

Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2021 30 stp
Fakultet for realfag og teknologi

Numerisk analyse av limtrebjelke forsterket med karbonfiberarmert plastplate.

Numerical analysis of glulam timber beam
reinforced with carbon fibre-reinforced polymer
sheet.

Giulia Andersen Faraglia
Byggeteknikk og arkitektur

Forord

Masteroppgaven er et avsluttende arbeid for studiet Byggeteknikk og arkitektur med studieretning konstruksjonsteknikk ved Norges miljø -og biovitenskapelig universitet (NMBU). Oppgaven er utarbeidet i tidsperioden fra januar til juni 2021 og utgjør totalt 30 studiepoeng.

Valget å studere konstruksjonsteknikk som spesialisering på mastergraden ved NMBU, har gitt meg en dypere forståelse og skapt en stor interesse for trekonstruksjoner. Mitt ønske om å bygge videre på kunnskapen på dette feltet er en av årsakene for mitt valg av temaet limtre som byggemateriale. Tematikken om limtrebjelker forsterket med karbonfiberarmert polymer (CFRP) ble foreslått av førsteamanuensis Themistoklis Tsalkatidis, som også har vært veileder for denne avhandlingen.

I Norge har limtre vært mye brukt tidligere, og er stadig mer etterspurt i byggebransjen for sine bærekraftige og gode mekaniske egenskaper. Oppgaven setter fokus på limtrebjelker og hvordan CFRP-forsterkning påvirker økning i styrke og stivhet. Fordelene med å kunne bruke CFRP til å forsterke limtrekonstruksjoner er en teknikk som nylig har blitt forsket på og oppgaven kan dermed gi et viktig bidrag til dette feltet. Denne nye teknikken kan potensielt gi mange gode fordeler som for eksempel å redusere dimensjoner av trebjelker og å bruke tre av lavere kvalitet.

Proessen under masterskrivingen har gitt meg en stor faglig utvikling. Tematikken har gitt meg en bedre forståelse for egenskaper til limtrebjelker og elementmetoden. En stor del av prosessen har vært dedikert til å forstå og lære programmet ANSYS Mechanical APDL, som har bidratt til min bratte læringskurve.

Jeg vil først og fremst takke min veileder, førsteamanuensis Themistoklis Tsalkatidis, som har veiledet meg underveis med sin faglige kompetanse, og motivert meg under skrivingen av masteroppgaven. Til slutt vil jeg takke min familie og venner som har støttet meg gjennom arbeidet.

Sammendrag

Forsterkningsteknikker med komposittmaterialer som fiberarmert plast (FRP) er metoder som har blitt mye brukt på betongkonstruksjoner. I de siste årene har det vært utført ny forskning på hvordan komposittmaterialer kan forbedre de mekaniske egenskapene til trelementer. Flere studier som har undersøkt samvirke mellom trevirke og karbonfiberarmert plast (CFRP) som forsterkning, har konkludert med at karbonfibrene vil føre til høy stivhetsøkning. CFRP har høy styrke og stivhet i forhold til vekt, og god holdbarhet ved fuktige miljøer. Disse fordelene har ført til at CFRP kan være en bra erstatning for metallarmering som forsterkning av trekonstruksjoner. Tre er et av de eldste byggematerialene som fortsatt er mye brukt i dag, i både store og små konstruksjoner, på grunn av dets gode mekaniske egenskaper og miljøegenskaper. Denne forsterkningsteknikken kan føre til et mer bærekraftig materialbruk da mindre tre og elementer av lavere trekvalitet vil utnyttes i nye bygg. CFRP kan i tillegg øke levetiden til gamle trebygg ved at man kan forsterke trekomponenter istedenfor utskiftning.

I denne oppgaven har fokuset blitt rettet mot hvordan CFRP-plater av ulike lengder og tykkelser, brukt som forsterkning i strekksonen til limtrebjelke, vil påvirke bøyestivhet og spenningsfordeling i bjelkens lengderetning. Oppgaven har kun tatt for seg bruksgrensetilstanden, da dette ofte vil være dimensjonerende for en trebjelke. For å finne ut hvilke ytelser som kan tilføres en limtrebjelke ved bruk av en CFRP-plate, er det valgt å gjennomføre en elementmetode-analyse med ANSYS Mechanical APDL 2020 R2. ANSYS-modellen har blitt først verifisert ved å gjenskape resultater fra labarbeid utført i forskningsartikkelen «Experimental and analytical investigation on CFRP strengthened glulam laminated timber beams: Full-scale experiments», Vahedian et al. (2018), og deretter har åtte caser blitt modellert. Hver case har det samme statiske oppsettet, der to ulike platetykkelser og tre platelengder av CFRP har blitt undersøkt i alle kombinasjoner. Limtre og CFRP har i denne oppgaven blitt modellert som lineære elastiske materialer da analyseområde er innenfor bruksgrensetilstandens grenseverdier.

ANSYS-modellen har gitt resultater som samsvarer med teorien på samvirke mellom limtre og CFRP-plater. Fra resultatene vil CFRP-plater bidra til en betydelig økt stivhet i limtrebjelken. Platetykkelsen gir et stivhetsbidrag under nedbøyning da resultatene viser at deformasjoner blir mindre. I tillegg viser økende platelengde å gi en stivere bjelke. Lengden av CFRP-platen spiller en større rolle ved fordelingen av strekkspenninger i fiberretning. I de casene hvor CFRP-platen er kortere enn 1300 mm har modellen vist en konsentrasjon av spenninger i limtreet ved enden av platen noe som kan føre til sprøtt brudd. Strekkspenningene i fiberretning blir forsterket ved tykkere plater da det fører til mindre spenningsfordeling. Casen som har oppnådd størst stivhet og lavest spenningskonsentrasjon i fiberretning er limtrebjelken med den lengste og tykkeste CFRP-platen.

Abstract

Reinforcing methods using composite materials as fibre-reinforced polymer (FRP) are widely used methods in concrete structures. In recent years new research has been conducted on how composite materials can improve the mechanical properties of wood elements. Several studies have explored how wood and carbon fibre reinforced plastic, used as reinforcement, work together and concluded with a high increase in stiffness. CFRP has high strength and stiffness in relation to weight and good durability in moist environments. These benefits make CFRP a suitable replacement for metal as reinforcement in timber structures. Wood is one of the oldest construction materials still widely used today because of its good mechanical and environmental properties. This reinforcement method can lead to a more sustainable material use because less wood and lower grade wood can be used in new buildings. In addition, CFRP can increase the lifespan of old wood construction work as wood components can be reinforced instead of replaced.

This thesis focuses on how CFRP plates with different geometries used as reinforcement can affect bending stiffness and strain distribution along the beam direction. The thesis has only considered the service limit state as this will often be dimensioning limit state for a wood beam. A finite element method analysis has been conducted in the program ANSYS Mechanical APDL 2020 R2 to view the benefits of CFRP reinforcement. The ANSYS model has been verified by recreating the results from the lab work done in the research article «Experimental and analytical investigation on CFRP strengthened glulam laminated timber beams: Full-scale experiments», Vahedian et al. (2018) and then, eight cases have been modelled. Each case has the same statical setup. However, two plate thicknesses and three plate lengths have been investigated in all combinations. The Glulam and CFRP have been modelled as linear elastic materials as the area of analysis are within the service limit states boundary values.

The ANSYS model has given results that are valid according to the theory of reinforced glulam with CFRP. The plate thickness gives improved stiffness as the deflection decreases. The length of the CFRP plate has a significant impact on the stress distribution in the longitudinal direction. In the cases with a CFRP plate shorter than 1300 mm, the model showed a concentration of stresses in the glulam at the end of the plate, which can lead to brittle failure. The strains in the fibre direction increase with a stiffer CFRP plate as this leads to less stress distribution. The case with the highest stiffness and lowest stress concentration in the direction parallel to the grain is the longest and thickest plate.

Innholdsfortegnelse

Forord	i
Sammendrag	ii
Abstract	iii
Figurliste	vi
Tabelliste	viii
Definisjonsliste	ix
1 Innledning	1
1.1 Bakgrunn	1
1.2 Formål	1
1.3 Problemstilling	2
1.4 Avgrensninger	2
1.4.1 Geometriske- og materialegenskaper	2
1.4.2 Plassering av CFRP-plate	2
1.4.3 Numerisk analyse	2
1.4.4 Grenseverdier og bruksgrensetilstand	3
1.4.5 Miljø, økonomi og brann	3
2 Teori	4
2.1 Limtre	4
2.1.1 Materialegenskaper	5
2.2 Elastiske egenskaper	7
2.2.1 Elastisitetsmodul	8
2.2.2 Poisson tallet	8
2.2.3 Skjærmodul	8
2.3 Limtrebjelke	8
2.3.1 Dimensjonering	9
2.3.2 Nedbøyning	9
2.3.3 Spenninger	10
2.4 Fiberarmert plast	11
2.4.1 FRP-materialer	12
2.5 FRP-armerte trebjelker	13
2.5.1 Geometrieffekter til FRP-materialer	14
2.6 Epoksy	14
2.7 Elementmetode	14
2.7.1 Statisk og dynamisk analyse	16
2.7.2 Lineær og ikke-lineær analyse	16
2.8 ANSYS Mechanical APDL	16
2.8.1 Transient dynamisk analyse	17
2.9 Elementtype	18
2.9.1 SOLID185	18
2.9.2 SOLID186	19
2.10 Elementinndeling	19
2.11 Kontakt	20
2.11.1 Kontakt analyse	20
2.11.2 «Node-to-surface» kontakt	21
2.11.3 Kontakt-elementtyper	22
2.11.4 Symmetrisk og asymmetrisk kontakt	23
2.11.5 Kontaktoverflatens oppførsel	23
2.11.6 Kontaktalgoritmer	24

2.11.7	Kontaktstivhet og penetrasjonsverdi	25
2.11.8	Oppdagelse av kontaktpunkter	25
2.11.9	«Pinball region»	26
2.11.10	Bruk av «Contact Wizard»	26
2.12	Løsningsfase i ANSYS	28
3	Metode	31
3.1	Verifisering av modellen	31
3.2	Modellering av Case A og Case B	32
3.2.1	Element valg og geometri	32
3.2.2	Materialegenskaper	33
3.2.3	Elementinndeling	35
3.2.4	Kontakt mellom limtrebjelken og CFRP-platen	36
3.2.5	Opplagere og belastning	36
3.3	Casestudiene	39
3.3.1	Modellering i Case 1 til Case 8	41
3.3.2	Analyse	42
3.3.3	Resultatføring	44
4	Resultater	45
4.1	Verifisert modell	45
4.1.1	Case A	46
4.1.2	Case B	47
4.2	Casestudiene	50
4.2.1	Nedbøyning på midten av limtrebjelkene	50
4.2.2	Spenning i fiberretning for limtrebjelkene	52
4.2.3	Utnyttelse av CFRP-platen	55
5	Diskusjon	56
5.1	Verifisering av modell	56
5.1.1	Case A og Case B	56
5.2	Case 1 til Case 8	59
5.2.1	Nedbøyning på midten av limtrebjelken	60
5.2.2	Strekkspenning i fiberretning	60
5.3	Sammenligning mellom nedbøyning og strekkspenninger	61
5.4	Fordeling av spenning i fiberretning i CFRP-plate	62
6	Konklusjon	63
7	Videre arbeid	64
	Referanser	70
A	Resultater hentet fra Case A og Case B	i
B	Resultater hentet fra Case 1 til Case 8 for nedbøyning	ii
C	Resultater hentet fra Case 1 til Case 8 for spenning i fiberretning	iv
D	Parametre valgt for analysen i «Solution Controls» for Case1 til Case 8	vi
E	Konturplott for spenningsfordelig i limtreet og beskrivelse av den mest påkjente noden for Case 2 til Case 6	vii
F	Konturplott for spenningsfordeling i limtrebjelker med CFRP-forsterkning i Case 1 til Case 7	xi

Figurliste

2.1	Fremstilling av de ulike fasene i limtreproduksjon [6].	4
2.2	Oppbygging av tversnitt av både homogent limtre og av kombinert limtre, reproduisert figur av [26].	5
2.3	De tre prinsipielle akseretningene i trevirke. Reproduisert figur fra [64].	5
2.4	Styrkeegenskaper til limtre og konstruksjonsvirke. Konstruksjonsvirke har lavere styrkeegenskaper og høyere standardavvik [6].	6
2.5	Fasthetsklasser for homogent limtre gitt av EN 14080 [6].	6
2.6	Generell spenning-tøyningskurve for et materiale [1], figuren er redigert med en rød prikk og bokstaven A.	7
2.7	Prinsippene for de ulike deformasjonene av en limtrebjelke som summert gir den endelig nedbøyning [6].	9
2.8	Krav gitt av Tabell NA.A1 (904) i det nasjonale tillegget EN-1990 for største tillatte nedbøyningsverdier i bruksgrensetilstand ved ulike lastkombinasjoner [6].	10
2.9	Fordeling av trykk- og strekkspenning i limtres tversnittet ved økende bøyning [26].	10
2.10	Skjematisk oppbygning av komposittmaterialer [45].	11
2.11	Skjematisk oppbygning av komposittmaterialer med flere lag med unidireksjonal fiber og der fibre er lagt med ulik orientering [45].	11
2.12	Spennings-tøyningskurve for komposittmateriale, matriksmateriale og fibermateriale [45].	12
2.13	Spenning-tøyningskurve for karbonfiberarmert plast (CFRP), aramidfiber-armert plast (AFRP), galssfiberarmert plast (GFRP) og stål [25].	13
2.14	Proessen i elementmetode-analyse [5].	15
2.15	Eksempel på last-tid kurve med ulike «load step» [42].	17
2.16	Geometrien til SOLID185 Homogeneous Structural Solid i ANSYS [41].	18
2.17	Geometrien til SOLID186 Homogeneous Structural Solid i ANSYS [41].	19
2.18	Fremstilling av en strukturert og ustrukturert elementinndeling, reproduisert figur fra [72].	20
2.19	Fremstilling av «node-to-surface» kontakt med CONTA175-element i både 2D og 3D analyse [40].	22
2.20	Geometrien til TARGE170 [41].	23
2.21	Noder fra den deformerte platen som oppdager kontaktpunkter i target-flate [40].	25
2.22	Noder til den deformerte platen kan gli ved kantede flater til target-flate, «node slippage». [40].	26
2.23	«Pinball region» mellom kontaktflate og target-flate [38].	26
2.24	Bestemmelser for target-flate i «Contact Wizard» [40].	27
2.25	Bestemmelser for kontaktflate i «Contact Wizard» [40].	27
2.26	«Contact Wizard» i ANSYS der både symmetri og første penetrasjon i kontakten kan velges [40].	28
2.27	Fremstilling av hvordan den første penetrasjonen blir ignorert i ANSYS [40].	28
2.28	Første iterasjon ved å bruke «Newton-Raphson method» [43].	29
2.29	Andre iterasjon ved å bruke «Newton-Raphson method» [43].	30
3.1	Limtrebjelkens geometri i Case A med påført belastning.	31
3.2	Limtrebjelkens geometri i Case B med påført belastning. Rød strek markerer CFRP-platen.	32
3.3	Elementinndeling av limtrebjelken i Case A.	35
3.4	Parametere valgt for kontakten mellom limtrebjelken og CFRP-platen i «Contact Wizard» for Case B.	36
3.5	Elementinndeling av limtrebjelken med belastning og opplagere i Case B.	38
3.6	Limtrebjelkens geometri i Case 1 og Case 4. Rød strek markerer CFRP-platen.	40
3.7	Limtrebjelkens geometri i Case 2 og Case 5. Rød strek markerer CFRP-platen.	40
3.8	Limtrebjelkens geometri i Case 3 og Case 6. Rød strek markerer CFRP-platen.	40
3.9	Limtrebjelkens geometri i Case 7. Rød strek markerer CFRP-platen.	40
3.10	«Node-to-surface» kontakt mellom de berørte overflatene til limtrebjelken og CFRP-platen, vist i «Contact Wizard» for Case 2.	42
3.11	Limtrebjelken i Case 3 etter elementinndeling med opplagere og last definert i ANSYS-modellen.	43

4.1	Nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning for Case A og Case B.	45
4.2	Konturplott av den maksimale nedbøyningen for limtrebjelken i Case A.	46
4.3	Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning for Case A.	47
4.4	Konturplott av den maksimale nedbøyningen for limtrebjelken i Case B.	48
4.5	Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning i Case B.	49
4.6	Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning for kun limtreet i Case B.	49
4.7	Nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning for Case 1 til Case 8.	51
4.8	Reduksjon i nedbøyning på midten av limtrebjelken målt i prosent for Case 1 til Case 7 sammenlignet med Case 8.	51
4.9	Spenningsfordeling i fiberretning av limtrebjelken ved økende belastning for Case 1 til Case 8.	52
4.10	Den mest spenningspåkjente noden i limtrebjelken i Case 4 og tilsvarende konturplott av spenningskonsentrasjoner i kun limtreet.	53
4.11	Den mest spenningspåkjente noden i limtrebjelken i Case 7 og tilsvarende konturplott av spenningskonsentrasjoner i kun limtreet.	54
4.12	Reduksjon i spenning i fiberretning i limtrebjelken målt i prosent for Case 1, Case 2, Case 4 og Case 5 sammenlignet med Case 8.	55
4.13	Utnyttelse av CFRP-platen målt i prosent for Case 1 til Case 7.	55
5.1	Sammenligning av nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning mellom Case A og Case B1 [81] og mellom Case B og Case B8 [81].	57

Tabelliste

2.1	Oversikt over egenskapene til de ulike kontaktoverfaltene, reproduisert figur fra [73].	24
3.1	Geometriske parametre for limtrebjelke og CFRP-plate i Case A og Case B.	33
3.2	Materialeegenskapene brukt i Elementmodellen for Case A og Case B.	34
3.3	Geometriske parametre brukt i Elementmodellene for Case 1 til Case 8.	39
3.4	Materialeegenskapene brukt i Elementmodellen for Case 1 til Case 8.	41
4.1	Sammenligning av resultatene fra Case A og Case B1 [81] for nedbøyning på midten av limtrebjelken, maksimal σ_x og den største oppnådde lasten.	47
4.2	Sammenligning av resultatene mellom Case B og Case B8 [81] for nedbøyning på midten av limtrebjelken og maksimal last.	50

Definisjonsliste

FRP - Fiberarmert plast

CFRP - Karbonfiberarmert plast

MPa - Megapascal

GPa - Gigapascal

kN - Kilonewton

N - Newton

mm - Millimeter

m - Meter

σ_x - Spenning i fiberretning

E_x - Elastisitetsmodul i fiberretning (E_L)

E_y - Elastisitetsmodul i tangentiell retning (E_T)

E_z - Elastisitetsmodul i radiell retning (E_R)

ν_{xy} - Poisson tall i xy-planen (ν_{LT})

ν_{xz} - Poisson tall i xz-planen (ν_{LR})

ν_{yz} - Poisson tall i yz-planen (ν_{TR})

G_{xy} - Skjærmodul i xy-planen (G_{LT})

G_{xz} - Skjærmodul i xz-planen (G_{LR})

G_{yz} - Skjærmodul i yz-planen (G_{TR})

$\rho_{g,mean}$ - Midlere densitet

μ_x - Forskyvning i x-retning

μ_y - Forskyvning i y-retning

μ_z - Forskyvning i z-retning

Ligninger

2.1	Hookes lov	7
2.2	Forholdet mellom Poisson tall og elastisitetsmodul	7
2.3	Forholdet mellom elastisitetsmoduler i x-,y- og z-retning	8
2.4	Poisson tall	8
2.5	Skjærmodul	8
2.6	Forholdet mellom skjærmoduler i xz-, xy- og zy-planet	8
2.7	Dimensjonerende strekkspenning i fiberretning	10
2.8	Element ligning brukt i elementmetode-analyse	15
2.9	System ligning brukt i elementmetode-analyse	16
2.10	Bevegelsesligning for dynamisk analyse	17
2.11	Ligning brukt i elementmetode-analyse ved bruk av Gaussian elimineringsmetode	29
2.12	Ligning ved ikke-lineær analyse ved bruk av Newton-Raphson metode	29

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Trevirke er et av våre eldste byggematerialer. Tre og trevirkes store tilgjengelighet og gode egenskaper gjør at det fortsatt vil være et veldig populært materialvalg for moderne bygninger og anlegg i dagens samfunn [71]. Den store interessen for trevirke kan forklares med at tre er en naturressurs som er resirkulerbar, at det er et miljøvennlig materiale, og at det ofte er vurdert som arkitektonisk attraktivt [75, 23].

Tre har gode mekaniske egenskaper og god styrke både ved trykk- og strekkpåkjenninger, men den naturlige opprinnelsen gjør at trevirke også er et heterogent materiale hvor mekanisk oppførsel kan være påvirket av biologiske virkesfeil [51, 18]. Disse feilene kan være skadelige i strekksone, da de vil forstyrre fibrene og kan føre til sprøbrudd på grunn av den store spenningskonsentrasjoner [18]. For å øke stivheten til en trebjelke ytterligere har det tidligere blitt strekkarmert med metall komponenter i form av plater eller metallstenger. En slik metode er enkel og effektiv, men har en del ulemper som korrosjon, høy varmeledningsevne, transport og vedlikeholdskostnader. Dette har ledet til økt forskning i de senere årene på muligheten til å kunne bruke komposittmaterialer som fiberarmert plast (FRP) i byggebransjen som forsterkning av trekonstruksjoner [51].

Ettermontering og oppgradering av infrastrukturer basert på bruk av FRP, er en av teknikkene som har blitt brukt i flere tiår for reparasjon eller forsterkning av betongkonstruksjoner [9, 35, 24]. På grunn av FRP sine utmerkede egenskaper, har flere forskningsstudier [76, 67, 44, 56, 46, 20, 13] sett muligheten til å kunne forsterke limtrebjelker og andre tre elementer med plater eller armering av FRP-materialer.

Bruk av FRP er en ideell forsterkningsmetode for limtrebjelker på grunn av blant annet FRPs forhold mellom høy styrke og lav vekt, høy stivhet og god holdbarhet også i fuktige miljøer [49, 59]. Denne nye metoden kan bidra til både bruk av mindre limtreverrsnitt, og mer effektiv bruk av tre ressurser da lavere tre kvaliteter kan utnyttes. Forsterkningsteknikken kan gi økning i ytelsen av trebjelker ved å forbedre bæreevne og bidra til høyere bøyefasthet i limtrebjelke [51]. Den effektive styrkeforbedringen, den enkle påføringen, og den begrensede skaden på limtreoverflater ved fjerning av en FRP-plate, fører til at denne metoden kan brukes også i eldre bygninger [18]. Det er dermed ikke bare i nye konstruksjoner, men FRP kan også brukes til rehabilitering av allerede eksisterende bygg [29]. FRP klassifiseres i ulike typer FRP-materialer avhengig av fibrene som brukes i komposittmaterialet. Fibrene vil påvirke egenskapene til FRP, og kostnaden av komposittmaterialet kan dermed også variere. I forskningen på forsterkning av limtrebjelker er karbonfiberarmert plast (CFRP) et av komposittmaterialene som har skilt seg ut, på grunn av karbonfibre evne til å bidra betydelig til stivhet.

1.2 Formål

Formålet til denne oppgaven er å gjennomføre en realistisk elementanalyse av en limtrebjelke som er forsterket med CFRP-plate i strekksone, i bruksgrensetilstand. Limtrebjelker har både høy styrke og stivhet, og kan brukes i bygninger med lengre spenn. Til tross for de gode mekaniske egenskapene er nedbøyningskontroll viktig for dimensjonering av trebjelker. Bruk av komposittmaterialer som CFRP for å styrke bøyefasthet og bærende kapasitet til en limtrebjelke er en ny måte å tenke på i byggebransjen. CFRP har høy styrke i forhold til vekt, og denne oppgaven har sett nærmere på ulike lengder og tykkelser av CFRP-plate som forsterkning, og hvilke ytelser som tilføres limtrebjelken i forhold til stivhet og strekkspenning i bjelkens lengderetning. På grunn av en økende interesse for utvikling av bærekraftige bygg er denne nye teknologien viktig, da det vil gi en økning i utnyttelse av treressuser ved å kunne bruke lavere trekvalitet og mindre tverrsnitt i nybygg.

I Norge har trevirke blitt brukt som byggematerialer i flere tusen år, og interessen for limtre og større trebygg har økt de siste årene. Dette forskningsområdet er både interessant og relevant med tanke på både den norske måten å bygge på og etterspørselen av trematerialer. Norge har i dag mange eldre trebygg som trenger rehabilitering eller utskiftning av trekomponenter. Disse trekomponentene kan få lengre levetid ved at de kan forsterkes med CFRP istedenfor å bli utskiftet. Trevirke er et naturlig materiale og de mekaniske egenskapene vil bli påvirket av både vær- og vindpåvirkninger og biologisk nedbrytning over tid. I

tillegg vil mange eldre trebygninger i dag ikke kunne tilfredsstillere dagens standarder og grenseverdier ved dimensjonering. Den samme forsterkningsteknikken kan dermed også brukes for å oppnå et akseptabelt sikkerhetsnivå ved å unngå sprø brudd og øke lastbærende evne til allerede eksisterende trelementer. I stedet for å erstatte konstruksjonsdeler med nye tredeler kan bruken av CFRP-forsterkning føre til mindre kostnader og igjen besparelse av tremateriale. Denne teknikken viser til å bidra til en mer bærekraftig måte å utnytte limtre på og kan bidra til å demme opp for den økende etterspørselen av trevirke både i Norge og i verden.

Resultatene fra oppgaven vil kunne gi en innsikt i hvilken grad lengde og tykkelse til CFRP-platen øker i stivhet, og hvordan spenning fordeles i fiberretning ved bøyning av limtrebjelke. Disse resultatene er et steg mot videre forståelse av samvirke mellom limtrebjelker og CFRP-plater.

1.3 Problemstilling

Gjennom en numerisk analyse skal, endring i egenskaper til en limtrebjelke forsterket med en karbonfiberarmert plastplate (CFRP), studeres i bruksgrensetilstand:

- Hvordan vil tykkelsen og lengden til CFRP-platen påvirke nedbøyning på midten av limtrebjelken?
- Hvordan vil tykkelsen og lengden til CFRP-platen påvirke spenningsfordelingen i fiberretning for limtrebjelken?

1.4 Avgrensninger

På grunn av begrenset tid og omfanget av temaet er det valgt å avgrense oppgaven slik at den blir gjennomførbar og helhetlig. De valgte avgrensningene er beskrevet i detaljene i følgende underkapitler.

1.4.1 Geometriske- og materialeegenskaper

Det er tatt utgangspunkt i den samme dimensjonen og spennvidden for alle casene oppgaven tar for seg. Oppsettet av limtrebjelkene brukt i modellene er hentet fra [81], som denne oppgaven tar utgangspunkt i for å sammenligne resultater fra den numeriske analysen. Det å bruke den samme geometrien for limtrebjelken er vesentlig for å studere hvilke utslag ulike CFRP-plater har på stivhet og spenningsfordeling til limtrebjelken.

De ulike lengdene og tykkelsene til CFRP-platene brukt i oppgaven er generelt valgt på grunnlag av hvilke resultater som har blitt oppnådd i [81]. I denne oppgaven er det undersøkt tre ulike lengder og to tykkelser for CFRP-platen. Se kapittel 3 for detaljer.

På grunn av tidsbegrensningen er det valgt at materialeegenskapene for limtrebjelke og CFRP ikke er en variabel i denne avhandlingen. Materialeegenskapene for limtrebjelke og CFRP vil derfor være de samme for alle casene som oppgaven studerer.

1.4.2 Plassering av CFRP-plate

I oppgaven er konstruksjonselementet som analyseres en limtrebjelke. For en bjelke er nedbøyning en av de viktigste parametre som bør tas hensyn til ved dimensjonering. For å gjøre limtrebjelken stivere og for å redusere strekkspenninger ved bøyning er det valgt å plassere CFRP-platen på undersiden av limtrebjelken.

1.4.3 Numerisk analyse

En numerisk analyse er en effektiv og lite kostbar metode for å kartlegge hvilket bidrag en CFRP-plate vil gi til en limtrebjelke med hensyn til nedbøyning og spenningsfordeling i fiberretning (σ_x). For å gjennomføre en elementmetode-analyse er det i denne oppgaven brukt kun ANSYS Mechanical APDL 2020 R2 via NMBU sin lisens.

Resultatene fra elementmetode-analysen avgrenses til å ta for seg kun nedbøyning i midten av limtrebjelken og spenning i fiberretning til konstruksjonselementet. Når en trebjelke er utsatt for vertikal belastning vil nedbøyningskontroll og bøyepåkjenninger som fører til strekkspenninger i fiberretning, være de aspektene som er mest interessante å se nærmere på ved en slik studie.

1.4.4 Grenseverdier og bruksgrensetilstand

Ved nedbøyningskontroll til en trebjelke inngår bruksgrensetilstand (SLS) som beskrevet i Eurokode 5 [57] og det er denne grensetilstanden som er brukt for limtrebjelken i oppgaven. For detaljer se underkapittel 3.3.3. Grenseverdiene for strekkfasthet til CFRP-platene og limtrebjelkene er i oppgaven hentet fra resultater oppnådd med labarbeid beskrevet i [81]. Bruddmekanikk er et stort og omfattende tema og for limtrebjelker er det svært sjeldent utslagsgivende ved dimensjonering. Derfor er det valgt å avgrense oppgaven til å kun se på bruksgrensetilstand og å oppdage tegn til oppsplitting av trematerialet ved å se på spenningsfordeling i bjelkens lengderetning.

1.4.5 Miljø, økonomi og brann

Økonomi og miljøpåvirkning er viktige aspekter i dimensjonering ved bruk av CFRP-plate som forsterkning av limtrebjelke, men som ikke blir satt fokus på i denne oppgaven. Løsningens egenskaper ved brannpåvirkning burde også vurderes, men grunnet tidsbegrensning har dette blitt nedprioritert.

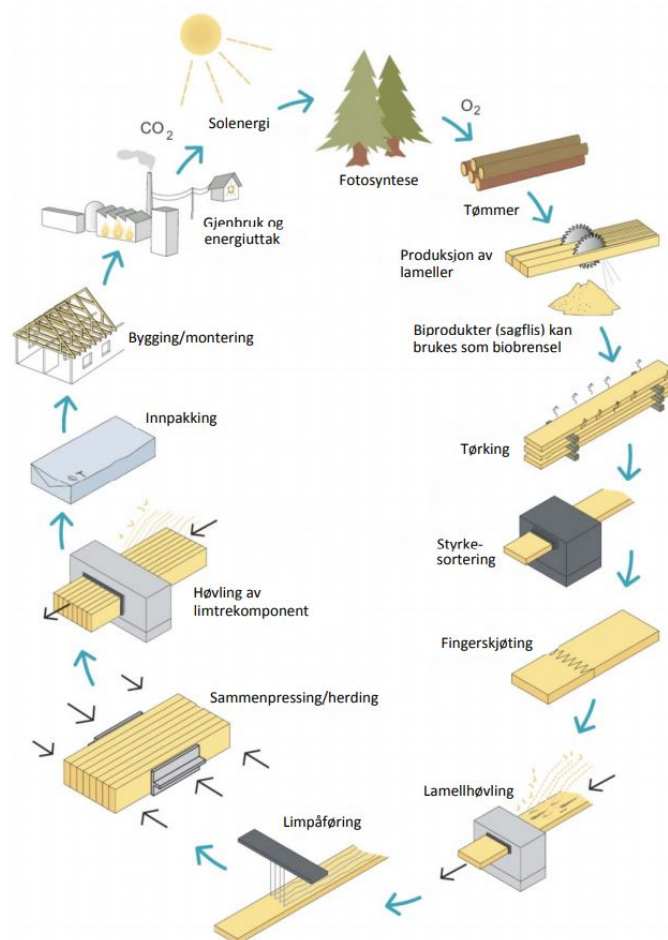
2 Teori

Limtreteknologi, karbonfiberarmert plast (CFRP), og elementmetode er omfattende emner som er sentrale i denne oppgaven. For å kunne bygge et tilstrekkelig faglig grunnlag for forståelse av arbeidet gjort i denne i oppgaven, tar teoridelen for seg relevante aspekter i disse emnene og dataverktøyet ANSYS Mechanical APDL.

2.1 Limtre

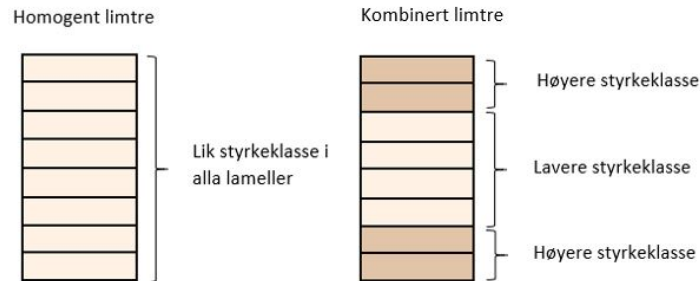
Limtre er et bearbeidet treprodukt som gir mange fordeler i et miljøperspektiv sammenlignet med andre bygningsmaterialer. Fasthet, stivhet og holdbarhet er de viktigste egenskapene i et konstruksjonsmateriale av limtre. Limtres utmerkede egenskaper, deriblant styrke, stivhet, god formbarhet, og forholdet mellom styrke og egenvekt, gjør at materialet kan brukes til alle typer bærende konstruksjoner med lange spenn og på prosjekter med høye arkitektoniske krav. På grunn av at limtre er et så anvendelig materiale er det i dag brukt i mange områder. Montering av limtrekonstruksjoner er enkelt og raskt, kan lett justeres på plass, og har god holdbarhet ved riktig bruk [6].

Limtre er et konstruksjonskomponent som består av to eller flere sammenlimte lameller av furu eller gran. Lamelltykkelsen kan være fra 6 mm til 45 mm med fiberretning orientert langs lengderetningen til elementet. Figur 2.1 en skjematisk fremstilling av de ulike stegene i limtreproduksjonen [6].



Figur 2.1: Fremstilling av de ulike fasene i limtreproduksjon [6].

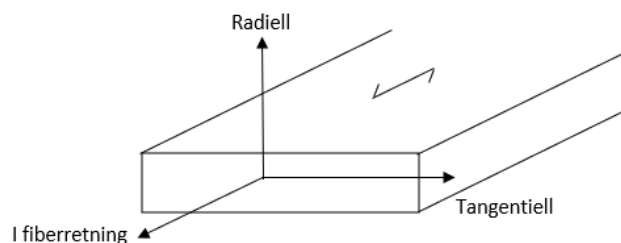
Limtre kan både være homogent eller kombinert avhengig av styrkeklassen til lameller. Hver lamell er et styrkesortert konstruksjonsvirke, og hvis lamellene har lik styrkeklasse omtales limtreet som homogent. Kombinert limtre består av høyere kvalitets materialer for de ytre lamellene i tverrsnittet, ofte brukt for å utnytte trevirke mest effektivt [6]. Ulikheten mellom homogent og kombinert limtre er vist i figur 2.2 [26].



Figur 2.2: Oppbygging av tverrsnitt av både homogent limtre og av kombinert limtre, reproduisert figur av [26].

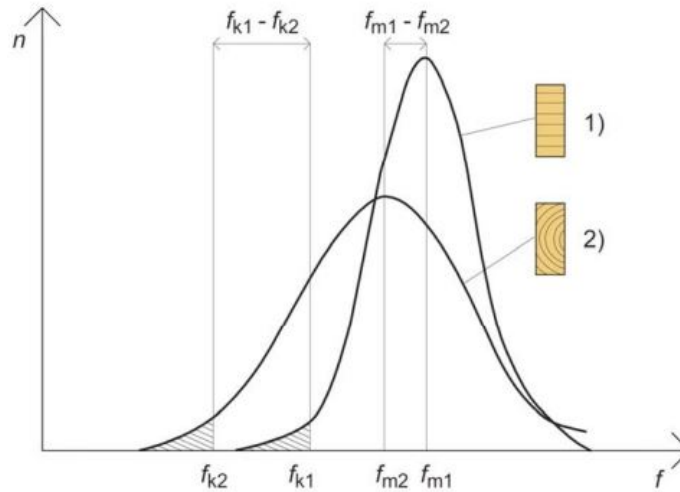
2.1.1 Materialeegenskaper

Tre er et organisk materiale og er derfor et komplekst byggemateriale. Egenskapene til tre vil variere, og er påvirket av miljø- og lastforhold. Tre er et anisotropisk materiale. Det betyr at fysiske og mekaniske egenskaper variere i de tre akseretningene som vist i figur 2.3; radiell, tangentiell og parallelt med fiberretningen [64]. Tre har generelt høyere styrke og stivhet parallelt med fiberretningen sammenlignet med egenskapene i tangentiell og radiell retning. Dette må tas i betraktning ved utforming av trekonstruksjoner [64, 23]. Tre er også et hygroskopisk materiale, det vil si at den trekker til seg fuktighet fra omgivelsene. Ved fuktopptak vil trevirke svulle, og når fuktigheten reduseres vil tre krympe. Trees anisotropiske egenskaper fører til at swelling og krymping vil foregå annerledes i de ulike retningene [23].



Figur 2.3: De tre prinsipielle akseretningene i trevirke. Reproduisert figur fra [64].

Limtre har lignende fasthetsegenskaper som konstruksjonsvirke. Fastheten påvirkes ikke bare av vinkelen mellom last og fiberretning, den vil også kunne avta ved økt fuktinnhold, økt lastvarighet og ved biologiske virkesfeil som for eksempel kvist, tennar og sprekker. Ved å sammenligne limtrekomponenter med en tilsvarende komponent av konstruksjonsvirke, vil limtre som vist i figur 2.4 ha høyere styrke [81, 6]. Figuren viser også at et limtrekomponent vil ha mindre statistisk avvik i styrkeegenskapene. I konstruksjonsvirke er styrken bestemt av det enkelte bordet, mens i limtre vil styrken og fordelingen av de naturlige feilene variere mellom lamellene.



Figur 2.4: Styrkeegenskaper til limtre og konstruksjonsvirke. Konstruksjonsvirke har lavere styrke egenskaper og høyere standardavvik [6].

Limtre er produsert i henhold til standarden NS-EN 14080 [58]. Standarden beskriver flere måter å angi en fasthetsklasse til limtre [6]:

- Basert på beregningene til lamellenes egenskaper.
- Basert på testing for limtrebjelker.
- Bruke EN 14080 sine forhåndsbestemte tabeller for fasthetsklasse. Figur 2.5 viser til fasthetsklasser for et homogent limtre.

Egenskap	Symbol	Limtre fasthetsklasse						
		GL20h	GL22h	GL24h	GL26h	GL28h	GL30h	GL32h
Bøyeplasthet	$f_{m,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
Strekfasthet	$f_{t,0,g,k}$	16	17,6	19,2	20,8	22,3	24	25,6
	$f_{t,90,g,k}$	0,5						
Trykkfasthet	$f_{c,0,g,k}$	20	22	24	26	28	30	32
	$f_{c,90,g,k}$	2,5						
Skjærfasthet (skjær og torsjon)	$f_{v,g,k}$	3,5						
Rulleskjærfasthet	$f_{r,g,k}$	1,2						
Elastisitetsmodul	$E_{0,g,mean}$	8400	10500	11500	12100	12600	13600	14200
	$E_{0,g,05}$	7000	8800	9600	10100	10500	11300	11800
	$E_{90,g,mean}$	300						
	$E_{90,g,05}$	250						
Skjærmodul	$G_{g,mean}$	650						
	$G_{g,05}$	540						
Rulleskjærmodul	$G_{r,g,mean}$	65						
	$G_{r,g,05}$	54						
Densitet	$\rho_{g,k}$	340	370	385	405	425	430	440
	$\rho_{g,mean}$	370	410	420	445	460	480	490

Figur 2.5: Fasthetsklasser for homogent limtre gitt av EN 14080 [6].

EN 14080 gir også krav til limtype som kan benyttes i limtre. Egenskapene til limet skal være dokumentert med hensyn til både styrke og bestandighet ved langtidsbelastning [6].

2.2 Elastiske egenskaper

Tre kan defineres som et lineært elastisk materiale så lenge det er en lineær sammenheng mellom spenning og relativ deformasjon, Hookes lov som vist i ligning 2.1 [12, 79]:

$$\sigma = E \times \varepsilon \quad (2.1)$$

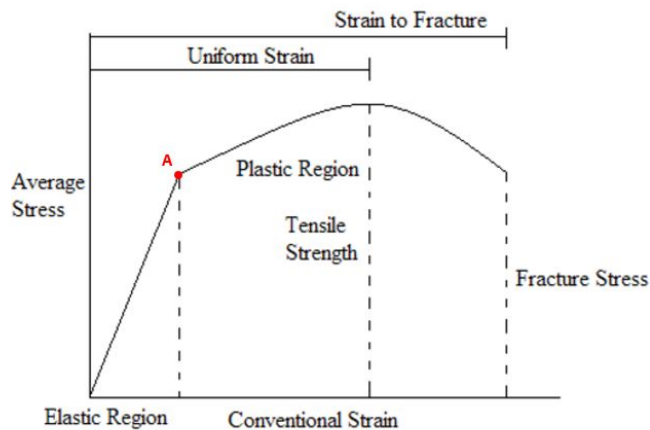
Hvor:

σ = spenning

ε = tøyning

E = elastisitetsmodul, avhengig av materialet

Som det er vist i spenning-tøyningkurven, presentert i figur 2.6, kan et materiale være lineært elastisk når belastningen er under elastisitetsgrensen (punkt A).



Figur 2.6: Generell spenning-tøyningkurve for et materiale [1], figuren er redigert med en rød prikk og bokstavet A.

For å beskrive den elastiske oppførsel til tre er det nødvendig å definere:

- Elastisitetsmodul (E) i radiell (R), tangentiell (T) og i fiberretning (L).
- Skjærmodul (G) i hvert av hovedplanene LT, LR og TR.
- Poisson tall (ν) i de tre planene som ikke er avhengig av elastisitetsmodul, $\nu_{RT}, \nu_{LR}, \nu_{TL}$. Planretningene som bestemmer Poisson tallet (eks. ν_{RT}), refererer til retningen av den påførte spenningen (plan R) og retningen av den laterale deformasjonen (plan T) [64].

Poisson tall og elastisitetsmodul er ifølge elastisitetsteorien avhengige av hverandre som vist i ligning 2.2 [64]:

$$\frac{\mu^{(ij)}}{E_i} = \frac{\mu^{(ji)}}{E_j}, i \neq j \quad i, j = L, R, T \quad (2.2)$$

2.2.1 Elastisitetsmodul

Et materiale vil være elastisk når deformasjonen gitt av en påført last går tilbake når en gang lasten er fjernet. Et materiale kan også få en plastisk deformasjon. Dette vil være en permanent deformasjon og materialet vil ikke gå tilbake til sin opprinnelige form. Trevirke er et viskoelastisk materiale og kan derfor både ha en elastisk eller en plastisk deformasjon, avhengig av varigheten på belastning og at lasten påført ikke overstiger trees fasthetsegenskaper [12, 64, 23].

Elastisitetsmodulen (E-modul) er sammenhengen mellom spenning og deformasjon. Tre har tre elastisitetsmoduler, i lengderetning (E_L), radielt (E_R) og tangentiell (E_T). Elastisitetsmodul i lengderetning vil være betydelig større enn de andre retningene grunnet anatomien til trematerialet. E-modulene i de ulike retningene har følgende forhold som vist i ligning 2.3 [12]:

$$E_L \gg E_R > E_T \quad (2.3)$$

2.2.2 Poisson tallet

Når et materiale utsettes for spenning i en retning vil det oppstå en passiv deformasjon vinkelrett på spenningene og en aktiv deformasjon i den samme retningen som spenningene virker. En aktiv deformasjon skjer når treet utsettes for trykkspenning og fibre komprimeres i den samme kraftretning. Samtidig som fibre komprimeres vil en passiv deformasjon oppstå ved at tre utvide seg på tvers av fibre [12, 23]. En tverrkontraksjon vil også oppstå ved strekkspenninger. Dette forholdet mellom tverrgående sammentrekning og langsgående utvidelse gitt ved påført last er kjent som Poisson tallet, som vist i ligning 2.4, og vil alltid være $0 \leq \nu \leq 0.5$ [33]:

$$\nu = \frac{\varepsilon_{tvers}}{\varepsilon_{aksialt}} \quad (2.4)$$

2.2.3 Skjærmodul

Innen materialets elastiske område er skjærspenningen proporsjonal med skjærtøyningen. Forholdet mellom disse to parametre som er vist i ligning 2.5 omtales som skjærmodul [23]:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} \quad (2.5)$$

De tre skjærmodulene for trevirke kan betegnes som G_{LR} , G_{LT} og G_{RT} [23], og har følgende forhold til hverandre som vist i ligning 2.6 [12]:

$$G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} \approx 10 : 9,4 : 1 \quad (2.6)$$

2.3 Limtrebjelke

En limtrebjelke er en rett limtrekomponent og produseres i varierende tverrsnittsformer og størrelser, der kun de praktiske forhold som for eksempel transportmuligheter og størrelse på produksjonslokaler setter grenser. Bjelker er benyttet i mange forskjellige konstruksjoner, og brukes ofte som gulvbjelker, i takkonstruksjoner, bruer, etc [6]. Bjelkene må dimensjoneres slik at de tilfredsstiller krav til konstruksjonssikkerhet. I tillegg må også maksimale deformasjoner ivaretas, gitt av bruksgrensetilstand [69]. Det er sentralt for bjelkens dimensjonering at det kontrolleres for tilstrekkelig kapasitet på bøyning, skjær, aksialkrefter og at bjelken tilfredsstiller krav for nedbøyning

og vibrasjoner [6]. For å beregne den maksimale lasten til en bjelke er tvernsnittkapasitet og krav til maksimal nedbøyning essensielt [69].

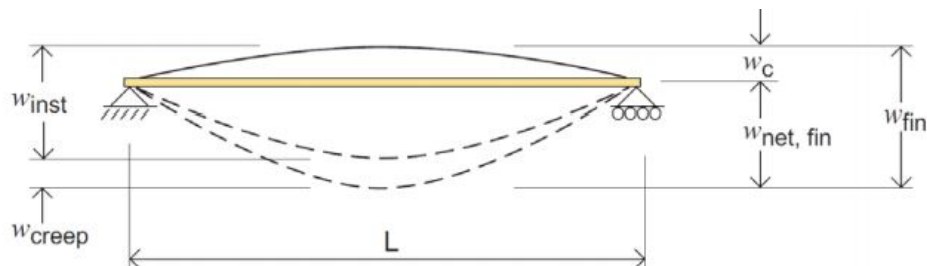
2.3.1 Dimensjonering

Det er en rekke krav som en konstruksjon må oppfylle for å begrense personskader ved sammenbrudd til en konstruksjon, og for at bygningen kan fungerer tilfredsstillende ved normal bruk. For en konstruksjon er det nødvendig å ta hensyn til materialets fasthet, oppførsel og holdbarhet ved dimensjonering. Dimensjonering baserer seg på at man gjennom beregning eller testing kan verifisere at visse krav er tilfredsstillt for systemene. Det er utarbeidet Eurokoder som er en felles europeisk standard for dimensjonering av bygg- og anleggskonstruksjoner. Det finnes ti Eurokoder som tar for seg ulike prosjekteringsområder. Prosjektering av trekonstruksjoner er for eksempel gitt av Eurokode 5 [6].

For å vite om en konstruksjon tilfredsstillende de relevante ytelseskrav, er det utarbeidet i Eurokodene grensetilstander som en konstruksjon ikke skal overskride. Disse betingelsene kan klassifiseres i bruddgrensetilstand (ULS) og bruksgrensetilstand (SLS). Sikkerheten mot sammenbrudd og andre konstruksjonssvikt er ivaretatt i bruddgrensetilstand. Bruksgrensetilstand refererer til en grensetilstand for en konstruksjon som fortsatt står, men ikke lenger tilfredsstillende de definerte brukskrav som for eksempel nedbøyning. For lette konstruksjoner som limtre er brukskravene viktig for dimensjoneringen, da konstruksjonene som tilfredsstillende bruddgrensetilstanden ofte kan være slanke [6].

2.3.2 Nedbøyning

Det er viktig å ta for seg deformasjonskontroll både for de visuelle og de funksjonelle kravene. Krav for nedbøyning for trekonstruksjoner er vist i kapittel 7.2 i Eurokode 5 [57]. På grunn av de anisotropiske egenskapene til tre, er deformasjonene i trekonstruksjoner avhengig av lastenes varighet og sin følsomhet til miljøendringene. Derfor vil deformasjon som nedbøyning variere i løpet av bjelkes levetid. Nedbøyningen til en bjelke forårsakes av de forskjellige påvirkningene som vist i figur 2.7 [6].



Figur 2.7: Prinsippene for de ulike deformasjonene av en limtrebjelke som summert gir den endelige nedbøyning [6].

Bestemmelse av den totale nedbøyningen etter lang tid ($w_{net,fin}$) som vist i figur 2.7 er derfor gitt av overhøyde til bjelken (w_c), umiddelbar nedbøyning (w_{inst}) og nedbøyningen gitt av vedvarende last over tid som gir en gradvis økning i nedbøyning (w_{creep}). Elastisitetsmodul og i noen grad skjærmodulen til tre er viktige faktorer i beregning av deformasjoner [6].

Anbefalte grenseverdier for nedbøyning er gitt i Eurokode 5. I det nasjonale tillegget til EN-1990 i tabell NA.A1 (904) er det også gitt anbefalinger om de maksimale tillatte nedbøyingsverdier i forhold til konsekvenser av bruk av bjelken som vist i figur 2.8 [6].

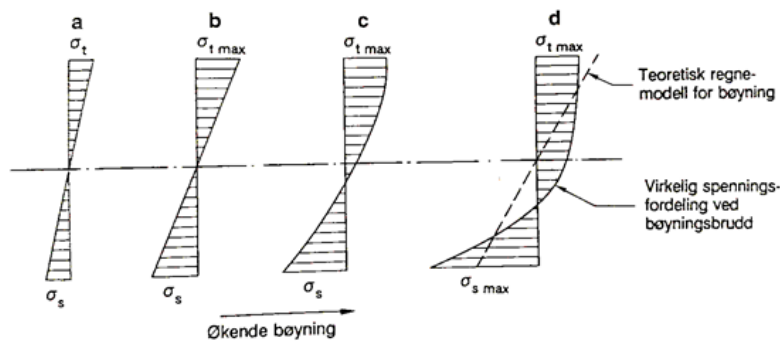
Generelt er grenseverdi for nedbøyningen med hensyn til utseende og funksjon fastsatt etter ønskene til byggherren. Normalt er en nedbøyning som ikke overstiger en verdi på $L/300$ akseptert, hvor L er lengden av bjelken. Når nedbøyningsgrenser velges er det allikevel viktig å vurdere: hvorfor nedbøyningsskontrollen utføres, bruk av konstruksjonen, spennvidde og hvilke laster konstruksjonen er utsatt for [6].

Konsekvenser	Lastsituasjon som brukes	Anbefalte største tillatte nedbøyningsverdier
Konstruksjon der nedbøyning fører til skade	<i>karakteristisk</i>	fastsettes i det enkelte prosjekt
Konstruksjoner der det på grunn av bruk eller utstyr stilles krav	<i>ofte forekommende</i>	fastsettes i det enkelte prosjekt
Konstruksjoner med alminnelige brukskrav eller estetiske krav	<i>tilnærmet permanent</i>	$L/200 - L/250$

Figur 2.8: Krav gitt av Tabell NA.A1 (904) i det nasjonale tillegget EN-1990 for største tillatte nedbøyningsverdier i bruksgrensetilstand ved ulike lastkombinasjoner [6].

2.3.3 Spenninger

Ved bøyepåkjønning vil strekkspenninger (σ_s) oppstå på undersiden av tverrsnittet og trykkspenninger (σ_t) på oversiden av tverrsnittet til en bjelke. Spenningsfordelingen i et feilfritt prøvestykke ved økende last er vist i figur 2.9 [26].



Figur 2.9: Fordeling av trykk- og strekkspenning i limtres tverrsnittet ved økende bøyning [26].

Spenningsfordelingen er antatt å være like stor ved trykk siden som på strekksiden av tverrsnittet og etter hvert som bøyningen øker vil trykksiden nå bruddverdien da trykkfastheten er lavere enn strekkfastheten i tre. Nøytralaksen flytter seg mot strekksiden når maksimalverdien er nådd også innover i tverrsnittet. Når bjelken ryker, vil dermed spenningsfordelingen være helt annerledes [26].

Trykkfastheten vil være fem til ti ganger større enn strekkfastheten vinkelrett på fibrene. Derimot vil strekkfastheten og trykkfastheten være omtrent lik i fiberretning. Når strekkfastheten overskrides, vil det oppstå et sprøbrudd i strekkleddet som kan gi alvorlige konsekvenser da det vil inntreffe uten forvarsel [6]. Etter Eurokode 5 skal følgende uttrykk vist i ligning 2.7 være oppfylt for strekk i fiberretning i trekonstruksjoner [57]:

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \quad (2.7)$$

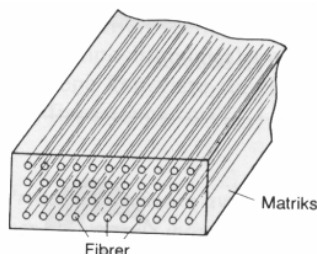
Hvor:

$\sigma_{t,0,d}$ = dimensjonerende strekkspenningen i fiberretning

$f_{t,0,d}$ = dimensjonerende strekkfasthet i fiberretning

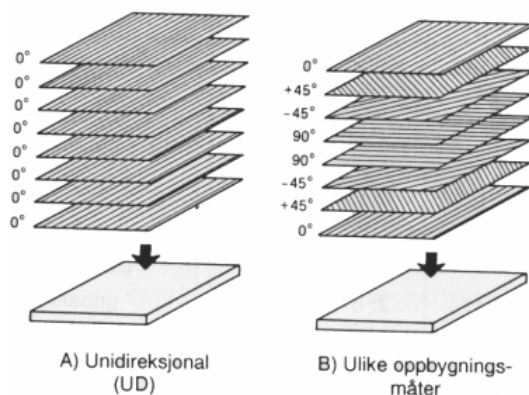
2.4 Fiberarmert plast

Fiberarmert plast (FRP–Fiber Reinforced Plastics) også kalt «fiberarmert polymer» er et komposittmateriale. Dette materialet er forsterket av armeringsfibre for å gi bedre fasthetsegenskaper og som er innebygd inn i herdeplastmatrikser som for eksempel polyester, epoksy, vinylester, fenoler, silikoner og furaner. Et eksempel på hvordan et komposittmateriale er bygd opp er vist i figur 2.10 [45].



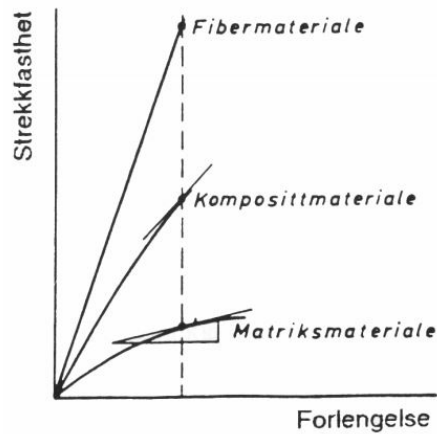
Figur 2.10: Skjematisk oppbygning av komposittmaterialer [45].

Herdeplastene beskytter fibrene fra fuktighet, kjemikaler, og oksidasjon samtidig som at de står for lastoverføringen mellom fibrene. Det er også viktig at fibrene er lange nok for at den påførte lasten skal bli overført fra matrisen til fiber, og at tilstrekkelig nok fibre er orientert i påkjenningensretningen [66, 45]. Egenskapene til dette komposittmateriale vil være avhengig av geometri og orientering til fiberet, fibermaterialer, egenskapen til matrisen, og forholdet mellom fibrene og matrisen (fibervolumfraksjon) [86]. Figur 2.11 viser ulike måter å bygge opp hørfaste kompositter med ulik fiberorientering.



Figur 2.11: Skjematisk oppbygning av komposittmaterialer med flere lag med unidireksjonal fiber og der fibrene er lagt med ulik orientering [45].

Komposittmaterialer har mange fordeler da de gir mulighet til å skreddersy mekaniske egenskaper slik at de blir anvendelige [54]. Som figuren 2.12 viser er komposittmateriale et resultat av middelverdien av egenskapene til det valgte fibermateriale og matrisemateriale [45].



Figur 2.12: Spennings-tøyningskurve for komposittmateriale, matriksmateriale og fibermateriale [45].

FRP brukes vanligvis i to hovedformer for forsterkning av konstruksjoner: armeringsrør eller plater og duker. FRP-armeringsrør og plater kan brukes til innvendig forsterkning, mens FRP-plater og duker er brukt for utvendig forsterkning [66, 45].

2.4.1 FRP-materialer

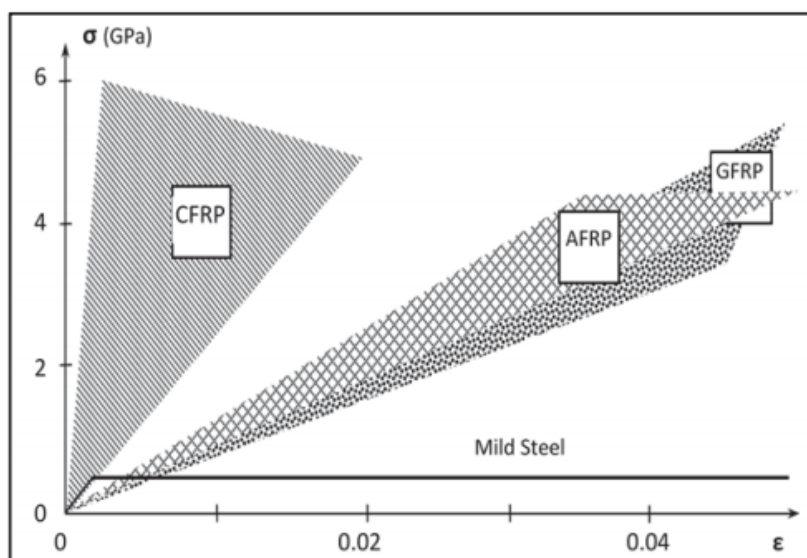
Glass-, karbon- og aramidfibre er de tre mest brukte forsterkningene i polymermatrikskompositter [54].

Glassfiber er ofte brukt som forsterkning da det har en høy styrke og lav kostnad [54]. Det finnes tre hovedtyper av glassfiber; standardformen er E-glass (også kjent som elektrisk klasse), C-glass med høy kjemisk motstand og S-glass som har høy styrke [86].

Aramidfibre er syntetiske fibre og brukes ofte der en kombinasjon av høy styrke og lav vekt er vesentlig. Ulempen er at fibrene har mindre motstand mot ultrafiolett stråling og en lavere trykkfasthet [54].

Karbonfibre består hovedsakelig av karbonatomer og produseres ved en termisk dekomponering i fravær av oksygen av organiske forløpere som PAN-fibre og rayon [54]. Karbonfiber har høy styrke, stivhet, og strekkfasthet, er korrosjonsbestandig og har lav vekt sammenlignet med andre konstruksjonsmaterialer. Disse egenskapene har gjort karbonfiber veldig ettertraktet i ingeniørvitenskapen, men sammenlignet med de andre fibertyper har karbonfiber en høy kostnad. En annen ulempe er at karbonfiber er et sprøtt materiale, det vil si at fibrene vil ryke uten forvarsel. Karbonfiber er delt i ulike kategorier basert på modul, styrke og den endelige varmebehandlingstemperaturen [8]. Et polymermatrikskompositt med karbonfiber som forsterkning kalles karbonfiberarmert plast (CFRP) [65].

Figur 2.13 viser en sammenligning av ensrettede FRP-kompositter og stål under en uniform korttidsbelastning i et spenning-tøyningsdiagram [25]. Sammenlignet med glassfiberarmert plast (GFRP) og aramidfiber-armert plast (AFRP) har karbonfiberarmert plast (CFRP) den største strekkfastheten. Figuren viser også at komposittmaterialene har generelt en høyere bruddspenning enn stål.



Figur 2.13: Spennings-tøyningskurve for karbonfiberarmert plast (CFRP), aramidfiber-armert plast (AFRP), galssfiberarmert plast (GFRP) og stål [25].

2.5 FRP-armerte trebjelker

I de siste tiår har det blitt forsket mye på bruken av FRP-materialer for ettermontering og oppgradering av strukturer [9].

Tidligere har trebjelker ofte blitt forsterket med metallelementer som stål og aluminium. Denne metoden er enkel og effektiv, men utfordringer med transport, installasjon, vedlikeholdskostnader, korrosjonsproblemer og termiske belastninger er noen ulemper [32]. FRP har mange viktige fordeler sammenlignet med stål for forsterkning av tre elementer [44].

Høy stivhet og høy styrke/vekt-forhold til FRP-materialer gjør det til en ideell forsterkning for trekonstruksjoner. Å legge til en ekstern FRP-plate i den belastede strekksone til en limtrebjelke kan gi betydelig forbedring i både styrke og stivhet [59, 21]. Når en trebjelke er forsterket i strekksone, vil bruddformen endres fra strekkbrudd til trykkbrudd, som vil være mer duktilt [87]. I tillegg vil på lang sikt ytelsen til limtrebjelken styrkes med FRP-kompositter og det vil oppstå mindre forskyvninger som følge av kryp [31]. FRP-materialer og tre er mer kompatible enn stål, ikke bare for deres lignende termiske utvidelse, men også på grunn av den store tøyningskapasiteten til FRP og sin lineære elastiske oppførsel som tillater at strekkaminater når sin strekkapasitet, og trykkfibrene sin maksimale tøyningskapasitet [31].

Et av de mest vanlige problemene når FRP-platen er limt på utsiden av konstruksjonen, er at det kan oppstå oppsplitting mellom materialene som fører til at materialstyrken til FRP ikke blir fullt utnyttet [50]. Oppsplitting er identifisert som den viktigste bruddformen som kan oppstå i bjelker som er armerte med FRP-plater som da vil oppnå lavere tøyningskapasitet enn den maksimale grensen [17]. Det er sjeldent at limet svikter på grunn av sin høye karakteristiske styrke, da det vanligvis først forekommer i trefibrene [16]. I de fleste tilfeller vil trebjelker gå i brudd før FRP-platen, men FRP-platen kan svikte først hvis den er limt fast under hele bjelken og er forankret til oppleggene [10]. Ofte vil oppsplittingen starte der høye momentkrefter utvikler seg, eller ved enden av FRP-platen. Den sistnevnte kan oppstå hvis det er en kortere FRP-plate på grunn av store skjærkrefter og normalspenninger [10, 35].

Oppsplittingen vil påvirke hele strukturens duktilitet og ultimate kapasitet. Det er derfor viktig at ved en analyse av FRP-plate og trebjelker så må bruddformene som fører til oppsplitting vurderes hensiktsmessig. Det er flere variabler som gjør samspillet mellom FRP og trelementer relativt

komplekst. Materialeegenskapene til tre, geometrien og grenseverdier vil påvirke bindestyrken. I tillegg vil egenskapene til FRP-platen som stivhet, tykkelse, dybden og lengde ha en påvirkning [16, 63].

2.5.1 Geometrieffekter til FRP-materialer

En av de viktigste faktorerne for bindestyrken mellom trematerialet og FRP-platen, er lengden av den limte FRP-forsterkningen til trebjelken, kalt bindelengde. Flere studier [11, 17, 28, 85] har sett at det ikke vil være fordelaktig å øke bindelengde der det ikke oppstår en økning i bindestyrke. Hvis platen ikke er av tilstrekkelig lengde, vil økningen i stivhet og bruddkapasitet i trebjelkene være ubetydelig. Bjelkene som har en lengre bindelengde viser seg å tåle større belastninger og har mer duktile brudd [19]. Allikevel vil FRP-lengden ikke ha noen store betydninger i tilfeller hvor lengden overstiger den effektive bindelengde. Det vil si der skjærspenning i kontaktflaten har oppnådd mindre enn 97 % av den totale kapasiteten [16, 47, 55].

Platetykkelse og bredden til FRP vil også påvirke den effektive bindelengden og lastekapasiteten til bjelken. Ved bruk av flere FRP-lameller vil lastekapasiteten øke, mens kontaktbindingen blir sprøere. Ved å øke elastisitetsmodulen til FRP og samtidig bruke en mindre platetykkelse, vil tverrsnittet klare å ta opp høyere spenninger og øke duktiliteten [11, 15].

Når platebredden til FRP er mindre enn bredden til trebjelken vil lastoverføringen føre til en ikke-uniform spenningsfordeling gjennom bjelkens bredde. Spenningsoverføring vil oppstå kun ved et delvis aktivt område som fører til lokal skjærspenning og dermed svikt. For at lastene skal fordeles i et større område er det derfor fordelaktig å øke bindebredden for å unngå oppsplitting ved for store spenningskonsentrasjoner [84].

2.6 Epoksy

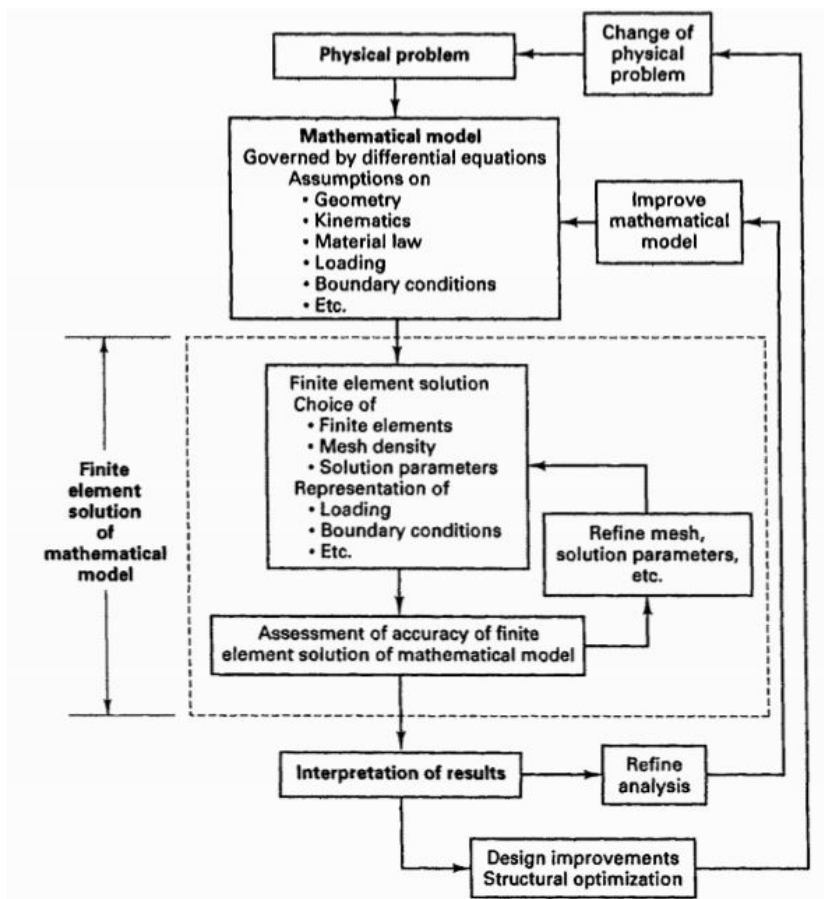
Armering av treelementer med FRP-kompositter er forsterket av limet. Valget av limtype er viktig da det må kunne binde både FRP og tre med tilstrekkelig styrke [14].

Epoksy er et av de mest brukte bindemidlene i byggebransjen og et av materialene som egner seg mest for liming av komposittmaterialer. Epoksylimet er en blanding av epoksyharpisk med en herdende komponent som sammen danner en solid polymerstruktur. Limet har mange fordeler, som; lav sjanse for å krympe og lavt svin, høy styrke under langtidsbelastning og full herding ved omgivelsestemperatur [61, 34]. Overflatebehandling er viktig for å oppnå god bindestyrke og holdbarhet. Overflatene som skal limes bør være tørre, fri for støv og andre forurensinger og ha tilstrekkelig overflateruhet. Behandlingen av overflater burde gjøres rett før limet blir påført i samsvar med produsentens instruksjoner [70].

2.7 Elementmetode

Elementmetode, også betegnet som «Finite Element Method (FEM)», er en numerisk metode brukt for å dele opp et komplekst problem inn i flere mindre mer løsbare problemer. FEM-analyse er mye brukt i konstruksjonsteknikk, men brukes også til å løse mange andre ingeniørfaglige problemstillinger. I konstruksjonsteknikk vil et problem ofte involvere at en struktur eller en del av en struktur er under en form for belastning. Dette fysiske problemet blir da idealisert i en matematisk modell. Dette medfører at man gjør visse antakelser som til sammen fører til et likningssett av differensialligninger som styrer den matematiske modellen. Elementmetode-analysen løser denne matematiske modellen. På grunn av at elementmetoden bruker en numerisk løsningsmetode, er det viktig å alltid vurdere nøyaktigheten til løsningen. For å vurdere om resultatet er tilfredsstillende fastsettes nøyaktighetskriterier som løsningen må tilfredsstille. Hvis den ikke havner innenfor toleranseavviket må analysen gjennomføres på nytt med forbedrede parametre helt til den når en tilfredsstillende nøyaktighet [5].

Siden løsningen er så avhengig av hvilke antagelser som er gjort er det derfor helt avgjørende at valget av disse gjøres av en fagkyndig som også har kunnskapen til å bedømme resultatene. Figur 2.14 illustrerer prosessen i elementmetoden [5].



Figur 2.14: Prosessen i elementmetode-analyse [5].

For at en elementmetode-analyse kan settes i gang er det viktig at geometri, materialegenskaper, lastpåkjenninger og frihetsgrader til strukturen er riktig definert. Ofte kan problemer ta for seg komplekse strukturer. For at en matematisk modell skal kunne gjennomføres er det nødvendig å forenkle visse parametere som for eksempel geometri, materialegenskaper og last. Det viktigste steget i en elementmetode-analyse er valget av den matematiske modellen, oftest omtalt som «meshing». Under dette steget blir modellen delt opp i mange små modeller, kalt elementer. Hvert element introduserer flere differensialligninger til problemet, men nøyaktigheten vil bli forbedret som følge av dette [5].

I hvert knutepunkt har hvert element en node med frihetsgrader avhengig av elementypen. Stivheten til elementet er definert som motstanden mot en enhetsforskyvning. Hvert element introduserer en stivhet mot forskyvning av nodene, som blir summert opp i knutepunktet. Forskyvningene til noden er avhengig av forholdet mellom knutepunktlasten og stivheten mot forskyvningen. I likhet med stivheten summeres disse også opp i knutepunktene [7]. Ligning 2.8 viser sammenhengen mellom elementlast, stivhet og forskyvning [7]:

$$S = k \times v \quad (2.8)$$

Der S gir knutepunktskrefter som en lastvektor, k er elementets stivhetsmatrise og v er forskyvningsvektoren til elementet.

Elementmetoden ordner alle elementlikningene inn i et likningssett for hele konstruksjonen. Denne er gitt av ligning 2.9 og inneholder all informasjon om systemets lastpåkjenninger, stivheter og forskyvninger [7]:

$$R = K \times r \quad (2.9)$$

Der K er systemets stivhetsmatrise, r er forskyvningsvektoren og R er lastvektoren. Likningen løses med hensyn til forskyvningsvektoren, da det er denne som gir konstruksjonens respons på belastningen. Dette innebærer invertering av konstruksjonens stivhetsmatrise, noe som ofte kan involvere bruk av mye datakraft. Som tidligere nevnt er dermed valg av elementtype og inndeling (matematisk modell) helt avgjørende for å redusere størrelsen på systemets stivhetsmatrise [7].

2.7.1 Statisk og dynamisk analyse

Et valg mellom en statisk analyse eller en dynamisk analyse må tas før FEA-analyse kan gjennomføres. I en statisk analyse vil systemet være uavhengig av tid, og lastene påført er konstant. I en dynamisk analyse vil konstruksjonen bli satt i bevegelse, ettersom massen vil få en fart og akselerasjon. Den matematiske forskjellen blir dermed at i en statisk analyse vil kun stivhetsmatrise bli løst ved hjelp av elementmetoden, mens i en dynamisk analyse vil også massematrisen bli tatt i betraktning. For den samme strukturen krever derfor en dynamisk analyse mer beregningstid enn en statisk analyse [5].

2.7.2 Lineær og ikke-lineær analyse

Både den statiske og den dynamiske analyse deles inn i lineær analyse og ikke-lineær analyse.

En lineær analyse brukes når materialet er antatt å være lineært elastisk. Under lastpåkjenning antas grenseverdiene å være uendret, og forskyvningene uendelig små. Når en lineær analyse ikke er tilstrekkelig, kan en ikke-lineær analyse være en god utvidelse av den komplette analyseprosessen. En lineær analyse kan indikere deler av geometrien hvor materialet overstiger sin elastiske grense [5]. I en statisk ikke-lineær analyse vil strukturen deformere seg og grenseverdiene, geometrien og materialegenskapene endre seg. I dette tilfelle vil stivhetsmatrisen være avhengig av belastningen, som igjen er avhengig av deformasjonen [53]. Det kan skilles mellom to typer ikke-linearitets problemer [53]:

- Materialbasert ikke-linearitet.
- Geometriskbasert ikke-linearitet.

I det første tilfelle vil materialets modul være avhengig av belastningen, og forholdet mellom tøyning (ϵ) og spenning (σ) være ikke-lineært. De geometrisk, ikke-lineære problemene vil bli påvirket av følgende fenomener: store deformasjoner og rotasjoner, mye tøyning som påvirke den globale geometrien, endringer i kraft retning og endringene i grenseverdier [53].

2.8 ANSYS Mechanical APDL

ANSYS Mechanical APDL er et dynamisk analyseverktøy som kan løse mange komplekse ingeniørvitenskapelige problemstillinger ved bruk av elementmetode. Programmet kan utføre både lineære og ikke-lineære analyser. Blant annet kan termiske problemer, strukturanalyse, akustiske problemer og elektromagnetiske problemer simuleres i ANSYS. Siden APDL står for Ansys Parametric Design Language vil modelleringen blir utført via et skriptspråk [37].

2.8.1 Transient dynamisk analyse

En transient analyse er en dynamisk analyse for å finne responsen til strukturen under belastning som funksjon av tid. En transient analyse kan brukes både for termiskanalyse og strukturanalyse. I ANSYS Mechanical APDL brukes transient strukturanalyse for å finne av den dynamiske responsen til en struktur under hvilken som helst tidsvarierende belastning [74]. I en struktur som reagerer på en kombinasjon av statiske, transiente og harmoniske belastninger kan analysen brukes for å bestemme tidsvarierende krefter, forskyvninger, spenninger og tøyning i strukturen. Den periodiske belastningens parametre gjør at både demping og massetetthet blir viktig i analysen. Bevegelsesligning for transient dynamisk analyse er vist i ligning 2.10 [43]:

$$\{F(t)\} = [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} \quad (2.10)$$

$\{F(t)\}$ = last vektor.

$[M]$ = masse matrise.

$[C]$ = demping matrise.

$[K]$ = stivhetsmatrise.

$\{\ddot{u}\}$ = nodal akselerasjonsvektor.

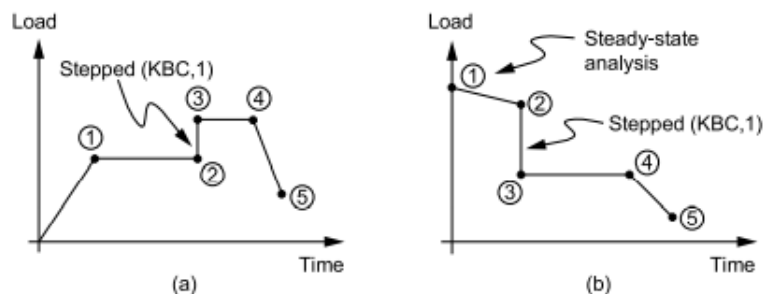
$\{\dot{u}\}$ = nodal fartsvektor.

$\{u\}$ = nodal forskyvningsvektor.

ANSYS bruker Newmark tidsintegrasjonsmetode eller HHT metode for å løse ligningssystemet. En transient analyse krever generelt mer dataressurser og mer tid. Det vil derfor være mer hensiktsmessig å gjøre et forarbeid ved for eksempel analysere en enklere modell først og prøve å forstå hvordan strukturen vil respondere ved en modal analyse [42].

Transient analyse kan utføres på to måter: «full» og «mode-superposition». Bruk av «full» metode er den mer generelle metode da den inkluderer alle typer ikke-lineære parametre som for eksempel plastisitet og store forskyvninger. Når denne metoden benyttes vil hele systemmatrisen bli brukt for å beregne en transient analyse. Derimot vil «mode-superposition» metoden summere alle egenvektorer fra en modal analyse for igjen beregne en transient respons [42].

For å spesifisere belastninger som er avhengig av tid, skal kurven «load-versus-time» deles i passende mindre belastningstrinn, «load step», se figur 2.15.



Figur 2.15: Eksempel på last-tid kurve med ulike «load step» [42].

Som figur 2.15 viser, er hvert hjørne i kurven en «load step». Det første «load step» vil som regel være startforutsetningen. Videre bestemmer man lastene og lastetrimnsalternativer til de påfølgende «load steps». Lasten og tiden skal spesifiseres for hvert «load step» sammen med de andre parametrene som for eksempel bruk av automatisk tidsstyring eller om lasten skal øke på hvert «load step». I ANSYS skal disse parametre bestemmes i «Solution Controls Tabs» [42].

2.9 Elementtype

I forhold til materialegenskapene og oppførselen til strukturen som skal modelleres, er det viktig å velge riktige elementer fra det brede biblioteket som ANSYS har. Hvert element er identifisert med et tilhørende gruppenavn og et unikt identifiseringsnummer. I tillegg vil hver elementtype ha et sett med frihetsgrader som er de primære ukjente som skal bestemmes av analysen. Disse kan for eksempel bestå av forskyvninger og rotasjoner. Andre resultater, som for eksempel spenninger, blir beregnet ut fra forskyvningsvektoren. Man definerer ikke selv frihetsgrader på nodene, men de er knyttet direkte til elementtype og det er derfor valget av elementtype er svært viktig for analysen [41].

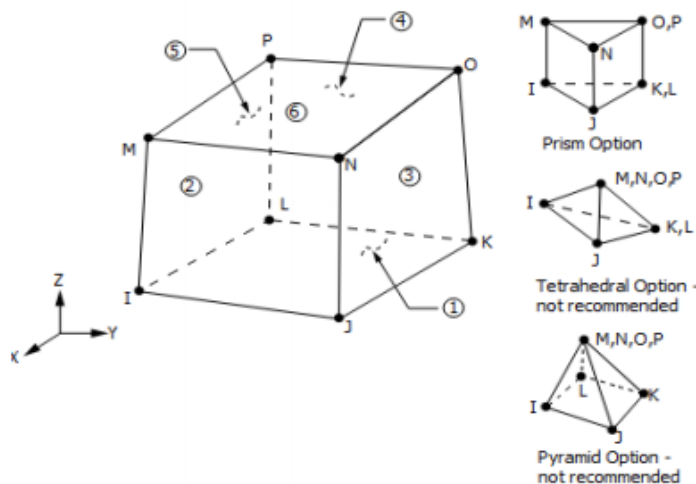
For hver elementtype skal forskjellige materialegenskaper fastsettes som for eksempel elastisitetsmodul, densitet og varmeledningsevne. Både lineære materialegenskaper og ikke-lineære materialegenskaper kan velges [41].

2.9.1 SOLID185

SOLID185 brukes til 3D modellering av solide strukturer og er definert med åtte noder hvor hver node har tre frihetsgrader: forskyvningsgrader i x-, y- og z-retning. Dette elementet kan beregne plasticitet, hyperplasticitet, spenningsstivhet, svelling og kryp, i tillegg til å håndtere store belastninger og deformasjoner. To typer av SOLID185 er tilgjengelig [41]:

- «Homogeneous Structural Solid».
- «Layered Structural Solid».

SOLID185 «Homogeneous Structural Solid» ved «meshing» kan deles inn i prismer, teatraeder, piramider eller i blokker. Figur 2.16 viser til geometrien og noder for «Homogeneous Structural Solid» [41].



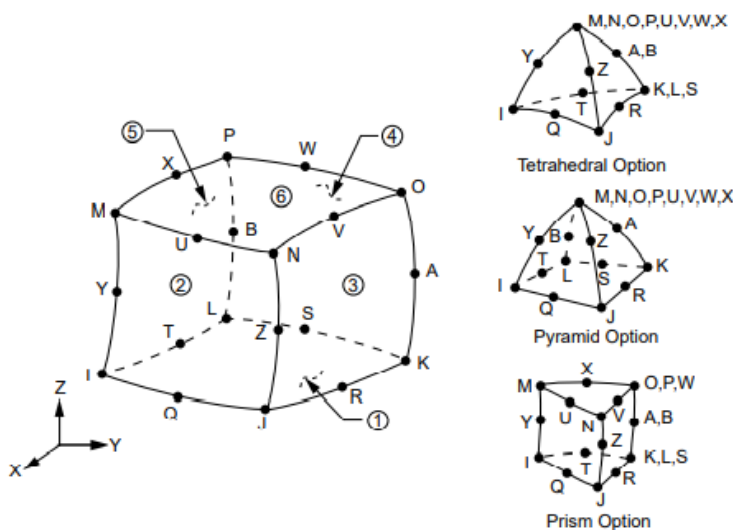
Figur 2.16: Geometrien til SOLID185 Homogeneous Structural Solid i ANSYS [41].

2.9.2 SOLID186

SOLID186 er et volumelement med tjue noder som har en kvadratisk forskyvningsadferd. Hver av disse tjue noder har tre frihetsgrader i x-, y- og z-retning. Som SOLID185 kan også SOLID186 være et anisotropisk element der styrke- og tøyningsegenskaper varierer med orientering. I likhet til SOLID185 kan SOLID186 også simulere blant annet plastisitet, kryp, svelling og store forskyvninger. Det finnes to former av SOLID186 [41]:

- «Homogeneous Structural Solid».
- «Layered Structural Solid».

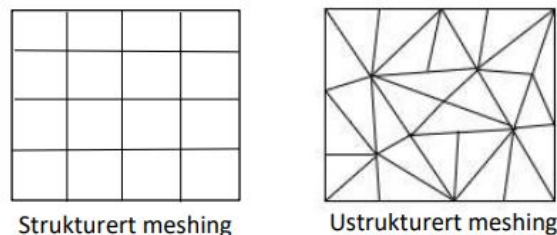
Ved modellering av uregelmessige inndelinger av elementer kan type «Homogeneous Structural Solid» brukes. Figur 2.17 viser til geometrien og nodene for «Homogeneous Structural Solid» [41].



Figur 2.17: Geometrien til SOLID186 Homogeneous Structural Solid i ANSYS [41].

2.10 Elementinndeling

For at modellen skal analyseres er det nødvendig å dele den opp i modellen i mindre volumer eller elementer. Dette kalles «meshing». Inndelingen kan være i ulike former og størrelser avhengig av geometrien til strukturen, og kan påvirke nøyaktigheten, konvergensten og beregningstid til løsningen. Ved å bruke FEM-analyse vil de matematiske ligningene i hvert element løses og settes sammen for å kunne forutsi oppførselen til den totale strukturen. Meshingen kan klassifiseres i «mapped meshing» og «free meshing» som gir henholdsvis en strukturert og ustrukturert mesh. Når strukturens geometri er mer kompleks, vil en ustrukturert inndeling av elementer oppstå. Modellen vil være delt inn i trekantede elementer (2D) eller tetrahedrale elementer (3D) og forbindelsen mellom elementene skal defineres og lagres. I en enklere geometri vil inndelingen være strukturert og elementene kan ha en firkantet form (2D) eller heksaedriske form (3D), da strukturen muliggjør enkel identifisering av elementer og noder som er implisitt tilkoblet [39, 72]. Figur 2.18 viser til både den strukturerte og ustrukturerte inndeling av elementer.



Figur 2.18: Fremstilling av en strukturert og ustrukturert elementinndeling, reproduisert figur fra [72].

Det er tre faktorer som bestemmer inndelingen av elementer til en struktur [39, 72]:

- Geometrien, form og størrelse.
- Type analyse.
- Beregningstid.

I ANSYS kan elementstørrelser defineres ved bruk av ulike funksjoner. Med ESIZE-funksjonen kan man stille inn størrelsen på elementet direkte. En annen funksjon er SMRTSIZE, der selve programvaren lager størrelsen på elementene basert på geometrien til strukturen [36].

2.11 Kontakt

Når to separate overflater tangerer hverandre, er overflatene definert som en kontakt. Overflater som er i kontakt har følgende egenskaper; de trenger ikke inn i hverandre, de kan overføre trykkrefter og tangentielle friksjonskrefter og vanligvis vil de ikke overføre strekkrefter, da de er to separate overflater og kan bevege seg fritt [38].

For å modellere kontaktinteraksjonen mellom to elementer, gir ANSYS tre forskjellige tilnærminger: bruk av kontaktelementer, opprette «constraint equation» eller ved å bruke koblede frihetsgrader. De to sistnevnte tilnærmingene kan kun benyttes ved lite tøyning [40].

I følge ANSYS [40] er kontaktproblemet delt inn i to generelle klasser; «rigid-to-flexible» og «flexible-to-flexible» kontaktproblemer. I «rigid-to-flexible contact» er én eller flere kontaktflater behandlet som stive flater, det vil si at de har en større stivhet i motsetning til de flatene som kan deformere seg. Når et mykt materiale kommer i kontakt med et hardere materiale som kan deformere seg, antas kontaktproblemet å være «flexible-to-flexible». I en «flexible-to-flexible» kontakt kan alle kontaktflater deformere seg, og flatene har en omtrent lik stivhet [40].

Det er to utfordringer ved kontaktproblemer. Den ene er at kontaktregionen er generelt ikke kjent før brukeren har løst problemet. Den andre utfordringen er at de fleste kontaktproblemer må gjøre rede for friksjon. På grunn av at det er flere friksjonslover og modeller å velge mellom som er ikke lineære, vil ofte en løsningskonvergens være vanskelig å nå. Når friksjon ikke skal inkluderes i modellen og overflatene i kontakten er alltid bundet til hverandre, kan et alternativ være å bruke «internal multipoint constrain (MPC)» [40].

2.11.1 Kontakt analyse

Det finnes tre ulike tilnærminger for å definere kontakinteraksjoner ved bruk av elementer i ANSYS Mechanical APDL [40]:

- «Pair-based contact definition».
- «General contact definition».

- «Node-to-node contact elements».

De to førstnevnte bruker overflater til å definere kontakten, der det oppstår enten liten eller stor glidekontakt. Der hvor plasseringen av kontakten er kjent på forhånd og det oppstår lite glidekontakt mellom kontaktoverflatene er «node-to-node contact elements» brukt [40]. ANSYS håndbok [40] anbefaler å bruke «pair-based contact definition» eller «general contact definition» der det er mulig.

Følgende spesifikasjoner skal defineres ved simulering av «pair-based contact definition» eller «general contact definition» [40]:

- Definere overflatene som kan komme i kontakt og om de er stive eller kan deformeres.
- Interaksjonen mellom overflatene som vil samhandle med hverandre.
- Oppførselen til kontaktoverflatene.
- Egenskaper til kontakten og viktige parametere.
- Kontaktens innstillinger og kontaktens formulering.

Når «general contact definition» blir brukt skal kontaktoverflatene defineres. Et av kontaktelementene (CONTA172, CONTA174) er definert på overflaten som kan deformere seg, mens et target-element (TARGE169, TARGE170) brukes på den stive overflaten. I en «pair-based contact definition» er kontakinteraksjoner definert mellom et kontakt-element (CONTA172, CONTA174, CONTA175 eller CONTA177) og et target-element (TARGE169, TARGE170) der begge blir tildelt det samme «real constant» ID nummer som må være større enn null. For hver av problemstillingene en modell viser, kan brukeren velge mellom ulike modeller for å modellere kontakten [40]. For «pair-based contact definition» er fem kontaktformuleringer tilgjengelig i ANSYS [40]:

- «Surface-to-surface».
- «Node-to-surface».
- «Node-to-node».
- «Line-to-surface».
- «Line-to-line».

2.11.2 «Node-to-surface» kontakt

I følge ANSYS er fremgangsmåten for å modellere en kontakt ved bruk av «node-to-surface» og «surface-to-surface» for det meste likt [40].

«Node-to-surface» kontakt kan benyttes både i «flexible-flexible» og i «rigid-flexible» kontaktproblemer og kan brukes der store deformasjoner, ulik meshing mellom de berørte overflater og/eller små og store glidninger oppstår [40].

For å opprette en kontakt mellom to flater er det nødvendig å definere en kontaktflate og en target-flate. I tillegg er det viktig at begge blir tildelt de samme parametere for de «real constant». For å modellere kontaktflaten brukes «node-to-surface» elementet CONTA175 for både 2D og 3D modellering. Target-flaten er istedenfor modellert ved bruk av elementet TARGET169 for 2D modellering og TARGET170 for 3D modeller. Kontakten er representert ved å følge posisjonen til punkter i kontaktflaten relativt til linjer eller arealer til target-flaten [40].

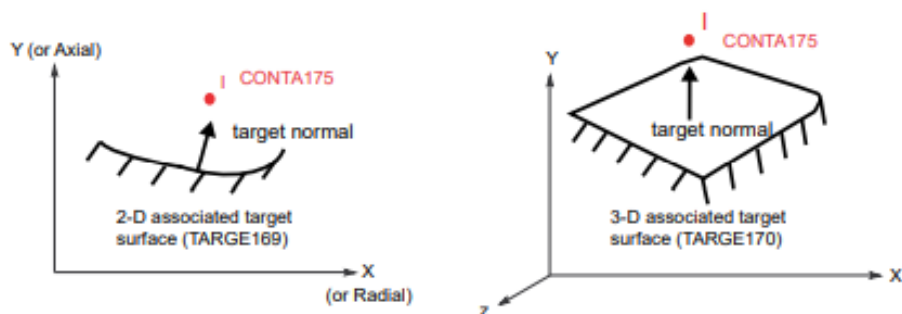
Selv om kontaktflater ikke kan trenge seg inn i target-flater, kan target-flater trenge seg inn i kontaktflater. Target-flaten vil alltid være den stive flaten i en «rigid-to-flexible» kontakt mens kontaktflaten vil kunne deformere seg. I «flexible-to-flexible» kontakt vil valget av target-flate og kontaktflate påvirke nøyaktigheten i resultatene da ulike penetrasjoner kan oppstå når brukeren velger

hvilken overflate som skal være en kontakt – og target-flate [40]. Følgende punkter er foreslått av ANSYS ved valget av overflatene [40]:

- Ved to overflater burde den stivere overflaten være target-flate mens kontaktflaten burde være mindre stiv.
- Den overflaten som har en finere mesh burde være kontaktflate, mens den med en grovere meshing burde være target-flate.
- Når en konveks overflate kommer i kontakt med en flat/konkav flate burde den sistnevnte være en target-flate.
- Hvis en overflate er betydelig større enn den andre overflaten, burde den største overflaten være en target-flate.
- For «node-to-surface» kontakt i 3D modellering burde lavere ordens elementer være brukt på kontaktflaten.

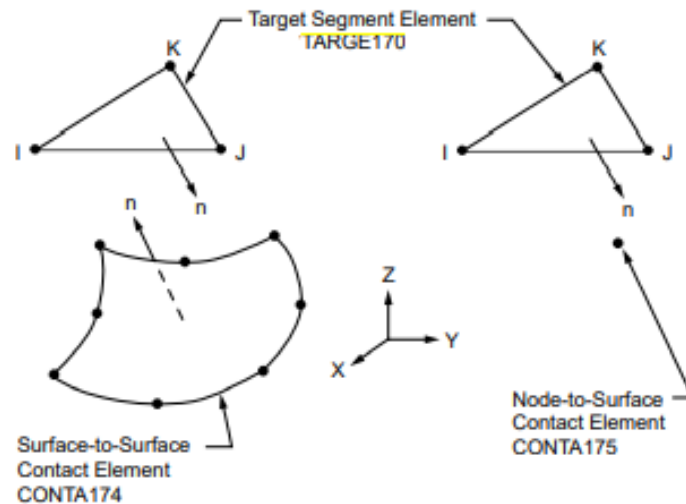
2.11.3 Kontakt-elementtyper

CONTA175 er et element brukt av ANSYS for modellering av kontakt og glidning mellom to overflater, en node og en overflate eller mellom en linje og en overflate i både 2D og 3D. CONTA175 er plasseres på overflaten av solid-, bjelke- og skall-elementer. Kontakten oppstår når overflaten til kontakt-flaten penetrerer et av target-elementene i den spesifiserte target-flaten. Ved par-basert kontakt er target-flaten definert av et element som kalles TARGE170 i 3D modell [40]. Figur 2.19 viser hvordan kontakten defineres mellom CONTA175 og target-elementen i både 2D og 3D.



Figur 2.19: Fremstilling av «node-to-surface» kontakt med CONTA175-element i både 2D og 3D analyse [40].

TARGE170 er en 3D target-flate og er brukt sammen med kontakt-flatene CONTA174, CONTA175 og CONTA177. Brukeren kan blant annet legge til krefter, momenter, rotasjonsforskyvning og temperatur på target-flaten om ønskelig. Ved kontakt mot faste overflater kan dette elementet brukes til å modellere komplekse former. Ved kontakt mot fleksible overflater kan disse elementene legges over solid-, skall- og linje-elementer, og beskrive grensen mot det deformerbare legemet [40]. En target-flate er modellert ved å sette sammen target-segmenter, figur 2.20 viser segmenttyper for TARGE170 [41].



Figur 2.20: Geometrien til TARGET170 [41].

2.11.4 Symmetrisk og asymmetrisk kontakt

I en asymmetrisk kontakt er overflatene definert enten som kontakt-flate eller som target-flate. Dette kalles «one-pass contact». En annen mulighet er å modellere en symmetrisk kontakt der hver overflate er både en kontakt-flate og en target-flate. På denne måten vil to sett med kontaktpar blir laget mellom de berørte overflatene. Dette kalles «two-pass contact». I ANSYS vil en symmetrisk kontakt kun brukes for «flexible-to-flexible» kontakt [40]. Ofte er den asymmetriske kontakten mer effektiv, men i visse tilfeller kan en symmetrisk kontakt være aktuell [40]:

- Når skillet mellom kontakt-flate og target-flate er lite klar.
- Når begge overflatene er modellert med en grov meshing.

2.11.5 Kontaktoverflatens oppførsel

Med utgangspunkt i problemet modellen tar for seg, kan kontaktsoverflaten oppføre seg ulikt ved å legge til visse egenskaper. I ANSYS kan følgende ulike oppførsler til en kontakt-overflate defineres [40]:

- «Standard contact».
- «Rough contact».
- «Bonded».
- «Bonded initially».
- «Bonded always».
- «No separation».
- «No separation always».

En standard kontakt er en ensidig kontakt der trykket vil være lik null. Ved en «rough contact» vil ingen glidning mellom overflater oppstå, da det defineres som en uendelig stor friksjonskoeffisient og det ses bort fra materialegenskapene. Når kontaktflaten og target-overflaten er bundet i alle retninger gjennom hele analysen er en «bonded» kontakt definert. Ved «no separation» kontakt er kontakt-flaten og target-flaten bundet sammen, men glidning mellom overflatene er tillatt. Derimot vil en «bonded always» kontakt ikke tillate glidning mellom overflatene [40].

En bedre oversikt for kontaktoverflatene sin oppførsel med tilhørende egenskaper er vist i tabell 2.1.

Tabell 2.1: Oversikt over egenskapene til de ulike kontaktoverfaltene, reproduisert figur fra [73].

Navn	Åpent mellomrom	Glidning
Bonded	Nei	Nei
Rough	Ja	Nei
No Separation	Nei	Ja, $\mu=0$
Frictionless	Ja	Ja, $\mu=0$
Frictional	ja	Ja, hvis $F_{glidning} > F_{friksjon}$

2.11.6 Kontaktalgoritmer

For å analysere et kontaktproblem i Ansys er det viktig å velge en korrekt matematisk formulering. Her gir Ansys flere alternativer [40]:

- «Penalty method».
- «Augmented Lagrangian».
- «Lagrange multiplier on contact normal and penalty on tangent».
- «Pure Lagrange multiplier on contact normal and tangent».
- «Internal multipoint constraint».

For å etablere et forhold mellom to kontaktflater er brukt «penalty method» en kontaktfjær. Systemet baserer seg på følgende parametre i kontaktformuleringen [40]:

- FKN – «contact stiffness».
- FKT – «target penalty stiffness faktor» .
- FTOLN – «penetration tolerance faktor».
- SLTO – «elastic slip».

«Augmented Lagrangian» metode er en iterativ serie av «penalty method». For at den endelige penetrasjonen skal være mindre enn den tillatte toleransen, er trykk og friksjonsspenninger forstørret under analysen. Metode «Pure Lagrange multiplier on contact normal and tangent» gjør at når et kontaktpar er lukket, vil penetrasjon og glidning være lik null. Verken FKN eller FKT faktor kreves, men kun «penetration tolerance faktor» (FTOLN) og «tensile contact pressure» (TNOP). En alternativ metode er «Lagrange multiplier on contact normal and penalty on tangent» som tillater litt glidning, men fortsatt null penetrasjon. Den krever FTOLN, TNOP og den maksimale tillatte SLTO-faktor. En «Internal multipoint constraint» metode er ofte brukt med en «bonded»-kontakt og en «no separation»-kontakt for å modellere flere kontakter og kinematiske grenseverdier. For å kontrollere oppførselen til de ulike kontaktene bruker ANSYS «real constant» og «KEYOPTS». Med ANSYS Hjelp [36] kan brukeren velge disse parametrene for de valgte elementene og algoritmene i modellen [40].

2.11.7 Kontaktstivhet og penetrasjonsverdi

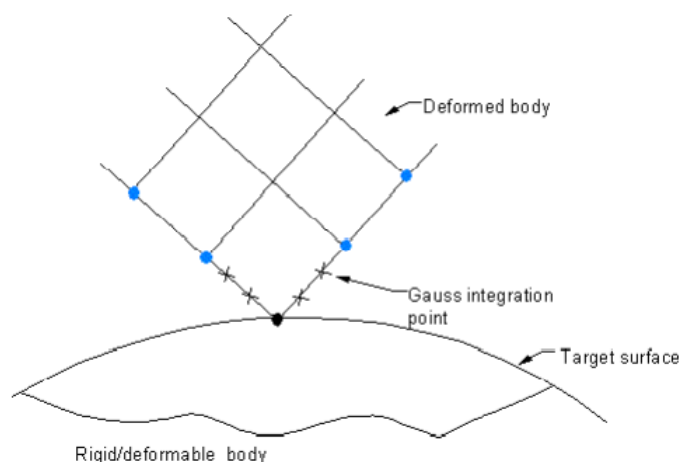
Hvor mye penetrasjon som oppstår mellom kontakt-flaten og target-flaten er avhengig av normal stivhet, mens tangentiell stivhet vil påvirke glidningen mellom kontaktflatene. Glidning og penetrasjon mellom kontaktflater kan dermed reduseres ved å sette høyere stivhetsverdier, men kan også føre til konvergensproblemer i beregningen da det vil påvirke den globale stivhetsmatrisen. Derimot vil lavere stivhetsverdier føre til mer unøyaktige resultater. Man burde derfor etterstrebe en kombinasjon mellom høy nok stivhet, for å redusere glidning og inntrenging mellom flatene, og samtidig lav nok stivhetsverdi for at modellen kan gi gode resultater [40]. ANSYS definerer følgende parametre for å bestemme stivhets- og penetrasjonsverdier [40]:

- Kontakts stivhet – FKN- og FKT-faktor.
- Tillat penetrasjon mellom flater – FTOLN-faktor.
- Tillat glidning mellom flater – SLTO-faktor.

I en skala fra 0,1 til 10,0 er en verdi av 1,0 standard verdien for FKN-faktor som fungerer i de fleste tilfeller. Ved «bonded» og «no separation» oppførsel av kontaktflaten skal FKN verdien settes lik 10. FTOLN-faktor er ofte brukt i sammenheng med «Lagrangian method» og vil være mindre enn 1,0 med en standard verdi på 0,1. Verdien er basert på den underliggende solid-, skall- eller bjelkeelement, og brukes til å bestemme om penetrasjons kompatibilitet er oppfylt. Standarskontaktens normale stivhet er generelt omvendt proporsjonal med den endelige penetrasjons toleransen. ANSYS setter FKT-faktor til å være lik 1,0 som standardverdi. Programmet oppdaterer automatisk den tangentielle kontaktstivheten basert på maksimal tillate SLTO-faktor og den aktuelle kontaktens normal trykk. Når FKT-faktoren oppdateres på hver iterasjon, vil SLT-faktoren bli brukt til å kontrollere den maksimale glideavstanden [40].

2.11.8 Oppdagelse av kontaktpunkter

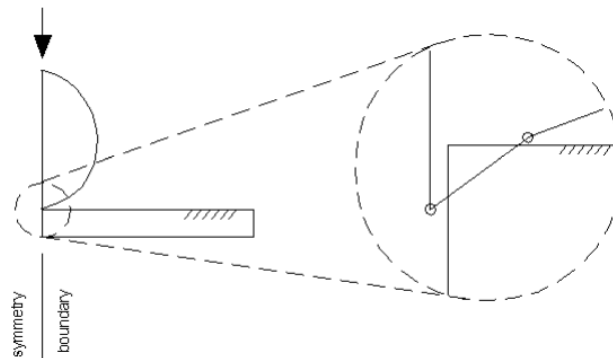
På innsiden av kontaktselementets flate er det plassert kontaktintegrasjonspunkter. Som nevnt tidligere kan ikke en kontaktflate trenge inn i en target-flate ved integrasjonspunktene, men en target-flate kan penetrere en kontaktflate. For «node-to-surface» kontakt vil kontaktelementet CONTA175 bruke «nodal detection scheme». ANSYS krever utjevning av kontaktflate eller av target-flate for at «nodal detection» algoritmene brukes, noe som vil være tidskrevende [40]. Figur 2.21 viser prinsippet ved bruk av noder for å oppdage kontaktpunkter.



Figur 2.21: Noder fra den deformerte platen som oppdager kontaktpunkter i target-flate [40].

Bruken av noder til å finne kontaktpunkter kan føre til andre konvergensproblemer som for eksempel «node slippage», der noder glir av kanten til target-flate som vist i figur 2.22. For å hindre det kan man

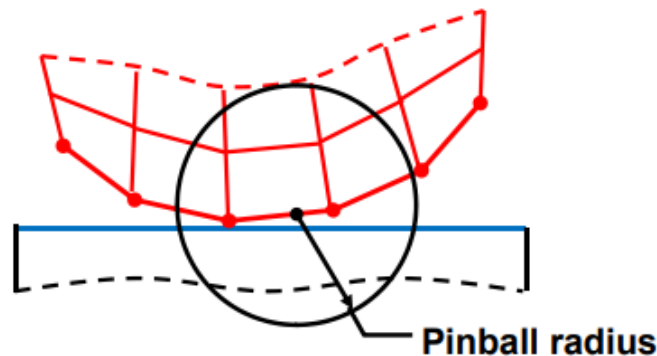
bruke «real constant» TOLS som vil utvide target-flaten når problemet ikke kan unngås bare ved bruk av standardverdiene [40].



Figur 2.22: Noder til den deformerte platen kan gli ved kantede flater til target-flate, «node slippage». [40].

2.11.9 «Pinball region»

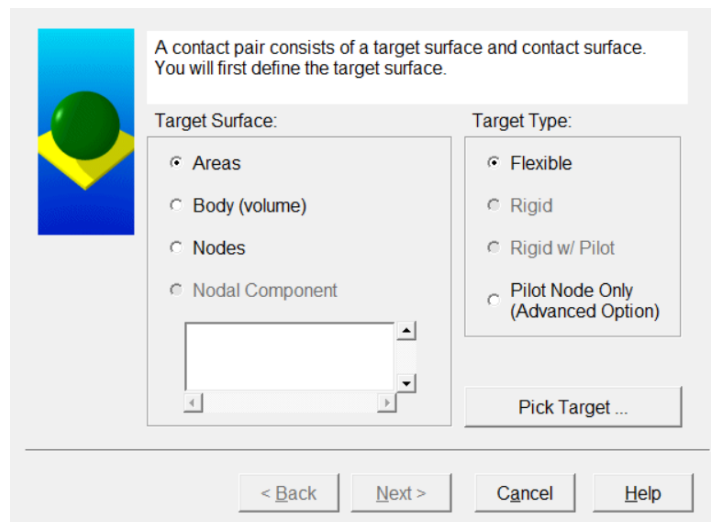
I ANSYS er «pinball region» (PINB) avstanden mellom integrasjonspunktene til kontaktelementet og en kode-kalkulert distanse eller den avstanden som er definert av brukeren til target-overflaten. Integrasjonspunktene kan enten være Gauss integrasjonspunkter (for «surface-to-surface» kontakt) eller noder (for «node-to-surface» kontakt). Ved «flexible-to-flexible» kontakt i en 3D modell vil ANSYS definere «pinball region» som en sfære med radius lik to ganger dybden av det underliggende elementet. Den tiden programmet bruker til å finne kontakten er avhengig av størrelsen til «pinball region». De standardverdiene gitt av ANSYS burde være tilstrekkelig for de fleste kontaktproblemer [40]. En enkel demonstrasjon av «pinball region» i ANSYS mellom kontaktflate og target-flate er vist i figur 2.23.



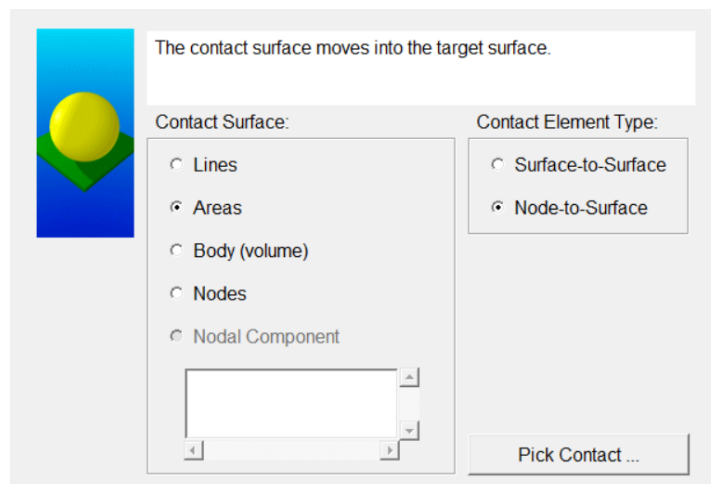
Figur 2.23: «Pinball region» mellom kontaktflate og target-flate [38].

2.11.10 Bruk av «Contact Wizard»

For «pair-based» kontaktproblemer kan «Contact Wizard» brukes i ANSYS. «Contact Wizard» er en funksjon i ANSYS som gjør det mulig for brukeren å definere manuelt kontaktflaten og target-flaten i modellen. Funksjonen støtter både 2-D og 3-D modeller. I tillegg kan man velge mellom «surface-to-surface» og «node-to-surface» kontakttype og om kontakten skal være «flexible-to-flexible» eller «rigid-to-flexible». Brukeren kan spesifisere kontakt- og target-flater ved å bruke arealer, linjer, volum eller noder [40]. Et eksempel på hvilke funksjoner «Contact Wizard» har i ANSYS Mechanical APDL er vist i figur 2.24, 2.25 og 2.26.

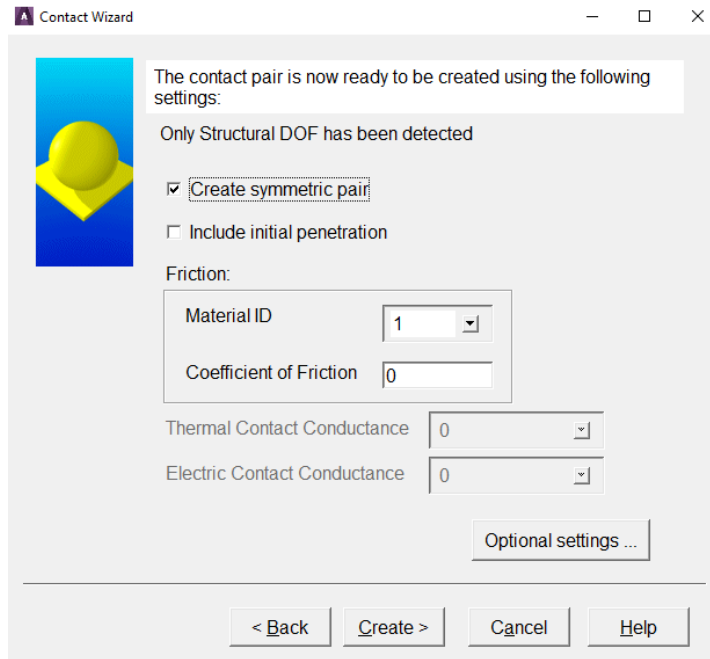


Figur 2.24: Bestemmelser for target-flate i «Contact Wizard» [40].

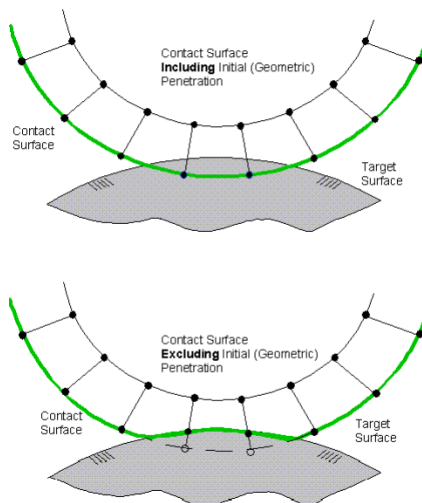


Figur 2.25: Bestemmelser for kontaktflate i «Contact Wizard» [40].

Ved en «flexible-to-flexible» kontakt er det viktig at hele modellen blir inndelt i elementer (meshing) før kontaktparet kan opprettes. Der «rigid-to-flexible» kontakt er brukt vil det være behov for å meshe kun den fleksible overflaten i modellen før «Contact Wizard» blir tatt i bruk. Egenskapene for kontakten kan også velges i «Contact Wizard» som for eksempel FKN-faktor, FTOLN-faktor, kontaktens algoritme, og oppførselen til kontaktens overflate. Som figur 2.26 viser er det mulig å velge inn i «Contact Wizard» om kontakten skal være symmetrisk. En viktig parameter er om en første penetrasjon mellom kontakt- og target-flaten skal inkluderes eller ekskluderes i analysen. I en forenklet modell kan noen noder trenge gjennom den motsatte overflaten, noe som fører til konvergensproblemer. Derfor burde den første penetrasjonen bli ekskludert [40]. Hvordan en kontakt- og target-flate oppfører seg med og uten den første penetrasjonen inkludert er vist i figur 2.27.



Figur 2.26: «Contact Wizard» i ANSYS der både symmetri og første penetrasjon i kontakten kan velges [40].



Figur 2.27: Fremstilling av hvordan den første penetrasjonen blir ignorert i ANSYS [40].

2.12 Løsningsfase i ANSYS

Etter at modellen er ferdigstilt vil programmet løse et sett med ligninger generert av elementmetoden. Følgende metoder er brukt av ANSYS for å løse disse ligninger [43]:

- «Sparse direct solver (SPARSE)».
- «Jacobi Conjugate Gradient solver (JCG)».
- «Preconditioned Conjugate Gradient solver (PCG)».
- «Incomplete Cholesky Conjugate Gradient solver (ICCG)».

Den første metode «Sparse direct solver» bruker en direkte elimineringsmetode, mens de andre metodene bruker en iterative løsningsmetoder som ofte har mindre beregningstid. Gaussian elimineringsstilmærning er brukt i den direkte elimineringsmetoden for å løse den ukjente variabelen, forskyvningsvektoren $\{u\}$ i ligningen 2.11 [43]:

$$[K] \times \{u\} = \{F\} \quad (2.11)$$

Hvor:

$[K]$ = den globale stivhets/konduktivitets matrise.

$\{u\}$ = den globale forskyvningsvektoren for nodene.

$\{F\}$ = den globale påførte lastvektor.

Eliminasjonsprosessen innebærer å bryte ned matrisen $[K]$ i en nedre og øvre trekantet matrise $[K] = [L] \times [U]$. Deretter utføres det fremover- og bakoversubstitusjon ved hjelp av matrisene $[L]$ og $[U]$ helt tilvektoren $\{u\}$ er løst [43].

En iterativ løsningsmetode er en prosess som innebærer en første gjetting $\{u\}_1$ for løsning av vektor $\{u\}$ og videre iterere fram til en løsning som er innenfor en akseptabel toleranse for den nøyaktige løsningen [43].

Et nytt sett av ligninger er brukt når løsningen er ikke-lineær. I ANSYS er «Newton-Raphson method» brukt for dette formålet. Denne metoden bruker en iterativ prosess for å løse den ikke-lineære ligningsettet 2.12 [43]:

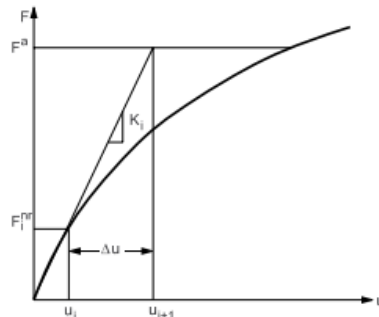
$$\begin{aligned} [K_i^T] \times \{\Delta U_i\} &= \{F^a\} - \{F_i^{nr}\} \\ \{\Delta U_{i+1}\} &= \{U_i\} - \{\Delta U_i\} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Hvor:

$[K_i^T]$ = Jacobian matrise.

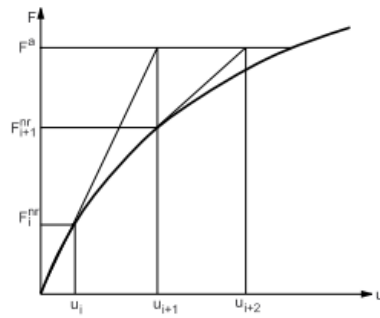
$\{F_i^{nr}\}$ = «restoring load» vektor som tilsvare elementet indre belastninger.

For å få en løsning er det nødvendig med minst mer enn en iterasjon. Figur 2.28 viser grafisk en iterasjon med en enkelt løsning for en modell med en frihetsgrad.



Figur 2.28: Første iterasjon ved å bruke «Newton-Raphson method» [43].

Etter flere iterasjoner vil grafen se ut som figur 2.29, hvor løsningen vil tilsvare en last $\{F^a\}$. Den konvergente løsningen vil være tilnærmet lik den påførte lastvektoren [43].



Figur 2.29: Andre iterasjon ved å bruke «Newton-Raphson method» [43].

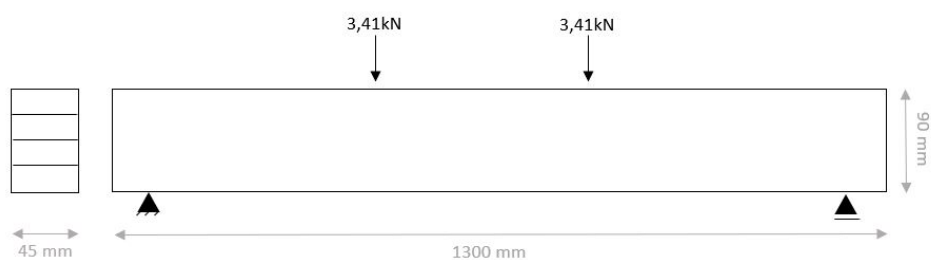
3 Metode

For å svare på oppgavens problemstilling på best mulig måte er en kvantitativ metode valgt. Oppgaven blir løst gjennom en numerisk analyse der verktøyet ANSYS Mechanical APDL 2020 R2 [37] er benyttet, og vil så sammenligne og diskutere dataene som innhentes fra elementmodellen. Data og resultater som er utarbeidet gjennom labarbeid beskrevet i forskningsartikkelen «Experimental and analytical investigation on CFRP strengthened glulam laminated timber beams: Full-scale experiments » [81], Vahedian et al. (2018), er brukt som grunnlag for å skape en fungerende modell som benyttets videre for modellering av de ulike casene som denne oppgaven tar for seg, og som beskrives videre i dette kapittelet.

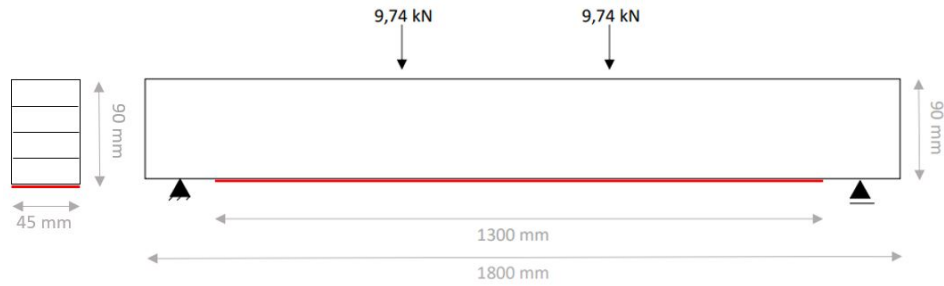
Dette studiet [81] er valgt, da det viser til relevant labarbeid som elementmetode-analysen i denne oppgaven kan basere seg på. Eksperimentet [81] gir tilstrekkelig data for at det er mulig å utarbeide en modell som kan verifiseres for det videre arbeidet mot problemstillingen. Limtrebjelker med lik fasthetsklasse blir analysert både med, og uten forsterkning med karbonfiberarmert plastplate (CFRP), og med ulike lengder og tykkelser av CFRP-platen plassert på strekksonen til limtrebjelker. Oppgavens resultater skal fokusere på spenningsfordeling i fiberretning (σ_x) og nedbøyning på midten av limtrebjelker i bruksgrensetilstand.

3.1 Verifisering av modellen

For at resultatene skal være kvalitetssikret er det hensiktsmessig å verifisere at modellen brukt i ANSYS fungerer tilstrekkelig. Derfor er det først modellert to limtrebjelker som tilsvare Case B1 og Case B8 beskrevet i [81]. I denne oppgaven er disse to modellene omtalt som Case A, som er vist i fig 3.1, og Case B, som er vist i fig 3.2. Det som skiller Case A fra Case B er ulik last og at Case B er forsterket med en CFRP-plate.



Figur 3.1: Limtrebjelkens geometri i Case A med påført belastning.



Figur 3.2: Limtrebjelkens geometri i Case B med påført belastning. Rød strek markerer CFRP-platen.

Resultatene utarbeidet i ANSYS vurderes mot resultatene gitt fra Case B1 [81] og Case B8 [81]. For å sikre at resultatene fra Case A og Case B er tilfredsstillende, krever det at resultatene viser lite avvik fra Case B1 [81] og Case B8 [81]. Det antas at et akseptabelt avvik bør ligge innenfor 10%. Etter at elementmodellen har blitt verifisert, skal casene beskrevet i delkapittel 3.3 analyseres.

3.2 Modellering av Case A og Case B

En analyse ved hjelp av elementmetoden er en god tilnærming for å kunne svare på oppgavens problemstilling. Flere studier [77, 78, 83, 82] har vist at et elementmetodeprogram som ANSYS egn seg til modellering av treelementer, og at det også håndterer samvirke med andre byggematerialer. Det er derfor brukt ANSYS Mechanical APDL 2020 R2 for modellering av Case A og Case B.

3.2.1 Element valg og geometri

For å modellere de ortotropiske egenskapene til limtrebjelken er det valgt, med utgangspunkt i teorien i delkapittel 2.1.1, å bruke SOLID185-elementer fra ANSYS-biblioteket. Valget er også tatt på bakgrunn av ANSYS-manualen [41] sine anbefalinger. Flere studier bruker SOLID45-elementer for limtrebjelke [52, 80], men i [41] anbefales det å bruke SOLID185-elementer istedenfor da ny utvikling har skjedd i programmet.

Siden limtrebjelken brukt i oppgaven er bygd opp av fire lameller på 22,5 mm i høyde med lik styrkeklasse, er det valgt å gjøre en forenkling i modellen. Limtrebjelken er dermed modellert som en hel bjelke uten å dele tversnittet i lameller. Det er laget nøkkelpunkter der opplagre og lasten skal plasseres som vist i figur 3.1 og 3.2.

For modellering av CFRP-platen i Case B er det valgt SOLID186-elementer, da det er fordelaktig at både limtreet og CFRP-platen er modellert med solid-elementer når kontakten opprettes. Det er først modellert den ene CFRP-overflaten, og deretter ekstrudert med 0,668 mm i y-retning mot limtrebjelken. Det er valgt å gjøre en forenkling også i modellering av CFRP-platen. CFRP brukt i [81] har ensrettende fibre i de alle tynne platene med nominell tykkelse tilsvarende 0,167 mm. I Case B8 [81] er CFRP-platens tykkelse fire ganger 0,167 mm, det vil si at limtrebjelken er forsterket med 0,668 mm tykkplate.

Forenklingen i ANSYS-modellen består av å modellere CFRP-platen som en hel plate og ikke som fire plater limt sammen, da alle CFRP-platene har ensrettede fibre.

Tabell 3.1 viser mer i detalj at både Case A og Case B har like egenskaper når det gjelder geometrien til limtrebjelken. Case A viser en limtrebjelke uten CFRP, mens Case B viser at en limtrebjelke forsterket med en 1300 mm lang CFRP med tykkelse lik 0,668 mm og som dekker hele dybden på 45 mm til limtrebjelken.

Tabell 3.1: Geometriske parametre for limtrebjelke og CFRP-plate i Case A og Case B.

Case	Limtrebjelke				CFRP		
	Lengde (mm)	Dybde (mm)	Høyde (mm)	Lameller (nr.)	Tykkelse (mm)	Lengde (mm)	Dybde (mm)
Case A	1800	45	90	4	uten	uten	uten
Case B	1800	45	90	4	0,668	1300	45

3.2.2 Materialeegenskaper

Materialeegenskapene til limtrebjelke og CFRP er en viktig del av modelleringen i ANSYS. Materialeegenskapene som er beskrevet i [81] for limtrebjelken og CFRP-platen etter testing i laboratoriet er tatt i bruk for tilsvarende limtrebjelker og CFRP-plater i ANSYS-modellen.

Limtrebjelken i både Case A og Case B er et homogent limtre med fasthetsklasse tilsvarende GL10h der; «GL» står for limtre (glue laminated timber), «10» representerer fasthetsklassen og «h» står for homogent limtre. I Australia og New Zeland er fasthetsklasse knyttet til bøyestivhet i gigapascal (GPa), mens i Europa er fasthetsklasse knyttet til bøyefasthet i megapascal (MPa) [3, 4]. Dermed tilsvarer GL10h etter Australskt regelverk, GL20h etter Europeisk standard [27]. Der materialeegenskapene til limtreet ikke er spesifisert i [81], er det i elementmodellen brukt verdier hentet fra fasthetsklasse GL20h, vist i figur 2.5 i delkapittel 2.1.

Som nevnt tidligere er limtrebjelken modellert som et lineært elastisk ortotropisk materiale. Med basis i litteraturen [51, 22] er CFRP-platen modellert som et lineært elastisk isotropisk materiale. Flere studier [30, 51] viser at når en forsterket bjelke er utsatt for bøyning blir CFRP-platen mest spenningspåkjent langs fibrenes lengderetning. Derfor kan CFRP antas å være en isotropisk materiale i ANSYS-modellen, da det vil være tilstrekkelig for å gjenskape den realistiske adferd til CFRP-platen, med ensrettede fibrene, under belastning. Tabellen 3.2 viser materialeegenskapene til limtrebjelken i Case A og Case B, i tillegg til materialeegenskapene til CFRP-platen brukt i Case B.

Tabell 3.2: Materialegenskapene brukt i Elementmodellen for Case A og Case B.

	Limtrebjelke		CFRP
	Case A	Case B	Case B
Elastisitetsmodul (MPa)	$E_x = 6455,16$ $E_y = 450$ $E_z = 450$	$E_x = 10414,40$ $E_y = 450$ $E_z = 450$	$E_x = 245000$
Poissons tall	$\nu_{xy} = 0,2$ $\nu_{xz} = 0,2$ $\nu_{yz} = 0,3$	$\nu_{xy} = 0,2$ $\nu_{xz} = 0,2$ $\nu_{yz} = 0,3$	$\nu_{xy} = 0,22$
Skjærmodulen (MPa)	$G_{xy} = 650$ $G_{xz} = 650$ $G_{yz} = 65$	$G_{xy} = 650$ $G_{xz} = 650$ $G_{yz} = 65$	Ikke nødvendig i ANSYS-modellen
Densitet (kg/m^3)	$\rho_{g,\text{mean}} = 370$	$\rho_{g,\text{mean}} = 370$	$\rho_{g,\text{mean}} = 1830$

For limtrebjelke:

Verdiene for E-modul i den langsgående, radiell og tangentiell retning for limtrebjelke er hentet fra [81]. Parameterne for E_y og E_z er hentet direkte fra testing av limtreet utført i [81]. Verdien for E_x er derimot hentet fra resultater for Case B1 [81] og Case B8 [81] som er målt under testing av bjelkene.

Tallene for densitet og skjærmoduler, G_{xy} og G_{xz} er hentet fra tabellen vist i figur 2.5 i delkapittel 2.1, under fasthetsklasse GL20h.

Flere studier [60, 62] bruker forholdet mellom de tre skjærmodulene som vist i ligning 2.6 i delkapittel 2.2 for å finne verdiene skjærmodulene. Dette ligningen er også brukt i denne oppgaven for å regne skjærmodulet, G_{yz} , for limtreet.

Ved å ta i utgangspunkt i teorien der ligning 2.2 er vist i delkapittel 2.2 er Poisson tallet ν_{xy} og ν_{xz} for limtreet, antatt å ha en lignende oppførsel i elementmodellen som vist i ligning 3.1:

$$\begin{aligned} \nu_{zy} &= \nu_{yz} \\ \nu_{xy} &= \nu_{xz} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Som nevnt i delkapittel 2.1 er Poisson tallet noe lavere i xy- og xz-retning for limtreet. På grunn av manglende data fra [81], er tallet 0,2 derfor antatt for ν_{xy} og ν_{xz} i denne oppgaven.

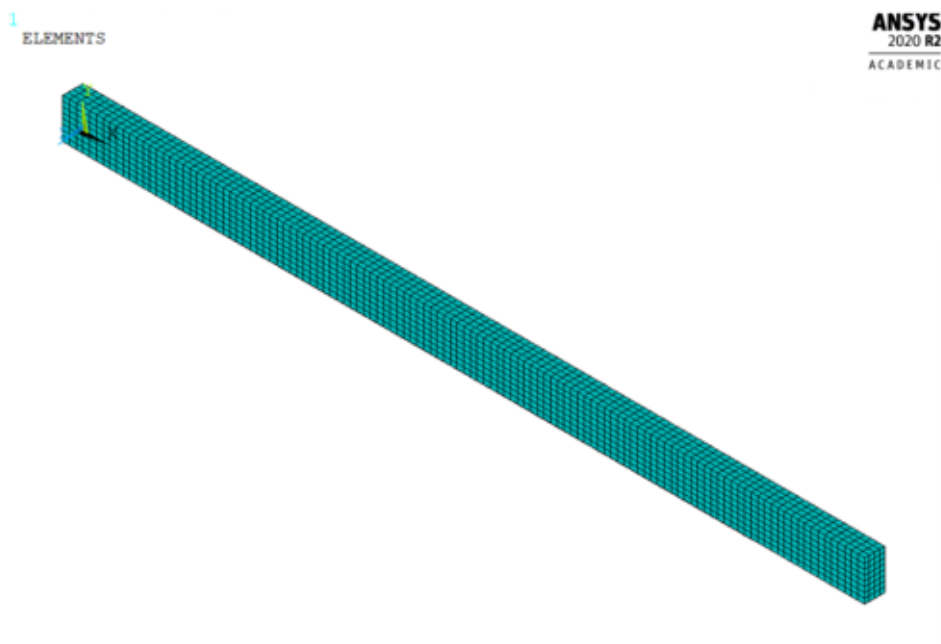
For CFRP-plate:

E-modulen langs fiberretning er hentet fra materialtesting av CFRP gjort i [81]. Da lite informasjon er gitt i [81] angående CFRPs Poisson tall, ν_{xy} , er verdien hentet fra andre lignende studier [48]. Densitetsveriden er hentet fra produktinformasjonen i [68].

3.2.3 Elementinndeling

Før elementinndeling («meshing») av modellen, har elementene SOLID185 og SOLID186 og tilsvarende materialegenskapene blitt gitt til den riktige geometriske delen av modellen. Som beskrevet i teorien i delkapittler 2.7 og 2.10, vil størrelse på elementinndelingen avgjøre nøyaktigheten til resultatene. For inndelingen av modellen er det valgt å bruke funksjonen «ManualSize» hvor hver linje i modellen er delt enten ved bestemte antall elementer eller ved en bestemt størrelse. I tillegg er det brukt «mapped meshing» for å oppnå en strukturert inndeling av elementene. Inndelingen av Case A er vist i figur 3.3. For både Case A og Case B er linjene inndelt slikt:

- Lengderetning: delt i størrelse 0,015.
- Radiell retning: delt i 8 elementer.
- Tangentiell retning: delt i 4 elementer.

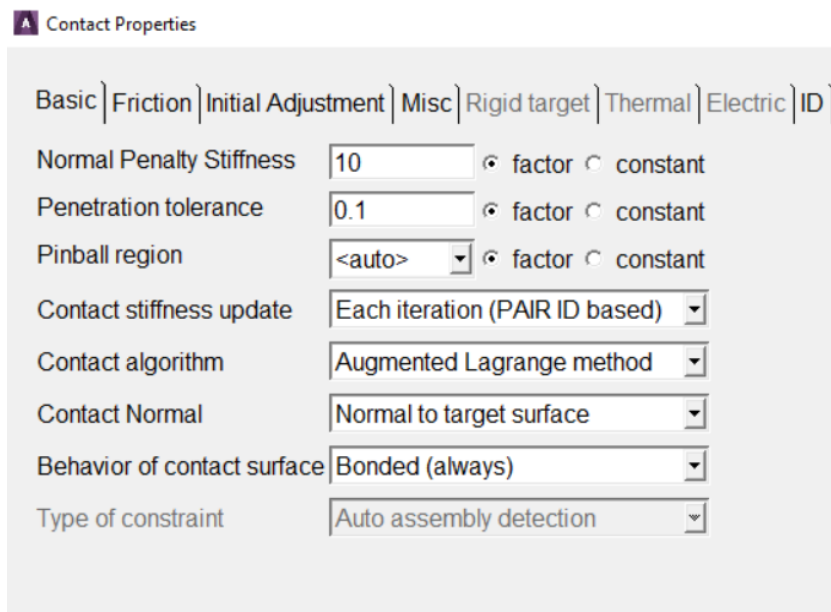


Figur 3.3: Elementinndeling av limtrebjelken i Case A.

3.2.4 Kontakt mellom limtrebjelken og CFRP-platen

I labarbeidet beskrevet i [81] er CFRP-platen limt fast med epoksy til limtrebjelken, og det har ikke oppstått delaminering under testing mellom elementenes overflate. I tillegg er det ikke observert skade i CFRP-platen etter brudd. Denne informasjonen er lagt til grunn for modellering av kontakten mellom limtrebjelken og CFRP-platen i Case B.

I ANSYS er epoksy-en modellert ved bruk av kontakt, «Contact Wizard». I modellen er kontakten mellom limtrebjelken og CFRP-platen modellert ved å bruke «node-to-surface» og elementene CONTA175 og TARGE170, beskrevet i underkapittel 2.11.3. Det er valgt å lage symmetrisk kontaktpar, og derfor vil både kontaktflaten i limtrebjelken og i CFRP-platen være TARGET170 og CONTA175. Disse elementene er valgt automatisk av programmet. For kontakten er type «bonded (always)» valgt mellom de berørte overflatene til CFRP-platen og limtrebjelken. Kontaktens stivhet er satt til faktor 10 og Augmented Lagrange metode er valgt som kontakthalgoritme, men for de resterende parametere er det brukt standardverdiene foreslått av programmet. Valget av parametere i «Contact Wizard» er vist i figur 3.4.



Figur 3.4: Parametere valgt for kontakten mellom limtrebjelken og CFRP-platen i «Contact Wizard» for Case B.

3.2.5 Opplagere og belastning

Opplagere valgt i modellen er de samme som er brukt i [81]. Limtrebjelkene er modellert slik at det er holdt fast av et glidelager, og av et fastlager. På den ene siden er limtrebjelken holdt fast mot forskyvning i μ_x , μ_y , μ_z , mens på den andre siden er limtrebjelken fritt for forskyvning i μ_x og fastholdt i μ_y og μ_z . Dette fører til at limtrebjelken er mindre stiv under lastpåkjenningen.

Under labforsøket [81] er limtrebjelken belastet med en forskyvning som har en konstant hastighet på 0,15 mm/s til maksimal nedbøyning på midten av limtrebjelkene er nådd. I [81] presenteres resultater for belastningen plottet mot nedbøyning. I Case B1 [81] oppstår maksimal nedbøyning på midten av limtrebjelken etter 195 sekunder og i Case B8 [81] etter 263 sekunder, se beregningene i vedlegg A. For å gjenskape eksperimentet i ANSYS er det valgt en full transient analyse.

Valgte parameter for analysen for Case A er:

- Økende total last fram til 6,82 kN er nådd.
- Slutt-tid på: 195 sekunder.
- «Automatic time stepping»: på.
- Antall mellomsteg: 195.
- Maks antall mellomsteg: 1000.
- Minst antall mellomsteg: 10.
- Frekvens: skriv hvert mellomsteg.

For Case B er disse verdiene bestemt:

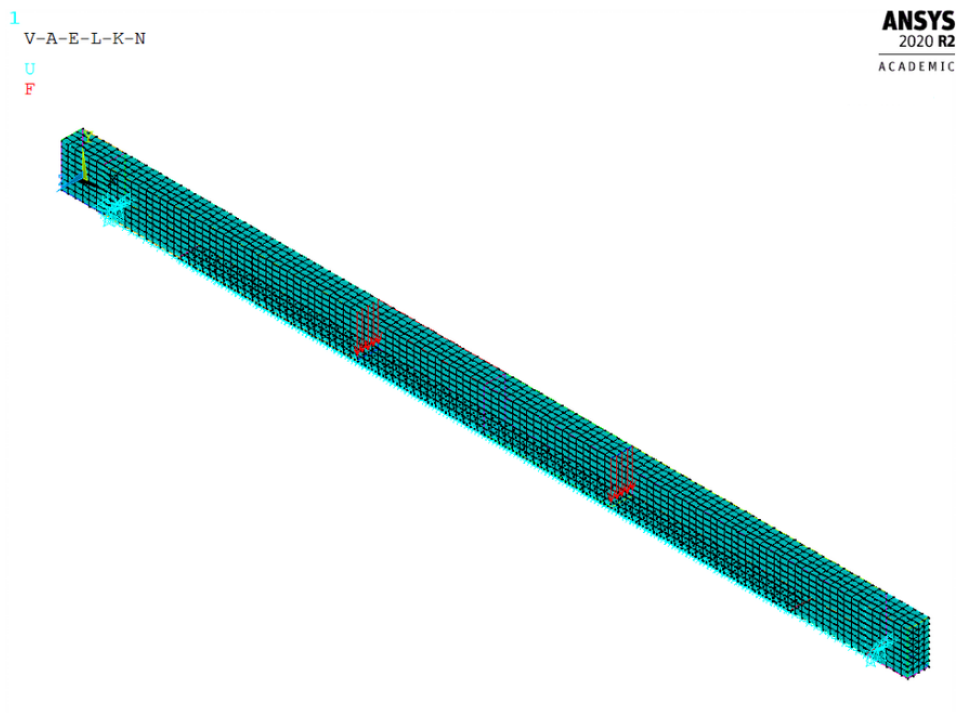
- Økende total last fram til 19,48 kN er nådd.
- Slutt-tid på: 263 sekunder.
- «Automatic time stepping»: på.
- Antall mellomsteg: 263.
- Maks antall mellomsteg: 1000.
- Minst antall mellomsteg: 10.
- Frekvens: skriv hvert mellomsteg.

Forholdet mellom nedbøyningen på midten av limtrebjelken (mm) og lasten (kN) er undersøkt, og sammenlignet med resultatene fra Case B1 og Case B8 i [81]. I [81] er lasten beskrevet som en forskyvning og reaksjonkraften som oppstår er presentert i resultatene. For å kontrollere at reaksjonskraften på midten av limtrebjelken samsvarer med resultatene gitt i [81] blir lasten beskrevet som en forskyvning (μ_y). Den oppståtte reaksjonslasten blir hentet ut fra nodene hvor forskyvningen ble plassert i elementmodellen. Reaksjonslasten blir plottet mot nedbøyningen på midten av

limtrebjelken. En full transient analyse er også brukt her, følgende verdier brukt i analysene for Case A og Case B:

- Forskyvning i μ_y lik 40 mm.
- Slutt-tid på: 250 sekunder.
- Antall mellomsteg: 250.
- Maks antall mellomsteg: 1000.
- Minst antall mellomsteg: 10.
- Frekvens: skriv hvert mellomsteg.

Et helhetsbilde av ANSYS-modellen etter elementinndeling, påført last og opplagere for Case B er vist i figur 3.5. I dette tilfelle er den totale lasten på 19,48 kN først delt på to som [81] viser, og deretter er lasten på 9,74 kN delt på fem noder, 1,948 kN i hver node. Dette er på grunn av at bjelken skal være belastet langs hele dybden på 45 mm. Det samme prinsippet gjelder for opplagere, bjelken skal fastholdes langs hele bredden. For å unngå spenningskonsentrasjoner, og for å tilse at kreftene fordeles på et større areal, burde det modelleres stålplater på opplagerne og punktlastene. Det antas at dette ikke har betydelig innvirkning på oppgavens resultater, og det er dermed gjort en forenkling ved å ikke modellere stålplater i alle casene som oppgaven tar for seg.



Figur 3.5: Elementinndeling av limtrebjelken med belastning og opplagere i Case B.

3.3 Casestudiene

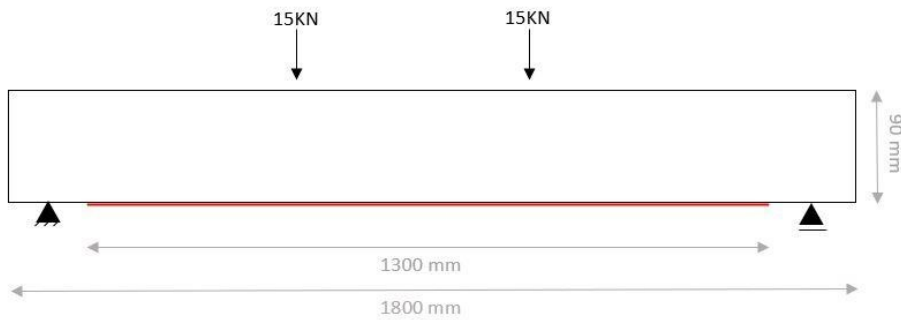
Tabell 3.3 viser de geometriske parametrene alle limtrebjelkene med og uten CFRP-plate som oppgaven tar for seg.

Tabell 3.3: Geometriske parametere brukt i Elementmodellene for Case 1 til Case 8.

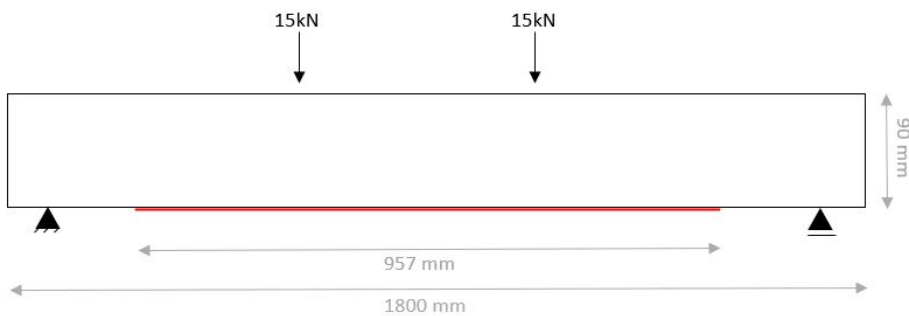
Case	Limtrebjelke				CFRP		
	Lengde (mm)	Dybde (mm)	Høyde (mm)	Lameller (nr.)	Tykkelse (mm)	Lengde (mm)	Dybde (mm)
Case 1	1800	45	90	4 x 22,5 mm	0,668	1300	45
Case 2	1800	45	90	4 x 22,5 mm	0,668	957	45
Case 3	1800	45	90	4 x 22,5 mm	0,668	650	45
Case 4	1800	45	90	4 x 22,5 mm	1,002	1300	45
Case 5	1800	45	90	4 x 22,5 mm	1,002	957	45
Case 6	1800	45	90	4 x 22,5 mm	1,002	650	45
Case 7	1800	45	90	4 x 22,5 mm	1,002	540	45
Case 8	1800	45	90	4 x 22,5 mm	uten	uten	uten

I alle casene er limtrebjelkens geometri lik, der kun tykkelsen og lengden på CFRP-platen vil endre seg. I denne oppgaven er Case 8 den eneste limtrebjelken som ikke er forsterket av en CFRP-plate. Denne limtrebjelken er modellert for å sammenligne resultatene der ulike lengder og tykkelser av CFRP-plate er brukt, for stivhet og spenningsfordeling i fiberretning i bruksgrensetilstand.

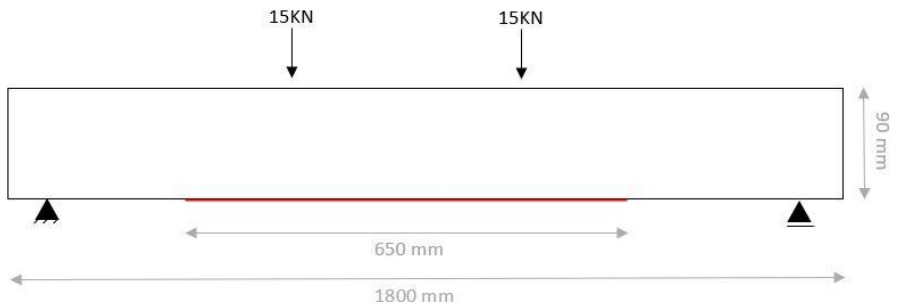
Disse casene er valgt på bakgrunn av forskningsartikkelens resultater [81]. Det er valgt å studere CFRP-plater med tykkelse tilsvarende 0,668 mm (0,167mm x 4 plater) og 1,002 mm (0,167 x 6 plater). Disse verdiene er valgt, da en platetykkelse mindre enn 0,668 mm har vist i [81] å gi lite stivhetsbidrag til limtrebjelken. I tillegg antas en CFRP-plate med tykkelse større enn 1,002 mm å være økonomisk dyrere for lite gevinst. Oppgaven undersøker også fire ulike lengder for CFRP-platen. Resultatene fra [81] viser at 1300 mm i CFRP-platelengde er den som har oppnådd størst stivhet for en limtrebjelke, derfor er platelengde tilsvarende 1300 mm valgt for denne oppgaven. De andre platelengdene er; 957 mm som tilsvarer tre fjerdedeler av 1300 mm og 650 mm som er halvparten av 1300 mm. Case 7 har en platelengde på 540 mm som tilsvarer avstanden mellom punktbelastningene på limtrebjelken. Lengden er valgt for å studere om det er nødvendig å ha en større bindelengde for å oppnå tilstrekkelig resultater for stivhet og spenningsfordeling i fiberretning. Det er kun sett en platetykkelse på 1,002 mm for Case 7. Med basis i litteraturen, på grunn av at kort lengde av CFRP-plate, vil det være fordelaktig å bruke en tykkere CFRP-plate for å gi forbedring av stivheten i limtrebjelken. Figur 3.6, 3.7, 3.8 og 3.9 viser dimensjonene til limtrebjelkene og lengder av CFRP-platene og dets plasseringen brukt i Case 1 til Case 7, tykkelsen til CFRP-platene er ikke illustrert i figurene.



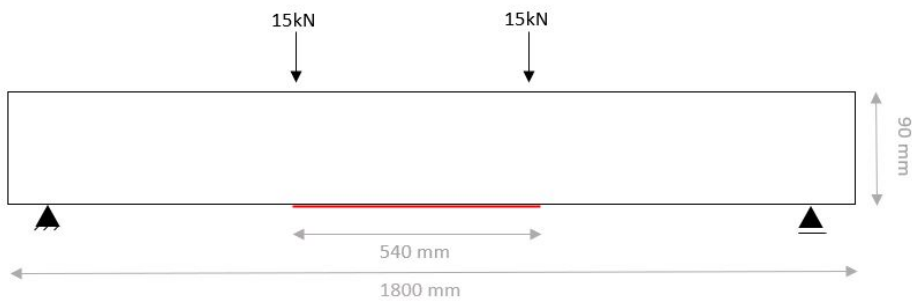
Figur 3.6: Limtrebjelkens geometri i Case 1 og Case 4. Rød strek markerer CFRP-platen.



Figur 3.7: Limtrebjelkens geometri i Case 2 og Case 5. Rød strek markerer CFRP-platen.



Figur 3.8: Limtrebjelkens geometri i Case 3 og Case 6. Rød strek markerer CFRP-platen.



Figur 3.9: Limtrebjelkens geometri i Case 7. Rød strek markerer CFRP-platen.

3.3.1 Modelling i Case 1 til Case 8

Modellen brukt i Case 1 til Case 8 er basert på modellen til Case A og Case B. Det er valgt SOLID185-elementer for limtrebjelke og SOLID186-elementer for CFRP-plate. Måten å modellere geometrien til limtrebjelken og platen er den samme som beskrevet i underkapittel 3.2.1, hvor lengden og tykkelsen til platen varierer.

Materialeegenskapene er like i alle casene. Verdiene brukt i elementmodellen for Case 1 til Case 8, vises i tabell 3.4 for både limtrebjelke og CFRP. Se underkapittel 3.2.2 for beskrivelse av hvor disse parameterne er hentet fra.

Tabell 3.4: Materialeegenskapene brukt i Elementmodellen for Case 1 til Case 8.

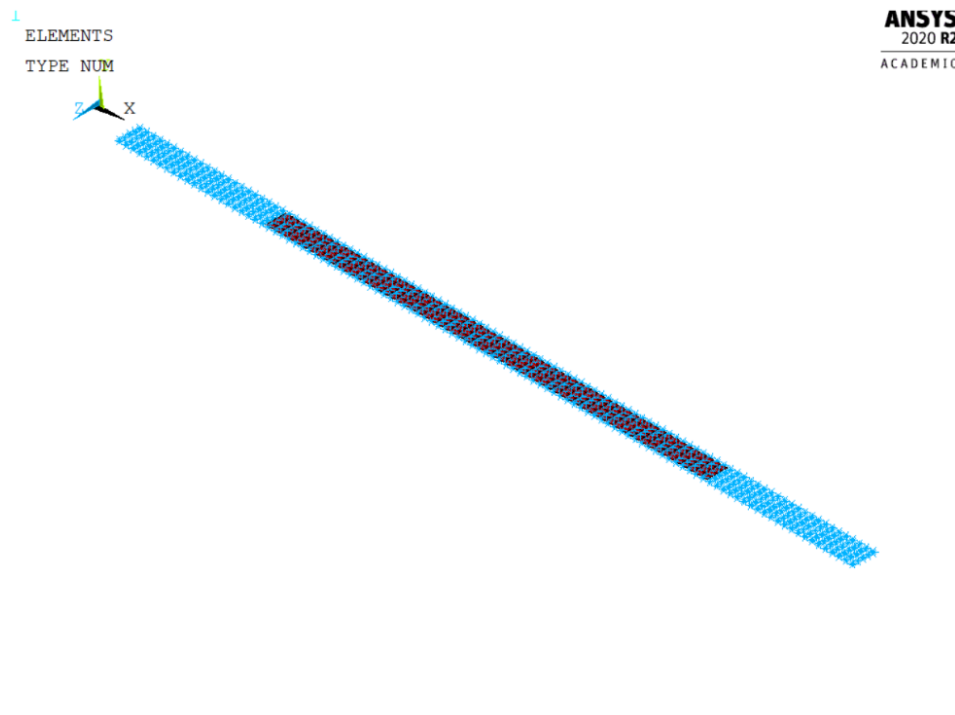
	Limtrebjelke	CFRP
	Case 1 til Case 8	Case 1 til Case 7
Elastisitetsmodul (MPa)	$E_x = 16380$ $E_y = 450$ $E_z = 450$	$E_x = 245000$
Poissons tall	$\nu_{xy} = 0,2$ $\nu_{xz} = 0,2$ $\nu_{yz} = 0,3$	$\nu_{xy} = 0,22$
Skjærmodulen (MPa)	$G_{xy} = 650$ $G_{xz} = 650$ $G_{yz} = 65$	Ikke nødvendig i ANSYS-modellen
Densitet (kg/m^3)	$\rho_{g, \text{mean}} = 370$	$\rho_{g, \text{mean}} = 1830$

Elementinndelingen for limtrebjelken og CFRP-platen er den samme som beskrevet i underkapittel 3.2.3. Modelling av kontakten mellom de berørte overflatene til limtrebjelken og CFRP-platen er tilsvarende som i Case B. Følgende parametere er brukt i «Contact Wizard»:

- Elementer TARGET170 og CONTA175 er valgt automatisk fra programmet.
- Symmetrisk par.
- Måloverflate: areal.
- Måloverflatetype: «flexibel».
- Kontaktflate: areal.
- Kontaktelementtype: «node-to-surface».

- Kontakttype: «bonded (always)».
- Kontaktens stivhetsfaktor: 10.
- Kontakts algoritme: Augmenteted Lagrange metode.
- Resterende parametere: standardverdier fra ANSYS.

Et eksempel på et konturplott av kontakten mellom limtrebjelken og CFRP-platen sine overflater ved bruk av «node-to-surface» er vist i figur 3.10. Figuren viser kontakten i Case 2.



Figur 3.10: «Node-to-surface» kontakt mellom de berørte overflatene til limtrebjelken og CFRP-platen, vist i «Contact Wizard» for Case 2.

3.3.2 Analyse

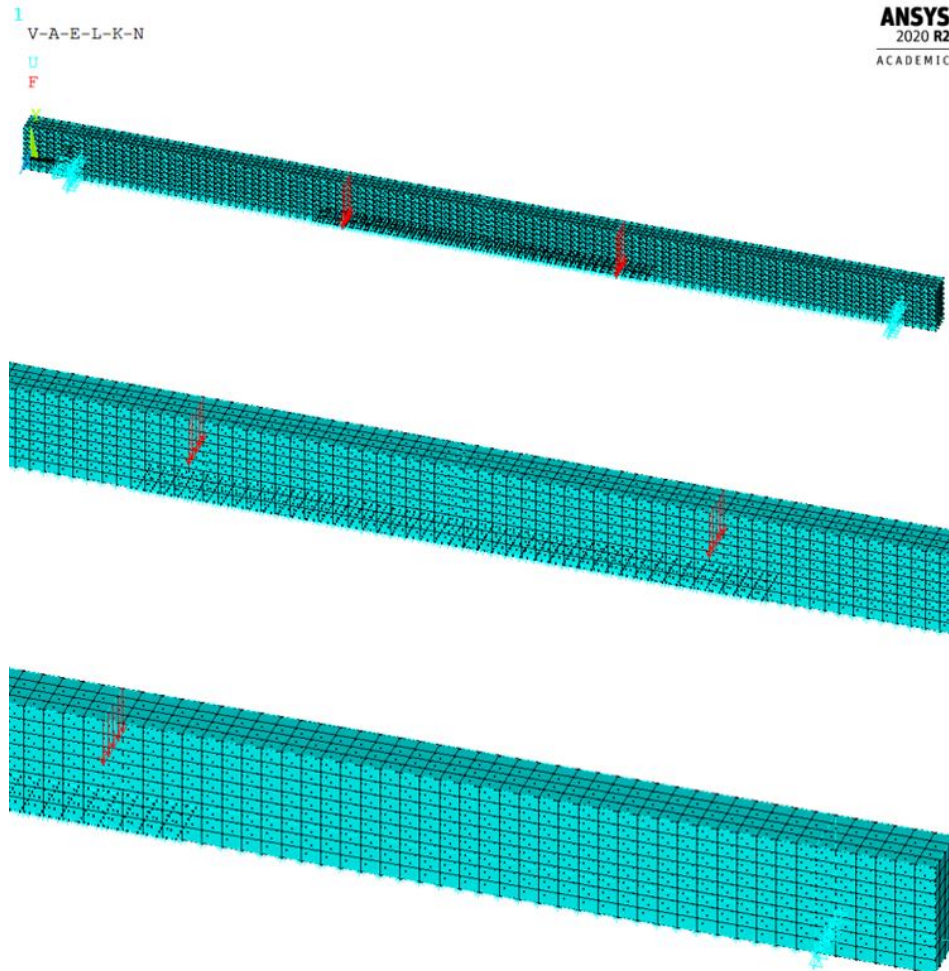
En full transient analyse er valgt også for Case 1 til Case 8. Opplagersystemet er som beskrevet i underkapittel 3.2.5. Fra resultatene oppnådd i Case B for maksimal belastning, er det bestemt at limtrebjelkene blir belastet med 30 kN totalt. Det vil si at hver node, fem på hver side, blir belastet med 3 kN. Hvordan lasten og opplagere er modellert for Case 3 vises i figur 3.11.

Parametere valgt for analysen i «Solution Controls» er lik for Case 1 til Case 8:

- Økende total last fram til 30 kN er nådd.
- Slutt-tid på: 60 sekunder.

- «Automatic time stepping»: på.
- Antall mellomsteg: 60.
- Maks antall mellomsteg: 100.
- Minst antall mellomsteg: 20.

Vedlegg D viser til parametere som beskrevet over hentet fra ANSYS.



Figur 3.11: Limtrebjelken i Case 3 etter elementinndeling med opplagere og last definert i ANSYS-modellen.

For å starte analysen i ANSYS er det brukt funksjonen «Current LS». Resultatene skal hentes fra nodeløsning og skal fokusere på nedbøyning på midten av limtrebjelken og spenning i fiberretning for limtrebjelkene. På hvert mellomsteg vil lasten øke med 0,5 kN til den når 30 kN totalt.

3.3.3 Resultatføring

I underkapitlet 2.3.2 er grenseverdien for nedbøyning på midten av limtrebjelken i bruksgrensetilstand beskrevet. For å være mer konservativt er det brukt ligning 3.2 for å regne maksimal tillatt nedbøyningsdeformasjon:

$$\frac{L}{250} \quad (3.2)$$

Hvor L er lengde til limtrebjelken. I denne oppgaven er lengde av limtrebjelken lik 1800 mm og det er derfor satt 7,2 mm som grenseverdi for nedbøyning på midten av limtrebjelken i bruksgrensetilstand. For spenning i fiberretning i limtrebjelken og CFRP-platen, er grenseverdiene hentet fra [81] og tilsvarer 26,22 MPa for limtreet og 2649 MPa for karbonfiberarmert plastplate.

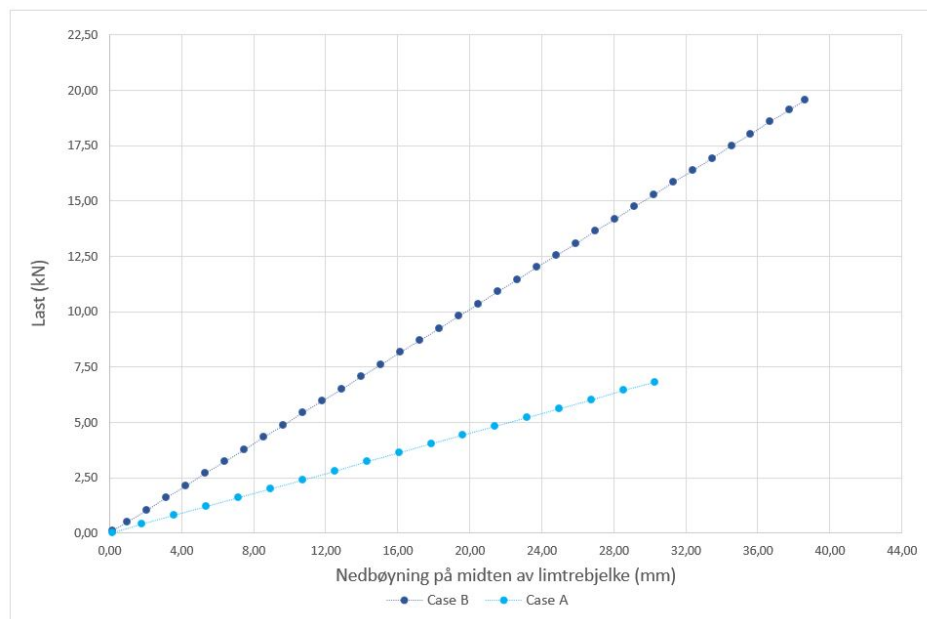
På grunn av at elementmetode-analysen tar for seg bruksgrensetilstand, antas limtreet å være den første som oppnår sterkkapasiteten ved nedbøyning. For å studere den spenningsfordelingen i bjelkens lengderetning i de forskjellige casene, er det derfor valgt å hente resultatene i modellen fra den mest spenningspåkjente noden i limtreet ved strekk. Resultatene som går over 26,22 MPa for limtreet er ikke tatt med i oppgaven.

4 Resultater

I dette kapittelet fremlegges alle resultatene fra casene som har blitt utarbeidet ved bruk av elementmetode-analyse. Resultatene vises både i form av figurer hentet direkte fra nodeløsningen i elementmodellen og fra figurer laget i Microsoft Excel [2], der dataene lagt til grunn er hentet fra vedlegg A til vedlegg C. Som nevnt i delkapittel 1.4 viser resultatene limtrebjelkenes oppførsel med og uten karbonfiberarmert plastplate (CFRP), der nedbøyning på midten av limtrebjelken og spenning i fiberretning (σ_x) i bruksgrensetilstand er satt i fokus. Resultatene fra Case A og Case B blir også sammenlignet med tilsvarende Case B1 og Case B8 fra [81].

4.1 Verifisert modell

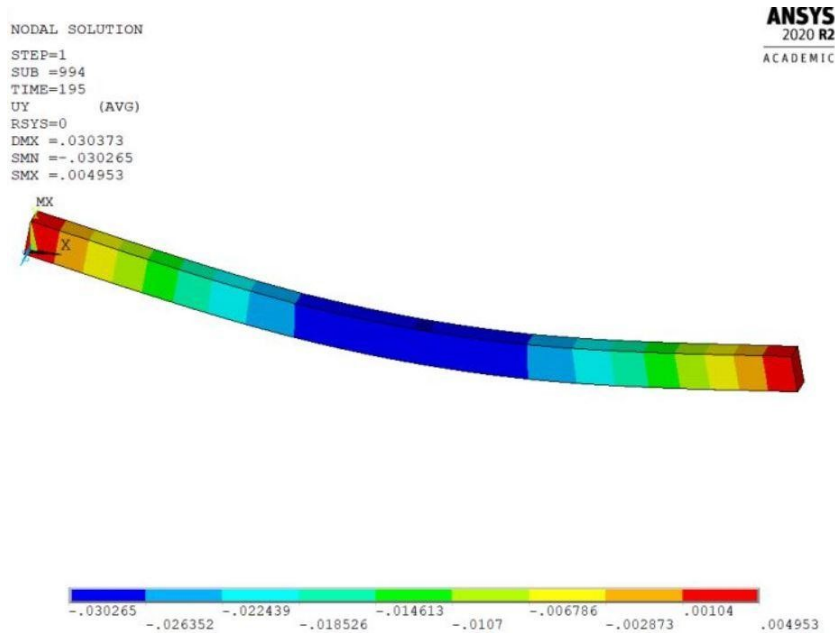
Figur 4.1 viser til forholdet mellom last gitt i kilonewton (kN) og nedbøyning på midten av limtrebjelker gitt i millimeter (mm) for Case A og Case B. Både Case A og Case B har lineært økende nedbøyning. Figuren illustrerer at Case B, hvor limtrebjelken er forsterket med en CFRP-platelengde på 1300 mm og med tykkelse lik 0,668 mm, viser til en høyere stivhet. Der Case A har nådd sin maksimale nedbøyning med tilsvarende last på ca 7 kN, viser Case B en last over 15 kN der nedbøyningsdeformasjon er ca. 30 mm.



Figur 4.1: Nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning for Case A og Case B.

4.1.1 Case A

I dette delkapittelet er resultatene fra elementmetode-analysen for Case A presentert. Figur 4.2 viser et konturplott av limtrebjelken uten CFRP-forsterkning. Figuren illustrerer den maksimale nedbøyningen som oppstår på midten av limtrebjelken gitt i meter (m) og markert i blått. Den største nedbøyningsdeformasjonen oppstår på 195 sekunder og har en verdi på 30,265 mm. Det vil si at nedbøyningen øker med 0,15 mm per sekund..



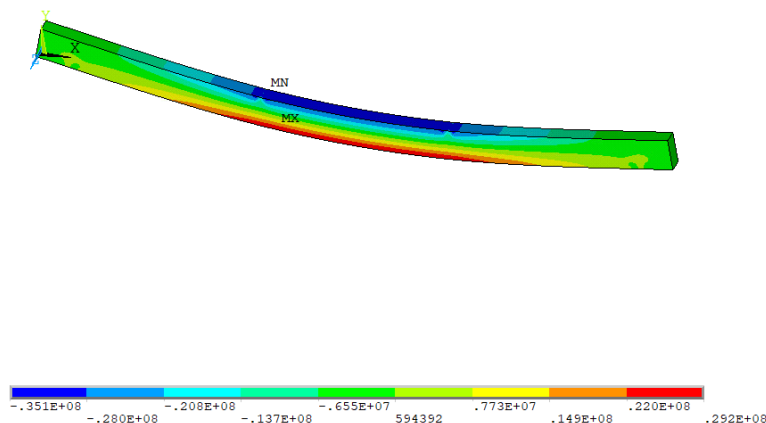
Figur 4.2: Konturplott av den maksimale nedbøyningen for limtrebjelken i Case A.

Et konturplott av hvordan spenning i bjelkens fiberetning er fordelt i σ_x langs limtrebjelken i Case A, er vist i figur 4.3. Modellen viser at maksimal σ_x oppstår på strekksiden av limtrebjelken og er fordelt på midten av bjelken. Resultatet er hentet ved 195 sekunder der størst σ_x viser til å være lik 29,2 megapascal (MPa), markert i rød i figuren. Trykkspenninger oppstår på oversiden av tverrsnittet på midten av limtrebjelken og viser en verdi på -35,1 MPa, markert i mørkeblå i figuren.

```

NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =994
TIME=195
SX      (AVG)
RSYS=0
DMX =-.030373
SMN =-.351E+08
SMX =.292E+08

```



Figur 4.3: Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning for Case A.

For å verifisere modellen til limtrebjelken uten CFRP-forsterkning, er resultatene fra Case A sammenlignet med resultatene fra Case B1 [81] i tabell 4.1. Tabellen gir en oversikt over de oppnådde resultatene for nedbøyning på midten av limtrebjelken i millimeter (mm), høyest maksimal σ_x i MPa og tilsvarende størst belastning i kilonewton (kN). I tillegg viser tabellen avviket, gitt i prosent, ved å sammenligne resultatene fra Case A og Case B1 [81]. Prosentandelen angir at det er et avvik mellom resultatene på mindre enn 5% for nedbøyning og σ_x , og at både Case A og Case B1 [81] har en lastekapasitet på 6,82 kN før limtrebjelken går i brudd.

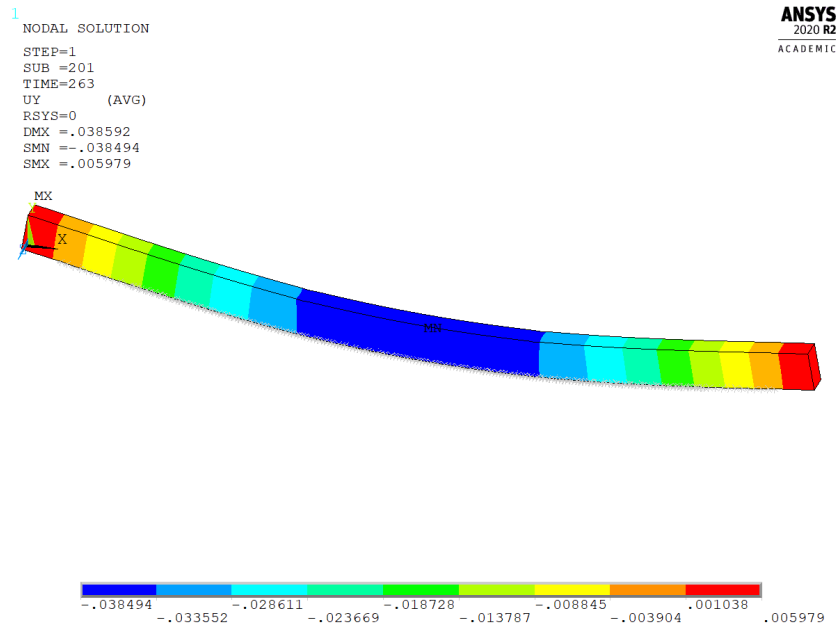
Tabell 4.1: Sammenligning av resultatene fra Case A og Case B1 [81] for nedbøyning på midten av limtrebjelken, maksimal σ_x og den største oppnådde lasten.

	Case A	Case B1	Forskjell i resultater (%)
Nedbøyning på midten av limtrebjelken (mm)	30,26	29,15	3,67
Spenning i fiberretning (MPa)	29,2	30,3	3,63
Maksimal last (kN)	6,82	6,82	0

4.1.2 Case B

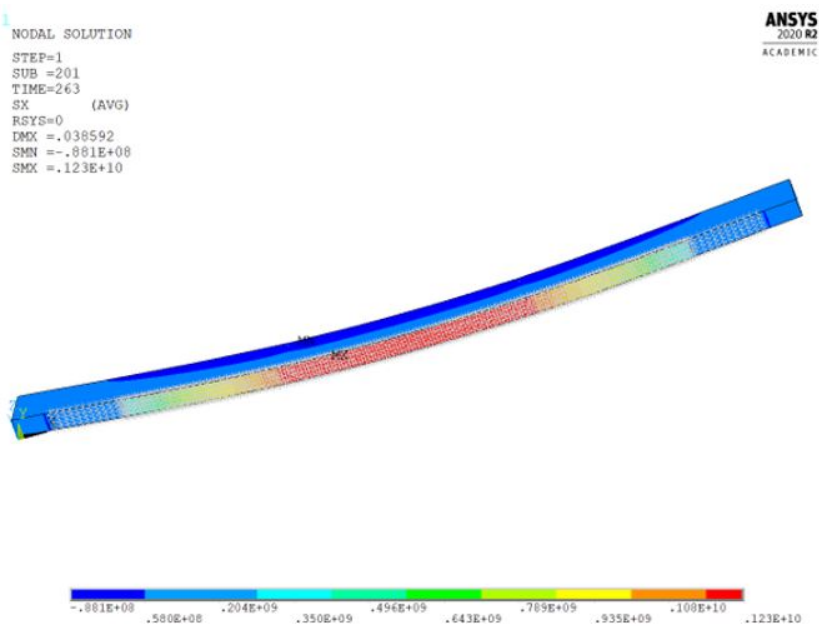
I dette delkapittelet vil resultatene fra Case B bli presentert. Limtrebjelken presentert i figur 4.4 er forsterket med CFRP der platelengden er på 1300 mm og platetykkelsen er 0,668 mm. Figuren illustrerer den bøyde limtrebjelken med tilsvarende oppstått maksimal nedbøyning på midten av limtrebjelken.

Fra konturplottet er den største nedbøyningsdeformasjon gjengitt til å være på 38,59 mm, markert i blått. Resultatet er hentet etter 263 sekunder og som Case A, har nedbøyningsdeformasjonen økt hvert sekund med 0,15 mm. Den armerte limtrebjelken viser fra resultatene å ha en betydelig mer økning i både styrke og stivhet enn Case A.



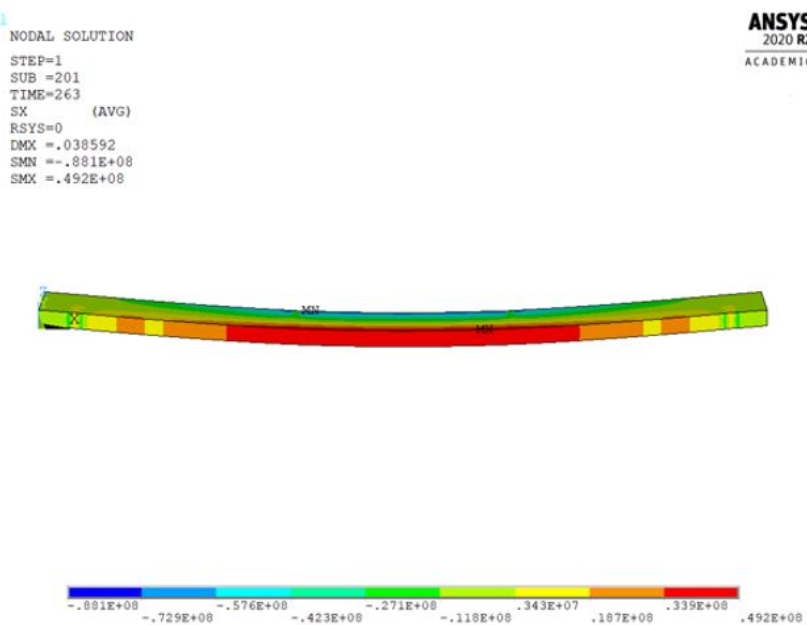
Figur 4.4: Konturplott av den maksimale nedbøyningen for limtrebjelken i Case B.

Figur 4.5 viser til hvordan σ_x er fordelt i limtrebjelken og i CFRP-platen i Case B. Figuren illustrerer at, i motsetning til Case A, er limtrebjelken lite spenningspåkjent og at CFRP-platen opptar mere spenninger jevnt fordelt i hele platen. Rødfargen viser at området på midten av CFRP-platen er utsatt for høyest σ_x med en verdi på 12,3 gigapascal (GPa). Resultatet er også her hentet etter 263 sekunder.



Figur 4.5: Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning i Case B.

For å få et bedre forståelse på hvordan σ_x vil fordele seg i limtreet, viser figur 4.6 konturplottet hentet fra elementmetode-analysen, der resultatet i CFRP-platen er fjernet fra visningen. Figuren viser at det oppstår større strekkspenninger på midten av limtrebjelken og en mindre spenningskonsentrasjon utover den midtsonen av tverrsnittet og ved endene av CFRP-platen. Den største σ_x som oppstår i limtreet i Case B tilsvarer 49,2 MPa.



Figur 4.6: Konturplott av spenningsfordeling i fiberretning for kun limtreet i Case B.

For å verifisere at kontakt og CFRP-platen er tilfredstillende modellert i ANSYS, er resultatene fra Case B og Case B8 [81] sammenlignet i tabell 4.2. Tabellen sammenligner nedbøyning på midten av limtrebjelkene (mm) og den største belastningen limtrebjelken vil tåle (kN). Differanse mellom resultatene er beskrevet i prosent. Resultatene viser en differanse på mindre enn 5% for både nedbøyning på midten av limtrebjelkene og lasten. Resultatene fra Case B for σ_x har vist en stor forskjell i å sammenligne med Case B8 [81] og det er derfor ikke tatt med i tabellen. Dette aspektet er drøftet videre i kapittel 5.

Tabell 4.2: Sammenligning av resultatene mellom Case B og Case B8 [81] for nedbøyning på midten av limtrebjelken og maksimal last.

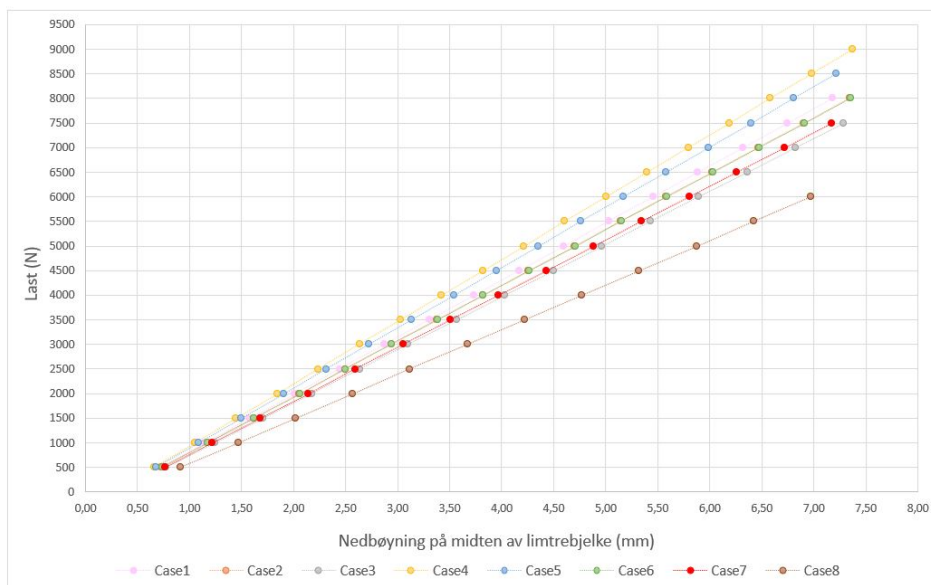
	Case B	Case B8	Forskjell i resultater (%)
Nedbøyning på midten av limtrebjelken (mm)	38,49	39,44	2,41
Maksimal last (kN)	19,56	19,48	0,41

4.2 Casestudiene

Resultatene i dette delkapittelet tar for seg Case 1 til Case 8. Som nevnt i delkapittel 3.3 tar Case 1 til Case 7 for seg ulike platelengder og platetykkelser for CFRP, mens Case 8 studerer limtrebjelken uten CFRP-forsterkning. Resultatene viser nedbøyningen på midten av limtrebjelken og spenning i fiberretning (σ_x) i bruksgrensetilstand.

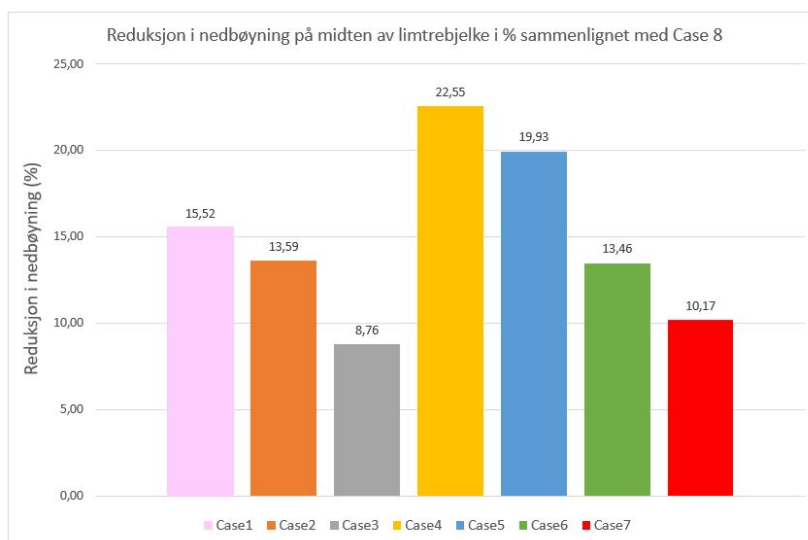
4.2.1 Nedbøyning på midten av limtrebjelkene

Her vil resultatene fra Case 1 til Case 8 som omhandler nedbøyningen på midten av limtrebjelken bli presentert. Figur 4.7 illustrerer forholdet mellom last i newton (N) og nedbøyningen på midten av limtrebjelkene i mm for de ulike casene. På hvert mellomsteg vil lasten øke med 0,5 kN. Nedbøyningen på midten av limtrebjelken vil også øke konstant, men hvor mye den vil øke på hvert mellomsteg vil være ulikt i casene. Figuren viser en tydelig forskjell i stivheten til limtrebjelken fra Case 8 sammenlignet med de andre casene. Case 4 viser den største økningen i stivhet. Case 4 er etterfulgt av Case 5 som også viser stor stivhet. Limtrebjelkene som er forsterket med en kortere plate viser til lavest stivhet sammenlignet med Case 8. Case 2 og Case 6 gir tilnærmet lik resultatet for stivhet, som fører til at Case 2 ikke kommer godt frem i figuren.



Figur 4.7: Nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning for Case 1 til Case 8.

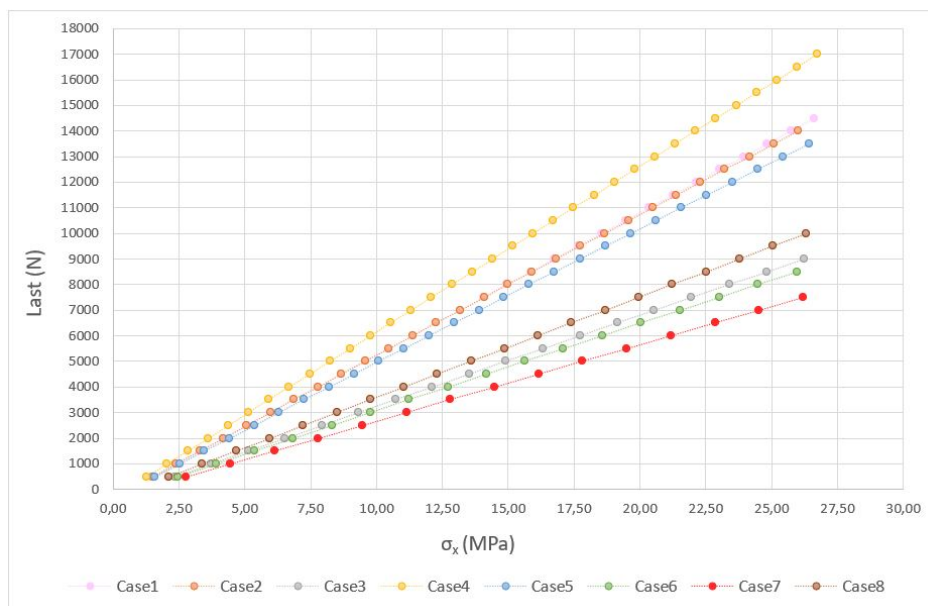
Figur 4.8 viser reduksjon i nedbøyning på midten av limtrebjelken gitt i prosent fra Case 1 til Case 7 sammenlignet med Case 8. Case 4 viser også her størst stivhet, da den oppnår 22,55% reduksjon i nedbøyning på midten av limtrebjelken. Case 3 vil derimot være mindre stiv og gir den laveste reduksjon med 8,76%.



Figur 4.8: Reduksjon i nedbøyning på midten av limtrebjelken målt i prosent for Case 1 til Case 7 sammenlignet med Case 8.

4.2.2 Spenning i fiberretning for limtrebjelkene

Resultater fra Case 1 til Case 8 for spenning i fiberretning (σ_x) i limtrebjelkene er vist i figur 4.9. Som beskrevet i delkapittel 3.3.3 er verdiene presentert i figuren hentet fra den mest spenningspåkjennte noden i limtreet, da den vil vise når det første limterfiberet går i brudd. Figuren viser forholdet mellom σ_x i MPa og lasten, som øker med 0,5 kN på hvert mellomsteg. Limtrebjelkene som har en platelengde mindre eller lik 650 mm, viser å ha større spenningskonsentrasjoner enn Case 8. Case 4 vil fortsatt vise det beste oppnådde resultatet også for σ_x . Case 1 og Case 2 viser store likheter i resultatene, og i grafen kan man se at de tilsvarende linjene vil overlappe hverandre noen steder. Vedlegg F viser spenningsfordeling for limtrebjelkene forsterket med CFRP-plate i Case 1 til Case 7.

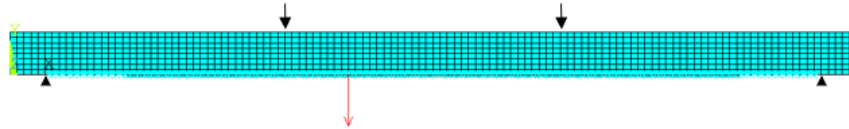


Figur 4.9: Spenningsfordeling i fiberretning av limtrebjelken ved økende belastning for Case 1 til Case 8.

Figur 4.10 viser resultatene hentet for Case 4. Figuren illustrerer både hvor den mest belastede noden oppstår på limtreet, og et konturplottet av limtrebjelken der kun limtreet er beskrevet. Som vist i konturplottet er spenningene i fiberretning jevnt fordelt på midten av limtrebjelken. Den mest belastede noden er derfor som vist i figuren plassert på midten av limtrebjelken.

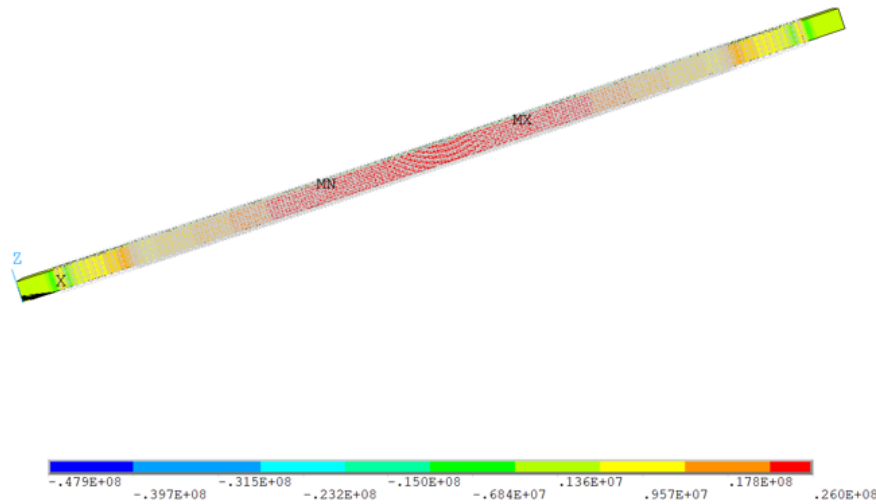
1
ELEMENTS
MAT NUM

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =33
TIME=20.2
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.013336
SMN =-.479E+08
SMX =.260E+08

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC

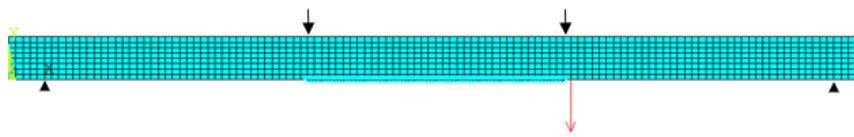


Figur 4.10: Den mest spenningspåkjente noden i limtrebjelken i Case 4 og tilsvarende konturplott av spenningskonsentrasjoner i kun limtreet.

Tilsvarende resultater som for Case 4, er vist for Case 7 i figur 4.11. Her vil den mest spenningspåkjente noden oppstå på enden av CFRP-platen. Dette kan ses i sammenheng med det som er illustrert i konturplottet, vist i den samme figuren. En større spenningskonsentrasjon er observert ved endene av CFRP-platen. Vedlegg E viser plassering av den mest belastede noden og konturplott av σ_x for Case 2 til Case 6.

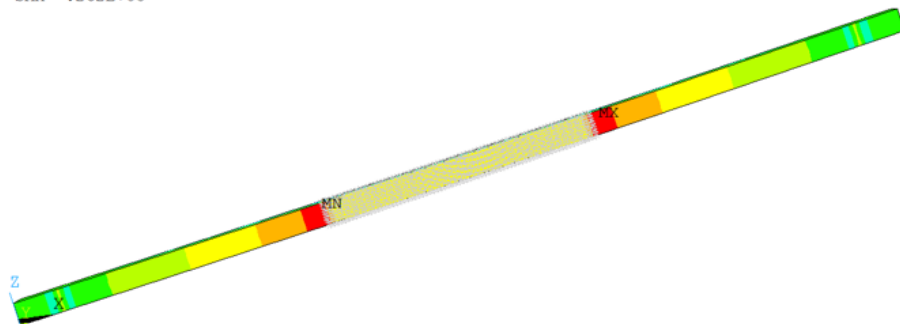
1
ELEMENTS
MAT NUM

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



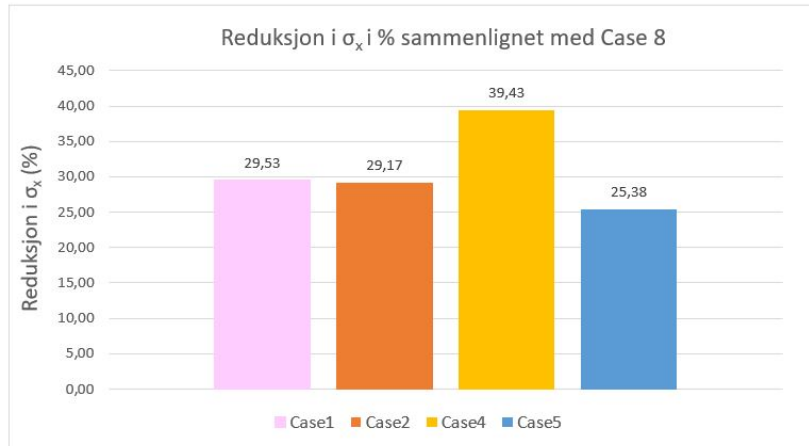
1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =15
TIME=9.4
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.007204
SMN =-.243E+08
SMX =.262E+08

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur 4.11: Den mest spenningspåkjennte noden i limtrebjelken i Case 7 og tilsvarende konturplott av spenningskonsentrasjoner i kun limtreet.

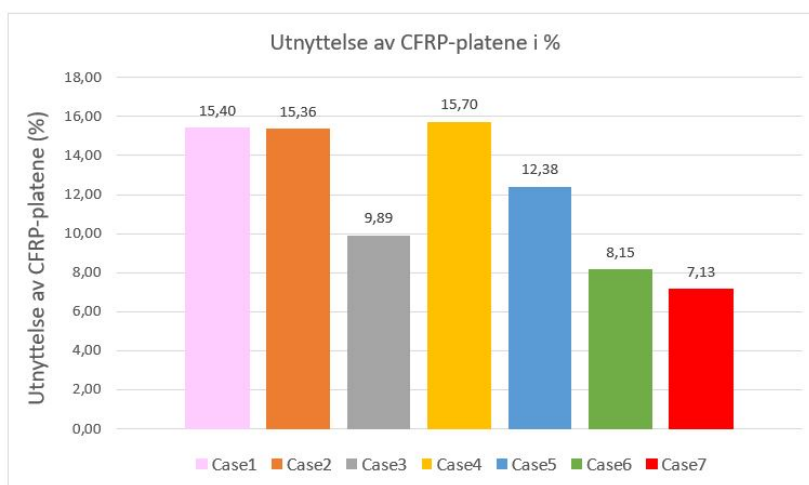
Reduksjonen i σ_x for Case 1, Case 2, Case 4 og Case 5 sammenlignet med Case 8, er vist i figur 4.12. Det er kun disse nevnte casene som har viser en forbedring i fordeling av σ_x . Som figuren 4.9 illustrerer, vil Case 8 ha lavere σ_x i den mest påkjente noden enn Case 3, Case 6 og Case 7. Case 4 har den største reduksjonen med 39,43 % mindre spenningskonsentrasjoner σ_x , mens Case 5 har den minste reduksjonen med 25,38 % fra Case 8. Case 1 og Case 2 viser til ganske like resultater.



Figur 4.12: Reduksjon i spenning i fiberretning i limtrebjelken målt i prosent for Case 1, Case 2, Case 4 og Case 5 sammenlignet med Case 8.

4.2.3 Utnyttelse av CFRP-platen

I dette underkapittelet vil resultatene som omtale utnyttelse av CFRP-platen ved σ_x bli presentert. Figur 4.13 viser utnyttelse av CFRP-forsterkningsplaten i prosent for Case 1 til Case 7. I Case 4 er CFRP-platen mest utnyttet med tilsvarende 15,70 %. Selv om verdiene viser at CFRP-platen tar opp σ_x i limtrebjelkene, vil CFRP-forsterkning fortsatt være lite utnyttet i forhold til platens strekkapasiteten.



Figur 4.13: Utnyttelse av CFRP-platen målt i prosent for Case 1 til Case 7.

5 Diskusjon

Resultater gitt av den numeriske analysen ved bruk av ANSYS blir diskutert i denne delen av oppgaven. Diskusjonen vil gå dypere inn i hvordan de valgte parametre kan påvirke stivhet og spenningsfordeling i bjelkens lengderetning (σ_x) til en forsterket limtrebjelke med CFRP-plate.

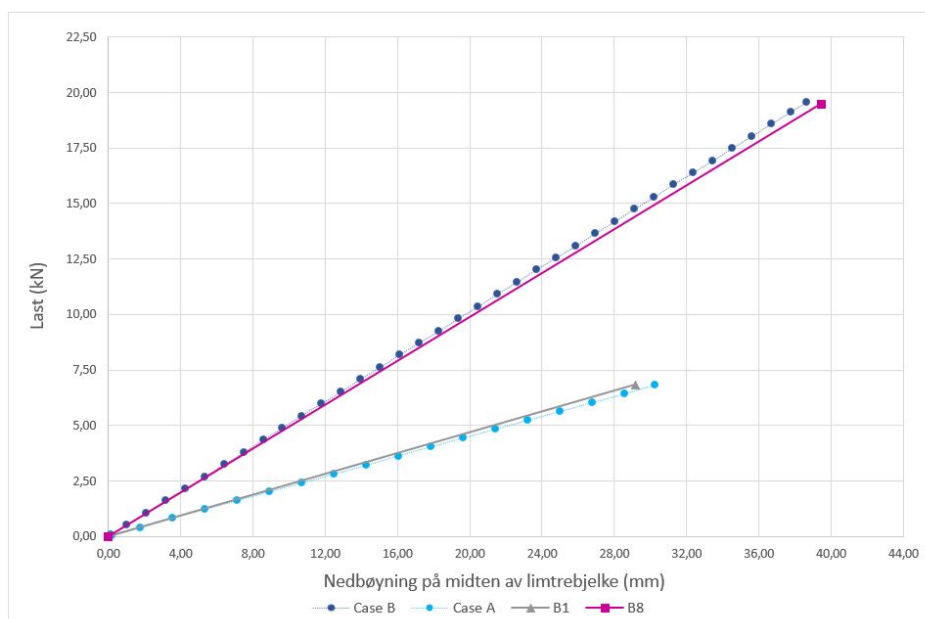
5.1 Verifisering av modell

Ut fra resultatene viser at bruken av et elementmetodeprogram som ANSYS, for å svare på problemstillingen, er et godt alternativ til eksperimentelle labforsøk. ANSYS kan gi et realistisk bilde på hvordan samvirke mellom limtrebjelken og CFRP fungerer på en rask og rimelig måte. Det er en del utfordringer ved å modellere en riktig modell, da ANSYS er et omfattende program med mange valgmuligheter. Utfordringen ligger i å kunne lage en modell som presenterer de virkelige egenskapene til limtre, CFRP-plate og kontakten mellom disse to elementene.

For at casene som blir utarbeidet i denne oppgaven skal gi valide resultater, er det viktig å verifisere ANSYS-modellen. I denne oppgaven innebærer verifisering av modellen å reprodusere eksperimentoppsettet i [81] for case B1 og case B8, og sammenligne resultater. Disse casene ble valgt da de ga størst utslag i både styrke og stivhet gjennom labforsøket, og vil derfor gi det beste grunnlaget for å verifisere modellen. Som tidligere nevnt, tilsvare Case B1 [81], Case A i denne oppgaven. Dette er en modell av limtrebjelken uten forsterkning og er den casen som har gitt lavest stivhet og bæreevne under labforsøk beskrevet i [81]. Case B8 [81] tilsvare Case B hvor limtrebjelken er forsterket med en 1300 mm lang CFRP-plate med tykkelse på 0,668 mm. Denne casen gir lavest nedbøyning og høyeste lastbærende kapasitet. ANSYS gir et bredt utvalg av funksjoner ved modellering, og når flere elementer skal inn i modellen kan det være utfordrende å oppdage årsaken til at resultater ikke blir som forventet. Når begge casene har en tilfredsstillende nøyaktighet sammenlignet med limtrebjelkene de etterligner, kan modellene antas å være verifisert.

5.1.1 Case A og Case B

Figur 4.1 illustrere forholdet mellom nedbøyning på midten av limtrebjelken (mm) og tilsvarende økende lastpåkjenning (kN) for Case A og Case B. Figuren viser den elastiske sonen der limtrebjelkene har en lineær oppførsel fram til den elastiske grensen blir nådd. Resultatene fra ANSYS-modellene er sammenlignet med de tilsvarende casene fra [81] i figur 5.1. En lignende oppførsel mellom casene kommer frem i figuren, noe som bekrefter at Case A og Case B er akseptable modeller. Når den elastiske grensen er nådd kan man, med utgangspunkt i teorien, resonnerer seg fram til at Case A vil ha et mer sprøtt brudd da trykkrefter vil spre seg fra toppen mot bunnen av tverrsnittet, hvor trefibrene vil til slutt svikte i strekksone. Derimot vil Case B kunne ha et mer duktilt brudd, siden CFRP-platen vil hindre at trefibrene svikter i strekksonen, men heller i trykksonen som gir en mer duktil oppførsel.



Figur 5.1: Sammenligning av nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken ved økende belastning mellom Case A og Case B1 [81] og mellom Case B og Case B8 [81].

For Case A er maksimal nedbøyning på midten av limtrebjelken vist i figur 4.2, definert i mørkeblå i ANSYS-konturplott med en tilsvarende verdi på 30,265 mm. At den største nedbøyningsdeformasjonen oppstår på midten av limtrebjelken er relatert til lastplasseringen på limtrebjelken og hvor opplagene befinner seg. Det vil være naturlig at med en økende avstand fra lastpåkjenningpunktene vil også deformasjonen avta.

Spenningsfordelingen i fiberretning for limtrebjelken i Case A er illustrert i figur 4.3. Figuren viser hvordan limtrebjelken har trykkspenninger på toppen av tverrsnittet og hvordan spenninger øker fra topp mot bunnen av limtrebjelken. Spenningene i trykksonen øker der lastene kommer ned på limtrebjelken. Dette er noe man kan se bort ifra, da det sannsynligvis er et resultat av at stålplater ikke har blitt modellert for å fordele lasten. ANSYS viser tydelig ved hjelp av farger, hvordan fordelingen av spenninger øker i strekksonen. De største strekkspenningene, som vist i figuren, oppstår på midten av limtrebjelken på grunn av lastenes plassering. Det er her trefibre vil først få et strekkbrudd på grunn av bøyningen. Det er verdt å bemerke at spenningene øker, markert i gul farge i ANSYS-plottet, akkurat der opplagene er plassert. Dette kan igjen forklares med at det har ikke blitt modellert stålplater som fører til mindre spenningsfordeling.

Den største nedbøyningen på limtrebjelken og maksimal σ_x er sammenlignet i tabell 4.1 for Case A og Case B1 [81]. Som nevnt i kapittel 3 er det viktig at avviket fra resultatene i Case A og Case B1 [81] er innenfor et akseptabel toleranseavvik. Tabellen viser at både nedbøyningsdeformasjon på midten av limtrebjelken og maksimal σ_x er på henholdsvis 3,67% og 3,63%. Dette anses som tilfredsstillende toleranseavvik og modellen i ANSYS for Case A kan verifiseres.

Figure 4.4 viser at i likhet med Case A, er det observert at maksimal nedbøyning er på midten av bjelken og at deformasjonsfordelingen er tilsvarende som i Case A. Stivheten i bjelken er høyere i Case B enn i Case A, da CFRP-platen på strekksone bidrar til mindre deformasjoner ved belastning. Denne stivhetsforskjellen kommer tydeligere frem i figur 5.1, da bjelken i Case B har en brattere lineær økning enn Case A.

Figur 4.5 viser resultatene fra konturplottet i ANSYS for Case B og hvordan σ_x fordeler seg ved forsterkning i strekksone med en CFRP-plate. Figuren viser at limtrebjelken har ikke lenger σ_x fordelt over hele bjelken som i Case A, men mer konsentrert i CFRP-platen. Figurplottet viser at på grunn av de vertikale lastpåkjenninger vil det oppstå trykkspenninger på oversiden av limtrebjelken, farget i mørkeblått, og strekkspenninger som er vist i den lyseblå sonen. Det er CFRP-platen som er mest spenningspåkjent, der høyeste σ_x vil oppstå på midten av bjelken med 1230 MPa. Figur 4.6 viser et bedre bilde av hva som foregår i limtrebjelken og fordelingen av σ_x , da resultatet fra CFRP-platen er fjernet i visningen. Den største σ_x , som viser en verdi på 49,2 MPa, er oppnådd på midten av limtrebjelken. Man kan observere at σ_x er også konsentrert rundt enden av CFRP-platen. Dette kan forklares ved at overføring av σ_x mellom limtrebjelken og CFRP-platen ikke lenger er til stede, og at limtrebjelken får en større spenningskonsentrasjon i dette området, noe som stemmer godt med teorien. Selv om det oppstår noe spenningskonsentrasjon på endene av platen, kan man anta at limtrebjelken ikke vil gå i brudd her, da det er registrert høyere spenning på midten av bjelken.

Resultatene fra Case B blir sammenlignet i tabell 4.2 med resultatene fra tilsvarende Case B8 i [81]. Tabellen viser lite avvik i resultater for nedbøyning på midten av bjelken og maksimal oppnådd lastpåkjenning. En større forskjell kommer frem ved å sammenligne maksimal σ_x som oppstår i Case B og Case B8 [81]. I [81] er det beskrevet at verdien for σ_x , lik 60,7 MPa, er gitt ved å måle med strekkklapper under CFRP-platen. Ved å sammenligne med resultatet hentet fra modellen kommer det frem at σ_x har et avvik. Dette tyder på at modellen ikke klarer å gjenskape korrekt oppførsel i bruddgrensetilstand. I underkapittel 2.3.3 og i delkapittel 2.5 er trykksonebruddet i limtre beskrevet med en duktil oppførsel. Da formålet med ANSYS-modellen er å beskrive oppførsel i bruksgrensetilstand, har limtrematerialet blitt modellert som lineært elastisk. Dette fører til at man ikke kan anta at modellen vil gjenskape et riktig spenningsbilde når bjelken nærmer seg brudd, da fibre i trykksone som svikter ikke blir korrekt beskrevet. Selv om modellen gir et riktig bilde av størst nedbøyning på midten av bjelken, kan vi anta at kurvaturen til bjelken ikke stemmer. Den duktile oppførselen til limtre i trykksone fører til at limtrebjelken har en lavere kurvatur, og CFRP-platen vil derfor bli utsatt for en lavere tøyning på undersiden. Grunnen til at modellen gir lite resultatavvik for nedbøyning fra Case B8 [81] er at limtrebjelken bruker i modellen målt elastisitetsmodul fra resultatet av labforsøket i [81]. Dette idealiserer bjelken til lineær elastisk oppførsel, som stemmer godt med materialoppførselen i bruksgrensetilstand. Modellen kan derfor

antas å gi tilfredstillende resultater for å observere trender i nedbøyningskurver og spenningsfordeling i bruksgrensetilstand.

Verifisering av modellen har vist at det ikke er nødvendig å modellere hver lamell i limtrebjelken, og at å modellere CFRP-plater som en hel plate er forenklinger som er tilfredstillende for å oppnå realistiske resultater i ANSYS-modellen. I tillegg viser resultatene at valget av elementene SOLID185 og SOLID186, valg av elementinndeling og hvordan transient analysen er utført, egner seg til denne modellen. Materialeegenskapene for limtrebjelken og CFRP-platen framstår også som tilstrekkelige for analysen. I tillegg har den antatte verdien for Poisson tallene, ν_{xy} og ν_{xz} , for limtreet har, med utgangspunkt i teorien, lite påvirkning for modellen da limtrebjelken ikke er utsatt for aksialkrefter. I modellene har det blitt brukt to ulike E-moduler i fiberretning (E_x) for Case A og Case B. Siden trevirke er et naturlig materiale, kan egenskapene variere i ulike lameller og dermed for de ulike trebjelkene. Disse egenskapene er påvirket av både omgivelsene og mulig virkesfeil i trevirke. I Case A og Case B er det derfor valgt å bruke verdien for (E_x) som har blitt målt under testing av Case B1 [81] og Case B8 [81]. Dette er en forenkling da elastisitetsmodulen i fiberretning målt under testing av Case B1 [81] og Case B8 [81] vil i realiteten gjelde for hele tverrsnittet. På grunn av at CFRP-platen utgjør en så liten del av tverrsnittet for hele bjelken, er det valgt i ANSYS å bruke denne verdien for (E_x) i limtreet og for CFRP-platen er verdien for E_x hentet fra gjennomsnittet av strekkprøvene utført i [81]. Dette for å oppnå gode resultater for stivheten i bjelken og fortsatt se effekten av en limt CFRP-plate i modellen. For de resterende casene omtalt i denne oppgaven er verdien for (E_x) hentet fra gjennomsnittet i prøven utført for elastisitetsmodulen langs fiberretning for limtreet i [81].

5.2 Case 1 til Case 8

I denne oppgaven er åtte caser sammenlignet med hverandre i bruksgrensetilstand, der Case 1 til Case 7 er analysert gjennom to variabler, lengden og tykkelsen av en CFRP-plate. I tillegg er det utarbeidet en Case 8 som tilsvarer en limtrebjelke uten forsterkning, som er en viktig kontroll for å studere CFRP-forsterkningens bidrag til stivhet og spenning i fiberretning (σ_x). Denne oppgaven legger vekt på hvilken påvirkning tykkelse og lengde av CFRP-forsterkningsplater har for limtrebjelker.

Casene utarbeidet i ANSYS er utsatt for en transient analyse med grenseverdier beskrevet i delkapittel 3.3.2. Analysen går frem til bjelken ikke lenger tilfredsstillende bruksgrensetilstand grunnet høy nedbøyning.

I dette delkapittelet blir platetykkelse til CFRP-forsterkningsplaten omtalt som t_{CFRP} og platelengden omtalt som L_{CFRP} .

5.2.1 Nedbøyning på midten av limtrebjelken

Nedbøyningsgrafene vist i figur 4.7 illustrerer at limtrebjelker forsterket med en CFRP-plate oppnår en økt bøyestivhet enn en uarmert limtrebjelke (Case 8). Figuren viser at tykkelsen på CFRP-platen har en større påvirkning for stivheten av limtrebjelken. Selv om den største stivheten er oppnådd i Case 4 ($L_{\text{CFRP}} = 1300$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 1,002$ mm), gir også Case 5 ($L_{\text{CFRP}} = 957$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 1,002$ mm) lignende stivhetsresultater. Hvis man sammenligner resultatene fra Case 1 ($L_{\text{CFRP}} = 1300$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 0,668$ mm) og Case 6 ($L_{\text{CFRP}} = 650$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 1,002$ mm), kommer platetykkelsens påvirkning godt frem, også når lengden av CFRP-platen er halvparten så lang og har en større platetykkelse. Case 6 viser også en tilnærmet lik stivhet som Case 2 ($L_{\text{CFRP}} = 957$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 0,668$ mm). En forklaring på dette kan være at selv om casene bruker ulike plategeometrier, er mengde CFRP-forsterkning omtrent likt. Selv om dette er en interessant observasjon, blir ikke dette aspektet studert videre i oppgaven.

En tykkere plate vil generelt være stivere. CFRP er et komposittmateriale med høy styrke på grunn av karbonfibre og den sterke matriksen. Når tykkelsen av platen er større vil det også innebære at mengde karbonfibre og matriks øker som gir mer styrke. En tykkere CFRP-plate vil ta opp mere strekkspenninger som fører til mindre tøyning, og som gir bjelken høyere bøyestivhet. Selv om tykkelsen av CFRP-platen spiller en stor rolle for bjelkens stivhet, vil platelengden også ha en betydning for resultatene. En lengre CFRP-plate vil dekke et større område i strekk på limtrebjelken og mer spenning i fiberretning vil bli tatt opp av CFRP-platen. Derfor vil Case 4 ha en større stivhet enn Case 5, som har lik platetykkelse men ulik lengde.

Ved å sammenligne Case 8 med de andre casene viser figur 4.8 reduksjon i nedbøyning på midten av limtrebjelken med CFRP-forsterkning i prosent. Laveste reduksjon er oppnådd av Case 3 ($L_{\text{CFRP}} = 650$ mm; $t_{\text{CFRP}} = 0,668$ mm) med 8,76%. Med en dobbel så lang CFRP-plate og med 33% tykkere plate vil Case 4 oppnå 13,79% mer stivhet enn Case 3. Tallene i figur 4.8 viser at ved å sammenligne casene med lik L_{CFRP} , men ulik t_{CFRP} , vil avviket i reduksjon av nedbøyning på midten av limtrebjelken være omtrent uendret når L_{CFRP} blir mindre. Dermed har t_{CFRP} like stor innvirkning på stivheten til bjelken, uavhengig av L_{CFRP} .

5.2.2 Strekkspenning i fiberretning

Analysen er stoppet når bruksgrensekriteriet er nådd og derfor kan man anta at avviket i modellen i forhold til ikke-lineær materialoppførsel, beskrevet i delkapittel 5.1.1, ikke er tilstede. Modellen kan dermed betraktes som en troverdig beskrivelse på utviklingen av spenningsfordelingen i fiberretning (σ_x) i limtreet.

Figuren 4.9 gir et bilde på utviklingen i spenningskonsentrasjoner som følge av CFRP-platens geometri og stivhet. Her er spenningsutviklingen i den mest påkjente noden i limtreet illustrert. Case 4 gir den

laveste konsentrasjonen av strekkspenning ved belastning, da CFRP-platen dekker et større område i strekksonen, og større platetykkelse vil motvirke tøyninger i bjelkens lengderetning. Case 5 som har høy stivhet ved nedbøyning, viser i figuren høyere konsentrasjoner av σ_x . Dette har sammenheng med plasseringen av den mest påkjente noden illustrert i figur E.5 i vedlegg E. Spenningen i fiberretning konsentreres mindre mot midten av platen og mer rundt endene av CFRP-platene. Sammenlignes Case 5 med Case 2, hvor L_{CFRP} er lik men t_{CFRP} er mindre, kan man observere at platetykkelsen har betydning for spenningsfordelingen. Når CFRP-platen blir stivere, vil den tykkere platen bidra til at σ_x fordeler seg mer på endene av CFRP-platen. Ved mindre platetykkelse vil derimot limtrebjelken få større nedbøyningsdeformasjoner og derfor vil oppståtte strekkspenninger være jevnere fordelt mot midten av bjelken. Denne figuren viser også at når bindelengden er kort, gir CFRP-platen en negativt påvirkning på spenningsfordelingen, noe som stemmer med teorien. Dette er observert i figur 4.9 da de kortere platene har en slakere spenningskurve. I figur 4.10 og 4.11 er konturplottene av spenningsfordelingen i limtreet og den mest påkjente noden for Case 4 og Case 7 beskrevet. Her får Case 4 den mest påkjente noden omtrent på midten av bjelken, mens Case 7 får noden plassert på enden av CFRP-platen. I disse nodene viser resultatene at når den mest påkjente noden er plassert på enden av CFRP-platen øker spenningen raskere. Det kan forklares med at CFRP-platen ikke er lang nok til å håndtere strekkspenningene i bjelken. Dette kan føre til strekkbrudd i limtrebjelken, som kan ha konsekvenser da strekkbrudd blir definert som ett sprøtt brudd. Når den mest påkjente noden er plassert nærmere midten av bjelken, vil derimot spenningsbildet være i direkte sammenheng med tøyningen på undersiden. CFRP-platen vil da ha en positiv effekt på spenningskurven, da den reduserer tøyning på undersiden av bjelken.

Figur 4.12 viser reduksjonen i σ_x sammenlignet med Case 8 målt i prosent. Ut i fra figuren kan man observere at Case 1 og Case 2 har tilnærmet lik reduksjon i σ_x . Dette tyder på at når L_{CFRP} er over 957 mm, får ikke spenningsfordelingen i limtrebjelken noen positiv effekt som følge av lengre L_{CFRP} . Forankret i teorien viser dette at L_{CFRP} er lengre enn CFRP-platas effektive bindelegnde. Derimot hvis Case 4 og Case 5 sammenlignes, kan man observere et større avvik i reduksjon i σ_x . Her har endringen i L_{CFRP} et større utslag, noe som tyder på at effektiv bindelengde fortsatt er en viktig parameter. På grunn av at denne trenden er annerledes fra Case 1 og Case 2, kan det tyde på at parameteren effektiv bindelengde er også avhengig av stivheten til CFRP-platen.

5.3 Sammenligning mellom nedbøyning og strekkspenninger

Case 4 viser å ha de beste resultatene. Både høyest verdi for L_{CFRP} og t_{CFRP} , gir laveste strekkspenninger og stivest bjelke.

Ved å sammenligne figur 4.7 og 4.9, kan man observere at Case 3 og Case 6 gir et betydelig stivhetsbidrag, selv om casene har en høy spenningskonsentrasjon. Som tidligere nevnt, er det ofte bruksgrensetilstanden som er dimensjonerende for limtrebjelker. Dette kommer frem når man

observere resultatene presentert i figur 4.7 og 4.9, der Case 3 og Case 6 vil fortsatt ha tilstrekkelig kapasitet i trefibrene selv om strekkspenningene blir konsentrert. Derfor kan det argumenteres for at casene med kortere L_{CFRP} kan brukes. Ulempen er at bruddformen til disse bjelkene kan være sprø, da det antas at strekkbrudd kan forekomme.

5.4 Fordeling av spenning i fiberretning i CFRP-plate

I figur 4.13 vises utnyttelse av CFRP-platen når σ_x er målt i prosent. Figuren viser at i alle casene er strekkkapasiteten til CFRP-platen lite utnyttet. Dette er tilfellet, på grunn av at ANSYS-modellen er beregnet for bruksgrensetilstand. Her kommer det mer tydelig fram at forskjellen i platelengde mellom Case 1 og Case 2 ikke vil føre til at CFRP-platen gir et større bidrag til å avlaste limtrebjelken. Resultatene viser også at der t_{CFRP} er større, vil utnyttelsen av CFRP-platen bli mindre. Dette oppstår på grunn av at spenningen opptas av et større tverrsnitt.

6 Konklusjon

Hovedfokuset i denne oppgaven har vært å studere hvilken effekt lengden og tykkelsen til en karbonfiberarmert plastplate (CFRP) har hatt for limtrebjelker i bruksgrensetilstand. Både nedbøyning på midten av limtrebjelken og spenningsfordeling i fiberretning i strekksone (σ_x) har blitt analysert. I denne oppgaven har åtte caser blitt modellert og løst i ANSYS. Gjennom arbeidet har følgende konklusjoner blitt trukket:

- ANSYS-modellen fra Case A og Case B har vist til å gi realistiske resultater for bruksgrensetilstand, da toleranseavviket til resultatene hentet fra modellene er tilfredsstillende.
- Resultatene har vist at en forsterkning av limtrebjelke med CFRP-plate i strekksone gir stor forbedring i bøyestivhet. Når en limtrebjelke er under belastning har tykkelsen på CFRP-platen stor betydning for stivheten til limtrebjelken. En tykkere plate bidrar til at et større tverrsnitt av CFRP tar opp σ_x som fører til mindre tøyning og dermed mindre nedbøyning. Bindelengden påvirker også resultatet da en lengre plate vil kunne støtte limtrebjelken over et større område under nedbøyningsdeformasjon.
- CFRPs platelengde har en større innvirkning på fordelingen av σ_x på limtrebjelken. Ved kortere CFRP-plater viser resultatene en tendens til at σ_x konsentrere seg mer på endene av platen. Dette oppstår på grunn av at σ_x ikke kan bli overført til forsterkningsplaten da den ikke er lang nok til å kunne dekke den spenningsfordelingen som oppstår i strekksone av tverrsnittet til limtrebjelken. Når platen øker i tykkelse vil σ_x samle seg i større mengder i endene av CFRP-platen. Stivere plate bidrar til større bøyestivhet og fører til at σ_x fordeler seg mindre mot midten.
- Generelt viser resultatene at lengden av CFRP-platen burde være tilstrekkelig lang for å unngå spenningskonsentrasjoner, men også at platetykkelsen forbedrer bøyestivheten betraktelig. Derfor er Case 4 den limtrebjelken som har høyest stivhet, der en 1300 mm lang CFRP-plate med tykkelse på 1,002 mm er brukt. Fra resultatene kan det konkluderes med at Case 4 er limtrebjelken med høyest stivhet. Både lengden og tykkelsen av CFRP-platen bidrar til at σ_x blir jevnt fordelt mot midten av limtrebjelken og overført til CFRP-platen uten å vise tegn på spenningskonsentrasjoner.
- Det er verdt å merke seg at casene der platelengden er mindre enn 957 mm har resultatene vist at nedbøyning på midten av limtrebjelken vil være dimensjonerende. Dette fører til at selv om Case 3 og Case 6 gir en ugunstig spenningsfordeling i fiberretning kan de være interessante for dimensjonering i bruksgrensetilstand. Ulempen er faren for sprøtt brudd ved feil dimensjonering.

7 Videre arbeid

I dette kapittelet omtales aspekter som kan være interessant ved et videre arbeid i dette fagområdet:

- FEM-modellen brukt i denne oppgaven er laget på bakgrunn av et labforsøk fra litteraturen [81]. Det er beskrevet i forskningsartikkelen at de har brukt britiske BS EN 408:2010 og australsk AS/NZS-4063.1. som standarder i sin testing og i bestemmelsen av de fysiske og mekaniske egenskapene for limtreet. I tillegg er det beskrevet at amerikansk ASTM-D3039/D3039M standard er brukt for testing av CFRP-platene. Andre standarder, som den amerikanske ASTM-D2093-03. standarden og BSI, Structural adhesives in i BS EN 1840. 1995 standarden, er også tatt som utgangspunkt for overflatebehandling av CFRP-plater. Alle disse standardene kan indirekte påvirke noen av parameterne brukt i modellen, og kan føre til resultater som avviker fra bestemmelser gitt i norsk og europeisk standard. Det kan derfor være interessant å arbeide videre med denne oppgaven ved å utføre et labeksperiment basert på de ANSYS-modellene opparbeidet i oppgaven, og sammenligne resultatene sammen der regelverk fra europeiske og norske standarder er tatt i bruk.
- En annen interessant vinkling på oppgaven kan være å modellere limtreet som et ikke-lineært materiale i ANSYS-modellen. Trevirke er et komplekst materiale med anisotropiske egenskaper og ikke-lineær oppførsel i bruddgrensetilstand. Limtre kan behandles som lineært elastisk materiale ved små deformasjoner som i bruksgrensetilstand. Hvis limtrebjelken er utsatt for større deformasjoner vil trykkspenninger på oversiden av tverrsnittet føre til lokal knekking i celleveggene til fibrene hvilket fører til ikke-lineær oppførsel. En analyse som tar for seg oppførsel ved trykkbrudd i limtrebjelken vil kreve mer beregningsressurser og være et mer omfattende arbeid, men kan bidra til å skape et større bilde av samvirket mellom limtre og CFRP-plate.
- Denne forsterkingsteknikken for limtrebjelker med CFRP-plater er en metode som kan gi mange miljømessige fordeler. Den kan brukes både ved rehabiliteringsprosjekter av eldre bygninger og i nye bygg, noe som kan skape en mer bærekraftig utnyttelse av limtre. En ulempe er at CFRP som komposittmateriale er mer kostbart enn andre tilgjengelige materialer som for eksempel stål. Når man skal vurdere løsninger til prosjekter er kostnaden alltid et viktig aspekt som må bli tatt i betraktning. Det kunne derfor vært interessant å studere de økonomiske aspektene av casene studert i oppgaven, og sammenligne kostnadene med de oppnådde mekaniske egenskapene ved bruk av CFRP som forsterkning. Et slik studie kunne ha vært verdifullt for entreprenørbransjen ved å kartlegge i hvilken grad en slik løsning kan være økonomisk gunstig.

Referanser

- [1] Wikimedia commons. <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?search=Stress-strain+curve+&title=Special:MediaSearch&go=G>. Åpent bildebibliotek, accessed: 26.05.2021.
- [2] Microsoft 2021. Microsoft Excel. <https://www.microsoft.com/en-us/microsoft-365/excel>.
- [3] ASH. Glulam AU/NZ vs Europe, July 1st 2019. <https://vicash.com.au/blog/gl-au-nz-vs-europe/>. Accessed: 26-04-2021.
- [4] Hyne Son Pty Ltd ABN 67 009 660 995 Maryborough QLD Australia. Hyne timber, glue laminated timber (glt), for residential, commercial mass timber construction. <https://www.hyne.com.au/glue-laminated-timber>. Accessed: 26-04-2021.
- [5] Klaus-Jürgen Bathe. *Finite Element Procedures, second edition*. K.J. Bathe, Watertown, MA, 2nd edition: fourth printing 2016, 2014.
- [6] K Bell and H Liven. *Limtreboka, 2015*. Norske limtreprodusenters forening (1.06.2015), 2015.
- [7] Kolbein Bell. *An engineering approach to finite element analysis of linear structural mechanics problems*. Fagbokforlaget Vigmostad Bjørke AS, 2014.
- [8] Pooja Bhatt and Alka Goe. Carbon fibres: production, properties and potential use. *Material Science Research India*, 14(1):52–57, 2017.
- [9] Hugo C Biscaia, Carlos Chastre, David Cruz, and André Viegas. Prediction of the interfacial performance of CFRP laminates and old timber bonded joints with different strengthening techniques. *Composites Part B: Engineering*, 108:1–17, 2017.
- [10] Hugo C Biscaia, David Cruz, and Carlos Chastre. Analysis of the debonding process of CFRP-to-timber interfaces. *Construction and Building Materials*, 113:96–112, 2016.
- [11] L Bizindavyi and KW Neale. Transfer lengths and bond strengths for composites bonded to concrete. *Journal of composites for construction*, 3(4):153–160, 1999.
- [12] Jozsef Bodig and Benjamin Jayne. *Mechanics of wood and wood composites*. Malabar, Fla. Krieger, 1993.
- [13] Antonio Borri, Marco Corradi, and Andrea Grazini. A method for flexural reinforcement of old wood beams with CFRP materials. *Composites Part B: Engineering*, 36(2):143–153, 2005.
- [14] JG Broughton and AR Hutchinson. Review of relevant materials and their requirements for timber repair and restoration. *LICONS (low intrusion conservation systems for timber structures, CRAF-1999-71216, Task 2.2*, 2003.

- [15] GM Chen, JG Teng, and JF Chen. Process of debonding in RC beams shear-strengthened with FRP U-strips or side strips. *International Journal of Solids and Structures*, 49(10):1266–1282, 2012.
- [16] J F Chen and JG Teng. Anchorage strength models for FRP and steel plates bonded to concrete. *Journal of structural engineering*, 127(7):784–791, 2001.
- [17] Carlos Arturo Coronado. Characterization, modeling and size effect of concrete-epoxy interfaces. 2006.
- [18] Marco Corradi, Antonio Borri, Luca Righetti, and Emanuela Speranzini. Uncertainty analysis of FRP reinforced timber beams. *Composites Part B: Engineering*, 113:174–184, 2017.
- [19] Abílio MP de Jesus, José MT Pinto, and José JL Morais. Analysis of solid wood beams strengthened with CFRP laminates of distinct lengths. *Construction and Building Materials*, 35:817–828, 2012.
- [20] Pilar de la Rosa García, Alfonso Cobo Escamilla, and M Nieves González García. Bending reinforcement of timber beams with composite carbon fiber and basalt fiber materials. *Composites Part B: Engineering*, 55:528–536, 2013.
- [21] Dwight D Dempsey and David W Scott. Wood members strengthened with mechanically fastened FRP strips. *Journal of Composites for Construction*, 10(5):392–398, 2006.
- [22] Antonio A Dias, Juliano Fiorelli, and Julio C Molina. Numerical Analysis of Glulam Beams Without and With GFRP Reinforcement. In *10th International Conference on Composite Science and Technology*, 2015.
- [23] John M Dinwoodie. *Timber: its nature and behaviour*. CRC Press, 2000.
- [24] Dmytro Dizhur, MC Griffith, and JM Ingham. Pullout strength of NSM CFRP strips bonded to vintage clay brick masonry. *Engineering structures*, 69:25–36, 2014.
- [25] Fédération Internationale Du Béton. Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. *Bulletin*, 14:138, 2001.
- [26] John Eie. *Trekonstruksjoner : beregning og dimensjonering, 3.utgave*. NKI Forlaget AS, 2012.
- [27] Forest and 2020 Wood Products Australia Ltd. Wood solutions, AUS vs imported glulam marking/labelling. <https://www.woodsolutions.com.au/blog/aus-vs-imported-glulam-markinglabelling>. Accessed: 26-04-2021.
- [28] Annalisa Franco and Gianni Royer-Carfagni. Effective bond length of FRP stiffeners. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 60:46–57, 2014.
- [29] Christopher John Gentile. Flexural strengthening of timber bridge beams using FRP. 2000.

- [30] K Ghaedi, Z Ibrahim, A Javanmardi, M Jameel, U Hanif, SK Rehman, and M Gordan. Finite element analysis of a strengthened beam deliberating elastically isotropic and orthotropic CFRP material. *Journal of Civil Engineering, Science and Technology*, 9(2):5–5, 2018.
- [31] JR Gilfillan, SG Gilbert, and GRH Patrick. The use of FRP composites in enhancing the structural behavior of timber beams. *Journal of reinforced plastics and composites*, 22(15):1373–1388, 2003.
- [32] Ivan Glišović, Boško Stevanović, and Miloš Petrović. Bending behaviour of glulam beams reinforced with carbon FRP plates. *Journal of civil engineering and management*, 21(7):923–932, 2015.
- [33] R.C. Hibbeler and S.C. Fan. *Mechanics of materials*. Singapore ; London : Pearson Prentice Hall, 2005, 2005.
- [34] Len C Hollaway. *Advanced polymer composites and polymers in the civil infrastructure*. Elsevier, 2001.
- [35] Leonard C Hollaway and Jin-Guang Teng. *Strengthening and rehabilitation of civil infrastructures using fibre-reinforced polymer (FRP) composites*. Elsevier, 2008.
- [36] Ansys Inc. Ansys, Mechanical APDL 2020 R2, tutorials and documentation. https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/prod_page.html?pn=Mechanical20APDL&prodver=20.2&lang=en. Accessed: 21-04-2021.
- [37] Ansys Inc. Introduction to Ansys Mechanical APDL. <https://www.ansys.com/training-center/course-catalog/structures/introduction-to-ansys-mechanical-apdl>, note = Accessed: 29.04.2021.
- [38] Ansys Inc. Ansys customer training material, lecture 3, introduction to contact, ansys mechanical structural nonlinearities. Desember 2010.
- [39] Ansys Inc. Ansys, lecture 4: Meshing methods 16.0 release, introduction to ansys meshing. February 12, 2015.
- [40] Ansys Inc. 2021 R1 Ansys Contact Technology Guide. Januar 2021.
- [41] Ansys Inc. 2021 R1 Ansys Element Reference. Januar 2021.
- [42] Ansys Inc. 2021 R1 Ansys Structural Analysis Guide. Januar 2021.
- [43] Ansys Inc. 2021 R1 Ansys Theory Reference. Januar 2021.
- [44] Ludomir J Jankowski, Jerzy Jasieńko, and Tomasz Piotr Nowak. Experimental assessment of CFRP reinforced wooden beams by 4-point bending tests and photoelastic coating technique. *Materials and Structures*, 43(1):141–150, 2010.
- [45] Henning Johansen. Kompositmaterialer. 10.10.2008.

- [46] Helena Johnsson, Thomas Blanksvärd, and Anders Carolin. Glulam members strengthened by carbon fibre reinforcement. *Materials and Structures*, 40(1):47–56, 2007.
- [47] Muhammad Ikramul Kabir, Rijun Shrestha, and Bijan Samali. Effects of applied environmental conditions on the pull-out strengths of CFRP-concrete bond. *Construction and Building Materials*, 114:817–830, 2016.
- [48] DI Kachlakev and D McCurry Jr. Simulated full scale testing of reinforced concrete beams strengthened with FRP composites: experimental results and design model verification. *Oregon Department of Transportation, Salem, Oregon*, 2000.
- [49] Vistasp M Karbhari. Introduction: the use of composites in civil structural applications. In *Durability of Composites for Civil Structural Applications*, pages 1–10. Elsevier, 2007.
- [50] M Khelifa and Alain Celzard. Numerical analysis of flexural strengthening of timber beams reinforced with CFRP strips. *Composite structures*, 111:393–400, 2014.
- [51] Mourad Khelifa, Sébastien Auchet, P-J Méausoone, and Alain Celzard. Finite element analysis of flexural strengthening of timber beams with carbon fibre-reinforced polymers. *Engineering Structures*, 101:364–375, 2015.
- [52] Yail J Kim and Kent A Harries. Modeling of timber beams strengthened with various CFRP composites. *Engineering Structures*, 32(10):3225–3234, 2010.
- [53] Svein Kleiven, Peter Halldin, and Dan Zenkert. Dynamic finite element methods, lecture notes for SD2450 Biomechanics and Neuronics. 15.03.2001.
- [54] Norsk komposittforbund. Om kompositter. <https://komposittforbundet.no/kompositter>. Accessed: 10.05.2021.
- [55] XZ Lu, LP Ye, JG Teng, and JJ Jiang. Meso-scale finite element model for FRP sheets/plates bonded to concrete. *Engineering structures*, 27(4):564–575, 2005.
- [56] Urs Meier. Strengthening of structures using carbon fibre/epoxy composites. *Construction and building materials*, 9(6):341–351, 1995.
- [57] Standard Norge. NS-EN 1995-1-1:2004+A1:2008+NA:2010, Eurokode 5: Prosjektering av trekonstruksjoner - Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger. 01.07.2010.
- [58] Standard Norge. NS-EN 14080:2013+NA:2016, Trekonstruksjoner - Limtre og limt laminert heltre - Krav. 2016-12-01.
- [59] Gary M Raftery and Annette M Harte. Low-grade glued laminated timber reinforced with FRP plate. *Composites Part B: Engineering*, 42(4):724–735, 2011.

- [60] Gary M Raftery and Annette M Harte. Nonlinear numerical modelling of FRP reinforced glued laminated timber. *Composites Part B: Engineering*, 52:40–50, 2013.
- [61] Gary M Raftery, Annette M Harte, and Peter D Rodd. Bonding of FRP materials to wood using thin epoxy gluelines. *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 29(5):580–588, 2009.
- [62] Gary M Raftery and Peter D Rodd. FRP reinforcement of low-grade glulam timber bonded with wood adhesive. *Construction and building materials*, 91:116–125, 2015.
- [63] Francisco J Rescalvo, Ignacio Valverde-Palacios, Elisabet Suarez, and Antolino Gallego. Experimental comparison of different carbon fiber composites in reinforcement layouts for wooden beams of historical buildings. *Materials*, 10(10):1113, 2017.
- [64] Robert J Ross et al. Wood handbook: wood as an engineering material. *USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, General Technical Report FPL-GTR-190, 2010: 509 p. 1 v.*, 190, 2010.
- [65] Steven R. Schmid and Serope Kalpakjian. *Manufacturing Engineering and Technology (4th Edition)*. Pearson College Div, June 1, 2000.
- [66] Kay-Uwe Schober, Annette M Harte, Robert Kligler, Robert Jockwer, Qingfeng Xu, and Jian-Fei Chen. FRP reinforcement of timber structures. *Construction and Building Materials*, 97:106–118, 2015.
- [67] Kay-Uwe Schober and K Rautenstrauch. Post-strengthening of timber structures with CFRP’s. *Materials and Structures*, 40(1):27–35, 2007.
- [68] Version 01.01 Sika Australia Pty Limited, September 2019. Product data sheet sikawrap®-300 c. https://aus.sika.com/content/dam/dms/au01/o/sikawrap_-300_c.pdf. Accessed: 10.03.2021.
- [69] SINTEF. Byggeforskserien, dokumenterte løsninger for deg som bygger, prosjekterer og forvalter bygninger. <https://www.byggforsk.no/byggforskserien>. Accessed: 30.04.2021.
- [70] D Smedley, H Cruz, and R Paula. Quality control on site. *Core Document of COST Action E34, Bonding of timber*, 2008.
- [71] Scott T Smith. Strengthening of concrete, metallic and timber construction materials with FRP composites. In *Advances in FRP composites in civil engineering*, pages 13–19. Springer, 2011.
- [72] Özgün Sunar. 3 tips to improve your fe model. <https://www.mechead.com/3-tips-to-improve-your-fe-model/>, 11-03-2021. Accessed: 27.04.2021.
- [73] Özgün Sunar. Ansys contact types and explanations. <https://www.ansys.com/training-center/course-catalog/structures/introduction-to-ansys-mechanical-apdl>, 7.03.2021. Accessed: 27.04.2021.

- [74] Özgün Sunar. Difference between static and transient analysis? <https://www.mechead.com/difference-between-static-and-transient-analysis/>, 8.03.2021. Accessed: 27.04.2021.
- [75] Sven Thelandersson and Hans J Larsen. *Timber engineering*. John Wiley & Sons, 2003.
- [76] Thanasis C Triantafillou. Shear reinforcement of wood using FRP materials. *Journal of materials in civil engineering*, 9(2):65–69, 1997.
- [77] Themistoklis Tsalkatidis. Numerical simulation and analytical study of glulam timber beams. *International Journal of Engineering & Technology*, 3(2):129, 2014.
- [78] Themistoklis Tsalkatidis, Youcef Amara, Samuel Embaye, and Einar Nathan. Numerical investigation of bolted hybrid steel-timber connections. *Frontiers in Built Environment*, 4:48, 2018.
- [79] Ansel C Ugural and Saul K Fenster. *Advanced strength and applied elasticity*. Pearson education, 2003.
- [80] Murat Uzel, Abdullah Togay, Özgür Anil, and Cevdet Söğütü. Experimental investigation of flexural behavior of glulam beams reinforced with different bonding surface materials. *Construction and Building Materials*, 158:149–163, 2018.
- [81] Abbas Vahedian, Rijun Shrestha, and Keith Crews. Experimental and analytical investigation on CFRP strengthened glulam laminated timber beams: Full-scale experiments. *Composites Part B: Engineering*, 164:377–389, 2019.
- [82] Tzanetis Vogiatzis, Themistoklis Tsalkatidis, and Aris Avdelas. Steel framed structures with cross laminated timber infill shear walls and semi-rigid connections. *Int. J. Eng.*, 8:433–443, 2019.
- [83] Tzanetis Vogiatzis, Themistoklis Tsalkatidis, and Aris Avdelas. Wood-steel composite shear walls with openings. *International Journal of Engineering & Technology*, 10(1):14–22, 2021.
- [84] Tao Xu, ZJ He, Chunan A Tang, WC Zhu, and PG Ranjith. Finite element analysis of width effect in interface debonding of FRP plate bonded to concrete. *Finite elements in analysis and design*, 93:30–41, 2015.
- [85] Jian Yao, JG Teng, and Jian Fei Chen. Experimental study on FRP-to-concrete bonded joints. *Composites Part B: Engineering*, 36(2):99–113, 2005.
- [86] Yi Yu. *Strengthening of Steel Structures: Performance of Steel Beams Bonded with FRP*. LAP LAMBERT Academic Publishing, May 30, 2011.
- [87] A. Yusof and A.B. Rahman. Flexural strengthening of timber beams using carbon fibre reinforced polymer. *International Journal of Applied Engineering Research ISSN 0973-4562 Volume 12, Number 3 (2017) pp. 348-358*, 12:348–358, 2017.

A Resultater hentet fra Case A og Case B

Verdiene presentert i tabellene er hentet fra elementmetode-analyse.

Case A		
Step	Nedbøyning (mm)	Last (KN)
1,00	0,18	0,04
10,00	1,79	0,40
20,00	3,57	0,81
30,00	5,36	1,21
40,00	7,14	1,61
50,00	8,93	2,01
60,00	10,71	2,42
70,00	12,50	2,82
80,00	14,28	3,22
90,00	16,07	3,62
100,00	17,85	4,03
110,00	19,64	4,43
120,00	21,42	4,83
130,00	23,21	5,23
140,00	24,99	5,64
150,00	26,78	6,04
160,00	28,56	6,44
169,50	30,26	6,82

Figur A.1: Case A

Case B		
Step	Nedbøyning (mm)	Last (KN)
1,00	0,17	0,09
5,75	1,00	0,50
12,00	2,08	1,05
18,25	3,16	1,60
24,50	4,24	2,15
30,75	5,32	2,69
37,00	6,41	3,24
43,25	7,49	3,79
49,50	8,57	4,34
55,75	9,65	4,88
62,00	10,73	5,43
68,25	11,81	5,98
74,50	12,90	6,53
80,75	13,98	7,07
87,00	15,06	7,62
93,25	16,14	8,17
99,50	17,22	8,72
105,75	18,31	9,26
112,00	19,39	9,81
118,25	20,47	10,36
124,50	21,55	10,91
130,75	22,63	11,46
137,00	23,72	12,00
143,25	24,80	12,55
149,50	25,88	13,10
155,75	26,96	13,65
162,00	28,04	14,19
168,25	29,13	14,74
174,50	30,21	15,29
180,75	31,29	15,84
187,00	32,37	16,39
193,25	33,45	16,93
199,50	34,54	17,48
205,75	35,62	18,03
212,00	36,70	18,58
218,25	37,78	19,12
223,25	38,65	19,56

Figur A.2: Case B

Maksimal nedbøyning oppnått i forskningsartikkelen [81] for Case B1 er på 29,15 mm, ved å påføre en forskyvning med konstant hastighet på 0,15 mm/s:

$$\frac{29,15\text{mm}}{0,15\text{mm/s}} \approx 195\text{sekunder} \quad (\text{A.1})$$

For Case B8 i [81] vil maksimal nedbøyning inntreffe etter 263 sekunder:

$$\frac{39,44\text{mm}}{0,15\text{mm/s}} \approx 263\text{sekunder} \quad (\text{A.2})$$

B Resultater hentet fra Case 1 til Case 8 for nedbøyning

Verdiene presentert i tabellene er hentet fra elementmetode-analyse til maksimal nedbøyning på midten av limtrebjelken oppnår.

Case1 1300 mm 4 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,72
1,6	1000	1,15
2,2	1500	1,58
2,8	2000	2,01
3,4	2500	2,44
4,0	3000	2,87
4,6	3500	3,30
5,2	4000	3,73
5,8	4500	4,17
6,4	5000	4,60
7,0	5500	5,03
7,6	6000	5,46
8,2	6500	5,89
8,8	7000	6,32
9,4	7500	6,75
10,0	8000	7,18

Figur B.1: Case 1.

Case2 975 mm 4 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,73
1,6	1000	1,18
2,2	1500	1,62
2,8	2000	2,06
3,4	2500	2,50
4,0	3000	2,94
4,6	3500	3,38
5,2	4000	3,82
5,8	4500	4,26
6,4	5000	4,70
7,0	5500	5,14
7,6	6000	5,58
8,2	6500	6,02
8,8	7000	6,46
9,4	7500	6,90
10,0	8000	7,34

Figur B.2: Case 2.

Case3 650 mm 4 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,78
1,6	1000	1,24
2,2	1500	1,71
2,8	2000	2,17
3,4	2500	2,64
4,0	3000	3,10
4,6	3500	3,57
5,2	4000	4,03
5,8	4500	4,50
6,4	5000	4,96
7,0	5500	5,43
7,6	6000	5,89
8,2	6500	6,36
8,8	7000	6,82
9,4	7500	7,29

Figur B.3: Case 3.

Case4 1300 mm 6 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,66
1,6	1000	1,05
2,2	1500	1,45
2,8	2000	1,84
3,4	2500	2,24
4,0	3000	2,63
4,6	3500	3,03
5,2	4000	3,42
5,8	4500	3,82
6,4	5000	4,21
7,0	5500	4,61
7,6	6000	5,00
8,2	6500	5,40
8,8	7000	5,79
9,4	7500	6,19
10,0	8000	6,58
10,6	8500	6,98
11,2	9000	7,37

Figur B.4: Case 4.

Case5 975 mm 6 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,68
1,6	1000	1,09
2,2	1500	1,50
2,8	2000	1,91
3,4	2500	2,31
4,0	3000	2,72
4,6	3500	3,13
5,2	4000	3,54
5,8	4500	3,95
6,4	5000	4,36
7,0	5500	4,76
7,6	6000	5,17
8,2	6500	5,58
8,8	7000	5,99
9,4	7500	6,40
10,0	8000	6,81
10,6	8500	7,21

Figur B.5: Case 5.

Case6 650 mm 6 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,74
1,6	1000	1,18
2,2	1500	1,62
2,8	2000	2,06
3,4	2500	2,50
4,0	3000	2,94
4,6	3500	3,38
5,2	4000	3,83
5,8	4500	4,27
6,4	5000	4,71
7,0	5500	5,15
7,6	6000	5,59
8,2	6500	6,03
8,8	7000	6,47
9,4	7500	6,91
10,0	8000	7,35

Figur B.6: Case 6.

Case7 540 mm 6 layers		
Steg	N	mm
1,0	500	0,76
1,6	1000	1,22
2,2	1500	1,68
2,8	2000	2,14
3,4	2500	2,60
4,0	3000	3,05
4,6	3500	3,51
5,2	4000	3,97
5,8	4500	4,43
6,4	5000	4,89
7,0	5500	5,34
7,6	6000	5,80
8,2	6500	6,26
8,8	7000	6,72
9,4	7500	7,18

Figur B.7: Case 7.

Case8 uten CFRP		
Steg	N	mm
1,0	500	0,92
1,6	1000	1,47
2,2	1500	2,02
2,8	2000	2,57
3,4	2500	3,12
4,0	3000	3,67
4,6	3500	4,22
5,2	4000	4,77
5,8	4500	5,32
6,4	5000	5,87
7,0	5500	6,42
7,6	6000	6,97

Figur B.8: Case 8.

C Resultater hentet fra Case 1 til Case 8 for spenning i fiberretning

Verdiene presentert i tabellene er hentet fra elementmetode-analyse til maksimal strekkkapasitet er oppnådd i limtreet. Tallene er hentet fra den mest spenningspåkjennte noden i limtreet i hver case.

Case1 1300 mm 4 layers		
Steg	N	MPa
1,0	500	1,50
1,6	1000	2,39
2,2	1500	3,29
2,8	2000	4,19
3,4	2500	5,09
4,0	3000	5,99
4,6	3500	6,88
5,2	4000	7,78
5,8	4500	8,68
6,4	5000	9,58
7,0	5500	10,48
7,6	6000	11,37
8,2	6500	12,27
8,8	7000	13,17
9,4	7500	14,07
10,0	8000	14,97
10,6	8500	15,86
11,2	9000	16,76
11,8	9500	17,66
12,4	10000	18,56
13,0	10500	19,45
13,6	11000	20,35
14,2	11500	21,25
14,8	12000	22,15
15,4	12500	23,04
16,0	13000	23,94
16,6	13500	24,84
17,2	14000	25,74
17,8	14500	26,64

Figur C.1: Case 1.

Case2 975 mm 4 layers		
Steg	N	MPa
1,0	500	1,50
1,6	1000	2,39
2,2	1500	3,29
2,8	2000	4,19
3,4	2500	5,09
4,0	3000	5,98
4,6	3500	6,88
5,2	4000	7,78
5,8	4500	8,67
6,4	5000	9,57
7,0	5500	10,47
7,6	6000	11,38
8,2	6500	12,28
8,8	7000	13,19
9,4	7500	14,09
10,0	8000	15,00
10,6	8500	15,91
11,2	9000	16,82
11,8	9500	17,73
12,4	10000	18,65
13,0	10500	19,56
13,6	11000	20,48
14,2	11500	21,40
14,8	12000	22,32
15,4	12500	23,24
16,0	13000	24,16
16,6	13500	25,08
17,2	14000	26,00

Figur C.2: Case 2.

Case3 650 mm 4 layers		
Steg	N	MPa
1,0	500	2,33
1,6	1000	3,73
2,2	1500	5,13
2,8	2000	6,53
3,4	2500	7,92
4,0	3000	9,32
4,6	3500	10,72
5,2	4000	12,12
5,8	4500	13,52
6,4	5000	14,92
7,0	5500	16,32
7,6	6000	17,73
8,2	6500	19,14
8,8	7000	20,56
9,4	7500	21,97
10,0	8000	23,39
10,6	8500	24,81
11,2	9000	26,24

Figur C.3: Case 3.

Case4 1300 mm 6 layers		
Steg	N	MPa
1,0	500	1,29
1,6	1000	2,06
2,2	1500	2,83
2,8	2000	3,60
3,4	2500	4,37
4,0	3000	5,15
4,6	3500	5,92
5,2	4000	6,69
5,8	4500	7,46
6,4	5000	8,23
7,0	5500	9,00
7,6	6000	9,78
8,2	6500	10,55
8,8	7000	11,32
9,4	7500	12,09
10,0	8000	12,86
10,6	8500	13,63
11,2	9000	14,41
11,8	9500	15,18
12,4	10000	15,95
13,0	10500	16,72
13,6	11000	17,49
14,2	11500	18,26
14,8	12000	19,03
15,4	12500	19,80
16,0	13000	20,58
16,6	13500	21,35
17,2	14000	22,12
17,8	14500	22,89
18,4	15000	23,66
19,0	15500	24,43
19,6	16000	25,20
20,2	16500	25,98
20,8	17000	26,75

Figur C.4: Case 4.

Case5	975 mm	6 layers
Steg	N	MPa
1,0	500	1,58
1,6	1000	2,52
2,2	1500	3,47
2,8	2000	4,42
3,4	2500	5,36
4,0	3000	6,31
4,6	3500	7,26
5,2	4000	8,20
5,8	4500	9,15
6,4	5000	10,10
7,0	5500	11,04
7,6	6000	11,99
8,2	6500	12,94
8,8	7000	13,90
9,4	7500	14,85
10,0	8000	15,81
10,6	8500	16,76
11,2	9000	17,72
11,8	9500	18,68
12,4	10000	19,65
13,0	10500	20,61
13,6	11000	21,58
14,2	11500	22,54
14,8	12000	23,51
15,4	12500	24,48
16,0	13000	25,46
16,6	13500	26,43

Figur C.5: Case 5.

Case6	650 mm	6 layers
Steg	N	MPa
1,0	500	2,44
1,6	1000	3,91
2,2	1500	5,38
2,8	2000	6,84
3,4	2500	8,31
4,0	3000	9,78
4,6	3500	11,24
5,2	4000	12,71
5,8	4500	14,17
6,4	5000	15,64
7,0	5500	17,11
7,6	6000	18,58
8,2	6500	20,05
8,8	7000	21,53
9,4	7500	23,01
10,0	8000	24,49
10,6	8500	25,98

Figur C.6: Case 6.

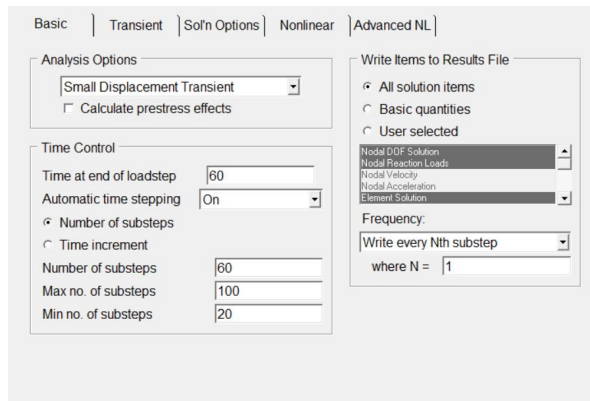
Case7	540 mm	6 layers
Steg	N	MPa
1,0	500	2,79
1,6	1000	4,46
2,2	1500	6,13
2,8	2000	7,80
3,4	2500	9,48
4,0	3000	11,14
4,6	3500	12,82
5,2	4000	14,49
5,8	4500	16,16
6,4	5000	17,84
7,0	5500	19,51
7,6	6000	21,18
8,2	6500	22,86
8,8	7000	24,54
9,4	7500	26,22

Figur C.7: Case 7.

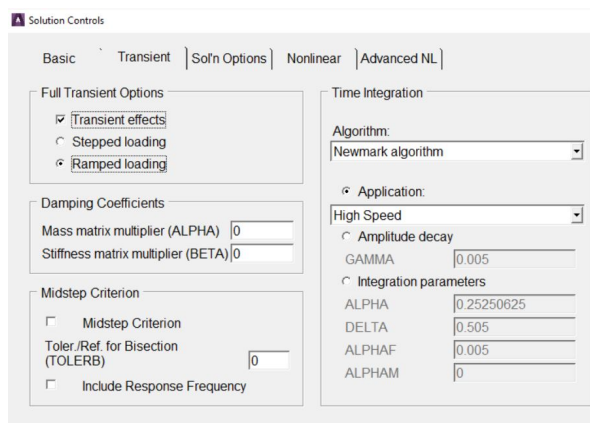
Case8	uten CFRP	
Steg	N	Mpa
1,0	500	2,12
1,6	1000	3,40
2,2	1500	4,67
2,8	2000	5,95
3,4	2500	7,22
4,0	3000	8,49
4,6	3500	9,77
5,2	4000	11,04
5,8	4500	12,32
6,4	5000	13,59
7,0	5500	14,87
7,6	6000	16,14
8,2	6500	17,41
8,8	7000	18,69
9,4	7500	19,96
10,0	8000	21,24
10,6	8500	22,51
11,2	9000	23,79
11,8	9500	25,06
12,4	10000	26,33

Figur C.8: Case 8.

D Parametre valgt for analysen i «Solution Controls» for Case1 til Case 8



Figur D.1: Parametere valgt for tid og mellomstegene i analysen.



Figur D.2: Parametere valgt for full transiente analyse

```

      SOLUTION OPTIONS
PROBLEM DIMENSIONALITY . . . . .3-D
DEGREES OF FREEDOM . . . . .UX  UY  UZ
ANALYSIS TYPE . . . . .TRANSIENT
SOLUTION METHOD . . . . .FULL
NEWTON-RAPHSON OPTION . . . . .PROGRAM CHOSEN
GLOBALLY ASSEMBLED MATRIX . . . . .SYMMETRIC

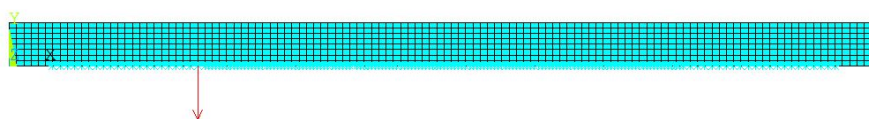
      LOAD STEP OPTIONS
LOAD STEP NUMBER . . . . .1
TIME AT END OF THE LOAD STEP . . . . .60.000
AUTOMATIC TIME STEPPING . . . . .ON
INITIAL NUMBER OF SUBSTEPS . . . . .60
MAXIMUM NUMBER OF SUBSTEPS . . . . .100
MINIMUM NUMBER OF SUBSTEPS . . . . .20
MAXIMUM NUMBER OF EQUILIBRIUM ITERATIONS . . . . .15
STEP CHANGE BOUNDARY CONDITIONS . . . . .NO
TRANSIENT <INERTIA> EFFECTS
TRANSIENT INTEGRATION PARAMETERS
ALPHA . . . . .0.25251
DELTA . . . . .0.50500
TERMINATE ANALYSIS IF NOT CONVERGED . . . . .YES <EXIT>
CONVERGENCE CONTROLS . . . . .USE DEFAULTS
PRINT OUTPUT CONTROLS . . . . .NO PRINTOUT
DATABASE OUTPUT CONTROLS
ITEM      FREQUENCY      COMPONENT
ALL      ALL
  
```

Figur D.3: Løsningsalternativet i ANSYS

E Konturplott for spenningsfordeling i limtreet og beskrivelse av den mest påkjente noden for Case 2 til Case 6

1
ELEMENTS
MAT NUM

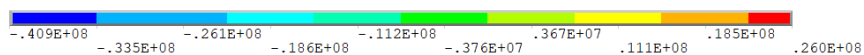
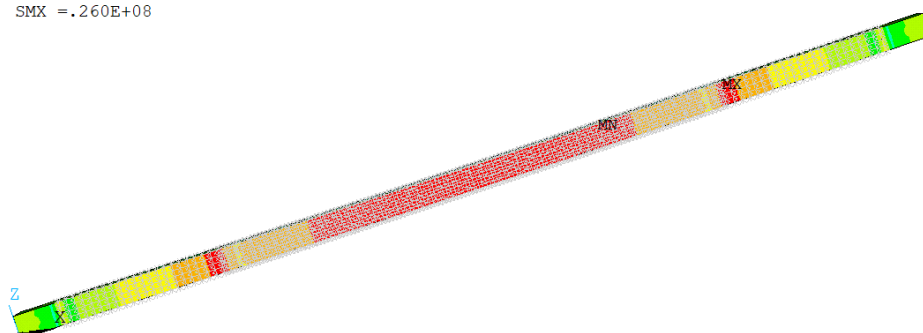
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.1: Den mest spenningspåkjennte noden i Case 2.

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =27
TIME=16.6
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.012232
SMN =-.409E+08
SMX =.260E+08

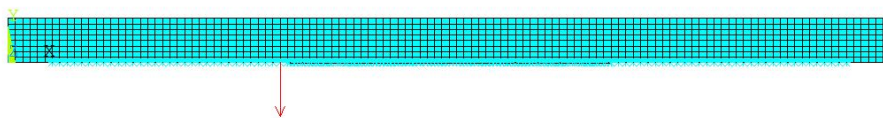
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.2: Konturplott av spenningsfordelingen i limtreet i Case 2.

1
ELEMENTS
MAT NUM

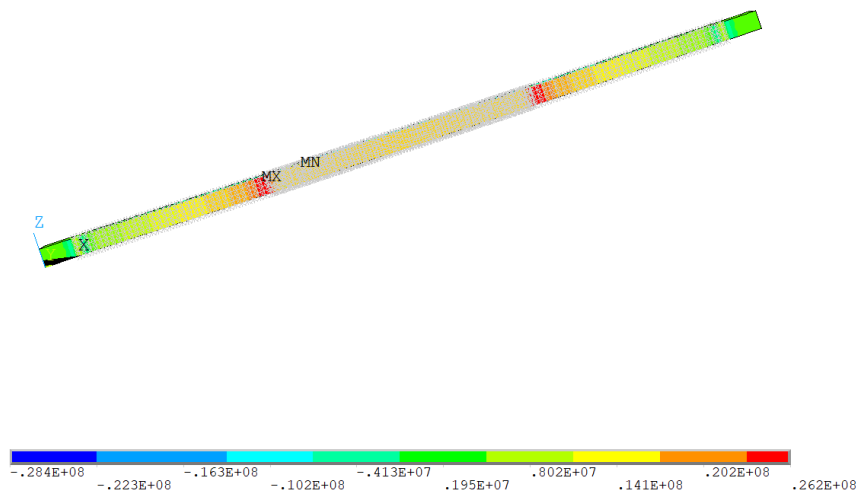
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.3: Den mest spenningspåkente noden i Case 3.

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =18
TIME=11.2
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.008717
SMN =-.284E+08
SMX =.262E+08

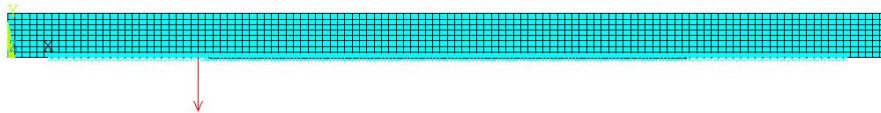
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.4: Konturplott av spenningsfordelingen i limtreet i Case 3.

1
ELEMENTS
MAT NUM

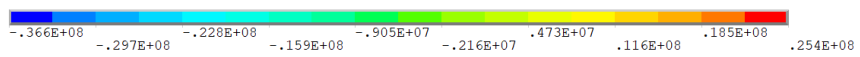
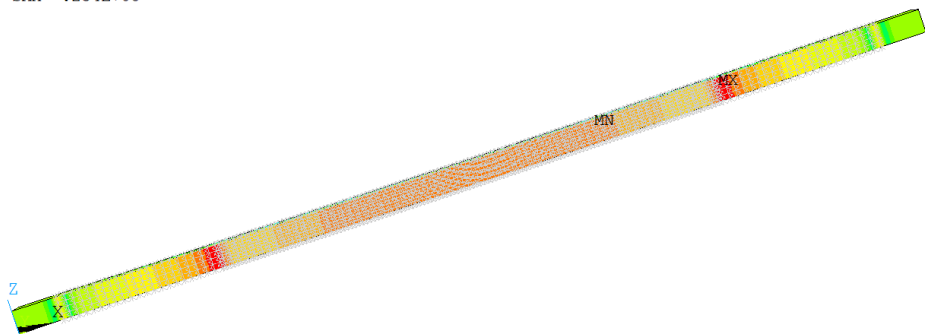
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.5: Den mest spenningspåkjennte noden i Case 5.

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =25
TIME=15.4
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.010513
SMN =-.366E+08
SMX =.254E+08

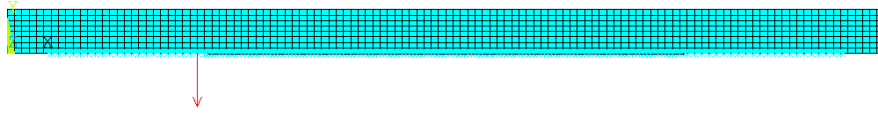
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.6: Konturplott av spenningsfordelingen i limtreet i Case 5.

1
ELEMENTS
MAT NUM

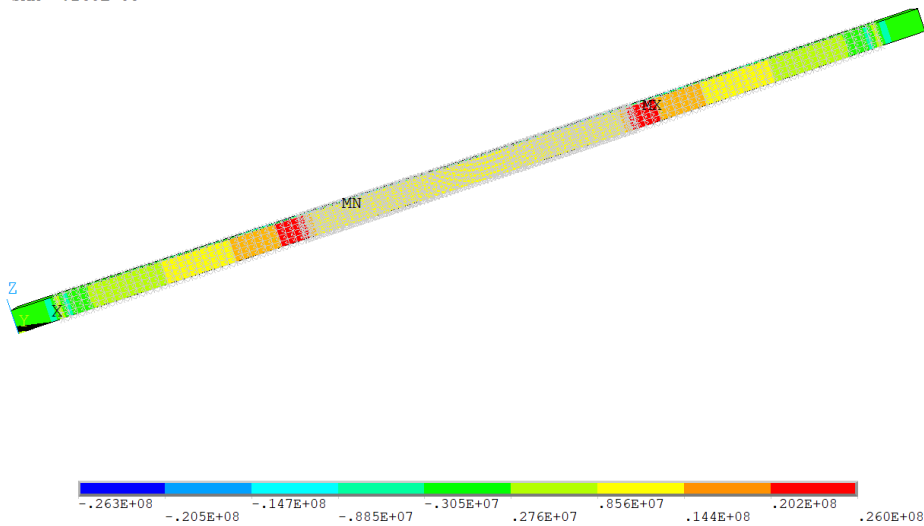
ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur E.7: Den mest spenningspåkjennte noden i Case 6.

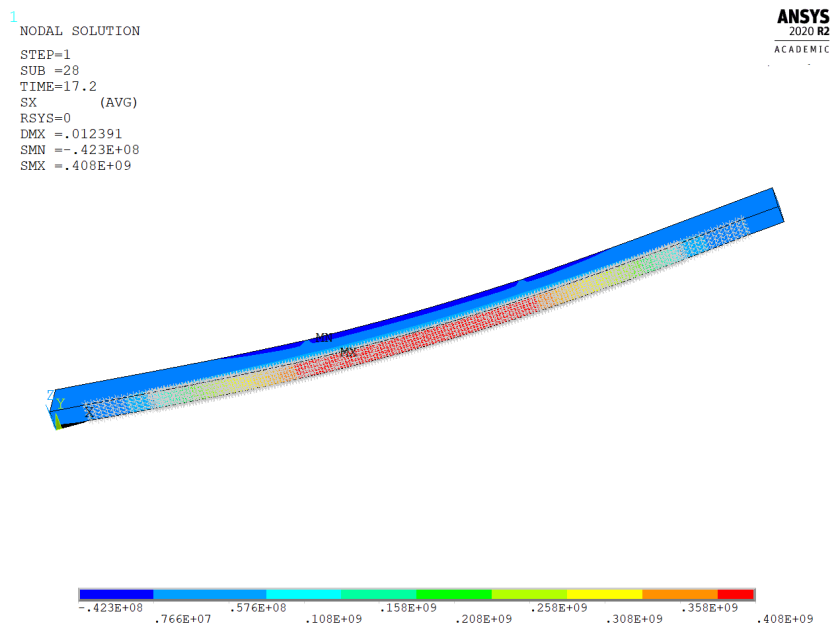
1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =17
TIME=10.6
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.007824
SMN =-.263E+08
SMX =.260E+08

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC

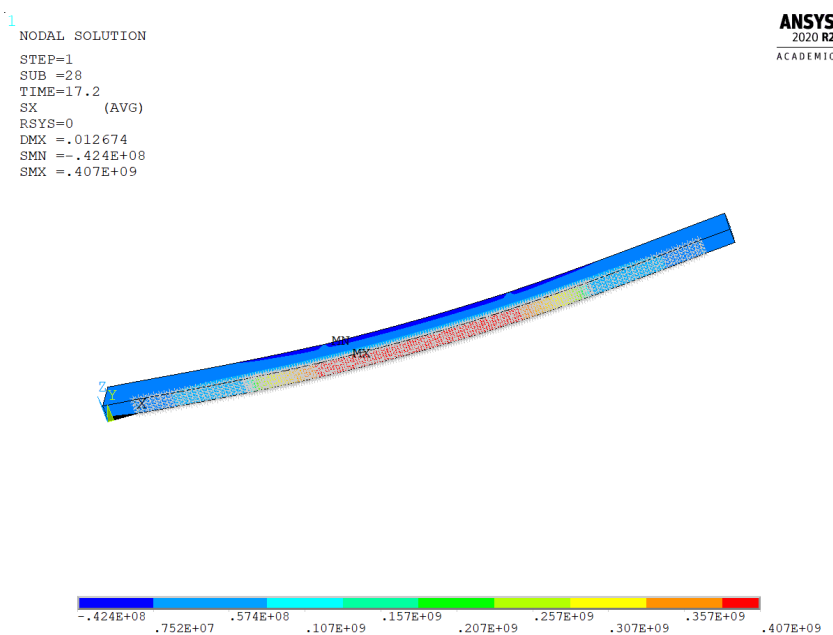


Figur E.8: Konturplott av spenningsfordelingen i limtreet i Case 6.

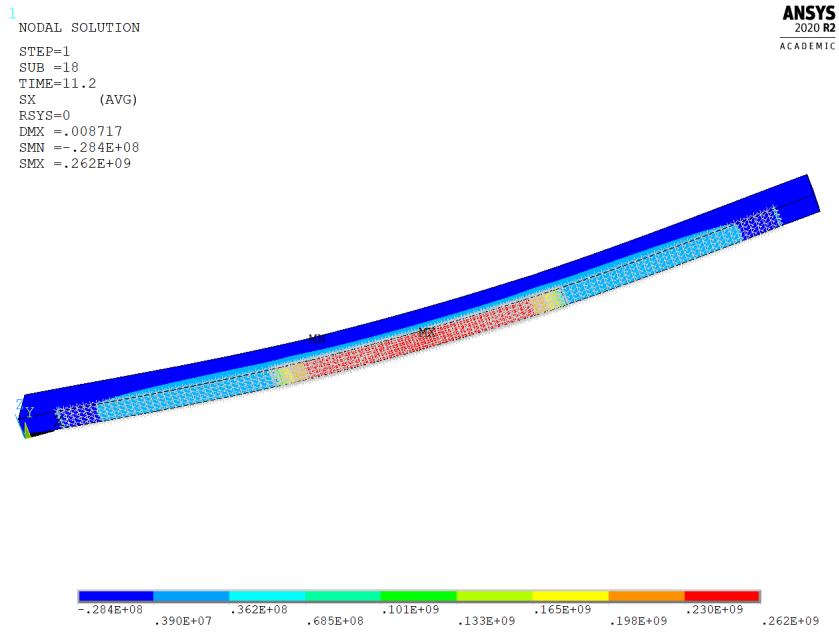
F Konturplott for spenningsfordeling i limtrebjelker med CFRP-forsterkning i Case 1 til Case 7



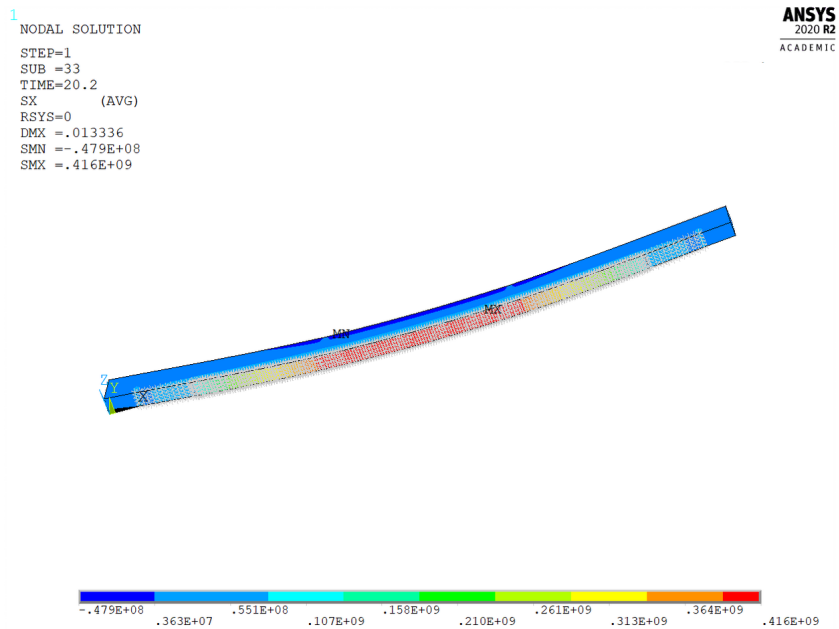
Figur F.1: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 1.



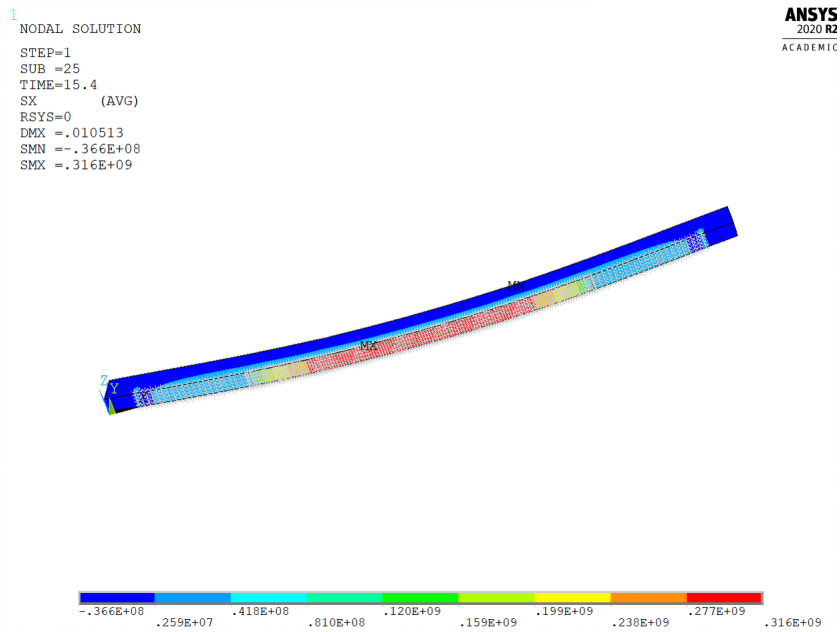
Figur F.2: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 2.



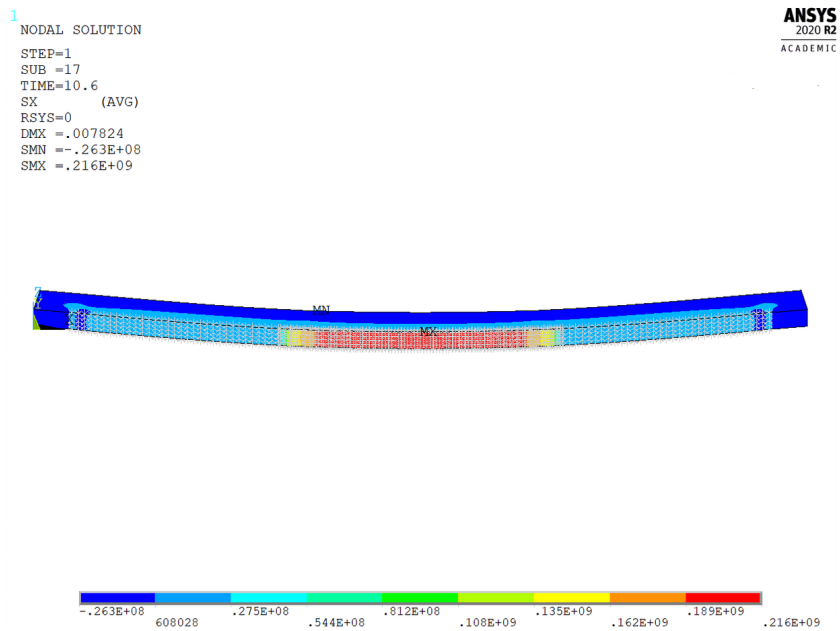
Figur F.3: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 3.



Figur F.4: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 4.



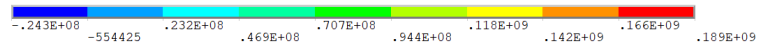
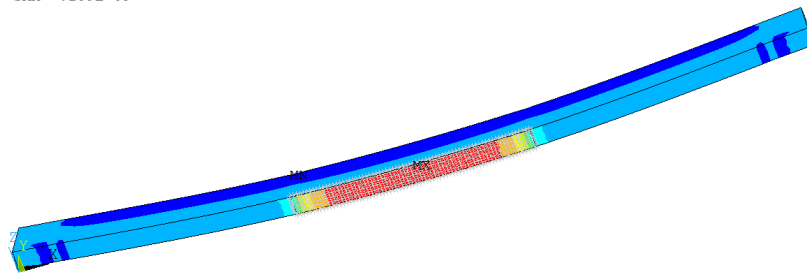
Figur F.5: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 5.



Figur F.6: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 6.

1
NODAL SOLUTION
STEP=1
SUB =15
TIME=9.4
SX (AVG)
RSYS=0
DMX =.007204
SMN =-.243E+08
SMX =.189E+09

ANSYS
2020 R2
ACADEMIC



Figur F.7: Konturplott av spenningsfordelingen i forsterket limtrebjelke i Case 7.



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway