



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

**Masteroppgave 2021 30 stp**  
Fakultet for realfag og teknologi

## **Etablering av kalibreringsbasis for relative gravimetre på Ringerike, og beregning av ny skalafaktor for Scintrex CG5 og LCR modell G**

Establishment of a gravity calibration line at  
Ringerike, and the calculation of new scale factors  
for Scintrex CG5 and LCR model G

Fredrik Lenes  
Institutt for Geomatikk



# Sammendrag

Relativgravimetri er det å observere forskjeller i tyngdekraft mellom ulike steder, relative tyngdedifferanser, ved bruk av relative gravimetre. De relative instrumentene er forholdsvis små, lette og enkle å håndtere. Dette skiller dem fra absolutte gravimetre, som er større og mer kompliserte i oppsett og bruk. Til gjengjeld er absolutte instrumenter mer nøyaktige, og legger dermed grunnlaget for kalibrering av de relative instrumentene. Kalibrering av et absoluttgravimeter kan i prinsippet kun skje ved sammenligning med andre absoluttgravimetre for å sikre konsistens mellom målinger og instrumenter, forutsatt at instrumentklokke og laser er kalibrert.

Relative gravimetre har behov for jevnlig kalibrering og instrumentkontroll for at deres målinger skal være pålitelige. I et Scintrex CG5 relativgravimeter vil for eksempel kvartsfjæren over tid bli lengre siden tyngdekraften alltid virker på fjærsystemet. For kalibrering av ny skalafaktor for instrumentene, må det gjøres kalibreringsmålinger på en tyngdebasis, gjerne kalt en kalibreringsbasis. En kalibreringsbasis må bestå av minst to stasjoner med kjent absolutt tyngde, og bør dekke et tyngdeintervall på ca. 100 mGal eller mer. Stor variasjon i tyngde oppnås ved å ha stasjonene på forskjellige høyder, eller breddegrader. Ved å kalibrere de relative instrumentene med ny skalafaktor, sikrer man at deres målinger holder seg pålitelig, siden skalafaktoren skalerer rå-observasjonen instrumentet gjør, og dermed lar oss lese av en tyngdeverdi.

Høsten 2020 etablerte vi en kalibreringsbasis på Ringerike med formålet om å ha en basis som er geografisk nærmere Oslo og Kartverket enn en eksisterende basis i Jondal i Hardanger. Stasjonene på Ringerike ble målt inn med Kartverkets A10-42 absoluttgravimeter. Deretter var målet å undersøke om denne basisen kunne gi like gode kalibreringsresultater som basisen i Jondal, som også ble målt inn på nytt med A10-42 i 2020. Basisene har ulike egenskaper med hensyn til antall punkter og høydeforskjell. Å undersøke hvilke resultat som oppnås med målinger fra hver av de to basisene er derfor av interesse, og vil bli sammenlignet.

Å ha en kalibreringsbasis på Ringerike vil lettere kunne bidra i opplæring for nye operatører av relativgravimetre. Kartverket er en hovedaktør innen gravimetri for geodetiske formål i Norge, og har sitt hovedkontor på Hønefoss, Ringerike.

I denne oppgaven har det blitt beregnet ny skalafaktor for Kartverkets to Scintrex CG5 gravimetre og NMBUs LaCoste & Romberg G-761 gravimeter. For G-761 ble beregningene gjort på grunnlag av tre målekampanjer på Ringerike, mens for CG5 ble det gjort to kampanjer i både Jondal og på Ringerike. Resultatet for G-761 blir en signifikant ny skalafaktor, og at skalafaktorens presisjon kun ligger på nivå med måleusikkerheten hvis alle kalibreringsmålingene er med i beregningen. For CG5 blir skalafaktoren også signifikant, og viser at Jondal gir en mer presis bestemmelse av skalafaktoren enn Ringerike. I Jondal oppnås en presisjon på  $7 \cdot 10^{-6}$ , mens på Ringerike oppnås  $4.5 \cdot 10^{-5}$ .

Det har også blitt gjort gradientmålinger med Scintrex CG5, og de beregnede vertikale tyngdegradientene har inngått i kalibreringen. Kjennskap til lokale vertikale tyngdegradienter er nødvendig for å flytte tyngdeverdiene fra absoluttgravimeterets referansehøyde ned til den valgte kalibreringshøyden på 0.2 m.

Ellers gis det en oversikt over noen eksisterende basiser i Europa, og instrumenter, målemetoder og datasett blir gjennomgått. Evaluering av kalibreringen gjøres med hensyn til stasjonenes stabilitet, måleusikkerhet, drift i instrumentene og tyngdeintervall, samt antall målekampanjer.



# Abstract

Relative gravimetry makes it possible to determine gravity differences between different locations. The relative meters are quite small and easy to operate for even inexperienced users. This distinguishes them from the absolute meters, which are complex systems that requires much more knowledge to operate. In return, the absolute gravity meters are more accurate, and thus forms the basis of calibration of relative meters. Calibration of an absolute gravity meter can only be performed by comparison with another absolute meter, provided that its clock and laser is calibrated. This is to ensure consistency between instruments and measurements.

Relative meters need to be calibrated and controlled regularly to be reliable. In the case of a Scintrex CG5 meter, the quartz spring will with time become longer because gravity always acts on it. Calibration of new scale factors is done by completing measurements on a calibration line, often called gravity line. A calibration line must consist of at least two stations with known absolute gravity values and should cover a gravity range of 100 mGal or more. Placing the stations at different heights or latitudes will provide the needed gravity differences. By calibrating the relative meters with new scale factors, one ensures that their measurements are reliable, since the scale factor converts the raw observation in the meter to a gravity reading on the instrument panel.

In the fall of 2020, we established a calibration line in Ringerike, with the main purpose of being geographically closer to The Norwegian Mapping Authority (NMA) than an existing calibration line in Jondal, Hardanger. All stations in Ringerike were observed with the A10-42 absolute gravity meter of NMA. Then the goal was to investigate whether this new line could give as good calibration results as the line in Jondal, which also were observed with A10-42 in 2020. The interesting thing is that these lines have quite different properties regarding the number of stations and height difference. It is of great interest to investigate the results obtained with measurements from each line and to correlate the results between them.

Establishing a calibration line in Ringerike will more easily contribute to training of new operators of relative meters. The NMA is one main actor within gravimetric operations for geodetic purposes in Norway and their head office is located at Hønefoss in Ringerike.

In this thesis it has been calculated new scale factor for two Scintrex CG5 gravimeters owned by NMA and one LaCoste & Romberg G-761 owned by NMBU. The G-761 and CG5 scale factors were calculated from measurements collected at Ringerike and Ringerike plus Jondal, respectively. The change in scale factor calculated for the G-761 proved to be significant. Taking all calibration observations into account, the precision of the new scale factor relates to uncertainty in measurement data. The shift in scale factor also proves to be significant regards to the CG5 meters. The most precise scale factor is obtained from Jondal, where a precision of  $7 \cdot 10^{-6}$  is achieved. A precision of  $4.5 \cdot 10^{-5}$  is the maximum achieved at Ringerike.

Vertical gravity gradients have also been measured at both lines with CG5. These gradients have been used in the scale factor calculations. Knowledge to the local vertical gradients is necessary to reduce the gravity values from the absolute meters reference height down to the chosen calibration height at 0.2 m.

Instruments, methods of measurement, datasets and gravity lines are topics subject for review in this thesis. The evaluation of the calibration will be done with respect to the stability of the stations, measurement uncertainty, instrumental drift, gravity range on the lines, as well as number of surveys.



# Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg min tid som student ved NMBU – Norges miljø og biovitenskapelige universitet. Å skrive masteroppgave har vært lærerikt og spennende, og tiden har gått fort selv med koronasituasjonen. Det må likevel sies at det føles ut som noe har manglet, med tanke på at vi i stor grad har gått glipp av den sosiale delen på mastersalen.

Jeg tenkte for et år siden at jeg ville ha en oppgave som innebar litt feltarbeid, og det fikk jeg. Det ble fire turer til Hønefoss høsten 2020, tre av disse med sammen med Kristian. Så en stor takk til Kristian for praktisk hjelp til håndtering av instrument og evne til å lære bort. Turene til Hønefoss er nok det jeg kommer til å huske best i ettertid. Hadde ikke trodd jeg skulle stå med hodelykt på Ringerike i slutten av oktober å måle tyngdekraften.

I vårsemesteret når oppgaven skulle skrives var Vegard og Kristian alltid tilgjengelig på mail, og lurte jeg på noe lå svaret ganske kjapt i innboksen. Det satt jeg veldig pris på. Takk for god veiledning gjennom disse månedene.

Takk til medstudenter på mastersalen for gode minner i de ukene vi fikk være der, og for fem fine år på NMBU.

Jeg vil avslutte med å takke familien og kjæresten min Synnøve for støtte og oppmuntring dette halvåret. Mange uker mellom januar og mai ble tilbrakt hjemme i Bergen, og det gjorde godt å ha de rundt meg. Og sist, men ikke minst, bestemor og mormor, to personer som har betydd mye for meg, som begge gikk bort under arbeidet med denne oppgaven.

*Fredrik Lenes*

# Innhold

|   |            |
|---|------------|
| <b>Figurer</b>  | <b>vii</b> |
| <b>Tabeller</b>   | <b>ix</b>  |
| <b>1 Innledning</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1 Kalibreringsbasiser . . . . .                                       | 1          |
| 1.1.1 Hvorfor trengs kalibreringsbasiser? . . . . .                     | 1          |
| 1.2 Eksempler på kalibreringsbasiser og kvalitetshensyn . . . . .       | 2          |
| 1.2.1 Norge . . . . .   | 3          |
| 1.2.2 Østerrike . . . . .   | 3          |
| 1.2.3 Tyskland . . . . .  | 3          |
| 1.2.4 Spania . . . . .  | 4          |
| 1.3 Vedlikehold av basiser . . . . .                                    | 5          |
| 1.4 Målet med denne oppgaven . . . . .                                  | 5          |
| <b>2 Gravimetri</b>   | <b>6</b>   |
| 2.1 Absoluttgravimetri . . . . .  | 7          |
| 2.1.1 Måleprinsippet til et fritt-fall absoluttgravimeter . . . . .     | 7          |
| 2.1.2 A10 absoluttgravimeter . . . . .                                  | 9          |
| 2.2 Relativgravimetri . . . . .   | 12         |
| 2.2.1 Måleprinsippet til fjærvektsgravimetre . . . . .                  | 12         |
| 2.3 Tidejord og andre geofysiske korreksjoner . . . . .                 | 15         |
| 2.3.1 Korreksjoner i absolutt- og relativgravimetri . . . . .           | 17         |
| 2.3.2 Tsoft programvare . . . . .                                       | 17         |
| <b>3 Feltarbeid høsten 2020</b>   | <b>18</b>  |
| <b>4 Dokumentasjon av kalibreringsbasisene på Ringerike og i Jondal</b> | <b>19</b>  |
| 4.1 Kalibreringsbasis på Ringerike . . . . .                            | 19         |
| 4.2 Kalibreringsbasis i Jondal . . . . .                                | 22         |



---

|           |   |           |
|-----------|---|-----------|
| <b>5</b>  | <b>Datasett og målemetoder</b>                                  | <b>25</b> |
| 5.1       | LCR G-761 . . . . .   | 25        |
| 5.2       | Scintrex CG5 . . . . .  | 27        |
| 5.3       | A10-42 . . . . .  | 30        |
| <b>6</b>  | <b>Instrumentdrift</b>  | <b>33</b> |
| 6.1       | Stasjonær langtidsdrift . . . . .                               | 33        |
| 6.2       | Korttidsdrift . . . . .   | 34        |
| 6.2.1     | Beregning av drift under målekampanjene . . . . .               | 36        |
| 6.2.2     | Beregnete driftverdier . . . . .                                | 37        |
| <b>7</b>  | <b>Tyngdegradient og beregning av tyngdegradient</b>            | <b>39</b> |
| 7.1       | Tyngdegradient og dens bruksområde . . . . .                    | 39        |
| 7.2       | Gradientmålinger med CG5 . . . . .                              | 39        |
| 7.3       | Gradientbestemmelse . . . . .                                   | 40        |
| 7.3.1     | Metodikk . . . . .  | 40        |
| 7.3.2     | Beregning av konstant gradient . . . . .                        | 41        |
| 7.4       | Beregnete vertikale tyngdegradienter . . . . .                  | 42        |
| <b>8</b>  | <b>Nye skalafaktorer</b>  | <b>43</b> |
| 8.1       | Kalibreringstabell LCR G-761 . . . . .                          | 43        |
| 8.2       | Gamle skalafaktorer i CG5-instrumentene . . . . .               | 43        |
| 8.3       | Metode for beregning av nye skalafaktorer . . . . .             | 44        |
| 8.3.1     | Korrigerings for tidejord og instrumentdrift . . . . .          | 45        |
| 8.3.2     | Redusering til valgt kalibreringshøyde . . . . .                | 45        |
| 8.3.3     | Tyngdedifferanser . . . . .                                     | 47        |
| 8.3.4     | Vektet minste kvadraters utjevning . . . . .                    | 48        |
| 8.3.5     | t-Test av signifikans . . . . .                                 | 48        |
| <b>9</b>  | <b>Resultater</b>   | <b>49</b> |
| 9.1       | LCR G-761 . . . . .   | 49        |
| 9.2       | Scintrex CG5 . . . . .  | 50        |
| <b>10</b> | <b>Diskusjon</b>  | <b>52</b> |
| 10.1      | Sammenligning av resultat mot tidligere kalibreringer . . . . . | 52        |
| 10.2      | Lufttrykkskorreksjon . . . . .                                  | 53        |
| 10.3      | Stasjonenes stabilitet . . . . .                                | 54        |

---

---

|  |           |
|--|-----------|
| 10.4 GIA . . . . .   | 55        |
| 10.5 Korttidsdrift og virkning av ny skalafaktor . . . . . | 57        |
| 10.6 Transport av instrument . . . . .                     | 59        |
| <b>11 Konklusjoner og anbefalinger</b>                     | <b>60</b> |
| <b>Bibliografi</b>   | <b>62</b> |
| <b>Vedlegg</b>   | <b>64</b> |

# Figurer

|     |   |    |
|-----|---|----|
| 1.1 | Figuren viser hvordan normaltyngden varierer med breddegrad. Normaltyngde er teoretisk beregnet tyngdeverdi basert på ellipsoiden. I dette tilfellet er normaltyngden beregnet på overflaten til GRS80-ellipsoiden. . . . . | 2  |
| 2.1 | Kartverkets A10-42 absoluttgravimeter. Foto: Kristian Breili. . . . .   | 9  |
| 2.2 | Laserens strålegang inne i et A10 absoluttgravimeter. Hentet fra Breili [2021a]. . .  | 10 |
| 2.3 | Vertikalisering av laser med beam-checker. . . . .  | 11 |
| 2.4 | Til venstre ser vi prinsippet for vertikalt fjærsystem. Til høyre er det et generelt fjærsystem, som blir brukt i LCR gravimetre. Hentet fra Timmen [2010]. . . . .   | 13 |
| 2.5 | LCR G-761 relativgravimeter med digital avlesning. Foto: Kristian Breili. . . . .   | 13 |
| 2.6 | Scintrex CG5 relativgravimeter. Foto: Kristian Breili. . . . .  | 15 |
| 4.1 | Kartoversikt kalibreringsbasisen på Ringerike. . . . .  | 20 |
| 4.2 | Bilder av LCR oppstilt på alle stasjoner i Ringerike. Fra a - e er bildene fra Åsa, Borgergrenda, Eriksrud, Jaklefoss og Ringkollen. . . . .  | 21 |
| 4.3 | Kartoversikt kalibreringsbasis i Jondal. . . . .  | 23 |
| 4.4 | Bilder av stasjonen Jondal-2 a) inne i garasjen, b) sett utenfra. Foto: Vegard Ophaug. 23   |    |
| 4.5 | Bilder av stasjonen Jondal-3 a) inne på rommet med absoluttgravimeteret FG5X-250 oppstilt, b) det nye velkomstsenteret til skianlegget på Folgefonna. Foto: Vegard Ophaug . . . . .   | 24 |
| 5.1 | a) oppstilling på gravimeterskål i stasjonen Borgergrenda, b) instrumenthøyde med gravimeterskål. . . . .   | 26 |
| 5.2 | Kalibreringsmålinger med begge CG5-gravimeterne samtidig, her i stasjonen Jaklefoss. 28   |    |
| 5.3 | Format på resultatfiler for CG5. Hentet fra Breili [2021b] . . . . .  | 29 |
| 5.4 | A10 plassert i bil under transport. . . . .   | 30 |
| 5.5 | A10-42 under måling i stasjonen Jaklefoss på Ringerike. Det settes opp telt rundt instrumentet hvis det er mye vind. . . . .  | 31 |
| 6.1 | Plott av regresjonslinjene (røde) til tidsseriene under stasjonære målinger. . . . .  | 34 |
| 6.2 | Grafisk driftsanalyse av LCR målekampanjer på Ringerike. . . . .  | 35 |
| 6.3 | Instrumentdrift under målekampanjene med CG5. . . . .   | 36 |

---

|      |  |    |
|------|--|----|
| 7.1  | Typisk oppstilling for gradientmåling med Scintrex CG5. Her på Ringerike i punktet Borgergrenda. Til venstre er gravimeteret i øvre posisjon, og til høyre i nedre posisjon. | 40 |
| 10.1 | Det er mulig at punktet i Åsa ikke er på fast fjell, men på en stor stein. . . . .   | 54 |
| 10.2 | Gravingen i nærheten av bolten på Ringkollen under besøk 29. oktober. . . . .  | 55 |
| 10.3 | a) Drift før skalakorreksjon er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner. . .   | 57 |
| 10.4 | a) Drift før ny skalafaktor er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner. . .  | 57 |
| 10.5 | a) Drift før ny skalafaktor er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner. . .  | 58 |
| 10.6 | Driftplott LCR med alternativ driftmodell. . . . .   | 58 |

# Tabeller

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 2.1 | Feilbudsjett for A10 og FG5 instrumenter. Hentet fra Breili [2021a]. . . . .   | 8  |
| 2.2 | Forklaring til ligning (2.10). Geofysiske korreksjoner til absolutte tyngdemålinger. Tall hentet fra [Breili, 2011] og Niebauer et al. [1995] tabell 5. . . . .  | 16 |
| 3.1 | Gravimetre brukt til innmåling og kalibreringsmålinger. Nummereringen på gravimetrene er serienummeret. . . . .  | 18 |
| 4.1 | Stasjonskoordinater på Ringerike, målt inn med CPOS (utenom Ringkollen, som er hentet fra <i>norgeskart.no</i> ). Alle koordinater oppgitt i EUREF89 UTM sone 32. . . .  | 19 |
| 4.2 | Tyngdeverdier målt med A10-42 på Ringerike. Tyngdeverdiene i tabellen er redusert fra referansehøyden til A10 ned til kalibreringshøyden til relativgravimetrene ( $h = 20$ cm) ved hjelp av lokale tyngdegradienter. Det er disse tyngdeverdiene som brukes i beregningene. . . . . | 19 |
| 4.3 | Stasjonskoordinater for basis i Jondal. Kilde: <i>norgeskart.no</i> . . . . .  | 22 |
| 4.4 | Tyngdeverdier målt med A10-42 for basis i Jondal. Tyngdeverdiene i tabellen er redusert fra referansehøyden til A10 ned til kalibreringshøyden til relativgravimetrene på 20 cm. . . . .   | 22 |
| 4.5 | Sammenligning av tyngdeverdi i Jondal-3 med FG5 og A10. . . . .  | 22 |
| 5.1 | Oversikt over stasjonsbesøk og antall målinger i hver stasjon for hver målekampanje på Ringerike. 6+6 indikerer at det ble gjort 6 observasjoner på vei opp og 6 observasjoner på vei ned. . . . .   | 26 |
| 5.2 | Oversikt over stasjonsbesøk og antall målinger i hver stasjon for hver målekampanje med CG5-ene. Antall målinger med CG5-41429 står først og CG5-41475 står i parentes. Tabellen viser datainnsamlingen for både Ringerike og Jondal. . . . .  | 27 |
| 6.1 | Nye driftskonstanter som skal korrigere for lineær stasjonær drift. . . . .  | 34 |
| 6.2 | Avvik og drift for målekampanjene med LCR på Ringerike. . . . .  | 38 |
| 6.3 | Avvik og drift for CG5-41429. . . . .  | 38 |
| 6.4 | Avvik og drift for CG5-41475. . . . .  | 38 |
| 7.1 | Beregnete tyngdegradienter i stasjoner på begge basiser. . . . .   | 42 |
| 8.1 | Skalafaktorer som lå inne i instrumentene under datainnsamling. . . . .  | 43 |

---

|      |   |    |
|------|---|----|
| 8.2  | Økning i total usikkerhet ved flytting av tyngdeverdien fra referansehøyden ( <i>transfer height</i> ) på 100 cm ned til kalibreringshøyden på 20 cm. . . . . | 46 |
| 8.3  | Oversikt over antall tyngdedifferanser observert hver dag med LCR. . . . .  | 47 |
| 8.4  | Oppsett for beregning av tyngdedifferanser for relative målinger med LCR. Indeksene 1 og 2 står for første og andre stasjonsbesøk. . . . .                    | 47 |
| 8.5  | Oversikt over antall tyngdedifferanser observert hver dag med CG5. Likt for begge CG5-ene. . . . .  | 47 |
| 9.1  | Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for LCR G-761. . . . .   | 49 |
| 9.2  | Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for CG5-41429. . . . .   | 50 |
| 9.3  | Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for CG5-41475. . . . .   | 51 |
| 10.1 | Drift for målekampanjene med LCR på Ringerike, bestemt med alternativ metode. . . . .   | 59 |
| 1    | Kalibreringstabell for LCR G-761. . . . .   | 64 |

# 1 Innledning

## 1.1 Kalibreringsbasiser

### 1.1.1 Hvorfor trengs kalibreringsbasiser?

Relative gravimetre har behov for jevnlig kalibrering og instrumentkontroll for å sikre pålitelige målinger. Skalafaktoren i instrumentene, som for eksempel i relativgravimeteret Scintrex CG5 (heretter kalt CG5) konverterer en rå-observasjon i volt til tyngdeverdi i enheten Gal, beregnes da på nytt gjennom å gjøre kalibreringsmålinger på en tyngdebasis. Dette innebærer å måle tyngdedifferanser mellom punkter med kjente tyngdeverdier, og la disse målingene inngå i en utjevning der det estimeres en kalibreringsfaktor bestemt i forhold til den gamle skalafaktoren. For CG5 blir denne kalibreringskonstanten en størrelse som multipliseres med gammel skalafaktor, mens for LaCoste & Romberg modell G (heretter kalt LCR) tolkes kalibreringsfaktoren direkte som en skalafaktor. Det er kjent at skalafaktoren for relativgravimeterne LCR model G og Scintrex CG5 kan endre seg over tid, såkalte *calibration shifts* [Onizawa, 2019].

Til kalibrering brukes egne kalibreringsbasiser, også kalt kalibreringslinjer, som består av to eller flere stasjoner med kjent absolutt tyngde. For å bestemme tyngdeverdien i kalibreringspunktene, måles disse inn med et absoluttgravimeter, som har bedre målenøyaktighet enn de relative instrumentene. Et alternativ er å måle endestasjonene absolutt, og knytte stasjonene mellom disse sammen ved relative forbindelser.

Nøyaktigheten til absolutte stasjoner vil typisk være av størrelsesorden 2-10  $\mu\text{Gal}$ . Dette kommer an på hvilket absoluttgravimeter som har gjort innmålingen. En innendørs stasjon vil ofte være målt inn med et FG5 absoluttgravimeter (heretter kalt FG5), mens i utendørsstasjoner brukes ofte absoluttgravimeteret A10 (heretter kalt A10).

Skalafaktoren som beregnes etter målinger på en kalibreringsbasis, avhenger av tyngdeintervallet på basisen [Seigel et al., 1995]. Seigel et al. [1995] fant at for en kalibreringsbasis med 100 mGal tyngdeintervall, og stasjoner spredt relativt jevnt utover intervallet og kjent med 10-20  $\mu\text{Gal}$  nøyaktighet, kan man regne presisjonen til skalafaktoren til å være i størrelsesorden  $10^{-4}$ . Dette er typisk for de fleste basiser [Seigel et al., 1995]. Den nye skalafaktoren som beregnes skal påføres observasjoner med det aktuelle instrumentet i fremtidige målekampanjer, helt til den igjen estimeres på nytt.

For å sikre en presis bestemmelse av ny skalafaktor, anbefaler Seigel et al. [1995] at følgende hensyntas:

- Bruk en veletablert basis der stasjonene er målt inn med kalibrerte absoluttgravimetre, for eksempel A10 eller FG5.
- Bruk bare stasjoner som er markert og som er intakt, slik at de presist kan bli besøkt på nytt i samme punkt.
- Bruk stasjoner som er langt unna vann som er utsatt for tidekrefter eller regulering, det vil si store forandringer/forflytninger i masse.
- Gjør målinger på dager med lite mikroseismisk aktivitet.

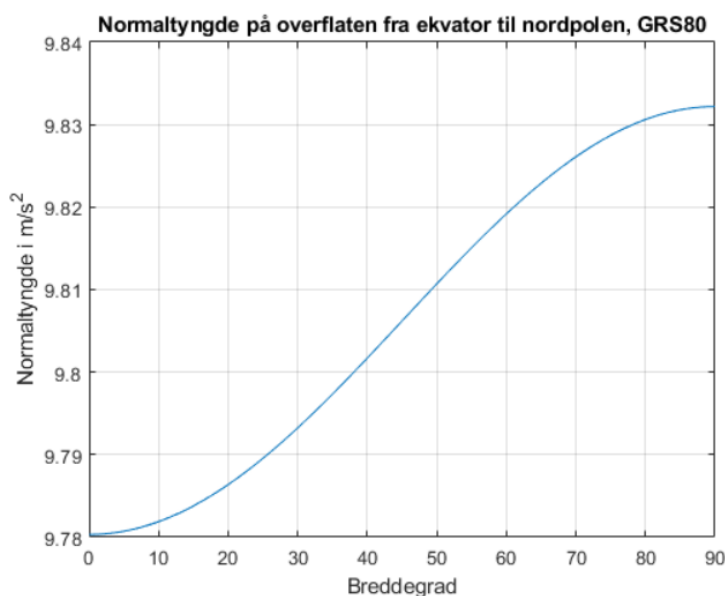
- 
- Korrigjer målingene for tidejordseffekten.
  - Hvis det er stor avstand mellom stasjonene, eller det tar lang tid mellom målingene i hver stasjon, må det vurderes korreksjoner for lufttrykkets virkning på observert tyngde, polvandring og tidevannets last.

Fra LCR manualen er det verdt å merke seg følgende anbefaling [LaCoste and Romberg, 2004]:

- Øverste og laveste stasjon bør ligge såpass nært hverandre at de kan besøkes flere ganger per målekampanje - observeres i lukkede sløyfer. Dette bidrar til større nøyaktighet, og tillater analyse av instrumentenes drift.

## 1.2 Eksempler på kalibreringsbasiser og kvalitetshensyn

Stor tyngdedifferanse mellom kalibreringsstasjonene gir et bedre estimat av skalafaktoren [LaCoste and Romberg, 2004]. Dette kan oppnås ved enten å la punktene befinne seg på forskjellige høyder, eller på ulike breddegrader. En tommelfingerregel er at 100 meter høydeforskjell vil innebære ca. 30 mGal endring i tyngde. Som vist i figur 1.1 varierer teoretisk tyngde med breddegrad, med en forskjell på 5 Gal i andre desimal fra ekvator til Nordpolen. Det er imidlertid lite praktisk for en tyngdebasis å ha punkter på forskjellige breddegrader på grunn av avstand, tidsbruk og drift i instrumentene. Derfor utnyttes som regel tyngdens avhengighet av høyde i etablering av kalibreringsbasiser.



Figur 1.1: Figuren viser hvordan normaltyngden varierer med breddegrad. Normaltyngde er teoretisk beregnet tyngdeverdi basert på ellipsoiden. I dette tilfellet er normaltyngden beregnet på overflaten til GRS80-ellipsoiden.

Kalibreringsbasiser kan være forskjellige fra hverandre når det kommer til egenskaper, dette avhenger av tyngdeintervallet og med hvilken nøyaktighet vi kjenner de absolutte stasjonsverdiene. Noen basiser dekker et veldig stort tyngdeintervall, *wide-range*, som vil si at tyngdeverdien er veldig forskjellig mellom endestasjonene. I slike basiser kan man kontrollere at instrumenter virker gjennom hele dette store intervallet [Vieira et al., 2002]. En slik basis finnes i Spania, og strekker seg fra byen Santander på nordkysten til byen Granada i sør. Den går over flere breddegrader og fjellkjeder. En slik basis gir kalibrering av instrumentet over hele det aksjonsområdet som typisk



---

vil være aktuelt å bruke ved målinger innad i Spania. Med mange stasjoner på denne linjen vil det gi mulighet for å beregne skaleringsfaktorer for ulike intervaller - *interval scale factor*, som vil si skaleringsfaktor som avhenger av avlest tyngdeverdi.

En basis kalles en *microgal line* eller et *microgravity network* hvis dens punkter har presisjon på  $10^{-8}$  m/s<sup>2</sup> (= 1 µGal). Videre kommer noen eksempler på slike eksisterende basiser.

### 1.2.1 Norge

Kalibreringsbasisen i Jondal, Hardanger består av to stasjoner med 1150 meter høydeforskjell og ca. 227 mGal tyngdeforskjell mellom dem. Kalibreringsbasisen på Ringerike har til sammenligning fem stasjoner, 495 m høydeforskjell og ca. 96 mGal tyngdeforskjell. De to basisenes stasjoner har absolutte tyngdeverdier i mikrogal nøyaktighet, og ble målt inn med A10 i 2020. Stasjonene i Jondal har tidligere vært observert med FG5, som gir en enda mer nøyaktig verdi av tyngden  $g$ . Målinger fra disse FG5 kampanjene vil ikke inngå i denne oppgaven.

Stasjonene på begge basiser observert med A10 har en nøyaktighet på ca. 10 µGal. Disse to basisene vil bli beskrevet grundigere i kapittel 4.

### 1.2.2 Østerrike

*Hochkar gravimeter calibration line* (HCL) er en kalibreringsbasis som befinner seg en to timers kjøretur sørvest for Wien, Østerrike. Den ble etablert i 1982, og baserer seg som normalt på tyngdens avhengighet av høyde. HCL dekker et tyngdeintervall på ca. 200 mGal, og består av totalt fire stasjoner. Høydeforskjellen mellom høyeste og laveste punkt er 950 m, og basisen er 20 km lang. Det tar under 30 minutter å suksessivt besøke alle stasjonene med bil. Dette er fordelaktig for kalibrering da det minsker driften i instrumentene under målekampanjer. På en annen side har den store høydeforskjellen innvirkning på måleusikkerheten grunnet endringen i lufttrykk, spesielt på LCR instrumenter [Reuss and Ullrich, 2015]. Av denne grunn kan det være utfordrende å kalibrere dem på HCL, eller andre basiser med store høydeforskjeller. Lufttrykkets innvirkning på målinger vil bli tatt opp i kapittel 2.3 og 10.2.

Stasjonene i HCL ble målt inn absolutt med FG5 i 2014, og nøyaktigheten ligger på rundt 2.5 µGal. Tidligere var stasjonene observert med absoluttgravimeteret JILAg-6.

### 1.2.3 Tyskland

*Hannover vertical calibration line* er en kalibreringsbasis i Hannover, Tyskland. Basisen deles opp i to linjer:

- *Vertical calibration line* på Leibniz Universität Hannover.
- *Harz calibration line* mellom øvre og nedre Harz, et fjellområde i Tyskland som går opp til 1141 m.o.h.

Den vertikale linjen befinner seg i en 20 etasjers bygning med 20 mGal tyngdeforskjell og 64 m høydeforskjell. Gravimeteret transporteres her mellom stasjonene via heis.

Harz-linjen består av tre absolutte stasjoner opprinnelig målt inn med JILAg-3 absoluttgravimeter, men ble i 2013 besøkt på nytt med A10. Disse tre stasjonene dekker et tyngdeintervall på ca. 93 mGal [Timmen, 2021].

Basisen i Hannover ble etablert i 1976-1982 for å undersøke og forbedre skalafaktoren til LCR-instrumenter.

---

I 2004 ble det etablert en basis i de tyske Alpene omkring Garmisch-Partenkirchen, bestående av fire stasjoner med total høydeforskjell på 2200 meter. To av stasjonene ligger nær toppen av Zugspitze, Tysklands høyeste fjell, mens de to andre stasjonene er ved bunnen og toppen av fjellet Wank like i nærheten. Tyngdeforskjellen her er på hele 522 mGal [Timmen et al., 2006]. Hver stasjon er målt absolutt med FG5, og har en nøyaktighet på 2-4  $\mu$ Gal.

Basisen ble opprettet for kalibrering av moderne relative gravimetre, og presisjonen til kalibreringsresultater fra basisen er av størrelsesorden  $5 \cdot 10^{-5}$  [Timmen et al., 2006]. Det ble oppnådd en presisjon på  $1-2 \cdot 10^{-5}$  for to Scintrex CG3 og et CG5 [Timmen et al., 2006].

Denne nye basisen i de tyske alpine skulle være en forbedring av *The gravimeter calibration system Hannover*, fordi den er en *Long-range line*, det vil si dekker over et stort tyngdeintervall. Dette skulle gi en mer presis kalibrering av spesielt de moderne Scintrex gravimetrene.

En annen grunn til at basisen ble opprettet der den ligger, var hensynet til transport mellom stasjonene. Her kan man komme seg raskt og enkelt fra stasjon til stasjon med enten bil eller kabelvogn, noe som er fordelaktig med hensyn til drift i instrumentene. Stasjonene er også innendørs, slik at forholdene for å gjøre målinger er best mulige, og kan gjennomføres hele året. Dette er spesielt viktig her siden stasjonene befinner seg i et alpint miljø, med mye vind, vær og lave temperaturer. Dette kan sammenlignes med stasjonen Jondal-3, som også er høyt oppe i et alpint område, men som likevel er en god stasjon plassert inne i et bygg.

## 1.2.4 Spania

Kalibreringsbasisen *Madrid – Valle de los Caidos gravimetric calibration line* opprettet i 1978 dekker et tyngdeintervall på 121 mGal, og består av 16 stasjoner. Basisen dekker et høydeintervall på 753 meter, og strekker seg 60 km fra Madrid til fjellene i nordvest. Basisen har to absolutte stasjoner, en i hver ende, hvor det med årene er målt gjentatte ganger med et JILAg-5 absoluttgravimeter. Tyngdeverdiene i de absolutte stasjonene er kjent med en nøyaktighet på 4-6  $\mu$ Gal [Vieira et al., 2002]. De 14 stasjonene som befinner seg imellom endestasjonene er knyttet sammen gjennom relative forbindelser. Tyngdeverdiene i disse stasjonene er bestemt med en presisjon på rundt 7  $\mu$ Gal. De har kalibrert 16 relative gravimetre på denne basisen, både LCR modell G og D, samt Scintrex.

Basisen ble opprettet for å utnytte fordelene av tyngdeforskjellen som fantes mellom de to absolutte stasjonene i Madrid og Valle de los Caidos, selv om avstanden mellom dem er nokså lang. Avstanden er mye større enn mellom stasjonene på basisene i Norge. Det er tatt hensyn til fremkommelighet til punktene under oppretting av punkter imellom endestasjonene. Vieira et al. [2002] mener det er essensielt for en basis at stasjonene er lett tilgjengelige, og på denne basisen kan alle 14 stasjoner nås med bil, og alle 14 mellomstasjoner pluss endestasjoner kan besøkes i løpet av en dag. De absolutte stasjonene ligger inne i bygg, og i rom som kan temperaturkontrolleres slik at måleforholdene er stabile og instrumenter kan stå på over lengre tid.

---

### 1.3 Vedlikehold av basiser

Tyngdekraften endrer seg over tid fordi massene rundt målepunktene er i stadig endring. I Norge er landhevning etter siste istid (Glacial Isostatic Adjustment - GIA) hovedårsaken til langtidsendringer i tyngdeverdier. Landhevningen gjør at observasjonspunktene gjennomgår en vertikalforflytning, og da endrer tyngdekraften seg grunnet tyngdefeltets negative gradient. Derfor er det viktig å jevnlig repetere målinger i punkter som definerer basiser. Da får man kontroll på langtidsendringen i tyngdens akselerasjon på stedet, og målingene kan også få nytte i andre sammenhenger, for eksempel i studier av geodynamiske prosesser som GIA og hydrologi. Dette gjelder spesielt for basisen i Jondal, der det ene punktet ligger nært isbreen Folgefonna som de siste årene har gjennomgått en betydelig avsmelting.

Punkter som definerer basiser bør jevnlig observeres absolutt for å overvåke stabiliteten. Lange tidsserier med målinger vil kunne oppdage tyngdeforandringer i punktene, og dermed holde basisene pålitelige i forhold til kalibreringer.

Til eksempel ble det i den ene absolutte stasjonen på HCL i 2014 oppdaget en forskjell på 21  $\mu\text{Gal}$  sammenlignet med målinger fra 1988 og 1995. Tyngdeverdien var blitt 21  $\mu\text{Gal}$  mindre, og dette skyldtes renovering av omkringliggende bygninger.

I Jondal ble stasjonen Jondal-1 erstattet med Jondal-3 da det ble bygget nytt velkomstsenter oppe ved skisenteret.

### 1.4 Målet med denne oppgaven

Målet med denne oppgaven var å bistå i etableringen av en ny kalibreringsbasis for relativgravimetre på Ringerike. Etableringen av basisen innebar absolutte innmålinger med A10 absoluttgravimeter, og bestemmelse av vertikale tyngdegradienter med Scintrex CG5 relativgravimeter. Denne basisen ble så brukt til kalibrering av ny skalafaktor for NMBU sitt LaCoste & Romberg G-761 gravimeter og Kartverkets to Scintrex CG5 gravimetre.

Mulige feil (signifikante forskjeller) i eksisterende skalafaktorer i instrumentene kan oppdages gjennom kalibreringsmålinger på en tyngdebasis, som sammenlignes med absolutte tyngdeverdier.

For Scintrex CG5-instrumentene ble kalibreringsfaktor som gir ny skalafaktor, beregnet med data fra både Ringerike og basisen i Jondal. Det skulle videre analyseres hva som oppnås ved å bruke data fra kun Ringerike, mot data fra både Ringerike og Jondal. Dette for å kunne si noe kvaliteten, og om praktiske fordeler og ulemper med tanke på lokalisering av basisene, samt deres egenskaper.

All data som ligger til grunn for denne oppgaven ble samlet inn i 2020, med unntak av måling av tyngdegradient i den ene stasjonen i Jondal.

## 2 Gravimetri

Observasjoner av tyngdekraftens vertikale komponent, kalt tyngden eller tyngdens akselerasjon  $g$ , er viktige for å beskrive jorden og dens fysikk. Tyngde er fundamentalt viktig i geodesi, der tyngdevektoren er det eneste som kan gi en fysisk meningsfull definisjon av begrepene opp og ned. Tyngden er ikke til å unngå i definisjonen av høydesystemer [Ophaug et al., 2013].

Tyngdens akselerasjon i et punkt på jordoverflaten er et resultat av gravitasjonen forårsaket av jordens masse, og sentripetalakselerasjon som kommer av at jorden roterer [Pettersen and Harsson, 2014]. Den varierer i verdi overalt på jordens overflate.

Jorden er flattrykt ved polene, og dette sammen med topografien på overflaten gjør at punkter kan variere stort i avstand fra massesenteret. Dette påvirker tyngdens verdi. Tyngdekraften øker fra ekvator mot polene, og den har negativ gradient - tyngdekraften avtar med høyden.

Enhet for akselerasjon i SI-systemet er  $\text{m/s}^2$ . I geodesi benyttes ofte enheten Gal, oppkalt etter Galileo Galilei, ( $1 \text{ Gal} = 1 \text{ cm/s}^2 = 0.01 \text{ m/s}^2$ ) for å beskrive tyngdens akselerasjon. Tyngdemålinger gjøres med stor presisjon, derfor oppgis verdier ofte i milligal (mGal) eller mikrogal ( $\mu\text{Gal}$ ) [Timmen, 2010].  $1 \mu\text{Gal} = 10^{-8} \text{ m/s}^2$ .

Å måle tyngde eller tyngdeforskjeller kalles gravimetri, og vil si empirisk bestemmelse av tyngdens akselerasjon  $g$  og dens deriverte. Den deriverte (partiellderivert i vertikal retning) kalles tyngdegradienten ( $\gamma$ ), og har en viktig rolle i beregninger ved at den lar oss overføre observert tyngde fra en høyde til en annen. I dag kan gravimetrisk målinger gjøres terrestrisk, til sjøs, i fly og fra satellitt. Denne oppgaven tar kun for seg terrestrisk gravimetri.

Absolutt- og relativgravimetri er målemetodene som lar oss observere tyngden  $g$  i et punkt. Det lar oss også observere og beregne endringer i tyngde over tid med stor nøyaktighet [Timmen, 2010]. For høy målenøyaktighet må målingene korrigeres for gravitasjonskrefter fra sol og måne, og de temporære effektene dette medfører på deformasjon og orientering av jordkloden [Pettersen and Harsson, 2014]. I Norge gir GIA en reduksjon av  $g$  med tiden av størrelsesorden  $1 \mu\text{Gal}$  i året eller mindre avhengig av hvor i landet man observerer [Pettersen and Harsson, 2014].

Endringer i tyngde skyldes endring i masse eller masseforflytninger, og på denne måten har gravimetri fått en rolle innen klimaforskning og geofysiske analyser. Gravimetrisk undersøkelser kan for eksempel brukes til å studere GIA. Et annet eksempel er overvåking av grunnvannet, hvor det blant annet i Hannover, Tyskland er gjort gravimetrisk målinger over lang tid. Tyngden i målepunktet synker i verdi fra 1985, og studien kan ikke utelukke at dette er på grunn av endringer i grunnvannstanden [Timmen, 2010].

Absolutte tyngdemålinger er målinger knyttet direkte til lengde- og tidsstandardene, og definerer derfor sin egen referanseramme. I dag utføres denne typen målinger i hovedsak ved hjelp av fritt-fall-instrumenter, hvor det måles hvor fort en testmasse i et vakuumkammer akselererer mot jordens overflate. For fritt-fall-instrumentene A10 og FG5 observeres avstandene ved hjelp av interferometriske målinger med laserlys, og avstandsmålingene tidsmerkes ved hjelp av en atomklokke [Niebauer et al., 1995]. Absolutte tyngdemålinger er per nå den eneste geodetiske observasjonsteknikken som er uavhengig av en ekstern referanseramme [Breili, 2011]. Det medfører at målinger gjort i dag vil være konsistente med målinger om 100 år, så lenge de relateres til de samme standardene for tid- og lengdebestemmelse.

---

Relative tyngdemålinger observerer kun tyngdedifferanser, og er derfor typisk brukt til å fortsette tyngdenettverk med kjente absoluttverdier. Relativgravimetri brukes også for å beregne vertikale tyngdegradienter, som er viktig for å kunne flytte tyngdeverdien fra en referanse høyde (1.0 m for A10) til en ønsket høyde, ofte ned til toppen av en bolt det er målt over. Tyngdefeltet har en negativ gradient, som vil si at tyngden minker i positiv høyderetning - som er oppover. Denne endringsraten er ikke lik for alle steder, den avhenger av observasjonspunktet (for eksempel fjelltopp eller midt i en by) og lokale massevariasjoner. Den må av denne grunn observeres og beregnes.

Hvorvidt tyngdeverdien må flyttes fra en høyde til en annen avhenger av anvendelsen. Hvis det for eksempel skal dannes fastmerker til et tyngdenettverk, reduseres verdien til bolthøyden, siden forskjellige instrumenter vil bli oppstilt i forskjellige høyder over boltene. Dersom det kun skal observeres tidsserier med absoluttgravimetri vil typisk  $g$ -verdien bli beholdt i referanse høyden til absoluttgravimeteret for å sikre størst mulig nøyaktighet.

## 2.1 Absoluttgravimetri

En absolutt tyngdemåling bestemmer tyngden  $g$  i et punkt ved hjelp av de fundamentale størrelsene lengde og tid [Torge and Müller, 2012]. Gjennom historien har det blitt brukt pendel- og fritt-fall-instrumenter for bestemmelse av  $g$ . Pendel-instrumenter brukes ikke lenger, men var enerådende i gravimetrien i 300 år [Torge and Müller, 2012]. Disse instrumentene baserer seg på observasjon av svingeperioden og lengden til en pendel med en testmasse hengende i enden, for deretter å avlede tyngden. Pendelinstrumentene fra 1800-tallet var sofistikerte instrumenter med pendler laget av for eksempel messing plassert inne i vakuumkammer. I dag brukes teknologisk avanserte fritt-fall-instrumenter for tyngdemåling, for eksempel A10 som beskrives nærmere nedenfor.

Det som påvirker tidsserier av absolutte tyngdemålinger i størst grad, er langtidsendringer i høyden ved for eksempel GIA. Over kortere tid kan for eksempel masseforflytninger, som tunnelarbeider og utfylling av stein i nærområdet eller hydrologiske effekter også medføre endringer i en stasjons tyngdeverdi med flere titalls mikrogal. Dette er langt større verdier enn GIA-effekten. Absoluttgravimetri kan da definere og kontrollere høydesystem ved å se at punktene ligger i ro eller beveger seg opp eller ned [Timmen, 2010].

Absolutte tyngdemålinger gir innsikt i hvordan jordens massefordeling varierer med tiden grunnet geofysiske prosesser. Studier av tyngdefeltet kan på denne måten gi kunnskap om de bakenforliggende geofysiske prosessene.

### 2.1.1 Måleprinsippet til et fritt-fall absoluttgravimeter

Fritt-fall absoluttgravimetre observerer tyngden i et punkt på jorden, basert på bevegelsesligninger og observasjoner av hvordan en testmasse i fritt fall akselererer mot bakken i et vakuumkammer [Torge and Müller, 2012]. Fritt fall instrumenter bruker et enkelt måleprinsipp, men instrumentene er svært komplekse.

En målekampanje består ofte av flere tusen enkeltdropp av testmassen, og for hvert dropp gjøres det flere hundre observasjoner av tid og avstand. Disse målingene beskriver da den vertikale forflytningen til testmassen gjennom droppet. Avstandsobservasjoner gjøres med interferometriske målinger med laserlys, og disse avstandsobservasjonene tidsmerkes ved hjelp av en rubidium atomklokke.

Bruk av atomklokke og laserlys gjør at målingene er knyttet til absolutte internasjonale standarder, og dermed er gravimeteret et absoluttgravimeter.

Målingene som blir gjort går inn som observasjoner i en minste kvadraters utjevning der en ballistisk ligning fungerer som observasjonsligning. Tyngdens akselerasjon er en av parameterne det løses for i denne utjevningen. I ligning (2.1) vises den ballistiske ligningen Niebauer et al. [1995] bruker.

$$z_i = z_0 + v_0 \tilde{t}_i + \frac{1}{2} g_0 \tilde{t}_i^2 + \frac{1}{6} \gamma v_0 \tilde{t}_i^3 + \frac{1}{24} \gamma g_0 \tilde{t}_i^4 \quad (2.1)$$

$$\tilde{t} = t_i - \frac{(z_i - z_0)}{c} \quad (2.2)$$

I ligning (2.1) er  $z_0$ ,  $v_0$  og  $g_0$  parameterne det løses for, og de er henholdsvis posisjonen til testmassen, startfarten til testmassen og tyngdeverdi i  $\tilde{t}_0$ . Disse estimerte parameterne vil gjelde for  $t_0 = 0$ .  $\gamma$  er den vertikale tyngdegradienten. Observasjonene fra absoluttgravimeteret er tid  $t_i$  og avstand  $z_i$ . Med denne ligningen blir estimert tyngdeverdi  $g_0$  referert til  $t_0$ , og ikke en spesifikk posisjon. Likevel kan høyden til testmassen i  $t_0$  estimeres fra ligningen ( $z_0$  i ligning (2.1)).  $z_0$  blir avstanden mellom testmassens posisjon i  $t_0$  og gravimeterets definerte origo.

Ligning (2.2) brukes fordi lysfarten  $c$  ikke er uendelig stor. Lyset bruker tid fra det reflekteres fra testmassen til det treffer interferometerets lysdetektor. Denne forsinkelsen avtar gjennom droppet, siden avstanden mellom testmassen og lysdetektoren avtar når testmassen faller [Niebauer et al., 1995].

FG5-serien av absoluttgravimeterne fra *Micro-g LaCoste* er per dags dato et av de mest avanserte instrumentene, og gir mest nøyaktig bestemmelse av tyngden [Timmen, 2010]. FG5 instrumentet ansees som et laboratorium/innendørsinstrument, og har en målenøyaktighet på 1-2  $\mu\text{Gal}$ . Forløperen til FG5 var fritt-fall-instrumentet JILA-g, som kom i flere utgaver og produsert av Universitet i Colorado [Timmen, 2010]. A10, også produsert av *Micro-g LaCoste*, er det mest nøyaktige feltinstrumentet, og gir en målenøyaktighet på ca. 10  $\mu\text{Gal}$  i utendørs stasjon [Timmen, 2010]. For å oppnå disse nøyaktighetene med fritt fall målinger, må korreksjoner for geofysiske fenomener påføres målingene. Disse korreksjonene beskrives nærmere i delkapittel 2.3. Feilbudsjett for instrumenter av typene A10 og FG5 vises i tabell 2.1. Her ser vi at de instrumentspesifikke bidragene til FG5 sin usikkerhet er lavere enn gravimetrene av A10-typen.

Tabell 2.1: Feilbudsjett for A10 og FG5 instrumenter. Hentet fra Breili [2021a].

|                             | <b>A10</b> ( $\mu\text{Gal}$ ) | <b>FG5</b> ( $\mu\text{Gal}$ ) |
|-----------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
| Tidejord (gj.snitt)         | 0.07                           | 0.07                           |
| Tidevannets last (gj.snitt) | 0.01                           | 0.01                           |
| Lufttrykk                   | 1.00                           | 1.00                           |
| Polbevegelse                | 0.05                           | 0.05                           |
| Laser                       | 0.05                           | 0.05                           |
| Klokke                      | 0.50                           | 0.50                           |
| System (setup)              | 3.00                           | 1.60                           |
| Tyngdegradient              | 1.0                            | 1.00                           |
| System (type)               | 10.0                           | 1.10                           |
| + måleusikkerhet            |                                |                                |
| Total usikkerhet            | 10-11 $\mu\text{Gal}$          | 1-2 $\mu\text{Gal}$            |

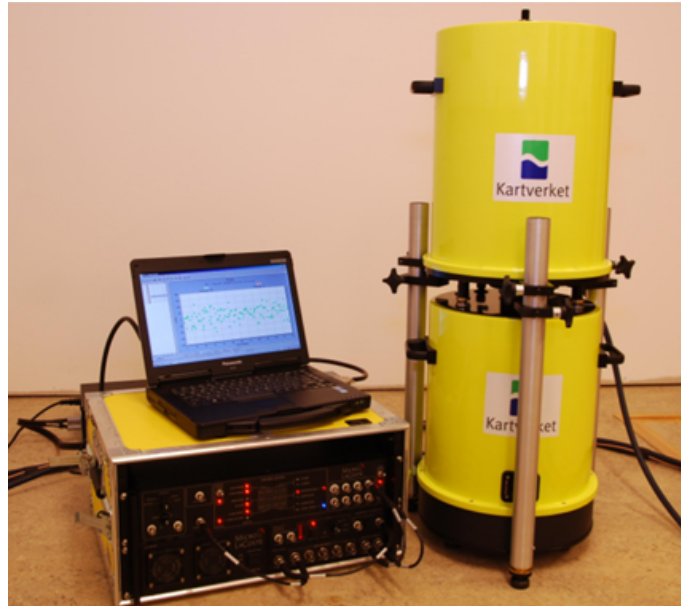
De siste årene har det kommet såkalte kvante-gravimetre, som bruker enkeltatomer som testmasse [Ménoret et al., 2018]. Disse instrumentene er på samme nøyaktighetsnivå som FG5.

---

## 2.1.2 A10 absoluttgravimeter

Figur 2.1 viser hovedkomponentene til A10. Den øvre delen inneholder droppkammeret, mens i den nedre delen er laseren, interferometeret og superspringen (fjæren). Begge delene er vannbeskyttet og temperaturkontrollert, slik at målinger kan gjennomføres utendørs i både kalde og varme omgivelser.

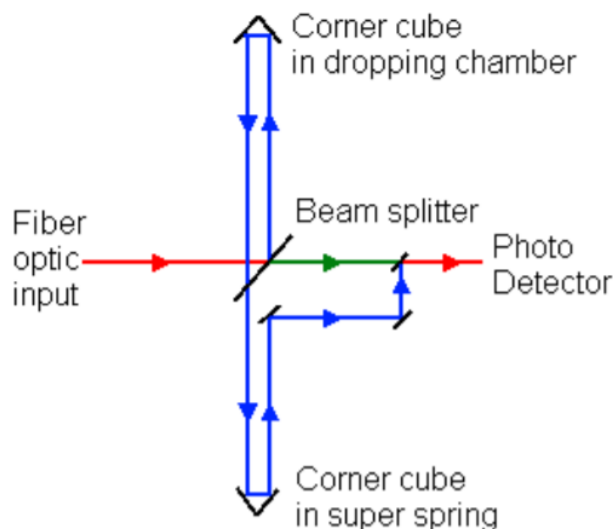
I tillegg til disse sensordelene er det en elektronikkboks, strømforsyning og en bærbar PC.



Figur 2.1: Kartverkets A10-42 absoluttgravimeter. Foto: Kristian Breili.

I droppkammeret, der testmassen droppes, opprettholdes vakuemet ved at en ionepumpe suger ut ladde partikler. På denne måten bremses ikke testmassen av luftmotstand gjennom fallet. Testmassen er et retrorefleksivt glassprisme plassert inni en liten boks. Retrorefleksivt betyr at prismet reflekterer innkommende laserlys med den samme vinkelen som det kom. Boksen er festet til en heis som løfter den tilbake til utgangsposisjon etter hvert dropp. Selve droppet er på ca. 10 cm, og tyngden beregnes for 1.0 m over bakken. Høyden tyngden beregnes for settes opp via programvaren, og Kartverket har valgt 1.0 m som målingenes referanseshøyde.

For avstandsmålingene ledes lyset fra laseren inn i interferometeret, og splittes her i en referansestråle og en teststråle, se figur 2.2. Lengden til teststrålen varierer med tiden siden testlegemet faller mot bakken, mens lengden til referansestrålen vil være konstant. Dermed vil faseforskjellen mellom disse to variere kontinuerlig med tiden. Da kan avstandsmålinger utledes ved å se på konstruktiv og destruktiv interferens mellom disse strålene, og avstandene tidsmerkes som sagt med atomklokken [Breili, 2011].



Figur 2.2: Laserens strålegang inne i et A10 absoluttgravimeter. Hentet fra Breili [2021a].

A10 gjør målinger med to bølgelengder, med den hensikt at gjennomsnittet av de to bølgelengdene forandrer seg mindre over tid enn hva de to bølgelengdene gjør hver for seg [Breili, 2021a].

Superspringen, som holder et glassprisme som skal reflektere teststrålen, bidrar til å isolere strålegangen til teststrålen for mikroseismikk [Breili, 2021a]. Mikroseismisk støy kan skyldes bølger i havet som treffer kystlinjer med relativt jevne perioder, og på denne måten skape små bevegelser i jordskorpen. Effekten er størst på øyer (for eksempel Irland), men kan også til tider være problematisk selv på midten av store kontinenter [Scintrex System Autograv TM]. Hensikten er at glassprismet skal holde seg i ro selv om instrumentet og omgivelsene opplever små bevegelser, bevegelser som ikke skal få påvirke teststrålens lengde.

Vellykket vertikalisering av laseren er avgjørende for en god måling med A10, og gjøres før målinger kan starte. For vertikalisering plasseres en kikkert, kalt *beam-checker*, med spritbad oppå superspringen (figur 2.3). Hvis det er mye vind settes det opp telt rundt instrumentet, for å ikke få bevegelse i spritbadet, se figur 5.5. Med beam-checkeren kan man observere test- og referanselaserstrålen, som vil se ut som to røde prikker. To brytere justeres deretter slik at de to røde prikkene overlapper. Når avbildningen av disse to sammenfaller, vil teststrålen være vertikal og sikrer måling av testmassens vertikale forflytning. Gjøres ikke dette, kan det observeres lavere tyngdeverdi - ca.  $4 \mu\text{Gal}$  - enn det faktisk er [Breili, 2021a]. Dette gjelder hvis de to strålene ligger inntil hverandre uten å overlappe. Hvis de ikke overlapper i det hele tatt, vil det trolig være umulig å gjennomføre målinger siden interferens mellom test- og referansestrålen ikke vil inntreffe.





Figur 2.3: Vertikalisering av laser med beam-checker.

A10 kan gi gode målinger på nesten alle underlag, for eksempel på asfalt, fjell, betong, is og snø. Det er ikke nødvendig å måle med instrumentet orientert i flere retninger for eliminering av Corioliskraften. Denne kraften påvirker kun målingene dersom testmassen har en horisontal bevegelseskomponent. I tilfelle A10 er effekten tilnærmet lik null fordi heisen akselereres gjennom en senterbevegelse. For FG5 akselereres heisen ved at kraften fra drivbeltet kun virker på heisens ene side, og på denne måten vil testmassen kunne få en tilt (heisen akselererer raskere enn  $g$  ved initialisering av droppet) slik at en horisontal bevegelseskomponent oppstår [Breili, 2021a]. Under A10 målinger gjorde vi likevel alltid oppstilling med låseskruen mot nord for å være konsistente.

*Total Uncertainty* fra prosesseringsrapporten brukes som usikkerhetsestimert for A10 målingene. Denne verdien er nesten alltid lik ca.  $10 \mu\text{Gal}$  siden de instrumentspesifikke bidragene til usikkerheten alltid er de samme, og disse dominerer feilbudsjettet (se tabell 2.1).

---

## 2.2 Relativgravimetri

Relativgravimetri brukes til å observere tyngdedifferanser mellom ulike steder, eller for samme sted men mellom forskjellige høyder til beregning av vertikale tyngdegradienter. Instrumentene er mindre og lettere å håndtere enn absolutte, og derfor mer egnet til feltarbeid. Selv om A10 er et feltinstrument, er det store forskjeller i tidsbruk og praktiske hensyn i forhold til målekampanjer med CG5 eller LCR.

Relativgravimetri bidrar til [Timmen, 2010]:

- Beregne tyngdegradienter.
- Fortsette tyngdenettverk, øke mengden observasjoner i regionale områder for blant annet geoideberegning.
- Overvåke tyngdeverdier i områder for å observere endringer i tyngde med tiden.
- Fly og marine tyngdemålinger, med forutsetning at relativgravimeteret er plassert på en gyro-stabilisert plattform.

I lang tid var LCR gravimetre (fra 1959) de mest brukte instrumentene, men etter hvert kom Scintrex gravimetrene og i 2003 kom CG5 [Timmen et al., 2006]. CG5 er en videreutvikling av forgjengeren CG3. Både LCR og CG5 er fjærvektsgravimetre, som utnytter at tyngden virker på en testmasse hengende i en fjær.

Relativgravimetre bruker en motvekt til å holde en testmasse i likevekt med tyngdekraften. Motvekten for LCR og CG5 er en fjær. En endring i tyngdekraft blir observert gjennom endringen i testmassens posisjon relativt gravimeterhuset, som vil si endringen i fjærens utstrekning. En verdi for tyngde utledes deretter gjennom en observasjonsligning. Den fundamentale observasjonsligningen for relativgravimetri er ligning (2.3).

$$z_i = g_i - N_0 - D \cdot t - \Delta s \cdot z_i \quad (2.3)$$

I ligning (2.3) er  $z_i$  tyngdeavlesning (skalert og tidejordskorrigert) i stasjon  $i$ ,  $g_i$  er korresponderende absolutte verdier,  $N_0$  er bias mellom relativ avlesning og absoluttnivå,  $D$  er en ukjent lineær drift med tiden og  $\Delta s$  er en mulig skalakorreksjon. Observasjonsligningen som brukes i denne oppgaven er en justering av denne, og vil bli beskrevet i delkapittel 8.3.

Forventet presisjon for observasjoner med LCR modell G er av størrelsesorden 10-20  $\mu\text{Gal}$  [Ophaug et al., 2013], og for CG5 er den under 5  $\mu\text{Gal}$  [Scintrex Ltd].

### 2.2.1 Måleprinsippet til fjærvektsgravimetre

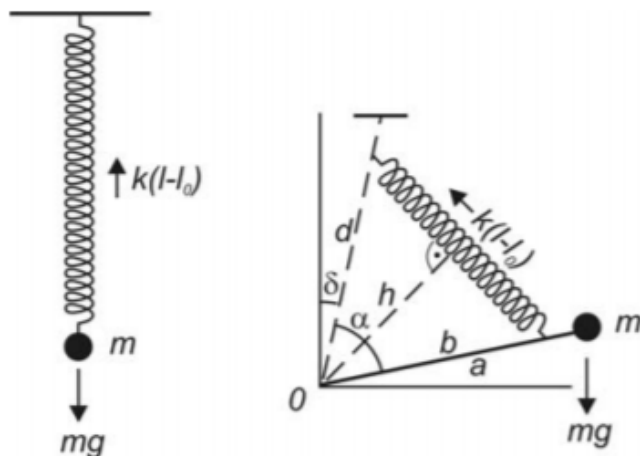
Fjærvektsgravimetre kan generelt beskrives gjennom Hookes lov. En fjær skaper en motvekt som holder en testmasse i likevekt med tyngdekraften. Ut ifra ligning (2.4) kan vi ved å observere endring i fjærens utstrekning  $\Delta l = l - l_0$ , beregne  $g$ .

$$mg = k(l - l_0) \quad (2.4)$$

I ligning (2.4) er  $k$  fjærkonstanten,  $m$  er masse til testmassen,  $l$  er fjærlengde med belastning og  $l_0$  er fjærlengde uten belastning. For å bestemme  $\Delta g$  trenger vi å måle endringen i fjærens lengde  $\Delta l$ . Bestemmelse av  $k/m$  vil si å bestemme skalafaktoren, altså overgangen fra  $\Delta l$  til  $\Delta g$ .

$$\Delta g = \frac{k}{m} \cdot \Delta l \quad (2.5)$$

Målingen av fjærens lengdeendring  $\Delta l$  må være svært nøyaktig for god bestemmelse av  $\Delta g$ . For å oppnå en presisjon på 10  $\mu\text{Gal}$  eller bedre, må den mekaniske sensitiviteten til systemet være på noen tidels nanometer over tid [Timmen, 2010].



Figur 2.4: Til venstre ser vi prinsippet for vertikalt fjærsystem. Til høyre er det et generelt fjærsystem, som blir brukt i LCR gravimetre. Hentet fra Timmen [2010].

Et LCR modell G gravimeter er et mekanisk fjærvæktgravimeter der en testmasse hengende i en metallfjær utsettes for tyngdekraft. Instrumentet bruker et generelt fjærsystem. I et vertikalt fjærsystem vil en endring i tyngden gi en veldig liten endring i fjærens lengde. Dette er grunnen til at man bruker et generelt fjærsystem i LCR, og dette øker følsomheten voldsomt. Dette gjør også kraftbalansen mer komplisert, se figur 2.4.



Figur 2.5: LCR G-761 relativgravimeter med digital avlesning. Foto: Kristian Breili.

---

Ligning (2.4) for likevekt mellom momentet fra tyngdekraften  $mg$  og fjæren  $k(l - l_0)$  kan for et generelt fjærsystem skrives som:

$$mg a \sin(\alpha + \delta) = k(l - l_0)h = k(l - l_0)b\frac{d}{l} \sin(\alpha) \quad (2.6)$$

Dette viser at det er en ikke-lineær sammenheng mellom tyngde  $g$  og vinkel  $\alpha$ .

For LCR er altså fjæren skråstilt og har en egenskap kalt *zero-length*. Det vil si, fjæren har lengde null hvis den ikke er i strekk. På denne måten økes gravimeterets følsomhet med en faktor på 2000 sammenlignet med loddrett fjær [Torge and Müller, 2012].

Hvis det settes inn for betingelsene:

$$l_0 = 0 \text{ (zero-length) og } \alpha + \delta = 90^\circ \quad (2.7)$$

Så vil ligning (2.6) forenkles til:

$$mg \alpha = k b d \sin(\alpha) \quad (2.8)$$

Og vi velger vinklene:

$$\alpha \rightarrow 90^\circ \text{ og } \delta \rightarrow 0^\circ \quad (2.9)$$

Betingelsene i ligningene (2.7) og (2.9) er implementert i LCR gravimetre.

Både LCR modell G og CG5 dekker hele klodens tyngdeintervall (*gravity range*), som vil si at man kan måle med dem over hele jorden. Det er likevel noen hensyn man må ta under målinger med LCR med digital avlesning, dette blir forklart i delkapittel 5.1. Scintrex CG5 bruker et vertikalt system, med en fjær laget av kvarts [Timmen, 2010]. CG5 er mindre mekanisk å operere, for eksempel trenger man ikke å låse fjæren manuelt før flytting. Bilder av henholdsvis LCR og CG5 er vist i figurene 2.5 og 2.6.

CG5 har en annen elektronisk avlesning enn LCR (ALI0D100), og som sagt en annen type fjær. En stor fordel med kvartsfjæren til CG5 er at den er robust under transport, selv uten en mekanisme som låser den [Crossley et al., 2013]. Dette er i motsetning til metallfjæren i LCR som trenger en mekanisme for låsing av fjæren under transport. LCR instrumenter er på denne måten utsatt for skader som er kjent for å resultere i høy drift [Crossley et al., 2013]. CG5 har også en stor fordel i sin automatiske avlesning og tiltkompensasjon.

En kvartsfjær er en mye lettere fjær enn en metallfjær, derfor er testmassen mindre, typisk bare 5 mg. Dette gjør at sensoren er relativt liten, og dermed minker presisjonen sammenlignet med en metallfjær [Crossley et al., 2013]. Med metallfjær er det vanlig med en 15 mg testmasse.

Med et Scintrex CG5 har man en heldigital produksjonsløype som eliminerer muligheten for skrivefeil og feiltolkning av håndskrevne resultater. Systemet gir automatisk utregning og påføring av tidejordskorreksjon, og mulighet for å midle målinger over et brukerdefinert intervall (DUR, se figur 5.3).

For å tilbakeføre testmassen til en definert referanseposisjon (nullposisjon), skjer dette på eldre instrument ved mekanisk kompensasjon. I nyere instrument, som moderniserte LCR instrumenter med elektronisk feedback system og CG5 instrumenter, justeres posisjonen med elektrostatisk krefter. Den bevegelige midtre platen i en 3-delig platekondensator festes til testmassen, som tillater en elektronisk registrering av dens posisjon og tilbakeføring til nullposisjon.

En stor fordel med nyere eller moderniserte instrumenter med elektronisk feedback er at det sikrer mer nøyaktige avlesninger enn ved mekanisk avlesning. Det hjelper også spesielt ved at vi unngår periodiske feil grunnet *slark* i gir-skrue-systemet [Timmen and Gitlein, 2004].



Figur 2.6: Scintrex CG5 relativgravimeter. Foto: Kristian Breili.

Basert på oppfinnelsene til LaCoste & Romberg, laget firmaet ZLS Corporation fra USA et relativgravimeter *Burriss Gravity Meter* (ZLS 2007), som er en videreutvikling av LCR modell G og kan regnes som *state-of-the-art* [Timmen, 2010].

## 2.3 Tidejord og andre geofysiske korreksjoner

Jorden blir utsatt for periodiske krefter som deformerer jordskorpen, og dermed gir lokale, regionale og globale endringer i tyngdens akselerasjon. Effekter som tidejord og tidevannets last er synlig i terrestrisk gravimetri [Torge and Müller, 2012]. Dette observeres under målinger på Ringerike og i Jondal når man måler to ganger i samme punkt i løpet av en dag, og ikke får samme avlesning. Dette er, i tillegg til drift i instrumentet, fordi det går timer mellom besøkene av samme stasjon, og dermed har tidejordskreftene som virker på stasjonsområdet forandret seg fra det ene observasjonstidspunktet til det andre.

Gravitasjonskrefter fra solen og månen, og til dels andre planeter utsetter jorden for tidekrefter. Jorden er et elastisk legeme, i tillegg til at deformasjonen den opplever som følge av tidekreftene er elastisk. Elastisk deformasjon betyr at jorden går tilbake til utgangsformen når den deformerende kraften opphører. Tidekrefter virker også på havet (tidevann) og – i mye mindre grad – atmosfæren [Torge and Müller, 2012].

Omkring ekvator kan deformasjonseffekten grunnet tidejord være opptil 40 cm i løpet av en dag, men maksimal variasjon i tyngde vil holde seg under 300  $\mu\text{Gal}$  [Timmen, 2010]. Presise efemerider av månen og solens posisjon i forhold til jorden lar oss beregne effekten av tidejord. De største komponentene i tideeffektene oppfører seg periodisk på rundt 12 og 24 timer [Timmen, 2010].

I tillegg til tidejord, er det en annen tidekraft som påvirker tyngdemålinger, kalt tidevannets last. Dette påvirker tyngden ved at masser - havet - beveger seg og samler seg opp på ulike steder i løpet av en dag, og tyngde er avhengig av masser (f.eks. massetetthet, massevariasjoner og avstand

til massesenter). Denne effekten kommer også av solens og månens tiltrekningskrefter. At massene flytter på seg fører til deformasjon av jordskorpen, som direkte fører til endring i tyngde. Denne effekten påvirker tyngdemålinger selv langt fra kysten [Jentzsch, 1997].

Tidevannets last er sterkt korrelert med tidevannets høyde, og korreksjonen avtar med økt avstand fra havet [Breili, 2011]. For eksempel i Jondal gir prosesseringen av A10 målingene en korreksjon på 0.20  $\mu\text{Gal}$  i Jondal-2, mens i Jondal-3, som er lengre unna havet (se figur 4.3 for geografisk plassering av stasjonene), er korreksjonen på 0.12  $\mu\text{Gal}$ . Effekten av tidevannets last er mye mindre enn tidejord, og disse effektene er ikke synkronisert med hverandre.

Polvandring påvirker tyngden ved at jordens rotasjonsakse endrer seg, og dermed endrer et steds sentripetalakselerasjon [Timmen, 2010]. Gjennom et år kan denne korreksjonen variere mellom  $\pm 3 \mu\text{Gal}$  i Norge [Breili, 2011]. For utregning av korreksjonen lastes det ned polkoordinater for observasjonstidspunktet fra nettsidene til *International Earth Rotation and Reference Systems Service* - IERS.

I forhold til varierende atmosfærisk lufttrykk, må lokalt lufttrykk observeres på stedet. Dette fordi lufttrykket påvirker tyngden gjennom at luft også er masser som presser på jordskorpen. Effekten kan forårsake en deformasjon i et observasjonspunkt på 1.0 cm [Timmen, 2010]. Massen av luft over instrumentet varierer, som igjen innebærer at gravitasjonskreftene fra luftmassene varierer.

I tillegg til de fire nevnte korreksjonene, kan lokale fenomener som snødekke og varierende grunnvannstand påvirke målingene. Dette kan skape sesongvariasjoner i tyngdemålingene i størrelsesorden flere titalls  $\mu\text{Gal}$  [Breili, 2011]. Korreksjoner for disse fenomener må gjøres på bakgrunn av målinger av snødekke og grunnvann, eller alternativt lage tidsserier med målinger gjort under like hydrologiske forhold – for eksempel fra samme tidspunkt på året. Korreksjon og størrelse listes i tabell 2.2.

Observert tyngde får gyldighet utover observasjonsøyeblikket hvis det tas hensyn til disse geofysiske korreksjonene. Tyngden bestemmes da med størst mulig nøyaktighet. I ligning (2.10) er  $g_0$  tyngde før korreksjoner er påført.

$$g = g_0 + \Delta_{SET} + \Delta_{OTL} + \Delta_{pol} + \Delta_{atm} \quad (2.10)$$

Tabell 2.2: Forklaring til ligning (2.10). Geofysiske korreksjoner til absolutte tyngdemålinger. Tall hentet fra [Breili, 2011] og Niebauer et al. [1995] tabell 5.

|                | <b>Korreksjon</b>                | <b>Størrelse i <math>\mu\text{Gal}</math></b> |
|----------------|----------------------------------|---|
| $\Delta_{SET}$ | Tidejord                         | $\pm 150$                                     |
| $\Delta_{OTL}$ | Tidevannets last                 | $\pm 10$                                      |
| $\Delta_{pol}$ | Polvandring                      | $\pm 6$                                       |
| $\Delta_{atm}$ | Varierende atmosfærisk lufttrykk | $\pm 8$                                       |
|                | Varierende grunnvannstand        | Stedsavhengig                                 |
|                | Snødekke                         | Stedsavhengig                                 |
|                | Mikroseismikk                    | $\pm 0-10$                                    |

---

### 2.3.1 Korreksjoner i absolutt- og relativgravimetri

Hvilke effekter vi må korrigere for avhenger av målekampanjens utstrekning i tid og følsomheten til gravimeteret. Relative målinger korrigeres som regel for tidejord, av den grunn at korreksjonen er mye større enn målenøyaktigheten. Kalibreringsmålingene med LCR og CG5-instrumentene fra Ringerike og Jondal ble påført tidejordskorreksjon. For CG5 skjer dette automatisk i gravimeterets system, mens for LCR ble effekten beregnet med programvaren Tsoft. Fremgangsmåten i Tsoft blir beskrevet i delkapittel 2.3.2.

Andre geofysiske effekter kan også ha større amplitude enn måleusikkerheten til et relativgravimeter, men de antas som regel å være konstante i løpet av en relativ målekampanje, som er nok så kort.

For gradientbestemmelse er geofysiske korreksjoner normalt ikke relevante, fordi tidsintervallet mellom måling i øvre og nedre posisjon er kort. I tillegg vil tidejordskorreksjonen i begge avlesninger være svært lik, og oppheves når man trekker fra avlesning i øvre posisjon fra nedre posisjon.

For absolutte gravimetre som har lengre observasjonstid, og er langt mer presise enn relative gravimetre, påføres flere geofysiske korreksjoner. I absolutte gravimetre differensieres ikke effektene av tidejord, polvandring, lufttrykk og tidevannets last bort, og de må derfor beregnes.

### 2.3.2 Tsoft programvare

Tsoft ble brukt som programvare for å estimere tidejordseffekten til kalibreringsmålingene med LCR G-761. Tsoft er en gratis vitenskapelig programvare laget av *Royal Observatory of Belgium*. Versjon 2.2.15, som ble brukt, er av september 2017. Programmet er laget for å analysere tidsserier av tyngdeobservasjoner og estimere tidekrefter på jorden [Van Camp and Vauterin, 2005]. For å beregne tidejord benytter Tsoft Tamuras modell [Tamura, 1987].

Tsoft leser inn stasjonskoordinater (bredde-/lengdegrad), høyde over havet (NN2000), antall målinger (n), måleintervall (s), dato (YYYYMMDD) og tidspunkt i UTC (HHMMSS). For vår måleprosedyre med LCR var antall målinger alltid 6 og måleintervall 60 sekunder. Med måleintervall menes antall sekunder som passerer mellom hver avlesning på displayet.

Stasjonskoordinatene fra Ringerike, som ble lagt inn i Tsoft, er de samme som står i tabell 4.1. Disse måtte da først konverteres fra UTM.

Avviket mellom å legge inn høyde over havet (NN2000) eller ellipsoidisk høyde er veldig lite, måleusikkerheten til relativgravimeteret tatt i betraktning. Tsoft manualen nevner høyde over havet, så dette er grunnen til at høyder i NN2000 brukes.

For å sammenligne programvarer ble tidejordseffekten fra Tsoft sammenlignet med tilsvarende korreksjon beregnet med programmet ETGTAB. ETGTAB er en modul i programpakken ETERNA (Wenzel [1996]), og er implementert i prosesseringsvektøyet g til FG5 og A10. Målingene som ble sammenlignet var A10-målingene fra Åsa den 22.06.2020. Tsoft ga en verdi på 77.94  $\mu\text{Gal}$ , mens g-programvaren ga 77.97  $\mu\text{Gal}$ . Differansen på 0.03  $\mu\text{Gal}$  er neglisjerbar.

TSoft beregner selve tidejordseffekten, så denne trekkes fra målingene. Dette er i motsetning til en tidejordskorreksjon, som typisk legges til. Effekten kommer ut i enhet  $\text{nm/s}^2$ , og må konverteres til Gal før den trekkes fra målingene.

### 3 Feltarbeid høsten 2020

Feltarbeidet ble gjennomført høsten 2020. Aktuelle gravimetre som har blitt brukt til innsamling av data står i tabell 3.1. Arbeidet kan i hovedtrekk oppsummeres som følger:

- Bli kjent med Scintrex CG5 og LCR gravimetrene.
- Bistå i etablering av ny kalibreringsbasis på Ringerike, herunder innmåling av stasjoner med A10.
- Måling av vertikale tyngdegradienter.
- Gjøre kalibreringsmålinger med CG5 og LCR på Ringerikebasisen.
- Hvis det ble tid og gjennomførbart, gjøre kalibreringsmålinger på basisen i Jondal.

Alle punktene ovenfor ble gjennomført, unntatt kalibreringsmålinger i Jondal med LCR G-761 gravimeter. Det ble prioritert å gjennomføre en tredje runde med datainnsamling med dette instrumentet på Ringerike samme uke som Jondal kampanjen. Dette så vi på som en god løsning.

Målinger jeg selv ikke har gjort eller vært delaktig i, har blitt gjennomført av Kartverket. Dette er hovedsakelig innmåling med A10 i tre av fem punkter på Ringerike, samt gradientmålinger i fire av fem punkter. All datainnsamling i Jondal ble gjort av Kartverket.

Tabell 3.1: Gravimetre brukt til innmåling og kalibreringsmålinger. Nummereringen på gravimetrene er serienummeret.

| <b>Gravimeter</b>  | <b>Type</b> | <b>Eier</b> |
|--------------------|-------------|-------------|
| A10-42             | Absolutt    | Kartverket  |
| Scintrex CG5-41429 | Relativ     | Kartverket  |
| Scintrex CG5-41475 | Relativ     | Kartverket  |
| LCR G-761          | Relativ     | NMBU        |



# 4 Dokumentasjon av kalibreringsbasisene på Ringerike og i Jondal

## 4.1 Kalibreringsbasis på Ringerike

Kalibreringsbasisen på Ringerike består av totalt fem stasjoner, se tabell 4.1. Fra laveste til høyeste stasjon heter de Åsa, Borgergrenda, Eiksrud, Jaklefoss og Ringkollen. Åsa ligger på 108 meter og Ringkollen på 603 meter, noe som gir en total høydeforskjell på 495 meter. Det er en forskjell på ca. 96 mGal mellom største og minste tyngdeverdi. Stasjonenes tyngdeverdier står i tabell 4.2.

Basisen på Ringerike ble først etablert (boltsatt og målt inn med relativgravimeter) i 1994. Kartverket har ikke vært i stand til å finne tilbake til dokumentasjon av de gamle målingene, og basisen har tidligere vært lite brukt. Den omtales derfor som ny i denne oppgaven i og med at stasjonene ble målt inn med A10 i 2020.

Tabell 4.1: Stasjonskoordinater på Ringerike, målt inn med CPOS (utenom Ringkollen, som er hentet fra *norgeskart.no*). Alle koordinater oppgitt i EUREF89 UTM sone 32.

| Stasjon      | Punkt-ID | Nord         | Øst         | Høyde i NN2000 |
|--------------|----------|--------------|-------------|----------------|
| Åsa          | AASA     | 6666193.2522 | 575664.3514 | 108.208        |
| Borgergrenda | BORG     | 6670152.9078 | 573432.8453 | 225.007        |
| Eiksrud      | ERIK     | 6670719.8615 | 574916.7470 | 342.896        |
| Jaklefoss    | JAKL     | 6669638.1359 | 576179.6411 | 479.811        |
| Ringkollen   | RING     | 6670715.9800 | 577063.0200 | 603.000        |

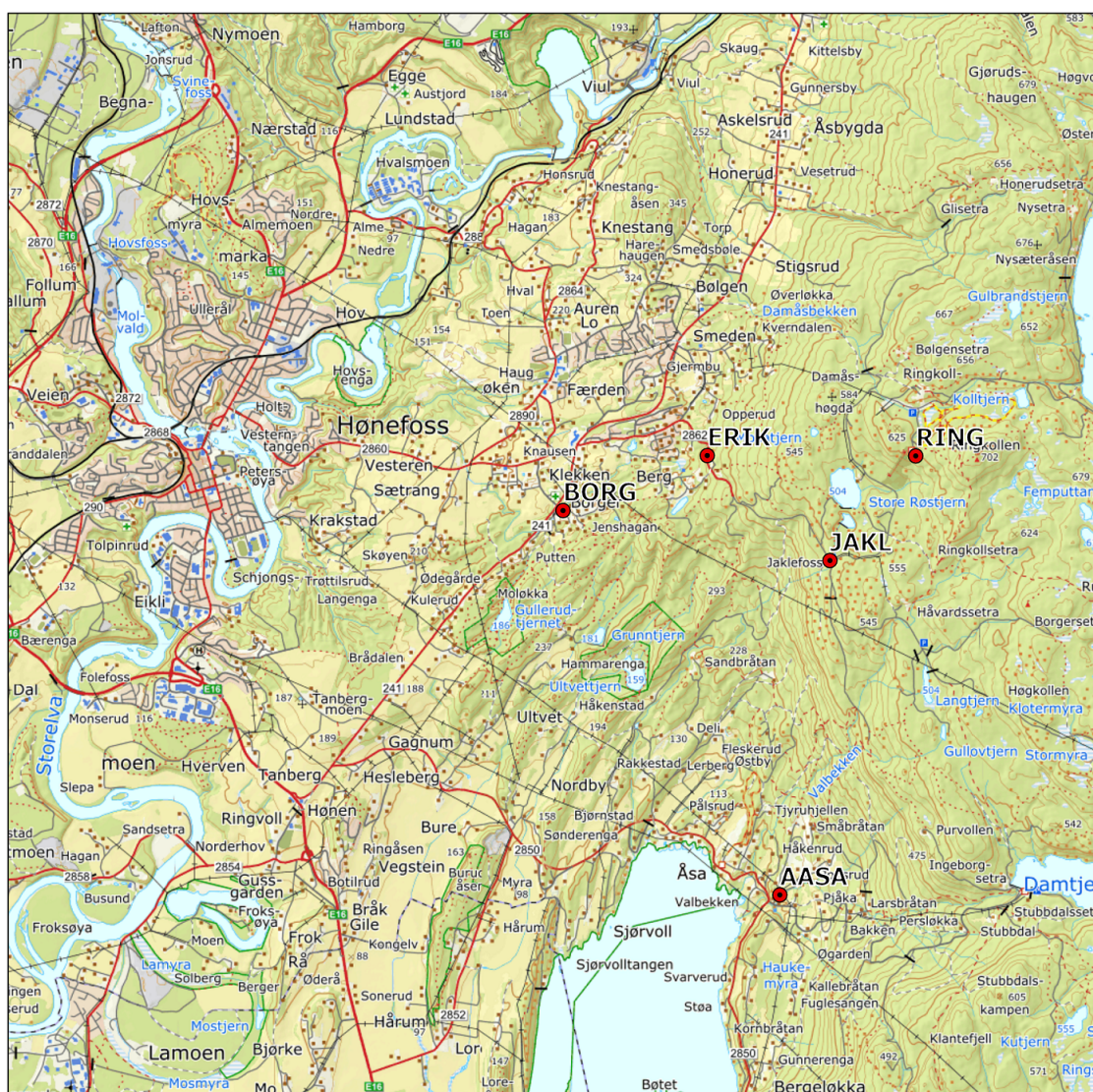
Tabell 4.2: Tyngdeverdier målt med A10-42 på Ringerike. Tyngdeverdiene i tabellen er redusert fra referansehøyden til A10 ned til kalibreringshøyden til relativgravimetrene ( $h = 20$  cm) ved hjelp av lokale tyngdegradienter. Det er disse tyngdeverdiene som brukes i beregningene.

| Punkt-ID | Tyngde ( $h=20$ cm) $\mu$ Gal | Kommentar                           |
|----------|-------------------------------|-------------------------------------|
| AASA     | 981905940.15                  | Målt med A10 22.06.2020             |
| BORG     | 981880839.44                  | Målt med A10 09.09.2020             |
| ERIK     | 981856506.99                  | Målt med A10 22.06.2020             |
| JAKL     | 981830142.90                  | Målt med A10 10.09.2020             |
| RING     | 981809740.55                  | Boltsatt og målt med A10 10.09.2020 |

En fordel med den nye basisen på Ringerike er nærheten til Kartverkets hovedkontor på Hønefoss. Fra kontorbygget er alle stasjonene innenfor ca. 15-20 minutters kjøring med bil. Det er også nærhet til Oslo, ca. 40 minutters kjøretur. Avstanden mellom endestasjonene Åsa og Ringkollen er omtrent 15 km kjøring, og de tre andre stasjonene ligger langs denne veien. Alle stasjonene befinner seg utendørs i naturlig terreng. En fordel er at man kan parkere bilen nært alle stasjonene.

Det tar omtrent en hel arbeidsdag å måle seg gjennom alle stasjonene fra Åsa til Ringkollen og tilbake, hvis man da besøker hver stasjon to ganger. Til eksempel ble det brukt 4.5 timer på

målekampanjen den 21. september med LCR, og da ble det observert i alle stasjoner to ganger. Figur 4.2 viser oppstilling med LCR i alle stasjonene.



Figur 4.1: Kartoversikt kalibreringsbasen på Ringerike.

Alle stasjonene på Ringerike ligger langs bilvei, utenom stasjonen Ringkollen som ligger ved Ringkollstua på toppen av Ringkollen, se figur 4.1. Åsa ligger avsideliggende til i et mindre boligfelt med lite trafikk. Bornergrenda ligger i nærheten av en relativt tungt trafikkert vei, ca. 50 meter i luftlinje, og er stasjonen som vil være mest utsatt for forstyrrelser av denne typen. Eriksrud og Jaklefoss ligger langs bilveien som går opp til Ringkollen, en vei som har vært lite trafikkert under målekampanjene våre.



(a)

(b)



(c)

(d)



(e)

Figur 4.2: Bilder av LCR oppstilt på alle stasjoner i Ringerike. Fra a - e er bildene fra Åsa, Borbergrenda, Eriksrud, Jaklefoss og Ringkollen.

---

## 4.2 Kalibreringsbasis i Jondal

Kalibreringsbasisen i Jondal, *Jondal Absolute Gravity Calibration line*, består av tre stasjoner - Jondal-1, Jondal-2 og Jondal-3. Stasjonskoordinatene er listet i tabell 4.3, og tyngdeverdiene i tabell 4.4. Basisen ble etablert i 2005 med to stasjoner, Jondal-1 og Jondal-2, og ble observert på nytt i 2014. Sommeren 2020 ble stasjonen Jondal-3 etablert, som i praksis skal overta for Jondal-1. Hovedårsaken for etableringen av den nye stasjonen Jondal-3 er den usikre fremtiden til den gamle driftsbygningen som Jondal-1 befinner seg i, og at dette rommet er brukt til mye annet i forbindelse med skisenteret.

Jondal-3 er i det nye velkomstsenteret til Folgefonna skianlegg som åpnet våren 2020. Jondal-3 har her en egen plattform som skal bidra til mindre observasjonsstøy, se figur 4.5.

Jondal-2 ligger nede i sentrum av Jondal i en kommunal garasje. Bilder av stasjonen kan ses i figur 4.4. Kjøreturen herfra opp til skisenteret er på ca. 30 min.

Den største forskjellen mellom basisene i Jondal og på Ringerike, er høydeforskjellen. I Jondal er det ca. 1148 meter høydeforskjell på stasjonene, noe som gir en tyngdeforskjell på rundt 230 mGal. På et generelt grunnlag gir dette basisen i Jondal en fordel over basisen på Ringerike, ved at stor høydeforskjell skal gi bedre bestemmelse av kalibreringsfaktorens nøyaktighet. Å undersøke dette er som nevnt tidligere et av målene med denne oppgaven.

Tabell 4.3: Stasjonskoordinater for basis i Jondal. Kilde: *norgeskart.no*.

| Stasjon  | Punkt-ID | Nord         | Øst         | Høyde i NN2000 |
|----------|----------|--------------|-------------|----------------|
| Jondal 2 | Jondal-2 | 6686369.0100 | 347771.0100 | 52.000         |
| Jondal 3 | Jondal-3 | 6679376.0500 | 357826.9800 | 1200.000       |

Punktet Jondal-3 er markert med tusj på betong, mens for Jondal-2 er det satt ned en liten bolt i flukt med gulvet.

Tabell 4.4: Tyngdeverdier målt med A10-42 for basis i Jondal. Tyngdeverdiene i tabellen er redusert fra referansehøyden til A10 ned til kalibreringshøyden til relativgravimetrene på 20 cm.

| Punkt-ID | Tyngde (h=20cm) $\mu\text{Gal}$ | Kommentar               |
|----------|---------------------------------|-------------------------|
| Jondal-2 | 981859172.15                    | Målt med A10 22.09.2020 |
| Jondal-3 | 981631977.35                    | Målt med A10 22.09.2020 |

I Jondal finnes det absolutte stasjonsverdier fra FG5 målekampanjer som har høyere nøyaktighet enn A10 målingene. Jondal-3 ble senest observert med FG5 i august 2020 (Ophaug [2020]), mens Jondal-2 ble sist observert i 2018. Tyngdeverdien som ble målt i Jondal-3 i august 2020 står i tabell 4.5. I denne oppgaven brukes likevel målinger gjort med A10-42 høsten 2020, fordi disse ble gjort omtrent samtidig som kalibreringsmålingene med de relative instrumentene. Stasjonsverdiene fra A10 brukes også fordi alle aktuelle stasjoner på begge basiser ble målt inn med dette. Da blir sammenligningene mer konsistente.

For å verifisere A10 målingene, sammenlignes observert  $g$ -verdi med A10 med observert  $g$ -verdi fra 2020 i Jondal-3 med FG5. Målingen med FG5 ble gjort i høyde 1.2 m, mens A10 i høyde 1.0 m. Dermed flyttes FG5-verdien 20 cm ned før sammenligning. Dette gjøres med tyngdegradient beregnet for Jondal-3 i tabell 7.1. Resultatet ble en tyngdeforskjell på 3.86  $\mu\text{Gal}$ , og samsvarer med tanke på feilbudsjettet til instrumentene (tabell 2.1).

Tabell 4.5: Sammenligning av tyngdeverdi i Jondal-3 med FG5 og A10.

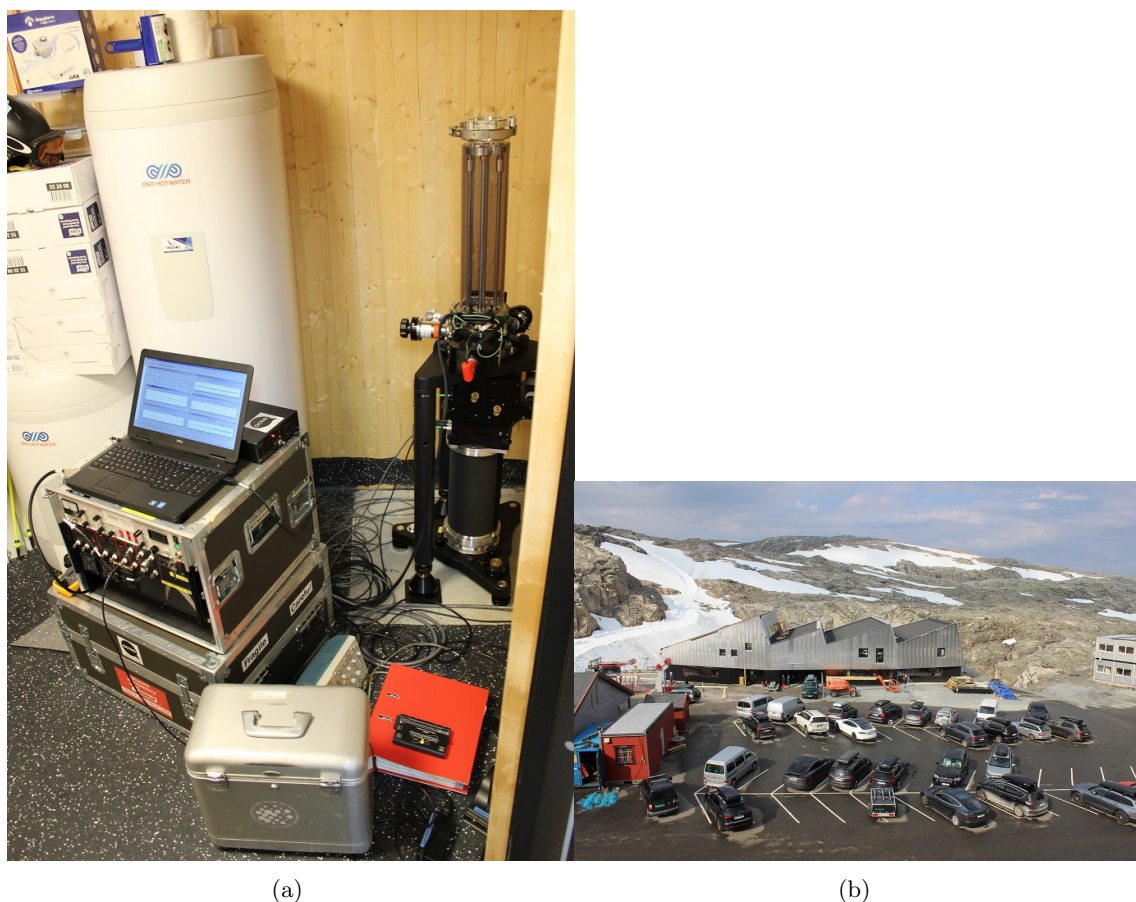
| Instrument | Tyngde (h=100cm) $\mu\text{Gal}$ | Kommentar       |
|------------|----------------------------------|-----------------|
| FG5X-250   | 981631726.33                     | Målt 13.08.2020 |
| A10-42     | 981631722.47                     | Målt 22.09.2020 |



Figur 4.3: Kartoversikt kalibreringsbasis i Jondal.



Figur 4.4: Bilder av stasjonen Jondal-2 a) inne i garasjen, b) sett utenfra. Foto: Vegard Ophaug.



Figur 4.5: Bilder av stasjonen Jondal-3 a) inne på rommet med absoluttgravimeteret FG5X-250 oppstilt, b) det nye velkomstsenteret til skianlegget på Folgefonna. Foto: Vegard Ophaug

Med tanke på tilgjengelighet er Jondal mer avsidesliggende enn Ringerike. Kjøreturen fra Oslo til Jondal er på rundt seks til syv timer, og er på vinterstid ofte utsatt for kolonnekjøring over fjellet. Fra nærmeste storby, Bergen, er kjøreturen litt over to timer pluss ferge.

Fordelen her er at begge aktuelle punkt, Jondal-2 og 3 er under tak, så målinger kan i prinsippet gjøres hele året og i all slags vær. Ulempe er at man må ha nøkler fra kommune og skisenteret for å få tilgang til garasjen og skisenteret for å nå punktene. Veien opp til skisenteret er vinterstengt, og åpner ikke før tidligst i mai.

## 5 Datasett og målemetoder

### 5.1 LCR G-761

Instrumentet var plassert i transportkassen under kjøreturen fra Ås til Ringerike, og under transport mellom stasjonene. Kassen ble plassert på gulvet bak passasjeret for å kunne stå mest mulig stabilt. Ved ankomst til stasjonene ble kassen med instrumentet løftet varsomt ut av bilen, og båret til punktet. Deretter ble gravimeteret løftet ut av kassen og stilt opp over bolt, og horisontert med en gang ved hjelp av de elektroniske libellene. Tverrgående libelle først, deretter langsgående.

Målinger begynte alltid på omtrent samme tid etter oppstilling, ca. fem minutter, for å gjøre prosessen mest mulig lik for hvert stasjonsbesøk. Etter målingene i hver stasjon var ferdig, var det viktig å låse fjæren med låseskruen før instrumentet ble flyttet. Fjæren skal alltid være låst (låseskruen maksimalt til høyre) når det ikke gjøres målinger.

Instrumentet sto på strøm helt til det skulle transporteres, da det ble satt i batterier. To fulle batterier var mer enn nok for en målekampanje på Ringerike pluss kjøreturen hver vei. Batteritiden i varmt vær (22 grader) oppgis av LaCoste & Romberg til 15 timer med ALIOD100 (digitalt display) på. Kjernetemperatur på 50 grader bør oppnås minst to timer før målingene startes, og det tar ca. to timer å oppnå denne. I felt må det alltid stå i batteri for å holde temperaturen konstant, og temperaturen kan overvåkes via displayet.

Før målinger gjøres med LCR G-761 ALIOD100 må telleverket stilles inn slik at gravimeterets aksjonsområde samsvarer med basisens tyngdeintervall. Dette gjøres ved å vri på nummerskiven til systemet responderer. ALIOD100 strekker seg over et område på 100 mGal ( $\pm 50$ ), som vil si at ved oppstilling i første stasjon i Åsa må tellerverket stilles inn slik at displayet viser så nært +50 mGal som mulig. Dette for å dekke hele tyngdeintervallet på basisen som er på 96 mGal. Måling i øverste stasjon, Ringkollen, vil ligge på nært -50 mGal. Under alle tre målekampanjer var telleverksverdien stilt inn på 5409.7.

Under kalibreringsmålinger ble observasjonene lest av på det digitale displayet. Disse ble så notert for hånd i en målebok. Gravimeterets system skalerer avlesningene med G-761 automatisk, slik at man får ut tyngde i mGal direkte på det digitale displayet [Ophaug et al., 2013]. ALIOD100x, som er på LCR G-761, oppgir tyngden med tre desimaler (mikrogals avlesningsnøyaktighet), i motsetning til ALIOD100 som gir to desimaler.

Rutinen som ble brukt var å notere klokkeslett (UTC), tyngdeavlesning seks ganger med 1 minutt mellomrom, og instrumenthøyder - fire høyder målt på gravimeterets fire hjørner per stasjon. Instrumenthøydene ble målt med tommestokk.

Det ble ikke målt fire instrumenthøyder i stasjonen Borgergrenda, da det her måtte stilles opp på gravimeterskål på grunn av boltens plassering i terrenget, se figur 5.1a). Metoden ble å måle to høyder fra topplaten av gravimeteret og ned på bakken. Det ble satt to merker på fjellet hvor disse målingene gjaldt. Deretter ble gravimeteret og gravimeterskålen løftet vekk, og det ble målt høydeforskjell fra topp bolt til merkene i fjellet ved hjelp av vater. Endelig instrumenthøyde ble til slutt den første høydemålingen minus den andre, og resulterte i to instrumenthøyder, se figur 5.1b).



Figur 5.1: a) oppstilling på gravimeterskål i stasjonen Borgergrenda, b) instrumenthøyde med gravimeterskål.

Tidsintervallet mellom avlesningene av tyngde ble styrt ved hjelp stoppeklokke, som ble startet på et helt minutt og gikk 5 minutter frem i tid. Det vil si at første avlesning var ved  $t = 0$  min og siste ble gjort ved  $t = 5$  min, totalt altså seks avlesninger.

Observasjonene måtte deretter manuelt skrives inn på fil som kunne importeres i MATLAB. Det ble laget en ASCII-tekstfil for hver dag med observasjoner, det vil si en for henholdsvis 17. og 21. september og 29. oktober. Disse filene ble etter hvert tillagt en kolonne med tidejordskorreksjoner fra programvaren Tsoft for hver enkelt måling.

Det var viktig å merke seg at mellom målingene i september og oktober ble det byttet fra sommertid til vintertid i Norge. Dette er nødvendig å huske hvis man velger å notere UTC-tid i målebok i stedet for lokal tid.

Det ble altså gjort tre dager med datainnsamling med LCR på Ringerike, og hver dag ble det målt i alle fem stasjoner på basisen på vei opp (første besøk) og ned (siste besøk). Det vil si to besøk på hver stasjon hver målekampanje; A-B-C-D-E-E-D-C-B-A. Dette er data som ligger til grunn for beregning av ny skalafaktor for instrumentet. Tabell 5.1 viser stasjonsbesøk og antall målinger i de tre målekampanjene på Ringerike.

Tabell 5.1: Oversikt over stasjonsbesøk og antall målinger i hver stasjon for hver målekampanje på Ringerike. 6+6 indikerer at det ble gjort 6 observasjoner på vei opp og 6 observasjoner på vei ned.

| Punkt-ID (Kode) | Oversikt over antall observasjoner |        |        |
|-----------------|------------------------------------|--------|--------|
|                 | 17.sep                             | 21.sep | 29.okt |
| AASA (A)        | 6+6                                | 6+6    | 6+6    |
| BORG (B)        | 6+6                                | 6+6    | 6+6    |
| ERIK (C)        | 6+6                                | 6+6    | 6+6    |
| JAKL (D)        | 6+6                                | 6+6    | 6+6    |
| RING (E)        | 6+6                                | 6+6    | 6+6    |



---

## 5.2 Scintrex CG5

Scintrex CG5 41475 gravimeteret ble brukt til å måle vertikale tyngdegradier i alle basispunktene, utenom Jondal-2. Metoden som ble brukt for gradientmålinger blir beskrevet i kapittel 7.2.

Det ble gjort kalibreringsmålinger med begge Scintrex CG5 gravimetrene i alle stasjoner på begge basiser. Den 29. oktober ble kalibreringsmålingene på Ringerike gjort med begge gravimetrene samtidig for å spare tid (figur 5.2). Den 17. september ble det gjort målinger i rekkefølgen A-B-C-D-E-E-A, mens den 29. oktober ble gjort to besøk av hver stasjon A-B-C-D-E-E-D-C-B-A. Dette gjelder for begge CG5-ene og vises i tabell 5.2.

For kalibreringsmålinger i Jondal ble det målt i rekkefølge J1-J2-J2-J1 begge dager for begge CG5. I tabellen betyr notasjon som 10 + 10 eller 3 + 5 antall målinger i stasjonen ved første besøk, og antall målinger i stasjonen ved andre besøk.

Tabell 5.2: Oversikt over stasjonsbesøk og antall målinger i hver stasjon for hver målekampanje med CG5-ene. Antall målinger med CG5-41429 står først og CG5-41475 står i parentes. Tabellen viser datainnsamlingen for både Ringerike og Jondal.

| Punkt         | Oversikt over antall observasjoner |               |               |               |
|---------------|------------------------------------|---------------|---------------|---------------|
|               | Ringerike                          | Ringerike     | Jondal        | Jondal        |
|               | 17.sep                             | 21.sep        | 29.okt        | 23.sep        |
| AASA (A)      | 3+5 (3+5)                          | 10+10 (10+10) | -             | -             |
| BORG (B)      | 5 (4)                              | 10+10 (10+10) | -             | -             |
| ERIK (C)      | 5 (5)                              | 10+10 (10+10) | -             | -             |
| JAKL (D)      | 5 (5)                              | 10+10 (10+10) | -             | -             |
| RING (E)      | 5+5 (5+5)                          | 10+10 (10+10) | -             | -             |
| JONDAL-2 (J1) | -                                  | -             | 10+10 (10+10) | 10+10 (10+10) |
| JONDAL-3 (J2) | -                                  | -             | 10+10 (10+10) | 10+10 (10+10) |

Målinger ble gjort over et minutt, som vil si at *read time* i instrumentet ble satt til 60, se *Antall målinger* i figur 5.3. Da får man 60 målinger med datarate på 1 sekund som midles. Noen av disse målingene kan bli forkastet ved for stort standardavvik (terskelverdi). *Antall forkastede* står i kolonne 11 i samme figur. Disse to størrelsene er *duration - dur* og *rejected - rej* som behandles videre under driftbestemmelse.



Figur 5.2: Kalibreringsmålinger med begge CG5-gravimeterne samtidig, her i stasjonen Jaklefoss.

Instrumenthøyden ble målt i hver stasjon, og notert i instrumentet slik at den kom med i resultatfilen. I oppstilling med et instrument ble det målt høyde fra bakken opp til instrumentets nedre kant, og deretter ble bolthøyden trukket fra og så ble det til slutt lagt til 8.9 cm for å finne høyden til selve sensoren. Det er viktig å merke seg at stasjonen på Ringkollen (RING) har en annerledes bolt (lavere) enn de fire andre stasjonene på Ringerike. Under målinger med begge instrumentene samtidig, ble instrumenthøyde målt ved å måle høyden fra bakken opp til det ene instrumentets toppplate, så bruke vater og tommestokk til å finne høydeforskjellen i forhold til det andre. Til slutt ble bolthøyden trukket fra denne verdien.

---

| Kollonne | Datatype                   | Enhet                               |
|----------|----------------------------|-------------------------------------|
| 1        | Breddegrad                 | grader                              |
| 2        | Lengdegrad                 | grader                              |
| 3        | Høyde                      | meter                               |
| 4        | Tyngde                     | mgal ( $10^{-5}$ m/s <sup>2</sup> ) |
| 5        | Standard avvik             | mgal ( $10^{-5}$ m/s <sup>2</sup> ) |
| 6        | Tilt X                     | buesekunder                         |
| 7        | Tilt Y                     | buesekunder                         |
| 8        | Temperatur                 |                                     |
| 9        | Tidejords korreksjon       | mgal ( $10^{-5}$ m/s <sup>2</sup> ) |
| 10       | Antall målinger            |                                     |
| 11       | Antall forkastede målinger |                                     |
| 12       | Tidspunkt                  | hh:mm:ss                            |
| 13       | Dato                       |                                     |
| 14       | Terrenkkorreksjon          | mgal                                |
| 15       | Dato                       | yyyy/mm/dd                          |

---

Figur 5.3: Format på resultatfiler for CG5. Hentet fra Breili [2021b]

I tillegg til størrelsene listet i figur 5.3, ble instrumenthøyden i oppstillingen lagt inn som en *Note* på egen linje i resultatfilene. Resultatfilene tas ut som en ASCII-tekstfil via minnepenn som settes i instrumentet.

Tyngdeobservasjonene i resultatfilene til CG5 er allerede korrigert for tidejord. Systemet bruker Longmans modell, se Longman [1959], som er mindre avansert enn Tamuras modell som benyttes av Tsoft.

---

## 5.3 A10-42

For feltmålinger med A10 er det praktisk hvis man kan parkere nært punktet. Da kan systemet få strøm fra bilen, og man slipper å flytte instrumentets elektronikkboks ut av bilen. Da trenger man kun å løfte instrumentets to hoveddeler ut av bilen (figur 5.4). Kablene til instrumentets hoveddeler har en lengde på rundt 15 m. Tidsbesparelsen er stor, og dette er tilfelle i alle stasjonene på Ringerike.



Figur 5.4: A10 plassert i bil under transport.

Den 10. september var jeg med å måle inn stasjonene Jaklefoss og Ringkollen på Ringerike. Vi etablerte en ny stasjon på Ringkollen, hvor det ble satt ned bolt i fjell. Instrumenthøyden for A10 måles fra topp bolt til topp av trefotplate.



Figur 5.5: A10-42 under måling i stasjonen Jaklefoss på Ringerike. Det settes opp telt rundt instrumentet hvis det er mye vind.

Måleprosedyren i alle stasjoner på begge basiser var å måle åtte sett med 120 dropp av testmassen per sett. 120 dropp betyr 120 repeterte observasjoner av testmassen i fritt-fall. Dette gir totalt 960 dropp per stasjon. Enkeltdropp med avvik større enn tre ganger settets standardavvik blir forkastet. Det ble målt fire sett med blå laser og fire sett med rød laser. Sett målt med blå og rød laser har hver sin middelværdi. A10 sin laser produserer kun rødt lys, men kan produsere rødt lys med to litt forskjellige bølgelengder. For å skille disse fra hverandre omtales de som rød og blå laser-lock.

A10 målingene blir påført korreksjoner for følgende geofysiske fenomener:

- Tidejord
- Tidevannets last
- Polvandring
- Varierende lufttrykk

For å kunne beregne korreksjon for tidejord er det nødvendig at systemet (PC-en) viser UTC tid. Deretter blir tidejord beregnet med rutinen ETGTAB. For tidevannets last opprettes egen fil for stasjonen, og korreksjonen genereres med en valgt modell. Polvandring korrigeres ved å hente polkoordinater fra nettsidene til IERS, og varierende lufttrykk med eget barometer.

---

A10 sine prosjektfiler inneholder en del høyder som kan skape forvirring. De er listet og beskrevet under. Det er viktig å bruke riktig høyde når man senere skal redusere tyngdeverdien til ønsket referansehøyde.

- *Factory height* er høyden til instrumentet, som vil si høyden fra underkanten av instrumentets føtter og til toppen av droppet.
- *Setup height* er høydeforskjellen mellom instrumentføttenes underkant og topp bolt. Dersom ikke trefot benyttes og bolten stikker opp, blir setup height mindre enn null.
- *Actual height* er høyden til toppen av droppet over topp-bolt. Det vil si summen av *factory height* og *setup height*.
- *Transfer height* er den beregnede g-verdiens referansehøyde. Det er denne høyden som må brukes når g-verdien skal reduseres til en annen referansehøyde, for eksempel en kalibreringshøyde eller topp bolt ( $h = 0$ ):

## 6 Instrumentdrift

### 6.1 Stasjonær langtidsdrift

Drift i et relativgravimeter har to komponenter. Den ene kalles stasjonær drift, og skyldes at fjærsystemet blir eldre med tiden. Tyngdekraften virker til enhver tid på testmassen, så fjærsystemet er alltid under belastning. Dette forårsaker en langtidsdrift som over kortere tidsintervaller kan betraktes som lineær. Denne langtidsdriften oppfører seg ulikt for alle individuelle instrumenter [Seigel et al., 1995].

Stasjonær drift er drift som skyldes instrumentet selv, og ikke eksterne faktorer som for eksempel transport. Generelt er denne driften størst når gravimeteret er nytt, og minsker deretter gradvis over tid [Seigel et al., 1995]. Driften, en driftskonstant, kan estimeres gjennom repeterte stasjonære målinger gjennom en hel dag. Det er slik Kartverket har gjort sin driftskalibrering av de to aktuelle CG5-instrumentene. LCR G-761 har ikke en slik driftskonstant lagt inn i instrumentets system.

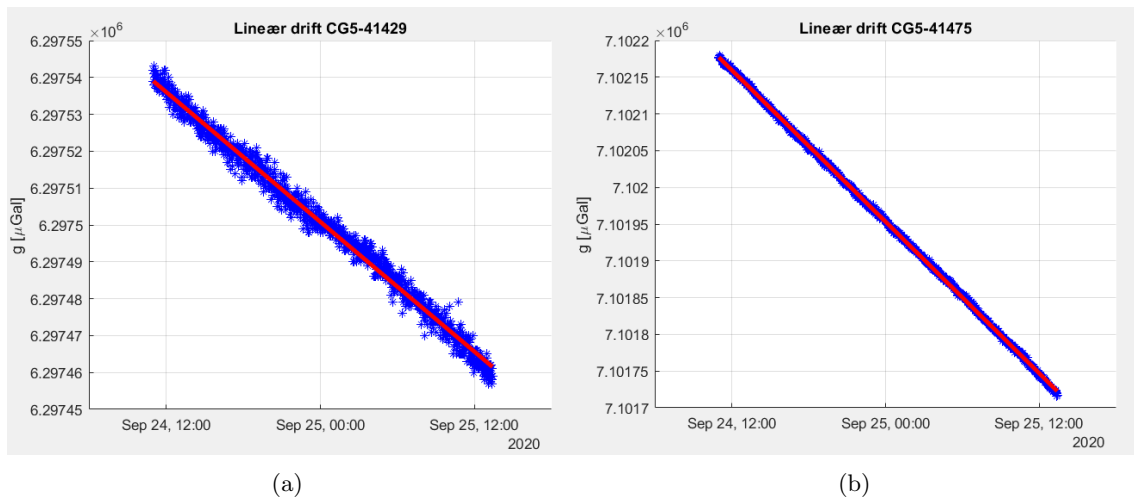
Den stasjonære driften i CG5 oppgis av Scintrex til å være under 0.02 mGal/døgn [Scintrex System Autograv TM].

Metoden som Kartverket har brukt for å estimere driftskonstanten, er å måle en tyngdeverdi ca. hvert minutt i et punkt over et helt døgn. Dette er en prosedyre som ligger inne i instrumentets meny under *Calibration* og *DRIFT*, og her kan man sette opp ønskede parametere som for eksempel antall målinger. Slik sikrer man målinger gjennom et ønsket tidsintervall, som gjerne er et døgn.

Under arbeidet med denne oppgaven ble tidsseriene med stasjonære målinger fra Kartverket plottet for grafisk analyse, og det kom frem at målt tyngde minsker i verdi utover observasjonsdøgnet. Det er en tydelig trend i plottene for begge instrumentene. Driftskonstanten for CG5-41429 lå inne som 0.673 mGal/døgn, men av figur 6.1(a) kommer det frem at denne konstanten burde være negativ.

For CG5-41475 var driftskonstanten 1.188 mGal/døgn, men også dette plottet indikerer at den burde være negativ, se i figur 6.1(b).

Driftskonstanten i instrumentene må derfor behandles som usikre, og beregnes på nytt manuelt. Det ble tilpasset en rett linje til observasjonene med minste kvadraters metode, og stigningstallet til linjen blir den nye driftskonstanten. Driften modelleres lineært grunnet den tydelige trenden i plottene.



Figur 6.1: Plott av regresjonslinjene (røde) til tidsseriene under stasjonære målinger.

Driftskonstanter ble beregnet til verdiene i tabell 6.1 og tilsvarer stigningstallet til regresjonslinjene i figur 6.1. Verdiene er større enn 0.02 mGal/døgn som Scintrex antyder i CG5-manualen. Crossley et al. [2013] rapporterer på en annen side at CG5-sin drift ligger mellom 50-200  $\mu\text{Gal}/\text{døgn}$ . For de første utgivelsene av CG5 er det funnet en drift på rundt 700  $\mu\text{Gal}/\text{døgn}$  av Merlet et al. [2008], og Riccardi et al. [2011] fant en drift på rundt 300  $\mu\text{Gal}/\text{døgn}$ . Dette stemmer overens med estimatene i tabell 6.1, som er henholdsvis ca. -70 og -400  $\mu\text{Gal}/\text{døgn}$ .

Tabell 6.1: Nye driftskonstanter som skal korrigeres for lineær stasjonær drift.

| Instrument         | Driftskonstant mGal/døgn |
|--------------------|--------------------------|
| Scintrex CG5 41429 | -0.0705                  |
| Scintrex CG5 41475 | -0.4131                  |

## 6.2 Korttidsdrift

En annen type drift som må tas hensyn til i relative gravimetre kalles korttidsdrift. Dette er en drift som systemets driftskalibrering ikke modellerer for. Under målekampanjer blir gravimeteret utsatt for vibrasjoner og rystelser i ulik grad. Dette gjelder stort sett under transport i bil, med løfting inn og ut av bil. Dette påvirker driftens forløp. Denne driften er ikke nødvendigvis lineær, og derfor undersøkes dette grafisk i ettertid. Under transport og mellom stasjoner kan det også forekomme store forskjeller i temperatur og lufttrykk som kan bidra til denne driften [Timmen, 2010].

I tillegg kan det at man slår av og på instrumentet (spenningsforskjeller) bidra til drift gjennom en målekampanje. Dette er noe vi forsøker å unngå. Generelt skrur man aldri av et relativgravimeter, for å holde kjernetemperaturen stabil. Instrumentene skrur kun helt av hvis de skal på service, noe går galt med strømforsyningen eller annen form for feil.

Driften må modelleres og tas med i beregningene fordi instrumentet opplever drift under kalibreringsmålinger, og estimert skalafaktor kan avvike selv om det er brukt samme stasjoner og sammensetninger [Onizawa, 2019]. Det vil si at man kan få forskjellig resultat hvis man måler dagen etterpå, selv ved å bruke de samme stasjonene og de samme relative tyngdeforskjellene i en kalibrering.

Korttidsdriften kan oppføre seg lineært eller være signifikant ikke-lineær. Drift kan også fortone seg som mer eller mindre momentane sprang i målingene. Dette tas hensyn til når man skal tilpasse en linje til observasjonene. Observasjonene plottes for å se hvordan målingene oppfører seg over



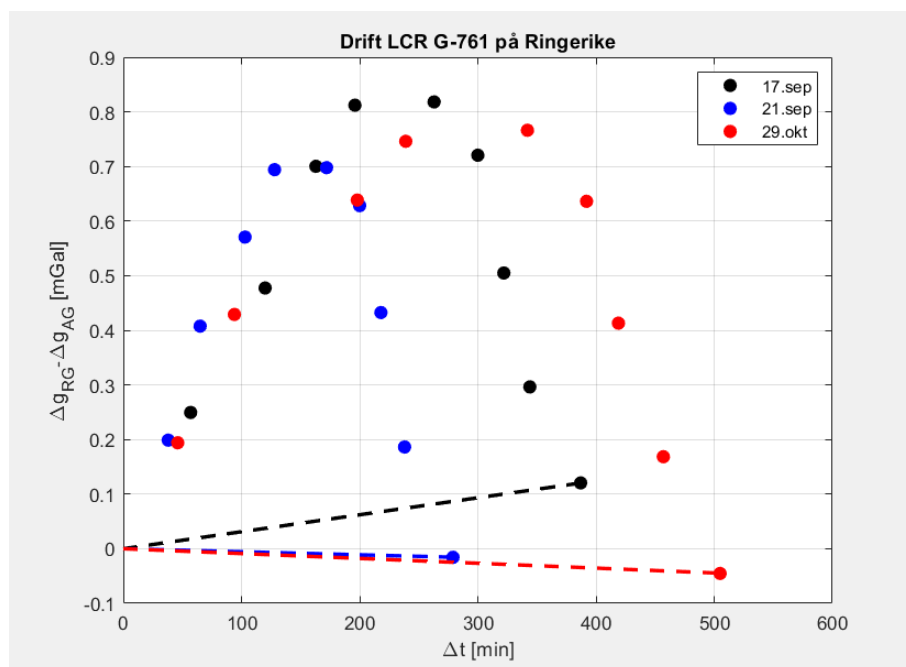
---

tid. Da har man et innblikk i om den er lineær eller ikke-lineær. Er den vesentlig ikke-lineær, må den modelleres med et lavere ordens polynom [Timmen, 2010].

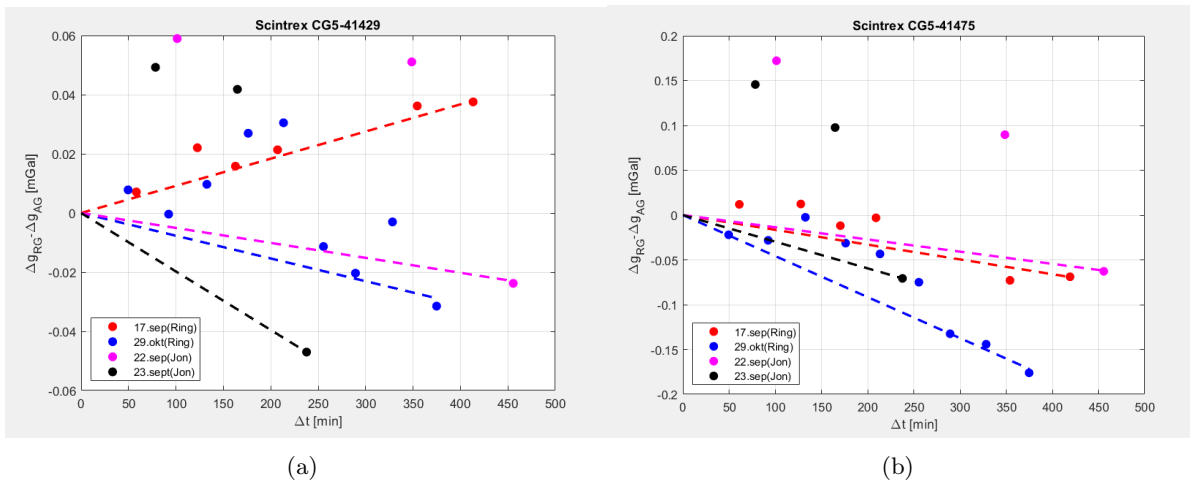
Som en kontroll av at korttidsdriften kan modelleres lineært, utføres det en grafisk analyse av målingene med alle tre instrument. For alle stasjonsbesøk ble det beregnet en middelværdi (vektet middel for CG5-målingene, aritmetisk for LCR), og disse ble flyttet til  $h = 20$  cm med gradientene. Deretter ble det regnet ut relative tyngdedifferanser mellom stasjonene. Absolutte verdier fra A10 ble også flyttet til  $h = 20$  cm, og det ble beregnet absolutte differanser mellom de samme stasjonene. Åsa og Jondal-2 var referansestasjon for både de absolutte og relative differansene. Til slutt ble avviket mellom relativ differanse og absolutt differanse beregnet, og plottet mot tidsforskjellene. For LCR vises resultatet i figur 6.2, og for CG5 i figur 6.3.

De stiplede linjene i plottene viser hvordan driften er modellert, og samsvarer med driftsverdiene i tabellene 6.2, 6.3 og 6.4. Metoden blir forklart i neste delkapittel. Fortegnet på estimert driftsverdi virker å være korrekt når en ser disse i sammenheng med avvikene.

LCR sin drift ser ut til å være høydeavhengig og ikke-lineær. Dette indikerer at ny skalafaktor må påføres observasjonene. Spesielt for CG5 i Jondal er dette av betydning der tyngdedifferansen mellom stasjonene er stor. Om observasjonene korrigeres med ny skalafaktor, og da får et mer lineært forløp, vil dette gi en god kontroll på om den er beregnet riktig.



Figur 6.2: Grafisk driftsanalyse av LCR målekampanjer på Ringerike.



Figur 6.3: Instrumentdrift under målekampanjene med CG5.

Avvikene mellom relativmålingene og A10 målingene gir ikke inntrykk av en sterk lineær sammenheng mellom avvik og tid. Men CG5-plottene gir heller ikke grunnlag for å hevde at en mer avansert driftsfunksjon bør anvendes. Lineær fordeling av avvikene er antagelig det beste vi kan gjøre gitt målingene våre, og er derfor metoden som brukes. Metoden brukes også for LCR målingene, selv om den indikerer ikke-lineær drift. En annen metode for modellering av drift for LCR ble testet, og blir tatt opp i delkapittel 10.5. For kampanjer på Ringerike med CG5-41475 er trenden tydelig lineær, mens for CG5-41429 er det avvik fra lineær trend på Ringkollen 29. oktober som skiller seg ut.

Avvik fra lineær trend indikerer at det kan forekomme tilfeldige sprang i måleseriene, eller at det finnes effekter i målingene som ikke er modellert og korrigert for. Målingene i Jondal-3 for begge CG5 i begge kampanjer virker å avvike mest, se figur 6.3. Det samme gjelder som sagt Ringkollen 29. oktober med CG5-41429.

Ringkollen og Jondal-3 er de to høyestliggende stasjonene, og lufttrykket kan derfor spille inn som en faktor. Dette vil i så fall kreve videre undersøkelser. I Jondal er avstanden mellom stasjonene lang, og høydeforskjellen er stor. I tillegg vil instrumentets skalafaktor være av betydning, fordi dersom denne er feil vil effekten være proporsjonal med tyngdedifferansen og på denne måten slå ut systematisk for målinger på høytliggende stasjoner. Målingene fra de stasjonene som ligger høyest vil trolig passe bedre inn dersom ny skalafaktor påføres observasjonene. Dette vil bli testet og kommentert under diskusjon av resultater.

### 6.2.1 Beregning av drift under målekampanjene

Både stasjonær langtidsdrift og korttidsdrift må tas hensyn til i databehandlingen. I tillegg til driftskonstanten som er lagt inn i instrumentet og korrigerer målingene i sanntid, korrigeres som sagt målingene manuelt for drift og sprang gjennom aktuell målekampanje.

Siden det ble oppdaget feil i sanntids-korrigeringen fra systemet - feil driftskalibrering - ble denne beregnet på nytt, se tabell 6.1. Det ble forsøkt å først korrigere alle observasjonene med disse nye konstantene før korrigering av korttidsdrift (som da ikke ble de samme verdiene som i tabellene 6.2, 6.4 og 6.3) men dette resulterte i akkurat de samme sluttresultatene som ved korrigering for bare korttidsdrift. Derfor konkluderes det med at metoden vi bruker for modellering av korttidsdrift, som beskrives under, også inkluderer den stasjonære lineære driften. Av denne grunn gjøres bare en samlet driftskorrigerings som fanger opp både korttids- og langtidsdrift.

Driften bestemmes basert på sammenligning av første og siste observasjon i hver kampanje. For å kunne modellere driften under målekampanjene, må målinger gjøres i en sløyfe der man starter og avslutter i samme stasjon.

---

Det beregnes avvik mellom vektet middel av observasjonene i første stasjon, som alltid er Åsa og Jondal-2, og vektet middel av observasjonene i siste stasjon, som også er Åsa og Jondal-2. Disse observasjonene må være korrigert for tidejord [Seigel et al., 1995]. Vektene beregnes ved å først beregne standardfeil til hver observasjon gjennom ligning (6.1).

$$SE_i = \frac{std_i}{\sqrt{dur_i - rej_i}} \quad (6.1)$$

Alle parameterne som går inn i ligning (6.1) hentes fra resultatfilen til CG5, beskrevet i figur 5.3.  $dur$  er antall målinger og  $rej$  er antall forkastede målinger.  $std$  er standardavviket til hver 60 sekunder lange observasjonsserie. For LCR foreligger ikke slike data, så her beregnes vanlig aritmetisk middel av første og siste stasjon.

Vektene settes så omvendt proporsjonal med kvadratet av standardfeilen:

$$w_i = \frac{1}{SE_i^2} \quad (6.2)$$

Deretter beregnes vektet middel for første og siste stasjon, og det oppnås en verdi i mikrogal som blir avviket mellom de to stasjonsbesøkene, se ligning (6.3). I ligningen indikerer  $i$  og  $j$  henholdsvis siste og første besøk av Åsa/Jondal-2.  $g$  er observert tyngdeverdi.

$$\text{avvik}_{dato} = \left( \frac{\sum g_i \cdot w_i}{\sum w_i} \right) - \left( \frac{\sum g_j \cdot w_j}{\sum w_j} \right) \quad (6.3)$$

For tidsforskjellene beregnes gjennomsnittlig tid for første og siste besøk av Åsa/Jondal-2 som en verdi i sekunder. Deretter beregnes tidsforskjellen mellom disse verdiene. Endelig verdi for korttidsdriften blir beregnet:

$$\text{drift}_{dato} = \frac{\text{avvik}_{dato}}{\Delta t} \quad (6.4)$$

Resultatet av dette blir en verdi for driften i enhet  $\mu\text{Gal/s}$ . Dette avviket spres utover alle de andre målingene skalert med tiden det har gått mellom dem og første måling. Gjennomsnittstiden for første måling i Åsa aktuell dag blir referansetidspunktet ( $t_{ref}$ ) for denne korrigeringen.

$$g_{korr} = g_{obs} - \text{drift} \cdot (t - t_{ref}) \quad (6.5)$$

Dette gjøres for målinger med både LCR og CG5.

## 6.2.2 Beregnede driftverdier

Avvik og beregnet drift per dag for alle tre instrumenter listes i tabellene 6.2, 6.3 og 6.4. Fortegnet på disse verdiene stemmer overens med figurene 6.2 og 6.3 .

Driftsestimatene for LCR stemmer overens med lignende resultater fra målinger med 16 ulike LCR modell G og D instrumenter på basisen i Spania. Driften ble der beregnet til verdier mellom -811 og 137  $\mu\text{Gal/dag}$  [Vieira et al., 2002]. Under målekampanjen med G-761 på NMBU campus i 2012 ble driften estimert til 31.32  $\mu\text{Gal/t}$  [Ophaug et al., 2013]. Resultatene i mine beregninger ligger litt lavere enn dette. Det er også verdt å merke seg at driften er minst den korteste dagen.

Tabell 6.2: Avvik og drift for målekampanjene med LCR på Ringerike.

| Dato   | Avvik $\mu\text{Gal}$ | $\Delta t$ | Drift $\mu\text{Gal/t}$ |
|--------|-----------------------|------------|-------------------------|
| 17.sep | 120.335               | 23220 s    | 18.657                  |
| 21.sep | -15.534               | 16740 s    | -3.341                  |
| 29.okt | -44.829               | 30300 s    | -5.326                  |

Estimatene for CG5-ene er i nærheten av tidligere resultater beregnet for et Scintrex CG3-gravimeter. Driften for CG3 ble estimert til et gjennomsnitt på 13.6  $\mu\text{Gal/t}$  over 14 individuelle målekampanjer [Timmen, 2010]. Estimatene i tabell 6.3 og 6.4 er hovedsakelig noe mindre enn dette, utenom to kampanjer med CG5-41475, hvor driften er større. Den har også negativt fortegn.

Selskapet Octio Gravitude AS gjorde i 2014 en kalibrering av CG5-instrumenter på basisen i Jondal, og fant på to målekampanjer en lineær drift på 30.1  $\mu\text{Gal/t}$  og 25.5  $\mu\text{Gal/t}$  i gjennomsnitt for seks CG5-instrumenter [Lien, 2014]. Dette er litt større verdier enn her, sett bort fra den ene kampanjen med CG5-41475 på Ringerike.

Tabell 6.3: Avvik og drift for CG5-41429.

| Dato og sted     | Avvik i $\mu\text{Gal}$ | $\Delta t$ | Drift $\mu\text{Gal/t}$ |
|------------------|-------------------------|------------|-------------------------|
| 17.sep Ringerike | 37.26                   | 24801.86 s | 5.409                   |
| 29.okt Ringerike | -28.81                  | 22490.10 s | -4.611                  |
| 22.sep Jondal    | -23.02                  | 27341.20 s | -3.031                  |
| 23.sep Jondal    | -47.01                  | 14264.40 s | -11.864                 |

Tabell 6.4: Avvik og drift for CG5-41475.

| Dato og sted     | Avvik i $\mu\text{Gal}$ | $\Delta t$ | Drift $\mu\text{Gal/t}$ |
|------------------|-------------------------|------------|-------------------------|
| 17.sep Ringerike | -69.168                 | 25148.46 s | -9.901                  |
| 29.okt Ringerike | -171.611                | 22490.20 s | -27.470                 |
| 22.sep Jondal    | -62.030                 | 27340.60 s | -8.168                  |
| 23.sep Jondal    | -70.706                 | 14264.50 s | -17.844                 |

# 7 Tyngdegradient og beregning av tyngdegradient

## 7.1 Tyngdegradient og dens bruksområde

Referansehøyden vi bruker for A10 gir oss en absolutt tyngdeverdi i høyde 1.0 meter over punktet vi måler i. Vi ønsker imidlertid ofte å vite tyngdens verdi i en annen referansehøyde. I denne oppgaven ønsker vi å flytte den absolutte tyngdeverdien fra A10 sin referansehøyde ned til valgt kalibreringshøyde på 0.20 m. Høyde på 0.20 m velges fordi det er nært instrumenthøyden til de relative instrumentene, og det reduserer virkningen av gradientens usikkerhet. Her kommer tyngdekraftens vertikale gradient inn i bildet, og den spiller en viktig rolle for absoluttgravimetri. Den lar oss ivareta at tyngdekraftens virkning på testmassen varierer i løpet av et fritt fall. Dette må tas hensyn til når  $g$  skal beregnes, uavhengig av valgt referansehøyde. Tyngdegradientens verdi blir ofte oppgitt i  $\mu\text{Gal}/\text{cm}$ .

Som senere beskrevet i delkapittel 7.4, er det helt nødvendig for kalibreringen at A10- og LCR/CG5-målingene flyttes slik at de refererer seg til samme høyde.

Den ballistiske ligningen får flere ledd sammenlignet med bevegelsesligningen for konstant akselerasjon, hvis man tar hensyn til tyngdegradienten. Tar vi ikke dette hensynet, kan vi ikke løse for  $g$  med ønsket presisjon.

Lokal gradient må observeres og beregnes i hvert av punktene, fordi den kan avvike betydelig fra den kjente friluftsgradienten på  $-3.086 \mu\text{Gal}/\text{cm}$ . Til eksempel er tyngdegradienten i Åsa på Ringerike beregnet til  $-2.711 \mu\text{Gal}/\text{cm}$ . Ved en overføring på 1.0 m vil forskjellen mellom å bruke disse to være  $37 \mu\text{Gal}$ , som er en mye større feil enn de aktuelle instrumentenes måleusikkerhet.

Gradienten inngår altså som parameter i den ballistiske ligningen ved absolutte tyngdemålinger, som løses for å beregne  $g$  i et punkt. I våre punkter er en foreløpig beregning av gradientobservasjoner fra 2020 brukt i prosesseringen av A10 observasjonene. Dette er imidlertid ikke nøyaktig de samme gradientene som har blitt beregnet i ettertid, men dette vil være av liten betydning. En gradientfeil på  $0.05 \mu\text{Gal}/\text{cm}$  vil utgjøre ca.  $1.5 \mu\text{Gal}$  for tyngdeverdi i høyde 1.0 m.

## 7.2 Gradientmålinger med CG5

Her beskrives prosedyren Kartverket bruker for gjennomføring av gradientmålinger, og dermed metoden som ble brukt på Ringerike og i Jondal. Denne metoden ligger til grunn for beregnede tyngdegradienter.

En trefot plasseres på stativ i høyde ca. 1 m over bakken. En annen trefot plasseres på bakken over bolt, se bilde 7.1. Instrumenthøyden blir avstanden mellom topplatene til treføttene.

Gravimeteret plasseres på den nedre trefoten og tyngde måles som middel over 60 sekunder. Gravimeteret plasseres på den øvre trefoten og tyngde måles som middel over 60 sekunder. Etter hver måling blir data godkjent og skrevet til fil, og oppsettet på denne filen er som i figur 5.3.

---

For hvert bytte av måleposisjon blir instrumentet horisontert med justeringsskruer og elektroniske libeller. Denne måleprosedyren gjentas minst fem ganger, slik at det foreligger minst ti målinger, fem fra hver posisjon og dermed fem tyngdeforskjeller  $\Delta g$ . I vårt tilfelle ble det gjort ti målinger i hver posisjon, unntatt i Åsa og Eriksrud hvor det ble gjort åtte i hver.



Figur 7.1: Typisk oppstilling for gradientmåling med Scintrex CG5. Her på Ringerike i punktet Borgergrenda. Til venstre er gravimeteret i øvre posisjon, og til høyre i nedre posisjon.

## 7.3 Gradientbestemmelse

### 7.3.1 Metodikk

Det er vanlig å anta en lineær tyngdeendring med høyden, som vil si at man ser på tyngdegradienten som konstant i høydeintervallet vi har målinger fra. Dette kalles å beregne konstant tyngdegradient. Det er denne metoden som brukes for å beregne tyngdegradienter i punktene på Ringerike og i Jondal. Metoden brukes fordi endringen i tyngdegradientens verdi er størst i de første titalls centimeterne over bakken, og sammen med at referansehøyden til A10 er på 1.0 m og fallhøyden i droppkammeret er ca. 10 cm, er konstant tyngdegradient tilstrekkelig for overføring til andre høyder.

En annen metode å beregne tyngdegradienten på er å la den variere med høyden - høydeavhengig tyngdegradient. Her tar man hensyn til at endringen i tyngdefeltet med høyden ikke er konstant. Denne metoden brukes som regel for geodynamiske studier som krever høy presisjon, og krever at man måler tyngdeforskjeller i forskjellige høyder over punktet. Alle tyngdeforskjellene må måles med referansehøyden (bolten) som det ene av de to nivåene det måles mellom. De andre høydene kan for eksempel være  $h = 40$ ,  $h = 80$  og  $h = 120$ .

Det er tidkrevende og krever en mer avansert beregningsmetode å bestemme høydeavhengig tyngdegradient. I denne oppgaven er vi ute etter tyngdedifferansen mellom 1.0 m og 0.2 m, og som sagt er ikke-lineariteten størst nærmest bakken. Det er vanskelig å måle tyngde nærmere bakken enn 0.2 m med et relativgravimeter, grunnet instrumentene høyde.

---

### 7.3.2 Beregning av konstant gradient

I beregningen av tyngdegradienter blir det tatt hensyn til hver observasjons usikkerhet, og deretter beregnet et vektet gjennomsnitt av tyngdedifferansene ved hjelp av en vektet minste kvadraters metode. Dette vektete gjennomsnittet av tyngdedifferansene blir så dividert på gjennomsnittet av høydemålingene, og resulterer i tyngdegradienten sammen med en standardfeil.

Det blir ikke tatt hensyn til den lineære driften i CG5 41475-instrumentet under disse beregningene. Dette er fordi den beregnede driften (tabell 6.4) over 2-3 minutter utgjør veldig liten forskjell, ca. 0.6 - 0.9  $\mu\text{Gal}$ , gravimeterets presisjon tatt i betraktning.

Gradientberegningen starter med et grovfeilsøk av tyngdedifferansene basert på multipel t-testing med feilslutningssannsynlighet på 5% [Koch, 2013]. Observasjoner som er signifikant feilaktig, tas ut av systemet.

I utjevningen etter grovfeilsøket består designmatrisen  $A$  av en kolonnevektor med 1-ere, og vektmatrixen  $W$  er diagonal med vektene satt omvendt proporsjonale med kvadratet av observasjonens standardfeil. Observasjonene er de gjenværende tyngdedifferansene.

$dg$  er tyngdedifferanser, og går inn som observasjonsvektor  $l$  i normalmatrisens høyreside  $h$  i ligning (7.2).  $x$  beregnes med ligning (7.3) og blir  $\Delta g$  i ligning (7.4).

$$N = (A^T W A) \quad (7.1)$$

$$h = (A^T W l) \quad (7.2)$$

$$x = (A^T W A)^{-1} \cdot (A^T W l) = N^{-1} \cdot h \quad (7.3)$$

Tyngdegradienten  $\gamma$  blir så beregnet med ligning (7.4):

$$\gamma = \frac{\Delta g}{\Delta h}, \text{ der } \Delta g = x \quad (7.4)$$

I ligning (7.4) er  $\Delta g$  vektet gjennomsnitt av observerte tyngdedifferanser i punktet.  $\Delta h$  er gjennomsnittet i høyde på målingene.

Med vektet minste kvadraters metode kan vi bestemme kovariansmatrisen  $C_{xx}$ , og deretter standardfeil til  $\Delta g$ . Det blir gjort gjennom ligningene (7.5) til (7.8).  $v$  er residualer,  $s_0$  er standardavvik for vektsenheten og  $SE_{\Delta g}$  er vektet standardfeil til  $\Delta g$ .

$$v = A \cdot \Delta g - l \quad (7.5)$$

$$s_0 = \sqrt{\frac{v^T W v}{n - e}} \quad (7.6)$$

I ligning (7.6) er  $n$ ,  $e$  dimensjonen til  $A$ -matrisen, og  $n$  tilsvarer antall observasjoner og  $e$  er antall ukjente.

$$C_{xx} = s_0^2 \cdot Q, \text{ der } Q = N^{-1} \quad (7.7)$$

$$SE_{\Delta g} = \sqrt{q_{xx}}, \text{ der } q_{xx} \text{ er diagonalelementene i } Q \quad (7.8)$$

For høydedifferansene regnes standardfeil til middelet  $\Delta h$  gjennom ligning (7.9).

$$SE_{tmp} = \frac{\sigma_{dh}}{\sqrt{n_{dh}}} \quad (7.9)$$

På høydemålingene legges det også til et bidrag av systematiske feil på  $dh_{error} = 5$  mm.

Dermed blir høydemålingenes totale usikkerhet:

$$SE_{\Delta h} = \sqrt{SE_{tmp}^2 + dh_{error}^2} \quad (7.10)$$

Følgende størrelser foreligger til slutt:

- $\Delta g$  vektet gjennomsnitt av observerte tyngdedifferanser
- $\Delta h$  gjennomsnitt av instrumenthøyde
- Standardfeilen til middel av tyngdedifferanser:  $SE_{\Delta g}$
- Standardfeilen til middelhøyden:  $SE_{\Delta h}$

Standardfeilen til tyngdegradienten kan så beregnes med ligning (7.11).

$$SE_{\gamma} = \sqrt{SE_{\Delta g}^2 \left(\frac{1}{\Delta h}\right)^2 + SE_{\Delta h}^2 \left(\frac{\Delta g}{\Delta h^2}\right)^2} \quad (7.11)$$

## 7.4 Beregnede vertikale tyngdegradienter

Tabell 7.1: Beregnede tyngdegradienter i stasjoner på begge basiser.

| Stasjon      | Gradient ( $\gamma$ ) $\mu\text{Gal}/\text{cm}$ | Instrument         |
|--------------|---|--------------------|
| Åsa          | $-2.961 \pm 0.018$                              | Scintrex CG5 41475 |
| Borgergrenda | $-3.253 \pm 0.013$                              | Scintrex CG5 41475 |
| Eriksrud     | $-3.719 \pm 0.043$                              | Scintrex CG5 41475 |
| Jaklefoss    | $-3.510 \pm 0.035$                              | Scintrex CG5 41475 |
| Ringkollen   | $-3.848 \pm 0.064$                              | Scintrex CG5 41475 |
| Jondal-2     | $-2.510 \pm 0.026$                              | LCR G-761          |
| Jondal-3     | $-3.189 \pm 0.015$                              | Scintrex CG5 41475 |

Det ble ikke gjort gradientmålinger i punktet Jondal-2 høsten 2020. Den er tidligere observert av NMBU i 2014 med LCR G-761. Gradienten ble deretter beregnet slik den står i tabell 7.1. Jondal-1 ble heller ikke målt i 2020.

De beregnede vertikale tyngdegradientene er som forventet forskjellige fra stasjon til stasjon. Tyngdedifferanser mellom stasjoner beregnet i forskjellige høyder vil dermed være ulike. Disse ville vært identiske hvis gradientene var like i hver stasjon. For eksempel er tyngdedifferansen mellom Åsa og Ringkollen 96.292 mGal i høyde 1.0 m, mens den er 96.200 mGal i høyde 0.2 m. Dette er et viktig poeng som underbygger at målingene flyttes til en felles referansehøyde før kalibreringsberegningene.



## 8 Nye skalafaktorer

Før metoden for beregning av nye kalibreringsfaktorer som gir nye skalafaktorer beskrives, er det naturlig å vise kalibreringstabellen til LCR G-761, og de gamle skalafaktorene som lå inne i CG5-instrumentene under datainnsamlingen.

### 8.1 Kalibreringstabell LCR G-761

Hvert LCR modell G gravimeter har sin egen unike kalibreringstabell. For G-761 kan denne sees i tabell 1 i Vedlegg. Tabellen består av 70 kalibreringsfaktorer, en for hver 100 telleenhet [LaCoste and Romberg, 2004]. Disse verdiene er bestemt i laboratorium av produsenten LaCoste & Romberg. Tabellen gir en mekanisk kalibreringsfaktor som lar en telleenhet bli overført til milligal.

Kalibreringstabellen dekker hele instrumentets aksjonsområde, mens kalibrering på Ringerike strengt tatt kun gjelder ALIOD100 sitt aksjonsområde.

Den nye skalafaktoren som bestemmes kan ikke sammenlignes med verdi i kalibreringstabellen. Dette er fordi G-761 har mulighet for både mekanisk avlesning ved hjelp av telleverksverdier, og elektronisk avlesning ved hjelp av feedback-systemet. Dette elektroniske systemet (ALIOD100) er ettermontert, og var ikke på instrumentet da det ble bygget på 80-tallet. Kalibreringstabellen ble levert med instrumentet da det var nytt den gangen.

Under målinger med G-761 har det blitt lest av tyngdeverdier i mGal direkte på displayet, og telleverksverdien holdt konstant i alle målekampanjer.

Ny estimert skalafaktor vil derfor ikke ha noe med kalibreringstabellen å gjøre, men vil bli sammenlignet med en kalibrering gjort på gravimetritestfeltet til NMBU på campus Ås i 2012. Dette testfeltet er lite (7 mGal), men det vil da være mulig å si noe om kalibrering i forhold til kalibreringsbasisens egenskaper.

### 8.2 Gamle skalafaktorer i CG5-instrumentene

I tabell 8.1 kan man se skalafaktorene som lå inne i CG5-instrumentene under innsamling av kalibreringsmålingene høsten 2020.

Tabell 8.1: Skalafaktorer som lå inne i instrumentene under datainnsamling.

| Gravimeter         | Gammel skalafaktor: <i>GCAL1</i> |
|--------------------|----------------------------------|
| Scintrex CG5 41429 | 8124.916 mGal                    |
| Scintrex CG5 41475 | 8239.439 mGal                    |

Et Scintrex CG5 instrument har to skalafaktorer, kalt *GCAL1* og *GCAL2*. *GCAL2* tar for seg små kvadratiske ikke-lineariteter, og er satt til null av Scintrex. *GCAL2* skal ikke re-kalibreres av innehaver av et CG5 instrument, men det skal *GCAL1*. *GCAL1* kalles *the main calibration*

---

*constant* [Scintrex System Autograv TM].

Scintrex har bestemt *GCAL1* på *Orangeville Calibration line*, 70 km nord for Toronto i Canada. Denne basisen består av to absolutte stasjoner. Delen av basisen som er brukt for CG5 kalibrering består av fem stasjoner på en distanse av 70 km, med tyngdeintervall på 119 mGal. For transport mellom stasjonene brukes bil. Den har dermed veldig lik karakteristikk som den nye basisen på Ringerike.

Målinger gjøres på vei opp og ned slik som vår måleprosedyre. DUR (antall målinger) er 60 sekunder og observasjonene blir korrigert for tidejord automatisk av systemet. Stasjonær langtidsdrift er beregnet i forkant, og lagt inn i instrumentet (Scintrex System Autograv TM). De måler i sløyfe og beregner korttidsdrift som korrigerer de andre målingene i etterkant.

Verdien av *GCAL1* forandrer seg grunnet effekter på kvartsfjæren (*stress relaxation*), og driftsraten til *GCAL1* sies å være normalt 1 til 2 ppm per dag [Scintrex System Autograv TM]. Derfor må det for presise anvendelser re-kalibreres, og Scintrex anbefaler og gjøre det på lik måte som de har gjort det.

### 8.3 Metode for beregning av nye skalafaktorer

Det beregnes ny skalafaktor for alle tre aktuelle relativgravimetre; LCR G-671 og Scintrex CG5 41429 og 41475. Samme metode brukes for begge CG5-instrumentene, og samsvarer med metoden Scintrex bruker for den første kalibreringen av *GCAL1* i Canada.

For LCR blir dette gjort på bakgrunn av kalibreringsmålinger innsamlet på Ringerike, mens det for CG5-ene foreligger kalibreringsmålinger fra både Ringerike og Jondal.

Til beregning av nye skalafaktorer brukes ligning (8.1) som observasjonsligning. Her holdes den absolutte tyngdeverdien til hver stasjon fast i utjevningen. Det vil si at observasjonene med A10 betraktes som feilfrie, altså de sanne tyngdedifferansene mellom stasjon  $i$  og  $j$ . Dette kalles et fast datumvalg, og reduserer parameterrommet med et element, nemlig tyngdeverdiene i datumspunktene. Siden målingene korrigeres for drift før utjevningen (se ligning (6.5)), reduseres parameterrommet ytterligere. Ligning (2.3) ender da opp som:

$$dg_{AG,ij} = c \cdot dg_{RG,ij} + e_{ij} \quad (8.1)$$

I ligning (8.1) er  $dg_{AG,ij}$  tyngdedifferanser mellom stasjon  $i$  og  $j$  observert med A10,  $dg_{RG,ij}$  er observerte tyngdedifferanser med relativgravimeter korrigert for tidejord og drift,  $e_{ij}$  er feil og  $c$  er skalafaktor det skal løses for. Skalafaktorens verdi forventes å være nær 1.0 på grunn av nøyaktigheten til instrumentene, siden det allerede ligger inne en tidligere kalibrert skalafaktor (*GCAL1*) i CG5-systemet. Ligning (8.1) er lik den Scintrex anbefaler i CG5-manualen [Scintrex System Autograv TM].

*GCAL1* er skalafaktoren som trengs for å gjøre om de rå observasjonene til tyngde for CG5, og denne ligger inne i instrumentets system.  $c$  i ligning (8.1) blir dermed en hjelpestørrelse som vi trenger i utjevningen siden CG5 sine rå-observasjoner i volt ikke er tilgjengelig og observasjonene som brukes allerede er skalert med gammel *GCAL1*. Ny skalafaktor *GCAL1'* blir regnet ut gjennom ligning (8.2). For CG5 blir derfor  $c$  en kalibreringskonstant som gir ny skalafaktor.

$$GCAL1' = c \cdot GCAL1 \quad (8.2)$$

For LCR G-761 er  $c$  også en hjelpestørrelse. Også med dette instrumentet må rå observasjonene (lengde/spenning) konverteres - og dette er allerede gjort ved avlesning.

---

### 8.3.1 Korrigering for tidejord og instrumentdrift

For LCR må først tidejordefeffekten beregnet i Tsoft trekkes fra hver observasjon. CG5-observasjonene er allerede korrigert for tidejord gjennom instrumentets system.

Deretter korrigeres observasjonene for drift gjennom målekampanjene som beskrevet i delkapittel 6.2.1. Avvik og beregnet drift per dag for alle tre instrumenter listes i tabellene 6.2, 6.3 og 6.4.

Når alle målingene er korrigert for tidejord og drift, midles de for hvert stasjonsbesøk per dag. For LCR er dette et aritmetisk middel, og det foreligger nå altså to midlede målinger i hver stasjon per dag, en på vei opp og en på vei ned siden det ble målt i rekkefølgen A-B-C-D-E-E-D-C-B-A, se tabell 5.1.

Disse midlene får standardfeil utregnet med ligning (8.3). I ligningen er  $\sigma_i$  standardavviket til de seks observasjonene i hver stasjon korrigert for drift og tidejord, og seks står for seks målinger per stasjon. Det gjøres på denne måten fordi i motsetning til CG5-observasjonene, har ikke LCR-observasjonene et tilhørende standardavvik spesifikt for hver observasjon generert av systemet, og er heller ikke midlet over 60 sekunder. Da kan det ikke beregnes vektet middel. Alle observasjonene vektet derfor likt - aritmetisk middel.

$$SE_i(h = x) = \frac{\sigma_i}{\sqrt{n}} = \frac{\sigma_i}{\sqrt{6}} \quad (8.3)$$

For CG5-ene beregnes et vektet middel for hvert stasjonsbesøk i hver målekampanje. Se tabell 5.2 for oversikt over stasjonsbesøk og antall målinger hver dag. Det tas hensyn til standardavviket til hver måling, antall målinger (60 hver gang) og antall forkastede målinger i hver stasjon i beregning av standardfeil til hver observasjon. Disse midlene får hver sin tilhørende standardfeil. Denne beregnes på vanlig måte fra kovariansmatrisen i utjevningen til vektet middel beregningen, se ligningene (7.5) til (7.8) fra delkapittel 7.3.2. Standardfeilen til hvert stasjonsmiddel ligger kvadrert på diagonalen til kovariansmatrisene.

### 8.3.2 Redusering til valgt kalibreringshøyde

For å redusere virkningen av tyngdegradientens usikkerhet, gjøres kalibreringen i en høyde nær instrumenthøydene til LCR og CG5-instrumentene på  $h = 20$  cm. Gjennomsnittshøyden til LCR gjennom alle tre målekampanjer var 20.9 cm, og ingen instrumenthøyder var under 20 cm. Da blir overføringsavstanden mindre, og dermed blir feilbidraget fra tyngdegradientens usikkerhet også mindre.

For CG5 var gjennomsnittlig instrumenthøyde i alle stasjoner gjennom alle målekampanjer 23.5 cm. Stasjonene med størst gjennomsnittlig instrumenthøyde er Ringkollen, Jondal-2 og Jondal-3. Her ligger de opp mot, og rett over 25 cm i snitt. Den 17. september er det instrumenthøyder under 20 cm i oppstilling i Borgergrenda og Eriksrud, dette er de eneste som må flyttes oppover. I disse to blir dermed fortegnet motsatt fra de andre.

Alle stasjonsmidlene flyttes slik at de refererer seg til høyde lik 20 cm. De absolutte verdiene fra A10 må også flyttes på samme måte. Dette gjøres ved ligning (8.4). Hvis dette ikke gjøres refererer g-verdien seg til *transfer height*, som er den beregnede g-verdiens referansehøyde.

$$g(h) = g(h_{ref}) + \gamma \cdot (h - h_{ref}) \quad (8.4)$$

I ligning (8.4) er kalibreringshøyden  $h$  lik 20 cm, og for de absolutte verdiene er  $h_{ref}$  lik 100 cm. For de relative verdiene vil  $h_{ref}$  være instrumenthøyden. Tyngdegradienten ( $\gamma$ ) er beregnet tyngdegradient i aktuell stasjon som vist i tabell 7.1.

Når tyngdeverdiene flyttes ca. 80 cm ned, øker verdiene fordi tyngdekraften som kjent avtar med høyden. Det siste leddet i ligning (8.4) blir negativt. Tyngdegradientene har negativt fortegn, og

derfor blir det et samlet positivt bidrag som legges til  $g(h_{ref})$ . Dette kan enkelt kontrolleres ved å se at  $g$ -verdien øker når den flyttes 80 cm ned. For A10 målinger skal verdien øke med ca. 300  $\mu\text{Gal}$ , og dette ble bekreftet i beregningene.

Feilforplantning brukes til å beregne måleusikkerhet for  $h = 20$  cm som tar hensyn til tyngdegradientens usikkerhet ved overføring av tyngdeverdiene ned til  $h = 20$  cm. Når tyngde fra A10 overføres til  $h = 20$  cm vil usikkerheten øke på grunn av tyngdegradientens usikkerhet. Bidraget finnes ved å multiplisere tyngdegradientens usikkerhet med høydeforskjellen. Deretter kvadreres og adderes dette bidraget til A10 målingenes totale usikkerhet. Ligning (8.5) viser beregningsmetoden for dette.

$$usikkerhet(h = 20\text{cm}) = \sqrt{(Total\ usikkerhet(h = 100\text{cm}))^2 + (SE_{\gamma} \cdot dh)^2} \quad (8.5)$$

I ligning (8.5) inngår den totale usikkerheten til A10 målingen i aktuell stasjon, standardfeilen til tyngdegradienten og  $dh$  som er 80 cm. Ut kommer målingens usikkerhet ved å flytte tyngdeverdiene ned til  $h = 20$ . Resultatene fra denne beregningen kan sees i tabell 8.2.

Tabell 8.2: Økning i total usikkerhet ved flytting av tyngdeverdien fra referansehøyden (*transfer height*) på 100 cm ned til kalibreringshøyden på 20 cm.

| Punkt    | Total usikkerhet(h=100cm) $\mu\text{Gal}$ | Total usikkerhet (h=20cm) $\mu\text{Gal}$ |
|----------|---|---|
| AASA     | 10.55                                     | 10.65                                     |
| BORG     | 10.53                                     | 10.58                                     |
| ERIK     | 10.58                                     | 11.13                                     |
| JAKL     | 10.56                                     | 10.92                                     |
| RING     | 10.61                                     | 11.78                                     |
| JONDAL-2 | 10.56                                     | 10.76                                     |
| JONDAL-3 | 10.53                                     | 10.60                                     |

For de midlede relative målingene må det også tas hensyn til tyngdegradientenes usikkerhet gjennom overføringen. Det skjer på samme måte som for de absolutte verdiene gjennom ligning (8.5). Her er det første leddet under kvadratrotten den tidligere beregnede standardfeilen i instrumenthøyden kvadrert, og det andre leddet er likt som for A10 utenom  $dh$  som vil være forskjellig for hver oppstilling.

### 8.3.3 Tyngdedifferanser

Det regnes så endelige tyngdedifferanser mellom stasjonene på  $h = 20$  cm. For LCR blir det åtte tyngdedifferanser per målekampanje, se tabell 8.3, og hver differanse får en tilhørende standardfeil. Åsa (AASA) er referansestasjon for hver differanse, og systemet settes opp som vist i tabell 8.4 for hver dag. Disse differansene blir  $dg_{RG,ij}$  i ligning (8.1) i utjevningen beskrevet i delkapittel 8.3.4.

Tabell 8.3: Oversikt over antall tyngdedifferanser observert hver dag med LCR.

| Dato og sted     | Rekkefølge          | Antall differanser |
|------------------|---------------------|--------------------|
| 17.sep Ringerike | A-B-C-D-E-E-D-C-B-A | 8                  |
| 21.sep Ringerike | A-B-C-D-E-E-D-C-B-A | 8                  |
| 29.okt Ringerike | A-B-C-D-E-E-D-C-B-A | 8                  |
|                  |                     | <b>Sum = 24</b>    |

Tabell 8.4: Oppsett for beregning av tyngdedifferanser for relative målinger med LCR. Indeksene 1 og 2 står for første og andre stasjonsbesøk.

| Differanse        | Standardfeil                           |
|-------------------|--|
| $BORG_1 - AASA_1$ | $\sqrt{SE_{BORG,1}^2 + SE_{AASA,1}^2}$ |
| $ERIK_1 - AASA_1$ | $\sqrt{SE_{ERIK,1}^2 + SE_{AASA,1}^2}$ |
| $JAKL_1 - AASA_1$ | $\sqrt{SE_{JAKL,1}^2 + SE_{AASA,1}^2}$ |
| $RING_1 - AASA_1$ | $\sqrt{SE_{RING,1}^2 + SE_{AASA,1}^2}$ |
| $BORG_2 - AASA_2$ | $\sqrt{SE_{BORG,2}^2 + SE_{AASA,2}^2}$ |
| $ERIK_2 - AASA_2$ | $\sqrt{SE_{ERIK,2}^2 + SE_{AASA,2}^2}$ |
| $JAKL_2 - AASA_2$ | $\sqrt{SE_{JAKL,2}^2 + SE_{AASA,2}^2}$ |
| $RING_2 - AASA_2$ | $\sqrt{SE_{RING,2}^2 + SE_{AASA,2}^2}$ |

For CG5 blir antall differanser per kampanje vist i tabell 8.5. Differanser og tilhørende standardfeil beregnes på samme måte som for LCR. Tyngdedifferansene for CG5 fra Jondal beregnes med Jondal-2 som referansestasjon.

Tabell 8.5: Oversikt over antall tyngdedifferanser observert hver dag med CG5. Likt for begge CG5-ene.

| Dato og sted     | Rekkefølge          | Antall differanser |
|------------------|---------------------|--------------------|
| 17.sep Ringerike | A-B-C-D-E-E-A       | 5                  |
| 29.okt Ringerike | A-B-C-D-E-E-D-C-B-A | 8                  |
| 22.sep Jondal    | J1-J2-J2-J1         | 2                  |
| 23.sep Jondal    | J1-J2-J2-J1         | 2                  |
|                  |                     | <b>Sum = 17</b>    |

Differanser av absolutte målinger,  $dg_{AG,ij}$ , beregnes på samme måte med Åsa som referanse, og dette resulterer i fire absolutte differanser på Ringerike og en differanse i Jondal, der Jondal-2 er referansestasjon.

---

### 8.3.4 Vektet minste kvadraters utjevning

Utjevningen med minste kvadraters metode settes nå opp, der ligning (8.1) utgjør observasjonsligning. Det foretas ikke søk etter grovfeil, alle kalibreringsobservasjonene tas med i utjevningen. Videre beskrives dimensjonen på systemet med alle målinger inkludert, men det vil også undersøkes hvilke resultat som oppnås med reduserte datagrunnlag i utjevningen.

Vektmatrisen  $W$  settes opp som diagonal, med vektene omvendt proporsjonal med kvadratet av tyngdedifferansenes standardfeil.  $W$  matrisen har dimensjon  $n \times n$ , der  $n$  er antall differanser og lik 24 for LCR og 17 for begge CG5.

$A$ -matrisen blir en kolonnevektor med 1-ere og dimensjon  $n \times e$ , der  $e$  er den ukjente skalafaktoren  $c$  det løses for.  $e$  er dermed lik 1.

Observasjonene  $z$  blir en matrise med dimensjon  $n \times 1$ . Elementene i observasjonsmatrisen  $z$  er  $dg_{AG,ij}/dg_{RG,ij}$ .  $z$  blir derfor  $24 \times 1$  og  $17 \times 1$  for henholdsvis LCR og CG5-ene.

Systemet løses for parameter  $x$  på vanlig måte, og likt som tidligere beskrevet i delkapittel 7.3.2.  $x$  blir estimert kalibreringsfaktor, og skal forventet ligge rundt 1.0. For CG5 skal denne multipliseres med gammel  $GCAL1$  for å gi den nye skalafaktoren  $GCAL1'$ , som vist i ligning (8.2). For LCR blir tolkes kalibreringsfaktoren direkte som skalafaktor.

Hovedforskjellen fra LCR er at det finnes data fra både Ringerike og Jondal for CG5. Derfor prøves utjevningen på nytt med data fra kun Ringerike, kontra data fra begge basiser. Systemet settes opp helt likt, men observasjoner fra Jondal tas vekk, så dimensjonen på systemet blir mindre. Utjevningen vil også testes med data bare fra Jondal, samt hvis bare en dag med målinger brukes.

### 8.3.5 t-Test av signifikans

Det undersøkes til slutt om de estimerte skalafaktorene er signifikante ved en t-test. Teststørrelsen  $t$  blir beregnet gjennom ligning (8.6).

$$t = \frac{c - \mu_0}{SE_c} \quad (8.6)$$

I ligning (8.6) er  $c$  skalafaktor,  $SE_c$  standardfeilen og  $\mu_0$  er lik 1.0. Det testes om estimert  $c$  er signifikant forskjellig fra 1.0, det vil si om det er nødvendig å oppdatere eksisterende skalafaktor. Det brukes en feilslutningssannsynlighet på 5%. Antall frihetsgrader  $n - 1$  for ulike datagrunnlag blir bestemt ut ifra antall observerte tyngdedifferanser fra tabellene 8.3 og 8.5.

Hvis teststørrelsen er større enn t-verdien som hentes fra Student t-fordeling, er ny estimert skalafaktor signifikant, og dermed er det nødvendig å oppdatere gammel skalafaktor.

## 9 Resultater

### 9.1 LCR G-761

Ny skalafaktor for LCR G-761 beregnes med bakgrunn i tre målekampanjer på den nye basisen på Ringerike til å være som i tabell 9.1.

Tabell 9.1: Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for LCR G-761.

| Datagrunnlag            | Skalafaktor $c$         |
|-------------------------|-------------------------|
| Ringerike (3 kampanjer) | $1.008284 \pm 0.000099$ |
| 17. september           | $1.008414 \pm 0.000233$ |
| 21. september           | $1.008066 \pm 0.000119$ |
| 29. oktober             | $1.008629 \pm 0.000135$ |

Tabell 9.1 viser at det oppnås størst presisjon hvis det brukes data fra alle tre kampanjer. Usikkerheten (standardfeilen) er en til to størrelsesordener lavere enn selve estimatet i alle tilfeller. Alle fire datagrunnlag gir en skalafaktor som er signifikant forskjellig fra 1.0 i en t-test med 5% feilslutningssannsynlighet.

Med riktig skalafaktor og feilfrie målinger vil LCR G-761 i prinsippet måle de samme tyngdedifferansene som A10. Feilen ved å bruke den gamle skalafaktoren vil derimot være 0.8284% sammenlignet med ny skalafaktor bestemt på tre kampanjer. Dette utgjør en forskjell på 0.7969 mGal for tyngdeforskjellen 96.1996 mGal mellom Åsa og Ringkollen.

Dette gjelder for alle fire datagrunnlagene det beregnes for. Alle fire vil gi ca. 0.8 mGal feil på tyngdedifferansen på Ringerike. Resultatet med data fra 21. september vil gi minst feil av de fire (0.8066%), som tilsvarer 0.77 mGal.

Dette er langt over presisjonen til LCR på 10-20  $\mu$ Gal, og som sagt signifikant.

Hvis skalafaktoren med størst presisjon tillegges instrumentet, vil dens usikkerhet kunne ha et utvalg på 9.5  $\mu$ Gal på tyngdeintervallet som finnes på Ringerike. Dette er på nivå med presisjonen til LCR.

LCR G-761 brukes i hovedsak til å observere vertikale tyngdegradienter. Hvis vi anvender skalafaktoren beregnet med alle tre målekampanjer på gjennomsnittet av tyngdedifferansene under gradientmålinger på Ringkollen (389.8  $\mu$ Gal, stasjonen med størst gjennomsnittlig tyngdedifferanse mellom øvre og nedre posisjon), gir dette da en observert tyngdedifferanse på 393  $\mu$ Gal. Differansen mellom disse er ca. 3.2  $\mu$ Gal, og under måleusikkerheten til LCR G-761.

---

## 9.2 Scintrex CG5

### CG5-41429

Ny kalibreringsfaktor som gir ny skalafaktor med ulike datagrunnlag står i tabell 9.2. Kalibreringsfaktoren blir i alle tilfeller som forventet nær 1.0.

Tabell 9.2: Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for CG5-41429.

| Datagrunnlag       | Kalibreringsfaktor $c$  | Ny skalafaktor $GCAL1'$ |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|
| Ringerike + Jondal | $1.000319 \pm 0.000043$ | 8127.513 mGal           |
| Ringerike          | $1.000359 \pm 0.000077$ | 8127.833 mGal           |
| Jondal             | $1.000294 \pm 0.000007$ | 8127.308 mGal           |
| 17. september      | $1.000068 \pm 0.000037$ | 8125.469 mGal           |

Selv om kalibreringsfaktoren blir nær 1.0, er den i de tre øverste tilfellene i tabell 9.2 signifikant forskjellig fra 1.0 med 5% feilslutningssannsynlighet. Hvis bare målinger fra 17. september på Ringerike legges til grunn, er den imidlertid ikke-signifikant. Kampanjen 17. september velges fordi det er interessant at målesløyfen denne dagen er kortere enn 29. oktober.

På samme måte som for LCR G-761, vil riktig skalafaktor og feilfrie målinger gjøre at CG5-41429 i prinsippet måler de samme tyngdedifferansene som A10.

Feilen ved å bruke den gamle skalafaktoren vil være 0.0294% sammenlignet med hvis ny skalafaktor fra Jondal, som har størst presisjon, tillegges instrumentet. Dette vil utgjøre en forskjell på 28.3  $\mu$ Gal for tyngdeforskjellen på Ringerike, og 66.8  $\mu$ Gal for tyngdeforskjellen 227.1948 mGal mellom Jondal-2 og Jondal-3.

Med den nye skalafaktoren fra Jondal vil altså instrumentet måle en større tyngdeforskjell enn tidligere, og differansene er større enn måleusikkerheten. Dette gjelder for alle de fire datagrunnlagene i tabell 9.2.

Den ikke-signifikante skalafaktoren den 17. september vil gi den minste differansen, med 15.4  $\mu$ Gal i Jondal, og 6.5  $\mu$ Gal på Ringerike. Den har på en annen side en usikkerhet som er en størrelsesorden høyere enn med Jondal som datagrunnlag.



---

## CG5-41475

Resultatene som oppnås for CG5-41475 presenteres i tabell 9.3.

Tabell 9.3: Ny skalafaktor på ulike datagrunnlag for CG5-41475.

| Datagrunnlag       | Kalibreringsfaktor $c$  | Ny skalafaktor $GCAL1'$ |
|--------------------|-------------------------|-------------------------|
| Ringerike + Jondal | $1.000482 \pm 0.000071$ | 8243.411 mGal           |
| Ringerike          | $1.000373 \pm 0.000083$ | 8242.516 mGal           |
| Jondal             | $1.000697 \pm 0.000046$ | 8245.179 mGal           |
| 17. september      | $1.000073 \pm 0.000178$ | 8240.039 mGal           |

De tre øverste kalibreringsfaktorene i tabell 9.3 blir, som på samme måte for CG5-41429, signifikante. Hvis det bare brukes målinger fra målekampanjen 17. september på Ringerike, blir den ikke-signifikant også for dette instrumentet. Kampanjen 17. september velges også her ut på grunn av benyttet målesløyfe.

Den største presisjonen som oppnås er også for dette instrumentet med kun målinger fra Jondal som datagrunnlag. Presisjonen er derimot en størrelsesorden høyere enn for CG5-41429. Feilen ved å bruke den gamle skalafaktoren kontra å bruke den nye fra Jondal er 0.0697%.

Hvis skalafaktor beregnet på målinger fra Jondal tillegges instrumentet, vil instrumentet måle en større tyngdeforskjell enn tidligere. Forskjellen vil være 158.4  $\mu$ Gal i Jondal, og 67.1  $\mu$ Gal på Ringerike. Dette er som sagt signifikante forskjeller.

Presisjonen som oppnås ved målinger fra Ringerike er lavere enn det som oppnås for Jondal. Hvis denne skalafaktoren brukes vil den måle 84.7  $\mu$ Gal større tyngdeforskjell i Jondal, og 35.9  $\mu$ Gal på Ringerike. Skalafaktoren med både Ringerike og Jondal som datagrunnlag har noe bedre presisjon, men vil måle enda større tyngdeforskjeller enn dette (0.0482%).

Skalafaktoren fra 17. september som er ikke-signifikant, har en usikkerhet som er en størrelsesorden høyere enn de tre andre estimatene. Denne usikkerheten vil kunne medføre større feil enn ved bruk av de tre andre skalafaktorene.

# 10 Diskusjon

Seigel et al. [1995] skriver at for en kalibreringsbasis som dekker over et tyngdeintervall på 100 mGal, og stasjoner kjent med 10-20  $\mu$ Gal nøyaktighet, vil presisjonen på bestemt skalafaktor være i størrelsesorden  $10^{-4}$ . Den nye basisen på Ringerike dekker såvidt ikke 100 mGal (96 mGal), men resultatene viser at de nye skalafaktorene har en presisjon på  $1\text{-}2\cdot 10^{-4}$  eller høyere. Dette gjelder for resultater fra Jondal også.

## 10.1 Sammenligning av resultat mot tidligere kalibreringer

### LCR modell G

Ophaug et al. [2013] estimerte, ved målinger med LCR G-761 på gravimetritestfeltet til NMBU på Campus Ås, en residual skalafaktor som var ikke-signifikant. Resultatet var  $-0.001946 \pm 0.001787$ , og hadde dermed en usikkerhet som var i samme størrelsesorden som estimatet selv. Dette antyder at tyngdeintervallet 7 mGal på Campus Ås ikke er ideelt for kalibrering.

For målinger gjort på basisen i Madrid, Spania mellom 1979 - 2002 ble det beregnet ny skalafaktor for 16 ulike LCR modell G og D instrumenter, og estimert skalafaktor lå mellom 0.99906-1.00161 [Vieira et al., 2002]. Med gode målinger skal en skalafaktor med presisjon på  $2\cdot 10^{-4}$  kunne oppnås [Vieira et al., 2002].

Mitt resultat for ny skalafaktor ligger litt høyere enn resultatene fra Spania. At resultatet for selve skalafaktoren er større, forteller imidlertid ingenting om hvor god kalibreringen er. Det gjør derimot standardfeilen til beregnet skalafaktor, og den er av samme størrelsesorden eller lavere enn Vieira et al. [2002] foreslår skal være oppnåelig for LCR modell G. Dette gjelder for alle fire resultatene for G-761 på Ringerike presentert i kapittel 9.1.

### CG5

I Japan ble kalibreringsdata for CG5 samlet inn over et tyngdeintervall på 1.4 Gal over fem år fra 2012 til 2017. Over seks individuelle målekampanjer varierte den estimerte skaleringsfaktoren fra 0.9991 til 1.0006 [Onizawa, 2019]. Resultatene med begge CG5-ene ligger i dette intervallet.

Presisjonen til skalafaktoren estimert av Onizawa [2019] lå på  $7\cdot 10^{-5}$ , og dette er samme nivå som presisjonen til estimatene for CG5-41429 og CG5-41475. For målinger med CG5-41429 i Jondal oppnås  $7\cdot 10^{-6}$ .

På basisen i Garmisch-Partenkirchen ble det oppnådd en presisjon på  $1\text{-}2\cdot 10^{-5}$  for to Scintrex CG3 og et CG5 [Timmen et al., 2006]. Dette er av samme størrelse som oppnås på Ringerike og i Jondal.

---

## 10.2 Lufttrykkskorreksjon

Relative målinger kan korrigeres for lufttrykk, altså atmosfærens påvirkning på selve tyngdeobservasjonen. Dette er samme type korreksjon som absolutte målinger korrigeres for, og LCR og CG5 blir påvirket av lufttrykket på samme måte som et absoluttgravimeter. Dette har blitt gjort i Madrid-Valle kampanjer, Vieira et al. [2002], der det har blitt korrigert med  $-0.3 \mu\text{Gal/hPa}$ . Dette er det samme som Timmen [2010] anbefaler.

Lokalt lufttrykk må i løpet av en relativ målekampanje observeres, hvis det skal kunne korrigeres for effekten det har på tyngdeobservasjonen. Følgende ligning (10.1) anbefales for korrigeringen, der faktoren  $\alpha$  er  $-0.3 \mu\text{Gal/hPa}$  [Timmen, 2010],:

$$\Delta g_{atm} = -\alpha (p - p_n) \quad (10.1)$$

I ligning (10.1) er  $p$  observert lufttrykk og  $p_n$  er nominelt lufttrykk som ofte modelleres med *U.S Standard Atmosphere*, 1976 [Timmen, 2010]. Modellen krever høyden til målestasjonen over havet.

Når vi ikke korrigerer relative målinger for lufttrykk, vil det si at vi regner med avviket som introduseres i siste ledd i ligning (10.1) er likt for stasjonene det måles mellom.

Timmen et al. [2018] finner en koeffisient for drift på  $0.2 \mu\text{Gal/hPa}$  for Scintrex CG5. De gjorde da tester hvor de slapp mer og mer luft inn i sensorhuset. Dette blir en instrumentell feil.

En årsak til at lufttrykket kan være en feilkilde på denne måten, er hvis sensorhuset ikke er helt lufttett. Sensorhuset er i utgangspunktet helt lufttett, for at trykket inni skal være konstant selv om lufttrykket utenfor forandrer seg. Dette er avgjørende for testmassens oppdrift, og endres lufttrykket inni sensorhuset kan oppdriften endres såpass mye at det påvirker avlest tyngdeverdi. Hvis man ikke har en indikasjon på at dette er tilfelle, bør man være forsiktig med å korrigere for denne instrumentfeilen.

CG5-instrumentene er nye, så det er tvilsomt at disse ikke er tette. LCR G-761 er et mye eldre instrument, og det er lenge siden pakningene ble byttet. Det er derfor ikke utenkelig at det blir påvirket av endringer i lufttrykket. Det kan ikke utelukkes at det er en slik effekt som vises i drift-plottet for LCR, og dette vil i så fall forstyrre bestemmelsen av skalafaktoren.

---

### 10.3 Stasjonenes stabilitet

I punktet Åsa er det tvil om bolten står i fast fjell, eller på en stor stein, se figur 10.1. Under måling med LCR ble det oppdaget at hvis det var noe bevegelse i nærheten av instrumentet gjorde dette utslag på verdien i displayet. Tyngdeverdien gjorde da små *hopp* i andre og tredje desimal. Dette tror vi kan ha sammenheng med at bolten er slått ned i en stor stein, og denne beveger seg litt hvis den trækkes på. På grunn av rystelsene som oppstår, er dette noe som kan gi mer støy i målingene. Likevel har det ikke blitt oppdaget noen tydelige feil under beregningene i denne stasjonen som kan knyttes til dette. Lignende forstyrrelser oppleves ikke i noen av de andre stasjonene.



Figur 10.1: Det er mulig at punktet i Åsa ikke er på fast fjell, men på en stor stein.

Hvis bolten er slått ned i en stein, kan dette over tid medføre bevegelser som gjør at punktet jevnlig bør måles på nytt med A10 for å vedlikeholde basisen.

Rett i nærheten av bolten på Ringkollen, ble det mellom målekampanjene i september og 29. oktober gjort en del graving i forbindelse med det som trolig var nedlegging av kabler i grunnen. Gravingen skjedde i avstand ca. 5-10 meter fra bolten, se figur 10.2. Det var gravd ca. 1.5 meter ned i bakken, og løsmassene ble dumpet på sidene av utgravingen. Disse ble så trolig brukt til å fylle igjen med etterpåk. Dette kan hatt innvirkning på stasjonen, på grunn av rystelser fra grave-maskinene og masseforflytningen. Det bør vurderes ved neste besøk om den burde måles på nytt med A10. Dersom gravingen ikke medførte varige endringer i terrenget, bør derimot ikke dette være av betydning for senere målinger.



Figur 10.2: Gravingen i nærheten av bolten på Ringkollen under besøk 29. oktober.

I veikrysset, rundt 50 meter nedenfor stasjonen Borbergrenda på Ringerike, er det planer om veiarbeider. Det skal gjøres om på veikrysset fra slik det er i dag. Dermed er det en mulighet for at stasjonen kan være utilgjengelig en periode, eller i verste fall forsvinne helt.

## 10.4 GIA

Landhevingen (GIA) i Norge etter siste istid løfter jordoverflaten som en reaksjon på de tidligere store ismassene som smeltet bort for 10 000 år siden. GIA påvirker gravitasjonsfeltet gjennom redistribusjon av masser. Landmasser som lå under is, vil stige ettersom isen har smeltet, og dette skaper en større avstand til jordens massesenter. Følgelig minker tyngdekraften på disse stedene [Pettersen and Harsson, 2014].

Etter opprettelsen av kalibreringsbasisen i Jondal i juni 2005, ble stasjonene re-observert i juni 2014. I 2005 ble det observert en tyngdeforskjell på 227.227 mGal mellom Jondal-1 og Jondal-2. Under kampanjen i 2014 ble tyngdeforskjellen målt til 227.167 mGal. På 9 år hadde altså tyngdeforskjellen blitt 0.0600 mGal mindre.

Denne differansen var større enn forventet, og skyldes at i den øvre stasjonen Jondal-1 økte  $g$ -verdien med 47  $\mu$ Gal. I Jondal-2 hadde  $g$ -verdien sunket med -12  $\mu$ Gal i samme tidsrom.

---

Tidsserien viser at  $g$ -verdien i Jondal-1 har økt gjennom alle årene med observasjoner. Ophaug [2020] estimerer at  $g$ -verdien ( $\dot{g}$ ) i Jondal-1 stiger med  $5.06 \pm 0.15 \mu\text{Gal}$  i året.  $g$  med prikk over betyr tidsderivert av  $g$ .

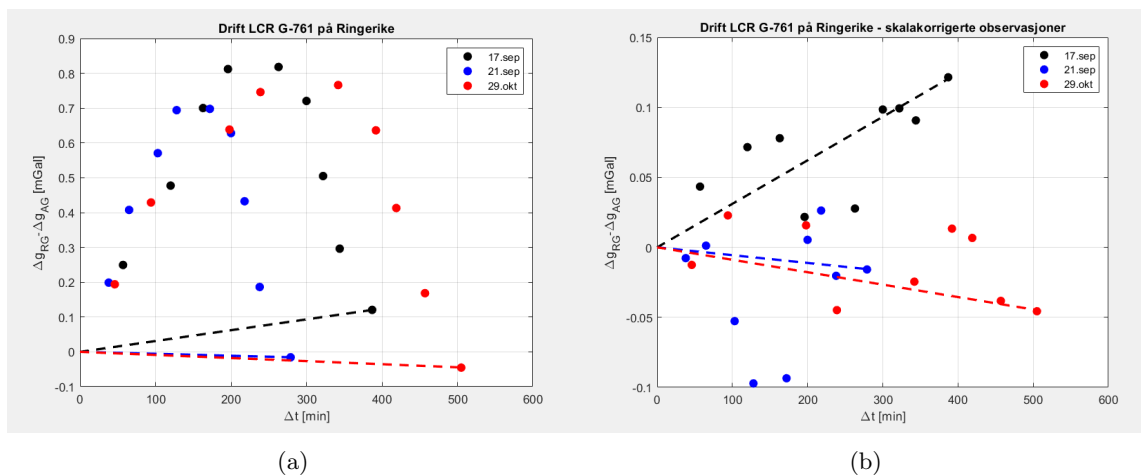
I august 2020 ble den nye stasjonen Jondal-3 etablert med FG5X-250, og en tyngdedifferanse mellom Jondal-1 og Jondal-3 ble observert med LCR G-761. Grunnen til at tyngdedifferansen mellom de to stasjonene er av interesse, er å fortsette tidsserien av tyngdeobservasjoner på Fonna skisenter. Det vil si å slå sammen seriene Jondal-1 (2005,2014,2018) og Jondal-3 (2020,  $\rightarrow$ ).

Generelt i Norge forventer vi at  $\dot{g}$  i hovedsak skyldes GIA. Imidlertid ser vi i Jondal-1 at det er et avvik i observert og modellert  $\dot{g}$ , observert  $\dot{g}$  er større enn modellert  $\dot{g}$ . Derfor forventer vi at andre prosesser enn GIA dominerer her, mest sannsynlig en påvirkning av isbreen Folgefonna. Det forventes at dette gjelder den nye stasjonen Jondal-3 også, i og med at den ligger såpass nært Jondal-1, ca. 30-40 meter nordvest. For Jondal-2 passer endringen  $-12 \mu\text{Gal}$  bedre med det som forventes av GIA.

Å ta høyde for langtidsendringer som GIA er viktig i enhver kalibreringsbasis. På Ringerike finnes det en lang tidsserie med målinger fra en innendørs stasjon på Ringkollen, kalt HONB. Beregninger basert på denne tidsserien estimerer at  $\dot{g}$  ligger på  $-0.93 \pm 0.09 \mu\text{Gal}$  i året [Ophaug et al., 2016]. For Ringerike forventes det at GIA har tilnærmet lik virkning på alle fem stasjoner, og dermed vil tyngdedifferansene mellom stasjonene bevares selv om tyngdeverdiene endres med tiden som følge av GIA.

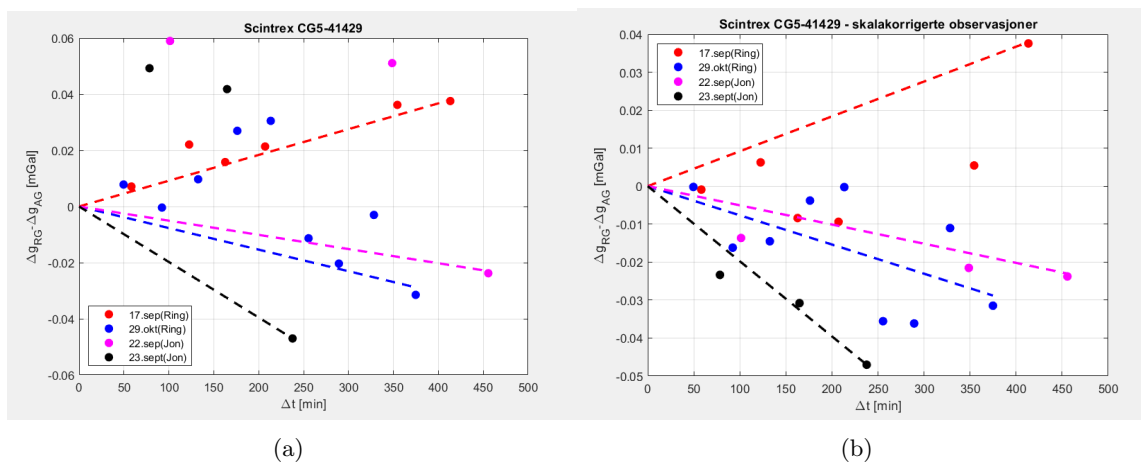
## 10.5 Korttidsdrift og virkning av ny skalafaktor

Som vist i figur 6.2, så ser driften for LCR ut til å være høydeavhengig og ikke-lineær. Dette er et uttrykk for at korrigerings med ny skalafaktor må påføres observasjonene. Hvis observasjonene korrigeres med ny skalafaktor får avvikene fra A10 et mye mer lineært forløp med tiden, se figur 10.3(b). Målingene 17. september og 29. oktober virker å justeres best av korreksjonen.



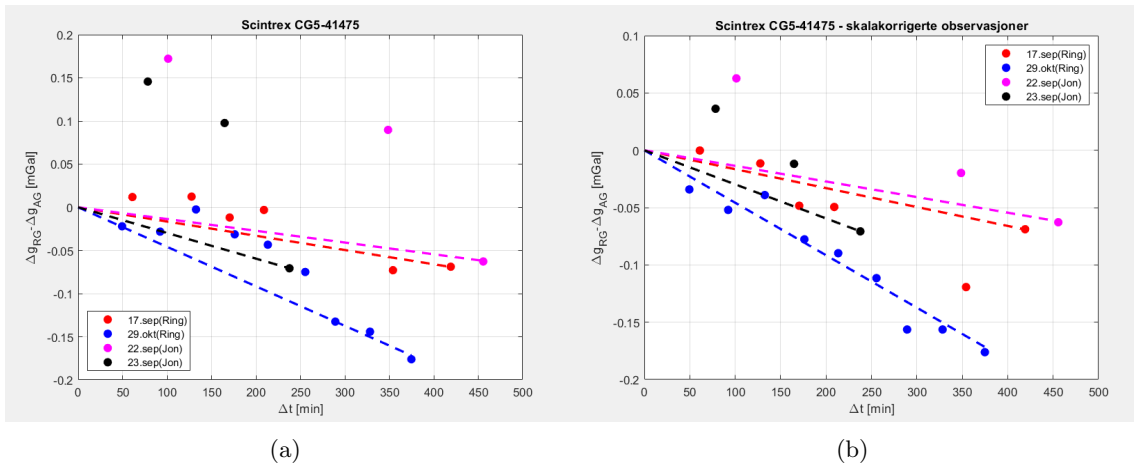
Figur 10.3: a) Drift før skalakorreksjon er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner.

Hvis den nye skalafaktoren påføres observasjonene med CG5-41429, får driften (avvikene fra absolute A10 verdier) også et mer lineært forløp med tiden, se figur 10.4(b). Avvikene blir også mindre enn tidligere. I Jondal-observasjonene sees nå en mye tydeligere linearitet enn tidligere. Dette er en indikasjon på at beregningen som er gjort er riktig.



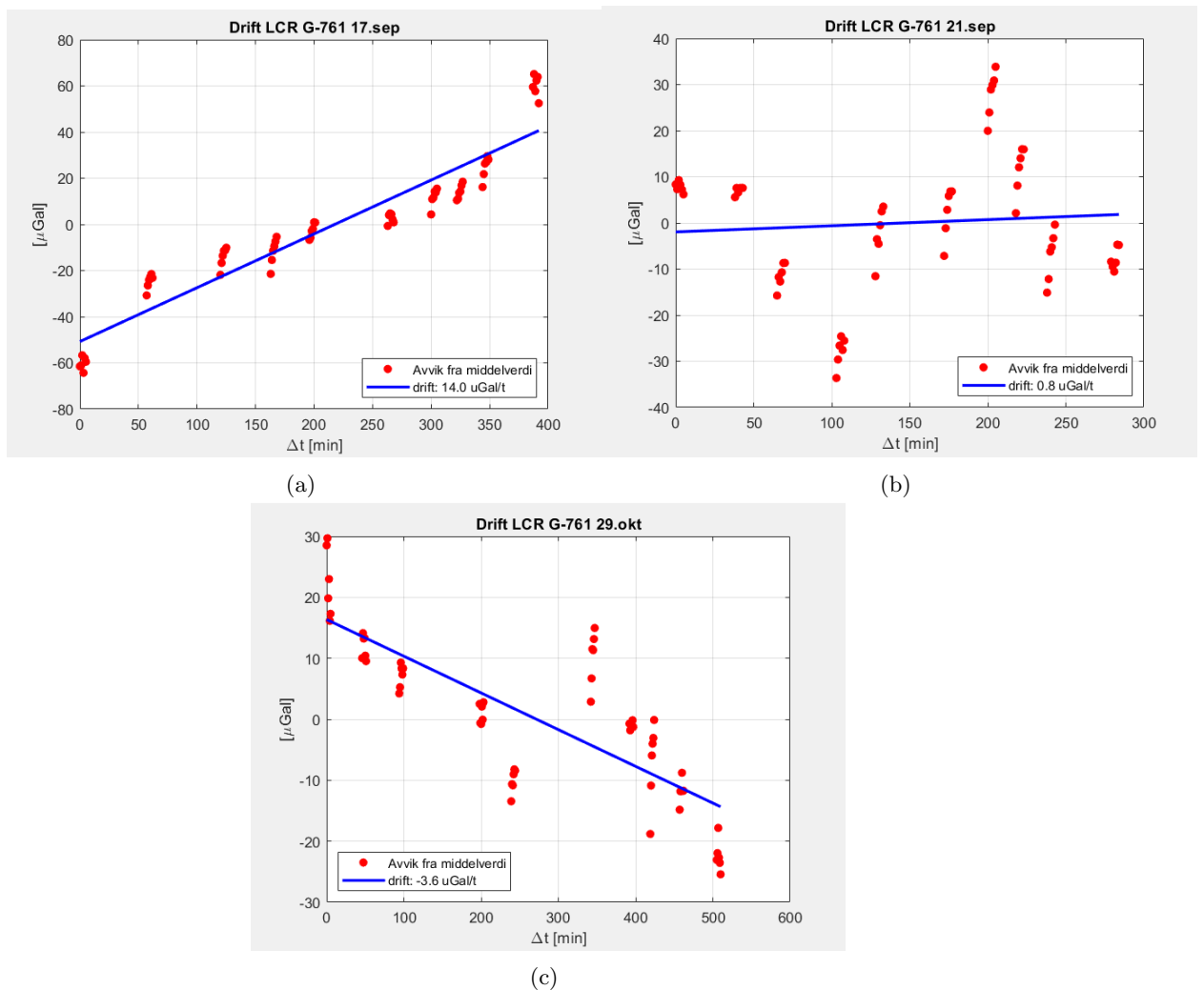
Figur 10.4: a) Drift før ny skalafaktor er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner.

Korrigeres CG5-41475 observasjonene med ny skalafaktor gir dette også et mer lineært forløp for driften, se figur 10.5, samt mindre avvik fra A10.



Figur 10.5: a) Drift før ny skalafaktor er påført, b) drift med skalakorrigerede observasjoner.

I tillegg til modellen for drift beskrevet i delkapittel 6.2.1, ble det prøvd hvilke resultat en annen modellering av driften ga. Metoden som ble testet var å beregne en middelværdi for hver stasjon det er målt i per kampanje, som deretter ble trukket fra hver enkelt måling i stasjonen. Differansene ble så plottet mot tiden. Resultatene for alle tre målekampanjer med LCR G-761 vises i figur 10.6.



Figur 10.6: Driftplott LCR med alternativ driftmodell.



---

Med denne metoden blir beregnet drift som i tabell 10.1. Verdiene for drift med denne metoden blir mindre enn ved bruk av den opprinnelige metoden som går ut på sammenligning mot A10 verdier (tabell 6.2). Det gir likevel en bekreftelse på at en antakelse om lineær drift ser ut til å holde for alle tre målekampanjer med LCR.

Tabell 10.1: Drift for målekampanjene med LCR på Ringerike, bestemt med alternativ metode.

| Dato   | $\Delta t$ | Drift $\mu\text{Gal}/t$ |
|--------|------------|-------------------------|
| 17.sep | 23220 s    | 13.99                   |
| 21.sep | 16740 s    | 0.79                    |
| 29.okt | 30300 s    | -3.61                   |

Hvis disse driftverdiene brukes i beregningen for skalafaktor, med alle tre målekampanjer som datagrunnlag, blir resultatet:

$$c = 1.008255 \pm 0.000111$$

Dette er på samme nivå, både skalafaktor og standardfeil, som ved bruk av den opprinnelige metoden for driftmodellering.

## 10.6 Transport av instrument

I forhold til tilt av instrumentet, se Reudink et al. [2014], bruker CG5 litt tid på gjenopprettelse etter det har blitt utsatt for tilt, selv ved små vinkler. Dette kan medføre at målinger varierer mer med tiden i en oppstilling. CG5 blir utsatt for litt tilt ved løfting inn og ut av transportkassene, men dette er nokså lite. Reudink et al. [2014] skriver at instrumentets gjenopprettelsestid avhenger av tiden instrumentet har vært utsatt for tilt, og at hvis vinkelen av tilt er over en kritisk verdi på rundt 6 grader, og varer i over noen få minutter kan de første observasjonene ha offset på flere titalls  $\mu\text{Gal}$ .

Samtidig vil effekter av tilt også oppstå under ordinær bruk av instrumentene, ikke bare ved kalibrering. Så lenge måleprosedyren er lik for i begge tilfeller samt at instrumentene behandles varsomt ved løfting og plassering i bil, fanges trolig systematiske effekter opp i bestemmelse av skalafaktoren.

# 11 Konklusjoner og anbefalinger

Hvis skalafaktoren til et relativgravimeter er feil, vil dette redusere målingenes nøyaktighet, spesielt på store høydedifferanser - vi ser at ny skalafaktor har større utslag i Jondal enn på Ringerike. Det er forventet at skalafaktoren endrer seg forttere når instrumentene er helt nye, før den stabiliserer seg og kalibreringsfaktoren blir mindre. Instrumentene bør derfor jevnlig kalibreres, slik at målinger kan utføres med riktig skalafaktor.

Høsten 2020 opprett vi en ny kalibreringsbasis på Ringerike. Denne har mer eller mindre tilsvarende egenskaper som andre eksisterende basiser. Den er spesielt lik basisen i Toronto, Canada som Scintrex bruker til den første kalibreringen av skalafaktoren *GCAL1* for nye CG5-instrumenter.

Basisen på Ringerike ligger geografisk lett tilgjengelig for Kartverket og NMBU på Hønefoss, og kan bidra til instrumentkontroll, samt til opplæring av nye operatører for relativgravimetre.

Den nye basisen har noen momenter som bør følges med på i fremtiden. Stasjonen i Borgergrenda kan være utsatt hvis veikrysset nedenfor punktet skal flyttes, men dette er noe som må vurderes når det vites mer om byggeplanene. I Åsa bør målinger gjøres varsomt, og det bør følges med på tyngdeverdien for å ha kontroll på om punktet ligger i ro. Langtidsendringer som følge GIA må tas høyde for på begge basisene i Norge. I Jondal vil også avsmeltingen på Folgefonna bidra til endring i tyngdeverdiene.

Beregnet skalafaktor etter tre målekampanjer med LCR G-761, gir en ny skalafaktor som er signifikant. Resultatene viser at skalafaktor med størst presisjon oppnås ved å bruke alle kalibreringsmålinger som grunnlag. Presisjonen blir da av størrelsesorden  $10^{-5}$ , og er en orden lavere enn hvis det brukes en individuell dag med målinger. Hvis denne skalafaktoren brukes, introduserer dens usikkerhet en mulig feil som er under måleusikkerheten til instrumentet.

For to Scintrex CG5 blir ny skalafaktor også signifikant, med unntak av skalafaktoren som estimeres hvis det bare brukes målinger fra 17. september på Ringerike. For CG5-41429 vil presisjonen som oppnås 17. september være på nivå med måleusikkerheten, mens for CG5-41475 er den langt over. Siden tre av fire estimerer for hvert instrument er signifikant, konkluderes det med at den er signifikant forskjellig fra 1.0. Det gjelder for begge CG5 at presisjonen blir størst med målinger fra det største tyngdeintervallet, Jondal. Det konkluderes med at kalibreringsbasisen i Jondal tenderer til å være en bedre basis enn Ringerike.

Resultatene viser også at det ikke er nødvendig å gjøre kalibreringsmålinger på begge basiser med et CG5. Estimerte skalafaktorer blir for begge instrument signifikante, og presisjonen blir ikke betydelig større kontra kalibrering med bare Ringerike-målinger. En kalibrering kan derfor gjennomføres med færre målinger, men den lange turen over fjellet til Jondal virker å være nødvendig.

Ved å måle inn alle stasjonene med A10 samtidig som kalibreringsmålingene, sikrer vi reelle stasjonsverdier. A10 vil som beregningene viser for Jondal-3, ligge svært nært verdien observert med FG5. Man vil derimot ikke alltid ta seg tid til å måle stasjonene absolutt før en kalibrering. Tidsvariasjoner i kalibreringsbasisens stasjoner må likevel tas høyde for. Det må også usikkerhet knyttet til vertikale tyngdegradienter, instrumenteffekter som drift og relativgravimeterets usikkerhet.

Til senere arbeider anbefales det å undersøke hvilke resultat for skalafaktor som oppnås ved å ta hensyn til nøyaktigheten til de absolutte målingene i utjevningen. Dette kan gjøres ved løs fastlegging av datumsverdier, se Ophaug et al. [2013].

---

De to modellene for drift som blir diskutert i denne oppgaven ga omtrent like resultater. Det kan videre undersøkes hvilke verdier for drift som oppnås ved å beregne driften gjennom å innføre den som parameter i utjevningen, se Ophaug et al. [2013].

# Bibliografi

- K. Breili. Absoluttgravimeteret A10. Technical Report 19-04811-10, Kartverket, 2021a.
- K. Breili. Relativgravimeteret Scintrex CG5. Technical Report 19-04811-11, Kartverket, 2021b.
- Kristian Breili. Absolutte tyngdemålinger i det 21. århundre. *Kart og Plan*, 71:133–144, 2011.
- David Crossley, Jacques Hinderer, and Umberto Riccardi. The measurement of surface gravity. *Reports on Progress in physics*, 76(4):046101, 2013.
- Gerhard Jentzsch. Earth tides and ocean tidal loading. In *Tidal phenomena*, pages 145–171. Springer, 1997.
- Karl-Rudolf Koch. *Parameter estimation and hypothesis testing in linear models*. Springer Science & Business Media, 2013.
- LaCoste and Romberg. *Instruction manual Model G and D Gravity meters*. 11002 Metric Blvd., Ste 100, Austin, Texas, USA, 2004. [www.LaCosteRomberg.com](http://www.LaCosteRomberg.com).
- M. Lien. Jondal Calibration May 2014. Technical Report rev 3, Gravitude AS, 2014.
- IM Longman. Formulas for computing the tidal accelerations due to the moon and the sun. *Journal of Geophysical Research*, 64(12):2351–2355, 1959.
- Vincent Ménotet, Pierre Vermeulen, Nicolas Le Moigne, Sylvain Bonvalot, Philippe Bouyer, Arnaud Landragin, and Bruno Desruelle. Gravity measurements below 10<sup>-9</sup> g with a transportable absolute quantum gravimeter. *Scientific reports*, 8(1):1–11, 2018.
- Sébastien Merlet, Alexander Kopaev, Michel Diament, Gérard Geneves, Arnaud Landragin, and Franck Pereira Dos Santos. Micro-gravity investigations for the LNE watt balance project. *Metrologia*, 45(3):265, 2008.
- T. M Niebauer, G. S Sasagawa, J. E. Faller, R. Hilt, and F. Klopping. A new generation of absolute gravimeters. *Metrologia*, 32:159–180, 1995.
- Shin'ya Onizawa. Apparent calibration shift of the Scintrex CG-5 gravimeter caused by reading-dependent scale factor and instrumental drift. *Journal of Geodesy*, 93(9):1335–1345, 2019.
- Vegard Ophaug. First observation of the new high-elevation site of the Jondal Absolute Gravity Calibration Range, August 12-14. Internal report, Norwegian University of Life Sciences (NMBU), 2020.
- Vegard Ophaug, Kristian Breili, Christian Gerlach, Jon Glenn Omholt Gjevestad, Dagny Iren Lysaker, Ove Christian Dahl Omang, and Bjørn Ragnvald Pettersen. Absolute gravity observations in Norway (1993–2014) for glacial isostatic adjustment studies: The influence of gravitational loading effects on secular gravity trends. *Journal of Geodynamics*, 102:83–94, 2016.
- Vegard Ophaug et al. Et gravimetritestfelt for instrumentvalidering og utdanningsformål. *Kart og Plan Nr.1 2013*, 2013.
- Bjørn Ragnvald Pettersen and Bjørn Geirr Harsson. Gravimetri i Norge i 200 år. *Kart og Plan Nr.1 2014*, 2014.

- 
- R Reudink, R Klees, Olivier Francis, J Kusche, R Schlesinger, Akbar Shabanloui, N Sneeuw, and L Timmen. High tilt susceptibility of the Scintrex CG-5 relative gravimeters. *Journal of Geodesy*, 88(6):617–622, 2014.
- Diethard Reuss and Christian Ullrich. Renewal of the Austrian Gravimeter Calibration Line HCL. *VGI*, 3(4):182–187, 2015.
- U Riccardi, Séverine Rosat, and Jacques Hinderer. Comparison of the Micro-g LaCoste gPhone-054 spring gravimeter and the GWR-C026 superconducting gravimeter in Strasbourg (France) using a 300-day time series. *Metrologia*, 48(1):28, 2011.
- Scintrex Ltd. CG-5 Autograv Gravity meter. Brochure, R3, 2018. URL <https://scintrexltd.com/support/product-brochures/cg-5-brochure-r3/>.
- Scintrex System Autograv TM. *CG-5 Operation Manual*, 2012. Scintrex Limited, Concord, Ontario, Canada, [http://www.scintrexltd.com/dat/content/file/CG-5 Manual Ver\\_8.pdf](http://www.scintrexltd.com/dat/content/file/CG-5 Manual Ver_8.pdf).
- HO Seigel, I Brcic, and P Mistry. A guide to high precision land gravimeter surveys. *Scintrex Limited*, 222(1):1–122, 1995.
- Yoshiaki Tamura. A harmonic development of the tide-generating potential. *Marées terrestres (Bruxelles)*, (99):6813–6855, 1987.
- L Timmen, R Falk, G Gabriel, A Lothhammer, M Schilling, and D Vogel. Das Relativgravimeter-Kalibriersystem Hannover für 10- 4-Maßstabsbestimmungen (The relative gravimeter calibration system Hannover for 10- 4 scale determination). *Allgemeine Vermessungs Nachrichten*, 125(5): 140–150, 2018.
- Ludger Timmen. Absolute and relative gravimetry. In *Sciences of Geodesy-I*, pages 1–48. Springer, 2010.
- Ludger Timmen. Relative Gravimeter Calibration System Hannover. <http://www.ife.uni-hannover.de/en/research/main-research-focus/terrestrial-gravimetry/gravimetry-calibration-system/>, 2021. Accessed: 2021-03-31.
- Ludger Timmen and Olga Gitlein. The capacity of the Scintrex Autograv CG-3M no. 4492 gravimeter for absolute-scale surveys. *Revista Brasileira de Cartografia*, 56(2), 2004.
- Ludger Timmen, Jakob Flury, Thomas Peters, and Olga Gitlein. A new absolute gravity base in the German Alps. In *Contributions to Geophysics & Geodesy, Vol. 36 (special issue), 2nd International Gravity Field Workshop Smolenice 2006*, 2006.
- Wolfgang Torge and Jürgen Müller. *Geodesy, 4th edn.* Walter de Gruyter, 2012.
- Michel Van Camp and Paul Vauterin. Tsoft: graphical and interactive software for the analysis of time series and earth tides. *Computers & Geosciences*, 31(5):631–640, 2005.
- Ricardo Vieira, Antonio G Camacho, and E Ortiz. Global adjustment for the gravity calibration line Madrid-Valle de los Caídos. *Física de la Tierra*, pages 127–159, 2002.
- Hans-Georg Wenzel. The nanogal software: Earth tide data processing package ETERNA 3.30. *Bull. Inf. Marées Terrestres*, 124:9425–9439, 1996.

# Vedlegg

Tabell 1: Kalibreringstabell for LCR G-761.

MILLIGAL VALUES FOR LACOSTE & ROMBERG, INC. MODEL G GRAVITY METER G-761

| COUNTER<br>READING* | VALUE IN<br>MILLIGAS | FACTOR FOR<br>INTERVAL | COUNTER<br>READING* | VALUE IN<br>MILLIGALS | FACTOR FOR<br>INTERVAL |
|---------------------|----------------------|------------------------|---------------------|-----------------------|------------------------|
| 000                 | 000.00               | 1.00847                | 3600                | 3630.86               | 1.00996                |
| 100                 | 100.85               | 1.00835                | 3700                | 3731.86               | 1.01005                |
| 200                 | 201.68               | 1.00824                | 3800                | 3832.86               | 1.01014                |
| 300                 | 302.51               | 1.00815                | 3900                | 3933.88               | 1.01022                |
| 400                 | 403.32               | 1.00806                | 4000                | 4034.90               | 1.01031                |
| 500                 | 504.13               | 1.00793                | 4100                | 4135.93               | 1.01036                |
| 600                 | 604.93               | 1.00794                | 4200                | 4236.97               | 1.01044                |
| 700                 | 705.72               | 1.00789                | 4300                | 4338.01               | 1.01048                |
| 800                 | 806.51               | 1.00785                | 4400                | 4439.06               | 1.01053                |
| 900                 | 907.29               | 1.00785                | 4500                | 4540.11               | 1.01055                |
| 1000                | 1008.08              | 1.00786                | 4600                | 4641.17               | 1.01057                |
| 1100                | 1108.86              | 1.00789                | 4700                | 4742.22               | 1.01057                |
| 1200                | 1209.65              | 1.00792                | 4800                | 4843.28               | 1.01057                |
| 1300                | 1310.45              | 1.00796                | 4900                | 4944.34               | 1.01055                |
| 1400                | 1411.24              | 1.00801                | 5000                | 5045.39               | 1.01055                |
| 1500                | 1512.04              | 1.00808                | 5100                | 5146.45               | 1.01051                |
| 1600                | 1612.85              | 1.00815                | 5200                | 5247.50               | 1.01048                |
| 1700                | 1713.67              | 1.00824                | 5300                | 5348.55               | 1.01044                |
| 1800                | 1814.49              | 1.00832                | 5400                | 5449.59               | 1.01039                |
| 1900                | 1915.32              | 1.00840                | 5500                | 5550.63               | 1.01032                |
| 2000                | 2016.16              | 1.00849                | 5600                | 5651.66               | 1.01026                |
| 2100                | 2117.01              | 1.00857                | 5700                | 5752.69               | 1.01018                |
| 2200                | 2217.87              | 1.00866                | 5800                | 5853.71               | 1.01010                |
| 2300                | 2318.73              | 1.00876                | 5900                | 5954.72               | 1.00996                |
| 2400                | 2419.61              | 1.00885                | 6000                | 6055.71               | 1.00982                |
| 2500                | 2520.49              | 1.00893                | 6100                | 6156.69               | 1.00966                |
| 2600                | 2621.39              | 1.00903                | 6200                | 6257.66               | 1.00947                |
| 2700                | 2722.29              | 1.00913                | 6300                | 6358.61               | 1.00927                |
| 2800                | 2823.20              | 1.00922                | 6400                | 6459.53               | 1.00905                |
| 2900                | 2924.13              | 1.00935                | 6500                | 6560.44               | 1.00883                |
| 3000                | 3025.06              | 1.00944                | 6600                | 6661.32               | 1.00858                |
| 3100                | 3126.00              | 1.00954                | 6700                | 6762.18               | 1.00834                |
| 3200                | 3226.96              | 1.00963                | 6800                | 6863.01               | 1.00810                |
| 3300                | 3327.92              | 1.00972                | 6900                | 6963.82               | 1.00786                |
| 3400                | 3428.89              | 1.00980                | 7000                | 7064.61               |                        |
| 3500                | 3529.87              | 1.00989                |                     |                       |                        |

NOTE: Right-hand wheel on counter indicates approximately 0.1 milligal



**Norges miljø- og biovitenskapelige universitet**  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway