4	0.0055	3
2022	GPS	0.0057	0.0031	0.0140	9.0	0.0065	2

Tabell 4.29: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun GPS.

GLONASS

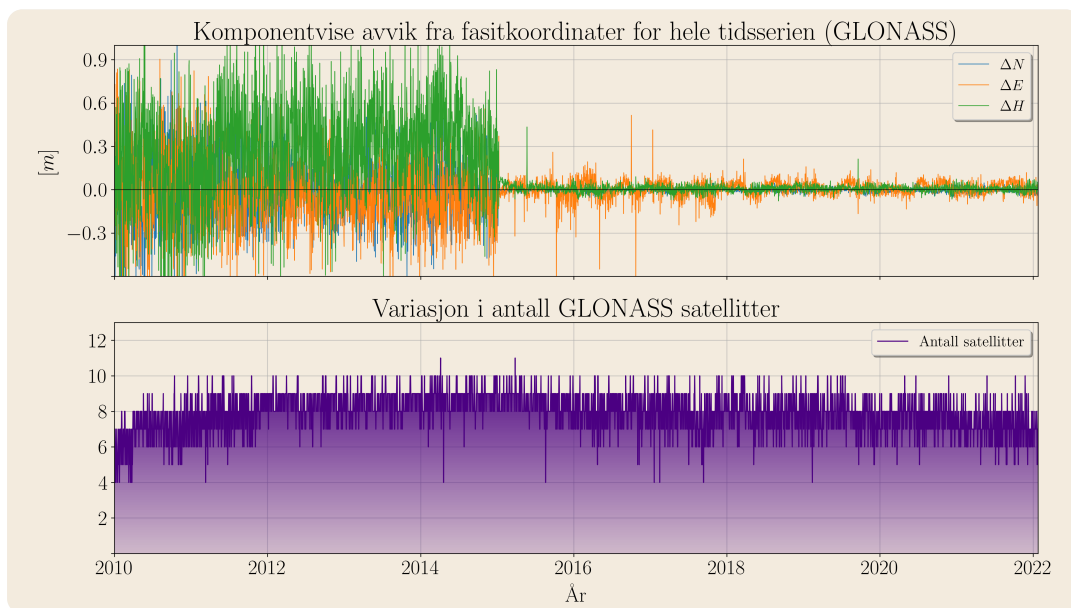


Fig. 4.60: Komponentvise avvik fra fastkoordinater, og variasjon i antall GLONASS-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

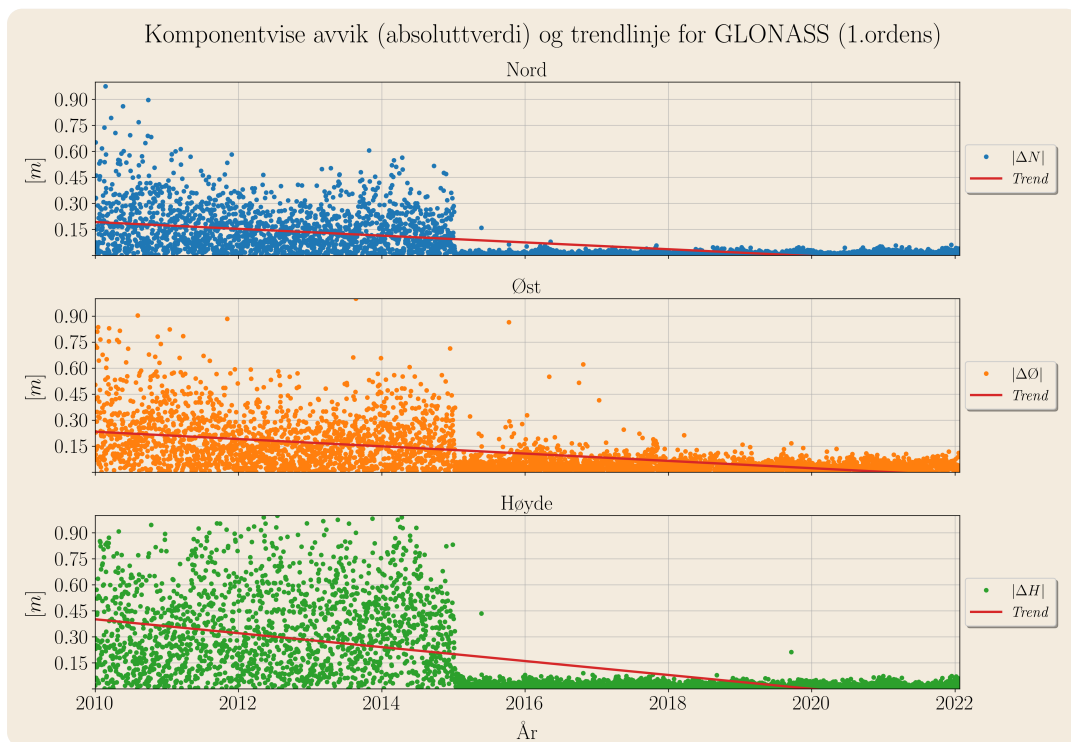


Fig. 4.61: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for GLONASS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	GLONASS	0.2831	0.3180	0.4048	6.8	0.4258	1
2011	GLONASS	0.2128	0.2535	0.4485	7.8	0.3310	1
2012	GLONASS	0.1653	0.1997	0.4233	8.5	0.2593	2
2013	GLONASS	0.1870	0.2124	0.4371	8.5	0.2830	2
2014	GLONASS	0.1812	0.2283	0.4270	8.8	0.2915	2
2015	GLONASS	0.0093	0.0625	0.0306	8.6	0.0631	3
2016	GLONASS	0.0145	0.0656	0.0254	8.1	0.0672	4
2017	GLONASS	0.0142	0.0621	0.0264	7.9	0.0637	1
2018	GLONASS	0.0129	0.0452	0.0228	8.0	0.0470	1
2019	GLONASS	0.0133	0.0417	0.0213	7.8	0.0438	1
2020	GLONASS	0.0140	0.0402	0.0221	7.7	0.0426	0
2021	GLONASS	0.0164	0.0417	0.0221	7.1	0.0448	0
2022	GLONASS	0.0248	0.0406	0.0334	7.0	0.0476	0

Tabell 4.30: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun GLONASS.

Galileo

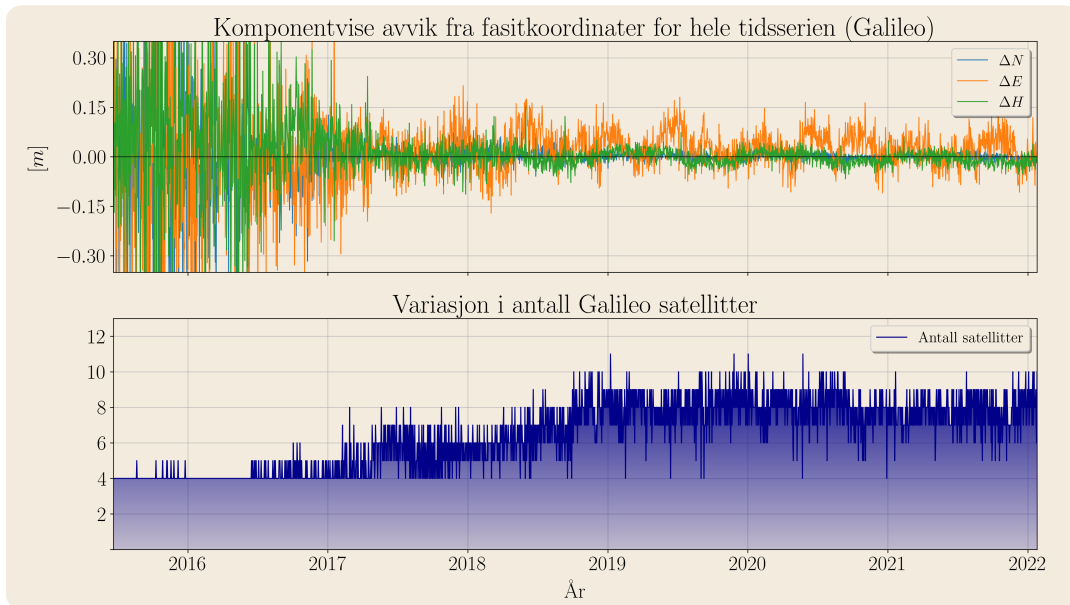


Fig. 4.62: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall Galileo-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

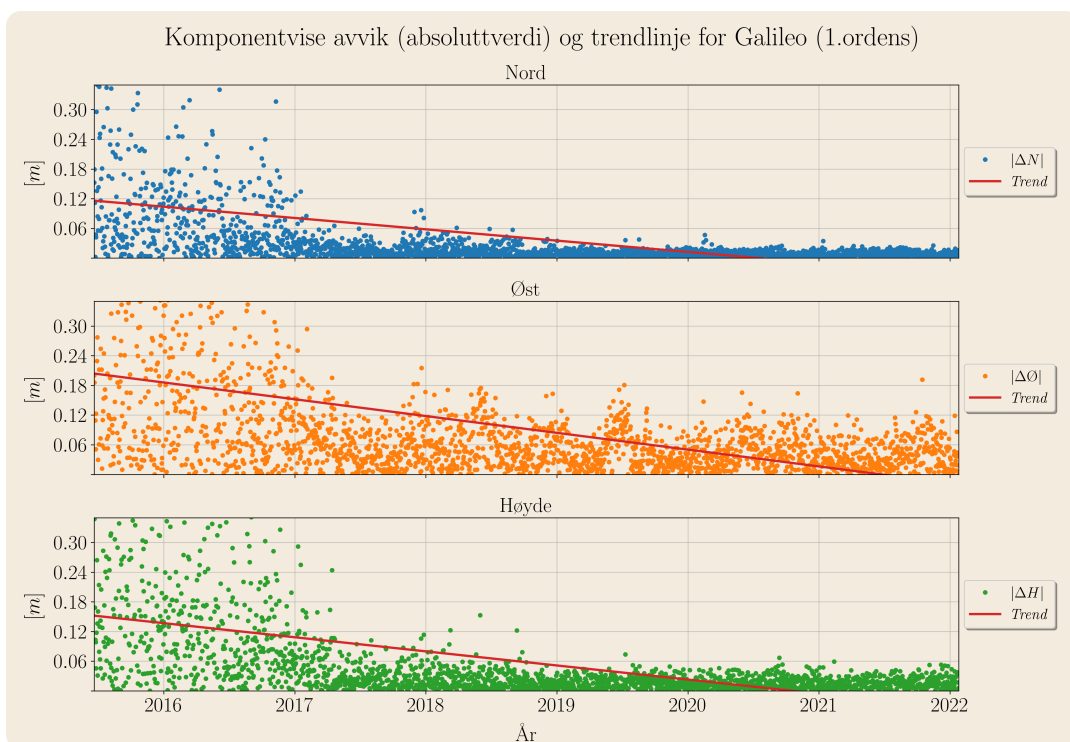


Fig. 4.63: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Galileo-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	Galileo	0.2101	0.3056	0.2426	4.0	0.3709	0
2016	Galileo	0.2176	0.3631	0.2435	4.1	0.4233	7
2017	Galileo	0.0445	0.1006	0.0789	4.9	0.1100	5
2018	Galileo	0.0207	0.0721	0.0328	6.1	0.0750	3
2019	Galileo	0.0117	0.0615	0.0213	8.0	0.0626	0
2020	Galileo	0.0105	0.0554	0.0208	8.1	0.0564	1
2021	Galileo	0.0100	0.0488	0.0199	7.7	0.0498	1
2022	Galileo	0.0099	0.0399	0.0216	8.4	0.0411	0

Tabell 4.31: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun Galileo.

BeiDou

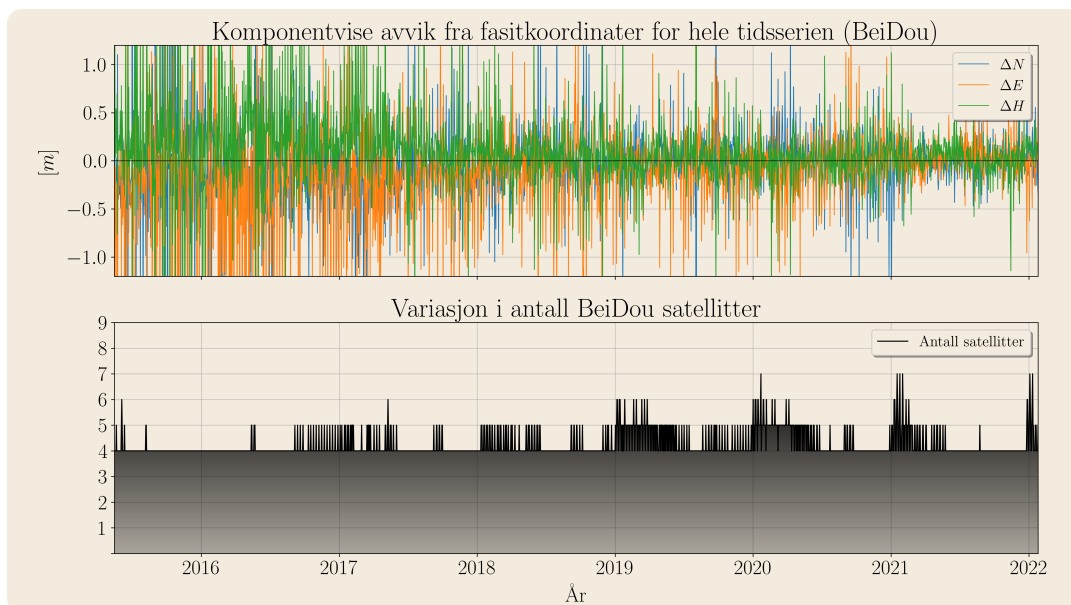


Fig. 4.64: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall BeiDou-satellitter gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

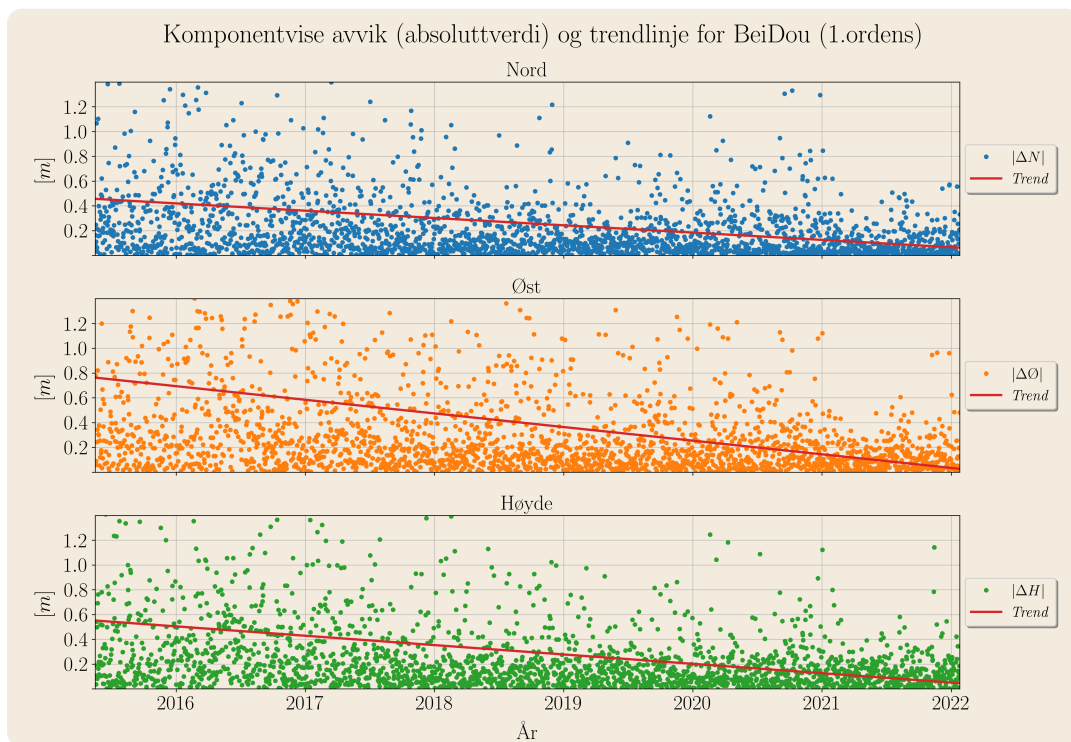


Fig. 4.65: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for BeiDou-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2015	BeiDou	0.7728	1.3373	0.8782	4.0	1.5446	5
2016	BeiDou	0.4818	0.9978	0.6356	4.1	1.1080	8
2017	BeiDou	0.3475	0.5535	0.4453	4.1	0.6535	7
2018	BeiDou	0.2432	0.4071	0.2989	4.2	0.4742	8
2019	BeiDou	0.2876	0.3458	0.2834	4.4	0.4497	1
2020	BeiDou	0.2546	0.3013	0.2167	4.5	0.3945	8
2021	BeiDou	0.1514	0.1658	0.1742	4.2	0.2245	6
2022	BeiDou	0.1986	0.2205	0.1798	4.9	0.2967	0

Tabell 4.32: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Kun BeiDou.

Multi-GNSS

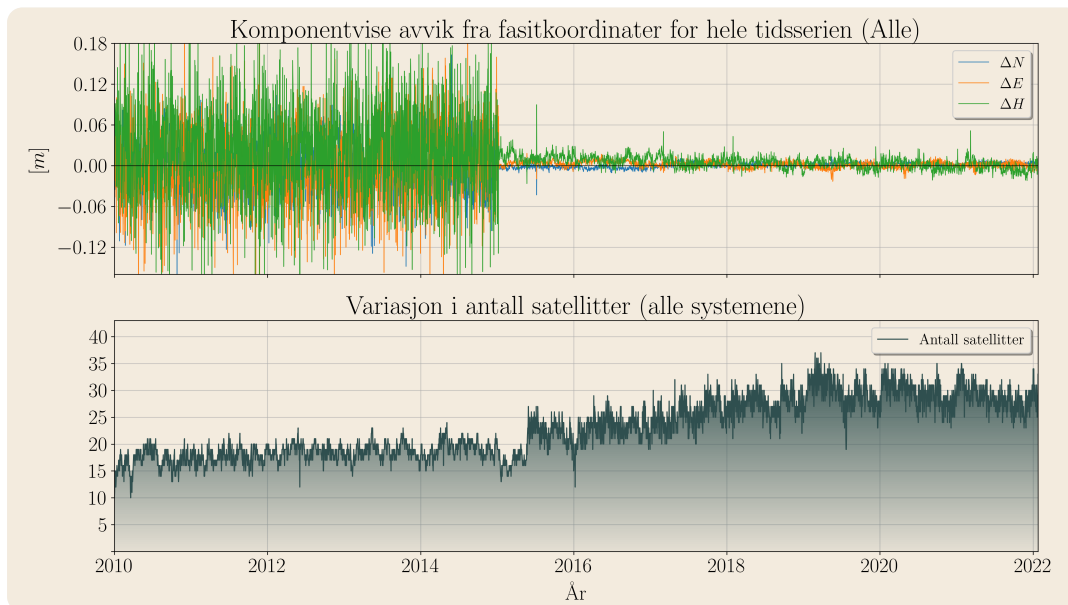


Fig. 4.66: Komponentvise avvik fra fasitkoordinater, og variasjon i antall satellitter totalt gjennom hele tidsserien (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

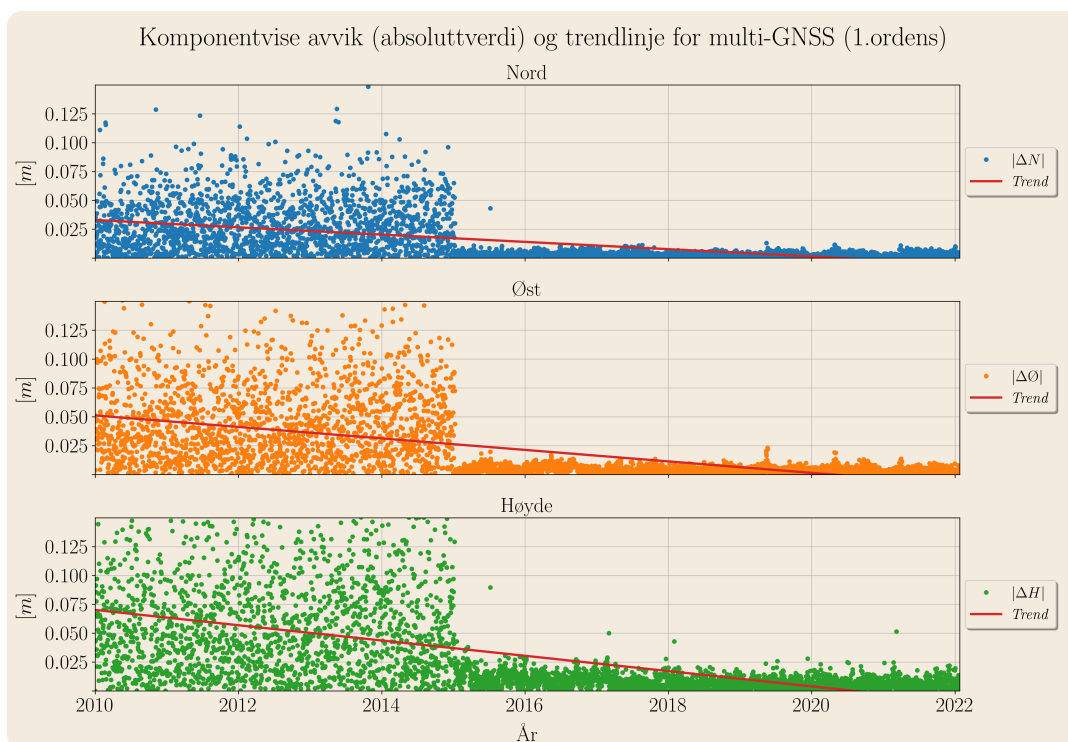


Fig. 4.67: Lineær tilpasning av de komponentvise avvikene (absoluttverdi) for Multi-GNSS-løsningen (PPP). Ingen elevasjonsgrense

År	System	RMS_N	RMS_E	RMS_H	Ant. sat	RMS_{gr}	Ant. utliggere
2010	Alle	0.0343	0.0567	0.0754	16.9	0.0663	2
2011	Alle	0.0380	0.0563	0.0729	17.7	0.0679	0
2012	Alle	0.0362	0.0537	0.0706	18.7	0.0647	1
2013	Alle	0.0376	0.0566	0.0787	18.7	0.0680	0
2014	Alle	0.0372	0.0604	0.0726	19.2	0.0709	1
2015	Alle	0.0036	0.0051	0.0145	20.2	0.0062	3
2016	Alle	0.0043	0.0064	0.0114	23.1	0.0078	0
2017	Alle	0.0037	0.0046	0.0095	25.6	0.0060	1
2018	Alle	0.0031	0.0042	0.0081	27.6	0.0052	1
2019	Alle	0.0033	0.0048	0.0079	29.7	0.0059	0
2020	Alle	0.0032	0.0047	0.0077	29.6	0.0058	0
2021	Alle	0.0037	0.0041	0.0083	28.6	0.0055	1
2022	Alle	0.0041	0.0029	0.0085	29.3	0.0050	0

Tabell 4.33: Årlige gjennomsnitt og RMS-verdier for PPP-løsningen uten elevasjonsgrense. Alle systemene er inkludert.

Oversikt over alle systemene

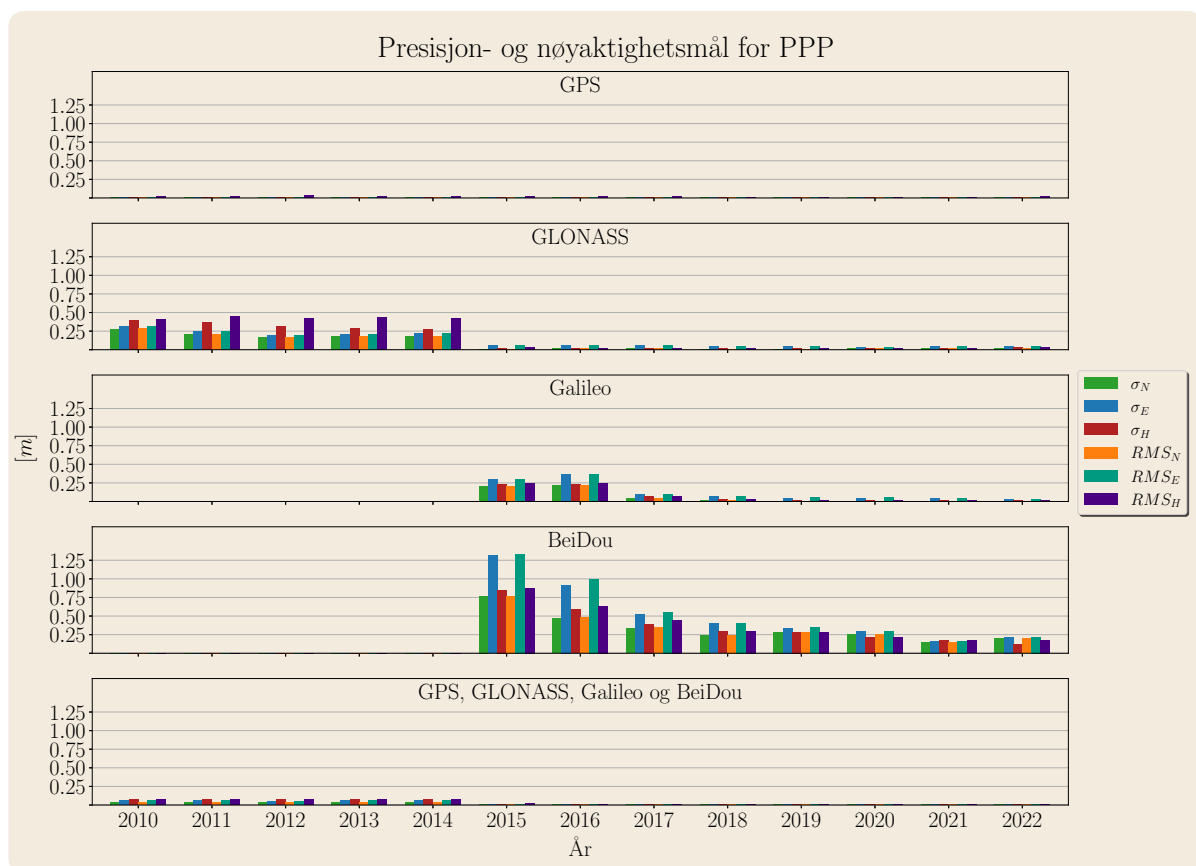


Fig. 4.68: Plot over estimerte standardavvik og RMS-verdier for alle systemene. Ingen elevasjonsgrense. (Merk: lik skalering av y-aksen).

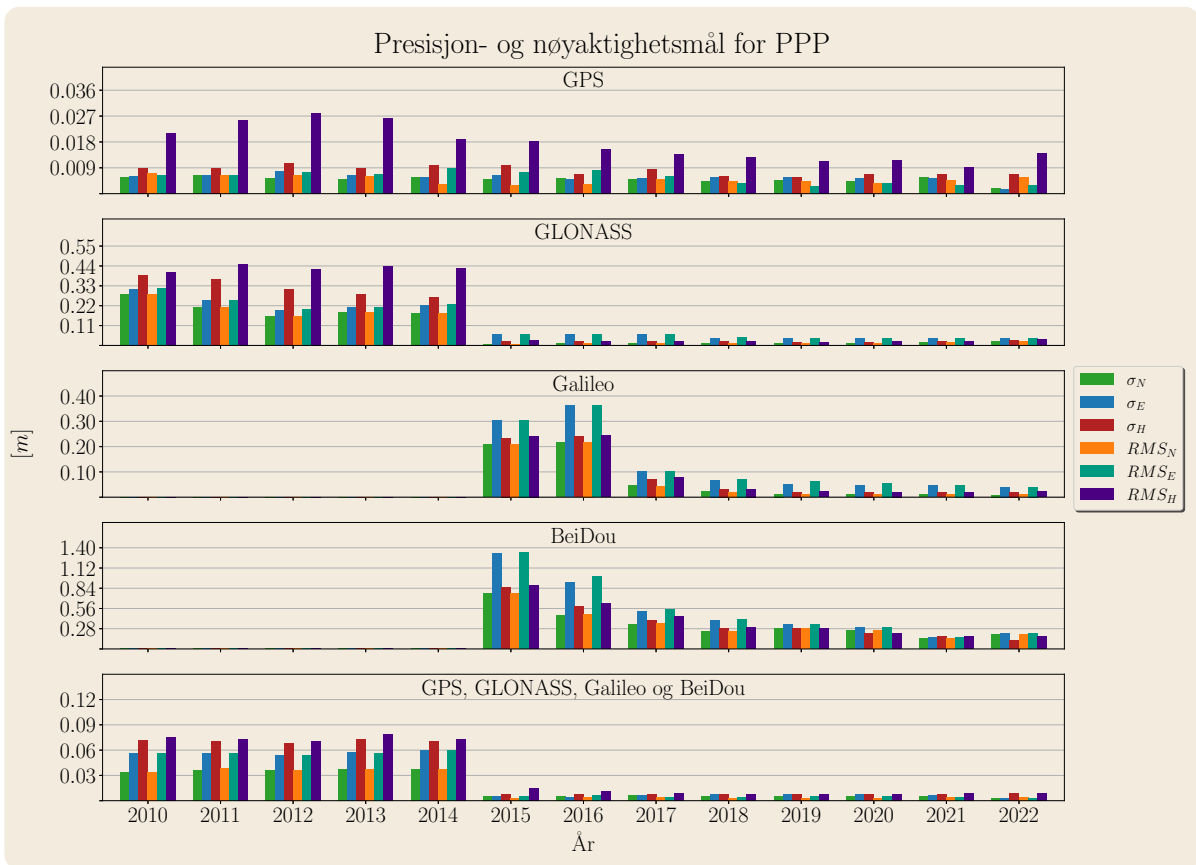


Fig. 4.69: Samme plot som i figur 4.68, men med ulik skalering.

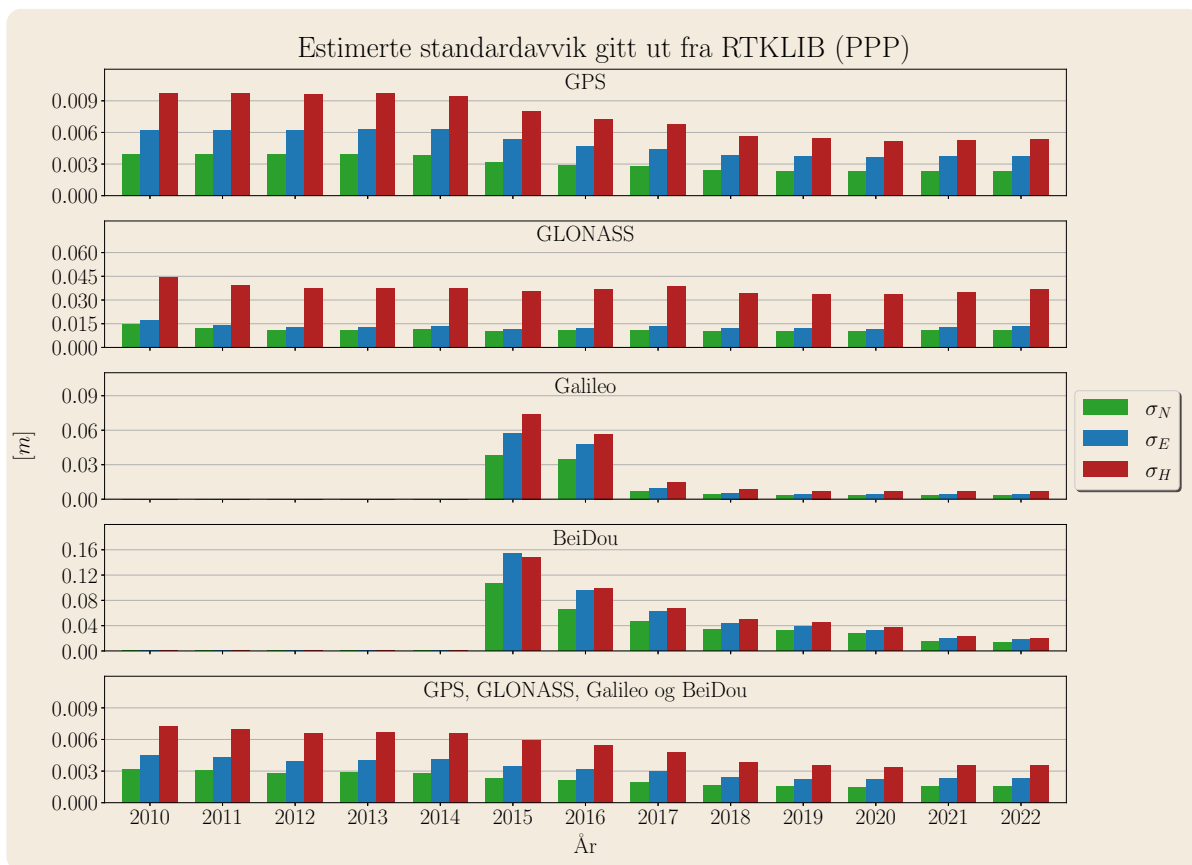


Fig. 4.70: Plottet viser de estimerte standardavvikene fra RTKLIB (ingen elevasjonsgrense). Merk at det er benyttet generell feilforplantning for å transformere standardavvikene fra ECEF til et lokaltoposentrisk system (ENU).

Faktisk er presisjonen litt bedre når det ikke settes en elevasjonsgrense. Dette kan være tegn på at geometrien er litt svak.

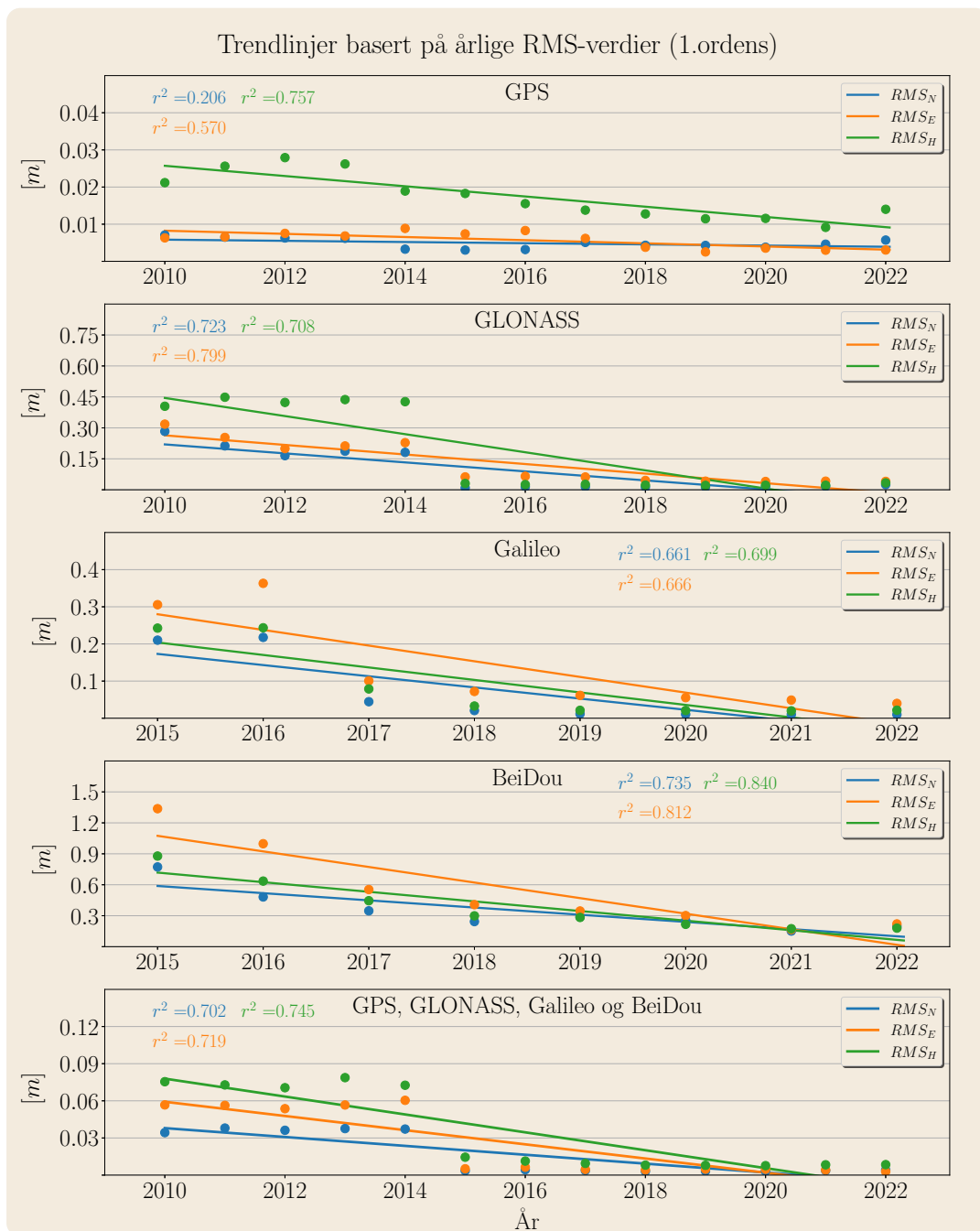


Fig. 4.71: Komponentvise trendlinjer for alle systemene basert på absoluttverdien til avvikene fra fasitkoordinatene (PPP). Ingen elevasjonsgrense.

Ligningene for trendlinjene i figur 4.71 er presentert i tabell 4.34.

System	Nord [m]	Øst [m]	Høyde [m]
GPS	$-0.00024x + 0.0058$	$-0.00064x + 0.0083$	$-0.00208x + 0.0257$
GLONASS	$-0.03288x + 0.2199$	$-0.03495x + 0.2637$	$-0.06615x + 0.4449$
Galileo	$-0.03254x + 0.2209$	$-0.04565x + 0.3470$	$-0.03637x + 0.2574$
BeiDou	$-0.07426x + 0.6902$	$-0.16089x + 1.2951$	$-0.09930x + 0.8544$
Multi-GNSS	$-0.00541x + 0.0380$	$-0.00864x + 0.0592$	$-0.01090x + 0.0779$

Tabell 4.34: Ligningene for trendlinjene basert på de gjennomsnittlige RMS-verdiene for hvert år (PPP). Ingen elevasjonsgrense

4.4 Kryssvalidering med InSAR Norge

Siden data fra Sentinelsatellittene kun er fra 2014, måtte det også benyttes observasjoner fra Radarsat-2 datasettet. Radarsat-2 har observasjoner helt tilbake til 2008, og frem til 2018. Videre er det datasettet «Descending 2» som ble benyttet fordi det har lavest innfallsvinkel og kan dermed i større grad fange opp vertikale bevegelser. For å forhindre at bakkepunkter ble med i estimatene, ble polygonet tatt ut litt lengre inn på bygningen (mot vest). Polygonet er presentert i figur 4.72.

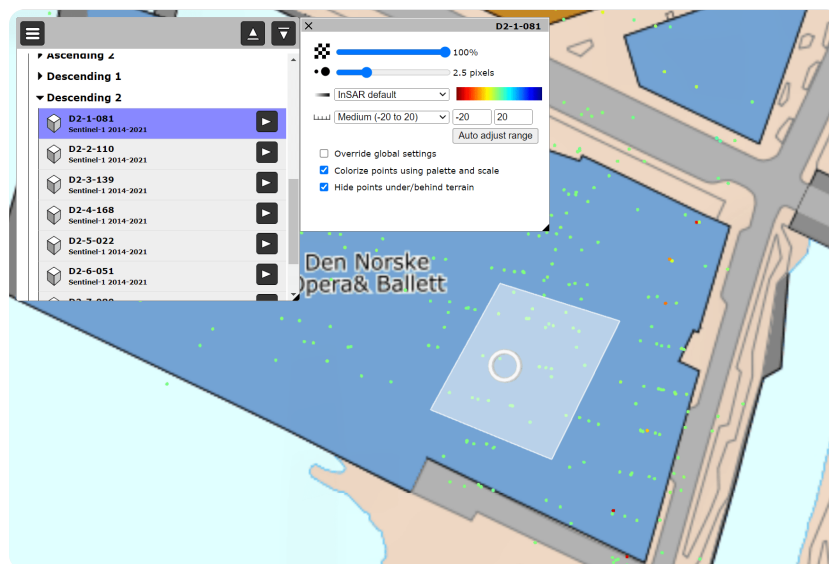


Fig. 4.72: Figuren viser polygonet som bestemmer hvilke punkter som skal inngå i beregningen.

Basert på punktene ble gjennomsnittlig bevegelseshastighet beregnet til å være -0.12 millimeter og -0.60 millimeter per år for henholdsvis Radar-2 og Sentinel-1. Videre er beregnet forflytning presentert i figur 4.73

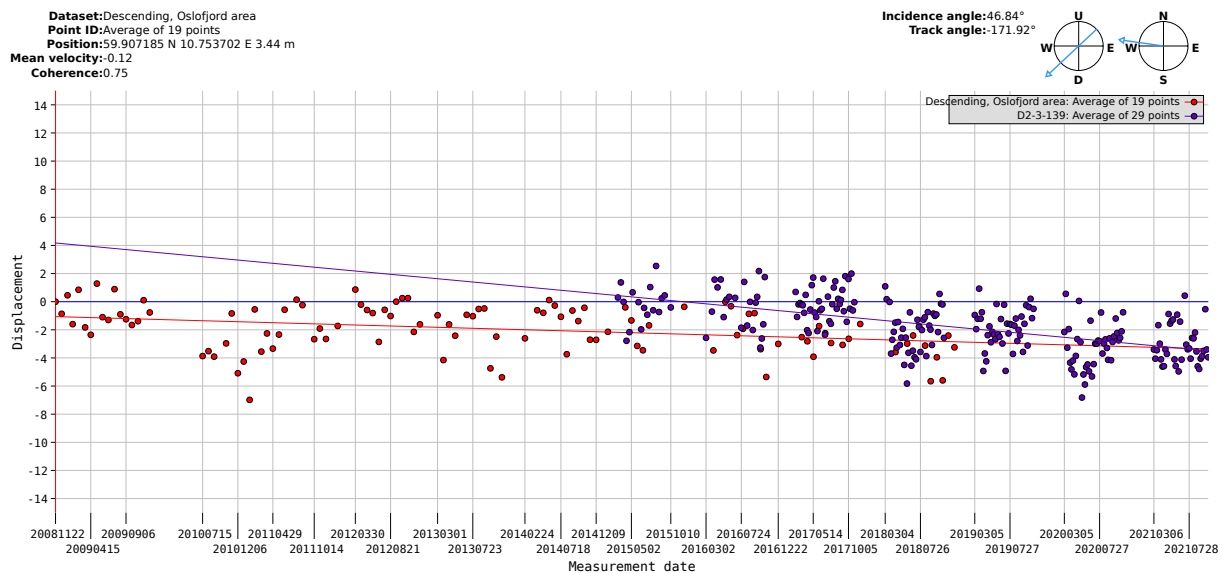


Fig. 4.73: Figuren viser estimert forflytning basert på punktene i polygonet.

Som figur 4.73 viser, er det en liten synkende trend for begge datasettene. Med en gjennomsnittlig bevegelsehastighet på -0.12 mm gir det i løpet av 12 år en forflytning på 1.44 mm. For -0.60 mm er forflytningen i løpet av 7 år lik 4.2 mm. Resultatene fra Radar-2 er så små at de er innenfor måleusikkerheten, og kan ses bort i fra. Sentinel-satellittene registrer imidlertid en større forflytning. Men det som er påfallende er at i overgangen mellom 2017 og 2018 gjør punktene et skift. Basert på punktgruppene fra 2018 og utover ser det ikke ut som det har vært en betydelig nedsynking. Med andre ord ser det ikke ut som det er en reel synkende trend. I hvert fall ikke i nevneverdig grad.

Under arbeidet med oppgaven ble det også funnet ut at operahuset er fundamentert med peler på fjell (Statsbygg, 2008, s. 38). Sannsynligheten for at mottakeren har forflyttet seg betydelig gjennom tidsserien er derfor ganske liten. Den største utfordringen for operahuset er derfor at bakken rundt synker, mens bygningen står igjen. Dette kan ses ved at det oppstår sprekker mellom bakken og veggene. Ved interesse ligger det vedlagt en link til en nettartikkel som viser dette problemet¹.

At området rundt synker er det liten tvil om. Estimert hastighet basert på bakkepunkter rett sør for operahuset er hele -9.35 mm per år. En tidsserie fra Radarsat-2 for disse punktene er vist i figur 4.74.

¹<https://www.klikk.no/teknologi/beviset-pa-at-operaen-synker-4175555>

Dataset:Descending, Oslofjord area
Point ID:Average of 5 points
Position:59.906358 N 10.753289 E -8.16 m
Mean velocity:-9.35
Coherence:0.65

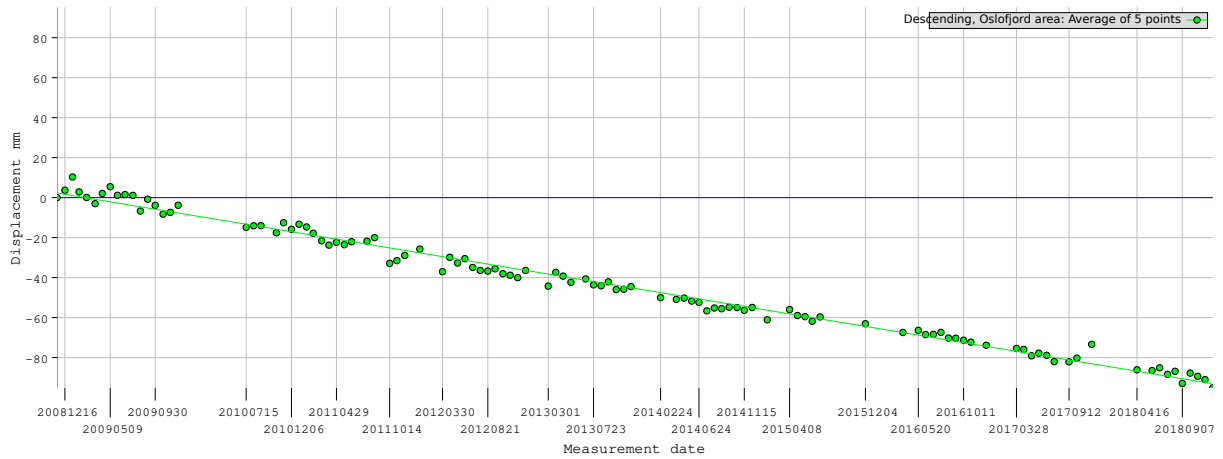
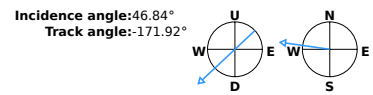


Fig. 4.74: Figuren viser estimert forflytning basert på bakkepunkter sør for operahuset.

Kapittel 5: Diskusjon

I dette kapitlet vil det foretas en overordnet diskusjon av resultatene. Det har blitt gjennomført tre ulike beregninger, som videre kan deles inn i to hovedkategorier (analyser); en i observasjonsdomenet og en i koordinatdomenet. For analysen i koordinatdomenet ble det gjennomført både en baselinjeberegning og PPP. Når det gjelder å fange opp endringer i flerveis-interferens har kategoriene hver sine styrker og svakheter.

Styrken til analysen i observasjonsdomenet er at den er fullstendig uavhengig av det geodetiske grunnlaget. I en endringsanalyse av flerveis-interferens er dette en viktig faktor som fører til færre usikkerhetsmomenter. Ved å kun se på rå kode- og faseobservasjoner vil eksempelvis små bevegelser av stasjonen ikke ha innvirkning på resultatet. Der er analysen i koordinatdomenet mer sårbar. Eventuelle endringer i nøyaktighet kan skyldes flere faktorer i en slik beregning og små umodellerte bevegelser vil bakes inn i resultatene. Men for å undersøke om posisjonsnøyaktigheten har forandret seg, er man nødt til å gjennomføre beregningene i en eller annen referanseramme.

En viktig bemerkning i tolkningen av resultatene er at datagrunnlaget for 2022 består av kun én måned med observasjoner. Det bør derfor ikke trekkes for store slutninger basert på data fra dette året.

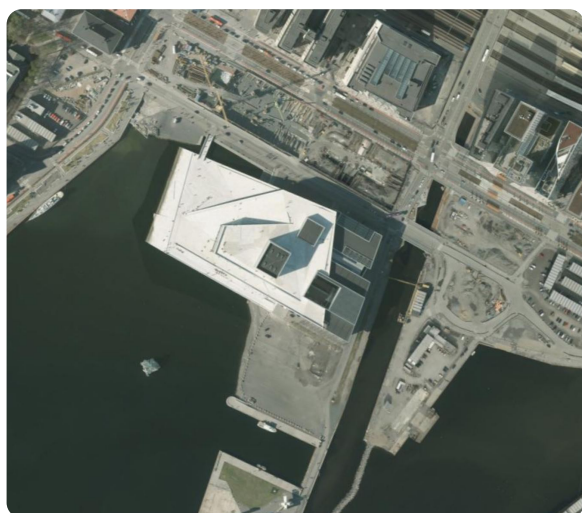
5.1 Analysen i observasjonsdomenet

Det forventes at ulike signaler påvirkes forskjellig av flerveis-interferens. Dette skyldes flere faktorer, men hovedforskjellene kan brytes ned til tre signalegenskaper. De tre egenskapene er chipraten til signalet, signalstyrken og modulasjonsteknikken. Forventningene bekreftes ved å sammenligne resultatene fra de ulike signalkombinasjonene.

En viktig bemerkning når det gjelder sammenligning av RMS-verdiene, er å være klar over at datagrunnlaget for de ulike signalene er forskjellig. Antallet observasjoner av eksempelvis C1C og C2W for GPS er relativt konstant gjennom hele tidsserien. Dette er ikke tilfellet for C2X og C5X, som har ganske få observasjoner i starten, og får flere og flere etter hvert som satellittkonstellasjonen endrer seg. Sammenlignes antallet observasjoner av C2X gitt i figur 4.1 opp mot RMS-verdiene vist i figur 4.2, ser man at variasjon i antall observasjoner samsvarer med en variasjon i RMS-verdi. For å se i hvor stor grad byggevirkomheten har ført til en *endring* av flerveis interferens, er derfor signalene som har hatt et stabilt antall observasjoner bedre egnet.

Resultatet av analysen i observasjonsdomenet viser en signifikant økning i RMS-verdi for signalet C1C for GPS og GLONASS. Estimaten er beregnet ut ifra et solid datagrunnlag gjennom hele tidsserien og variasjonen fra år til år er liten. Dette kommer godt frem i figur 4.13. Regresjonsmodellen stemmer også godt med datapunktene for disse signalene. Alle disse faktorene underbygger at økningen faktisk er reel. En annen interessant observasjon i dette plottet er at signalene ser ut til å ha en felles økning i RMS-verdi mellom 2015 og 2018. Ved å sammenligne

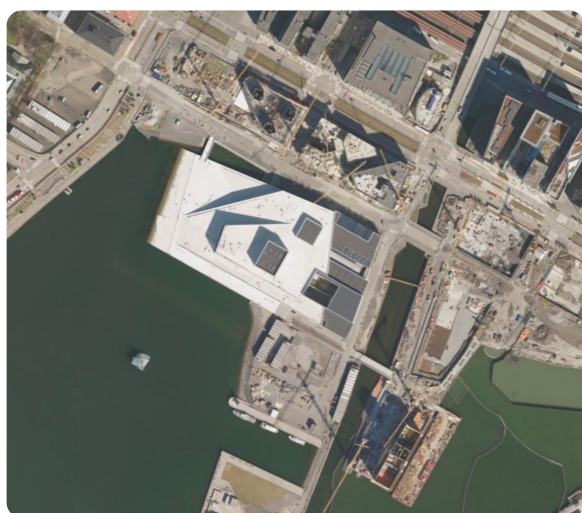
flyfoto i tjenesten «Norge i Bilder» kan man se at de største endringene skjedde nettopp i dette tidsrommet. Se figur 5.1.



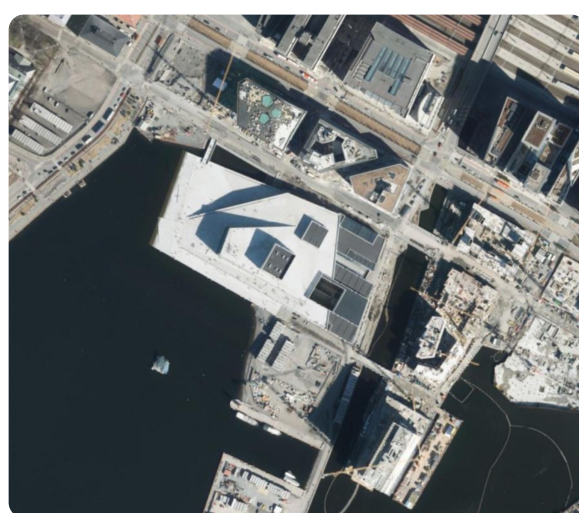
(a) 21.04.2015



(b) 08.06.2016



(c) 06.05.2017



(d) 06.05.2018

Fig. 5.1: Endringer mellom 2015 og 2018. Hentet fra Norge i Bilder.

Ingen av de andre signalene kan påstås å ha hatt en signifikant økning. Ut i fra trendlinjen har C2X for GPS en stigende trend, men siden RMS-verdiene varierer såpass mye før 2015 er det vanskelig å si om økningen er reel. RMS-verdien til C2W-signalen til GPS hadde også en økning i denne perioden, men så falt verdiene igjen i 2019. Noen av signalene har også tilsynelatende en negativ trend, men dette skyldes nok i større grad en endring i satellittkonstellasjonene og antall observasjoner fremfor en reel reduksjon i flerveis-interferens.

Som nevnt fører høy chiprate til at signalet er mer robust mot flerveis-interferens. Derfor er det ikke overraskende at resultatene viser en økning for C1C-signalen til GPS og GLONASS som har en rate på henholdsvis 1.023 Mcps og 0.511 Mcps. Det betyr at én chip omtrent har en lengde på henholdsvis 300 og 600 meter. Både Deichman, Munch-museet og store deler av husrekken som går under navnet Barcode, ligger innenfor 300 meter fra mottakeren. At bygningene er innenfor én chilengde betyr i praksis at de kan føre til en økt forekomst av indirekte signaler. Både ved

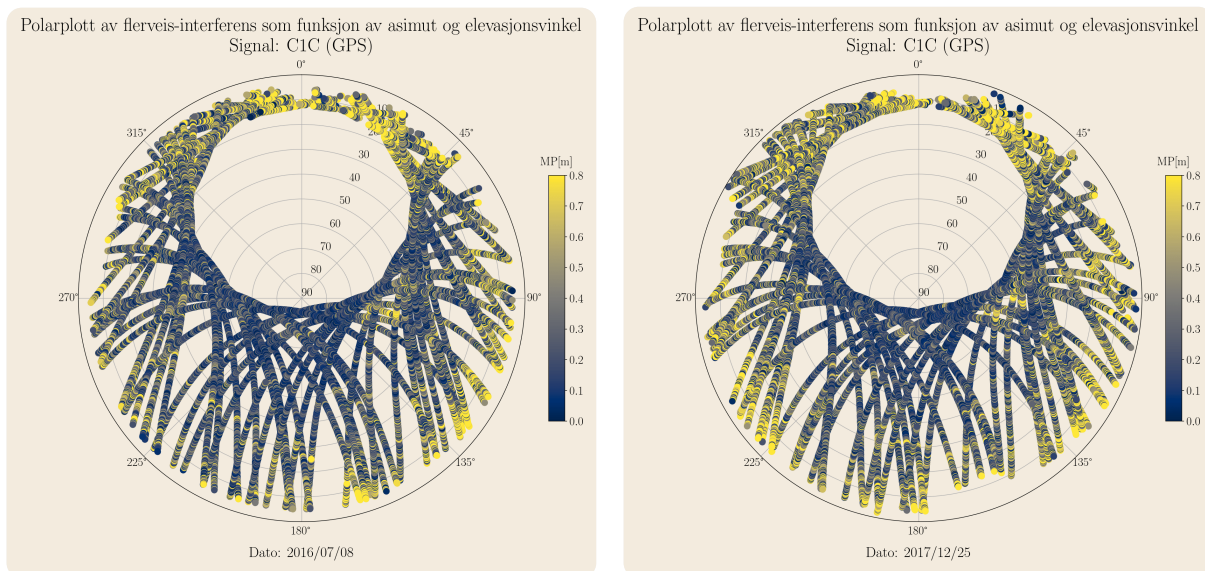
tanke på refleksjon og diffraksjon. At det ikke påvises en økning for signaler med høyere chiprate kan skyldes at avstanden rett og slett blir for stor.

AltBOC- modulasjonen fører som nevnt til at korrelasjonstoppene blir smalere og mere distinkte. Dette hjelper mottakeren med å skille et direkte signal fra et reflektert signal som kommer med en liten forsinkelse. Et signal som benytter denne teknikken er E5AltBOC-signalet til Galileo. I RINEX-formatet har dette signalet koden C8X. I tillegg til en mer avansert modulasjonsteknikk, har også E5AltBOC høy chiprate (10.23 Mcps). Forventningen er derfor at signalet C8X er mere robust mot flerveis-interferens sammenlignet med andre signaler.

Resultatene fra analysen i observasjonsdomenet viser at dette stemmer også i praksis. C8X har betydelig lavere RMS-verdier sammenlignet med andre signaler og forskjellen var faktisk overraskende stor. Beregner man et gjennomsnitt av de årlige RMS-verdien ser man at eksempelvis C1X har nesten dobbelt så høye verdier som C8X. Forskjellen fremkommer også godt i plottet som viser effekten av flerveis-interferens for hele tidsserien gitt i figur 4.7. Kort oppsummert er C8X det signalet som presterer desidert best av alle signalene som analyseres i denne avhandlingen. Dette viser at signalet i større grad klarer å kompensere for lokal påvirkning.

I forsøk på å knytte økningen i flerveis-interferens opp mot byggeprosjektene i Bjørvika, ble det laget et polarplot for C1C signalet til GPS. Plottet er presentert i figur 4.14 og viser en betydelig økning, særlig i sørvestlig retning. Tatt i betraktning at det er helt fri sikt i sør-vestlig retning, kan det virke litt rart. Imidlertid vil et slik plot vise effekten basert på satellittens plassering i forhold til mottakeren, og ikke hvor signalene kommer fra. Retningen de indirekte signalene kommer fra, blir derfor gjerne omvendt. Økningen i sørvestlig retning kan derfor skyldes at signalene har blitt reflektert fra bygninger i nord-østlig retning. Siden det dreier seg om refleksjoner trenger ikke nødvendigvis de indirekte signalene å komme direkte fra motsatt retning. Å trekke ut enkeltbygninger av et slik plott vil derfor være vanskelig. Men plottet gir en god indikasjon på hvor forekomsten av flerveis-interferens er stor, og at de nye byggene har størst påvirkning på satellitter sør, sør-vest og vest for mottakeren gir mening.

Økningen kan derfor skyldes flere av de nye byggene som har kommet opp i nærhet av stasjonen. At dette er refleksjoner fra eksempelvis Deichman, Barcode og bygningene på Munchs brygge er ganske sannsynlig. En annen interessant observasjon fra disse plottene er at Munch-museet ser ut til å blokkere deler av satellittbanen. Fra slutten av 2016 og utover oppstod det et hull for de lave elevasjonsvinklene og retningen samsvarer med Munch-museet. Det vises tydelig i figur 5.2.



(a) 2016

(b) 2017

Fig. 5.2: Ut i fra plottet ser det ut til at Munch-museet blokker satellittbanen ved lave elevasjonsvinkler.

I tillegg ser man også at effekten av flerveis-interferens har økt fra 2016 til 2017. Estimatene i figur 5.2 er som nevnt gitt ut fra RTKLIB, og at disse også viser en økning underbygger påstanden ytterligere.

5.1.1 Få detekterte fasebrudd for første signalkombinasjon

Antallet detekterte fasebrudd for analysen i observasjonsdomenet ble presentert i tabell 4.5. Som tabellen viser ble det nesten konsekvent detektert færre brudd på første signalkombinasjon enn på de andre. For enkelte år er antall brudd urealistisk lavt, og det eksisterer ingen åpenbar forklaring på hvorfor det er slik. Det foreligger heller ingen mistanke om at rutinen ikke klarer å detektere brudd riktig, for hadde det vært tilfelle skulle dette utartert seg på andre vis også. Siden estimatene av flerveis-interferens resettes etter hvert fasebrudd, skulle man sett i plottene om noe hadde vært feil. Eksempelvis sprang i verdi. For ellers er resultatene som forventet. En mulig forklaring hadde vært at RINEX-filene har blitt preprosessert før de ble lagt i arkivet, men det ble imidlertid avkreftet av Kartverket. Årsaken til at det detekteres færre brudd på første signalkombinasjon er dermed ukjent.

Antall brudd for de andre signalkombinasjonene er mer som forventet. Interessant at antall brudd ser ut til å være høyere mellom 2016 og 2019 enn ellers for flere av signalene. Med hensyn på antall relative brudd er det Galileo som presterer best. Relativt antall brudd ligger jevnt lavere sammenlignet med de andre systemene, særlig for signalet E5AltBOC (C8X).

5.2 Baselinje

GPS har prestert jevnt og bra gjennom hele tidsserien og gir et godt grunnlag for å se endringer i nøyaktighet. Både resultatene med og uten elevasjonsgrense viser en stigende trend for østkomponenten i GPS-løsningen. Se eksempelvis figur 4.27. Trendplottet til beregningen uten elevasjonsgrense i figur 4.29 viser også en liten trend i høydekomponenten, men siden RMS-verdiene er ganske spredd og beregnet verdi for r^2 er veldig lav, er nok dette tilfeldig variasjon. r^2 for østkomponenten er beregnet til å være lik 0.77 som betyr at 77% av variasjonen forklares med en lineær sammenheng. For øst- og nord-komponenten er resultatene fra beregningen med 10 graders elevasjonsgrense og ingen grense, relativt like. De skiller seg imidlertid ved at avviket i høyde er noe høyere uten elevasjonsgrense.

For GLONASS og løsningen basert på alle systemene er trenden i østkomponenten tydeligere enn for GPS. De gjennomsnittlige RMS-verdiene ligger tettere på regresjonslinjene og r^2 er over 0.95 for begge løsningene. Uten elevasjonsgrense øker også avvikene for høydekomponenten til multi GNSS-løsningen. Felles for både løsningen fra GPS, GLONASS og multi GNSS er at RMS-verdiene til østkomponenten ser ut til å starte og øke rundt år 2017. Siden de største inngrepene skjedde i dette tidsrommet samt at man også kan se en økning observasjonsdomenet i samme tidsperiode, er det flere tegn til at byggevirksomheten har hatt innvirkning på posisjonsnøyaktigheten. RMS-verdien til østkomponenten har økt fra rundt 2-3 millimeter til omtrent 6 millimeter for GPS, GLONASS og multi-GNSS-løsningen. Prosentvis er dette en stor økning, men usikkerheten til posisjonsestimatene må også tas med i vurderingen. Litt tilfeldig variasjon vil det være, men at hvertfall deler av økningen skyldes økt effekt av flerveis interferens er sannsynlig.

Resultatene fra Galileo-løsningen viser en tydelig sammenheng mellom nøyaktighet og antall satellitter. Figur 4.48 understreker hvor stor betydning bare noen få ekstra satellitter har for posisjonsnøyaktigheten. Felles for Galileo og BeiDou er at antallet satellitter er lavt i perioden de største endringene skjedde. Dette resulterer i at presisjonen ikke er tilstrekkelig god til å fange opp endringer i posisjonsnøyaktigheten.

Et litt overraskende resultat var at nøyaktigheten i øst-komponenten er dårligere enn for nord-komponenten i store deler av tiddserien. På grunn av at det er færre satellitter i nordlig retning, fører satellittgeometrien til at det vanligvis er omvendt. Ut i fra figur 4.27 kan man se at dette gjelder stort sett både presisjon- og nøyaktighetstallene. De estimerte standardavvikene som gis ut fra RTKLIB viser det samme. Se eksempelvis figur 4.28.

I en baselinjebergning kan selvsagt endringer i nøyaktighet også skyldes endringer ved basestasjonen. I dette tilfellet anses det som mindre sannsynlig, tatt i betraktning at basestasjonen i Ås står på et stor åpent område som ikke har endret seg i nevneverdig grad i løpet av tidsserien.

5.3 PPP

For PPP-løsningen er rett og slett nøyaktigheten for varierende til å kunne påvise eventuelle endringer i nøyaktighet. Nøyaktigheten blir bare bedre og bedre med tiden og skyldes trolig at de presise produktene stadig forbedres samt at satellittkonstellasjonen har endret seg mye på i

løpe av de siste 12 årene. Flere signaler er tatt i bruk, og dette vil stramme opp geometrien og gi høyere posisjonsnøyaktighet. Det som imidlertid er interessant å se er at nøyaktigheten for GPS og multi GNSS-løsningen de siste årene faktisk er på sub-cm nivå for alle komponentene (10 graders elevasjonsgrense). Dette er veldig bra tatt i betraktning at det er udifferensierte observasjoner som benyttes.

Et overraskende resultat fra Galileo-løsninger er at øst-komponenten konsekvent har både lavere presisjon og nøyaktighet enn høydekomponenten. En tommelfingerregel er at usikkerheten i høyden er faktor 2 høyere enn i grunnriss. Som for baselinjeberegningen så er overraskende nok også nøyaktigheten i øst-komponenten jevnt over dårligere enn i nord. Det er imidlertid vanskelig å komme med en god forklaring på hvorfor det er slik, annet en at det er relatert til satellittgeometrien. For GPS er verdiene mer som forventet fra 2018 og utover.

For PPP-løsningen er det GPS som presterer best. Dette er nok relatert til at systemet har i gjennomsnitt observert til flere satellitter sammenlignet med de andre. I tillegg benytter GPS og GLONASS distribuerte korreksjoner for de differensielle kodebiasene på DCB-formatet. Flere biaser er derfor håndtert sammenlignet med BeiDou og Galileo. A priori standardavvik til faseobservasjonene for GLONASS måtte som nevnt justeres opp innledningsvis. For GLONASS ble det satt til 0.05 meter, til forskjell fra de andre systemene hvor standardavviket ble satt til 0.01 meter. Med andre ord er standardavviket faktor 5 høyere, og er nok en av årsakene til at nøyaktighet til GPS er bedre.

Nøyaktigheten til Galileo hadde nok vært bedre hvis RTKLIB hadde støtte for Bias-SINEX formatet. Da hadde man fått korrigert for DCB for alle signalkombinasjone. Dette gjelder for øvrig alle systemene siden DCB-formatet ikke inneholder korreksjoner for de nye signalene. Eksempelvis C1C-C5X for GPS. Til tross for at effekten trolig er liten over så lang observasjonstid, ville det nok ha forbedret nøyaktighet litt.

Håndteringen av de differensielle kodebiasene anses som en av hovedsvakhetene til PPP-løsningen i denne analysen.

5.3.1 Lav nøyaktighet for GLONASS

Som plottet i figur 4.46 viser, er de komponentvise avvikene fra 2010 til 2015 veldig høye for GLONASS. I denne perioden var det en utfordring at mange epoker ble plukket ut som utliggere i RTKLIB. A priori standardavvik på fasemålingene måtte justeres opp for at flere epoker skulle gå gjennom. Det forekommer imidlertid ikke store avvik i samme periode for de relative målingene, noe som betyr at dette må skyldes en feilkilde som differensieres bort ved dobbeltdifferanser.

Problematikken er derfor trolig klokke-relatert, og da sannsynligvis forårsaket av de differensielle kodebiasene. Dette til tross for at DCB-filer fra samme analysesenter(CODE) ble brukt gjennom hele tidsserien. Eneste forandringen med hensyn til korreksjonsdata, er at i 2015 ble «final»-produktene erstattet med «MGEX». At RMS-verdiene stuper samtidig som det tas i bruk nye satellitt-klokkekorreksjoner underbygger også at problematikken er klokke-relatert. Men hvorfor det skjer er imidlertid ukjent. Resultatene understreker derfor viktigheten av gode korreksjonsdata i en PPP-løsning, og at en slik løsning er mer sårbar enn differensielle målinger.

5.4 BeiDou's lave nøyaktighet

BeiDou skiller seg fra de andre systemene ved å ha betraktelig dårligere nøyaktighet. Nøyaktigheten er langt under hva man kan forvente både for de relative målingene og PPP. Dette kan forklares med dårlig geometri i ligningsystemet ved at det til enhver tid er få satellitter som inngår i beregningene. Årsaken til at det er så få satellitter ser ut til å være todelt. I analysen er det benyttet presise satellittkoordinater fra analysesentret «CODE». Imidlertid ble det helt i slutten av semestret avdekket at disse produktene ikke har dekning av BeiDou-3. Både analysen i observasjonsdomenet og koordinatdomenet vil derfor være kun på grunnlag av observasjoner fra BeiDou-2. Tatt i betraktning at det er få satellitter i MEO-bane i denne konstellasjonen, vil dekningen i Norge være dårlig.

Den andre forklaringen er at det virker som RTKLIB sliter med å danne kombinasjoner av observasjoner fra BeiDou-2 og 3. Slik at hvis ionosfæren håndteres ved en ionosfærefri lineærkombinasjon, vil kun én av konstellasjonene benyttes og RTKLIB velger tilsynelatende BeiDou-2 i en slik situasjon. Så selv om produktene fra CODE hadde hatt dekning, ville uansett løsningen blitt basert kun på BeiDou-2 ved bruk av IFLK. Med så få satellitter vil løsningen også lide av at den i deler av observasjonstiden, ikke har to-frekvente observasjoner fra et tilstrekkelig antall satellitter. Følgelig vil mange epoker falle bort, og ligningssystemet får ikke nok tid til å konvergere. At det er utfordringer knyttet til kombinasjon av BeiDou-2 og 3 er imidlertid kun en teori, og er ikke bekreftet. Etter en del søk på internett viste deg seg derimot at flere har erfart det samme.

Bakgrunnen for teorien er at observasjonsfilene fra OPEC faktisk inneholder en del observasjoner fra BeiDou fra 2019 og utover. Det ble også gjennomført testing med kringkasta efemerider og kringkasta ionosfærekorreksjon på et datasett fra 2022. Å gå bort fra presise satellittkoordinater og IFLK økte antall satellitter fra 4-5 til opp mot 10. Ved bruk av IFLK falt antall satellitter ned til 4-5 igjen, selv ved bruk av kringkasta efemerider.

I etterkant av analysen ble det undersøkt om hvilke analysesenter som inneholder data for BeiDou-3. Det viste seg at de eneste beregningssentrene som inkluderer BeiDou-3 i sine presise produkter, er IAC og universitet i Wuhan (IGS, 2022). I den rene BeiDou-løsningen skulle derfor produktene fra CODE blitt byttet ut med produkter fra en av disse analysesentrene. Men for å løse problematikken med få satellitter måtte også ionosfæren blitt håndtert på en annen måte. Og ved bruk av eksempelvis kringkastet ionosfærekorreksjon ville ikke nøyaktigheten blitt lik god som for de andre systemene. Selv for de relative målingene.

En viktig presisering er at mottakeren på operahuset ikke startet å logge BeiDou-3 før i slutten av januar 2019. Så selv om de presise efemeridene hadde hatt dekning, ville beregningene uansett blitt på grunnlag av BeiDou-2 konstellasjonene før 2019.

5.5 Svakheter med analysen

De største endringene i nærhet av stasjonen skjedde i 2016 og 2017. Antall observerte Galileo-satellitter i samme periode lå kun mellom 4 og 5. Antallet økte betraktelig først i løpet av 2018, og

flatet først ut i overgangen til 2019. Se eksempelvis figur 4.20. Standard konfigurasjon for BeiDou-2 er 5 geostasjonære-, 5 geosynkrone- og 4 MEO-satellitter (Test and Assessment Research Center, 2022). BeiDou-2 er i utgangspunktet et regionalt system og med så få satellitter i MEO-bane, er utbytte i Norge begrenset. Derimot i BeiDou-3, skal konstellasjonen bestå av 27 MEO-satellitter, og vil derfor ha tilsvarende dekning i Norge som de andre systemene. Imidlertid ble ikke de to første BeiDou-3 MEO-satellittene sendt opp før i 2017, og systemet bestod av 24 satellitter i MEO-bane først i utgangen av 2019 (Test and Assessment Research Center, 2022). Mottakeren begynte heller ikke å logge BeiDou-3 før januar 2019. En felles utfordring for begge systemene er derfor at datagrunnlaget er relativt tynt de første par årene hvor endringen i nærheten av stasjonen var størst.

En svakhet med analysen er derfor at de største endringene skjedde før Galileo og BeiDou hadde tilstrekkelig antall satellitter til å yte optimalt. Dette har særlig betydning for analysen i koordinatdomenet ved at presisjonen ikke er tilstrekkelig til å fange opp eventuelle endringer i posisjonsnøyaktighet. Å trekke slutninger om byggevirkningsomheten har påvirket posisjonsnøyaktigheten for disse systemene er derfor vanskelig.

Siden rutinen som benyttes til å estimere flerveis-interferens også benytter presise efemerider, vil resultatene i observasjonsdomenet for BeiDou også lide av at produktene fra CODE kun inneholder data for BeiDou-2. De vektete RMS-verdiene vil derfor være på grunnlag av et gjennomsnitt av noen få satellitter. Imidlertid vil ikke dette gjelde for de uveide estimatene, siden de presise efemeridene benyttes kun i forbindelse med vektingsfunksjonen. Men andre ord så vil de uveide RMS-verdiene være basert på på både BeiDou-2 og BeiDou-3.

5.6 Betydningen av Galileo og inkludering av E5AltBOC

Galileo har helt klart et viktig bidrag. Både isolert sett, men også i kombinasjon med de andre systemene. Som resultatet fra analysen i observasjonsdomenet viser, har signalet E5AltBOC en ytelse som skiller seg mye fra andre signaler. Signalet er betraktelig mindre påvirket av flerveis-interferens sammenlignet med andre signaler fra andre systemer. Men det store fortrinnet vil nok i større grad komme til syne under kortere observasjonstider der kodemålingene har større vekt. Den aller største gevinsten av å inkludere dette signalet er nok derfor under kinematiske målinger og målinger i sanntid der kvaliteten på kodemålingene har større betydning. Mindre støy og påvirkning fra lokale forhold vil da være enda viktigere. Og for eksempelvis CPOS vil nok E5AltBOC bidra til en raskere bestemmelse av faseflertydigheten. Gevinsten vil trolig også være større for mottakere av lavere kvalitet enn de som er benyttet i denne avhandlingen.

5.7 Kryssvalidering

At operahuset faktisk er fundamentert på fjell minsker sannsynligheten betraktelig for at det skjedd en forandring i basestasjonens posisjon gjennom tidsserien. Resultatene fra Radarsat-2 viser en så liten endring fra 2008 til 2018 at det havner innenfor måleusikkerheten og kan ses i bort fra. Resultatet fra Sentinel-1 viser en større endring, men om den er reel kan diskuteres. Den

er fortsatt svært lav, og havner nok også innenfor måleusikkerheten. I tillegg har det skjedd et verdiskift mellom 2017 og 2018, og det er ingen tegn på en videre trend etter det. På NGU sine hjemmesider advares det mot slike sprang i verdi. Den største utfordringen i beregningsprosessen er å bestemme faseflertydigheten. For på samme vis som fasemålinger for GNSS, er det kun brøkdelen av en bølglende som måles. Følgelig må antall hele bølgelengder bestemmes for å finne den totale avstanden mellom satellitt og jordoverflaten. Et sprang mellom nabogrupper kan derfor skyldes feil i konverteringen fra målt faseforskjell til kontinuerlig bevegelser (NGU, 2022).

Ut i fra egne erfaringer med tjenesten, varierte også resultatene en del med hvilke punkter som ble inkludert i polygonet. Dette skyldes nok at kvalitetsfiltreringen som gjøres innledningsvis ikke klarer å fange opp alt, slik at punktene vil være preget av ulik grad av støy. Små variasjoner i radarens innfallsvinkel og sikteretning kan også føre til ulike resultater for ulike punkter, selv om de ligger tett.

Resultatene ble også diskutert med de som er ansvarlig for tjenesten i NGU. De hevdet at med såpass små estimerte bevegelser havner de innefor måleusikkerheten til InSAR og at resultatene kan tolkes som tilnærmet ingen bevegelse.

At avviket for øst-komponenten øker for baselinjebergningen skyldes derfor trolig ikke at operahuset har beveget på seg. Hadde endringen vært i høydekomponenten hadde det vært litt annerledes, men siden RMS-verdiene hovedsakelig øker kun for østkomponenten, er nok økt forekomst av indirekte signaler en mer sannsynlig forklaring. Særlig tatt i betraktning at tidspunktet for økningen i observasjons- og koordinatdomenet sammenfaller.

5.8 Videre arbeid

Når det gjelder videre arbeid hadde det vært interessant å kjøre beregningene på nytt med presise produkter fra IAC eller Wuhan for den rene BeiDou-løsningen. Siden disse produktene inneholder data for BeiDou 3, ville nok ytelsen av dette systemet også vært på nivå med de andre for de siste årene. I tillegg kunne man vurdert å benytte en annen basestasjon som hadde data lengre tilbake i tid. Med et større datagrunnlag både før og etter de største endringene skjedde i Bjørvika, ville man kunne fastslå en endring med enda større pålitelighet. Videre hadde det også vært interessant å gjennomføre PPP-beregningene i en annen programvare som eksempelvis Terrapos eller Bernese GNSS Software. Dette er kommersielle programmer som i større grad blir vedlikeholdt og utviklet. Ved å kjøre PPP-beregningen i for eksempel Bernese Software hadde man fått korrigert for de differensielle kodebiasene på de nye signalene også.

Kapittel 6: Konklusjon

Hovedformålet med analysen i denne avhandlingen var å finne svar på følgende spørsmål:

1. *Hvordan har byggearbeidet rundt CPOS-stasjonen påvirket posisjonsnøyaktigheten til denne stasjonen?*
2. *Vil inkludering av Galileo-signaler bidra til en mer nøyaktig posisjonsbestemmelse? Kan f.eks. signalet E5-AltBOC kompensere for endringer i umiddelbar nærhet av stasjonen?*

For å svare på disse spørsmålene ble det gjennomført analyser både i koordinat- og observasjonsdomenet. Analysen i koordinatdomenet består av både en baselinjeberegning og presis enkeltpunktbestemmelse (PPP). Programvarene som ble brukt for disse beregningene var RTKLIB. Analysen i observasjonsdomenet benyttet rutinen «GNSS_Receiver_QC_2020» laget av Bjørn-Eirik Roald i forbindelse med hans mastergradsoppgave. Formålet med denne analysen var å tallfeste effekten, og en eventuell endring i effekten av flerveis-interferens.

Innledningsvis ble undersøkt om hvilke endringer som har skjedd i Bjørvika og når de største forandringene fant sted. Det viste seg å være i tidrommet mellom 2015 og 2018 at mesteparten av byggevirksomheten foregikk. Videre viste analysen i observasjonsdomenet at RMS-verdiene for C1C-signalet for GPS og GLONASS har økt i samme periode. Resultatene fra PPP beregningen hadde for varierende og lav presisjon til at det er mulig å trekke slutninger om endringer i posisjonsnøyaktighet. Dette var tilfellet for alle systemene.

Derimot viste resultatet fra baselinjeberegningen at avviket fra fasitkoordinatene økte for øst-komponenten. Og i likhet med estimatene av flerveis-interferens, begynte økningen i samme periode som byggevirksomheten var størst. Resultatene ble kryssvalidert ved hjelp av nettjenesten «InSAR Norge» som driftes av NGU. På grunnlag av estimatene fra InSAR Norge og at operahuset er fundamentert med peler til fjell, ser det ikke ut som det har skjedd en nedsynking i nevneverdig grad.

Når det gjelder hvilken påvirkningen endringene rundt basestasjonen har hatt for Galileo-signalene er satellittkonstellasjonen for ukomplett på tidspunktet de største endringene skjedde til at det kan trekkes slutninger. Nøyaktigheten i denne perioden er for lav til å fange opp endringer i posisjonsnøyaktigheten. Men basert på ytelsen til Galileo mot slutten av tidsserien, er det ingen tvil om at inkludering av Galileo-signaler i en multi GNSS-løsning bidrar til en mer nøyaktig posisjonsbestemmelse. Særlig ved inkludering av signalet E5AltBOC. Analysen i observasjonsdomenet viser at E5AltBOC-signalet presterer desidert best. Både sammenlignet med de andre Galileo-signalene og signaler fra andre systemer. Forventningen om at E5AltBOC er mer robust mot flerveis-interferens er dermed bekreftet.

Basert på disse betraktningene kan det derfor konkluderes med at byggevirksomheten har påvirket posisjonsnøyaktigheten til basestasjonen. Det kan også konkluderes med at signalet E5AltBOC klarer å kompensere for lokale endringer i umiddelbar nærhet av stasjonen.

Referanser

Brown, R. G. & Hwang, P. Y. C. (2012), *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, fourth edition edn, John Wiley & Sons.

Dach, R., Lutz, S., Walser, P. & Fridez, P. (2018), 'Bernese gnss software version 5.2'.

URL: <http://www.bernese.unibe.ch/docs/DOCU52.pdf>

ESA (2022), 'Galileo satellites'.

URL: https://www.esa.int/Applications/Navigation/Galileo/Galileo_satellites

Estey, L. H. & Meertens, C. M. (1999), 'Teqc: The multi-purpose toolkit for gps/glonass data', *GPS Solutions* **3**(1), 42–49.

URL: <https://doi.org/10.1007/PL00012778>

European GNSS Service Centre (2022).

URL: <https://www.gsc-europa.eu/system-service-status/constellation-information>

Ghilani, C. D. (2018), *Adjustment Computations - Spatial Data Analysis*, sixth edition edn, John Wiley & Sons.

Hofmann-Wellenhof, H, L. & E, W. (2008), *GNSS – Global Navigation Satellite Systems*, SpringerWienNewYork.

IGS (2018), 'The receiver independent exchange format version 3.04'.

URL: <http://acc.igs.org/misc/rinex304.pdf>

IGS (2022), 'Mgex data & products'.

URL: https://igs.org/mgex/data-products/#orbit_clock

Kaplan, E. D. & J.Hegarty, C. (2017), *Understanding GPS/GNSS Principles and Applications*, third edition edn, Artech House.

Leksikon, S. N. (2020).

URL: https://snl.no/setning_-_geologi

Løvås, G. G. (2018), *Statistikk for universiteter og høyskoler*, 4. utgave edn, Universitetsforlaget.

McCarthy, D. D. (1996), 'Iers convention s (1992)'.

URL: https://www.iers.org/SharedDocs/Publikationen/EN/IERS/Publications/tn/TechnNote21/tn21.pdf?__blob=publicationFile&v=1

Montenbruck, O., Hauschild, A. & Steigenberger, P. (2014), 'Differential code bias estimation using multi-gnss observations and global ionosphere maps', *NAVIGATION* **61**(3), 191–201.

URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/navi.64>

- NASA (2020), 'Background of the cddis'.
URL: <https://cddis.nasa.gov/About/Background.html>
- NGU (2022), 'Hva er insar?'.
URL: <https://www.ngu.no/emne/hva-er-insar>
- NOAA (n.d.), 'Tides and currents'.
URL: <https://tidesandcurrents.noaa.gov/harcon.html?id=9410170>
- PROJ contributors (2022), *PROJ coordinate transformation software library*, Open Source Geospatial Foundation.
URL: <https://proj.org/>
- Roald, B.-E. (2020), Methods for the Performance Evaluation of GNSS Receivers: A Software Development Process, Thesis, Norges Miljø- og Biovitenskapelige Universitet.
URL: <https://nmbu.brage.unit.no/nmbu-xmlui/handle/11250/2683407>
- Seeber, G. (2003), *Satellite Geodesy*, Walter de Gruyter.
- Statsbygg (2008), 'Nytt operahus den norske opera & ballett (ferdigmelding)'.
URL: <https://dok.statsbygg.no/wp-content/uploads/2020/05/ferdigmelding2008.pdf>
- Steigenberger, P., Montenbruck, O., Bradke, M., Ramatschi, M. & Hessels, U. (2022), 'Evaluation of earth rotation parameters from modernized gnss navigation messages'.
URL: <https://doi.org/10.1007/s10291-022-01232-4>
- Subirana, J. S., Zornoza, J. J. & Hernández-Pajares, M. (2013), 'Gnss data processing, vol. i: Fundamentals and algorithms'.
URL: https://gssc.esa.int/navipedia/GNSS_Book/ESA_GNSS-Book_TM-23_Vol_I.pdf
- Takasu, T. (2013), 'Rtklib manual (v.2.4.2)'.
URL: https://github.com/tomokitakasu/RTKLIB/blob/rtklib_2.4.3/doc/manual_2.4.2.pdf
- Takasu, T. (2021), 'Rtklib: Support information'.
URL: http://www.rtklib.com/rtklib_support.htm
- Teunissen, P. J. & Montenbruck, O. (2017), *Handbook of Global Navigation Satellite Systems*, Springer.
- Applied Consumer Center (2022), 'Informasjonsanalytisk senter for tidskoordinering og navigasjonsstøtte'.
URL: <https://www.glonass-iac.ru/glonass/sostavOG/>
- Scikit-learn (2022), 'sklearn.metrics.r2_score'.
URL: https://scikit-learn.org/stable/modules/model_evaluation.html#r2-score
- Test and Assessment Research Center (2022).
URL: <http://www.csno-tarc.cn/en/system/constellation>

The National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA) (2022), 'Space segment'.
URL: <https://www.gps.gov/systems/gps/space/>

Vedlegg

Vedlegg A: Antenne- og mottakerinformasjon

Serienummer for antennene og mottakerne brukt i analysen er presentert i tabell A.1.

	Type	Serienummer	Sted
Mottaker	Trimble NetR5	4813K54762	Operahuset
Mottaker	Trimble NetR9	5423R48819	Operahuset
Antenne	TRM55970	31050604	Operahuset
Mottaker	Trimble NetR9	5323K43602	Ås
Antenne	TRM57970	5000113987	Ås

Tabell A.1: Serienummer for de ulike komponentene

Ytterligere informasjon om antennene er presentert i figur A.1.

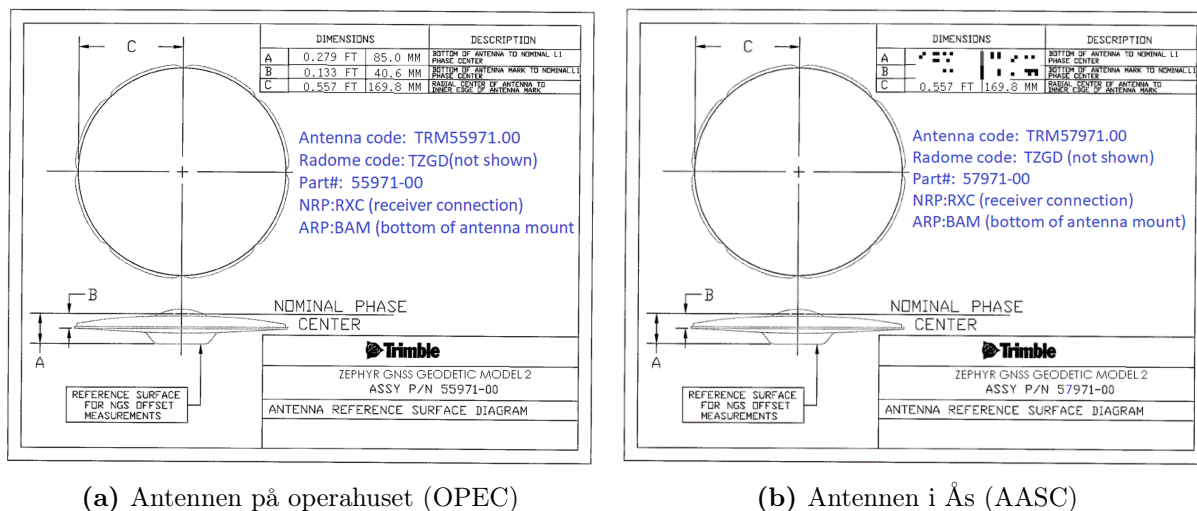


Fig. A.1: Antenneinformasjon. Merk at det er noe feil med bildet for antennen i Ås. Informasjonen er hentet fra <https://geodesy.noaa.gov/ANTCAL/#>.

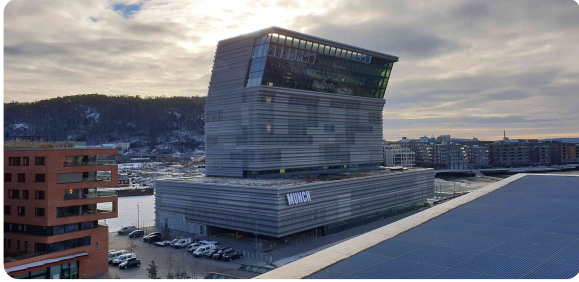
Bilder som Kartverket har tatt av basestasjonen på operahuset er vist i figur A.2.



(a) Montering



(b) Antenne



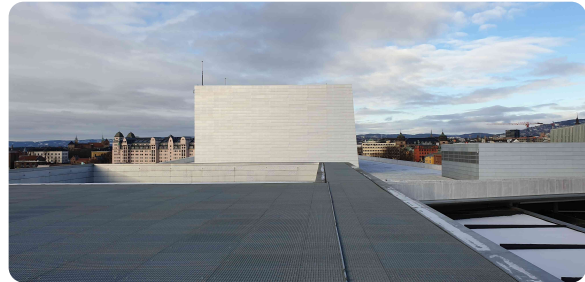
(c) Mot sør-øst



(d) Mot nord-øst



(e) Mot sør



(f) Mot vest

Fig. A.2: Bilder av GNSS-antennen samt forholdene rundt stasjonen på operahuset

Kartverkets bilder av stasjonen i Ås er presentert i figur A.3



(a) Mot sør-øst



(b) Mot vest



(c) Mot nord



(d) Montering

Fig. A.3: Bilde av GNSS-antennen samt forholdene rundt stasjonen i Ås

Vedlegg B: Resultater

B.1 Baselinje

B.1.1 Plott av de komponentvise avvikene for hvert enkelt år (10 graders elevasjonsgrense)

GPS



Fig. B.1: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien (GPS).

GLONASS



Fig. B.2: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien (GLONASS).

Galileo



Fig. B.3: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien (Galileo).

BeiDou



Fig. B.4: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien (BeiDou).

Multi-GNSS løsning



Fig. B.5: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien (Multi-GNSS).

B.1.2 Detekterte utligger (10 graders elevasjonsgrense)

Under er det presentert en tabell over utplukkede dager hvor estimatene avviker med mer enn 4 ganger standardavviket. Terskelverdien på 4σ for hver koordinatkomponent fremkommer i tabellen.

Dato	System	$ \Delta N $	$ \Delta E $	$ \Delta H $	$4\sigma_N$	$4\sigma_E$	$4\sigma_H$
2014/05/02	Alle	0.0133	0.0155	0.0115	0.0074	0.0087	0.0179
2014/08/06	Alle	0.0075	0.0037	0.0042	0.0074	0.0087	0.0179
2014/09/08	Alle	0.0077	0.0060	0.0029	0.0074	0.0087	0.0179
2015/01/29	Alle	0.0187	0.0144	0.0098	0.0095	0.0099	0.0255
2015/06/28	Alle	0.0235	0.0233	0.0862	0.0095	0.0099	0.0255
2015/07/15	Alle	0.0042	0.0104	0.0010	0.0095	0.0099	0.0255
2017/02/22	Alle	0.0013	0.0083	0.0419	0.0074	0.0094	0.0232
2017/12/28	Alle	0.0010	0.0095	0.0012	0.0074	0.0094	0.0232
2018/01/04	Alle	0.0045	0.0111	0.0024	0.0076	0.0101	0.0310
2019/02/06	Alle	0.0067	0.0037	0.0244	0.0074	0.0087	0.0221
2019/02/07	Alle	0.0078	0.0042	0.0219	0.0074	0.0087	0.0221
2019/06/12	Alle	0.0007	0.0088	0.0028	0.0074	0.0087	0.0221
2019/06/15	Alle	0.0014	0.0091	0.0016	0.0074	0.0087	0.0221
2019/08/01	Alle	0.0032	0.0087	0.0032	0.0074	0.0087	0.0221
2019/11/28	Alle	0.0009	0.0093	0.0017	0.0074	0.0087	0.0221
2019/12/03	Alle	0.0033	0.0108	0.0209	0.0074	0.0087	0.0221
2020/04/11	Alle	0.3830	0.1316	1.0971	0.0809	0.0299	0.2312
2021/01/15	Alle	0.0110	0.0530	0.0539	0.0070	0.0139	0.0213
2021/02/19	Alle	0.0080	0.0057	0.0016	0.0070	0.0139	0.0213
2021/03/11	Alle	0.0047	0.0119	0.0311	0.0070	0.0139	0.0213
2021/10/28	Alle	0.0084	0.0012	0.0023	0.0070	0.0139	0.0213
2021/12/31	Alle	0.0061	0.0160	0.0150	0.0070	0.0139	0.0213
2015/08/15	BeiDou	0.1772	0.3349	0.6440	0.2187	0.4043	0.4070
2015/08/23	BeiDou	0.0933	0.4267	0.3829	0.2187	0.4043	0.4070
2015/10/03	BeiDou	0.1957	0.5854	0.2806	0.2187	0.4043	0.4070
2015/10/11	BeiDou	0.2192	0.1548	0.0275	0.2187	0.4043	0.4070
2016/03/06	BeiDou	0.3445	0.0163	0.1907	0.2538	0.3374	0.3475
2016/07/09	BeiDou	0.0492	0.3448	0.0899	0.2538	0.3374	0.3475
2016/08/21	BeiDou	0.2466	0.0019	0.3717	0.2538	0.3374	0.3475
2016/09/07	BeiDou	0.2046	0.0317	0.4687	0.2538	0.3374	0.3475
2016/09/26	BeiDou	0.2872	0.1314	0.1564	0.2538	0.3374	0.3475
2016/10/07	BeiDou	0.1545	0.4089	0.2973	0.2538	0.3374	0.3475
2016/11/11	BeiDou	0.3932	0.1990	0.4590	0.2538	0.3374	0.3475
2016/12/09	BeiDou	0.1495	0.4517	0.0806	0.2538	0.3374	0.3475
2017/03/05	BeiDou	0.1455	0.0476	0.3572	0.2107	0.2718	0.3017
2017/03/15	BeiDou	0.1718	0.0246	0.4973	0.2107	0.2718	0.3017
2017/05/11	BeiDou	0.0718	0.2724	0.1524	0.2107	0.2718	0.3017
2017/07/23	BeiDou	0.1934	0.1890	0.3782	0.2107	0.2718	0.3017
2017/07/24	BeiDou	0.4776	0.0350	0.5229	0.2107	0.2718	0.3017
2017/09/20	BeiDou	0.2253	0.0992	0.2842	0.2107	0.2718	0.3017
2017/10/06	BeiDou	0.1717	0.3197	0.1161	0.2107	0.2718	0.3017
2018/11/04	BeiDou	0.0650	0.1092	0.3890	0.2121	0.2434	0.3480
2018/11/13	BeiDou	0.3328	0.2567	0.2376	0.2121	0.2434	0.3480
2018/11/15	BeiDou	0.2524	0.1872	1.0169	0.2121	0.2434	0.3480
2018/11/20	BeiDou	0.4279	0.0874	0.0800	0.2121	0.2434	0.3480

2018/11/22	BeiDou	0.1991	0.2789	0.4109	0.2121	0.2434	0.3480
2018/12/03	BeiDou	0.0433	0.2813	0.0413	0.2121	0.2434	0.3480
2019/05/12	BeiDou	0.0648	0.0531	0.2979	0.2687	0.3164	0.2872
2019/05/21	BeiDou	0.1127	0.3237	0.0589	0.2687	0.3164	0.2872
2019/06/11	BeiDou	0.1246	0.3211	0.1159	0.2687	0.3164	0.2872
2019/07/30	BeiDou	0.1141	0.3312	0.1165	0.2687	0.3164	0.2872
2019/08/06	BeiDou	0.1432	0.3444	0.0954	0.2687	0.3164	0.2872
2019/09/03	BeiDou	0.1342	0.3233	0.0782	0.2687	0.3164	0.2872
2019/09/10	BeiDou	0.1124	0.3166	0.0879	0.2687	0.3164	0.2872
2019/11/19	BeiDou	0.7867	0.0191	0.7058	0.2687	0.3164	0.2872
2019/12/03	BeiDou	0.2796	0.2712	0.0225	0.2687	0.3164	0.2872
2020/01/13	BeiDou	0.0055	0.0330	0.4155	0.1673	0.1439	0.2137
2020/01/16	BeiDou	0.2268	0.0005	0.2804	0.1673	0.1439	0.2137
2020/06/20	BeiDou	0.0252	0.1606	0.0082	0.1673	0.1439	0.2137
2020/07/12	BeiDou	0.0322	0.0065	0.3995	0.1673	0.1439	0.2137
2020/09/13	BeiDou	0.0673	0.0802	0.2177	0.1673	0.1439	0.2137
2020/12/27	BeiDou	0.0651	0.0423	0.3058	0.1673	0.1439	0.2137
2021/01/15	BeiDou	1.4395	3.9695	0.1751	0.3218	0.8528	0.1165
2021/08/11	BeiDou	0.0485	0.0290	0.1481	0.3218	0.8528	0.1165
2021/12/12	BeiDou	0.0307	0.0583	0.1406	0.3218	0.8528	0.1165
2014/05/02	GLONASS	0.0119	0.0041	0.0099	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/09	GLONASS	0.0076	0.0025	0.0043	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/10	GLONASS	0.0080	0.0017	0.0002	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/14	GLONASS	0.0082	0.0020	0.0047	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/15	GLONASS	0.0088	0.0021	0.0093	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/16	GLONASS	0.0083	0.0021	0.0013	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/20	GLONASS	0.0081	0.0037	0.0080	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/23	GLONASS	0.0073	0.0031	0.0046	0.0068	0.0081	0.0189
2014/05/24	GLONASS	0.0070	0.0023	0.0001	0.0068	0.0081	0.0189
2014/06/08	GLONASS	0.0069	0.0016	0.0035	0.0068	0.0081	0.0189
2014/06/15	GLONASS	0.0070	0.0007	0.0003	0.0068	0.0081	0.0189
2014/06/24	GLONASS	0.0073	0.0012	0.0059	0.0068	0.0081	0.0189
2014/06/30	GLONASS	0.0093	0.0006	0.0016	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/04	GLONASS	0.0070	0.0004	0.0014	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/10	GLONASS	0.0070	0.0008	0.0098	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/12	GLONASS	0.0068	0.0002	0.0053	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/18	GLONASS	0.0071	0.0005	0.0105	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/20	GLONASS	0.0073	0.0029	0.0068	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/24	GLONASS	0.0082	0.0048	0.0059	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/25	GLONASS	0.0069	0.0008	0.0016	0.0068	0.0081	0.0189
2014/07/26	GLONASS	0.0084	0.0001	0.0010	0.0068	0.0081	0.0189
2014/08/04	GLONASS	0.0071	0.0025	0.0159	0.0068	0.0081	0.0189
2014/08/06	GLONASS	0.0075	0.0026	0.0007	0.0068	0.0081	0.0189
2014/08/10	GLONASS	0.0075	0.0029	0.0004	0.0068	0.0081	0.0189
2014/08/13	GLONASS	0.0070	0.0010	0.0033	0.0068	0.0081	0.0189
2014/08/19	GLONASS	0.0070	0.0016	0.0122	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/07	GLONASS	0.0083	0.0010	0.0029	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/08	GLONASS	0.0095	0.0020	0.0007	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/09	GLONASS	0.0082	0.0023	0.0094	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/10	GLONASS	0.0085	0.0014	0.0026	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/11	GLONASS	0.0070	0.0014	0.0093	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/12	GLONASS	0.0072	0.0009	0.0088	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/16	GLONASS	0.0083	0.0020	0.0124	0.0068	0.0081	0.0189

2014/09/21	GLONASS	0.0068	0.0000	0.0063	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/23	GLONASS	0.0077	0.0010	0.0095	0.0068	0.0081	0.0189
2014/09/27	GLONASS	0.0071	0.0034	0.0038	0.0068	0.0081	0.0189
2014/11/10	GLONASS	0.0068	0.0026	0.0054	0.0068	0.0081	0.0189
2014/11/11	GLONASS	0.0068	0.0034	0.0097	0.0068	0.0081	0.0189
2014/12/05	GLONASS	0.0078	0.0043	0.0015	0.0068	0.0081	0.0189
2014/12/12	GLONASS	0.0076	0.0019	0.0115	0.0068	0.0081	0.0189
2014/12/15	GLONASS	0.0075	0.0026	0.0144	0.0068	0.0081	0.0189
2015/01/07	GLONASS	0.0075	0.0019	0.0150	0.0070	0.0087	0.0189
2015/01/08	GLONASS	0.0069	0.0031	0.0201	0.0070	0.0087	0.0189
2015/01/10	GLONASS	0.0063	0.0005	0.0227	0.0070	0.0087	0.0189
2015/01/14	GLONASS	0.0072	0.0016	0.0018	0.0070	0.0087	0.0189
2015/01/15	GLONASS	0.0091	0.0021	0.0135	0.0070	0.0087	0.0189
2015/01/29	GLONASS	0.0106	0.0006	0.0072	0.0070	0.0087	0.0189
2015/02/27	GLONASS	0.0053	0.0051	0.0201	0.0070	0.0087	0.0189
2015/03/30	GLONASS	0.0071	0.0061	0.0162	0.0070	0.0087	0.0189
2015/04/04	GLONASS	0.0081	0.0031	0.0096	0.0070	0.0087	0.0189
2015/04/07	GLONASS	0.0074	0.0056	0.0086	0.0070	0.0087	0.0189
2015/05/05	GLONASS	0.0074	0.0017	0.0191	0.0070	0.0087	0.0189
2015/05/12	GLONASS	0.0081	0.0030	0.0089	0.0070	0.0087	0.0189
2015/05/13	GLONASS	0.0087	0.0004	0.0079	0.0070	0.0087	0.0189
2015/05/18	GLONASS	0.0075	0.0043	0.0061	0.0070	0.0087	0.0189
2015/06/22	GLONASS	0.0073	0.0023	0.0158	0.0070	0.0087	0.0189
2015/06/23	GLONASS	0.0080	0.0011	0.0081	0.0070	0.0087	0.0189
2015/06/24	GLONASS	0.0058	0.0018	0.0199	0.0070	0.0087	0.0189
2015/08/16	GLONASS	0.0089	0.0014	0.0016	0.0070	0.0087	0.0189
2015/08/31	GLONASS	0.0075	0.0002	0.0028	0.0070	0.0087	0.0189
2015/09/09	GLONASS	0.0075	0.0026	0.0026	0.0070	0.0087	0.0189
2015/09/15	GLONASS	0.0091	0.0054	0.0148	0.0070	0.0087	0.0189
2015/09/30	GLONASS	0.0077	0.0052	0.0003	0.0070	0.0087	0.0189
2015/11/01	GLONASS	0.0083	0.0022	0.0123	0.0070	0.0087	0.0189
2015/11/07	GLONASS	0.0079	0.0051	0.0040	0.0070	0.0087	0.0189
2015/11/11	GLONASS	0.0054	0.0027	0.0198	0.0070	0.0087	0.0189
2015/11/25	GLONASS	0.0078	0.0064	0.0103	0.0070	0.0087	0.0189
2015/12/17	GLONASS	0.0003	0.0075	0.0206	0.0070	0.0087	0.0189
2015/12/18	GLONASS	0.0071	0.0081	0.0008	0.0070	0.0087	0.0189
2015/12/23	GLONASS	0.0071	0.0031	0.0128	0.0070	0.0087	0.0189
2016/02/06	GLONASS	0.0040	0.0030	0.0241	0.0103	0.0088	0.0189
2016/02/16	GLONASS	0.0278	0.0037	0.0276	0.0103	0.0088	0.0189
2016/07/23	GLONASS	0.0038	0.0089	0.0007	0.0103	0.0088	0.0189
2017/01/04	GLONASS	0.0085	0.0040	0.0025	0.0081	0.0092	0.0237
2017/02/22	GLONASS	0.0078	0.0101	0.0465	0.0081	0.0092	0.0237
2017/02/26	GLONASS	0.0097	0.0036	0.0067	0.0081	0.0092	0.0237
2017/02/27	GLONASS	0.0088	0.0037	0.0028	0.0081	0.0092	0.0237
2017/03/12	GLONASS	0.0082	0.0041	0.0068	0.0081	0.0092	0.0237
2017/03/15	GLONASS	0.0095	0.0071	0.0002	0.0081	0.0092	0.0237
2017/03/17	GLONASS	0.0082	0.0026	0.0014	0.0081	0.0092	0.0237
2017/03/22	GLONASS	0.0081	0.0060	0.0024	0.0081	0.0092	0.0237
2017/03/23	GLONASS	0.0094	0.0052	0.0015	0.0081	0.0092	0.0237
2017/04/04	GLONASS	0.0090	0.0034	0.0005	0.0081	0.0092	0.0237
2017/04/06	GLONASS	0.0092	0.0054	0.0002	0.0081	0.0092	0.0237
2017/04/07	GLONASS	0.0100	0.0056	0.0066	0.0081	0.0092	0.0237
2017/04/18	GLONASS	0.0082	0.0026	0.0006	0.0081	0.0092	0.0237

2017/04/23	GLONASS	0.0087	0.0056	0.0025	0.0081	0.0092	0.0237
2017/04/24	GLONASS	0.0107	0.0033	0.0009	0.0081	0.0092	0.0237
2017/05/03	GLONASS	0.0084	0.0032	0.0010	0.0081	0.0092	0.0237
2017/05/06	GLONASS	0.0106	0.0059	0.0033	0.0081	0.0092	0.0237
2017/05/25	GLONASS	0.0083	0.0018	0.0016	0.0081	0.0092	0.0237
2017/06/08	GLONASS	0.0059	0.0095	0.0008	0.0081	0.0092	0.0237
2017/06/20	GLONASS	0.0092	0.0072	0.0063	0.0081	0.0092	0.0237
2017/06/28	GLONASS	0.0094	0.0060	0.0097	0.0081	0.0092	0.0237
2017/07/01	GLONASS	0.0082	0.0025	0.0016	0.0081	0.0092	0.0237
2017/07/14	GLONASS	0.0083	0.0027	0.0010	0.0081	0.0092	0.0237
2017/07/18	GLONASS	0.0083	0.0046	0.0037	0.0081	0.0092	0.0237
2017/07/23	GLONASS	0.0106	0.0058	0.0057	0.0081	0.0092	0.0237
2017/08/09	GLONASS	0.0009	0.0135	0.0031	0.0081	0.0092	0.0237
2017/08/12	GLONASS	0.0086	0.0011	0.0039	0.0081	0.0092	0.0237
2017/08/21	GLONASS	0.0098	0.0022	0.0223	0.0081	0.0092	0.0237
2017/08/27	GLONASS	0.0094	0.0046	0.0047	0.0081	0.0092	0.0237
2017/09/05	GLONASS	0.0050	0.0097	0.0031	0.0081	0.0092	0.0237
2017/09/16	GLONASS	0.0083	0.0026	0.0110	0.0081	0.0092	0.0237
2017/10/03	GLONASS	0.0067	0.0111	0.0136	0.0081	0.0092	0.0237
2017/10/06	GLONASS	0.0083	0.0028	0.0064	0.0081	0.0092	0.0237
2017/10/16	GLONASS	0.0108	0.0072	0.0178	0.0081	0.0092	0.0237
2017/12/28	GLONASS	0.0088	0.0110	0.0148	0.0081	0.0092	0.0237
2018/01/04	GLONASS	0.0071	0.0106	0.0013	0.0081	0.0104	0.0260
2018/01/17	GLONASS	0.0022	0.0054	0.0338	0.0081	0.0104	0.0260
2018/04/06	GLONASS	0.0037	0.0109	0.0010	0.0081	0.0104	0.0260
2018/05/26	GLONASS	0.0099	0.0042	0.0001	0.0081	0.0104	0.0260
2018/06/17	GLONASS	0.0015	0.0127	0.0083	0.0081	0.0104	0.0260
2018/06/20	GLONASS	0.0089	0.0003	0.0026	0.0081	0.0104	0.0260
2018/11/03	GLONASS	0.0093	0.0019	0.0083	0.0081	0.0104	0.0260
2018/11/21	GLONASS	0.0084	0.0055	0.0036	0.0081	0.0104	0.0260
2018/12/23	GLONASS	0.0083	0.0026	0.0066	0.0081	0.0104	0.0260
2019/01/03	GLONASS	0.0075	0.0065	0.0033	0.0074	0.0101	0.0220
2019/03/08	GLONASS	0.0025	0.0106	0.0067	0.0074	0.0101	0.0220
2019/03/22	GLONASS	0.0080	0.0060	0.0055	0.0074	0.0101	0.0220
2019/03/29	GLONASS	0.0096	0.0068	0.0108	0.0074	0.0101	0.0220
2019/04/28	GLONASS	0.0076	0.0039	0.0040	0.0074	0.0101	0.0220
2019/06/24	GLONASS	0.0083	0.0060	0.0005	0.0074	0.0101	0.0220
2019/06/26	GLONASS	0.0075	0.0061	0.0062	0.0074	0.0101	0.0220
2019/07/10	GLONASS	0.0080	0.0044	0.0052	0.0074	0.0101	0.0220
2019/08/07	GLONASS	0.0077	0.0011	0.0047	0.0074	0.0101	0.0220
2019/09/27	GLONASS	0.0046	0.0107	0.0100	0.0074	0.0101	0.0220
2019/11/28	GLONASS	0.0053	0.0109	0.0068	0.0074	0.0101	0.0220
2019/12/30	GLONASS	0.0037	0.0136	0.0076	0.0074	0.0101	0.0220
2020/04/11	GLONASS	1.0644	0.3461	3.8875	0.2248	0.0745	0.8170
2021/01/20	GLONASS	0.0035	0.0118	0.0081	0.0072	0.0113	0.0190
2021/03/11	GLONASS	0.0036	0.0079	0.0273	0.0072	0.0113	0.0190
2021/04/16	GLONASS	0.0083	0.0063	0.0043	0.0072	0.0113	0.0190
2021/05/10	GLONASS	0.0077	0.0025	0.0014	0.0072	0.0113	0.0190
2021/06/16	GLONASS	0.0078	0.0043	0.0056	0.0072	0.0113	0.0190
2021/07/03	GLONASS	0.0073	0.0062	0.0033	0.0072	0.0113	0.0190
2021/07/14	GLONASS	0.0075	0.0000	0.0004	0.0072	0.0113	0.0190
2021/08/13	GLONASS	0.0076	0.0052	0.0052	0.0072	0.0113	0.0190
2021/10/25	GLONASS	0.0074	0.0039	0.0095	0.0072	0.0113	0.0190

2021/12/09	GLONASS	0.0036	0.0117	0.0004	0.0072	0.0113	0.0190
2021/12/10	GLONASS	0.0037	0.0114	0.0024	0.0072	0.0113	0.0190
2021/12/31	GLONASS	0.0004	0.0238	0.0304	0.0072	0.0113	0.0190
2022/01/02	GLONASS	0.0011	0.0071	0.0343	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/07	GLONASS	0.0014	0.0100	0.0010	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/08	GLONASS	0.0011	0.0104	0.0001	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/10	GLONASS	0.0021	0.0113	0.0005	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/13	GLONASS	0.0029	0.0124	0.0035	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/16	GLONASS	0.0018	0.0101	0.0099	0.0086	0.0099	0.0328
2022/01/18	GLONASS	0.0050	0.0108	0.0069	0.0086	0.0099	0.0328
2014/05/02	GPS	0.0160	0.0472	0.0210	0.0098	0.0185	0.0216
2015/01/29	GPS	0.0195	0.0191	0.0354	0.0097	0.0143	0.0387
2015/03/01	GPS	0.0008	0.0154	0.0138	0.0097	0.0143	0.0387
2015/06/28	GPS	0.0097	0.0157	0.1420	0.0097	0.0143	0.0387
2016/01/10	GPS	0.0076	0.0009	0.0045	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/12	GPS	0.0073	0.0020	0.0080	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/16	GPS	0.0109	0.0003	0.0266	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/17	GPS	0.0096	0.0016	0.0164	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/18	GPS	0.0088	0.0004	0.0170	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/19	GPS	0.0101	0.0021	0.0215	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/21	GPS	0.0076	0.0020	0.0162	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/22	GPS	0.0094	0.0009	0.0176	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/23	GPS	0.0086	0.0005	0.0103	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/24	GPS	0.0082	0.0000	0.0152	0.0072	0.0101	0.0210
2016/01/25	GPS	0.0079	0.0005	0.0048	0.0072	0.0101	0.0210
2016/06/01	GPS	0.0022	0.0113	0.0076	0.0072	0.0101	0.0210
2016/08/04	GPS	0.0110	0.0010	0.0093	0.0072	0.0101	0.0210
2017/01/10	GPS	0.0091	0.0023	0.0014	0.0085	0.0122	0.0250
2017/02/22	GPS	0.0026	0.0053	0.0465	0.0085	0.0122	0.0250
2017/07/22	GPS	0.0053	0.0125	0.0066	0.0085	0.0122	0.0250
2017/12/19	GPS	0.0106	0.0003	0.0125	0.0085	0.0122	0.0250
2017/12/21	GPS	0.0093	0.0012	0.0017	0.0085	0.0122	0.0250
2017/12/22	GPS	0.0099	0.0028	0.0076	0.0085	0.0122	0.0250
2018/01/21	GPS	0.0105	0.0083	0.0308	0.0100	0.0135	0.0339
2018/12/11	GPS	0.0031	0.0030	0.0349	0.0100	0.0135	0.0339
2018/12/23	GPS	0.0025	0.0248	0.0066	0.0100	0.0135	0.0339
2019/02/05	GPS	0.0104	0.0007	0.0246	0.0088	0.0109	0.0253
2019/02/06	GPS	0.0112	0.0008	0.0277	0.0088	0.0109	0.0253
2019/02/07	GPS	0.0110	0.0011	0.0297	0.0088	0.0109	0.0253
2019/03/21	GPS	0.0047	0.0118	0.0031	0.0088	0.0109	0.0253
2019/07/01	GPS	0.0006	0.0145	0.0061	0.0088	0.0109	0.0253
2019/08/03	GPS	0.0062	0.0113	0.0065	0.0088	0.0109	0.0253
2020/01/23	GPS	0.0050	0.0109	0.0031	0.0076	0.0094	0.0194
2020/03/01	GPS	0.0082	0.0034	0.0163	0.0076	0.0094	0.0194
2020/03/30	GPS	0.0001	0.0109	0.0000	0.0076	0.0094	0.0194
2020/03/31	GPS	0.0006	0.0098	0.0024	0.0076	0.0094	0.0194
2020/09/16	GPS	0.0032	0.0116	0.0090	0.0076	0.0094	0.0194
2020/09/19	GPS	0.0002	0.0097	0.0001	0.0076	0.0094	0.0194
2020/11/14	GPS	0.0016	0.0105	0.0048	0.0076	0.0094	0.0194
2020/11/17	GPS	0.0002	0.0099	0.0037	0.0076	0.0094	0.0194
2020/11/19	GPS	0.0020	0.0116	0.0003	0.0076	0.0094	0.0194
2020/12/04	GPS	0.0011	0.0122	0.0018	0.0076	0.0094	0.0194
2020/12/12	GPS	0.0024	0.0096	0.0022	0.0076	0.0094	0.0194

2020/12/20	GPS	0.0086	0.0013	0.0016	0.0076	0.0094	0.0194
2020/12/26	GPS	0.0043	0.0074	0.0200	0.0076	0.0094	0.0194
2021/02/11	GPS	0.0017	0.0272	0.0046	0.0072	0.0116	0.0206
2021/02/19	GPS	0.0090	0.0053	0.0108	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/06	GPS	0.0005	0.0134	0.0001	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/07	GPS	0.0014	0.0133	0.0024	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/09	GPS	0.0004	0.0131	0.0029	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/10	GPS	0.0015	0.0124	0.0042	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/11	GPS	0.0081	0.0141	0.0346	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/15	GPS	0.0014	0.0118	0.0047	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/16	GPS	0.0004	0.0118	0.0056	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/17	GPS	0.0002	0.0120	0.0040	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/18	GPS	0.0006	0.0141	0.0043	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/19	GPS	0.0005	0.0132	0.0014	0.0072	0.0116	0.0206
2021/03/24	GPS	0.0004	0.0136	0.0053	0.0072	0.0116	0.0206
2021/04/02	GPS	0.0017	0.0122	0.0004	0.0072	0.0116	0.0206
2021/04/05	GPS	0.0008	0.0152	0.0008	0.0072	0.0116	0.0206
2021/04/09	GPS	0.0016	0.0117	0.0089	0.0072	0.0116	0.0206
2021/04/12	GPS	0.0010	0.0130	0.0065	0.0072	0.0116	0.0206
2021/04/25	GPS	0.0004	0.0120	0.0037	0.0072	0.0116	0.0206
2021/05/10	GPS	0.0088	0.0059	0.0130	0.0072	0.0116	0.0206
2021/05/20	GPS	0.0002	0.0121	0.0093	0.0072	0.0116	0.0206
2021/06/03	GPS	0.0010	0.0117	0.0052	0.0072	0.0116	0.0206
2021/07/03	GPS	0.0006	0.0119	0.0016	0.0072	0.0116	0.0206
2021/07/04	GPS	0.0005	0.0128	0.0003	0.0072	0.0116	0.0206
2021/07/28	GPS	0.0021	0.0117	0.0163	0.0072	0.0116	0.0206
2021/07/30	GPS	0.0017	0.0119	0.0042	0.0072	0.0116	0.0206
2021/08/06	GPS	0.0001	0.0117	0.0023	0.0072	0.0116	0.0206
2021/09/30	GPS	0.0025	0.0121	0.0017	0.0072	0.0116	0.0206
2021/10/28	GPS	0.0074	0.0000	0.0048	0.0072	0.0116	0.0206
2021/12/19	GPS	0.0075	0.0063	0.0071	0.0072	0.0116	0.0206
2021/12/28	GPS	0.0075	0.0038	0.0093	0.0072	0.0116	0.0206
2021/12/30	GPS	0.0080	0.0050	0.0025	0.0072	0.0116	0.0206
2022/01/02	GPS	0.0184	0.0039	0.0340	0.0167	0.0150	0.0415
2016/01/04	Galileo	0.0388	0.1892	0.1935	0.1639	0.1624	0.2497
2016/01/14	Galileo	0.0593	0.1886	0.1874	0.1639	0.1624	0.2497
2016/01/24	Galileo	0.1941	0.1314	0.0429	0.1639	0.1624	0.2497
2016/02/03	Galileo	0.1843	0.1490	0.1065	0.1639	0.1624	0.2497
2016/03/21	Galileo	0.0878	0.2036	0.2440	0.1639	0.1624	0.2497
2016/09/20	Galileo	0.5408	0.0903	0.6263	0.1639	0.1624	0.2497
2016/10/12	Galileo	0.0837	0.2323	0.0738	0.1639	0.1624	0.2497
2017/01/20	Galileo	0.0088	0.0395	0.0541	0.0294	0.0387	0.0796
2017/02/19	Galileo	0.0212	0.0224	0.0814	0.0294	0.0387	0.0796
2017/03/01	Galileo	0.0366	0.0333	0.0433	0.0294	0.0387	0.0796
2017/03/08	Galileo	0.0390	0.0147	0.0443	0.0294	0.0387	0.0796
2017/05/14	Galileo	0.0331	0.0016	0.0143	0.0294	0.0387	0.0796
2017/05/15	Galileo	0.0288	0.0088	0.1014	0.0294	0.0387	0.0796
2018/06/17	Galileo	0.0045	0.0318	0.0225	0.0150	0.0258	0.0526
2019/07/16	Galileo	0.0455	0.0249	0.0441	0.0148	0.0174	0.0341
2019/12/03	Galileo	0.0048	0.0178	0.0283	0.0148	0.0174	0.0341
2020/12/26	Galileo	0.0104	0.0088	0.0338	0.0104	0.0157	0.0275
2021/03/11	Galileo	0.0089	0.0125	0.0337	0.0106	0.0173	0.0294
2021/12/31	Galileo	0.0110	0.0126	0.0073	0.0106	0.0173	0.0294

2022/01/02	Galileo	0.0168	0.0070	0.0233	0.0165	0.0163	0.0428
------------	---------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Tabell B.1: Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for baselinjeberegningen med 10 grader elevasjonsgrense.

B.1.3 Detekterte utligger (Ingen elevasjonsgrense)

Dato	System	$ \Delta N $	$ \Delta E $	$ \Delta H $	$4\sigma_N$	$4\sigma_E$	$4\sigma_H$
2014/05/02	Alle	0.0099	0.0173	0.0088	0.0072	0.0093	0.0192
2014/07/22	Alle	0.0019	0.0095	0.0192	0.0072	0.0093	0.0192
2014/10/27	Alle	0.0025	0.0016	0.0231	0.0072	0.0093	0.0192
2015/01/29	Alle	0.0188	0.0136	0.0050	0.0096	0.0105	0.0218
2015/05/13	Alle	0.0099	0.0085	0.0245	0.0096	0.0105	0.0218
2015/06/28	Alle	0.0208	0.0265	0.0581	0.0096	0.0105	0.0218
2015/07/15	Alle	0.0034	0.0106	0.0075	0.0096	0.0105	0.0218
2016/01/01	Alle	0.0066	0.0024	0.0108	0.0058	0.0077	0.0172
2016/01/29	Alle	0.0058	0.0043	0.0097	0.0058	0.0077	0.0172
2016/02/16	Alle	0.0060	0.0053	0.0034	0.0058	0.0077	0.0172
2016/08/04	Alle	0.0064	0.0024	0.0022	0.0058	0.0077	0.0172
2017/02/22	Alle	0.0000	0.0079	0.0383	0.0068	0.0096	0.0209
2017/12/22	Alle	0.0077	0.0052	0.0184	0.0068	0.0096	0.0209
2017/12/28	Alle	0.0011	0.0101	0.0091	0.0068	0.0096	0.0209
2018/01/04	Alle	0.0040	0.0120	0.0069	0.0067	0.0098	0.0233
2018/01/17	Alle	0.0021	0.0004	0.0274	0.0067	0.0098	0.0233
2018/03/05	Alle	0.0045	0.0081	0.0357	0.0067	0.0098	0.0233
2018/10/14	Alle	0.0075	0.0065	0.0076	0.0067	0.0098	0.0233
2018/12/08	Alle	0.0069	0.0003	0.0188	0.0067	0.0098	0.0233
2019/02/05	Alle	0.0060	0.0047	0.0211	0.0064	0.0089	0.0194
2019/02/06	Alle	0.0066	0.0038	0.0222	0.0064	0.0089	0.0194
2019/02/07	Alle	0.0075	0.0044	0.0215	0.0064	0.0089	0.0194
2019/02/08	Alle	0.0050	0.0034	0.0206	0.0064	0.0089	0.0194
2019/03/29	Alle	0.0034	0.0095	0.0050	0.0064	0.0089	0.0194
2019/06/12	Alle	0.0001	0.0095	0.0087	0.0064	0.0089	0.0194
2019/06/15	Alle	0.0001	0.0091	0.0016	0.0064	0.0089	0.0194
2019/08/01	Alle	0.0032	0.0100	0.0012	0.0064	0.0089	0.0194
2019/11/23	Alle	0.0017	0.0092	0.0049	0.0064	0.0089	0.0194
2019/11/28	Alle	0.0013	0.0097	0.0064	0.0064	0.0089	0.0194
2019/12/03	Alle	0.0032	0.0116	0.0233	0.0064	0.0089	0.0194
2020/04/11	Alle	0.3619	0.1445	0.8320	0.0763	0.0328	0.1771
2021/01/15	Alle	0.0142	0.0511	0.0451	0.0073	0.0140	0.0201
2021/03/11	Alle	0.0052	0.0105	0.0315	0.0073	0.0140	0.0201
2021/05/10	Alle	0.0095	0.0018	0.0159	0.0073	0.0140	0.0201
2021/10/28	Alle	0.0086	0.0026	0.0061	0.0073	0.0140	0.0201
2021/12/19	Alle	0.0079	0.0067	0.0012	0.0073	0.0140	0.0201
2021/12/31	Alle	0.0057	0.0159	0.0113	0.0073	0.0140	0.0201
2022/01/02	Alle	0.0110	0.0030	0.0252	0.0097	0.0116	0.0314
2022/01/03	Alle	0.0110	0.0016	0.0039	0.0097	0.0116	0.0314
2015/08/01	BeiDou	0.1466	0.6353	0.2293	0.1961	0.3939	0.3391
2015/08/22	BeiDou	0.0873	0.0327	0.3821	0.1961	0.3939	0.3391
2015/09/12	BeiDou	0.1044	0.0715	0.5697	0.1961	0.3939	0.3391

2015/10/25	BeiDou	0.1979	0.2379	0.2907	0.1961	0.3939	0.3391
2016/04/09	BeiDou	0.0983	0.3489	0.1749	0.1561	0.2589	0.2743
2016/05/11	BeiDou	0.0458	0.4407	0.5028	0.1561	0.2589	0.2743
2016/06/25	BeiDou	0.1143	0.2137	0.3701	0.1561	0.2589	0.2743
2016/07/09	BeiDou	0.0937	0.3922	0.4268	0.1561	0.2589	0.2743
2016/07/16	BeiDou	0.0133	0.1114	0.3288	0.1561	0.2589	0.2743
2016/08/03	BeiDou	0.0048	0.0285	0.4994	0.1561	0.2589	0.2743
2016/08/21	BeiDou	0.1716	0.0005	0.2553	0.1561	0.2589	0.2743
2016/09/06	BeiDou	0.2177	0.0017	0.1150	0.1561	0.2589	0.2743
2016/10/19	BeiDou	0.2161	0.1125	0.0248	0.1561	0.2589	0.2743
2016/11/11	BeiDou	0.1994	0.0091	0.2188	0.1561	0.2589	0.2743
2016/12/09	BeiDou	0.1874	0.4000	0.0129	0.1561	0.2589	0.2743
2017/01/30	BeiDou	0.4440	0.1764	0.1996	0.1609	0.2043	0.1835
2017/05/09	BeiDou	0.1311	0.2150	0.3863	0.1609	0.2043	0.1835
2017/06/14	BeiDou	0.0251	0.2079	0.0915	0.1609	0.2043	0.1835
2017/08/30	BeiDou	0.0966	0.2161	0.0926	0.1609	0.2043	0.1835
2018/10/13	BeiDou	0.1353	0.0053	0.0977	0.1161	0.1414	0.1617
2018/10/26	BeiDou	0.1221	0.0029	0.1422	0.1161	0.1414	0.1617
2018/11/08	BeiDou	0.0788	0.1589	0.1830	0.1161	0.1414	0.1617
2018/11/16	BeiDou	0.0926	0.1711	0.0355	0.1161	0.1414	0.1617
2018/11/19	BeiDou	0.0173	0.1210	0.1683	0.1161	0.1414	0.1617
2018/12/03	BeiDou	0.0336	0.2539	0.0186	0.1161	0.1414	0.1617
2019/06/18	BeiDou	0.0763	0.2796	0.0821	0.2039	0.2330	0.1996
2019/07/14	BeiDou	0.3484	0.0181	0.1367	0.2039	0.2330	0.1996
2019/07/15	BeiDou	0.0020	0.3369	0.1355	0.2039	0.2330	0.1996
2019/09/08	BeiDou	0.3255	0.0406	0.0971	0.2039	0.2330	0.1996
2019/11/19	BeiDou	0.4756	0.4715	0.5140	0.2039	0.2330	0.1996
2020/01/02	BeiDou	0.1158	0.0366	0.1086	0.1141	0.1220	0.1600
2020/01/16	BeiDou	0.1741	0.0231	0.1923	0.1141	0.1220	0.1600
2020/01/23	BeiDou	0.1474	0.0162	0.1430	0.1141	0.1220	0.1600
2020/01/30	BeiDou	0.0957	0.0041	0.1808	0.1141	0.1220	0.1600
2020/03/01	BeiDou	0.0136	0.1230	0.0275	0.1141	0.1220	0.1600
2020/04/25	BeiDou	0.0766	0.0616	0.1689	0.1141	0.1220	0.1600
2020/06/28	BeiDou	0.0175	0.1492	0.0382	0.1141	0.1220	0.1600
2020/08/02	BeiDou	0.0164	0.1325	0.0711	0.1141	0.1220	0.1600
2020/10/06	BeiDou	0.1229	0.1062	0.3070	0.1141	0.1220	0.1600
2020/10/11	BeiDou	0.0785	0.1541	0.0556	0.1141	0.1220	0.1600
2020/10/20	BeiDou	0.1346	0.0970	0.2653	0.1141	0.1220	0.1600
2021/01/15	BeiDou	1.5238	3.7894	1.5773	0.3359	0.8128	0.3435
2014/05/02	GLONASS	0.0100	0.0048	0.0075	0.0071	0.0085	0.0195
2014/05/15	GLONASS	0.0073	0.0022	0.0038	0.0071	0.0085	0.0195
2014/05/16	GLONASS	0.0074	0.0024	0.0039	0.0071	0.0085	0.0195
2014/06/30	GLONASS	0.0085	0.0009	0.0023	0.0071	0.0085	0.0195
2014/07/22	GLONASS	0.0050	0.0087	0.0137	0.0071	0.0085	0.0195
2014/07/24	GLONASS	0.0081	0.0058	0.0024	0.0071	0.0085	0.0195
2014/09/07	GLONASS	0.0079	0.0004	0.0031	0.0071	0.0085	0.0195
2014/09/08	GLONASS	0.0088	0.0020	0.0054	0.0071	0.0085	0.0195
2014/09/16	GLONASS	0.0071	0.0026	0.0074	0.0071	0.0085	0.0195
2015/01/10	GLONASS	0.0050	0.0006	0.0206	0.0069	0.0087	0.0176
2015/01/15	GLONASS	0.0073	0.0018	0.0090	0.0069	0.0087	0.0176
2015/01/29	GLONASS	0.0119	0.0006	0.0116	0.0069	0.0087	0.0176
2015/05/05	GLONASS	0.0071	0.0016	0.0136	0.0069	0.0087	0.0176
2015/05/12	GLONASS	0.0079	0.0032	0.0061	0.0069	0.0087	0.0176

2015/05/13	GLONASS	0.0083	0.0002	0.0098	0.0069	0.0087	0.0176
2015/06/23	GLONASS	0.0075	0.0009	0.0030	0.0069	0.0087	0.0176
2015/08/16	GLONASS	0.0074	0.0021	0.0023	0.0069	0.0087	0.0176
2015/09/15	GLONASS	0.0075	0.0049	0.0082	0.0069	0.0087	0.0176
2015/11/01	GLONASS	0.0069	0.0024	0.0065	0.0069	0.0087	0.0176
2016/02/16	GLONASS	0.0258	0.0077	0.0486	0.0088	0.0089	0.0201
2017/02/22	GLONASS	0.0057	0.0092	0.0389	0.0076	0.0091	0.0218
2017/02/23	GLONASS	0.0007	0.0093	0.0110	0.0076	0.0091	0.0218
2017/02/27	GLONASS	0.0076	0.0036	0.0024	0.0076	0.0091	0.0218
2017/04/06	GLONASS	0.0076	0.0061	0.0015	0.0076	0.0091	0.0218
2017/04/07	GLONASS	0.0085	0.0059	0.0034	0.0076	0.0091	0.0218
2017/04/24	GLONASS	0.0081	0.0034	0.0024	0.0076	0.0091	0.0218
2017/05/06	GLONASS	0.0084	0.0064	0.0000	0.0076	0.0091	0.0218
2017/06/08	GLONASS	0.0042	0.0094	0.0034	0.0076	0.0091	0.0218
2017/06/28	GLONASS	0.0076	0.0059	0.0015	0.0076	0.0091	0.0218
2017/07/23	GLONASS	0.0080	0.0067	0.0020	0.0076	0.0091	0.0218
2017/08/09	GLONASS	0.0003	0.0131	0.0022	0.0076	0.0091	0.0218
2017/08/21	GLONASS	0.0100	0.0024	0.0168	0.0076	0.0091	0.0218
2017/08/27	GLONASS	0.0079	0.0048	0.0007	0.0076	0.0091	0.0218
2017/09/05	GLONASS	0.0041	0.0099	0.0026	0.0076	0.0091	0.0218
2017/10/03	GLONASS	0.0049	0.0099	0.0063	0.0076	0.0091	0.0218
2017/10/06	GLONASS	0.0082	0.0028	0.0026	0.0076	0.0091	0.0218
2017/10/07	GLONASS	0.0043	0.0092	0.0014	0.0076	0.0091	0.0218
2017/10/16	GLONASS	0.0084	0.0075	0.0086	0.0076	0.0091	0.0218
2017/12/28	GLONASS	0.0076	0.0112	0.0044	0.0076	0.0091	0.0218
2018/01/04	GLONASS	0.0061	0.0111	0.0081	0.0072	0.0103	0.0207
2018/01/17	GLONASS	0.0014	0.0047	0.0322	0.0072	0.0103	0.0207
2018/04/06	GLONASS	0.0036	0.0109	0.0051	0.0072	0.0103	0.0207
2018/05/26	GLONASS	0.0086	0.0031	0.0052	0.0072	0.0103	0.0207
2018/06/17	GLONASS	0.0012	0.0124	0.0045	0.0072	0.0103	0.0207
2018/12/23	GLONASS	0.0073	0.0031	0.0133	0.0072	0.0103	0.0207
2019/01/04	GLONASS	0.0053	0.0110	0.0015	0.0068	0.0102	0.0190
2019/03/29	GLONASS	0.0081	0.0067	0.0013	0.0068	0.0102	0.0190
2019/09/27	GLONASS	0.0022	0.0103	0.0013	0.0068	0.0102	0.0190
2019/11/28	GLONASS	0.0049	0.0113	0.0015	0.0068	0.0102	0.0190
2019/12/30	GLONASS	0.0028	0.0131	0.0059	0.0068	0.0102	0.0190
2020/04/11	GLONASS	0.9926	0.3492	2.9613	0.2094	0.0752	0.6234
2021/01/20	GLONASS	0.0035	0.0118	0.0018	0.0067	0.0118	0.0181
2021/03/11	GLONASS	0.0027	0.0081	0.0264	0.0067	0.0118	0.0181
2021/03/23	GLONASS	0.0008	0.0122	0.0136	0.0067	0.0118	0.0181
2021/06/18	GLONASS	0.0037	0.0123	0.0037	0.0067	0.0118	0.0181
2021/12/09	GLONASS	0.0025	0.0120	0.0018	0.0067	0.0118	0.0181
2021/12/31	GLONASS	0.0020	0.0243	0.0250	0.0067	0.0118	0.0181
2022/01/05	GLONASS	0.0022	0.0103	0.0086	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/07	GLONASS	0.0007	0.0099	0.0032	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/08	GLONASS	0.0008	0.0105	0.0035	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/10	GLONASS	0.0013	0.0113	0.0027	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/13	GLONASS	0.0010	0.0127	0.0138	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/14	GLONASS	0.0008	0.0097	0.0067	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/16	GLONASS	0.0004	0.0106	0.0060	0.0066	0.0096	0.0332
2022/01/18	GLONASS	0.0033	0.0110	0.0005	0.0066	0.0096	0.0332
2014/05/02	GPS	0.0127	0.0490	0.0196	0.0094	0.0195	0.0222
2014/10/02	GPS	0.0008	0.0063	0.0225	0.0094	0.0195	0.0222

2014/10/27	GPS	0.0031	0.0076	0.0262	0.0094	0.0195	0.0222
2015/01/29	GPS	0.0205	0.0193	0.0041	0.0100	0.0158	0.0315
2015/05/13	GPS	0.0059	0.0172	0.0174	0.0100	0.0158	0.0315
2015/06/28	GPS	0.0119	0.0302	0.1034	0.0100	0.0158	0.0315
2016/01/16	GPS	0.0082	0.0006	0.0240	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/17	GPS	0.0078	0.0018	0.0151	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/18	GPS	0.0065	0.0005	0.0166	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/19	GPS	0.0086	0.0013	0.0189	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/22	GPS	0.0075	0.0004	0.0154	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/26	GPS	0.0064	0.0025	0.0107	0.0064	0.0100	0.0195
2016/01/29	GPS	0.0079	0.0058	0.0162	0.0064	0.0100	0.0195
2016/05/02	GPS	0.0069	0.0011	0.0158	0.0064	0.0100	0.0195
2016/05/12	GPS	0.0074	0.0039	0.0071	0.0064	0.0100	0.0195
2016/05/24	GPS	0.0071	0.0052	0.0108	0.0064	0.0100	0.0195
2016/06/01	GPS	0.0044	0.0112	0.0011	0.0064	0.0100	0.0195
2016/07/01	GPS	0.0066	0.0023	0.0051	0.0064	0.0100	0.0195
2016/07/24	GPS	0.0066	0.0047	0.0211	0.0064	0.0100	0.0195
2016/07/27	GPS	0.0065	0.0002	0.0053	0.0064	0.0100	0.0195
2016/08/04	GPS	0.0119	0.0026	0.0013	0.0064	0.0100	0.0195
2016/08/25	GPS	0.0005	0.0005	0.0204	0.0064	0.0100	0.0195
2016/08/26	GPS	0.0077	0.0073	0.0020	0.0064	0.0100	0.0195
2016/09/13	GPS	0.0080	0.0057	0.0135	0.0064	0.0100	0.0195
2016/10/23	GPS	0.0067	0.0033	0.0115	0.0064	0.0100	0.0195
2016/10/28	GPS	0.0075	0.0019	0.0135	0.0064	0.0100	0.0195
2016/12/23	GPS	0.0065	0.0016	0.0008	0.0064	0.0100	0.0195
2017/01/10	GPS	0.0107	0.0030	0.0033	0.0083	0.0125	0.0221
2017/02/07	GPS	0.0086	0.0040	0.0053	0.0083	0.0125	0.0221
2017/02/22	GPS	0.0046	0.0058	0.0417	0.0083	0.0125	0.0221
2017/07/15	GPS	0.0091	0.0003	0.0051	0.0083	0.0125	0.0221
2017/07/22	GPS	0.0116	0.0150	0.0109	0.0083	0.0125	0.0221
2017/12/19	GPS	0.0088	0.0007	0.0160	0.0083	0.0125	0.0221
2017/12/22	GPS	0.0105	0.0021	0.0183	0.0083	0.0125	0.0221
2018/06/15	GPS	0.0032	0.0138	0.0095	0.0082	0.0131	0.0257
2018/11/29	GPS	0.0083	0.0048	0.0090	0.0082	0.0131	0.0257
2018/12/11	GPS	0.0042	0.0031	0.0290	0.0082	0.0131	0.0257
2018/12/23	GPS	0.0017	0.0217	0.0050	0.0082	0.0131	0.0257
2019/02/05	GPS	0.0088	0.0024	0.0225	0.0077	0.0112	0.0222
2019/02/06	GPS	0.0088	0.0019	0.0249	0.0077	0.0112	0.0222
2019/02/07	GPS	0.0108	0.0020	0.0296	0.0077	0.0112	0.0222
2019/02/08	GPS	0.0068	0.0034	0.0255	0.0077	0.0112	0.0222
2019/03/21	GPS	0.0015	0.0129	0.0096	0.0077	0.0112	0.0222
2019/07/01	GPS	0.0012	0.0132	0.0035	0.0077	0.0112	0.0222
2019/08/03	GPS	0.0065	0.0122	0.0033	0.0077	0.0112	0.0222
2019/12/18	GPS	0.0043	0.0036	0.0270	0.0077	0.0112	0.0222
2020/01/17	GPS	0.0093	0.0007	0.0022	0.0076	0.0106	0.0204
2020/01/23	GPS	0.0056	0.0107	0.0147	0.0076	0.0106	0.0204
2020/03/01	GPS	0.0083	0.0037	0.0102	0.0076	0.0106	0.0204
2020/03/30	GPS	0.0003	0.0106	0.0096	0.0076	0.0106	0.0204
2020/04/07	GPS	0.0038	0.0051	0.0208	0.0076	0.0106	0.0204
2020/06/18	GPS	0.0002	0.0023	0.0208	0.0076	0.0106	0.0204
2020/06/27	GPS	0.0017	0.0004	0.0216	0.0076	0.0106	0.0204
2020/09/16	GPS	0.0014	0.0111	0.0130	0.0076	0.0106	0.0204
2020/10/13	GPS	0.0002	0.0110	0.0102	0.0076	0.0106	0.0204

2020/11/07	GPS	0.0024	0.0023	0.0225	0.0076	0.0106	0.0204
2020/11/14	GPS	0.0020	0.0111	0.0120	0.0076	0.0106	0.0204
2020/11/19	GPS	0.0039	0.0120	0.0102	0.0076	0.0106	0.0204
2020/12/04	GPS	0.0004	0.0118	0.0097	0.0076	0.0106	0.0204
2020/12/20	GPS	0.0088	0.0014	0.0008	0.0076	0.0106	0.0204
2021/02/11	GPS	0.0014	0.0264	0.0079	0.0075	0.0122	0.0184
2021/02/19	GPS	0.0076	0.0056	0.0012	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/06	GPS	0.0017	0.0146	0.0081	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/07	GPS	0.0011	0.0126	0.0093	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/09	GPS	0.0009	0.0134	0.0063	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/11	GPS	0.0059	0.0141	0.0315	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/18	GPS	0.0009	0.0135	0.0063	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/24	GPS	0.0012	0.0133	0.0104	0.0075	0.0122	0.0184
2021/03/30	GPS	0.0024	0.0058	0.0192	0.0075	0.0122	0.0184
2021/04/05	GPS	0.0015	0.0151	0.0082	0.0075	0.0122	0.0184
2021/04/12	GPS	0.0002	0.0127	0.0001	0.0075	0.0122	0.0184
2021/05/10	GPS	0.0115	0.0071	0.0194	0.0075	0.0122	0.0184
2021/06/03	GPS	0.0015	0.0128	0.0105	0.0075	0.0122	0.0184
2021/06/06	GPS	0.0007	0.0082	0.0188	0.0075	0.0122	0.0184
2021/07/04	GPS	0.0019	0.0158	0.0020	0.0075	0.0122	0.0184
2021/07/28	GPS	0.0032	0.0130	0.0162	0.0075	0.0122	0.0184
2021/07/30	GPS	0.0003	0.0128	0.0091	0.0075	0.0122	0.0184
2021/08/11	GPS	0.0061	0.0087	0.0214	0.0075	0.0122	0.0184
2021/09/30	GPS	0.0026	0.0123	0.0088	0.0075	0.0122	0.0184
2021/10/24	GPS	0.0050	0.0055	0.0187	0.0075	0.0122	0.0184
2021/10/28	GPS	0.0083	0.0000	0.0059	0.0075	0.0122	0.0184
2021/11/16	GPS	0.0031	0.0055	0.0208	0.0075	0.0122	0.0184
2021/12/19	GPS	0.0106	0.0056	0.0022	0.0075	0.0122	0.0184
2021/12/30	GPS	0.0075	0.0045	0.0005	0.0075	0.0122	0.0184
2022/01/02	GPS	0.0141	0.0039	0.0308	0.0118	0.0147	0.0387
2015/12/25	Galileo	0.1103	0.0067	0.0362	0.1061	0.1702	0.1828
2016/02/03	Galileo	0.0252	0.2078	0.0769	0.1078	0.1305	0.1484
2016/02/10	Galileo	0.1088	0.0325	0.0398	0.1078	0.1305	0.1484
2016/03/04	Galileo	0.0823	0.0184	0.1652	0.1078	0.1305	0.1484
2016/03/14	Galileo	0.1014	0.3353	0.0080	0.1078	0.1305	0.1484
2016/03/17	Galileo	0.1435	0.0242	0.1934	0.1078	0.1305	0.1484
2016/09/18	Galileo	0.1141	0.1577	0.0458	0.1078	0.1305	0.1484
2016/09/20	Galileo	0.3166	0.0296	0.3496	0.1078	0.1305	0.1484
2017/03/05	Galileo	0.0059	0.0352	0.0146	0.0206	0.0327	0.0552
2018/06/17	Galileo	0.0034	0.0284	0.0132	0.0140	0.0248	0.0406
2019/02/05	Galileo	0.0068	0.0075	0.0312	0.0138	0.0170	0.0304
2019/07/16	Galileo	0.0429	0.0250	0.0360	0.0138	0.0170	0.0304
2020/06/20	Galileo	0.0023	0.0005	0.0298	0.0100	0.0155	0.0271
2021/03/11	Galileo	0.0082	0.0120	0.0305	0.0105	0.0174	0.0276
2021/06/25	Galileo	0.0114	0.0037	0.0138	0.0105	0.0174	0.0276
2022/01/02	Galileo	0.0121	0.0075	0.0128	0.0119	0.0161	0.0289
2022/01/03	Galileo	0.0122	0.0006	0.0024	0.0119	0.0161	0.0289

Tabell B.2: Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for baselinjeberegningen uten elevasjonsgrense.

B.2 Resultater PPP

B.2.1 Plott av de komponentvise avvikene for hvert enkelt år (10 graders elevasjonsgrense)

GPS

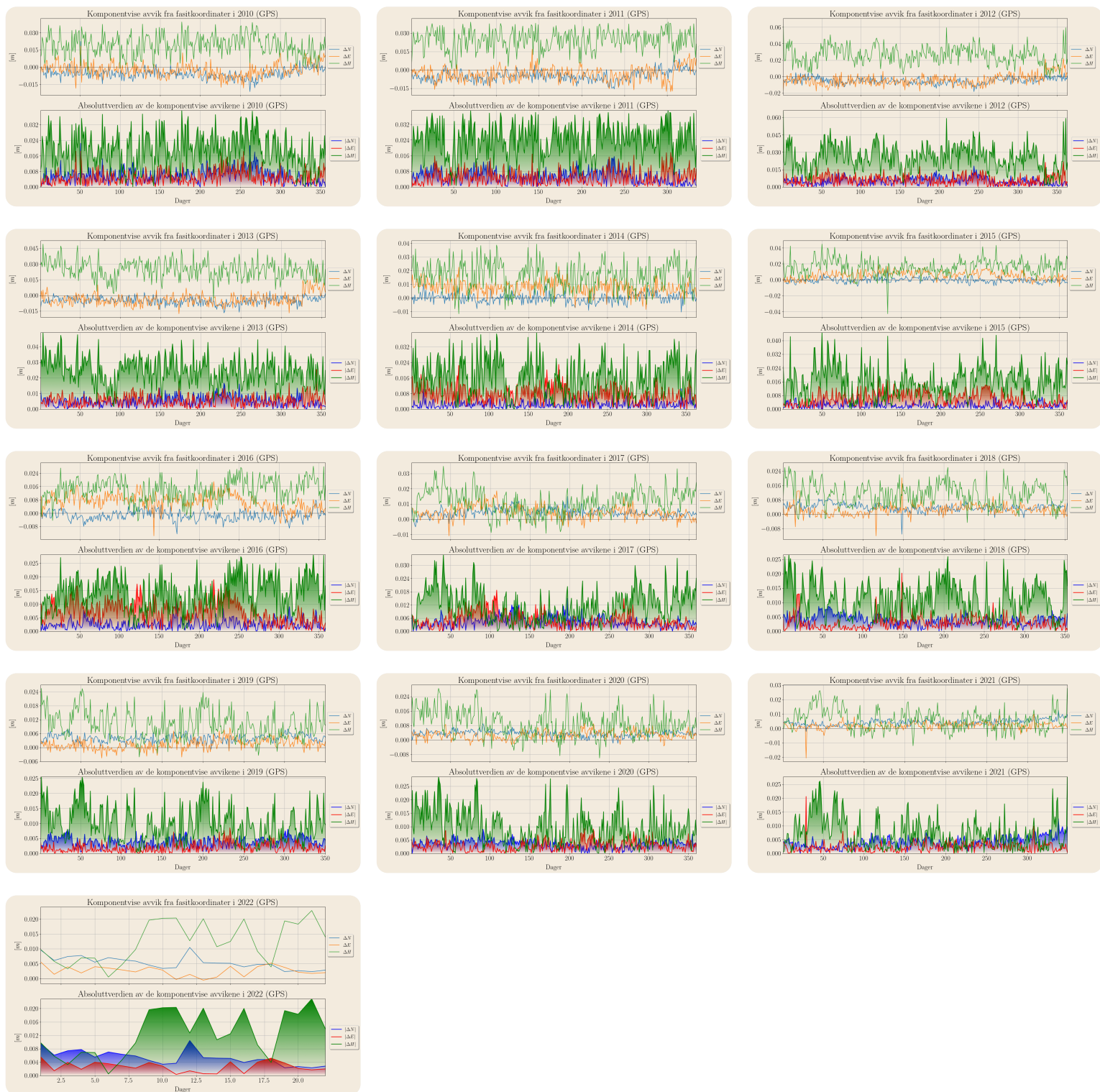


Fig. B.6: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien for PPP (GPS).

GLONASS



Fig. B.7: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien for PPP (GLONASS).

Galileo



Fig. B.8: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien for PPP (Galileo).

BeiDou



Fig. B.9: Komponentvise avvik fra fasitkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien for PPP (BeiDou).

Multi-GNSS løsning

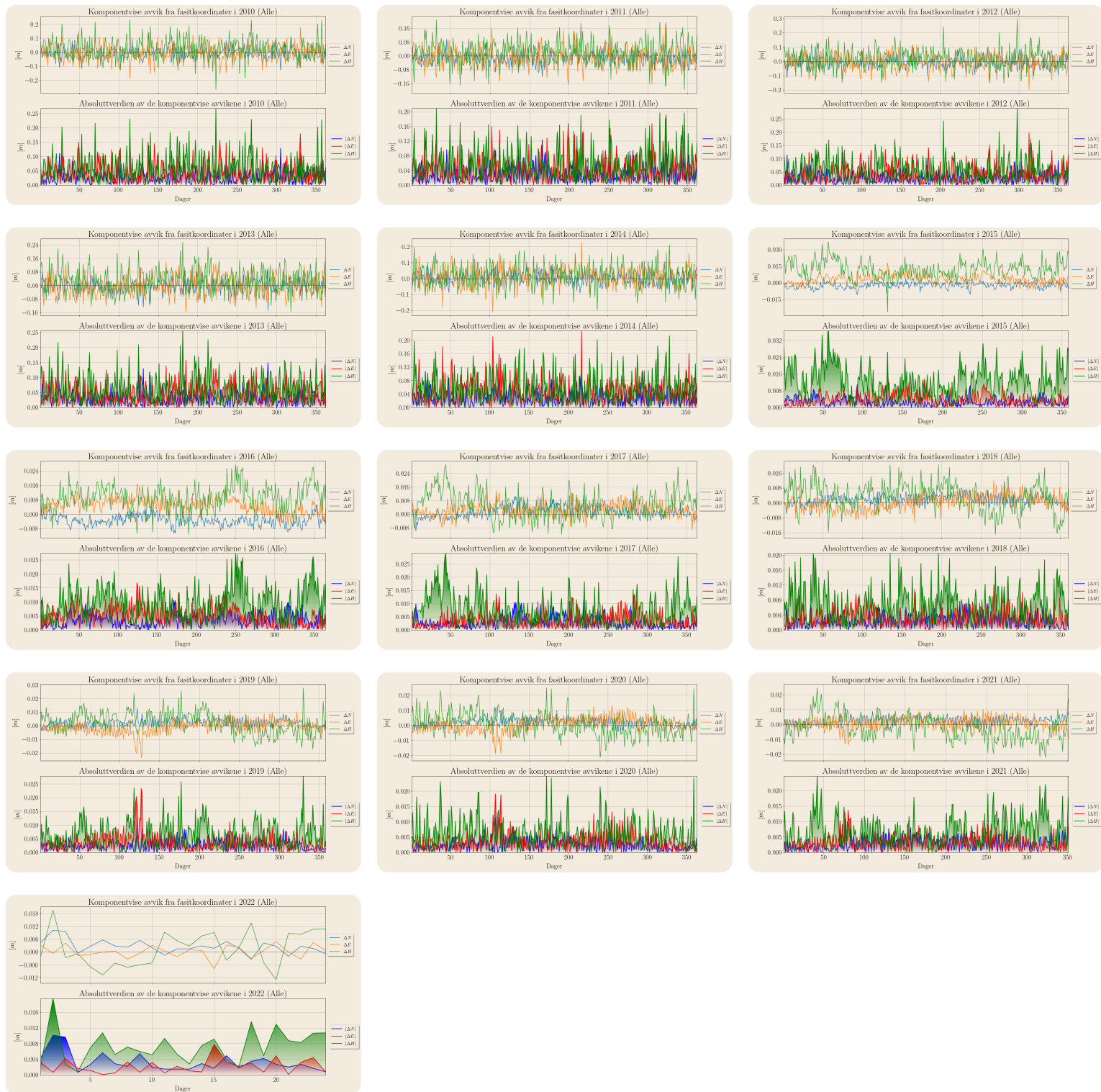


Fig. B.10: Komponentvise avvik fra fastkoordinatene til OPEC, og de respektive absoluttverdiene for hele tidsserien for PPP (Multi-GNSS).

B.2.2 Detekterte utliggerere (10 graders elevasjonsgrense)

Dato	System	$ \Delta N $	$ \Delta E $	$ \Delta H $	$4\sigma_N$	$4\sigma_E$	$4\sigma_H$
2010/02/23	Alle	0.1252	0.0758	0.4053	0.1533	0.2391	0.3677
2010/10/25	Alle	0.1904	0.1188	0.1141	0.1533	0.2391	0.3677
2010/11/04	Alle	0.1542	0.0125	0.0361	0.1533	0.2391	0.3677
2012/06/01	Alle	0.1056	0.0612	4.6870	0.1519	0.2252	1.0444
2014/11/26	Alle	0.0924	0.1008	0.3928	0.1692	0.2427	0.3833
2015/01/10	Alle	0.0008	0.0024	0.0522	0.0239	0.0241	0.0403
2015/06/28	Alle	0.0475	0.0183	0.1371	0.0239	0.0241	0.0403
2016/09/01	Alle	0.0066	0.0068	0.0295	0.0202	0.0181	0.0277
2017/02/22	Alle	0.0007	0.0097	0.0602	0.0238	0.0251	0.0285
2018/01/17	Alle	0.0045	0.0075	0.0441	0.0215	0.0293	0.0316
2018/12/14	Alle	0.0005	0.0014	0.0349	0.0215	0.0293	0.0316
2021/03/11	Alle	0.0039	0.0050	0.0578	0.0218	0.0253	0.0273
2015/07/05	BeiDou	5.3065	8.9069	2.4567	5.1388	7.5195	5.3613
2015/08/29	BeiDou	3.3855	8.9725	7.4276	5.1388	7.5195	5.3613
2015/10/04	BeiDou	5.5400	5.9140	4.3223	5.1388	7.5195	5.3613
2015/10/18	BeiDou	6.5820	6.1771	3.4524	5.1388	7.5195	5.3613
2015/11/01	BeiDou	5.4451	5.4245	5.4358	5.1388	7.5195	5.3613
2015/11/07	BeiDou	0.9547	8.4440	0.3822	5.1388	7.5195	5.3613
2016/01/02	BeiDou	1.7287	6.6716	2.1562	3.4643	5.6731	4.7944
2016/01/08	BeiDou	0.7832	6.0316	1.5969	3.4643	5.6731	4.7944
2016/01/09	BeiDou	0.1989	2.2745	4.9242	3.4643	5.6731	4.7944
2016/01/16	BeiDou	0.3088	2.0727	5.8830	3.4643	5.6731	4.7944
2016/01/23	BeiDou	1.8877	6.0057	4.6276	3.4643	5.6731	4.7944
2016/01/30	BeiDou	1.8152	2.9455	6.1035	3.4643	5.6731	4.7944
2016/03/29	BeiDou	5.1812	4.7739	4.9521	3.4643	5.6731	4.7944
2016/06/04	BeiDou	4.8201	9.8594	3.8752	3.4643	5.6731	4.7944
2016/08/20	BeiDou	3.7460	2.9982	3.2060	3.4643	5.6731	4.7944
2016/09/06	BeiDou	0.3207	0.7181	5.8650	3.4643	5.6731	4.7944
2016/10/07	BeiDou	0.1821	0.8478	5.4835	3.4643	5.6731	4.7944
2017/03/13	BeiDou	2.5080	2.2958	3.2329	2.4937	3.0291	3.4805
2017/03/15	BeiDou	2.8940	1.4360	9.0813	2.4937	3.0291	3.4805
2017/08/03	BeiDou	1.5079	4.5788	1.8210	2.4937	3.0291	3.4805
2017/08/17	BeiDou	0.6662	0.0354	4.9717	2.4937	3.0291	3.4805
2017/11/02	BeiDou	1.6561	3.2623	0.9011	2.4937	3.0291	3.4805
2017/11/24	BeiDou	1.9790	3.5446	3.5656	2.4937	3.0291	3.4805
2018/04/02	BeiDou	1.0161	4.3604	1.2300	2.3494	3.1217	2.4090
2018/05/27	BeiDou	0.4921	0.1662	3.3835	2.3494	3.1217	2.4090
2018/06/07	BeiDou	2.3788	2.8163	1.1208	2.3494	3.1217	2.4090
2018/09/20	BeiDou	3.5172	4.6088	1.5051	2.3494	3.1217	2.4090
2018/09/27	BeiDou	2.5825	3.3839	1.5776	2.3494	3.1217	2.4090
2018/10/04	BeiDou	2.3210	2.6624	2.4764	2.3494	3.1217	2.4090
2018/11/19	BeiDou	0.2375	0.9835	2.4480	2.3494	3.1217	2.4090
2019/01/25	BeiDou	1.3806	1.4485	2.4756	1.9810	2.4761	1.7430
2019/06/18	BeiDou	1.9302	4.6215	0.4656	1.9810	2.4761	1.7430
2019/07/14	BeiDou	2.1907	0.8471	2.8565	1.9810	2.4761	1.7430
2019/08/04	BeiDou	1.7785	0.5713	2.1746	1.9810	2.4761	1.7430
2019/08/13	BeiDou	1.4836	2.8608	0.6419	1.9810	2.4761	1.7430
2019/09/17	BeiDou	1.7996	2.8101	0.8195	1.9810	2.4761	1.7430
2019/09/18	BeiDou	2.4864	1.8673	0.7963	1.9810	2.4761	1.7430
2019/11/19	BeiDou	3.8570	2.3041	3.0842	1.9810	2.4761	1.7430
2020/01/13	BeiDou	3.8774	5.3730	1.5127	2.1758	2.1202	1.6642
2020/09/30	BeiDou	1.4248	0.0181	1.8113	2.1758	2.1202	1.6642

2020/10/20	BeiDou	0.8964	1.5017	2.0297	2.1758	2.1202	1.6642
2020/11/17	BeiDou	3.6047	0.5361	1.7248	2.1758	2.1202	1.6642
2020/11/23	BeiDou	2.3144	1.6279	0.9764	2.1758	2.1202	1.6642
2020/12/22	BeiDou	1.8130	1.2696	2.2769	2.1758	2.1202	1.6642
2021/01/04	BeiDou	1.0951	0.2747	0.6407	0.9695	1.1287	1.0950
2021/01/05	BeiDou	1.1716	1.1868	1.4174	0.9695	1.1287	1.0950
2021/01/15	BeiDou	0.0626	2.7598	1.1087	0.9695	1.1287	1.0950
2021/01/25	BeiDou	0.6825	0.5624	1.1120	0.9695	1.1287	1.0950
2021/03/01	BeiDou	2.2486	0.2866	2.1195	0.9695	1.1287	1.0950
2021/12/19	BeiDou	0.0132	0.1750	1.2250	0.9695	1.1287	1.0950
2021/12/26	BeiDou	0.9546	1.1333	0.0982	0.9695	1.1287	1.0950
2011/11/02	GLONASS	0.6217	0.9104	1.9338	0.8729	1.0325	1.7905
2012/03/07	GLONASS	0.1073	0.1675	1.8305	0.6586	0.7986	1.5085
2012/07/25	GLONASS	0.2123	0.5403	1.8798	0.6586	0.7986	1.5085
2013/08/18	GLONASS	0.1538	1.0201	1.3508	0.7292	0.8780	1.3883
2013/10/14	GLONASS	0.1825	0.1966	1.5502	0.7292	0.8780	1.3883
2014/03/25	GLONASS	0.5027	0.1020	1.6540	0.7345	0.9050	1.4150
2014/03/30	GLONASS	0.0914	0.2782	1.4660	0.7345	0.9050	1.4150
2014/05/13	GLONASS	0.0457	0.2426	1.5228	0.7345	0.9050	1.4150
2015/05/13	GLONASS	0.1735	0.2833	0.4419	0.0566	0.3203	0.1512
2015/10/03	GLONASS	0.0784	0.8845	0.0306	0.0566	0.3203	0.1512
2016/01/04	GLONASS	0.0042	0.3422	0.0159	0.0589	0.3203	0.1265
2016/03/10	GLONASS	0.0589	0.0639	0.0113	0.0589	0.3203	0.1265
2016/04/25	GLONASS	0.0054	0.5385	0.0257	0.0589	0.3203	0.1265
2016/05/01	GLONASS	0.0820	0.0945	0.0853	0.0589	0.3203	0.1265
2016/09/22	GLONASS	0.0013	0.3662	0.0524	0.0589	0.3203	0.1265
2016/10/13	GLONASS	0.0097	0.6157	0.1465	0.0589	0.3203	0.1265
2017/01/02	GLONASS	0.0064	0.4079	0.0448	0.0648	0.2623	0.1316
2018/03/08	GLONASS	0.0113	0.2057	0.0067	0.0522	0.1801	0.1049
2019/09/09	GLONASS	0.0099	0.1674	0.3270	0.0505	0.1677	0.1157
2019/10/16	GLONASS	0.0512	0.0225	0.0247	0.0505	0.1677	0.1157
2020/02/02	GLONASS	0.0021	0.0749	0.1499	0.0571	0.1613	0.1029
2010/05/31	GPS	0.0077	0.0345	0.0704	0.0239	0.0266	0.0684
2010/08/30	GPS	0.0149	0.0348	0.0475	0.0239	0.0266	0.0684
2010/09/27	GPS	0.0269	0.0162	0.0380	0.0239	0.0266	0.0684
2010/10/25	GPS	0.0144	0.0040	0.2434	0.0239	0.0266	0.0684
2011/04/10	GPS	0.0111	0.0350	0.0392	0.0260	0.0280	0.0515
2011/05/19	GPS	0.0050	0.0077	0.0540	0.0260	0.0280	0.0515
2011/07/09	GPS	0.0009	0.0002	0.0526	0.0260	0.0280	0.0515
2011/07/19	GPS	0.0051	0.0010	0.0532	0.0260	0.0280	0.0515
2011/08/06	GPS	0.0109	0.0004	0.0548	0.0260	0.0280	0.0515
2011/09/04	GPS	0.0119	0.0114	0.0560	0.0260	0.0280	0.0515
2011/09/06	GPS	0.0067	0.0065	0.0535	0.0260	0.0280	0.0515
2011/09/21	GPS	0.0089	0.0086	0.0549	0.0260	0.0280	0.0515
2011/09/28	GPS	0.0138	0.0047	0.0533	0.0260	0.0280	0.0515
2012/06/01	GPS	0.1001	0.0383	4.7119	0.0303	0.0319	0.9957
2013/06/09	GPS	0.0406	0.0966	0.1182	0.0271	0.0374	0.0673
2013/06/12	GPS	0.0751	0.0216	0.1697	0.0271	0.0374	0.0673
2013/06/13	GPS	0.0278	0.0374	0.1669	0.0271	0.0374	0.0673
2013/06/15	GPS	0.0120	0.0840	0.0034	0.0271	0.0374	0.0673
2013/10/16	GPS	0.0264	0.0036	0.1438	0.0271	0.0374	0.0673
2014/01/06	GPS	0.0022	0.0083	0.0444	0.0230	0.0240	0.0428
2014/02/21	GPS	0.0000	0.0074	0.0432	0.0230	0.0240	0.0428

2014/03/07	GPS	0.0016	0.0061	0.0446	0.0230	0.0240	0.0428
2014/07/08	GPS	0.0024	0.0248	0.0134	0.0230	0.0240	0.0428
2015/03/17	GPS	0.0266	0.2817	0.1181	0.0504	0.1464	0.1328
2015/04/30	GPS	0.0369	0.2510	0.0170	0.0504	0.1464	0.1328
2015/05/13	GPS	0.1735	0.2833	0.4419	0.0504	0.1464	0.1328
2015/05/14	GPS	0.0015	0.1577	0.0823	0.0504	0.1464	0.1328
2015/06/28	GPS	0.0428	0.0189	0.1930	0.0504	0.1464	0.1328
2016/02/02	GPS	0.0002	0.0120	0.0331	0.0216	0.0201	0.0288
2016/02/06	GPS	0.0049	0.0088	0.0323	0.0216	0.0201	0.0288
2016/08/04	GPS	0.0005	0.0081	0.0300	0.0216	0.0201	0.0288
2016/09/01	GPS	0.0078	0.0056	0.0365	0.0216	0.0201	0.0288
2016/09/28	GPS	0.0022	0.0096	0.0303	0.0216	0.0201	0.0288
2017/01/30	GPS	0.0038	0.0021	0.0379	0.0205	0.0212	0.0303
2017/02/16	GPS	0.0053	0.0233	0.0276	0.0205	0.0212	0.0303
2017/02/22	GPS	0.0016	0.0038	0.0705	0.0205	0.0212	0.0303
2017/11/22	GPS	0.0047	0.0037	0.0319	0.0205	0.0212	0.0303
2017/12/07	GPS	0.0018	0.0052	0.0312	0.0205	0.0212	0.0303
2018/01/03	GPS	0.0049	0.0003	0.0300	0.0174	0.0223	0.0285
2018/01/17	GPS	0.0007	0.0023	0.0496	0.0174	0.0223	0.0285
2018/05/27	GPS	0.0014	0.0115	0.0287	0.0174	0.0223	0.0285
2019/07/28	GPS	0.0003	0.0004	0.0259	0.0189	0.0225	0.0233
2019/12/03	GPS	0.0012	0.0027	0.0238	0.0189	0.0225	0.0233
2019/12/08	GPS	0.0053	0.0020	0.0316	0.0189	0.0225	0.0233
2020/01/07	GPS	0.0020	0.0073	0.0220	0.0180	0.0212	0.0214
2020/02/01	GPS	0.0048	0.0041	0.0224	0.0180	0.0212	0.0214
2020/02/10	GPS	0.0029	0.0001	0.0218	0.0180	0.0212	0.0214
2020/02/17	GPS	0.0011	0.0016	0.0237	0.0180	0.0212	0.0214
2020/02/22	GPS	0.0035	0.0012	0.0222	0.0180	0.0212	0.0214
2020/12/26	GPS	0.0055	0.0001	0.0315	0.0180	0.0212	0.0214
2021/03/11	GPS	0.0056	0.0050	0.0679	0.0220	0.0218	0.0239
2021/12/31	GPS	0.0104	0.0060	0.0331	0.0220	0.0218	0.0239
2022/01/02	GPS	0.0143	0.0051	0.0336	0.0118	0.0076	0.0301
2022/01/03	GPS	0.0138	0.0073	0.0147	0.0118	0.0076	0.0301
2015/12/08	Galileo	0.3764	3.0196	0.5649	0.9180	2.6798	1.3855
2016/02/10	Galileo	1.8523	0.2209	0.6722	1.3803	1.4609	1.9134
2016/03/07	Galileo	2.6232	0.9092	0.5743	1.3803	1.4609	1.9134
2016/03/19	Galileo	0.1220	1.4685	0.4031	1.3803	1.4609	1.9134
2016/03/22	Galileo	0.8475	1.9154	1.2250	1.3803	1.4609	1.9134
2016/03/23	Galileo	0.9993	0.5967	2.0216	1.3803	1.4609	1.9134
2016/05/14	Galileo	1.6108	1.5239	1.8766	1.3803	1.4609	1.9134
2016/05/24	Galileo	2.1712	1.7075	2.5246	1.3803	1.4609	1.9134
2016/09/21	Galileo	1.3861	0.0182	2.1615	1.3803	1.4609	1.9134
2016/09/22	Galileo	1.6207	1.5493	3.9014	1.3803	1.4609	1.9134
2017/01/02	Galileo	0.0638	0.1611	0.5224	0.2488	0.7008	0.4796
2017/01/07	Galileo	0.3604	0.2014	0.4311	0.2488	0.7008	0.4796
2017/02/03	Galileo	0.2993	0.1112	0.4776	0.2488	0.7008	0.4796
2017/03/05	Galileo	0.2860	0.7667	0.3270	0.2488	0.7008	0.4796
2017/03/19	Galileo	0.0617	0.3861	0.5486	0.2488	0.7008	0.4796
2017/03/22	Galileo	0.3213	0.2888	0.0415	0.2488	0.7008	0.4796
2017/05/15	Galileo	0.4199	2.4207	0.1479	0.2488	0.7008	0.4796
2018/03/12	Galileo	0.0970	0.1101	0.0164	0.0894	0.2954	0.1664
2018/04/24	Galileo	0.0327	0.0021	0.1731	0.0894	0.2954	0.1664
2021/02/11	Galileo	0.0595	0.0917	0.0422	0.0461	0.1980	0.0861

Tabell B.3: Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for PPP med elevasjonsgrense på 10 grader.

B.2.3 Detekterte utligger (Ingen elevasjonsgrense)

Dato	System	$ \Delta N $	$ \Delta E $	$ \Delta H $	$4\sigma_N$	$4\sigma_E$	$4\sigma_H$
2010/02/23	Alle	0.1154	0.0661	0.3273	0.1435	0.2280	0.2945
2010/10/25	Alle	0.1971	0.1087	0.0151	0.1435	0.2280	0.2945
2012/06/01	Alle	0.0988	0.0664	4.7521	0.1435	0.2140	1.0368
2014/05/22	Alle	0.1630	0.0667	0.0167	0.1528	0.2405	0.2813
2015/01/10	Alle	0.0006	0.0023	0.0428	0.0236	0.0239	0.0368
2015/03/07	Alle	0.0009	0.0011	0.0380	0.0236	0.0239	0.0368
2015/06/28	Alle	0.0432	0.0197	0.0896	0.0236	0.0239	0.0368
2017/02/22	Alle	0.0006	0.0102	0.0500	0.0240	0.0252	0.0323
2018/01/17	Alle	0.0045	0.0077	0.0429	0.0218	0.0294	0.0297
2021/03/11	Alle	0.0033	0.0040	0.0514	0.0223	0.0248	0.0319
2015/07/05	BeiDou	4.6773	6.3780	2.8721	4.3700	6.1040	4.1525
2015/09/06	BeiDou	4.9165	4.3024	3.2954	4.3700	6.1040	4.1525
2015/10/11	BeiDou	4.5264	4.3720	3.9578	4.3700	6.1040	4.1525
2015/10/18	BeiDou	6.0425	5.9632	4.9207	4.3700	6.1040	4.1525
2015/11/01	BeiDou	5.0060	5.5539	3.8912	4.3700	6.1040	4.1525
2016/01/30	BeiDou	0.6627	3.3642	4.6074	2.5191	4.5196	3.4295
2016/02/08	BeiDou	2.8085	1.0106	3.0783	2.5191	4.5196	3.4295
2016/03/29	BeiDou	3.1282	3.4460	3.0786	2.5191	4.5196	3.4295
2016/05/14	BeiDou	0.4070	0.3708	4.3449	2.5191	4.5196	3.4295
2016/06/04	BeiDou	3.7412	7.4846	4.1519	2.5191	4.5196	3.4295
2016/07/09	BeiDou	3.8583	6.0967	4.9152	2.5191	4.5196	3.4295
2016/07/16	BeiDou	3.5338	6.5867	6.7214	2.5191	4.5196	3.4295
2016/09/26	BeiDou	2.9582	2.1588	3.5154	2.5191	4.5196	3.4295
2017/01/30	BeiDou	4.0936	2.7842	0.6441	1.7871	2.2580	2.3774
2017/02/19	BeiDou	1.8073	0.3927	1.7114	1.7871	2.2580	2.3774
2017/03/12	BeiDou	1.8006	0.2870	1.5182	1.7871	2.2580	2.3774
2017/05/09	BeiDou	0.7932	0.6386	6.2750	1.7871	2.2580	2.3774
2017/07/24	BeiDou	1.8484	0.6261	2.2855	1.7871	2.2580	2.3774
2017/08/17	BeiDou	1.0917	2.9123	4.8858	1.7871	2.2580	2.3774
2017/12/09	BeiDou	1.8157	0.4196	1.3780	1.7871	2.2580	2.3774
2018/05/27	BeiDou	0.4043	0.7284	1.9224	1.2985	1.7942	1.4022
2018/06/07	BeiDou	2.2064	2.5174	0.9815	1.2985	1.7942	1.4022
2018/06/14	BeiDou	1.5279	0.7118	0.9141	1.2985	1.7942	1.4022
2018/07/26	BeiDou	1.6866	1.4634	0.9277	1.2985	1.7942	1.4022
2018/10/04	BeiDou	1.4248	1.7966	0.9273	1.2985	1.7942	1.4022
2018/10/11	BeiDou	1.4695	2.0750	0.8120	1.2985	1.7942	1.4022
2018/11/22	BeiDou	0.8554	0.9029	1.8526	1.2985	1.7942	1.4022
2018/11/24	BeiDou	1.2170	0.3333	1.6274	1.2985	1.7942	1.4022
2019/08/06	BeiDou	15.3776	34.9693	12.0703	3.4561	7.5397	2.7899
2020/02/18	BeiDou	1.1224	1.1919	1.2456	1.2664	1.3419	1.0208
2020/03/06	BeiDou	0.8501	0.5570	1.0435	1.2664	1.3419	1.0208
2020/04/07	BeiDou	1.6881	1.0776	1.1826	1.2664	1.3419	1.0208

2020/07/07	BeiDou	0.7131	0.4990	1.0888	1.2664	1.3419	1.0208
2020/09/14	BeiDou	1.3052	1.7295	0.0396	1.2664	1.3419	1.0208
2020/10/05	BeiDou	1.3317	0.9817	0.5552	1.2664	1.3419	1.0208
2020/12/21	BeiDou	1.2949	0.3294	0.3034	1.2664	1.3419	1.0208
2020/12/27	BeiDou	1.7932	1.1216	1.1221	1.2664	1.3419	1.0208
2021/01/25	BeiDou	0.6204	0.2389	0.7983	0.6362	0.7484	0.7690
2021/11/08	BeiDou	0.2852	0.9461	0.2658	0.6362	0.7484	0.7690
2021/11/13	BeiDou	0.0112	0.2840	0.7846	0.6362	0.7484	0.7690
2021/11/14	BeiDou	0.2123	0.3480	1.1423	0.6362	0.7484	0.7690
2021/11/22	BeiDou	0.2887	0.9651	0.1918	0.6362	0.7484	0.7690
2021/12/26	BeiDou	0.5674	0.9601	0.1051	0.6362	0.7484	0.7690
2010/10/25	GLONASS	1.5917	4.6050	0.1579	1.1774	1.5887	1.5596
2011/11/02	GLONASS	0.5340	0.8837	1.5419	0.8553	1.0290	1.4923
2012/03/07	GLONASS	0.1110	0.1527	1.4456	0.6583	0.8000	1.3027
2012/07/25	GLONASS	0.2093	0.5561	1.5805	0.6583	0.8000	1.3027
2013/08/18	GLONASS	0.1585	1.0006	0.9009	0.7297	0.8641	1.1684
2013/10/14	GLONASS	0.1872	0.2058	1.3173	0.7297	0.8641	1.1684
2014/03/25	GLONASS	0.4739	0.0405	1.1951	0.7223	0.8895	1.1094
2014/05/13	GLONASS	0.0124	0.2463	1.2103	0.7223	0.8895	1.1094
2015/03/17	GLONASS	0.0276	0.3219	0.0651	0.0533	0.3158	0.1368
2015/05/13	GLONASS	0.1592	0.2085	0.4345	0.0533	0.3158	0.1368
2015/10/03	GLONASS	0.0633	0.8646	0.0513	0.0533	0.3158	0.1368
2016/04/25	GLONASS	0.0007	0.5503	0.0452	0.0585	0.3316	0.1056
2016/05/01	GLONASS	0.0789	0.0830	0.0554	0.0585	0.3316	0.1056
2016/09/22	GLONASS	0.0266	0.5155	0.0534	0.0585	0.3316	0.1056
2016/10/13	GLONASS	0.0065	0.6222	0.0899	0.0585	0.3316	0.1056
2017/01/02	GLONASS	0.0004	0.4145	0.0346	0.0633	0.2610	0.1047
2018/03/08	GLONASS	0.0105	0.2126	0.0059	0.0510	0.1773	0.0888
2019/09/09	GLONASS	0.0070	0.1665	0.2127	0.0501	0.1658	0.0895
2010/01/25	GPS	0.0082	0.0125	0.0469	0.0231	0.0255	0.0408
2010/01/26	GPS	0.0103	0.0041	0.0416	0.0231	0.0255	0.0408
2010/02/27	GPS	0.0089	0.0018	0.0439	0.0231	0.0255	0.0408
2010/04/13	GPS	0.0073	0.0044	0.0424	0.0231	0.0255	0.0408
2010/04/16	GPS	0.0171	0.0060	0.0589	0.0231	0.0255	0.0408
2010/05/31	GPS	0.0111	0.0323	0.0676	0.0231	0.0255	0.0408
2010/08/30	GPS	0.0171	0.0338	0.0362	0.0231	0.0255	0.0408
2010/10/25	GPS	0.0270	0.0183	0.0795	0.0231	0.0255	0.0408
2011/01/08	GPS	0.0051	0.0055	0.0401	0.0258	0.0262	0.0392
2011/01/09	GPS	0.0085	0.0156	0.0406	0.0258	0.0262	0.0392
2011/01/23	GPS	0.0105	0.0086	0.0481	0.0258	0.0262	0.0392
2011/02/10	GPS	0.0121	0.0088	0.0426	0.0258	0.0262	0.0392
2011/03/15	GPS	0.0079	0.0118	0.0427	0.0258	0.0262	0.0392
2011/03/21	GPS	0.0062	0.0014	0.0452	0.0258	0.0262	0.0392
2011/04/10	GPS	0.0124	0.0137	0.0432	0.0258	0.0262	0.0392
2011/05/19	GPS	0.0050	0.0077	0.0427	0.0258	0.0262	0.0392
2011/05/20	GPS	0.0040	0.0035	0.0393	0.0258	0.0262	0.0392
2011/05/23	GPS	0.0055	0.0101	0.0439	0.0258	0.0262	0.0392
2011/06/09	GPS	0.0062	0.0040	0.0410	0.0258	0.0262	0.0392
2011/07/02	GPS	0.0068	0.0050	0.0394	0.0258	0.0262	0.0392
2011/07/09	GPS	0.0020	0.0012	0.0447	0.0258	0.0262	0.0392
2011/07/29	GPS	0.0072	0.0028	0.0393	0.0258	0.0262	0.0392
2011/08/27	GPS	0.0090	0.0044	0.0462	0.0258	0.0262	0.0392
2011/09/04	GPS	0.0152	0.0117	0.0487	0.0258	0.0262	0.0392

2011/09/06	GPS	0.0078	0.0068	0.0419	0.0258	0.0262	0.0392
2011/09/11	GPS	0.0111	0.0056	0.0409	0.0258	0.0262	0.0392
2011/09/21	GPS	0.0073	0.0069	0.0409	0.0258	0.0262	0.0392
2011/09/28	GPS	0.0125	0.0024	0.0470	0.0258	0.0262	0.0392
2011/09/30	GPS	0.0067	0.0093	0.0423	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/02	GPS	0.0079	0.0081	0.0396	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/13	GPS	0.0027	0.0033	0.0414	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/14	GPS	0.0052	0.0003	0.0437	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/15	GPS	0.0037	0.0010	0.0441	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/16	GPS	0.0047	0.0015	0.0403	0.0258	0.0262	0.0392
2011/10/31	GPS	0.0085	0.0018	0.0473	0.0258	0.0262	0.0392
2011/11/18	GPS	0.0042	0.0083	0.0396	0.0258	0.0262	0.0392
2012/06/01	GPS	0.1019	0.0732	4.7624	0.0296	0.0348	1.0050
2013/01/28	GPS	0.0040	0.0016	0.0601	0.0239	0.0374	0.0577
2013/01/30	GPS	0.0033	0.0016	0.0589	0.0239	0.0374	0.0577
2013/06/09	GPS	0.0297	0.1021	0.0833	0.0239	0.0374	0.0577
2013/06/12	GPS	0.0590	0.0218	0.1325	0.0239	0.0374	0.0577
2013/06/13	GPS	0.0233	0.0381	0.1225	0.0239	0.0374	0.0577
2013/06/15	GPS	0.0069	0.0796	0.0163	0.0239	0.0374	0.0577
2013/10/16	GPS	0.0073	0.0123	0.1677	0.0239	0.0374	0.0577
2014/02/21	GPS	0.0012	0.0090	0.0530	0.0225	0.0236	0.0408
2014/07/15	GPS	0.0049	0.0243	0.0129	0.0225	0.0236	0.0408
2015/06/28	GPS	0.0416	0.0023	0.1360	0.0221	0.0258	0.0467
2016/02/06	GPS	0.0048	0.0093	0.0305	0.0211	0.0203	0.0287
2016/09/01	GPS	0.0078	0.0056	0.0305	0.0211	0.0203	0.0287
2016/09/06	GPS	0.0006	0.0154	0.0334	0.0211	0.0203	0.0287
2016/09/08	GPS	0.0032	0.0136	0.0327	0.0211	0.0203	0.0287
2016/09/10	GPS	0.0014	0.0134	0.0323	0.0211	0.0203	0.0287
2016/12/14	GPS	0.0004	0.0067	0.0302	0.0211	0.0203	0.0287
2016/12/15	GPS	0.0021	0.0065	0.0287	0.0211	0.0203	0.0287
2017/01/30	GPS	0.0028	0.0028	0.0381	0.0208	0.0214	0.0356
2017/02/13	GPS	0.0060	0.0048	0.0358	0.0208	0.0214	0.0356
2017/02/16	GPS	0.0065	0.0226	0.0320	0.0208	0.0214	0.0356
2017/02/22	GPS	0.0021	0.0037	0.0594	0.0208	0.0214	0.0356
2018/01/17	GPS	0.0008	0.0019	0.0515	0.0180	0.0225	0.0277
2018/01/23	GPS	0.0021	0.0074	0.0291	0.0180	0.0225	0.0277
2018/02/08	GPS	0.0040	0.0012	0.0288	0.0180	0.0225	0.0277
2018/02/09	GPS	0.0049	0.0020	0.0317	0.0180	0.0225	0.0277
2018/02/11	GPS	0.0050	0.0031	0.0279	0.0180	0.0225	0.0277
2018/05/27	GPS	0.0008	0.0129	0.0315	0.0180	0.0225	0.0277
2018/10/14	GPS	0.0051	0.0046	0.0287	0.0180	0.0225	0.0277
2018/11/29	GPS	0.0038	0.0000	0.0298	0.0180	0.0225	0.0277
2019/01/10	GPS	0.0010	0.0002	0.0273	0.0196	0.0223	0.0256
2019/02/21	GPS	0.0033	0.0058	0.0286	0.0196	0.0223	0.0256
2019/06/29	GPS	0.0030	0.0052	0.0265	0.0196	0.0223	0.0256
2019/07/28	GPS	0.0007	0.0001	0.0303	0.0196	0.0223	0.0256
2019/12/03	GPS	0.0016	0.0007	0.0374	0.0196	0.0223	0.0256
2019/12/04	GPS	0.0036	0.0006	0.0284	0.0196	0.0223	0.0256
2019/12/08	GPS	0.0055	0.0024	0.0290	0.0196	0.0223	0.0256
2019/12/28	GPS	0.0045	0.0024	0.0288	0.0196	0.0223	0.0256
2020/01/07	GPS	0.0008	0.0082	0.0317	0.0175	0.0214	0.0288
2020/01/11	GPS	0.0018	0.0013	0.0313	0.0175	0.0214	0.0288
2020/12/26	GPS	0.0049	0.0011	0.0323	0.0175	0.0214	0.0288

2021/02/24	GPS	0.0037	0.0041	0.0326	0.0230	0.0218	0.0311
2021/03/11	GPS	0.0047	0.0039	0.0606	0.0230	0.0218	0.0311
2021/12/31	GPS	0.0093	0.0064	0.0352	0.0230	0.0218	0.0311
2022/01/02	GPS	0.0131	0.0057	0.0410	0.0112	0.0073	0.0351
2022/01/03	GPS	0.0130	0.0067	0.0140	0.0112	0.0073	0.0351
2016/02/16	Galileo	0.0881	3.7208	1.4459	1.3852	1.8709	1.2529
2016/03/04	Galileo	3.2263	3.6260	0.8169	1.3852	1.8709	1.2529
2016/03/07	Galileo	1.4041	0.7950	0.3446	1.3852	1.8709	1.2529
2016/03/11	Galileo	2.1389	1.2536	0.8781	1.3852	1.8709	1.2529
2016/03/17	Galileo	2.3161	1.4802	2.3618	1.3852	1.8709	1.2529
2016/09/20	Galileo	1.9794	0.3674	1.7806	1.3852	1.8709	1.2529
2016/09/22	Galileo	0.7637	0.8033	1.7759	1.3852	1.8709	1.2529
2017/01/07	Galileo	0.2221	0.0568	0.3513	0.2101	0.4367	0.3140
2017/02/13	Galileo	0.2399	0.2019	0.3029	0.2101	0.4367	0.3140
2017/03/12	Galileo	0.3165	0.0823	0.2365	0.2101	0.4367	0.3140
2017/03/23	Galileo	0.1328	0.4008	0.3259	0.2101	0.4367	0.3140
2017/05/15	Galileo	0.1347	0.6846	0.2549	0.2101	0.4367	0.3140
2018/03/02	Galileo	0.0932	0.0699	0.0341	0.0895	0.2708	0.1360
2018/03/19	Galileo	0.0971	0.0066	0.1061	0.0895	0.2708	0.1360
2018/08/19	Galileo	0.0212	0.1395	0.1530	0.0895	0.2708	0.1360
2020/03/29	Galileo	0.0467	0.0921	0.0006	0.0448	0.1917	0.0802
2021/10/23	Galileo	0.0007	0.1919	0.0053	0.0417	0.1892	0.0719

Tabell B.4: Oversikt over detekterte ekstremverdier (outliers) for PPP uten elevasjonsgrense.



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway