



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2019 30 stp

Fakultet for realfag og teknologi

Ola Øvstedal

Analyse av énfrekvente GNSS rådata fra en Samsung Galaxy S9+

Analysis of single-frequency GNSS raw
measurements from a Samsung Galaxy S9+

Bjarne Undheim Jr.
M-GEOM

Forord

Takk til Ola Øvstedal for veiledningen han har bidratt med i løpet av oppgavens gang. I tider der undertegnede har vært usikker eller har sittet bom fast, har Ola vært hjelpelig og latt døren være åpen – ofte bokstavelig. Utover det å være hjelpsom er holdningen hans alltid positiv når studenten kommer bankende, og det fortjener ros. Det var satellittgeodesifaget GMSG210, som Ola underviser i, som inspirerte undertegnede til å velge gjeldende tema for oppgaven. Videre nevnes det at faget GMGD320 (tidligere GMSG310) – også undervist av Ola – viste seg å være utrolig bra som forberedelse for oppgaveskrivingen, spesielt med tanke på utførelse og dokumentasjon av det praktiske. Disse fagene, og måten de undervises, er gode eksempler på fag som inspirerer og kombinerer det teoretiske med det praktiske.

Utviklerne av mobilapplikasjonen Geo++ RINEX Logger roses for appen deres, men også for responsen over mail. Ved spørsmål og tilbakemeldinger om appen, har apputviklerne raskt kommet med svar og vært hjelpelige. Det rettes spesifikt en takk til Akira Ito, som forklarte hvordan GNSS-driftssyklusene i mobilen skrur av. Uten hans hjelp ville trolig ikke resultatene blitt så bra som de ble for delen som angår fasemålinger.

Hi Bjarne,

you cannot turn off duty-cycling from app level. In Android 9 you need to turn on the option "Force Full GNSS Measurements" under settings > developer options. Then, you should be able to record continuous phase measurements, as we can do with our S9.

Best regards,
Akira

Takk til andre som har forsket på lignende tema, blant annet Håkansson (2018) og Lachapelle et al. (2018). Deres måte å analysere og presentere råobservasjoner fra mobiler har inspirert undertegnede. Dette er tydelig i oppgavens resultatdel, hvor mange av plottene bærer likhetstrekk med deres plott fra relevante forskningsartikler.

Takk til Scan Survey. Uten den praktiske erfaringen som har blitt tilnærmet ved å jobbe for firmaet, ville ikke den praktiske utførelsen av oppgaven blitt like bra planlagt eller gjennomført. Det ses frem til å jobbe videre for firmaet etter endt studie. Spesifikt takk til kollega Andreas Saxi Jensen mtp. denne oppgaven, ettersom hans erfaringer med statiske målinger – da jeg begynte hos Scan Survey i 2016 – ble husket og har kommet til nytte i denne oppgaven. Også takk til andre kollegaer det har blitt målt sammen med – all erfaring har vært god erfaring.

Programmeringsfaget INF200: Videregående Python har vært veldig relevant for denne oppgaven. Det estimeres at rundt 80 % av tiden har blitt brukt i Python. Uten ovennevnte fag hadde mest sannsynlig ikke mye av resultatet i denne oppgaven blitt produsert i tide. En stor takk til Jason van den Brink som underviste i faget og ga konstruktiv kritikk som førte til effektiv koding – og for inspirasjon til å benytte objektorientert programmering.

Denne oppgaven har vist seg å by på mye utfordringer og stress. Derimot er det godt å se gode resultater ved oppgavens slutt. Håper alle andre på M-GEOM kommer seg fint gjennom masteren og har en lys fremtid i vente. Nå er vi ferdige på NMBU – fem fine år!

Og sist – men ikke minst – tusen takk til mor og annen slekt for omsorg og omtanke. Det hjelper godt i perioder å bli minnet på at masteroppgaven ikke er det eneste som eksisterer. En "care package" i ny og ne har også hjulpet godt på motivasjonen – spesielt når moccabønner er å finne på innsiden.



Sammendrag

Denne masteroppgaven, skrevet for REALTEK ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU), omhandler fagområdet geomatikk; mer spesifikt GNSS-observasjoner med en smartmobil. Hensikten med oppgaven er å analysere rådata fra en Samsung Galaxy S9+, som har kapabilitet for GNSS-måling på én frekvens for flere globale satellittnavigasjonssystemer (GNSS). Målinger fra nærliggende basestasjon ble også brukt i analysen av mobilobservasjonene. Oppgaven fokuseres hovedsakelig på GPS-observasjoner, men noen resultater for Galileo og andre GNSS blir også presentert. Analysen ble hovedsakelig utført vha. programmering ved bruk av Python 3.7.

Oppgaven består hovedsakelig av seks hovedkapitler, og i tillegg noen vedlegg. Kap. 1 Introduksjon: Historikk rundt temaet mobil GNSS, problemstillinger, motivasjon, forklaringer og tidligere, relevant forskning. Kap. 2 Teori: Relevant teori for oppgaven; formler, illustrasjoner og forklaringer. Kap. 3 Datainnsamling og metode: Beskrivelse av hvordan rådata ble anskaffet i praksis, og hvordan disse ble analysert. Kap. 4 Resultater: Plott og tabeller som resulterte fra analyse av rådata. Kap. 5 Diskusjon: Tolkning av resultater og generell refleksjon rundt oppgaven. Kap. 6. Konklusjon: Endelige svar på oppgavens problemstillinger og forslag til videre arbeid rundt temaet.

Først i oppgaven presenteres den moderne mobilen og hvordan den har utviklet seg blant allmennheten. Mobiltelefonen var først forbeholdt kommunikasjonsformål, men med tiden har mer og mer teknologi blitt implementert i den lommestore enheten: Bilder, video og – sist, men ikke minst – GPS. Den første GPS-støttende mobilen kom ut i 1999, og siden den tid har satellittbasert navigasjonsteknologi blitt en standard for mobiltelefonen. I 2019, tjue år senere, er det ikke lenger så mye snakk om GPS alene, men heller GNSS (Global Navigation Satellite Systems) – flere satellittbaserte navigasjonssystemer. Forventningene våre til mobilens navigasjonsteknologi har blitt større, men har kvaliteten på målingene – og posisjoneringen – blitt noe bedre?

Tidligere har det blant annet blitt forsket på GNSS rådata fra en Nexus 9-tablett (Håkansson, 2018) og en Huawei P10 (Lachapelle et al., 2018). For Nexus 9 ble det oppnådd flytløsninger med statisk måling som resulterte i 3D-presisjoner over 40 cm. Fra tilsvarende resultater for Huawei P10 ble det konkludert at kontinuerlig fasemåling var "dårlig i de fleste tilfeller" (ibid.). Med nye utviklerinnstillinger i Android 9 har derimot kontinuerlig fasemåling blitt forbedret: Det er nå mulig å skru av GNSS-relaterte driftssykluser som tidligere har skapt fasebrudd.

For anskaffelse av data i oppgaven ble det målt to individuelle punkter; AUDM og STRB, i tidsintervaller på to timer hver. AUDM befinner seg blant bygninger og en stor vannflate, mens STRB står på en øde fotballbane. Punktene ble med hensikt plassert i disse omgivelsene slik at det ene punktet ble mer utsatt for multipath enn det andre. Etter måling ble rådataene analysert og prosessert: Python 3.7 ble brukt til analysering og plotting, mens RTKLIB og SKTrans henholdsvis ble brukt til punktprosessering og -transformering.

Plott og tabeller viser resultatene fra målingene. Antall satellitter målt fra viste seg å være over 30; ofte rundt 10 for GPS og GLONASS, og 3-6 for Galileo. GPS-satellittenes baner blir også visualisert ved bruk av himmelploTT. Støyen på koden hos mobilen er, som ventet, langt høyere enn den hos geodetisk mottaker. Videre resulterer punkttestimater fra koden på flere meter i presisjon og nøyaktighet, mens fasemålingene ga presisjonsmål på godt under centimeteren.

Fasebrudd opptrådte flere ganger i måleintervallene, men det var mulig å opprettholde heltallsflertydighetene over lenger tidsintervaller. Dette resulterte i statiske fix-løsninger med 3D-presisjon på under 5 mm for punktene AUDM og STRB. Dette var et uventet bra resultat, og det kan muligens bli bedre – fasesenteret bør blant annet bestemmes.

Det kan forventes en romlig presisjon på 10-20 meter ved prosessering av støyete kodemålinger. Høydekomponenten blir som forventet dårligst. Inkludering av Galileo forbedrer kodeløsningen noe. Videre kan midling av kodebestemte punkter gi en nøyaktighet på 1.5 og 3 meter i grunnriss og høyde, respektivt. For fix-løsninger med statisk måling ble resultatet over all forventning: En romlig presisjon på under 5 mm kan oppnås med mobilens fasemålinger. Fix-løsningene bommet fremdeles på selve punktet med ca. 6 cm nord og 3-4 cm vest, men dette skyldes først og fremst at mobilens fasesenter er ukjent. PCO kan tilnærmes ved å utføre veldig nøyaktige, statiske målinger – mulig ved høy presisjon. Resultatene oppnådd i denne oppgaven virker lovende for mobilbasert GNSS i fremtiden.

Abstract

This master thesis, written for REALTEK at the Norwegian University of Life Sciences (NMBU), deals with the field of study that is geomatics; more specifically GNSS observations from a smartphone. The purpose of this thesis is to analyze raw measurements from a Samsung Galaxy S9+, which has the capability to measure on one frequency for multiple global navigation satellite systems (GNSS). Measurements from a nearby base station were also used in the analysis of the smartphone observations. The thesis focuses mainly on GPS observations but some results from Galileo and other GNSS are also presented. The analysis part was mainly accomplished by programming in Python 3.7.

The study consists of six main chapters, but also some appendices. Chp. 1 Introduction: Some history concerning mobile GNSS, issues for the thesis, motivation, explanations and former studies on the topic. Chp. 2 Theory: Relevant theory for the thesis; formulas, illustrations and explanations. Chp. 3 Data acquisition and method: Explanations on how the raw measurements were obtained, practically, and how they were analyzed. Chp. 4 Results: Plots and tables as products from the analysis. Chp. 5 Discussion: Interpretations of the results and general reflections on the thesis. Chp. 6: Conclusion: Final answers on the issues raised in the thesis, and proposals on relevant fields to study.

Firstly, the thesis presents the modern cellphone and how it has developed among people in general. The mobile phone was mainly reserved for communication purposes, but with time, more and more technology has been implemented in the pocket-sized device: Pictures, video and – finally – GPS. The first GPS-supporting cellphone was launched in 1999, and since then, satellite-based navigation technology has become a standard in cellphones. In 2019, twenty years later, we are not only interested in GPS alone, but rather GNSS – multiple satellite-based navigation systems. Our expectations regarding mobile-based navigation technology have become bigger, but has the quality of the measurements – and the positioning – become any better?

Other related field studies include research on GNSS raw measurements from a Nexus 9 tablet (Håkansson, 2018) and a Huawei P10 (Lachapelle et al., 2018). For a Nexus 9, float solutions from static measurements were achieved, resulting in precisions above 40 cm. From similar results for Huawei P10, it was concluded that “carrier phase measurement continuity was poor in most instances” (ibid.). However, with newly available developer settings in Android 9, continuous phase-measuring has been improved: GNSS-related duty-cycling, which was the main cause of cycle slips in the past, can now be turned off.

For the data acquisition in the thesis, two points were measured; AUDM and STRB, over the span of two hours each. AUDM is located among some buildings and next to a water surface, while STRB is situated on an open soccer field. The points were placed in these environments on purpose, so that one point is more exposed to multipath than the other. After data acquisition, the data were analyzed and processed: Python 3.7 was used for analyzing and plotting, while RTKLIB and SKTrans were respectively used for point-processing and transformation.

Plots and tables show the results from the measurements. The total number of satellites synced can reach over 30; often 10 GPS and GLONASS satellites, and 3-6 Galileo satellites. GPS orbits are also visualized by a sky plot. The smartphone code noise is, as expected, far greater than that of a geodetic receiver. Further, estimates from the code resulted in precisions in the meter range, while static carrier phase measurements resulted in sub-centimeter precision.

Cycle slips appeared in multiple instances during measurements, however, multiple fix ambiguities were maintained for longer periods of time. This resulted in static fix solutions with 3D precisions below 5 mm for the points AUDM and STRB. These were unexpectedly good results, and they can probably be improved – the PCO should be estimated.

A spatial precision of approximately 10-20 meters can be expected from the noisy code estimates. The height estimate is worst, as expected. The inclusion of Galileo improves the code estimates to an extent. Further, by averaging multiple code estimates, a horizontal and vertical accuracy of about 1.5 and 3 meters can be achieved, respectively. For static estimates, the results went beyond all expectations: A spatial precision below 5 mm can be achieved from the smartphone phase measurements. The accuracy is still off by some centimeters, mostly due to the unknown PCO.

Innhold

1	Introduksjon.....	1
2	Teori.....	4
2.1	Spesifikasjoner for Samsung Galaxy S9+	4
2.1.1	Broadcom BCM47752 – mobilens GNSS-mottaker.....	5
2.1.2	Lavkvalitet mottakerantenne	6
2.1.3	Driftssykluser	9
2.2	Geo++ RINEX Logger.....	10
2.2.1	Utviklet av eksperter i Tyskland.....	10
2.2.2	Bruk av appen	11
2.2.3	Feilavrundet epoke i RINEX O-filer fra Samsung Galaxy S9+.....	12
2.3	Presisjon og nøyaktighet	13
2.4	Multipath.....	14
2.5	Antennens fasesenteroffset og -variasjon.....	16
2.6	Rådataobservasjoner	17
2.6.1	Kodemåling.....	17
2.6.2	Fasemåling.....	18
2.6.3	Observasjonsstørrelser	18
2.6.4	Kode-fase-differanser	19
2.6.5	Fasebrudd.....	20
2.6.6	Trippeldifferanser for detektering av fasebrudd	21
2.7	Ionosfæreforsinkelse.....	25
2.7.1	Effekten av ionosfæren på satellittsignaler.....	25
2.7.2	Metoder for ionosfærekorreksjon	26
2.7.3	Korrigerings av ionosfærisk forsinkelse mht. tofrekvent måling	26
2.7.4	Estimering av ionosfærisk forsinkelse vha. dobbeltfrekvent måling	28
3	Datainnsamling og metode	30
3.1	Måleutstyr	31
3.2	Beskrivelse av oppsett for innmåling med mobil.....	32
3.3	Måleskjema: AUDM – kant i svingen utenfor Aud Max (Ås).....	33
3.4	Måleskjema: STRB – midt i betongsirkel på Storebrand fotballbane (Ås)	34
3.5	Fasitkoordinater for AUDM og STRB (CPOS).....	35
3.6	Analyse og produksjon av resultater	36
4	Resultat	37
4.1	Antall satellitter observert fra.....	38
4.2	Himmelplott av GPS-satellitter.....	39

4.3	Støy på målt kode: Samsung Galaxy S9+ vs. geodetisk mottaker	40
4.4	Sammenligning av trend fra ionosfærisk forsinkelse	44
4.5	Dobbeldifferanser og trippeldifferanser	45
4.6	Detekterte fasebrudd	49
4.7	SPP: Enkeltpunktestimater ulike GNSS for koden	51
4.7.1	Nøyaktighetsmål	53
4.8	Statisk-relativ posisjonsbestemmelse med fasen	55
4.8.1	Fix- og flytløsninger over tid	58
4.8.2	Presisjon- og nøyaktighetsverdier	62
4.8.3	Mer presise fix-løsninger fra estimater med stort antall satellitter	63
5	Diskusjon	65
5.1	Mange satellittobservasjoner fra ulike GNSS	65
5.2	Støyete kodemålinger gir nøyaktighet på noen meter	66
5.2.1	GPS enkeltpunktbestemmelser vha. kode	66
5.2.2	GPS- og Galileo-kombinasjon forbedrer kodeestimatet	66
5.2.3	Klobuchar vs. tofrekvent ionosfæreestimat	67
5.3	Statistiske fasemålinger gir 3D-presisjon under centimeteren	68
5.3.1	Subcentimeter presisjon	68
5.3.2	Millimeter presisjon med mobil oppnåelig?	69
5.3.3	Noen centimeter feil i nøyaktighet	71
5.3.4	Fasesentervariasjon og fremtidig anbefaling til mottakerprodusenter	72
6	Konklusjon	73
	Referanser	74
	Vedlegg	75
	Vedlegg A: Flere kode-fase-differanser (PRN12 og PRN25)	75
	Vedlegg B: Kodeestimer (SPP) for AUDM	77
	Vedlegg C: Kinematisk-relative estimater (mobil i ro)	79
	Vedlegg D: Alle oppdagede fasebrudd – og kode-fase-differanser (Ref.sat: G12)	80
	Vedlegg D1: Punkt AUDM (UTC: 10:08:50 - 12:09:01)	80
	Vedlegg D2: Punkt STRB (UTC: 12:39:27 - 14:40:03)	86

Begreper og forkortelser

Her finnes en liste med beskrivelser av begreper og forkortelser som kan slås opp om ønskelig. Den blå delen oppgir enten en forkortelse skrevet fullt ut eller et begrep oversatt til norsk eller engelsk.

<i>Begrep/forkortelse</i>	<i>Betydning</i>	<i>Beskrivelse</i>
BeiDou (Compass)		Det kinesiske satellittnavigasjonssystemet, med geostasjonære satellitter over den asiatiske verdensdelen.
CPOS	Centimeter posisjoner i sanntid	Kartverkets RTK-tjeneste som tilbyr måling relativt en virtuell referansestasjon (skapt av basestasjoner).
Driftssykluser	<i>Duty cycling</i> (engelsk)	Brøkdelen av en periode for hvor lenge et signal eller system er aktivt, f.eks. hvor lenge en GNSS-mottaker er aktiv.
Epoke	<i>Epoch</i> (engelsk)	Dato og tid for blant annet registrerte satellittobservasjoner. Kan oppgis som <u>YYYY-MM-DD hh:mm:ss</u> , men også <u>GPS-uke + årets dag + desimaltimer, desimalår, m.m.</u>
Faseflertydighet	<i>Ambiguity</i> (engelsk)	Antall hele ukjente bølgelengder mellom en satellitt og mottaker. Kan også tilnærmes som flyttall (desimaltall).
Fastmerke		Et punkt med kjente koordinater i virkeligheten.
“Fix”	Heltallsflertydighet-løsning	Posisjonering med satellittenes faseflertydighet bestemt som heltall. Gir generelt mer nøyaktige resultater.
“Float”	Flyttallsflertydighet-løsning	Posisjonering med satellittenes faseflertydighet bestemt som desimaltall. Gir generelt mer unøyaktige resultater.
Galileo		Det europeiske satellittnavigasjonssystemet.
Geodetisk		Adjektiv som viser til at noe er relatert til (eller spesifikt laget for) formål som innebærer måling av jorden og dens endring.
GLONASS	Globalnaja navigatsionnaja sputnikovaja sistema	Det russiske satellittnavigasjonssystemet.
GNSS	Global Navigation Satellite Systems	Fellesbetegnelse for ulike globale (og regionale) satellittnavigasjonssystemer. GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou og QZSS havner alle under GNSS.

GPS	Global Positioning System	Det amerikanske satellittnavigasjonssystemet, også kjent som NAVSTAR.
Kalmanfilter		Optimal estimeringsmetode som legger til observasjoner for hvert steg fremover (eller bakover) i tid – sekvensielt.
Kinematisk måling		Relative målinger med rover og referansestasjon der roveren generelt er i bevegelse.
Koordinat		En komponent som angir plasseringen av et punkt, oftest oppgitt som flere komponenter, f.eks. nord, øst og høyde; bredde- og lengdegrad; (X, Y, Z).
MKM	Minste kvadraters metode	Optimal estimeringsmetode for f.eks. bestemmelse av posisjon og klokkefeil.
Nøyaktighet		Statistisk kvalitetsmål på hvor godt estimatet – ofte et middel av flere estimater – treffer i forhold til sann verdi. Oppgis som avvik fra sann verdi; gresk bokstav Δ i oppgaven.
Presisjon		Statistisk kvalitetsmål på hvor god samlingen av flere estimater (f.eks. enkeltpunkter) er. Oppgis ofte som standardavvik (eller f.eks. ytre pålitelighet i landmåling).
QZSS	Quazi-Zenith Satellite System	Japansk, regionalt satellittnavigasjonssystem som anses å være et GNSS.
Referansestasjon		En stillestående mottaker, typisk en <i>geodetisk</i> mottaker, med kjente koordinater som ofte brukes til å bestemme koordinater for andre punkt mht. vektoren mellom de to punktene.
Rover		Ved måling relativt en referansestasjon er roveren det ukjente punktet det måles fra som ønskes bestemt.
RMS	Root mean square, kvadratisk gjennomsnitt	Statistisk middelværdi, ofte brukt i sammenheng med observasjoner som oscillerer/svinger over tid.
SPP	Single Point Positioning	Enkeltpunktbestemmelser vha. kodeobservasjoner.
Statisk måling		Relative målinger med rover og referansestasjon der roveren ligger i ro.

Figuroversikt

Figur 1 Snake 2 på en NOKIA 3310 mobiltelefon, lansert i år 2000. (Hentet fra: www.joe.ie).....	1
Figur 2 En Benefon Esc!. Den første mobilen med GPS ble lansert i 1999. (Hentet fra: http://helpgadgetreviews.blogspot.com).....	2
Figur 3 Samsung Galaxy S9+. Hovedenheten for innmålinger i oppgaven. (Hentet fra: https://gadgets360.com).....	4
Figur 4 Broadcom BCM45772 GNSS-mottakeren som finnes inni en Samsung Galaxy S9+. (Hentet fra: https://techinsights.com/).....	5
Figur 5 Skjermdump fra personlig SGS9+ som viser noen av utviklerinnstillingene.....	9
Figur 6 Geo++ RINEX Logger logo. (Hentet fra: https://play.google.com)	10
Figur 7 Det grafiske brukergrensesnittet til Geo++ RINEX Logger: "Overvåkning", "filer" og "innstillinger".....	11
Figur 8 T.v.: Utsnitt av to epoker i RINEX O-filen tilhørende STRB, som vist i Notepad++. T.h.: Utsnitt fra Spyderkonsollen (Python) som viser alle epoker med flytsekunder (mikrosekunder ikke lik null).	12
Figur 9 Presisjon og nøyaktighet: Presisjonen beskriver kvaliteten på samlingen av punktene; nøyaktighet beskriver kvaliteten på plasseringen av punktene relativt sann verdi. (Hentet fra: https://www.reddit.com/).....	13
Figur 10 Illustrasjon av multipath; direkte og indirekte (reflekterte) stråler. (Hentet fra: www.navipedia.net/)	14
Figur 11 Geodetisk måleutstyr laget spesifikt for GNSS-måling bruker ofte en (1) "choke-ring" for å svekke multipath-signaler. Videre kan andre tiltak (2) kvitte seg med multipath ved å absorbere indirekte signaler før disse når mottakerelementet i antennen. (Hentet fra: UNAVCO).....	14
Figur 12 Illustrasjon av effekten fra multipath på mobil og geodetisk mottaker. (Bjarne Undheim).....	15
Figur 13 Illustrasjon av antennerreferansepunktet (ARP), fasesenteroffset (PCO) og fasesentervariasjonen (PCV). (Hentet fra: Hofmann-Wellenhof et al. (2008, s. 148)).....	16
Figur 14 Kodene fra satellittsignalet (rødt) og koden generert i mottakeren (blått) forskyves slik at begge samsvarer. Forskyvningen tilsvarer en tidsendring, Δt . Nederst vises korrelasjonsnivåene. (Hentet fra: "GNSS Basic Observables", Navipedia)	17
Figur 15 Kode-fase-differanser over et kort tidsintervall på 600 sekunder. Tiden (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Gjennomsnittsdifferansen oppgis ved RMS-verdien (<i>root mean square</i>).....	19
Figur 16 Kode-fase-differanser med fasebrudd. Tidspunkt (UTC-tid) plottes langs x-aksen for kode-fase-differanser langs y-aksen. Det store hoppet etter 14:15 viser et tydelig fasebrudd – en stor, konstant endring (offset).....	20
Figur 17 To mottakere som måler mot to felles satellitter danner dobbeltdifferanser og trippeldifferanser. (Hentet fra: Van Sickle (2015))	21
Figur 18 Fasebrudd slik som de generelt fremstår i plott av dobbeltdifferanser (øverst) og trippeldifferanser (nederst). (Hentet fra: Van Sickle (2015)).....	22
Figur 19 Residualvektor (øverst) og observasjonsvektor (nederst) med større verdier som skiller seg ut for GPS PRN 22.....	24
Figur 20 Ionosfærens propagerende effekt på satellittsignalet. (Hentet fra: http://www.wirelessdictionary.com/) ...	25
Figur 21 Illustrasjon av ionosfærens påvirkning på GNSS-observasjonene som samles av smartmobil og geodetisk mottaker (Bjarne Undheim).	27
Figur 22 Oversiktsbilde over fullstendig målesituasjon. Punktene av interesse er merket med 📍: AUDM (lengst nord), STRB (i midten) og referansestasjonen AASC (sør-øst). (Skjermdump fra Google Maps).....	30
Figur 23 Oversikt over utstyret brukt i oppgaven til å foreta datalogging. (Bilde av Samsung Galaxy S9+ er hentet fra https://i.gadgets360cdn.com/ og bilde av TOPCON HiPer SR er hentet fra https://www.topconpositioning.com/) ..	31
Figur 24 T.v.: Stativet som ble stilt opp over AUDM-punktet før innmåling. Midt.: Fotplaten som ble plassert opp på stativet. T.h.: En hardtarbeidende geomatikkstudent (Foto: Bendik Hassel).....	32
Figur 25 Oppstilling på punktet AUDM og oversikt over omgivelsene. Panoramabilde mot nord.	33
Figur 26 AUDM sett ovenfra (Skjermdump fra Google Maps).....	33
Figur 27 STRB sin oppstilling og betongsjirkele som ble brukt som flate til å stå på. Panoramabilde mot nord.	34
Figur 28 STRB sett ovenfra (Skjermdump fra Google Maps).....	34
Figur 29 Fasitkoordinatene ble lagret for ulike transformasjoner i Python.	35

Figur 30 En oppsummering av resultatene i oppgaven mht. koordinatdomenet: Enkeltpunkttestimater mht. koden (øverst) og fix-løsninger fra statisk-relativ posisjonering (nederst), for punktet STRB. De venstre plottene viser differanser i øst vs. nord mens de høyre plottene viser differanser i grunnriss vs. høyde. Differansene beregnes som gjennomsnittsestimatet (rød stjerne) minus det sanne punktet (rødt pluss). Feilellipser (røde ellipser), med halvaksler lik $1 \cdot \sigma$, visualiserer presisjonen i grunnrisset.	37
Figur 31 Antall satellitter Samsung Galaxy S9+ mottok målinger fra (per epoke) i løpet av målingene: Punkt AUDM øverst og punkt STRB nederst. Tidspunktene kommer av de observerte epokene og er oppgitt i UTC-tid. <i>G</i> : GPS; <i>R</i> : GLONASS; <i>E</i> : Galileo; <i>C</i> : BeiDou; <i>J</i> : QZSS.	38
Figur 32 Himmelplokk for GPS-satellitposisjoner. Satellittposisjonene vises relativt mobilens posisjon (i midten) og oppgis som asimut og elevasjonsvinkel (i grader): Nord og sør tilsvarer henholdsvis 0 og 180 grader i sirkelen mens tall i fet tilsvarer elevasjonsvinkler fra horisonten (null). Til venstre vises signalstyrker (S/N) og til høyre et enklere plott for identifisering av satellitt.	39
Figur 33 Kode-fase-differanser for målinger fra GPS PRN 14 over tidsintervall på 600 sekunder. Tiden passert (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Plottet er hentet fra UTC-tidsrommet 11:50-12:00 da SGS9+ befant seg på punktet AUDM.	40
Figur 34 Kode-fase-differanser for målinger fra GPS PRN 14 over tidsintervall på 600 sekunder: Tiden passert (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Plottet er hentet fra UTC-tidsrommet 12:50-13:00 da SGS9+ befant seg på punktet STRB.	41
Figur 35 Kode-fase-differanser for et utvalg Galileo-satellitter: E01 (øverst), E13 (midten) og E21 (nederst). Passert tid (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Punkt målt fra: AUDM.	42
Figur 36 Kode-fase-differanser for et utvalg Galileo-satellitter: E03 (øverst), E24 (midten) og E26 (nederst). Passert tid (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Punkt målt fra: STRB.	43
Figur 37 Endring i kode-fase-differanser (blått) plottet sammen med endringen i estimert ionosfæreforsinkelse (oransje) for signalet til GPS PRN 12. X-aksen viser klokkeslett for hver time frem i tid (UTC-tid), for fem timer. Målinger fra AUDM (venstre) og STRB (høyre) vises øverst; målinger fra den geodetiske basestasjonen vises nederst.	44
Figur 38 Dobbeldifferanser (over) og trippeldifferanser (under) for mobilmålingene ved AUDM relativt målinger fra referansestasjon (AASC). Referansesatellitt er satt til GPS PRN 12 for hele måleintervallet. Satellittens elevasjonsvinkler vises som lyseblå linjer. Større skala av trippeldifferanseplottet finnes på neste side.	45
Figur 39 Dobbeldifferanser (over) og trippeldifferanser (under) for mobilmålingene ved STRB relativt målinger fra referansestasjon (AASC). Referansesatellitt er satt til GPS PRN 12 for hele måleintervallet. Satellittens elevasjonsvinkler vises som lyseblå linjer. Større skala av trippeldifferanseplottet finnes på neste side.	47
Figur 40 Kode-fase-differanser for et måleintervall på to timer, for GPS PRN 02 (øverst) og 06 (nederst). Fasebrudd fremstår som vertikale, stiplede linjer (sort): Øvre plott viser målinger uten detekterte fasebrudd; nedre plott viser flere detekterte fasebrudd for fasemålingene. Satellittens elevasjonsvinkel vises som en stiplet, rød linje.	49
Figur 41 Kode-fase-differanser for to timer med måling, for GPS PRN 29 (øverst), 24 (midten) og 25 (nederst). Klokkeslett i UTC-tid vises langs x-aksen og kode-fase-differanser vises langs y-aksen. Ikke-detekterte fasebrudd opptrer som store hopp/offset i kode-fase-differansene som <i>ikke</i> blir merket med stiplet linje. Satellittens elevasjonsvinkel vises som en stiplet, rød linje.	50
Figur 42 1-sek enkeltpunkttestimater (blå prikker) for GPS og Galileo, sammen med middel av estimatene (rød stjerne) og sann verdi (rødt pluss) fra CPOS-målinger. Feilellipse (rød ellipse) vises med σ lik 1. Venstre plott viser differansene i øst plottet mot differanser i nord, mens plott til høyre viser differanser i grunnrisset (horisontal avstand i nord/øst) plottet mot høydedifferanser. Differansene beregnes som estimert koordinat minus sann koordinat.	51
Figur 43 Enkeltpunkttestimater (blå prikker) for kombinasjonene GPS og Galileo (øverst) og GPS-GLONASS-Galileo (nederst) sammen med middel av estimatene (rød stjerne) og sann verdi (rødt pluss) fra CPOS-målinger. Feilellipse (rød ellipse) vises med σ lik 1. Venstre plott viser differansene i øst plottet mot differanser i nord, mens plott til høyre viser differanser i grunnrisset (horisontal avstand i nord/øst) plottet mot høydedifferanser. Differansene beregnes som estimert koordinat minus sann koordinat.	52
Figur 44 Alle 1-sek fix- og flytløsninger uten korreksjoner for uteliggere og grove startløsninger: Blå prikker er flytløsninger og grønne prikker er fix-løsninger (synes lite). Differanser beregnes som estimerte koordinater (rød stjerne) minus sanne punktkoordinater (rødt pluss). Venstre plott viser differanser i øst plottet mot differanser i nord, mens høyre plott viser differanse i grunnriss plottet mot høydedifferanse. Feilellipsen (rød ellipse) har dimensjoner på	

ett standardavvik ($1 \cdot \sigma$). Det ble målt fra AUDM (øverste plott) og STRB (nederste plott) relativ basestasjonen AASC.	55
Figur 45 Statistiske 1-sek koordinatbestemmelser for målinger relativ basestasjon AASC: Roverpunkt AUDM (øverst) og STRB (nederst). Punkter for flytløsning (blå prikker) og fix-løsning (grønne prikker) vises sammen med feilellipse (rød ellipse) med σ lik 1, samt gjennomsnittlig posisjon (rød stjerne) og sann posisjon (rødt pluss). Til venstre vises differanser for øst plottet mot nord. Til høyre vises differanser i grunnriss plottet mot høyder. Den grå "skyggen" viser de statistiske løsningene dersom posisjonene korrigeres for midlere offset fra begge punktenes fix-løsninger – korrigeres kun i 2D.	56
Figur 46 Statistiske 1-sek fix-løsninger for målinger relativ basestasjon AASC: Roverpunkt AUDM (øverst) og STRB (nederst). Punkter for fix-løsning (grønne prikker) vises sammen med feilellipse (rød ellipse) med σ lik 1, samt gjennomsnittlige koordinater (rød stjerne) og sann posisjon (rødt pluss). Til venstre vises differanser for øst plottet mot nord. Til høyre vises differanser i grunnriss plottet mot høyder. Den grå "skyggen" viser de statistiske løsningene dersom posisjonene korrigeres for midlere offset fra begge punktenes fix-løsninger – korrigeres kun i 2D.	57
Figur 47 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: AUDM.	58
Figur 48 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data – <i>kun inkludert data fra og med 30 minutter målt</i> . Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: AUDM.	59
Figur 49 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: STRB.	60
Figur 50 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data – <i>kun inkludert data fra og med 30 minutter målt</i> . Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: STRB.	61
Figur 51 Fix-løsninger kun fra estimater som bruker <i>syv og åtte</i> satellitter i punktbestemmelsen. Punkttestimatene (grønne prikker) oppgis sammen med det gjennomsnittlige punktet (rød stjerne) og vises sammen med feilellipsen (rød ellipse) som har halvaksler lik $1 \cdot \sigma$. Øst- vs. norddifferanser vises til venstre; grunnriss- mot høydendifferanser til høyre. Differansene beregnes som midlet punkttestimat minus sant punkt. Merk: Det sanne punktet havner utenfor plottets grenser (sør-øst). AUDM øverst og STRB nederst.	63
Figur 52 Fix-løsninger kun fra estimater som bruker <i>åtte</i> satellitter i punktbestemmelsen. Punkttestimatene (grønne prikker) oppgis sammen med det gjennomsnittlige punktet (rød stjerne) og vises sammen med feilellipsen (rød ellipse) som har halvaksler lik $1 \cdot \sigma$. Øst- vs. norddifferanser vises til venstre; grunnriss- mot høydendifferanser til høyre. Differansene beregnes som midlet punkttestimat minus sant punkt. Merk: Det sanne punktet havner utenfor plottets grenser (sør-øst). AUDM øverst og STRB nederst.	64
Figur 53 Sannsynligheten for samtidig bestemt heltallsflertydighet for syv satellitter (y-akse) som funksjon av sekunder målt (x-akse). Viser for flere ulike typer antenne. (Hentet fra: Pesyna et al. (2014, s. 7))	68
Figur 54 Kode-fase-differanser for GPS PRN 17, målt ved AUDM. Tidspunkt (UTC-tid) plottes langs x-aksen mot kode-fasedifferanser langs y-aksen. Rød-stiplet linje viser satellittens elevasjonsvinkel – verdier langs motsatt y-akse.	70

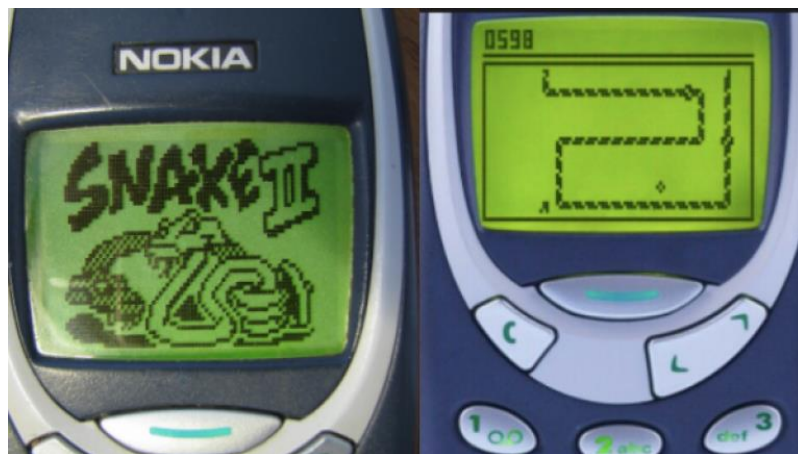
Tabelloversikt

Tabell 1 De mest relevante spesifikasjonene for Samsung Galaxy S9+ (Yang & Wegner, 2018).....	4
Tabell 2 Måleksjema for AUDM.....	33
Tabell 3 Måleskjema for STRB.....	34
Tabell 4 Fasitkoordinater fra CPOS-målinger for punktet AUDM. Oppgis sammen med koordinatenes respektive standardavvik (fra målebok) for EUREF89 nord- og østkoordinater og NN2000-høyder. Alle verdier er oppgitt i meter.	35
Tabell 5 Fasitkoordinater fra CPOS-målinger for punktet STRB. Oppgis sammen med koordinatenes respektive standardavvik (fra målebok) for EUREF89 nord- og østkoordinater og NN2000-høyder. Alle verdier er oppgitt i meter.	35
Tabell 6 RMS-verdier (meter) for ulike GPS-satellitters kode-fase-differanser. Oppgis for geodetisk mottaker og Samsung Galaxy S9+ i tidsintervallet 11:50-12:00, da mobilen befant seg ved AUDM.	41
Tabell 7 RMS-verdier (meter) for ulike GPS-satellitters kode-fase-differanser. Oppgis for geodetisk mottaker og Samsung Galaxy S9+ i tidsintervallet 12:50-13:00, da mobilen befant seg ved STRB.	41
Tabell 8 Standardavvik σ (i meter) per koordinatkomponent fra enkeltpunktestimater med ulike GNSS-kombinasjoner for punktene AUDM og STRB. <i>G</i> : GPS, <i>E</i> : Galileo, <i>R</i> : GLONASS. Fra måleintervaller på to timer.....	52
Tabell 9 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimater fra GPS.	53
Tabell 10 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimater fra Galileo.	53
Tabell 11 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimater fra kombinasjonen GPS og Galileo.	53
Tabell 12 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimater fra kombinasjonen GPS, GLONASS og Galileo.	53
Tabell 13 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra GPS.	54
Tabell 14 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra Galileo.	54
Tabell 15 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra kombinasjonen GPS og Galileo.	54
Tabell 16 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra kombinasjonen GPS, GLONASS og Galileo.	54
Tabell 17 Totalt antall fix- og float-løsninger for hele måleintervallet og prosentandel for intervallet etter 1 time. Punkt AUDM.....	59
Tabell 18 Totalt antall fix- og float-løsninger for hele måleintervallet og prosentandel for intervallet etter 1 time. Punkt STRB.	61
Tabell 19 Standardavvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for statiske fix-løsninger. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: AUDM.....	62
Tabell 20 Standardavvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for statiske fix-løsninger. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: STRB.	62

Tabell 21 Std.avvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for <i>fix-løsninger med 7 og 8 satellitter</i> . Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: AUDM.	62
Tabell 22 Std.avvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for <i>fix-løsninger med 7 og 8 satellitter</i> . Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: STRB.	62
Tabell 23 Kartverkets opplysninger om presisjonen til CPOS (https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/cpos/).	71

1 Introduksjon

Smartmobilen er kanskje den mest brukte teknologiske eiendelen i det 21. århundret. Ifølge (Statista, 2019) estimeres antallet smartmobilbrukere i Norge til å være på over 4.5 milliarder i 2020 – over 80 % av det estimerte folketallet. Det er kanskje ikke så rart. Ettersom mobilen endrer seg sterkt i takt med mye annen teknologi vi ser i dag, er det vanskelig å la være å eie en. Det blir nesten litt *dumt* å ikke eie en smarttelefon. For bare noen tiår siden var mobiltelefonen forbeholdt telefonsamtaler og tekstmeldinger – og var en heldig fantes også en versjon av "Snake" installert (**Figur 1**).



Figur 1 Snake 2 på en NOKIA 3310 mobiltelefon, lansert i år 2000. (Hentet fra: www.joe.ie)

I nyere tid har mobilen blitt smartere med årene: WiFi og bedre mobilnett gir nå brukeren tilgang til internett på lik linje med en personlig datamaskin. Bilder kan tas og videoer kan filmes, og bankkortet kan snart fullstendig erstattes av den trådløse NFC-teknologien som de fleste nyere smartmobiler kommer med. Videre er det ett til felt hvor moderne mobiler vekker interesse: Globale satellittnavigasjonssystemer (GNSS).

Jeg kan huske da familien min og jeg, for mange år siden, skulle på ferie til Danmark om sommeren. Vi tok flere bilturer dit – nesten hvert år – og noe av det jeg husker best, er stefaren min som brettet ut et svært kart for å finne raskeste vei til Billund. "Det er deilig å være norsk i Danmark", sies det ofte, men helst ikke *lost* i Danmark. Kronglete og stort var kartet, men det hjalp oss alltid å finne fram til slutt. Det var den gang: Nå bruker færre og færre fysiske kart til navigering, for nå eier de fleste en mobil.

Den første GPS-mobilen på markedet var en finskutviklet Benefon Esc! (**Figur 2**) som ble lansert i 1999 (Sullivan, 2012). Lanseringen var bra timet ettersom Clinton-administrasjonen gjorde slutt på *Selective Availability* året etter (2000) – SA var en degradering av GPS-signalet, påført med hensikt av forsvarsdepartementet i USA. Ulikt mange av dagens smartmobiler, var Benefon Esc! spesifikt laget med posisjonering som et hovedformål. Den hadde til og med en "Friend Find"-funksjon som gjorde det mulig å lokalisere andre brukere av samme type mobil. I brukermanualen (Benefon, 1999) står det "*Benefon Esc! Personal Navigation Phone is a revolutionary communication instrument*



Figur 2 En Benetton Esc!. Den første mobilen med GPS ble lansert i 1999. (Hentet fra: <http://helpgadgetreviews.blogspot.com>)

you'll never get lost with." og i spesifikasjonene skrytes det av at mobilen støtter målinger fra hele 12 GPS-satellitter samtidig. For den tid var dette ganske så revolusjonerende: Telefoni og navigering i én og samme pakke!

Synet av stefaren min i Danmark, med det store kartet over hele bilens dashboard, hører nå fortiden til. Integrerte GNSS-systemer blir mer og mer vanlige i moderne biler, spesielt de med autonome egenskaper. Men har du ikke en integrert GNSS-mottaker i bilen din i 2019, trenger du sannsynligvis ikke kjøpe "en GPS" (dagligtale). Folk flest har allerede (i det minste) mulighet for GPS-navigasjon med mobilen. Mange, inkludert meg selv, bruker Google Maps til navigering i hverdagen, både i bil og til fots. Skal man til et ukjent sted er det mange som heller drar opp mobilen enn å spørre andre om veien. Men er veivisningen i Google Maps bra nok? For den vanlige brukeren kan mobilens posisjonering oppleves som bra eller utmerket: Den viser hvor vi er sånn omtrent og får oss, i de fleste tilfeller, dit vi vil. Derimot er posisjonering med mobil begrenset på profesjonelle fagområder som omfatter GNSS: Landmåling, militær våpennavigasjon og luftfart er eksempler på slike områder. Spesielt innen landmåling vil mobil-GNSS ikke anses tilstrekkelig.

Ulike brukere av GNSS stiller ulike krav til kvaliteten på målingene. For kjæresteparet Bendik og Ingvill har det kanskje ikke så mye å si om Google Maps viser posisjonen deres med en feil på fem meter – som ofte er tilfellet med smartmobiler. De finner fremdeles frem til restauranten de ønsker å besøke i Oslo, selv om Google Maps viser at de befinner seg litt inni bygningen de står ved siden av. På den annen side ville en landmålerbedrift nektet å bruke mobilen til innmåling av fastmerker og trikkeskinner. Dette er målejobber som generelt stiller centimeter- og millimeterkrav til posisjonens nøyaktighet. Her bruker landmåleren dyrt, GNSS-spesifikt måleutstyr – utstyr designet kun med GNSS-posisjonering som formål. Slikt utstyr omtales gjerne som "geodetisk". Dette utstyret koster flere titusen kroner – ofte over hundre tusen om en skal ha det nyeste. Det betales altså dyrt for nøyaktige målinger. Til kontrast er smartmobilens GNSS-kapabilitet mye mer begrenset per dags dato. Hva er det som gjør mobilen sin posisjonering dårligere enn den hos det GNSS-spesifikke? Det er flere grunner til dette, noe denne oppgaven omtaler.

Hensikten med denne oppgaven er å vurdere kvaliteten til énfrekvente GNSS-målinger fra en Samsung Galaxy S9+. Nylig har det også kommet smartmobiler fra kinesiske Xiaomi og Huawei som tillater tofrekvente målinger. Utenom disse kinesiske mobilene kommer de fleste smartmobiler kun med kapabilitet for énfrekvent GNSS-måling, og derfor anses det fremdeles relevant å forske på énfrekvente enheter. Den velkjente fordelene med tofrekvent måling er at man lettere og bedre kan korrigere for ionosfæreforsinkelsen – ionosfæren bidrar med store feil i observasjonene. Énfrekvente måleenheter bruker dårligere ionosfæreestimer, som regel fra navigasjonsmeldingen (Klobuchar), eller noe bedre estimer fra en IONEX-fil. I oppgaven ble det også sett litt på estimer fra tofrekvent referansemottaker. Siden basestasjonen i denne oppgaven kun har støtte for GPS og GLONASS, blir relative målinger begrenset til GPS.

De observerte kodemålingene fra mobilen er langt dårligere enn den observerte fasen. Dette skyldes blant annet kodemålingenes sensitivitet for ulike feilkilder – spesielt multipath. Fasen påvirkes også av disse feilkildene, men i mye mindre grad. Så lenge kontinuerlig fasemåling opprettholdes, kan dermed fasen brukes til å kontrollere kvaliteten på koden. Dette forutsetter at fasebrudd ikke forekommer alt for hyppig i løpet av dataloggingen. Dette har tidligere vist seg å være et problem med Android-enheter ettersom *driftssykluser* sørger for at mobilens GNSS-måling skrur seg av og på. Dette gjør mobilen for å spare strøm, men det har som en uheldig effekt å forårsake diskontinuitet i fasemålingene – fasebrudd med andre ord. I nyeste versjon av Android, versjon 9.0, er det nå mulig å skru av GNSS-relaterte driftssykluser i utviklerinnstillingene. Dette ble benyttet i oppgaven i håp om at kontinuerlig fasemåling skulle opprettholdes.

Tidligere forskning har ikke gitt særlig gode resultater for fasemålinger med smartenheter: Med en Nexus 9-tablett (Håkansson, 2018) var det mulig å oppnå 40 cm romlig presisjon dersom et multipath-absorberende materiale ble brukt, og med en Huawei P10 (Lachapelle et al., 2018) ble det konkludert at kapabiliteten for kontinuerlig fasemåling var generelt dårlig. Dette skyldes blant annet at mobilmottakerens forsterkning av satellittsignalene viste seg å være signifikant dårligere (7-8 db-Hz mindre) enn for andre typer enheter, f.eks. håndholdte GNSS-mottakere.

Videre er det også kjent at GNSS-antennen i smartmobiler generelt er av langt dårligere kvalitet enn de hos geodetisk utstyr (Håkansson, 2018). Mobilens komponenter skal ta lite plass og være billige å masseprodusere, noe som også omfatter GNSS-komponentene.

Resultatene i denne oppgaven forsøker å gi svar på hvilken kvalitet som kan forventes av GNSS-mottakeren som finnes i en Samsung Galaxy S9+, som ble utgitt i mars 2018. I kontekst av det som har blitt skrevet ovenfor, følger det noen naturlige problemstillinger for oppgaven:

- Hvilken kvalitet kan forventes fra smartmobilens kode?
- Kan kontinuerlig fasemåling opprettholdes, eller vil driftssykluser, lavkvalitetsantenne, e.l. skape for mange fasebrudd til at fasemålinger med smartmobil kan anses hensiktsmessig?
- Dersom kontinuerlig fasemåling er mulig, hvilken kvalitet er det i så fall mulig å oppnå?
- Hva kan gjøres for å ytterligere forbedre presisjon og nøyaktighet ved kode- og fasemåling med mobilen?

Disse spørsmålene blir besvart ved analyse av rådataobservasjoner og estimerte koordinater, både for absolutte kodeløsninger og relative faseløsninger. Det blir både sett på observasjonsdomenet, hvor individuelle råobservasjoner analyseres, og koordinatdomenet, hvor kvaliteten på punkttestimatene fra kode- og faseløsningene vurderes. For observasjonsdomenet er varianser og RMS-verdier generelt oppgitt, mens presisjon og nøyaktighet blir brukt som statistiske mål for de estimerte punktene.


2 Teori

I teoridelen blir de mest sentrale temaene for gjennomføring av analysen forklart i detalj. Dette inkluderer spesifikasjoner av måleutstyret, beskrivelse av måleprogrammet Geo++ RINEX Logger, samt vitenskapelige formler og forklaringer som er knyttet til analyse av GNSS rådata.

Formålet med teoridelen er å gi leseren bedre forståelse av mobilens GNSS-kapabilitet, samt innsikt i arbeidet bak resultatene som finnes i Kap. 4.

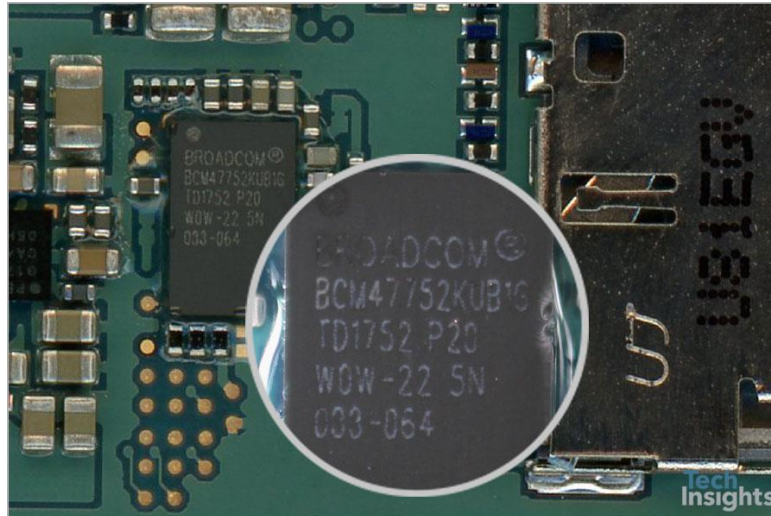
2.1 Spesifikasjoner for Samsung Galaxy S9+

Tabell 1 De mest relevante spesifikasjonene for Samsung Galaxy S9+ (Yang & Wegner, 2018).

					
Figur 3 Samsung Galaxy S9+. Hovedenheten for innmålinger i oppgaven. (Hentet fra: https://gadgets360.com)					
Android-versjon	9.0		8.0		
GNSS-mottaker	Broadcom BCM47752				
GNSS	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou	QZSS
Observasjonsstørrelser ved måling	Kode		Fase		Dopplerskift
Kan hente nav.melding direkte fra sat.*	Nei				
Støtte for L5-bånd (tofrekvent)	Nei				

*Samsung Galaxy S9 (Exynos) kan hente navigasjonsmeldingen direkte fra satellitt.

Enheten benyttet for logging av énfrekvente mobildata i denne oppgaven er en personlig eid Samsung Galaxy S9+ (**Figur 3**). Den ble lansert i mars 2018 og kommer med GNSS-kapabiliteter som tillater måling på én frekvens per GNSS. For denne oppgaven kjøres Android versjon 9.0 (nyeste per dags dato) som nå gjør det mulig å skru av GNSS-relaterte driftssykluser (Kap. 2.1.3). Den støtter også nyeste versjon av Geo++ RINEX Logger, som er programmet benyttet for logging av mobilens rådata i denne oppgaven. Mobilen har sett hyppig bruk siden juni 2018, men i løpet av mobilens levetid har den ikke blitt utsatt for særlig skade som skulle kunne påvirke GNSS-målingene.



Figur 4 Broadcom BCM4772 GNSS-mottakeren som finnes inni en Samsung Galaxy S9+. (Hentet fra: <https://techinsights.com/>)

I **Tabell 1** vises de mest oppgaverelevante spesifikasjonene for mobilen. Det er spesielt brukertilgangen til rå kode- og faseobservasjoner som er av interesse for oppgaven. Med Android versjon 7.0 ble Android-brukere gitt tilgang til disse råobservasjonene. For SGS9+ er kun énfrekvente målinger tilgjengelige fra satellittsignalenes L1C-bånd; L2I for BeiDou. Det er dessverre ikke mulig å hente satellittenes navigasjonsmelding direkte, noe som skal være mulig med Samsung Galaxy S9, versjon "Exynos". Navigasjonsmeldinger kan derimot anskaffes fra andre kilder som CDDIS (Crustal Dynamics Data Information System) eller IGS (International GNSS Service) via internett.

2.1.1 Broadcom BCM47752 – mobilens GNSS-mottaker

TechInsights åpnet Samsung Galaxy S9+ for en såkalt *teardown* i 2018 for å synliggjøre mobilkomponentene for offentligheten. Om GNSS-mottakeren som ble funnet på innsiden av mobilen (**Figur 4**) skrev de følgende:

"We found a Broadcom BCM47752 GNSS receiver with integrated sensor hub. A side note: we had been hoping to find Broadcom's BCM47755 - which supports two frequencies (L1+L5), compared to the legacy chip's L1 - but the Samsung Galaxy S9+ does not include this part. We will continue our hunting. According to Broadcom, the BCM47755 can achieve lane-level accuracy outdoors and much higher resistance to multipath and reflected signals in urban scenarios, as well as higher immunity to interference and jamming." (Yang & Wegner, 2018)

Førsteintrykket til TechInsights var skuffende ettersom de hadde håpet på å finne en BCM47755-brikke, som har kapabilitet for tofrekvent GNSS-måling, og generelt er mer robust mot interferens og multipath. Dette gjengis også i Broadcom sin produktoversikt for 4775x-serien.

På sidene lenger nede finnes Broadcom sine spesifikasjoner (Broadcom, 2017) for mottakerbrikkene i BCM4775x-serien, som også kan finnes på deres hjemmeside. De inkluderes i sin helhet her slik at leseren slipper å måtte søke det opp selv. I oversikten nevnes det at BCM47755-mottakeren støtter tofrekvent måling – en mottaker som blant annet finnes i Xiaomi Mi 8. Som nevnt tidligere støtter ikke BCM47752 tofrekvent måling, som er mottakeren inni Samsung Galaxy S9+. Under delen "*Benefits*" blir det presisert at 4775x-serien tilbyr "høyeste nivå av navigasjonsprestasjon", "veldig lavt GNSS-strømforbruk" og at mottakerbrikken selv ikke tar betydelig mye plass. Samspillet mellom GNSS-prestasjon, strømforbruk og plassbruk kan ut ifra dette anses som de viktigere egenskapene ved mobilers GNSS-mottakere, ettersom Broadcom selv vektlegger fremhevingen av disse i sin oversikt/annonse. Uheldigvis kommer mobilen med såkalte "driftssykluser" aktivert for GNSS-komponentene, noe som vanskeliggjør kontinuerlig fasemåling. I Kap. 2.1.3 forklares det hvordan denne funksjonen kan skrues av i Android versjon 9.0.

Videre kommer det ikke frem mer spesifikk informasjon, som f.eks. hvor mange satellitter det kan måles fra samtidig – totalt og per GNSS. Det nevnes heller ikke hvorvidt et GNSS prioriteres over et annet, noe som var tilfellet for Nexus 9 (Håkansson, 2018) hvor GPS syntes å være prioritert over GLONASS.

2.1.2 Lavkvalitet mottakerantenne

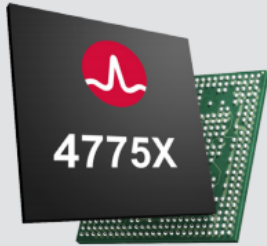
For smartmobiler er det kjent at GNSS-mottakerens antenne generelt er av lavere kvalitet enn hos geodetisk måleutstyr:

“An empirical analysis of data collected from a smartphone-grade GNSS antenna reveals the antenna to be the primary impediment to fast and reliable resolution of the integer ambiguities which arise when solving for a centimeter-accurate carrierphase differential position. The antenna’s poor multipath suppression and irregular gain pattern result in large timecorrelated phase errors which significantly increase the time to integer ambiguity resolution as compared to even a low-quality stand-alone patch antenna. The time to integer resolution—and to a centimeter-accurate fix—is significantly reduced when more GNSS signals are tracked or when the smartphone experiences gentle wavelength-scale random motion.” (Pesyna et al., 2014)

Dette tyder på at det generelt er mer utfordrende å oppnå gode punktestimater for mobilmålinger, ettersom observasjonene er mer utsatte for feil som stammer fra multipath og tilfeldig støy. Derimot kan resultatene i denne oppgaven tyde på at antennekvaliteten har blitt bedre med nyere mottakere, i dette tilfellet Broadcom BCM47752.

BCM4775X

GNSS Receiver with Integrated Sensor Hub



Key Features

- Integrated multi-frequency GNSS baseband and RF front end for simultaneous reception of GPS, GLONASS, BeiDou (BDS), Galileo (GAL), and SBAS satellite systems
- Support for position batching, geofencing, sensor fusion and sensor navigation
- ARM-based 32-bit Cortex-M4F (CM4) CPU:
 - Single-precision Floating Point Unit (FPU)
 - Memory Protection Unit (MPU)
 - 1.125 MB internal SRAM (single-cycle access at full-speed)
 - 1 MB ROM with bootloader capability
 - Single Instruction Multiple Data (SIMD) and Digital Signal Processing (DSP) functions
 - 1.25 Dhrystone MIPS/MHz
 - Operating frequency up to 150 MHz
- ARM-based Cortex-M0 (CM0) CPU:
 - Allows CM4 to sleep by offloading light processes
 - 32 KB RAM
 - Operating frequency of up to 75 MHz

Overview

The Broadcom® BCM4775X family of chips is the latest generation of Broadcom sensor hub microcontrollers with integrated GNSS (Global Navigation Satellite System). The BCM4775X includes many sensor hub and GNSS innovations.

The synergistic benefits of combining sensor hub and GNSS chips into one single chip include low system-level power consumption and a smaller PCB footprint with fewer BOM components than multiple-chip solutions.

The BCM4775X family includes a dual-processor architecture (ARM CM4+CM0) that ensures each task is handled in the most power-efficient manner. The BCM4775X includes a new RF architecture, enabling the lowest power consumption at any received signal condition.

The BCM4775X achieves system-level performance benefits from tightly integrating the sensor and GNSS signals. Measurements from sensors such as accelerometers, gyroscopes, magnetometers, and others are fused with GNSS measurements to provide a highly accurate, cross-calibrated output to applications while lowering system power. Cross-calibration is achieved by using sensor measurements to aid GNSS for small movements and by using GNSS to calibrate sensor measurements, the latter having inherent drift that accumulates over time and larger movements.

The BCM47755 chip supports two frequencies (L1+L5), and as a result, achieves lane-level accuracy outdoors and much higher resistance to multipath and reflected signals in urban scenarios, as well as higher immunity to interference and jamming. The BCM47755 can simultaneously receive the following signals:

- GPS L1 C/A
- GLONASS L1
- BeiDou (BDS) B1
- QZSS L1
- Galileo (GAL) E1
- GPS L5
- Galileo E5a
- QZSS L5

Key Features (con't)

- Peripheral DMA channels for increased peripheral communications speed
- Up to 50 programmable GPIOs
- Integrated 12-bit, 2-channel ADC
- Flexible interfaces to a host Applications Processor and to sensors:
 - SPI: Two master ports for peripherals + 1 slave port for host communication
 - UART: Four ports for host and peripheral communication.
 - BSC (I²C): Four ports (three master, one slave), peripheral only
- Timers:
 - One Real-time Clock (RTC) (42 bits, 32.768 kHz)
 - Two general-purpose 32-bit microsecond timers
 - One 48-bit microsecond counter for better resolution timestamps than the RTC can provide
- 77-ball WLBGA package

The BCM47758 chip is tailored for wearable devices, computes position, velocity, and time (PVT) on-chip. It simultaneously supports GPS and GLONASS in the L1 frequency band or GPS and Galileo in both the L1/E1 and L5/E5a frequency bands. By doing on-chip PVT computations and position batching, system power is significantly reduced by allowing the host applications processor to sleep.

The BCM47758 also uses a low-power RF path and enables a variety of duty-cycle strategies to further reduce power consumption.

Benefits

- Highest levels of navigation performance.
- Very low GNSS and sensor hub power consumption.
- Small PCB footprint (saves 50% board space over discrete sensor hub + GNSS solutions).
- On-chip PVT calculations available on BCM47758.

Applications

- Smartphones
- Tablets
- Mobile accessories
- Wearables
- Digital cameras

Ordering Information

Part Number	Package
BCM47752KUB1G	77-pin WLBGA, tape-and-reel
BCM47754KUBG	77-pin WLBGA, tape-and-reel
BCM47755KUB1G	77-pin WLBGA, tape-and-reel
BCM47758KUB1G	77-pin WLBGA, tape-and-reel



Visit the Broadcom website at: www.broadcom.com/products

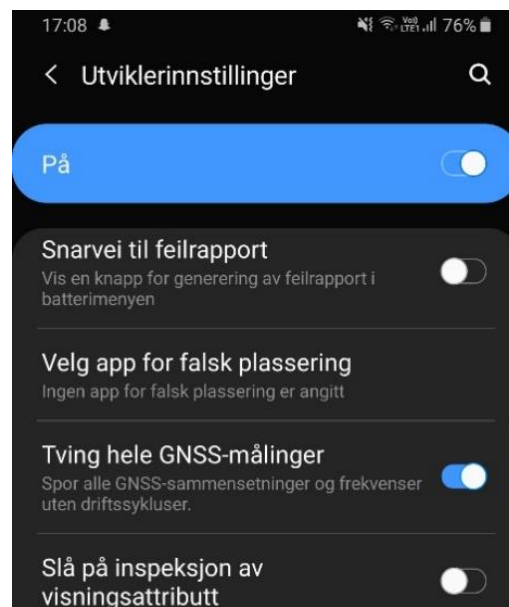
Broadcom, the pulse logo, Connecting everything, and Avago Technologies are among the trademarks of Broadcom. Copyright © 2017 Broadcom. All Rights Reserved. The term "Broadcom" refers to Broadcom Limited and/or its subsidiaries. For more information, please visit www.broadcom.com. 4775X-PB100 09.20.17

2.1.3 Driftssykluser

Smartmobiler, slik som Samsung Galaxy S9+, tilbyr en rekke tjenester: Telefoni, kalkulator, internettsurfing, foto, filming og mye mer. Dermed er ikke GNSS-navigasjon hovedformålet med smartmobilen, men heller en tilleggsfunksjon som må tilegnes mobilens ressurser på tilnærmet lik linje med de andre tjenestene. Med "ressurser" menes mobilens prosessorkraft og strømforbruk. Strømsparing som prioritet har lenge begrenset kapabiliteten innen mobilrelatert GNSS-navigasjon.

For at smartmobilene skal spare strøm benytter de seg av såkalte driftssykluser (eng: *duty cycling*): "En moderne smarttelefon består av mange undersystemer som har sine egne driftssykluser." (Tarkoma et al., 2014). En driftssyklus kan defineres som brøkdelen av en periode for hvor lenge et system er aktivt (ibid.). Driftssykluser i mobilen har som formål å spare strøm. GNSS-mottakeren i smartmobilen utgjør ett av undersystemene som påvirkes av disse syklusene. Problemet med dette er at selv om GNSS-målinger foretas, så skrur fremdeles mobilens GNSS-systemer seg av og på. Dette har tidligere gjort det umulig å foreta kontinuerlige fasemålinger, ettersom det oppstår fasebrudd ved en driftssyklus – hvert sekund. Nexus 9-tabletten, som tidligere har blitt forsket på (Håkansson, 2018), deaktiverte driftssykluser mens fasemålinger ble utført. Dette er en av de få smartenhetene som kommer med GNSS-driftssykluser deaktivert som standard. Generelt kommer de fleste smartmobiler i dag med GNSS-driftssykluser aktivert. Nå har derimot en nyere oppdatering gjort det mulig å endre på denne fabrikkinnstillingen, om ønskelig.

For Android versjon 9.0 (muligens 7.0 og 8.0 også) er det mulig å skru av driftssykluser relatert til GNSS:



Figur 5 Skjermdump fra personlig SGS9+ som viser noen av utviklerinnstillingene.

Dette gjøres ved å aktivere utviklerinnstillinger på mobilen for så å skru på «Tving hele GNSS-målinger» i innstillingene (eng: *Force full GNSS measurements*). Det er usikkert når denne innstillingen ble implementert ettersom spesifikk Android-dokumentasjon på nett er vanskelig å finne, men det mistenkes at den kom i slutten av 2018. Dersom denne funksjonen fungerer som den skal, bør kontinuerlig fasemåling være mulig med smartmobilen.



Figur 6 Geo++ RINEX Logger logo. (Hentet fra: <https://play.google.com>)

2.2 Geo++ RINEX Logger

Geo++ RINEX Logger er en gratis mobilapplikasjon utviklet for Android-smarttelefoner. Den krever Android versjon 7.0 eller høyere – fra og med versjon 7.0 ble GNSS rådata gjort tilgjengelig for brukeren. På Google Play står det følgende om applikasjonen:

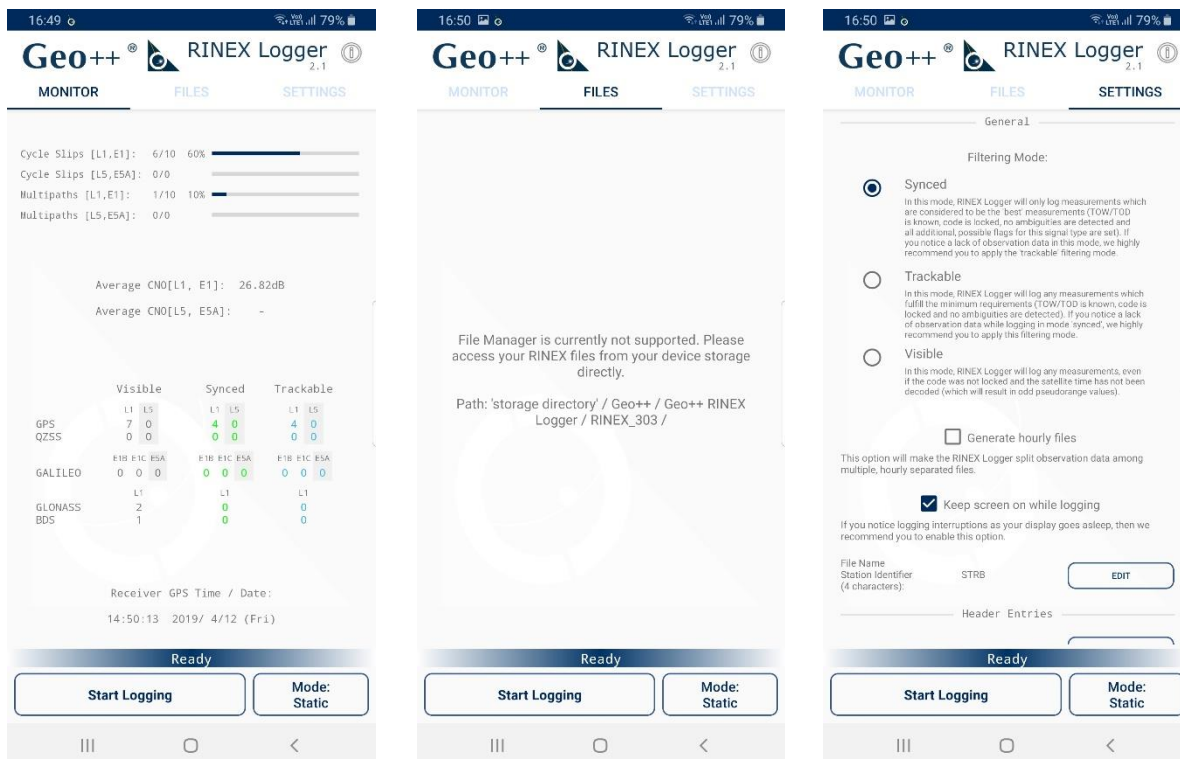
"Geo++ RINEX Logger uses the most recent Android API services to log your device's raw GNSS measurement data into a RINEX file including pseudoranges, accumulated delta ranges, doppler frequencies and noise values. So far, it supports GPS/GLONASS/GALILEO/BDS/QZSS for L1/L5/E1B/E1C/E5A (as supported by the device) and has been successfully tested on many devices." (Geo++, 2019)

2.2.1 Utviklet av eksperter i Tyskland

Geo++ RINEX Logger er utviklet av Geo++: Et privat, tysk firma som har hovedkontor i Hannover, Tyskland. Dr.-Ing. Gerhard Wübbena står oppført som administrerende direktør på hjemmesiden. Ifølge hovedsiden på nettstedet deres (*Geo++ Webpage Main*, 2019), jobber Geo++ med utforming, utvikling og analyse av GNSS-tjenester. RINEX Logger er én av tjenestene de utvikler. Firmaet er godt kjent i geomatikkverdenen, blant annet for deres antennekalibreringer.

Nyeste versjon av applikasjonen, versjon 2.1 (utgitt 21. mars, 2019), ble brukt til å logge rådata fra Samsung Galaxy S9+ i denne oppgaven. De nyeste oppdateringene inkluderer muligheten til å logge data i bakgrunnen (med låst mobilskjerm), noe som tidligere var en etterlengtet funksjon. For sikkerhets skyld ble målingene i denne oppgaven utført med skjermen konstant på/ulåst. Før og under logging er det nå også mulig å flagge om man utfører statisk eller kinematisk måling. Dette er spesielt nyttig om man utfører begge typer målinger i samme loggeintervall. En annen ny funksjon tillater appen å splitte loggeintervallene for hver time. Utover dette er applikasjonen aktivt under utvikling og ifølge Google Play har applikasjonen blitt installert over 5000 ganger.

Geo++ RINEX Logger får tilgang til mobilens rå GNSS-målinger og lar brukeren logge disse over tid. Resultatet av loggingen kommer i form av RINEX observasjonsfiler: RINEX (Receiver Independent Exchange Format) er et filformat som følger ASCII-standarden og dermed lar brukeren (fysisk) lese filene uten å måtte ty til annen



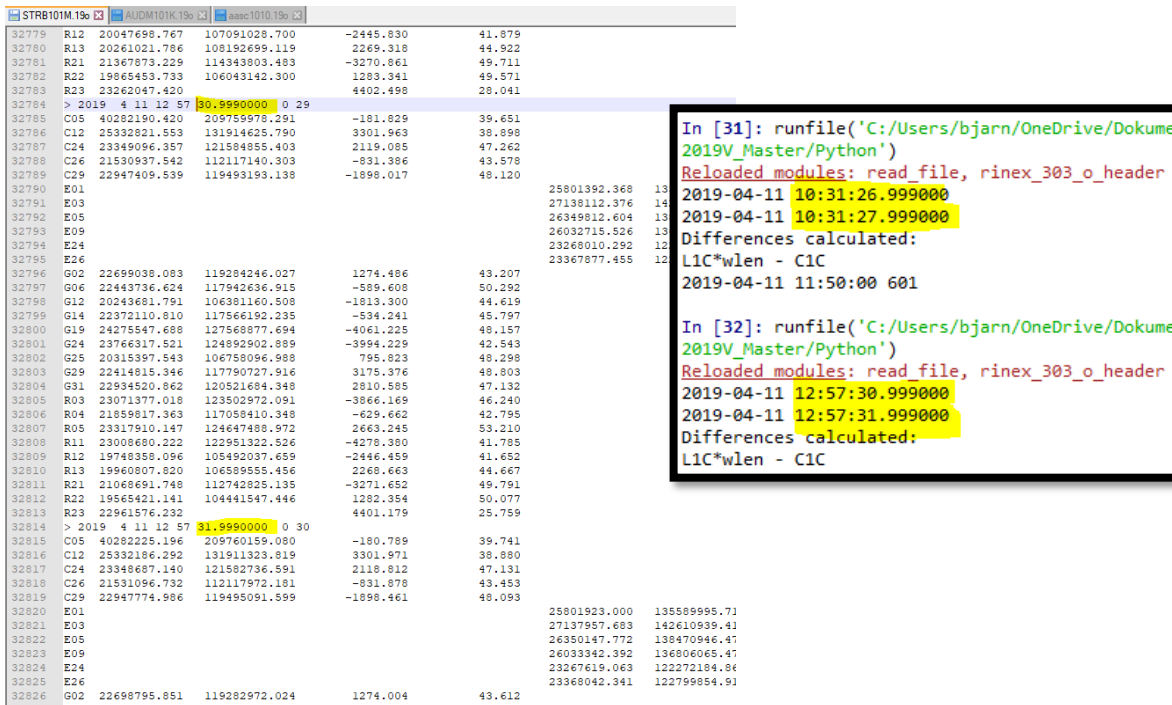
Figur 7 Det grafiske brukergrensesnittet til Geo++ RINEX Logger: "Overvåkning", "filer" og "innstillinger".

programvare for tolkning. For Samsung Galaxy S9+ er det kun mulig å hente RINEX O-filen gjennom appen; navigasjonsmeldingen må eventuelt hentes fra eksterne kilder (f.eks. CDDIS eller IGS). Filene blir i versjon 2.1 lagret i et hierarki av mapper på mobilen, slik at man kan finne igjen filen basert på epoke (dato og tidspunkt) i mappenavnet. Man kan også gi to RINEX-filer samme navn siden et loggeintervall nå får en egen mappe; før ville man få feilmelding om to filer delte samme filnavn siden de endte opp i samme mappe.

2.2.2 Bruk av appen

Applikasjonen er veldig enkel å ta i bruk. Åpner man RINEX Logger-applikasjonen blir man først møtt av et "Monitor"-vindu, som vist til venstre i **Figur 7**. Tracking av satellitter starter umiddelbart, men for å logge data må en først trykke "Start logging". Dette starter rådataloggingen og en stoppeklokke som viser hvor lenge det har blitt målt. I versjon 2.1 er "Files"-vinduet under utvikling – RINEX-filene kan kun hentes fra mobilens eget mappesystem (under mappen ved navn "Geo++"). I vinduet for innstillinger, "Settings", kan kravene for logging av GNSS rådata settes. For oppgaven ble "Synced" benyttet ettersom dette kun logger data for målinger som oppfølger det høyeste kvalitetskravet – fabrikkinnstillingen. Til en annen gang burde muligens "Trackable" vurderes dersom det viser seg at veldig mange observasjoner uteblir på grunn av det høyere kvalitetskravet for Synced. Ved å huke av "Visible" logges rådata for alle synlige satellitter – ingen kvalitetskrav. Men som nevnt ble kun Synced benyttet i denne oppgaven.

Geo++ RINEX Logger har fungert veldig bra – til og med ypperlig, må det sies – under oppgavens innmålinger: Applikasjonen har ikke stoppet/crashed en eneste gang og RINEX-filene ser riktige ut etter hver logging. Et annet program, *rinex ON*, ble også prøvd ut og utforsket. Dessverre ble fasemålingene helt feil i RINEX-filene fra denne applikasjonen. Dermed var det ingen tvil om at Geo++ RINEX Logger var øverste kandidatapplikasjon for rådatainnsamling til oppgaven.



Figur 8 T.v.: Utsnitt av to epoker i RINEX O-filen tilhørende STRB, som vist i Notepad++. T.h.: Utsnitt fra Spyder-konsollen (Python) som viser alle epoker med flytsekunder (mikrosekunder ikke lik null).

2.2.3 Feilavrundet epoke i RINEX O-filer fra Samsung Galaxy S9+

Det ble oppdaget en inkonsistens i RINEX O-filene fra Samsung Galaxy S9+, som ikke gjenspeilte seg i O-filene fra referansestasjonen. I **Figur 8** er det markert (i gult) epoker som ikke består av hele sekunder, men i tillegg en forskjell på et millisekund. Dette oppstår kun for to epoker i begge filene – til sammen fire epoker – mens alle andre epoker avrundes til nærmeste sekund. Dersom den som logger dataene skal behandle RINEX-filen i etterkant, kan feilen by på komplikasjoner dersom feilen ikke er kjent. Akira, som jobber for Geo++, ble kontaktet og kom med følgende svar:

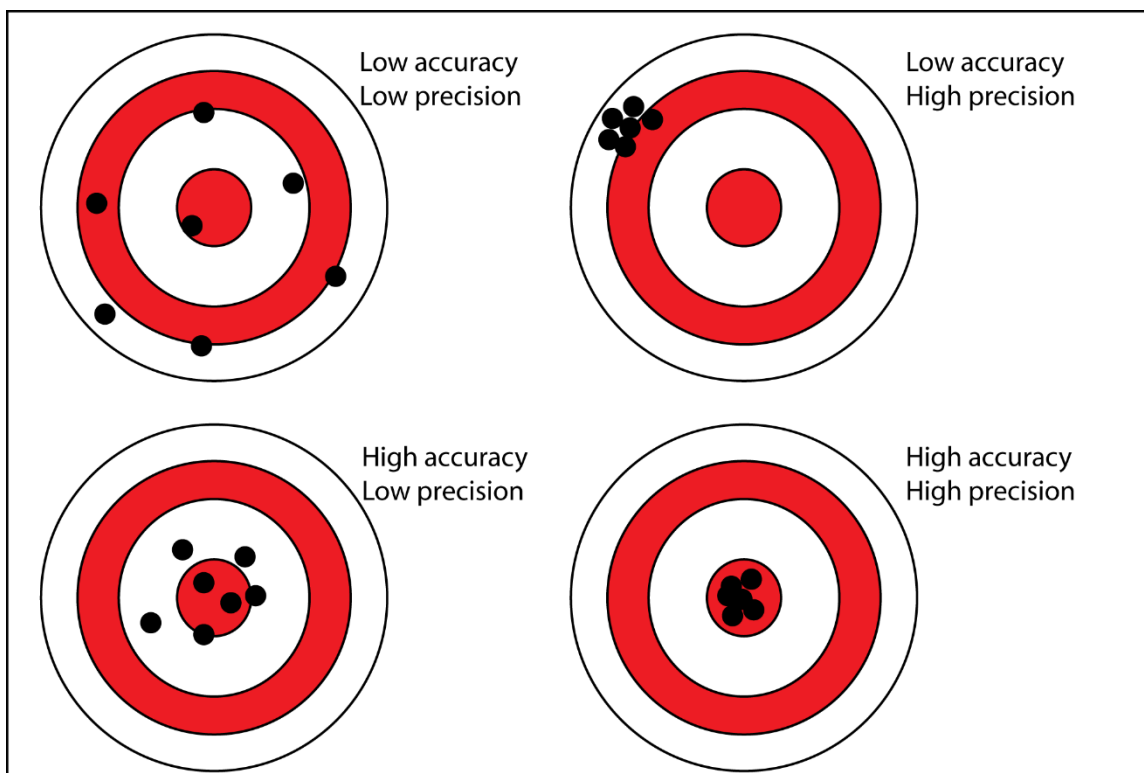
“This not a bug. Many devices do not report integer seconds but float values for the epoch seconds which are close to an integer second ... The app is supposed to round the value to 100 ns (resolution of RINEX) and transform all the data. I already noticed some days ago that the rounding value is set to 1 ms instead of 100 ns, accidentally, but the data should still be valid. With the next update the rounding value will be set to 100ns. “

Dermed er dette en feil som følger med nyeste oppdatering og vil bli fikset i neste versjon av applikasjonen. Til høyre i **Figur 8** vises alle epoker som inneholdt flytsekunder, oppdaget med en funksjon i Python. For å unngå feil i kodearbeidet, spesielt det som måtte innebære relative målinger, ble epoker med flytsekund rundet av til nærmeste sekund. Slik unngås videre feil dersom f.eks. dobbeldifferansen $AASC[epoke][G12, G25] - SGS9+[epoke][G12, G25]$ skal dannes ettersom epokene fungerer som nøkkelord (eng: *keys*) og krever identiske nøkler. Eksempelvis ville de ikke stemt overens dersom AASC sine epoker inneholdt hele sekunder i epoken, mens SGS9+ sine målinger inneholdt flytsekunder i epokenøkkel.

Avrundingen av disse epokene vil indikere fasebrudd i trippeldifferansene i **Figur 38** og **Figur 39**, men det er kun på grunn av avrundingen og ikke faktiske fasebrudd.

2.3 Presisjon og nøyaktighet

Presisjon og nøyaktighet er statistiske mål som brukes for å beskrive kvaliteten på kode- og fasemålingene i oppgaven. Allment blir begrepene ofte brukt om hverandre i det daglige, men begrepene betyr derimot to forskjellige ting i statistikkens verden. Grunnet allmennhetens feiltolkning av kvalitetsmålene, og fordi det er viktig å forstå presisjon og nøyaktighet hver for seg for å forstå resultatene i oppgaven, tilegnes de et eget kapittel hvor begge forklares hver for seg og relativt hverandre. Leseren bes slå opp i dette kapittelet dersom det skulle være tvil rundt hva som er presisjon og hva som er nøyaktighet.



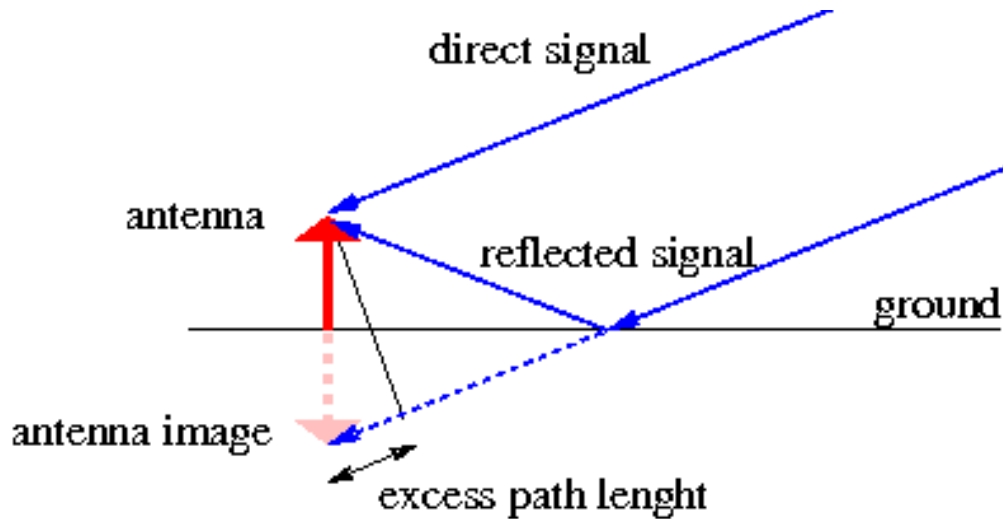
Figur 9 Presisjon og nøyaktighet: Presisjonen beskriver kvaliteten på samlingen av punktene; nøyaktighet beskriver kvaliteten på plasseringen av punktene relativt sann verdi. (Hentet fra: <https://www.reddit.com/>)

Iht. **Figur 9** kan presisjon beskrives som kvaliteten på samlingen av punkter: En tettere samling betyr bedre presisjon, men verdien på presisjonen er uavhengig plasseringen i forhold til det sanne punktet (midten av blinken). Nøyaktighet beskriver hvor bra punktet, eller det gjennomsnittlige punktet, treffer i forhold til den sanne verdien.

For presisjonen brukes standardavviket som statistisk størrelse i oppgaven, hvor ett σ (standardavvik) tilsvarer hvor 68% av punktene vil havne ved normalfordeling. Størrelsen $3 \cdot \sigma$ brukes som kontroll til å fjerne støy, ettersom $3 \cdot \sigma$ vil inneholde ca. 99.7% av punktene – det som ligger utenfor anses å være støyete punkter eller "uteliggere". For nøyaktigheten brukes avviket mellom sann verdi og middel av alle godkjente punkter – oppgitt som " Δ " i oppgaven.

For resultatene fra fasemålingene, er det viktig å forstå forskjellen mellom presisjon og nøyaktighet: Lav nøyaktighet tilsvarer ikke nødvendigvis dårlige resultater. Det er først og fremst presisjonen som er interessant når referansepunktet for måleutstyret ikke er kjent – som er tilfellet for Samsung Galaxy S9+ sin antenne- og fasesenteroffset.

2.4 Multipath



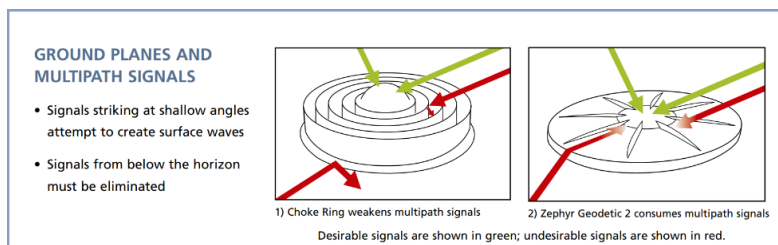
Figur 10 Illustrasjon av multipath; direkte og indirekte (reflekterte) stråler. (Hentet fra: www.navipedia.net/)

Når man bestemmer avstanden mellom satellitt og mottaker, er det den *direkte* signalstråleruten som skal måles. Indirekte stråler bruker lenger tid på å nå mottakeren ettersom strålen må reise lenger enn den direkte strålen (**Figur 10**).

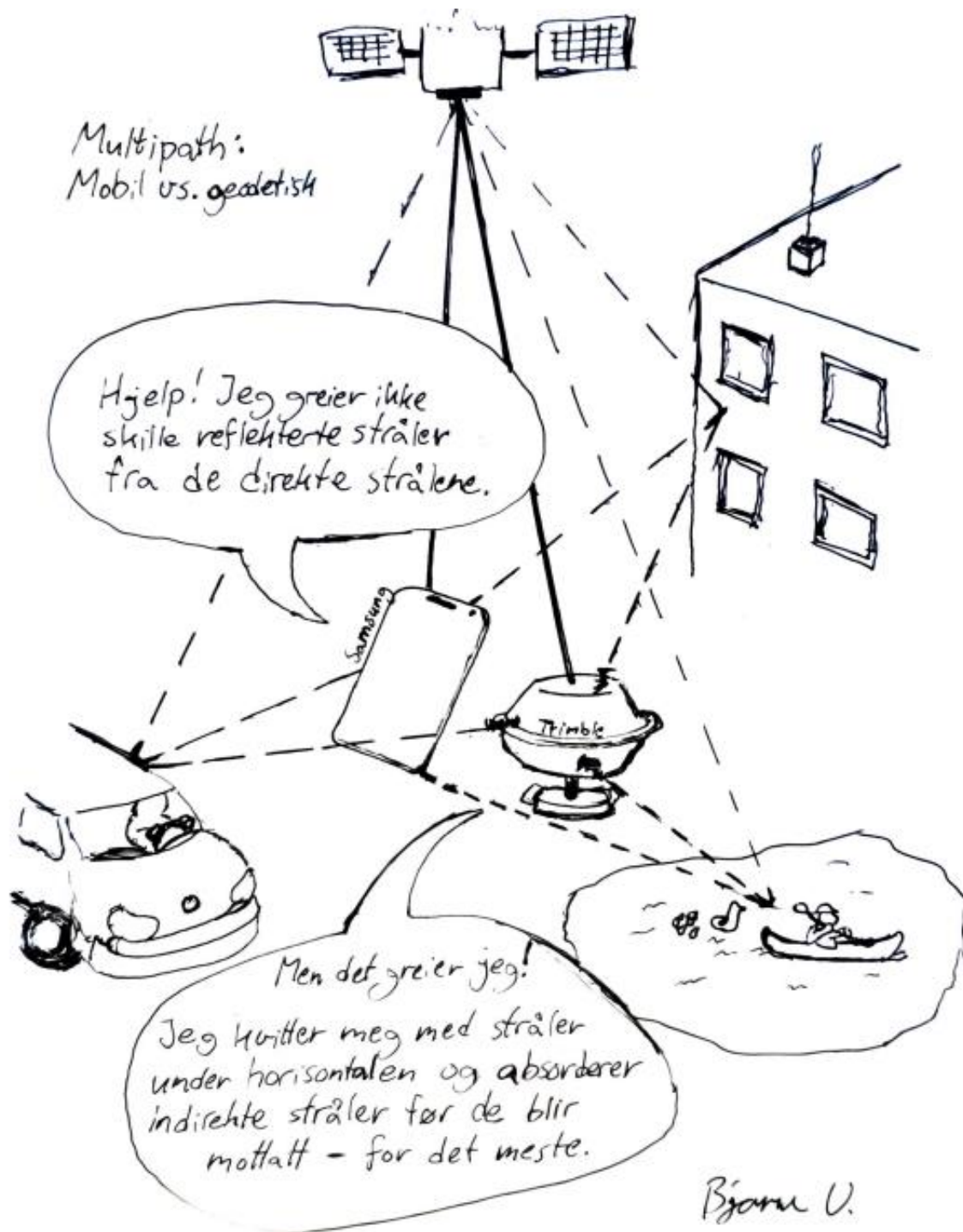
Når en indirekte stråle blir målt og godkjent av en mottaker, anses dette som multipath. Vanligvis blir den direkte strålen målt sammen med den indirekte, men i noen tilfeller blir kun den indirekte strålen målt (Seeber, 2003). Multipath skaper store feil i observert pseudoavstand.

En indirekte strålerute oppstår dersom én eller flere av satellittsignalets stråleruter endrer retning pga. flater som er særlig reflekterende, f.eks. bygninger og metall- og vannflater. Strålene kan reflektere flere ganger før de treffer mottakeren. Befinner mottakeren seg i et urbant område eller ved en vannflate, så er dermed sannsynligheten for tilfeller av multipath større. Feilene på C/A-koden er som regel på flere meter – kan også i ekstreme tilfeller gi feil på 100 meter eller mer (ibid.). For fasen tilsvarer feilen en faseendring på noen centimeter i avledet avstand (ibid.).

Det meste av nymoderne geodetisk utstyr er designet med multipath-prevensjon; for smartmobiler er det annerledes. Mens en geodetisk GNSS-mottaker skal stå nærmest i senit (90 grader) på toppen av en stav eller et stativ, så skal en smartmobil kunne ta imot satellittsignaler både i rett- og opp-ned-stilling (Håkansson, 2018). Dette begrenser multipath-prevensjonsteknikkene som kan implementeres i mobilen. Geodetisk måleutstyr kan derimot designes slik at mottakeren ikke tar imot signaler som er under horisontalvinkelen. Av de ovennevnte grunnene er mobiler i utgangspunktet mer sårbare for multipath, og lite kan gjøres med dette på et designnivå.

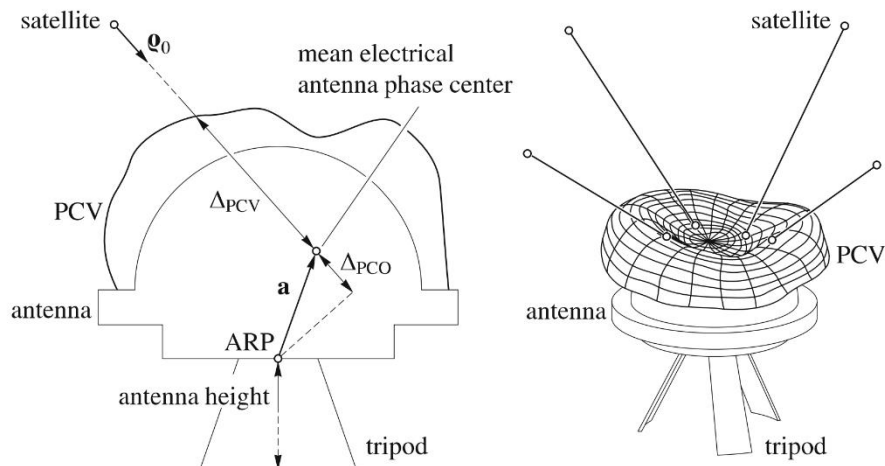


Figur 11 Geodetisk måleutstyr laget spesifikt for GNSS-måling bruker ofte en (1) "choke-ring" for å svekke multipath-signaler. Videre kan andre tiltak (2) kvitte seg med multipath ved å absorbere indirekte signaler før disse når mottakerelementet i antennen. (Hentet fra: UNAVCO)



Figur 12 Illustrasjon av effekten fra multipath på mobil og geodetisk mottaker. (Bjarne Undheim)

2.5 Antennens fasesenteroffset og -variasjon



Figur 13 Illustrasjon av antennereferansepunktet (ARP), fasesenteroffset (PCO) og fasesentervariasjonen (PCV). (Hentet fra: Hofmann-Wellenhof et al. (2008, s. 148))

forklarer at det elektriske referansepunktet for faseobservasjoner varierer med satellittelevasjon og -asimut, men også styrken til satellittsignalet som observeres. I tillegg er variasjonene frekvensavhengige. Antennereferansepunktet (ARP) i **Figur 13** er et punkt definert et fysisk sted på antennen/GNSS-enheten. Fasesenteroffseten (PCO) defineres relativt ARP og blir generelt oppgitt for geodetisk utstyr for mottakerens relevante frekvenser. Siden individuelle satellittsignaler har et eget fasesenter, vil PCO være et middel av alle fasesentrene i offsetkalibreringen (ibid.).

Det midlere fasesenteret, mht. fasesentrene for alle observerte satellitter, er nå definert som PCO. Sammenlignes disse midlede PCO-koordinatene med fasesentrene til individuelle satellitter, vil det fremstå avvik, med andre ord fasesentervariasjoner (PCV). Ved kalibrering blir PCO bestemt og fasesentervariasjonen (PCV) defineres for alle kombinasjoner av elevasjonsvinkler og asimut – for gjeldende frekvens (ibid.). Ifølge Hofmann-Wellenhof et al. (2008) kan PCV variere med 1-2 cm i grunnriss og opptil 10 cm i høyde.

Geo++, det samme firmaet som har utviklet loggeappen i oppgaven, har kalibrert flere mottakerantenner og bestemt tilhørende fasesenteroffset og -variasjon. For en nøyere beskrivelse av relativ og absolutt PCO/PCV-kalibrering, refereres det til http://www.geopp.com/media/docs/AOA_DM_T/general.html (Geo++, 2001). Kort oppsummert kan potensielt mobil-mottakerens PCO og PCV bestemmes med en absoluttfelt-kalibrering, også kjent som en *automatisert*, absoluttfelt-kalibrering (AAFC) (ibid.):

"The absolute field calibration is another calibration procedure for the determination of PCV. The technical constraints for this calibration are quite high. But through a special field setup and measurement program (rotation AND tilts of the antenna, elimination of multipath), the results are absolute and not site dependent. Azimuthal PCV can be resolved and results down to elevation zero can be determined." (Geo++, 2001)

Forhåpentligvis kan smartmobilers fasesentervariasjon bestemmes presist vha. AAFC. Brukeren selv kan estimere en *tilnærmet* fasesenteroffset dersom veldig presise mobilmålinger, f.eks. ved statisk måling, midles over lange måleintervaller: Tilnærmet PCO blir da gjennomsnittet av mange satellittsignalers fasesentre for ulike satellittelevasjoner og -asimut. Dette punktet er "tilnærmet" ettersom satellittene i felt ikke har en ideell spredning – jevnt i alle retninger – og mottatte signaler har varierende signalstyrker. Med AAFC kan disse variablene simuleres i isolasjon, slik at et nøyaktig estimat på PCO (og PCV) blir bestemt.

2.6 Rådataobservasjoner

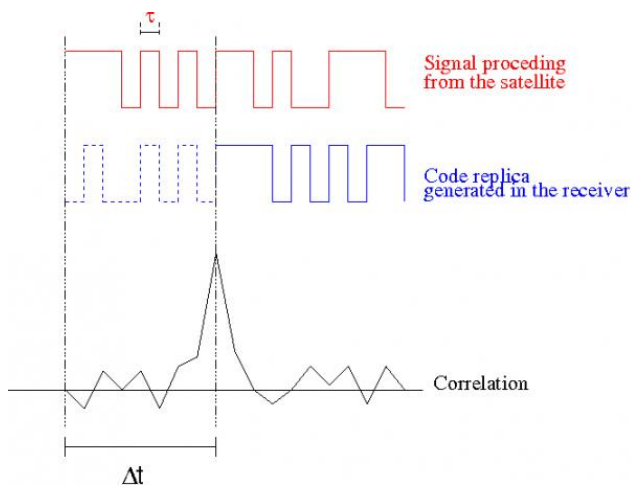
Rådataobservasjoner anskaffes ved måling med Samsung Galaxy S9+ og geodetisk basestasjon, og blir i oppgaven lagret i RINEX O-filer. Dette er avstander, også kjent som "pseudoavstander", fordi de avledes fra reisetiden for enveissignalet mellom satellitt og mottaker. Disse avstandene er beheftet med feil og må korrigeres for klokkefeil, atmosfæriske feil, m.m. før de kan brukes til presis posisjonsbestemmelse. Feil kan også differensieres bort.

"I konseptet er observasjonene fra satellittnavigasjonssystemene avstander avledet fra målt tid eller fasedifferanser basert på en sammenligning mellom mottatte signaler og mottakergenererte signaler. Ulikt terrestrisk elektronisk avstandsmåling bruker satellittnavigasjon «énveisprinsippet» hvor to klokker er involvert, nemlig én i satellitten og den andre i mottakeren. Dermed blir avstandene påvirket av systematiske feil på grunn av satellitt og mottakers klokkefeil, og blir således betegnet pseudoavstander." (Hofmann-Wellenhof et al., 2008)

Rådataobservasjonene er i oppgaven pseudoavstander, enten oppgitt i avstand for koden eller antall sykluser for fasen – fasen kan også oppgis som avstand ved multiplikasjon av signalfrekvensens tilsvarende bølgelengde. Koden og fasen har ulike egenskaper: Koden er simpel å beregne punkter med, men blir betydelig mer påvirket av målestøy og multipath som gjør punktestimaterne dårlige. Fasen krever lås på satellitter over lenger tid for å bestemme heltallsoffseten som skyldes flertydigheten – og krever ofte relative måleteknikker – men til gjengjeld kan posisjoner bli bestemt veldig presist.

2.6.1 Kodemåling

GNSS-satellittsignaler kommer med en kode, som også mottakere på jorden generer en tilsvarende av. For å avgjøre tiden det tar for satellittsignalet å nå mottakeren, skyves den terrestriske mottakeren sin kode nærmere satellittsignalets kode inntil begge kodestrukturene korrelerer/stemmer overens (Seepersad, 2015), som vist i **Figur 14**. Den tilsvarende tidsforskyvningen av mottakerens kode tilsvarende satellittsignalets estimerte reisetid, som videre brukes til å bestemme pseudoavstand (1).



Figur 14 Koden fra satellittsignalet (rødt) og koden generert i mottakeren (blått) forskyves slik at begge samsvarer. Forskyvningen tilsvarende en tidsendring, Δt . Nederst vises korrelasjonsnivåene. (Hentet fra: "GNSS Basic Observables", Navipedia)

Den uheldige siden med koden er at bit-ene (eller syklusene) er så vide slik at satellitt- og mottakerkode ikke blir perfekt synkronisert. Dette gjør at koden er presis til størrelsesordenen meter (ibid.).

2.6.2 Fasemåling

For fasemålinger oppgis avstanden mellom satellitt og mottaker i enhet sykluser for signalets frekvens. Denne typen måling kan gi veldig presise posisjonsestimater, f.eks. centimeter og millimeter, men også submillimeter. Derimot kan ikke det hele antallet sykluser mellom satellitt og mottaker måles direkte (ibid.). Antallet ukjente, hele bølgelengder mellom satellitt og mottaker kalles flertydighet (eng: *ambiguity*) og må estimeres ved måling over tid.

"Fasemålinger har mye høyere frekvens, så pulsene ligger mye tettere inntil hverandre (kortere bølgelengder) og er dermed mer nøyaktige. Den pseudotilfeldige koden har en bitrate på ca. 1 MHz mens den tilhørende fasefrekvensen har en syklusrate på over en GHz (som er 1000 ganger raskere!)" (ibid.). Dersom måling av fasen brytes blir flertydigheten ukjent igjen og må estimeres på nytt. Dette kalles et fasebrudd.

For Android-mobilen i oppgaven, og andre GNSS-enheter, oppnås faseobservasjoner ved integrering av dopplerskift, også kjent som akkumulert deltaavstand (eng: *accumulated delta range*).

2.6.3 Observasjonsstørrelser

Pseudoavstand betegner avstanden mellom en satellitt og mottaker, avledet fra reisetiden (derav "pseudo"). Reisetiden, hvor lang tid signalet tar fra satellitt til mottaker, vil videre gi feil i estimert posisjon dersom signalet blir forsinket eller fremmet. Pseudoavstand kan anskaffes fra signalets kode eller fase. Formlene for pseudoavstand gis ved

$$R_r^s = \rho_r^s + c(\delta_r - \delta_s + B_r - B^s) + T_r^s + I_r^s + M_r^s + \epsilon_R \quad (1)$$

og

$$\lambda\phi_r^s = \rho_r^s + c(\delta_r - \delta_s + b_r - b^s) + T_r^s - I_r^s + m_r^s + \lambda N_r^s + \epsilon_\phi, \quad (2)$$

fra (Hofmann-Wellenhof et al., 2008) for henholdsvis kode og fase.

Prefiksene s og r betegner satellitt og mottaker (eng: *receiver*), respektivt.

λ representerer den frekvensavhengige bølgelengden som brukes for å konvertere fasen til enhet meter.

ρ er den geometriske avstanden mellom mottaker og satellitt.

c er lysfarten og blir i oppgaven betraktet som en konstant.

δ er feil i satellitt- og mottakerklokker.

B og b er systematiske klokkefeil i satellitt- og mottakerklokke, for kode og fase respektivt.

T og I kommer av de atmosfæriske feilene som henholdsvis skyldes troposfæren og ionosfæren. Det bør merkes at ionosfæreforsinkelsen har forskjellig fortegn alt etter om det er koden eller fasen som betraktes.

M og m er multipath-feil for henholdsvis kode og fase.

N hører eksklusivt fasen til og betegner heltallsflertydigheten – antall hele bølgelengder mellom satellitt og mottaker. Multipliseres med signalfrekvensens relevante bølgelengde for å konvertere til avstand.

ϵ_R og ϵ_ϕ er gjenværende, ikke-modellerte feil som skyldes tilfeldig støy på kode og fase.

2.6.4 Kode-fase-differanser

Ifølge Seeber (2003, s. 256) gir målestøy utslag på C/A-koden som tilsvarer 3-10 meter, mens målestøy på fasen kun tilsvarer 1-3 mm. Dermed kan en kode-fase-kombinasjon brukes (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 197) til å beskrive målestøyen på observert avstand avledet fra koden. Dette kan gjøres ved kode-fase-differanser: Fasen, konvertert til enhet meter, trekkes ifra koden

$$R_r^s - \lambda\phi_r^s = c(B_r - B^s - b_r - b^s) + 2I_r^s + M_r^s - m_r^s - \lambda N_r^s + \epsilon_R - \epsilon_\phi, \quad (3)$$

som vist i Håkansson (2018). Merk at fellesvariabler som klokkefeil og troposfærefeil strykes bort, mens effekten av ionosfærefeilen blir doblet ettersom den har motsatt fortegn for kode og fase. Multipath påvirker koden mer enn fasen og leddene for hver størrelse blir dermed ikke strøket bort. I Håkansson (2018) nevnes det at for geodetiske mottakere så anses klokkeleddene $HW = c(B_r - B^s - b_r - b^s)$ som konstante over tid, men at dette ikke burde antas for smartenheten.

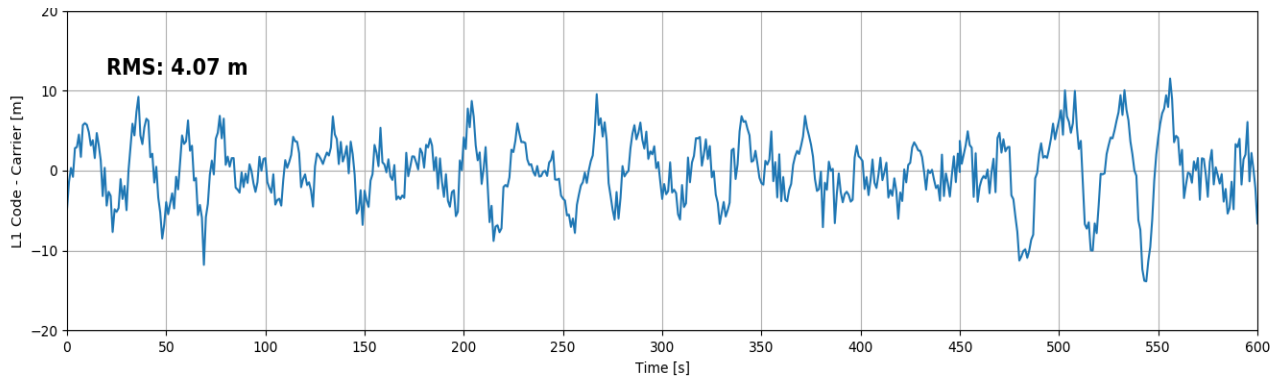
Figur 15 viser et eksempel på kode-fase-differanser fra Samsung Galaxy S9+. Selv om fasen er flertydig kan den fremdeles brukes som teststørrelse for koden, ettersom flertydigheten kun fremstår som en konstant offset. Derimot vil fasebrudd skape diskontinuitet og en ny offset vil synes i differansene (Figur 16). Dette gjør at kode-fase-differanser kan brukes både som kodestøymålere, men også som fasebruddetektor.

Kode-fase-differanse-ændring over tid

For å se på endringen i kode-fase-differanser over tid (Δ_{t,t_0}), for en epoke t relativt en epoke t_0 , brukes følgende formel (Håkansson, 2018):

$$\Delta_{t,t_0}(R_r^s - \phi_r^s) = \Delta_{t_0,t}(2I_r^s + M_r^s + HW - m_r^s + \epsilon_R - \epsilon_\phi). \quad (4)$$

Dette er en nyttig størrelse for å se på trenden til observasjonene over lenger tid, spesielt ved sammenligning av andre trender som f.eks. den fra endringen i ionosfæren.



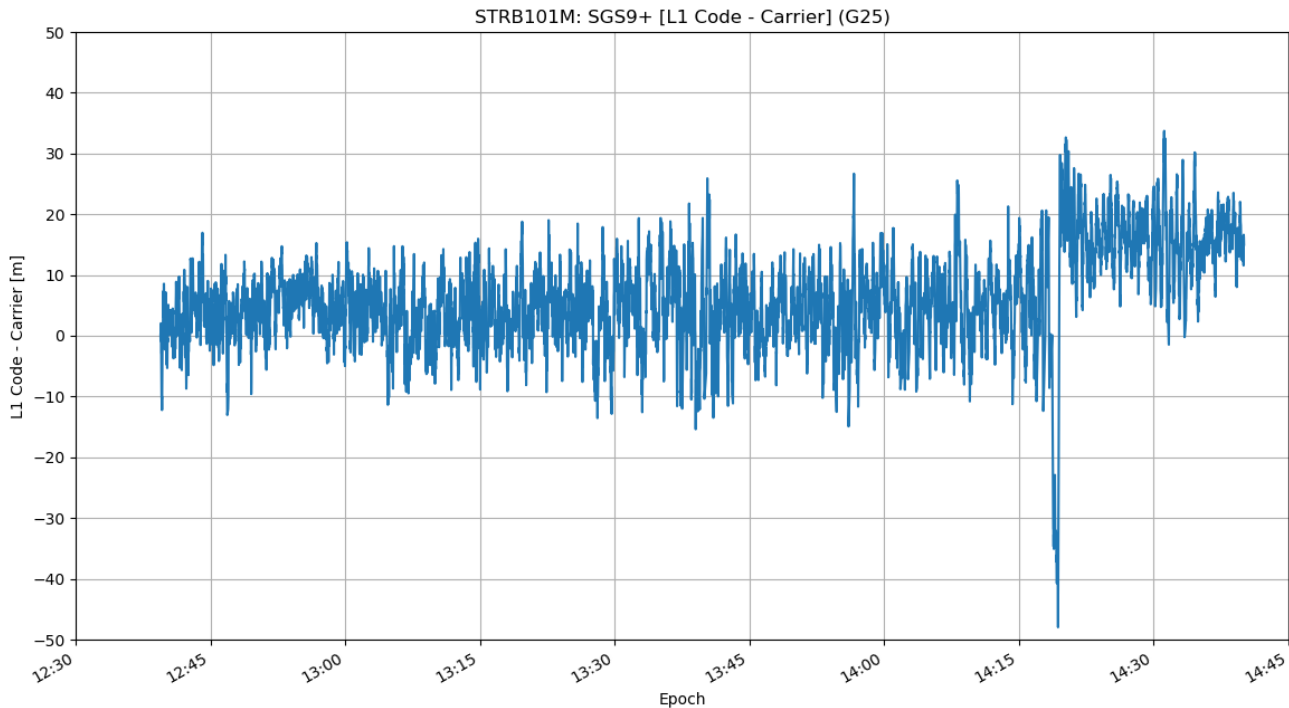
Figur 15 Kode-fase-differanser over et kort tidsintervall på 600 sekunder. Tiden (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Gjennomsnittsdifferansen oppgis ved RMS-verdien (*root mean square*).

2.6.5 Fasebrudd

Som nevnt tidligere (Kap. 2.1.3) vil mobilens driftssykluser skape fasebrudd dersom mobilens mottaker skrur av og på. Ofte oppstår fasebrudd av andre grunner; som regel ved tap av satellittsignal. Fasen krever lås på et satellittsignal for å kunne holde flertydigheten fast over tid. Dersom mobilen mister lås på et satellittsignal, f.eks. dersom en bygning bryter sikten mellom mobil og satellitt, vil det oppstå en diskontinuitet. Om denne låsen mistes over flere sekunder, vil det oppstå et fasebrudd; et "hopp" i den målte fasen (**Figur 16**). Dersom faseflertydigheten mistes, må den bestemmes på ny/repareres, men først må selve fasebruddet detekteres.

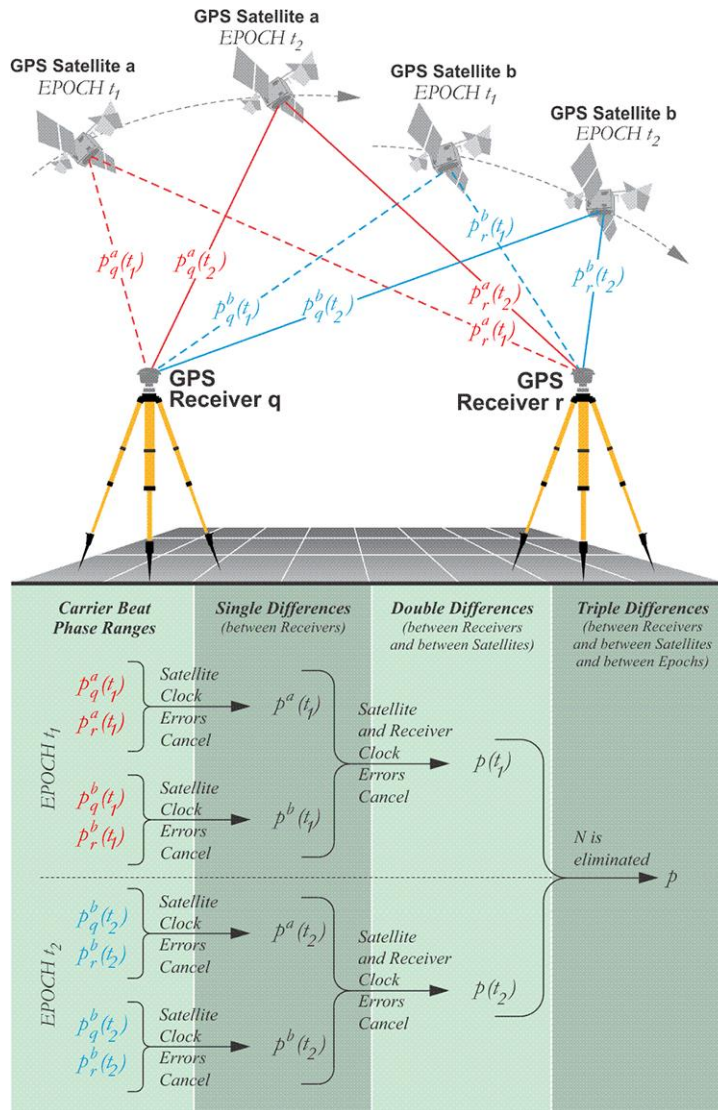
Deteksjon av fasebrudd kan gjøres på flere måter, blant annet ved bruk av kode-fase-differanser (Kap. 2.6.4). Derimot kan denne teknikken være vanskelig å bruke dersom det er mye støy på den målte koden: Det kan være vanskelig å skille hva som er fasebrudd og hva som er støy. Det kan vise seg å være spesielt vanskelig å finne fasebrudd ved kode-fase-differanser dersom det er mye multipath tilstede under målingen. Ved multipath vil kode-fase-differansene vise et stort hopp, noe som også skjer ved fasebrudd. Dette gjør det vanskelig for et filter, basert på kode-fase-differanser, å detektere fasebrudd – både fasebrudd og multipath merkes som fasebrudd. Ved målinger med mye målstøy og/eller multipath – slik som de for smartmobilen – kan det derfor være hensiktsmessig å heller bruke andre fasemålinger til å detektere fasebrudd.

I neste delkapittel blir det sett nærmere på bruk av relative fasemålinger for detektering av fasebrudd. Dette endte opp med å bli den optimale metoden for avdekking av fasebrudd i denne oppgaven.



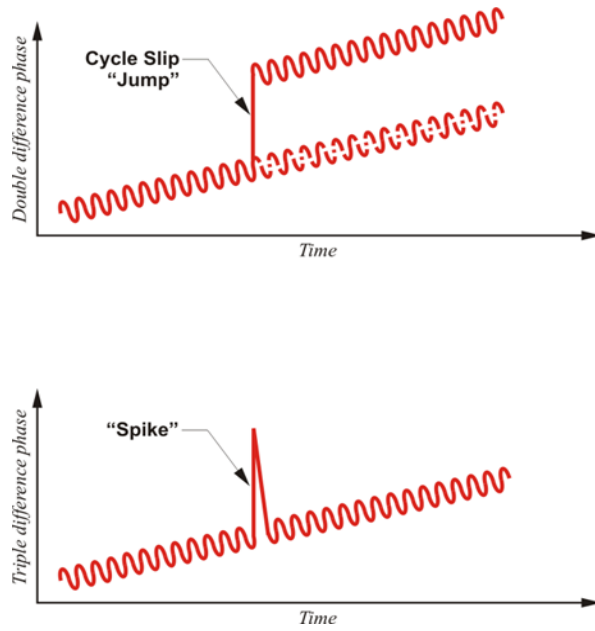
Figur 16 Kode-fase-differanser med fasebrudd. Tidspunkt (UTC-tid) plottes langs x-aksen for kode-fase-differanser langs y-aksen. Det store hoppet etter 14:15 viser et tydelig fasebrudd – en stor, konstant endring (offset).

2.6.6 Trippeldifferanser for detektering av fasebrudd



Figur 17 To mottakere som måler mot to felles satellitter danner dobbeltdifferanser og trippeldifferanser. (Hentet fra: Van Sickle (2015))

Ved å sammenligne fasemålinger fra en referansestasjon med de mobilmålte fasemålingene, kan fasebrudd detekteres. Dette gjøres ved differensiering av fasemålinger fra mobil og geodetisk mottaker. Trippeldifferanser viser endringen i dobbeltdifferensierte målinger over tid, og vil være betydelig bedre enn absolutte kode-fase-differanser for detektering av fasebrudd. Denne metoden er kun mulig dersom begge mottakere måler statisk – slik som i oppgaven.



Figur 18 Fasebrudd slik som de generelt fremstår i plott av dobbeltdifferanser (øverst) og trippeldifferanser (nederst). (Hentet fra: Van Sickle (2015))

Figur 17 viser hvordan trippeldifferanser dannes ved måling fra to mottakere samtidig. For å danne trippeldifferanser dannes først enkeltdifferanser (Hofmann-Wellenhof et al., 2008, s. 174-178) vha. fasemålinger (2) for to mottakere, **A** og **B**, som måler mot samme satellitt, **j**, for samme tidspunkt **t**:

$$\phi_{AB}^j(t) = \phi_B^j(t) - \phi_A^j(t) = \frac{1}{\lambda^j} [\rho_B^j(t) - \rho_A^j(t)] + N_B^j - N_A^j + f^j[\delta_B(t) - \delta_A(t)]. \quad (5)$$

Merk at de systematiske satellittklokkefeilene strykes. Videre kan atmosfæriske feil også strykes dersom atmosfæren anses å være tilnærmet lik for mottaker **A** og **B**; ved kort avstand mellom mottakerne. Ofte bruker man å sette satellitt **j** til en fast satellitt – en referansesatellitt – med god sikt fra begge mottakere. Satellitten med høyest elevasjonsvinkel for måleintervallet, er således ofte et bra valg av referansesatellitt. Videre kan det være lurt å se over kode-fase-differanser fra kandidatsatellitter for begge mottakere, for å avdekke eventuelle, tydelige fasebrudd.

Videre dannes dobbeltdifferanser ved differensiering av to enkeltdifferanser (ibid.) ved inkludering av måling fra en ny satellitt, **k**:

$$\phi_{AB}^{jk}(t) = \phi_{AB}^k(t) - \phi_{AB}^j(t) = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^k(t) - \rho_{AB}^j(t)] + N_{AB}^k - N_{AB}^j. \quad (6)$$

Merk at ved dobbeltdifferensiering strykes de systematiske mottakerklokkefeilene. For å se på endringen i dobbeltdifferanser, fra epoke **t₁** til **t₂**, dannes trippeldifferanser (ibid.):

$$\phi_{AB}^{jk}(t_{12}) = \phi_{AB}^{jk}(t_2) - \phi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)] \quad (7)$$

I **Figur 18** fremstår fasebrudd i plottede dobbeltdifferanser som et konstant hopp i verdiene, mens trippeldifferansene viser det som en pigg – stikker opp og trekkes tilbake igjen. Trippeldifferanser kan analyseres visuelt og statistisk for å avdekke fasebrudd.

For å statistisk avdekke fasebrudd med trippeldifferanser, må koordinatene til punktet en måler i være bestemt med en viss nøyaktighet. Dette kan oppnås på flere måter: 1. Stille opp på et fastmerke som har veldefinerte koordinater. 2. Dersom punktet er ukjent kan det måles med en nøyaktig og presis målemetode, f.eks. CPOS. 3. Bruke foreløpige koordinater fra mobilens kodemålinger. Punktet i denne oppgaven er ukjent og siden mobilens foreløpige koordinater (fra koden) ikke anses gode nok, brukes de CPOS-målte koordinatene til å bestemme punktet ettersom dette er de mest nøyaktige koordinatene tilgjengelig.

Punktet må være kjent med en viss nøyaktighet fordi trippeldifferansene beregnet fra observasjonene (RINEX O-fil) sammenlignes med trippeldifferansene beregnet med de geometriske avstandene. De geometriske avstandene, ρ , fra (1) og (2) skaffes ved å beregne avstanden mellom de kjente koordinatene for mottakeren (X_r, Y_r, Z_r) og koordinatene til satellittene (X_s, Y_s, Z_s) fra navigasjonsmeldingen:

$$\rho = \sqrt{(X_s - X_r)^2 + (Y_s - Y_r)^2 + (Z_s - Z_r)^2} \quad (8)$$

Ved å betrakte (7) for både observert pseudoavstand og geometrisk beregnet avstand, oppgis trippeldifferanser for henholdsvis begge tilfellene som

$$TD_{obs} = \phi_{AB}^{jk}(t_{12})_{obs} = \frac{1}{\lambda} [R_{AB}^{jk}(t_2) - R_{AB}^{jk}(t_1)] \quad (9)$$

og

$$TD_{geom} = \phi_{AB}^{jk}(t_{12})_{geom} = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)]. \quad (10)$$

Legg merke til at ρ har blitt byttet ut med R i (9) relativt (7), fordi avstanden kommer av pseudoavstand fra faseobservasjonene i RINEX O-fil. ρ forblir den samme i (10) ettersom dette anses å være de eksakte geometriske avstandene – egentlig kun tilnærmede. Videre beregnes trippeldifferanser for alle observerte epoker og relevante satellitter som finnes i RINEX O-fil, både for observert og geometrisk avstand. Trippeldifferanser sammenlignes for hver epoke med minste kvadraters metode ved å estimere de ukjente som

$$x = (A^T A)^{-1} (A^T l), \quad (11)$$

hvor A er designmatrise og l er observasjonsvektor for trippeldifferansene. Dette gjøres ved at observasjonsligningen til den geometriske trippeldifferansen (10) lineariseres. For mer informasjon om lineariseringsprosessen, se Øvstedal (1995). Et tips kan være å først linearisere ligningene for dobbeltdifferansene (ibid.), for så å trekke ifra leddene i designmatrisen, A , og observasjonsvektoren, l . Dette tilsvarer A og l for trippeldifferansene.

Etter at de ukjente, x , har blitt estimert kan sammenligningen mellom observasjonsbaserte og geometriske trippeldifferanser utføres. Dette gjøres ved å se på residualene fra trippeldifferansene, som anskaffes ved

$$v = Ax - l. \quad (12)$$

```

7.4387011915671] 2019-04-11 12:08:27
[-30.55137738]
[-44.85608867]
[-75.69350648]
[-53.94135939]
[-43.39822145]
[197.05130043]
[-58.0023941]
[-7.41657926]
[-35.34496312]]
'G02', 'G06', 'G14', 'G17', 'G19', 'G22', 'G24', 'G25', 'G31']
[ 3.61184456e-02]
[ 3.45367011e-02]
[ 7.67613925e-02]
[ 5.67064246e-02]
[ 6.92191150e-02]
[-2.88983671e+02]
[ 4.77055041e-02]
[ 5.37037336e-02]
[ 9.91247016e-02]]

In [5]:

```

Figur 19 Residualvektor (øverst) og observasjonsvektor (nederst) med større verdier som skiller seg ut for GPS PRN 22.

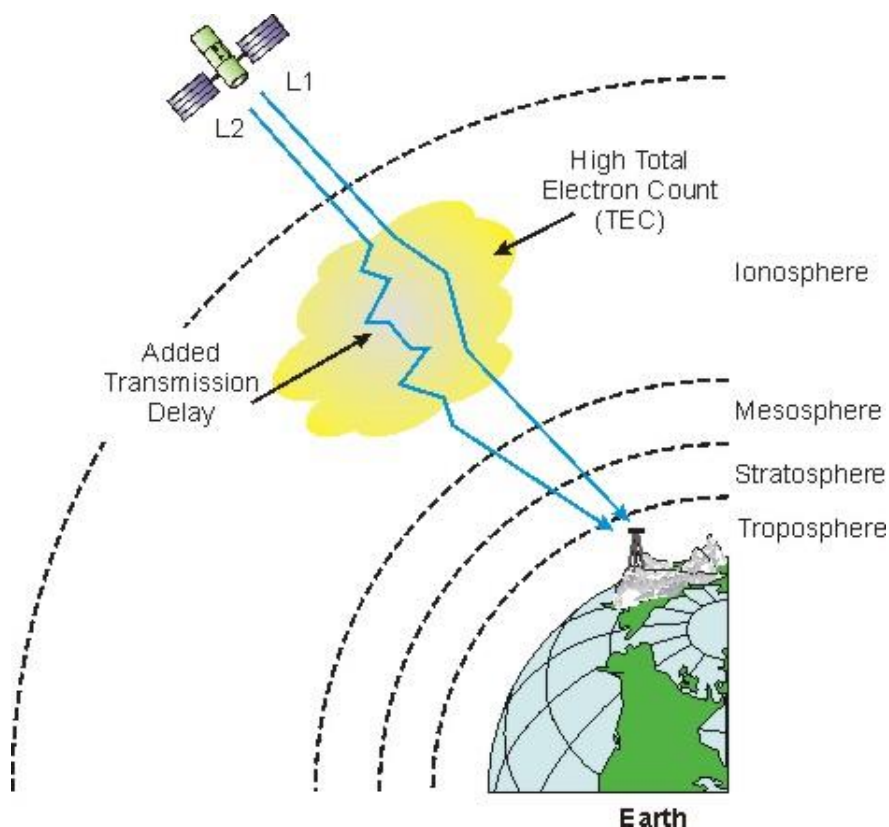
v er residualvektoren for de estimerte ukjente (x). Residualene i v -vektoren vil for store uteliggere i estimert x gi store utslag i form av residualer som skiller seg betydelig fra standardavviket på vekstenheten, s_0 :

$$s_0 = \sqrt{\frac{v^T v}{n - e}} \quad (13)$$

n oppgir antall observasjoner mens e er antall ukjente parametre. I denne oppgaven ble s_0 brukt som størrelse til å luke ut fasebrudd ved at $v_i > 0.2 \cdot s_0$ markerer fasebrudd for en satellitt. Dersom fasebrudd oppdages for en epoke, slik som vist i **Figur 19** (fra beregninger i oppgaven), itereres det inni epoken inntil ingen residualverdier overskrider $0.2 \cdot s_0$. Faktoren 0.2 ble valgt empirisk ved å se om oppdagede fasebrudd ga mening visuelt (i plott). Strengt tatt burde en multipell t-test blitt benyttet, men grunnet tidsrestriksjoner ble dette satt til side.

En Python-funksjon for fasebruddeteksjon, basert på trippeldifferanser slik som beskrevet ovenfor, ble benyttet til å markere fasebrudd i denne oppgaven.

2.7 Ionosfæreforsinkelse



Figur 20 Ionosfærens propagerende effekt på satellittsignalet. (Hentet fra: <http://www.wirelessdictionary.com/>)

2.7.1 Effekten av ionosfæren på satellittsignaler

Atmosfæren består av flere lag som satellittsignalet må penetrere før det når mottakeren på jorden. Både ionosfæren og troposfæren anses som viktige feilkomponenter innen presis GNSS-navigasjon. Av disse to er ionosfæren den største – og dermed viktigste – feilkilden: Ionosfæren kan i turbulente forhold gi feil på opptil 50 m (ESA, 2019).

Ionosfæren er delen av atmosfæren som brer seg fra ca. 50 km til ca. 1000 km over jordoverflaten (mer enn 2000 km ifølge ESA (2019)). Den karakteriseres av de nøytrale, frie og elektrisk ladde partiklene (elektronene) som befinner seg i den. Ionosfæren er delt inn i flere lag; D, E og F – arrangert etter stigende høyde over jordoverflaten (Hofmann-Wellenhof et al., 2008). Det er elektronene i de forskjellige lagene som gjør at signalet forsinkes. Ettersom solen er en av de største ioniserende kildene, så vil lagene i ionosfæren generelt oppnå størst forsinkende effekt på dagtid.

Når satellittsignalet passerer ionosfæren oppstår det refraksjon. Med andre ord propageres (eller bøyes) signalet slik at det tar lenger tid for signalet å nå mottakeren. Denne refraksjonen som forårsaker signalforsinkelse kalles gjerne *ionosfærisk forsinkelse*. Desto flere elektroner signalet må penetrere gjennom ionosfæren, desto mer vil det propageres og forsinkes. TEC (total electron count) er et mål på antall elektroner langs en linje i ionosfæren. TEC brukes ofte for å estimere den ionosfæriske gruppeforsinkelsen – dersom den ikke kan differensieres bort. Andre estimeringsmetoder innebærer globale målinger, men også lokale estimater kan bestemmes dersom tofrekvente målinger er tilgjengelige.

2.7.2 Metoder for ionosfærekorreksjon

Det finnes, som nevnt i forrige del, ulike måter å estimere den ionosfæriske forsinkelsen på. Regionale og globale beregninger gir grovere estimater på ionosfæren, f.eks. de fra Klobuchar og IONEX. Gode oppsummeringer av de ulike metodene finnes under "Ionospheric Correction" i gLAB (ESA, 2019) sin modelleringsfane ("Model"):

"Klobuchar (GPS): Definert i GPS ICD-en, benytter åtte parametere sendt med GPS-navigasjonsmeldingen (finnes i RINEX N-fil, versjon 2 og 3). Den kan kun redusere ionosfærens effekt med rundt 50% til 60%.

IONEX: IONEX-filer (IONosphere map EXchange) tilbyr et globalt estimat på ionosfærens forsinkelse gjennom et gridsystem (i ett eller flere av lagene) i løpet av dagen. Valgfritt kan de også tilby en sigma for estimeringen i samme format. Filene er beregnet i postprosess av flere institusjoner og universiteter, og er flere ganger mer nøyaktig enn Klobuchar." (ESA, 2019)

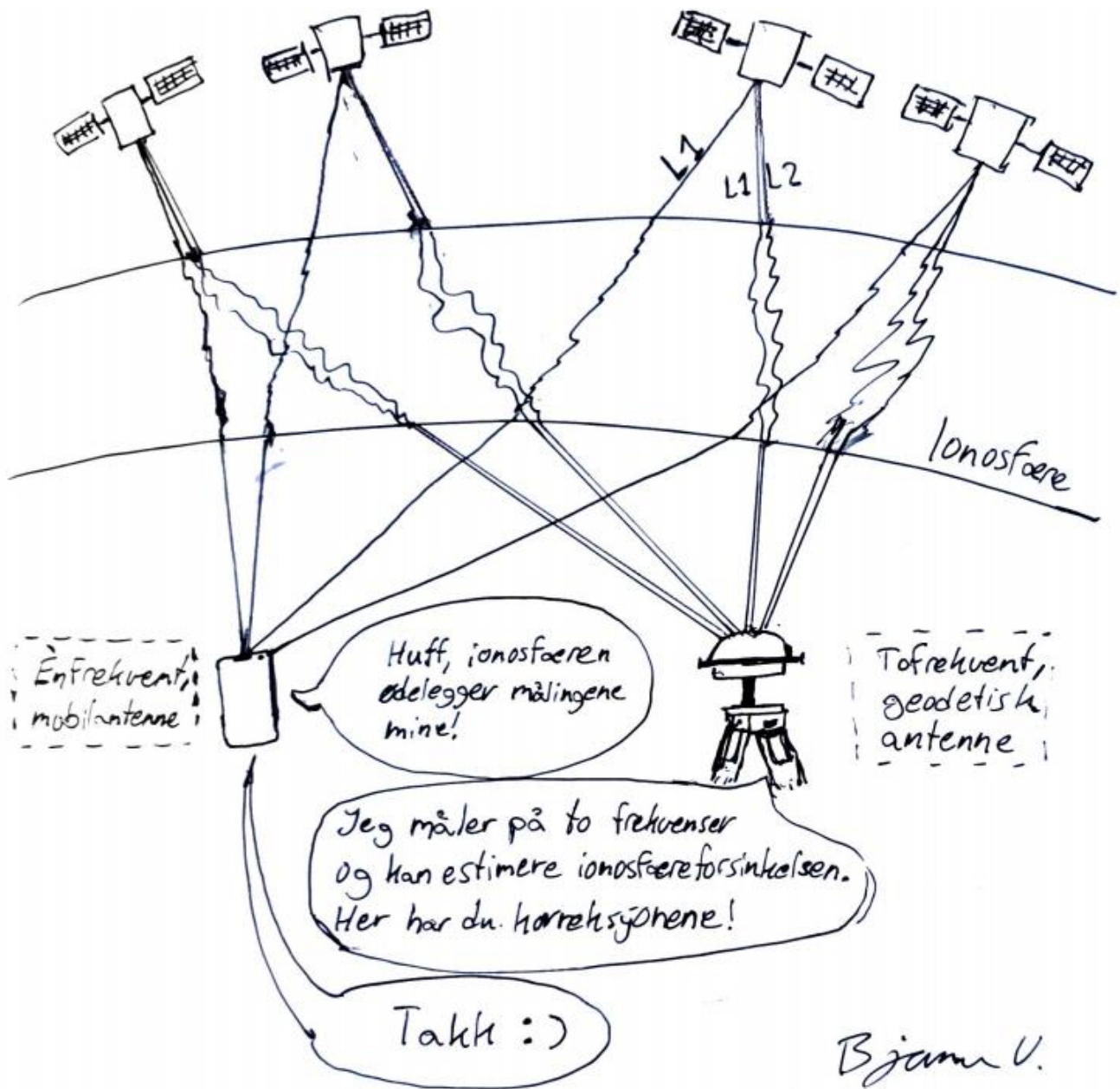
Videre vil et lokalt ionosfæreestimat være enda mer nøyaktig. Dette fås f.eks. fra en basestasjon som måler på to frekvenser. For at mobilmålingene i oppgaven skal kunne korrigeres med disse estimatene med større nøyaktighet, bør mobilen befinne seg i nærheten av mottakeren idet målingene fra begge enheter foretas: Vektoren mellom mobil og basestasjon bør være mindre enn 20 km for å kunne anta at atmosfærens påvirkning er tilnærmet lik for begge mottakere. Slik forsikrer en seg om at propageringen av satellittsignalene ikke er forskjellig for mobil og basestasjon.

2.7.3 Korrigering av ionosfærisk forsinkelse mht. tofrekvent måling

For å korrigere énfrekvente mobildata for ionosfærens propagerende effekt, kan data fra en nærliggende basestasjon benyttes, som illustrert i **Figur 21**. For målesituasjonene i oppgaven befinner basestasjonen seg på et jorde ca. en km fra de relevante målepunktene, slik at atmosfæren kan anses tilnærmet lik. Dermed vil basestasjonens ionosfæreestimer kunne brukes til å korrigere mobilens målinger for ionosfærens forsinkelse. For GPS-satellitter som sender signaler på to frekvenser beregnes det ionosfærekorreksjoner per epoke. Disse trekkes fra mobilens kodemålinger og legges til fasemålingene – motsatte fortegn.

Fire steg for korrigering av mobilens rådata:

1. **For mobil:** Logg data med SGS9+ for relevant punkt.
2. **For referansestasjon:** Logg data som minst inkluderer loggeintervallet til SGS9+.
3. **For referansestasjon:** Estimer ionosfæreforsinkelsene fra referansestasjonens tofrekvente data for det relevante tidsintervallet (for mobilen).
4. **For mobil:** Korriger alle kode- og fasemålinger fra SGS9+-rådata for den ionosfæriske forsinkelsen – ulikt fortegn for kode og fase.



Figur 21 Illustrasjon av ionosfærens påvirkning på GNSS-observasjonene som samles av smartmobil og geodetisk mottaker (Bjarne Undheim).

2.7.4 Estimering av ionosfærisk forsinkelse vha. dobbeltfrekvent måling

Et ionosfæreestimat fra nærliggende basestasjon kan benyttes til å korrigere kode- og faseobservasjonene som har blitt logget med mobilen. Et estimat på ionosfæreforsinkelsen for et tofrekvent satellittsignal gis ved

$$dion_{1,r}^s = \frac{P_{1,r}^s - P_{2,r}^s}{1 - \gamma} - \left[\frac{DCB^s - DCB_r}{1 - \gamma} \right] \cdot c + \frac{M_{2,r}^s - M_{1,r}^s}{1 - \gamma} + \frac{v_{2,r}^s - v_{1,r}^s}{1 - \gamma}, \quad (14)$$

fra Øvstedal (2019). Her tilsvarer nedre prefiks r en mottaker og øvre prefiks s en satellitt – som tidligere.

Subskriptet **1**, i $dion_{1,r}^s$, viser til at korreksjonen gjelder for frekvens 1, f.eks. $L1 = 1$.

Subskriptet **2** viser til den andre frekvensen som brukes til differensiering, f.eks. $L2 = 2$.

P står for pseudoavstand: Fra koden eller fasen. Merk: For fasen konverteres observasjonen, mht. frekvens, til enhet meter og skifter fortegn (ibid.).

DCB (*differential code biases*) er feil som skyldes feilsynkronisert satellitt- og mottakerklokke mht. de elektromagnetiske signalene i klokkene og dannes fra (3): $DCB_r = B_{1,r} - B_{2,r}$ og $DCB^s = B_2^s - B_1^s$.

c er lyshastigheten.

M er feil som skyldes multipath.

v er feil som skyldes målestøy og andre ikke-modellerte effekter.

γ gir frekvensforholdet mellom to signaler, f.eks. L1 og L2: $\gamma_{L1,L2} = (f_1/f_2)^2$.

Dersom observasjonene fra referansestasjonen midles over tid, så vil multipath- og støyelletet falle (ibid.). Dette gjøres ved at ionosfæreforsinkelsen, $dion_{1,r}^s$, beregnes for flere epoker ved

$$dion_{R_r^s} = \frac{R_{1,r}^s - R_{2,r}^s}{1 - \gamma} \quad (15)$$

for koden og

$$dion_{\phi_r^s} = \frac{\lambda_2 \phi_{2,r}^s - \lambda_1 \phi_{1,r}^s}{1 - \gamma} \quad (16)$$

for fasen. Ionosfæreforsinkelsen fra fasen, $dion_{\phi}$, er betydelig mer presis enn den fra koden, $dion_R$, ettersom denne er beheftet med målestøy. Derimot er $dion_{\phi}$ flertydig – forskjøvet med en offset. Flertydigheten, her kalt "*bias*", bestemmes ved å midle differansene fra kode- og fasens ionosfæreforsinkelser:

$$Bias_r^s = \frac{1}{n} \sum (dion_{R_r^s} - dion_{\phi_r^s}) \quad (17)$$

n tilsvarer det totale antallet summeringer – totalt antall observerte kode- og fasemålinger på to frekvenser. Den endelige ionosfæreforsinkelsen for en epoke, korrigert for flertydigheten, gis ved

$$dion_{p\hat{s}} = dion_{\phi\hat{s}} + Bias_r^s. \quad (18)$$

Altså legges flertydigheten til ionosfæreforsinkelsen beregnet fra fasen. Dette utgjør verdiene for lokalt ionosfæreestimat i denne oppgaven.

3 Datainnsamling og metode

I dette kapittelet beskrives utførelse av innmålinger og analyse for oppgaven: Hvordan målingene og analysen ble utført, hva som ble tatt hensyn til og andre opplysninger relatert til det praktiske som skulle være av interesse.



Figur 22 Oversiktsbilde over fullstendig målesituasjon. Punktene av interesse er merket med 📍: AUDM (lengst nord), STRB (i midten) og referansestasjonen AASC (sør-øst). (Skjermdump fra Google Maps)

Målesituasjonen oppsummert:

- To mobil- og CPOS-målte punkter: **AUDM** og **STRB**.
- En basestasjon som logger 1 Hz GPS- og GLONASS-data kontinuerlig: **AASC**.

Analysearbeidet oppsummert:

- Python 3.7 ble benyttet til analyse og plotting av informasjon fra mobilens rådata og punktestimater.
- RTKLIB ble brukt til estimering av enkeltpunkter for kode- og fasemålinger – absolutt og relativt.
- SKTrans (Kartverket) ble brukt til å transformere geodetiske grader i WGS84 til EUREF89- og NN2000-gridkoordinater (nord, øst og ortometrisk høyde).

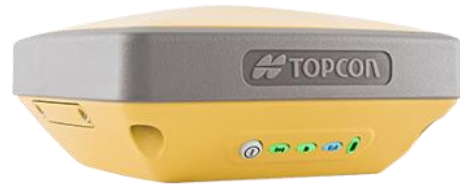
3.1 Måleutstyr

Utstyret brukt til målingene vises i **Figur 23**. Samsung Galaxy S9+ er smartmobilen brukt til å måle GNSS rådata for punktene AUDM og STRB. TOPCON HiPer SR-mottakeren ble brukt til å måle fasitkoordinater for punktene mht. CPOS. Et Leica-stativ med en fotplate på toppen – som inkluderer vertikal optikk – ble sentrert over punktene. I tillegg ble en tommestokk brukt til å måle mobilens høyde over punktet, til nærmeste centimeter.

Samsung Galaxy S9+



TOPCON HiPer SR (RTK/CPOS)



Leica-stativ (bein av tre)



Fotplate med optikk



Figur 23 Oversikt over utstyret brukt i oppgaven til å foreta datalogging. (Bilde av Samsung Galaxy S9+ er hentet fra <https://i.gadgets360cdn.com/> og bilde av TOPCON HiPer SR er hentet fra <https://www.topconpositioning.com/>)

3.2 Beskrivelse av oppsett for innmåling med mobil

For målingene av rådata med Samsung Galaxy S9+, blir mobilen for hver logging satt på toppen av et stativ. Dette gjør at mobilen med større sannsynlighet får god nok sikt til flere GPS-satellitter som går i bane rundt jorden. Ved lave oppstillinger kan konstruksjoner komme i veien for satellittsignalene.

Videre blir en fotplate med optikk (**Figur 24**, midt) benyttet til å finplassere stativet over punktet som ønskes målt. Deretter horisonteres/justeres fotplaten slik at den står normalt på tyngdefeltet. Mobilen plasseres liggende på toppen av fotplaten, med skjermen pekende opp mot himmelen. For systematikkens skyld blir mobilen også lagt pekende i retning nord for begge oppstillinger.

I oppgaven ønskes det også undersøkt om områder med større potensiale for multipath vil gjøre større utslag på mobilmålingene, enn de med mindre multipath-potensiale. Dermed må det måles ved minst to punkter som oppfyller forholdene for disse to typer område.

Det ble logget data for **to** punkt i denne oppgaven: AUDM (Aud Max) og STRB (Storebrand fotballbane). Begge punktene befinner seg på hard grunn: AUDM på asfalt og STRB på betong. Området utenfor Aud Max ble benyttet siden området preges av bygninger og en større vannflate. Bygningsveggene og vannflaten kan reflektere satellittstråler og anses dermed som kilder for multipath. Til kontrast er Storebrand fotballbane relativt øde og de nærmeste bygningene befinner seg ca. 100 m fra målepunktet. Med få nærliggende refleksjonsflater anses punktet på Storebrand som lite preget av multipath.

Det var ingen grunn til å mistenke at stativbeinene sank i løpet av målingene, ettersom temperaturen var på rundt ti grader Celsius og grovlibellen ikke hadde endret seg særlig ved måleslutt. Det var litt solskinn og delvis skyet himmel da målingene ble foretatt – lite vind.

På de neste to sidene finnes måleskjemaer for loggingen av mobildata ved AUDM og STRB: Bilder av oppstilling og området rundt, samt informasjon om tidspunkt for måling. Batteribruk ble også notert dersom dette skulle komme til nytte.



Figur 24 T.v.: Stativet som ble stilt opp over AUDM-punktet før innmåling. Midt.: Fotplaten som ble plassert oppå stativet. T.h.: En hardtarbeidende geomatikkstudent (Foto: Bendik Hassel).

3.3 Måleskjema: AUDM – kant i svingen utenfor Aud Max (Ås)



Figur 25 Oppstilling på punktet AUDM og oversikt over omgivelsene. Panoramabilde mot nord.

Tabell 2 Måleskjema for AUDM. Opplysninger relatert til målesituasjonen for logging av data ved punktet.

Punktnavn	AUDM	Oversiktsbilde
Beskrivelse	Tydelig kant i nordlig sving utenfor Aud Max.	
Multipath-forhold	Aud Max ca. 20 m øst, TF-bygget ca. 30 m nord og Skogsdammen ca. 15 m vest byr på reflekterende flater.	
Høydeoffset	163 cm	
Dato målt	2019-04-11	
Måling, start	12:08:50 (UTC: 10:08:50)	
Måling, slutt	14:09:01 (UTC: 12:09:01)	
Mobilbatteri ved målestart	88 %	
Mobilbatteri ved måleslutt	73 %	

Figur 26 AUDM sett ovenfra (Skjermdump fra Google Maps).

3.4 Måleskjema: STRB – midt i betongsirkel på Storebrand fotballbane (Ås)



Figur 27 STRB sin oppstilling og betongsirkelen som ble brukt som flate til å stå på. Panoramabilde mot nord.

Tabell 3 Måleskjema for STRB. Opplysninger relatert til målesituasjonen for logging av data ved punktet.

Punktnavn	STRB	Oversiktsbilde
Beskrivelse	Midten av en sirkelflate laget av betong – i tydelig hull i betongen.	
Multipath-forhold	Et fotballmål i sør – ble flyttet 10 m lenger sør. Aud Max ca. 100 m nord og EIKA ca. 100 m nord-vest. Få reflekterende flater.	
Høydeoffset	162 cm	
Dato målt	2019-04-11	
Måling, start	14:39:27 (UTC: 12:39:27)	
Måling, slutt	16:40:03 (UTC: 14:40:43)	
Mobilbatteri ved målestart	68 %	
Mobilbatteri ved måleslutt	47 %	

Figur 28 STRB sett ovenfra (Skjermdump fra Google Maps).

3.5 Fasitkoordinater for AUDM og STRB (CPOS)

Fasitkoordinater for punktene AUDM og STRB ble anskaffet ved to målinger av samme punkt: Første måling av punktet ble kontrollert ved ny måling minst 30 minutter etter første måling. Alle individuelle esimtater er et middel av ti sekunder med stillestående måling i punktet.

Koordinater er gitt i EUREF89 for grunnriset; nord (N) og øst (E). Høydene (h) er ortometriske og blir gitt relativt geoiden for NN2000. Ingen transformasjoner i eksterne program: Gridkoordinater og ortometrisk høyde gitt direkte i målebok. CPOS-målte koordinater for AUDM finnes i **Tabell 4** og for STRB i **Tabell 5**. Nederst på siden, i **Figur 29**, vises det hvordan koordinatene ble lagret i Python – transformert til andre referansesystemer med SKTrans.

Tabell 4 Fasitkoordinater fra CPOS-målinger for punktet AUDM. Oppgis sammen med koordinatenes respektive standardavvik (fra målebok) for EUREF89 nord- og østkoordinater og NN2000-høyder. Alle verdier er oppgitt i meter.

	$N \pm \sigma_N$	$E \pm \sigma_E$	$h \pm \sigma_h$
Første måling	6615413.838 \pm 0.002	600080.580 \pm 0.001	95.815 \pm 0.002
Andre måling (kontroll)	6615413.833 \pm 0.002	600080.581 \pm 0.001	95.806 \pm 0.002
Fasit (middel)	6615413.836 \pm 0.004	600080.580 \pm 0.002	95.811 \pm 0.007

Tabell 5 Fasitkoordinater fra CPOS-målinger for punktet STRB. Oppgis sammen med koordinatenes respektive standardavvik (fra målebok) for EUREF89 nord- og østkoordinater og NN2000-høyder. Alle verdier er oppgitt i meter.

	$N \pm \sigma_N$	$E \pm \sigma_E$	$h \pm \sigma_h$
Første måling	6615285.356 \pm 0.002	600125.750 \pm 0.001	96.540 \pm 0.002
Andre måling (kontroll)	6615285.349 \pm 0.002	600125.755 \pm 0.001	96.538 \pm 0.002
Fasit (middel)	6615285.353 \pm 0.006	600125.753 \pm 0.004	96.539 \pm 0.003

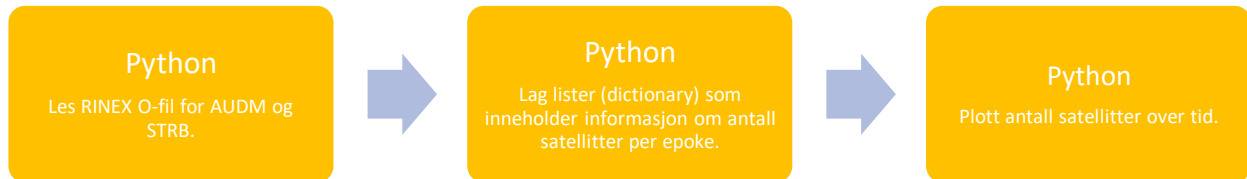
```
In [15]: cpos_load
...:
Out[15]:
{'AUDM101K': {'grid': {'N': 6615413.836, 'E': 600080.58, 'NN2000': 95.81},
'geod': {'lat': 59.664736229, 'lon': 10.77647379},
'H': 134.715,
'ECEF': {'X': 3172510.6921, 'Y': 603838.8195, 'Z': 5481823.099}},
'STRB101M': {'grid': {'N': 6615285.353, 'E': 600125.753, 'NN2000': 96.539},
'geod': {'lat': 59.663572187, 'lon': 10.777214141, 'H': 135.441},
'ECEF': {'X': 3172613.2035, 'Y': 603900.8113, 'Z': 5481758.2259}}}
```

Figur 29 Fasitkoordinatene ble lagret for ulike transformasjoner i Python.

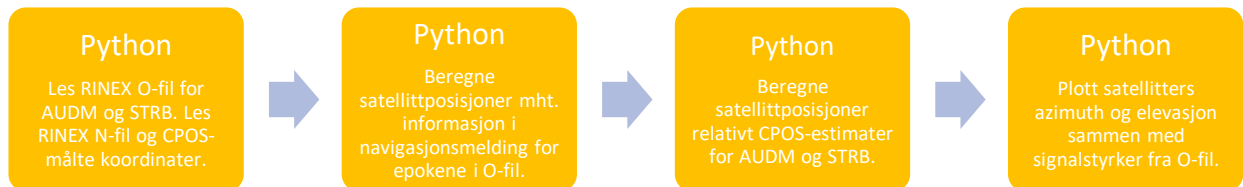
3.6 Analyse og produksjon av resultater

Her forklares det hvordan noen av resultatene ble produsert etter rådataanskaffelsen. Dette vises ved bruk av prosessblokkene under. Det kommer tydelig frem at det meste ble produsert med Python (oransje blokker).

Antall satellitter målt fra



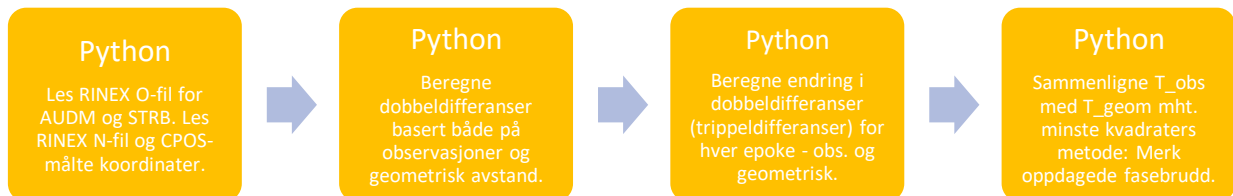
Himmelplott av GPS-satellitter



Støy på målt kode



Dobbel- og trippeldifferanser

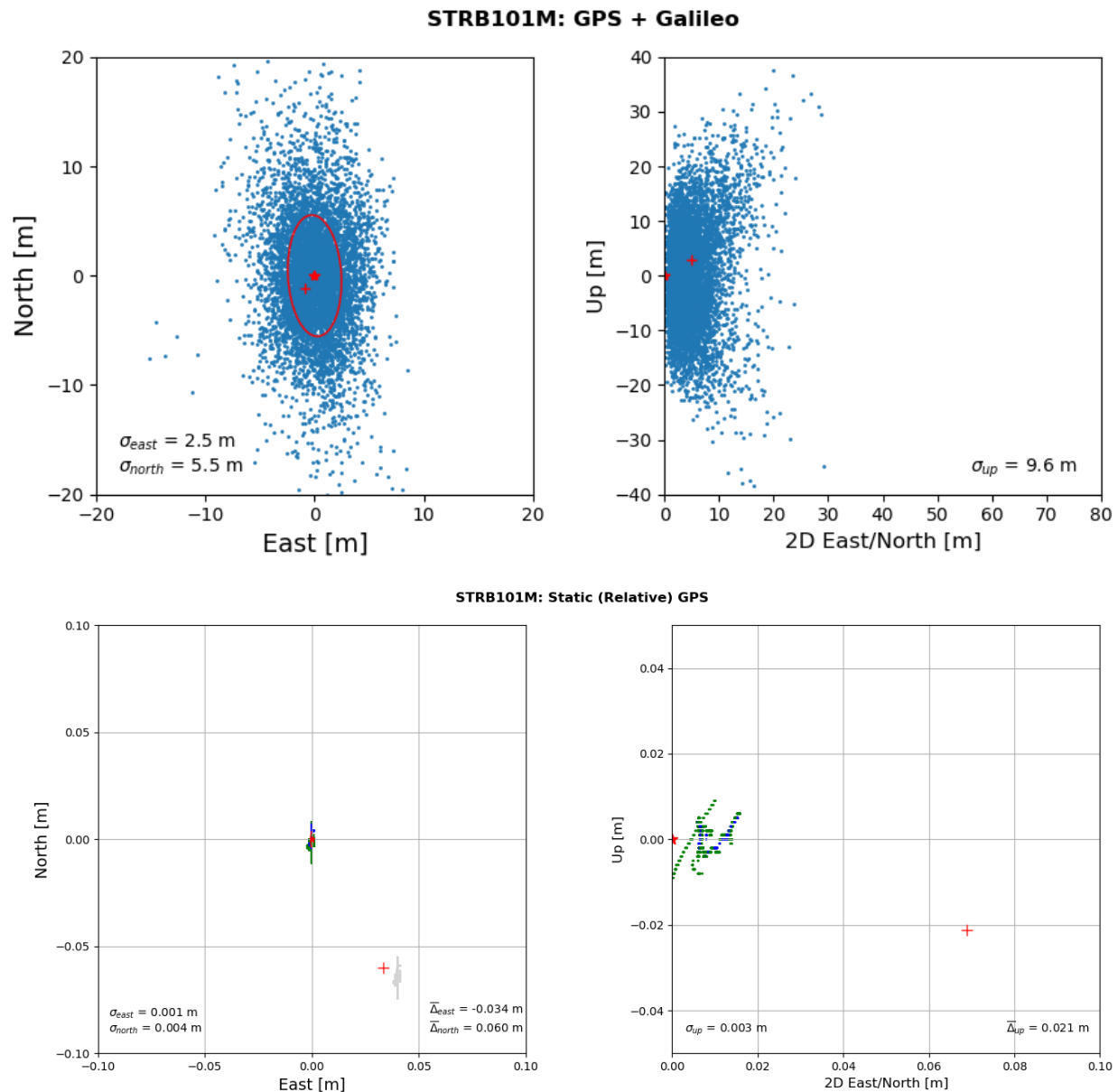


Analyse og plotting av punktestimater



4 Resultat

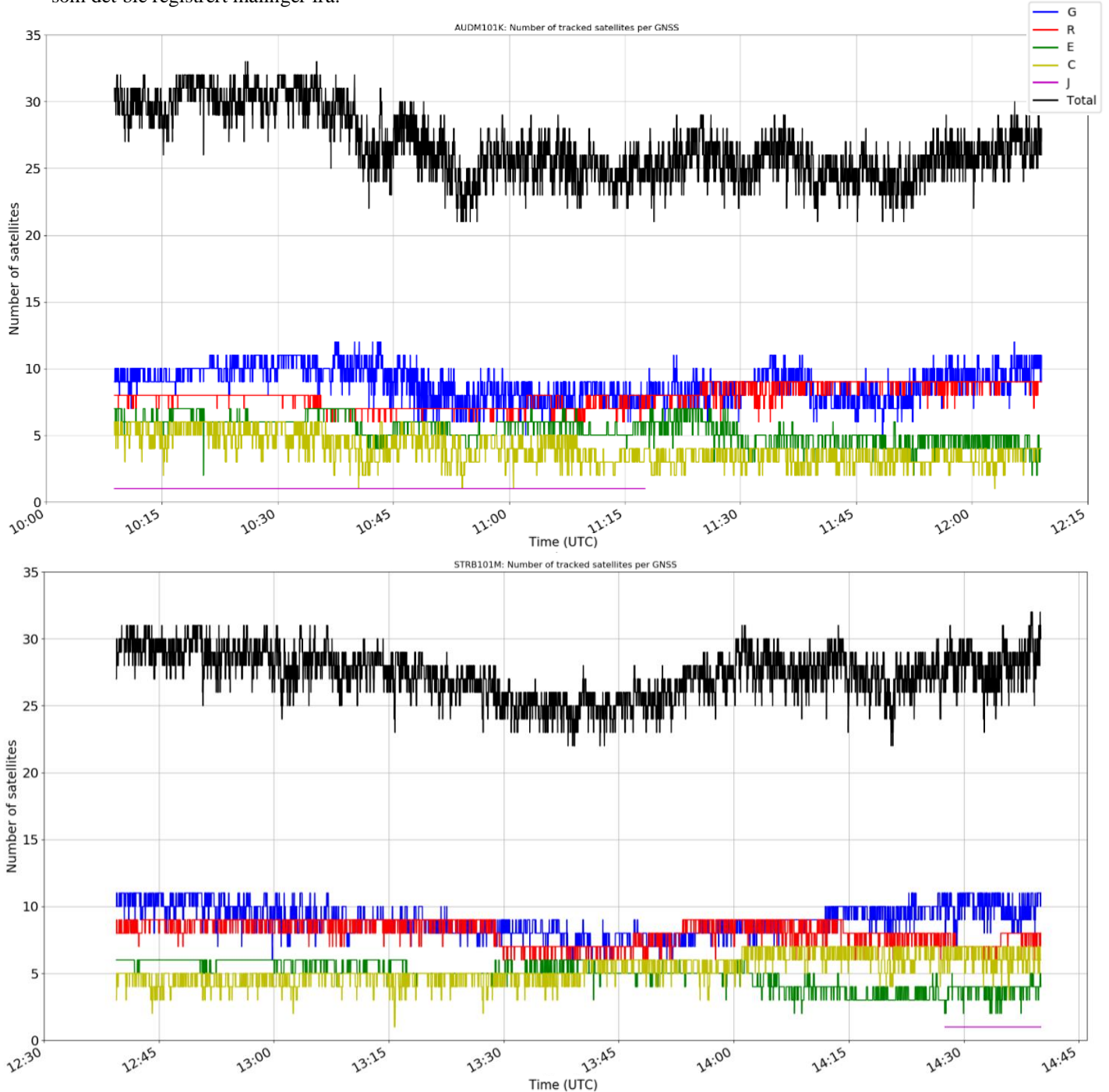
I dette kapitlet vises resultatene fra rådataobservasjonene hentet med Samsung Galaxy S9+: Antall satellitter målt fra, signalstyrker, kode-fase-differanser, estimert ionosfæretrend, punkttestimater, m.m. **Figur 30** oppsummerer resultatene i oppgaven mht. koordinatdomenet, for henholdsvis kode- og faseestimer. Figuren er kun ment til å gi en forsmak på det som presenteres i resten av resultatkapitlet.



Figur 30 En oppsummering av resultatene i oppgaven mht. koordinatdomenet: Enkeltpunkttestimater mht. koden (øverst) og fix-løsninger fra statisk-relativ posisjonering (nederst), for punktet STRB. De venstre plottene viser differanser i øst vs. nord mens de høyre plottene viser differanser i grunnriss vs. høyde. Differansene beregnes som gjennomsnittsestimatet (rød stjerne) minus det sanne punktet (rødt pluss). Feilellipser (røde ellipser), med halvaksler lik $1 \cdot \sigma$, visualiserer presisjonen i grunnrisset.

4.1 Antall satellitter observert fra

Samsung Galaxy S9+ sin BCM47752-mottaker har kapabilitet til å ta imot målinger fra GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou og QZSS. Det ble registrert målinger fra samtlige GNSS i løpet av måleintervallene for AUDM og STRB, som visualisert i **Figur 31**: GPS (G) og GLONASS (R) bidrar, til ethvert tidspunkt, med minst fem satellittmålinger som møter det øverste kvalitetskravet (som nevnt i Kap. 2.2). Galileo (E) og BeiDou (C) bidrar med et mindre antall satellitter, mens japanske QZSS (J), grunnet sin begrensede konstellasjon og regionale bane, kun bidrar med én satellitt som det ble registrert målinger fra.

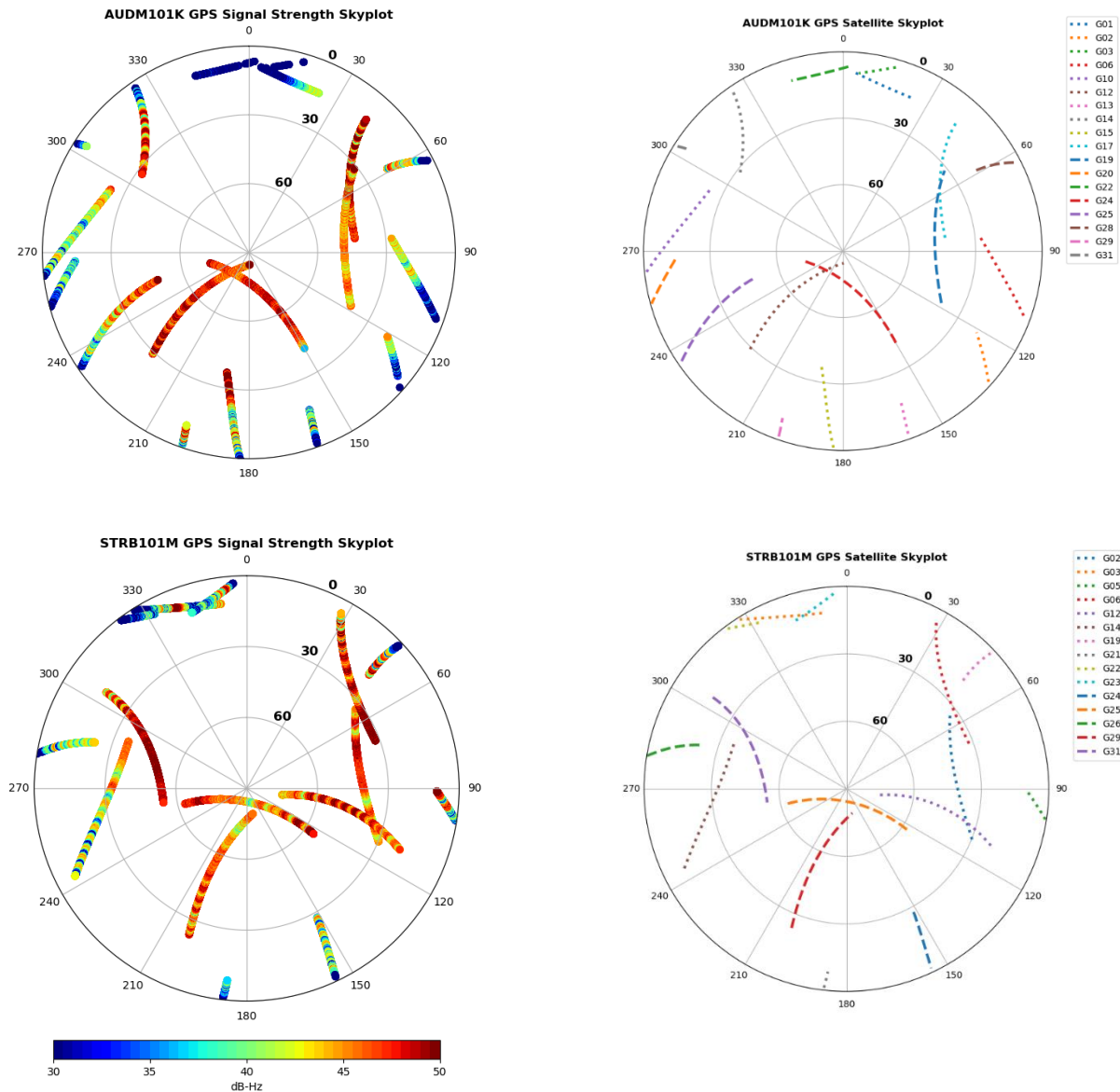


Figur 31 Antall satellitter Samsung Galaxy S9+ mottok målinger fra (per epoke) i løpet av målingene: Punkt AUDM øverst og punkt STRB nederst. Tidspunktene kommer av de observerte epokene og er oppgitt i UTC-tid. G: GPS; R: GLONASS; E: Galileo; C: BeiDou, J: QZSS.

4.2 HimmelploTT av GPS-satellitter

Figur 32 består av himmelploTT (eng: *sky plot*) som viser GPS-satellitters asimut og elevasjon dersom man står i punktet AUDM eller STRB. Satellittenes posisjoner beregnes for satellittenes epoker i RINEX O-fil sammen med efemeridedata gitt av RINEX N-fil. CPOS-målte koordinater ble brukt for bakkepunktens (sanne) posisjon.

Signalstyrker (S/N) fra RINEX O-fil fargekoder satellittposisjonene, hvor blått angir svak styrke og rødt angir sterk signalstyrke. Plottene er laget mest mulig likt som himmelploTTene i Håkansson (2018) for å gjøre det mulig å sammenligne resultater fra begge skrift. Merk: Det er også nyttig å vite at prikkene i S/N-plottene nedenfor legger seg oppå hverandre for hvert tidspunkt frem i tid, og dermed kan også satellittenes retning tydes fra plottene til venstre.

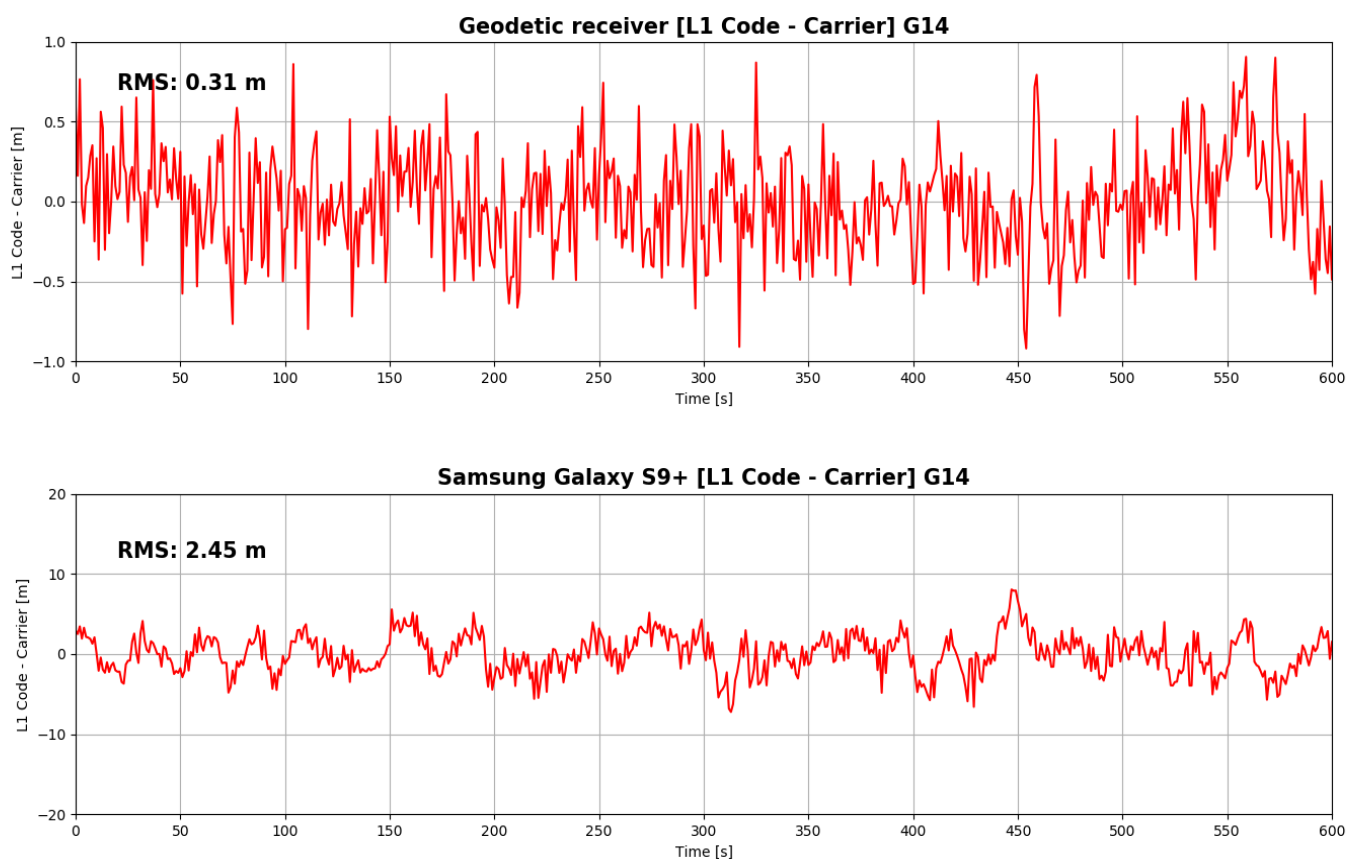


Figur 32 HimmelploTT for GPS-satellittposisjoner. Satellittposisjonene vises relativt mobilens posisjon (i midten) og oppgis som asimut og elevasjonsvinkel (i grader): Nord og sør tilsvarer henholdsvis 0 og 180 grader i sirkelen mens tall i **fet** tilsvarer elevasjonsvinkler fra horisonten (null). Til venstre vises signalstyrker (S/N) og til høyre et enklere plott for identifisering av satellitt.

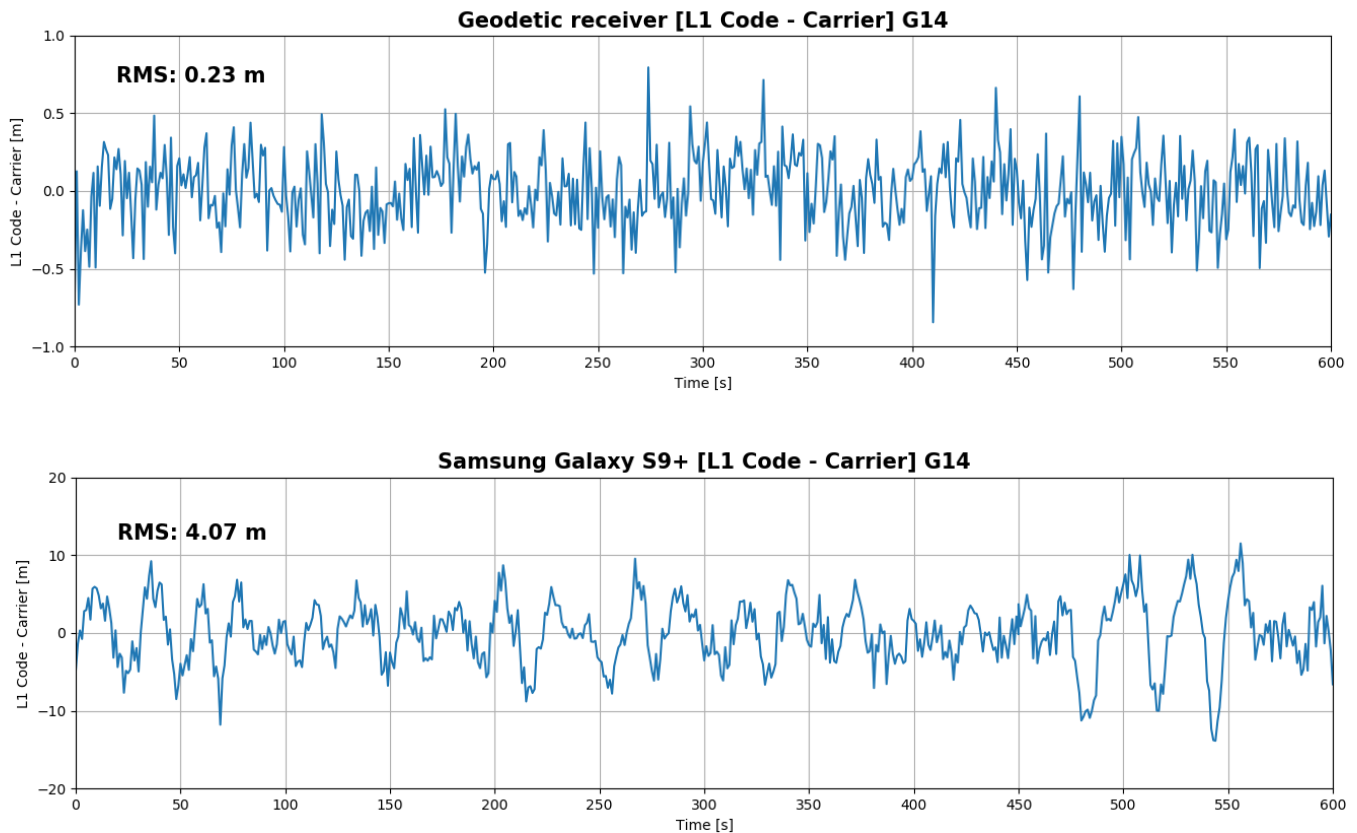
4.3 Støy på målt kode: Samsung Galaxy S9+ vs. geodetisk mottaker

Plottene i **Figur 33-Figur 34** anses inspirert av Lachapelle et al. (2018). Ideen bak plottene er å visualisere kode-fase-differanser, som beskrevet i Kap. 2.6.4, til å vise den observerte kodekvaliteten for mottakeren i Samsung Galaxy S9+ og en geodetisk mottaker. Er mottakeren mer sensitiv for støy vil dette generelt degradere kodekvaliteten: Hyppige, store sprang i koden relativt fasen, og høyere RMS-verdi (middelverdi for intervallet). Kode-fase-differansene er midlet for hvert intervall; verdiene sentres rundt null-linjen, slik at differansene lettere kan tolkes og sammenlignes.

Kun målinger fra GPS-satellitt PRN 14 finnes i plottene under, men flere slike plott finnes for andre PRN i oppgavens Vedlegg A, dersom dette skulle være av interesse. I **Tabell 6** og **Tabell 7** på neste side finnes RMS-verdiene for samtlige plott. Videre presenteres noen plott for Galileo kode-fase-differanser i **Figur 35** og **Figur 36**.



Figur 33 Kode-fase-differanser for målinger fra GPS PRN 14 over tidsintervall på 600 sekunder. Tiden passert (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Plottet er hentet fra UTC-tidsrommet 11:50-12:00 da SGS9+ befant seg på punktet AUDM.



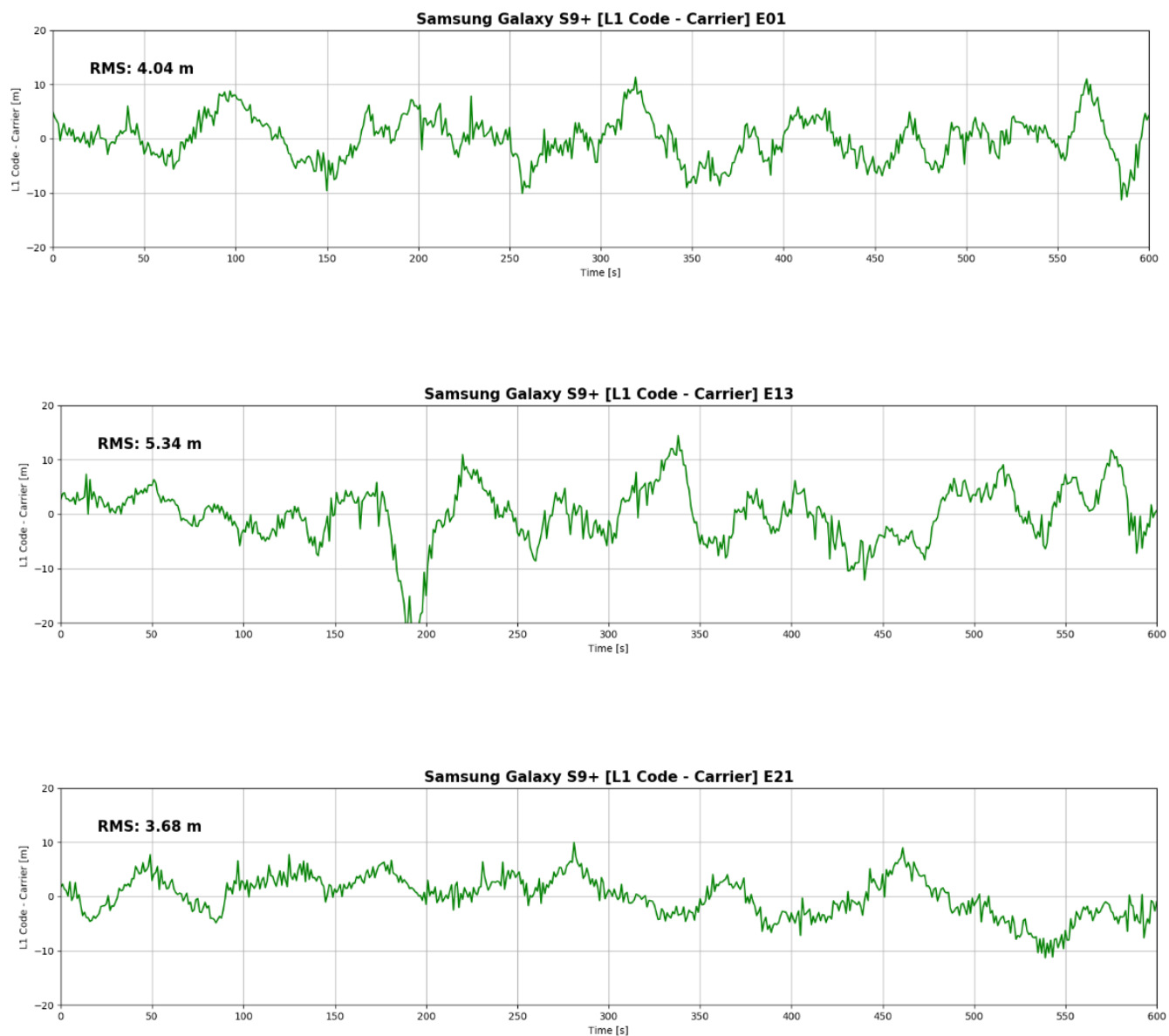
Figur 34 Kode-fase-differanser for målinger fra GPS PRN 14 over tidsintervall på 600 sekunder: Tiden passert (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Plottet er hentet fra UTC-tidsrommet 12:50-13:00 da SGS9+ befant seg på punktet STRB.

Tabell 6 RMS-verdier (meter) for ulike GPS-satellitters kode-fase-differanser. Oppgis for geodetisk mottaker og Samsung Galaxy S9+ i tidsintervallet 11:50-12:00, da mobilen befant seg ved AUDM.

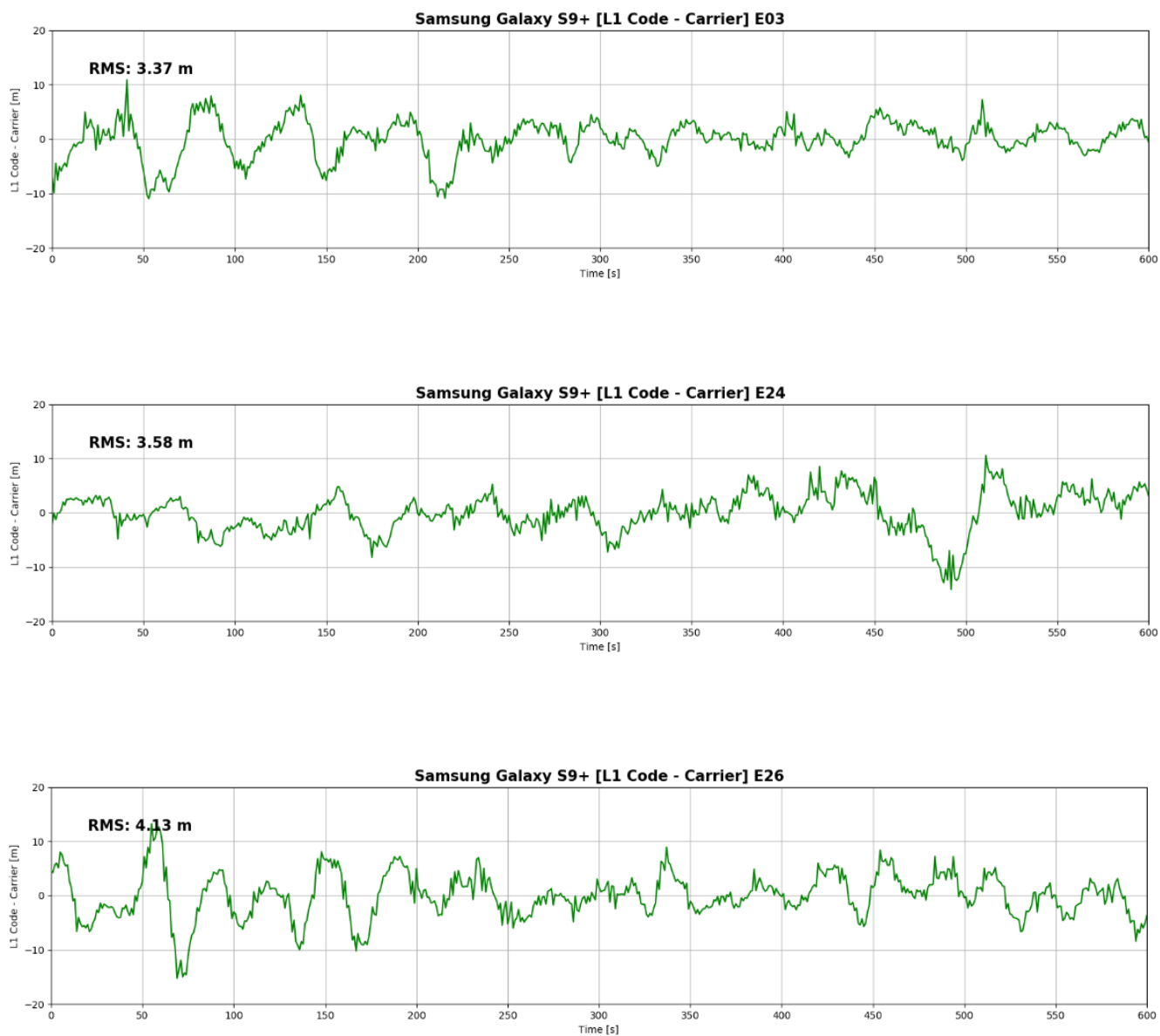
GPS PRN	Geodetisk	SGS9+
14	0.31	2.45
12	0.16	4.92
25	0.20	5.10
Total	0.23	4.33

Tabell 7 RMS-verdier (meter) for ulike GPS-satellitters kode-fase-differanser. Oppgis for geodetisk mottaker og Samsung Galaxy S9+ i tidsintervallet 12:50-13:00, da mobilen befant seg ved STRB.

GPS PRN	Geodetisk	SGS9+
14	0.23	4.07
12	0.19	6.80
25	0.17	3.87
Total	0.20	5.09



Figur 35 Kode-fase-differanser for et utvalg Galileo-satellitter: E01 (øverst), E13 (midten) og E21 (nederst). Passertid (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Punkt målt fra: AUDM.



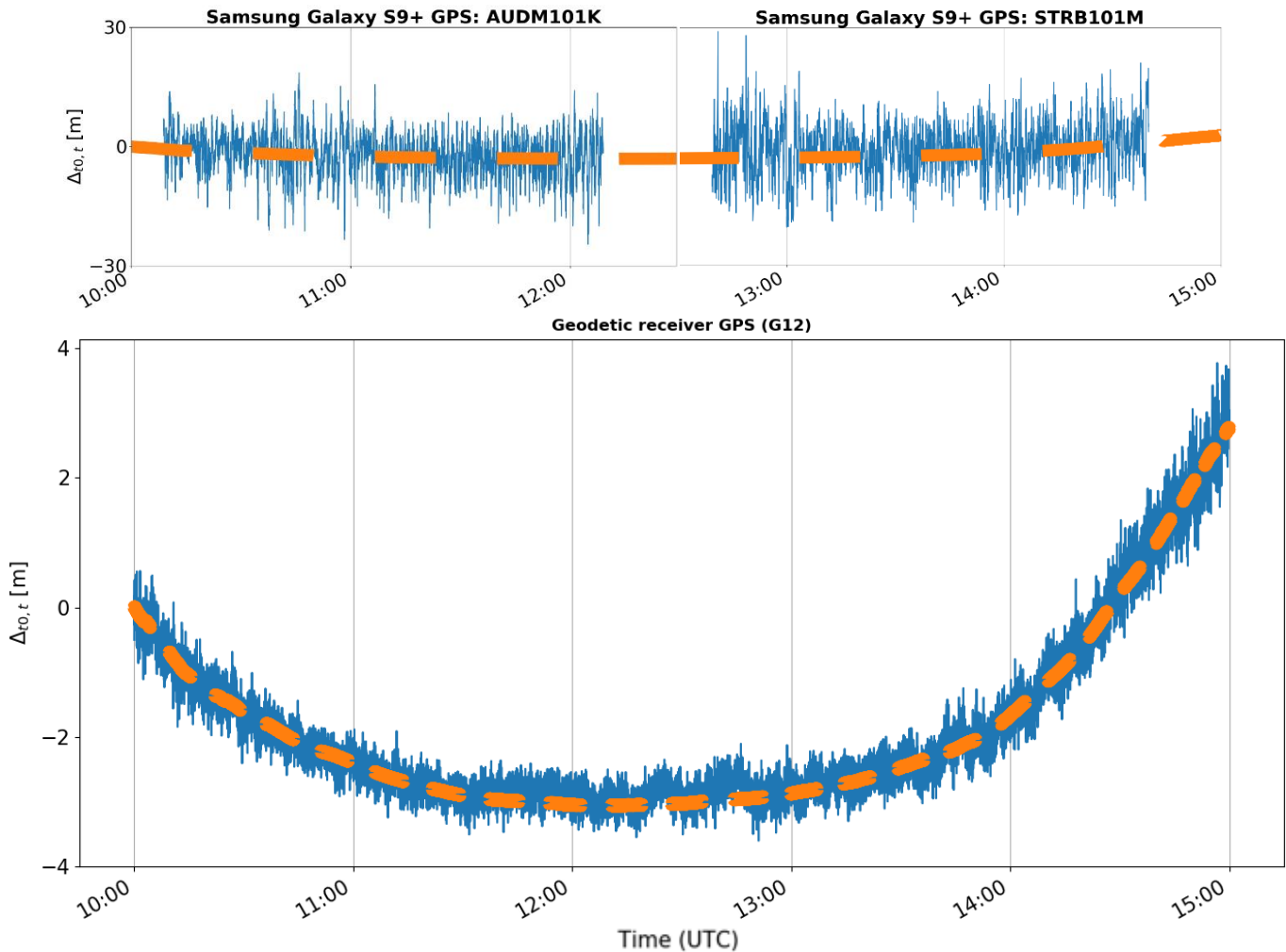
Figur 36 Kode-fase-differanser for et utvalg Galileo-satellitter: E03 (øverst), E24 (midten) og E26 (nederst). Passertid (i sek) vises langs x-aksen og kode-fase-differanser langs y-aksen. Punkt målt fra: STRB.

4.4 Sammenligning av trend fra ionosfærisk forsinkelse

Det er kjent at den ionosfæriske forsinkelsen vil påvirke målingene med et trendmønster ved måling over lenger tid (Håkansson, 2018), slik som vist nederst i **Figur 37**. For den geodetiske mottakerens kode-fase-differanser er samme trend mulig å observere dersom fasebrudd ikke oppstår i løpet av måleintervallet.

I plottet blir endringen i kode-fase-differanser (relativt en epoke t_0) sammenlignet med endringen i ionosfærens forsinkelse: Det vises hvor mye ionosfæren varierer med tid og hvor store feil i observasjonene som forekommer dersom denne tidsavhengige effekten ikke tas hensyn til. Det må presiseres at det er endringen i ionosfære ganger 2 som vises i plottet, ettersom kode-fase-differansen påvirkes dobbelt av ionosfærens forsinkelse (se side 19). Dersom endringen i ionosfære skal gis riktig verdi utenfor plottet, må den dermed deles på 2.

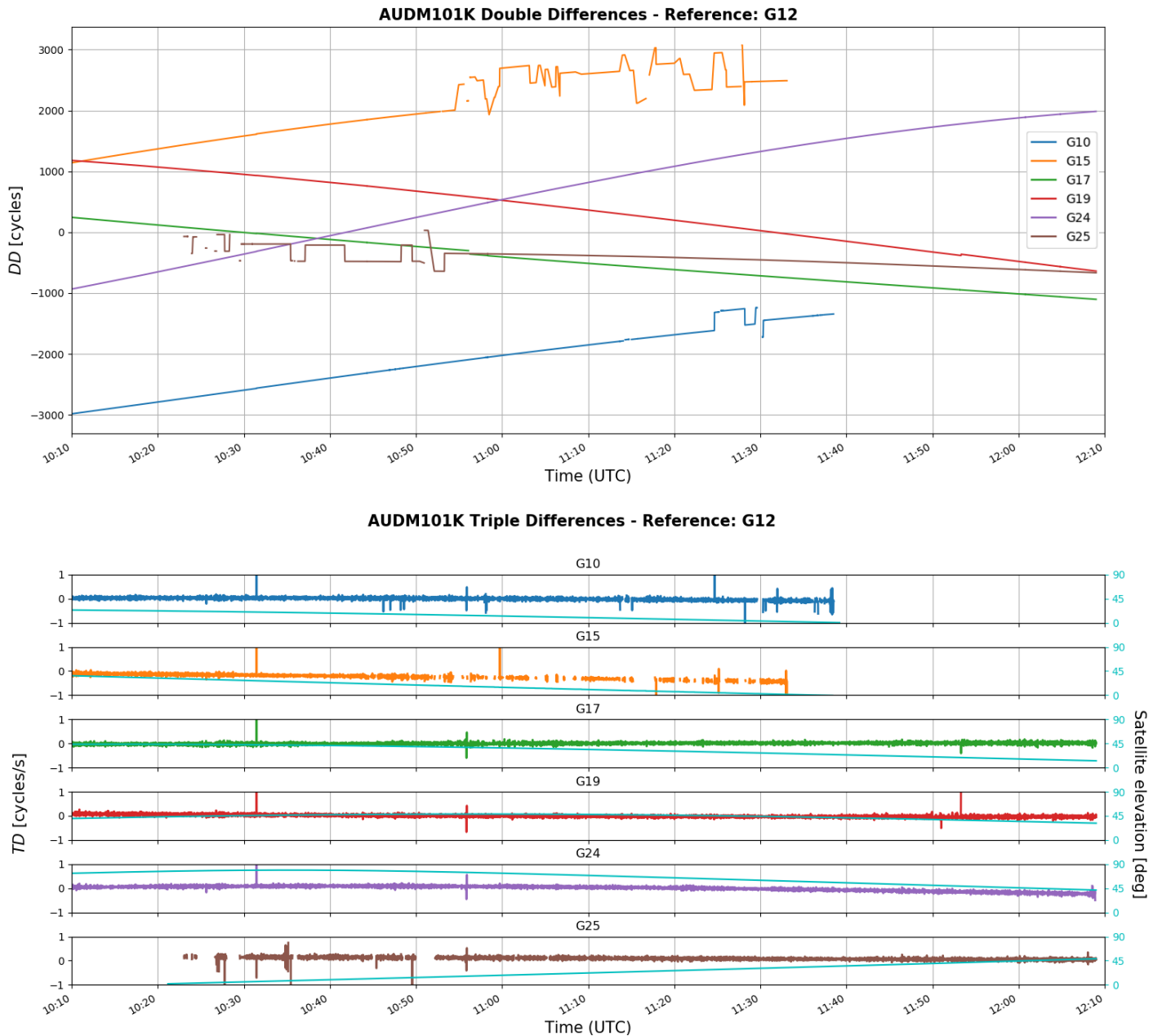
Plottene i **Figur 37** viser målingene fra GPS PRN 12 siden dette var en av de få satellittene som gav nærmest uavbrutt, kontinuerlig fasemåling i loggeintervallet 10:00-15:00, både for den geodetiske mottakeren og oppstillingene AUDM og STRB med Samsung Galaxy S9+.



Figur 37 Endring i kode-fase-differanser (blått) plottet sammen med endringen i estimert ionosfæreforsinkelse (oransje) for signalet til GPS PRN 12. X-aksen viser klokkeslett for hver time frem i tid (UTC-tid), for fem timer. Målinger fra AUDM (venstre) og STRB (høyre) vises øverst; målinger fra den geodetiske basestasjonen vises nederst.

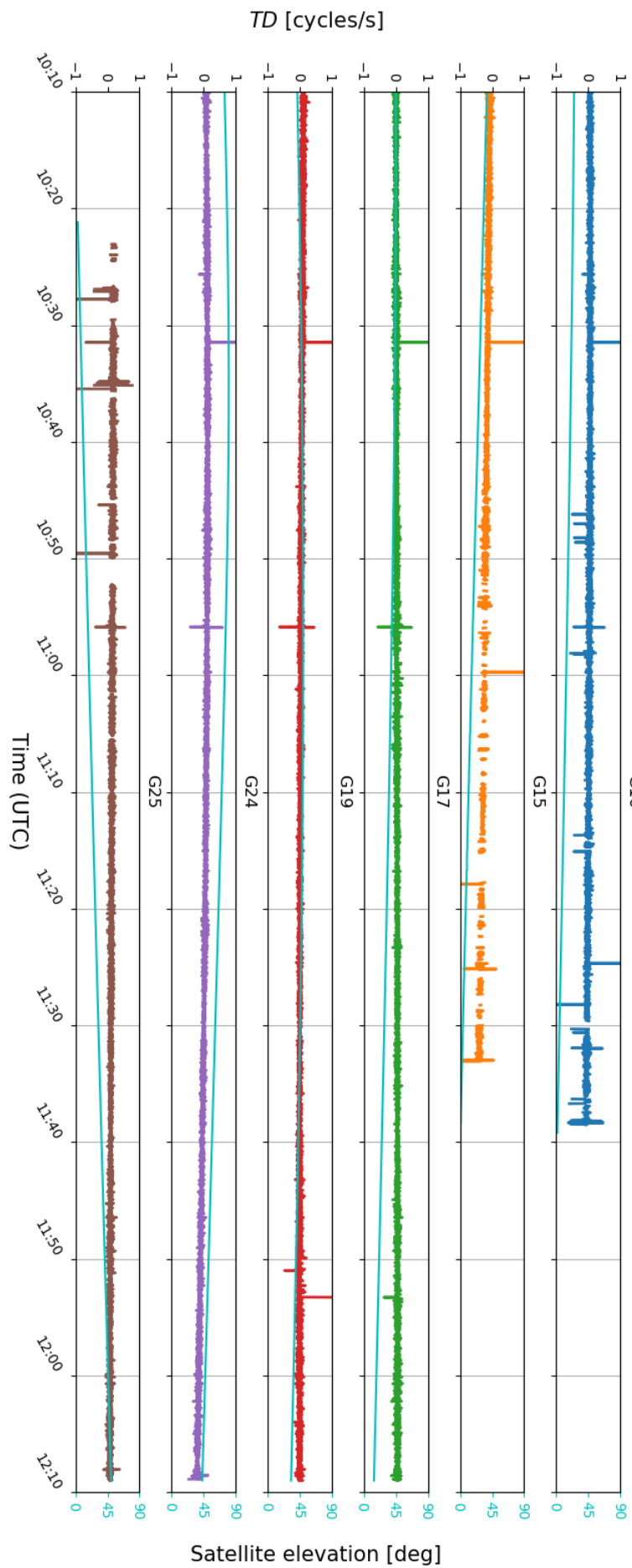
4.5 Dobbdifferanser og trippeldifferanser

Plottene under viser dobbel- og trippeldifferanser (Kap. 2.6.6) fra fasemålinger for et utvalg satellitter som bidro med lenger måleintervaller. Verdiene kommer av mobilmålingene ved punktene AUDM (Figur 38) og STRB (Figur 39), relativt geodetisk referansemottaker AASC. Plottene er plassert hensiktsmessig på samme side og med like x-akser slik at de lettere skal kunne sammenlignes. I tillegg vises trippeldifferansene i større versjon på plottenes etterfølgende sider, for AUDM og STRB respektivt.

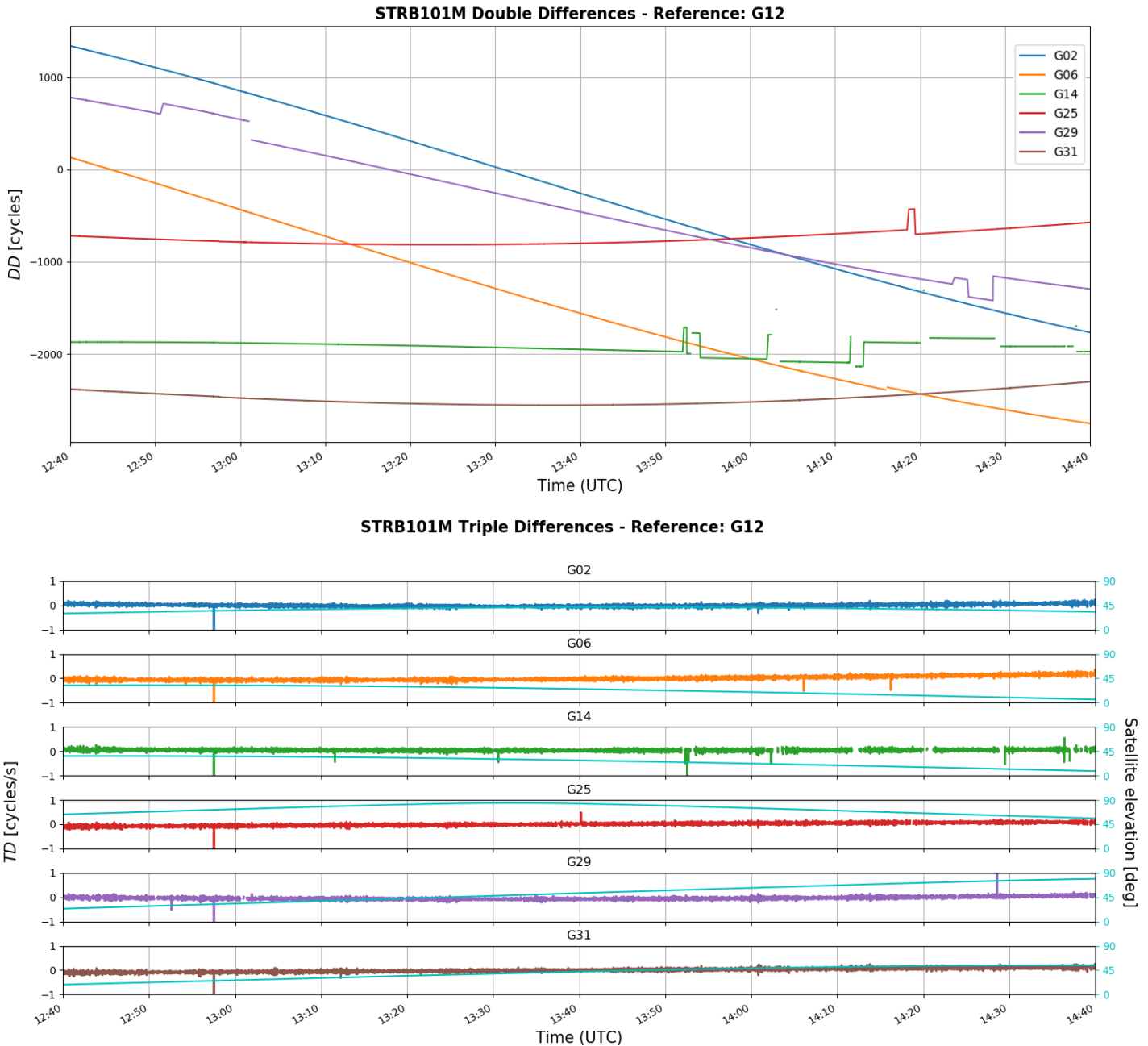


Figur 38 Dobbdifferanser (over) og trippeldifferanser (under) for mobilmålingene ved AUDM relativt målinger fra referansestasjon (AASC). Referansesatellitt er satt til GPS PRN 12 for hele måleintervallet. Satellittenes elevasjonsvinkler vises som lyseblå linjer. Større skala av trippeldifferanseplottet finnes på neste side.

AUDM101K Triple Differences - Reference: G12

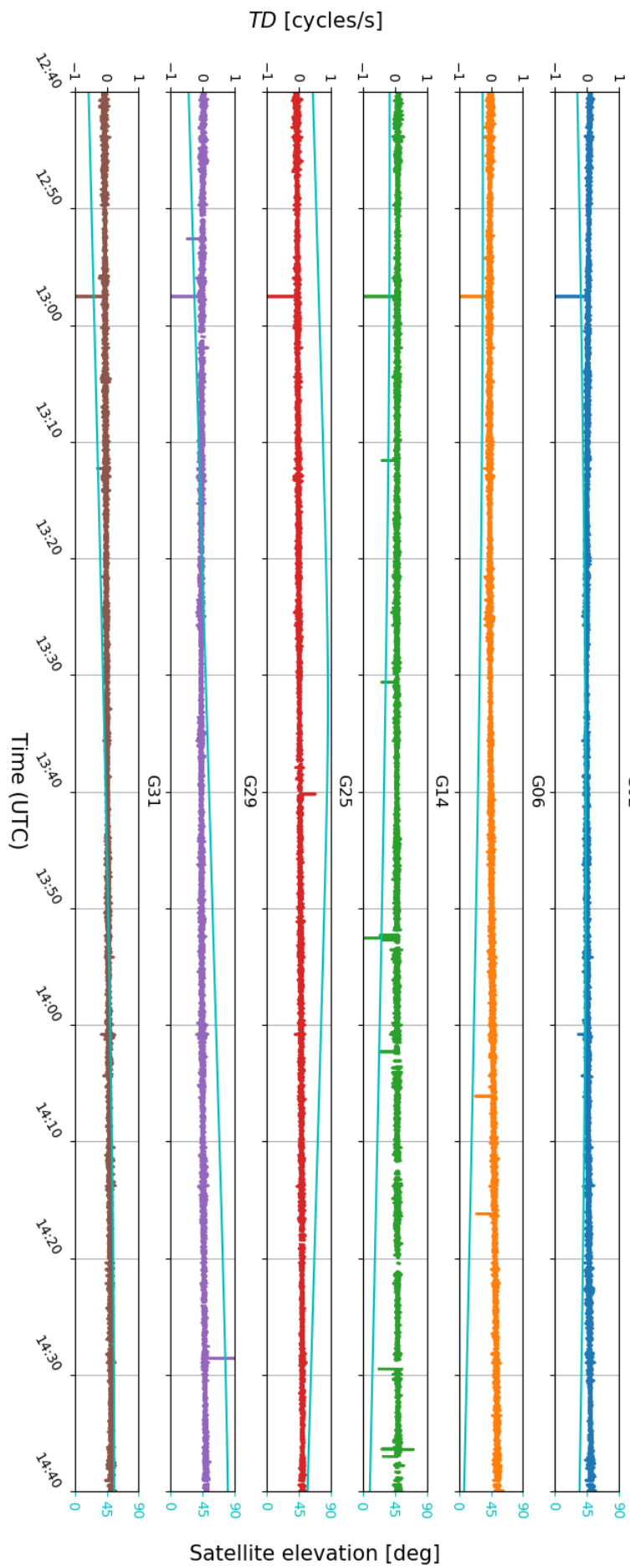


Merk at trippeldifferansene har blitt sentrert rundt nullaksen for å gjøre sammenligninger mellom trippeldifferansene lettere. I tillegg skyter noen av trippeldifferanseverdiene langt utenfor subplottenes y-grenser – de av verdiene som treffer plottets tak eller bunn. Å vise disse verdiene i sin helhet gjør det vanskelig å tolke de mindre utstikkene. Dermed ble y-grensene for subplottene satt lik [-1, 1] ettersom dette viser de mindre hoppene mer tydelig.



Figur 39 Dobbeldifferanser (over) og trippeldifferanser (under) for mobilmålingene ved STRB relativt målinger fra referansestasjon (AASC). Referansesatellitt er satt til GPS PRN 12 for hele måleintervallet. Satellittenes elevasjonsvinkler vises som lyseblå linjer. Større skala av trippeldifferanseplottet finnes på neste side.

STRB101M Triple Differences - Reference: G12

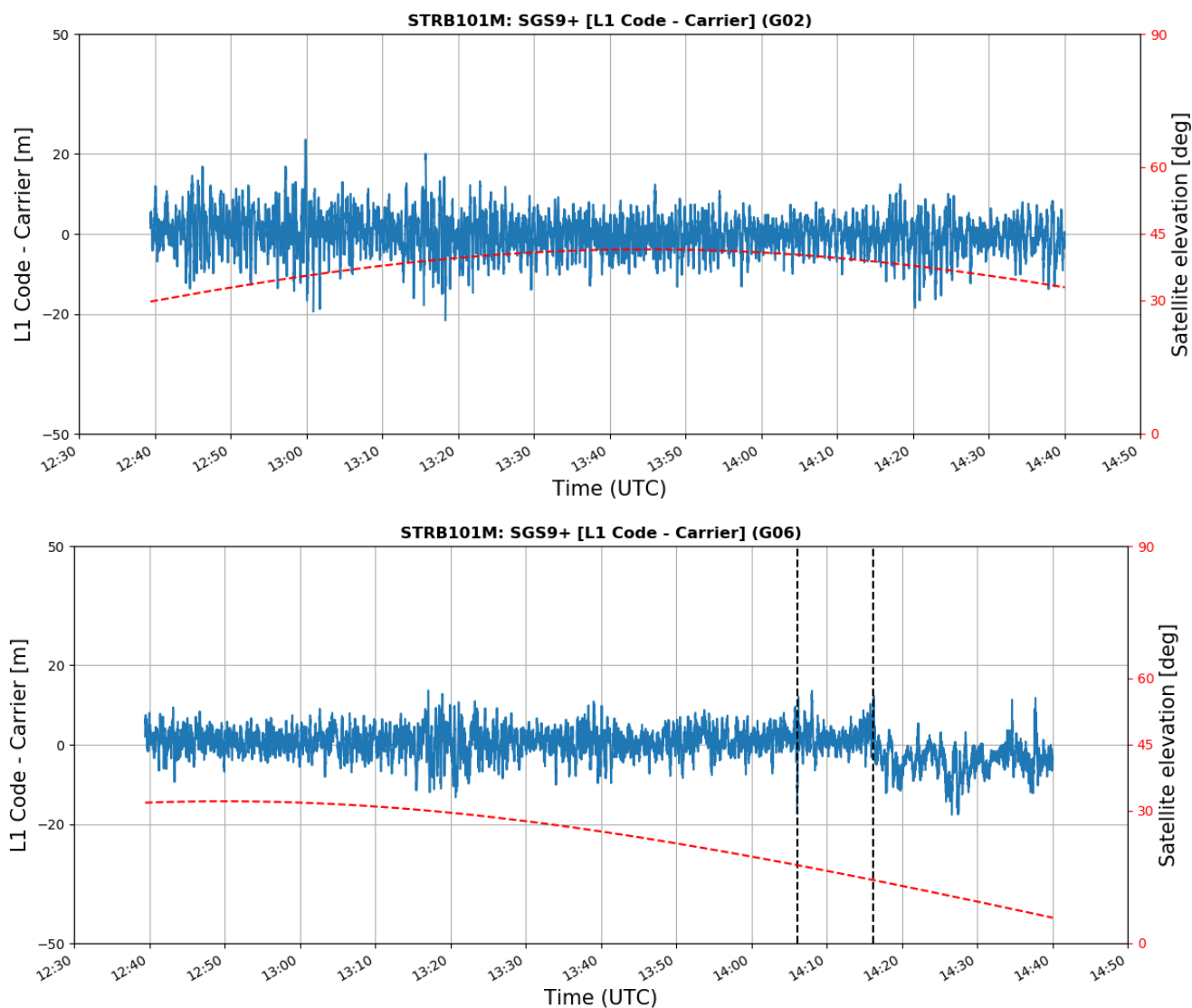


4.6 Detekterte fasebrudd

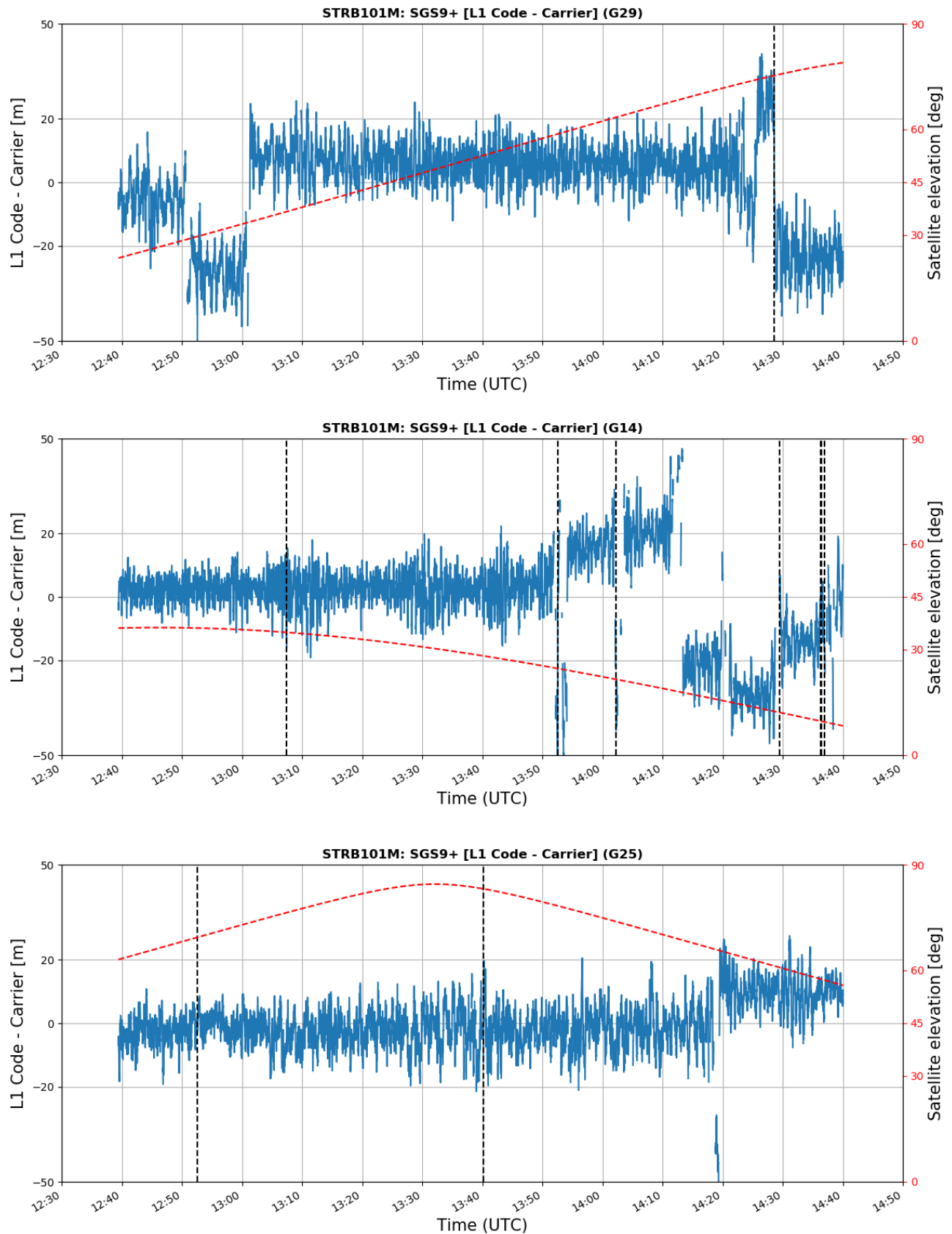
Plottene i **Figur 40** viser totimersintervaller for kode-fase-differanser sammen med elevasjonsvinkler for satellittene. Detekterte fasebrudd, mht. deteksjonsmetoden som beskrives under Kap. 2.6.6, markeres med stiplede, vertikale linjer.

Det vises kun plott for noen GPS-satellitter av interesse for punkt STRB i dette kapittelet. For alle andre GPS-satellitters plott av samme sort se Vedlegg D.

OBS: Python-funksjonen for detektering av fasebrudd vha. trippeldifferanse tar dessverre ikke hensyn til manglende observasjoner fra SGS9+ eller geodetisk mottaker. Dette resulterer i flere fasebrudd som *ikke* detekteres, slik som vist i **Figur 41** – plottene vises kun for å poengtere dette. Av denne grunn anbefales det å tolke resultatene nedenfor (og i Vedlegg D) sammen med visualiserte dobbel- og trippeldifferanser i **Figur 38** og **Figur 39** – for de satellittene som finnes i begge figurene.



Figur 40 Kode-fase-differanser for et måleintervall på to timer, for GPS PRN 02 (øverst) og 06 (nederst). Fasebrudd fremstår som vertikale, stiplede linjer (sort): Øvre plott viser målinger uten detekterte fasebrudd; nedre plott viser flere detekterte fasebrudd for fasemålingene. Satellittens elevasjonsvinkel vises som en stiplet, rød linje.

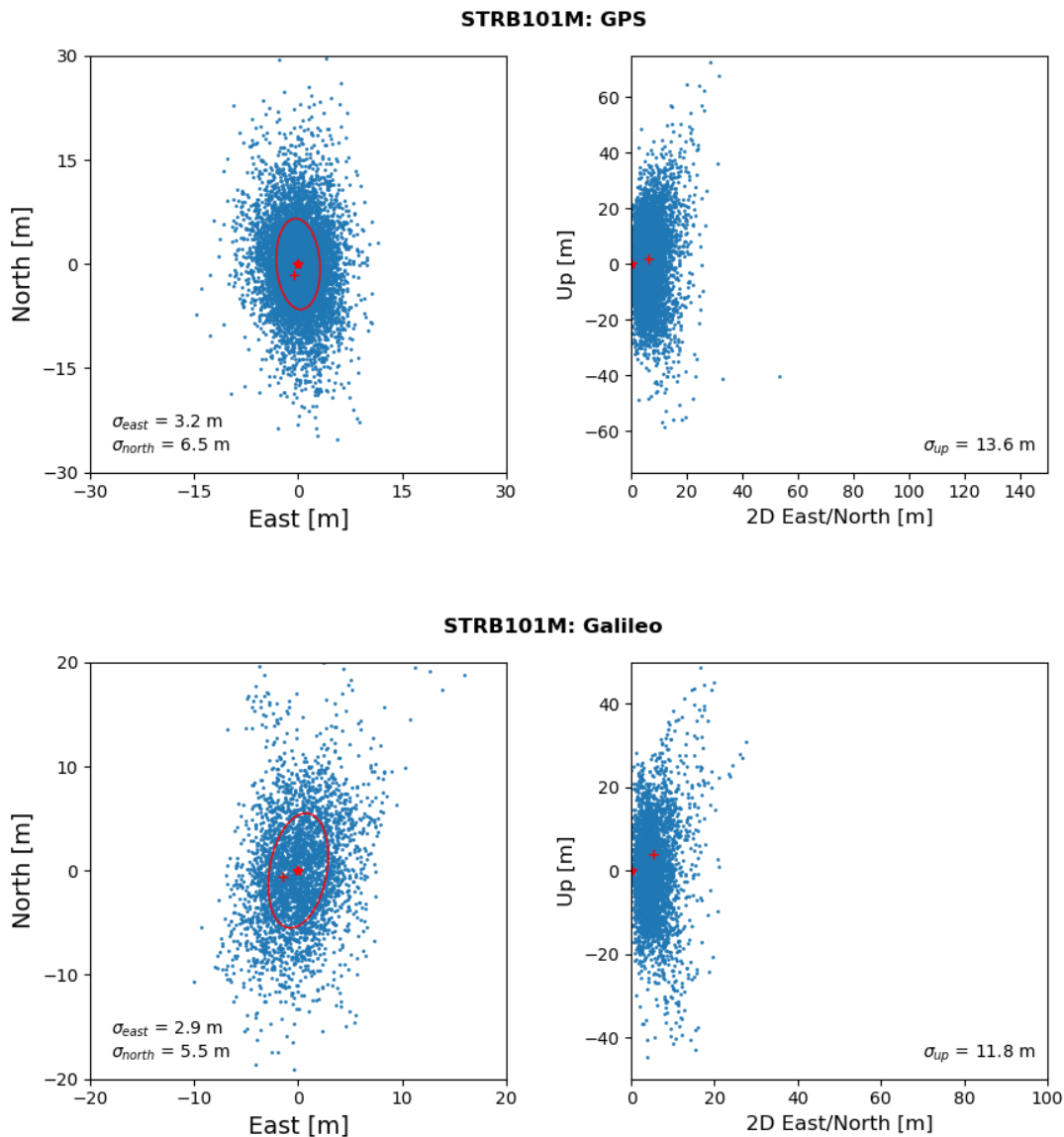


Figur 41 Kode-fase-differanser for to timer med måling, for GPS PRN 29 (øverst), 24 (midten) og 25 (nederst). Klokkeslett i UTC-tid vises langs x-aksen og kode-fase-differanser vises langs y-aksen. Ikke-detekterte fasebrudd opptrer som store hopp/offset i kode-fase-differansene som *ikke* blir merket med stiplet linje. Satellittens elevasjonsvinkel vises som en stiplet, rød linje.

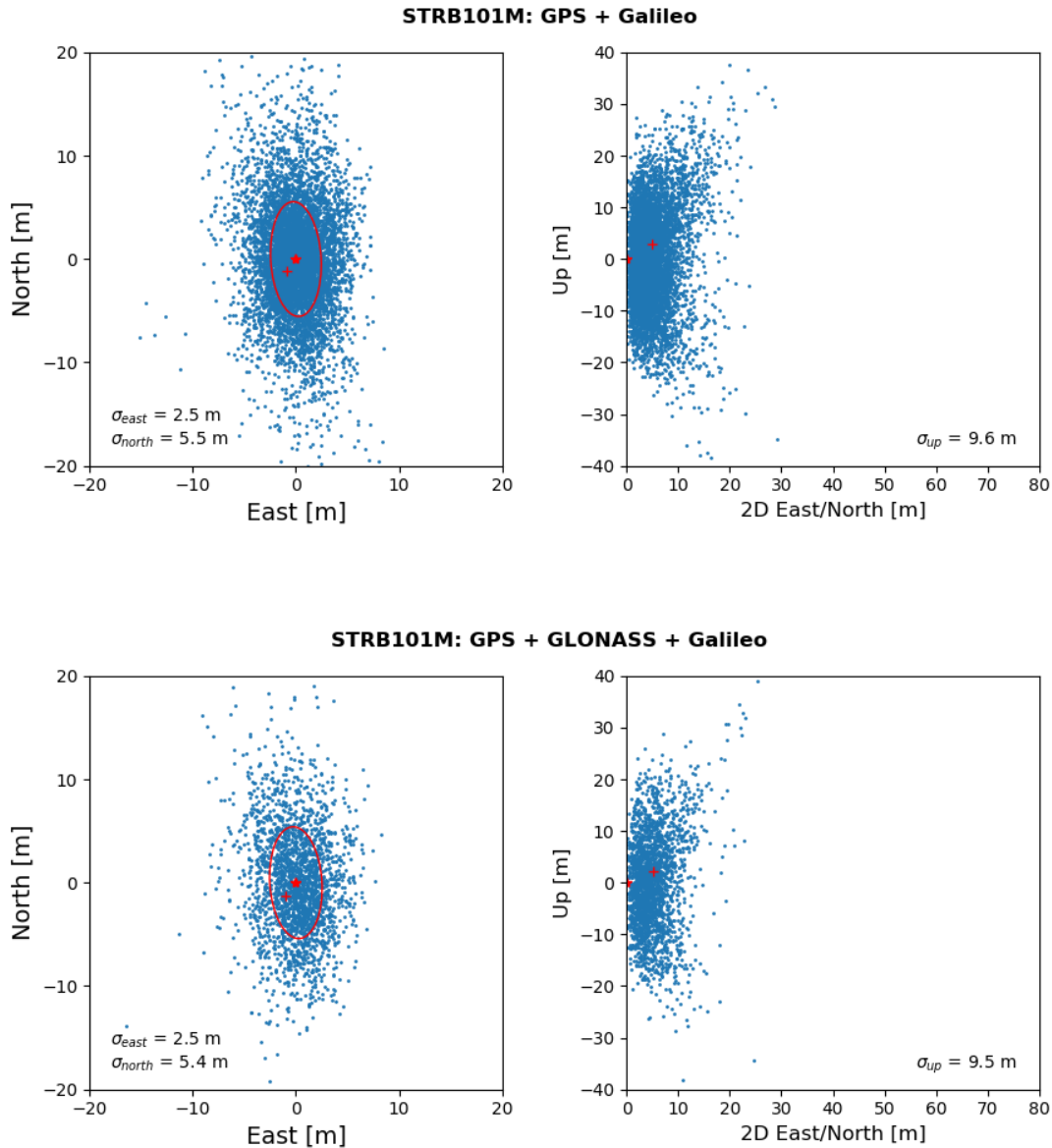
4.7 SPP: Enkelpunkttestimater ulike GNSS for koden

RTKLIB ble brukt til å estimere enkelpunkter fra kodemålingene for ulike GNSS - og kombinasjoner av GNSS. Plottene er inspirert av DGPS-plottene fra Håkansson (2018). De viser nord vs. øst til venstre og opp vs. grunnriss (2D) til høyre for STRB. På denne siden (**Figur 42**) vises plott for GPS og Galileo og på neste side finnes plott for kombinasjoner av GPS, GLONASS og Galileo (**Figur 43**). Merk at for kombinasjonen GPS-GLONASS-Galileo ble det få punkttestimater – etter inkludering av GLOANSS i estimatene.

For AUDM sine plott, se Vedlegg B. **Tabell 8** viser standardavvik for de ulike punkt og GNSS. Videre viser **Tabell 9-Tabell 16** nøyaktighet (midle differanser) basert på hvor lenge det måles.



Figur 42 1-sek enkelpunkttestimater (blå prikker) for GPS og Galileo, sammen med middel av estimatene (rød stjerne) og sann verdi (rødt pluss) fra CPOS-målinger. Feilellipse (rød ellipse) vises med σ lik 1. Venstre plott viser differansene i øst plottet mot differanser i nord, mens plott til høyre viser differanser i grunnrisset (horisontal avstand i nord/øst) plottet mot høydedifferanser. Differansene beregnes som estimert koordinat minus sann koordinat.



Figur 43 Enkelpunktestimater (blå prikker) for kombinasjonene GPS og Galileo (øverst) og GPS-GLONASS-Galileo (nederst) sammen med middel av estimatene (rød stjerne) og sann verdi (rødt pluss) fra CPOS-målinger. Feilellipse (rød ellipse) vises med σ lik 1. Venstre plott viser differansene i øst plottet mot differanser i nord, mens plott til høyre viser differanser i grunnrisset (horizontal avstand i nord/øst) plottet mot høydedifferanser. Differansene beregnes som estimert koordinat minus sann koordinat.

Tabell 8 Standardavvik σ (i meter) per koordinatkomponent fra enkelpunktestimater med ulike GNSS-kombinasjoner for punktene AUDM og STRB. *G*: GPS, *E*: Galileo. *R*: GLONASS. Fra måleintervaller på to timer.

	AUDM <i>G</i>	AUDM <i>E</i>	AUDM <i>G + E</i>	AUDM <i>G + R + E</i>	STRB <i>G</i>	STRB <i>E</i>	STRB <i>G + E</i>	STRB <i>G + R + E</i>
σ_{east}	6.5	3.7	2.6	2.5	3.2	2.9	2.5	2.5
σ_{north}	11.7	6.9	4.4	4.0	6.5	5.5	5.5	5.4
σ_{up}	17.5	16.8	9.9	8.8	13.6	11.8	9.6	9.5
σ_{2D}	13.4	7.8	5.1	4.7	7.2	6.2	6.0	6.0
σ_{3D}	22.0	18.6	11.2	10.0	15.5	13.3	11.3	11.2

4.7.1 Nøyaktighetsmål

Tabellene under viser gjennomsnitt av enkeltpunktkoordinater minus sann verdi (CPOS-målt) for punktene AUDM og STRB. Gjennomsnittlig differanse i nord- ($\bar{\Delta N}$), øst- ($\bar{\Delta E}$) og høydekoordinat ($\bar{\Delta U}$) vises for ulike tidsintervaller fra og med målestart. I tillegg vises differanse i grunnriss ($\bar{\Delta 2D}_{NE}$) og rom ($\bar{\Delta 3D}$).

Tabell 9 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimer fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimer fra GPS.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	2.6	-0.1	6.1	2.6	6.6
1 min	3.5	-1.5	8.8	3.8	9.6
30 min	2.0	-1.5	8.7	2.5	9.0
1 time	3.2	-2.0	10.0	3.8	10.6
2 timer	1.9	-0.9	5.3	2.1	5.7

Tabell 10 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimer fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimer fra Galileo.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	4.1	0.7	5.4	4.2	6.8
1 min	1.7	2.0	2.6	2.7	3.7
30 min	1.1	0.6	1.0	1.3	1.7
1 time	1.1	0.6	0.7	1.2	1.4
2 timer	1.1	0.9	-0.9	1.4	1.7

Tabell 11 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimer fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimer fra kombinasjonen GPS og Galileo.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	2.8	0.3	4.5	2.8	5.3
1 min	1.8	0.5	-1.1	1.8	2.2
30 min	1.6	0.0	2.8	1.6	3.2
1 time	1.2	0.0	2.8	1.2	3.0
2 timer	0.8	0.4	0.7	0.9	1.2

Tabell 12 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimer fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt AUDM, for estimer fra kombinasjonen GPS, GLONASS og Galileo.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	3.0	-0.3	5.0	3.0	5.9
1 min	2.6	0.1	1.6	2.6	3.1
30 min	1.3	-0.4	3.4	1.4	3.6
1 time	0.6	-0.2	3.3	0.7	3.4
2 timer	0.8	0.1	2.7	0.8	2.8

Tabell 13 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra GPS.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	-0.4	-1.1	14.3	1.2	14.4
1 min	0.1	0.2	4.9	0.2	4.9
30 min	1.8	0.8	-0.7	1.9	2.0
1 time	1.7	0.8	-1.1	1.8	2.1
2 timer	1.6	0.6	-1.8	1.7	2.5

Tabell 14 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra Galileo.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	-6.2	1.1	-30.9	6.3	31.5
1 min	-1.2	2.1	-12.8	2.4	13.1
30 min	0.2	1.3	-3.7	1.3	3.9
1 time	0.5	1.5	-3.9	1.6	4.2
2 timer	Ikke nok satellitter tilgjengelige (< 4)				

Tabell 15 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra kombinasjonen GPS og Galileo.

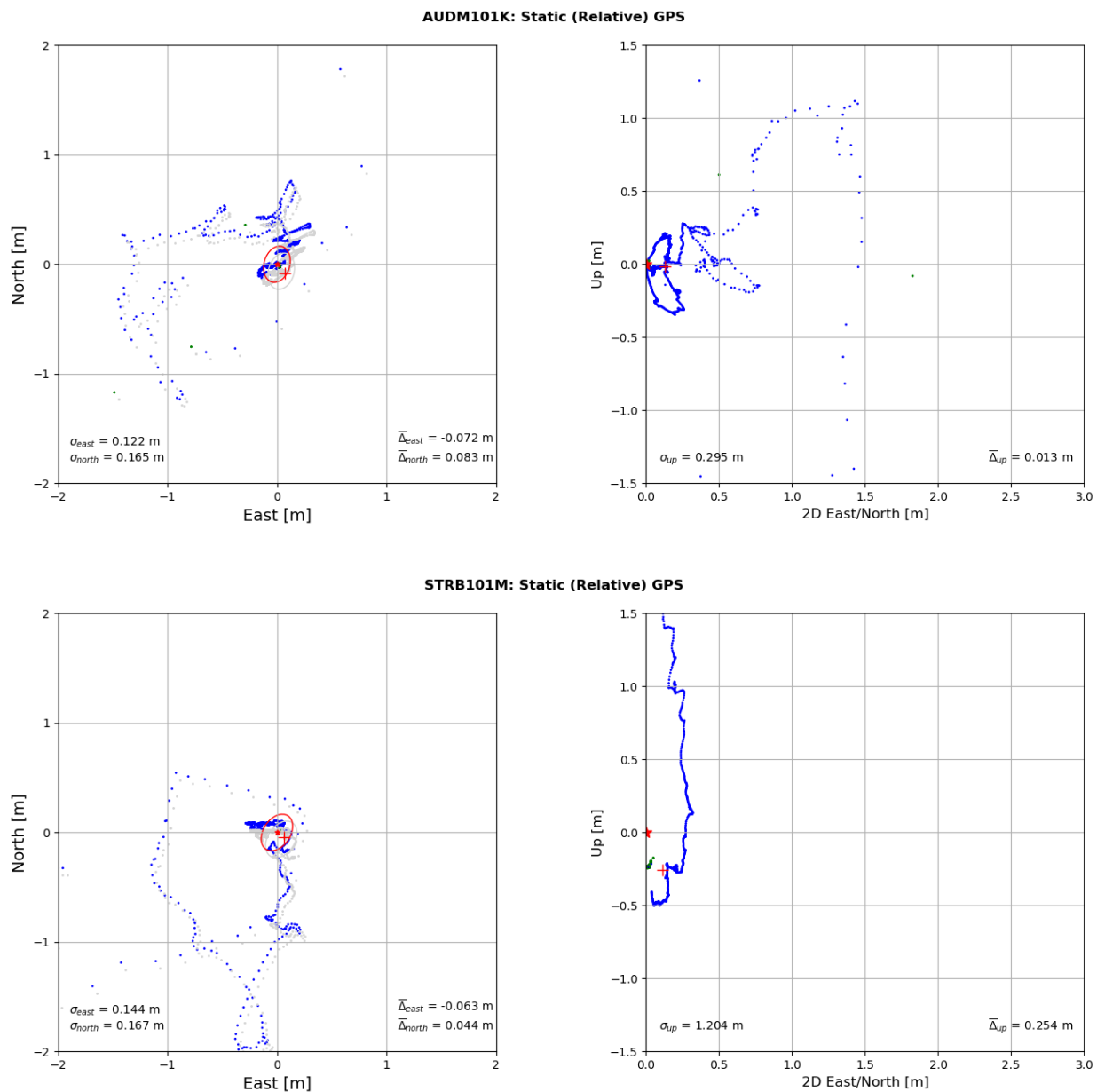
Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	-0.3	0.6	16.1	0.7	16.1
1 min	0.4	0.3	4.6	0.5	4.7
30 min	1.2	0.9	-1.3	1.5	2.0
1 time	1.0	1.1	-2.5	1.5	2.9
2 timer	1.2	0.9	-3.0	1.5	3.3

Tabell 16 Nøyaktighetsmål: Midlede, estimerte punkters differanse relativt det sanne punktet. Det midlede punktet er gjennomsnittet av alle estimater fra målestart og for tiden oppgitt i kolonne 1. Punkt STRB, for estimater fra kombinasjonen GPS, GLONASS og Galileo.

Måleintervall	$\bar{\Delta N}$ [m]	$\bar{\Delta E}$ [m]	$\bar{\Delta U}$ [m]	$\bar{\Delta 2D}_{NE}$ [m]	$\bar{\Delta 3D}$ [m]
10 sek	2.8	0.6	13.6	2.8	13.9
1 min	1.0	-0.1	3.4	1.0	3.6
30 min	0.5	1.0	0.8	1.1	1.4
1 time	0.7	1.4	-0.1	1.5	1.5
2 timer	1.3	1.0	-2.2	1.7	2.7

4.8 Statisk-relativ posisjonsbestemmelse med fasen

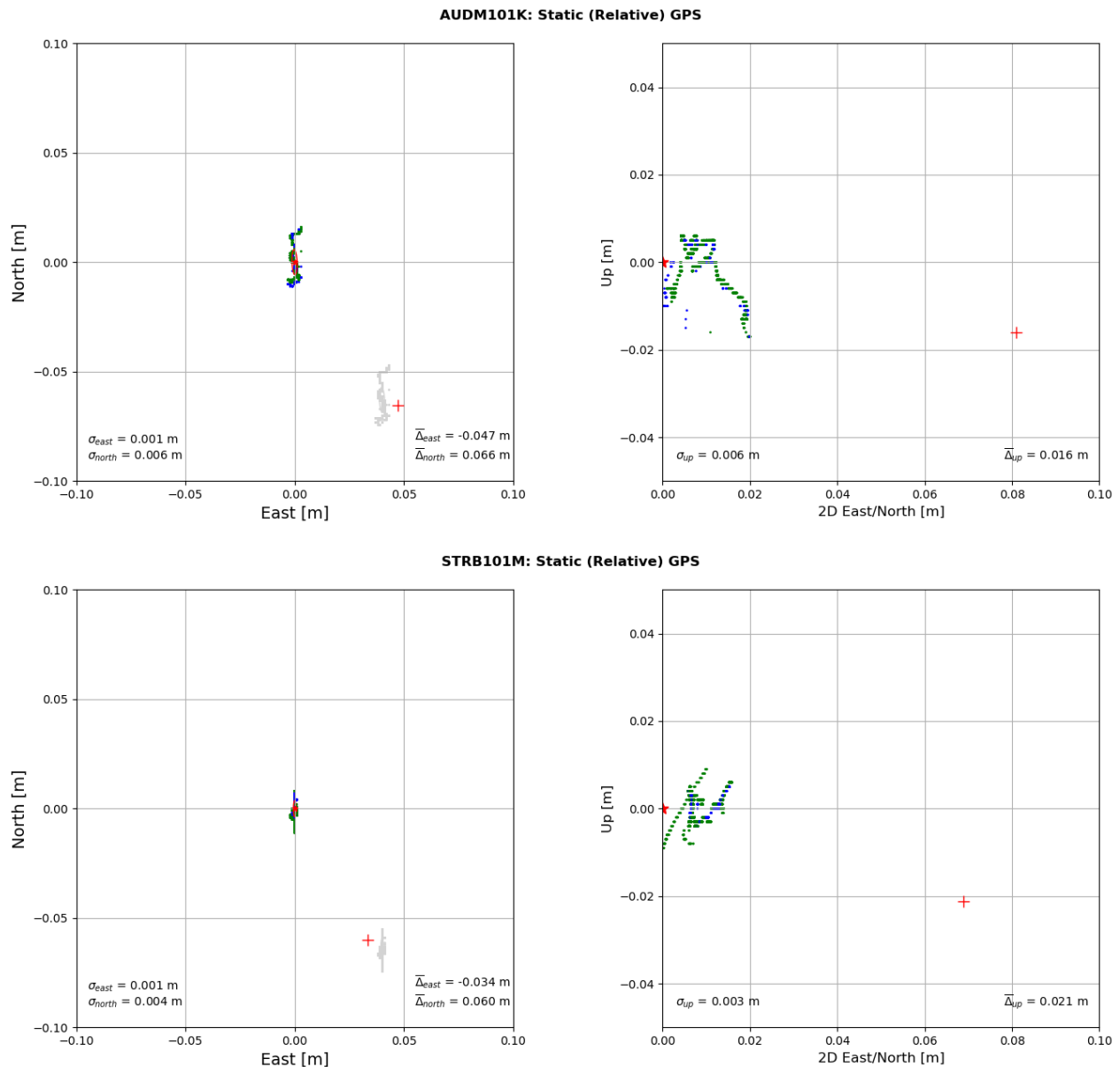
Plottene i **Figur 44** representerer ikke den endelige, oppnåelige presisjonen for de statiske fasemålingene i oppgaven, men vises kun slik at de kan tolkes sammen med nøyaktigheten over tid i **Figur 47-Figur 50**, ettersom dette er løsninger fra sekvensiell utjevning *fremover* i tid – ikke kombinert med sekvensiell utjevning bakover i tid. Sekvensiell fremoverutjevning vha. Kalmanfilter viser hvordan løsningene forbedres ved måling over tid. *Kun* GPS-estimer.



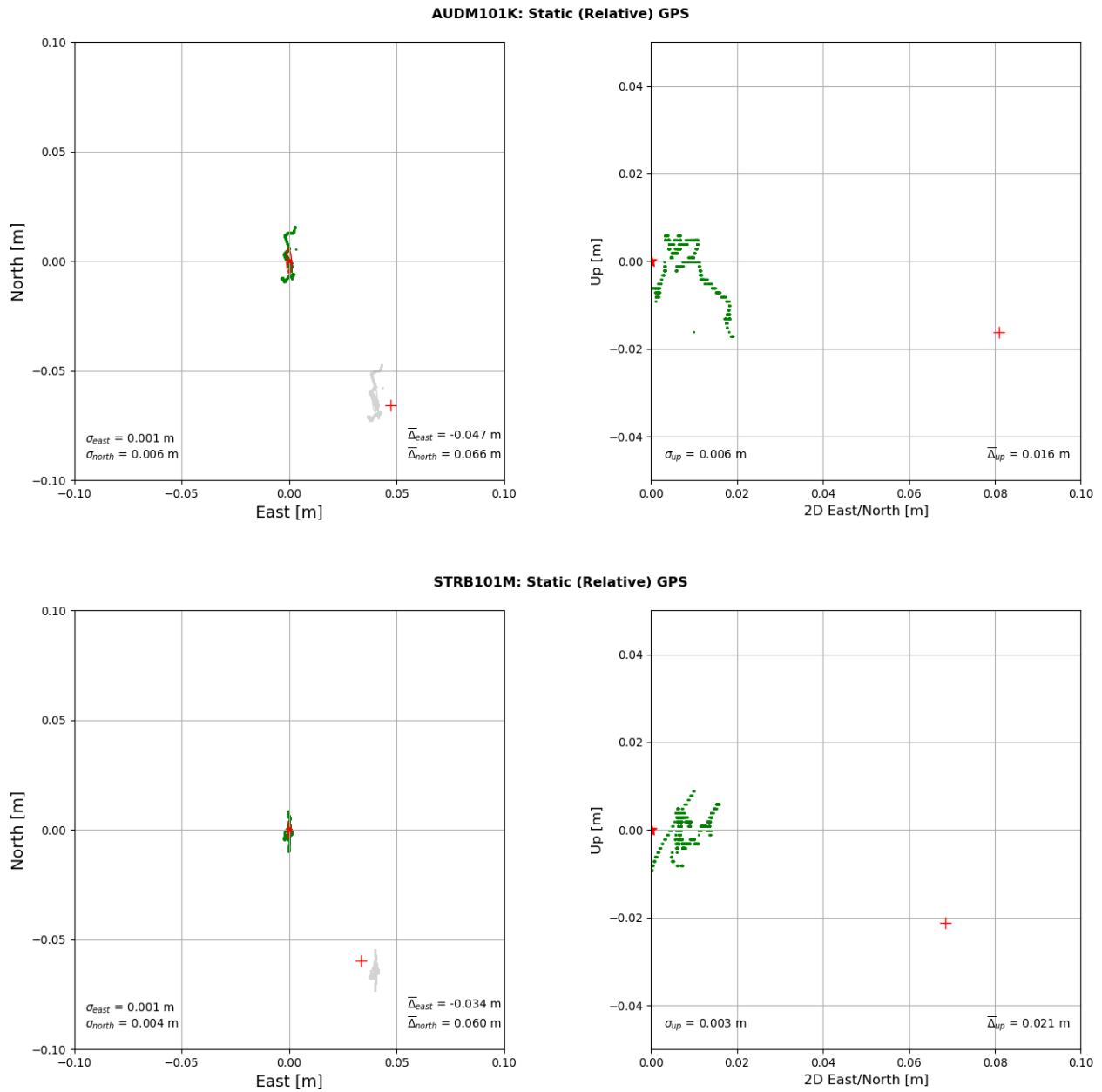
Figur 44 Alle 1-sek fix- og flytløsninger uten korreksjoner for uteliggere og grove startløsninger: Blå prikker er flytløsninger og grønne prikker er fix-løsninger (synes lite). Differanser beregnes som estimerte koordinater (rødt stjerne) minus sanne punktkoordinater (rødt pluss). Venstre plott viser differanser i øst plottet mot differanser i nord, mens høyre plott viser differanse i grunnriss plottet mot høydedifferanse. Feillellipsen (rød ellipse) har dimensjoner på ett standardavvik ($1 \cdot \sigma$). Det ble målt fra AUDM (øverste plott) og STRB (nederste plott) relativ basestasjonen AASC.

Plottene i **Figur 45** og **Figur 46** kommer av statistiske, ettsekunders posisjonsbestemmelser med GPS i RTKLIB: "Positioning Mode: Static". Sekvensiell utjevning ble utført fremover i tid, og kun punkter etter 10 minutter fra målestart blir inkludert. Punktene bredde-, lengdegrad og ellipsoidiske høyde ble henholdsvis transformert til EUREF89 nord- og østkoordinater og NN2000-høyder ved bruk av Kartverkets SKTrans.

Plottene viser relativt sann (CPOS-målt) posisjon og viser i tillegg komponentenes standardavvik, σ (presisjon), og middel av koordinater relativt sann posisjon, $\bar{\Delta}$ (nøyaktighet). Grønt betyr fix-løsning; blått betyr float-løsning. Flere grove utelliggere overskred $3 \cdot \sigma_{3D}$ og ble fjernet ved iterasjon. For noen kinematiske beregninger, se Vedlegg C.



Figur 45 Statistiske 1-sek koordinatbestemmelser for målinger relativ basestasjon AASC: Roverpunkt AUDM (øverst) og STRB (nederst). Punkter for flytløsning (blå prikker) og fix-løsning (grønne prikker) vises sammen med feilellipse (rød ellipse) med σ lik 1, samt gjennomsnittlig posisjon (rød stjerne) og sann posisjon (rødt pluss). Til venstre vises differanser for øst plottet mot nord. Til høyre vises differanser i grunnriss plottet mot høyder. Den grå "skyggen" viser de statistiske løsningene dersom posisjonene korrigeres for midlere offset fra begge punktenes fix-løsninger – korrigeres kun i 2D.



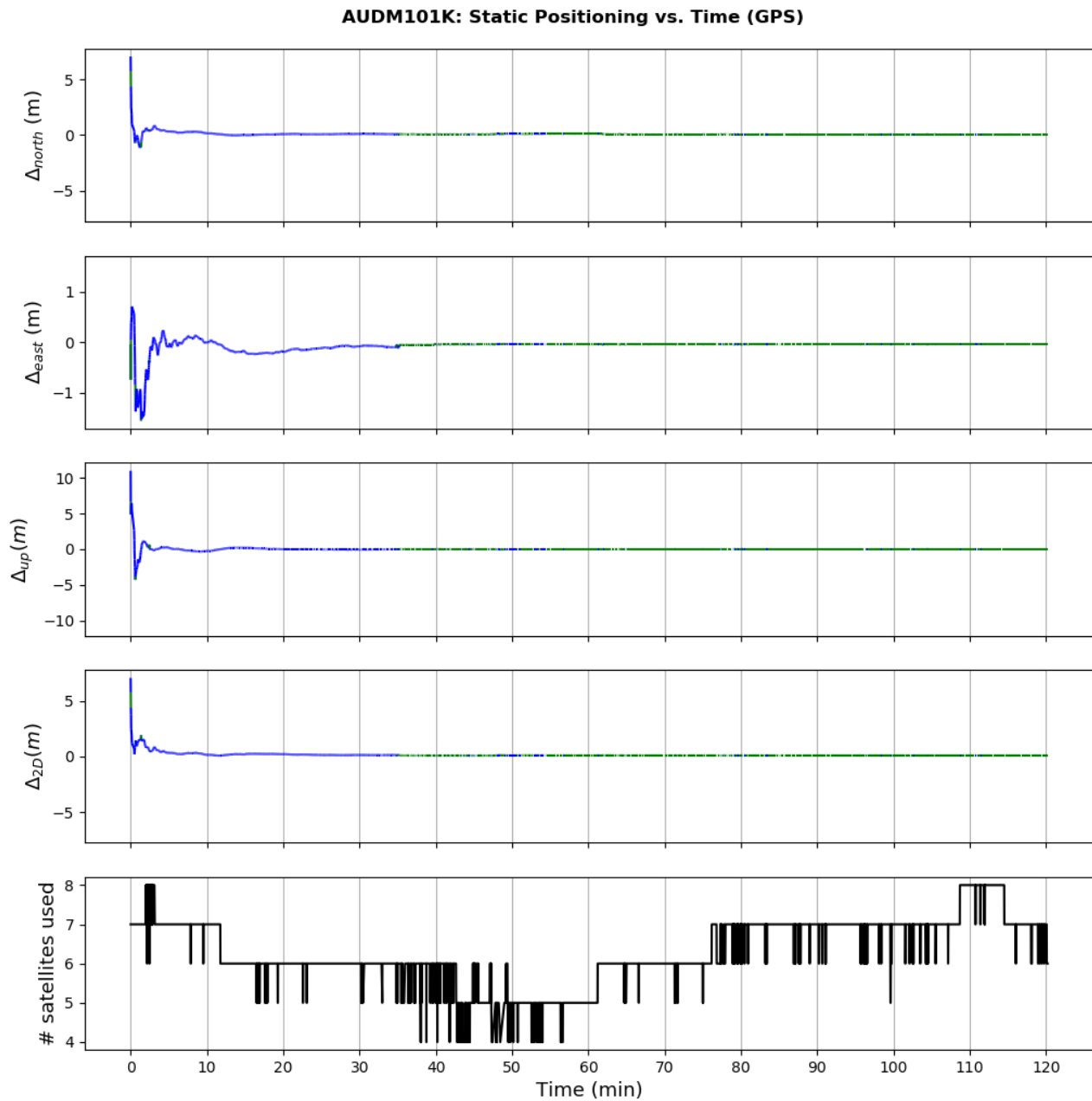
Figur 46 Statistiske 1-sek fix-løsninger for målinger relativt basestasjon AASC: Roverpunkt AUDM (øverst) og STRB (nederst). Punkter for fix-løsning (grønne prikker) vises sammen med feilellipse (rød ellipse) med σ lik 1, samt gjennomsnittlige koordinater (rød stjerne) og sann posisjon (rødt pluss). Til venstre vises differanser for øst plottet mot nord. Til høyre vises differanser i grunnriss plottet mot høyder. Den grå "skyggen" viser de statistiske løsningene dersom posisjonene korrigeres for midlere offset fra begge punktenes fix-løsninger – korrigeres kun i 2D.

Merk: Grunnet de mange fix-løsningene så øker presisjonen betraktelig slik at de fleste flytløsninger, som generelt har dårligere nøyaktighet, blir fjernet fordi mange av disse overskrider den lave terskelverdien for $3 \cdot \sigma_{3D}$. Dermed er det ikke særlig stor forskjell mellom plottene (og verdiene) i **Figur 45** og **Figur 46**. I tilfelle dette skulle virke underlig.

4.8.1 Fix- og flytløsninger over tid

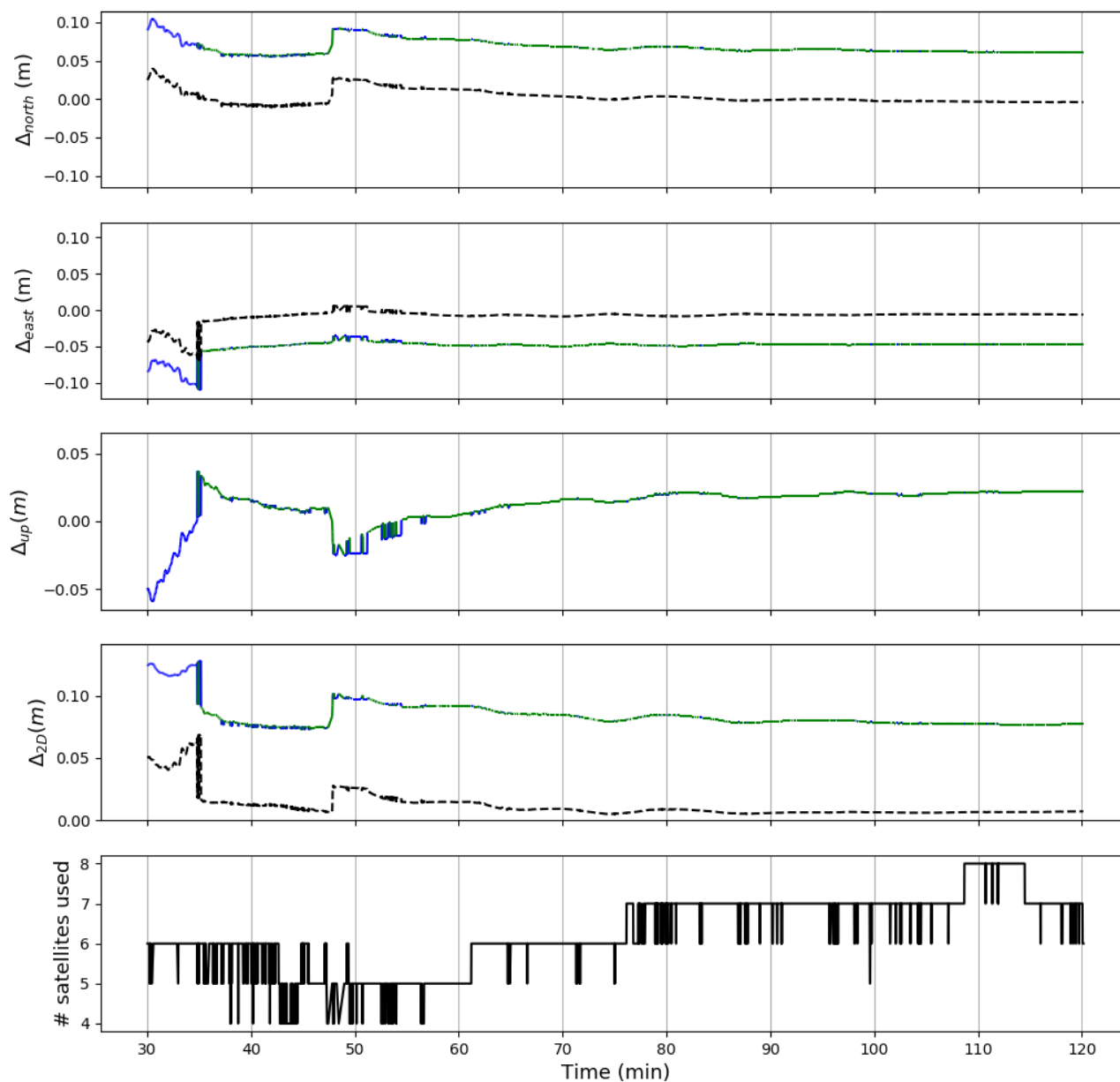
Plottene under viser statiske løsninger relativt sann posisjon, anskaffet ved sekvensiell utjevning fremover i tid.

Først vises plott for fullstendige måleintervall (**Figur 47** og **Figur 49**), deretter vises plottene for etter 30 min med måling og fremover i tid (**Figur 48** og **Figur 50**). Dette fordi differansene er mye mindre etter 30 min med måling for begge punkt – utydelige dersom de vises sammen med større differanser før 30 min. Det ble også plottet stiplede, sorte linjer (**Figur 48** og **Figur 50**) som representerer punktene korrigeret for midlere offset fra fix-løsningene.



Figur 47 Statisk-relativ posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passertid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: AUDM.

AUDM101K: Static Positioning vs. Time (GPS)

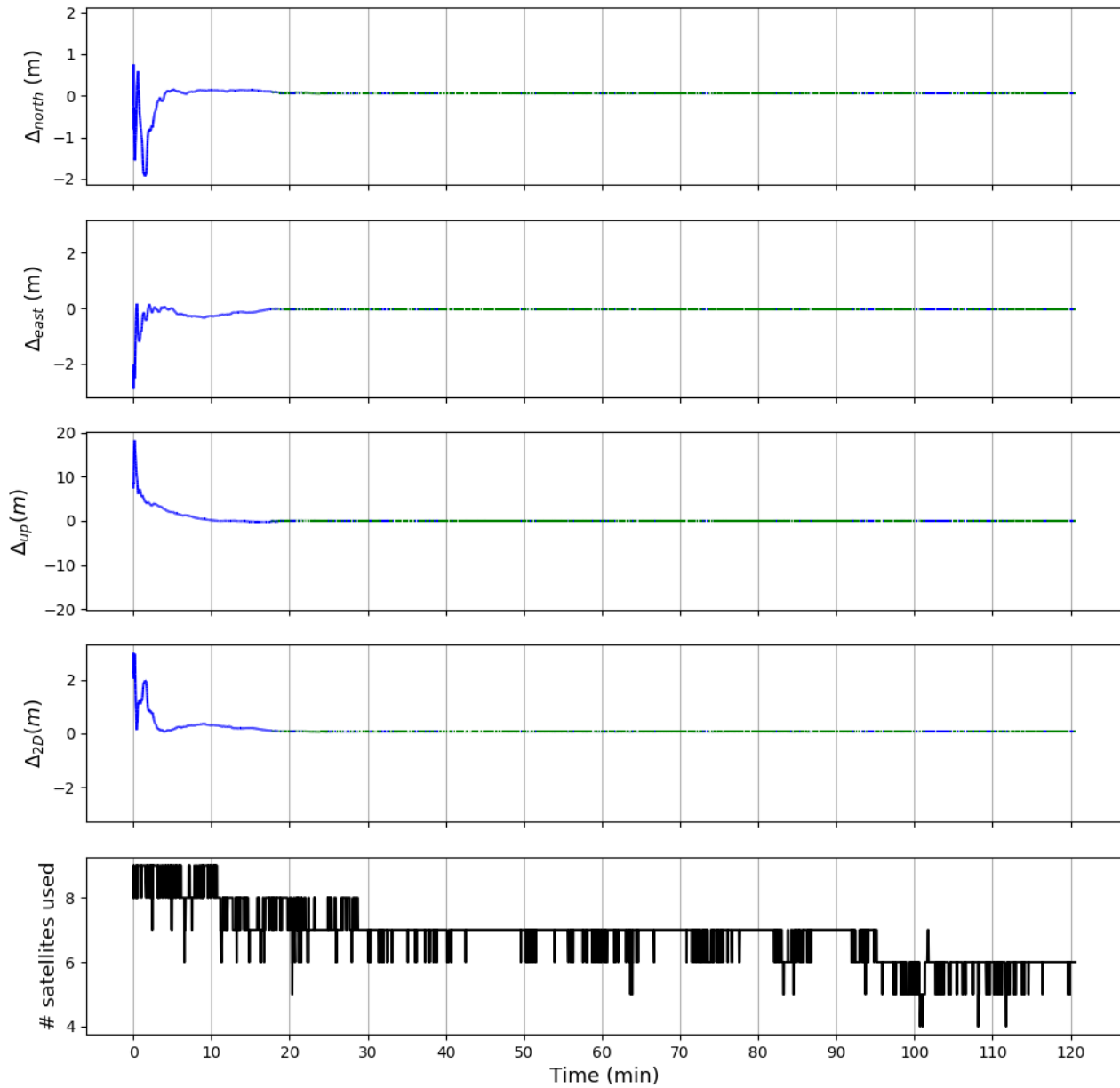


Figur 48 Statisk-relativt posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data – kun inkludert data fra og med 30 minutter målt. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: AUDM.

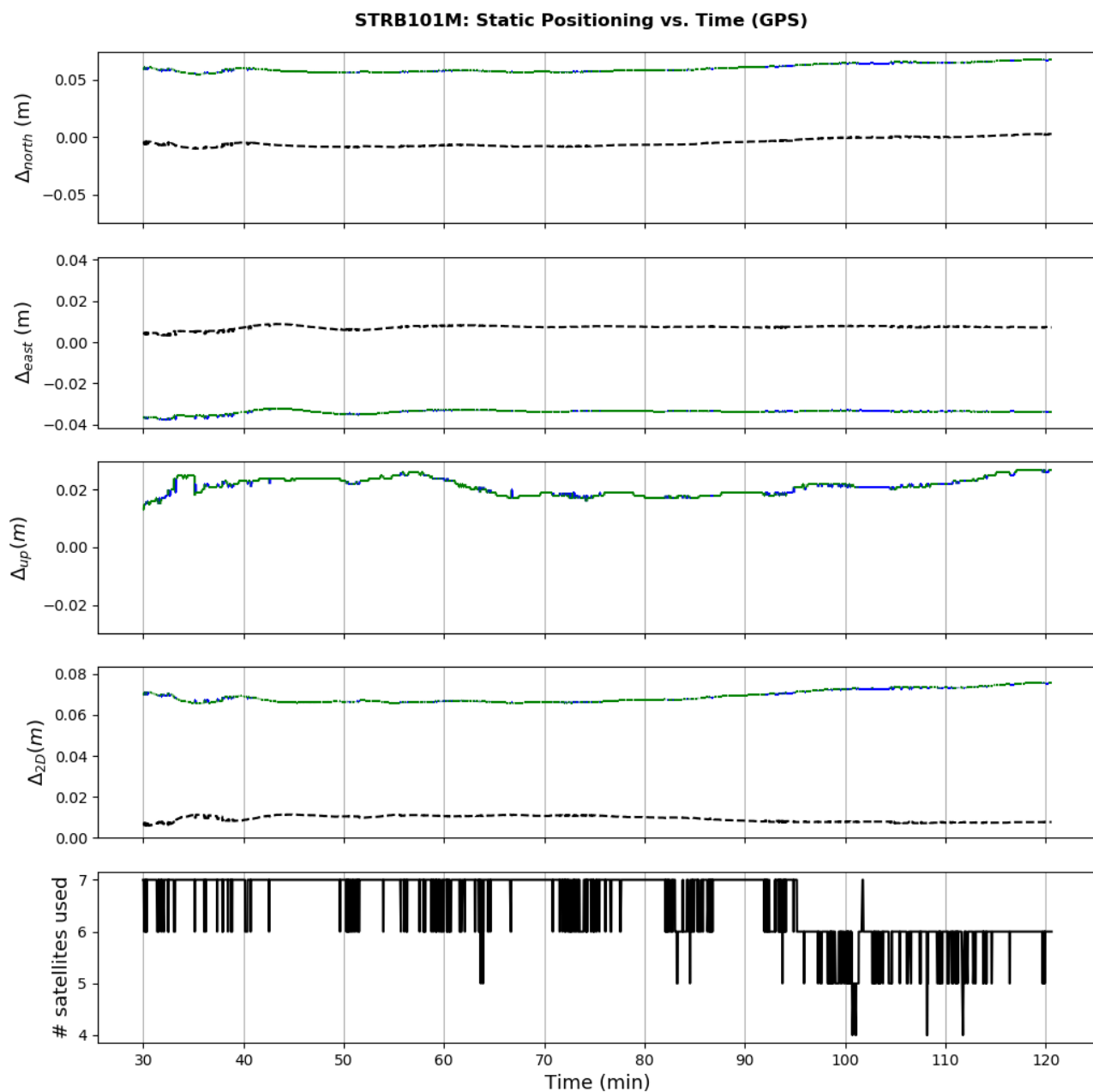
Tabell 17 Totalt antall fix- og float-løsninger for hele måleintervallet og prosentandel for intervallet etter 1 time. Punkt AUDM.

	<i>fix</i>	<i>float</i>
# of total	4350	2342
% of total	65 %	35 %
% after 1 h	95 %	5 %

STRB101M: Static Positioning vs. Time (GPS)



Figur 49 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passertid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: STRB.



Figur 50 Statisk-relative posisjonsbestemmelser for to timer med 1-sek data – kun inkludert data fra og med 30 minutter målt. Blå linje indikerer flytløsning; grønn linje viser fix-løsning. De ulike subplottene viser – fra øverst til nest nederst – differanse fra sann koordinat i nord, øst, høyde og grunnriss. I siste subplott (sorte linjer) vises antall satellitter brukt i løsningen. Passert tid (i minutter) vises langs x-aksen. Punkt: STRB.

Tabell 18 Totalt antall fix- og float-løsninger for hele måleintervallet og prosentandel for intervallet etter 1 time. Punkt STRB.

	<i>fix</i>	<i>float</i>
# of total	4745	2017
% of total	70 %	30 %
% after 1 h	82 %	18 %

4.8.2 Presisjon- og nøyaktighetsverdier

Tabell 19 og **Tabell 20** oppsummerer verdiene fra **Figur 46** og oppgir i tillegg nøyaktighet på posisjonene korrigert for offset i grunnriss fra fix-løsningenes middel ($\bar{\Delta}_{corr} = 1/2 \cdot [\bar{\Delta}_{AUDM} + \bar{\Delta}_{STRB}]$) – gjennomsnittet av begge punktenes nøyaktighetsestimat. **Tabell 21** og **Tabell 22** viser verdier tilsvarende de i **Tabell 19** og **Tabell 20**, men *kun* for estimater med syv og åtte satellitter i løsningen (**Figur 51**).

Tabell 19 Standardavvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for statiske fix-løsninger. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: AUDM.

AUDM	σ [cm]	$\bar{\Delta}$ [cm]	$\bar{\Delta}_{corr}$ [cm]
<i>east</i>	0.1	- 4.7	- 0.7
<i>north</i>	0.6	6.6	0.3
<i>up</i>	0.6	1.6	(1.6)
$2D_{n,e}$	0.6	8.1	0.8
$3D$	0.8	8.3	1.8

Tabell 20 Standardavvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for statiske fix-løsninger. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: STRB.

STRB	σ [cm]	$\bar{\Delta}$ [cm]	$\bar{\Delta}_{corr}$ [cm]
<i>east</i>	0.1	- 3.4	0.7
<i>north</i>	0.4	6.0	- 0.5
<i>up</i>	0.4	2.1	(2.1)
$2D_{n,e}$	0.4	6.9	0.9
$3D$	0.5	7.2	2.3

Tabell 21 Std.avvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for *fix-løsninger med 7 og 8 satellitter*. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: AUDM.

AUDM	σ [cm]	$\bar{\Delta}$ [cm]	$\bar{\Delta}_{corr}$ [cm]
<i>east</i>	0.1	- 4.7	- 0.7
<i>north</i>	0.2	6.3	0.4
<i>up</i>	0.1	2.0	(2.0)
$2D_{n,e}$	0.2	7.9	0.7
$3D$	0.3	8.2	2.1

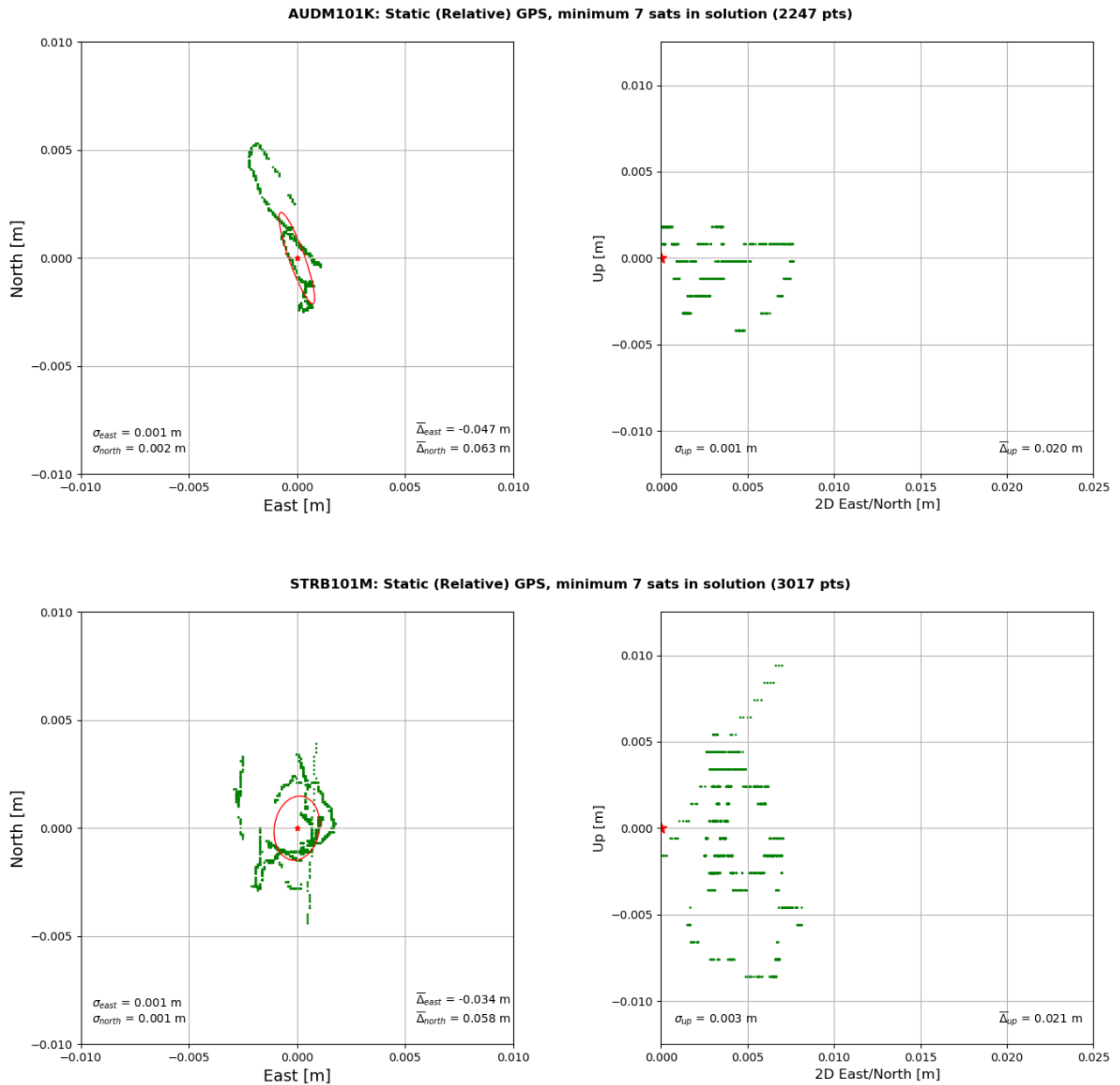
Tabell 22 Std.avvik og differanser (fra midlede estimater relativ sann posisjon) for *fix-løsninger med 7 og 8 satellitter*. Korrigerte differanser (i grått) beregnes som originale differanser minus middeldifferanse for punkt AUDM og STRB. Punkt: STRB.

STRB	σ [cm]	$\bar{\Delta}$ [cm]	$\bar{\Delta}_{corr}$ [cm]
<i>east</i>	0.1	- 3.4	0.6
<i>north</i>	0.1	5.8	- 0.5
<i>up</i>	0.3	2.1	(2.1)
$2D_{n,e}$	0.2	6.7	0.8
$3D$	0.4	7.0	2.2

4.8.3 Mer presise fix-løsninger fra estimater med stort antall satellitter

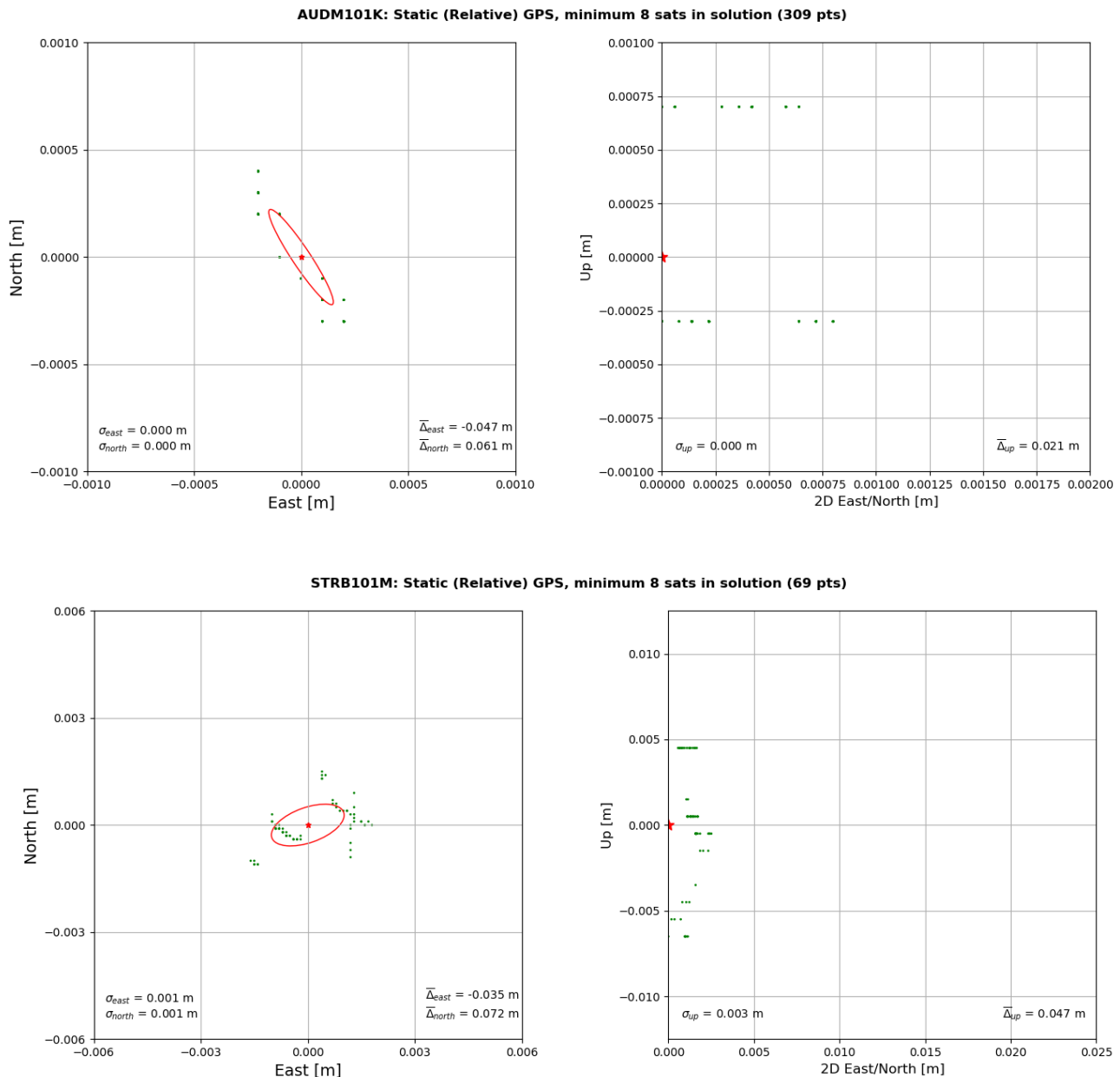
På det maksimale var det syv og åtte satellitter med på å estimere fix-løsningene for AUDM og STRB. **Figur 51** viser presisjonen som oppnås ved å kun inkludere fix-løsninger basert på målinger for de største antall satellitter. 2247 fix-løsninger vises for AUDM og 3017 for STRB. Nesten samtlige grunnrisspunkter havner inni et kvadrat på 5 x 5 mm².

Det vises også plott for løsninger *kun* basert på åtte satellitter på neste side.



Figur 51 Fix-løsninger kun fra estimater som bruker syv og åtte satellitter i punktbestemmelsen. Punktestimaterne (grønne prikker) oppgis sammen med det gjennomsnittlige punktet (rød stjerne) og vises sammen med feilellipsen (rød ellipse) som har halvaksler lik $1 \cdot \sigma$. Øst- vs. norddifferanser vises til venstre; grunnriss- mot høydendifferanser til høyre. Differansene beregnes som midlet punkt estimat minus sant punkt. Merk: Det sanne punktet havner utenfor plottets grenser (sør-øst). AUDM øverst og STRB nederst.

Plott kun for fix-løsninger basert på målinger fra åtte satellitter, som er det største antallet, presenteres i **Figur 52**. For AUDM, i tidsintervallet 11:57:39-12:03:20 (UTC), ble 309 punkter bestemt med nøyaktig samme grunnrisskoordinater (til nærmeste millimeter), og kun noen få variasjoner registrert i høyde. Dette gir settet en romlig presisjon på 0.5 mm. For STRB er det kun 69 punkter som bestemmes med åtte satellitter i tidsintervallet 12:58:00-13:01:30. Koordinatene varierer mye relativt det som observeres for AUDM og gir en presisjon på 3 mm i 3D. Legg spesielt merke til den store forskjellen i nord- og høydenøyaktighet ($\bar{\Delta}_{north}$ og $\bar{\Delta}_{up}$) for STRB her relativt **Figur 51**.



Figur 52 Fix-løsninger kun fra estimater som bruker *åtte* satellitter i punktbestemmelsen. Punktestimaterne (grønne prikker) oppgis sammen med det gjennomsnittlige punktet (rød stjerne) og vises sammen med feilellipsen (rød ellipse) som har halvaksler lik $1 \cdot \sigma$. Øst- vs. norddifferanser vises til venstre; grunnriss- mot høydedifferanser til høyre. Differansene beregnes som midlet punkt estimat minus sant punkt. Merk: Det sanne punktet havner utenfor plottets grenser (sør-øst). AUDM øverst og STRB nederst

5 Diskusjon

Vi har kommet langt siden den finske Benefon Esc!-mobilen satte mobilbasert satellittnavigasjon på kartet. Fra å kun kunne måle fra 12 GPS-satellitter, er det nå mulig å observere fra over 30 GNSS-satellitter samtidig (**Figur 31**). Nå som også råobservasjoner er tilgjengelige for de fleste Android-brukere, kan snart hvem som helst måle tomtegrenser – muligens også landsnettpunkter – med egen mobil. Dette viser iallfall resultatene fra de relative fasemålingene.

I dette kapittelet reflekteres det over resultatene i oppgaven i lys av teori og praktisk utførelse av målingene. Mens enkeltpunktbestemmelser med mobilens kodemålinger ikke ga noe betydelig oppsiktsvekkende resultat, må det sies at de statiske punkttestimatene, vha. relativ fasemåling, overgikk alle forventninger: Kodemålingene ga meterpresisjon, mens statiske fix-løsninger resulterte i romlige presisjoner under centimeteren.

5.1 Mange satellittobservasjoner fra ulike GNSS

I **Figur 31** vises det hvor mange satellitter det ble godkjent observasjoner fra – for hver epoke – med innstillingen *Synced* valgt i Geo++ RINEX Logger (Kap. 2.2.2). På det meste ble det logget data fra 33 satellitter totalt. Det er mulig det ble observert fra enda flere satellitter, men at disse ikke havnet innenfor kvalitetskravet for *Synced*-innstillingen. Det er også mulig at mottakeren prioriterer noen GNSS over andre, slik som var tilfellet i Håkansson (2018): Det ble generelt låst på dobbelt så mange GPS-satellitter i forhold til GLONASS-satellitter. Dette synes ikke å være tilfellet for Samsung Galaxy S9+ – i hvert fall ikke for GPS og GLONASS.

Galileo anses videre som et viktig GNSS ettersom satellittene, i likhet med GPS og GLONASS, går i nærpolar bane rundt jorden og dermed gir enda mer global dekning enn de Asia-geostasjonære satellittene til BeiDou. Dermed er Galileo mer brukbart enn BeiDou i land langt unna Asia, spesielt pga. de generelt høyere elevasjonsvinklene til satellittene. Videre anses Galileo enklere å bruke i beregninger enn GLONASS: GPS og Galileo benytter begge CDMA (code-division multiple access) mens GLONASS tar i bruk FDMA (frequency-division multiple access) som generelt anses mer komplekst å ta i bruk til baneberegninger og utledning av ligninger.

Uheldigvis er Galileo fremdeles i en testfase, hvor satellitter aktiveres og deaktiveres ved behov (GSC, 2019). Dermed er det i nåtid en viss grad av tilfeldighet som bestemmer antallet observerbare Galileo-satellitter – "Status: **USABLE**" (GSC, 2019). Eksempelvis ble det i oppgaven (4. april) logget data fra Galileo-satellitt E05, men i skrivende stund (9. mai) har denne satellitten status "**NOT USABLE**". Andre Galileo-satellitter har teststatus ("**TESTING**") og kan brukes i testberegninger om ønsket, men bør ikke benyttes til formål som innebærer seriøs navigasjon, f.eks. flytrafikk. Hvorvidt noen av Galileo-satellittene i oppgaven hadde teststatus, er uvisst. Gode punkttestimater med Galileo alene (**Figur 42**, nederst) tyder derimot på at dette enten ikke har vært tilfellet, eller i det minste ikke utgjort betydelige feil.

For logging ved punktet AUDM ble det maksimalt observert data fra syv Galileo-satellitter samtidig, og seks satellitter ved STRB. For noen epoker ble det kun observert data fra tre Galileo-satellitter: For tre satellitter kan ikke en posisjon estimeres ved Galileo alene, siden antall observasjoner må minst være likt antall ukjente (X, Y, Z, dt) – tre koordinater og en tidskomponent. Det er uvisst om GPS og GLONASS prioriteres over Galileo, men fra plottene i **Figur 31** kan trendene for de ulike GNSS antyde dette: Når antall GPS- og GLONASS-satellitter stiger betydelig, synker generelt antallet observerte Galileo-satellitter, og omvendt. Det er vanskelig å konkludere noe konkret ettersom antall *trackede* (låste) satellitter ikke vises; kun de observert fra (*synced*). Til en annen gang burde posisjonene til alle GNSS blitt plottet, enten i individuelle himmelplott eller i en 3D-modell. Grunnet manglende personlig erfaring med navigasjonsmeldinger fra andre GNSS enn GPS, ble dette ansett for ambisiøst og tidkrevende for denne oppgaven. Det ender dermed bare med en mistanke om at Galileo nedprioriteres i forhold til de større GNSS-konstellasjonene.

5.2 Støyete kodemålinger gir nøyaktighet på noen meter

Ved enkeltpunktbestemmelser vha. koden ble resultatene som forventet. Selv om ionosfærekorreksjoner ble beregnet tidligere i oppgaven, ble kun Klobuchar-metoden benyttet for korreksjon av ionosfæren i RTKLIB. Dette gjør at punktbestemmelsen med koden blir spesielt dårlig i høyden (Øvstedal, 2019). Støyen på mobilens kodemålinger fra **Figur 33** viser at kodestøyen generelt svinger mellom ± 10 meter, som resulterer i RMS-verdier på ca. fem meter (**Tabell 6** og **Tabell 7**).

Dette er forventede verdier for antennen i SGS9+ ettersom den er av lav kvalitet (masseprodusert) og heller ikke filtrerer bort multipath på samme måte som en geodetisk mottaker. Til sammenligning er den geodetiske mottakerens kodestøy betydelig mindre: Høyere kvalitet på den geodetiske mottakerens antenne kombinert med løsninger som reduserer effekten av multipath gir RMS-verdier på ca. 20 cm. Dette er 25 ganger mindre RMS enn for mobilen. Videre syntes målinger fra Galileo-satellitter å ha noe mindre støy på koden (**Figur 35** og **Figur 36**) enn de fra GPS-satellitter. Det ble ikke gått noe mer i dybden angående Galileo sin kodestøy, men det burde ha blitt sett nærmere på om dette var tilfeldighet eller om det er en generell kvalitet ved Galileo-signaler.

5.2.1 GPS enkeltpunktbestemmelser vha. kode

Presisjonsmål oppgitt i **Tabell 8** og midlede differanser i tabellene på side 53-54 viser varierende resultater for enkeltpunktbestemmelser vha. koden. Kun satellitter med elevasjonsvinkel høyere enn 15 grader ble inkludert.

For punktet AUDM, som anses å være utsatt for multipath, blir punktet bestemt med en presisjon på 13.4 meter i grunnriss og 17.5 meter i høyde. Dette tilsvarer en romlig kvalitet på 22.0 meter – stor usikkerhet. Dermed varierer de kodebestemte punktene for AUDM voldsomt for hvert tidspunkt. For å optimalisere bestemmelsen av punktet kan punktene midles over lenger tid. **Tabell 9** viser at en kvalitet på ca. 3 ± 1 meter i grunnriss kan forventes ved å midle flere punkter. Ettersom det ikke er særlig mange GPS-satellitter med høy elevasjonsvinkel for AUDM (**Figur 32**) og ionosfæren varierer veldig med tiden, virker det ikke som at høyden blir bedre enn 5-10 meter ved midling. Dette er sannsynligvis nøyaktigheten en kan forvente i det daglige når man befinner seg i nærheten av bygninger – og kun bruker GPS.

For punktet STRB, med lite multipath, blir 3D-kvaliteten betydelig bedre ved GPS-måling. Presisjonen i grunnriss blir på 7.2 meter, mens høydepresisjonen blir på 13.6 meter. Til sammen tilsvarer dette en 3D-kvalitet på 15.5 meter. Det er spesielt høyden som ødelegger den romlige kvaliteten her. Fra verdiene i **Tabell 13** kan det forventes at midling fører til en nøyaktighet på ca. 2 meter i grunnriss. Videre kan det forventes en høydenøyaktighet på rundt 2 meter. Høydenøyaktigheten blir betydelig bedre når flere satellitter har høyere elevasjonsvinkel, som virker å være tilfellet i himmelplottet til STRB (**Figur 32**).

5.2.2 GPS- og Galileo-kombinasjon forbedrer kodeestimatet

Videre ble det utforsket om inkludering av Galileo kunne bidra med forbedring av kodeestimer. Først ble det bestemt punkter for Galileo alene. Konstellasjonen til Galileo er foreløpig begrenset: Kun tre til seks satellitter ble målt fra til ethvert tidspunkt. Siden det kreves et minimum av fire satellitter for å bestemme posisjon, finnes det derfor epoker hvor posisjonen ikke er bestemt – **Figur 31** for STRB etter kl. 14:00 (UTC). Med et gjennomsnitt på kun fem satellitter for måleintervallene, oppnår fremdeles Galileo en grunnriss- og høyde kvalitet som kan måle seg med det nesten dobbelte antallet satellitter for GPS. Den romlige presisjonen blir generelt bedre enn hos GPS (**Tabell 8**). Selv om Galileo-elevasjonsvinkler ikke ble beregnet kan det se ut som det er få satellitter med høy elevasjon fra høydenøyaktigheten til STRB for Galileo (**Tabell 14**). Dette er en de av store svakhetene ved måling fra få satellitter.

Selv om høyden blir dårlig bestemt for STRB vha. Galileo alene, er det derimot tydelig at grunnrisset blir bra bestemt for både AUDM og STRB: Ved midling av punkter over 30 minutter, kan det forventes en nøyaktighet på ca. 1.5 meter. Dette er bedre nøyaktighet enn grunnrisset for både AUDM og STRB med GPS. Dette skyldes muligens at signaler fra Galileo generelt gir mindre støy på koden. Spørsmålet videre er om dette skyldes satellittens elevasjonsvinkel eller om det mottatte Galileo-signalet er mer robust enn GPS-signalet. Uansett er det tydelig at inkludering av Galileo kan forbedre resultatet for kodemåling.

Ved å kombinere GPS- og Galileo-målinger blir resulterende punkter ytterligere forbedret. For AUDM og STRB blir 3D-presisjonen på henholdsvis 11.2 m og 11.3 m, hvorav grunnrisset utgjør 5.1 m og 5.5 m. Som forventet er det fremdeles høydepresisjonen som blir dårligst; 9.9 m og 9.6 m. Videre vil midling av AUDM-punktene gjøre at vi bommer på posisjonen med ca. 1.5 m i grunnriss og 3 m i høyde. Det fås nesten tilsvarende resultater for STRB. Dermed vil 1.5 m i grunnriss og tre meter i høyde kunne være forventet nøyaktighet for kodeløsninger dersom det måles med GPS og Galileo. Videre kan høyden forbedres ved bruk av bedre ionosfæreestimer. Presise efemeride- og klokke-data kan også forbedre posisjoneringen noe. Annet enn dette er det kodeløstøyen som ødelegger for presis punktbestemmelse. Det ble også undersøkt om inkludering av GLONASS utgjorde en forbedring (**Tabell 12** og **Tabell 16**), men resultatene ble ikke noe særlig bedre enn GPS-Galileo-kombinasjonen.

5.2.3 *Klobuchar vs. tofrekvent ionosfæreestimat*

Det skulle egentlig blitt bestemt koordinater mht. tofrekvent ionosfæreestimat fra basestasjon. Dette fordi et tofrekvent ionosfæreestimat (den oransje linjen vist i **Figur 37**) er lokalt og mer nøyaktig en ionosfærekoeffisientene som finnes i GPS-navigasjonsmeldingen (Øvstedal, 2019). Derimot ble det ikke tid til å se nærmere på dette. Dette er litt synd siden det ble brukt mye tid på disse beregningene.

Det er tydelig at referansestasjonens målinger følger trenden til ionosfæren (**Figur 37**). For mobilen er ikke dette like tydelig ettersom det er så mye støy på koden. Det var ønskelig å se om driften for ionosfærekorrigerede målinger i Håkansson (2018) ville vise seg å finnes for SGS9+ sine ionosfærekorrigerede målinger. Derimot burde det muligens blitt målt lenger enn to timer per intervall, f.eks. fire timer (ibid.), for at driften skal synes i kontekst av all kodeløstøyen.

Med hensyn til det nevnt ovenfor var det planlagt å lage et Python-skript som putter de ionosfærekorrigerede kode- og fasemålingene i en ny RINEX O-fil, slik at RTKLIB kan kjøre SPP for observasjonene. Da settes ionosfærekorreksjonsinnstillingene i RTKLIB til "None" før programmet kjører punktestimerting vha. koden ("Single"). Dette kan eventuelt bli en oppgave for en annen student i fremtiden.

5.3 Statistiske fasemålinger gir 3D-presisjon under centimeteren

De statistiske fasemålingene relativt basestasjon ga resultater over all forventning. Med en Nexus 9 (Håkansson, 2018, s. 21) ble det vist at for statisk måling med en smartenhet, var det mulig å oppnå 3D-presisjon på ca. 40 cm. Dette ble for Nexus 9 oppnådd ved bruk av et multipath-svekkende "eccosorb"-materiale, og det ble fremdeles kun flytløsninger:

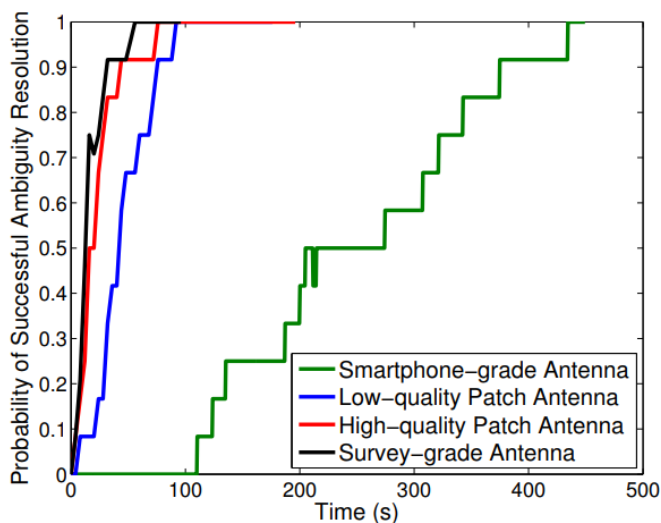
"Faseflertydighetene ble estimert som flyttall, fordi heltallsflertydighet er umulig fra Nexus 9-målinger." (ibid.)

"Umulig" var ordet som ble brukt angående fix-løsning for smartenheten – for kun et år siden. For Samsung Galaxy S9+ ble det i denne oppgaven oppnådd flere lange intervaller med fix-løsninger. Resultatene av dette ble romlige presisjoner under centimeteren; ikke langt ifra millimeteren!

5.3.1 Subcentimeter presisjon

Resultatet av fix-løsninger fra GPS fasemålinger for punktene AUDM og STRB, ble først 3D-presisjoner på henholdsvis 8 mm og 5 mm (Tabell 19 og Tabell 20), dersom alle de godkjente fix-løsningene ble inkludert. Fra den visualiserte, sekvensielle utjevningen i Figur 47 og Figur 49 er det tydelig at flere lange intervaller med fix oppnås ved måling over 40 minutter. Dette var mulig fordi heltallsflertydighetene for flere satellitter ble bestemt og holdt fast over lenger tid, fra og med ca. 40 minutter målt. Dette bekrefter at driftssyklusene i mobilen ikke skaper noen fasebrudd for GNSS-komponenten, noe som er veldig positivt.

Dersom alle fix- og flytløsninger inkluderes fra målestart, og dersom det ikke korrigeres for støypunkter/uteliggere (vha. $> 3\sigma_{3D}$), blir resultatet svært dårlig (Figur 44) relativt løsningene for flertydighetene estimert over lenger tid. Dermed er det tydelig at det må sekvensielt utjevnes målinger over lang tid, helst over 40 minutter, for at presise resultater skal kunne oppnås. Det tar lang tid, med andre ord. Tiden det tar for at flertydigheten skal bestemmes som heltall er dermed dårlig i forhold til geodetiske mottakere, som vist i Pesyna et al. (2014, s. 7):



Figur 53 Sannsynligheten for samtidig bestemt heltallsflertydighet for syv satellitter (y-akse) som funksjon av sekunder målt (x-akse). Vises for flere ulike typer antenne. (Hentet fra: Pesyna et al. (2014, s. 7))

Fra Figur 53 er det tydelig at det tar betydelig lenger tid å bestemme heltallsflertydighetene for en mobilantenne, relativt andre typer antenne. 100% sannsynlighet for syv estimerte heltallsflertydigheter krevde ifølge figuren over seks timer med mobilmåling, da den relevante artikkelen ble skrevet – over tre timer for 50% sannsynlighet. Dette er derimot fra en (ukjent) smartmobil fem år tilbake (2014); antenne og mottaker har blitt bedre siden da.

Innen geodesi og landmåling er det kjent at et bra målenett kjennetegnes ved god spredning av mange kjentpunkter (Van Sickle, 2015). Generelt: Jo flere gode kjentpunkter – med jevn geometrisk spredning – det observeres til, desto bedre blir estimatet på posisjonen. Dette gjelder også satellittgeodesien: Flere godt spredde satellitter i posisjonsestimater gir generelt et bedre resultat. Dermed ble det sett på presisjonen fra fix-løsninger med mange satellitter, altså estimatene der mange satellitters faseflertydighet er bestemt som heltall. Åtte satellitter var det største antallet satellitter med heltallsløsning, derimot utgjorde dette få epoker med fix for både AUDM og STRB (**Figur 52**). Dermed ble det sett på fix-løsninger fra både syv og åtte satellitter. For fix-løsninger med syv og åtte satellitter ble det for AUDM og STRB oppnådd 3D-presisjoner på henholdsvis 3 mm og 4 mm (**Tabell 21** og **Tabell 22**). Presisjonen i grunnriss blir for begge punkt på 2 mm, mens høydepresisjonene blir på henholdsvis 1 mm og 3 mm. For AUDM gjelder dette fix-løsninger for 2247 epoker i UTC-tidsrommet 11:25:16-12:08:54 (44 min). For STRB gjelder det fix-løsninger for 3017 epoker i tidsrommet 13:02:05-14:11:24 (69 min). Med et så stort utvalg punkter bestemt presist, anses resultatene statistisk signifikante: Flere tusen fix-løsninger i grunnriss estimeres innenfor et kvadrat på $5 \times 5 \text{ mm}^2$, og romlig havner *alle* punktene innenfor en kube på $1 \times 1 \text{ cm}^3$. Dette er så klart etter korrigerings for utelligere.

5.3.2 Millimeter presisjon med mobil oppnåelig?

Kan presisjonen bli enda bedre? For grunnrisset er presisjonen dårligst i nordlig retning. Ved å se på himmelplottene (**Figur 32**) er dette forståelig ettersom satellittene er godt fordelt i øst og vest, men ikke i nord og sør. Den ujevne nord-sør-fordelingen vil således utjevne estimatet dårlig mht. den nordlige komponenten. Lav nordlig presisjon er generelt synlig i alle plottene med et stort antall løsninger, også i det beste estimatet med syv og åtte satellitter (**Figur 51**). Dersom satellittene hadde vært mer jevnt fordelt i nord og sør, kunne det vært mulig å oppnå en presisjon på 1 mm (og under) for grunnrisset. Av samme grunn blir ikke høydepresisjonen noe bedre, spesielt siden det ikke finnes satellitter under mottakeren. Høyden vil kunne oppnå høyere presisjon ved jevn fordeling av satellitter *med høyere elevasjon*, slik som ser ut til å være tilfellet for STRB i **Figur 51** mht. fordelingen av GPS-satellittene (**Figur 32**). Derimot ser det ut til at AUDM kun har to satellitter som generelt befinner seg 45 grader over horisontalplanet, kontra 3-4 satellitter for måleintervallet til STRB, og dermed blir høydeutjevningen for AUDM noe dårligere.

Fortsetter vi videre fra forrige avsnitt, vil det være naturlig å se på om inkludering av andre GNSS kan forbedre utjevningen, og dermed også presisjonen. Fra **Figur 48** og **Figur 50** er det tydelig det at det generelt brukes 5-7 GPS-satellitter i fix-løsningene. Derimot kan antallet økes ved å prøve og introdusere flere GNSS. I et forsøk på å forbedre presisjonen ytterligere, ble GLONASS inkludert i den statiske beregningen. Dette førte derimot til null fix-løsninger i resultatfilen fra RTKLIB, og dermed generelt dårlige punktestimater. Dette skjer også vanligvis i Leica GeoOffice, som har blitt brukt tidligere. Det er usikkert om det skyldes mobilens håndtering av de mange ulike GLONASS-frekvensene, eller om RTKLIB ikke har en godt nok egnet algoritme for denne typen beregning. Dette er synd siden GLONASS-satellitter har en høyere inklinasjon enn andre GNSS: Nord-sør-komponenten kan for AUDM utjevnes bedre ved å inkludere flere nordliggende satellitter, som er det generelle tilfellet for satellitter med høy inklinasjon. Videre er Galileo-målinger tilgjengelige i mobilmålingene, men ikke i målingene fra AASC sin Trimble Zephyr-mottaker. Denne støtter kun GPS og GLONASS. Dermed kan ikke flere GNSS øke presisjonen mtp. data som er tilgjengelige i skrivende stund. Hadde derimot Galileo-målinger vært tilgjengelige for AASC, kunne dette potensielt redusert presisjonen nærmere millimeteren.

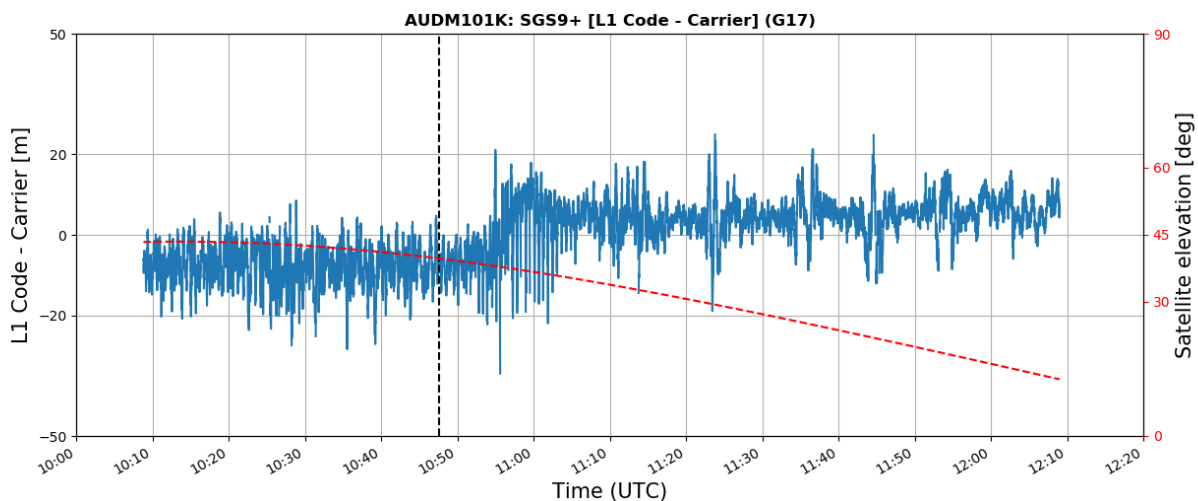
Bestemmelsen av fasesenteret og fasesenterets variasjon vil videre være av interesse: Estimerte faseløsninger vil forskyves mer i én retning enn en annen grunnet ulike fasesentre for hvert satellittsignal – endres mht. flere faktorer (Kap. 2.5). Ved inkludering av flere satellitter i utjevningen, vil de resulterende punktene være tilnærmet lik fasesenteret. I Kap. 5.3.4 blir fasesenter og -variasjon diskutert mer i dybden. Disse størrelsene er nødvendige for at fix-estimatene skal bli nøyaktige, men også mer presise, for ulike tilfeller av satellittsignalvinkler og -styrke.

Som nevnt tidligere er multipath (Kap. 2.3) et større problem for mobilbasert GNSS enn for geodetisk utstyr. Med GNSS-teknologien som finnes i dag, er det lite som svekker effekten av multipath på mobilmålingene. Selv om

multipath kun gir feil på noen centimeter i avledet faseavstand, kan dette tilsvare store relative feil mtp. den høye presisjonen som oppnås i oppgaven. Spørsmålet er først om algoritmen i RTKLIB greier å detektere og luke ut det meste av multipath, f.eks. ved å statistisk teste for grovobservasjoner i korte tidsrom/tidsvindu. Det er ukjent hvorvidt dette gjøres av programmet, noe som muligens burde sees nærmere på ved en senere anledning. Dersom en studerer AUDM og STRB sine dobbel- og trippeldifferanser i **Figur 38** og **Figur 39**, virker det som at det forekommer store faseendringer (pigger) i trippeldifferansene, men som ikke viser det typiske heltallshoppet i dobbeldifferansene. Dette kan indikere tilfeller av multipath. Et godt eksempel er trippeldifferansene for GPS PRN 10 (blå) i **Figur 38** i tidsrommet 10:45-10:48: De tydelige, store piggene som stikker nedover, viser til en stor endring i fasen observert fra GPS-satellittens signal. Dette er mest sannsynlig multipath ettersom dobbeldifferansene ikke opplever det tidligere nevnte "hoppet" (**Figur 18**). Det er heller ikke rart at multipath oppstår for denne satellitten ettersom elevasjonsvinkelen ligger under 20 grader i gjeldende tidsrom – veldig lave elevasjonsvinkler gir generelt høyere sannsynlighet for multipath. Ved betraktning av STRB sine trippeldifferanser for GPS PRN 25 (**Figur 39**, ca. kl. 13:40), oppstår det et irregulært tilfelle av multipath når elevasjonsvinkelen er veldig høy (nesten 90 grader). Siden elevasjonen er såpass høy må dette komme av reflekterte stråler fra betongen på STRB (**Figur 27**), ettersom området generelt preges av gress. Dette kan også være et tilfelle av en tilfeldig reflektert stråle som uheldigvis har sin endestasjon i mobilen stasjonert over punktet. Det er uansett verdt å merke seg at multipath også oppstår for veldig høy elevasjonsvinkel. Det kunne også vært tilfeldig støy, men dette ville sannsynligvis gitt mindre utslag.

Multipath burde generelt kunne detekteres dersom det er mange satellitter med i estimatene, slik at et grovfeilssøk vil kunne avdekke den dårlige, multipath-beheftede observasjonen og kvitte seg med disse. Et tegn på at RTKLIB gjør dette kan oppfattes ved å betrakte antall satellitter i estimatene i **Figur 48** og **Figur 50**: Det oscillerer mellom antall satellitter over korte tidsrom. F.eks. i tiden fra 80 minutter og fremover for AUDM (**Figur 48**) endres det ofte mellom seks og syv satellitter som inkluderes i estimeringene. Dette tyder på at én eller flere av satellittene bidrar med observasjoner som noen ganger aksepteres, men som andre ganger blir fjernet vha. en statistisk test. Dette kan godt tenkes å være satellittobservasjoner påvirket av multipath, men det kan også skyldes hyppige fasebrudd. I vedlegg D1 finnes kode-fase-differanser for alle GPS-målinger fra AUDM, sammen med elevasjonsvinkel. I plottet for GPS PRN 17 (**Figur 54**) er det tydelig at store hopp i koden, som ikke detekteres som fasebrudd, fremkommer. Dette, sammen med informasjonen om lav elevasjonsvinkel, tyder sterkt på multipath. Hadde en geodetisk mottaker målt det samme, ville multipath for det meste blitt fjernet, men på grunn av svakhetene ved mobil GNSS, blir multipath bare en del av den typiske målesituasjonen, spesielt når elevasjonsvinkelen begynner å bli veldig lav (f.eks. under 20 grader).

Multipath fører dermed med seg grove observasjoner fra tid til annen for mobilmålingene. For at fasemålinger skal bli bedre mht. multipath, bør teknologi som svekker denne effekten for mobiler utvikles om mulig.



Figur 54 Kode-fase-differanser for GPS PRN 17, målt ved AUDM. Tidspunkt (UTC-tid) plottes langs x-aksen mot kode-fasedifferanser langs y-aksen. Rød-stiplet linje viser satellittens elevasjonsvinkel – verdier langs motsatt y-akse.

5.3.3 Noen centimeter feil i nøyaktighet

I **Figur 46** vises punktene for fix-løsningene relativt det sanne, CPOS-målte punktet. Spørsmålet videre er hva som utgjør differansen, $\bar{\Delta}$, mellom det som er mobilmålt og det som er CPOS-målt. Først og fremst må det nevnes at "C" i CPOS kommer av "centimeter", nettopp fordi det er en RTK-tjeneste som tilbyr centimeter presisjon for måling med geodetisk mottaker (**Tabell 23**). Dette presenteres tydelig i de midlede CPOS-koordinatenes standardavvik fra **Tabell 4** og **Tabell 5**. Dermed må dette anses som en potensiell feilkilde. Siden begge punkt ble målt to ganger og midlet (uvektet), ved kontroll etter ca. 30 min, er feil relatert til fasitpunktets plassering mest sannsynlig på ca. 1 cm i grunnriss. I høyden kan derimot feilen ligge på 2 cm (NN2000), men fra gjennomsnittsverdiene mistenkes feilen til å kunne være på ca. 1 cm. Dersom målingene i denne oppgaven skulle blitt utført på nytt, burde veletablerte punkt med millimeter nøyaktig bli benyttet – ikke CPOS.

Tabell 23 Kartverkets opplysninger om presisjonen til CPOS (<https://www.kartverket.no/posisjonstjenester/cpos/>).

-	I områder med ca. 35 km mellom SATREF PGS	I områder med ca. 70 km mellom SATREF PGS
Grunnriss EUREF 89	8 mm	14 mm
Høyde EUREF89 (over ellipsoiden)	17 mm	30 mm
Høyde NN2000	20 mm	36 mm

Flere tiltak kunne blitt gjort for å sikre at målingene ble utført mer nøyaktig og systematisk ved innmåling:

- Senter av mobilbunn (eller topp) burde blitt brukt som ARP/referanse. Midten av mobilen ble istedenfor brukt som referanse. Dette var lite gjennomtenkt ettersom det er vanskeligere å bestemme hva som er senter mobil, mens mobilens bunn synes lettere og gjør det lettere å gjenske plasseringen for flere oppstillinger.
- Bruk av kompass for å rette mobilen mest mulig mot nord før måling. Istedenfor ble mobilen visuelt lagt sånn ca. i retning TF (nord).
- Bruk av rørlibelle for å horisontere fotplaten som mobilen ble plassert oppå. Istedenfor ble grovlibellen brukt.
- Bruk av libelle for å horisontere mobilen etter den ble plassert oppå fotplaten. Istedenfor ble mobilen plassert sånn ca. flatt oppå fotplaten, mest sannsynlig litt skeivt pga. den kronglete formen på fotplattetoppen.
- Sette en ekstra plate oppå fotplaten, for så å sette mobilen oppå denne. Det var ikke fullstendig plass til mobilen oppi fotplaten og dermed ble mobilen plassert litt forskjellig fra senter fotplate.
- Ikke bruk tommestokk til å måle mobilens høyde over punktet, men heller bruke målebånd eller laser – og måle mer nøyte. Tommestokkenden passet ikke helt oppi hullet rundt punktet som skulle måles og i tillegg ble mobilens høyde bestemt til nærmeste centimeter.
- Ekstra kontroll av stativets plassering over punktet. Optikken i fotplaten ble brukt til å plassere stativet og fotplaten over punktet. Dette ble gjort nokså nøyte, men det burde ha blitt kontrollert flere ganger.

Før noen som helst måling ble foretatt var det ikke forventet å få subcentimeter presisjon fra de statiske målingene. Dermed ble ikke mobilen lagt på plass så nøyaktig som den burde ha blitt før målestart, slik som beskrevet i punktene ovenfor. Det er ganske sikkert at mobilen lå litt forskjøvet mot nord-vest: Den fikk ikke helt plass oppi fotplaten dersom den ble forsøkt lagt på midten. Denne offseten tilsvarer omtrent en cm i grunnriss. Det burde dermed ha blitt lagt oppå en ekstra plate oppå fotplaten. Siden det fremdeles gjenstår en stor differanse er det betydelig stor sannsynlighet for at antennens offset – og fasesenteret – står for gjenværende feil. Spørsmålet er da videre hvordan denne skal bestemmes.

Ettersom presisjonen til de statiske målingene kan bli under 5 mm, vil dette si at det er mulig å bestemme det tilnærmede referansepunktet (fasesenteret). Dette bør gjøres ved å måle statisk over samme punkt to-tre ganger, slik at det blir uavhengige målinger med forskjellig satellittspredning. Dette er mulig dersom alle punktene nevnt ovenfor – de som omtaler forbedring av oppstilling – utføres mest mulig nøyaktig.

Ved å nøye følge tipsene i punktene ovenfor så vil:

- ... mobilens senter ligge over det veletablerte punktet med millimeter nøyaktighet.
- ... mobilen være vendt nøyaktig mot magnetisk nord.
- ... mobilen være nøyaktig horisontert i forhold til tyngden.

Dersom mobilen ligger perfekt over det veletablerte punktet og er nøyaktig rotert i alle retninger, vil den samme differansen opptre hver gang det måles over det veletablerte punktet (± 5 mm). Dersom dette viser seg å være tilfellet så kan mobilens referansepunkt for GNSS-fasemålinger bestemmes. Det er for sent å utføre dette i denne oppgaven og dermed foreslås kun løsningen istedenfor å vise resultater. Derimot mistenkes det at referansepunktet befinner seg ca. 6-7 cm opp og 3-4 cm til venstre fra midten av Samsung Galaxy S9+ (dersom en ser på skjermen), slik som de grå skyggene i **Figur 45** og **Figur 46** antyder.

5.3.4 Fasesentervariasjon og fremtidig anbefaling til mottakerprodusenter

Som nevnt under Kap. 2.5 varierer fasesenteret (PCO) for fasemålinger over tid. Dette grunnet ulike fasesentre for hver satellitts signal, som først skyldes ulik satellittelevasjon og -asimut, men også signalstyrke. For de mer presise punktestimatene i oppgaven, med minst syv satellitter brukt i fix-løsningene (**Figur 51**), er en viss variasjon tydelig. Det mistenkes at dette skyldes fasesentervariasjoner (PCV) grunnet satellittenes endring i posisjon i løpet av det lange måleintervallet. For et kort måleintervall med åtte satellitter (**Figur 52**), ser det ut som variasjonen er mindre, noe som er forventet for et kort tidsintervall – dette kan også delvis skyldes inkluderingen av en ekstra satellitt. Dette kan tolkes som at satellittenes posisjoner ikke endrer seg stort i det korte tidsintervallet og at det dermed ikke blir noen store fasesentervariasjoner.

Det gjennomsnittlige punktet fra fix-løsningene i **Figur 51** ("*") kan brukes som tilnærmede relative, koordinater for PCO, fordi det tilsvarer en midlet posisjon av flere signalers fasesenter. Rettere sagt, det *kunne* blitt brukt som dette dersom de sanne posisjonene var mer nøyaktige, og om oppstillingene hadde vært bedre. Videre vil det tilnærmede estimatet på PCO uansett bli noe feil ettersom det er overvekt av satellitter fordelt i noen kombinasjoner av satellittenes posisjoner. Altså vektlegger *noen* kombinasjoner av satellittelevasjon- og asimut plasseringen av PCO mer enn de andre kombinasjonene. Den ujevne satellittfordelingen er tydelig i himmelplottet av GPS-satellittene (**Figur 32**). Dermed vil et PCO-estimat ved midling av oppgavens fix-løsninger, gi noe feil i PCO-koordinatene. Et bra estimat på PCO fås dermed ikke fra målingene i oppgaven, men heller ikke fra generell logging i felt ettersom fordelingen av satellitter alltid er noe ujevn. Dermed konkluderes det at smartmobilens PCO (og PCV) må bestemmes i lab eller lignende testmiljø med f.eks. AAFC, som nevnt under Kap. 2.5, hvor kunstige satellittsignaler kan simulere en jevn fordeling av satellittene, og variasjonene som skyldes de tidligere nevnte faktorene.

PCO og PCV for Samsung Galaxy S9+ er ikke kjent for beregningene i denne oppgaven, noe som er det generelle tilfellet for mobilmottakere. For geodetiske mottakere blir ofte absolutte mål på PCO og PCV estimert vha. tester (AAFC), noe blant annet Geo++ har gjort for mottakere av denne typen. Konstantene og verdiene fra disse testene oppgis ofte i mottakerprodusentens egen PCV-fil, men ofte også iht. Det standardiserte ANTEX-filformatet. Dersom fasemålinger med mobiler skal bli mer presise i fremtiden, så må PCO- og PCV-informasjon bli bestemt for de ulike mottakerne som kommer med mobilene. For mottakerprodusentene (f.eks. Broadcom), vil det være av interesse å være første produsent ut med denne informasjonen, slik at de får et konkurransemessig forsprang over de andre produsentene. Dette vil naturligvis være positivt for mobilbrukerne som dermed får tilgang til informasjonen som lar dem utføre mer presise fasemålinger.

6 Konklusjon

I denne oppgaven ble det registrert GNSS rådataobservasjoner med en Samsung Galaxy S9+. Fra og med Android 7.0 ble brukeren gitt tilgang til mobilens GNSS-rådata, noe som har resultert i mer forskning og eksperimentering på feltet, slik som i Håkansson (2018) og Lachapelle et al. (2018). Det ble logget data for to punkter, med intervaller på to timer hver. Observasjoner fra GPS, GLONASS, Galileo, BeiDou og QZSS ble registrert, men det ble lagt størst vekt på GPS-observasjonene. Ved å måle med koden og fasen ble det oppnådd to vidt forskjellige resultater: Romlige presisjoner på rundt ti meter og 5 mm, respektivt.

Kodemålinger ga i denne oppgaven enkeltpunktbestemmelser med en romlig presisjon på ca. 10-20 m. Dette skyldes blant annet lavkvalitetsantennen i mobilen som er veldig sensitiv for støy og multipath. Videre forverrer ionosfæren høydepresisjonen enda mer. Bedre ionosfæreestimer, f.eks. fra tofrekvent mottaker, kan forbedre dette, men i oppgaven ble kun Klobuchar-metoden brukt som ionosfæreestimat for kodeløsningene. Kvaliteten for kodebestemte punkter ble bedre ved å øke antall observasjoner ved inkludering av flere GNSS i utjevningen. Kombinasjonen GPS og Galileo, relativt GPS alene, forbedret den romlige presisjonen med 11 m og 4 m for de to punktene i oppgaven, respektivt. Det er spesielt høydepresisjonen som nyter godt av de ekstra satellittobservasjonene. For kombinasjonen GPS og Galileo kan en ved midling av punkter forvente en nøyaktighet på ca. 1.5 m i grunnriss og ca. 3 m i høyde.

Videre var spørsmålet om måling mht. fasen var mulig med smartmobilen. Smartmobilens driftssykluser (*duty cycling*) har tidligere vist seg å være et hinder for kontinuerlig fasemåling. I nyere Android-oppdateringer har det derimot blitt mulig å skru av GNSS-relaterte driftssykluser i mobilens utviklerinnstillinger. Ved å måle relativt en basestasjon i to timer blir det i denne oppgaven konkludert at en 3D-presisjon på under 5 mm kan oppnås med mobilen. Dette er mulig fordi lange intervaller med fix – flertydigheter bestemt som heltall – oppstår over lengre tidsintervaller. Videre bør fasesenteret og fasesentervariasjoner bestemmes for at nøyaktighet og presisjon skal kunne forbedres ytterligere. Fasesenteret kan tilnærmes ved måling i felt. Dette kan gjøres ved å måle over et veletablert punkt flere ganger, over lange (f.eks. totimers) måleintervaller og med veldig nøye plassering og orientering av mobilen over fastmerket.

Millimeter presisjon i grunnriss kunne vært oppnåelig for mobilmålingene dersom flere GNSS inkluderes i den statiske beregningen. Dette fordi østlige presisjoner på 0 og 1 mm ble oppnådd i oppgaven grunnet GPS-satellittenes jevne fordeling i øst og vest. Nordlig presisjon ble dårligere grunnet ujevn fordeling i nord og sør. Dersom f.eks. Galileo-satellitter inkluderes kan nord-øst-komponenten rettes opp ytterligere, noe som potensielt vil redusere nord-presisjonen nærmere mot null. Kun GPS- og GLONASS-målinger var tilgjengelige fra basestasjonen i oppgaven.

Det anbefales at forsøket i oppgaven gjentas, men ved bruk av submillimeterbestemte fastmerker – ikke CPOS-bestemte. I tillegg bør også smartmobilens fasesenter bestemmes og korrigeres for, slik at nøyaktigheten stemmer bedre overens med presisjonsmålet. Som nevnt i diskusjonsdelen så burde Galileo-referansedata også inkluderes i utjevningene, for å se om fix-løsningenes nordlige komponent og høydekomponent kan bestemmes mer presist. Andre potensielle gradsoppgaver kan se på mobilens kinematiske egenskaper – i postprosess og/eller for RTK. I denne oppgaven var det mulig å få noe fix i kinematisk modus, men dette gjaldt en mobil som lå i ro. Det burde heller analyseres kinematiske målinger fra en mobil i bevegelse. For kinematiske målinger burde det også sees på om akselerometer- og gyroskopmålinger kan forbedre presisjonen mht. et Kalmanfilter som inkluderer dette.

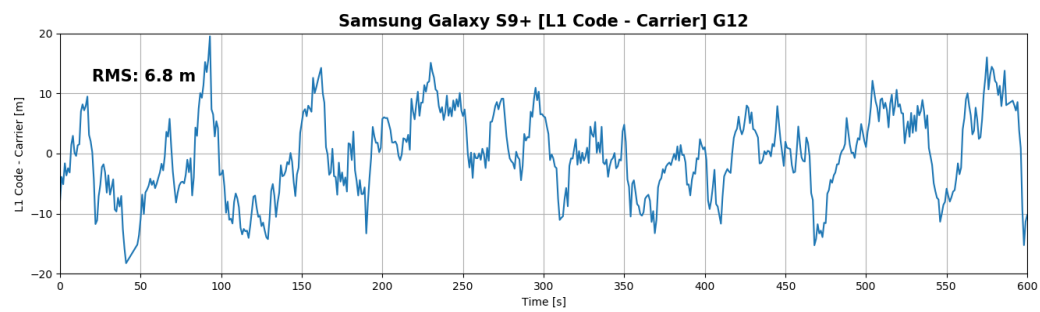
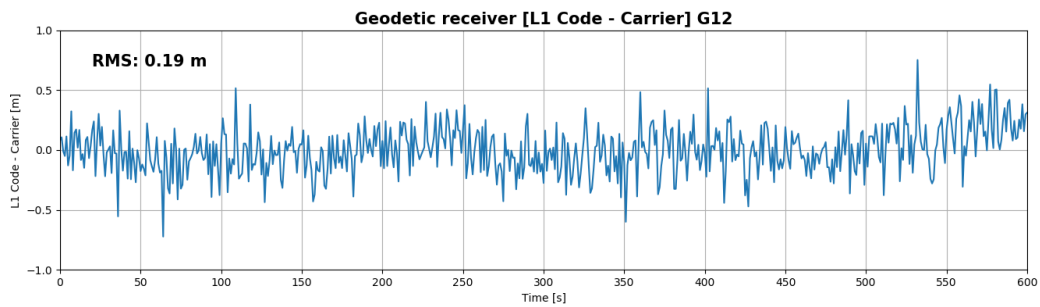
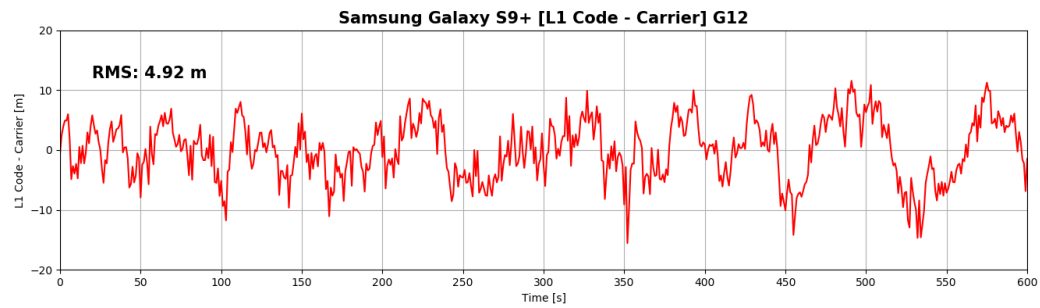
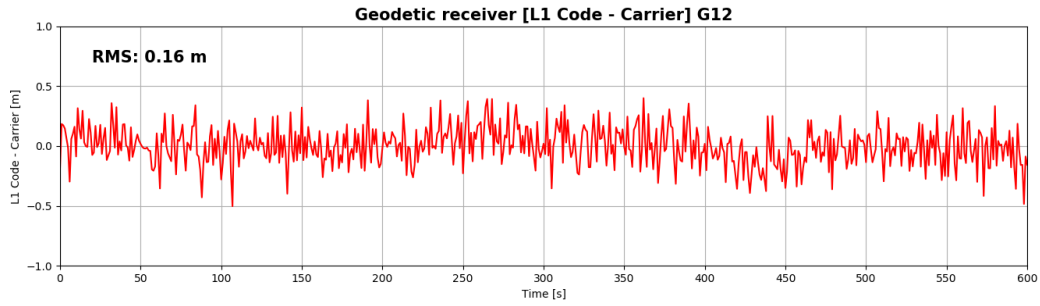
Funnene i denne oppgaven viser at dersom basestasjonsdata blir tilgjengelige for offentligheten, så kan allmennheten ved bruk av Android-mobil og PC utføre subcentimeter innmålinger (så lenge det ikke er for lang avstand til basestasjon). RTKLIB er et gratis program – åpen kildekode – så dette kan hvem som helst anskaffe. Dermed må ikke Bendik og Ingvill nødvendigvis betale flere titusen for geodetisk måleutstyr som spesifikt brukes til landmålingsarbeid. Fasemålinger med smartmobilen gjør at den nå også kan brukes som landmålingsredskap - nesten. Den har sine begrensninger siden dette kun gjelder statiske målinger for lange måleintervaller, men mulighetene kan være mange. Og hvem vet hva fremtiden innebærer? Snart kan hvem som helst effektivt stikke ut egne tomtegrenser med presisjoner under centimeteren, eller sette opp en mobilbasert basestasjon for å navigere egen drone.

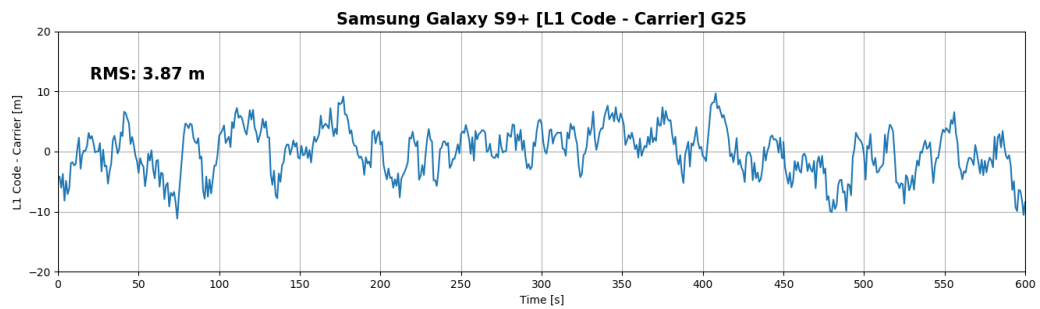
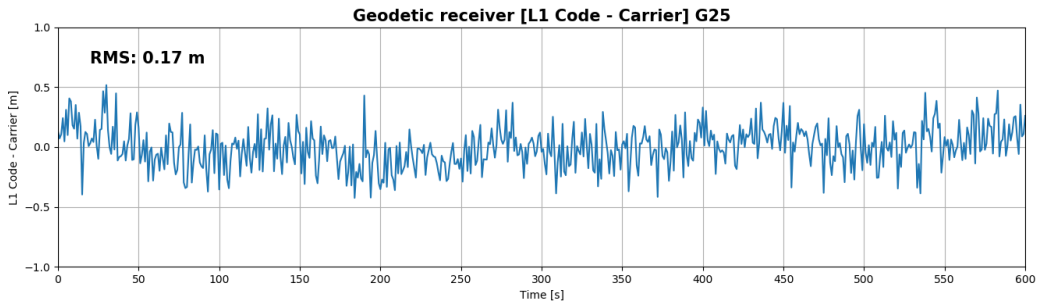
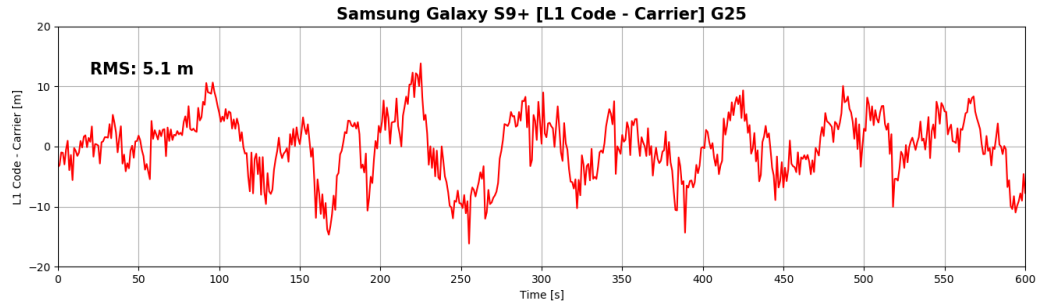
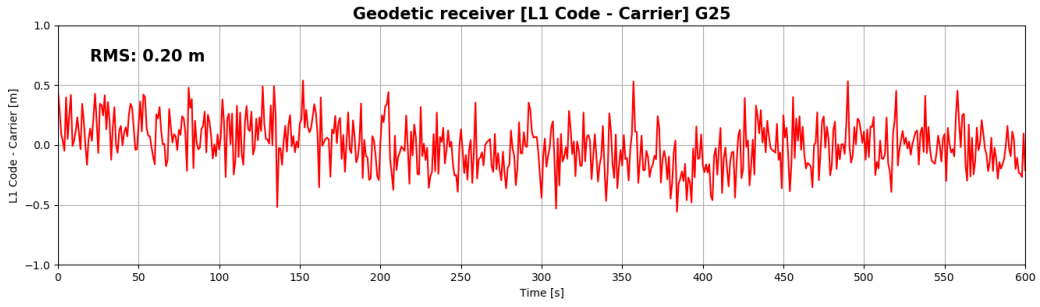
Referanser

- Benefon. (1999). *Benefon Esc! Personal Navigation Phone: GSM + GPS*: Benefon.
- Broadcom. (2017). docs.broadcom.com: Broadcom.
- ESA. (2019). *gLAB (v.5.3.0)* (Versjon 5.3.0). www.gage.upc.edu/glab-download: IGS.
- Geo++. (2001). *PCV Calibration of GPS Antennas - General Overview*. Tilgjengelig fra: http://www.geopp.com/media/docs/AOA_DM_T/general.html (lest 07.05.2019).
- Geo++. (2019). *Geo++ RINEX Logger*. Google Play: Google Play. Tilgjengelig fra: https://play.google.com/store/apps/details?id=de.geopp.rinexlogger&hl=en_US (lest 23.04.2019).
- Geo++ Webpage Main*. (2019). Tilgjengelig fra: <http://www.geopp.de/> (lest 23.04.2019).
- GSC. (2019). *[Galileo] Constellation Information*: European Global Navigation Satellite Systems Agency. Tilgjengelig fra: <https://www.gsc-europa.eu/system-status/Constellation-Information> (lest 09.05.2019).
- Håkansson, M. (2018). Characterization of GNSS observations from a Nexus 9 Android tablet. *GPS Solutions*, 23 (1): 21. doi: 10.1007/s10291-018-0818-7.
- Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger & Wasle. (2008). *GNSS - Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo & more*, b. 1: SpringerWienNewYork.
- Lachapelle, G., Gratton, P., Horrelet, J., Lemieux, E. & Broumandan, A. (2018). Evaluation of a Low Cost Hand Held Unit with GNSS Raw Data Capability and Comparison with an Android Smartphone. *Sensors*, 18 (12). doi: ARTN 4185 10.3390/s18124185.
- Øvstedal, O. (1995). *Derivation of linearized Double Difference observation equations*. DD_LIN_N.pdf (red.). NMBU.
- Øvstedal, O. (2019). *Empirical Ionospheric Models Applied to Absolute Positioning with Single Frequency GPS Receivers*: Agricultural University of Sciences. Upublisert manuskript.
- Pesyna, K. M., Heath, R. W. & Humphreys, T. E. (2014). Centimeter Positioning with a Smartphone-Quality GNSS Antenna. *Proceedings of the 27th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation (Ion Gns 2014)*.
- Seeber, G. (2003). *Satellite geodesy : foundations, methods, and applications*. 2nd completely rev. and extended ed. utg. New York: Walter de Gruyter.
- Seepersad, G. (2015). *What are code and carrier phase measurement in GPS?* Code measurement. www.quora.com: Quora. Tilgjengelig fra: <https://www.quora.com/What-are-code-and-carrier-phase-measurement-in-GPS>.
- Statista. (2019). *Number of smartphone users in Norway from 2015 to 2022 (in millions)**. Graph. statista.com: Statista. Tilgjengelig fra: <https://www.statista.com/statistics/494647/smartphone-users-in-norway/> (lest 18.03.2019).
- Sullivan, M. (2012). *A brief history of GPS*. Smartphones. pcworld.com: PC World. Tilgjengelig fra: <https://www.pcworld.com/article/2000276/a-brief-history-of-gps.html> (lest 12.03.2019).
- Tarkoma, S., Siekkinen, M., Lagerspetz, E. & Xiao, Y. (2014). *Smartphone Energy Consumption: Modeling and Optimization*.
- Van Sickle, J. (2015). *GPS for land surveyors*. Fourth edition. utg. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- Yang, D. & Wegner, S. (2018). *Samsung Galaxy S9 Teardown*. techinsights.com: Tech Insights. Tilgjengelig fra: <https://techinsights.com/blog/samsung-galaxy-s9-teardown> (lest 25.02.2019).

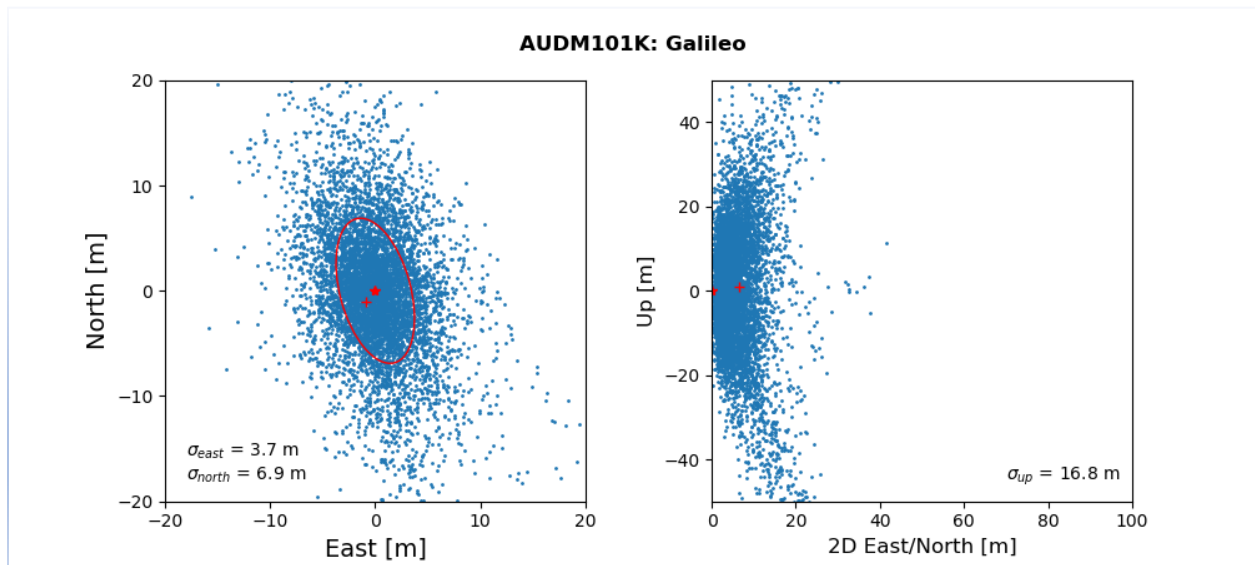
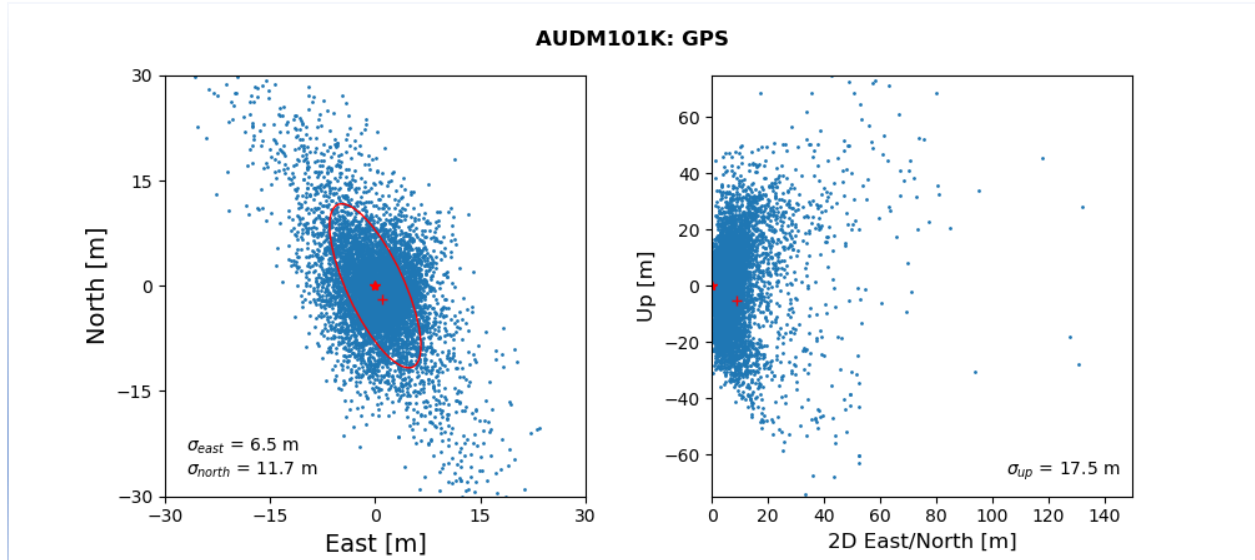
Vedlegg

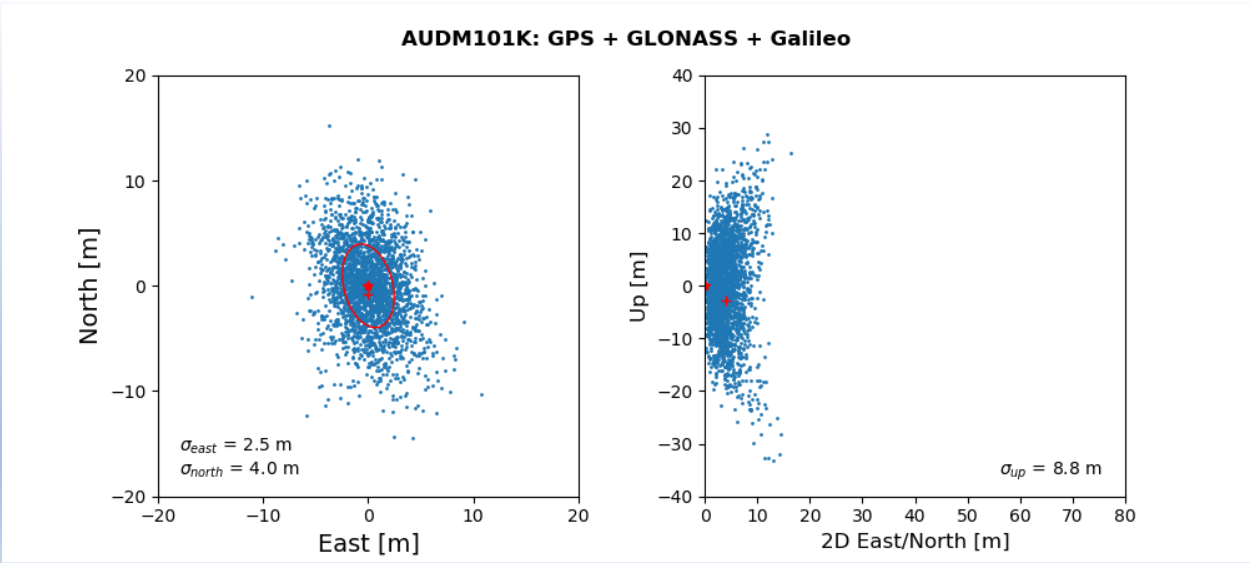
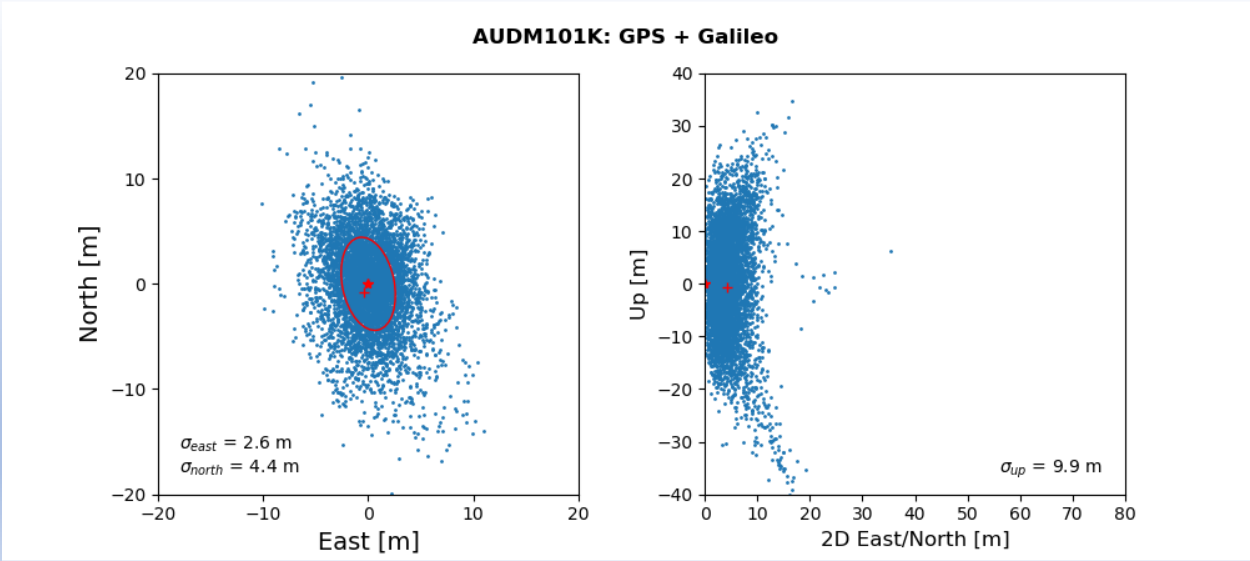
Vedlegg A: Flere kode-fase-differanser (PRN12 og PRN25)





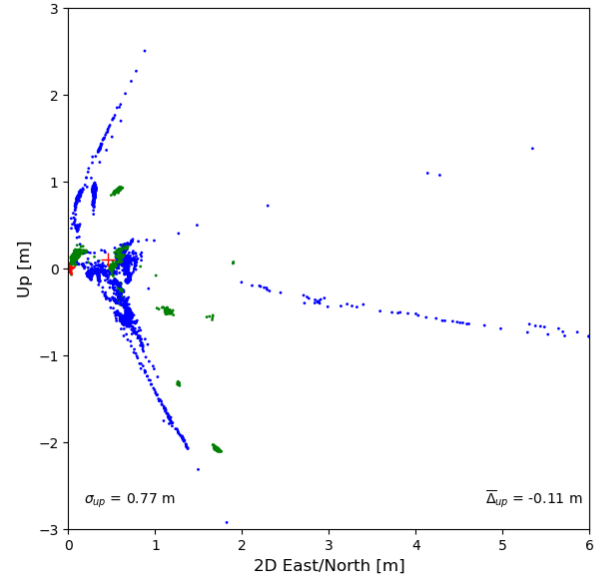
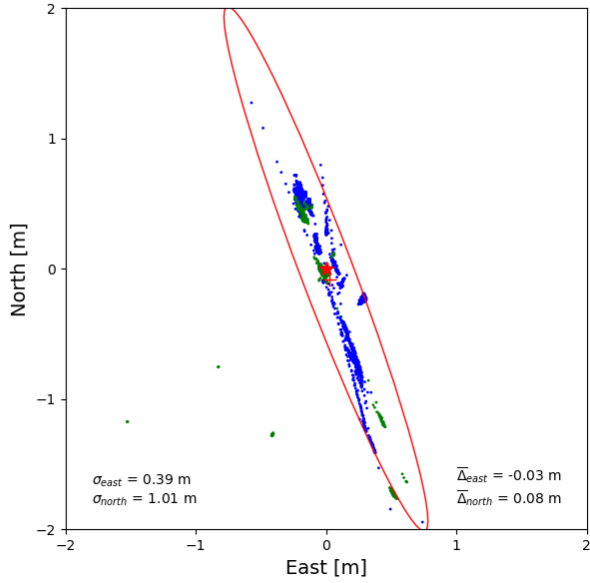
Vedlegg B: Kodeestimer (SPP) for AUDM



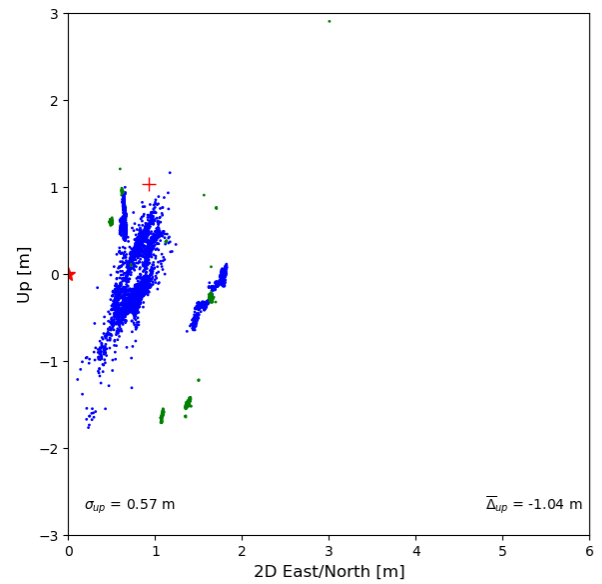
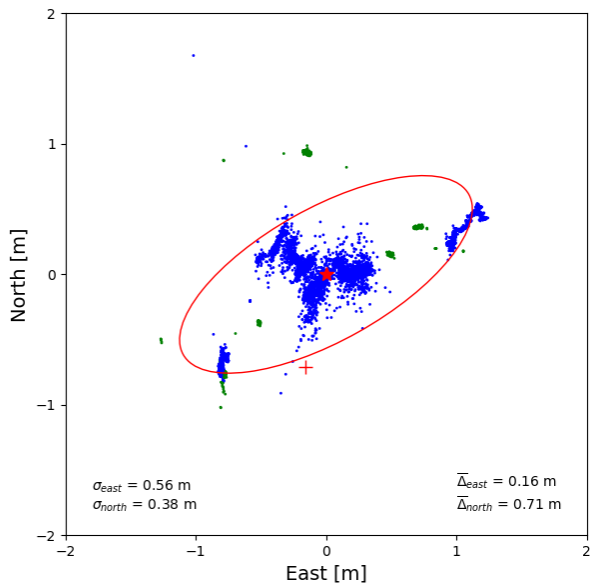


Vedlegg C: Kinematisk-relativ estimator (mobil i ro)

AUDM101K: Kinematic (Relative) GPS

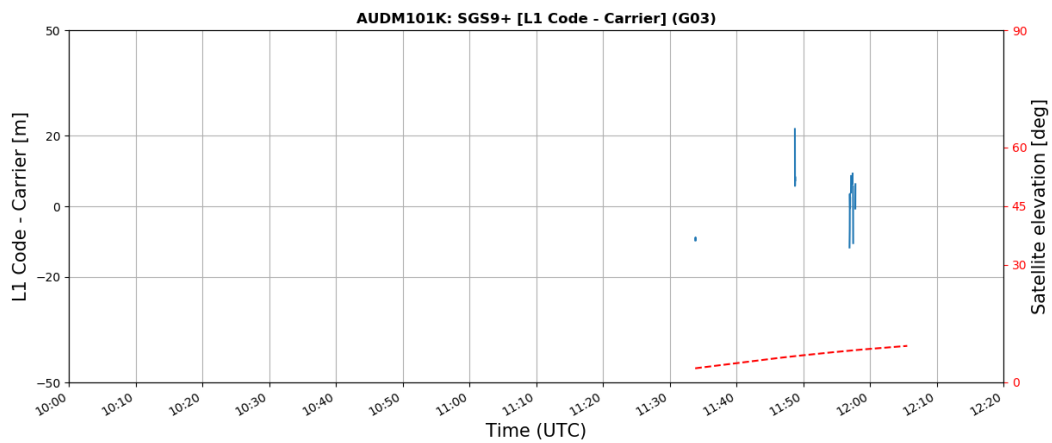
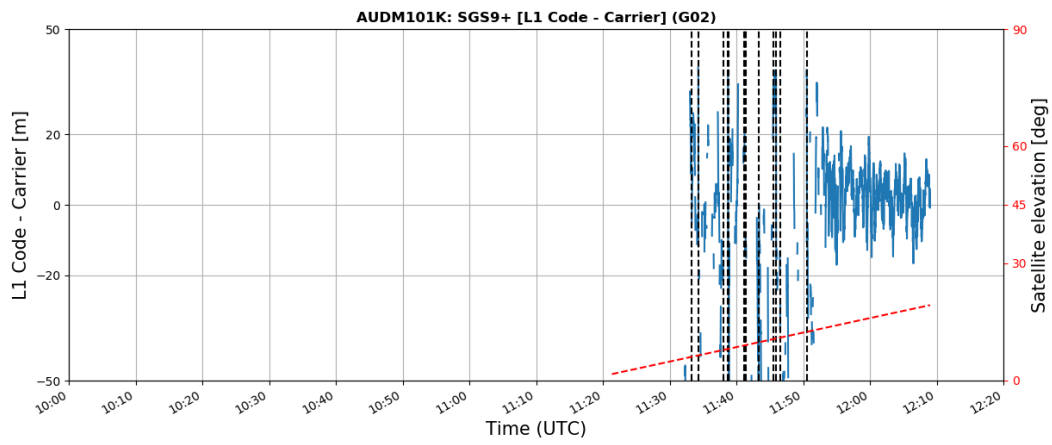
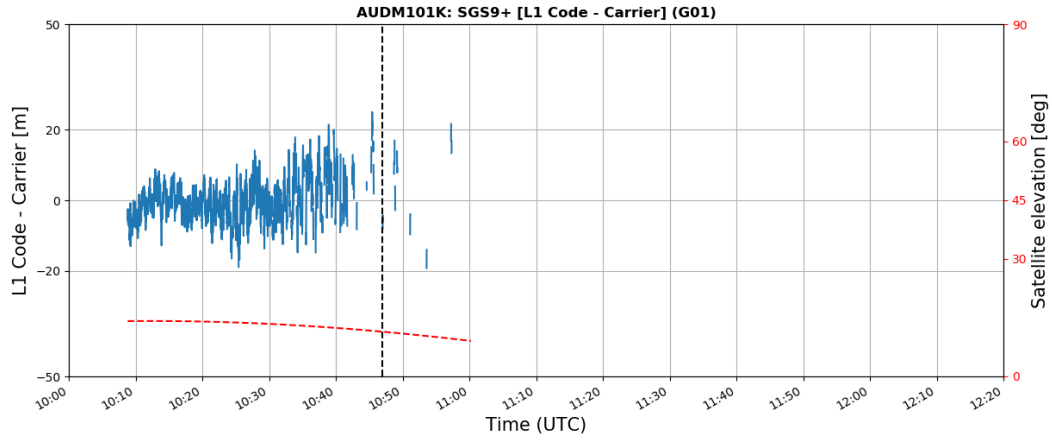


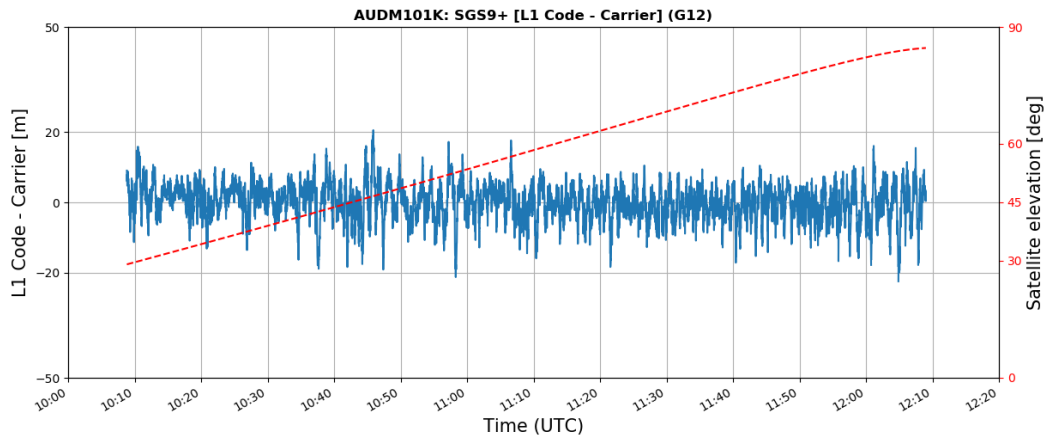
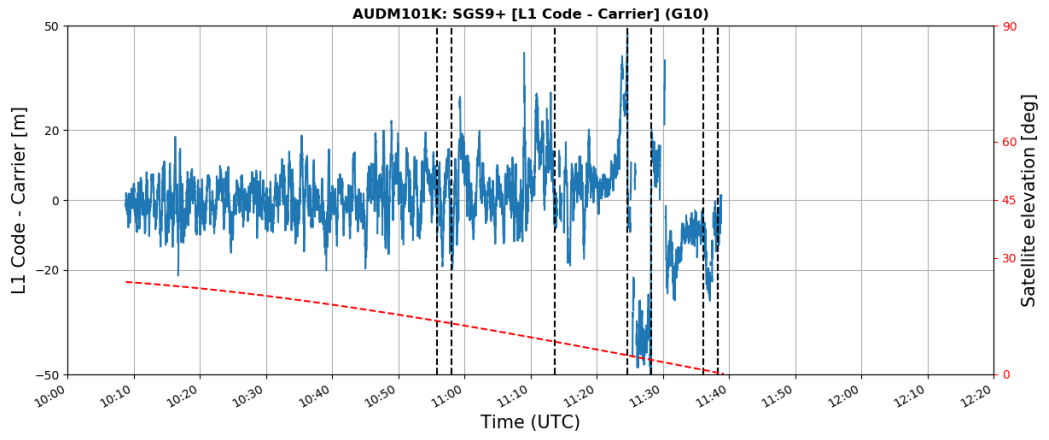
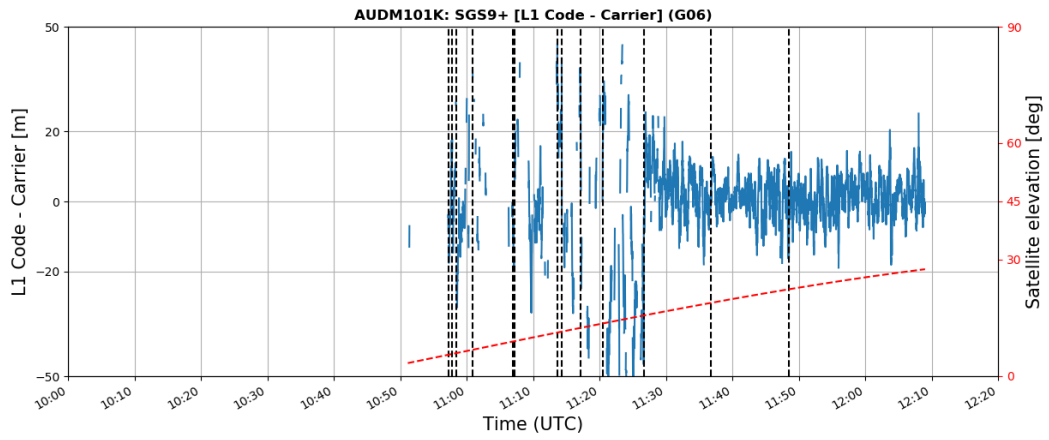
STRB101M: Kinematic (Relative) GPS

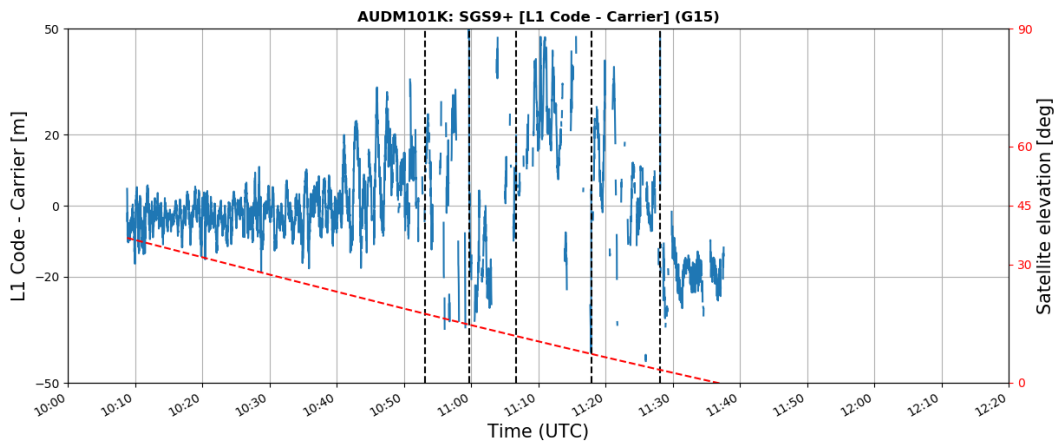
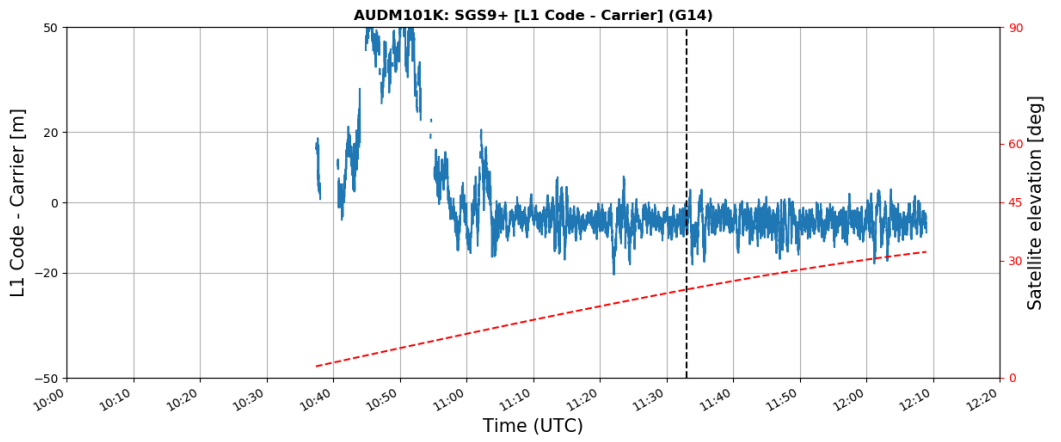
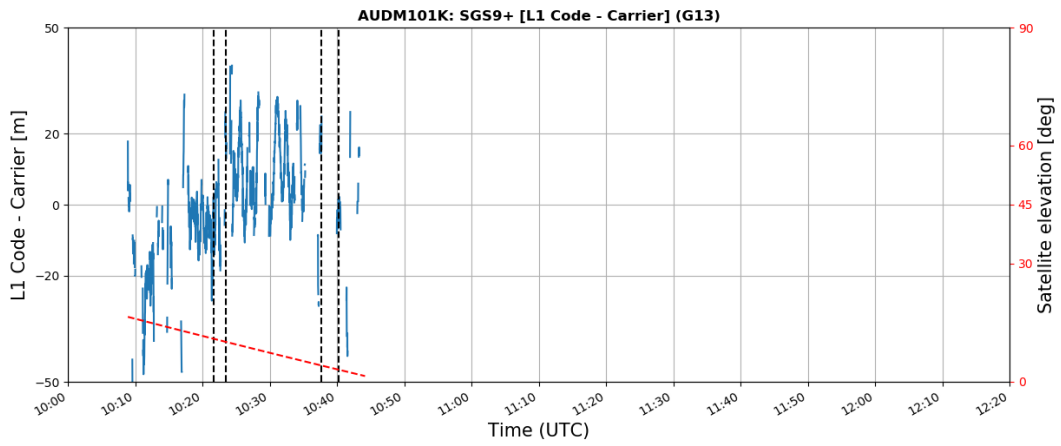


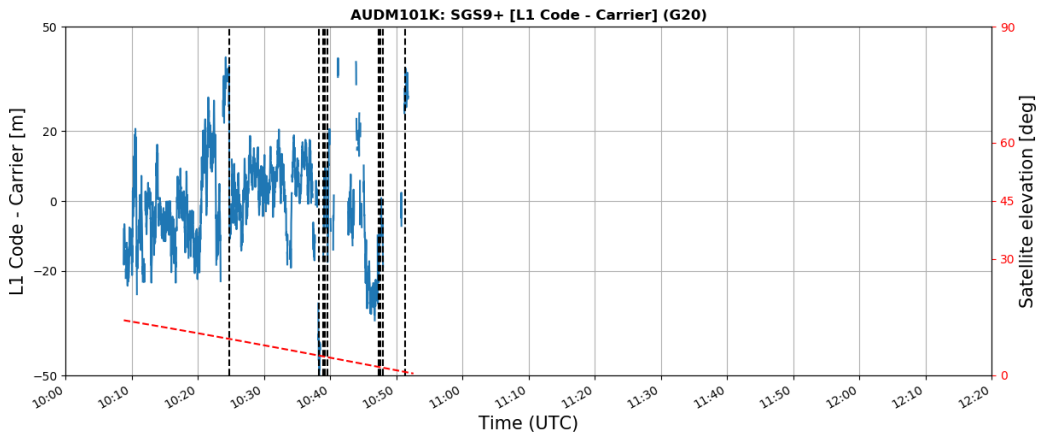
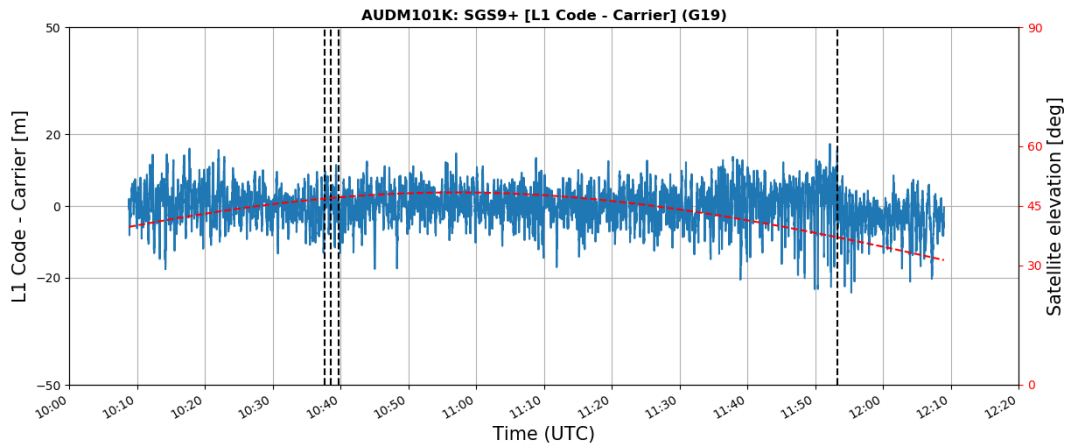
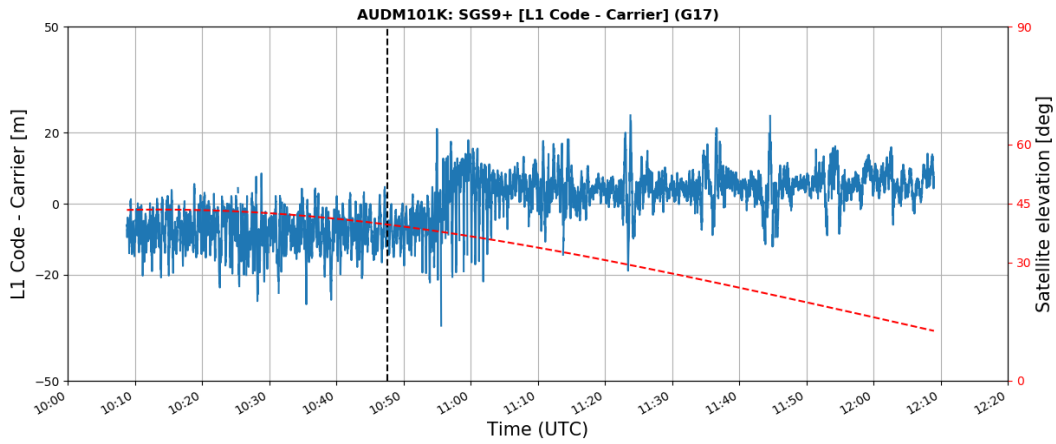
Vedlegg D: Alle oppdagede fasebrudd – og kode-fase-differanser (Ref.sat: G12)

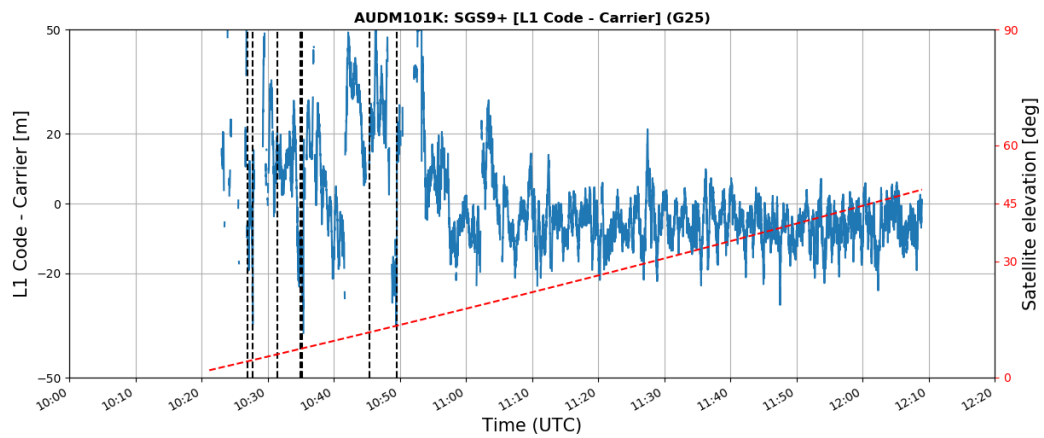
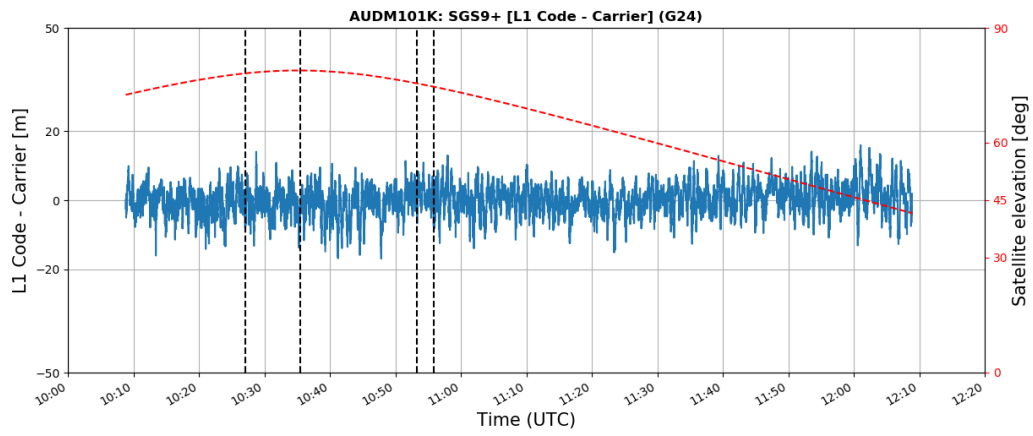
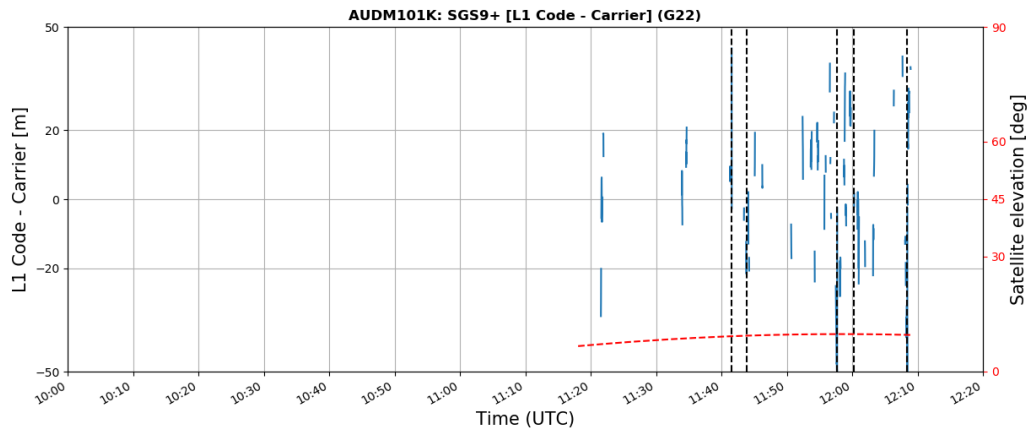
Vedlegg D1: Punkt AUDM (UTC: 10:08:50 - 12:09:01)

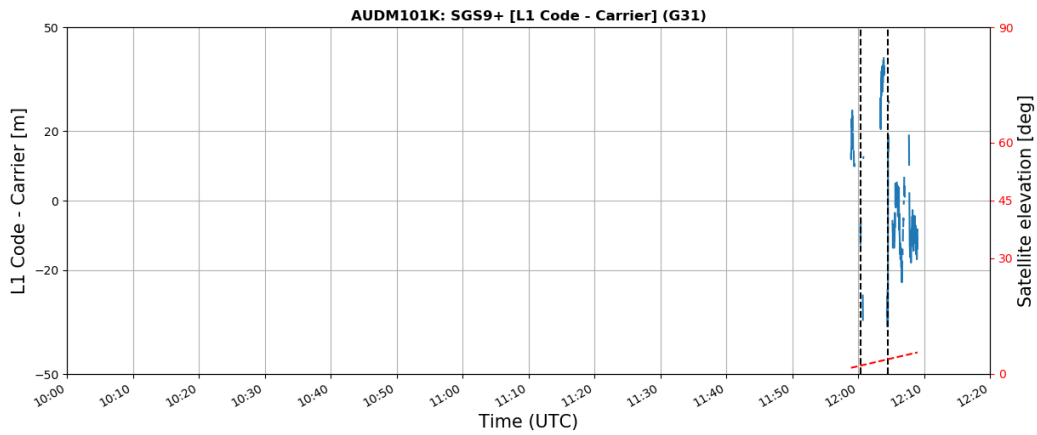
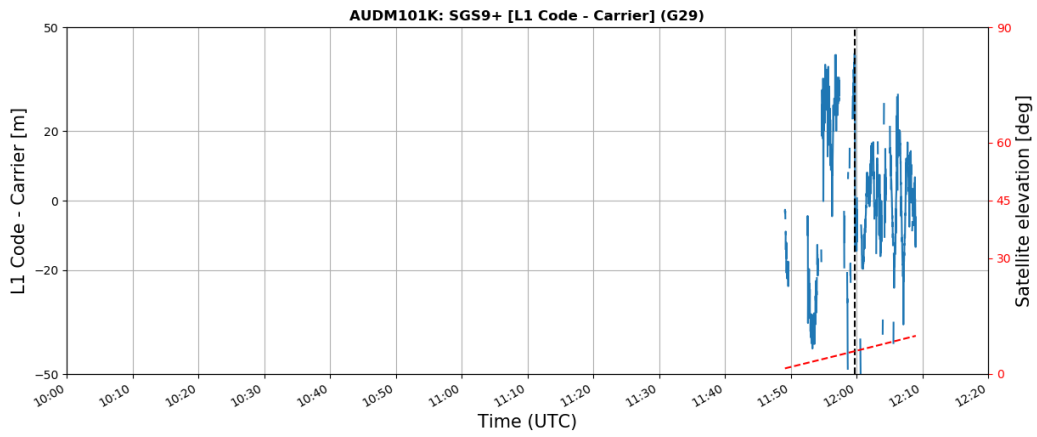
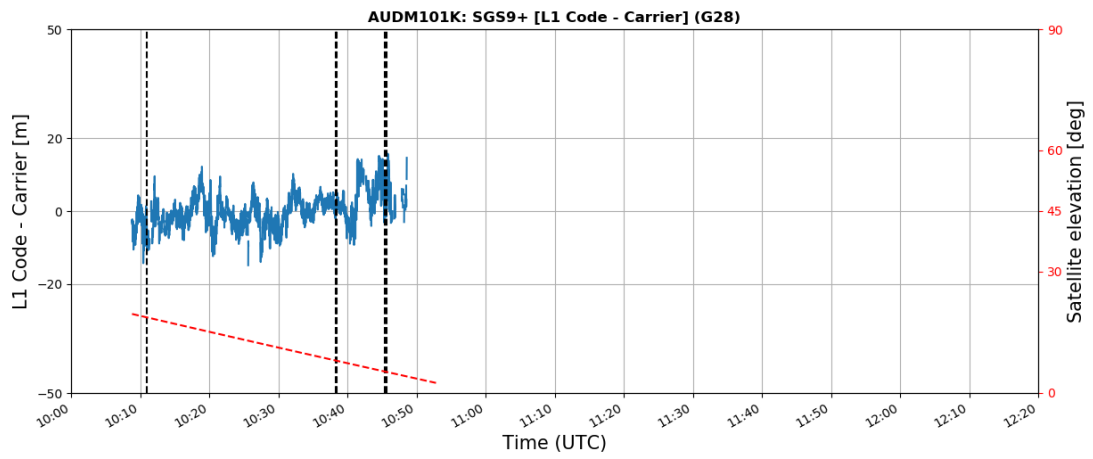




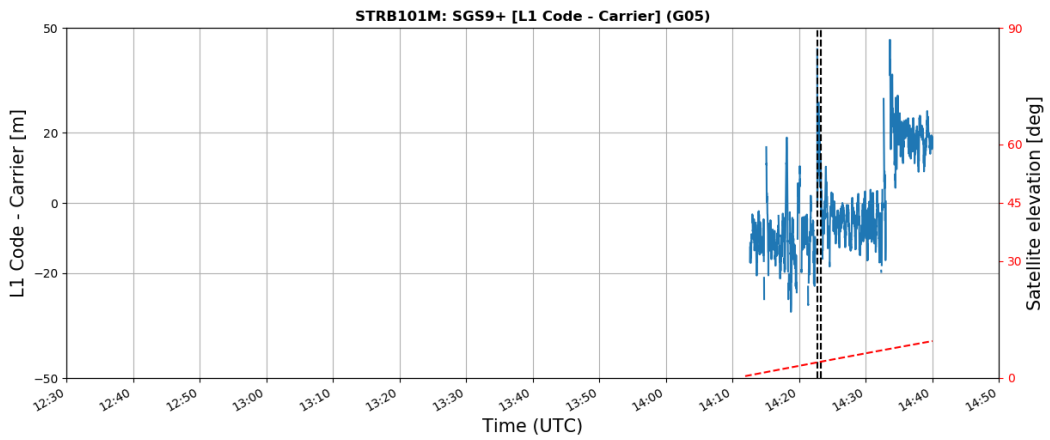
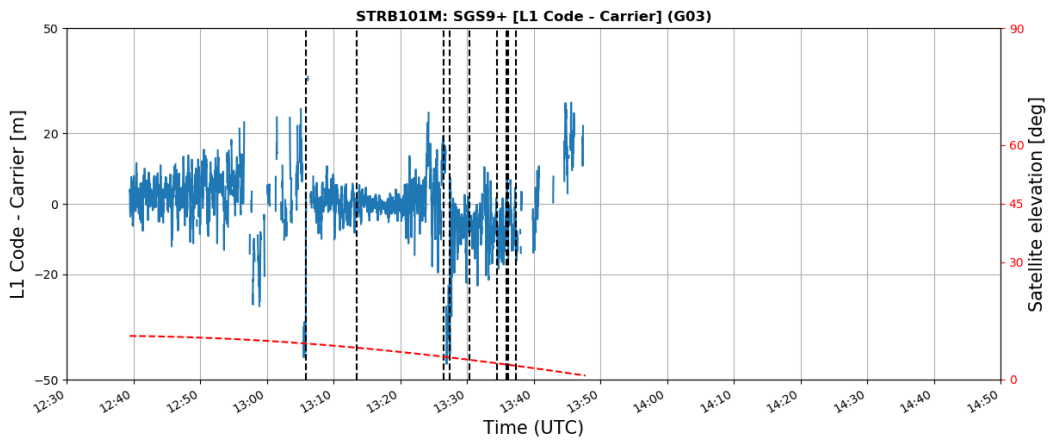
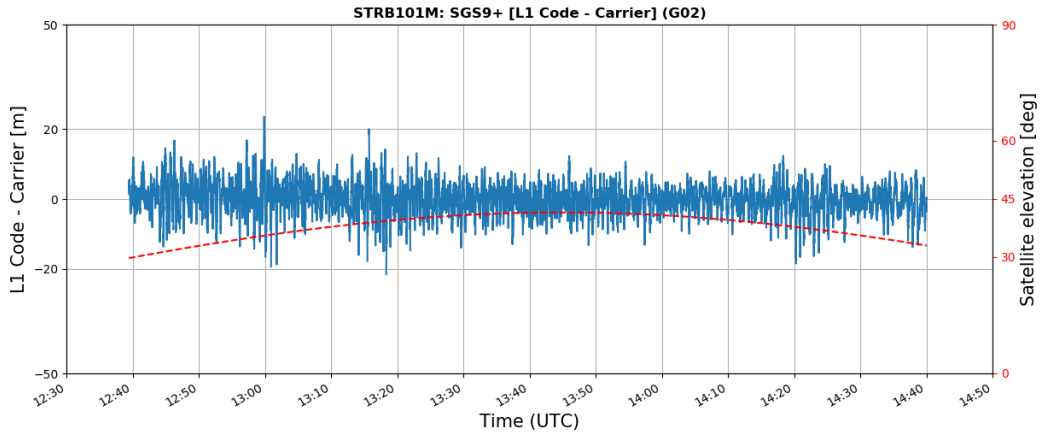


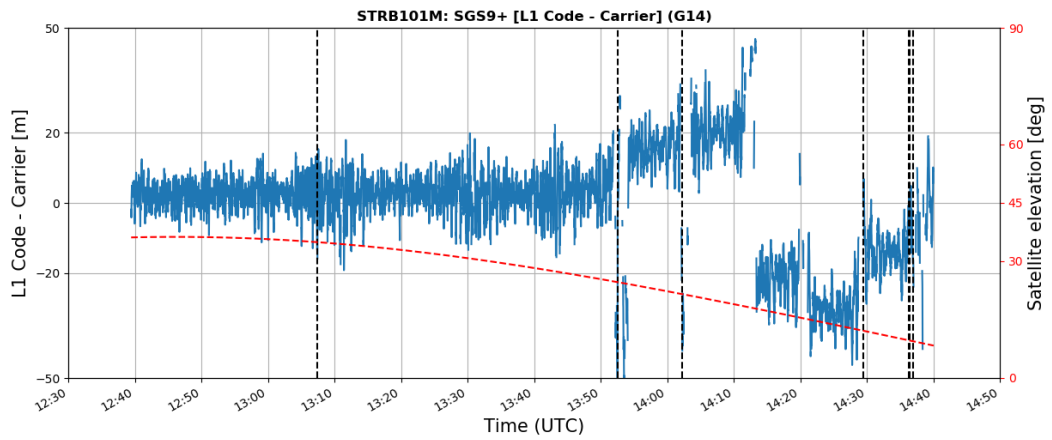
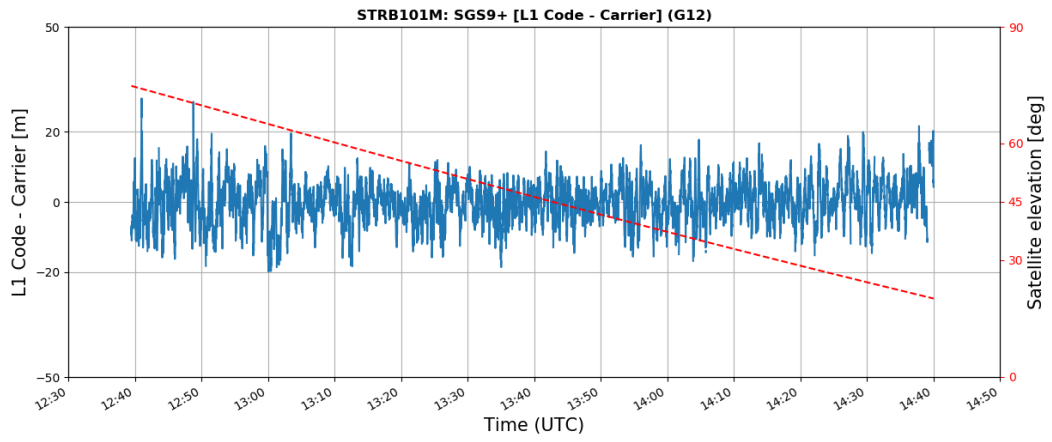
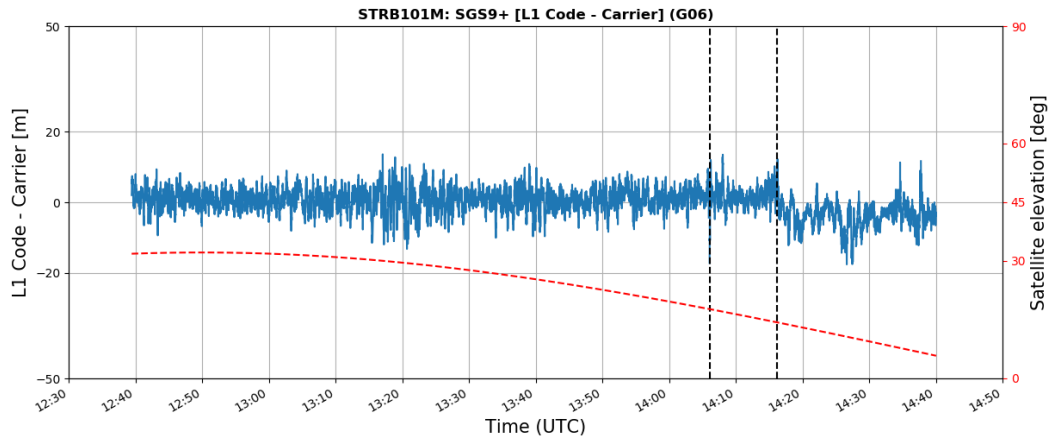


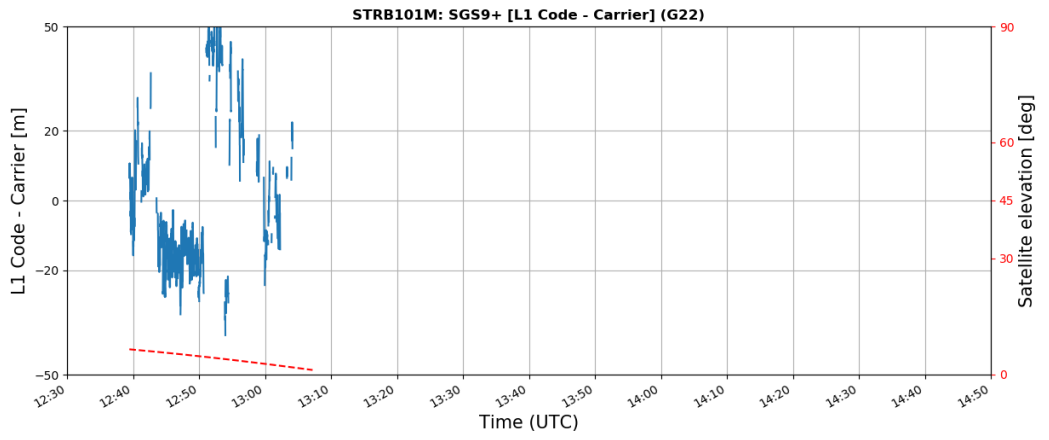
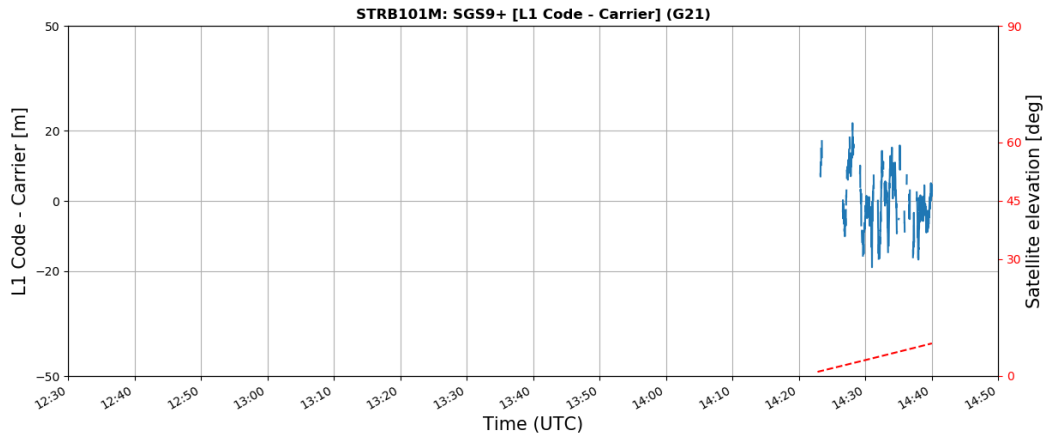
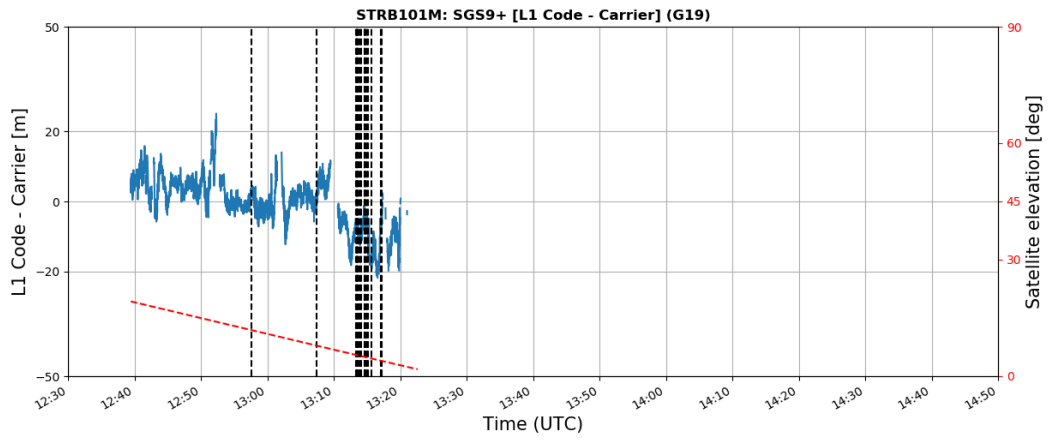


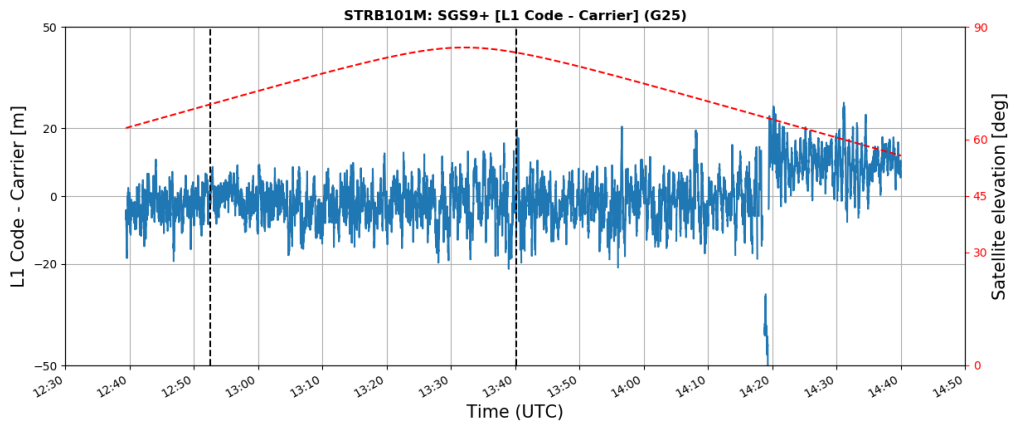
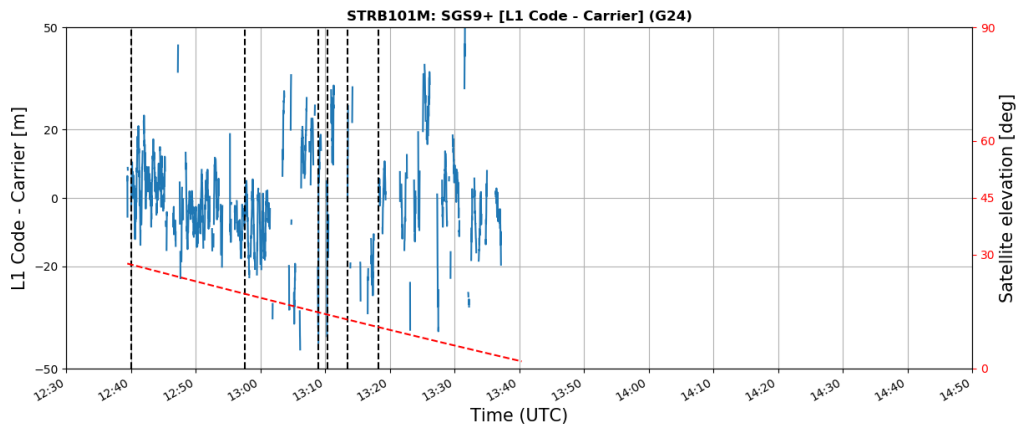
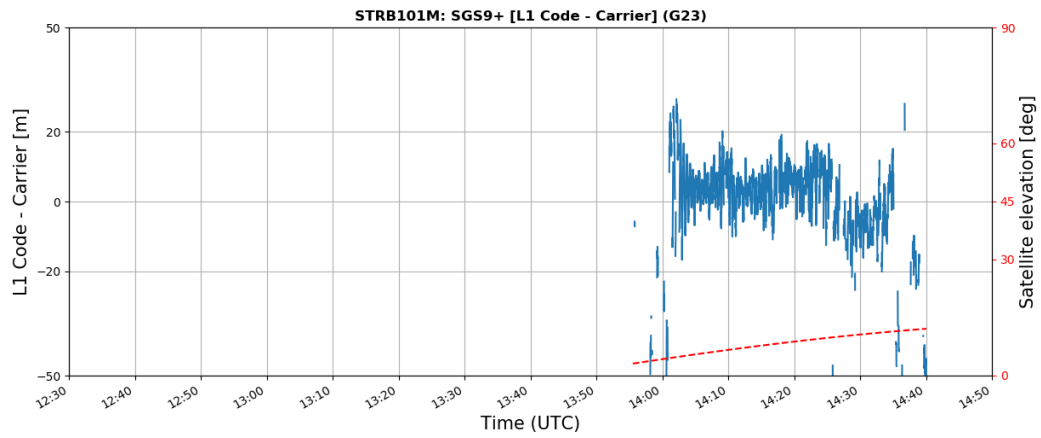


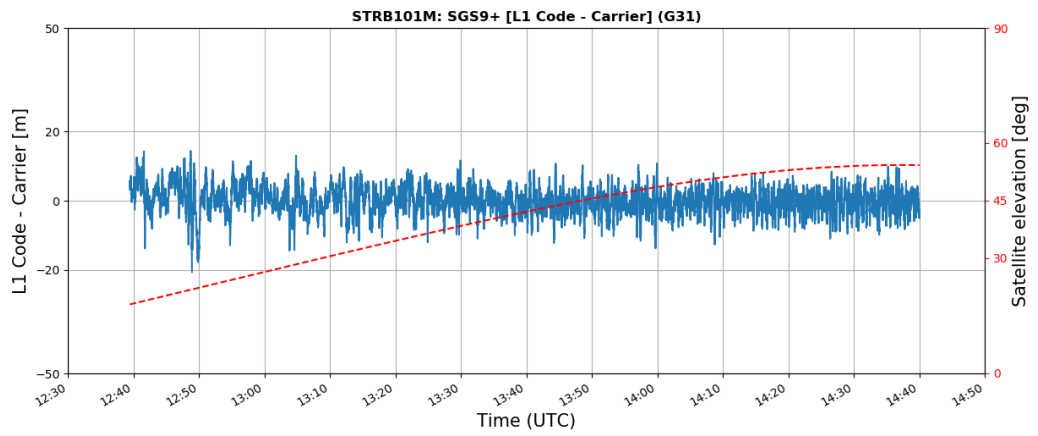
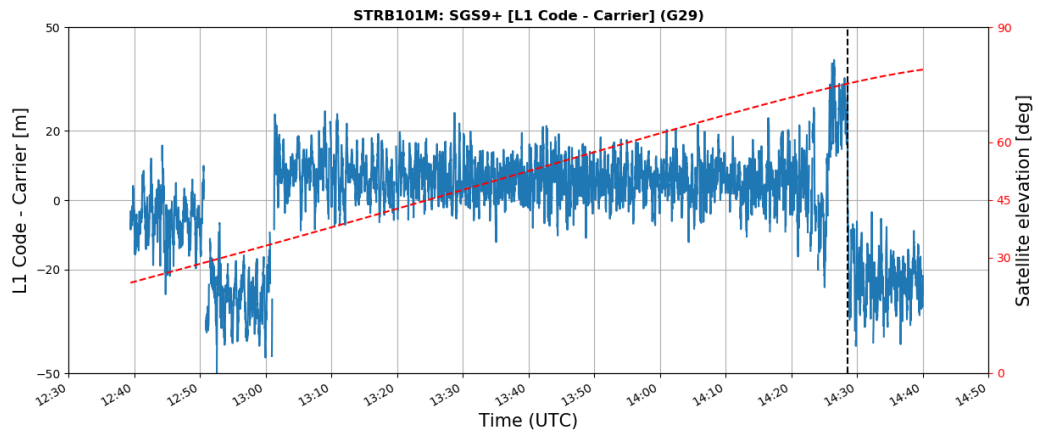
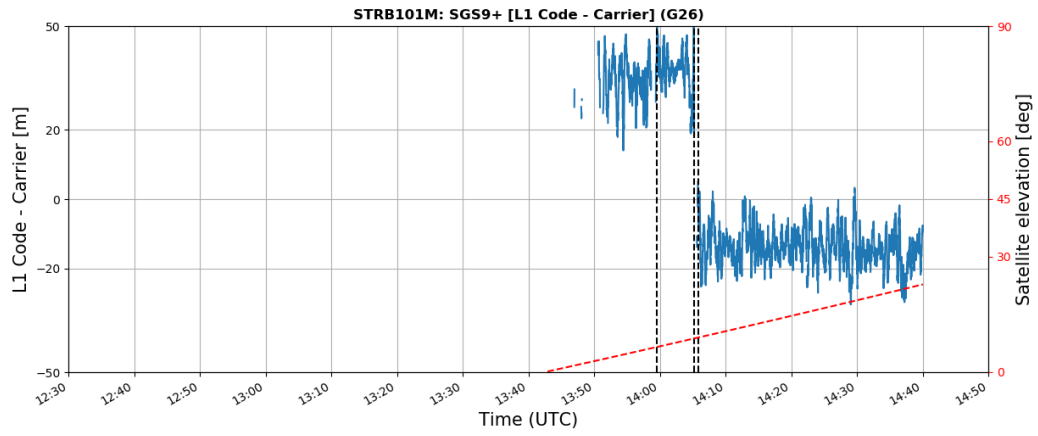
Vedlegg D2: Punkt STRB (UTC: 12:39:27 - 14:40:03)













Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway