



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

**Masteroppgave 2020 30 stp**  
Fakultet for realfag og teknologi

## **Ellipsoidisk høydebestemmelse av 109 vannstandsmålere for beregning og validering av dynamisk havtopografi langs norskekysten**

Determination of ellipsoidal heights from 109 tide gauges for calculation and validation of dynamic ocean topography along the norwegian coastline

Jørgen Nilsen Hedenstad  
Geomatikk





# Forord

Denne oppgaven markerer avslutningen på min femårige mastergrad i geomatikk ved Norges Miljø- og Biovitenskapelige Universitet (NMBU). Oppgaven er skrevet våren 2020, og feltarbeidet er utført sommeren og høsten 2019. I skrivende stund har denne oppgaven vært under arbeid i elleve måneder og syv dager.

Jeg ønsker å rette en stor takk til Kristian Breili og Vegard Ophaug for god oppfølging gjennom hele prosessen! Dere har vist entusiasme for fagfeltet og oppgavens problemstilling helt siden begynnelsen. Det har virkelig vært en drivkraft i tider jeg har stått fast.

Til slutt ønsker jeg å takke gode klassekamerater for mange gode, faglige diskusjoner som har hjulpet meg på vei, samt gode venner for støtte og sosial omgang i en meget isolert periode etter at NMBU låste dørene på campus i mars 2020.

*Jørgen Nilsen Hedenstad*  
Ås, 2. juni 2020

# Sammendrag

Kartverket drifter 23 permanente vannstandsmålere langs den norske fastlandskysten. Disse vannstandsmålerne har opp gjennom tidene hatt mange viktige funksjoner for bestemmelse av havets form og størrelse. Disse instrumentene har spilt en sentral rolle i blant annet realiseringen av Norges tidligere offisielle høydesystem, overvåkning av havnivåendringer og tidevannsprediksjoner. I senere år har disse blitt brukt blant annet for å validere dynamisk havtopografi fra kystnær altimetri.

I tillegg til disse 23 permanente vannstandsmålerne, har det de siste årene blitt plassert ut et stort antall midlertidige målere. Et datasett bestående av ellipsoidiske høyder fra alle 23 permanente og et stort antall midlertidige vannstandsmålere, åpner for nye bruksområder av Kartverkets vannstandsmålere. Ved å beregne en midlere dynamisk havtopografi (MDT) med utgangspunkt i ellipsoidisk høyde fra disse vannstandsmålerne, vil man kunne oppnå en høyere romlig oppløsning og dermed avdekke informasjon om kystlinjens dynamikk som tidligere altimetribaserte og numeriske modelleringer av kystsonen ikke har fanget opp. Slike modelleringer vil blant annet kunne bidra til foreningen av landbaserte og vannbaserte høydesystemer på et globalt nivå.

Denne oppgaven utforsker tre metoder for bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde. Deretter tar den utgangspunkt i disse ellipsoidiske høydene for beregning av geodetisk MDT langs norskekysten fra 23 permanente og 86 midlertidige målere innenfor en referanseperiode fra januar 2016 til september 2019. Deretter valideres geodetisk MDT mot den altimetribaserte kystmodellen NMBU18 og den numeriske kystmodellen NorKyst800 ved å beregne MDT-profiler.

Ellipsoidisk høydebestemmelse av vannstandsmålere er dog langt fra så trivielt som det i utgangspunktet kan virke. Jordskorpen er dynamisk og beveger seg vertikalt. De innmålte høydene må dermed korrigeres for isostatisk landheving, og den permanente tidejordeffekten må håndteres ved å korrigere for den direkte og indirekte gravitasjonskraften fra sol og måne. Denne korreksjonen klargjør de ellipsoidiske høydene for beregningen av MDT og sammenligning med valideringsdatasettene. Havets bevegelser må også tas hensyn til i beregningen av MDT. Observert ellipsoidisk havnivå ved hver vannstandsmåler korrigeres for tidevann og atmosfærisk trykk ved vannoverflaten. Det dannes deretter middelvannstand for alle 109 målere som inngår i datasettet. Midlertidige vannstandsmålere med kortere vannstandsserier refereres til referanseperioden for å korrigere for sesongvariasjoner i havnivået fra vær og klima.

Innmålingene bør så langt det lar seg gjøre utføres ved statistisk GNSS. Dette konkluderes med på grunnlag av spredningen mellom metodene for ellipsoidisk høydebestemmelse, der spredningen mellom feltarbeidets ellipsoidiske høyder er minst mellom CPOS og statistisk GNSS. Konklusjo-

nen gjøres også på grunnlag av usikkerhet rundt kvaliteten til HREF2018B langs den norske kystlinjen, samt betraktninger av de tre målemetodenes nøyaktighetspotensialer.

Geodetisk MDT gir en avbildning av kystlinjen med mange lokale avvik fra valideringsdatasettene, men som allikevel følger mange av de samme trendene. Noen av disse avvikene antas å være reelle detaljer i havnivåets dynamiske topografi, mens andre avvik antas å skyldes feil og svakheter i geodetisk MDT.

Likheten mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene varierer langs kystlinjen, og denne er høyest langs de sørlige deler av kystlinjen. I disse områdene er kystlinjen generelt sett mindre kompleks enn lengre nord i landet.

Inkluderingen av midlertidige målere fører til en økt romlig oppløsning av kystlinjen, som bidrar til økt korrelasjon og lavere standardavvik mellom MDT-profilene.

# Abstract

The Norwegian mapping authority operates 23 permanent tide gauges along the main coastline of Norway. These tide gauges have played an important role for the determination of the shape and size of the ocean along the coastline. Tide gauges were used in the realization of Norway's previous official vertical datum NN1954. Other applications are monitoring of sea level changes and predictions of the tidal force along the coastline.

In addition to the 23 permanent tide gauges, the Norwegian mapping authority have set out a big amount of temporary tide gauges along the Norwegian coastline. A data set containing ellipsoidal heights from 23 permanent and 86 temporary tide gauges will create new opportunities and usages of sea level observations from these tide gauges. By calculating a mean dynamic ocean topography (MDT) from ellipsoidal heights of these tide gauges, we will be able to achieve a greater spatial resolution, and thus uncover information about the coastline that previous altimetry based and numeric models of the coastline haven't uncovered. These kind of models can contribute to the unification of land based and ocean based height systems.

This thesis explores three methods of the determination of tide gauges ellipsoidal heights. It then uses these heights as the origin of the calculation of geodetic MDT along the Norwegian coastline from 23 permanent and 83 temporary tide gauges within the reference period between January 2016 and September 2019. It subsequently attempts to validate geodetic MDT by comparing it to the altimetry based coastal model NMBU18 and the numerical coastal model NorKyst800. This is done by computing MDT-profiles.

Ellipsoidal height determination of tide gauges are far from as trivial as it initially may seem. Earth's crust is dynamic and has a vertical movement. The measured heights must therefore be corrected for the effect of the permanent earth tide. The dynamics of the ocean must also be taken into consideration. Observed sea level at the site of every tide gauge must be corrected for the tidal force on the ocean, and also for the atmospheric pressure on the sea surface. Once all these corrections have been added, the mean sea surface can then be calculated. The temporary tide gauges are then referenced to the reference period in an attempt to remove the effect from seasonal variations in sea level due to weather and climate.

The measurements should be done with static GNSS. This conclusion is made on the basis of the resulting spread between the three methods for ellipsoidal height determination. This conclusion also takes into consideration the recently discovered uncertainties about the quality of HREF2018B along the Norwegian coastline, and considerations of the expected accuracy from the three methods.

Geodetic MDT gives a realistic imaging of the Norwegian coastline, but it does have many

local deviations. Some of these deviations are considered to be real details in the dynamic ocean topography, while others are considered to be a result of weaknesses in geodetic MDT.

The similarities between geodetic MDT and the validation data sets vary along the coastline. The similarities are higher in the southern part of the coastline. In these areas, the coastline is generally less complex than in the northern part of the coastline. By including temporary tide gauges, the spatial resolution of the coastline is increased, which contributes to an increased correlation and lower standard deviations between geodetic MDT and the validation data sets.

# Innhold

<b>I</b>	<b>Forord</b>	<b>2</b>
<b>II</b>	<b>Sammendrag</b>	<b>3</b>
<b>III</b>	<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>11</b>
1.1	Bakgrunn . . . . .	11
1.2	Problemstilling . . . . .	13
1.3	Avgrensning av oppgaven . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Teori</b>	<b>15</b>
2.1	Måling av vannstand . . . . .	15
2.2	Vannets referansenivåer . . . . .	16
2.3	Krefter som påvirker geodetisk bestemt havnivå . . . . .	17
2.3.1	Tidevann . . . . .	17
2.3.2	Permanent tidejordeffekt . . . . .	17
2.3.3	Landheving . . . . .	18
2.3.4	Sesongbaserte bidrag fra klima og vær . . . . .	18
2.4	Høydesystemer og referanseflater . . . . .	19
2.4.1	Referanseellipsoiden . . . . .	19
2.4.2	Geoiden og kvasigeoiden . . . . .	19
2.4.3	NN2000 . . . . .	20
2.4.4	EUREF89 . . . . .	20
2.4.5	Høydereferansemodell . . . . .	21
2.5	GNSS . . . . .	22
2.5.1	Differensiell GNSS . . . . .	22
2.5.2	Real Time Kinematic . . . . .	22

<b>3</b>	<b>Feltarbeid</b>	<b>24</b>
3.1	Arbeidsoppgaver og rutiner . . . . .	24
3.1.1	Rutiner for oppstilling av stativ . . . . .	24
3.1.2	Antennemodeller . . . . .	24
3.1.3	Rutiner for beregning av antennehøyde . . . . .	25
3.2	Egeninnsamlede GNSS-observasjoner . . . . .	26
3.2.1	Datainnsamlingen . . . . .	27
3.3	Feltarbeid utført av Kartverket . . . . .	31
<b>4</b>	<b>Data</b>	<b>36</b>
4.1	Permanente vannstandsmålere . . . . .	38
4.1.1	Målemetoder . . . . .	38
4.2	Midlertidige vannstandsmålere . . . . .	39
4.2.1	Målemetode . . . . .	39
4.3	Midlere dynamiske topografier . . . . .	40
4.3.1	NorKyst800 . . . . .	40
4.3.2	NMBU18 . . . . .	40
4.4	Modeller og datasett som anvendes . . . . .	40
4.4.1	ERA5 . . . . .	40
4.4.2	NKG2016LU . . . . .	41
4.4.3	NGK2015 . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Metode</b>	<b>42</b>
5.1	Koordinatbestemmelse . . . . .	42
5.1.1	Vektorprosessering i Leica Geo office . . . . .	42
5.1.2	Feilkilder ved vektorprosessering . . . . .	44
5.1.3	Korreksjon av tilt i NKG2015 . . . . .	45
5.2	Høydebestemmelse av vannstandsmålerens TGZ . . . . .	46
5.3	Beregning av midlere dynamisk havtopografi . . . . .	46
5.3.1	Valg og filtrering av vannstandsmålere . . . . .	47
5.3.2	Innhenting og sortering av vannstandsobservasjoner . . . . .	48
5.3.3	Innhenting og sortering av tidevannprediksjoner . . . . .	48
5.3.4	Beregning av vannstand korrigert for tidevann og permanent tidejordeffekt . . . . .	48
5.3.5	Korreksjon for landheving . . . . .	49

5.3.6	Beregning av ellipsoidisk vannstand . . . . .	50
5.3.7	Korreksjon av lufttrykk ved vannoverflaten . . . . .	50
5.3.8	Referering av midlertidige målinger til referanseperioden . . . . .	52
5.3.9	Beregning av geodetisk MDT . . . . .	52
5.4	Produksjon av MDT-profiler av valideringsdatasettene . . . . .	53
5.4.1	NMBU18 . . . . .	54
5.4.2	NorKyst800 . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Analyse og resultater</b>	<b>56</b>
6.1	Bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde . . . . .	56
6.1.1	Høyder på TGBM og sikringspunkter . . . . .	56
6.1.2	Høyder på TGZ . . . . .	58
6.2	MDT-profiler . . . . .	59
6.2.1	MDT-profiler fra permanente målere . . . . .	59
6.2.2	MDT-profiler fra permanente og midlertidige målere . . . . .	62
6.3	Likhetsanalyse . . . . .	65
6.3.1	Regresjonsanalyse av MDT-profilene . . . . .	65
6.3.2	Deteksjon av signifikante forskjeller . . . . .	66
6.4	Likhetsanalyse med soneinndeling av kystlinjen . . . . .	70
6.4.1	Korrelasjon . . . . .	70
6.4.2	Konstantavvik og standardavvik . . . . .	72
6.4.3	Regresjonsanalyse av sonene . . . . .	73
<b>7</b>	<b>Diskusjon</b>	<b>77</b>
7.1	Metoder for høydebestemmelse . . . . .	77
7.2	Avvik mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene . . . . .	78
7.3	Hvordan oppnå bedre bestemmelse av geodetisk MDT? . . . . .	80
<b>8</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>85</b>
<b>9</b>	<b>Vedlegg</b>	<b>93</b>
9.1	Vedlegg 1 . . . . .	93
9.2	Vedlegg 2 . . . . .	95



9.3	Vedlegg 3	97
-----	-----------	----

# Innledning

## 1.1 Bakgrunn

Langs den norske kystlinjen er det fastmontert 23 permanente vannstandsmålere. Disse har hatt mange ulike bruksområder opp igjennom årene. Under utførelsen av feltarbeidet ved den gamle militære festningen på Oscarsborg i forkant av denne oppgaven, kom jeg i prat med en offiser fra forsvaret. Da jeg fortalte om mitt oppdrag om å måle inn vannstandsmåleren på Oscarsborg, forklarte han meg i detalj hvordan vannstandsobservasjoner fra vannstandsmåleren før i tiden ble brukt til beregning av artilleriets elevasjonsvinkel for å treffe potensielle fiendtlige sjøfartøy med høyest mulig presisjon. I litt nyere tid har vannstandsmålere blant annet blitt brukt som nullnivå for NN1954, som var Norge sitt forrige nasjonale høydesystem. Dette høydesystemet brukte middelvannstanden fra et utjevnet nettverk av vannstandsmålere som nullnivå, etter som middelvannstanden blir betraktet som sammenfallende med geoiden. Dette nettverket av vannstandsmålere er knyttet til et fundamentalpunkt i Tregde, med nivellert høydeforskjell til en tilhørende vannstandsmåler.

Det er noen av de samme prinsippene jeg benytter når jeg i denne oppgaven skal knytte vannstandsmålere til en geodetisk referanseramme. Men denne prosessen er langt fra så triviell som den i utgangspunktet kan virke. Jordskorpen er dynamisk og beveger seg vertikalt, og ulikt vannoverflaten. Jordskorpens vertikale bevegelse skyldes faktorer som jordskjelv, isostatisk landheving og menneskelig uthenting av grunnvann. Denne vertikale bevegelsen gjør det spesielt krevende å bestemme høyden på havnivået i en geodetisk referanseramme [Woodworth et al.].

Ved å etablere høydefastmerker på fast fjell i nærheten av vannstandsmåleren, kan man finne høydeforskjellen mellom vannstandsmåler og høydefastmerke gjennom nivellement. Disse høydefastmerkene kalles Tide Gauge Benchmarks, (TGBM). Ved å måle inn TGBM eller andre høydefastmerker med kjent høydeforskjell til vannstandsmålerens referansepunkt, i en geodetisk referanseramme, kan det påføres korreksjoner for jordskorpens vertikale bevegelse. Dermed vil man være godt rustet til å beregne vannstandsmålerens ellipsoidiske høyde med høy presisjon.

Gjøres disse beregningene på et landsdekkende nettverk av vannstandsmålere, åpnes det nye dører for anvendelse av disse instrumentene som i utgangspunktet er designet for å måle relativt til sitt egetdefinerte nullpunkt, Tide Gauge Zero (TGZ). I tillegg til de permanente vannstandsmålerene, har Kartverket i nyere tid plassert ut et stort antall midlertidige vannstandsmålere som har målt vannstand i kortere perioder. Ved å måle inn disse med GNSS, og referere de midlertidige vannstandsmålerene til et nettverk av permanente vannstandsmålere, vil man kunne

studere havets dynamikk med en langt høyere punkttetthet og detaljnivå enn tidligere. Dette kan gjøres til tross for at de midlertidige vannstandsmålerne kun er aktive i kortere perioder.

En måte å studere havets dynamikk på, er å danne dynamiske havtopografier. En midlet dynamisk havtopografi (MDT) er en havoverflate med en topografi som bestemmes med utgangspunkt i områdets middelvannstand. En MDT refereres ofte til geoiden i den forstand at den beskriver differansen mellom geoiden og middelvannstanden. Denne differansen vil da være et estimat på havoverflatens permanente topografi som skyldes dynamiske prosesser [Bye, 2018]. En tilt i MDT relativt til havoverflaten brukes eksempelvis i beregningen av styrken og retningen til geostrofiske havstrømmer.

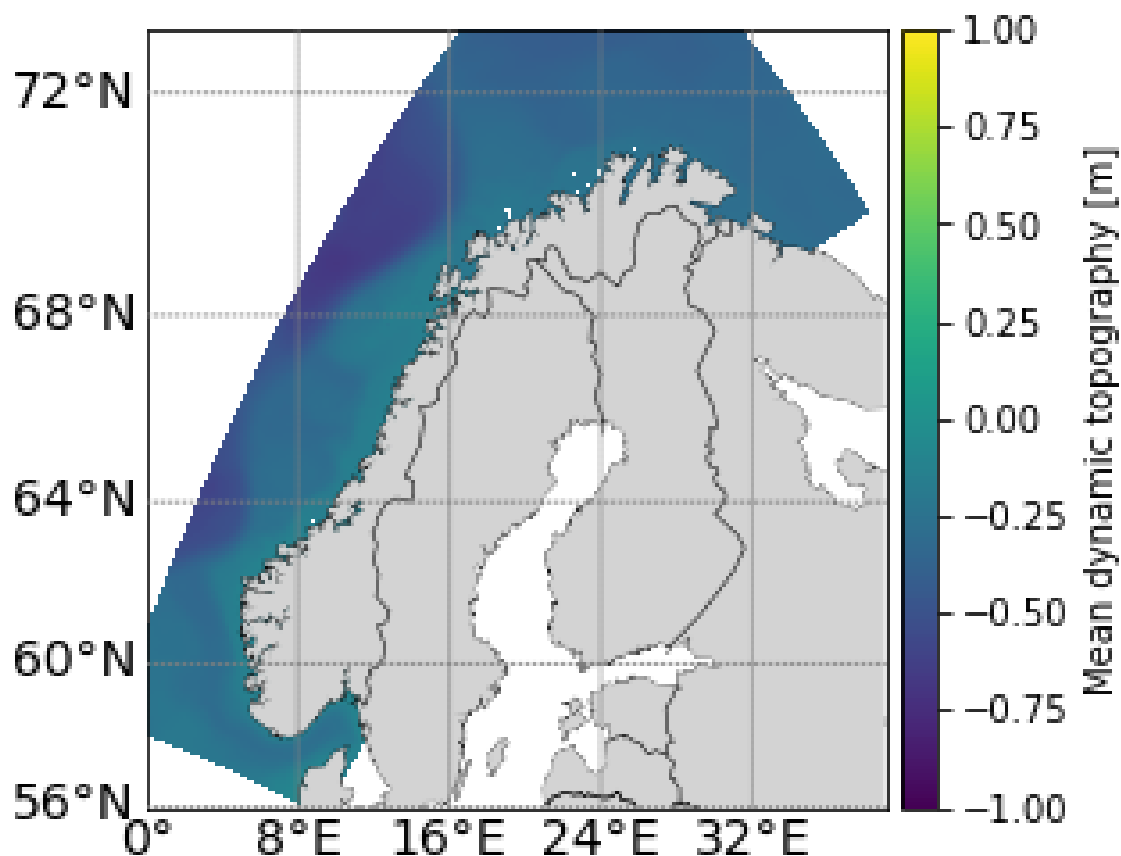
En geodetisk bestemt MDT fra vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde kan også anvendes i en sammenligning med oseanografiske MDT-modeller for validering av geoidmodeller. MDT er også viktig for realiseringen av globale høydesystemer på tvers av verdenshav, for å forene landbaserte og havbaserte høydesystemer og for å knytte referanserammer sammen.

MDT kan også genereres med utgangspunkt i satellittaltimetri. Nyere forskning har gjort satellittaltimetri mer anvendelig langs kysten. Blant annet skrev Anniken Bye sin mastergradsoppgave om metoder for høydebestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde for validering av kystnær altimetri i 2018 [Bye, 2018]. Ved å implementere spesialtilpassede "*trackere*" i prosesseringen av altimetrisatellittens radarsignal, kan man lettere analysere havets dynamikk i kystsoner. Altimetri er dermed å anse som en anerkjent metode for bestemmelse av MDT. Forskere ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU) har de siste årene vært involvert i GOCODYN-prosjektet, som undersøkte hvordan utviklingen i geodesifaget kan bidra til vår forståelse av havets dynamikk langs norskekysten [NMBU, 2015-2019]. I forbindelse med dette prosjektet har det blitt utarbeidet en kystmodell, herav kalt NMBU18. Denne modellen beskriver havoverflaten basert på satellittaltimetri. Denne modellen anvendes i min oppgave for å validere min MDT.

Havets topografi kan også bestemmes numerisk med et sett forhåndsdefinerte drivkrefter, slik som kystmodellen NorKyst800. Denne kystmodellen er et eksempel på en MDT som ikke er geodetisk bestemt. NorKyst800 er det andre datasettet som jeg senere anvender for å validere min MDT med utgangspunkt i vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde. Figur 1.1 er et grafisk plott av denne kystmodellen.

Bruk av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyder for bestemmelse av havets dynamikk er på ingen måte et nytt konsept. Vannstandsmålere har gjennom mange år vært en viktig faktor i bestemmelsen av havets form og størrelse. Tidligere studier har anvendt Kartverkets permanente vannstandsmålere for å validere havets topografi. Et eksempel på dette er bestemmelsen av NMBU18, der det ble anvendt vannstandsobservasjoner fra Kartverkets permanente vannstandsmålere, og et mindre antall midlertidige vannstandsmålere, med den hensikt å validere kystnær altimetri.

Det som er unikt med min masteroppgave, er anvendelsen av det store antallet midlertidige vannstandsmålere som refereres til en midlet havoverflate fra en referanseperiode på tre år og ni måneder. Den romlige oppløsningen av kystlinjen man oppnår av å anvende så så stort antall målere langs norskekysten er helt unikt, også på verdensbasis. Min geodetisk bestemte MDT forventes å differere fra andre metoder for bestemmelse av havets topografi ved at den gir en økt romlig oppløsning av kystlinjen. Det beregningstekniske ved metoden forventer også å bidra til at den får andre egenskaper enn de to valideringsdatasettene.



Figur 1.1: Plott av kystmodellen NorKyst800.

## 1.2 Problemstilling

Hvordan kan vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde bestemmes slik at de kan brukes som utgangspunkt i beregningene av en midlet dynamisk havtopografi?

Hvilken ny informasjon om havets dynamiske topografi kan en midlere dynamisk havtopografi bestående av 23 permanente og 86 midlertidige vannstandsmålere avdekke ved sammenligning og validering mot den altimetricbaserte kystmodellen NMBU18 og den oseanografiske kystmodellen NorKyst800?

## 1.3 Avgrensning av oppgaven

Denne oppgaven er tidsbegrenset til referanseperioden mellom 1. januar 2016 og 18. september 2019. Vannstandsobservasjoner utenfor dette tidsrommet blir ikke analysert.

Oppgaven har en geografisk begrensning til de områdene langs kystlinjen som vannstandsmålerne dekker. Oppgaven beregner ellipsoidisk vannstand for vannstandsmålere mellom kysten nær grensen til Sverige i Østfold, og helt opp til grensen mot Russland i Finnmark.

Grunnet lange avstander og høye kostnader tilknyttet reising for å måle inn høydefastmerker, er feltarbeidet begrenset i den forstand at kun tre permanente vannstandsmålerene er innmål

av meg. Ytterligere fem permanente vannstandsmålere har blitt målt inn med tilsvarende målemetode av representanter fra Kartverket. De resterende 15 permanente vannstandsmålerne har høyder basert på nivellement fra tidligere bestemte høydefastmerker. Et flertall av de 86 midlertidige vannstandsmålerne er innmålt med CPOS, og forventes derfor å ha litt mindre pålitelige høydeverdier [Ouassou et al., 2015].

# Teori

## 2.1 Måling av vannstand

En vannstandsmåler er et instrument som brukes til høydebestemmelse av vannstand relativt til et vertikalt datum. Det finnes flere ulike metoder for å måle vannstand med vannstandsmålere. 22 av 23 permanente vannstandsmålere som benyttes i denne oppgaven er **flottørmålere**. Dette er den klassiske metoden for beregning av vannstand. En flottørmåler består av et rør med en trang åpning i bunnen, slik at støy fra bølger reduseres. Over dette røret er det festet et tannhjul. Til dette tannhjulet er det på den ene enden festet en flottør. I den andre enden er det festet en lodd som fungerer som motvekt. Rotasjonen til dette tannhjulet registreres. Ved hjelp av kjent radius på tannhjulet kan vannstand relativt til et definert nullpunkt beregnes [Kartverket, 2019].

Vannstandsmåleren i Hammerfest er en **radarmåler**. Dette instrumentet festes noen få meter over vannoverflaten, og måler vannstanden ved hjelp av radarbølger.

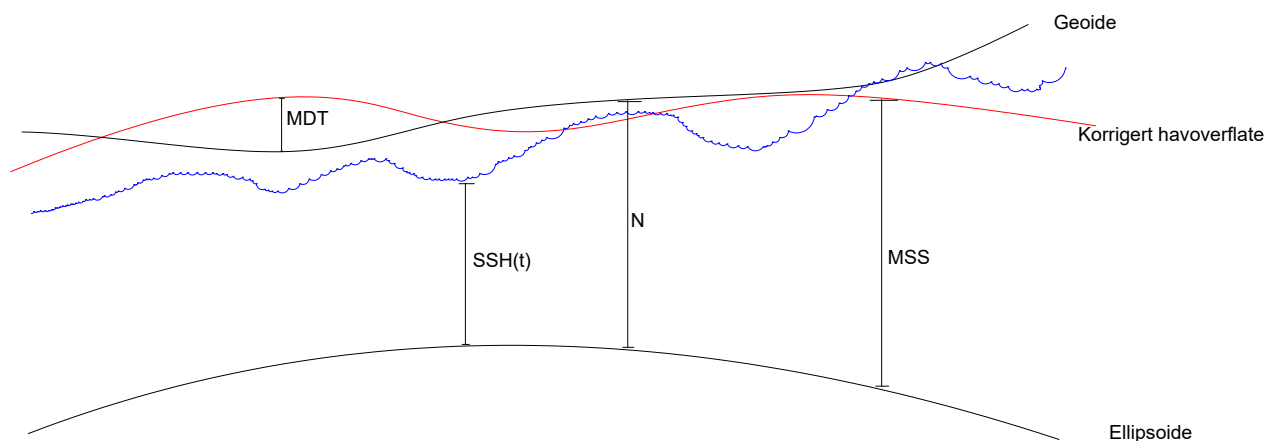
De midlertidige vannstandsmålerne som behandles i denne oppgaven, er samlet inn med Kartverkets mobile **trykkmålere**. Denne typen vannstandsmåler er lett å montere i områder med manglende infrastruktur og krevende værforhold. Den er dermed passende når man ønsker vannstandsobservasjoner fra utenfor bebygde strøk, som for eksempel innover i fjorder og på øyer uten utbredt bebyggelse.

Trykkmåleren består i hovedsak av to trykksensorer som er montert på en vaier med et lodd helt nederst. Avstanden mellom trykksensorene er kjent. Vaieren senkes ned i vannet, med den øverste sensoren plassert omtrentlig ved middelvannstanden, og den nederste sensoren er plassert slik at den til enhver tid ligger under vann. Loddet holder vannstandsmåleren rolig i vannet. Tidspunkt registreres når den øverste sensoren ligger tørr. Dette tidspunktet kombineres med informasjon om tetthet og den kjente avstanden mellom målerne for å beregne vannstanden.

Vannstandsobservasjonene loggføres og lagres som vannets høyde i forhold til et lokalt nullpunkt på vannstandsmåleren (TGZ). Dette nullpunktet har en kjent høydeforskjell til et nærliggende referansepunkt (TGBM), som er festet i fast grunn i nærheten av vannstandsmåleren. Et TGBM er som oftest etablert ved nivellement fra et tidligere GNSS-innmålt høydefastmerke. Høyden til TGBM og TGZ er dermed kjent i høydesystemet NN2000.

## 2.2 Vannets referansenivåer

For å kunne forklare og analysere havets dynamikk, er det viktig å kjenne til dets referansenivåer. Figur 2.1 tar for seg de referansenivåene som denne oppgaven omtaler, og er sterkt overdrevet for illustrasjonsformål.



Figur 2.1: Illustrasjonsskisse av havets referansenivåer.

**Middelvann** (MSS) er en viktig vertikal høydeverdi å ha kjennskap til når havoverflaten skal analyseres. MSS er en midlet overflate av havets høyde over en referanseellipsoide [Kartverket, 2019]. I denne oppgaven analyseres MSS basert på vannstandsmålere i perioden 2016 til 2019. Ved å ha målinger gjennom flere år, oppnås et godt estimat på havoverflaten i området. Helt optimalt burde oppgaven bruke vannstandsobservasjoner gjennom 19 år. Dette er fordi variasjonen i tidevann har en periode på 19 år. Dagens offisielle middelvannstand er beregnet ved vannstandsobservasjoner mellom 1996 og 2014. Det er ved hjelp av denne middelvannstanden at Kartverkets seahavnivå-tjeneste predikerer tidevannskorleksjoner for vilkårlige punkter langs kysten.

**Havets dynamiske topografi** kan beskrives som høyde over referanseflaten, som ofte er en geoide. Den midlede dynamiske topografien forsøker å tallfeste variasjoner og opphopning av vannmasser grunnet permanente havstrømmer og temperaturvariasjoner i havet.

Fra figur 2.1 får vi formelen for MDT.

$$MDT = MSS - N \quad (2.1)$$

**Sea Surface Height** (SSH) er høyden til havoverflaten referert til referanseellipsoiden, beregnet i observasjonstidspunktet. Altimetrisatellitter måler SSH på et globalt nivå.

## 2.3 Krefter som påvirker geodetisk bestemt havnivå

### 2.3.1 Tidevann

Tidevann forårsakes av gravitasjonskraften til måne og sol. Fenomenet kan beskrives ved Newtons lov for universal gravitasjon, som sier at gravitasjonskraften mellom to objekter er direkte proporsjonell med massene, og omvendt proporsjonal med kvadratet av avstanden mellom dem. Dette fører med seg at tiltrekningskraften fra månen er omtrent dobbelt så stor som solen, til tross for at solen er omtrent 400 ganger større enn månen.

Sjøvannet heves og senkes to ganger i døgnet, og månens posisjon er med å bestemme styrken på tiltrekningskraften. Vannstanden vil derfor ha lokale tidevannstopper omtrent hver andre uke, når månen er ny og hel. Tidevannet vil over en lengre observasjonsperiode være normalfordelt over middelvannstanden [National Oceanic And Atmospheric Administration, 2019].

### 2.3.2 Permanent tidejordeffekt

Tidejordkraften beskriver høydevariasjoner forårsaket av sola og månens tiltrekning på jordmassen. Gjennomsnittlig tidejordvariasjon gjennom et år kalles permanent tidejordeffekt [Revhaug, 2019]. Den permanente tidejordeffekten kan dekomponeres til to ulike krefter. **Direkte tidejordeffekt** beskriver den direkte tiltrekningskraften fra sola og månens gravitasjonskraft. Denne direkte kraften deformerer den elastiske jordskorpen. Denne deformasjonen fører til en indirekte endring av jordoverflaten, som kalles **indirekte tidejordeffekt** [Breili, 2020].

Den permanente tidejordeffekten kan håndteres på tre ulike måter, avhengig av formålet med analysen man skal gjennomføre, og måten observasjonene man håndterer er bestemt:

- Tide free (TF): Effekten av tidejord elimineres i sin helhet. Det oppnås dermed en tidejorfri geoid. Høyder med utgangspunkt i GNSS-observasjoner er i TF, fordi denne form for observasjoner er å betrakte som avstandsobservasjoner relativt til et nettverk av navigasjonssatellitter tilknyttet en landbasert geodetisk referanseramme.
- Mean tide (MT): Effekten av både den direkte og den indirekte tidejordeffekten tas hensyn til i beregningene. Det oppnås dermed en middelgeoid. Satellittbaserte metoder for høydebestemmelse, derav altimetri og tyngdemålinger med gravimeter er tilpasset Mean Tide (MT). Dette fordi de direkte observerer jord- og vannmassenes tyngdefordeling, den direkte tiltrekningskraften samt deformasjonen i landmassene forårsaket av sol og måne.
- Zero tide (ZT): Den direkte tidejordeffekten forårsaket av gravitasjonskraften fra sol og måne elimineres. På denne måten oppnås nullgeoiden. Denne geoiden beholder informasjon om den indirekte effekten som er forårsaket av deformasjoner i jordskorpen. Høyder i NN2000 er basert på normalhøyder, og tar hverken hensyn til den direkte eller den indirekte effekten fra gravitasjonskraften fra sol og måne. Derfor er NN2000-høyder i ZT-systemet.

Kvasigeoidmodellen NKG2015 anvendes i denne oppgaven. Denne er i utgangspunktet beregnet i ZT-systemet, men er tillegg tilpasset differanser mellom ellipsoidiske høyder i ETRF2000 og nasjonale realiseringer av EVRS ved referansetidspunktet 2000.0. Disse differansene er en



slags forenklet overgang til MT. NKG2015 kan dermed sies å være i ZT-systemet hvis disse differansene ikke påføres [Breili, 2020]. Dette gjelder for den versjonen av geoidmodellen som anvendes i denne oppgaven.

Det er svært viktig at alle observasjoner som skal kombineres eller analyseres, behandler den permanente tidejordeffekten på samme måte. Transformasjoner mellom tidejordsystemene forklares matematisk i *Notater for beregning av ellipsoidisk vannstand*, appendix A [Breili, 2020].

### 2.3.3 Landheving

Store deler av verden, deriblant Skandinavia, gjennomgår en landhevingsprosess. Dette er hovedsaklig en konsekvens av den siste istiden. Den faste jordskorpen flyter på en mer viskøs og tyngre masse. Under istiden forårsaket den enorme vekten fra ismassene at jordmassen ble presset ned mot den mer viskøse massen. Konsekvensen av at en masse med så stor vekt forsvinner, er at jordskorpen gradvis flyter opp til opprinnelig posisjon for å oppnå isostatisk likevekt. Denne effekten kalles Glacial isostatic adjustment (GIA), isostatisk landheving. Havets form og størrelse er viktig å ta hensyn til når mengden vann skal bestemmes, ettersom vannstanden varierer med størrelsen på bassenget [Revhaug, 2019].

For å ta hensyn til GIA, anvendes avanserte modeller for beregning av landheving. Disse modellene blir hovedsaklig beregnet ved to teknikker; GNSS og Very Long Baseline Interferometry (VLBI). Sistnevnte er en teknikk for observasjon av jordklodens orientering i rommet, og målinger av avstander på jorden. Det brukes også tyngdeinformasjon fra satellitter, ettersom endring av tyngdefordeling bidrar med informasjon om havets form og størrelse.

Landhevingsmodellen NKG2016LU skiller mellom to ulike former for landheving. **Absolutt landheving** beskriver landhevingen i forhold til referanseellipsoiden. I tillegg til dette har vi **relativ landheving**. Denne beskriver landheving i forhold til høydereferanseflaten, altså kvasigeoiden eller geoiden. Geoiden og kvasigeoiden er, som forklart i delkapittel 2.4.2, sammenfallende med middelvannstanden. Denne gir derfor litt lavere landheving enn den absolutte landhevingen, grunnet en økning i havnivå de siste 100 årene [Kartverket, 2018].

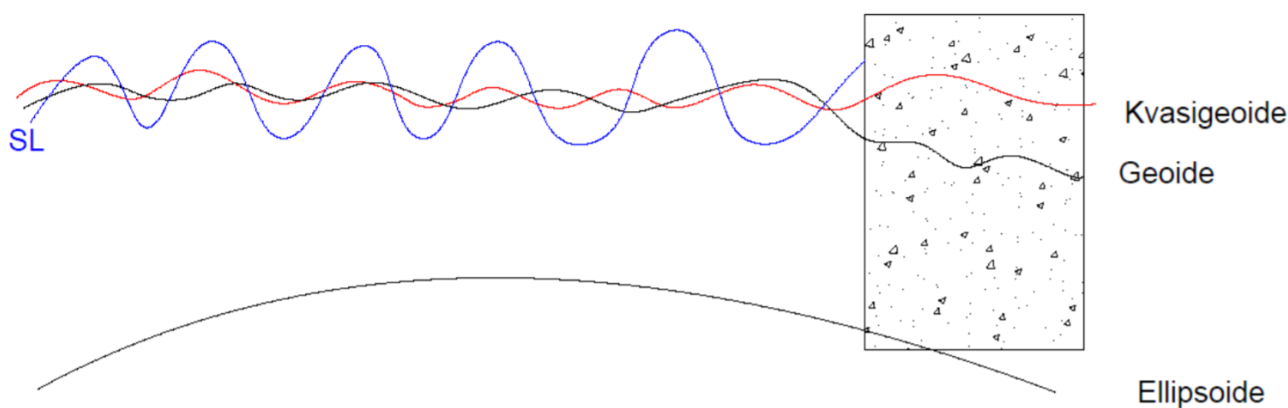
### 2.3.4 Sesongbaserte bidrag fra klima og vær

Været kan gi store utslag i vannstand. Regn vil føre til direkte tilførsel av vann, men også indirekte fra elver og bekker. Tilførsel av vannmengder fra variasjoner i vær, varierer fra årstid til årstid. Smeltevann fra isbreer og polare områder bidrar til endret havnivå. Havstrømmene vil føre smeltevann fra Antarktis til den nordlige halvkule, som vil gi stigning i havnivået. Tilsvarende vil smeltevann i Arktis føre til havnivåstigning på den sørlig halvkule.

Værets bidrag har store variasjoner, og det kan forventes at variasjon i vanntilførsel er større i fjorder som før kontinuerlig tilførsel av grunnvann og regnvann. Det kan derfor forventes at havnivået vil variere med flere desimeter selv etter observasjonene er korrigert for predikert tidevann. Sjøvann utvider seg ved oppvarming, og saltkonsentrasjonen i sjøvannet er også en faktor som vil påvirke vannstanden i noen grad. Ferskvann utvider seg også, men ikke mellom null og fire grader. Lufttrykk og dominerende vindretning vil også bidra til variasjoner i vannstanden.

Bidragene fra vær og klima er sesongbaserte. Dette er viktig å ha innsikt i, ettersom denne oppgaven blant annet behandler vannstandsobservasjoner fra midlertidige vannstandsmålere som kun er aktive gjennom enkelte årstider. Sesongbaserte endringer i vannstand grunnet vindretning og tilførsel av ferskvann er variabler som denne oppgaven ikke spesifikt tar hensyn til, men de er forsøkt å eliminere ved å referere målingene fra de midlertidige vannstandsmålerene til nærliggende permanente vannstandsmålere som har vært aktive gjennom hele referanseperioden.

## 2.4 Høydesystemer og referanseflater



Figur 2.2: Illustrasjonsskisse av havets referansenivåer.

Figur 2.2 illustrerer tre fundamentale referanseflatene for vertikale datum. Den blå kurven illustrerer havnivået (SL), og den rektangulære figuren illustrerer overgangen mellom vann og land.

### 2.4.1 Referanseellipsoiden

Referanseellipsoiden defineres i geodesien som en referanseflate for geometriske høyder. Geometriske høyder er høyder som er basert på en rettlinjet avstand langs en ellipsoidnormal fra en matematisk bestemt referanseellipsoide. I kombinasjon med et horisontalt datum er høyden over ellipsoiden kjent som geodetiske koordinater [Ophaug, 2018].

### 2.4.2 Geoiden og kvasigeoiden

Geoiden og kvasigeoiden er geodesiens referanseflater for fysiske høyder, og baserer seg på jordas tyngdefelt.

Geoiden er en ekvipotensialflate i jordens tyngdefelt, og kan beskrives som teoretisk middelvannstand i et system som ser bort ifra ytre krefter. For landområder genererer geoiden en tenkt forlengelse av den teoretiske middelvannstanden. Geoiden tar altså utgangspunkt i jordens tyngdefelt, som varierer med fordelingen av land- og vannmasser [Kartverket].

En **geoidmodell** beskriver forskjellen mellom en matematisk definert ellipsoide og en geoid. Geoidmodellen beskriver også en fysisk realitet fordi den beskriver forskjellen mellom to høydesystemer som begge er basert på fysiske tilnærminger av jordas form og størrelse, altså geoiden og ellipsoiden. Geoidmodellen er altså i praksis en modell bestående et stort antall punkter med høydeforskjeller fra en matematisk bestemt ellipsoide til en geoid.

I tillegg til geoiden er det hensiktsmessig å definere en **kvasigeoide**. Kvasigeoiden bestemmes kun fra teoretiske tyngdeverdier fra observasjoner gjort på jordoverflaten. Den unngår dermed problematikken ved at vi ikke kjenner til jordas fordeling av tetthet i detalj under de topografiske massene. Dette medfører at kvasigeoiden ikke er en ekvipotensialflate i jordas tyngdefelt, og beskriver ingen fysisk realitet.

Normalhøyder er høyder som baserer seg på kvasigeoiden. Ved å anvende normalhøyder istedenfor ortometriske høyder, unngås problematikken med ukjent tetthet av jordens indre når geoiden skal bestemmes. Kvasigeoidens høyde bestemmes ved

$$\zeta = h - N, \quad (2.2)$$

der  $\zeta$  er kvasigeoidehøyden,  $h$  er den ellipsoidiske høyden og  $N$  er normalhøyden. Norges offisielle høydesystem, NN2000, er basert på normalhøyder, som er basert på kvasigeoiden. Geoiden og kvasigeoiden antas å sammenfalle ved havområdene. I kystsonen forventes det å være en liten differanse mellom dem, men disse avvikene antas å være neglisjerbare. Dermed velger jeg å ikke skille mellom kvasigeoiden og geoiden i denne oppgaven.

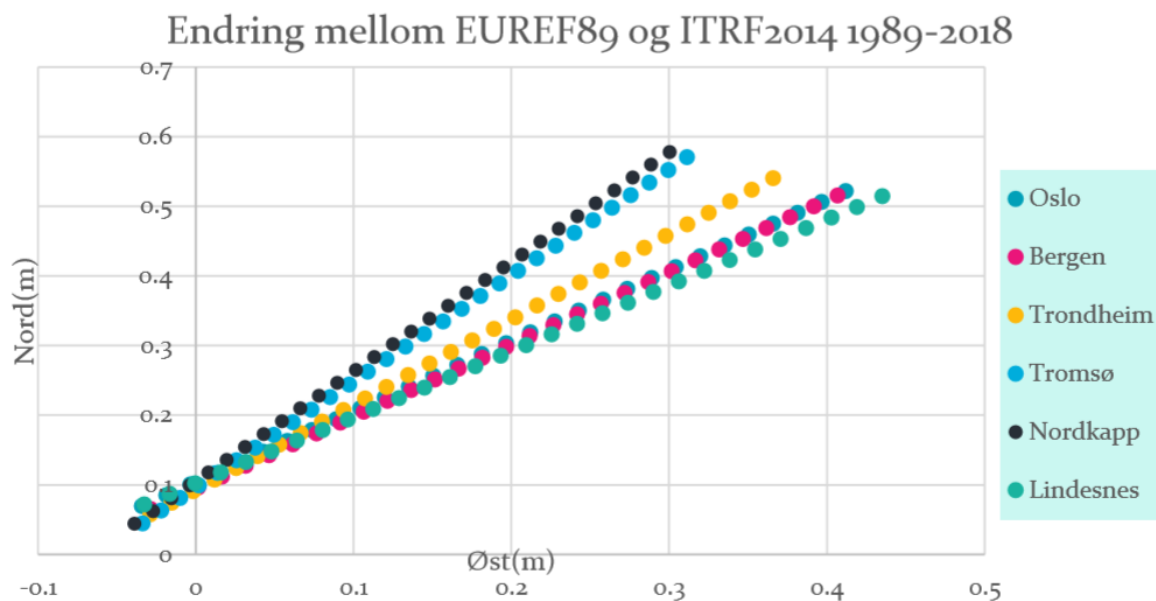
### 2.4.3 NN2000

Et høydesystem består av et vertikalt datum og et landsomfattende nett av utvalgte høydebestemte fastmerker. NN2000 er Norges offisielle høydesystem, og er basert på en felles nordisk beregning med fundamentalpunkt i Amsterdam. Systemet er referert til år 2000. Etableringen av NN2000 innebar at alle nivellerte punkter i landsnettet fikk nye høyder referert til NN2000. All landheving etter år 2000 må korrigeres med en landhevingsmodell. [Kartverket, 2018]. NN2000 gir fysiske høyder knyttet til jordens tyngdefelt, ofte omtalt som høyden over havet.

### 2.4.4 EUREF89

EUREF89 er Norges nasjonale horisontale datum, og er tilpasset den eurasiske kontinentalplaten. Ved at den kun fokuserer på denne kontinentalplaten, trenger den ikke å ta hensyn til tektoniske platebevegelser. Det er dette som utgjør den største forskjellen fra for eksempel IRTF14, som er en global referanseramme.

EUREF89 sitt referanseår for horisontale koordinater er 1989, mens for vertikale høyder er referanseåret satt til 1995.0. Det vil si at for de ellipsoidiske høydene som denne oppgaven



Figur 2.3: Differanseøkning mellom grunnrisskoordinater i ITRF14 og EUREF89 fra 1989 til 2018 som en konsekvens av tektoniske platebevegelser.

beregner, er verdiene referert til landmassenes høyde slik de var i 1995.

Ellipsoidmodellen til EUREF89 heter GRS80. Denne ellipsoidmodellen definerer datumets referanseflate. For ellipsoidisk høydebestemmelse ved et definert observasjonstidspunkt, må landheving fra referansetidspunktet til observasjonstidspunktet beregnes og adderes på den ellipsoidiske høyden ved hjelp av en landhevingsmodell.

### 2.4.5 Høydereferansemodell

Helt enkelt kan det sies at en høydereferansemodell er en "[M]odell for differansen mellom høyder i et vertikalt datum og ellipsoidiske høyder i et geodetisk datum"[Kartverket, 2009], side 27. En høydereferansemodell er altså en geoidmodell som er tilpasset GNSS og nivellement.

HREF er en høydereferansemodell som er basert på en gravimetrisk bestemt geoidmodell, MA2013v30, som er spesialtilpasset nivellement. Stamnettet og landsnettet inneholder et landsdekkende nettverk av høydefastmerker som både er målt inn med GNSS og nivellement. For disse punktene kjenner vi derfor både de ellipsoidiske høydene og høydene i NN2000. Ved et punkt tilhørende landsnettet, vil HREF-høyden være lik differansen mellom den nivellerte høyden og den GNSS-innmålte høyden. HREF er en modell som kan transformere høyder mellom disse to vertikale datumene, basert på geoidmodellen og HREF-høydene til nærliggende lands- og stamnettpunkter. Betydningen av geoiden øker med avstanden til nærliggende justeringspunkter.

HREF brukes hovedsaklig for å transformere GNSS-innsamlede ellipsoidiske høyder til fysiske høyder. Fysiske høyder blir omtalt som høyder over havet. Dette gjøres for eksempel direkte i måleboken til CPOS-mottakeren. For klassisk statistisk GNSS må høydene transformeres etter at koordinatene er bestemt ved vektorprosessering, og de ellipsoidiske høydene er bestemt ved transformasjon til et vertikalt og et horisontalt datum, for eksempel EUREF89.

For transformasjon av ellipsoidiske høyder til fysiske høyder, har vi at

$$H_{NN2000} = h_{EUREF89} - HREF, \quad (2.3)$$

der  $h_{EUREF89}$  er ellipsoidisk høyde i EUREF89, og HREF er differansen mellom høyden i NN2000 og  $h_{EUREF89}$ .

I denne oppgaven anvendes HREF til å beregne ellipsoidiske høyder ut ifra nivellerte høyder i NN2000. Dermed blir omregningen til ellipsoidiske høyder:

$$h_{EUREF89} = H_{NN2000} + HREF, \quad (2.4)$$

Denne beregningen vil gi ellipsoidiske høyder tilbakeført til referanseår 1995.0 ved hjelp av interpolering i landhevingsmodellen NKG2016LU, til tross for at de nivellerte høydene i utgangspunktet er referert til 2000.0. Dette er mulig å gjøre ettersom HREF sine justeringspunkter både har kjente ellipsoidiske høyder og NN2000-høyder [Lysaker and Vestøl, 2020].

## 2.5 GNSS

### 2.5.1 Differensiell GNSS

For to aktive GNSS-mottakere som er plassert relativt nærme hverandre, vil avstandsbiaser være høyt korrelert. Disse biasene vil dermed forsvinne i en differensieringsprosess. Dette prinsippet danner grunnlaget for differensiell GNSS.

Differensiell GNSS kan gjennomføres både i sanntid, og i etterkant ved hjelp av et prosesseringsprogram. Metoden krever at man definerer en referansemottaker med kjente koordinater, og en rover med omtrentlige koordinater som man ønsker å bestemme nøyaktig. Differensiell GNSS utnytter de to aktive mottakerene til å danne dobbeltdifferanser gjennom lineære kombinasjoner. Lineære kombinasjoner mellom to nærliggende mottakere kan anvendes for å redusere feilkilder i GNSS-signalets observasjonsligning.

Ved danning av dobbeltdifferanser fjerner vi altså feilkilder som satellittenes og mottakerens klokkefeil. Heltallsflertydigheten har på dobbeltdifferansenivå heltallsegenskaper, som vil si at satellittbasert stedfesting med differensiell GNSS har evnen til å oppnå fixløsning av GNSS-signalet.

Nøyaktighetspotensialet til punkter bestemt ved klassisk statistisk GNSS, etterprosessert differensielt til en referansemottaker, er ifølge Kartverkets standard for satellittbasert posisjonsbestemmelse [Bratheim et al., 2009], 5 mm i grunnriss + 1 ppm. Standarden definerer ingen nøyaktighetspotensial for vertikale verdier, men generelt gjelder det at vertikale verdier har litt lavere nøyaktighetspotensial enn horisontale verdier.

### 2.5.2 Real Time Kinematic

Prinsippene bak real time kinematics (RTK), på norsk kalt sanntidsmålinger, er mye av de samme som ved differensiell GNSS. Metoden definerer en rover med ukjente koordinater, som

knyttet til et nettverk av nærliggende basestasjoner som registrerer GNSS-data med høy presisjon. Atmosfæriske korreksjoner fra basestasjonene påføres i sanntid roveren. På denne måten oppnår man en høydenøyaktighet på centimeternivå. Høydenøyaktigheten forbedres, på samme måte som ved differensiell GNSS, ved fortetting av punkter, god satellittgeometri og ved stabile forhold i ionosfæren.

I nyere tid har systemer som Kartverkets CPOS (Centimeter POSisjon) tatt over for den tradisjonelle RTK-metoden. Den største fordelen med CPOS, er at man ikke trenger å etablere sine egne basestasjoner. CPOS leverer virtuelle GNSS-observasjoner for punktet du ønsker å finne. Beregningene som gjøres i roveren vil fortone seg som om det var en fysisk referansemottaker like i nærheten. Disse beregningene er basert på Kartverkets landsdekkende nettverk av basestasjoner som logger nøyaktige data kontinuerlig. Data fra disse basestasjonene tar jeg i bruk i denne oppgaven, både indirekte ved mine CPOS-målinger, og direkte ved etterprosessering av differensielle målinger med statistisk GNSS.

For å oppnå uavhengige målinger med CPOS, har kartverket definert noen retningslinjer. Det er viktig at målingene har minst 15 minutter mellomrom for at satellittgeometrien rekke å endre seg mellom målingene. Ved å måle inn et punkt hvert 15. minutt tre ganger, vil man få uavhengige målinger. Gjøres dette under åpen himmel uten stor fare for multipath eller andre feilkilder, vil snittet av disse tre målingene oppnå en høydekvalitet på mellom 17 mm og 30 mm, avhengig av avstanden til Kartverkets basestasjoner.

# Feltarbeid

I forkant av denne oppgaven har jeg vært ute og målt inn tre Tide Gauge Benchmarks (TGBM) med GNSS langs kysten på østlandet, med den hensikt å teste metoder for nøyaktig høydebestemmelse av vannstandsmålere. En TGBM er et høydefastmerke med kjent høydeforskjell til en nærliggende vannstandsmålers Tide Gauge Zero, (TGZ). Disse tre punktene har blitt målt i to omganger med statistisk GNSS for å kvalitetssikre målingene, og tre ganger med CPOS-mottaker med 2 timers mellomrom mellom målingene for å oppnå uavhengige målinger, etter prinsippene forklart i delkapittel 2.5.2.

Feltarbeidet ble utført i perioden mellom juni 2019 og januar 2020. Grunnet lange mellomrom mellom innmålingene av vannstandsmålerne, var det svært viktig å standardisere rutiner i forkant av selve oppmålingsarbeidet. På denne måten har jeg rustet meg mot potensielle fallgruver og unødvendige feilkilder.

## 3.1 Arbeidsoppgaver og rutiner

### 3.1.1 Rutiner for oppstilling av stativ

Stativet settes opp med omtrentlig en meter høyde over over fastmerket. Dette gir en god arbeidshøyde. Det er viktig med god spredning på beina for at stativet skal stå stabilt. Høyden på hvert bein justeres for å sentrere mottakeren over et punkt, og for å få stativet i vater. Ved å flytte på to av tre bein, vil man kunne plassere stativet over punktet med noen få centimeters nøyaktighet.

GNSS-mottakeren festes på en trefot. Denne festes på stativet og sentreres direkte over punktet ved hjelp av snor og jernlodd. Trefotens tre skruer finjusteres for å få stativet i vater. Jernloddet henges på kroken under trefoten. Må stativet justeres ytterligere i X- eller Y-retning for å sentrere loddet over punktet, kan trefoten løsnes og justeres forsiktig uten at den roteres. GNSS-antennen kan nå festes på trefoten, med antennens nordpil justert mot nord.

### 3.1.2 Antennemodeller

Mine innmålinger ble gjennomført med tre ulike antennetyper, alle produsert av Topcon. Det er særs viktig å skille mellom disse, da hver antenne har unik utforming.

- TPS PG-A1
- TPS LEGANT2
- TPS HiPer SR

Kartverkets basestasjoner har antenner fra Trimble og Leica. Noen av disse har choke rings, og andre har påmonterte kupler for å beskytte mottakeren. Anvendelse av disse vil føre til noen få millimeter differanse i antennehøyden.

Nødvendige geometriske størrelser for å regne seg mellom skråhøyder, loddhøyder, antennens referansepunkt, antennens mekaniske punkt, og L1- og L2- frekvensenes faseoffsets finnes på nettsidene til National Oceanographic and Atmospheric Administration. Her kan antenner velges ut ifra modell, og om de har påmontert ekstrautstyr [National Geodetic Survey]. Noen av disse variablene differerer ut ifra hvilken geodetisk referanseramme de er tilpasset.

### 3.1.3 Rutiner for beregning av antennehøyde

Beregning av antennehøyde er en forholdsvis enkel prosess som lett kan føre til store feil i høydebestemmelsen. Derfor er det viktig med fokus på nøyaktig bestemmelse av antennens høyde gjennom feltarbeidet. Antennens høyde blir kort oppsummert bestemt ute i felt med penn og papir, målebånd og Pytagoras' læresetning.

Høydemålingene skal dokumenteres underveis og resultatene skal kontrolleres med kalkulator i etterkant av feltarbeidet. Antennehøyden bestemmes ved bruk av et stivt målebånd. Målebåndets nullpunkt festes til boltens høyeste punkt, og trekkes opp til merket omtrentlig midt på GNSS-antennen. Dette merket er ofte makert med et hakk, eller en skarp og markant vinkel på antennens utforming, og symboliserer antennens mekaniske fasesenter. Deretter kontrollmåles antennen på nytt med forskyvning i målebåndet.

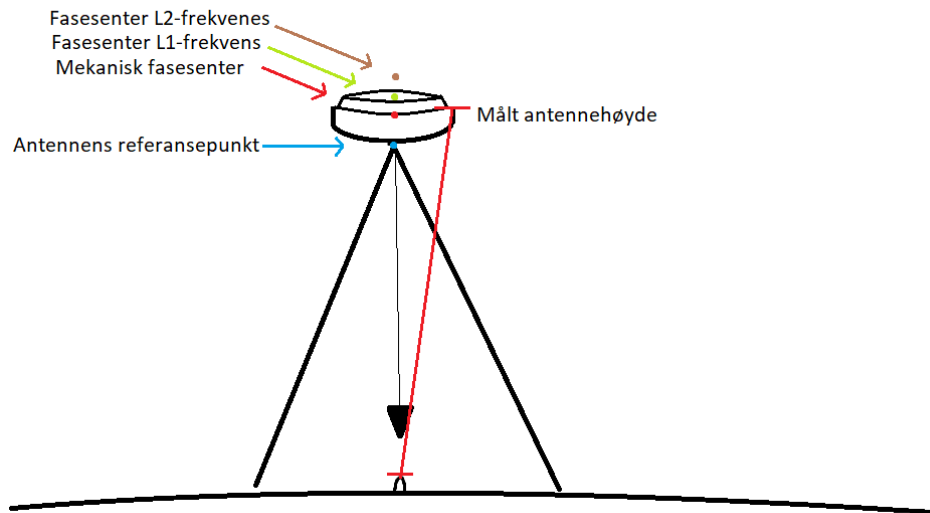
Målebåndet er i figur 3.1 markert ved rød linje. Linjen mellom bolt og ytterkant av det mekaniske fasesenteret danner en hypotenus i en rettvinklet trekant. Formelen for beregning av mekanisk fasesenter er dermed

$$H_{antenne} = \sqrt{H^2 - r^2},$$

der  $r$  er avstanden mellom ytterkant og antennens midtpunkt, og  $H$  er skråhøyden målt med målebånd. Antennehøyden kontrolleres før og etter hver måleperiode. For gjennomføring av CPOS-målinger må antennen byttes ut med en antenne som kommuniserer med en målebok som har gyldig CPOS-abonnement. Her er det viktig å ha i bakhodet at antennens utforming er forskjellige, slik at variablene for beregning av  $H_{antenne}$  ikke er identiske med hverandre. Ved bytte av antenne må stativet kontrolleres, og skruene må etterstrammes slik at det står stødig, og fremdeles er sentrert over boltene når CPOS-målingene gjennomføres.

Under feltarbeidet var jeg overbevist om at antennehøyden måles fra det mekaniske fasesenteret. Det viste seg senere at antennehøyden måles fra antennens referansepunkt, som er det laveste punktet på antennen, i overgangen til trefoten. Dette forklares nærmere i delseksjon 5.1.2. Antennens referansepunkt er illustrert med blått merke i figur 3.1. Høydene ble derfor i etterkant justert tilsvarende høydedifferansen mellom antennens referansepunkt og antennens mekaniske fasesenter.





Figur 3.1: Illustrasjonsskisse av stativ med påmontert GNSS-mottaker med relevante størrelser for beregning av antennehøyde.

## 3.2 Egeninnsamlede GNSS-observasjoner

De tre vannstandsmålerne jeg selv har målt inn, er Viker, Oscarsborg og Helgeroa. Disse tre vannstandsmålerne ligger i overkommelig avstand fra NMBU på Ås, og det er derfor nettopp disse er målt inn. Opprinnelig var planen å også måle inn vannstandsmåleren i Oslo, men denne valgte jeg til slutt å sløyfe av logistiske og økonomiske årsaker. Jeg konkluderte også med at ved å måle inn tre av fire permanente vannstandsmålere i Oslofjorden, vil jeg få et godt estimat av vannstanden i området. Optimalt burde alle Kartverkets 23 vannstandsmålere vært målt inn, men dette lot seg ikke gjøre i forbindelse med denne oppgaven.

Tabell 3.1: Feltarbeid utført av i Forbindelse med denne oppgaven.

Vannstandsmåler	Dato	Arbeid utført	Komplikasjoner
Viker	21.06.2019	-To måleperioder av TGBM med statistisk GNSS. - Tre innmålinger med CPOS med to timers mellomrom mellom målingene.	
Helgeroa	17.10.2019	- To måleperioder av TGBM med statistisk GNSS. - Tre innmålinger av TGBM med CPOS med to timers mellomrom mellom målingene.	-Dårlig vær.
Oscarsborg	19.10.2019 13.01.2020	- To måleperioder av nivellert høydefastmerke med statistisk GNSS. -Tre innmålinger av nivellert høydefastmerke med CPOS og to timers mellomrom mellom målingene	-Flatt batteri på datamaskinen. Feltarbeidet ble gjennomført over to dager. - Fare for multipath grunnet umiddelbar nærhet til vannkanten, samt grunn og ujevn havbunn.

### 3.2.1 Datainnsamlingen

Første tur gikk til Viker, som ligger ut mot åpent hav helt sør i Hvaler kommune. TGBM i Viker ligger åpent til på fast fjell omtrent 100 meter fra vannstandsmåleren. Området rundt er nakent. Den eneste nærliggende hindring er en busk, men denne anses som ubetydelig for satellittgeometrien. Plasseringen til TGBM på Viker gir derfor forutsetninger for god satellittgeometri ved innmåling med GNSS.

Innmålingene av dette punktet gikk ryddig for seg uten nevneverdige komplikasjoner. Målingene med CPOS ble utført før og etter hver statiske måleperiode. Resultatet fra innmålingene av Viker er to vektorer målt med statistisk GNSS, og tre innmålinger med CPOS-mottaker.

Tabell 3.2: Tidsintervaller for statistisk GNSS for TG Viker.

Viker	Fra (UTC-tid)	Til (UTC-tid)
Måleperiode 1	11.40	13.37
Måleperiode 2	13.44	15.45



Figur 3.2: Bilde av feltarbeidet på Viker.



Figur 3.3: Illustrasjonskart over Viker med vannstandsmåler og TGBM.

Dag to av feltarbeidet var på Helgeroa, som har en vestvendt kystlinje mot Helgerofjorden i Larvik kommune. Denne dagen startet fint, med overskyet vær og opphold. Da jeg kom frem, tok dette en drastisk vending. Feltarbeidet på Helgeroa ble dermed preget av mye regn og sterk vind.



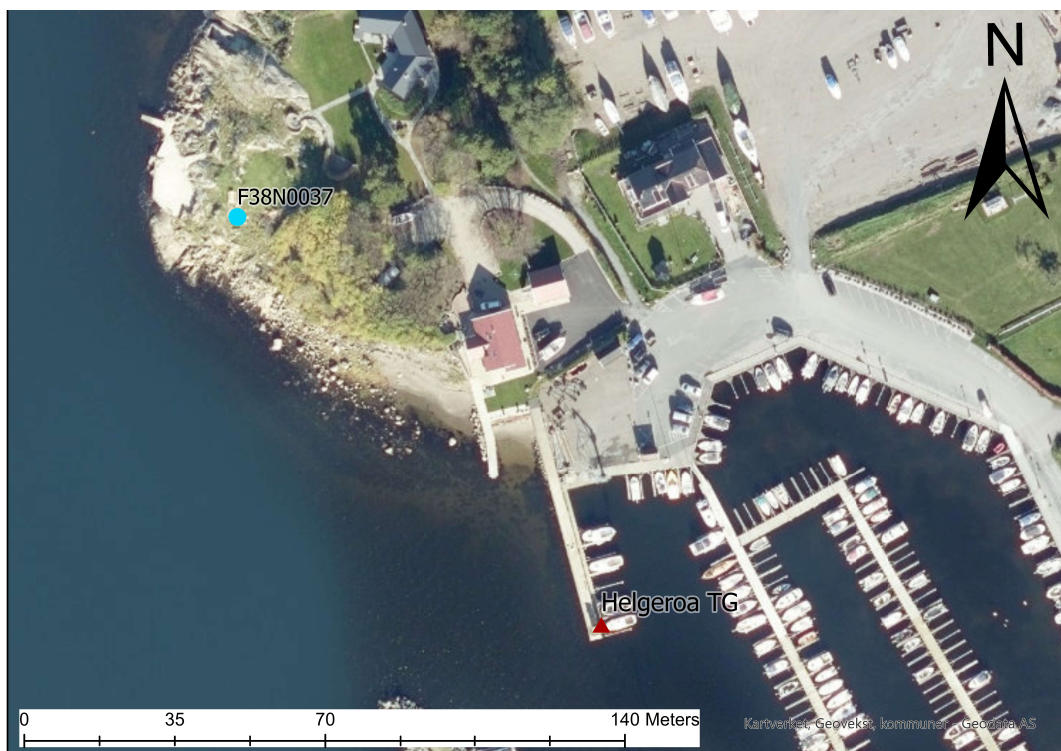
Jeg klarte allikevel å utføre arbeidet på en god og kontrollert måte. TGBM i Helgeroa ligger lett tilgjengelig på fast fjell i synlig avstand til vannstandsmåleren. Her er det to høydefastmerker som har status som TGBM. Den ene av disse fikk, i følge norgeskart.no (Kartverket), status som nytt TGBM i 2014. Det var dette høydefastmerket jeg benyttet.

Tabell 3.3: Tidsintervaller for statistisk GNSS for TG Helgeroa.

Helgeroa	Fra (UTC-tid)	Til (UTC-tid)
Måleperiode 1	12.10	14.03
Måleperiode 2	14.16	16.24



Figur 3.4: Bilder av feltarbeidet ved i Helgeroa.



Figur 3.5: Illustrasjonskart over Helgeroa med vannstandsmåler og TGBM.

Tabell 3.4: Tidsintervaller for statistisk GNSS for TG Oscarsborg.

Oscarsborg	Fra (UTC-tid)	Til (UTC-tid)
Måleperiode 1	12.37	14.22
Måleperiode 2	14.34	16.31

Siste del av feltarbeidet gikk til Oscarsborg, som er en øy i midt i Oslofjorden i Frogn kommune.

TGBM på Oscarsborg ligger plassert i en skråning med dårlige forutsetninger for satellittbasert stedfesting. Store trær og en bygning blokkerer for utsikten og gir oss en svært høy elevasjonsvinkel både i vest og i øst. I forbindelse med Anniken Bye sin masteroppgave i 2018, ble det etablert nye punkter i samarbeid med Kartverket. Et høydefastmerke ble etablert i fast fjell ytterst på vestsiden av øya, og høydedifferanse til TGBM ble beregnet ved nivellement. Denne nivellementsdraget inkluderte to fastmerker med kjent høyde i NN2000, og er dokumentert i Bye sin mastergradsoppgave [Bye, 2018].

I forbindelse med denne oppgaven har høydefastmerket på Oscarsborg blitt målt inn på nytt med CPOS og statistisk GNSS. Fra Bye sin masteroppgave brukes den nivellerte høydeforskjellen

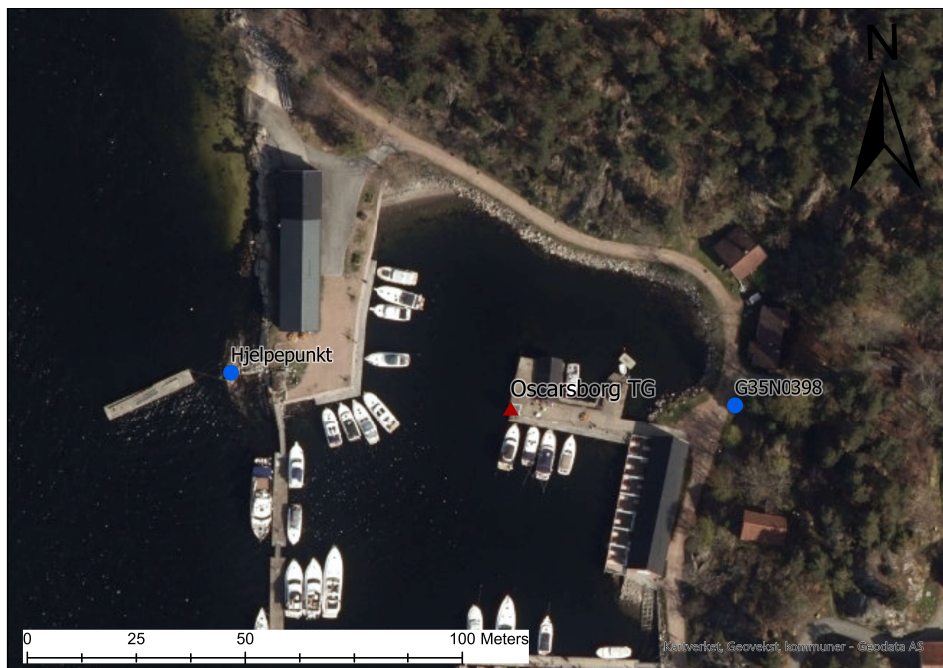
$$\Delta h_{Hjelpepunkt}^{TGBM} = 1.56913$$

Høydefastmerket som brukes til innmåling ligger altså 1.56913 m lavere enn TGBM. Denne høyden adderes deretter på punktets beregnede ellipsoidiske høydeverdier for å oppnå TGBM sin ellipsoidiske høyde [Bye, 2018]. Innmålingene gikk uten nevneverdige problemer, sett bort i fra at batteriet gikk tom for strøm midt i første måleperiode. Dermed ble jeg nødt til å dele opp feltarbeidet på Oscarsborg i to dager, der CPOS-målingene ble gjennomført den første dagen, og innmålingen med statistisk GNSS ble utført nesten to måneder senere.





Figur 3.6: Bilde av feltarbeidet på Oscarsborg.



Figur 3.7: Illustrasjonskart over Oscarsborg med vannstandsmåler, TGBM og høydefastmerket jeg benyttet til GNSS-innmålinger.

### 3.3 Feltarbeid utført av Kartverket

I tillegg til vannstandsmålere som er innmålt av meg, har jeg mottatt RINEX-filer fra innmåling av fem permanente vannstandsmålere som tidligere har blitt målt inn av ansatte fra Kartverket.

Noen av disse vannstandsmålerne har kun målinger med statistisk GNSS, mens andre er også målt inn med CPOS. Takket være Kartverkets innmålinger har jeg derfor innmålinger med høy punktkvalitet helt fra Oslofjorden i Viken, til Honningsvåg i Finnmark.

Tabell 3.5: Feltarbeid utført av Kartverket.

Vannstandsmåler	Dato	Arbeid utført
Tromsø	10.08.2018	-En måleperiode med statistisk GNSS over sikringspunkt med kjent høydeforskjell til TGBM.
Honningsvåg	14.08.2018	-En måleperiode med statistisk GNSS over sikringspunkt med kjent høydeforskjell til TGBM.
Narvik	26.06.2019	-En måleperiode med statistisk GNSS over sikringspunkt med kjent høydeforskjell til TGBM. - Seks innmålinger med CPOS, med ukjent tidsrom mellom innmålingene.
Andenes	28.06.2019	-En måleperiode med statistisk GNSS over TGBM. -Fire innmålinger med CPOS, med ukjent tidsrom mellom innmålingene.
Bergen	07.09.2019 08.09.2019	-To sammenhengende måleperioder på 24 timer med statistisk GNSS over sikringspunkt med kjent høydeforskjell til TGBM,





Figur 3.8: Illustrasjonskart over vannstandsmåler og innmålt sikringspunkt i Narvik.



Figur 3.9: Illustrasjonskart over TGBM og vannstandsmåler i Andenes.

Vannstandsmålerne i Narvik og Andenes ble målt inn i juni 2019. Begge disse er innmålt med statisk GNSS med måleperioder på i overkant av to timer. De er også målt inn med CPOS.





Figur 3.10: Illustrasjonskart over sikringspunkt og vannstandsmåler i Honningsvåg.



Figur 3.11: Illustrasjonskart over sikringspunkt og vannstandsmåler i Tromsø.

I Andenes ble stativet satt opp direkte over TGBM, mens i Narvik var TGBM uegnet for



Figur 3.12: Illustrasjonskart over hjelpepunkt, sikringspunkt og vannstandsmåler i Bergen.

innmåling med GNSS. Vannstandsmåleren i Narvik ble dermed målt inn fra et nærliggende sikringspunkt med kjent høyde i NN2000.

Vannstandsmålerne i Honningsvåg og Tromsø ble målt inn i August 2018. Begge disse punktene ble målt inn ved hjelp av sikringspunkter, ettersom TGBM er uegnet for innmåling med GNSS. Sikringspunktet til Honningsvåg ligger åpent til i nærheten av vannstandsmåleren. Sikringspunktet i Tromsø ligger derimot plassert flere hundre meter vest for vannstandsmåleren. Vannstandsmåleren sin høyde ble dermed bestemt ved kjent høydeforskjell mellom sikringspunkt og TGBM i NN2000. Avstanden mellom sikringspunktet og vannstandsmåleren er i Tromsø så stor at det forventes en betydelig høydeforskjell grunnet tilt i geoiden.

Vannstandsmåleren i Bergen er innmålt på en litt annerledes måte. Her mottok jeg to 24-timers måleserier fra hjelpepunktet BERH, som ligger plassert nærme bryggekannten rett nord-vest for vannstandsmåleren. Dette punktet har kjent høydeforskjell til TGBM som ikke er egnet for innmåling med GNSS.

# Data

Produksjonen av en geodetisk bestemt havtopografi krever innhenting av vannstandsdata fra Kartverkets vannstandsmålere, samt tidevannsprediksjoner fra sehavniva.no (Kartverket). Disse observasjonene kobles i denne oppgaven til en geodetisk referanseramme ved hjelp av GNSS-innmålinger. Jeg har tatt i bruk geoidmodellen NKG2015 og landhevingsmodellen for Fennoskandia, NKG16LU. For beregning av atmosfærisk trykk anvendes daglige middelverdier fra ERA5. Dette datasettet estimerer atmosfæriske land- og havklimavariabler for Europa. Videre blir MDT-profiler av to allerede etablerte dynamiske havtopografier beregnet. Dette gjøres for å kvalitetssikre og validere min midlere dynamisk havtopografi.

Tabell med nøkkelparametre for alle permanente og midlertidige vannstandsmålere er lagt ved i vedlegg 3.

Figur 4.1 illustrerer alle vannstandsmålerene som vannstandsobservasjonene er hentet fra. Trekantpunkter illustrerer permanente vannstandsmålere, og sirkulære punkter illustrerer midlertidige vannstandsmålere. Fargen til de midlertidige vannstandsmålerene viser hvilken permanent vannstandsmåler de er referert til. Fargen til de permanente vannstandsmålerne viser innmålingsmetoden som ligger til grunn for de ellipsoidiske høydene.





Figur 4.1: Norgeskart med alle vannstandsmålerne som er inkludert i denne oppgaven.

## 4.1 Permanente vannstandsmålere

Denne oppgaven tar i bruk vannstandsmålinger fra alle 23 permanente vannstandsmålere langs norskekysten som Kartverket drifter. Åtte av disse er målt inn med statistisk GNSS og fem av disse er også målt inn med CPOS. For de resterende vannstandsmålerne benyttes nivellerte høyder med utgangspunkt i tidligere GNSS-innmålte punkter. Vannstandsmålerne strekker seg fra Hvaler i Viken til Vardø i Finnmark. Alle disse vannstandsmålerne har logget vannstandsvariasjoner hvert tiende minutt mellom 1. januar 2016 og 18. september 2019. Jeg lar derfor dette være min referanseperiode.

Tabell 4.1: Tabell som viser innmålingsmetodene til hver permanente vannstandsmåler som anvendes i denne oppgaven

Vannstandsmåler	Statisk GNSS	CPOS	Nivellert
Viker	Ja	Nei	Nei
Oscarsborg	Ja	Ja	Nei
Oslo	Nei	Nei	Ja
Helgeroa	Ja	Ja	Nei
Tregde	Nei	Nei	Ja
Stavanger	Nei	Nei	Ja
Bergen	Ja	Nei	Nei
Måløy	Nei	Nei	Ja
Ålesund	Nei	Nei	Ja
Kristiansund	Nei	Nei	Ja
Heimsjø	Nei	Nei	Ja
Trondheim	Nei	Nei	Ja
Mausund	Nei	Nei	Ja
Rørvik	Nei	Nei	Ja
Bodø	Nei	Nei	Ja
Kabelvåg	Nei	Nei	Ja
Narvik	Ja	Ja	Nei
Harstad	Nei	Nei	Ja
Andenes	Ja	Ja	Nei
Tromsø	Ja	Nei	Nei
Hammerfest	Nei	Nei	Ja
Honningsvåg	Ja	Nei	Nei
Vardø	Nei	Nei	Ja

Som figur 4.1 viser, er alle de permanente vannstandsmålerne enten målt inn ved statistisk GNSS, eller nivellert fra tidligere bestemte høydefastmerker. Mine egne målinger korrelerer godt med samme vannstandsmålers tidligere nivellerte høyder, noe som kan tyde på samme målemetode og derfor samme høydenøyaktighet.

### 4.1.1 Målemetoder

De åtte permanente vannstandsmålerne som inngår i feltarbeidet er alle målt inn med statistisk GNSS og etterprosessert etter prinsippene for differensiell GNSS mot Kartverktes nærmeste

basestasjoner. Dette ble gjort i Leica Geo Office. I tillegg til de statiske målingene har det blitt brukt en mottaker med CPOS-abonnement for sanntidsmålinger. Ikke alle vannstandsmålerne er innmålt med GNSS, da noen av innmålingene er utført av Kartverket på et tidligere tidspunkt.

For de vannstandsmålerne som er innmålt med både CPOS og klassisk statisk GNSS, vil man kunne kvalitetssikre resultatene ved å sette de opp mot hverandre. CPOS gir høyder med en nøyaktighet på omtrent tre centimeter, mens statisk GNSS gir høyder med nøyaktighet på omtrent en centimeter. Begge målemetodenes kvalitet er avhengig av avstand til basestasjoner og antall observasjoner resultatene er midlet over.

Et avvik som er større enn den forventede høydenøyaktighet til statisk GNSS og CPOS, vil tyde på en feil under feltarbeidet eller i etterprosesseringen.

De resterende 15 permanente vannstandsmålerne er høyder som er bestemt ved nivellement med utgangspunkt i landsnettet.

## 4.2 Midlertidige vannstandsmålere

For å kunne lage en enda mer detaljert modell av norskekysten, har jeg i tillegg til Kartverkets permanente vannstandsmålerne anvendt data fra et stort antall midlertidige vannstandsmålere. Disse vannstandsmålerne har varierende måleintervaller, men alle har vært sammenhengende aktive i minst en måned i løpet av referanseperioden. Dette vil gi muligheter for produksjon av dynamisk havtopografi med høyere romlig oppløsning enn tidligere utført. Det vil være spesielt interessant å analysere hvordan et større nettverk av vannstandsmålere vil illustrere kystlinjen innover i trange fjorder og sund.

### 4.2.1 Målemetode

Oppgaven behandler vannstandsobservasjoner fra 86 midlertidige vannstandsmålere. De midlertidige vannstandsmålerne er målt inn på ulikt tidspunkt, og da sannsynligvis av ulike operatører. Det er av den grunn knyttet en viss usikkerhet til målemetoden og nøyaktigheten dette er utført med, da et fåtall av disse høydene antas å være nivellert fra andre høydefastmerker som kan være del av landsnettet eller stamnettet. De fleste midlertidige vannstandsmålere er derimot innmålt med CPOS. Jeg velger derfor å anta at de midlertidige vannstandsmålerne har ellipsoidiske høyder med 1995.0 som referanseår for beregning av landheving, med en høydenøyaktighet på under tre centimeter. Denne antakelsen gjøres på grunnlag av forventet høydenøyaktighet for CPOS, som dokumentert i *Satellittbasert posisjonsbestemmelse* [Bratheim et al., 2009].

Felles for alle midlertidige vannstandsmålere jeg har inkludert i denne oppgaven er at de har oppgitt høyde i NN2000.

De innmålte høydene til de midlertidige målerne har i forbindelse med denne oppgaven blitt transformert fra NN2000 til ellipsoidiske høyder ved hjelp av Kartverkets høydereferansemodell HREF2018B. Dette gjøres med Kartverkets programvare SKtrans. Disse høydene danner grunnlaget for beregningen av ellipsoidisk vannstand basert på midlertidige vannstandsmålere.

## 4.3 Midlere dynamiske topografier

### 4.3.1 NorKyst800

NorKyst800 er en oseanografisk kystmodell basert på det regionale hav-modelleringsystemet (ROMS), og er tilgjengelig i form av daglige middelveidier siden 2. juli 2012. Modellen simulerer blant annet saltholdighet, havstrømmer, vannstand og temperatur med en gridoppløsning på 800\*800 meter. Disse parametrene kan brukes for å hente historiske data, eller de kan brukes til å predikere detaljer i strøm- og miljøvariabler noen dager frem i tid. NorKyst800 baseres på de grunnleggende fysiske lovene for bevaring av masse, bevegelse og energi. Modellens drivkrefter er hovedsaklig vind- og varmeutveksling fra en atmosfærisk sirkulasjonsmodell, avrenning av ferskvann fra landområder og tidevann [Asplin et al., 2009]. NorKyst800 er i utgangspunktet ikke korrigert for atmosfærisk trykk, da modellen bruker denne variabelen i predikeringen av tidevann.

NorKyst800 bruker inputverdier fra disse drivkreftene for å lage en modell som simulerer havoverflaten i et definert analyseområde. Modellen som anvendes som valideringsdatasett i denne oppgaven er tilsvarende datasettet som ble brukt i forskningsprosjektet *The Coastal Mean Dynamic Topography in Norway observed by CryoSat-2 and GOCE* [Idžanović et al., 2017]. Dette datasettet har allerede blitt korrigert for atmosfærisk trykk for å kunne brukes i direkte sammenligning med geodetiske kystmodeller.

NorKyst800 er ikke en geodetisk bestemt MDT i den forstand at den er referert til en numerisk havoverflate ved fravær av havstrømmer værrets virkning og tidevann. Modellens nullpunkt er dermed å anse som vilkårlig i en sammenligning med andre geodetisk bestemte kystmodeller. Modellen er utviklet på Havforskningsinstituttet i med Meterologisk institutt og Niva.

### 4.3.2 NMBU18

NMBU18 er en altimetribasert midlet havoverflate langs norskekysten, som er midlet over observasjoner av havnivået mellom 2010 og 2017. NMBU18 er validert opp imot blant annet 23 av kartverkets permanente, og 21 av kartverkets midlertidige målere. Geodetiske MDT-verdier fra NMBU18 er referert til geoidmodellen NGK2015. NMBU18 har en gridoppløsning på 1000 × 1000 meter. Dokumentasjonen til NMBU18 finnes i forskningsartikkelen *A coastal mean sea surface with associated errors in Norway based on new-generation altimetry* [Ophaug et al., 2019].

## 4.4 Modeller og datasett som anvendes

### 4.4.1 ERA5

ERA5 er er produkt produsert av C3S ved European Centre for Medium Range Weather Forecasts (ECMWF). Datasettet inneholder estimer på atmosfæriske land- og havklimavariabler fra 1950 og frem til sanntid. Datasettet dekker jordoverflaten med en 30 × 30 km grid, og

inneholder data fra vann- og jordoverflaten i det todimensjonale planet, og helt opp til 80 km i vertikalplanet.

I tillegg til andre klimavariabler, inneholder også datasettet estimer på atmosfærisk lufttrykk. Disse kommer i form av daglige middelveier som det interpoleres i for å finne gode estimer på lufttrykk ved middelvannstanden. Disse korreksjonene er i denne oppgaven påført de daglige middelveierne av min geodetisk bestemte ellipsoidiske vannstand [Copernicus Climate Change Service (C3S), 2017]. Datasettet kan lastes ned via ECMWF sine nettsider [ECMWF, 2020].

#### **4.4.2 NKG2016LU**

NKG2016LU er den offisielle landhevingsmodellen for Nord-Europa, produsert av Nordic Commission of Geodesy (NKG) [Vestøl et al., 2018]. Den dekker området fra 45 grader til 75 grader nord, og fra 0 grader til 50 grader øst. NKG2016LU benyttes blant annet i HREF ved beregning av landheving i justeringspunkter som har kjent høyde i både NN2000 og EUREF89.

Landhevingsmodellen er bestemt ved kombinasjonen av to modeller; En empirisk bestemt modell og en GIA-modell. Den empirisk bestemte modellen bruker presise nett av høydefastmerker bestemt ved presisjonsnivellement. Høydeforskjellen mellom finnes direkte ved å analysere høydeforskjellene til et nivellert punkt som er bestemt flere ganger. Jo lengre tid det går mellom hver gang et punkt blir nivellert, desto mer verdiful og pålitelig er informasjonen man får ut av høydedifferansen forårsaket av landheving mellom måletidspunktene. GIA-modellen genereres fra en termodynamisk ismodell og jordmodell for å predikere en geofysisk endring i geoiden. Når disse to modellene kombineres, oppnås det en landhevingsmodell som estimerer landheving både fra et geodetisk og et geofysisk standpunkt.

#### **4.4.3 NGK2015**

NKG2015 er en geoidmodell produsert av NKG. Geoidmodellen er referert til WGS84-ellipsoiden [Ågren et al., 2016]. Den geodetiske midlere dynamiske havtopografien som beregnes i denne oppgaven er referert til denne geoidmodellen.



# Metode

## 5.1 Koordinatbestemmelse

### 5.1.1 Vektorprosessering i Leica Geo office

Leica Geo Office, herav kalt LGO, er et program fra Leica Geosystems som kan etterprosessere GNSS-observasjoner. Ved å innhente observasjoner fra to eller flere GNSS-mottakere med overlappende observasjonsperioder, kan vi bruke prinsippene bak differensiell GNSS til å oppnå koordinater med høy nøyaktighet.

#### **Rover og referanse**

LGO lar brukeren definere rover og referansemottaker. Innmålt høydefastmerke defineres derfor som rover, og det er dette punktet det er ønskelig å bestemme koordinatene til. For beregningen av ellipsoidiske høyder til GNSS-innmålte vannstandsmålere, benytter jeg nærliggende basestasjoner fra Kartverkets ETPOS-tjeneste som roverens referansestasjoner. Referansemottakeren sine koordinater blir låst fast, og LGO bruker de midlertidige koordinatene i referansemottakeren sin RINEX observasjonsfil som korrekte verdier. Generelt gjelder at nære basestasjoner gir bedre vektorer, og at vektorer over 50 km ikke skal benyttes.

#### **Referanserammer**

Ved konverteringen av råobservasjoner fra GNSS-mottakeren til RINEX-formatet, blir heade-rens koordinater bestemt i ITRF14. Kartverkets rinex-filer hadde derimot koordinater i EU-REF89, trolig fordi de har vært innom kartverkets datasystemer. For å kunne danne vektorer mellom RINEX-filer fra Kartverkets basestasjoner, valgte jeg dermed å transformere koordinatene i RINEX observasjonsfil-header til ITRF14, og kjøre prosesseringen i LGO for bestemmelse av vektorer.

#### **Fremgangsmåte ved vektorberegningen**

Det er mest hensiktsmessig å beregne enkeltvektorer fremfor å bruke alle mulige kombinasjoner i samme beregning. Dette er fordi de fleste vektorberegningsprogram på markedet ikke har evnen til å håndtere korrelasjoner mellom vektorene ved vektorberegning og nettutjevning. Det vil si at under utjevningen vil man risikere at beregningene kjøres uten korrelasjonsmatrise, som vil gi en fiktiv pålitelighet som er mye høyere enn den faktiske påliteligheten. Jeg erfarte under prosesseringen at LGO i noen enkelttilfeller ikke klarte å beregne vektorer da jeg forsøkte å kjøre prosesseringen.

Derfor valgte jeg, i tråd med kartverkets standard for satellittbasert stedfesting, å prosessere

Tabell 5.1: Vektorer mellom rover og alle basestasjoner som oppnådde fixløsning.

Rover	Referanse-stasjon	$\Delta_H$ (m)	dX (m)	dY (m)	dZ (m)	M0	CQ (m)
Viker 1	TJMC	-0.0364					0.0036
	FREC	0.0042	16306.7346	3625.2289	-10021.1396	0.2752	
	KOPD	-0.0025	30514.5374	39097.9726	-22266.7209	0.2135	
Viker 2	TJMC	-0.0064	2741.7120	32563.4795	-5306.0967	0.2628	0.0077
	FREC	0.0067	16306.7287	3625.2328	-10021.1304	0.2678	
	KOPD	0.0438					
Oscars-borg 1	SVIC	-0.0367					0.0048
	KOPD	-0.0089	-26332.2322	8318.9926	14225.1161	0.2185	
	OSLS	-0.0131					
	AASC	0.0022	130.6103	-10183.8762	922.5103	0.4836	
	OPEC	0.0345					
Oscars-borg 2	SVIC	0.0037	19096.2213	8164.8623	-11835.8901	0.2585	0.0061
	KOPD	0.0317					
	OSLS	0.0236					
	AASC	0.0287					
	OPEC	-0.0083	23215.3862	-4236.4702	-12851.7434	0.3873	
Helgeroa 1	PRGC	-0.0233					0.0036
	TJMC	0.0039	17785.1759	-28546.0000	-7562.7775	0.2443	
	PORC	-0.0023	-22193.4377	21113.0657	11042.2942	0.1948	
Helgeroa 2	PRGC	-0.0028	11779.9236	13564.1076	-8353.6718	0.2192	0.0032
	TJMC	0.0424					
	PORC	0.0022	-22193.4295	21113.0610	11042.2912	0.1944	
Bergen 1	BRGS		-10832.3487	1908.6359	5995.1472	0.5672	
Bergen 2	BRGS		-10832.3512	1908.6360	5995.1416	0.5443	
Narvik	LODC	0.0096					0.0085
	SKAN	0.0075	4909.2908	37498.7153	-6186.4915	0.2763	
	NARI	-0.0015	970.9663	159.9425	-456.1342	0.5178	
Andenes	ANDE	-0.0045	455.6237	-31.5599	-167.7595	0.2541	0.0051
	BJAC	0.0090	-27317.3413	-25992.8163	12754.8379	0.1894	
	MYRC	0.0126	-52058.4570	28586.0883	16170.5018	0.2345	
	SKAC	0.0593					
Tromsø	FINC	0.0267					0.0047
	BALC	0.0205					
	TRO1	0.0020	998.8250	818.5863	-531.5608	0.7029	
	HANC	-0.0072	39918.1506	-13584.2397	-12202.2427	0.3433	
Honningsvåg	HONS	-0.0035	-288.5075	53.4697	57.0571	1.2600	0.0066
	MEHC	0.0357					
	SMRC	0.0384					
	HAVC	0.0041	-18686.3943	43744.6759	-628.1094	0.2817	

enkeltvektorer for så å vurdere de opp mot hverandre [Bratheim et al., 2009].

For hvert GNSS-innmålte høydefastmerke, prosesserte jeg vektorer til alle nærliggende basestasjoner. Vektorer ble dannet mellom rover og alle referansestasjonene. Vektorer med fixløsning

ble listet opp, og vektorkombinasjonen med lavest Quality Control-verdi velges. QC beregnes av Leica Geosystems, og er et statistisk estimat på kvaliteten av GNSS-observasjoner. Vektorkombinasjonene som er listet opp i tabell 5.1 er de vektorene som oppnådde fixløsning. For høydefastmerker med to måleperioder, ble disse vektorprosessert hver for seg. Middelverdien mellom de to beregnede vektorene beregnes etter at hver måleserie er midlet med de vektorkombinasjonene som gir lavest QC-verdi [Leica Geo Systems, 2005].

Etter at vektoren ble addert på referansestasjonens koordinater, ble roverenes ny-bestemte koordinater transformert tilbake til EUREF89. Denne transformasjonen gjør roverenes ellipsoidiske høyder sammenlignbare med CPOS-målingene og de nivellerte høydene transformert fra NN2000 til EUREF89 ved HREF.

### 5.1.2 Feilkilder ved vektorprosessering

#### Valg og filtrering av GNSS-konstellasjoner

Min erfaring er at GLONASS i de fleste tilfeller bidro til dårligere kvalitet på målingene. Ved nesten alle vektorberegningene ble fixløsningen degradert til floatløsning når GLONASS-satellitter ble inkludert. Erfaringsmessig påstår jeg at GLONASS hovedsaklig bidrar positivt ved svært korte målekampanjer. Kvaliteten til GLONASS sine presise produkter er ikke helt på høyde med tilsvarende GPS-løsninger. Dermed valgte jeg å prosessere rene GPS-vektorer.

#### Differanser mellom vektorer med høy høydekvalitet

Ved beregning av vektorene, observerte jeg ved flere anledninger at ulike vektorer med fixløsning og høy høydekvalitet ofte differerte med flere centimeter. Ifølge kartverkets standard for satellittbasert posisjonsbestemmelse, er vektorer med kort avstand mer pålitelige. Derfor valgte jeg vektorer ut ifra avstanden mellom rover og mottaker [Bratheim et al., 2009]. Etter å ha sortert ut de groveste feilene grunnet veldig lange avstander mellom rover og referansestasjon, valgte jeg den kombinasjon av vektorer som ga lavest mulig standardavvik på vektsenheten (S0).

#### Antennehøyde

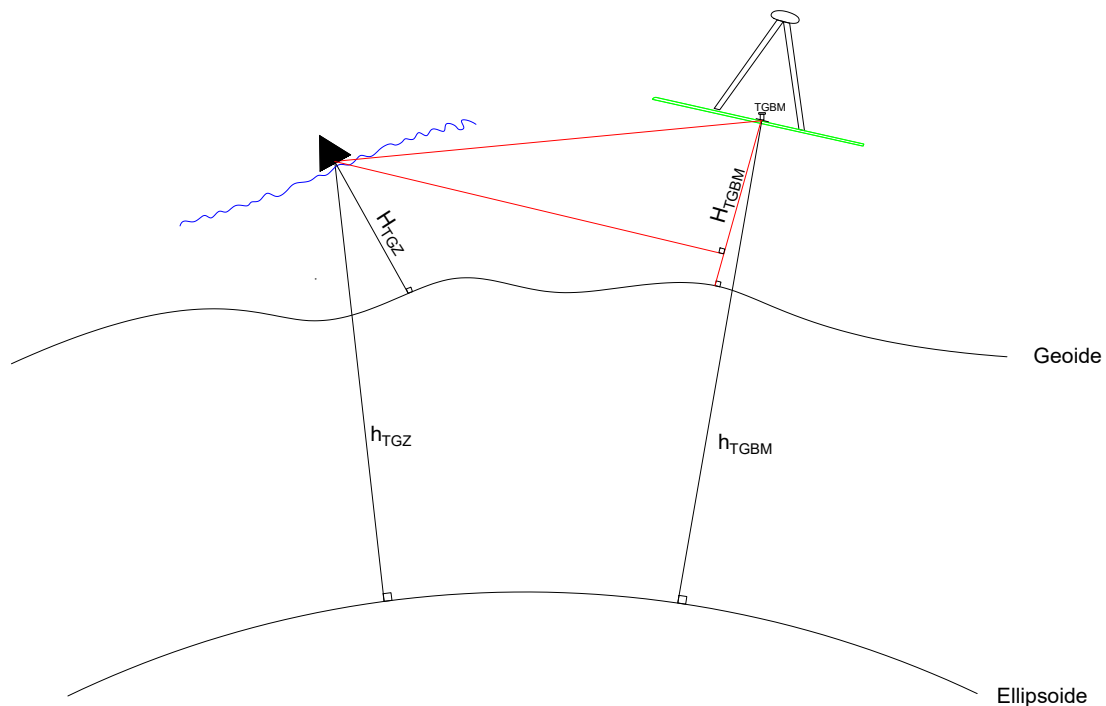
En felle som jeg holdt på å gå i, var å ikke ta hensyn til antennens fasesenteroffset. Da jeg bestemte antennehøyde, tok jeg utgangspunkt i merket punkt midt på antennen. Dette viste seg i ettertid å ikke stemme, da faseoffsets til L1 og L2 tar utgangspunkt i underkant av GNSS-mottakeren, også kalt Antenna reference point (ARP), som nullpunkt. Denne feilen vil føre til en feil tilsvarende offset mellom underkant av antennen, og opp til antennens fasesenter. På begge de to antennene jeg brukte i feltarbeidet, ville dette ført til en feil på omtrentlig fem centimeter.

En annen fallgrube angående antennehøyde er bestemmelsen av antenneoffsets. Antennkalibreringsfilene fra IGS14 er ganske forskjellige fra de verdiene som henger igjen fra IGS8. Det er veldig viktig å være konsistent med bruken av IGS8 og IGS14. LGO sitt bibliotek av antenneoffsets var utdatert, og hadde ved flere anledninger et større avvik fra de antennekalibreringsfilene jeg hentet fra IGS sine nettsider. LGO differerte heller ikke på antenner som brukte choke ring eller beskyttelsesdeksel, noe flere av Kartverkets basestasjoner benytter.

### 5.1.3 Korreksjon av tilt i NKG2015

Geoiden er basert på teoretiske normaltyngdefelt, og varierer i forhold til ellipsoiden på grunn av jordmassenes inhomogene fordeling. Både vannstandsmåleren og GNSS-mottakeren er å anse som sentrert normalt på geoidens verdi i punktet.

Ved innmåling av TGBM for høydebestemmelse av TGZ, er den nivellerte høydeforskjellen mellom de to punktene kjent. Dersom det antas at denne høydeforskjellen er lik også etter at NN2000-høydene er transformert til ellipsoidiske høyder, er det en risiko for at man ikke tar hensyn til en betydelig feil i høydeforskjellen grunnet en tilt i geoiden i forhold til ellipsoiden.



Figur 5.1: Illustrasjonsskisse av tilt i geoiden.

Den røde, rettvinklede trekanten på figur 5.1 illustrerer hvordan  $H_{TGZ}$  hadde blitt bestemt om man ikke hadde tatt hensyn til tilten mellom punktenes geoideshøyde. Tiltet i geoideshøydene bestemmes ved differansen mellom geoideshøyden i vannstandsmålerpunkt og TGBM, og illustreres ved det nederste linjesegmentet til  $H_{TGBM}$ .

$$\Delta H_{\text{tilt}} = H - H_{TGZ}, \quad (5.1)$$

der  $H$  er geoideshøyden i innmålt høydefastmerke, og  $H_{TGZ}$  er geoideshøyden i vannstandsmålerens målernull. Dette har blitt korrigert for ved interpolasjon mellom lengde- og breddegrader i geoidemodellen NKG2015 for å finne presise geoideshøyder for både TGBM og TGZ.

Tabell 5.2: Høydekorreksjon grunnet tilt i geoiden.

Vannstandsmåler	Tilt i geoiden	Punktavstand
Viker	-3.6 mm	99.8 m
Oscarsborg	-2.3 mm	64.9 m
Helgeroa	-3.4 mm	127.4 m
Bergen	0.8 mm	79.4 m
Narvik	3.8 mm	135.5 m
Andenes	-6 mm	488.3 m
Tromsø	16.7 mm	550 m
Honningsvåg	0.8 mm	163.1 m

## 5.2 Høydebestemmelse av vannstandsmålerens TGZ

Høyden til TGZ, korrigert for tilt i kvasigeoiden, finner man ved å summere høyden til TGBM i EUREF89 med høydeforskjellene mellom TGZ og TGBM i NN2000 og differansen i geoiden.

$$h_{\text{TGZ}} = h - H + |H_{\text{TGZ}}| + \Delta H_{\text{tilt}} \quad (5.2)$$

der  $N_{\text{TGBM}}$  og  $N_{\text{TGZ}}$  er geoidens verdier i TGZ og TGBM. For de permanente vannstandsmålerne, er forskjellen i geoidens høyder gitt i tabell 5.2

Som tabell 5.2 viser, er tilten i geoiden i det fleste tilfeller neglisjerbar. Men ved innmålinger der TGBM ligger et stykke unna TGZ, eller hvis innmålinger er gjort over et høydefastmerke med kjent høydeforskjell til TGBM, kan denne korreksjonen være av betydning for høydebestemmelsen. Vannstandsmåleren i Tromsø er et eksempel på dette. Her er tilten i geoiden beregnet fra det innmålte høydefastmerket til TGZ. Det innmålte punktet er plassert 550 meter i luftlinje fra TGZ, som fører til en tilt i geoiden på 1.7 cm.

For de 15 vannstandsmålerne som ikke inngår i mitt feltarbeid, antar jeg at denne korreksjonen ikke er påført. Ettersom jeg ikke har tilgang til det opprinnelige feltarbeidet til disse innmålingene, vet jeg ikke hvilke høydefastmerker disse er referert til. Derfor kan jeg heller ikke påføre denne korreksjonen. Det forventes allikevel at korreksjonen er av betydning for noen av de permanente vannstandsmålerne, og dette bidrar til en svekkelse av påliteligheten til disse punktene.

## 5.3 Beregning av midlere dynamisk havtopografi

Produksjonsløypa av den midlere dynamiske havtopografien er delt opp i en rekke delprosesser som er skriptet i Python. På denne måten vil det være lett å illustrere delresultater grafisk, og kontrollere resultatene mot forventede verdier. Vannstandsobservasjoner fra midlertidige og permanente vannstandsmålere fikk jeg fra Kartverkets servere, og tidevannsprediksjoner fikk jeg fra Kartverkets *Application Programming Interface* (API) for henting av historiske tidevannprediksjoner. Skriptene som defineres i delkapittel 5.3 kan kjøres hver for seg for å analysere delresultater, eller kjøres sammen om man kun er interessert i det ferdige produktet.

Figurer/Skisse-feltarbeid.pdf

Figur 5.2: Illustrasjonsskisse av referanseflater det tas hensyn til ved bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde via TGBM.

### 5.3.1 Valg og filtrering av vannstandsmålere

Første steg i prosessen er å filtrere bort midlertidige vannstandsmålere som har hele eller deler av måleperioden utenfor referanseperioden. Derfor er alle vannstandsmålere med data fra før 1. januar 2016 fjernet. Ved vannstandsmålere med observasjoner fra etter 18. september 2019 er, observasjoner utenfor referanseperioden fjernet. Etter denne filtreringen, gjensto det data fra 86 midlertidige vannstandsmålere med ulike måleintervaller. I tillegg til dette har jeg data fra 23 permanente vannstandsmålere som dekker hele referanseperioden.

### 5.3.2 Innhenting og sortering av vannstandsobservasjoner

Observasjonsfiler fra alle 86 midlertidige og alle 23 permanente vannstandsmålere hentes inn. Disse filene inneholder en "header" med informasjon om stasjonsnavn, referanseverdi, tidssone og målefrekvens. De midlertidige vannstandsmålerne er målt i norsk normalt tid (UTC +1), og tar ikke hensyn til sommertid. De permanente vannstandsmålere er målt i UTC-tid, så disse korrigeres til UTC +1. Vannstandsmålerne logger vannstand hvert tiende minutt. Observasjonene gis i antall centimeter fra vannstandsmålerens TGZ.

Vannstandsobservasjonene sorteres slik at hver vannstandsmåler får tilegnet sine respektive vannstandsobservasjoner med tilhørende observasjonstidspunkt gitt i desimalår.

### 5.3.3 Innhenting og sortering av tidevannprediksjoner

For innhenting av tidevannsprediksjoner tok jeg i bruk Kartverkets API for innhenting av historiske tidevannsprediksjoner. Programkoden for innhenting av data er en modifisert versjon av API-kallet fra appendix B i *Notat for beregning av ellipsoidisk vannstand* [Breili, 2020]. Disse prediksjonene baserer seg på observasjoner fra nærmeste permanente vannstandsmåler, og er påført en skaleringsfaktor. Et eksempel på dette, er målingene i Sognefjorden som er referert til tidevannsobservasjoner i Bergen. Disse er påført en skaleringsfaktor ut ifra plasseringen til vannstandsmåleren. For vannstandsmåleren lengst øst i Sognefjorden, er det påført en skaleringsfaktor på 1.15.

For vannstandsmålere i overgangen til åpent hav er denne skaleringsfaktoren redusert til 1.10. Prediksjonene er referert til middelvannstanden som er beregnet i en 19-årsperiode mellom 1996-2014. Tidevannsprediksjonene er i likhet med vannstandsobservasjonene gitt i tidssonen UTC+1, med en målefrekvens på ti minutter.

Tidevannsprediksjonene er påført et filter som fjerner signalet med sesongbasert variasjon i atmosfærisk trykk og temperatur. Dette filteret vil gi rene tidevannsprediksjoner. Tidevannsprediksjonene sorteres slik at hver vannstandsmåler er tilegnet tidevannsprediksjoner for hele perioden vannstandsmåleren har vært aktiv.

### 5.3.4 Beregning av vannstand korrigert for tidevann og permanent tidejordeffekt

Videre defineres en funksjon som korrigerer vannstandsobservasjonene med tilhørende tidevannsprediksjon. Denne funksjonen interpolerer mellom måleintervallet på 10 minutter, og kan dermed estimere vannstand til et hvilket som helst tidspunkt i tidsrommet hver vannstandsmåler har vært aktiv. Formelen for korrigert havnivå er som følger:

$$SL_{\text{kor}} = SL_{\text{TGZ}} - \text{Tidevann} \quad (5.3)$$

Målernull må deretter korrigeres for den direkte og den indirekte komponenten som utgjør permanent tidejordeffekt. Dette gjøres for hver vannstandsmåler. Den direkte komponenten bestemmes ved å finne A0. Denne verdien er lik for alle verdier langs samme breddegrad.

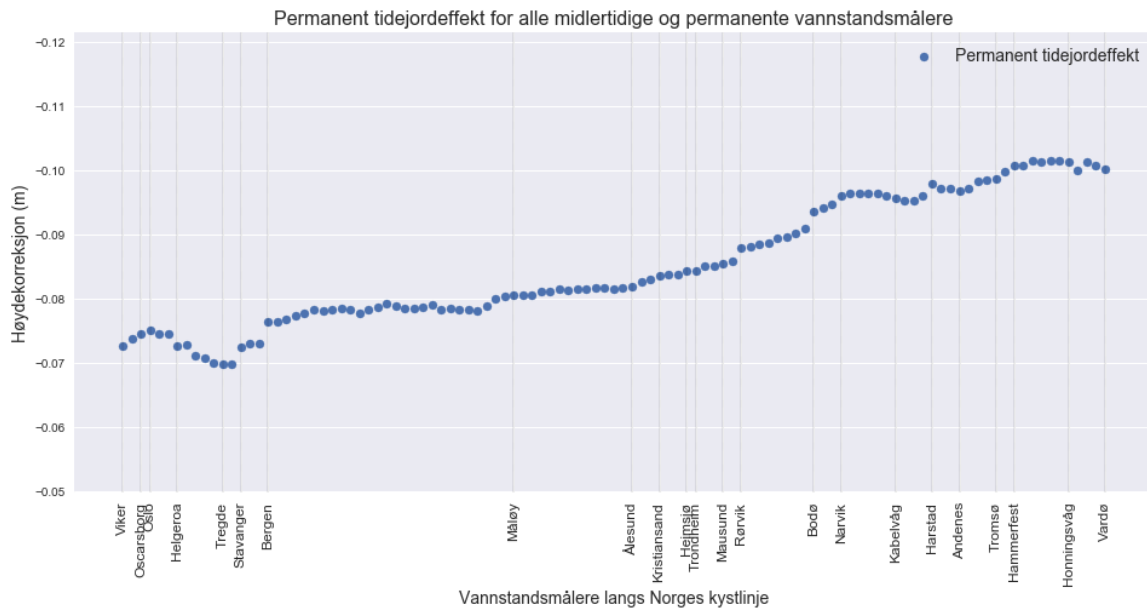
$$A_0 = D \cdot \left(\frac{1}{3} - \sin^2(\varphi)\right), \quad (5.4)$$

der  $\varphi$  er vannstandsmålerens breddegrad, og  $D = 29.767$  cm. For å gjennomføre transformasjonen fra TF til MT må jeg også ta hensyn til den indirekte permanente tidejordeffekten:

Når  $A_0$  inkluderes i formelen for indirekte permanent tidejordeffekt, får vi at den totale permanente tidejordeffekten er

$$\Delta H_{\text{permanent tidejordeffekt}} = A_0 \cdot h_2 \cdot \left(1 + 0.00124 \cdot \left(\frac{1}{3} - \sin^2(\varphi)\right)\right), \quad (5.5)$$

der  $h_2=0.6078$ , og  $\varphi$  er vannstandsmålerens breddegrad.



Figur 5.3: Korreksjon av permanent tidejordeffekt for alle permanente og midlertidige vannstandsmålerne.

Videre adderes korreksjonen fra den permanente tidejordeffekten med ellipsoidiske høyder i tidesystemet tide free.

$$h_{MT} = h_{TF} + \Delta H_{\text{permanent tidejordeffekt}}, \quad (5.6)$$

der  $h_{TF}$  er de ukorrigerede ellipsoidiske høydene som enten er målt med statisk GNSS, CPOS eller nivellement.  $\Delta H_{\text{permanent tidejordeffekt}}$  er høydekorreksjonen fra overgangen til MT.

### 5.3.5 Korreksjon for landheving

De ellipsoidiske høydene som skal korrigeres for landheving er enten målt inn med GNSS, eller nivellert i NN200 og transformert til EUREF89 via HREF. Høydene må derfor korrigeres for landheving siden 1. januar 1995. Forventet årlig landheving for et vilkårlig punkt i Norge er



oppmot syv millimeter. Den største landhevingen finner man på innlandet, så for samtlige vannstandsmålere forventes det en årlig landheving på mindre enn fem millimeter.

Korreksjon for landheving utføres ved å interpolere i landhevingsmodellen NKG16LU ABS, som er en landhevingsmodell for den absolutte landhevingen knyttet til en referanseramme. Dette gjøres for hver observasjon gjennom hele perioden hver vannstandsmåler har vært aktiv.

$$\Delta h_{LU} = \Delta h * \Delta T_{1995.0}^{obs}, \quad (5.7)$$

der  $\Delta h$  er årlig landheving i TGBM og  $\Delta T_{1995.0}^{obs}$  er tidsdifferansen mellom referanseår og observasjonstidspunkt, gitt i desimalår.  $\Delta h$  bestemmes ved interpolasjon i landhevingsmodellen NKG2016LU for hvert tidspunkt vannstandsmåleren har logget vannstand.

### 5.3.6 Beregning av ellipsoidisk vannstand

Ved beregning av ellipsoidisk vannstand i vannstandsmålerpunktet, tas det utgangspunkt i ukorrigert vannstand. Ligning 5.3, 5.5 og 5.7 kombineres for å beregne ellipsoidiske høyder korrigert for tidevannseffekt, permanent tidejordeffekt og landheving i vannstandsmålerpunkt.

$$h_{TGZ} = SL_{kor} + h_{MT} + \Delta h_{LU} \quad (5.8)$$

Ellipsoidisk vannstand blir dermed beregnet for hver vannstandsmåler, gjennom hele perioden vannstandsmåleren har vært aktiv. Hver beregnede ellipsoidiske vannstandsverdi knyttes til tilhørende observasjonstidspunkt.

### Beregning av middelvann

Middelvann for en vannstandsmåler beregnes enkelt ved å bestemme gjennomsnittsverdien av alle ellipsoidiske høyder gjennom måleperioden.

$$msl = \bar{h}_{TGZ} \quad (5.9)$$

Ettersom de midlertidige vannstandsmålerne kun er aktive deler av referanseperioden, vil middelvannet fra disse vannstandsmålerne være påvirket av sesongvariasjoner i vannstanden. Dette vil igjen føre til at målingene fra midlertidige vannstandsmålere ikke er like sammenlignbare som de permanente vannstandsmålerne. Derfor er det nødvendig å referere middelvannet fra de midlertidige vannstandsmålerne til referanseperioden.

### 5.3.7 Korreksjon av lufttrykk ved vannoverflaten

Ettersom kystmodellene jeg skal sammenligne med er å regne som korrigerte for lufttrykk ved vannoverflaten, må denne variabelen også korrigeres før. En mulighet hadde vært å bruke Kartverkets operasjonelle tidevannsprediksjoner, da disse behandler sesongbaserte atmosfæriske

trykk- og temperaturvariasjoner. Den mest korrekte måten å løse dette på, er å korrigere hver enkelt observasjon i alle vannstandsmålere for lufttrykk. Dette er utført ved å hente trykkverdier fra datasettet ERA5.

Det aktuelle datasettet inneholder verdier for atmosfærisk trykk med en gridopløsning på  $30 \times 30$  km. Ved interpolering mellom lengde- og breddegrader, beregnes daglige trykkverdier for alle vannstandsmålere ved et gitt tidspunkt. Når trykkverdien er beregnet, kan den adderes på vannstandsmålerens daglige middelvann.

Det benyttes en invers-barometer (IB) korreksjon, som representerer havoverflatens hydrostatisk respons som følge av lavfrekvente endringer i atmosfærisk trykk. På denne måten kan atmosfæretrykkets bidrag på havoverflaten beregnes [Breili, 2017]. En tommelfingerregel er at 1 hPa økt atmosfærisk trykk vil presse havoverflaten ned med en centimeter.

$$msl_{IB\text{-korrigeret}} = msl + 0.99484 \cdot (P_0 - P_{ref}) \cdot 1 \cdot 10^{-2} \quad (5.10)$$

I ligning 5.10 beregnes IB-korrigeret havnivå i meter, der  $P_0$  er observert midlet trykkverdi fra interpolering i ERA5, for ønsket tidspunkt.  $P_{ref} = 1011hPa$ , og  $10^{-2}$  konverterer uttrykket fra centimeter til meter.

Tabell 5.3: Høydekorreksjon fra atmosfærisk trykk ved vannoverflaten for alle de permanente vannstandsmålerne.

Vannstandsmåler	Bidrag fra atmosfærisk trykk (m)
Viker	0.0482
Oscarsborg	0.0567
Oslo	0.0868
Helgeroa	0.0421
Tregde	0.0191
Stavanger	0.0958
Bergen	0.0903
Måløy	0.2045
Ålesund	0.1948
Kristiansund	0.1682
Heimsjø	0.1553
Trondheim	0.1241
Mausund	0.1462
Rørvik	0.1728
Bodø	0.2146
Narvik	0.2493
Kabelvåg	0.2393
Harstad	0.1956
Andenes	0.2095
Tromsø	0.1672
Hammerfest	0.1538
Honningsvåg	0.0957
Vardø	0.0286

### 5.3.8 Referering av midlertidige målinger til referanseperioden

Generelt kan en si at målinger fra ulike vannstandsmålere er mer sammenlignbare når de dekker samme tidsperiode. Ettersom de midlertidige vannstandsmålerne ikke har vært aktive i hele referanseperioden, kan jeg dra nytte av de permanente vannstandsmålerne sine lange, sammenhengende måleserier ved å referere de midlertidige vannstandsmålerne til referanseperioden.

Ved å gjennomføre en *near-analyse* av punktdataene i et GIS, vil jeg kunne tilegne alle midlertidige målere den permanente måleren de ligger nærmest. Resultatet av denne near-analysen vil bestemme hvilken permanent vannstandsmåler hver midlertidige vannstandsmåler skal refereres til. For noen punkter vil det være gunstig å gjøre manuelle endringer. Dette gjøres for eksempel ved vannstandsmålere i Sognefjorden, der noen av disse i luftlinje ligger nærmere den permanente måleren på Måløy. Disse er manuelt korrigert slik at de er referert den permanente måleren i Bergen, slik at alle midlertidige målere i Sognefjorden er mer sammenlignbare med hverandre.

For å referere de midlertidige vannstandsmålerene til referanseperioden, er det ønskelig å beregne middelvannstand for en permanent vannstandsmåler både for hele referanseperioden og for måleperioden til hver midlertidige vannstandsmåler. Førstnevnte er allerede beregnet ved ligning 5.9. Dette vil gi et avvik som gir informasjon om hvordan vannstanden har endret seg i perioden den midlertidige vannstandsmåleren ikke var aktiv.

$$\Delta s_{\text{delperiode}}^{\text{permanent TG}} = SL_{\text{permanent TG}}^{\text{delperiode}} - ms_{\text{referanseperiode}}^{\text{permanent TG}} \quad (5.11)$$

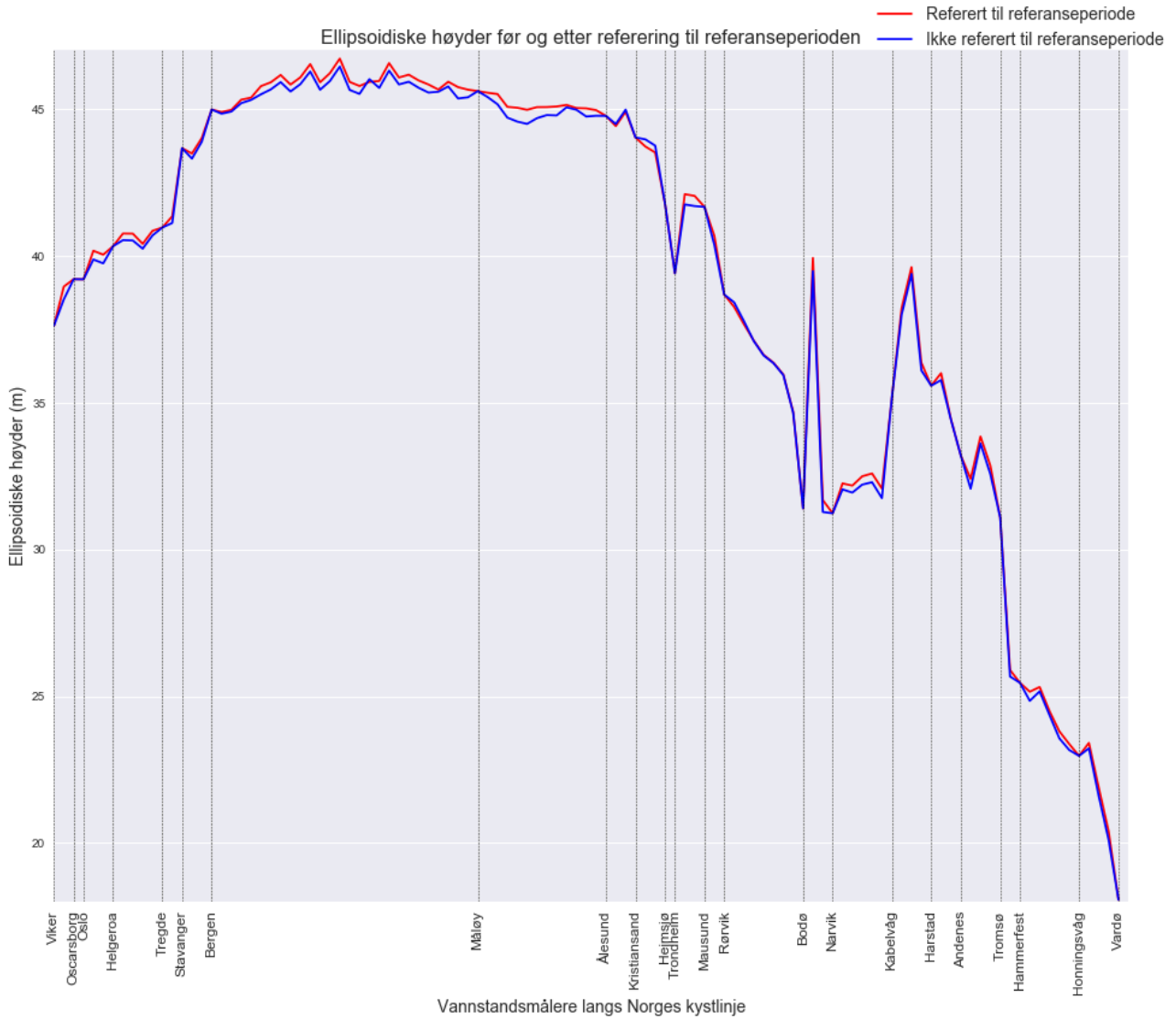
Ved å korrigere beregnet middelvann for avviket fra ligning 5.11, vil middelvannstanden fra midlertidige vannstandsmålere som er tilknyttet samme permanente vannstandsmåler bli mer sammenlignbare med hverandre.

$$ms_{\text{referansperiode}}^{\text{midlertidig TG}} = s_{\text{delperiode}}^{\text{midlertidig TG}} - \Delta s_{\text{delperiode}}^{\text{permanent TG}} \quad (5.12)$$

Refereringen av de midlertidige vannstandsmålerne fører til økte ellipsoidiske høyder ved tilnærmet alle vannstandsmålere. Ved mange vannstandsmålere gir denne høydeøkningen også en jevnere kurve. Korreksjoner som følge av referering til referanseperioden finnes i vedlegg 2.

### 5.3.9 Beregning av geodetisk MDT

En midlet dynamisk havtopografi (MDT) er en modell som viser differanser mellom ellipsoidisk middelvann og en geoidmodell. I denne oppgaven bruker jeg en spesialutgave av kvasigeoidmodellen NKG2015 som er referert ZT-systemet. For hver måler det beregnes dynamisk havtopografi for, interpoleres det frem til presise koordinater i geoidmodellen NKG2015. For å klargjøre NKG2015 til produksjon av MDT, må geoidmodellen først transformeres fra ZT til MT, slik at den blir sammenlignbar med de tidejordkorrigerte ellipsoidiske høydene og valideringsdatasettene. For hver vannstandsmåler det er ønskelig å inkludere i MDT-profilen, må geoidehøyden  $N_{\text{MT NKG2015}}$  beregnes.



Figur 5.4: Sammenligning av de ellipsoidiske høydene før og etter referering av de midlertidige vannstandsmålerne til referanseperioden.

$$N_{\text{MT NKG2015}} = N_{\text{ZT}} + A_0(\varphi) \quad (5.13)$$

Deretter subtraherer jeg geoidmodellens høyde fra ellipsoidisk middelvann i samme punkt.

$$MDT_{\text{geodetisk}} = msl - N_{\text{MT NKG2015}} \quad (5.14)$$

## 5.4 Produksjon av MDT-profiler av valideringsdatasettene

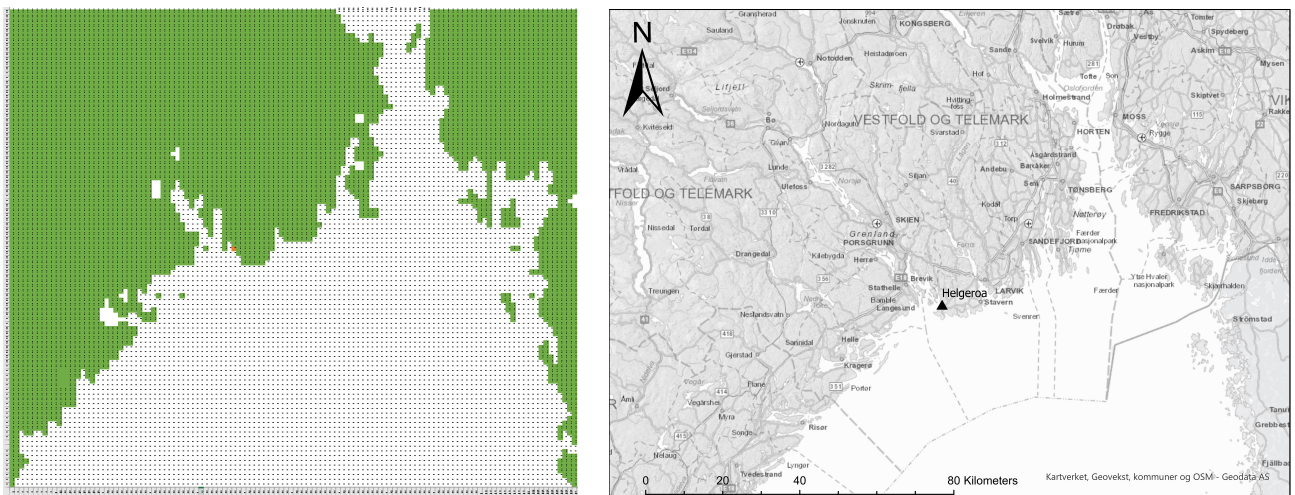
Datasettene jeg bruker som valideringsdatasett er NMBU18 [Ophaug et al., 2019] og Nor-Kyst800 [Idžanović et al., 2017]. Disse filene var i et gridformat med lengdegrader og breddegrader langs aksene. For landområder var MDT-verdiene definert som NaN-verdier (Not A Number). Dette gjorde datasettene utfordrende å interpolere i, da *scipy* sine interpolasjonsfunksjoner gir upålitelige resultater når NaN-verdier er tilstede. Derfor ble interpoleringen gjennomført i

et skript som benyttet nærmeste nabo-interpolasjon. Denne metoden viser seg også å være den foretrekkende metoden for interpolering av slike datasett, fordi den ikke forsøker å ekstrapolere.

### 5.4.1 NMBU18

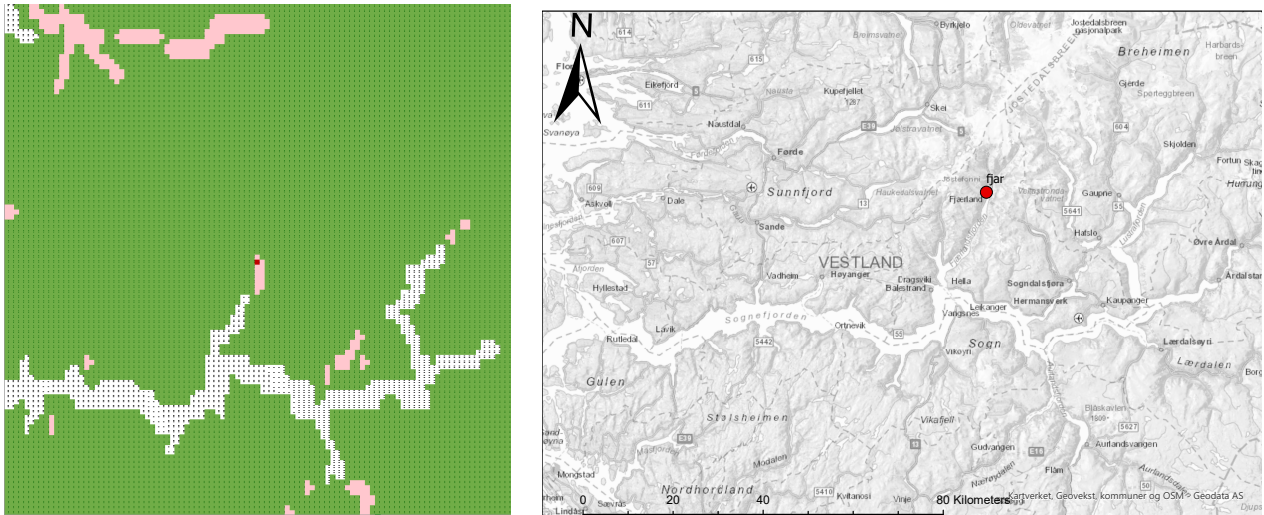
Figur 5.5 illustrerer kystlinjens fraktaldimensjon i datasettet NMBU18. Det er relevant å ha litt innsikt i dette, ettersom verdiene jeg ønsker å interpolere meg frem til er plassert akkurat i overgangen mellom landområder og havområder, der gridoppløsningen ofte er bredere enn fjorder som vannstandsmålerne er plassert i.

Hver node som modellen har klassifisert som hav, inneholder numeriske verdier for midlet dynamisk topografi. For å klargjøre MDT-profil for dette datasettet, interpolerte jeg mellom lengde- og breddegrader i NMBU18 for å finne MDT-verdier for alle 109 vannstandsmålere med høyest mulig presisjon. Grunnet tidligere nevnte problemer med scipy sine interpolasjonsrutiner, utførte jeg fire manuelle tester med vilkårlige vannstandsmålere for å validere påliteligheten til skriptet.



Figur 5.5: Sammenligningsfigur av vannstandsmåleren på Helgeroa i netCDF-format, og kartutsnitt fra samme område. Vannstandsmåler i netCDF4-grid er markert med rød node.

Etter beregningen av MDT-profilen, viste det seg at NMBU18 ikke klarte å beregne MDT-verdier for fem av vannstandsmålerne. Dette gjelder ved tre vannstandsmålere innerst i Sognefjorden i Vestland fylke, og for to vannstandsmålere i Tjeldsundet i Troms fylke. Felles for alle disse punktene er at de befinner seg i smale fjorder og sund som er omringet av fjell. NMBU18 har altså definert nodene som vann, men har ikke klart å estimere verdier for dynamisk topografi.



Figur 5.6: Illustrasjonskart over en av målerne som NMBU18 ikke klarte å bestemme gyldig høyde for. Illustrasjonskartet viser Sognefjorden med måleren i Fjærland, markert med rødt.

En løsning på dette problemet er å omdefinere alle noder som har ugyldige verdier til landområder. Dette vil medføre at skriptet som interpolerer i MDT-modellen vil ignorere de ugyldige verdiene og søke etter nærmeste node med gyldig verdi. Dette vil dog føre til litt mindre pålitelige verdier fra disse vannstandsmålerne, ettersom interpolatoren må interpolere seg frem til MDT-verdier som ikke samsvarer med koordinatene til vannstandsmåleren.

Tabell 5.4: Nybestemte MDT-verdier ved de vannstandsmålerne som NMBU18 ikke klarte å bestemme gyldige verdier

Vannstandsmåler	Stedsnavn (m)	Interpolert verdi (m)	Nybestemt verdi (m)
fjel	Fjelldal, Troms	0.0	0.158
hov	Hov, Troms	0.0	0.115
fjar	Fjærland, Vestlandet	0.0	1.008
flom	Flåm, Vestlandet	0.0	1.021
skjo	Skjolden, Vestlandet	0.0	1.131

## 5.4.2 NorKyst800

Datasettet NorKyst800 er strukturert på samme måte som NMBU18, med et todimensjonalt grid av lengde- og breddegrader, og verdier for midlet dynamisk havtopografi i hver node. Interpolering i denne modellen hadde de samme utfordringene som jeg beskrev i seksjon 5.4.1, ettersom landområdene var definert som ugyldige numeriske verdier. Den eneste ekstra utfordringen dette datasettet hadde å by på, var en betydelig tyngre interpolasjonsprosess grunnet størrelsen på datasettet. Et forsøk på å interpolere i hele datasettet førte uten unntak til at PCen gikk tom for minne. Jeg ble derfor nødt til å definere søkeområder på 100 noder i hver himmelretning med utgangspunkt i valgt vannstandsmåler, slik at skriptet ikke trengte å søke gjennom hele datasettet for å interpolere seg frem til presise koordinater.

# Analyse og resultater

## 6.1 Bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde

### 6.1.1 Høyder på TGBM og sikringspunkter

De GNSS-innmålte høydefastmerkene ellipsoidiske høyder er illustrert i tabell 6.1. Disse høydene er resultatet etter beregningsgangen i seksjon 5.1. Tabellen inneholder høydene jeg sitter igjen med etter vektorprosessering av statiske målinger, CPOS-målinger og nivellerte høyder fra norgeskart.no (Kartverket) transformert fra NN2000 til EUREF89 ved hjelp av HREF. Referansetidspunktet for alle disse høydene er 1995.0, og tidesystemet de er gitt i er TF.

Tabell 6.1: Ellipsoidiske høyder til de innmålte høydefastmerkene som er tilknyttet feltarbeidets vannstandsmålere.

Punktinformasjon			Metode for ellipsoidisk høydebestemmelse		
Tilhørende vannstands-måler	Innmålt høyde-fastmerke	Punkt-type	Statisk GNSS (m)	CPOS (m)	Nivellert høyde transformert med HREF2018B (m)
Viker	G37N0111	TGBM	40.861	40.871	40.860
Oscarsborg	G35N0398 via hjelpepunkt	TGBM	41.892	41.923	41.932
Helgeroa	F38N0037	TGBM	43.527	43.525	43.486
Bergen	B33N0121 via hjelpepunkt	Sikrings-punkt	48.329	Ikke beregnet	48.358
Narvik	N09N0120	Sikrings-punkt	38.459	38.452	38.460
Andenes	L07N0042	TGBM	38.711	38.705	38.704
Tromsø	O06N0016	Sikrings-punkt	60.488	Ikke beregnet	60.486
Honningsvåg	W02N0002	Sikrings-punkt	31.621	Ikke beregnet	31.622

Differansene mellom statisk GNSS og CPOS er i de fleste tilfeller innenfor det som på forhånd var forventet. Dette er på grunnlag av Kartverkets standard for satellittbasert

Tabell 6.2: Spredning mellom metoder for bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde.

Tilhørende vannstandsmåler	Spredning mellom metoder for høydebestemmelse		
	Statisk GNSS - CPOS (cm)	Statisk GNSS - nivellerte høyder (cm)	CPOS - nivellerte høyder (cm)
Viker	1.0	0.1	1.1
Oscarsborg	3.09	3.9	0.9
Helgeroa	0.2	4.1	3.9
Bergen	Ikke beregnet	2.8	Ikke beregnet
Narvik	0.7	0.1	0.8
Andenes	0.6	0.7	0.1
Tromsø	Ikke beregnet	0.2	Ikke beregnet
Honningsvåg	Ikke beregnet	0.1	Ikke beregnet
<b>Gjennomsnitt av spredning</b>	1.12	1.5	1.36

posisjonsbestemmelse [Bratheim et al., 2009]. Det største avviket mellom statisk GNSS og CPOS er ved Oscarsborg. Her er CPOS-målingene tre cm høyere enn for statisk GNSS. Her er det verdt å trekke frem at CPOS og statisk GNSS på Oscarsborg er gjennomført med nesten to måneders mellomrom, som vil medføre forskjell i de ionosfæriske og troposfæriske korreksjonene.

**Differansene mellom statisk GNSS og nivellerte høyder** er størst ved Oscarsborg og Helgeroa. Her har også Bergen en betydelig differanse.

Målingene i Bergen er basert på vektorberegning fra en rover og en referansestasjon som har logget GNSS-observasjoner i til sammen 48 timer i strekk, som i teorien gir grunnlag for meget god høydebestemmelse. Både roveren og referansestasjonen er blant Kartverkets basestasjoner. Det må derimot nevnes at hjelpepunktet, BEHR, er plassert på taket av en bygning i umiddelbar nærhet til vannkanten, med skipstrafikk som i perioder ligger fortøyd langs bryggen. Dette gir grunnlag for periodevis dårlig satellittgeometri og fare for multipath i GNSS-signalet.

Ved Oscarsborg differerer de statiske målingene fra CPOS-målingene og den nivellerte høyden. I dette tilfelle er det en stor mulighet at kvaliteten på de statiske målingene ikke tilstrekkelig gode. Under prosesseringen av vektorene fra Oscarsborg fikk jeg flere forunderlige resultater, der flere av vektorene hadde avvik på flere centimeter langs både X-, Y- og Z-aksen. I likhet med roveren i Bergen, står denne vannstandsmåleren plassert svært nærme vannkanten. Det kan dermed tenkes at målingene kan ha hatt et større feilbidrag fra multipath i GNSS-signalet.

Ved Helgeroa stemmer høydene fra statisk GNSS og CPOS godt overens, men disse er flere centimeter for høyt i forhold til den nivellerte høyden. Dette er en indikator på at det enten er feil i den nivellerte høyden, eller er gjort en systematisk feil i feltarbeidet.



### 6.1.2 Høyder på TGZ

Høydene til tide gauge zero (TGZ) kom jeg fram til ved å trekke fra differansen mellom NN2000-høydene til TGZ og TGBM, og differansene i kvasigeoidmodellen NKG2015 ved TGBM og TGZ fra de ellipsoidiske høydene i EUREF89.

Tabell 6.3: TGZ sine ellipsoidiske høyder for alle vannstandsmålerne som inngår i feltarbeidet.

Vannstandsmåler	Statisk GNSS (m)	CPOS (m)	Nivellert høyde transformert med HREF2018B (m)
Viker	37.062	37.072	37.061
Oscarsborg	37.301	37.332	37.345
Helgeroa	39.382	39.380	39.340
Bergen	44.900	Ikke beregnet	44.927
Narvik	29.126	29.119	29.124
Andenes	33.460	33.454	33.449
Tromsø	29.504	Ikke beregnet	29.504
Honningsvåg	21.452	Ikke beregnet	21.452

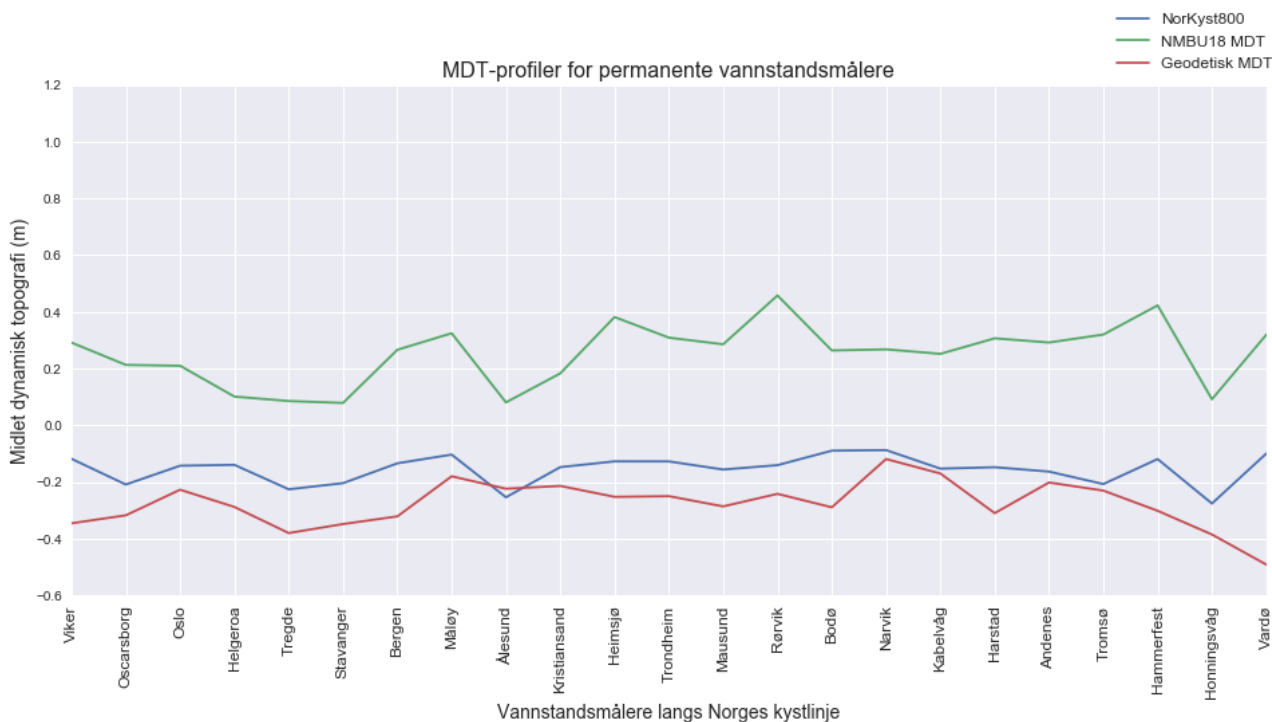
Høydene fra kolonnen Statisk GNSS (m) i tabell 6.3 er de ellipsoidiske høyder som benyttes som utgangspunkt i beregningen av geodetisk MDT for de åtte punktene som inngår i feltarbeidet.

## 6.2 MDT-profiler

Midlede dynamiske topografier kan visualiseres og sammenlignes ved å lage MDT-profiler. MDT-profilenes andreakse viser den beregnede MDT-verdien, og førsteaksen illustrerer alle målerne hvor MDT er beregnet. Førsteaksen er sortert slik at den følger norskekysten fra Oslofjorden i Viken fylke til Barentshavet i Troms og Finnmark fylke, ved grensen til Russland. Til tross for at førsteaksen illustrerer norskekysten fra sør til nord, er avstanden mellom punktene uavhengig av avstanden mellom vannstandsmålerne. Fordelingen av vannstandsmålere i denne oppgaven er inhomogen, men ved ytterligere fortetting av målere vil man kunne øke den romlige oppløsningen, og dermed oppnå en mer arealtro illustrering av norskekysten langs MDT-profilenes førsteakse.

### 6.2.1 MDT-profiler fra permanente målere

I første omgang plottes MDT-profiler med kun de 23 permanente målerne. Slike profiler har blitt produsert før. Blant annet ble MDT-profiler av Kartverkets 23 permanente måler brukt i forbindelse med valideringen av den altimetricbaserte kystmodellen NMBU18.



Figur 6.1: Geodetisk MDT, NorKyst800 og NMBU18 satt opp mot hverandre ved de permanente vannstandsmålerne

MDT-profiler basert på de permanente målerne avdekker at det finnes et **konstantavvik** mellom NorKyst800, NMBU18 og geodetisk MDT. NorKyst800 er en ren oseanografisk modell som ikke er referert til en geoide. NorKyst800 sitt nullpunkt er dermed å anse som vilkårlig. Når det gjelder konstantavviket mellom geodetisk MDT og NMBU18, råder det usikkerhet rundt årsakene til hvorfor avviket er så stort. MDT-profilene er referert til samme geoide, og har ikke et vilkårlig nullpunkt. Det antas at dette konstante avviket har sitt opphav i forskjeller i det beregningstekniske ved de to datasettene.

Konstantavviket mellom profilene dannes ved å beregne gjennomsnittet av differansene mellom MDT-profilene.

$$\Delta\mu = \overline{datasett1 - datasett2} \quad (6.1)$$

Det fremkommer også standardavviket til differansene mellom geodetisk MDT og NorKyst800 er noe lavere enn for geodetisk MDT og NMBU18. Lavest standardavvik oppnås det mellom NorKyst800 og NMBU18.

Tabell 6.4: Konstantavvik og Standardavvik til differanser fra MDT-profiler med permanente målere.

	<b>Geodetisk MDT - NorKyst800</b>	<b>Geodetisk MDT - NMBU18</b>	<b>NorKyst800 - NMBU18</b>
<b>Konstantavvik</b>	12.18 cm	52.95 cm	40.77 cm
<b>Standardavvik til differansene</b>	8.54 cm	11.98 cm	8.35 cm

En god måte å detektere lineær likhet mellom profilene, er å beregne **korrelasjonen** mellom dem. I denne oppgaven her jeg hovedsaklig brukt en korrelasjonsmetode som heter spearman-korrelasjon. Denne korrelasjonsvarianten er mer konservativ enn generell pearson-korrelasjon. Det forventes dermed noe lavere korrelasjon enn jeg ville fått om jeg beregnet pearson-korrelasjon mellom profilene. Korrelasjonskoeffisientene er omregnet til prosenter, og visualisert ved den øvre triangulære delen av korrelasjonsmatrisen.

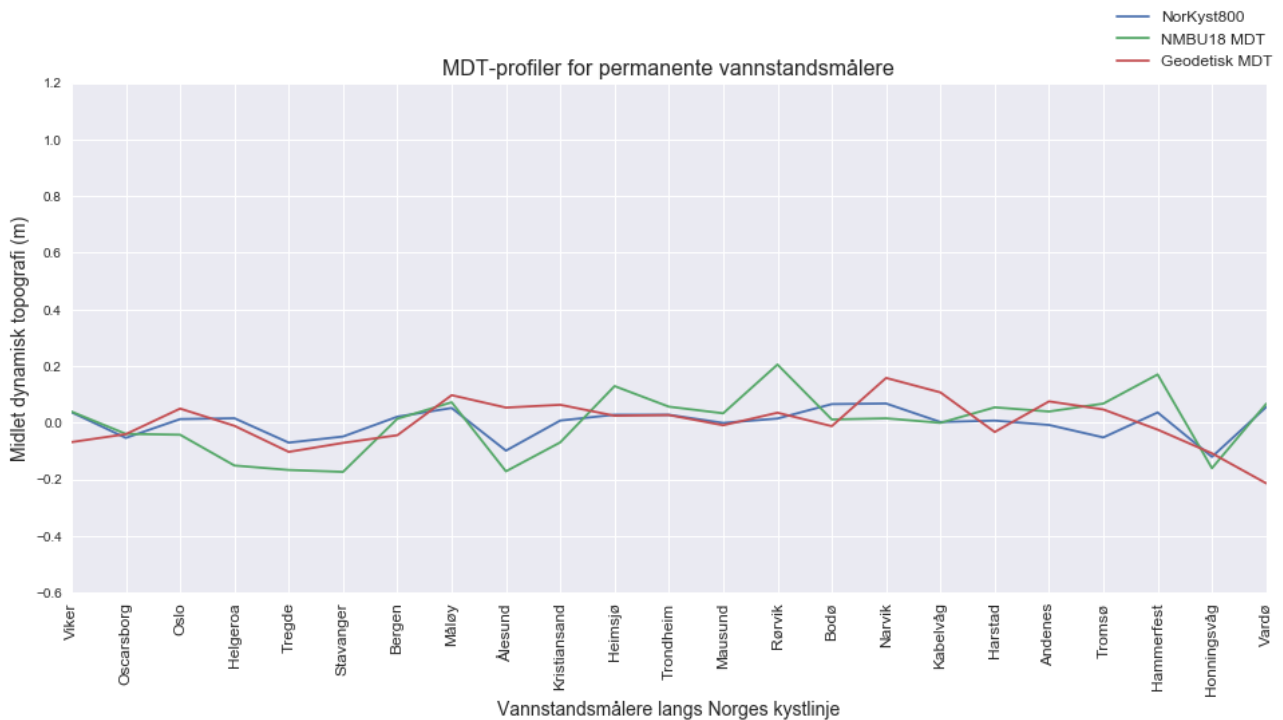
Tabell 6.5: Korrelasjonsmatrise fra MDT-profiler med permanente målere.

	<b>Geodetisk MDT</b>	<b>NMBU18</b>	<b>NorKyst800</b>
<b>Geodetisk MDT</b>	100 %	17.6 %	12.3 %
<b>NMBU18</b>		100 %	53.0 %
<b>NorKyst800</b>			100 %

Korrelasjonsberegningene finner tilnærmet ingen korrelasjon mellom geodetisk MDT og de to andre MDT-profilene. Mellom NMBU18 og NorKyst800 finnes det til forskjell en klar sammenheng. Man skal dog være forsiktig å konkludere på grunnlag av korrelasjonskoeffisienter, da disse kan være et dårlig på samvariasjonen når signalet er svakt og de to dataseriene som sammenliknes har ulike statistiske egenskaper. Det vil dermed være vel så viktig å basere analysen ved visuell inspeksjon.

### Redusering til MDT-profilenes middelveier

For å gjøre kurvene mer sammenlignbare, er det ønskelig å subtrahere hver kystmodell sin middelveier fra alle tilhørende MDT-verdier. Dette vil føre til at kystmodellenes middelveier går igjennom andreaksens origo, som vil gjøre det lettere å sammenligne avvik mellom modellene ved visuell inspeksjon.



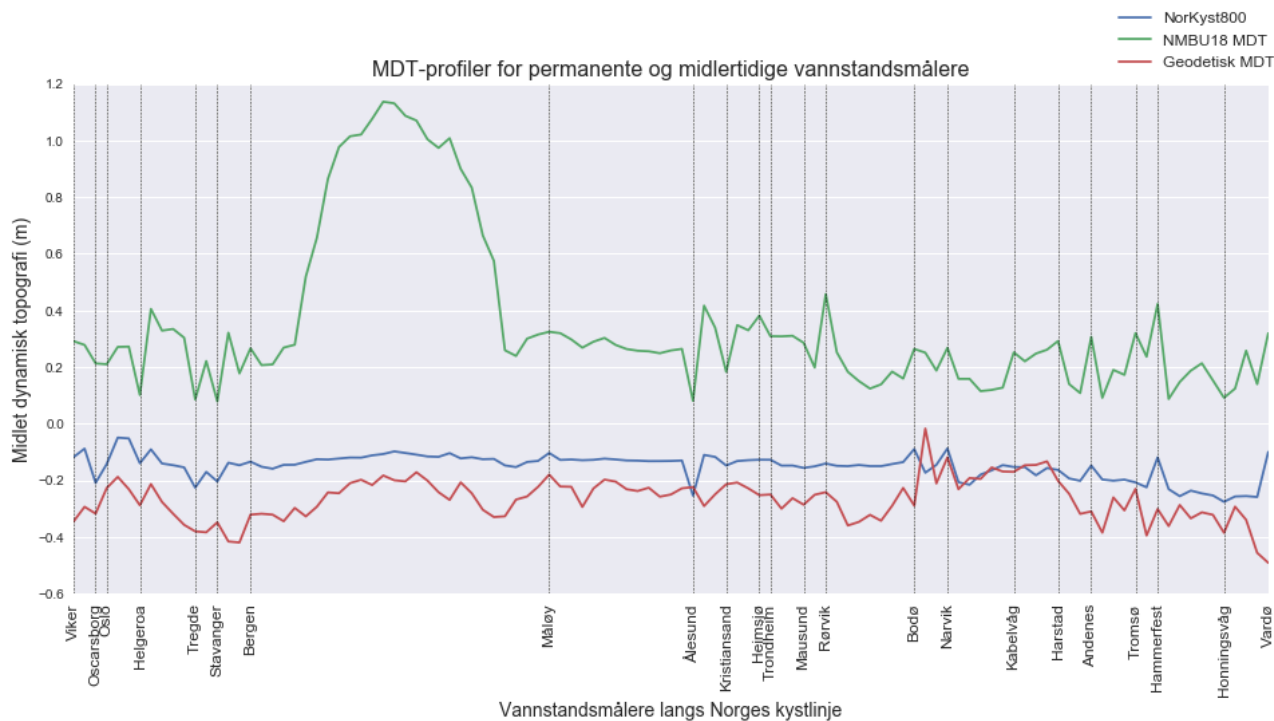
Figur 6.2: Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 satt opp mot hverandre ved de permanente vannstandsmålerne, og redusert med profilenes middelerverdier.

NorKyst800 har en glattere kurve enn geodetisk MDT og NMBU18. Det er også denne som ut ifra figur 6.2 virker til å ha mest likhetstrekk med geodetisk MDT, til tross for at korrelasjonskoeffisienten er lavere enn mellom geodetisk MDT og NMBU18. Profilene er enige i at MDT-verdiene for Oslofjorden er høyere enn langs sørlandskysten, og at kurven stiger langs vestlandskysten med en lokal topp ved Måløy.

En mulig forklaring på at både geodetisk MDT og NMBU18 samsvarer mer med NorKyst80, er at disse to profilene er mer sårbare for lokale variasjoner. I flere områder har en av disse kystmodellene gitt relativt store hopp i motsatt retning av de to andre modellene. NorKyst800 er den eneste kystmodellen som tilsynelatende ikke har et eneste stort avvik som ikke gjenspeiler seg i en av de to andre MDT-profilene. I flere områder der geodetisk MDT og NMBU18 har store avvik, har NorKyst800 en jevn linje langs middelerdien.

## 6.2.2 MDT-profiler fra permanente og midlertidige målere

De 86 midlertidige vannstandsmålerne inkluderes deretter i MDT-profilene. Kombinasjonen av de midlertidige og permanente vannstandsmålerne danner MDT-profiler fra vannstandsmåleres elliipsoidiske høyder med en romlig oppløsning som er langt høyere enn tidligere utført.



Figur 6.3: Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 med permanente og midlertidige målere, satt opp mot hverandre.

### Hvilken ny informasjon fremkommer?

MDT-profilene i figur 6.4 avdekker først og fremst at de midlertidige vannstandsmålerne bidrar til at geodetisk MDT og NMBU18 detekterer flere lokale variasjoner i havets dynamiske topografi. Kurven til NorKyst800 holder fremdeles på den glatte strukturen. Geodetisk MDT og NMBU18 har vekselvis større avvik fra de to andre profilene, men NorKyst800 har aldri større avvik som ikke gjenspeiler seg i en av to andre profilene ved samme måler. Denne egenskapen forsterkes ved inkluderingen av de midlertidige målerne. Dette styrker NorKyst800 sin pålitelighet.

De fleste vannstandsmålerne som forårsaker de største variasjonene mellom geodetisk MDT og NMBU18 er plassert dypt inn i fjorder eller mellom øyer, med høy konsentrasjon av midlertidige målere. Eksempler på dette er kystlinjen mellom Narvik og Harstad, eller Sognefjorden mellom Bergen og Måløy. Disse stedene er kjente for å være værutsatte. Det kan dermed tenkes at disse områdene vil ha høy variasjon i vannstand grunnet faktorer som påvirker havnivået lokalt, som havstrømmer og tilførsel av ferskvann fra elver og bekker.

Variasjonen av kystlinjens kompleksitet og forskjeller i egenskapene til NMBU18 og geodetisk MDT fører dermed til at de vekselvis detekterer variasjoner i vannstanden. Det kan da også tenkes at metodene i tillegg vil gi upålitelige verdier for områder som er ugunstige for metodens

egenskaper. Det er på forhånd en kjent problemstilling at altimetrisatellitter har vanskeligheter for å gjøre gode målinger i områder der kystlinjen er kompleks, og radarpulsen dekker både landområder og vannoverflaten. NMBU18 MDT gjør et markant hopp ved sognefjorden. Dette var på forhånd ikke uventet, ettersom NMBU18 i utgangspunktet ikke er ment for å gi gyldige målinger i dype, trange fjorder Som Sognefjorden. Dette området oppnår NMBU18 MDT-verdier på over en meter. De aktuelle punktene har jeg valgt å klassifisere som outliers, og verdiene er erstattet med kystmodellens middelerverdi.

## Konstantavvik og standardavvik

Beregnete konstantavvik og standardavvik av MDT-profiler med både permanente og midlertidige målere vil gi nyttig informasjon om hvordan den høyere romlige oppløsningen fra de midlertidige målerne har påvirket avvikene mellom profilene.

Tabell 6.6: Konstantavvik og Standardavvik til differanser fra MDT-profiler med permanente og midlertidige målere.

	<b>Geodetisk MDT - NorKyst800</b>	<b>Geodetisk MDT - NMBU18</b>	<b>NorKyst800 - NMBU18</b>
<b>Konstantavvik</b>	11.58 cm	51.54 cm	39.96 cm
<b>Standardavvik til differansene</b>	7.31 cm	9.79 cm	6.44 cm

Inkluderingen av 86 midlertidige målere har minnet både standardavviket til differansene og konstantavvikene mellom alle de tre MDT-profilene, og har dermed økt likheten mellom dem.

## Korrelasjon

Ved å beregne korrelasjonen mellom MDT-profilene, vil jeg kunne detektere om de midlertidige målerne bidrar til å øke den lineære sammenhengen mellom profilene.

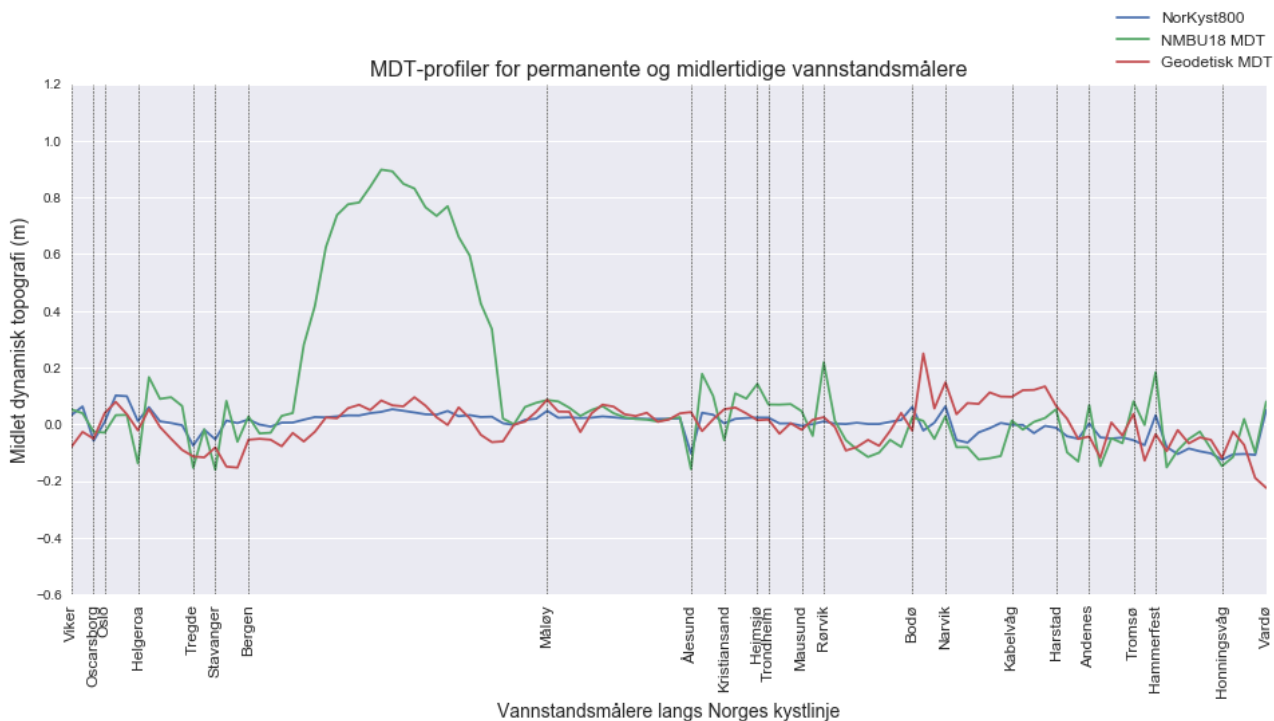
Tabell 6.7: Korrelasjonsmatrise fra MDT-profiler med permanente og midlertidige målere.

	<b>Geodetisk MDT</b>	<b>NMBU18</b>	<b>NorKyst800</b>
<b>Geodetisk MDT</b>	100 %	28.2 %	34.1%
<b>NMBU18</b>		100 %	74.8 %
<b>NorKyst800</b>			100 %

Det er en klar økning i korrelasjonen mellom alle profilene som følge av inkluderingen av de midlertidige målerne. Korrelasjonen mellom geodetisk MDT og NMBU18 MDT har en økning på 10.6 prosentpoeng, og korrelasjonen mellom geodetisk MDT og NorKyst800 har en økning på hele 21.8 prosentpoeng. NMBU18 MDT og Norkyst800 får også en korrelasjonsøkning på 21.8 prosentpoeng. Det kan tenkes at den økte korrelasjonen mellom profilene først og fremst skyldes at flere datapunkter minker effekten fra hver signifikante differanse. Korrelasjonen blir av den grunn mindre sårbar for unaturlig høye differanser for enkeltpunkter. Det er allikevel tydelig at de midlertidige målerne har bidratt til økning av den lineære sammenhengen mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene.

## Redusering til MDT-profilenes middelværdier

Selv om standardavvik har minket, og korrelasjonen mellom profilene har økt ved å inkludere vannstandsserier fra midlertidige målere, vil det være gunstig å redusere profilene til middelværdien for å kunne inspisere likheter visuelt.



Figur 6.4: Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 redusert til profilenes middelværdier, og satt opp mot hverandre.

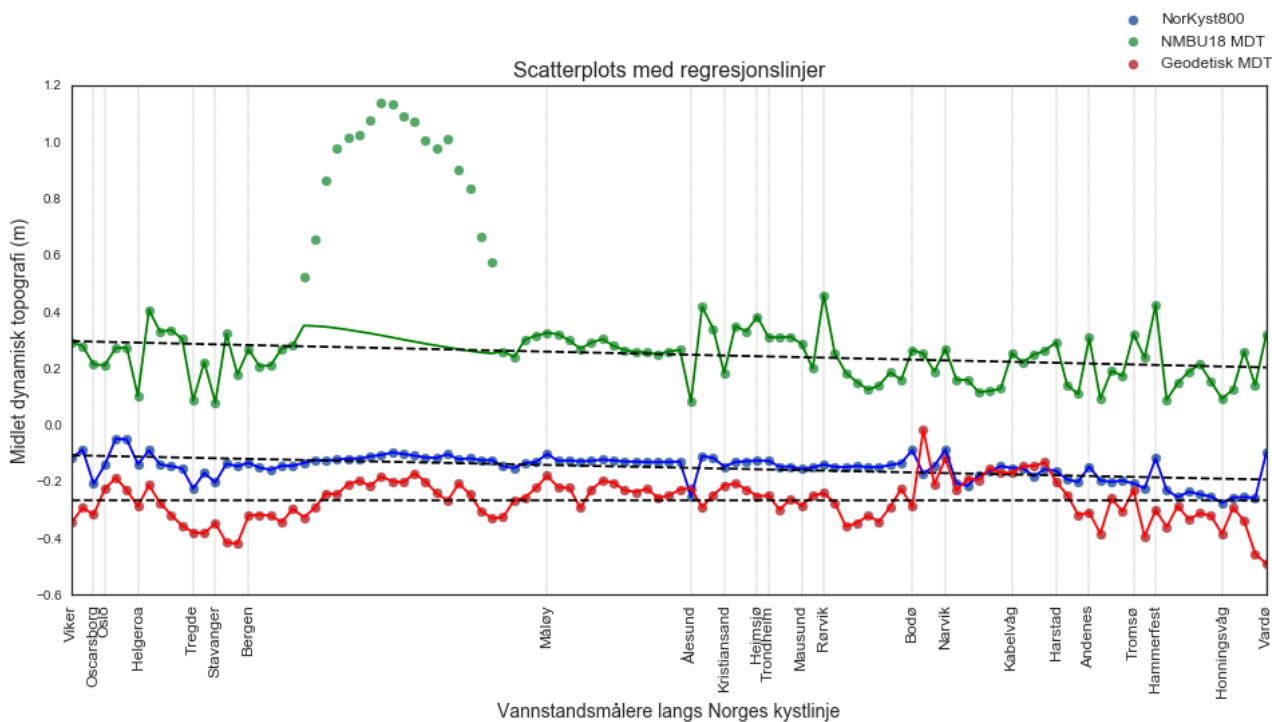
MDT-profilene med alle permanente og midlertidige målere bekrefter at NorKyst800 har en glatt kurve som NMBU18 og geodetisk MDT vekselvis avviker fra. Mellom Ålesund og Rørvik har NMBU18 større avvik fra de to andre profilene, og langs kystlinjen i Lofoten har geodetisk MDT et større, systematisk avvik fra de to andre profilene.

## 6.3 Likhetsanalyse

For å detektere likheter mellom geodetik MDT og de to valideringsdatasettene, gjennomføres det en likhetsanalyse. Likhetsanalysen baserer seg både på statistiske betraktninger og visuell inspeksjon av trender langs kystlinjen.

### 6.3.1 Regresjonsanalyse av MDT-profilene

Regresjonsanalyse er et sterkt statistisk verktøy for å finne styrken og karakteristikken til en serie punkter. Ønsket er å danne en linje som er mest mulig representativ for alle punktene den representerer. Denne linjen illustrerer punktdatasettets trend i analyseområdet. Ved å plote regresjonslinjen for alle tre kystmodellene, vil man kunne danne seg et inntrykk av hvordan modellens snittverdi endrer seg langs kystlinjen.



Figur 6.5: Scatterplott med regresjonslinjer for MDT-profilene.

Når hele norskekysten analyseres i sin helhet, vises det tydelig at NMBU18 og NorKyst800 har et negativ stigningstall. Havnivået er generelt sett litt lavere i nordlige strøk enn i sørlige strøk. Denne trenden er ikke like tydelig på geodetisk MDT, som har et betydelig hopp i MDT-verdier mellom Bodø og Harstad. Dette hoppet er i strid med verdiene fra de to andre modellene, og bidrar sterkt til å gi regresjonslinjen et stigningstall som er tilnærmet lik null. Sett bort i fra dette hoppet i MDT-verdier, er regresjonslinjens stigningstall å betrakte som relativt likt for alle tre modeller. Dette synes ved å studere hver profil sin punktfordeling i forhold til sin egen regresjonslinje. Både NorKyst800 og geodetisk MDT har MDT-verdier som ligger over sin egen regresjonslinje ved de samme områdene. Denne trenden er spesielt iøynefallende mellom Vikør og Ålesund. For alle MDT-profiler gjelder det at MDT i Sognefjorden ligger over regresjonslinjen. Kystlinjen i Troms og Finnmark gir, med noen få unntak, MDT-verdier under profilenes regresjonslinjer.

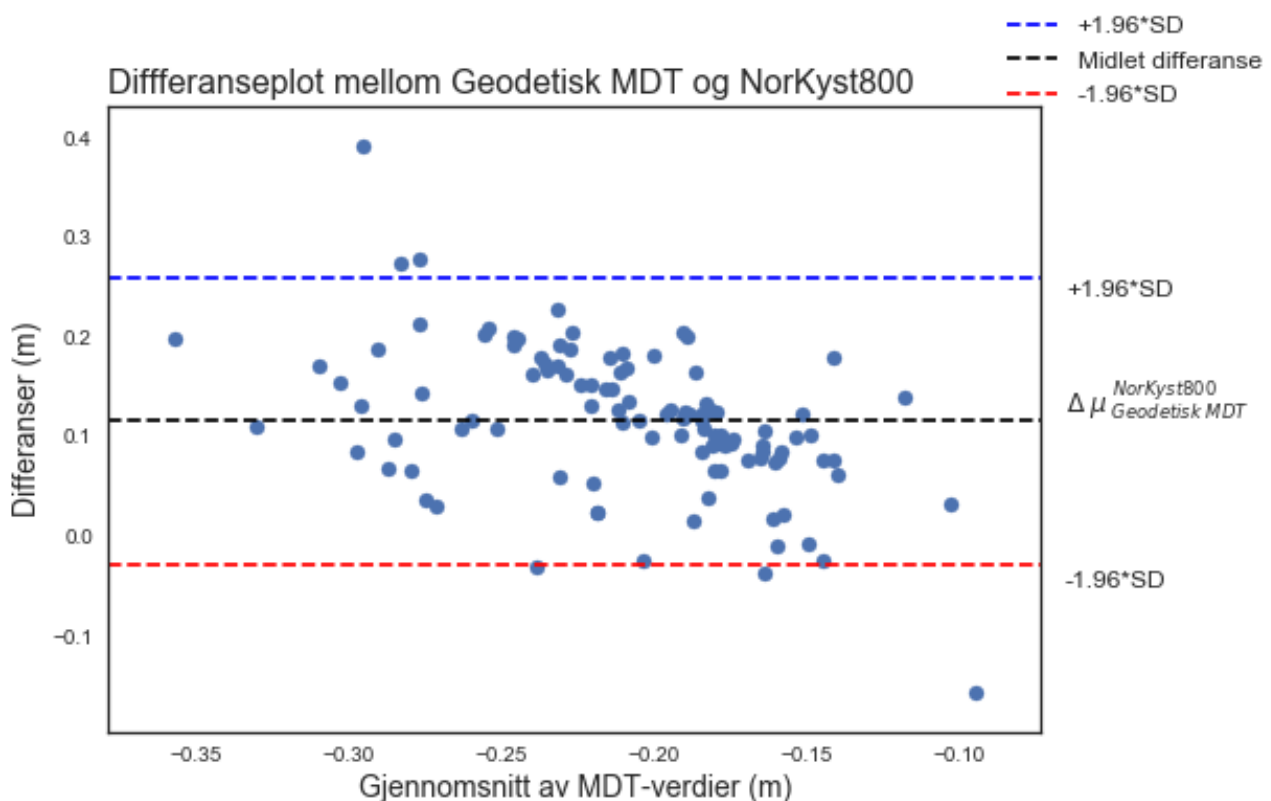


### 6.3.2 Deteksjon av signifikante forskjeller

Alle de tre modellene er å anse som metoder for bestemmelse av den samme variabelen. For å illustrere MDT-profilenes riktighet i forhold til hverandre, vil det være gunstig å sette opp et differanseplott. Ved å visualisere hvert vannstandsmålerpunkt som differansen mellom to MDT-profilers gjennomsnittsverdi, kan signifikante forskjeller mellom profilene avdekkes.

Dette kan gjennomføres ved å lage differanseplott mellom geodetisk MDT og NMBU18, og mellom geodetisk MDT og NorKyst800 i den hensikt å få innsikt i hvordan geodetisk MDT differerer fra valideringsdatasettene.

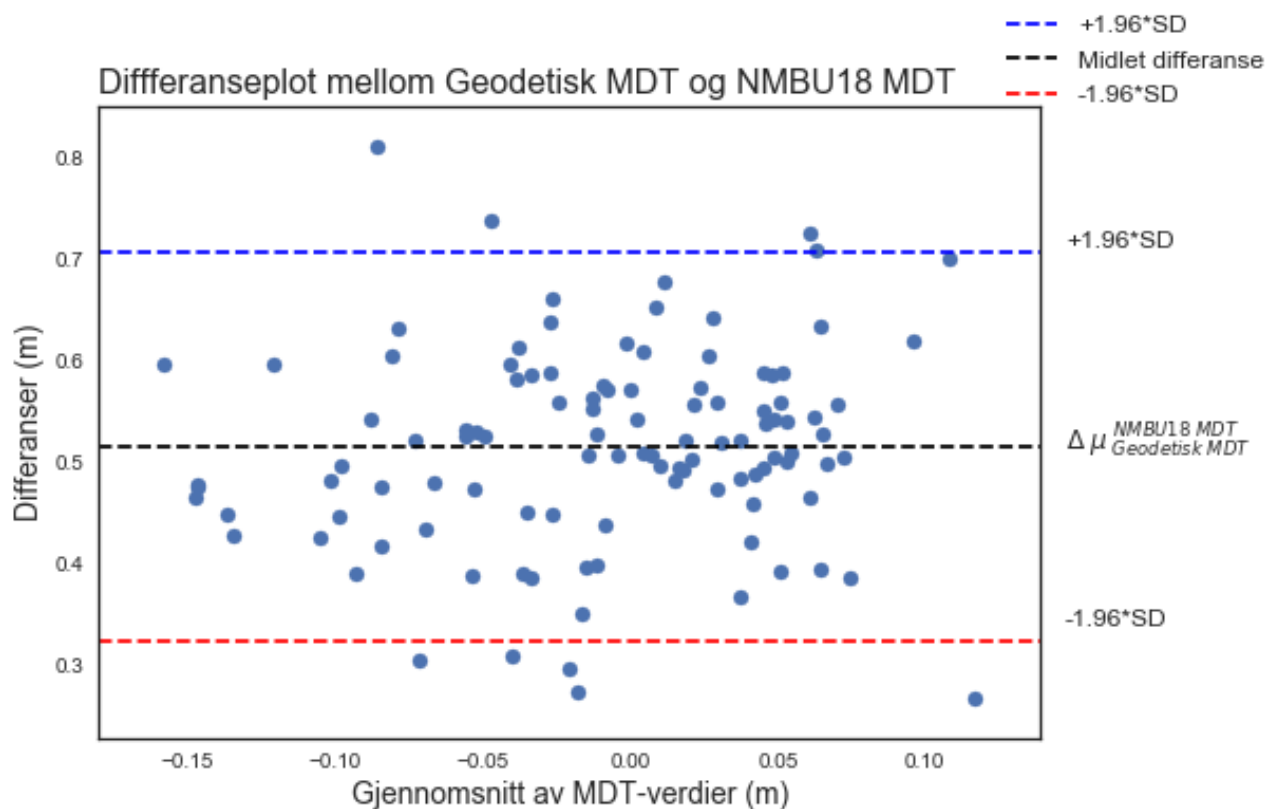
Et differanseplott definerer en gjennomsnittsverdi for differansen mellom modellene,  $\Delta\mu$ , som er illustrert ved en sort horisontal linje midt på andreaksen. Denne gjennomsnittsverdien er allerede kjent som konstantavviket. Det defineres også to linjer, som illustrerer  $\Delta\mu \pm$  differansenes standardavvik  $\cdot 1.96$ . Dette vil gi et konfidensintervall på 95%, som vil si at 95% av verdiene vil havne innenfor dette intervallet. En differanse som havner utenfor dette intervallet, vil være bli kategorisert som en signifikant forskjell mellom modellene. Ønsket situasjon er en grafisk fremvisning der punktene ligger tett inntil den sorte linjen, da dette vil være en indikator på lave variasjoner mellom modellenes MDT-verdier.



Figur 6.6: Differanseplott av geodetisk MDT og NorKyst800.

Differanseplottet til geodetisk MDT og NorKyst800 viser at MDT-verdiene til seks vannstandsmålere ligger utenfor konfidensintervallet. Dette gjelder for følgende målere: juda, skud, ales, tjuv, fred og vard. Av disse er ales og vard de permanente målerne i henholdsvis Ålesund og Vardø. Disse klassifiseres dermed som signifikante differanser mellom geodetisk MDT og NorKyst800.

Differanseplottet mellom geodetisk MDT og NMBU18 viser at ni vannstandsmålere havner



Figur 6.7: Differanseplott av geodetisk MDT og NMBU18

utenfor konfidensintervallet. Dette gjelder for følgende målere: juda, ales, mold, tjuv, lodi, hov, sbuk, hamm og vard. Av disse er ales, hamm og vard de permanente målerne i henholdsvis Ålesund, Hammerfest og Vardø. Disse punktene klassifiseres som signifikante differanser mellom geodetisk MDT og NMBU18.

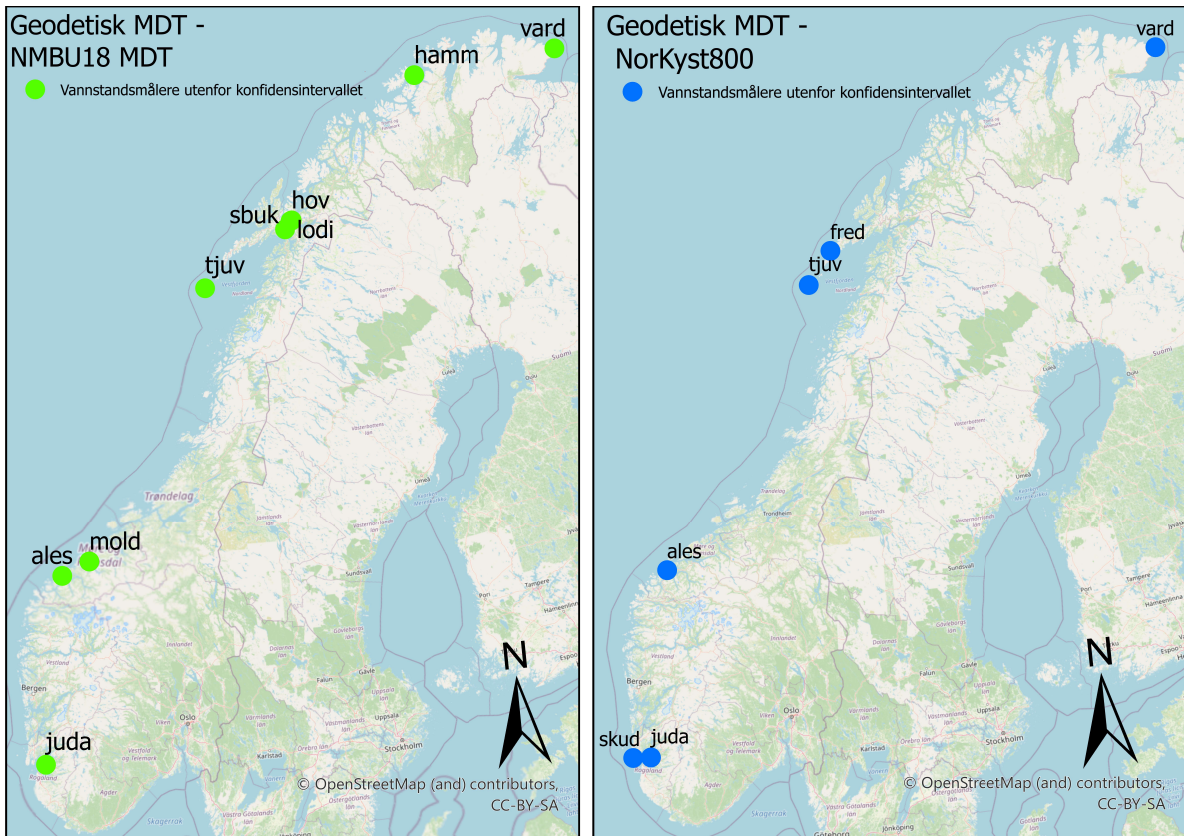
Tre av de 23 permanente målerne er blant målerne som gir signifikante forskjeller fra valideringsdatasettene. Alle disse tre permanente målerne er nivellerte høyder, og inngår ikke i oppgavens feltarbeid.

Alle punkter som er klassifiserte som signifikante differanser fjernes fra profilene. Deretter beregnes korrelasjonen mellom profilene på nytt. Forventet effekt av dette er en høyere korrelasjon mellom profilene. Resultatet av dette er profiler med litt lavere romlig oppløsning, men med kurver som bedre beskriver forskjeller i havnivå mellom MDT-profilene på et nasjonalt nivå. Det er også viktig å vite at ved å filtrere bort disse målerne, kan man risikere å miste verdifull informasjon. Denne filtreringen gjøres dermed kun for å oppnå høyere grad av lineær sammenheng og likhet mellom profilene på et nasjonalt nivå.

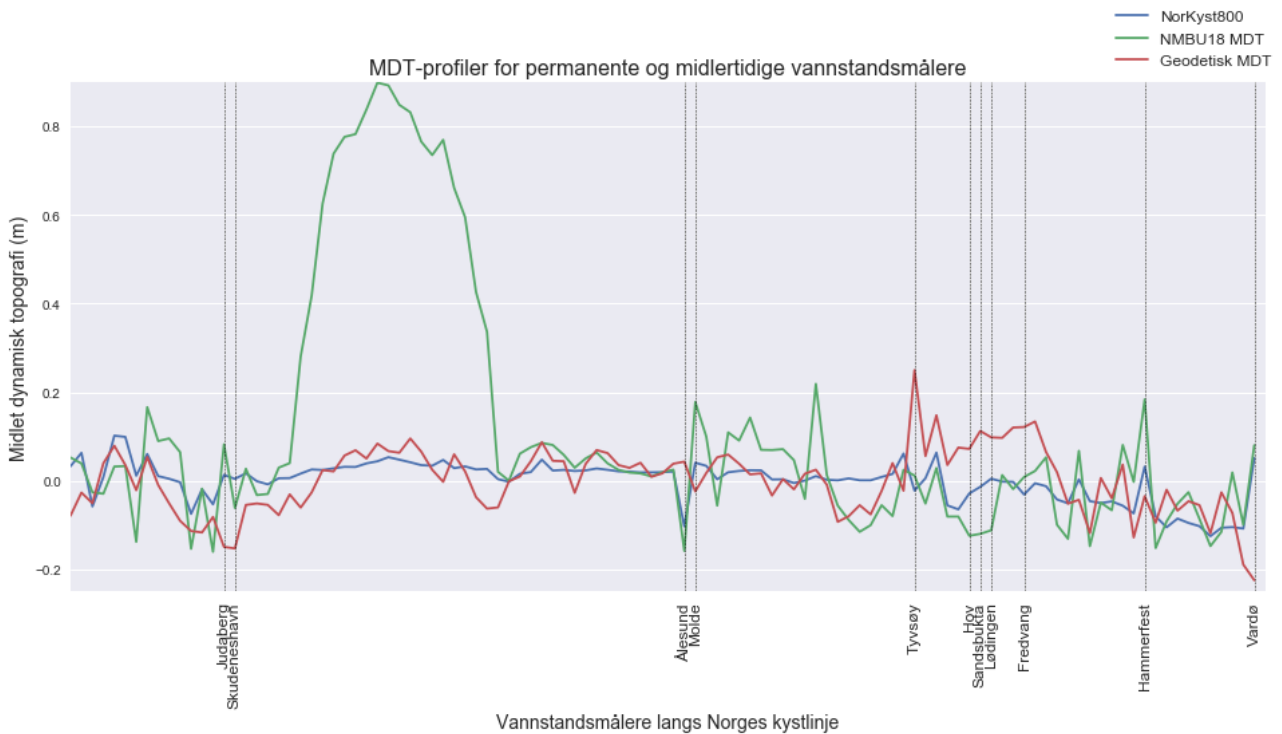
Tabell 6.8: Nye korrelasjonskoeffisienter mellom Geodetisk MDT og de to andre modellene. Denne beregningen benytter kun de MDT-verdiene som ligger innenfor  $\mu\Delta \pm$  differansenes standardavvik\*1.96.

	NMBU18	NorKyst800
Geodetisk MDT	42.4 %	44.6 %

Ved å fjerne vannstandsmålerne som falt utenfor konfidensintervallet, har korrelasjonskoeffisientene økt betraktelig. Dette illustrerer godt hvor sårbar likheten mellom MDT-profilene er for ulikheter i enkeltpunkter.



Figur 6.8: Vannstandsmålere som i differanseplottene havnet utenfor konfidensintervallet på 95%.



Figur 6.9: MDT-profiler med vertikale linjer langs førsteaksen som markerer vannstandsmålerne som havnet utenfor konfidensintervallet fra differanseplottene. Profilene er identiske som i figur 6.2, men fremstår som annerledes grunnet justering av andreaksen.

De fleste signifikante forskjellene mellom profilene er i områder der kystlinjen er kompleks, og med vannstandsmålere som er plassert langs trange sund eller mellom øygrupper. Kystlinjen i Lofoten er et godt eksempel på dette, der fem av de elleve målerne med signifikante forskjeller fra valideringsdatasettene er plassert. Det medfører dog en viss risiko for at målerne med signifikant differanse mellom profilene er faktiske lokale variasjoner som det er ønskelig å ta hensyn til.

Figur 6.9 avdekker hvilke vannstandsmålere som forårsaker de største differansene mellom MDT-profilene. Her har jeg sett bort ifra NMBU18 sitt avvik i Sognefjorden.

Målerne i Ålesund, Judaberg i nærheten av Stavanger, Tjuvsøya på Røst helt ytterst i Lofoten, og Vardø som ligger plassert ut mot Barentshavet helt nord-øst i Finnmark, gir utslag på begge differansepotene. Disse målerne er altså signifikant forskjellig fra både NorKyst800 og NMBU18. Dette svekker troverdigheten til geodetisk MDT ved disse målerne.

## 6.4 Likhetsanalyse med soneinndeling av kystlinjen

Jeg har valgt å dele inn norskekysten i fem soner for å kunne analysere MDT-profilene med et høyere detaljnivå. Disse sonene er forsøkt fordelt slik at alle midlertidige vannstandsmålere er plassert i samme sone som den permanente vannstandsmåleren de er referert til. Dette har jeg lyktes med, med unntak av et noen få vannstandsmålere i nærheten av fylkesgrensen mellom Nordland og Troms. Grunnen til dette er at MDT-profilene har et markant endring i likheten mellom disse sonene, som gjør de interessante å analysere hver for seg.

Ved å innføre regionale soner, og analysere disse hver for seg, vil regionale avvik ikke påvirke statistiske betraktninger som gjelder andre deler av landet. Det vil også være lettere å visualisere likheten mellom modellene på et regionalt plan ved å tyde sonenes regresjonslinjer, og dermed også endringen av likhet langs kysten på et nasjonalt plan. Her vil den visuelle analysen være vel så viktig som de tallfestede statistiske betraktningene, grunnet varierende antall punkter i hver sone.

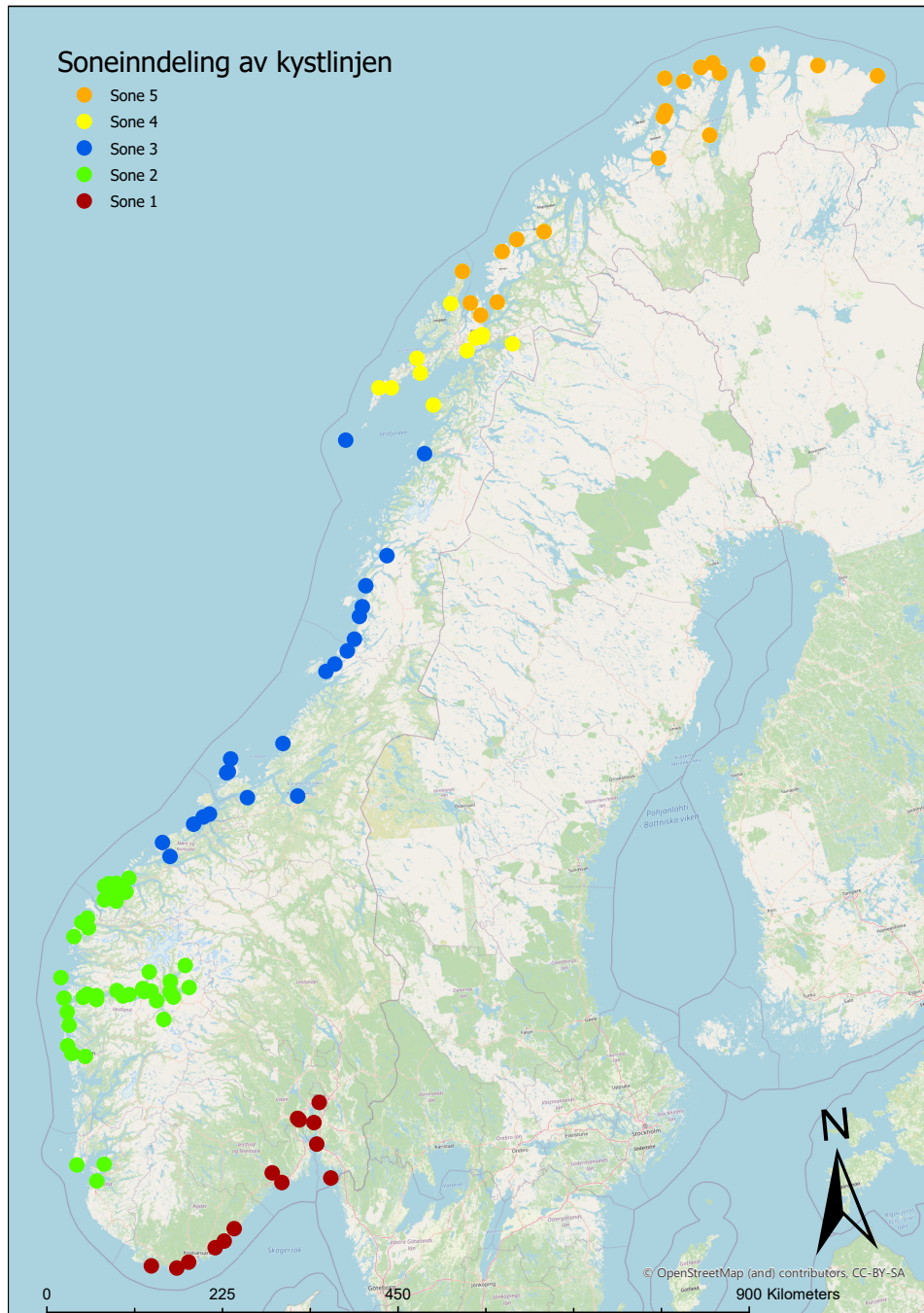
### 6.4.1 Korrelasjon

Tabell 6.9: Korrelasjonsmatriser mellom MDT-profilene etter soneinndelingen av kystlinjen.

		Geodetisk MDT	NMBU18	NorKyst800
Sone 1	Geodetisk MDT	100 %	8.39 %	69.23 %
	NMBU18		100 %	20.9 %
	NorKyst800			100 %
		Geodetisk MDT	NMBU18	NorKyst800
Sone 2	Geodetisk MDT	100 %	55.0 %	72.6 %
	NMBU18		100 %	86.2 %
	NorKyst800			100 %
		Geodetisk MDT	NMBU18	NorKyst800
Sone 3	Geodetisk MDT	100 %	43.1 %	37.4 %
	NMBU18		100 %	56.0 %
	NorKyst800			100 %
		Geodetisk MDT	NMBU18	NorKyst800
Sone 4	Geodetisk MDT	100 %	33.6 %	30.0 %
	NMBU18		100 %	36.0 %
	NorKyst800			100 %
		Geodetisk MDT	NMBU18	NorKyst800
Sone 5	Geodetisk MDT	100 %	25.0 %	10.4 %
	NMBU18		100 %	45.9 %
	NorKyst800			100 %

Korrelasjonsmatrisene avdekker at korrelasjonen mellom modellene avtar i nordlige deler av kystlinjen. I sone 5 gir spearman-korrelasjonen nærmest ingen sammenheng mellom NorKyst800 og geodetisk MDT. Sone 5 har, som detektert i differanseplottene, et stort feilbidrag fra vanns-





Figur 6.10: Kartutsnitt som viser soneinndelingen av norskekysten. Ved å analysere sonene hver for seg vil jeg kunne avdekke statistiske trender på et regionalt nivå.

andsmåleren i Vadsø. Ved å fjerne denne vannstandsmåleren fra beregningene, øker korrelasjonen mellom geodetisk MDT og NorKyst800 til 0.3112. Korrelasjonen mellom geodetisk MDT og NMBU18 MDT øker til 0.4117. Denne vannstandsmåleren gir den største differansen mellom geodetisk MDT og de to andre profilene. Økningen av korrelasjon illustrerer hvor sårbare korrelasjonsberegningene er for signifikante forskjeller mellom enkeltpunkter i profilene.

## 6.4.2 Konstantavvik og standardavvik

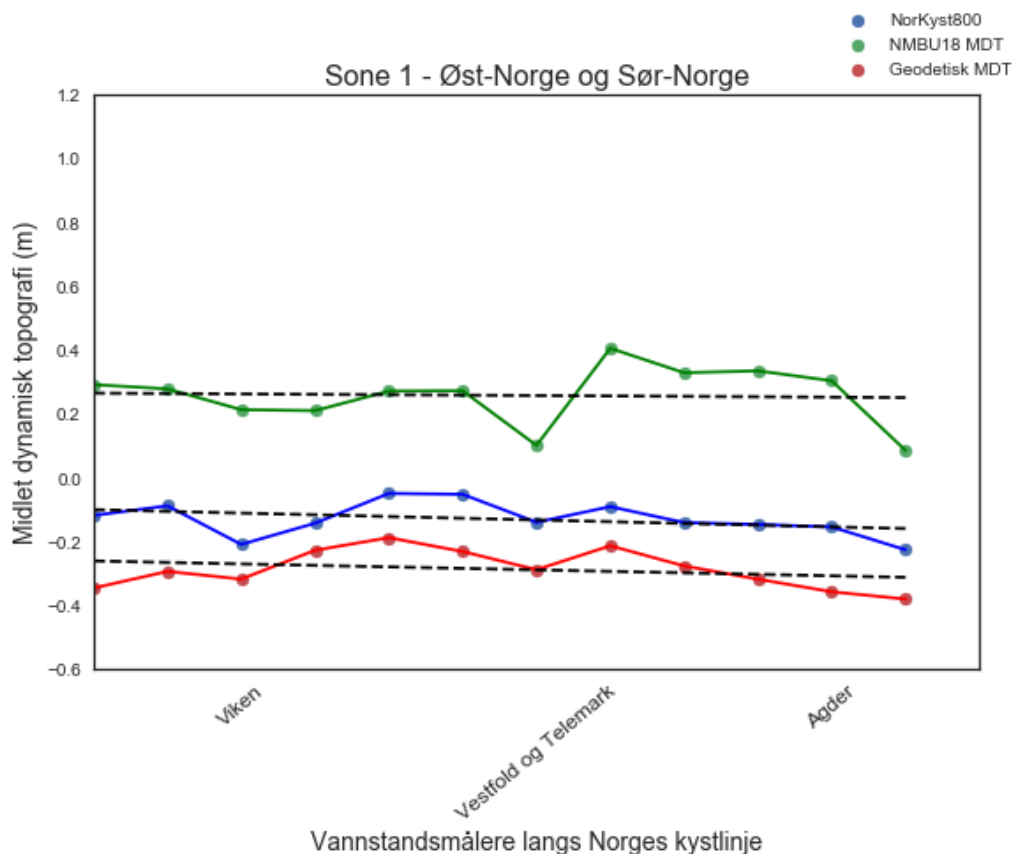
Tabell 6.10: Korrelasjonsmatriser mellom MDT-profilene etter soneinndelingen av kystlinjen.

		Geodetisk MDT - NorKyst800	Geodetisk MDT - NMBU18	NorKyst800 - NMBU18
Sone 1	Konstantavvik	15.67 cm	54.42 cm	38.76 cm
	Standardavvik til differansene	4.05 cm	8.89 cm	7.71 cm
Sone 2	Konstantavvik	12.99 cm	53.83 cm	40.83 cm
	Standardavvik til differansene	5.0 cm	5.73 cm	3.84 cm
Sone 3	Konstantavvik	13.71 cm	54.06 cm	40.34 cm
	Standardavvik til differansene	4.23 cm	8.48 cm	8.92 cm
Sone 4	Konstantavvik	0.9 cm	34.30 cm	36.34 cm
	Standardavvik til differansene	2.88 cm	5.72 cm	5.61 cm
Sone 5	Konstantavvik	12.34 cm	53.65 cm	41.31 cm
	Standardavvik til differansene	8.42 cm	10.53 cm	6.94 cm

Sone 1 har minst standardavvik til differansene mellom geodetisk MDT og NorKyst800. Dette tyder på høy enighet mellom disse to profilene i sone 1. Sone 2 gir høy korrelasjon mellom alle profilene. Her er konstantavviket og standardavviket til NMBU18 upålitelig. Dette fordi verdiene i Sognefjorden er redusert til profilens middelvei, og dette vil i stor grad påvirke statistiske betraktninger. Optimalt burde disse målingene vært filtrert bort. Sone 3 gir standardavvik og konstantavvik som har mange likhetstrekk med sone 1, men her er likheten mellom NorKyst800 og NMBU18 bemerkelsesverdig høy. Sone 4 differerer fra de andre sonene på mange måter. Konstantavviket er i alle tilfeller lavere enn for resten av kystlinjen. Jeg har tidligere i oppgaven avdekket dette hoppet i konstantavvik, som er spesielt markant mellom geodetisk MDT og de to valideringsdatasettene. For geodetisk MDT og begge valideringsdatasettene er standardavviket lavere enn i alle de andre sonene. Sone 5 gir de høyeste standardavvikene mellom geodetisk MDT og begge valideringsdatasettene.

### 6.4.3 Regresjonsanalyse av sonene

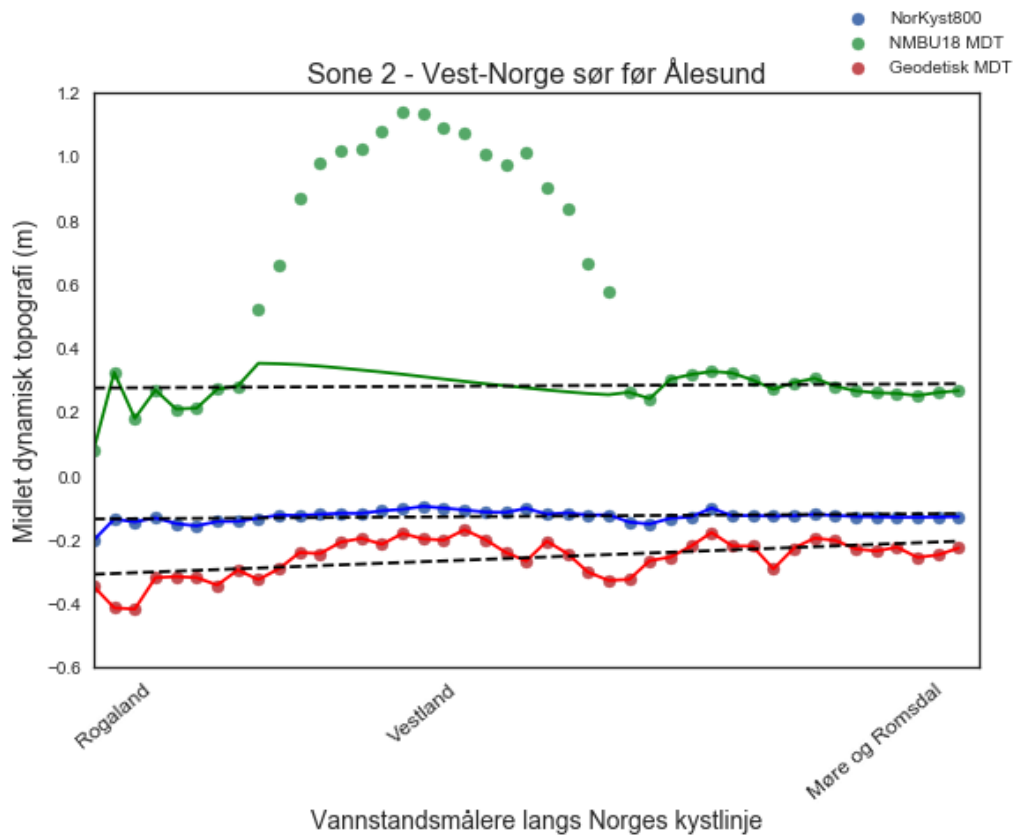
Ved å danne regresjonslinjer for sonene hver for seg, oppnås det et klarere bilde av hvordan MDT-profilenes regresjonslinjer og stigningstall endres i forhold til hverandre, både innad i sonene, men også hvordan hver profil endres mellom landsdelene. Dette delkapitlet baserer seg utelukkende på visuell analyse av regresjonslinjene.



Figur 6.11: Sone 1

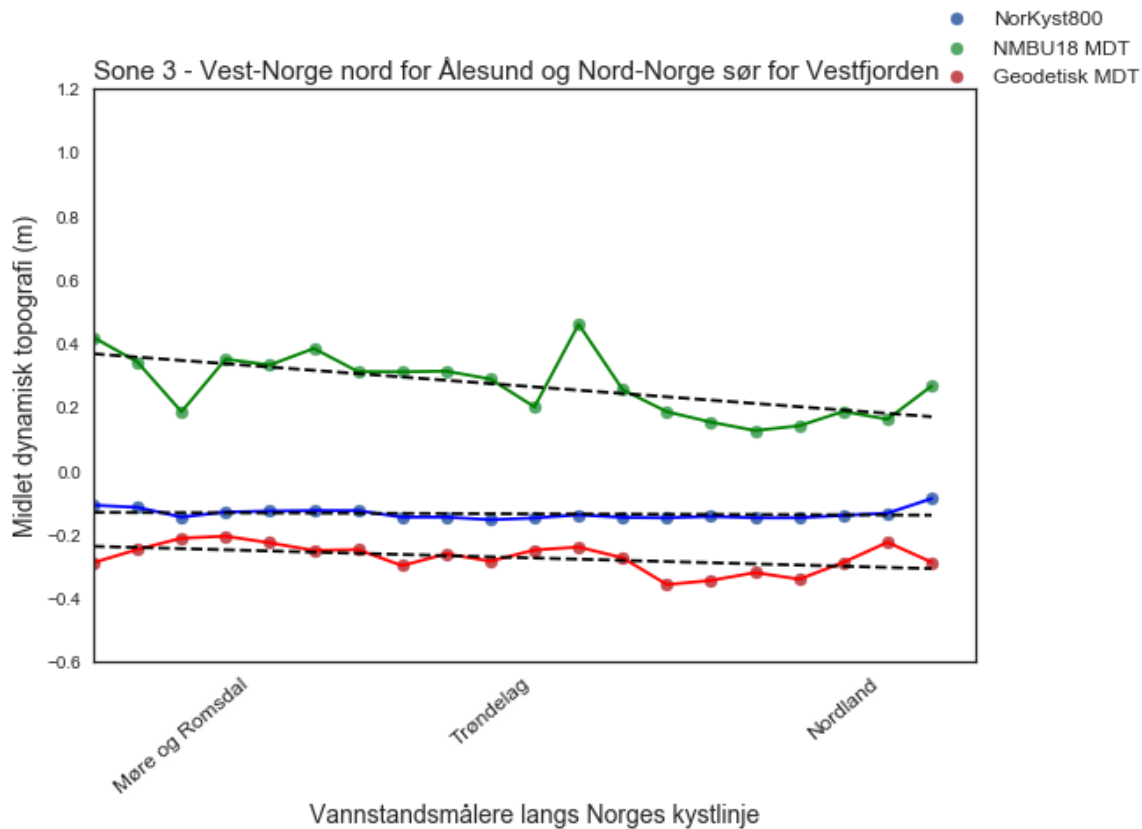
I sone 1 er det, som vist i tabell 6.11, tydelig likhet mellom alle de tre modellene. NMBU18 har i denne sonen de største avvikene. NMBU18 sin profil viser lignende karakteristikk ved flere områder langs sone 1, men det som skiller NMBU18 mest fra de to andre profilene i sone 1 er at variasjonen mellom MDT fra Vestfold og Telemark til Agder er større enn for de to andre profilene. Et resultat av dette er at NMBU18 har et stigningstall som er tilnærmet lik null, mens geodetisk MDT og NorKyst800 har en svak, negativ trend.





Figur 6.12: Sone 2

Figur 6.12 illustrerer sone 2, som ved alle de tre MDT-profilene har tilnærmet likt stigningstall. I motsetning til sone 1, er det her geodetisk MDT som står for de største variasjonene. Geodetisk MDT har dog ingen store avvik som ikke gjenspeiler seg i en av de to andre profilene i noen grad. Alle de tre profilene er enige om at MDT ligger under profilens regresjonslinje i Rogaland, med en økning i MDT gjennom Vestland fylke. Nordover mot Møre og Romsdal ligger alle tre modellene omtrentlig langs profilenes regresjonslinjer.

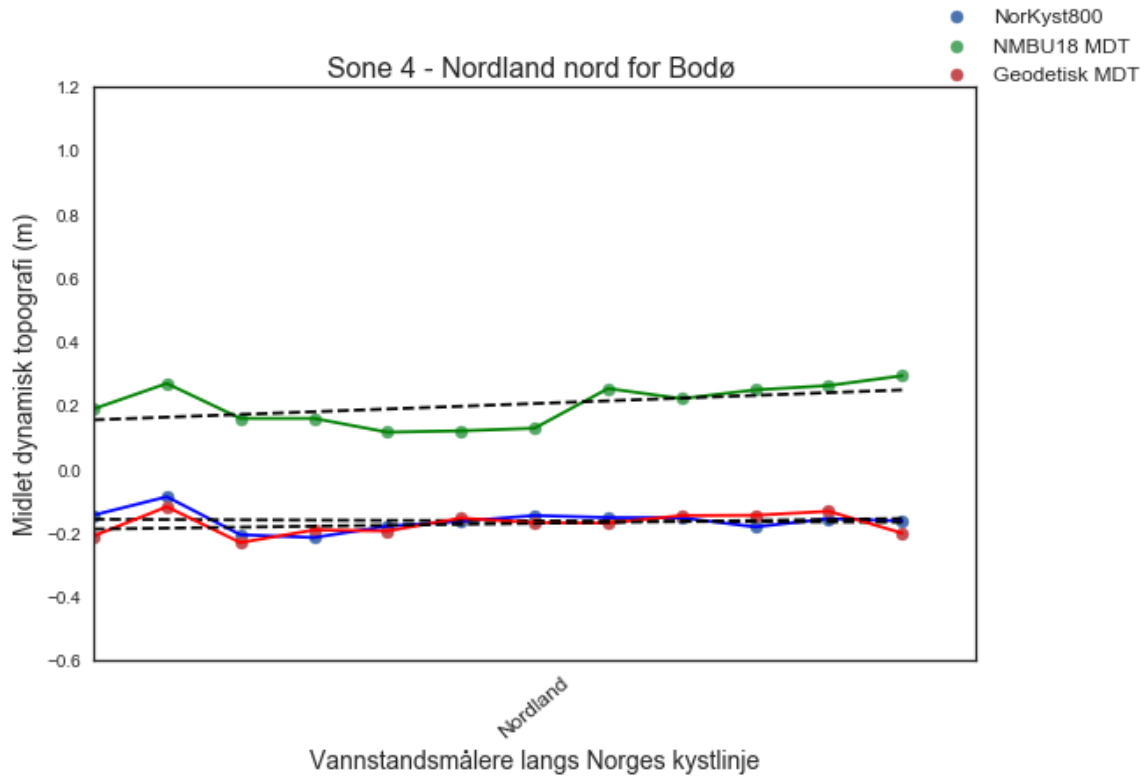


Figur 6.13: Sone 3

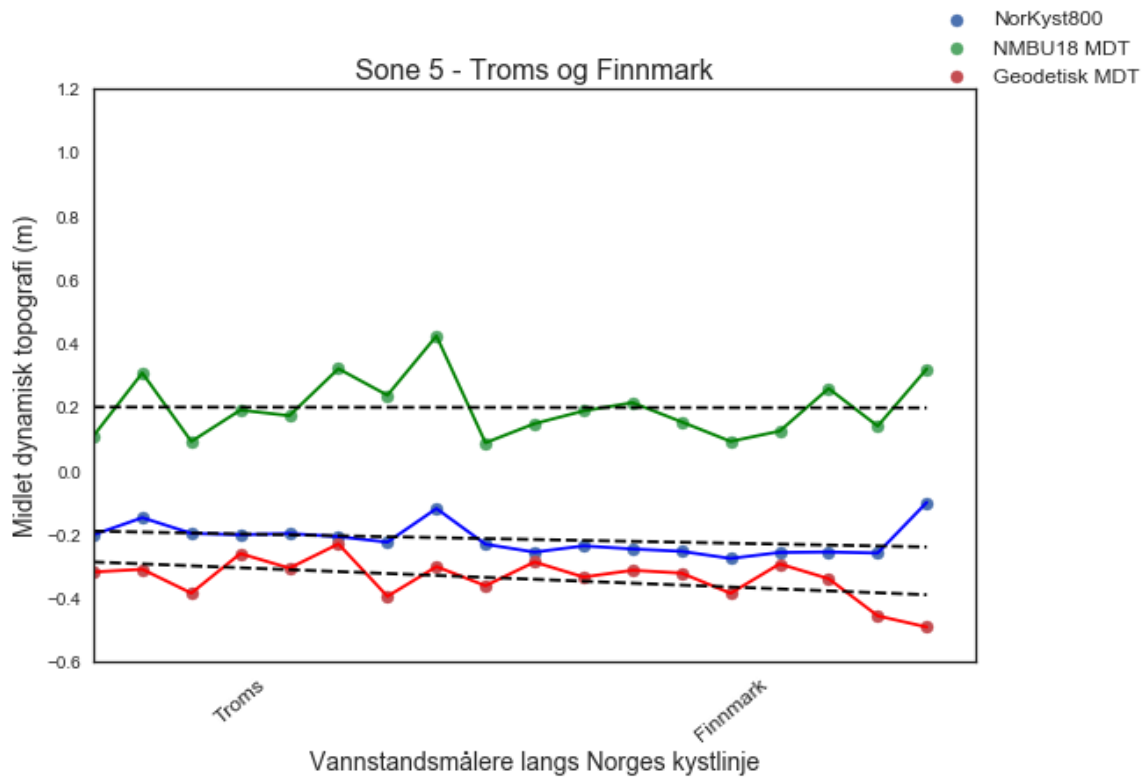
I figur 6.13, illustreres det at det i sone 3 er en tydelig nedgang i likheten mellom profilene. NorKyst800 har en flat regresjonslinje, mens NMBU18 og geodetisk MDT har et negativt stigningstall. I sone 3 er det NMBU18 som står for de to største differansene. NMBU18 får en brå nedgang i MDT i Møre og Romsdal, og en tilsvarende brå økning i Trøndelag. Disse to avvikene gjenspeiles i liten grad i geodetisk MDT og NorKyst800.

Ved sone 4 ser vi, som illustrert i figur 6.14, en tydelig endring i geodetisk MDT, som har en systematisk økning av det kostante avviket til valideringsdatasettene på rundt ti centimeter. Denne økningen antas å være en følge av korreksjonen for atmosfærisk trykk. Før denne korreksjonen ble påført, viste geodetisk MDT et tilsvarende konstantavvik fra valideringsdatasettene som for resten av kystlinjen. Sett bort ifra dette, er profilene meget like ved sone 4.

Sone 5 er, som vist i figur 6.15, preget av mange lokale variasjoner i alle de tre profilene. Flere av avvikene fra NMBU18 gjenspeiles i NorKyst800, mens et fåtall av geodetisk MDT sine avvik gjenspeiles i de to valideringsdatasettene.



Figur 6.14: Sone 4



Figur 6.15: Sone 5

# Diskusjon

## 7.1 Metoder for høydebestemmelse

### Hvilken metode anbefaler jeg?

Denne oppgaven anvender ellipsoidiske høyder bestemt med tre forskjellige metoder for høydebestemmelse. Av metodene jeg har benyttet, er høydebestemmelse med statisk GNSS ansett som den mest presise metoden for absolutt posisjonsbestemmelse [Bratheim et al., 2009]. HREF sin høydekvalitet varierer med avstanden til justeringspunkter, og det kan være vanskelig å anslå kvaliteten til et gitt punkt.

På grunnlag av spredningen mellom de tre forskjellige metodene for høydebestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde, som vist i tabell 6.2, er det høyder basert på statisk GNSS og CPOS som gir minst spredning i høydebestemmelse. Kombinert med tidligere kjent kunnskap om nøyaktighet ved statisk GNSS og CPOS, er min anbefaling å måle inn permanente vannstandsmålere med statisk GNSS, og midlertidige vannstandsmålere med CPOS.

Ved behov for innmåling av flere permanente vannstandsmålere, og mangel på ressurser for utføring av nødvendig feltarbeid ved statisk innmåling, kan nivellerte høyder konvertert til EUREF89 benyttes hvis høydekvaliteten kvalitetssikres ved innmåling med CPOS. Hvis differansen mellom CPOS-høyde og nivellert høyde er innenfor den gjennomsnittlige spredningen for resten av nettverket av permanente målere, kan nivellerte høyder anvendes.

Ved korrekt utført feltarbeid, med etterprosessering feilestimering og pålitelighetstester utført på en ryddig måte, vil statisk GNSS gi best kontroll over høydenøyaktigheten. Men dette er jo også et spørsmål om hvor nøyaktig det er nødvendig å være. Den permanente måleren i Vikar har ingen midlertidige målere referert til seg. I slike tilfeller, hvor det er forholdsvis høy tetthet av permanente målere, anser jeg det som unødvendig å måle inn med statisk GNSS. Det vil da være lønnsomt å kartlegge alle de midlertidige og permanente målerne på forhånd av innmålingsabreidet. Permanente målere med mange nærliggende midlertidige målere må ha målinger med statisk GNSS og nøye gjennomført etterprosessering og feilestimering i henhold til Kartverkets standard for satellittbasert posisjonssystemer [Bratheim et al., 2009].

Det er krevende å kartlegge hvilke av metodene for høydebestemmelse som er mest pålitelige av nivellerte høyder transformert fra NN2000 til EUREF89, og høyder bestemt ved statisk GNSS. Det er derfor praktisk å kunne sammenligne disse med CPOS-målinger. Måles det med CPOS-mottaker med fixløsning og tilstrekkelig tidsrom mellom målingene, gir disse gode

høyder med en nærmest garantert høydenøyaktighet på 2 cm - 3.6 cm, avhengig av avstanden til Kartverkets basestasjoner[Kartverket]. CPOS er dermed et ypperlig verktøy for å sjekke at målinger er innenfor noen få centimeter nøyaktighet. Dette i seg selv vil eliminere eventuelle grove feil fra statistisk GNSS eller HREF-transformasjonen av nivellerte høyder.

### **Hvor store avvik kan unøyaktigheter i innmålinger forklare?**

Ved nivellement medfølger det en risiko for feil under feltarbeidet. Denne feilen øker generelt med avstanden på nivellementsdraget. Dette er forholdsvis lett å kontrollere ved å nivellere gjennom kjente høydemerker, eller å gå et lukket nivellementsløyfe, der man starter og slutter ved samme høydefastmerke, slik at summen av alle høydeforskjellene blir lik null. De store feilbidragene kan komme ved transformasjon mellom fysiske og ellipsoidiske høyder. Ved innmåling av høydefastmerke med statistisk GNSS, blir høyden transformert til NN2000, og nivellert til TGBM. Når vannstandsmålerens ellipsoidiske høyde på et senere tidspunkt skal bestemmes, blir høyden på nytt transformert fra NN2000 til ellipsoidiske høyder ved HREF. HREF gir som kjent høyder med varierende høyde kvalitet ut ifra TGBM sin posisjon i forhold til plasseringen i forhold til HREF sine justeringspunkter. Disse høydene kan forklare feil i størrelsesorden fra millimeter til desimeter.

Høydebestemmelse med CPOS er den mest effektive metoden, og gir en mer pålitelig estimat på høyden, med kvalitetstall beregnet i sanntid. Har man kjennskap til avstanden til Kartverkets basestasjoner, kan man lett estimere forventet høydenøyaktighet, gitt at man måler med fixløsning og god satellittgeometri, med god forståelse av risiko for multipath i GNSS-signalet. Gjøres dette på en ryddig måte, er CPOS en meget effektiv metode for å oppnå høyder med pålitelig høydenøyaktighet. Utføres innmålingene uten fixløsning, kan høydefeilen fort bli av størrelsesorden desimeter eller meter. Disse feilkildene er dermed lett å detektere i ettertid.

Høydebestemmelse med statistisk GNSS er helt klart den mest omfattende metoden med flest fallgruver, men også den metoden som gir brukeren mest kontroll over hele prosessen. Mine erfaringer fra etterprosesseringen av vektorer er at vektorer med god høyde- og grunnrisskvalitet kan vike fra hverandre med opptil tre centimeter, som kan føre til en høydefeil av tilsvarende størrelse om filtreringen av vektorer blir gjort feil. Det er svært viktig at feltarbeidet og etterprosesseringen standardiseres. Dette er en av svakhetene til høydene bestemt med statistisk GNSS i denne oppgaven.

## **7.2 Avvik mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene**

Oppgaven analyserer tre MDT-profiler med beregningsmetoder som tar utgangspunkt i tre vidt forskjellige prinsipper. Dette fører med seg at beregningsgangen tar hensyn til forskjellige faktorer og variabler, som igjen gir modellene ulike styrker og svakheter. Eventuelle avvik mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene kan dermed ha mange ulike årsaker. Beregningsløypen er lang og består av mange delprosesser som utføres for opp imot ti millioner vannstandsobservasjoner fordelt på 109 målere. Ved å plote og kontrollere delresultater opp imot forventede resultater, vil man kunne sikre seg mot de største feilbidragene. Det er dog viktig å være klar over at feil som ikke lar seg forklare på andre måter kan være forårsaket av feil i **beregningen**

av geodetisk MDT.

Avvik som ikke skyldes feil i beregningene, men heller **svakheter i det beregningstekniske** ved geodetisk MDT, kan føre til avvik fra valideringsdatasettene. Et slikt avvik kan eksempelvis skyldes lange avstander mellom permanent og midlertidig måler, som vil føre til at korreksjoner som påføres den midlertidige måleren ikke er representativ for området den midlertidige måleren representerer.

Avvik grunnet **feil fra feltarbeid** er viktig å ta i betraktning. Her er det mange faktorer som spiller inn. Eksterne faktorer som vær påvirker arbeidsmoral, og dermed også nøyaktigheten til utført arbeid. Høy ionosfæreaktivitet som forstyrrer GNSS-signalet kan ha innvirkning på ytelsen til satellittbasert posisjonsbestemmelse. Feil under bestemmelse av antennehøyde og manglende loggføring er eksempel på trivielle arbeidsoppgaver som ved slurv kan føre til feil som er vanskelige å detektere i ettertid.

**For korte vannstandsserier** ved midlertidige målere kan føre til lav kvalitet av beregnet middelvann. De aktuelle midlertidige målerne må dermed i stor grad basere seg på korreksjoner påført fra nærmeste permanente måler. Ved å benytte data fra et for lite antall målere, vil man ikke oppnå den romlige oppløsningen som kreves for å detektere lokale variasjoner i havnivået langs kystlinjen. Dette kan dermed medføre at havnivå blir bestemt i et område av en vannstandsmåler som er plassert et sted som ikke er representativ for hele området den representerer.

**Feil i HREF** fra de nivellerte høydene kan ha et betydelig bidrag. 15 av de 23 permanente målerne som inngår i geodetisk MDT har utgangspunkt i ellipsoidiske høyder basert på denne metoden. For de åtte permanente målerne som også er målt inn med GNSS, bidrar de nivellerte høydene til den høyeste gjennomsnittlige spredning av høyder mellom metodene. Nyere forskning har utviklet en testversjon av HREF der den operasjonelle geoidmodellen, NMA2013v30, er byttet ut med NKG2015. Resultater fra denne testversjonen tyder på at HREF ved bruk av NKG2015 gir HREF-høyder med høyere nøyaktighet enn den operasjonelle versjonen. Usikkerheten som denne sammenligningen har avdekket, er anslått til å være på mellom en og ti centimeter [Breili et al., 2020]. Denne usikkerheten er ikke godt nok dokumentert til å alene bruke som grunnlag for trekke konklusjoner om nøyaktigheten til de nivellerte høyde. Allikevel er det, kombinert med det faktum at denne metoden gir den høyeste gjennomsnittlige spredning av ellipsoidiske høyder, nok til å svekke metodens pålitelighet ved ellipsoidisk høydebestemmelse langs kystlinjen.

Noen av avvikene tenkes å skyldes **lokale effekter som NorKyst800 ikke fanger opp**. NorKyst800 gir en glatt kurve som både NMBU18 og geodetisk MDT avviker fra. Det kan dermed tenkes at NorKyst800 i mindre grad detekterer lokale variasjoner i havnivået helt inntil kystlinjen.

En kjent problemstilling som har blitt diskutert i eksempelvis Anniken Bye sin mastergradsoppgave [Bye, 2018], er altimetri i kystnære strøk. Nyere forskning har etablert metoder for kystnær altimetri, men ved trange sund og fjorder vil dette fortsatt kunne være en svakhet. NMBU18 er basert på satellittaltimetri, og denne modellen klarte ikke å bestemme ellipsoidisk høyde for noen av vannstandsmålerne som ligger langt inne i trange fjorder og sund. Det er da også sannsynlig at noen av avvikene skyldes **forskjeller i geodetisk MDT og NMBU18 sine egenskaper**.

Til tross for at jeg har referert de midlertidige vannstandsmålerne til referanseperioden, vil det

være et større feilbidrag på grunn av at de kun har logget vannstand i deler av referanseperioden. Sesongvariasjoner er krevende å estimere nøyaktig, og vil uansett gi et feilbidrag når vannstandsmåleren kun er aktiv i deler av referanseperioden.

### 7.3 Hvordan oppnå bedre bestemmelse av geodetisk MDT?

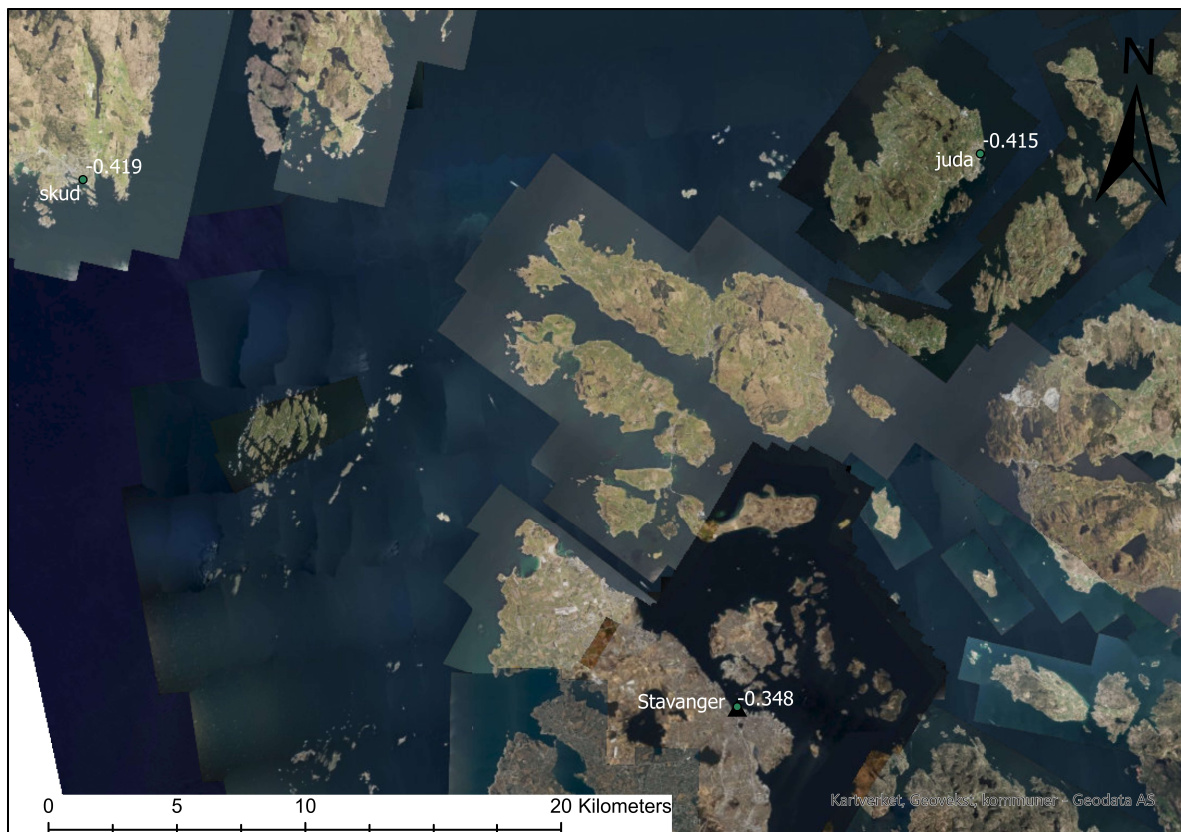
For å være rustet til å forbedre geodetisk MDT, må det være klarhet i hva som er modellens største svakheter. Generelt kan man se at geodetisk MDT samsvarer mer med NMBU18 og NorKyst800 i områder med en ren kystlinje. Den største svakheten med geodetisk MDT er at den baserer seg på ellipsoidisk høydebestemmelse i enkeltpunkter langs kystlinjen. Det blir dermed utfordrende når geodetisk MDT forsøker å forklare havnivået i omkringliggende områder langs en rotete kystlinje med mye lokal variasjon i havnivå. Ved områder der det ikke finnes nærliggende vannstandsmålere å kontrollere opp imot, vil det være svært vanskelig å konkludere om geodetisk MDT har fanget opp reelle detaljer og lokale variasjoner i havets dynamiske topografi, eller om avviket skyldes feil i modellen.

Ved å måle vannstand over lengre periode, vil beregningen av lokalt middelvann inkludere sesongbaserte variasjoner. Ved å forlenge vannstandsseriene til de permanente målerne, vil korreksjonen av de midlertidige målerne ved referering til referanseperioden bli av høyere kvalitet. Ved forlengelse av de de midlertidige målerens vannstandsserier, vil kvaliteten på beregningen av den midlertidige målerens middelvannstand øke i kvalitet. Det hadde naturligvis vært optimalt at de midlertidige målerne dekker hele, eller store deler av referanseperioden.

Det har ikke blitt beregnet et feilbudsjett i forbindelse med beregningen av geodetisk MDT. Ved å gjøre dette, vil man få større oversikt over eventuelle feilkilder, og hvor mye skade disse kan gjøre på høydebestemmelsen.

## Nabosjekk av målere med signifikante forskjeller

Likhetsanalysen detekterte fire målere som ble klassifisert som signifikant forskjellig fra både NMBU18 og NorKyst800. Min hypotese er at de signifikante forskjellene er reelle detaljer i kystlinjens topografi som valideringsdatasettene ikke har avdekket. Ved å utføre en visuell nabosjekk av MDT i nærliggende målere, vil jeg forhåpentligvis kunne styrke eller svekke denne hypotesen.

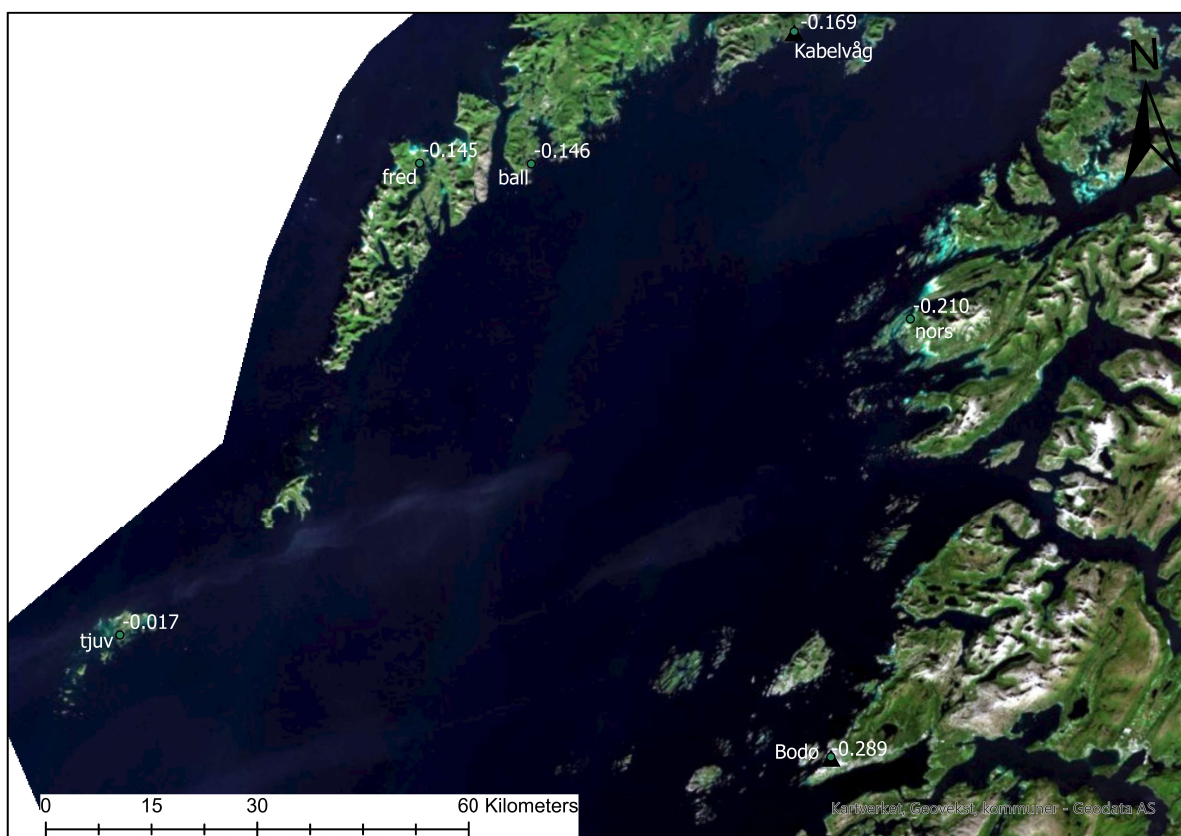


Figur 7.1: Nabosjekk av den midlertidige måleren på Judaberg.

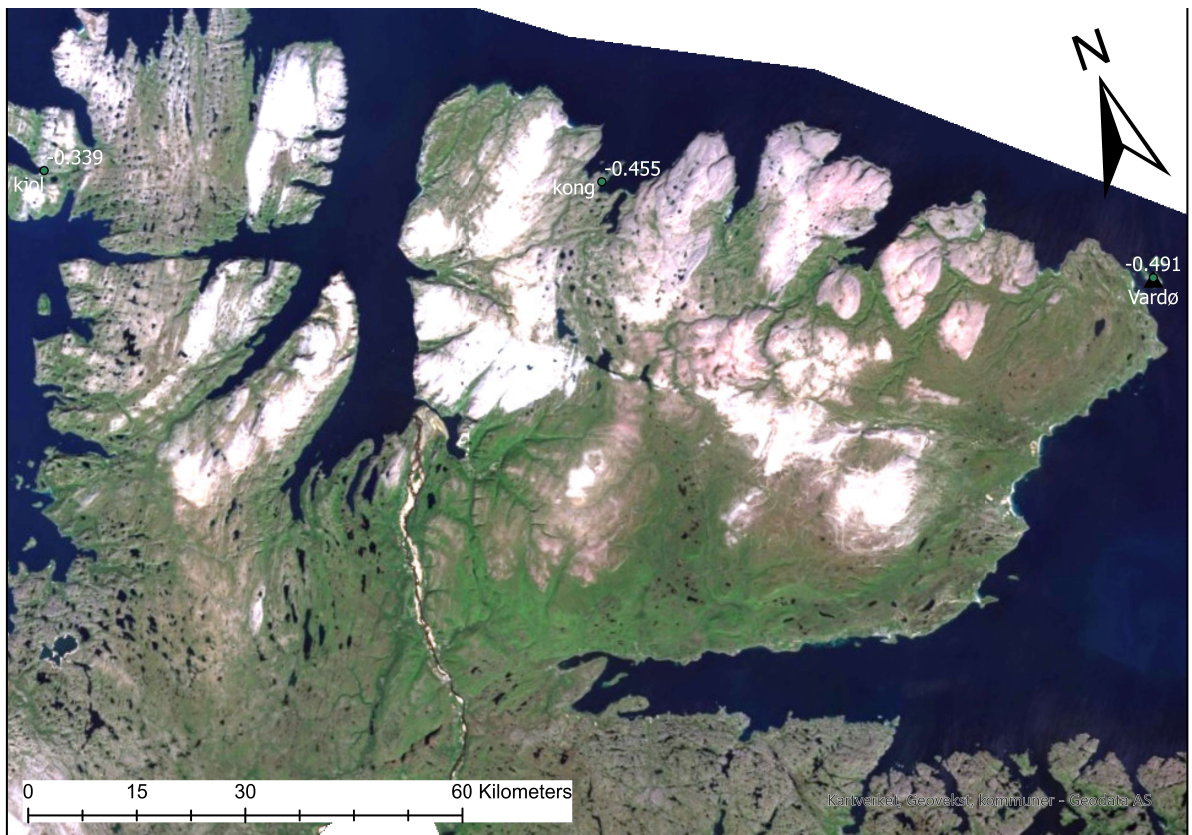




Figur 7.2: Nabosjekk av den permanente måleren i Ålesund.



Figur 7.3: Nabosjekk av den midlertidige måleren på Tjuvøya.



Figur 7.4: Nabosjekk av den permanente måleren i Vardø.

Figur 7.1 viser den midlertidige måleren "juda", som ligger plassert på Judaberg. Denne måleren har blitt klassifisert som signifikant forskjellig fra valideringsdatasettene. Kystlinjen er i dette området kompleks, og forventes dermed å være preget av lokale variasjoner som påvirker havnivået. Det er dermed tenkelig at måleren på Judaberg kan ha en differanse fra måleren i Stavanger på noen få centimeter. MDT på Judaberg samsvarer i stor grad med MDT i Skudeneshavn, illustrert ved den midlertidige måleren skud". Dette forsterker hypotesen om at den midlertidige måleren på Judaberg har detektert detaljer i MDT som NorKyst800 ikke har fanget opp.

Figur 7.2 viser den permanente måleren i Ålesund er klassifisert som signifikant forskjellig fra valideringsdatasettene. Dette til tross for at geodetisk MDT viser til svært like MDT-verdier i området. Kystlinjen i området er kompleks, og måleren i Ålesund ligger skjernet for åpent hav. Det kan dermed tenkes at geodetisk MDT viser korrekte MDT-verdier.

Figur 7.3 illustrerer den midlertidige måleren på Tjuvøya (tjuv). Denne måleren ligger ut mot åpent hav helt vest i Lofoten. For denne måleren gir geodetisk MDT verdier som ikke samsvarer med noen nærliggende målere. Differansen til nærliggende målere i Lofoten er på 13 centimeter. Differansen fra MDT på fastlandet er mellom 20 og 30 centimeter. På grunnlag av de nærliggende målerne som inngår i geodetisk MDT, tror jeg MDT på Tjuvøya avviker fra valideringsdatasettene grunnet svakheter i geodetisk MDT.

Figur 7.4 illustrerer den permanente måleren på Vardø. Dette området er krevende å analysere fordi avstandene mellom målerne er stor. Geodetisk MDT viser en jevn senking av MDT langs kystlinjen, så i den forstand er det tenkelig at MDT i Vardø er korrekt. Kystlinjen er i dette området lite kompleks, så i den forstand forventet jeg på forhånd at geodetisk MDT og valideringsdatasettene skulle samsvare i større grad enn det gjør.

# Konklusjon

Alle de tre metodene for ellipsoidisk høydebestemmelse som anvendes i denne oppgaven anses som velegnet for bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde. Det anbefales allikevel å måle inn permanente målere med statisk GNSS så langt det lar seg gjøre. Denne konklusjonen baserer seg på spredningen mellom høydene fra oppgavens feltarbeid, som er bestemt ved statisk GNSS, CPOS og nivellement transformert ved HREF. Deteksjonen av signifikante forskjeller ved tre permanente målere fra som er bestemt ved nivellement, er også tatt i betraktning.

Inkluderingen av midlertidige målere i geodetisk MDT bidrar til økt romlig oppløsning av den norske kystlinjen. Sammenligning av MDT-profilen før og etter de midlertidige målerne er inkluderes, avdekker at korrelasjonen til valideringsdatasettene har en betraktelig økning, mens standardavvikene til differansene har en tilsvarende betraktelig reduksjon. Den visuelle inspeksjonen av kystlinjen underbygger disse statistiske betraktningene.

Geodetisk MDT gir en avbildning av norskekysten som følger mange av de samme trendene som valideringsdatasettene, til tross for at den har lokale avvik langs hele kystlinjen. Noen av disse avvikene antas å være detaljer i havnivåets dynamiske topografi. I disse tilfellene gjenspeiles geodetisk MDT sine kurver seg til en viss grad i NorKyst800, som ofte viser en glattere variant av avvikene i både NMBU18 og geodetisk MDT. Ved målere hvor avviket ikke gjenspeiles i hverken NMBU18 eller NorKyst800, antas det å skyldes svakheter i geodetisk MDT.

Geodetisk MDT har i utgangspunktet lavere korrelasjon og likhet til valideringsdatasettene, enn valideringsdatasettene har med hverandre. Likheten mellom geodetisk MDT og valideringsdatasettene varierer langs kystlinjen. Denne likheten er høyest langs de sørlige delene av kystlinjen. I disse områdene er kystlinjen generelt sett mindre kompleks enn lengre nord i landet.

**Veien videre** vil være å avdekke årsaken til konstantavviket mellom geodetisk MDT og NMBU18. Det vil være interessant å utforske årsakene til at dette avviket er så stort. Her finnes det MDT-modeller basert på altimetri referert til ulike geoidmodeller som kan sammenlignes med geodetisk MDT og NMBU18. På denne måten vil eventuelle feil grunnet valg av geoidmodell kunne avdekke årsaken til konstantavviket.

Det vil også være interessant å utarbeide et feilbudsjett ved ulike metoder for bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde.

Det vil være gunstig å inkludere flere midlertidige vannstandsmålere ved å utvide referanseperioden. Ved å gjøre dette, vil man kunne utføre pålitelighetssjekker av MDT i et gitt punkt ut ifra MDT fra nærliggende målere. Ved høy nok tetthet av vannstandsmålere vil man da være rustet til å interpolere mellom MDT i vannstandsmålere for å beregne vannstand for et gitt

punkt langs kystlinjen med høy nøyaktighet.

# Bibliografi

- L Asplin, A. D. Sandvik, and J Albretsen. NorKyst800-en strømmmodell for hele norskekysten. 2009. URL <https://imr.brage.unit.no/imr-xmlui/handle/11250/116053>.
- P. K. Bratheim, A Eilefsen, V. E. Hallstein, B. G. Harsson, P. E Opseth, T Skadberg, P Skogedal, P Solli, J. G Jon Glenn Gjevestad Svendsen, and J Sundsby. Satellittbasert posisjonsbestemmelse. 2009.
- K. Breili, M. J. R. Simpson, E. Klokkervold, and O. R. Ravndal. High-accuracy coastal flood mapping for Norway using lidar data. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 20:673–694, 2020. <https://doi.org/10.5194/nhess-20-673-2020>.
- Kristian Breili. Observed sea-level changes along the norwegian coast. 2017.
- Kristian Breili. Notater for beregning av ellipsoidisk vannstand. 2020.
- Anniken Bye. Sammenligning av absolutt havnivå fra vannstandsmålere og kystnær altimetri. Master's thesis, Norwegian University of Life Sciences, Ås, 2018.
- Copernicus Climate Change Service (C3S). Era5: Fifth generation of ecmwf atmospheric re-analyses of the global climate. 2017.
- ECMWF. How to download ERA5, 2020. URL <https://confluence.ecmwf.int/display/CKB/How+to+download+ERA5>.
- M. Idžanović, V. Ophaug, and O. B. Andersen. The coastal mean dynamic topography in Norway observed by CryoSat-2 and GOCE. *Geophysical Research Letters*, 44:5609–5617, 2017. doi:10.1002/2017GL073777.
- Kartverket. Cpos. URL <https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/cpos/>. [Online; accessed 24-May-2020].
- Kartverket. Geoide. URL <https://www.kartverket.no/Systemsider/Ordbok/G/Geoiden>. [Online; accessed 15-May-2020].
- Kartverket. Norges offisielle høydesystemer og referansenivåer. 2009.
- Kartverket. Nn2000. 2018.
- Kartverket. Landhving i norge, 2018. URL <https://www.kartverket.no/kunnskap/Kart-og-kartlegging/Landheving-i-Norge/>.
- Kartverket. Slik fungerer vannstandsmålerne, 2019. URL <https://www.kartverket.no/sehavniva/data-pa-se-havniva/Slik-fungerer-vannstandsmalerne/>.

- Kartverket. Viktige vannstandsni  er, 2019. URL <https://www.kartverket.no/sehavniva/data-pa-se-havniva/viktige-vannstandsniiva/>.
- Leica Geo Systems. New leica gnss qc quality control and data analysis software, 2005. URL <https://www.gim-international.com/content/news/new-leica-gnss-qc-quality-control-and-data-analysis-software>.
- D.I Lysaker and O. Vestøl. The norwegian vertical reference frame nn2000. 2020.
- National Geodetic Survey. Antenna Calibrations. <https://geodesy.noaa.gov/ANTCAL/>.
- National Oceanic And Atmospheric Administration. What causes tides, 2019. URL [https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial\\_tides/tides02\\_cause.html](https://oceanservice.noaa.gov/education/tutorial_tides/tides02_cause.html).
- NMBU. GOCODYN, 2015-2019. URL <https://www.nmbu.no/en/projects/node/31870>. Online; accessed 21-May-2020.
- V Ophaug, K Breili, and O Andersen. A coastal mean sea surface with associated errors in norway based on new-generation altimetry. 2019.
- Vegard Ophaug. GMGD300: Geodesi Hovedkurs - Høyder. 2018.
- M. Ouassou, A. B. O. Jensen, J. G. O. Gjevestad, and O. Kristiansen. Next Generation Network Real-Time Kinematic Interpolation Segment to Improve the User Accuracy. *International Journal of Navigation and Observation*, 2015:article ID 346498, 2015. doi: 10.1155/2015/346498.
- I Revhaug. Om h  yde og ny vertikal referanseramme nn2000. 2019.
- O Vestøl, J   gren, and H. et al. Steffen. NKG2016LU: a new land uplift model for Fennoscandia and the Baltic Region. 2018. doi: 10.1007/s00190-019-01280-8.
- P Woodworth, G Woppelmann, M Marcos, M Gravelle, and R Bingley. Why we must tie satellite positioning to tide gauge data, url = <https://eos.org/opinions/why-we-must-tie-satellite-positioning-to-tide-gauge-data>, year = 2017, note = "[online; accessed 21-may-2020]".
- Jonas Ågren, G. Strykowski, Mirjam Bilker-Koivula, Ove Omang, Silja M  rdla, Rene Forsberg, Artu Ellmann, T  nis Oja, Ivars Liepins, E. Parseliunas, J  nis Kaminskis, Lars Sj  berg, and Gu  mundur Valsson. The nkg2015 gravimetric geoid model for the nordic-baltic region. 09 2016. doi: 10.13140/RG.2.2.20765.20969.



# Figurer

1.1	Plott av kystmodellen NorKyst800. . . . .	13
2.1	Illustrasjonsskisse av havets referansenivåer. . . . .	16
2.2	Illustrasjonsskisse av havets referansenivåer. . . . .	19
2.3	Differanseøkning mellom grunnrisskoordinater i IRTF14 og EUREF89 fra 1989 til 2018 som en konsekvens av tektoniske platebevegelser. . . . .	21
3.1	Illustrasjonsskisse av stativ med påmontert GNSS-mottaker med relevante størrelser for beregning av antennehøyde. . . . .	26
3.2	Bilde av feltarbeidet på Vikar. . . . .	28
3.3	Illustrasjonskart over Vikar med vannstandsmåler og TGBM. . . . .	28
3.4	Bilder av feltarbeidet ved i Helgeroa. . . . .	29
3.5	Illustrasjonskart over Helgeroa med vannstandsmåler og TGBM. . . . .	30
3.6	Bilde av feltarbeidet på Oscarsborg. . . . .	31
3.7	Illustrasjonskart over Oscarsborg med vannstandsmåler, TGBM og høydefastmerket jeg benyttet til GNSS-innmålinger. . . . .	31
3.8	Illustrasjonskart over vannstandsmåler og innmålt sikringspunkt i Narvik. . . . .	33
3.9	Illustrasjonskart over TGBM og vannstandsmåler i Andenes. . . . .	33
3.10	Illustrasjonskart over sikringspunkt og vannstandsmåler i Honningsvåg. . . . .	34
3.11	Illustrasjonskart over sikringspunkt og vannstandsmåler i Tromsø. . . . .	34
3.12	Illustrasjonskart over hjelpepunkt, sikringspunkt og vannstandsmåler i Bergen. . . . .	35
4.1	Norgeskart med alle vannstandsmålerne som er inkludert i denne oppgaven. . . . .	37
5.1	Illustrasjonsskisse av tilt i geoiden. . . . .	45
5.2	Illustrasjonsskisse av referanseflater det tas hensyn til ved bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde via TGBM. . . . .	47
5.3	Korreksjon av permanent tidejordeffekt for alle permanente og midlertidige vannstandsmålerne. . . . .	49

5.4	Sammenligning av de ellipsoidiske høydene før og etter referering av de midlertidige vannstandsmålerne til referanseperioden. . . . .	53
5.5	Sammenligningsfigur av vannstandsmåleren på Helgeroa i netCFD-format, og kartutsnitt fra samme område. Vannstandsmåler i netCDF4-grid er markert med rød node. . . . .	54
5.6	Illustrasjonskart over en av målerne som NMBU18 ikke klarte å bestemme gyldig høyde for. Illustrasjonskartet viser Sognefjorden med måleren i Fjærland, markert med rødt. . . . .	55
6.1	Geodetisk MDT, NorKyst800 og NMBU18 satt opp mot hverandre ved de permanente vannstandsmålerne . . . . .	59
6.2	Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 satt opp mot hverandre ved de permanente vannstandsmålerne, og redusert med profilenes middelværdier. . . . .	61
6.3	Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 med permanente og midlertidige målere, satt opp mot hverandre. . . . .	62
6.4	Min geodetisk bestemte MDT, NorKyst800 og NMBU18 redusert til profilenes middelværdier, og satt opp mot hverandre. . . . .	64
6.5	Scatterplott med regresjonslinjer for MDT-profilene. . . . .	65
6.6	Differanseplott av geodetisk MDT og NorKyst800. . . . .	66
6.7	Differanseplott av geodetisk MDT og NMBU18 . . . . .	67
6.8	Vannstandsmålere som i differanseplottene havnet utenfor konfidensintervallet på 95%. . . . .	68
6.9	MDT-profiler med vertikale linjer langs førsteaksen som markerer vannstandsmålerne som havnet utenfor konfidensintervallet fra differanseplottene. Profilene er identiske som i figur 6.2, men fremstår som annerledes grunnet justering av andreaksen. . . . .	68
6.10	Kartutsnitt som viser soneinndelingen av norskekysten. Ved å analysere sonene hver for seg vil jeg kunne avdekke statistiske trender på et regionalt nivå. . . . .	71
6.11	Sone 1 . . . . .	73
6.12	Sone 2 . . . . .	74
6.13	Sone 3 . . . . .	75
6.14	Sone 4 . . . . .	76
6.15	Sone 5 . . . . .	76
7.1	Nabosjekk av den midlertidige måleren på Judaberg. . . . .	81
7.2	Nabosjekk av den permanente måleren i Ålesund. . . . .	82
7.3	Nabosjekk av den midlertidige måleren på Tjuvøya. . . . .	82
7.4	Nabosjekk av den permanente måleren i Vardø. . . . .	83

# Tabeller

3.1	Feltarbeid utført av i Forbindelse med denne oppgaven. . . . .	27
3.2	Tidsintervaller for statisk GNSS for TG Viker. . . . .	27
3.3	Tidsintervaller for statisk GNSS for TG Helgeroa. . . . .	29
3.4	Tidsintervaller for statisk GNSS for TG Oscarsborg. . . . .	30
3.5	Feltarbeid utført av Kartverket. . . . .	32
4.1	Tabell som viser innmålingsmetodene til hver permanente vannstandsmåler som anvendes i denne oppgaven . . . . .	38
5.1	Vektorer mellom rover og alle basestasjoner som oppnådde fixløsning. . . . .	43
5.2	Høydekorreksjon grunnet tilt i geoiden. . . . .	46
5.3	Høydekorreksjon fra atmosfærisk trykk ved vannoverflaten for alle de permanente vannstandsmålerne. . . . .	51
5.4	Nybestemte MDT-verdier ved de vannstandsmålerne som NMBU18 ikke klarte å bestemme gyldige verdier . . . . .	55
6.1	Ellipsoidiske høyder til de innmålte høydefastmerkene som er tilknyttet feltarbeidets vannstandsmålere. . . . .	56
6.2	Spredning mellom metoder for bestemmelse av vannstandsmåleres ellipsoidiske høyde. . . . .	57
6.3	TGZ sine ellipsoidiske høyder for alle vannstandsmålerne som inngår i feltarbeidet. . . . .	58
6.4	Konstantavvik og Standardavvik til differanser fra MDT-profiler med permanente målere. . . . .	60
6.5	Korrelasjonsmatrise fra MDT-profiler med permanente målere. . . . .	60
6.6	Konstantavvik og Standardavvik til differanser fra MDT-profiler med permanente og midlertidige målere. . . . .	63
6.7	Korrelasjonsmatrise fra MDT-profiler med permanente og midlertidige målere. . . . .	63
6.8	Nye korrelasjonskoeffisienter mellom Geodetisk MDT og de to andre modellene. Denne beregningen benytter kun de MDT-verdiene som ligger innenfor $\mu\Delta +$ differansenes standardavvik*1.96. . . . .	67
6.9	Korrelasjonsmatriser mellom MDT-profilene etter soneinndelingen av kystlinjen. . . . .	70
6.10	Korrelasjonsmatriser mellom MDT-profilene etter soneinndelingen av kystlinjen. . . . .	72

9.1	Kartverkets basestasjoner som benyttes til vektorprosessering av statisk GNSS. .	94
9.2	Korreksjon av midlertidige vannstandsmålere som følge av referering til referanseperioden. . . . .	96
9.3	Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre. . . . .	98
9.4	Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre. . . . .	99
9.5	Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre. . . . .	100

# Vedlegg

## 9.1 Vedlegg 1

Tabell over Kartverkets basestasjoner som i denne oppgaven benyttes til vektorprosessering av statistisk GNSS.

Tabell 9.1: Kartverkets basestasjoner som benyttes til vektorprosessering av statistisk GNSS.

Basestasjon	Kartesiske koordinater i EUREF89		
	X	Y	Z
AASC	3172870.71700	604208.28100	5481574.23000
ANDE	2169481.21000	627616.77600	5944952.10600
ANDO	2175766.20600	624248.10000	5943417.64700
BALC	2140934.42800	746664.08400	5941587.06500
BJAC	2197254.16600	653578.02700	5932029.47500
BRGS	3155871.4239	290902.7170	5516573.3840
FINC	2157475.37400	700471.42600	5941222.35700
FREC	3213541.36900	621178.14700	5456026.04200
HANC	2064009.49900	736022.17700	5969866.84400
HAVC	1893120.51800	869251.77600	6008184.74900
KOPD	3199333.56600	585705.40900	5468271.63100
HONS	1874722.63600	912942.99500	6007499.59700
LODC	2262517.89200	648164.36000	5908272.34900
MEHC	1838248.51100	971276.97600	6009590.88200
MYRC	2221995.28000	598999.12400	5928613.82700
NARI	2242856.23500	704056.99200	5909358.84400
OPEC	3149785.96500	598260.88200	5495348.49300
OSLS	3169982.14600	579956.59500	5485936.46400
PORC	3267085.01100	542580.82800	5432705.97800
PRGC	3233111.65600	550129.78100	5452101.93700
SMRC	1934578.25900	900047.66400	5990632.88000
SKAC	2144393.16700	667776.31100	5949645.30700
SKAN	2238917.91900	666718.22000	5915089.17900
SVIC	3153905.12200	585859.54500	5494332.63400
TJMC	3227106.39200	592239.89500	5451311.02800
TRO1	2102928.81100	721619.34900	5958196.12900

## 9.2 Vedlegg 2

Tabell som viser korreksjon av de midlertidige målerne som følge av referering til referanseperioden.



Tabell 9.2: Korreksjon av midlertidige vannstandsmålere som følge av referering til referanseperioden.

Midlertidig vannstandsmåler	$\Delta s_l^{\text{permanent TG}} \text{ (m)}$	Midlertidig vannstandsmåler	$\Delta s_l^{\text{permanent TG}} \text{ (m)}$
moss	-0.437	gron	-0.305
dram	-0.297	kval	-0.081
solu	-0.296	rund	-0.057
hero	-0.226	torv	-0.277
aren	-0.233	flo	-0.192
holv	-0.166	mold	0.072
holl	-0.157	haro	0.071
kors	-0.228	vest	0.243
juda	-0.173	svik	0.235
skud	-0.125	ytte	-0.35
vnes	-0.058	vala	-0.346
rong	-0.057	brev	-0.312
ross	-0.119	mane	0.154
byrk	-0.077	gutv	0.106
rutl	-0.279	venn	-0.016
oppe	-0.242	bron	-0.019
ortn	-0.243	horn	-0.018
vang	-0.235	tjot	-0.021
fres	-0.232	nese	-0.029
flom	-0.252	tjuv	-0.445
vind	-0.254	nors	-0.405
aard	-0.269	rods	-0.203
skjo	-0.272	fjel	-0.238
solv	-0.273	hov	-0.284
kaup	-0.269	sbuk	-0.298
leis	0.093	lodi	-0.326
hell	-0.236	ball	-0.226
fjar	-0.255	fred	-0.23
ness	-0.237	lauk	-0.264
nord	-0.241	riso	-0.236
lavi	-0.25	grot	-0.017
rysj	-0.275	enge	-0.34
ekre	-0.074	senj	-0.237
bula	-0.158	bren	-0.291
kalv	-0.387	stor	-0.223
skat	-0.26	fors	-0.31
vags	-0.147	ingo	-0.15
osmu	-0.348	havo	-0.137
lars	-0.367	gjes	-0.24
vels	-0.471	skar	-0.205
vart	-0.48	inbi	-0.185
leio	-0.377	kjol	-0.289
tjor	-0.273	kong	-0.294

## 9.3 Vedlegg 3

Tabell 9.3: Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre.

Vannstands-måler	Stedsnavn	$\varphi$	$\lambda$	Ukorrigert ellipsoidisk høyde	Aktiv fra	Aktiv til
aren	Arendal	58.467559	8.795949	39.526	25.04.2017	25.08.2017
ball	Ballstad	68.072033	13.551031	35.850	12.06.2017	26.10.2017
brev	Brennholmvalen	64.043578	10.035639	37.160	23.05.2017	10.10.2017
bren	Brensholmen	69.607758	18.032583	29.300	19.09.2016	11.03.2017
bron	Brønnøysund	65.473761	12.209045	34.193	03.10.2018	06.03.2019
bula	Bulandet	61.285500	4.632800	42.250	24.04.2018	19.06.2019
byrk	Byrknes	60.894370	4.836960	43.575	25.04.2018	19.11.2019
dram	Drammen	59.730800	10.233660	38.719	27.04.2017	05.10.2017
enge	Engenes	68.926064	17.125457	29.504	21.09.2016	27.02.2017
ekre	Ekrevika	61.052321	4.738460	43.235	25.04.2018	19.06.2019
fjel	Fjeldal	68.554120	16.505210	28.786	23.09.2016	16.05.2017
fjar	Fjærland	61.401508	6.739416	43.657	05.06.2018	17.06.2019
flo	Flø	62.403778	5.846716	43.152	24.10.2016	03.06.2017
flom	Flåm	60.860869	7.119520	44.485	07.06.2018	21.06.2019
fors	Forsøl	70.721496	23.812731	22.938	29.06.2017	12.12.2017
fred	Fredvang	68.083014	13.168550	37.615	12.06.2017	06.11.2017
fres	Fresvik	61.074491	6.939391	44.378	31.05.2018	18.06.2019
gjes	Gjesvær	71.099868	25.387314	20.889	20.09.2016	10.03.2017
gron	Grønholmen	62.321325	5.652458	43.283	04.10.2016	06.06.2017
grot	Grøtavær	68.955039	16.271380	32.547	30.08.2017	18.01.2018
gutv	Gutvik Fj	65.084705	11.829876	33.991	04.10.2018	07.03.2019
haro	Harøysund	62.894255	6.958258	42.145	10.10.2017	23.03.2018
havo	Havøysund	70.994520	24.670300	21.298	28.06.2017	25.01.2018
hell	Hella	61.208100	6.597054	44.355	31.05.2018	19.11.2019
hero	Herøya	59.108320	9.643390	38.034	17.03.2016	10.08.2016
holv	Holviga	58.324449	8.578659	38.194	17.03.2016	28.08.2016
horn	Horn	65.583910	12.302834	32.735	03.10.2018	06.03.2019
hov	Hov	68.557081	16.355099	29.793	11.09.2016	16.05.2017
holl	Høllen	58.076870	7.809127	39.749	08.05.2018	12.09.2018
inbi	Holviga	70.323630	25.065720	20.025	08.01.2018	14.11.2018
ingo	Ingøy	71.084401	24.062483	21.998	12.09.2017	08.02.2018
juda	Judaberg	59.171831	5.876981	42.133	30.11.2017	11.05.2018
kalv	Kabelvåg	61.765340	4.881970	42.132	20.04.2016	18.08.2016
kaup	Kaupanger	61.182479	7.252396	42.245	06.06.2018	17.06.2019
kong	Kongsfjord	70.719180	29.312140	17.593	01.06.2016	17.10.2016
kors	Korshavn	58.023621	7.001292	39.009	07.05.2018	12.09.2018
kjol	Kristiansund	70.948670	27.337210	19.052	02.06.2016	04.11.2016
kval	Kvalsvik	62.364904	5.555692	43.383	25.10.2016	06.06.2017
lars	Larsnes	62.206560	5.569490	41.831	15.06.2016	03.10.2016
lauk	Laukvik	68.386438	14.414381	33.016	13.06.2017	12.12.2017
lavi	Lavik	61.103690	5.508285	42.530	30.05.2018	18.06.2019
leis	Leikanger Sogn	61.182648	6.796999	43.006	17.09.2018	17.06.2019

Tabell 9.4: Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre.

Vannstands-måler	Stedsnavn	$\varphi$	$\lambda$	Ukorrigert ellipsoidisk høyde	Aktiv fra	Aktiv til
leio	Leikong	62.247810	5.786530	43.501	15.06.2016	06.06.2017
lodi	Lødingen	68.415714	15.991984	29.256	21.09.2016	16.05.2017
mold	Molde	62.736693	7.158863	41.758	26.10.2016	22.03.2017
moss	Moss	59.430010	10.655390	35.273	05.02.2018	12.06.2018
mane	Måneset	64.939786	11.478360	35.656	04.10.2018	07.03.2019
nese	Neset	66.152856	13.078012	31.540	02.10.2018	05.03.2019
ness	Nessane	61.133885	6.279128	41.698	31.05.2018	18.06.2019
nord	Nordeide	61.172351	5.985232	42.561	30.05.2018	19.11.2019
nors	Nordskot	67.835185	14.785933	29.059	08.03.2016	12.08.2016
oppe	Oppedal	61.057250	5.509870	43.410	30.05.2018	20.06.2019
ortn	Ortnevik	61.113419	6.132800	43.410	30.05.2018	20.06.2019
osmu	Osmundvågen	61.986390	5.182770	43.753	19.04.2016	28.09.2016
riso	Risøyhamn	68.973948	15.644725	34.102	13.06.2017	08.11.2017
rong	Rongesund	60.508029	4.895814	41.338	23.04.2018	14.09.2018
ross	Rossneset	60.744613	4.899859	41.644	26.04.2018	07.09.2018
rund	Runde	62.396808	5.661311	42.128	25.10.2016	02.07.2017
rutl	Rutledal	61.074700	5.189720	41.913	29.05.2018	20.06.2019
rysj	Rysjedalsvika	61.113678	5.282573	42.463	29.05.2018	19.06.2019
rods	Rødskjær	68.577631	16.525602	30.027	22.09.2016	16.05.2017
sbuk	Sandsbukta	68.548639	16.298475	30.236	22.09.2016	16.05.2017
svik	Sandvika	63.233710	8.133140	39.513	27.10.2016	22.03.2017
senj	Senjahopen	69.493960	17.500943	31.936	11.05.2016	23.09.2016
skar	Skarsvåg	71.111790	25.830970	18.819	29.06.2017	05.12.2017
skat	Skatestraumen	61.875279	5.221600	43.260	18.08.2016	27.01.2017
skjo	Skjolden	61.487881	7.599384	43.052	06.06.2018	17.06.2019
skud	Skudeneshavn	59.146687	5.267310	40.453	17.04.2018	30.08.2018
solu	Solumstrand	59.712194	10.269022	38.039	27.04.2017	05.10.2017
solv	Solvorn	61.301296	7.248698	41.350	06.06.2018	17.06.2019
stor	Storekorsnes	70.215270	23.192020	23.754	27.06.2017	28.11.2017
tjuv	Tjuvøya	67.504801	12.069486	37.208	09.05.2016	29.09.2016
tjot	Tjøtta	65.822169	12.430850	33.647	03.10.2018	06.03.2019
tjor	Tjørvåg	62.287976	5.735702	42.912	03.10.2016	06.06.2017
torv	Torvik	62.335107	5.725774	41.633	03.10.2016	06.06.2017
vala	Valavågen	63.722479	8.607140	39.977	22.05.2017	12.10.2017
vang	Vangsnes	61.173828	6.632832	44.474	31.05.2018	18.06.2019
vart	Vartdal	62.308489	6.094670	41.558	16.06.2016	05.10.2016
vels	Velsvik	62.199440	5.862949	42.745	16.06.2016	05.10.2016
venn	Vennesund	65.215907	12.039902	33.633	03.10.2018	06.03.2019
vest	Vestneskaia	63.199002	7.974634	40.270	27.10.2016	22.03.2017
vind	Vindedalen	61.121163	7.335824	44.212	07.06.2018	21.06.2019
vnes	Vindenes	60.422396	5.002807	42.642	23.04.2018	10.09.2018
vags	Vågsvåg	61.934662	5.050300	40.780	24.04.2018	18.09.2018

Tabell 9.5: Tabell med vannstandsmåleres nøkkelparametre.

Vannstands-måler	Stedsnavn	$\varphi$	$\lambda$	Ukorrigert ellipsoidisk høyde	Aktiv fra	Aktiv til
ytte	Ytterskaget	63.709380	8.564240	38.537	22.05.2017	05.10.2017
aard	Årdalstangen	61.235199	7.703338	42.714	06.06.2018	21.06.2019
ande	Andenes	69.326067	16.134848	33.460	01.01.2016	18.09.2019
berg	Bergen	60.398046	5.320487	44.900	01.01.2016	18.09.2019
helg	Helgeroa	58.995212	9.856379	39.382	01.01.2016	18.09.2019
honn	Honningsvåg	70.980318	25.972697	21.452	01.01.2016	18.09.2019
narv	Narvik	68.428286	17.425759	29.126	01.01.2016	18.09.2019
osca	Oscarsborg	59.678073	10.604861	37.301	01.01.2016	18.09.2019
trom	Tromsø	69.647424	18.961323	29.504	01.01.2016	18.09.2019
vike	Viker	59.036046	10.949769	37.062	01.01.2016	18.09.2019
oslo	Oslo	59.908559	10.734510	39.389	01.01.2016	18.09.2019
treg	Tregde	58.006377	7.554759	39.935	01.01.2016	18.09.2019
stav	Stavanger	58.974339	5.730121	42.644	01.01.2016	18.09.2019
malo	Måløy	61.933776	5.113310	44.297	01.01.2016	18.09.2019
ales	Ålesund	62.469414	6.151946	43.302	01.01.2016	18.09.2019
krin	Kristiansund	63.113859	7.734352	41.876	01.01.2016	18.09.2019
maus	Mausund	63.869330	8.665230	38.653	01.01.2016	18.09.2019
heim	Heimsjø	63.425224	9.101504	39.712	01.01.2016	18.09.2019
tron	Trondheim	63.436484	10.391669	38.602	01.01.2016	18.09.2019
rorv	Rørvik	64.859456	11.230107	37.302	01.01.2016	18.09.2019
bodo	Bødo	67.288290	14.390813	29.375	01.01.2016	18.09.2019
kabe	Kabelvåg	68.212639	14.482149	33.193	01.01.2016	18.09.2019
hars	Harstad	68.801261	16.548236	31.513	01.01.2016	18.09.2019
hamm	Hammerfest	70.664641	23.683227	23.419	01.01.2016	18.09.2019
vard	Vardø	70.374978	31.104015	15.205	01.01.2016	18.09.2019





**Norges miljø- og biovitenskapelige universitet**  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway