

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Fakultet for miljøvitenskap og teknologi
Institutt for matematiske realfag og teknologi

Masteroppgave 2015
30stp

En kvalitetsundersøkelse av posisjoneringstjenesten - CPOS

A Quality Study of The Positioning Service - CPOS

Pål Jostein Petersen Onsrud

Sammendrag

Denne oppgaven tar utgangspunkt i Statens Kartverk sitt ønske om en vurdering av sin posisjoneringstjeneste CPOS. Det har blitt undersøkt om hvorvidt kvaliteten på målingen har sammenheng med avstanden og høydeforskjellen mellom målepunktet og nærmeste referansestasjon. Datagrunnlaget har vært 820 målinger fordelt på 289 fasitpunkter, og ved å se på avvikene fra fasitverdiene har det blitt utført statistiske beregninger for å gjøre en kvalitetsbestemmelse av tjenesten.

På avvikene har det blitt utført forskjellige grovfeilsøk med en toleransegrense på henholdsvis 3RMS, 2RMS, 10%, 5%, 2.5% og 1%. Utifra disse viste det seg at på et 95 % konfidensnivå kan det forventes et standardavvik på 6.9 cm i grunnriss og 1.7 cm i høyde, med en tilsvarende RMS-verdi på 7.6 cm i grunnriss og 1.7 cm i høyde.

Undersøkelsen viste at det ikke er noe sammenheng mellom økte avvik i grunnriss og økt avstand eller høydeforskjell til nærmeste referansestasjon. I høyde ser det tilsynelatende ut som det er en sammenheng ettersom både standardavvikene og RMS-verdiene blir større når avstanden og høydeforskjellen øker, men videre undersøkelser viste at det ikke finnes signifikante statistiske bevis som kan underbygge dette.

Abstract

This thesis presents an evaluation of the Norwegian mapping authority's real time positioning service, CPOS, and whether increased distance and height difference between the point of observation and the reference station, effects the performance of the service.

820 observations, distributed over 289 sites with known coordinates, have been investigated. By using the difference between the observed values and the known as basis for the statistical analyses , the results show that on a 95% confidence level, the expected values for the standard deviation is 6.9 cm in horizontal, and 1.7 cm in height.

The study also shows that there is no connection between either increased distance or height difference compared to the closest reference station, and size of the error. In height it apparently look like there is a connection, but regression analysis showed that there are no significant statistic evidence that proves such a thing.

Forord

Jeg vil med dette takke alle som har bidratt denne oppgaven som marker slutten på mitt 5-årige geomatikkstudie på Norges miljø og biovitenskapelige universitet.

Takk til Statens Kartverk, med Olav Vestøl i spissen, for tilrettelegging og tilgang til et så stort datagrunnlag, og for trykking av oppgaven. Takk til min veileder Ola Øvstedal for mange gode råd og innspill underveis i prosessen.

Tilslutt takk til alle klassekamerater som har bidratt til godt humør og god stemning gjennom 5 år.

Innhold

Figurer	xi
Tabeller	xiii
1 Innledning	1
1.1 Kort om CPOS	1
1.2 Formål med oppgaven	2
2 Teori	3
2.1 Global Navigation Satellite System - GNSS	3
2.1.1 Referansesystemer	4
2.1.2 Satellittsignaler	5
2.1.3 Avstandsmåling	5
2.2 Differensiering	11
2.2.1 Enkeldifferanser	11
2.2.2 Dobbeltdifferanser	12
2.2.3 Trippeldifferensiering	12
2.3 Feilkilder	14
2.3.1 Atmosfæriske feil	14
2.3.2 Satellittbanefeil	15
2.3.3 Klokkefeil i mottaker og satellitt	17
2.3.4 Avvik i antennefasesenteret	17
2.3.5 Multipath	17
2.3.6 Målestøy	18
2.4 Relativ posisjonering	19
2.4.1 Nettverks-RTK	20
3 Datainnsamling	29
3.1 Målepraksis	30
3.2 Beregningsgang	32
3.2.1 Statistiske begreper	32
3.2.2 Grovfeilsøk og analyse	34
4 Resultater og kommentarer	37
4.1 Distribusjonsplott	38
4.2 Avvik med hensyn på avstand	48

4.2.1	Sortering med hensyn på stor og liten avstand	55
4.2.2	Regresjonslinjer	57
4.3	Avvik med hensyn på høydeforskjell mellom målepunkt og referansestasjon	59
4.3.1	Sortering med hensyn på stor og liten høydeforskjell	66
4.3.2	Regresjonslinje	68
4.4	Statistikk	69
4.5	Målinger fra 2012	73
4.5.1	Avvik med hensyn på avstand	75
4.5.2	Sortering med hensyn på avstand	77
4.5.3	Statistikk	81
5	Vurdering av resultater	83
5.1	Målegrunnlaget - vurdering	83
5.2	Avvik med hensyn på avstand - vurdering	84
5.3	Avvik med hensyn på høydeforskjell - vurdering	85
5.4	Målinger fra 2012 - vurdering	86
5.5	Grovfeildistribusjon - vurdering	86
6	Konklusjon og videre arbeid	87
	Bibliografi	89

Figurer

1.1	Referansestasjonene, som er spredt ut over hele landet	2
2.1	Den matematiske modellen av jorda (ITRS)	5
2.2	Trilaterasjon.	6
2.3	Det øverste mønsteret er koden	7
2.4	Hovedutfordringen med fasemålinger	9
2.5	Hvis et fasebrudd oppstår påvirker det ikke kodemålingen, kun fasemålingen.	10
2.6	Øverst vises prinsippet med enkeldifferanser, i midten dobbeltdifferanser og nederst trippeldifferanser hvor det måles med to mottakere til to satellitter over to perioder.	13
2.7	Hovedutfordringen med fasemålinger	14
2.8	Utsnitt fra hjemmesiden til IGS	16
2.9	Prinsippet med RTK.	19
2.10	De ulike stegene i nettverks-RTK prosess.	21
2.11	VRS kort oppsummert	23
2.12	Kort oppsummert MAC	25
2.13	Fire referansestasjoner med sine respektive korreksjonsplater generert av parametrene a og b [6].	27
3.1	De rød sirklene viser hvor målingene er gjort	30
3.2	Øverst til venstre vises et eksempel	34
4.1	Distribusjonsplott over alle målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	38
4.2	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	39
4.3	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	40
4.4	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	41
4.5	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	42
4.6	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	43
4.7	Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	44
4.8	Fordelingen av grovfeil i grunnriss og høyde	45
4.9	Fordelingen av de henholdsvis	46
4.10	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	48
4.11	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	49
4.12	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	50
4.13	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	51

4.14	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	52
4.15	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	53
4.16	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	54
4.17	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	55
4.18	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	56
4.19	1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av høydeavvikene	57
4.20	1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av høydeavvikene	58
4.21	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	59
4.22	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	60
4.23	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	61
4.24	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	62
4.25	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	63
4.26	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	64
4.27	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	65
4.28	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	66
4.29	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)	67
4.30	1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av alle høydeavvikene.	68
4.31	Distribusjonsplott fra alle 2012 målinger	73
4.32	Distribusjonsplott fra alle målinger utenom de fra 2012	74
4.33	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012	75
4.34	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger utenom 2012	76
4.35	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012 mellom 0-15 km	77
4.36	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012 mellom 15-40	78
4.37	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger	79
4.38	Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger	80

Tabeller

2.1	Systembeskrivelse.	3
2.2	Størrelsen på feilkilder før korreksjon	18
2.3	Størrelsen på feilkildene etter korreksjon	18
4.1	Gjennomsnittsverdier på de forkastede avvikene	45
4.2	Gjennomsnittsfel etter grovfeilsøk basert på prosent. Alle avstands- enheter er i meter	46
4.3	R^2 verdier for avvikene i høyde etter ulike grovfeilsøk er gjort.	58
4.4	Statistikk etter at grovfeilsøk er gjennomført på alle målinger. Alle avstandsenheter er i meter	69
4.5	Statistikk med og uten grovfeilsøk på alle målinger uten 2012	70
4.6	Statistikk med og uten grovfeilsøk på alle målinger uten 2012	71
4.7	Statistikk etter at et grovfeilsøk på 5 %	72
4.8	Statistikk over alle målingene gjort i 2012.	81
4.9	Statistikk over alle målinger utenom de gjort i 2012. Alle avstands- enheter er i meter	82
6.1	Presisjon og nøyaktighet ved CPOS med grovfeil hvor de 5 % største avvikene er fjernet. Verdiene er i meter.	87

Kapittel 1

Innledning

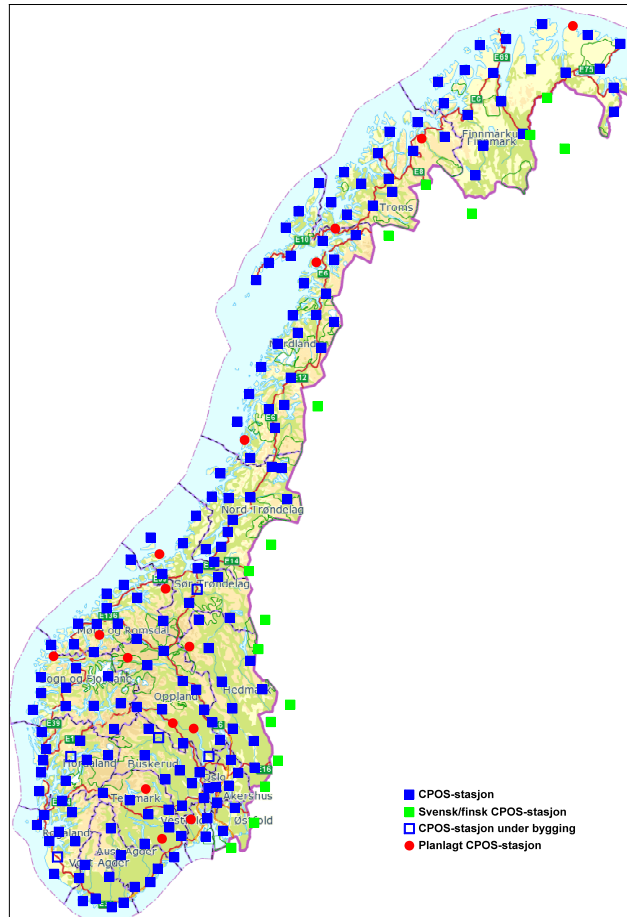
Bakgrunn for denne oppgaven har vært Statens Kartverk sitt ønske om å vurdere yteevnen til sin sanntidsposisjoneringstjeneste, CPOS.

CPOS er en nettverksbasert posisjoneringstjeneste som bruker korreksjonsdata fra referansestasjoner i nærheten av brukeren til å generere en nøyaktig posisjon. For brukere med krav om centimeternøyaktighet i sanntid er CPOS den dominerende tjenesten i Norge.

1.1 Kort om CPOS

CPOS er Statens kartverk sin "network real time kinematic" tjeneste(NRTK). Tjenesten fungerer på samme måte som tradisjonell RTK bortsett fra at det ved NRTK benyttes et nettverk av referansestasjoner framfor én enkelt stasjon.

Referansestasjonene, som er spredt rundt i landet på kjente posisjoner (se figur 1.1), mottar observasjonsdata fra satellitter og sender disse videre til SATREF kontrollsenter på Hønefoss. Teknikken CPOS bruker for å overføre korreksjonsdata heter "virtual reference station" (VRS) og fungerer slik at kontrollsenteret bruker dataene fra de fysiske referansestasjoner til å etablere virtuelle referansestasjoner. Brukeren sender sin foreløpige posisjon til kontrollseteret via GSM(telefon) eller GPRS(internett) og kontrollsenteret oppretter deretter en virtuell referansestasjon helt i nærheten av denne posisjonen. Den virtuelle referansestasjonen overfører så korreksjoner til brukeren akkurat slik en "vanlig" referansestasjon ville ha gjort.



Figur 1.1: Referansestasjonene, som er spredt ut over hele landet, er grunnpilaren i CPOS-tjenesten da det er de som sender korreksjonsdata brukeren benytter seg for å generere sin nøyaktige posisjon.

1.2 Formål med oppgaven

Formålet med oppgaven har vært å sammenligne målinger utført med CPOS-tjenesten med fasitverdier, og på bakgrunn av de påfølgende avvikene gjøre en vurdering av ytelsen til CPOS-tjenesten.

Hovedproblemstillingene jeg har jobbet etter har vært:

- Hva er nøyaktighets- og presisjonsmålene for tjenesten?
- Blir nøyaktigheten og presisjonen i grunnriss og/eller høyde, påvirket av økt avstand mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon?
- Blir nøyaktigheten og presisjonen i grunnriss og/eller høyde, påvirket av økt høydeforskjell mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon?

Kapittel 2

Teori

Dette kapittelet er ment for å gi kunnskap omkring de teoriene som ligger til grunn for bruken av satellitter til presis posisjonsbestemmelse i sanntid.

2.1 Global Navigation Satellite System - GNSS

GNSS er fellesbetegnelsen for satellittbaserte navigasjons og posisjonsystemer. I dag finnes det to ferdigutbygde systemer, det amerikanske GPS(Global positioning system) og det russiske GLONASS(Globalnaja navigatsionnaja sputnikovaja sistema). Det europeiske systemet Galileo samt det kinesiske systemet BeiDou ventes å være helt ferdig rundt år 2020 [1] [2].

Prinsippene bak de ulike GNSS systemene er i store trekk det samme, og det er vanlige å dele systemet i tre deler:

- Romsegment

Denne delen beskriver satellittkonstellasjonen for de ulike systemene.

	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
Antall Satellitter	24	24	30	35
Baneplan	6	3	3	3
Inklinasjonsvinkel	55°	64.8°	56°	55°
Banehøyde	20200 km	19140 km	23222 km	21500 km
Omløpstid	11t 58 min	11t 15 min	14t 15 min	12t 36 min
Signalseparering	CDMA	FDMA (CDMA)	CDMA	CDMA
Frekvenser	L1: 1575.420 MHz L2: 1227.600 MHz L5: 1176.450 MHz	G1: 1602.000 MHz G2: 1246.000 MHz G3: 1204.704 MHz	E1: 1575.420 MHz E5: 1278.650 MHz E6: 1191.795 MHz	B1: 1575.420 MHz B2: 1191.795 MHz B3: 1268.520 MHz

Tabell 2.1: Systembeskrivelse.

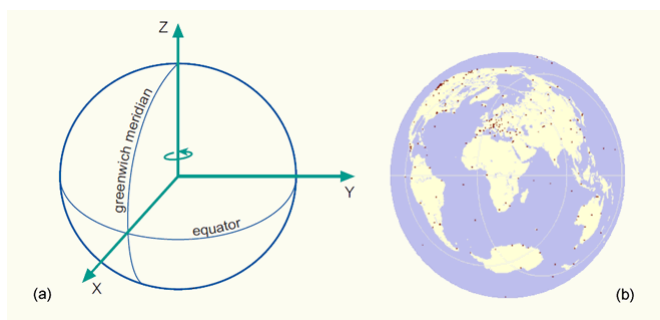
Som tabell 2.1 viser er det kun detaljer som skiller systemene fra hverandre. Det er imidlertid verdt å merke seg at GPS, Galileo og BeiDou alle bruker det som kalles ”code division multiple access”(CDMA) for å skille mellom satellittsignalene, mens GLONASS bruker ”frequency division multiple access”(FDMA). Som navnet tilsier brukes koder til å skille mellom signalene ved CDMA mens FDMA-teknikken tildeler hver satellitt sin egen frekvens og skiller satellittsignalene på den måten. Ettersom det stort sett er historiske grunner til at GLONASS fremdeles holder på FDMA - teknikken, og er på vei til inkludere CDMA i moderniserte utgaver av GLONASS, vil det senere i teksten kun tas utgangspunkt i CDMA.

- **Kontrollsegment**
Denne delen overvåker og korrigerer tilstanden i GNSS systemet. Data blir sendt fra satellitt til kontrollstasjoner som sender videre til en hovedstasjon som beregner bane og klokkeparametre. Disse dataene blir sendt tilbake til kontrollstasjonene og videre til satellittene.
- **Brukersegment**
Den siste delen av et GNSS system består av brukerne. Det vil si utstyret som mottar og prosesserer signalene fra satellittene og bruker dem til å utlede presis posisjonsbestemmelse. Alt fra håndholdte tur-mottakere til mer sofistikerte, høy-presisjons mottakere, går innunder denne kategorien.

2.1.1 Referansesystemer

Ettersom punktposisjoner ikke er absolutte størrelser er det nødvendig å ha en beskrivelse av jorda slik at målingene som blir gjort kan knyttes opp til et felles system. Det mest nøyaktige systemet som beskriver hele jordkloden kalles for ITRS(International Terrestrial Reference System) og er et ideelt, matematisk, teoretisk system som roterer med jorden og dens bevegelser i verdensrommet. Ved å ta utgangspunkt ITRS kan faktiske referanserammer, som er en reel beskrivelse av hvordan jorden ser ut, realiseres(se figur 2.1). Den mest presise rammen er ITRF(International Terrestrial Reference Frame) og er i likhet med ITRS bestyret og videreformidlet av IERS(International Earth rotation and reference systems service). Systemet er definert av de globale nettverkene DORIS (Doppler Orbitography and Radio-positioning Integrated by Satellite), VLBI (Very-long-baseline Interferometry), SLR (Satellite Laser Ranging) og GNSS og blir oppdatert med jevne mellomrom. Den siste versjonen er ITRF08.

Bakgrunnen for ITRF er et sett av utvalgte punkter over hele jordkloden med koordinater X, Y og Z med en tilhørende hastighetsvektor v_x, v_y og v_z som blir bestemt av de nevnte teknikkene. Koordinatsystemet er et tredimensjonalt rett-vinklet system med origo i jordens massmiddelpunkt [3].



Figur 2.1: Den matematiske modellen av jorda (ITRS) til venstre og den faktiske beskrivelsen (ITRF) beskrevet av bakkekontroll-stasjoner til høyre [4].

Ettersom det i praksis er ønskelig med fastmerker som ikke endrer verdi, er det definert forskjellige koordinatsystem hvor koordinatene er faste i lengre tid, et eksempel på dette er EUREF89 som er en europeisk realisering av ITRF verdiene for 1989. Ettersom EUREF89 følger bevegelsen til den euro-asiatiske kontinentalplaten vil fastmerkene beholde sin verdi år etter år og er derfor et statisk system. Et mer dynamisk system er IGS (International GNSS service) sine realiseringer av ITRF, som blir jevnlig oppdatert og dermed fanger opp platedeformasjoner. IGS05 er for eksempel realiseringen av ITRF05.

2.1.2 Satellittsignaler

For å kunne beregne posisjonen vår på bakken ved hjelp av de nevnte systemene er det nødvendig å ha kjennskap til satellittens posisjon i rommet og avstanden mottaker og satellitt. Ettersom denne informasjonen ligger i satellittens signaler, er det derfor helt nødvendig at disse blir lest og tolket korrekt.

Uavhengig satellittsystem, blir det kontinuerlig sendt ut signaler på to eller flere frekvenser i L-båndet av radiofrekvens spektrumet. Disse signalene er mikrobølger og inneholder data for å beregne avstanden mellom mottaker og satellitt, navigasjonsmeldinger som inneholder data omkring satellitt-konstellasjonen og efemeride-data som brukes til å beregne satellittens posisjon i rommet. Grunnen til at satellittene sender på flere frekvenser er for å kunne eliminere atmosfæriske forstyrrelser (se avsnitt 2.3). Et stadig økende antall brukere av radiobølger har imidlertid gjort det nødvendig for den internasjonale telekommunikasjons unionen (ITU) å legge ned diverse føringer når det kommer til bruken av radiospektrumet [5], signalene fra satellittene er derfor lovpålagt å ligge i området mellom 1164 og 1610 MHz ettersom det er denne delen som er satt av til GNSS systemer (se tabell 2.1)

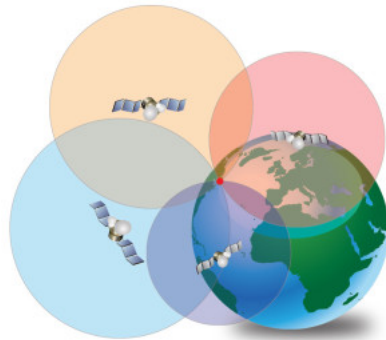
2.1.3 Avstandsmåling

Det er satellittens posisjon og avstand mellom mottaker og satellitt som er nøkkelfaktorene for å kunne beregne posisjonen på bakken. Satellittenes posisjon i rommet blir

kontinuerlig beregnet utifra efemeride-dataene fra navigasjonsmeldingen, så det er dermed avstanden mellom mottaker og satellitt som står igjen. Dette kan gjøres enten ved fasemåling eller kodemåling.

Ettersom satellittsignalene har en hastighet tilsvarende lysets(ca 300 000 000 m/s)beregnes avstanden mellom satellitt og mottaker ved å måle tiden signalet bruker gjennom atmosfæren og multiplisere denne med hastigheten på signalet.

På grunn av den store hastigheten krever det svært presise og dyre klokker i både satellitt og mottaker for å bestemme tidsforskjellen godt nok, noe som ville gjort det umulig å benytte seg av denne typen posisjoneringverktøy i det daglige. Ved å bruke svært nøyaktige atomklokker i satellittene og billige quartz-klokker i mottakerne løses imidlertid dette problemet. Ved å ta utgangspunkt i at klokkene er perfekt synkronisert vil mottakeren ved hjelp av trilaterasjon kunne beregne fire imaginære sfærer som krysser hverandre i ett punkt(se figur2.2). Dermed vil mottakerklokka endre sin klokke til atomklokka og nøyaktigheten vil være mye bedre enn det den egentlig er designet for. Det er likevel verdt å merke seg at det i praksis er umulig å få 100% synkroniserte klokker, slik at avstanden som måles får benevnelsen ”pseudoavstand” ettersom den ikke sammenfaller helt med den faktiske avstanden.

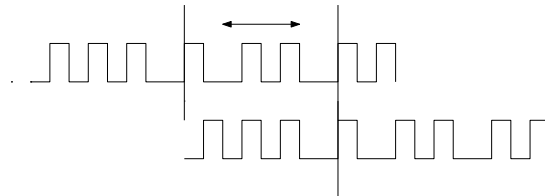


Figur 2.2: Trilaterasjon. For å bestemme posisjonen holder det med målinger fra 3 satellitter, men for å kunne estimere klokkefeilen til mottakerklokka i tillegg er det nødvendig med minimum 4.

Kodemåling

(Pseudo)avstanden måles ved enten kodemåling eller fasemåling. Ved kodemåling bestemmes tiden satellittsignalet bruker ved hjelp av en digital kode eller et ”mønster” som genereres samtidig i satellitten og mottakeren. Dette mønsteret kalles for en ”pseudo random noise code” (PRN kode) og blir modellert på signalene slik at mottakeren vet hvilke satellitt signalene kommer fra og gjør det mulig å beregne (pseudo)avstanden til denne satellitten. Det er modelleringen av denne PRN koden som er hovedprinsippet bak CDMA-teknikken.

På grunn av at signalet bruker litt tid på å komme ned til mottakeren, vil koden generert av mottakeren ”ligge litt foran” og det vil dermed være en tidsforskyvelse mellom disse sekvensene. Mottakeren leter derfor gjennom kodesekvensen for å finne maksimal korrelasjon med det mottatte signalet. Når mottakeren har funnet tilnærmet 100 prosent korrelasjon mellom sekvensene kan den beregne tiden signalet brukte og dermed også (pseudo)avstanden (se figur 2.3).



Figur 2.3: Det øverste mønsteret er koden generert fra satellitten, mens det under er generert hos mottakeren. Ved å måle tidsforskjellen mellom samme del av koden kan tiden signalet har brukt bli beregnet .

Det er vanlig at satellittene sender ut to ulike PRN koder, ”coarse-acquisition code” (C/A kode) og ”precision code” (P-kode)

C/A koden blir modellert på L1 frekvensen og er unik for hver satellitt slik at det er mulig å skille mellom signalene selv om de blir sendt på samme frekvens. C/A koden er 1023 kodeelementer (chips) lang og er kringkastet ved 1.023 mega-chips pr sekund, det vil si at den har et repetisjonsintervall på 1ms. Ettersom signalet går med lysets hastighet vil hver chip være ca 293 meter lang.

P-koden blir modellert på både L1 og L2 frekvensen og er 10 ganger så nøyaktig som C/A koden. Denne koden blir gjentatt hver sjuende dag og har en chipsfrekvens på 10.23 megabit pr sekund. Denne koden er ment for militært bruk og er for tiden kryptert med en Y-kode som gjør den utilgjengelig for sivile brukere.

Den deterministiske modellen for pseudoavstanden ved hjelp av kodemåling kan ifølge Zinas [6] skrives på følgende måte:

$$P_a^1 = \rho_a^1(t, t - \tau_a^1) + I_a^1 + T_a^1 + dm_a^1 + c[dt_a(t) - dt^1(t - \tau_a^1)] + c[d_a(t) - d^1(t - \tau_a^1)] + e_a^1 \quad (2.1)$$

hvor

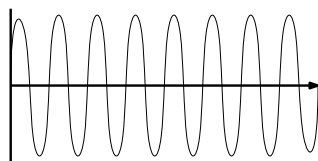
P_a^1	= Pseudoavstanden fra mottaker a til satellitt 1
ρ_a^1	= Den geometriske distansen inklusive fasesenter offsett i mottakerantenne og satellittantenne
τ_a^1	= Tiden signalet bruker fra satellitt til mottaker
t	= Måletidspunktet målt med mottakerklokke
I_a^1	= Ionosfære påvirkning
T_a^1	= Troposfære påvirkning
dm_a^1	= Multipath
c	= Lysfarten
dt_a	= Klokkefeil i mottaker
dt^1	= Klokkefeil i satellitt
d_a	= Hardwareforsinkelse i mottaker
d_1	= Hardwareforsinkelse i satellitt
e_a^1	= Målestøy

Fordelen med kodemåling er at (pseudo)avstanden til satellitten kan beregnes direkte på en enkel og robust måte. Problemet er at det på grunn av chipstørrelsen er en forholdsvis unøyaktig teknikk som ikke gir en bedre nøyaktighet enn noen meter ved bruk av en enkel mottaker. For nøyaktig måling er dermed fasemålinger å foretrekke.

Fasemåling

Ved å se på frekvensen til satellittsignalet, oppnås det bedre nøyaktighet enn ved kodemåling. Dette er fordi målingene har en høyere oppløsning enn ved kodemåling på grunn av bølgelengden til signalene er henholdsvis 19 og 24 cm. Dette tilsier at det er mindre "slark" i systemet i forhold til kodemålingene hvor chiplengden er henholdsvis 300 og 30 meter.

Selve prinsippet bak fasemåling er ganske likt som kodemåling, bare at her genererer mottakeren en kopi av signalet og sammenligner fasen framfor koden (se figur 2.4). Det er imidlertid et viktig poeng at for å utnytte dets fulle potensial er antall hele bølgelengder mellom satellitt og mottaker nødt til bli bestemt. Dette kalles for flertydighetsbestemmelse (se avsnitt 2.2)



Figur 2.4: Hovedutfordringen med fasemålinger er å bestemme antall hele bølgelengder fra satellitt til mottaker.

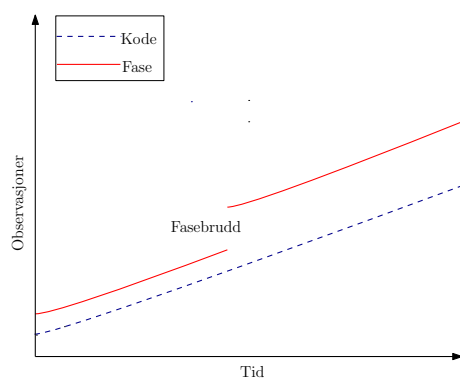
I følge Zinas [6] kan observasjonligningen for fase skrives på følgende måte:

$$\Phi_a^1 = \rho_a^1(t, t - \tau_a^1) - I_a^1 + T_a^1 + \delta m_a^1 + c[dt_a(t) - dt^1(t - \tau_a^1)] + c[\delta_a(t) + \delta^1(t - \tau_a^1)] + \lambda N_a^1 + \epsilon_a^1 \quad (2.2)$$

hvor

Φ_a^1	= Produktet av fasemålingen på bærebølgen fra mottaker a til satellitt 1 observert i enhet meter
ρ_a^1	= Den geometriske distansen inklusive fasesenter-offsett i mottakerantenne og satellittantenne
τ_a^1	= Tiden signalet bruker fra satellitt til mottaker
t	= Måletidspunkt målt med mottakerklokke
I_a^1	= Ionosfære påvirkning
T_a^1	= Troposfære påvirkning
δm_a^1	= Multipath
c	= Lysfarten
dt_a	= Klokkefeil i mottaker
dt^1	= Klokkefeil i satellitt
δ_a	= Hardwareforsinkelse i mottaker
δ^1	= Hardwareforsinkelse i satellitt
λ	= Bølgelengde
N_a^1	= Flertydighet
ϵ_a^1	= Målestøy

Et problem med fasemålinger er muligheten for fasebrudd. Dette oppstår når forbindelsen mellom mottakeren og satellitten blir brutt av for eksempel stor ionosfæreaktivitet eller at satellitten beveger seg "bak" blokkerende objekter som hus eller lignende. Konsekvensen av et slikt fasebrudd er at det oppstår et "hopp" i fasemålingene slik at flertydighetsverdien etter bruddet har fått en annen verdi enn det den hadde før (se figur 2.5). Det er derfor viktig å ta hånd om bruddet før observasjonene brukes i videre prosessering.



Figur 2.5: Hvis et fasebrudd oppstår påvirker det ikke kodemålingen, kun fasemålingen.

Når et fasebrudd er detektert er det hovedsakelig to måter å håndtere det på. Enten ved å reparere bruddet, eller ved å re-initialisere den ukjente flertydighetsparameteren i fasemålingen [7]. Ved kinematiske anvendelser og/eller korte måleserier er det ofte sikrere å bestemme to verdier for faseflertydigheten, én før bruddet og én etter.

2.2 Differensiering

Fasemålingene er mer presise enn kodemålingene, men ettersom de inneholder ukjente flertydigheter(N) kreves det at disse løses før potensialet i målingene utnyttes til det fulle.

Den vanligste måten å eliminere og redusere noen av feilkildene i ligning 2.1 og 2.2, er å danne lineærkombinasjoner på bakgrunn av samtidige observasjoner fra to mottakere a og b, til satellittene 1 og 2. Dette kalles enkel, dobbel og trippel differensiering og beskrives av Zinas [6] på følgende vis:

2.2.1 Enkeldifferanser

Enkeldifferanser dannes på tre forskjellige måter, enten mellom to mottakere og én satellitt(fjerner satellittklokkefeilen og hardwarebiasen), mellom én mottaker og to satellitter(fjerner mottakerklokkefeilen og hardwarebiasen) eller ved måling over to tidsperioder(epoker)

Ved å ta utgangspunkt i observasjonsligningen for fasemåling (ligning 2.2), vil følgende ligninger beskrive enkeldifferensiering

$$\begin{aligned} \Phi_a^1(t_a) - \Phi_b^1(t_b) = \\ \rho_a^1(t_a, t_a - \tau_a^1) - \rho_b^1(t_b, t_b - \tau_b^1) + cdt^1(t_a) - cdt^1(t_b) + c\delta t_a(t_a) - c\delta t_b(t_b) \quad (2.3) \\ + \lambda N_a^1 - \lambda N_b^1 - I_a^1 + I_b^1 + T_a^1 - T_b^1 + \delta m_a^1 - \delta m_b^1 + \epsilon_a^1 - \epsilon_b^1 \end{aligned}$$

Ved denne typen differensiering brukes to forskjellige tidsargumenter t_a og t_b som reflekterer at klokkefeilen er forskjellige i mottakerne[6]. Derimot bruker satellittene som kjent stabile atomklokker, slik at satellittklokkefeilen og hardwarebiasen settes like i de to tidsperiodene og derav blir differensiert vekk.

Måles det imidlertid mellom to satellitter og én mottaker kan klokkefeilen og hardwarebiasen i mottakeren elimineres:

$$\begin{aligned} \Phi_a^1(t_a) - \Phi_a^2(t_a) = \\ \rho_a^1(t_a, t_a - \tau_a^1) - \rho_a^2(t_a, t_a - \tau_a^2) + cdt^1(t^1) - cdt^2(t^2) + c\delta t^1(t^1) - c\delta t^2(t^2) \quad (2.4) \\ + \lambda N_a^1 - \lambda N_a^2 - I_a^1 + I_a^2 + T_a^1 - T_a^2 + \delta m_a^1 - \delta m_a^2 + \epsilon_a^1 - \epsilon_a^2 \end{aligned}$$

2.2.2 Dobbeltdifferanser

Ved å subtrahere enkeldifferanser mellom to satellitter er resultatet dobbeldifferanser.

$$\begin{aligned} \Phi_a^{12} - \Phi_b^{12} = \\ \rho_a^{12} - \rho_b^{12} - I_a^{12} + I_b^{12} - T_a^{12} - T_b^{12} + \delta m_a^{12} - \delta m_b^{12} + \lambda N_a^{12} - \lambda N_b^{12} + \epsilon_a^{12} - \epsilon_b^{12} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Som formelen ovenfor viser, benyttes to mottakere som måler samtidig til to satellitter slik at begge klokkefeilene og hardwarebiasene blir eliminert.

Ved dobbeldifferensiering blir flertydighetsdifferansen $N_a^{12} - N_b^{12}$ definert som en ny parameter N_{ab}^{12} , som på bakgrunn at klokkefeilene og hardwarebiasene blir eliminert, kan estimeres til en heltallsverdi. Det er ved bestemmelsen av dette heltallet brukeren av mottakeren får det som kalles ”fix-løsning”.

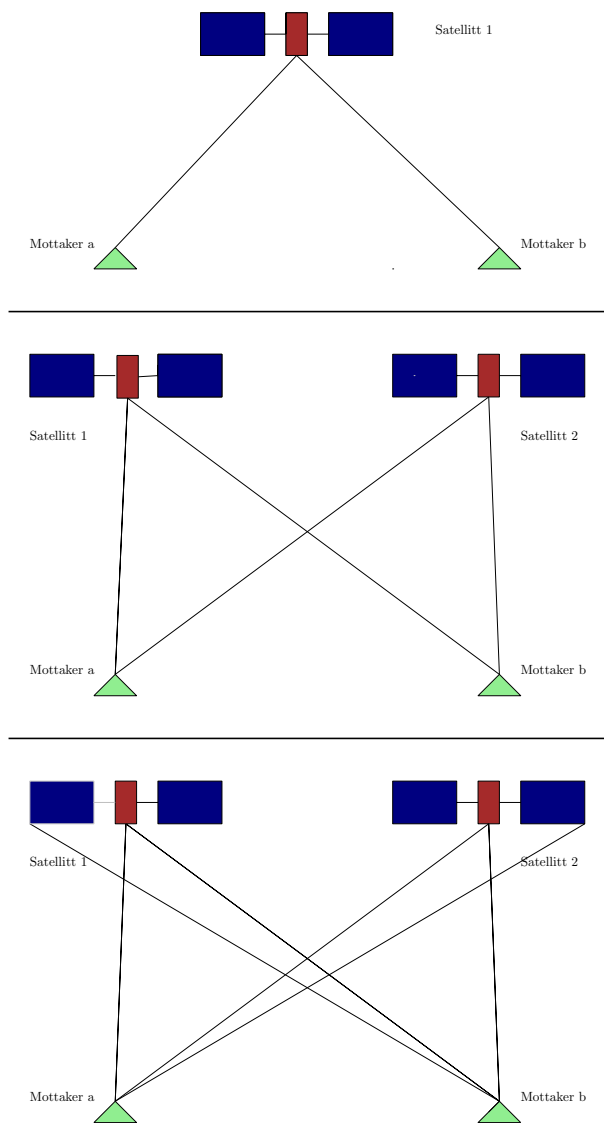
2.2.3 Trippeldifferensiering

I de foregående ligningene er det tatt utgangspunkt i kun én tidsepoke. For å eliminere de tidsavhengige flertydighetene differensieres to dobbeldifferanser mellom to perioder.

$$\begin{aligned} \Phi_{ab}^{12}(t + \Delta t) - \Phi_{ab}^{12}(t) = \\ \rho_{ab}^{12}(t + \Delta t) - \rho_{ab}^{12}(t) - I_{ab}^{12}(t + \Delta t) + I_{ab}^{12}(t) + T_{ab}^{12}(t + \Delta t) - T_{ab}^{12}(t) \\ + \delta m_a^{12} - \delta m_b^{12} + \epsilon_{ab}^{12}(t + \Delta t) - \epsilon_{ab}^{12}(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Ved trippeldifferensiering blir parametre som er konstante mellom ulike tidsepoker slik som klokkefeil, hardware forsinkelse og flertydighetene eliminert [6]. Viktig å legge merke til at selv om flertydighetene blir borte, vil de fremdeles ligge implisitt i målingene, og brukeren vil derfor ikke få ”fix” på samme måte som ved dobbeldifferensiering.

Se figur 2.6 for prinsippskisse av differensiering.



Figur 2.6: Øverst vises prinsippet med enkeldifferanser, i midten dobbeltdifferanser og nederst trippeldifferanser hvor det måles med to mottakere til to satellitter over to perioder.

2.3 Feilkilder

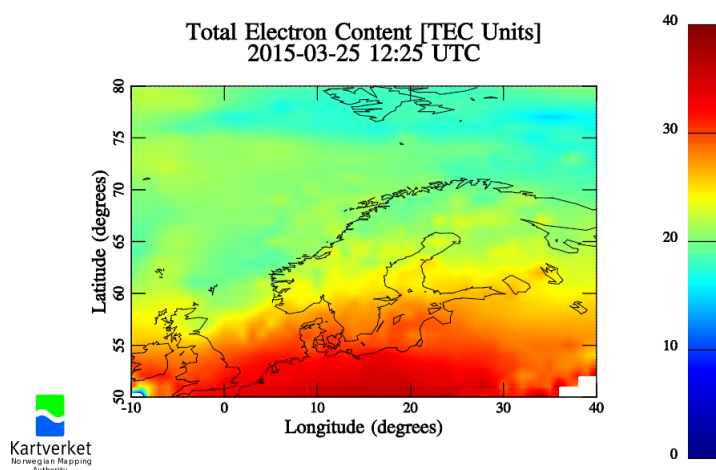
Ettersom signalene som blir sendt ut fra satellittene har en effekt på ca 50 watt (like mye som en vanlig lyspære) tilsier det at er ganske mange faktorer som vil påvirke signalet på veien til mottakeren. Som nevnt er de atmosfæriske forstyrrelsene kanskje de største, men det er også andre feilkilder som påvirker resultatet. I de videre avsnittene kommer det en beskrivelse av de mest signifikante påvirkningene.

2.3.1 Atmosfæriske feil

Påvirkning fra atmosfæren er en betydelig feilkilde på satellittsignalene. Ettersom påvirkningen fra troposfæren og ionosfæren er forskjellig er det vanlig å skille mellom de to.

Ionosfæren er den delen av atmosfæren som ligger mellom 50 og 1000 km over jordoverflaten og påvirkningen fra denne kalles dispersiv eller frekvensavhengig.

Dette laget består av ionisert plasma (se figur 2.7) hvor de negative og de positive ionene blir trukket mot hverandre av elektromagnetiske krefter [6]. På grunn av at atmosfæren er forholdsvis svak ved slike høyder vil elektroner sveve fritt en liten stund før de blir fanget opp av et positivt ion. Det er i perioden elektronene er frie at de påvirker hastigheten og retningen på satellittsignalet. Kodemålingene vil bli forsinket mens fasemålingen vil få en akselerasjon [8]. Ettersom mengden frie elektroner varierer vil påvirkningen fra ionosfæren også variere.



Figur 2.7: Et eksempel plasma-innholdet i ionosfæren, integrert over høyde. Det vil si at det er et mål på total mengde plasma i en vertikal kolonne med grunnsnitt på 1 kvadratmeter. Det er gitt i enheten TECU, som er definert til å være 10^{16} elektroner per kvadratmeter [9].

Mye plasma i atmosfæren betyr imidlertid ikke automatisk problemer, ettersom effektene av dette er frekvensavhengig og dermed kan korrigeres for. Det vil si at ved å benytte seg av flerfrekvente mottakere og måle på to forskjellige frekvenser (for eksempel L1 og L2 frekvensen ved GPS) kan lineære kombinasjoner utledes og 1.ordens effektene dette har på målingene fjernes [10].

$$\Phi_{IF} = -\frac{f_1^2 \Phi_{L1} - f_2^2 \Phi_{L2}}{f_1^2 - f_2^2} \quad (2.7)$$

f_1 = L1 frekvensen

f_2 = L2 frekvensen

Φ_{L1} = Fasemålingen på L1 frekvensen

Φ_{L2} = Fasemålingen på L2 frekvensen

Troposfæren er et ikke-dispersivt medium for frekvenser opp til 15GHz og strekker seg fra bakken og ca 50 km opp [11]. I troposfæren er det de nøytrale atomene som påvirker signalene [6]. Denne effekten er en forsinkelse for alle signaler og hvor mye den forsinkes er avhengig av temperatur, trykk og fuktighet. Det er vanlig å dele den troposfæriske forsinkelsen i en våt del og en tørr del.

$$T = T_h + T_w \quad (2.8)$$

Den tørre delen T_h står for ca 90 prosent av den totale effekten og er for det meste avhengig av trykket. Ettersom trykket er en parameter som måles presist fra bakken er denne delen av den troposfæriske refraksjonen godt bestemt. Den våte delen er imidlertid avhengig av innholdet av vanndamp i troposfæren og på grunn av at denne mengden er veldig varierende er det vanskelig å få presise målinger som kan brukes til å lage gode modeller [11].

2.3.2 Satellittbanefeil

Navigasjonsmeldingene inneholder efemeridedata omkring satellittens posisjon i rommet, og ettersom satellittene på mange måter kan sies å bli brukt som fastmerker for å bestemme posisjonen på bakken, er det svært viktig at disse er godt bestemt. Blant flere organisasjoner, er "The International GNSS Service" (IGS) en av de som generer og distribuerer disse dataene. IGS har som mål å tilby GNSS-data, produkter og tjenester av høyeste kvalitet [12], noe som også innebærer presise efemeride data (se figur 2.8).

IGS Product Table [GPS Broadcast values included for comparison] – updated for 2009!						
		Accuracy	Latency	Updates	Sample Interval	Archive locations
GPS Satellite Ephemerides/ Satellite & Station Clocks						
Broadcast	orbits	~100 cm				
	Sat. clocks	~5 ns RMS ~2.5 ns SDev	real time	--	daily	CDDIS(US-MD) SOPAC(US-CA) IGN(FR)
Ultra-Rapid (predicted half)	orbits	~5 cm				
	Sat. clocks	~3 ns RMS ~1.5 ns SDev	real time	at 03, 09, 15, 21 UTC	15 min	CDDIS(US-MD) IGS CB(US-CA) SOPAC(US-CA) IGN(FR) KASI (KOREA)
Ultra-Rapid (observed half)	orbits	~3 cm				
	Sat. clocks	~150 ps RMS ~50 ps SDev	3 - 9 hours	at 03, 09, 15, 21 UTC	15 min	CDDIS(US-MD) IGS CB(US-CA) SOPAC(US-CA) IGN(FR) KASI (KOREA)
Rapid	orbits	~2.5 cm			15 min	
	Sat. & Stn. clocks	~75 ps RMS ~25 ps SDev	17 - 41 hours	at 17 UTC daily	5 min	CDDIS(US-MD) IGS CB(US-CA) SOPAC(US-CA) IGN(FR) KASI (KOREA)
Final	orbits	~2.5 cm			15 min	
	Sat. & Stn. clocks	~75 ps RMS ~20 ps SDev	12 - 18 days	every Thursday	Sat.: 30s Stn.: 5 min	CDDIS(US-MD) IGS CB(US-CA) SOPAC(US-CA) IGN(FR) KASI (KOREA)

Figur 2.8: Utsnitt fra hjemmesiden til IGS som viser efemerideproduktene IGS kan tilby. Nøyaktigheten på satellittbanen i sanntid ligger på ca 1 meter, men blir betydelig bedre etter noen timer[13].

Som en tommelfingerregel beskriver Teunissen og Kleusberg [14] sammenhengen mellom en feil i banekoordinatene til satellitten og koordinatene på bakken på følgende måte:

$$\left| \frac{db}{b} \right| = \left| \frac{dr}{r} \right| \quad (2.9)$$

hvor

dr = Feil i banekoordinatene

db = Feil i koordinatene til baselinje på bakken

b = Lengden på baselinjen

r = Gjennomsnittelig avstand mellom stasjon og satellitt

Utifra ligning 2.9 kan det konkluderes med at hvis avstanden mellom referansestasjonen og mottaker er liten, vil effekten av satellittbanefeilen være neglisjerbar på grunn av den store avstanden opp til satellitten.

2.3.3 Klokkefeil i mottaker og satellitt

Som observasjonsligningen for fase viser (ligning 2.2), blir komponentene til klokkefeilen i både satellitt og mottaker multiplisert med lysfarten c . Det vil si at en liten feil i klokken vil føre til store feil i fasemålingene. For eksempel vil en feil på 1 ns i klokken føre til 0.3 meter feil i avstandsmålingen.

Som nevnt tidligere vil klokkefeilen i mottakeren bli minimert ved å måle til fire satellitter og på den måten "lure" klokka til å tro at den har nøyaktigheten til et atomur. Klokkefeilen i satellitten er imidlertid litt annerledes og kommer av at satellittklokka ikke er perfekt synkronisert med GNSS system tid. Denne feilen kan bli modellert av kontrollsegmentet og sendt til brukeren via navigasjonsmeldingen. Både klokkefeilen i mottakeren og i satellitten kan bli eliminert vekk ved differensiering (se avsnitt 2.2), slik at disse feilkildene ikke påvirker målingene så lenge de blir korrekt tatt hånd om.

2.3.4 Avvik i antennefasesenteret

Ettersom fasesenteret til antenna som mottar signalet varierer avhengig av elevasjon, asimut, frekvens og intensitet på signalet [11], er det definert et geometrisk punkt på hver antenne som det såkalte antenna reference point (ARP). Ved å ta gjennomsnittet av alle mottatte signal og trekke det fra ARP, blir resultatet det som kalles antennefasesenter-avvik. Dette avviket kan være på alt fra noen få millimeter til noen centimeter [6]. I tillegg må fasesentervariasjonene, som er forskjellen på hver enkelt fasesignal og det gjennomsnittlige, tas med i korrigeringen for den endelige posisjonen. Den totale fasesenterkorreksjonen for en satellitt med asimut α og elevasjonsvinkelen e , kan ifølge Zinas [6] skrives på følgende vis:

$$\Delta\epsilon_\phi(\alpha, e) = \Delta\phi_{PCV}(\alpha, e) + \vec{X}_{Off}\vec{e}_{\alpha,e} \quad (2.10)$$

hvor

$$\begin{aligned} \vec{e}_{\alpha,e} &= \text{Enhetsvektoren i retningen til antenna til satellitten.} \\ \Delta\phi_{PCV}(\alpha, e) &= \text{Fasesentervariasjonen} \\ \vec{X}_{Off}\vec{e}_{\alpha,e} &= \text{Antennefase- avvik} \end{aligned}$$

Både variasjonen mellom hvert fasesignal og avviket mellom gjennomsnittlig fasesenter og ARP blir individuelt beregnet for hver antennetype. Enten ved relativ antenne kalibrering eller absolutt kalibrering.

2.3.5 Multipath

Multipath, eller flerveinterferens, kommer av refleksjoner av GNSS signalet som medfører at signalet ankommer mottakeren via flere veier. Dette er en lokasjon-basert feilkilde, det vil si at den er avhengig av området mottakeren står i, samt

hvilke type antenne som er brukt [6]. Multipath påvirker både kode og fasemåling, men er størst ved kodemåling. Ettersom multipath ikke kan fjernes ved differensiering på grunn av forskjellig påvirkning fra stasjon til stasjon, er det viktig å finne målesteder hvor det er god sikt til alle kanter og det ikke er noen høye objekter i nærheten. Bruk av en såkalt choke ring antenne vil også dempe effekten [11].

2.3.6 Målestøy

Målestøy blir i modellene antatt å inneholde alle umodellerte effekter. Det vil si at all støy som mottakeren selv lager når den mottar fase eller kodemålinger går innunder denne kategorien. Målestøy blir vanligvis antatt å være tilfeldig støy og for fasemålinger er effekten av denne feilkilden noen mm.

Som avsnittene over viser er det mange kilder til forringelse av målinger som blir gjort, og Wübbena [15] har laget følgende oversikt som viser størrelsen på en del av de forskjellige feilkildene.

Feilkilde	Absolutt påvirkning
Satellittbane	2-50 m
Satellittklokke	2-100 m
Ionosfære	0.5-100 m
Troposfære	0.001-0.5 m
Multipath	mm-cm
Antenne	mm-cm

Tabell 2.2: Størrelsen på feilkilder før korreksjon

Tabell 2.2 viser at størrelsen på en del av feilkildene ganske store når de ikke er korrigert for. Hvis feilen imidlertid blir modellert eller fjernet, vil nøyaktigheten øke betraktelig slik tabell 2.3 viser.

Feilkilde	Absolutt påvirkning
Satellittbane	0.1-2 ppm
Satellittklokke	0
Ionosfære	1-50 ppm
Troposfære	0-3 ppm
Multipath	mm-cm
Antenne	mm-cm

Tabell 2.3: Størrelsen på feilkildene etter korreksjon

Her kommer de ulike posisjoneringkonseptene inn i bildet, og for å oppnå best nøyaktighet i sanntid er det gjerne relativ posisjonering som er den beste teknikken.

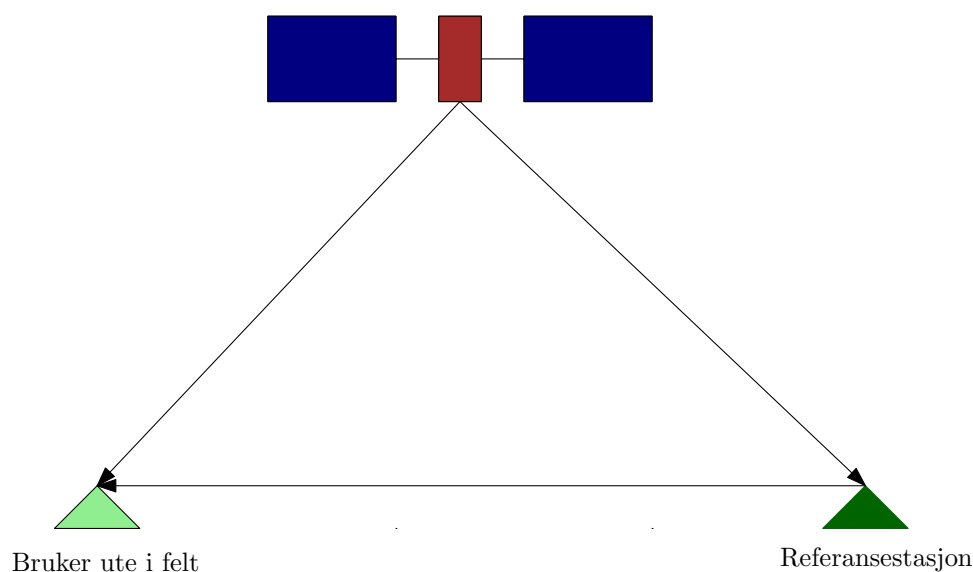
2.4 Relativ posisjonering

Ved relativ posisjonering er poenget å redusere, eller i beste fall eliminere, feilkilder ved å differensiere GNSS målinger gjort ved forskjellige stasjoner på samme tidspunkt [11].

Opprinnelig var denne teknikken beregnet på etterprosessering, men i senere tid har dataoverføringer i sanntid gjort det mulig å overføre korreksjonsdata fra referansestasjoner til roveren ute i felt. Dette har ført til teknikken som idag kalles real time kinematic (RTK).

Ved RTK brukes en referansestasjon med kjente koordinater som beregner korreksjoner på observasjonene den gjør. Brukeren, som står i et ukjent punkt og måler, mottar disse dataene og kan dermed legge disse korreksjonene til sine egne observasjoner og deretter bestemme posisjonen sin med centimeterpresisjon.

For å oppnå nøyaktighet på centimeternivå er det imidlertid nødvendig at rover og referansestasjon måler til de samme satellittene og at avstanden mellom rover og referansestasjon ikke er for stor. Blir avstanden for stor er det slik at de avstandavhengige feilene ikke lenger er de samme for referansepunktet og det ukjente punktet.



Figur 2.9: Prinsippet med RTK. Begge stasjonene måler til samme satellitten og rådata fra referansestasjonen blir overført til roveren som beregner sin presise posisjon

Som figur 2.9 viser kan prinsippet bak RTK se enkelt ut, men selve prosesseringen roveren utfører på rådataene fra referansestasjonen for å få presis posisjonsbestemmelse, kan imidlertid være kompleks.

2.4.1 Nettverks-RTK

Bruken av relative målinger er i stadig utvikling og en variant av RTK, som blir mer og mer brukt, er det som kalles nettverks-RTK. Den største fordelen med nettverks-RTK framfor tradisjonell RTK er at den ikke har den samme avstandsbegrensningen. Dette gjør teknikken mer anvendelig og er hovedårsaken til den økende bruken.

Prinsippet bak nettverks-RTK er det samme som ved tradisjonell RTK, men ved nettverks-RTK kombineres data fra flere referansestasjoner slik at de avstandsavhengige feilene kan interpoleres mellom referansestasjonenes. Dermed gis det mulighet for å øke avstanden mellom rover og referansestasjon, og likevel ha god nøyaktighet på målingene.

Nettverks-RTK krever i teorien 3 referansestasjoner for å generere korreksjoner, men i praksis viser det seg at minst 5 må til for å forsikre seg om at korreksjonene er gode nok[16]. I teorien ligger det heller ingen begrensning på hvor stor avstanden mellom referansestasjonene kan være, men det er likevel vanlig å sette en grense på ca 100 km mellom stasjonene for å være sikker på å oppnå rask og pålitelig flertydighetsløsning[17].

El-Mowafy[16] har trukket fram følgende fordeler og ulemper med nettverks-RTK:

- Billigere for brukeren enn vanlig RTK ettersom det ikke er nødvendig å sette opp egen referansestasjon for hver bruker.
- Nøyaktigheten på posisjonsbestemmelsen er mer homogene og konsistente på grunn av at dempingen av feilkilder er referert til én type programvare og dermed holder seg til et sett av modeller og antakelser.
- Nøyaktigheten er ivaretatt over lengre distanser.
- Det samme området kan bli dekket med færre referansestasjoner sammenlignet med antall permanente stasjoner som trengs ved tradisjonell RTK.
- Nettverks-RTK gir bedre stabilitet og pålitelighet sammenlignet med tradisjonell RTK. Hvis en stasjon faller ut vil andre stasjoner fremdeles opprettholde en god løsning.

Og følgende ulemper:

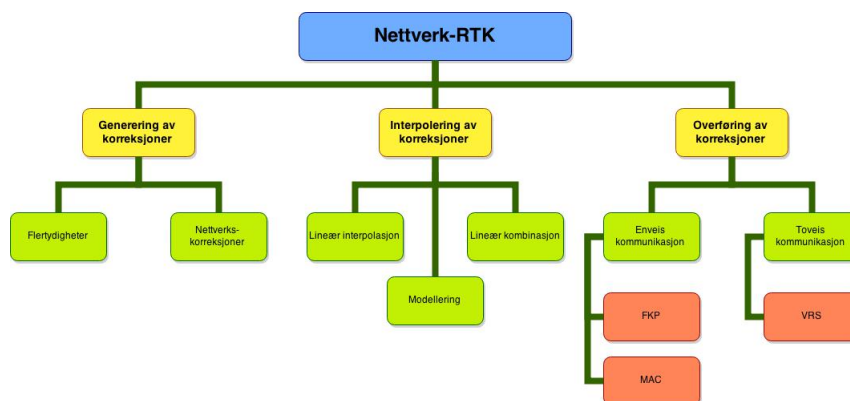
- Kostnaden ved å være abonnent hos en tilbyder av Nettverks-RTK tjenester.
- Kostnaden ved kommunikasjonen mellom bruker og nettverk. For eksempel ved bruk av GPRS eller GSM
- Usikkerheten ved å stole på en ekstern kilde for å motta viktig informasjon.

I tillegg til disse fordelene og ulempene ved generell bruk av nettverks-RTK, kommer det også fordeler og ulemper ved de ulike nettverks-RTK teknikkene som benyttes.

Proessen

Nettverks-RTK prosessen (se figur 2.10) kan sies å bestå av tre hoveddeler [18]:

- Generering av korreksjoner
- Interpolering av korreksjoner
- Overføring av korreksjoner



Figur 2.10: De ulike stegene i nettverks-RTK prosess.

Generering av korreksjoner

Den første delen går ut på å bestemme feilene ved hver referansestasjon [18]. Dette blir gjort ved å måle forskjellen mellom faseobservasjonene og avstanden mellom satellitt og stasjon. Kravet om å ha "fix-løsning" i sanntid gjør dette til hovedutfordringen med nettverks-RTK [19]. Det er imidlertid også nødvendig å ha presise bestemmelser av referansestasjonene og for at nettverket samlet sett skal levere nøyaktighet på centimeter-nivå er det nødvendig at hver stasjon i nettverket har en nøyaktighet som er bedre enn ønsket resultat [6]. Det er derfor viktig at referansestasjonene er plassert på gode steder som reduserer effekten av multipath så mye som mulig, samt at det ikke er noen elektromagnetiske forstyrrelser som påvirker signalene. 360 grader fri sikt fra en elevasjonsvinkel på 5 grader er også viktig [20].

Når nøyaktige posisjonsdata av referansestasjonene er bestemt, ses disse på som kjente i observasjonligningen og bestemmelser av flertydighetene kan begynne. På grunn av avstandene mellom stasjonene ofte er store, er det vanskelig å oppnå samtidige løsninger, det er derfor nødvendig at fix-løsningen blir holdt helt til hele nettverket er på samme flertydighetsnivå, altså at alle dobbeldifferensierte flertydigheter er fiksert relativ til den samme referanse-satellitten [6].

Interpolering av korreksjoner

Neste steg i prosessen er å modellere og interpolere de avstandavhengige feilkildene til brukerens omtrentlige posisjon slik at påvirkningen av de romlig korrelerte feilkildene blir redusert. Det vil si at dannelse av ionosfærefri kombinasjoner, modellering av troposfæren og lignende inngår her. De vanligste interpolasjonsteknikkene som brukes til dette er:

- Lineær interpolasjon
- Lineær kombinasjonsmodell
- ”Low-order surface modelling”
- Minste kvadraters kollokasjon
- Rutenettbasert parametrisering.

Selv om alle teknikken har som mål å modellere de avstandsavhengige feilene mellom referansestasjonene og brukeren, er det den lineære interpolasjonsteknikken som blir mest brukt. For mer informasjon omkring de andre, henvises det til Zinas [6].

Lineær interpolasjon er den vanligste formen for interpolasjon og for et nettverk med tre eller flere stasjoner kan modellen ifølge Dai, Han og Wang et. al [21], beskrives på følgende vis:

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ \vdots \\ V_{n-1,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X_{1n} & \Delta Y_{1n} \\ \Delta X_{2n} & \Delta Y_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ \Delta X_{n-1,n} & \Delta Y_{n-1,n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

hvor ΔX og ΔY er koordinatforskjellen i nord og øst i forhold til en hoved referansestasjon og tilleggstationen n , mens parametrene a og b er koeffisientene for ΔX og ΔY . Når koeffisientene er bestemt kan brukeren, som står i u , benytte følgende lineære modell for å interpolere de avstandavhengige feilene:

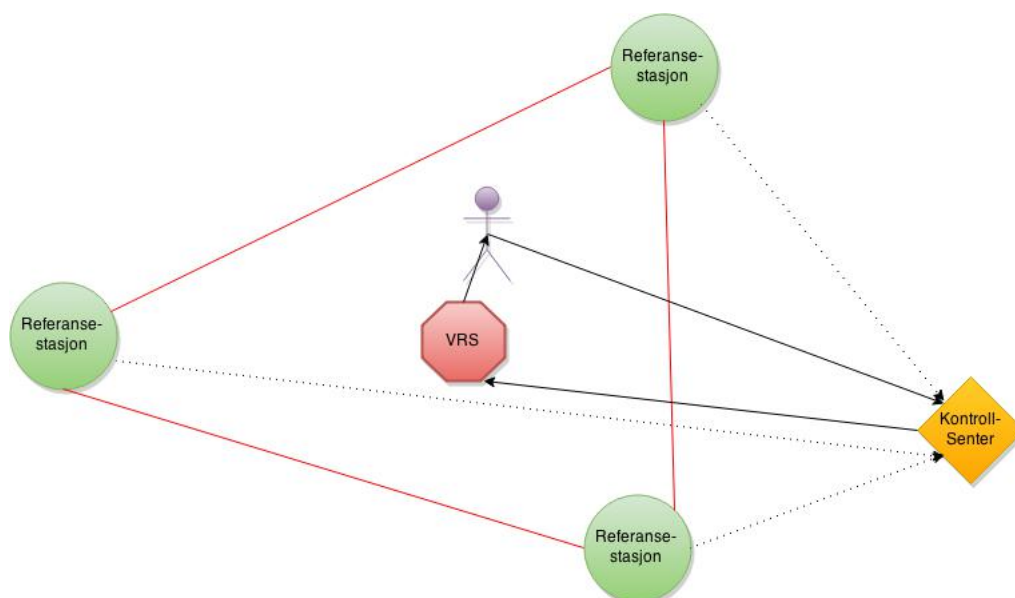
$$V_{un} = a\Delta X_{un} + b\Delta Y_{un} \quad (2.12)$$

Overføring av korreksjoner

Dette er det siste steget, og her blir nettverks-korreksjonene overført til brukeren og posisjonen bestemt. Dette kan skje med både toveis- og enveiskommunikasjon, og det er hovedsakelig Virtual Reference Station(VRS), Master-Auxiliary Concept(MAC) eller Flächenkorrekturparameter (FKP)som er de mest aktuelle teknikkene. VRS er imidlertid den dominerende teknikken, og var i 2005 brukt av hele 95 prosent av alle GNSS installasjoner verden over [22].

Virtual Reference Station:

I denne teknikken er alle referansestasjonene som er med i nettverket knyttet opp til et kontrollsenter og hver stasjon sender sine data dit. Brukeren beregner sin foreløpige posisjon ved bruk av kodemåling og sender denne informasjonen til det samme kontrollsenteret via GSM eller GPRS i standard NMEA(National Marine Electronics Association) format. Kontrollsenteret aksepterer posisjonen som lokasjon for en ny virtuell referansestasjon og beregner observasjoner relatert til denne stasjonen basert på pseudoavstander og fasedata fra den nærmeste fysiske referansestasjonen og interpolerte feilestimer fra nettverket [23]. Brukeren mottar deretter de virtuelle korreksjonene på samme måte som om det var en fysisk referansestasjon den sto ved siden av og ved hjelp av enkle RTK algoritmer beregnes posisjonen (se figur 2.11).



Figur 2.11: VRS kort oppsumert: Brukeren logger på og sender sin foreløpige posisjon til kontrollsenteret via GSM eller GPRS. Kontrollsenteret genererer en virtuell referansestasjon like ved den foreløpige rover posisjonen. Flertydighetene blir bestemt og dobbeldifferanser mellom referansestasjonene blir utført. Den virtuelle referanse stasjonen sender så sine korreksjoner til brukeren akkurat som en fysisk stasjon.

Ved å bruke denne teknikken vil avstanden mellom mottaker og referansestasjon reduseres betraktelig slik at de avstandsavhengige feilene blir minimert og sjansen for riktig løsning maksimert. For å sikre at dataene VRSen baserer seg på er gode nok, er det et minimum med 3 referansestasjoner som omslutter brukeren. Dette er imidlertid absolutt minimum ettersom nøyaktigheten øker betraktelig hvis flere stasjoner brukes [23]. Hvis brukeren beveger seg mer enn ca 5 km unna den virtuelle referansestasjonen, vil vedkommende måtte ringe opp på nytt for å generere en ny stasjon ettersom de avstandavhengige feilene da har endret seg [6].

En av de største utfordringene knyttet til VRS er at den krever toveiskommunikasjon mellom mottaker og kontrollsenter slik at brukeren får sendt informasjon om

sin foreløpige posisjon samt mottar VRS dataene [23]. Før var det et problem ved bruk av GSM som kommunikasjons-link at antall samtidige brukere var begrenset på grunn av hver GSM linje kunne bli brukt av én bruker om gangen. Idag brukes GPRS i større og større grad, så problemer knyttet til samtidige brukere er ikke lenger like aktuelt.

Fordelene med VRS er oppnåelse av god nøyaktighet innenfor hele nettverket. VRS, som andre nettverks-RTK tjenester, tillater også en mindre tett fordeling av referansestasjoner uten at det går ut over nøyaktigheten. Grunnen til dette er at bruk av flere referansestasjoner vil føre til god modellering av romlig korrelerte feil også over lengre avstander. Bruk av VRS vil også tilsi at dataene er fri for multipath-feil ettersom genereringen av den virtuelle referansestasjonen antar at stasjonen er plassert på et ideelt sted [23].

Master-Auxiliary Concept:

Denne teknikken ble introdusert av Euler i 2001 [24] og er sammen med VRS, den teknikken som blir mest brukt i Nettverks-RTK for å oppnå centimeter nøyaktighet [6].

Denne teknikken bruker ikke nødvendigvis hele nettverket av referansestasjoner på grunn av at de atmosfæriske forholdene for en stasjon som ligger langt unna kan være betydelig endret i forhold til der brukeren står, og vil dermed ikke være relevant. For store nettverk er det derfor vanlig å dele nettverket opp i flere sub-nettverk bestående av de nærmeste stasjonene. Hvert sub-nettverk har sin hovedstasjon, mens de resterende stasjonene i nettverket blir det som kalles tilleggstasjoner (se figur 2.12).

Hovedpoenget med denne teknikken er bestemmelsen av flertydighetene mellom stasjonene og få dem på samme nivå innad i et (sub-)nettverk. Når nettverket er etablert blir observasjonsdata fra tilleggstasjonene subtrahert med data fra hovedstasjonen slik at nødvendige korreksjonsforskjeller blir utledet. Observasjonsdataene fra alle referansestasjonene blir så sendt til kontrollsentret og videre til brukeren. Brukeren kan dermed kalkulere påvirkningen av de atmosfæriske og de banerelaterte feilene ved å utføre lineær kombinasjoner på observasjonsdataene fra referansestasjonene og deretter interpolere de til sin posisjon. Eventuelt utføre en direkte interpolasjon av de mottatte korreksjonene fra sub-nettverket [6].



Figur 2.12: Kort oppsummert MAC: Referansestasjonene sender observasjonsdataene til kontroll-senteret. Redusering av flertydighetene til et felles nivå innad i nettverket/sub-nettverket. Foreløpig posisjon blir mottatt av kontroll-senteret fra roveren for å lokalisere de mest passende referansestasjonene (ved bruk av toveis kommunikasjon). Beregning og overføring av korreksjons-data til rover. Presis posisjonsbestemmelse av roveren

Utgangspunktet for beregningen av korreksjonsforskjellene ved bruk av MAC er observasjonligningen for fase beskrevet i ligning 2.2. Ved å trekke enklidifferansene i hovedstasjon og tilleggstasjonene fra hverandre kan følgende korreksjonsformel fra Zinas [6] brukes:

$$V_{ab}^1 = \rho_{ab}^1 - \lambda\phi_{ab}^1 + c\delta t_{ab} + \lambda N_{ab}^1 - I_{ab}^1 + T_{ab}^1 + O_{ab}^1 \quad (2.13)$$

hvor

O_{ab}^1 = Differensiell banefeil

δt_{ab} = Differensiell klokkefeil i mottakeren

Multipath er ikke tatt med i dette uttrykket fordi det er tatt utgangspunkt i at referansestasjonene er plassert på et sted hvor denne effekten kan ses bort ifra.

Korreksjonsformelen inneholder summen av ionosfære, troposfære og banefeil. Klokkefeil i mottakeren blir beregnet ved å bruke pseudoavstands-observasjoner pr epoke.

Ettersom flertydighetene til stasjonene skal være på samme nivå blir alle løst med hensyn på hovedstasjonen i (sub-) nettverket.

For å redusere mengden data overført til roveren er det vanlig å dele korreksjonene i en dispersiv del $V_{ab,L1}^{1,disp}$ og en ikke-dispersiv del $V_{ab}^{1,ikke-disp}$

$$V_{ab,L1}^{1,disp} = \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} V_{ab,L1}^1 - \frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} V_{ab,L2}^1 \quad (2.14)$$

$$V_{ab}^{1,ikke-disp} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} V_{ab,L1}^1 - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} V_{ab,L2}^1 \quad (2.15)$$

hvor

f_1 =frekvens på L1-signalet

f_2 =frekvens på L2-signalet

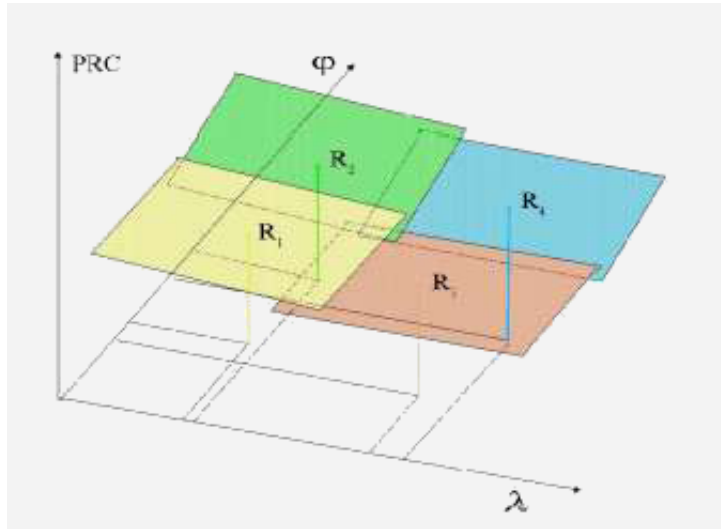
Fordelen med å skille mellom dispersivt og ikke-dispersivt er at ettersom ionosfæreforandringene skjer fort, bør denne delen bli oppdatert oftere enn den ikke-dispersive komponenten som ikke har så hyppige forandringer. Dermed oppnås en bedre utnyttelse av dataoverføringen av de dispersive og de ikke-dispersive komponentene [25].

Fordelen med MAC er at ettersom teknikken bruker de fysiske referansestasjonene har brukeren mulighet til å spore tilbake og feilsøke korreksjonene som har blitt gjort. Muligheten for toveis-kommunikasjon gjør det også mulig for roveren å sende sin foreløpige posisjon til kontrollsentret slik at de referansestasjonene som ligger nærmest blir brukt. MAC teknikken er imidlertid ikke avhengig av toveiskommunikasjon og blir heller sett på som en enveiskommunikasjons-teknikk.

En ulempe er at roveren som er nødvendig for bruk av denne teknikken, er nødt til å gjøre en del av prosesseringarbeidet selv. Det vil si at det er vanskeligere å få denne teknikken ut på massemarkedet ettersom utstyret blir dyrere enn ved bruk av FKP eller VRS[16].

Flächenkorrekturparameter (FKB)

Denne teknikken ble lansert allerede i 1996 [26] og er med det en av de første metodene som har blitt utviklet for posisjonering med Nettverks-RTK. Metoden går ut på at data fra referansestasjonene i nettverket brukes til å utlede lineære parametere som beskriver både de dispersive og de ikke dispersive feilene[6]. Parameterne blir sendt ut til brukeren som dermed kan interpolere feilene ut til sin posisjon. Ved denne teknikken kreves det ikke at kontrollsentret kjenner til roverens omtrentlige posisjon, men muligheten for å benytte seg av det for å oppnå bedre resultat er der.



Figur 2.13: Fire referansestasjoner med sine respektive korreksjonsplater generert av parametrene a og b [6].

Som figur 2.13 viser blir det av korreksjonsparametrene etablert øst-vest og nord-sør flater knyttet til hver referansestasjon. Utbredelsen av korreksjonflaten viser hvor korreksjonene er gyldige. Brukeren som er innenfor nettverket vil motta FKP korreksjoner fra den nærmeste referansestasjonen og dermed gjøre det mulig å minimere de avstandavhengige feilene.

FKB bruker lineær interpolasjon for å utlede parameterne a_{disp} , b_{disp} , $a_{ikke-disp}$ og $b_{ikke-disp}$, som beskriver de horisontale gradientene for de ionosfæriske og geometriske signal komponentene [6]. De avstandavhengige feilene for de ionosfærefri, $\delta r_{R_1 U, ikke-disp}^{1i}$, og geometrifri, $\delta r_{R_1 U, disp}^{1i}$ signalene for en bruker u , med koordinatene ϕ og λ kan ifølge Zinas [6] skrives på følgende måte:

$$\delta r_{R_1 U, ikke-disp}^{1i} = 6.37H(a_{ikke-disp}(\phi_U - \phi_{R_1}) + b_{ikke-disp}(\lambda_U - \lambda_{R_1})\cos(\phi_{R_1})) \quad (2.16)$$

$$\delta r_{R_1 U, disp}^{1i} = 6.37(a_{disp}(\phi_U - \phi_{R_1}) + b_{disp}(\lambda_U - \lambda_{R_1})\cos(\phi_{R_1})) \quad (2.17)$$

hvor

$$H = 1 + 16\left(0.53 - \frac{E}{\pi}\right)^3 \quad (2.18)$$

og E er elevasjonsvinkelen gitt i radianer.

Den korrigerede fasemålingen kan da beregnes som:

$$\Phi_{korrigert} = \Phi - \delta_r \quad (2.19)$$

hvor

$$\delta_r = \delta r_{R_1 U, disp}^{1i} + \delta r_{R_1 U, ikke-disp}^{1i} \quad (2.20)$$

Ved hjelp av enkle RTK algoritmer bestemmes så flertydighetene og ”fix-løsning” kan oppnås.

En ulempe med FKP er at, i likhet med VRS, så mottar brukeren kun de modellerte dataene og ikke rådataene, dermed er det vanskelig å vite noe om hvor store korreksjonene faktisk er[16].

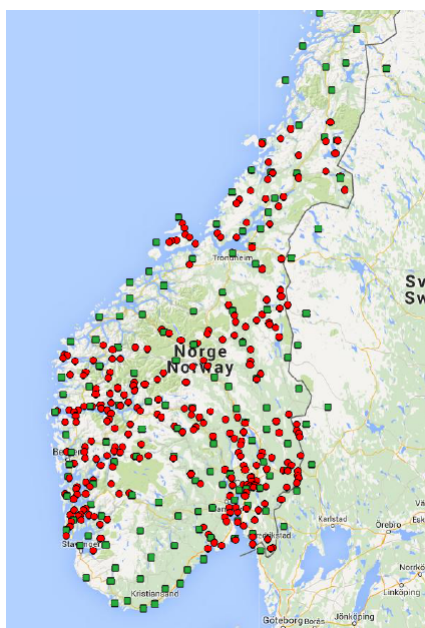
Kapittel 3

Datainnsamling

Datagrunnlaget brukt i denne oppgaven er CPOS-målinger der IGS05 er brukt som referansesystem (se avsnitt 2.1.1). Ettersom IGS05 bruker ellipsoidiske høyder benyttes Kartverkets høydereferansemodell (HREF) for å transformere høydene til det nasjonale høydesystemet NN2000.

Totalt er det 820 målinger som inngår i undersøkelsen fordelt på 289 fasitpunkter (se figur 3.1). Målingene er gjort i perioden 2011-2014. Fasitpunktene er såkalte kampanjepunkter, som blir betraktet som kjente punkt. Disse er målt grundig i målekampanjer hvor det utføres kontinuerlig måling over 5 hele døgn, hovedsakelig i nivellerte punkter.

Fra Kartverket ble det opplyst at det i 2012 ble brukt mobile referansestasjoner på steder med stor avstand mellom de permanente referansestasjonene. Det vil si at på en del av målingene fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er mer enn 15 km, er det mulighet for at det har blitt brukt en mobil referansestasjon for å fortette nettverket. Ettersom de mobile stasjonene ikke inngår i listen over referansestasjonene vil den utregnede avstanden og høydeforskjellen til nærmeste stasjon ikke stemme for de tilfellene hvor avstanden overskrider 15 km. Det har derfor blitt gjort separate undersøkelser for målingene gjort i 2012. De målingene som er gjort med mindre enn 15 km til nærmeste stasjon er også tatt med i den generelle undersøkelsen mobile referansestasjonene ikke har blitt brukt her.



Figur 3.1: De rød sirkelene viser hvor målingene er gjort (altså fasispunktene), mens de grønne firkantene viser referansestasjonene.

3.1 Målepraksis

Selv om alle målingene er gjort med CPOS-tjenesten er det likevel forskjellig utstyr som har blitt brukt ettersom målingene er gjort av forskjellige operatører. På bakgrunn av dette har Kartverket laget en bestemmelse av hvordan målingene skal gjennomføres, for å forsikre seg om at alle målingene blir utført på samme måte. Disse bestemmelsene står i 'Praktisk brukerhåndbok NN2000' og det er tatt utgangspunkt i at disse bestemmelse er fulgt når beregninger er gjort.

Utdrag fra 'Praktisk brukerhåndbok NN2000':

Måling med CPOS

Det skal måles i Test-CPOS. Dette er en tjeneste som opererer i referanserammen IGS05, og som vanligvis er til intern bruk i Statens kartverk. Tjenesten fungerer teknisk sett på samme måte som det operasjonelle CPOS.

Oppsett av mottaker

Det skal måles ellipsoidiske høyder.

Én registrering er et middel av minst fem posisjonsbestemmelser.

Sett inn riktig antenne definisjon og antennetype

Kontroll av utstyr

Det har vist seg at ulike typer utstyr kan gi forskjellig måleresultat. For å kontrollere at utstyret er satt opp med riktig antenndefinisjon og riktig antennehøyde på målestanga, skal utstyret som skal benyttes ved disse måleoppdragene kontrolleres ved måling på et kjent punkt. I 2014 skal kontrollen skje ved måling på Statens kartverk sin kalibreringsbasis i Hønefoss og dokumentasjon på kontrollen skal inneholde følgende punkt:

- *Differanse: målt høyde – fasitverdi (maks. 5 mm)*
- *Instrumenttype inkl. serienummer*
- *Antennetype inkl. serienummer*
- *Lengden på målestanga*

Måletid, antall målinger og tidsrom mellom målingene

Hvert punkt skal oppsøkes minimum tre ganger. Det gjøres minimum tre registreringer for hvert besøk, og mottageren slås helt av mellom hver registrering. Dette er for å sikre at mottakeren gjør ny initialisering for hver registrering. De tre besøkene skal fordeles over minimum to dager. Det skal være minimum 6 timer mellom to besøk på samme punkt. Unngå å måle på samme tid på døgnet hver dag. Andre dags måling skal ha en tidsforskyvelse på minimum én time. Fra 2014 skal denne metoden med tre besøk av punktene ikke lenger benyttes i nye NN2000-prosjekter. Metoden er fortsatt aktuell ved kontrollmåling etter kravene i standarden Posisjonstjenester i sanntid”.

Måling

Kontrollér at det måles i riktig punkt. Noen punkter har mer enn én bolt, så les punktbeskrivelsen nøye. Ved tvil, sjekk mottakerens koordinater mot punktbeskrivelsen. Det anbefales at det brukes målestang med fast lengde for å unngå feil i måling av antennehøyder. Grunnrissnøyaktigheten er av mindre betydning, og hvert besøk på punktene vil normalt vare noen få minutter. Målestanga må likevel sentreres så godt som mulig.

Punktene høydereferanse:

- *Er bolten av type ” Kartverkets skrubolt”, er høydereferansen fot skrue. Det betyr at målestanga må settes tett inntil skruen ved måling. Enkeltregistreringene fordeles rundt skruen. Ved andre typer skrubolter, samt avkappede eller bøyde bolter, må det sjekkes med Kartverket hva som er punktets høydereferanse.*
- *På høydefastmerker er det boltens høyeste punkt som gjelder, uavhengig av om*

det er midt på bolten.

- På rørbolter må stanga settes på toppen/kanten av røret. Settes målestanga med spissen ned i røret blir det noen mm feil.
- For alle andre bolttyper er høydereferansen normalt topp bolt.

Rapportering

Det skal dokumenteres at det benyttede utstyret er det samme som ble kontrollert:

- Instrumenttype inkl. serienummer
- Antennetype inkl. serienummer
- Lengden på målestanga

Målingene skal dokumenteres med følgende innhold for hver registrering:

- Punktnummer
- X, Y, og Z-koordinat (4 desimaler)
- Korrelasjoner mellom koordinatene
- standardavvik s_x , s_y , s_z og tidspunkt for måling - **(Det ble valgt å ikke bruke disse verdiene i denne undersøkelsen slik at alle målingen har lik vekt og målenøyaktigheten er antatt lik)**
- antall satellitter, GPS og GLONASS
- PDOP

Målingene skal leveres i KOF-format. Det lages en KOF-fil for hver dag. Etter første måledag sendes en KOF-fil for kontroll. Når formatet og innholdet er i orden, oversendes måleresultatene fortløpende. For eksempel hver uke.. KOF-fila skal inneholde følgende blokker: 45, 44 og 46, - og i denne rekkefølgen.

3.2 Beregningsgang

Som det står beskrevet i avsnitt 3.1 er koordinatene som blir målt i IGS05 systemet jordsentriske koordinater (X,Y og Z). For å kunne skille mellom målinger i grunnriss og målinger i høyde er det derfor nødvendig å transformere disse koordinatene til nord, øst og høyde via geodetiske koordinater (lengdegrad, breddegrad og høyde).

Med utgangspunkt i de transformerte koordinatene, ble avvikene mellom fasitverdi og observert verdi beregnet, og disse avvikene gir grunnlaget for nøyaktighets og presisjonsmålene presentert i oppgaven.

3.2.1 Statistiske begreper

Presisjon og nøyaktighet er betegnelser som blir brukt for å beskrive forholdet mellom målinger og den sanne verdien [27], og til tross for at dette ofte er begreper

som gjerne blir brukt om hverandre er det forskjell på hva som ligger i ordet.

Nøyaktighet kan bli definert som nærheten mellom den sanne verdien og et estimat av denne verdien. Dette begrepet gir et mål for den systematiske feilen i en analyse. Det er vanlig å beregne RMS (Root Means Square) for å si noe om nøyaktigheten på et datasett med sanne feil.

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |X_n|^2} \quad (3.1)$$

hvor

N = Antall observasjoner

X_n = Verdien av feilen for observasjon n

Dette er altså roten av det gjennomsnittlige avviket mellom måling og fasit kvadrert. En høy RMS verdi betyr at målingene ligger langt unna fasitverdien mens en lav RMS verdi vil si at målingene i gjennomsnitt ligger i nærheten av fasit.

Presisjon er imidlertid et mål på spredningen i resultatene ved gjentatte målinger av den samme størrelsen. Presisjonen er dermed et mål på de tilfeldige feilene som ligger i målingene. For å gi et tall på presisjonen er det vanlig å bruke standardavvik.

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |A_i - \mu|^2} \quad (3.2)$$

hvor

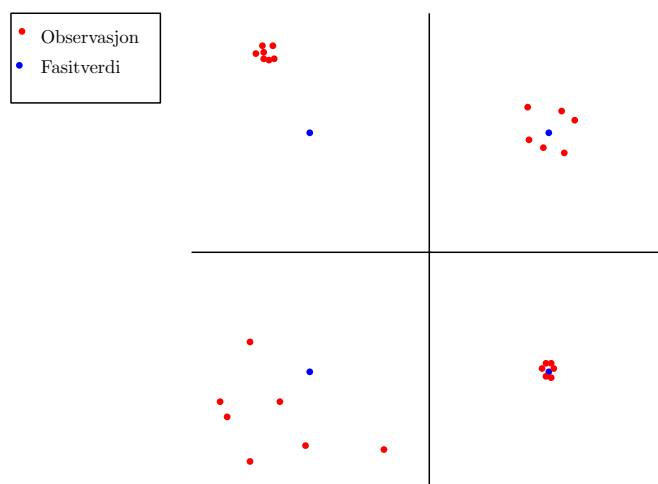
N = Antall observasjoner

A_i = Verdien til observasjon i

μ = Forventningsverdien av observasjonene

Et høyt standardavvik tilsier at målingene har stor spredning i forhold til forventningsverdien, mens et lavt standardavvik betyr at målingene har lav spredning.

Se figur 3.2 for ytterligere beskrivelse av presisjon og nøyaktighet.



Figur 3.2: Øverst til venstre vises et eksempel på god presisjon, men med dårlig nøyaktighet. Øverst til høyre har målingene god nøyaktighet men dårlig presisjon. Nederst til venstre har målingene både dårlig nøyaktighet og dårlig presisjon. Nederst til høyre vises god presisjon og god nøyaktighet.

Andre statistiske begreper brukt i oppgaven er **regresjonslinje** og **R^2 -verdi**. En lineær regresjonslinje er en lineær linje som er tilpasset ut fra observerte data. En slik linje kan sies å predikere en verdi av y for en gitt verdi av x . R^2 er en størrelse som brukes for å si noe om hvor god modellen (i dette tilfellet den lineære regresjonslinja) passer til dataene. En R^2 på 1 tilsvarer en perfekt lineær sammenheng, hvor alle observasjonene ligger på linja, mens en verdi på 0 tilsier at det er ingen lineær sammenheng.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SS_{yy}} \quad (3.3)$$

hvor

$$SSE = \sum (y_i - \hat{y})^2$$

$$SS_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

\hat{y}_i = Predikerte verdien for y_i

\bar{y} = Gjennomsnittverdien til y

Gjennomsnitt, maksimumsverdier og minimumsverdier har i tillegg blitt beregnet.

3.2.2 Grovfeilsøk og analyse

Fra Kartverket ble det opplyst om at en del av målingene i datagrunnlaget, ble gjort med fokus på høyde. Dette betyr at nøyaktigheten i grunnriss kan ha blitt skadelidene. Ettersom det ikke finnes noe oversikt som viser hvilke målinger hvor fokuset har vært høydemåling, er det klart at bestemmelsen av de generelle nøyaktighetsmålene til tjenesten vil bli påvirket av den usikkerheten som ligger i

grunnrissmålingene. Forenklet grovfeilsøk ble derfor utført for å fjerne de største avvikene og få et pålitelig resultat. Grovfeilsøkene er gjort med en toleransegrense på henholdsvis 3RMS, 2RMS, 1%, 2.5%, 5% og 10%. Søkene med toleransegrense på 3RMS og 2RMS ble utført som en iterativ prosess hvor ny RMS-verdi ble beregnet for hver grovfeil som ble detektert og fjernet, helt til ingen avvik var større enn grensa. Dette er en metode som fungerer bra på datasett med et stort antall observasjoner og passet derfor godt til datagrunnlaget i denne undersøkelsen. Hvis det ble detektert en grovfeil i nord-sør ble det tilhørende avviket i øst-vest også fjernet (og motsatt). Grunnen til dette er at en grovfeil i nord-sør vil svekke påliteligheten til målingen i øst-vest (og motsatt) slik at målingen i øst-vest også må fjernes selv om den tilsynelatende virker ok. De prosentvise søkene ble gjort ved å sortere avvikene etter størrelse og fjerne de som var over prosentgrensa.

En annen del av analysen var å finne en eventuell sammenheng mellom avstand og høydeforskjell mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon, og kvaliteten på målingene. Ettersom tettheten med referansestasjoner er såpass god, og derav avstanden mellom målepunkter og referansestasjon relativt små ble det benyttet standard Pytagoras formel for å beregne avstandene mellom målepunktene og nærmeste referansestasjon. For å beskrive sammenhengen ble det beregnet 1.ordens regresjonslinje etter hvert grovfeilsøk, samt R^2 verdier for å beskrive hvor godt linjene representer observasjonene.

For å beregne høydeforskjellen var det tilstrekkelig å trekke høyden til referansestasjonen fra den oppgitte høyden til målepunktet, mens regresjonslinje og R^2 -verdi ble brukt for å finne eventuell sammenheng.

Kapittel 4

Resultater og kommentarer

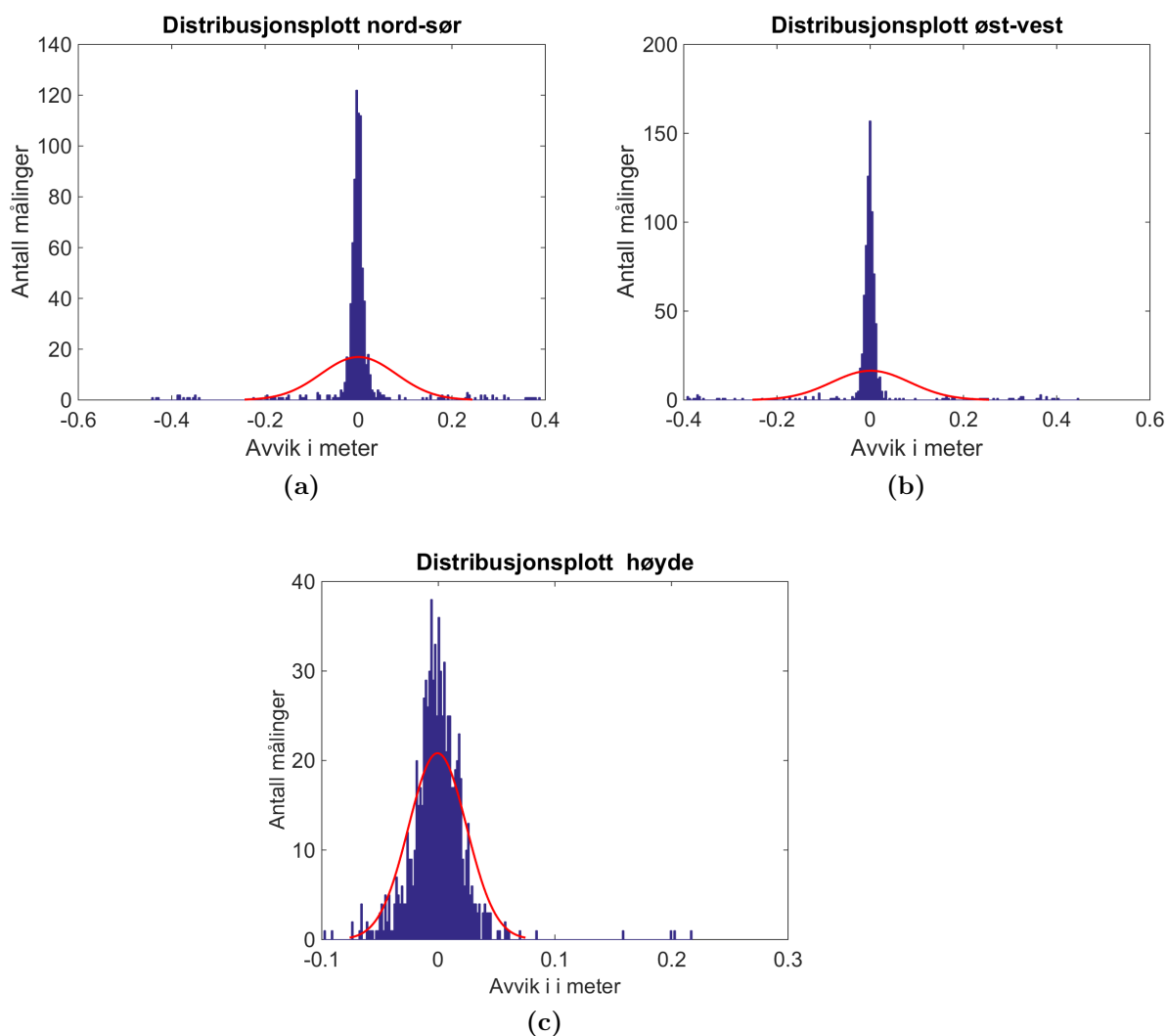
Resultatene fra undersøkelsen vil i dette kapittelet bli presentert som distribusjonsplott, spredningsplott og tabeller. Plottene som presenterer alle dataene har den oppløsningen som passer best for hvert enkelt plott, mens plottene som blir presentert etter grovfeilsøk er laget slik at nord-sør og øst-vest er sammenlignbare for det aktuelle søket, mens høydeplottene er sammenlignbare over alle de aktuelle søkene.

2012 målingene blir presentert i et avsnitt for seg selv for å se om bruken av de mobile referansestasjonene har hatt en positiv effekt på målingene.

Noen kommentarer vil bli gitt underveis for å gi en korrekt presentasjon av resultatene, men for øvrige diskusjoner og analyser henvises det til kapittel 5.

4.1 Distribusjonsplott

Figur 4.1-4.7 viser fordelingen av feilene i forhold til oppgitt fasitverdi og hvor store de er. En normalfordelings-kurve er plassert over histogrammet for å vise hvordan målingene er fordelt i forhold til en normalfordeling.

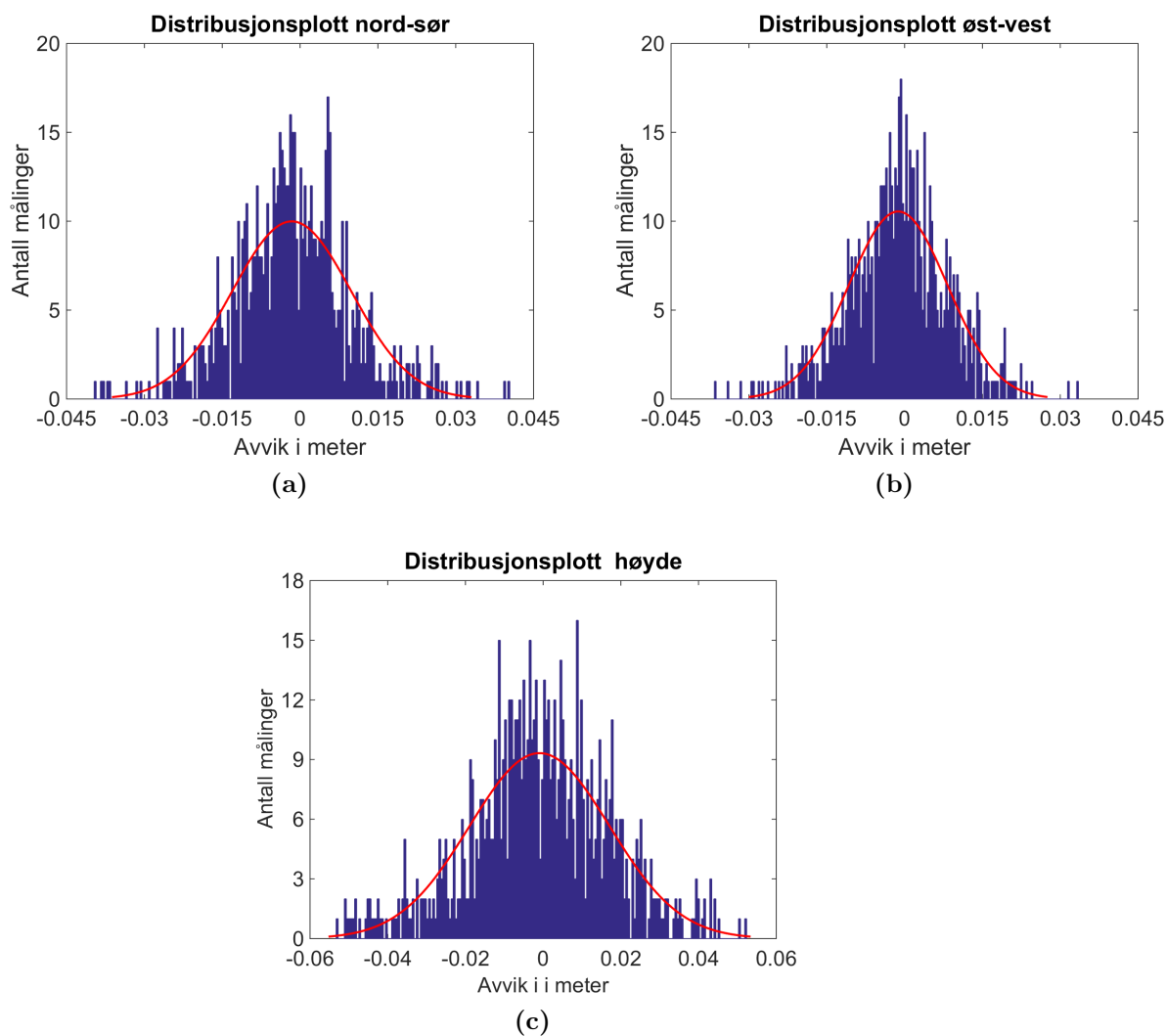


Figur 4.1: Distribusjonsplott over alle målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c)

Som figur 4.1 viser ligger majoriteten av målingene i både grunnriss og høyde rundt 0 pluss/minus 6-7 centimeter. Litt overraskende er det å se at de største avvikene i både nord-sør målingene og øst-vest målingene er større enn de største i høyde, dette har nok sammenheng med at en del av målingene er gjort med hensyn på høyde framfor grunnriss.

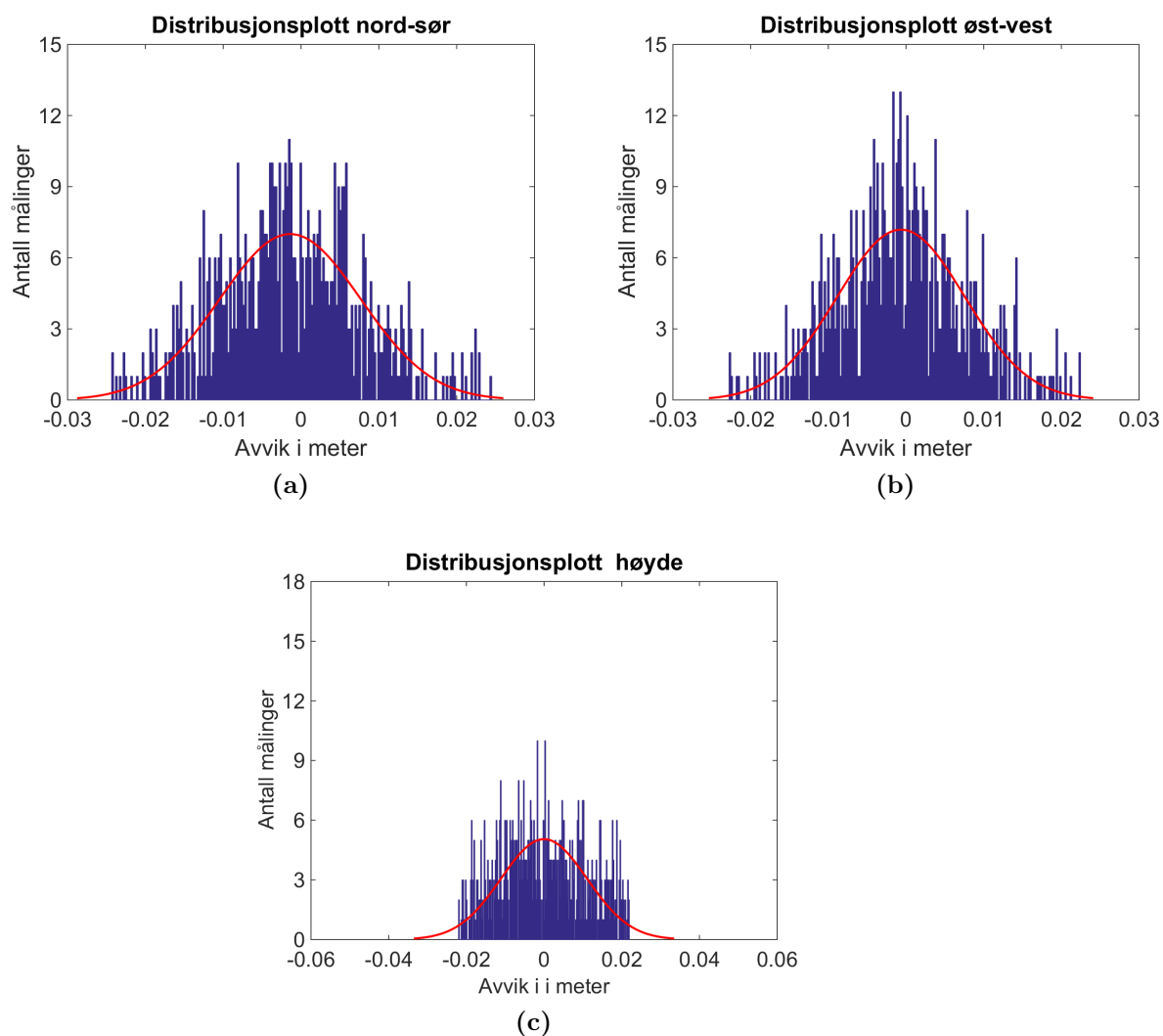
Grovfeilsøk

Ved å gjøre et grovfeilsøk med henholdsvis 3RMS og 2RMS som toleransegrense, fjernes målingene med de største feilene.



Figur 4.2: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) etter at et grovfeilsøk med toleransegrense på 3RMS er gjort.

Etter et grovfeilsøk på 3RMS fjernes 104(12.6 %) målinger i grunnriss og 25(3%) målinger i høyde. Som figur 4.2 viser ligger nå de største feilene i høyde.

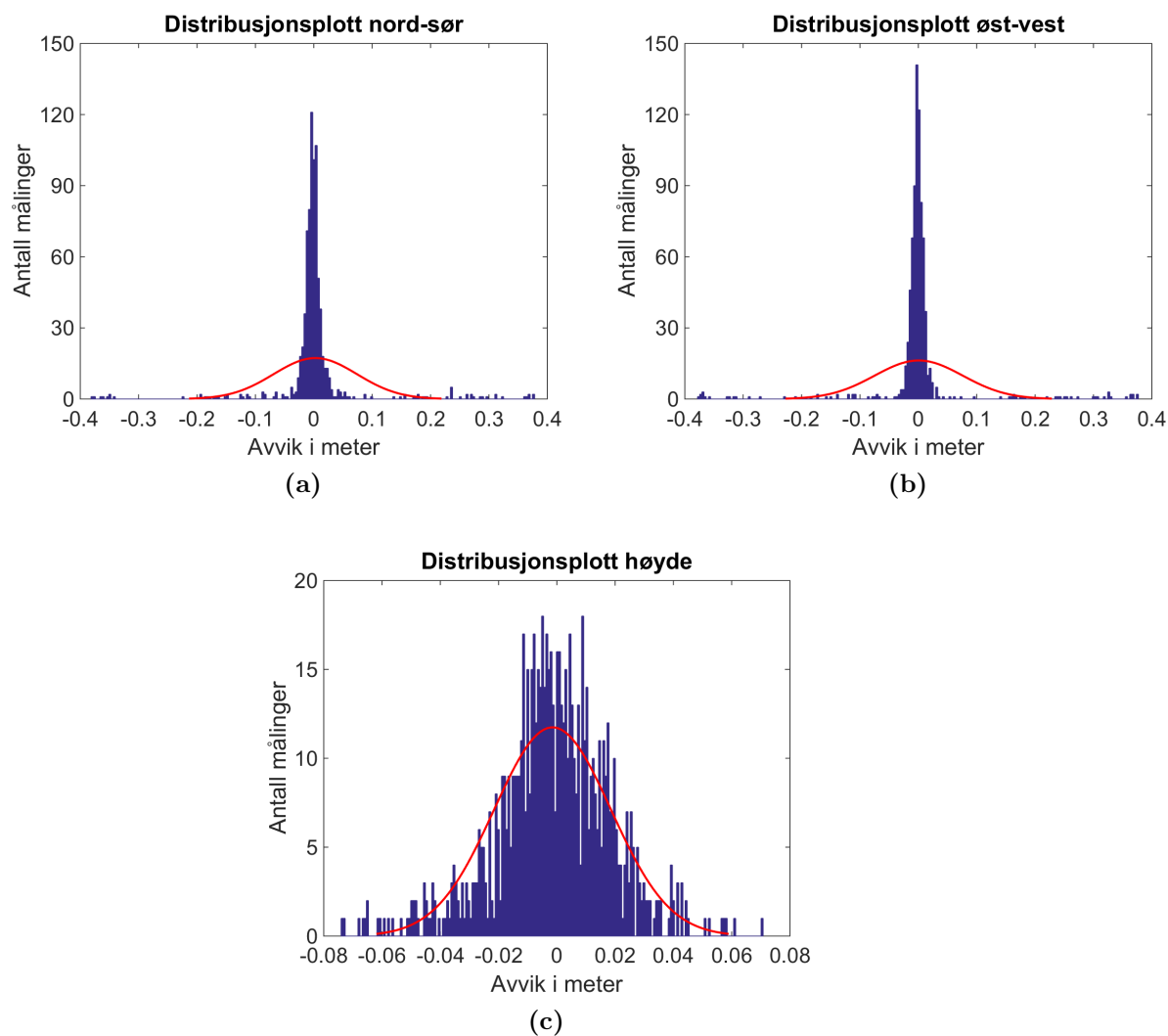


Figur 4.3: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) etter at et grovfeilsøk med toleransegrense på 2RMS er gjort.

Etter grovfeilsøk med toleransegrense på 2RMS er utført har 169 (20.5 %) målinger blitt fjernet i grunnriss og 184(22.4 %) i høyde. Dette er betydelig større tall en forventet, ettersom et søk på 2RMS i teorien kun skal fjerne de 5 % dårligste.

Ved å gjøre et grovfeilsøk basert på prosent, fjernes de henholdsvis 1 %, 2.5%, 5% og 10 % største avvikene i datasettet.

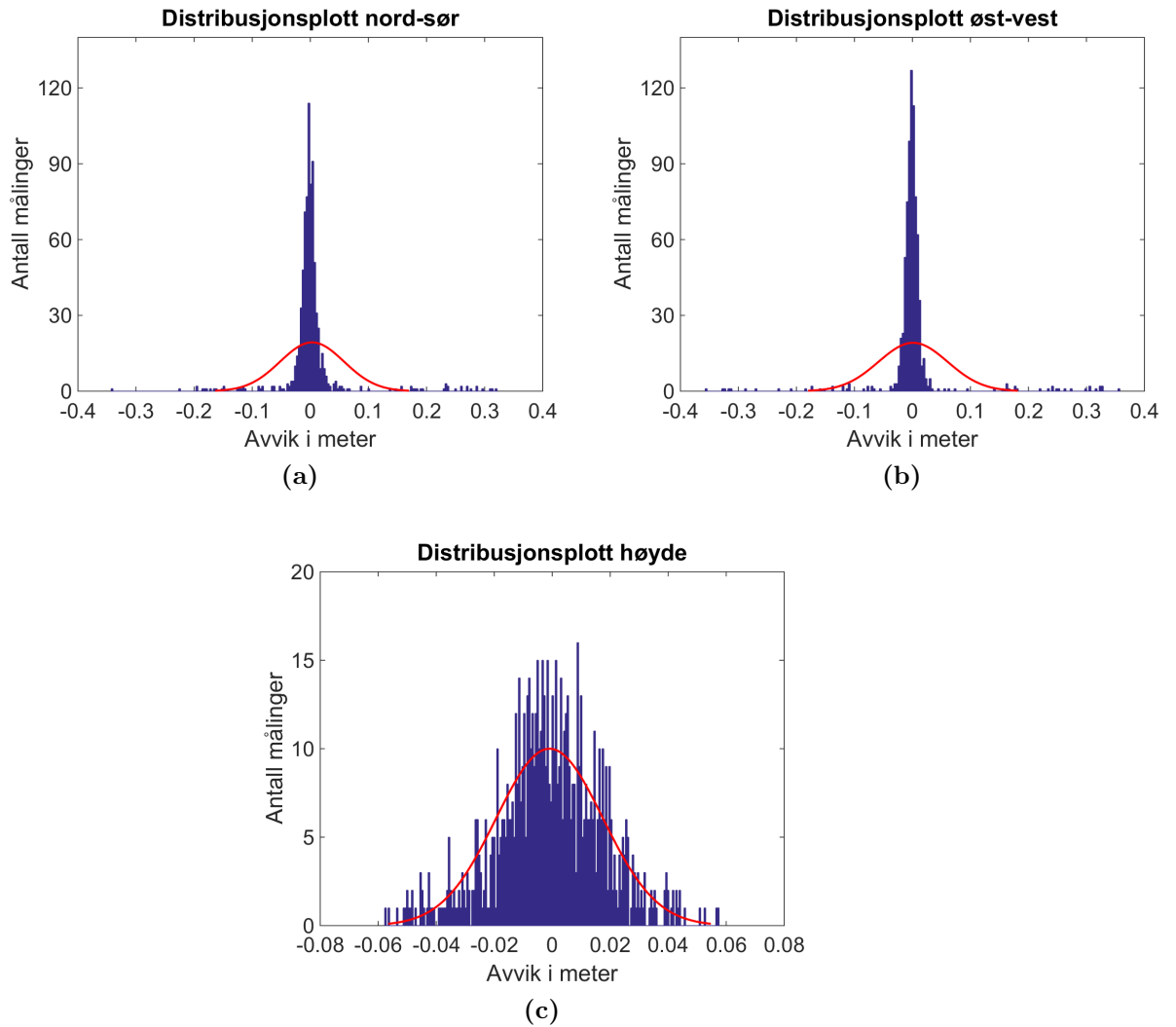
Fjerning av de 1 % dårligste:



Figur 4.4: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) når de 1 % største avvikene er fjernet

Ved å fjerne de 1 % (8) dårligste målingene viser figur 4.4 at spredningen i nord-sør og øst-vest fremdeles er ganske stor, mens høydistribusjonen ser ut til å ha blitt snevret enn del inn.

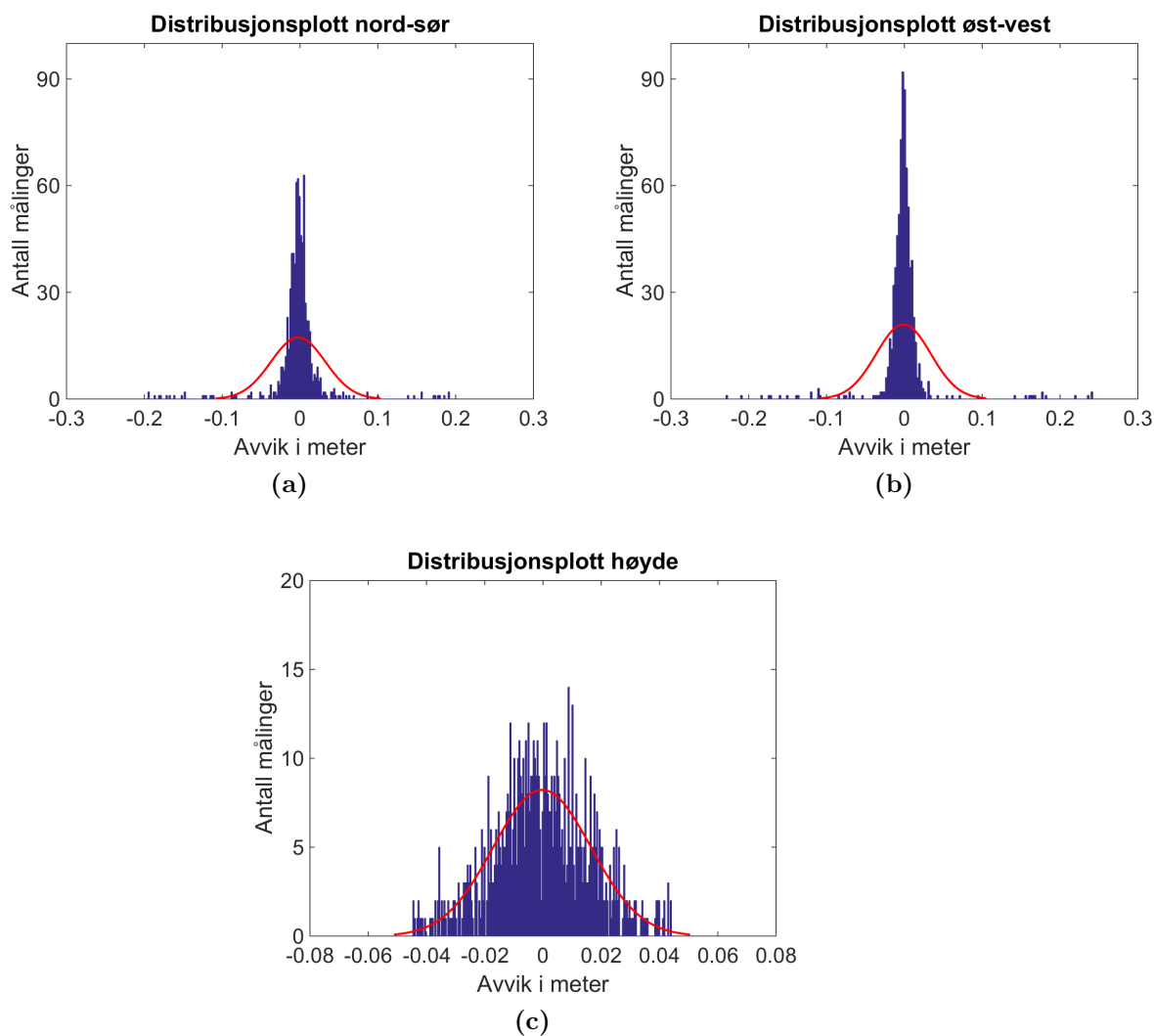
Fjerning av de 2.5 % dårligste:



Figur 4.5: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) når de 2.5 % største avvikene er fjernet.

Fjerning av de 2.5 % (21) dårligste gir ikke så stor forskjell fra figur 4.4, men som figur 4.5 viser, begynner det å bli få avvik som er større enn 20 centimeter. Det er likevel fremdeles avvik som ligger opp mot 35 centimeter i nord-sør og øst-vest.

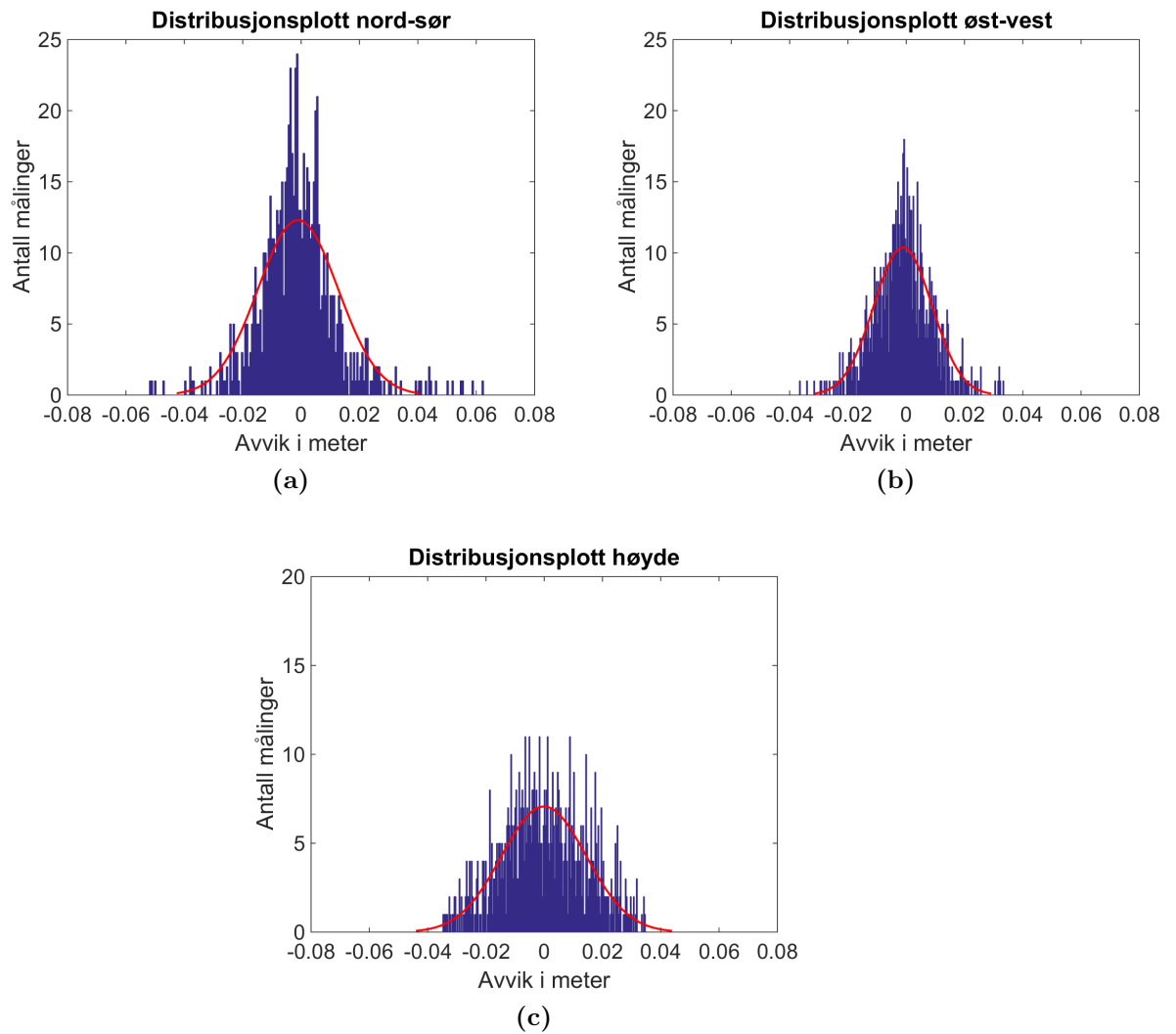
Fjerning av de 5 % dårligste:



Figur 4.6: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) når de 5 % største avvikene er fjernet.

Fjerning av de 5 % (41) største feilene i figur 4.6 gir et betydelig snevrere distribusjonsplott kontra figur 4.4. Ingen avvik er nå større enn ca 25 centimeter i nord-sør, øst-vest og ca 5 centimeter i høyde.

Fjerning av de 10 % dårligste:

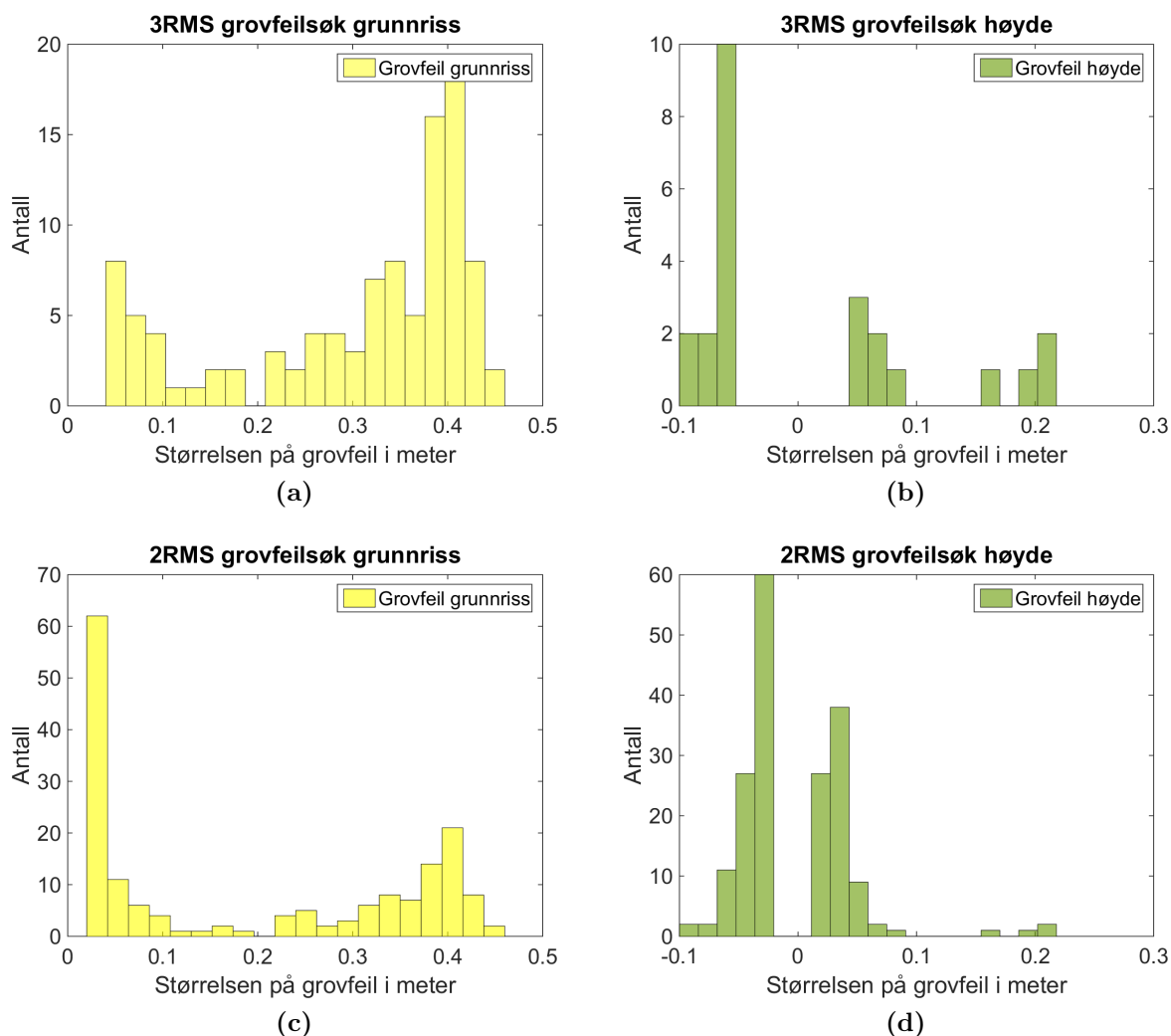


Figur 4.7: Distribusjonsplott over målinger i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) når de 10 % største avvikene er fjernet.

Ved å fjerne de 10 % (82) største avvikene fra fasitverdien, viser figur 4.7 at distribusjonsplottene i nord-sør og øst-vest begynner å ligne mer på distribusjonsplottet for høydeavvik. Ingen feil er nå større enn 6 centimeter verken i nord-sør, øst-vest eller høyde.

Grovfeildistribusjon

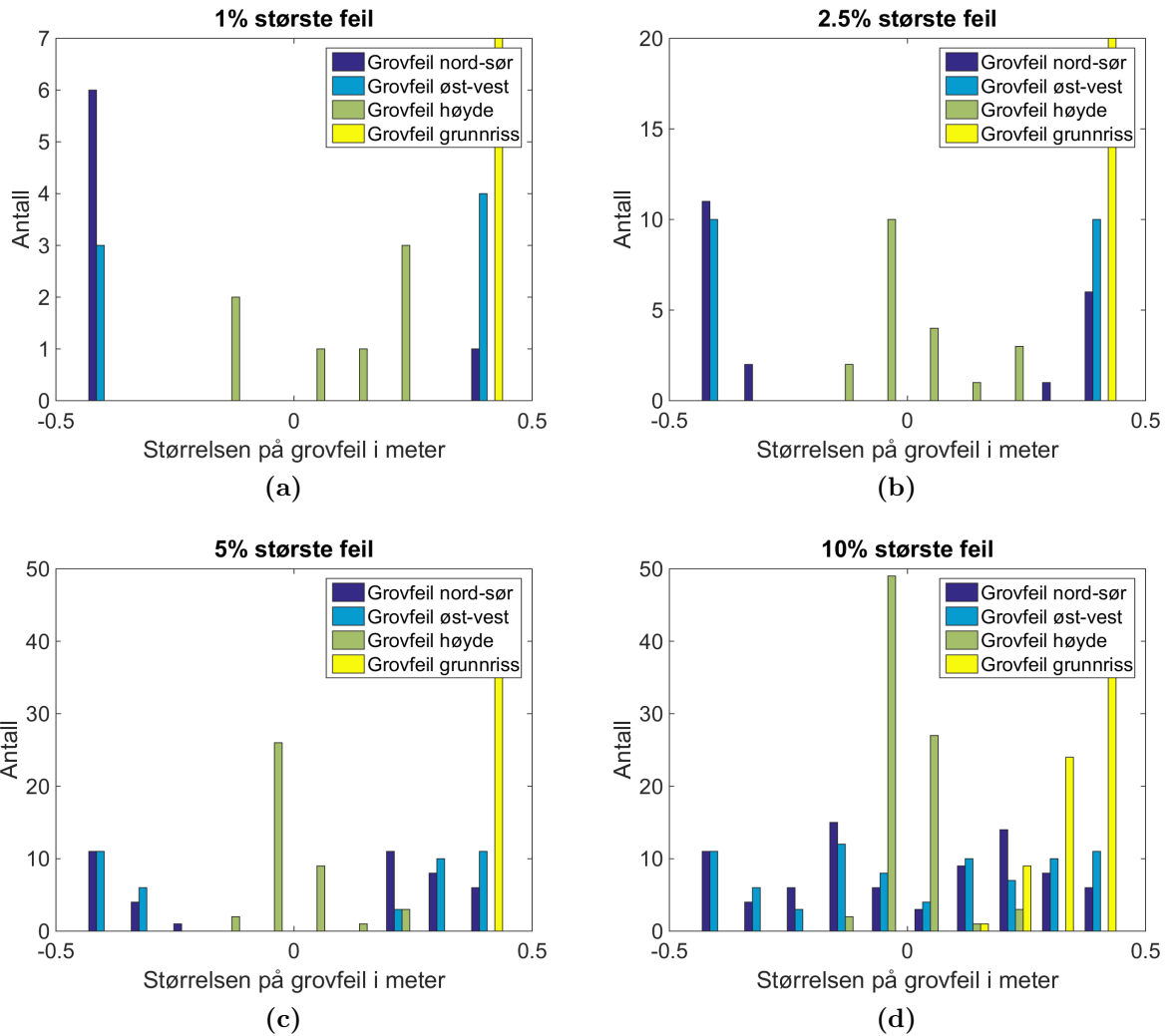
Fordelingen av de detekterte grovfeilene etter de ulike formene for sortering vises i figur 4.8 og 4.9. Grovfeildistribusjonen etter grovfeilsøk på 2RMS og 3RMS er presentert i høyde og grunnriss, mens distribusjonen etter prosentvise søk er presentert som nord-sør, øst-vest, grunnriss og høyde.



Figur 4.8: Fordelingen av grovfeil i grunnriss og høyde etter at grovfeilsøk med toleranse på henholdsvis 3RMS (a) og (b) og 2RMS (c) og (d).

	2RMS	3RMS
ANTALL	169 (20.5%) I GRUNNRISS 184 (22.4%) I HØYDE	104 (12.6%) I GRUNNRISS 25 (3.0%) I HØYDE
GJSNITT HØYDE	-0.0028	0.0086
GJSNITT GRUNNRIS	0.1960	0.3002

Tabell 4.1: Gjennomsnittsverdier på de forcastede avvikene etter grovfeilsøk basert på 2RMS og 3RMS er gjennomført. Alle avstandsenheter er i meter.



Figur 4.9: Fordelingen av de henholdsvis 1%(a), 2.5%(b), 5%(c) og 10%(d) største feilene.

	1%	2.5%	5%	10%
ANTALL	7	21	41	82
GJSNITT NORD-SØR	-0.2956	-0.1195	0.0369	0.0054
GJSNITT ØST-VEST	0.0662	0.0042	0.0533	0.0265
GJSNITT HØYDE	0.0963	0.0103	-0.0080	-0.0060
GJSNITT GRUNNRIS	0.4327	0.4185	0.4060	0.3588

Tabell 4.2: Gjennomsnittsfeil etter grovfeilsøk basert på prosent. Alle avstandsenheter er i meter

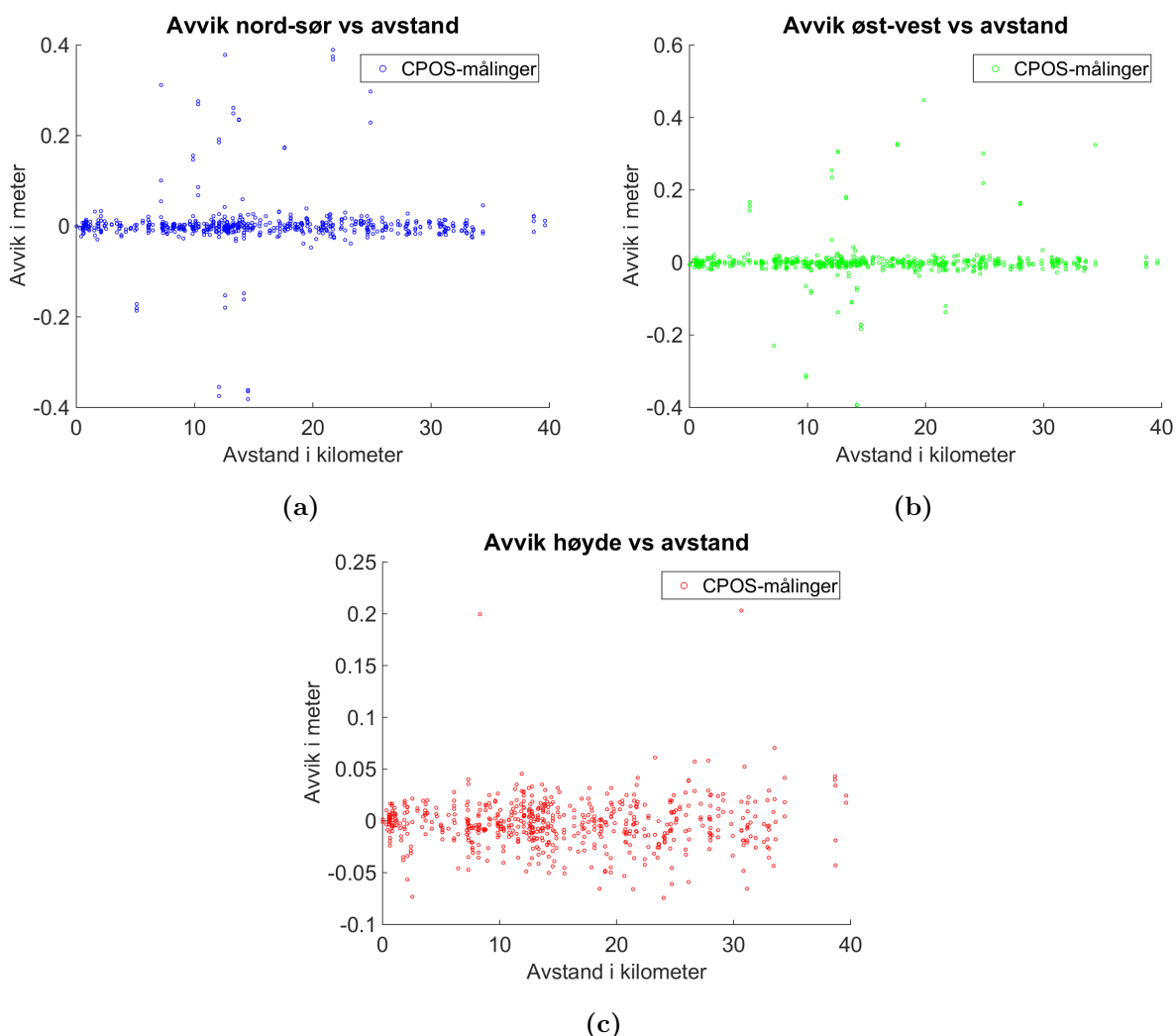
Som figur 4.8 og 4.9 viser er det forholdsvis jevn fordeling av positive og negative grovfeil noe som også vises i gjennomsnittsverdiene i tabell 4.1 og 4.2. Unntaket er feilene i nord-sør hvor det er en ganske klar overvekt av store negative feil.

Disse blir imidlertid veiet opp av ikke fullt så store, men desto flere positive feil, etterhvert som prosentsøket blir større. Feilen i grunnriss vil alltid være positive ettersom avvikene i nord-sør og øst-vest blir kvadrert for å finne denne.

4.2 Avvik med hensyn på avstand

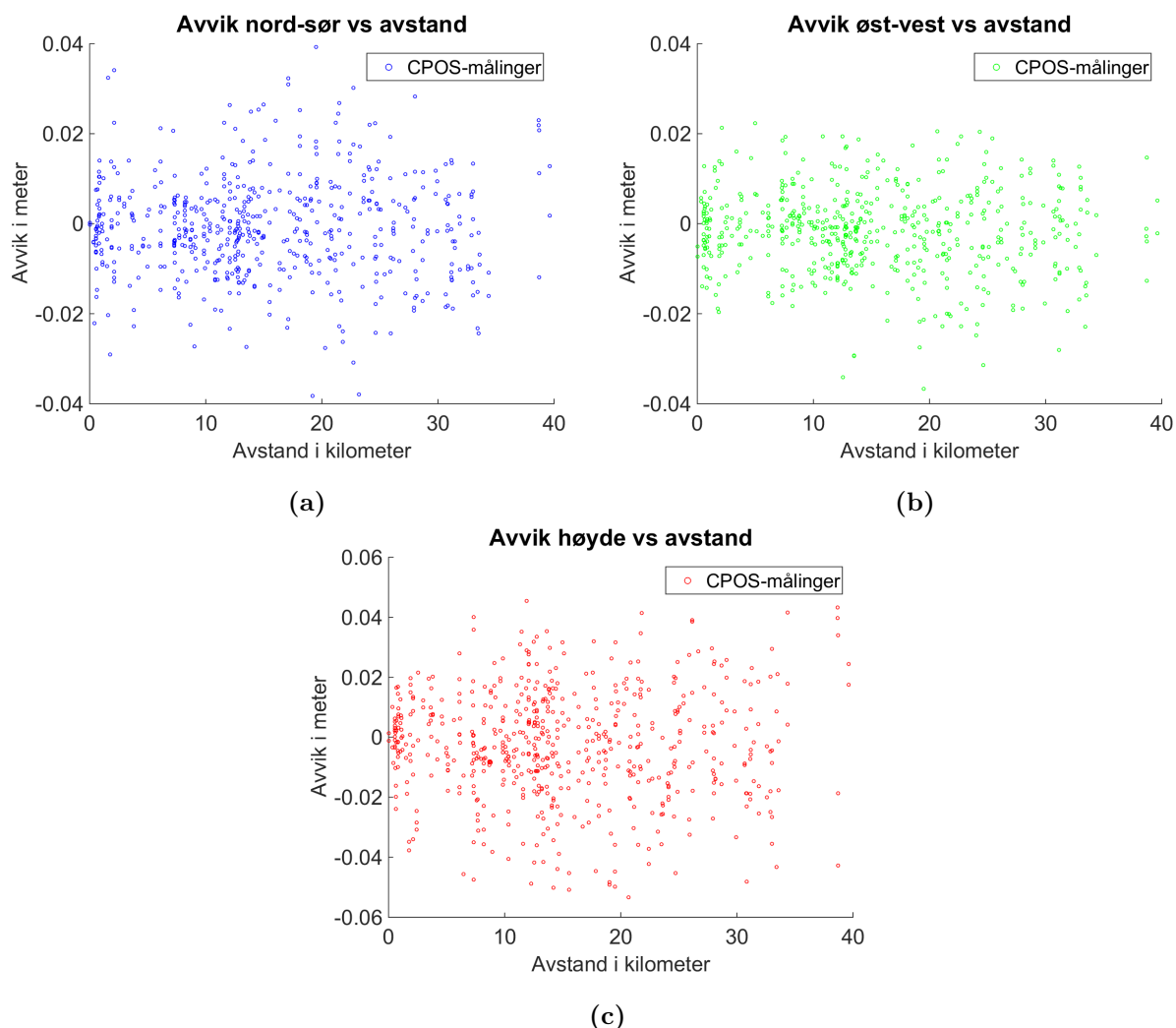
Ved å plote avvikene fra fasitverdiene med hensyn på avstanden til nærmeste referansestasjon, er det mulig å se om det finnes en sammenheng. Også her plottes målingene ved å gjøre grovfeilsøk med henholdsvis 3RMS, 2RMS, 1%, 2.5%, 5% og 10% som toleransegrense for hvor stort avviket kan være. Målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste faste referansestasjon er mer en 15 km er ikke med i disse plottene.

Ingen grovfeilsøk utført:



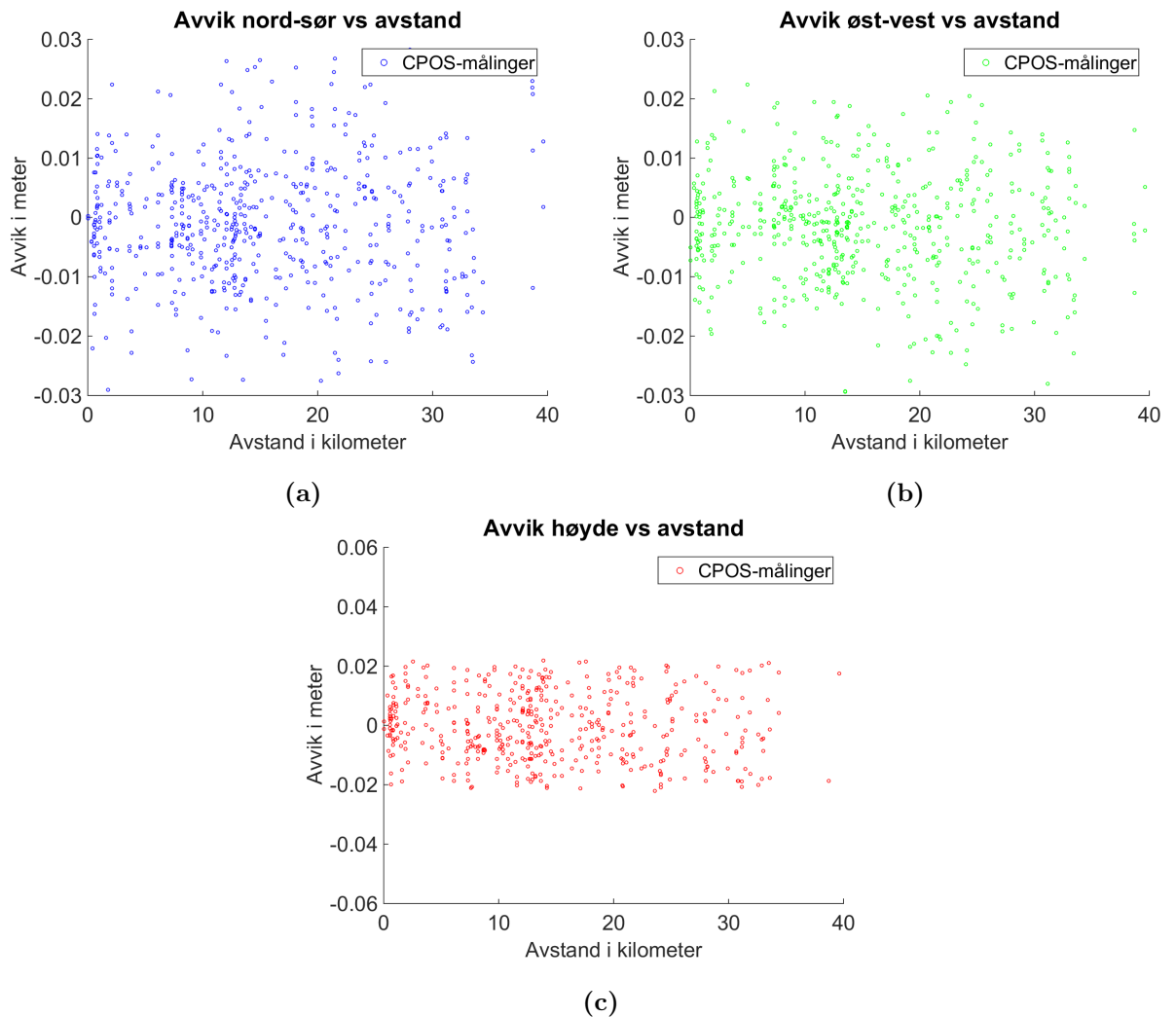
Figur 4.10: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger utenom de gjort i 2012 som er over 15 km fra nærmeste referansestasjon

Grovfeilsøk basert på RMS:



Figur 4.11: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik med større verdi enn 3RMS har blitt sortert ut og målinger fra 2012 med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

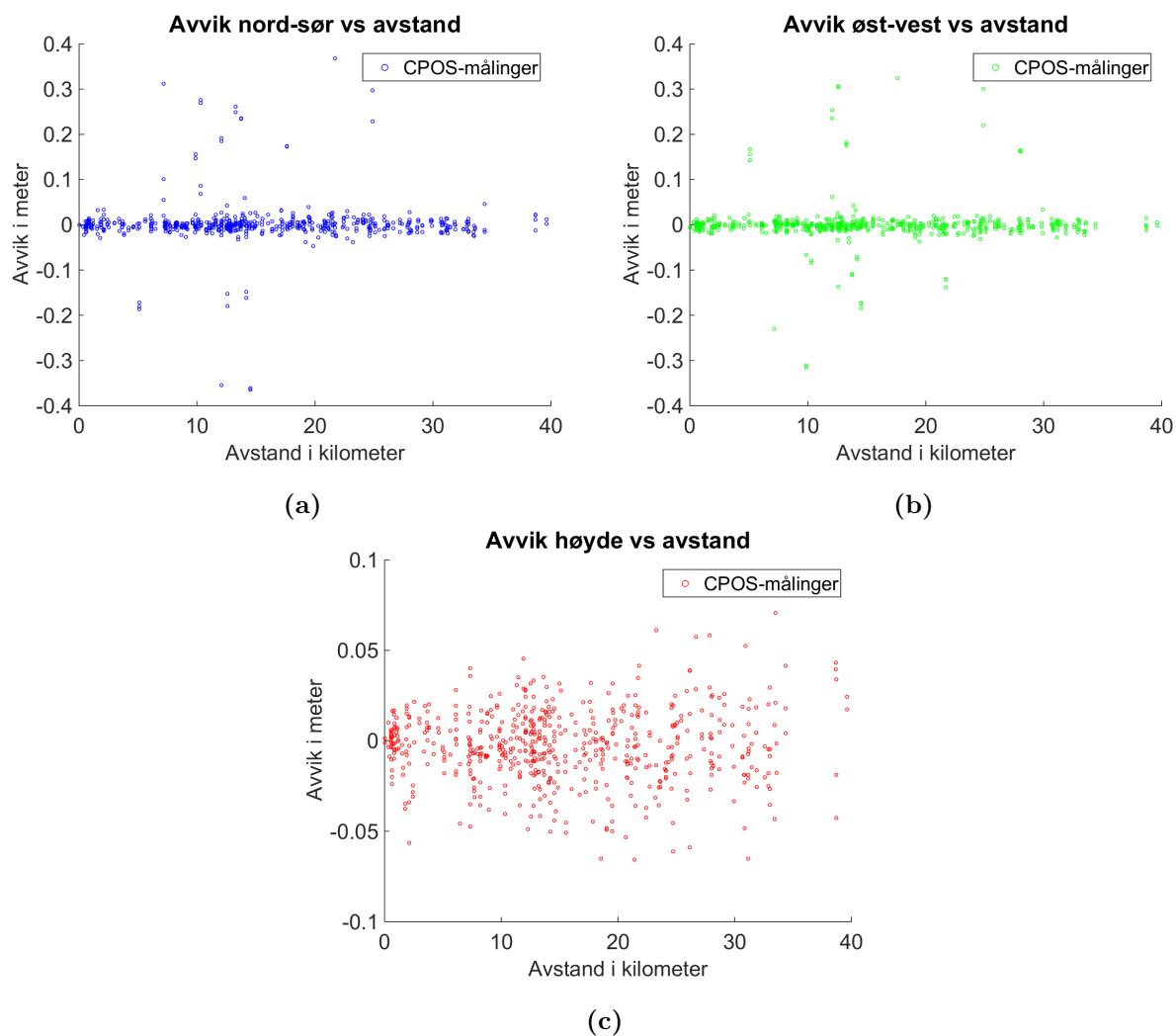
Figur 4.11 viser avvikene som er igjen etter et grovfeilsøk på 3RMS, og hvordan disse ligger i forhold til avstand til nærmeste referansestasjon. Et grovfeilsøk på 3RMS fjerner 50(8.1%) målinger i grunnriss og 16(2.6 %) i høyde.



Figur 4.12: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik større enn 2RMS har blitt sortert ut, og målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er større enn 15 km er ikke med.

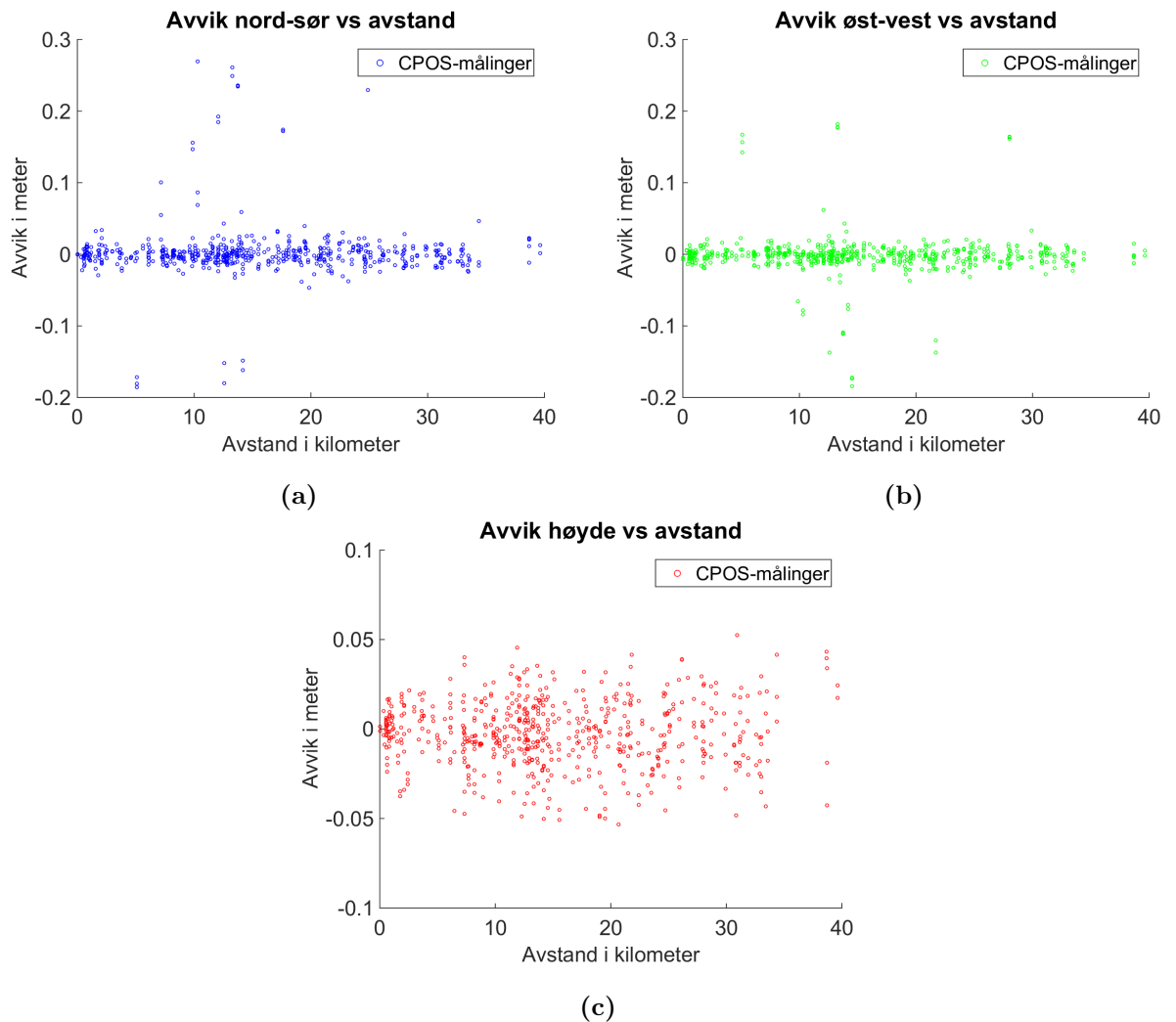
Figur 4.12 viser avvikene plottet med hensyn på avstanden til nærmeste referansestasjon. I figur 4.12 er det gjennomført et grovfeilsøk på 2RMS hvor 89(14.%) målinger i grunnriss og 143(23.2%) målinger i høyde er fjernet.

Grofeilsøk basert på prosent:



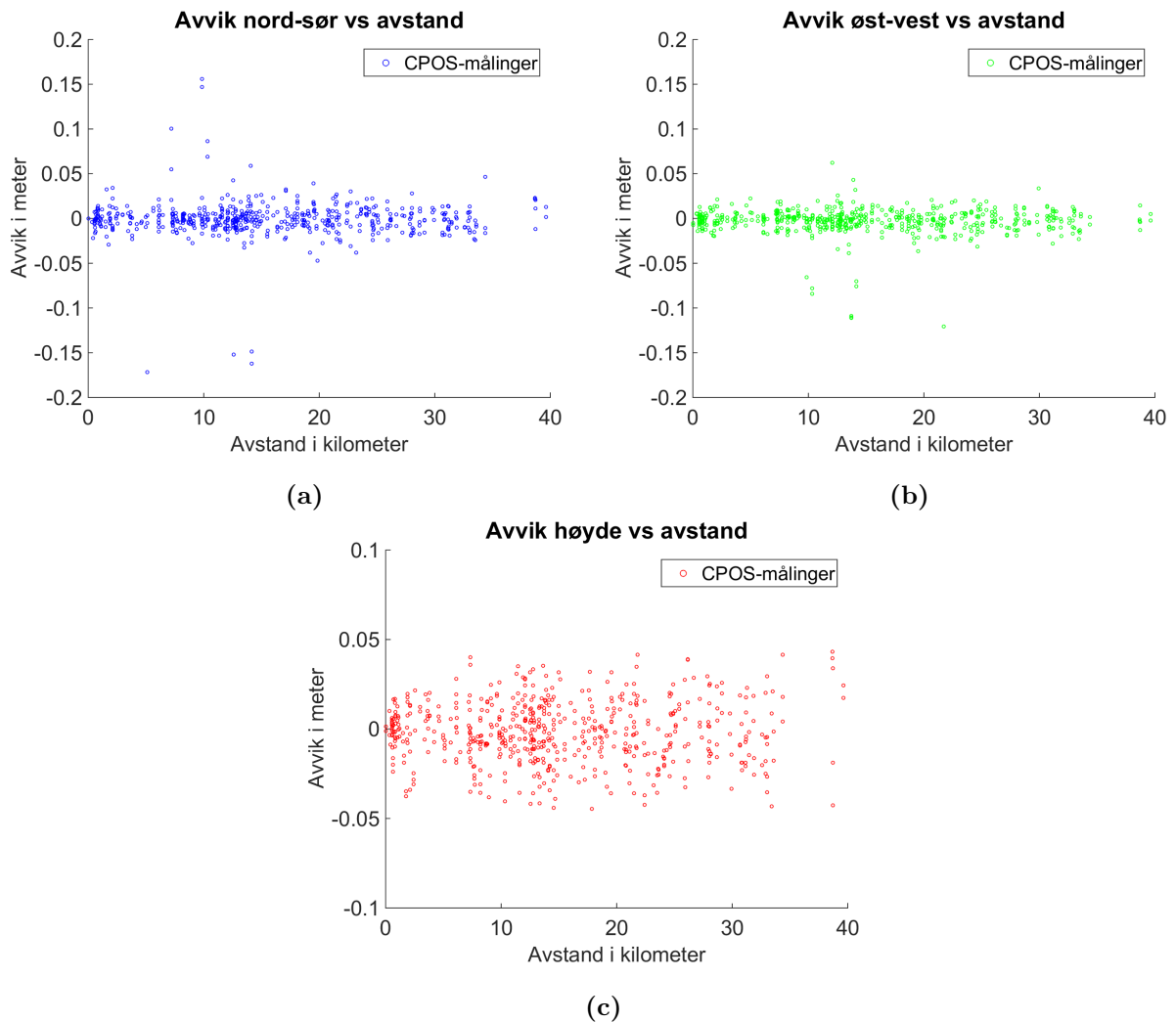
Figur 4.13: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. De 1% største avvikene har blitt sortert ut, og målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er større enn 15 km er ikke med.

Et grofeilsøk på 1% fjerner de 6 dårligste målingene i nord-sør, 6 dårligste målingene i øst-vest og 6 dårligste målingene i høyde. Spredningsplottet med hensyn på avstand blir slik figur 4.13 viser.



Figur 4.14: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. De 2.5% største avvikene har blitt sortert ut, og målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er større enn 15 km er ikke med.

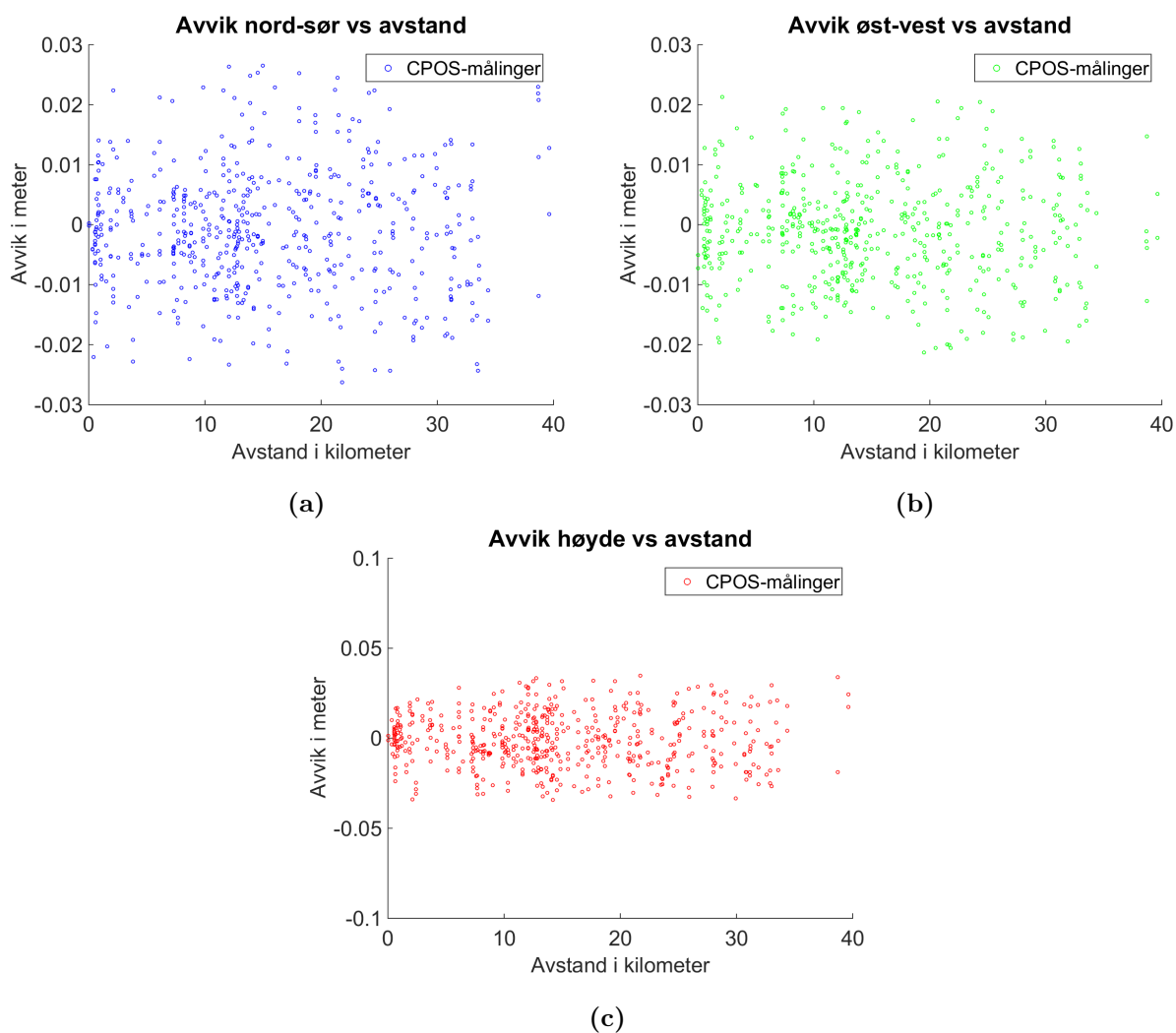
Et grovfeilsøk på 2.5% fjerner de 16 dårligste målingene i nord-sør, 16 dårligste målingene i øst-vest og 16 dårligste målingene i høyde. Spredningsplottet med hensyn på avstand blir slik figur 4.14 viser.



Figur 4.15:]

Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. De 5% største avvikene har blitt sortert ut, og målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er større enn 15 km er ikke med.

Et grovfeilsøk på 5% fjerner de 31 dårligste målingene i nord-sør, 31 dårligste målingene i øst-vest og 31 dårligste målingene i høyde. Som figur 4.15 viser, begynner antall ”slengere” i både nord-sør, øst-vest og høyde å bli synlig færre kontra figur 4.13 of 4.14.

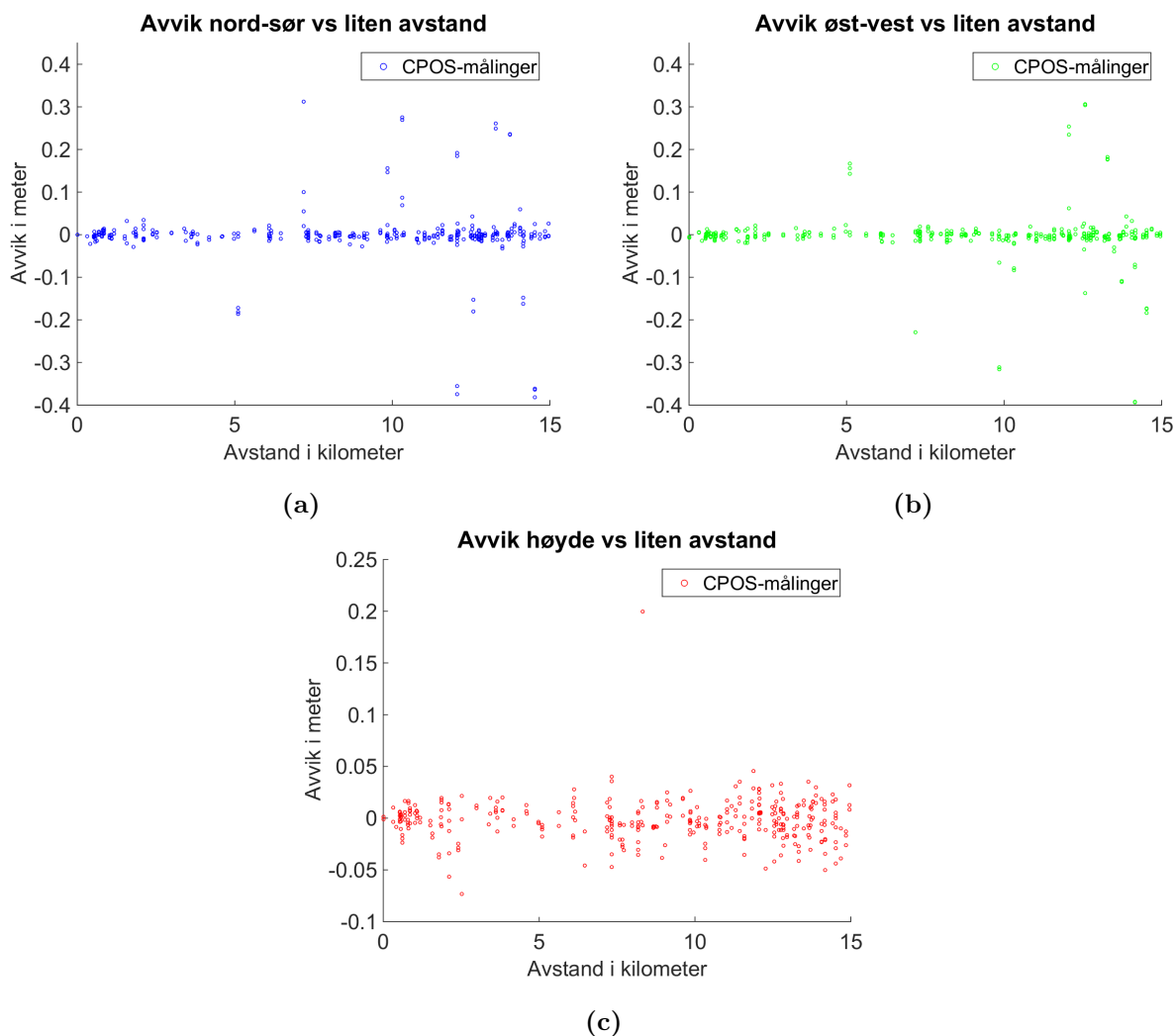


Figur 4.16: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. De 10% største avvikene har blitt sortert ut, og målinger fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er større enn 15 km er ikke med.

Et grovfeilsøk på 10% fjerner de 62 dårligste målingene i nord-sør, 62 dårligste målingene i øst-vest og 62 dårligste målingene i høyde. Som figur 4.16 viser er avvikene i nord-sør og øst-vest nå blitt betraktelig lavere enn figur 4.13-4.15 og de største avvikene er nå ikke mer enn 3 cm. Avvikene i høyde har også blitt mer samlet rundt 3 cm.

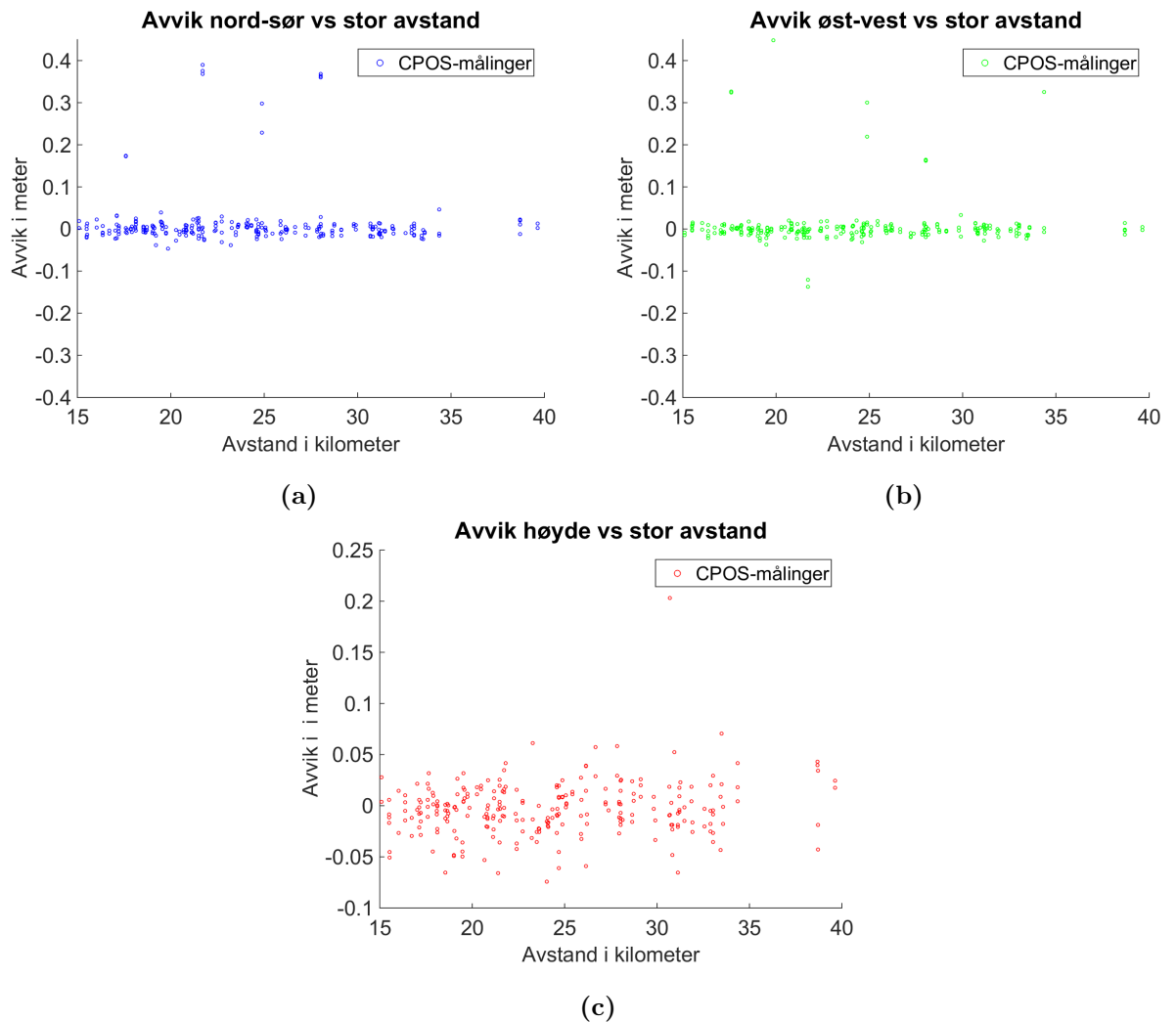
4.2.1 Sortering med hensyn på stor og liten avstand

Sorterer målingene i de som er 0-15 km fra stasjonen og de som er 15-40 km fra stasjonen, alle målinger utenom de fra 2012 som har større avstand enn 15 km til nærmeste faste referansestasjoner med her.



Figur 4.17: Avviket i nord-sør(a) og øst-vest(b) i forhold til fasit for målingene hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er 0-15 km. Ingen grovfeilsøk er gjort.

Figur 4.17 viser avvikene til de målingene som er 0-15 km unna nærmeste stasjon. 355 (57.7 %) målinger ligger i dette området.

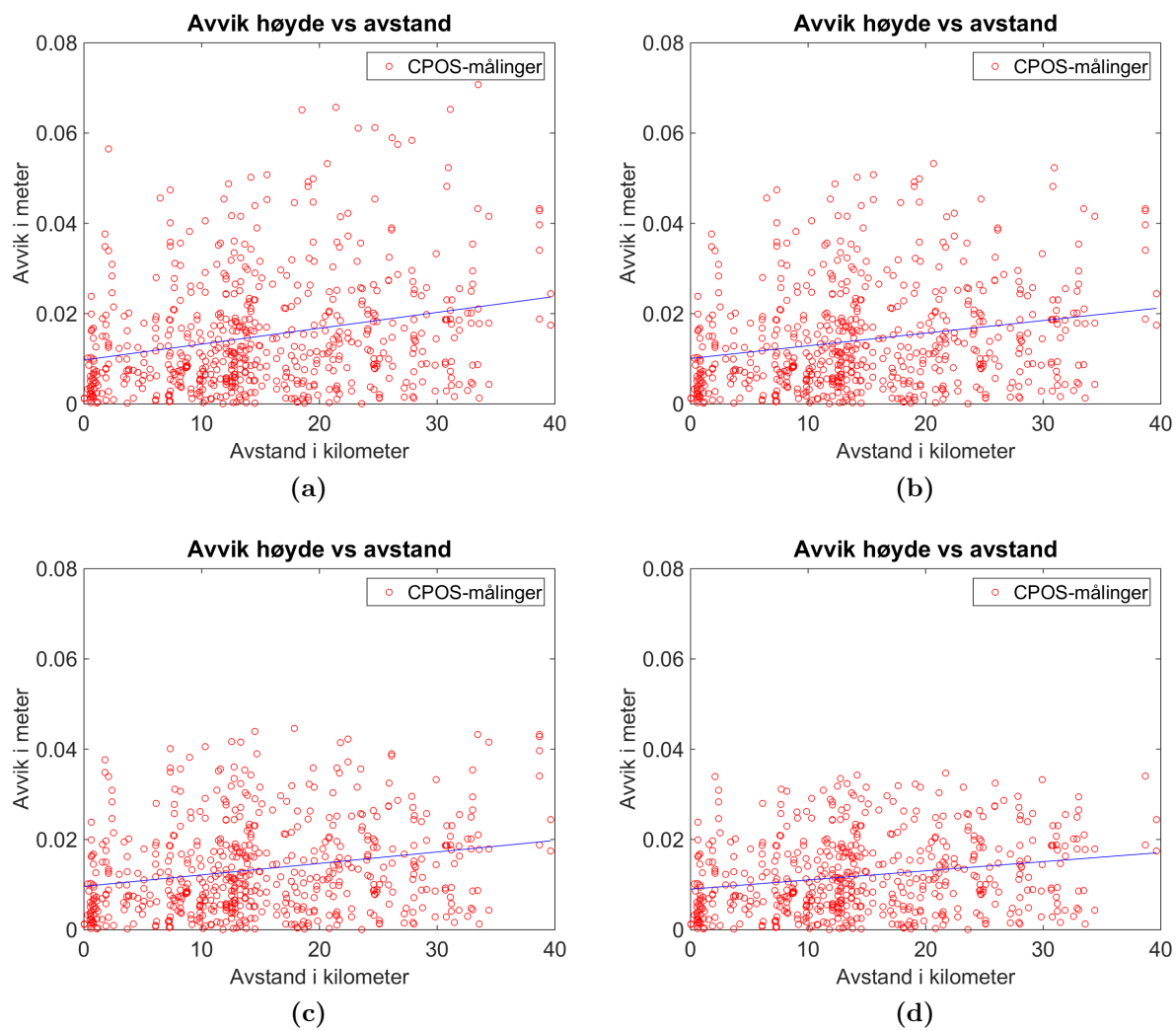


Figur 4.18: Avviket i nord-sør(a) og øst-vest(b) i forhold til fasit for målingene hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er 15-40 km. Ingen grovfeilsøk er gjort, men målinger fra 2012 med større avstand enn 15 km er ikke med.

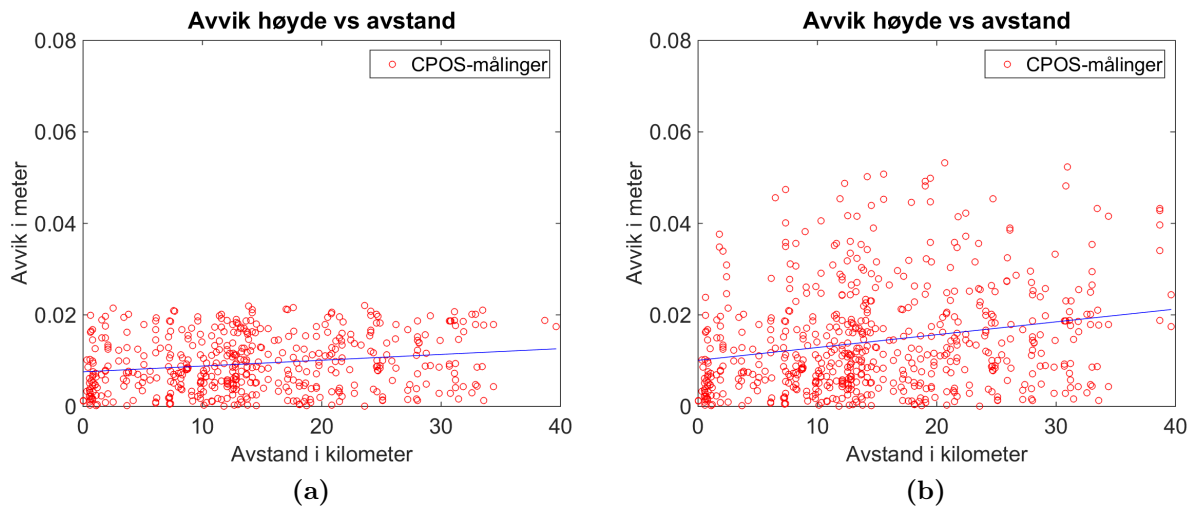
Figur 4.18 viser avvikene til de målingene som er fra 15 til 40 km unna nærmeste stasjon. 260 (42.3 %) målinger ligger i dette området.

4.2.2 Regresjonslinjer

For å kunne se om det kan detekteres en trend i høydeplottene i figur 4.11-4.16 er det blitt beregnet 1.ordens regresjonslinjer og R^2 -verdi for hvert av plottene.



Figur 4.19: 1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av høydeavvikene etter grovfeilsøk på henholdsvis 1% (a), 2.5% (b), 5%(c) og 10%(d) er utført.



Figur 4.20: 1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av høydeavvikene etter grovfeilsøk på henholdsvis 2RMS(a) og 3RMS(b) er utført.

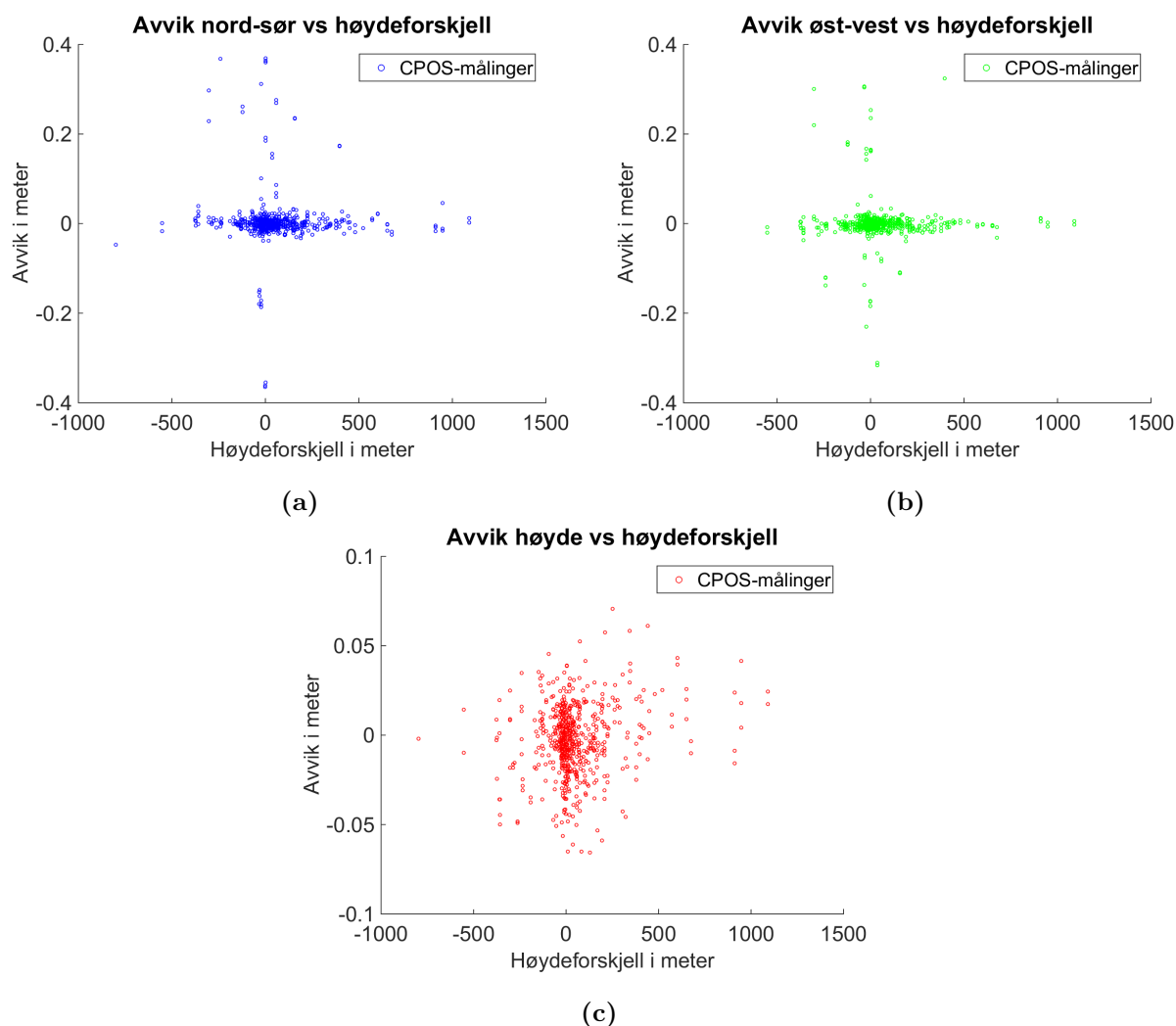
En R^2 -verdi for hver av avvikene gir et mål på hvor godt regresjonsmodellene i figur 4.19 og 4.20 passer observasjonene (se avsnitt 3.2.1).

	R^2
GROVFEILSØK 1%	0.062
GROVFEILSØK 2.5%	0.048
GROVFEILSØK 5%	0.051
GROVFEILSØK 10%	0.045
GROVFEILSØK 3RMS	0.034
GROVFEILSØK 2RMS	0.048

Tabell 4.3: R^2 verdier for avvikene i høyde etter ulike grovfeilsøk er gjort.

4.3 Avvik med hensyn på høydeforskjell mellom målepunkt og referansestasjon

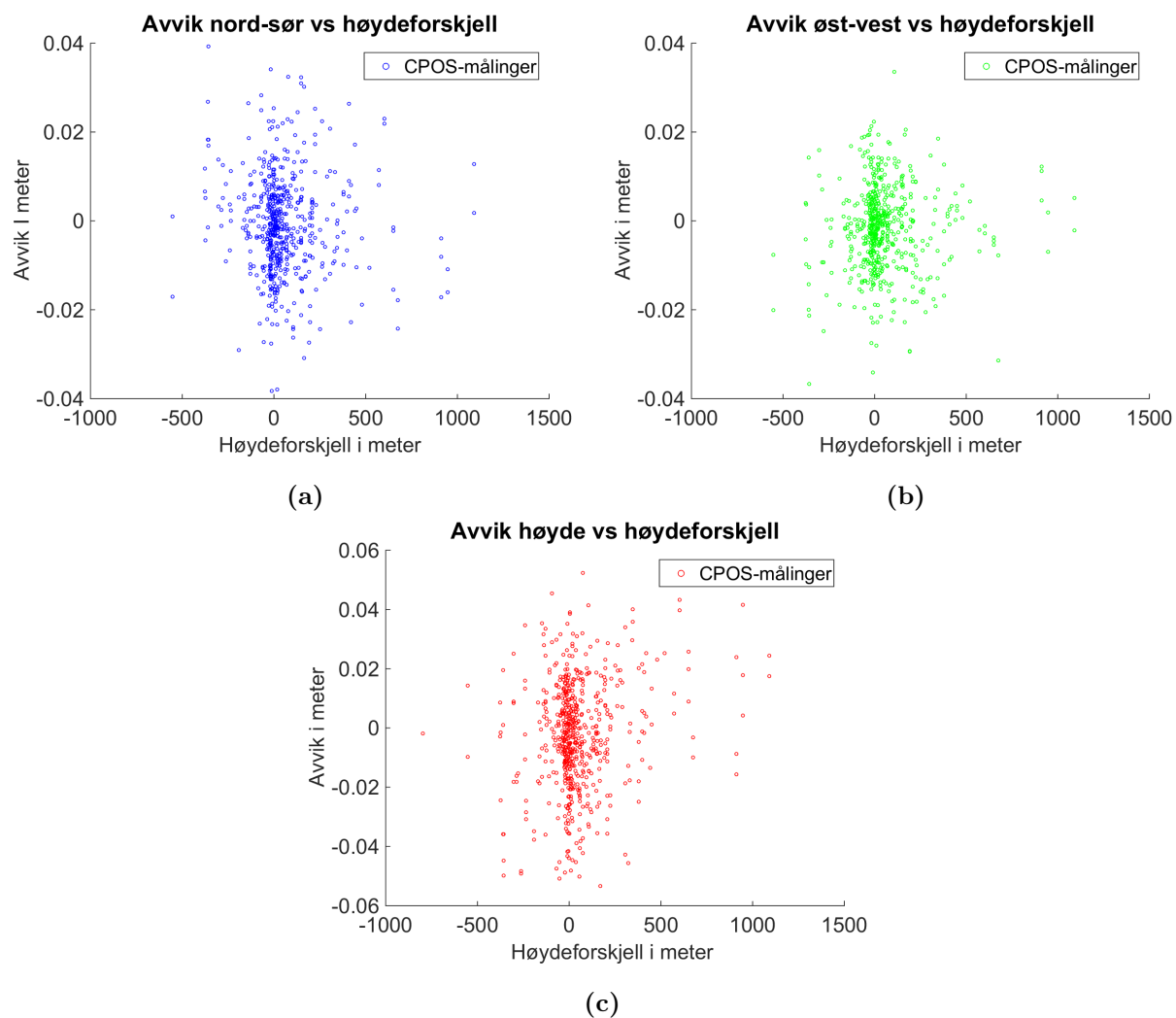
Hvorvidt det er en sammenheng mellom høydeforskjell målepunkt-referansestasjon og kvaliteten på CPOS kan synliggjøres ved å plote avvikene med hensyn på høydeforskjellen. På samme måte som figurene i avsnitt 4.1 og 4.2 er avvikene filtrert ut etter toleransegrense på henholdsvis 3RMS, 2RMS, 1%, 2.5%, 5% og 10%. Målinger fra 2012 som avstanden er større enn 15 km til nærmeste faste referansestasjon er ikke med i disse plottene.



Figur 4.21: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Målinger fra 2012 med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med her.

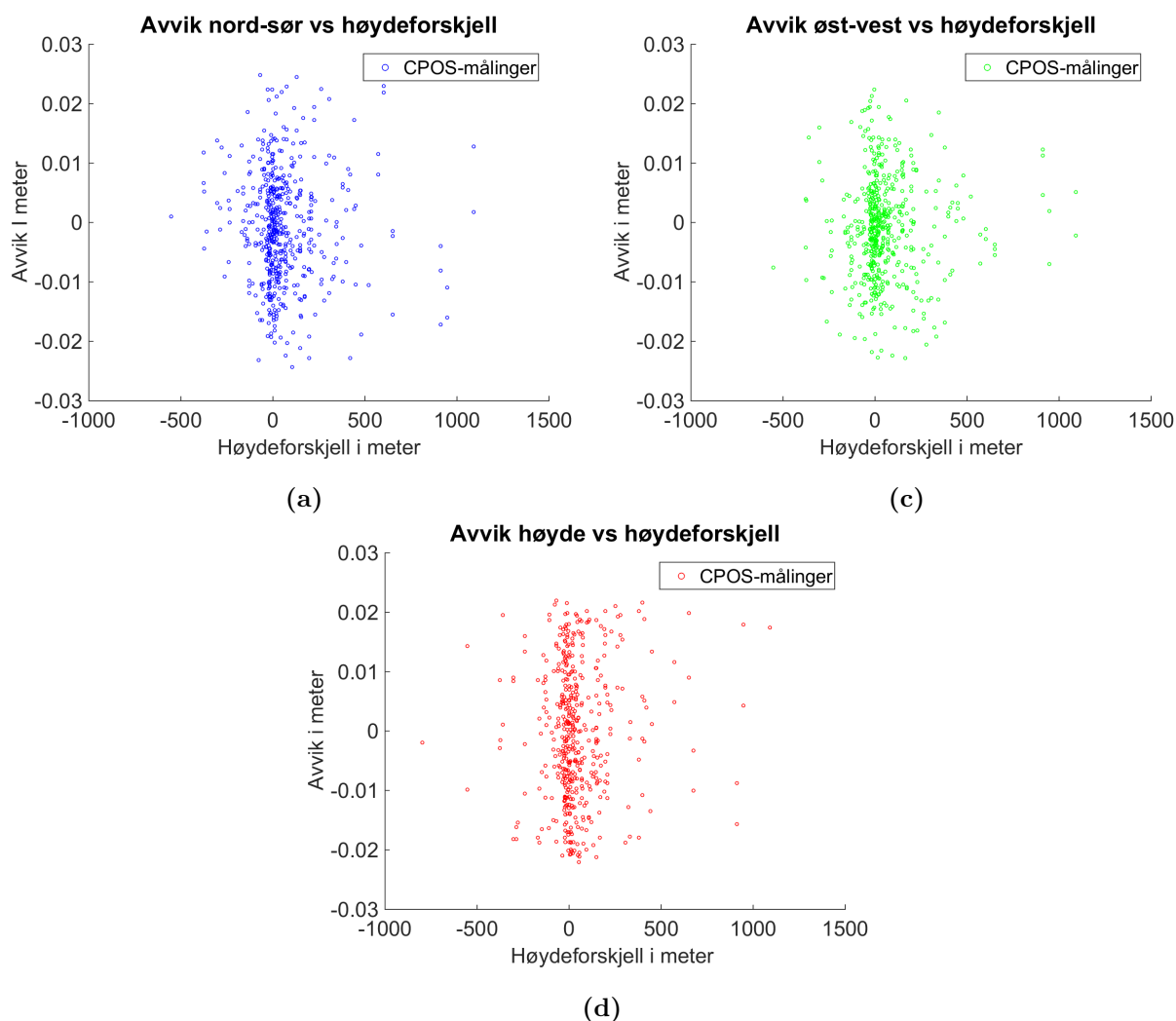
I figur 4.21 er det ikke utført noen grovfeilsøk og alle aktuelle målinger er med. Figuren viser at de store avvikene i øst-vest og nord-sør er sentrert rundt en høydeforskjell på 500 meter mens avvikene i høyde har en mer sirkulær spredning.

Grovfeilsøk basert på RMS:



Figur 4.22: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik større enn 3RMS har blitt filtrert ut, og målinger fra 2012 med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

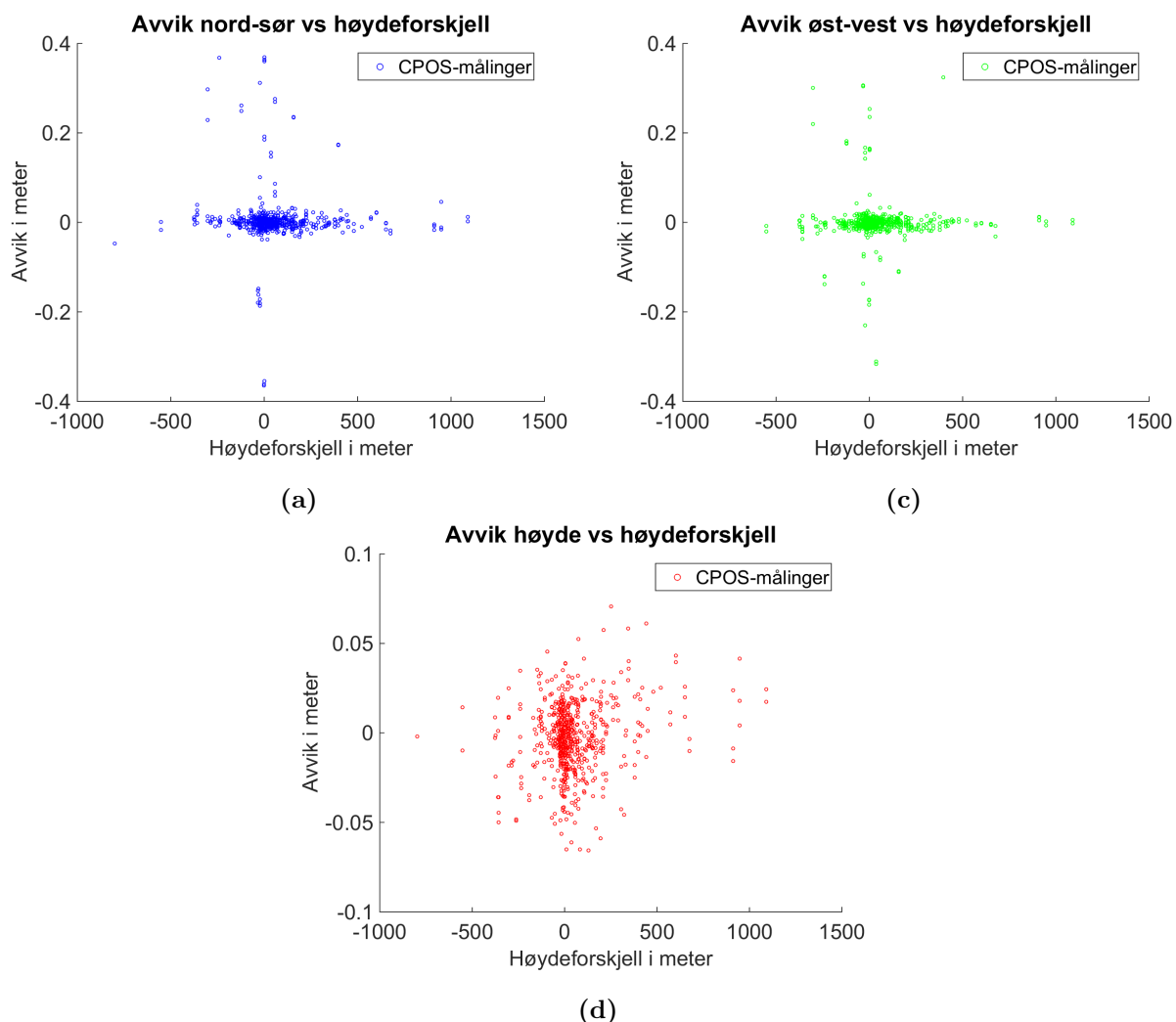
Figur 4.22 viser avvikene i forhold til høydeforskjell etter at et grovfeilsøk med 3RMS som toleransegrense har fjernet 50(8.1%) målinger i grunnriss og 16(2.6%) målinger i høyde.



Figur 4.23: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik større enn 2RMS har blitt filtrert ut, og målinger fra 2012 med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

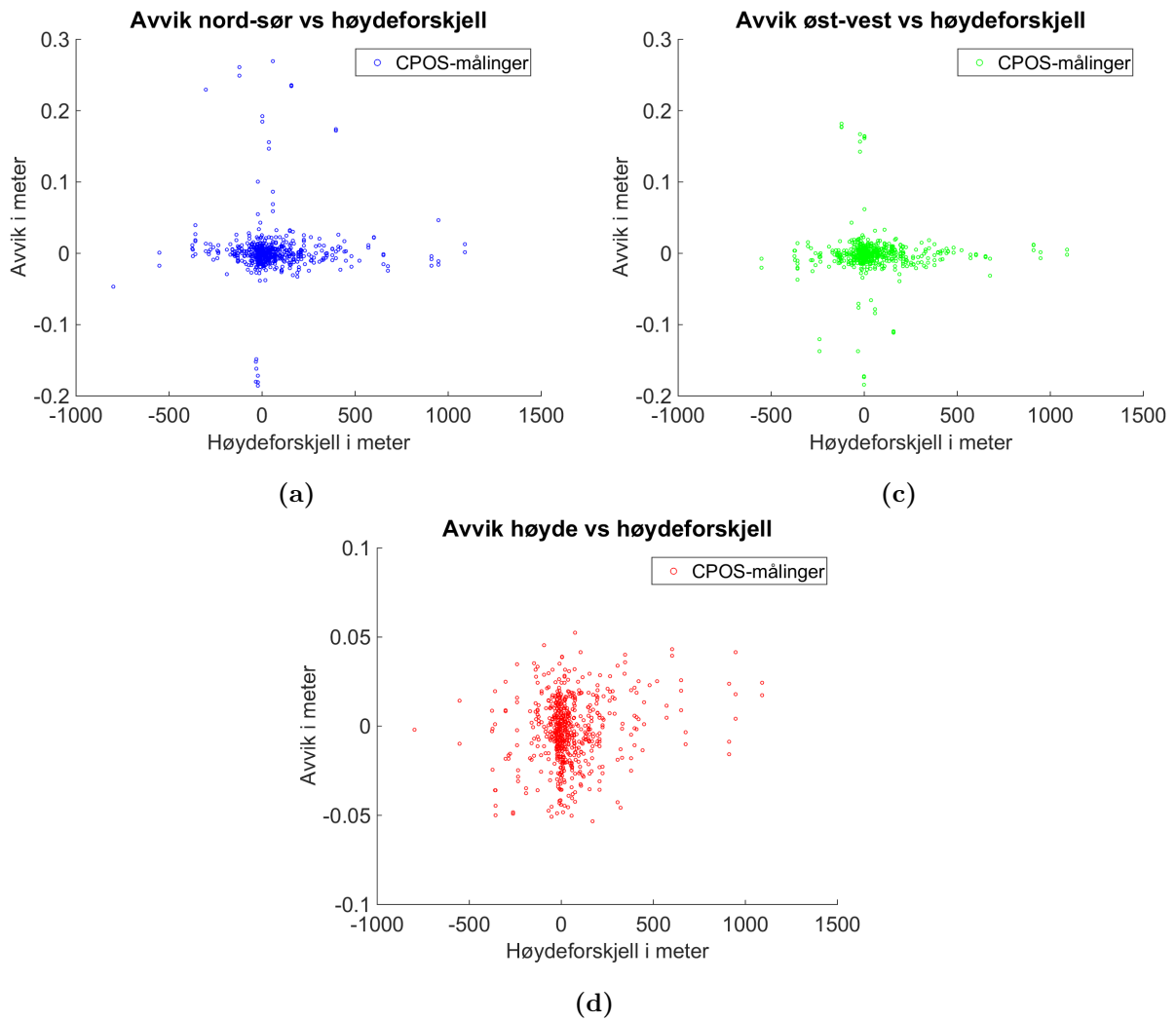
Figur 4.23 viser avvikene i forhold til høydeforskjell etter at et grovfeilsøk med 2RMS som toleransegrense har fjernet 89(14.5%) målinger i grunnriss og 143(23.2%) målinger i høyde. Figuren viser at formen på spredningsplottene er forholdsvis like i både nord-sør, øst-vest og høyde og at de fleste avvikene er sentrert rundt 500 meter i høydeforskjell mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon uansett størrelse.

Grovfeilsøk basert på prosent:



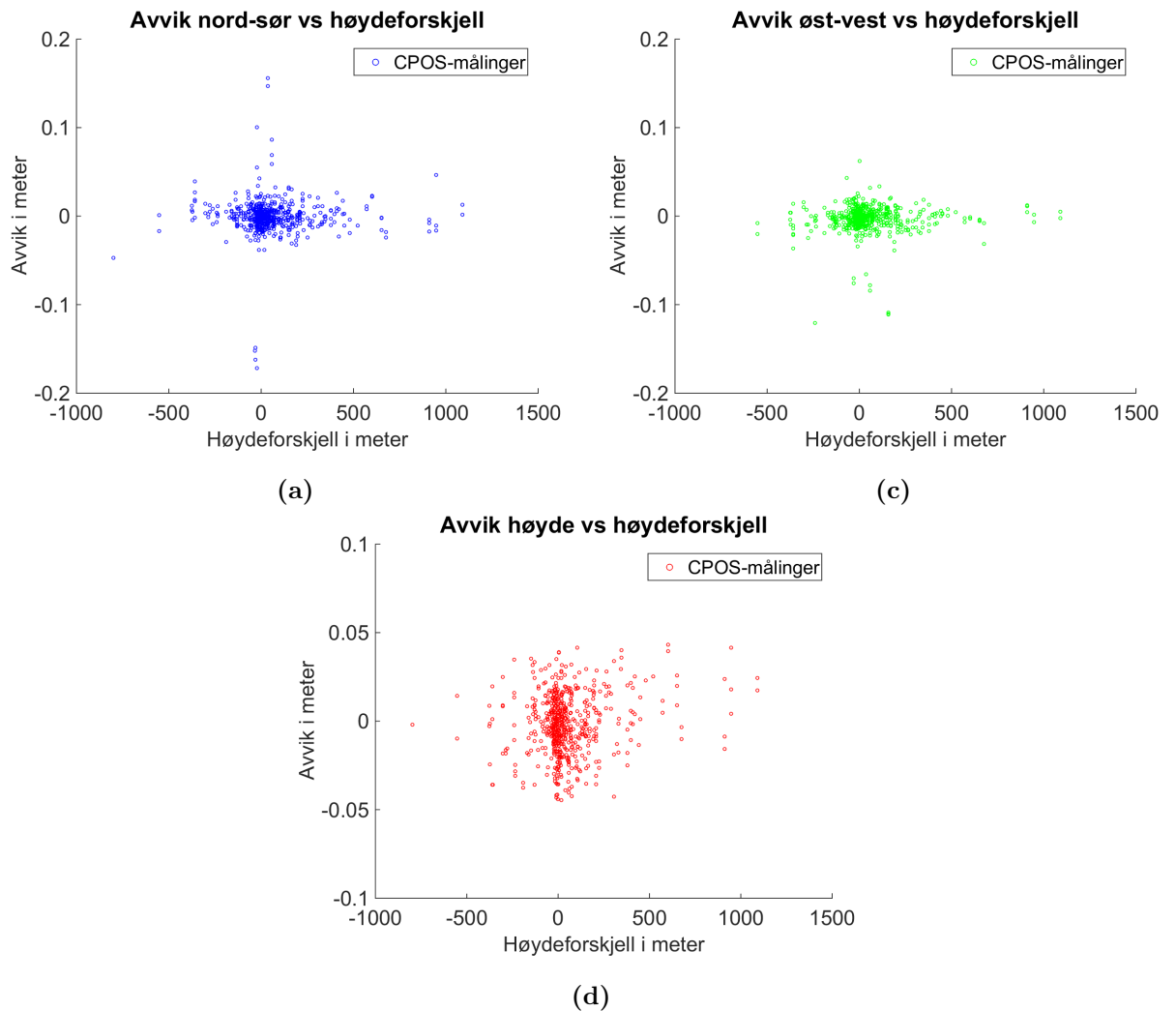
Figur 4.24: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik som er blant de 1% største er filtrert vekk, og målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

Et grovfeilsøk på 1% fjerner de 6 dårligste målingene i nord-sør, 6 dårligste målingene i øst-vest og 6 dårligste målingene i høyde og som figur 4.24 viser er det lite som skiller hvordan avvikene er plassert sammenlignet med figur 4.21 som viser alle målingene.



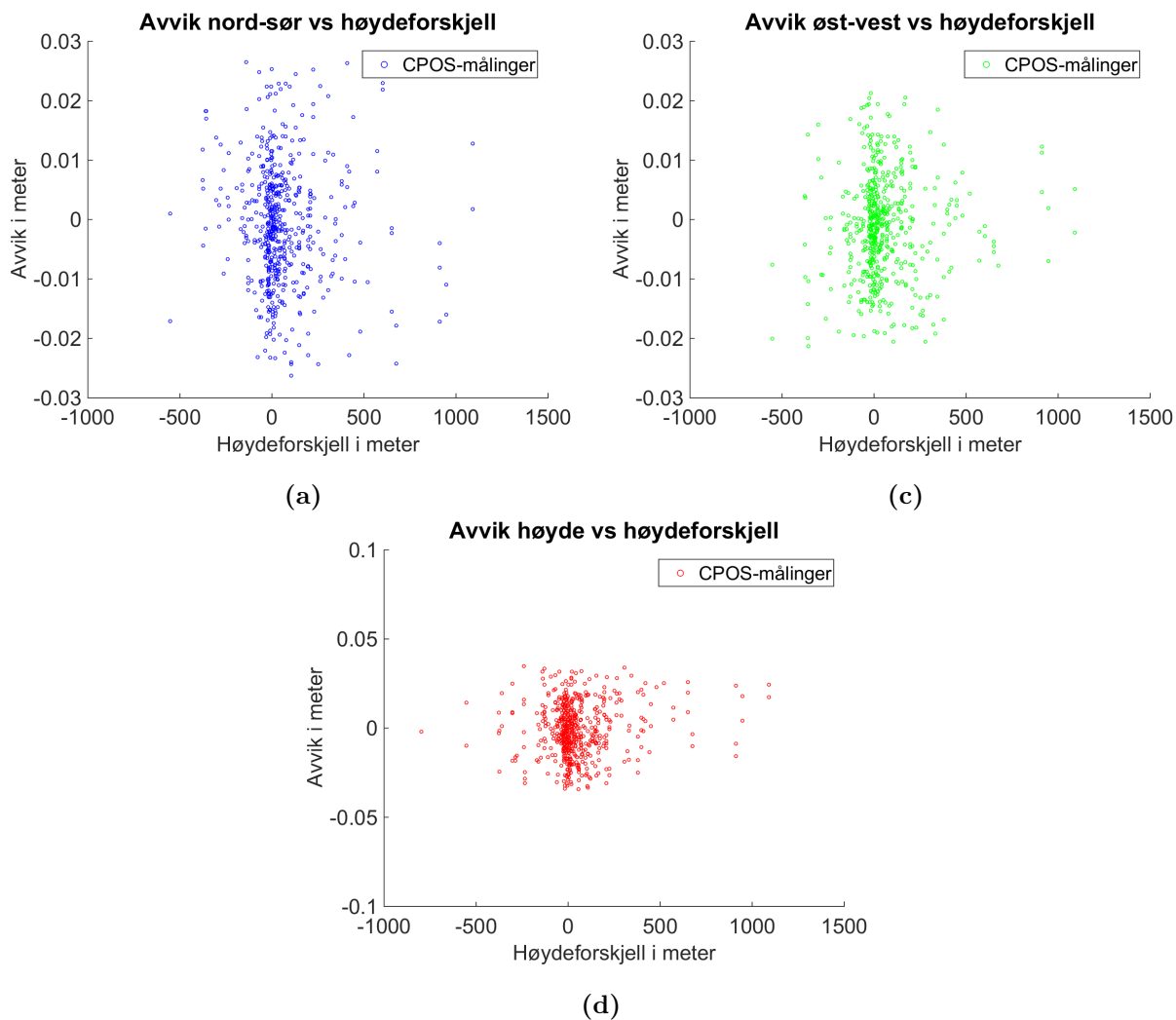
Figur 4.25: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik som er blant de 2.5% største er filtrert vekk, og målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

Figur 4.25 viser hvordan avvikene er plassert i forhold til høydeforskjell etter at et grovfeil på 2.5% som fjerner de 16 dårligste målingene i nord-sør, 16 dårligste målingene i øst-vest og 16 dårligste målingene i høyde er utført.



Figur 4.26: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik som er blant de 5% største er filtrert vekk, og målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

Et grovfeilsøk på 5% fjerner de 31 dårligste målingene i nord-sør, 31 dårligste målingene i øst-vest og 31 dårligste målingene i høyde. Figur 4.26 viser at det fremdeles er igjen noen større avvik i nord-sør og øst-vest som gjør at plottet får en veldig konsentrert samling i midten.



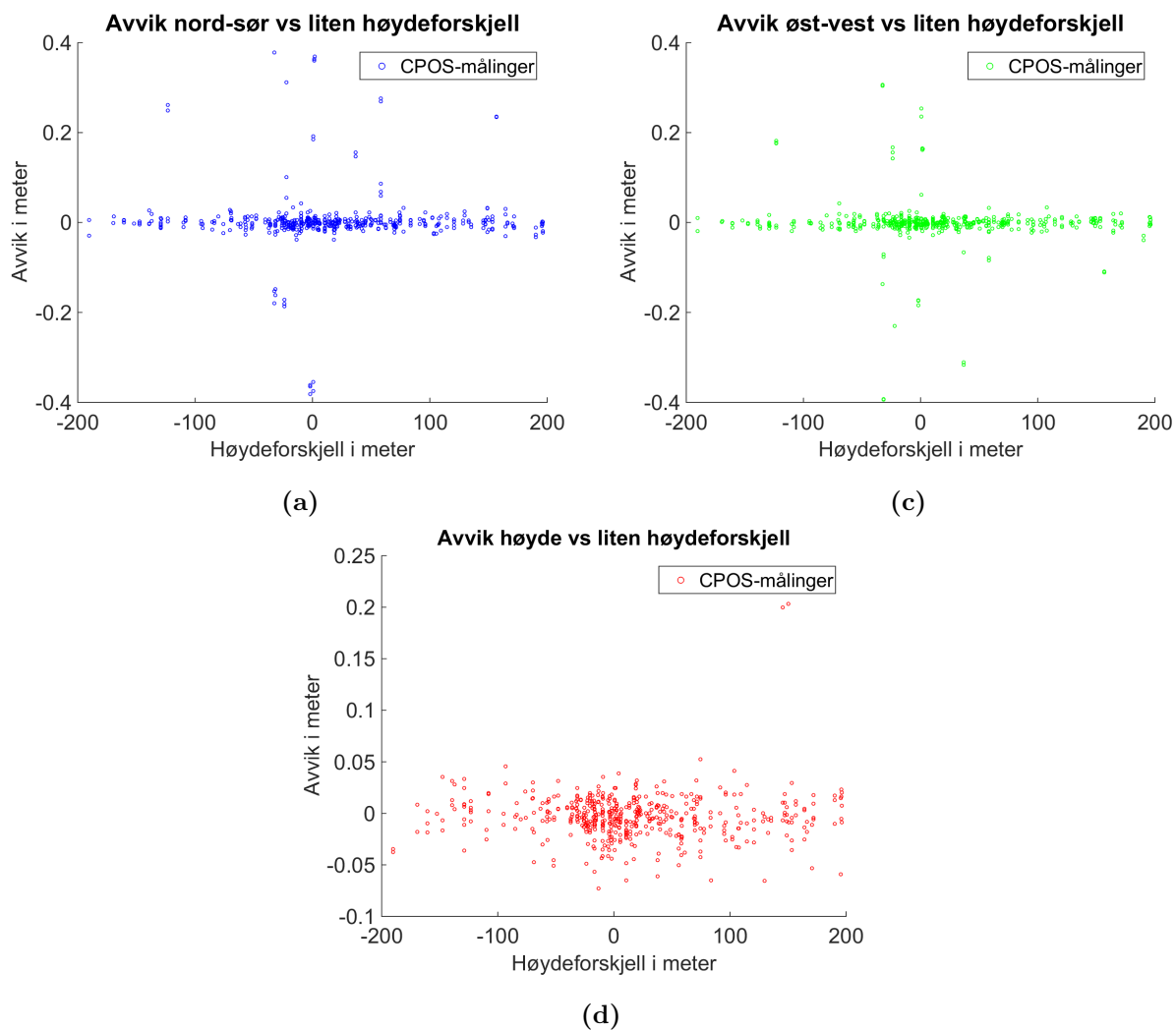
Figur 4.27: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Avvik som er blant de 10% største er filtrert vekk, og målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

Figur 4.27 viser at etter et grovfeilsøk på 10% som fjerner de 62 dårligste målingene i nord-sør, 62 dårligste målingene i øst-vest og 62 dårligste målingene i høyde, har de største avvikene blitt fjernet. Figuren viser at den konsentrerte samlingen med målinger i figur 4.24-4.26 er blitt strukket ut og alle avvikene er nå innenfor 5 cm i både grunnriss og høyde.

4.3.1 Sortering med hensyn på stor og liten høydeforskjell

Sorterer etter høydeforskjell mellom målepunkt og nærmeste faste referansestasjon. Alle målinger utenom de fra 2012 som har større avstand enn 15 km til nærmeste faste referansestasjon er med.

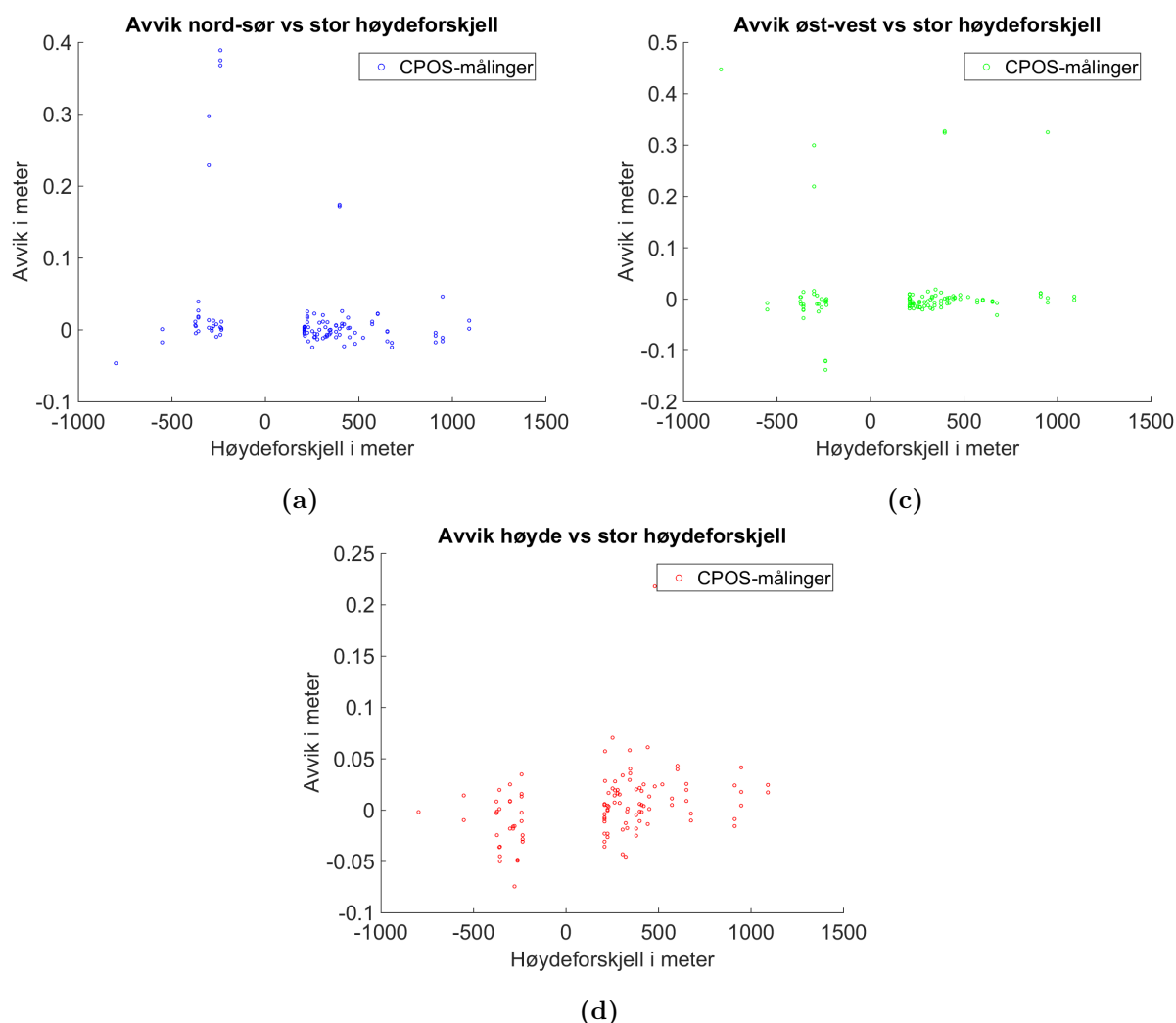
Liten høydeforskjell:



Figur 4.28: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Kun målinger som har en høydeforskjell på mellom 0-200 meter i forhold til nærmeste referansestasjoner er med. 2012 målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjon er ikke med.

Figur 4.28 viser fordelingene av avvikene etter at kun målinger med en høydeforskjell på maksimalt 200 meter i forhold til nærmeste referansestasjon er med. Dette tilsvarer 507(82.4 %) målinger.

Stor høydeforskjell:

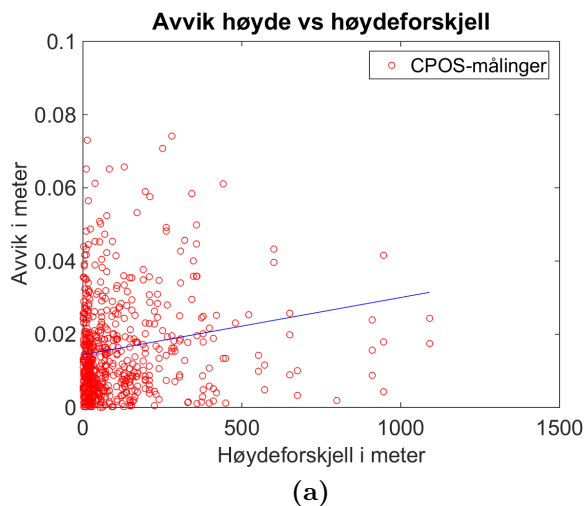


Figur 4.29: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) i forhold til fasit. Kun målinger som har en høydeforskjell på mellom 200-1200 meter i forhold til nærmeste referansestasjoner med. 2012 målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste referansetsjon er ikke med.

Figur 4.29 viser hvordan fasitavvikene til de resterende 107(17.6%) målingene med en høydeforskjell på mer enn 200 meter er fordelt.

4.3.2 Regresjonslinje

For å kunne detektere en eventuell sammenheng mellom høydeforskjell og høydeavvik beregnes regresjonslinje og R^2 -verdi.



Figur 4.30: 1.ordens regresjonslinje for absoluttverdien av alle høydeavvikene.

Figur 4.30 viser absoluttverdien av alle høydeavvikene og hvordan disse legger seg i forhold til absoluttverdien av høydeforskjellen. R^2 verdien blir beregnet til å være 0.016

4.4 Statistikk

De statistiske verdiene, med og uten grovfeilsøk, kan summeres opp i tabellene under.

	INGEN GROVFEIL	GRENSE GROVFEIL: 3RMS	GRENSE GROVFEIL: 2RMS	GRENSE GROVFEIL: 1%	GRENSE GROVFEIL: 2.5%	GRENSE GROVFEIL: 5%	GRENSE GROVFEIL: 10%
ANTALL MÅLINGER	820	820	820	820	820	820	820
STD NORD-SØR	0.0806	0.0115	0.0091	0.0715	0.0550	0.0349	0.0137
STD ØST-VEST	0.0838	0.0095	0.0082	0.0755	0.0597	0.0350	0.0100
STD GRUNNRIS	0.1055	0.0081	0.0058	0.0998	0.0889	0.0692	0.0157
STD HØYDE	0.0249	0.0180	0.0111	0.0200	0.0184	0.0168	0.0145
RMS NORD-SØR	0.0805	0.0116	0.0092	0.0715	0.0550	0.0350	0.0138
RMS ØST-VEST	0.0838	0.0096	0.0082	0.0754	0.0597	0.0350	0.0100
RMS GRUNNRIS	0.1162	0.0150	0.0123	0.1096	0.0973	0.0756	0.0216
RMS HØYDE	0.0248	0.0180	0.0111	0.0201	0.0184	0.0168	0.0145
GROVFEIL GRUNNRIS	0	104 (12.6%)	169 (20.5%)	8	21	41	82
GROVFEIL HØYDE	0	25 (3.0%)	184 (22.4%)	8	21	41	82
GJSNITT NORD-SØR	0.0000	-0.0016	-0.0014	0.0026	0.0030	-0.0024	-0.0010
GJSNITT ØST-VEST	0.0012	-0.0012	-0.0006	0.0006	0.0011	-0.0011	-0.0011
GJSNITT GRUNNRIS	0.0487	0.0127	0.0109	0.0454	0.0395	0.0304	0.0148
GJSNITT HØYDE	-0.0007	-0.0009	0.0000	-0.0015	-0.0009	-0.0003	-0.0001
MAX NORD-SØR	0.3894	0.0404	0.0245	0.3784	0.3215	0.1922	0.0625
MAX ØST - VEST	0.4477	0.0335	0.0225	0.3772	0.3578	0.2421	0.0335
MAX HØYDE	0.2178	0.0524	0.0219	0.0708	0.0575	0.0441	0.0347
MIN NORD-SØR	-0.4432	-0.0397	-0.0243	-0.3817	-0.3431	-0.1955	-0.0520
MIN ØST - VEST	-0.3934	-0.0367	-0.0228	-0.3784	-0.3575	-0.2295	-0.0367
MIN HØYDE	-0.0983	-0.0533	-0.0220	-0.0741	-0.0578	-0.0447	-0.0348

Tabell 4.4: Statistikk etter at grovfeilsøk er gjennomført på alle målinger. Alle avstandsenheter er i meter

Tabell 4.4 viser statistiske verdier utregnet på bakgrunn av data fra **alle** målinger. 2012 målinger også med her ettersom det ikke er gjort noe sortering på avstand eller høyde.

	INGEN GROVFEIL	GRENSE GROVFEIL: 3RMS	GRENSE GROVFEIL: 2RMS	GRENSE GROVFEIL: 1%	GRENSE GROVFEIL: 2.5%	GRENSE GROVFEIL: 5%	GRENSE GROVFEIL: 10%
ANTALL MÅLINGER	615	615	615	615	615	615	615
STD NORD-SØR	0.0683	0.0111	0.0093	0.0594	0.0403	0.0209	0.0101
STD ØST-VEST	0.0579	0.0094	0.0084	0.0468	0.0298	0.0153	0.0085
STD GRUNNRIS	0.0828	0.0078	0.0059	0.0751	0.0587	0.0318	0.0069
STD HØYDE	0.0248	0.0182	0.0111	0.0197	0.0182	0.0169	0.0147
RMS NORD-SØR	0.0685	0.0112	0.0093	0.0595	0.0403	0.0209	0.0101
RMS ØST-VEST	0.0578	0.0096	0.0085	0.0468	0.0299	0.0155	0.0085
RMS GRUNNRIS	0.0896	0.0147	0.0126	0.0812	0.0638	0.0361	0.0138
RMS HØYDE	0.0249	0.0184	0.0111	0.0199	0.0184	0.0169	0.0147
GROVFEIL GRUNNRIS	0	50 (8.1%)	89 (14.5%)	6	16	31	62
GROVFEIL HØYDE	0	16 (2.6%)	143 (23.2%)	6	16	31	62
GJSNITT NORD-SØR	0.0054	-0.0009	-0.0010	0.0048	0.0028	-0.0008	-0.0009
GJSNITT ØST-VEST	0.0004	-0.0017	-0.0010	-0.0001	-0.0019	-0.0029	-0.0012
GJSNITT GRUNNRIS	0.0344	0.0125	0.0111	0.0312	0.0251	0.0171	0.0119
GJSNITT HØYDE	-0.0019	-0.0025	-0.0004	-0.0026	-0.0025	-0.0016	-0.0010
MAX NORD-SØR	0.3894	0.0393	0.0249	0.3687	0.2695	0.1561	0.0265
MAX ØST - VEST	0.3894	0.0335	0.0224	0.3247	0.1820	0.0621	0.0213
MAX HØYDE	0.2178	0.0524	0.0219	0.0708	0.0524	0.0432	0.0347
MIN NORD-SØR	-0.3820	-0.0382	-0.0243	-0.3642	-0.1858	-0.1719	-0.0262
MIN ØST - VEST	-0.3934	-0.0367	-0.0228	-0.3161	-0.1839	-0.1204	-0.0213
MIN HØYDE	-0.0741	-0.0533	-0.0220	-0.0657	-0.0533	-0.0446	-0.0343

Tabell 4.5: Statistikk med og uten grovfeilsøk på alle målinger uten 2012 målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste faste referansestasjon. Alle avstandsenheter er i meter

Tabell 4.5 viser statistikk for alle målinger **uten** 2012 målinger med større avstand enn 15 km til nærmeste stasjon. Selv om denne tabellen heller ikke sorterer med hensyn på avstand eller høyde, er 2012 verdiene utelatt for å ha et sammenligningsgrunnlag senere.

	AVSTAND ≤ 15 KM	AVSTAND >15 KM	HØYDE- FORSKJELL ≤ 200 M	HØYDE- FORSKJELL > 200 M
ANTALL MÅLINGER	355	260	507	108
STD NORD-SØR	0.0715	0.0633	0.0664	0.0752
STD ØST-VEST	0.0591	0.0558	0.0514	0.0812
STD GRUNNRIS	0.0855	0.0791	0.0777	0.1034
STD HØYDE	0.0202	0.0301	0.0225	0.0330
RMS NORD-SØR	0.0714	0.0642	0.0664	0.0775
RMS ØST-VEST	0.0592	0.0560	0.0514	0.0815
RMS GRUNNRIS	0.0927	0.0852	0.0840	0.1124
RMS HØYDE	0.0202	0.0301	0.0227	0.0332
GJSNITT NORD-SØR	0.0011	0.0113	0.0023	0.0200
GJSNITT ØST-VEST	-0.0035	0.0057	-0.0018	0.0106
GJSNITT GRUNNRIS	0.0362	0.0320	0.0321	0.0452
GJSNITT HØYDE	-0.0018	-0.0020	-0.0031	0.0042
MAX NORD-SØR	0.3784	0.3894	0.3784	0.3894
MAX ØST -VEST	0.3063	0.4477	0.3063	0.4477
MAX HØYDE	0.1996	0.2178	0.2032	0.2178
MIN NORD-SØR	-0.3820	-0.0468	-0.3820	-0.0468
MIN ØST - VEST	-0.3934	-0.1375	-0.3934	-0.1375
MIN HØYDE	-0.0731	-0.0741	-0.0731	-0.0741

Tabell 4.6: Statistikk over alle målinger utenom 2012 målinger med mer enn 15 km til nærmeste faste referansestasjon. Alle avstandsenheter er i meter

Tabell 4.6 viser statistikk for alle målinger **uten** 2012 målinger med mer enn 15 km til nærmeste referansestasjon. 2012 målingene er ikke med her på grunn av at disse verdiene er basert på avstand og høydeforskjell.

	5%, AV- STAND <15 KM	5%, AV- STAND >15 KM	5%, HØYDE- FORSKJELL <200 M	5%, HØYDE- FORSKJELL >200 M
ANTALL MÅLINGER	355	260	507	108
STD NORD-SØR	0.0285	0.0127	0.0180	0.0218
STD ØST-VEST	0.0182	0.0105	0.0120	0.0232
STD GRUNNRIS	0.0413	0.0080	0.0234	0.0556
STD HØYDE	0.0144	0.0202	0.0154	0.0223
RMS NORD-SØR	0.0286	0.0127	0.0180	0.0219
RMS ØST-VEST	0.0185	0.0107	0.0121	0.0244
RMS GRUNNRIS	0.0453	0.0167	0.0278	0.0603
RMS HØYDE	0.0144	0.0204	0.0155	0.0222
GROVFEIL GRUNNRIS	18	13	26	6
GROVFEIL HØYDE	18	13	26	6
GJSNITT NORD-SØR	-0.0020	-0.0008	-0.0009	0.0032
GJSNITT ØST-VEST	-0.0035	-0.0022	-0.0016	-0.0078
GJSNITT GRUNNRIS	0.0189	0.0147	0.0151	0.0239
GJSNITT HØYDE	-0.0009	-0.0030	-0.0022	0.0006
MAX NORD-SØR	0.1561	0.0323	0.1469	0.1723
MAX ØST - VEST	0.0621	0.0335	0.0621	0.0185
MAX HØYDE	0.0354	0.0524	0.0390	0.0432
MIN NORD-SØR	-0.1811	-0.0382	-0.1521	-0.0468
MIN ØST - VEST	-0.1370	-0.0314	-0.0781	-0.1375
MIN HØYDE	-0.0357	-0.0508	-0.0405	-0.0498

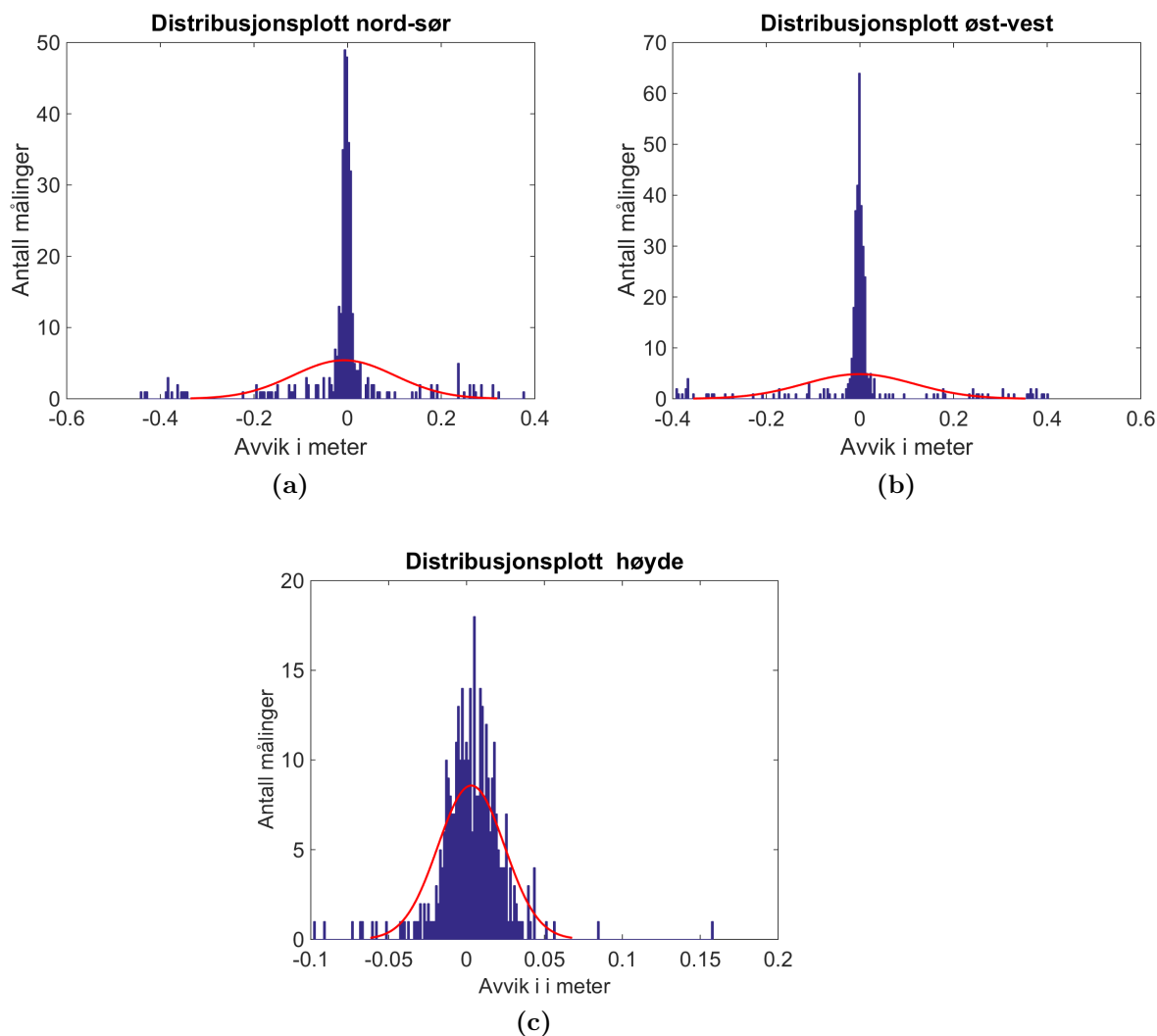
Tabell 4.7: Statistikk etter at et grovfeilsøk på 5 % er utført på målingene sortert etter høydeforskjell og avstand mellom målepunkt og referansestasjon. 2012 målinger med mer enn 15 km til nærmeste faste referansestasjon er ikke med. Alle avstandsenheter er i meter.

Tabell 4.7 viser statistiske verdier på avvikene sortert etter avstand og høyde etter at et grovfeilsøk på 5% er gjennomført. Av samme grunn som tabell 4.6 er ikke målingene fra 2012 som er mer enn 15 km unna nærmeste referansestasjon med i disse tallene.

4.5 Målinger fra 2012

Sammenligner avvikene med og uten målingene fra 2012. Alle 2012 målinger er med uavhengig om de er mer enn 15 km unna nærmeste referansestasjon eller ikke.

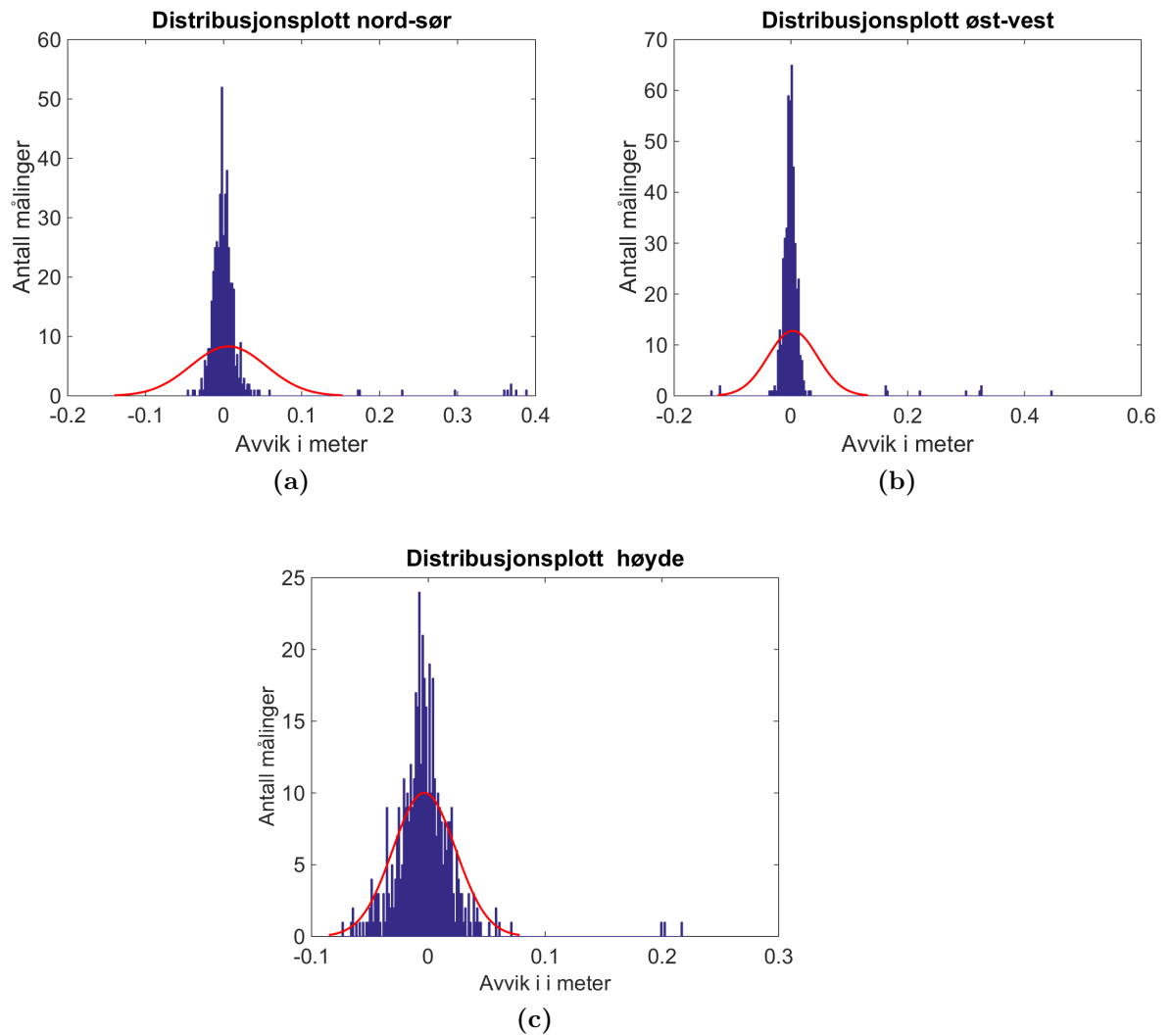
Distribusjonsplott kun 2012:



Figur 4.31: Distribusjonsplott fra alle 2012 målinger. (a) viser nord-sør, (b) øst-vest og (c) høyde

Distribusjonsplottene i figur 4.31 viser fordelingen av alle målingene gjort i 2012. Som figuren viser er det noen store avvik i både nord-sør, øst-vest og høyde.

Distribusjonsplott alle målinger utenom de fra 2012:

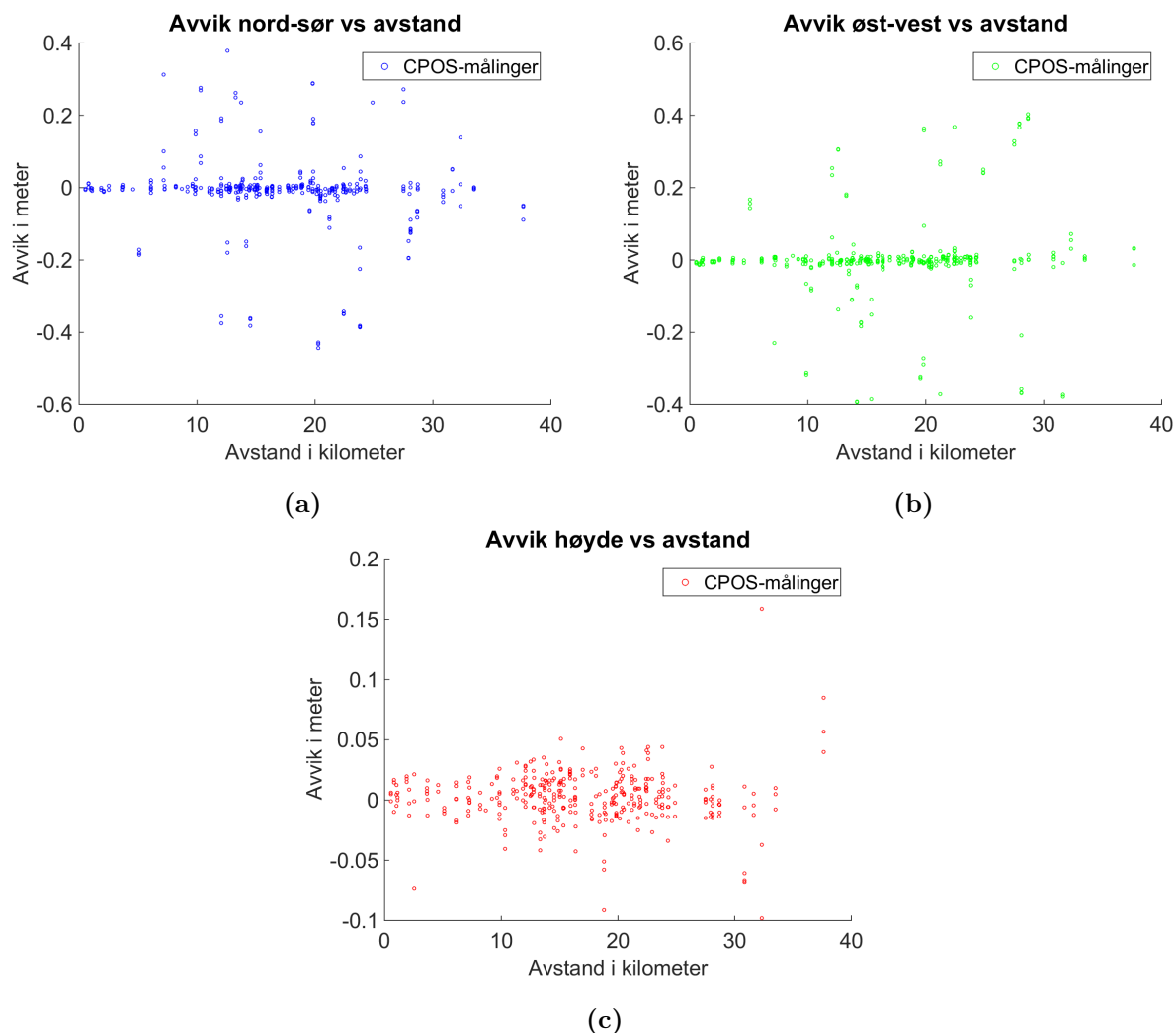


Figur 4.32: Distribusjonsplott fra alle målinger utenom de fra 2012. (a) viser nord-sør, (b) øst-vest og (c) høyde

Figur 4.32 viser avvikene for alle målinger som er gjort utenom 2012 målingene.

4.5.1 Avvik med hensyn på avstand

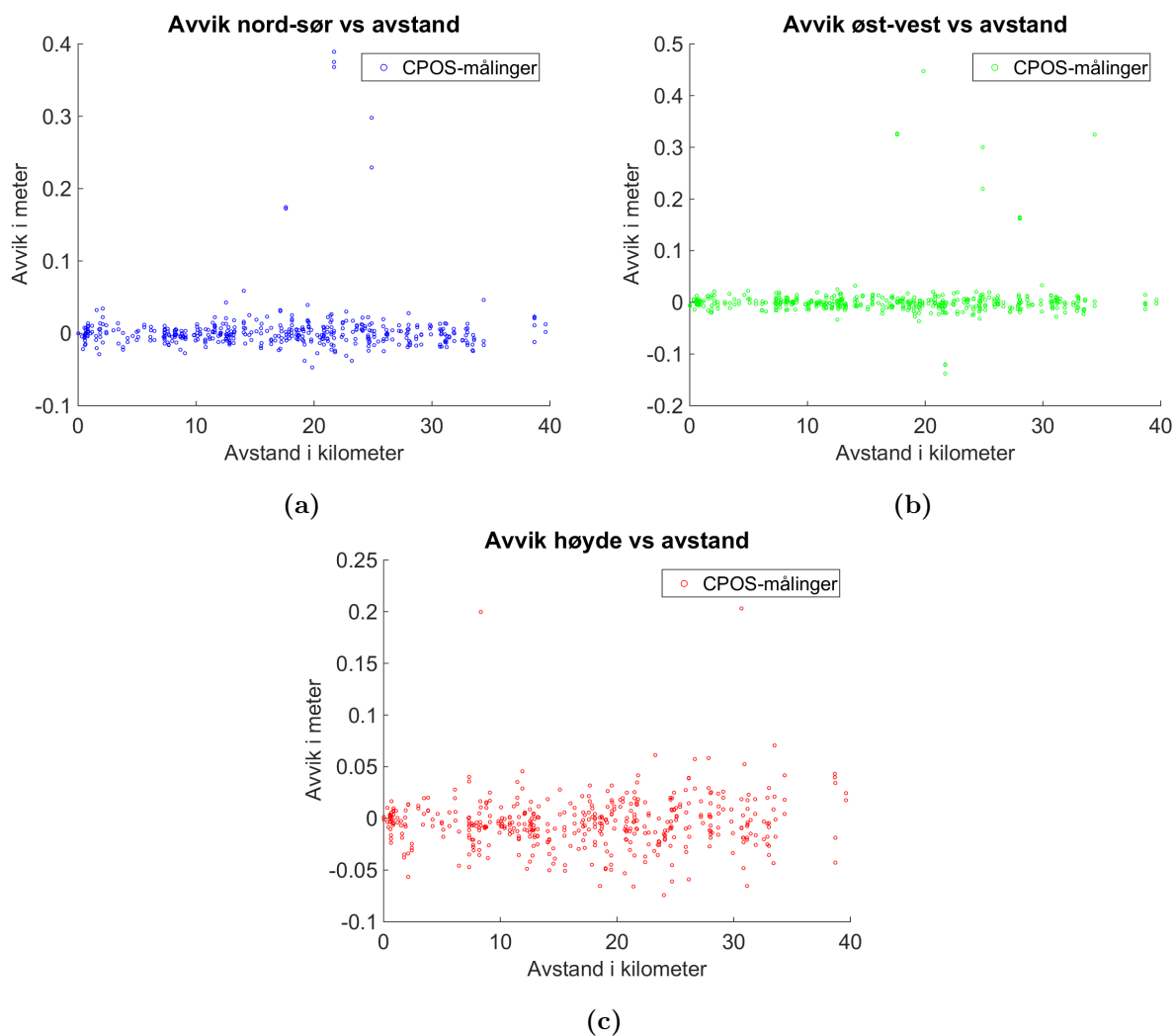
Avvik med hensyn på avstand for alle målingene gjort i 2012:



Figur 4.33: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012

Figur 4.33 viser hvordan fasetavvikene fra målingene gjort i 2012 er fordelt med hensyn på avstand til nærmeste referansestasjon. Også målingene hvor det mest sannsynlig er blitt brukt en mobil referansestasjoner med her.

Avvik med hensyn på avstand for alle målingene utenom 2012:



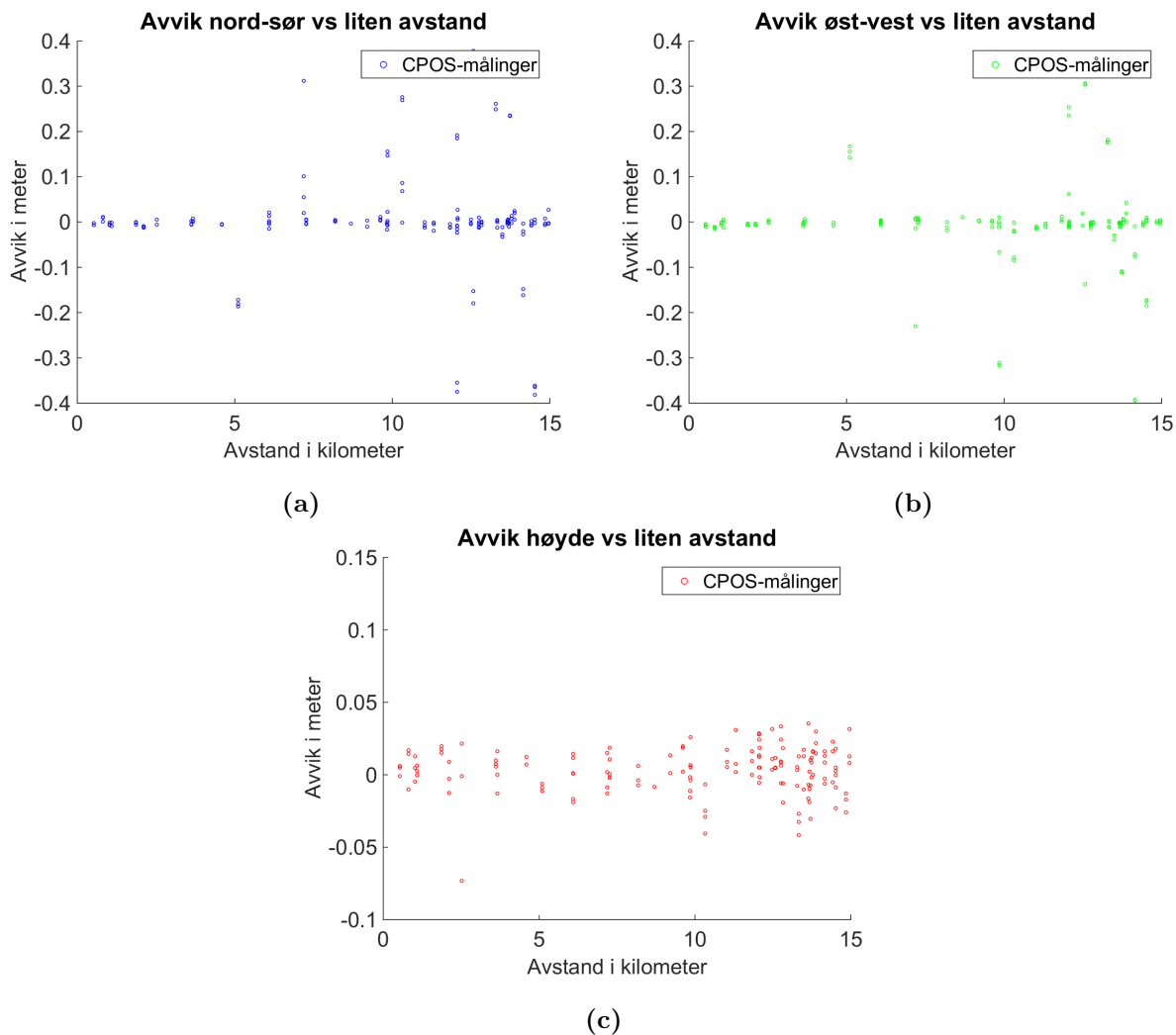
Figur 4.34: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger utenom 2012

Figur 4.34 viser hvordan avvikene er spredt når alle avvikene utenom de fra 2012 er med.

4.5.2 Sortering med hensyn på avstand

Sorterer alle 2012-målinger med hensyn på avstand for å se om det er effekt av de mobile referansestasjonene.

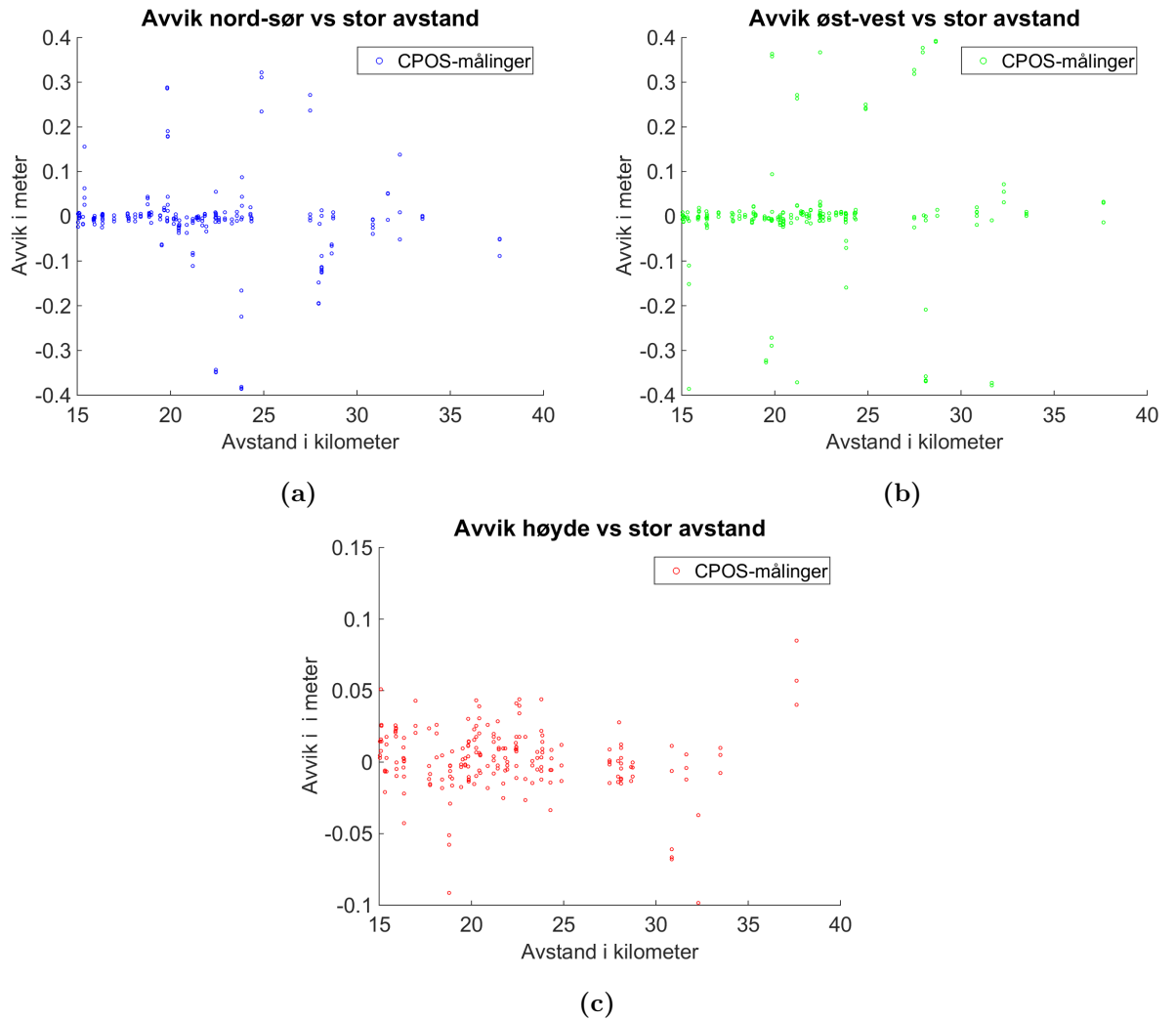
Liten avstand



Figur 4.35: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012 mellom 0-15 km

Figur 4.35 viser avvikene fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er 0-15 km.

Stor avstand

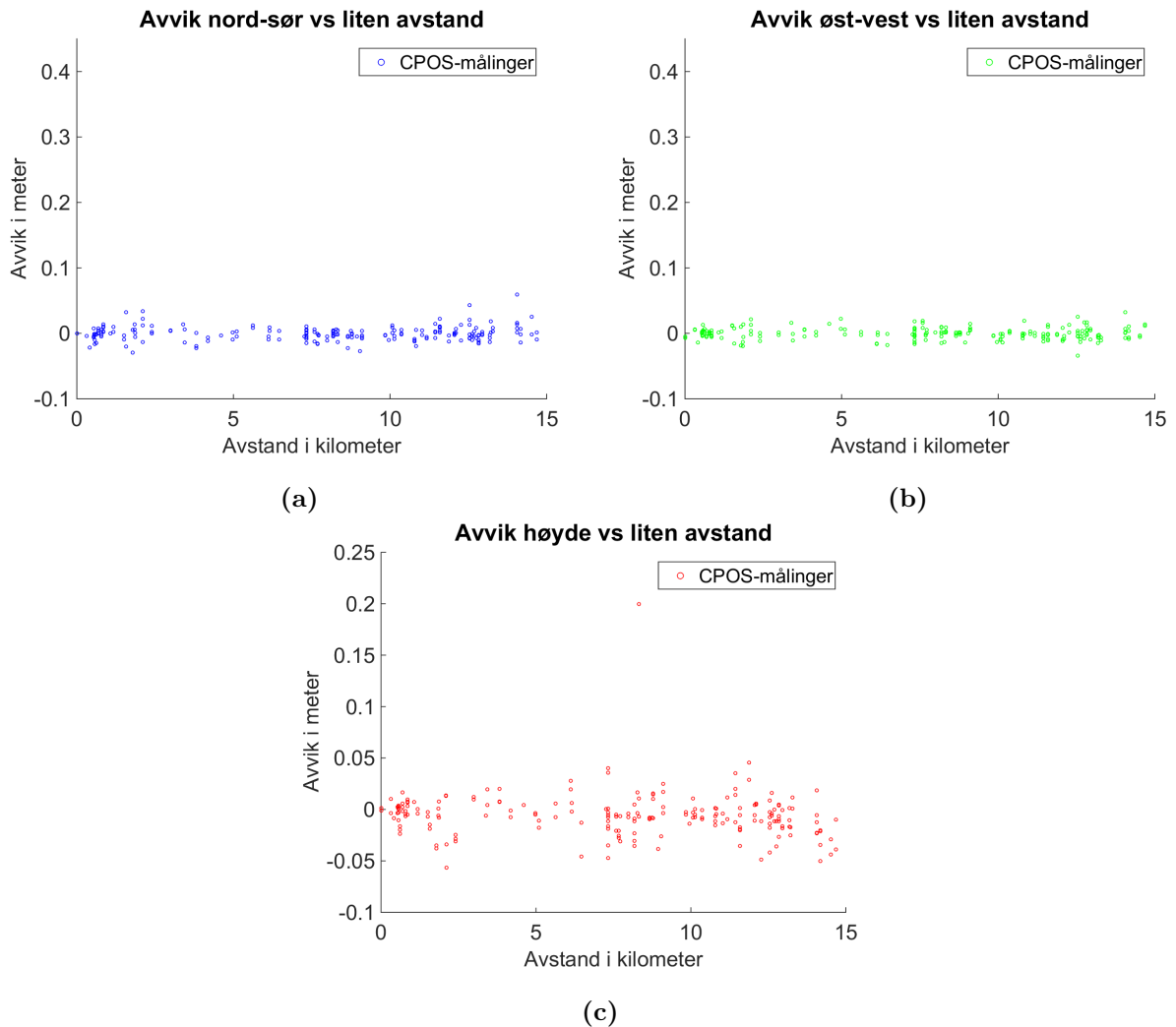


Figur 4.36: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort i 2012 mellom 15-40

Figur 4.36 viser avvikene fra 2012 hvor avstanden til nærmeste referansestasjon er 15-40 km. Også målingene hvor det er antatt bruk av mobile referansestasjoner er med her.

Sorterer alle målingene utenom de fra 2012 etter hvor langt unna referansestasjonen de ligger.

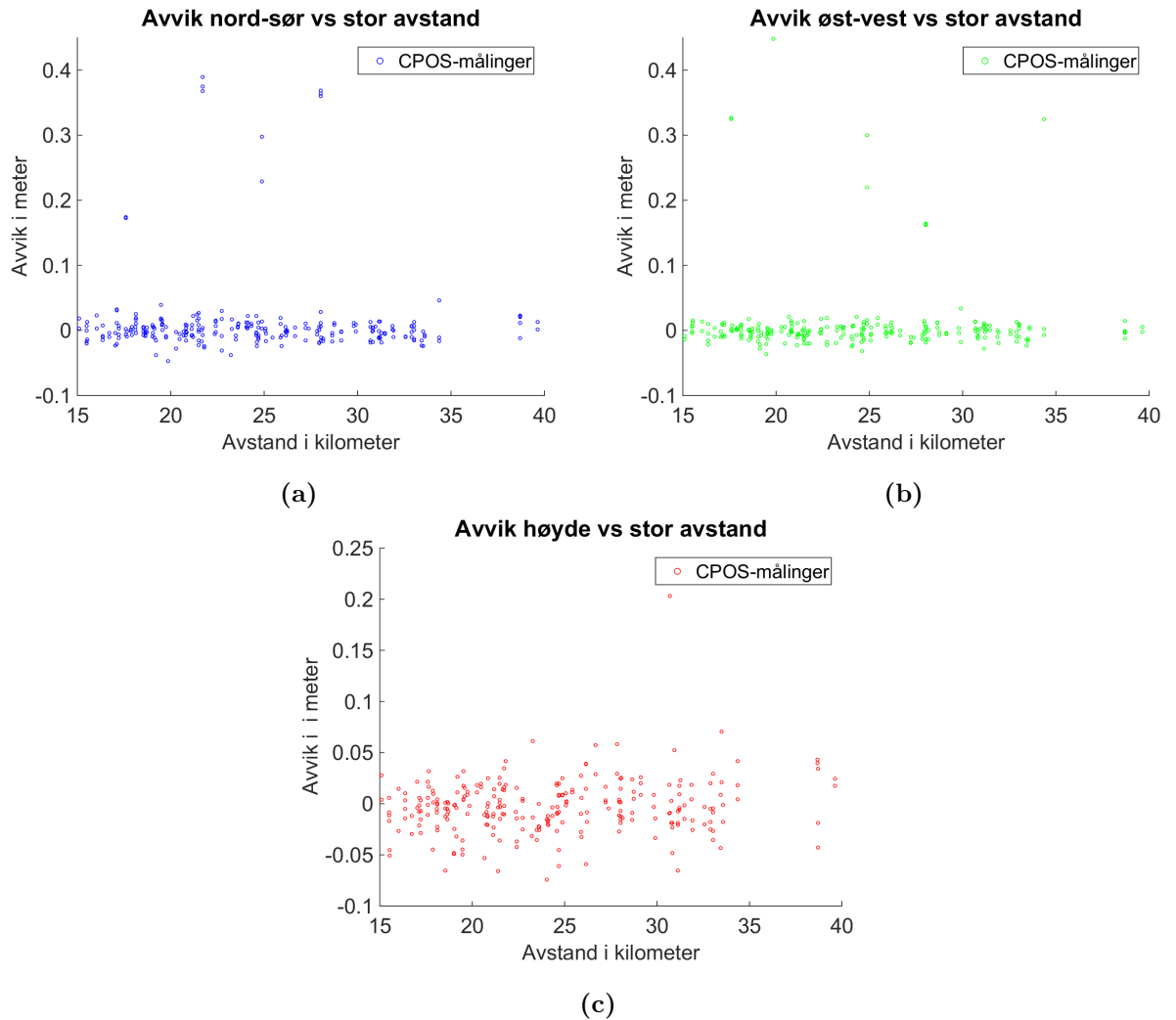
Liten avstand:



Figur 4.37: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort utenom 2012, mellom 0-15km fra nærmeste referansestasjon

Figur 4.37 viser alle målingene som ligger 0-15 km fra nærmeste referansestasjon uten målingene gjort i 2012. Som figuren viser er det relativt små avvik i både grunnriss og høyde.

Stor avstand



Figur 4.38: Avviket i nord-sør(a), øst-vest(b) og høyde(c) for alle målinger gjort utenom 2012 mellom 15-40

Figur 4.38 viser fordelingen av alle målingene, utenom 2012, som er fra 15 til 40 km fra nærmeste referansestasjon. En del store avvik kan ses i både nord-sør og øst-vest, og også i høyde er det noen over 10 cm.

4.5.3 Statistikk

Statistikk for 2012 målingene er beregnet og presentert i tabell 4.8, mens statistikk for alle målingene uten 2012 er presentert i tabell 4.9.

	ALLE MÅLINGER	GRENSE GROVFEIL 5%	AVSTAND ≤ 15 KM	AVSTAND >15
ANTALL MÅLINGER	357	357	151	206
STD NORD-SØR	0.1085	0.0715	0.1090	0.1079
STD ØST-VEST	0.1175	0.0833	0.0900	0.1343
STD GRUNNRIS	0.1375	0.1168	0.1234	0.1468
STD HØYDE	0.0214	0.0144	0.0160	0.0246
RMS NORD-SØR	0.1086	0.0715	0.1086	0.1088
RMS ØST-VEST	0.1173	0.0832	0.0901	0.1341
RMS GRUNNRIS	0.1599	0.1332	0.1411	0.1727
RMS HØYDE	0.0215	0.0148	0.0163	0.0247
GROVFEIL GRUNNRIS	0	18	0	0
GROVFEIL HØYDE	0	18	0	0.0000
GJSNITT NORD-SØR	-0.0079	0.0034	0.0029	-0.0162
GJSNITT ØST-VEST	-0.0014	0.0007	-0.0080	0.0035
GJSNITT GRUNNRIS	0.0820	0.0643	0.0692	0.0916
GJSNITT HØYDE	0.0030	0.0035	0.0032	0.0029
MAX NORD-SØR	0.3784	0.2878	0.3784	0.3215
MAX ØST - VEST	0.4030	0.3632	0.3063	0.4030
MAX HØYDE	0.1584	0.0413	0.0354	0.1584
MIN NORD-SØR	-0.4432	-0.2245	-0.3820	-0.4432
MIN ØST - VEST	-0.3934	-0.3575	-0.3934	-0.3857
MIN HØYDE	-0.0983	-0.0405	-0.0731	-0.0983

Tabell 4.8: Statistikk over alle målingene gjort i 2012. Sortering med hensyn på høydeforskjell er ikke tatt med her, ettersom det vil være irrelevant med tanke på at høyden til de mobile referansestasjonene ikke er kjent. Alle avstandsenheter er i meter.

Ved beregningen av de statistiske tallene for målingene gjort i 2012 (tabell 4.9) er det ikke sortert med hensyn på høydeforskjell mellom målepunkt og referansestasjon ettersom det er irrelevant med tanke på at høyden til de mobile referansestasjonene ikke er kjent. Selv om avstanden til de mobile referansestasjonene heller ikke er kjent, er det likevel interessant å se på statistikken for disse, ettersom det da kan synliggjøres en eventuell effekt av slike stasjoner.

	ALLE MÅLINGER	GRENSE GROVFEIL 5%	AVSTAND ≤ 15 KM	AVSTAND >15
ANTALL MÅLINGER	463	463	203	260
STD NORD-SØR	0.0483	0.0106	0.0110	0.0633
STD ØST-VEST	0.0423	0.0090	0.0091	0.0558
STD GRUNNRIS	0.0604	0.0070	0.0084	0.0791
STD HØYDE	0.0269	0.0177	0.0222	0.0301
RMS NORD-SØR	0.0487	0.0106	0.0110	0.0642
RMS ØST-VEST	0.0424	0.0090	0.0090	0.0560
RMS GRUNNRIS	0.0645	0.0143	0.0142	0.0852
RMS HØYDE	0.0271	0.0180	0.0228	0.0301
GROVFEIL GRUNNRIS	0	25	0	0.0000
GROVFEIL HØYDE	0	25	0	0
GJSNITT NORD-SØR	0.0062	-0.0009	-0.0004	0.0113
GJSNITT ØST-VEST	0.0031	-0.0010	-0.0001	0.0057
GJSNITT GRUNNRIS	0.0230	0.0125	0.0115	0.0320
GJSNITT HØYDE	-0.0035	-0.0037	-0.0054	-0.0020
MAX NORD-SØR	0.3894	0.0283	0.0590	0.3894
MAX ØST -VEST	0.4477	0.0224	0.0321	0.4477
MAX HØYDE	0.2178	0.0454	0.1996	0.2178
MIN NORD-SØR	-0.0468	-0.0275	-0.0291	-0.0468
MIN ØST - VEST	-0.1375	-0.0224	-0.0341	-0.1375
MIN HØYDE	-0.0741	-0.0456	-0.0565	-0.0741

Tabell 4.9: Statistikk over alle målinger utenom de gjort i 2012. Alle avstandsenheter er i meter

Tabell 4.9 viser statistikken for alle målingene når 2012-verdiene ikke er med.

Kapittel 5

Vurdering av resultater

Tidligere undersøkelser utført av Janssen og Haasdyk [28], viser at presisjonen ved bruk av NRTK-tjenester ligger på 12 mm i den horisontale komponenten og 21 mm i den vertikale komponenten (RMS på 1σ) når avstanden mellom referansestasjonene er ca 30 km. Økes avstanden til 50 km til nærmeste referansestasjon og 108 km mellom stasjonene, er tallene henholdsvis 25 mm horisontalt og 60 mm vertikalt. En lignende undersøkelse, gjort av Edwards, Clarke, Penna et.al [29], gir et resultat på 10-20 mm i grunnriss og 15-30 mm i høyde (RMS på 1σ). Disse studiene gir en viss pekepinn på hva som kan forventes av en analyse av CPOS-tjenesten, men det imidlertid verdt å merke seg at målegrunnlaget til begge undersøkelsene er forholdsvis lite ettersom det er brukt henholdsvis 4 og 6 målesteder. Til gjengjeld har de som har utført undersøkelsen hatt god kontroll på målingene og visst akkurat hvor og hvordan dataene ble samlet inn.

Målingene brukt i denne oppgaven har en mye større geografisk spredning og antall, men ettersom de er målt inn av mange forskjellige personer over en forholdsvis lang periode, er det ingen mulighet for å sjekke at målingen er gjort etter målepraksisen omtalt i kapittel 3 eller hvordan måleforholdene var på det aktuelle tidspunktet.

5.1 Målegrunnlaget - vurdering

Resultatene som er lagt fram i kapittel 4 viser tydelig at en del av målingene som er gjort, er gjort med hensyn på høyde og ikke grunnriss. Som distribusjonsplotene (figur 4.1-4.7) viser, er spredningen i grunnriss er mye større enn i høyde, noe som må sies å være litt oppsiktsvekkende ettersom en vanlig tommelfingerregel er at nøyaktigheten i høydekomponenten er to dårligere enn grunnrisskomponenten [11]. Som nevnt tidligere ble det opplyst fra Kartverket at nøyaktigheten i grunnriss kan ha blitt skadelidende nettopp på grunn av fokuset på høyde, men det er klart at hvis grunnrissmålingene er 20-40 cm feil vil dette også fort gå utover påliteligheten til høydemålingen.

Distribusjonsplottene viser forøvrig at avvikene i nord-sør, øst-vest og høyde tilsynelatende følger normalfordelingskurven ganske bra, med kanskje en liten tendens mot den negative siden. Når grovfeilsøk gjennomføres kommer det fram at avvikene i høyde har en mer jevn spredning rundt 2-3 centimeter, mens det i nord-sør og øst-vest er mer konsentrert rundt 0, men med større avvik innimellom. Det er ved fjerning av de 10 % største feilene og når toleransegrensen settes på 2RMS at den nøyaktighetsforskjellen mellom grunnriss og høyde, som kan forventes, blir tydelig. Dette har sammenheng med det figur 4.8 og 4.9 viser, nemlig at det er såpass mange avvik i grunnriss som ligger i sjiktet mellom 10-40 centimeter at det må fjernes forholdsvis mange målinger(jamfør tabell 4.3) før de forventede resultatene kommer fram.

At det fjernes såpass mange verdier som opptil 22% med grovfeilsøk på 2RMS og opptil 12% med et grovfeilsøk på 3RMS (se tabell 4.3) må også sies å være litt oppsiktsvektende. Ved normalfordeling er en forventet andel grovfeil med et grovfeilsøk tilsvarende 2RMS, på 5% og ved 3RMS 0.3%. Det er derfor de statistiske tallene som er beregnet etter et grovfeilsøk på 5 % som er lagt til grunn for konklusjon og sammenligning av målingene.

Forøvrig forventes det på våre breddegrader bedre målinger i øst-vest enn i nord-sør på grunn av at andelen satellitter i sør er større enn den i nord. Det vil si at de systematiske feilene vil bli skjevfordelt i nord-sør retning. Distribusjonsplottene i figur 4.1-4.7 og tilsvarende tabell 4.3 tilsier imidlertid ikke at denne effekten har hatt stor betydning på disse målingene.

5.2 Avvik med hensyn på avstand - vurdering

Spredningsplottene som viser avvik med hensyn på avstand til nærmeste referansestasjon viser en forholdsvis jevn spredning av avvikene, men noen spor av korrelasjon mellom økt avstand og avvik kan det tilsynelatende finnes.

I figur 4.10 (c) som viser høydeavviket når alle gyldige målingene er med, ser det ut som om avvikene sprer seg i en slags vifteform, hvor det nærmest y-aksen er en tett samling av avvik rundt 0, mens jo lenger fra referansestasjonen man beveger seg jo mer spredning blir det i avvikene. Spesielt etter 30 km begynner det å bli en del avvik større enn 5-6 centimeter. I figur 4.10(a) og(b) som viser avvikene i nord-sør og øst-vest opptrer ikke den samme vifteformen, men det er verdt å merke seg at avvikene holder seg forholdsvis lavt de første kilometrene , og det er først fra ca 5 km avvikene begynner å bli større.

Et annet poeng er det figur 4.17 og figur 4.18 viser, nemlig at er flere store avvik i nord-sør og øst-vest retning hvor avstanden mellom målepunkt og referansestasjon er 0-15 km, enn hvor avstanden er 15-40 km. Derav viser tabell 4.6 at både standardavvikene og RMS-verdiene er lavere for målingene som er gjort ved stor avstand til nærmeste referansestasjon enn for de med kort avstand. Dette har selvfølgelig en delvis forklaring i at det er flere målinger som er gjort i området

mellom 0-15 km, enn 15-40 km (henholdsvis 58 % og 43 %). Man skulle likevel tro at et grovfeilsøk på 5% ville fjerne de vesentligste grovfeilene og gjort RMS-verdiene og standardavvikene lavere, men som tabell 4.7 viser er det ikke det som er tilfellet. Det er dermed ingen grunn til å si at økt avstand fører til økte avvik i nord-sør og øst-vest retning.

I høyde viser imidlertid figur 4.17 (c) og 4.18(c) at det er motsatt, nemlig at standardavviket og RMS-verdien er bedre for målingene gjort nærmere referansestasjonen enn for de som ligger langt unna. Dette gir grunnlag for å tro at en økning i avstand gir økning i høydeavvik. Regresjonslinjene i figur 4.19 og 4.20 kan også se som gir den samme konklusjonen, ettersom det kan ses en svak helning, men på grunn av de lave R^2 verdiene i tabell 4.3 viser det seg at modellen ikke representerer observasjonene. Det er dermed ikke statistiske bevis av signifikant størrelse som kan slå fast at økt avstand gir økte avvik i høydekomponenten.

5.3 Avvik med hensyn på høydeforskjell - vurdering

Høydeforskjellen mellom målepunkt og referansestasjon varierer fra -800 til 1200 meter og avvikene vises i figur 4.21-4.27. Tabell 4.6 viser at standardavviket og RMS verdiene er høyere for målingene hvor høydeforskjellen mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon er større enn 200 meter enn målingene som har en høydeforskjell fra 0 til 200 meter. Selv om det forventes at det først og fremst er høydemålingene som blir påvirket av høydeforskjell mellom målepunkt og referansestasjon viser tabell 4.6 at det er standardavviket og RMS verdiene i øst-vest retning som har størst økning fra de målingene med liten høydeforskjell til de med stor.

Tabell 4.6 viser også at det største negative avviket i både nord-sør, øst-vest og høyde faktisk forekommer på målinger hvor høydeforskjellen mellom målepunkt og referansestasjon er maksimalt 200 meter. De største positive avvikene forekommer derimot på målinger hvor høydeforskjellen er større enn 200 meter, noe som også ses ved å sammenligne figur 4.28 og 4.29. Dette viser at selv om høydeforskjellen er liten er det ingen garanti for at avvikene i forhold til fasit ikke blir kan bli store

Det er betimelig å tro at en av hovedårsakene til at man ser en økning i standardavvikene og RMS-verdiene når høydeforskjellen blir større er at det vil være en økning av umodellerte troposfæriske effekter når høydeforskjellen blir større. Demping av troposfæriske effekter er tross alt en av de største utfordringene ved bruk av GNSS for posisjonering (se avsnitt 2.3.1) og ettersom mange av modellene som blir brukt for å beskrive den ofte tar utgangspunkt i at brukeren og referansestasjon er på omtrent lik høyde og at avstanden dem imellom er relativt liten [29], er det klart at en stor høydeforskjell og/eller stor avstand vil senke gyldigheten av modellen og derav senke kvaliteten på målingen.

Regresjonslinja i figur 4.30 og den tilhørende R^2 -verdien beskriver imidlertid at det ikke er noen statistiske bevis av signifikans som tilsier sammenheng mellom økt høydeforskjell og økt avvik i høyde.

5.4 Målinger fra 2012 - vurdering

Ved å sammenligne resultatene med og uten målingene gjort i 2012 viser tabell 4.8 og 4.9 at kvalitetsparametrene i grunnriss blir betraktelig bedre uten 2012 målingene. Det samme ses i tabell 4.4 og 4.5, hvor standardavvikene og RMS-verdiene i nord-sør og øst-vest er lavere når 2012 målinger som har en større avstand enn 15 km til nærmeste referansestasjoner tatt ut, kontra når alle er med. Standardavvikene og RMS-feilene blir imidlertid mindre for høyde når målinger fra 2012 er med. Dette kan tyde på at kanskje ekstra mange av CPOS-målingene fra 2012 ble utført med fokus på å få et godt resultat i høyde, og at det muligens ikke er tatt hensyn til hvorvidt libella har vært riktig kalibrert eller at vedkommende som har utført målingen har stilt opp litt på siden av selve bolten. Sistnevnte vil være mest aktuelt ved skrubolter ettersom det her er foten av skruen som er høydereferansen.

Sammenlignes figur 4.33 og figur 4.34 kan det se ut som den vifteformen som ses i 4.34 (c) og 4.10(c) ikke oppstår på samme måte i figur 4.33. Dette tyder på at de mobile referansestasjonene som er brukt har bedret resultatene, iallefall i høyde. Tabell 4.8 og 4.9 underbygger imidlertid ikke helt dette ettersom økningen i standardavvik og RMS-verdi mellom målinger som har liten avstand til nærmeste referansestasjon og de som har stor, er omtrent like stor både for målingene gjort i 2012 og målingene gjort de andre årene. Hvorvidt det var dette som var grunnen til at Kartverket stoppet med de mobile referansestasjonene etter 2012 vites ikke, men tilsynelatende kan det virke som om at den eventuelle lille gevinsten ved å sette opp en mobil referansestasjon ikke sto i stil med den økte innsatsen.

5.5 Grovfeildistribusjon - vurdering

Figur 4.8 og 4.9, som viser grovfeildistribusjonen, gir også en bekreftelse på at de store avvikene oppstår i grunnriss, mens avvikene i høyde er mer sentrert rundt 6-7 cm. Tabell 4.1 viser også at det skjer en forholdsvis stor økning i antall grunnfeil høyde som skjer ved bruk av 2RMS som toleransegrense framfor 3RMS. En økning fra 3% til over 22% tilsier at det er mange målinger i høyde som har et avvik som ligger i rundt denne grensen.

Kapittel 6

Konklusjon og videre arbeid

Resultatene fra denne undersøkelsen viser at på et 95 % konfidensnivå kan det, noe overraskende, forventes et standardavvik på 6.9 cm i grunnriss og 1.7 cm i høyde, med en tilsvarende RMS-verdi på 7.6 cm i grunnriss og 1.7 cm i høyde.

	SAMLET	AVSTAND ≤ 15 KM	AVSTAND >15 KM	HØYDE- FORSKJELL ≤ 200M	HØYDE- FORSKJELL >200M
STD GRUNNRISS	0.0692	0.0413	0.0080	0.0234	0.0556
STD HØYDE	0.0168	0.0144	0.0202	0.0154	0.0223
RMS GRUNNRISS	0.0756	0.0453	0.0167	0.0278	0.0603
RMS HØYDE	0.0168	0.0144	0.0204	0.0155	0.0222

Tabell 6.1: Presisjon og nøyaktighet ved CPOS med grovfeil hvor de 5 %største avvikene er fjernet. Verdiene er i meter.

Tabell 6.1 viser at avstanden mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon ikke spiller noe rolle i grunnriss, noe også regresjonsanalysen viste. På tross av at det i høyde kan se ut som at økt avstand gir økte avvik, ble ingen signifikante statistiske resultater funnet til å bygge opp om dette. Økt høydeforskjell mellom målepunkt og nærmeste referansestasjon ser også tilsynelatende ut til å kunne gi økte avvik i både grunnriss og høyde, men heller ikke her ble det funnet signifikante statistiske beviser som bekrefter dette.

Undersøkelsens overraskende resultat, med lavere verdier i høyde enn i grunnriss, forklares med at det tydelig har blitt fokusert på å få gode høydemålinger og at dette har gått utover en del av grunnrissmålingene. Det kan tenkes at enkelte av operatørene som har utført målingene ikke har vært like opptatt med sentring av libelle og heller ikke med å stille opp rett over punktet. Dette vil i så fall være uheldig for høydemålingen da en unøyaktig sentring på 10cm og oppover også vil skade målingen av høydekomponenten.

Videre arbeid

- Øke omfanget av undersøkelsen til å også ta med avstanden til de 5 nærmeste referansestasjonene og se om avstanden dem i mellom påvirker resultatet. I

undersøkelsene til Edwards, Clarke, Penna et.al [29] og Janssen og Haasdyk [28] ser det ut som dette nettopp dette er tilfellet, så om dette også påvirker CPOS-tjenesten, i større eller mindre grad, er sannsynlig.

- Undersøke om avvikene kan ha blitt forårsaket av dårlige korreksjonsdata fra referansestasjonene. For eksempel på grunn av økt ionosfæreaktivitet på den aktuelle måledagen eller økning av multipath på bakgrunn av gjengroing av området rundt referansestasjonen.
- Inkludere standardavvikene til hver enkelt måling som følger med i målerapporten. Dette kan gi et enda mer presist svar på hvor god tjenesten er.

Bibliografi

- [1] Galileo; 2013. Åpnet 02.2015. <https://snl.no/GALILEO>.
- [2] Compass; 2013. Åpnet 02.2015. <https://snl.no/Compass>.
- [3] Nørbech T, Kierulf H, Kristiansen O, Plag HP. Norge på flyttefot: Kontinentaldrift og landheving i transformasjon fra ITRF til EUREF89; Geodesidagene på Sundvolden (2001).
- [4] 3.6 The global horizontal datum;. Åpnet 04.2015. <http://kartoweb.itc.nl/geometrics/reference%20surfaces/body.htm>.
- [5] Sanz Subirana J, Juan Zornoza J, Hernandez-Pajares M. GNSS signal(2011); Tilgjengelig fra: http://www.navipedia.net/index.php/GNSS_signal.
- [6] Zinas N. Development and assessment of a new rover-enhanced network based data processing strategy for Global Navigation Satellite Systems [doktorgradsavhandling]; 2010. April.
- [7] Karaim M, Karamat T, Noureldin A, Tamazin M, Atia M. Detection and correction using inertial aiding; GPS world (2014).
- [8] Leick A. GPS satellite surveying; (2004). 3. utgave. Wiley.
- [9] Se solstorm;. Åpnet 05.2015. <http://sesolstorm.kartverket.no/help.xhtml>.
- [10] Sanz Subirana J, Juan Zornoza J, Hernandez-Pajares M. GNSS signal(2011); Tilgjengelig fra: http://www.navipedia.net/index.php/Ionosphere-free_Combination_for_Dual_Frequency_Receivers.
- [11] Hoffman-Wellenhof B, Lichteneger H, Wasle E. GNSS; (2008). Springer Wien-NewYork.
- [12] Steigenberger P, Hugentobler U, S L, Perosanz F, Prange L, Dac R, et al. Galileo orbit and clock quality of the IGS Multi-GNSS experiment; Adv. Space Res 2014 januar.
- [13] [IGS] products;. Åpnet 04.2015. <https://igs.cb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>.
- [14] Teunissen P, Kleusberg A. GPS for geodesy;. 2. utgave Springer-Verlag (1998).

- [15] GNSS network-RTK today and in the future. Concepts and RTCM standards; (2013). Äpnet 03.2015. http://www.stadtentwicklung.berlin.de/internationales_eu/geoinformation/download/gnss/3_5_Wuebbena.pdf.
- [16] El-Mowafy A. Precise Real-Time Positioning using Network RTK;Global Navigation Satellite System: Signal, Theory and Applications (2012).
- [17] Wübbena G, Willgalis S. State space approach for precise real time positioning in GPS reference network;Proceedings Int. Symp. on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation (2001).
- [18] Lachapell G, Alves P. Multiple reference station approach: overview and current research;Journal of Global Positioning Systems (2002).
- [19] Wanninger L. Introduction to Network RTK; (2008). Äpnet 20.02.2015. <http://www.wasoft.de/e/iagwg451/intro/introduction.html>.
- [20] IGS. IGS site guidelines;. Äpnet 03.2015. <https://igscb.jpl.nasa.gov/network/guidelines/guidelines.html>.
- [21] Dai L, Han S, Wang J, Rizos C. Comparison of interpolation algorithms in network-based GPS techniques;Journal of Navigation (2002).
- [22] TrimbleTerrasat. Support of network formats by trimble GPSNET network RTK solution; (2005).
- [23] Petovello M. What is virtual reference station and how does it work?;Inside GNSS(2011).
- [24] Janssen V. A comparison of the VRS and MAX principles for network RTK;International Global Navigation Satellite Systems Society (2009).
- [25] Euler H. Reference station network information distribution; (2005). Äpnet 02.2015. <http://www.wasoft.de/e/iagwg451/euler/euler.html>.
- [26] Wübbena G, Bagge A, Seeber G, Böder V, Hankmeier P. Reducing Distance Dependent Errors for Real Time Precise DGPS Applications by Establishing Reference Station Networks;Proc 9th Int Tech Meeting Satellite Division US Inst. Navigation (1996).
- [27] Rutledge D. A primer on GPS truth;GPS world(2010).
- [28] Janssen G, Haasdyk J. Assessment of Network RTK Performance using CORSnet-NSW;International Global Navigation Satellite Systems Society IGSS Symposium (2011).
- [29] Edwards SJ, Clarke PJ, Penna NT, Goebell S. An examination of network RTK GPS Services in Great Britain;Survey Review,42, 316 pp.107-121 (2010).



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Postboks 5003
NO-1432 Ås
67 23 00 00
www.nmbu.no