INSTITUTT FOR LANDMÅLING.

SAMLING AV OPPGAVER TIL BEREGNINGSØVINGER

FOR JORDSKIFTERNE.

Forord

Den foreliggende samling av øvingsoppgaver "dekker" det meste av pensumet for den gruppe jordskiftestudenter som går lengst i landmåling, og da selvsagt også pensumet for de som velger lavere kurs.

Den rene teori har lett for å bli noe abstrakt, som svever høyt over skyene. Hovedformålet med øvingsoppgavene er å bringe teorien ned på jorden. De representerer derfor det kanskje viktigste middel for tilegnelsen av teorien, i hvert fall når det er tale om en dypere forståelse, dvs. en forståelse som går ut over en rent mekanisk tilegnelse.

Oppgavenes vanskelighetsgrad er tilpasset teorien, slik at en tilfredsstillende erververelse av teorien vil være en nødvendig, men også tilstrekkelig betingelse for å løse dem. Øvingsoppgavene representerer følgelig en "indikator" når det gjelder den enkelte students status i forhold til teorien. Det at en student ikke makter oppgavene tilfredsstillende, må oppfattes som et varsku om at det er noe som svikter ved teoritilegnelsen. Det gjelder så å finne ut hva svikten består i og sørge for den nødvendige "reparering" av det teoretiske grunnlag.

1.

Hvor stor er en lysstråles retningsendring ved overgang fra luft til glass når innfallsvinkelen har følgende verdier:

20^g, 40^g, 60^g, 80^g.

Brytningsindeksen ved overgang fra luft til glass er 1,5.

2.

Hvor stor er grensevinkelen ved overgang fra glass til vann når de absolutte brytningsindekser for glass og vann er henholdsvis 1,5 og 1,3.

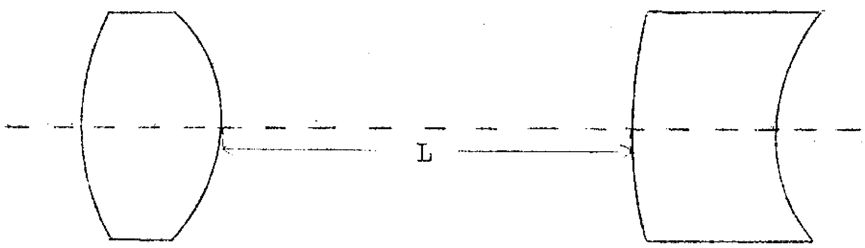
3.

Det skal lages en linse med $r_v = 5$ cm og d = 3 cm

1. Bestem r_h når det forlanges at linsens brennvidde skal være + 2o cm . (n = 1,5)
2. Utled betingelsen for at linsen skal virke som samlelinse, resp. spredelinse.

4.

En bikonveks og en konvekskonkav linse skal settes sammen til et optisk system som vist i figuren.



For linsene gjelder følgende data :

Bikonveks linse	Konvekskonkav linse
r_v = 3o cm	$\lvert r_v \rvert$ = 5o cm
r_h = 5 "	$\lvert r_h \rvert$ = 5 "
d = 3 "	d = 3 "

L = 1o cm og n = 1,5

1. Bestem brennviddene og beliggenheten av hovedplanene for de enkelte linser.
2. Bestem brennvidden og beliggenheten av hovedplanene i det sammensatte systemet. (Tegn figur på millimeterpapir.)

5.

Gitt en likesidet bikonveks linse med $r_v = r_h = 14o$ mm . d = 1oo mm.

Bestem skjæringspunktene(B og B') med linsens optiske akse for to stråler som treffer linsen parallelt med den optiske akse og i en avstand fra denne på henholdsvis 6o og 4o mm (n = 1,5).

Hvor stor er avstanden BB' og hva representerer den ? (Det forutsettes at oppgaven løses ved geometrisk konstruksjon på millimeterpapir i målestokken 1 : 1 eller større.)

Samme undersøkelse skal gjennomføres for en likesidet bikonkavlinse med $r_v = r_h = -14o$ mm og d = 1oo mm .

6.

Bestem den kromatiske aberrasjon (avstanden langs den optiske akse mellom skjæringspunktene for rødt og blått lys) for en bikonveks linse av kronglass med krumningsradier lik 5o mm og en tykkelse på 2o mm. Brytningsindeksene for rødt og blått lys er henholdsvis $n_c = 1{,}515$ og $n_F = 1{,}524$.

7.

To linser skal settes sammen til et akromatisk system. Den ene linsen består av kronglass og den andre av flintglass. Avstanden mellom de to linsers indre hovedplan er 2o mm.

Finn flintglasslinsens brennvidde når kronglasslinsens brennvidde for rødt lys er + 1oo mm.

Finn dessuten systemets ekvivalente brennvidde for gult lys.

8.

Vi forutsetter samme linseanordning som i oppgave 7, men denne gang forlanges det at det sammensatte akromatiske systems ekvivalente brennvidde for rødt lys skal være F = - 3oo mm.

Finn komponentlinsenes brennviddder når det fordres at kronglasslinsens brennvidde skal være positiv.

9.

Hvor stor lineær utstrekning må en ikkelysende gjenstand ha for at det skal være mulig å se gjenstanden med det blotte øye på 5 km's avstand ?

Hvilken lineær utstrekning må gjenstanden ha for at den skal kunne iakttas gjennom en kikkert med 3o gangers forstørrelse ?

10.

Et fotografi betraktes i en avstand av 25 cm. Bildets oppløsningsevne (den minste avstand mellom to punkter for at bildet skal kunne gjengi dem atskilt) er 0,02 mm.

Hvor mange ganger må bildet forstørres for at dets detaljrikdom fullt ut skal oppfattes av øyet når øyets oppløsningsevne settes til 5 μ, og øyets objektsidige brennvidde forutsettes å være 16 mm ?

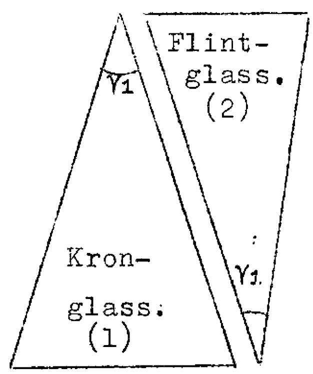
Forklar hvorfor det her er valgt en mindre verdi for øyets objektsidige brennvidde enn i kompendiet.

11.

Undersøk hvor godt den tilnærmede formel for prismers avbøyning

$$\delta = (n - 1)\gamma$$

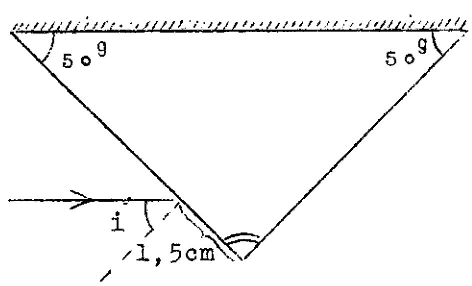
er oppfylt for γ lik 1^g, 2^g og 5^g. Prismet er av kronglass og det forutsettes at lysstrålene treffer første prismeflate under en rett vinkel.



12.

Et kronglass- og et flintglassprisme skal settes sammen til et akromatisk system. Det sammensatte system skal ha en avbøyningsvinkel for gule lysstråler lik 6366^{cc}. Det forutsettes at lysstrålene treffer prismet under små innfallsvinkler.

Finn prismevinklenes størrelse (γ_1 og γ_2 i figuren).

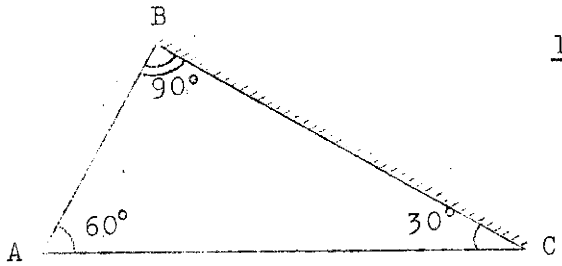


13.

Figuren viser et snitt vinkelrett på sideflatene til et rettvinklet likebenet prisme. Katetene er 5 cm lange. En lysstråle i figurens plan treffer en av katetflatene 1,5 cm fra toppunktet til den rette vinkel under en innfallsvinkel $i = 7^g$.

1. Det videre forløp av strålen skal forfølges beregningsmessig med angivelse av vinkler og beliggenhet av brytnings- og refleksjonspunkter ($n = 1,5$).

2. Utled betingelsen som i må oppfylle for at den betraktede stråle skal resultere i et bevegelig bilde.



14.

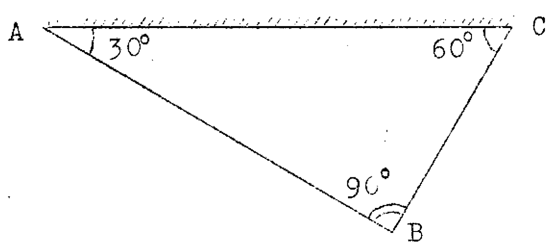
Fig. viser et snitt vinkelrett på sidekantene til et prisme hvis bøyningsvinkler er 9o°, 6o° og 3o°. Kateten BC er speilbelagt.

1. Er det mulig med dette prismet å avsette konstante vinkler, og i tilfelle hvilke ? (Det forutsettes at prismet brukes slik at de innfallende stråler trenger inn i prismet gjennom katetflaten AB.)

2. Vil det oppstå bevegelige bilder i prismet og i tilfelle hvorledes ?

3. Hvilke betingelser må innfallsvinkelen oppfylle for at lysstråler som slipper inn i prismet gjennom katetflaten AB og deretter treffer hypotenusflaten AC, skal totalreflekteres isteden for å trenge gjennom flaten ? (Det forutsettes at innfallsvinkelen befinner seg mellom innfallsloddet og pkt. B.)

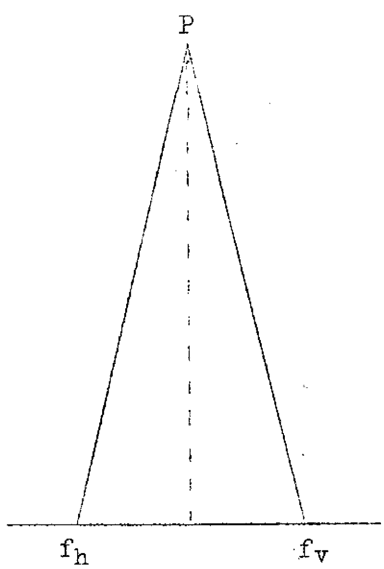
15.



Gitt samme prisme som i foregående oppgave, bare med den forskjell at denne gang er hypotenusflaten speilbelagt.

Er det mulig med dette prismet å avsette konstante vinkler, og i tilfelle hvilke ? (Det forutsettes at prismet brukes slik at de innfallende stråler trenger inn i prismet gjennom katetflaten AB.)

16.



Ved verifisering av et rettvinkelapparat har en avsatt den rette vinkel med åpningen vendt først til venstre og deretter til høyre. De tilhørende to perpendikulærfotpunkter er i figuren betegnet med f_v og f_h. Avstanden mellom de to punktene er 55 cm.

1. Finn rettvinkelapparatets feilvinkel (den rette vinkels avvik fra 1oo^g) når avstanden fra P til linjen gjennom f_v og f_h er 8o m. Regningen skal utføres både eksakt og tilnærmet.

2. Er apparatets konstante vinkel for stor eller for liten når forholdene ligger slik an som antydet i figuren. (Det forutsettes at vinkelspeilet brukes slik at observatøren iaktar bildet av P.)

17.

Ved hjelp av et rettvinkelapparat skal det avsettes en rett vinkel i horisontalplanet. Under bruken holdes apparatet slik at dets helning i de to retninger som tilsvarer den rette vinkels ben, er 1^g og 15^g.

Finn den feilen som begås i avsettingen av den rette vinkel på grunn av at det planet som vinkelen avsettes i ikke faller sammen med horisontalplanet.

18.

For å bestemme vinkelverdien til en nivellerkikkerts libelle har vi foretatt to avlesninger mot en stang som befinner seg i 50 meters avstand. Avlesningene er 1,410 m og 1,423 m. Den tilhørende libelleforflytning er 4 libelledeler.

1. Finn libellens vinkelverdi.
2. Finn libellens krumningsradius når inndelingen er pariserlinjer.

19.

Til bestemmelse av et underlags helning nyttes en settelibelle med nullpunkt først til høyre og så til venstre. De tilhørende libelleavlesninger er

	Libelleavlesninger	
1. stilling	15,7	30,7
2. "	9,8	24,8

1. Finn underlagets helningsvinkel og helningsretning. Libellens vinkelverdi er 30^{cc}.
2. Bestem det punkt på libelledelingen hvis tangent er parallell med underlaget.

20.

Undersøk forstørrelsen hos en kikkert hvis objektiv - og okularbrennvidde er henholdsvis 300 mm og 10 mm. Fremstill forstørrelsen grafisk som funksjon av avstanden.

21.

Med samme kikkert som i oppgave 20 avleses på en stang som befinner seg i 30 meters avstand fra objektivet, et maksimumsavsnitt på 1 m.

Bestem kikkertens synsfelt.

22.

En kikkert med forskyvbart trådkors har en objektivbrennvidde på $f = + 200{,}00$ mm.

1. Beregn den forskyvelse av trådkorset som må til ved overgang fra 60 meters til 6, resp. 60 til 2 meters sikte.
2. Ved innstilling på 60 m befinner trådkorsets skjæringspunkt seg i objektivets optiske akse. Bevegelsen av trådkorset foregår langs en rett linje som danner en vinkel på 1^g med objektivets optiske akse.
   Finn siktelinjens egenbevegelse ved overgang fra 60 meters til henholdsvis 6 og 2 meters sikte.

23.

Ved nivellement fra midten er høydeforskjellen mellom to pkt. A og B bestemt til 1,255 m. Deretter oppstilles instrumentet i et pkt. D i nærheten av B, slik at $\overline{DB} = 10$ m og $\overline{DA} = 50$ m. Avlesningen mot A er da 2,678 m og mot B 1,447 m.

1. Regn ut siktelinjens helningsvinkel.
2. Finn det pkt. hvor siktelinjen ville ha truffet stangen i pkt. A dersom siktelinjen hadde vært horisontal.

I praksis unnlater en som regel å måle avstandene $\overline{DA}$ og $\overline{DB}$ og ved justeringen betraktes avlesningen mot pkt. B som korrekt. Dersom vinkelen mellom libelle- og sikteakse er relativ stor, kan det da bli nødvendig å utføre justeringen 2 eller flere ganger.

3. Hvor stor er i sistnevnte tilfelle siktelinjens helning etter 1. gangs justering
4. Hvor stor er i sistnevnte tilfelle siktelinjens helning etter 2. gangs justering.
5. Angi relasjonen mellom feilen før og etter første justering ved denne fremgangsmåte (som funksjon av forholdet mellom $\overline{DB}$ og $\overline{DA}$).

25.

(Eksamensoppgave for U_1 1961)

Høydeforskjellen mellom to punkter A og B er bestemt til o,356 m ($H_A > H_B$). Ved oppstilling over punkt A med i = 1,472 m og et libelleutslag på 4 libelledeler (libelleenden nærmest B er lavest) leses av på en stang i B 1,784 m.

1. Finn vinkelen som siktelinje og libelleakse danner med hverandre når instrumentets libelle har en radius på 4o m og libelledelenes lineære utstrekning er 2 mm. Avstanden mellom A og B er 6o m.

2. Libellen bringes til å spille inn (ved fot- eller finskrue) og instrumentet justeres ved å forskyve trådkorset. Hvilken avlesning på stangen i punkt B skal trådkorset stilles på ved justeringen ?

3. Beregn trådkorsets lineære forskyvelse når objektivets brennvidde er 2oo mm (forutsatt astronomisk kikkert).

4. Hvordan blir selve justeringen å utføre dersom nivellerkikkerten a) har finskrue og ikke justerbart (fast) trådkors og b) er uten finskrue, men med justerbart trådkors ?

26.

En libelle med vinkelverdi lik lo^{cc} er anbrakt på en kikkert med ringakse. Ved å dreie kikkerten 2o^{g} om ringaksen gjør libellen et utslag på 2,5 libelledeler.

Finn libellekrysningen.

27.

Gitt en planparallell glassplate som er lo mm tykk. En lysstråle treffer denne plate under en innfallsvinkel på 2o^{g}.

Finn den parallellforskyvelse som strålen får ved passeringen av glassplaten (n = 1,5). (Det skal regnes både etter den eksakte formel og etter Wild's tilnærmede formel.)

28.

Et nivellerinstruments planparallelle glassplate skal gi en maksimal parallellforskyvelse av lysstrålene på 5 mm.

Hvor meget må i dette tilfelle glassplaten dreies i forhold til sin nullstilling når den er 3o mm tykk og n = 1,5 ?

Ved beregningen nyttes Wild's tilnærmede formel. La oss anta at den verdi vi kommer fram til for dreiningsvinkelen er 2^{c} feilaktig.

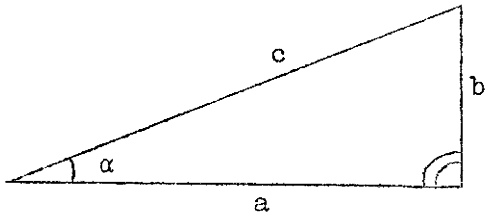
Hva vil denne vinkelfeil tilsvare i feilavlesning på nivellerstangen ?

29.

Gitt sinus- og tangensrekken :

$$\sin \alpha = \alpha - \frac{1}{6}\alpha^3 + \frac{1}{120}\alpha^5 - \frac{1}{3040}\alpha^7 + \ldots$$

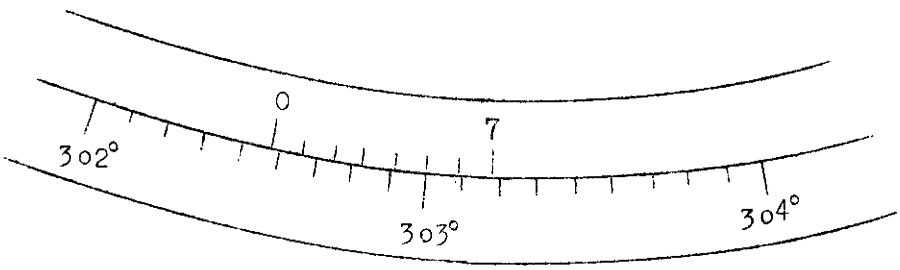
$$\operatorname{tg} \alpha = \alpha + \frac{1}{3}\alpha^3 + \frac{2}{15}\alpha^5 + \frac{17}{315}\alpha^7 + \ldots\ldots$$



1. For hvilke verdier av α (se fig.) er det tillatt å erstatte sin α og tg α med vinkelen selv ved beregning av siden b, når det forlanges at feilen på b ikke skal overstige $\frac{1}{10\,000}$ av b selv ?

2. For hvilke verdier av α er det tillatt å erstatte sin α og tg α med vinkelen selv når α skal bestemmes på grunnlag av sidene i trekanten ? Det forlanges at feilen på α ikke skal overstige 1^{cc}, resp. 10^{cc}.

30.



Figuren forestiller en sirkel med tilhørende nonie (sirkelgradene er 9- delt og nonien 7- delt). Hvilken avlesning uttrykt i gamle grader og minutter has på sirkelen ?

31.

Til bestemmelse av et skruemikroskops run foretas avlesning på to nabostreker. Resultatet av avlesningene er:

Grovavlesning	Trommelavlesninger V	Trommelavlesninger H
122,69	212	284

Trommelen er inndelt i 1000 deler.

1. Korriger avlesningen for run.

   Vi skal så foreta en justering av mikroskopet.

2. Utled den forskyvelse som må foretas med mikroskopet som helhet (størrelse og fortegn), og likeså den etterfølgende forskyvelse av mikroskopobjektivet.
Avstanden mellom sirkeldelingen og mikroskopobjektivet er 2o mm, og objektivets brennvidde 15 mm.

32.

En teodolitt har en kollimasjonsfeil og horisontalakseskjevhet som begge er lik $1oo^{cc}$. Med dette instrument måles en horisontalvinkel i én kikkertstilling.

Beregn den målefeil som de to feil hver for seg har til følge når høydevinkelen til det ene vinkelben er lik null, mens høydevinkelen til det andre gjennomløper verdiene :

2^g, 5^g, $1o^g$, $2o^g$, $3o^g$, $4o^g$, $5o^g$

og gi en grafisk fremstilling av målefeilene.

33.

Med en teodolitt måles horisontalvinkelen mellom punktene 1 og 2 i én kikkertstilling. Nedenfor er stilt sammen de data som angår denne vinkelmåling.

pkt.	obs.retn.	høydevinkel
1	$o,oooo^g$	$+ 1o,64^g$
2	65,432o	- 2o,12

Instrumentet har en kollimasjonsfeil $c = + 5oo^{cc}$ ~~og en horisontal-~~ akseskjevhet $i = + 3oo^{cc}$. ~~Under~~ vinkelmålingen har instrumentet en verti~~kal~~akseskjevhet $u = 4oo^{cc}$, og feilen u befinner seg i samme plan som retningen til pkt. 1.

Finn virkningen av de enkelte feilkomponenter på den målte horisontalvinkel og likeså resultantvirkningen.

34.

Til bestemmelse av alidadens eksentrisitet på en teodolitt med diametralt anbrakte avlesningsmidler foretas avlesninger på begge avlesningsmidler tre steder på sirkelen. Resultatet av disse avlesninger er:

	Avlesningsmiddel 1.	Avlesningsmiddel 2.
1	$o,oo18^g$	$2oo,oo52^g$
2	1oo,o165	3oo,o1oo
3	2oo,oo94	o,o152

Finn alidadens eksentrisitet og knekkvinkel, dessuten vinkelen som nullretningen danner med forbindelseslinjen mellom sirkelens sentrum og alidadens sentrum. Sirkelens radius er 8 cm.

35.

Gitt et planimeter med diameter på rullen lik 2o mm og lineær utstrekning av minste planimeterenhet lik $\frac{1}{1oo}$ av rullens omkrets.

1. Finn førearmslengden til dette planimeter når det forutsettes en planimeterkonstant på 1o mm^2.
2. Beregn radien til grunnsirkelen når b er lik 2o cm og c lik 12 cm.

Til kontroll av dette planimeters konstant måles en flate ved hjelp av en kontrollinjal. Kontrollflaten er en sirkelflate med radius lik 8 cm. Resultatet av denne kontrollmåling er :

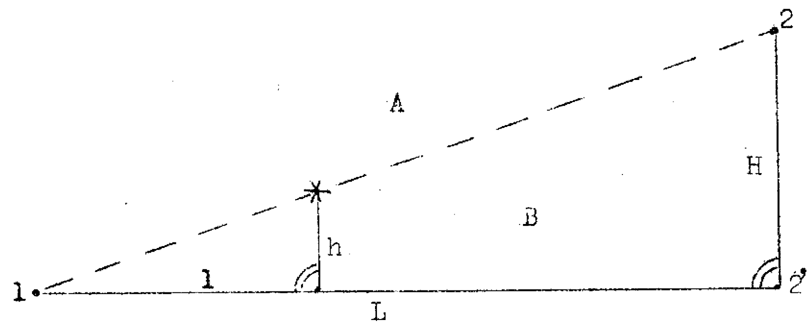
Stilling 1 : 2o364 mm^2
" 2 : 2o148 "

3. Utled den aktuelle verdi for planimeterets konstant.
4. Finn korreksjonen på førearmslengden for å oppnå at k blir nøyaktig lik 1o mm^2.
5. Hvor stor er virkningen av instrumentets rulleakseskjevhet på den foretatte arealbestemmelse. (Det forutsettes hele tiden at de utførte målinger og avlesninger er feilfri.)

Uten på forhånd å korrigere førearmslengden foretas arealbestemmelse av en kartfigur i målestokkforholdet 1 : 5oo. Resultatet er 112 planimeterenheter.

6. Beregn denne figurs areal.
7. Utled nøyaktigheten (i betydning av middelfeil) på denne arealbestemmelse.

36.



To eiendommer A og B er skilt ved den rette grenselinje 1 - 2 i figuren. I nærheten av grenselinjen er det et stort tre (*). Eiendomsretten til dette er uklar da det ikke er mulig å sikte mellom grensepunktene 1 og 2. For å få klarhet i dette spørsmål stikkes ut en hjelpelinje 1 - 2', og følgende data bestemmes.

L = 211o,7 m
l = 812,4 "
H = 41,5 "
h = 16,5 "

1. Hvem eier treet ?

I linjen 1 - 2 skal avsettes et punkt i en avstand 112o m fra punkt 1.

2. Finn de tilhørende verdier av l og h.

37.

(Del av eksamensoppgave for U_1 1961).

Gjør rede for framgangsmåten når gitte vinkler skal avsettes med størst mulig presisjon. Undersøk hvordan feil ved de målte størrelser innvirker på resultatet.

38.

For et 2o m målebånd av stål gjelder følgende kompareringsdata :
Buelengden L = 2o,oo18 m ved 1o kg strekk og t = 15° C.
Videre gjelder for samme målebånd

vekt	=	1,2 kg
bredde	=	2,o cm
tykkelse	=	o,4 mm
varmeutvidelseskoef.	=	$11{,}5 \cdot 10^{-6}$
elastisitetsmodul	=	2o.ooo kg/mm²

Med dette målebånd avleses ved fritthengende måling avstanden mellom to punkter til 19,998o m. Det benyttede strekk er S = 12 kg og t = 18°C, høydeforskjellen mellom de to punkter er o,32 m og deres middelhøyde er 25oo m.

Finn den ellipsoidiske avstand mellom de to punkter.

39.

Ved komparering av et 1oo m's målebånd anvendes en kompareringsbasis hvis korrekte lengde er 1oo,o335 m. Kompareringen foregår på plant underlag, og basisens lengde leses av på målebåndet til 1oo,o633 m ved temperatur 24°C og strekk 1o kg.

1. Bestem den temperatur for hvilken båndet viser korrekte lengder.

Med dette målebånd bestemmes ved horisontal måling på plant underlag avstanden mellom to punkter til 75,939 m ved 25°C og strekk 1o kg.

2. Bestem den korrekte verdi for denne avstand.
   Bestemmelsen skal foretas på grunnlag av dataene utledet under pkt. 1, (altså bare ved temperaturkorreksjon) og kontrolleres ved metoden med avvik for lengde og temperaturkorreksjon.

Målebåndets varmeutvidelseskoef. er $11{,}5 \cdot 1o^{-6}$ pr. grad C.

40.

(Eksamensoppgave for U_1 1960).

Et 1oo m's målebånd av stål skal komparere ved hjelp av en kompareringsbasis hvis korrekte lengde er 49,9983 m. Kompareringen utføres i 2 seksjoner med fritthengende bånd. Seksjon I: o-5o m, seksjon II: 5o-1oo m. Resultatet av kompareringsmålingene er stilt sammen i den etterfølgende tabell :

	Seksjon I	Seksjon II
Avlest båndlengde	b_1 = 5o,o242 m	b_2 = 5o,o228 m
Strekk (s)	5 kg	5 kg
Temperatur (t)	1o° C	1o° C

Båndets vekt er v = 1 kg og tverrsnitt T = 1 mm².

Hva er målebåndets korrekte lengde (både bue- og kordelengde) ved temperatur t = 2o° C og strekk s = 1o kg når båndet bare blir understøttet i endepunktene ?

(Korreksjon for pil er $\frac{1}{24}\frac{v^2}{s^2}$, korreksjon for elastisk tøyning er $\frac{1}{E \cdot T}(s-s_o)$, hvor E = 2o ooo kg/mm² og varmeutvidelseskoef. for stål settes til $11{,}5 \cdot 1o^{-6}$ pr. grad C).

41.

(Eksamensoppgave for U_1 1961).

1. Gjør rede for den geometriske betydning av en astronomisk kikkerts addisjons- og multiplikasjonskonstant.

Med en astronomisk kikkert foretas optisk avstandsbestemmelse av to horisontale avstander. Mellom kikkertens distansestreker leses av henholdsvis o,2o2 m og 1,o22 m. Ved målebåndsmåling bestemmes de samme avstander til 2o, respektive loo m.

2. Hvilke verdier fås for instrumentets addisjons- og multiplikasjonskonstant når det forutsettes at målebåndsmålingen er feilfri ?

3. Angi hvorledes addisjonskonstanten kan bestemmes direkte ved målinger på kikkerten (forutsetter astronomisk kikkert).

42.

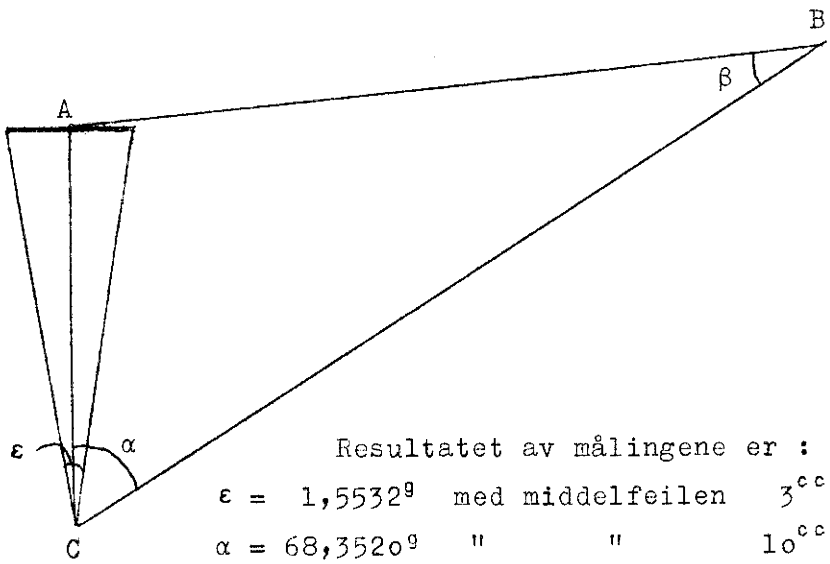
På en teodolitt er multiplikasjons- og addisjonskonstanten bestemt til k = loo og c = o.

Med horisontal siktelinje leses av på en vertikal stang et stangavsnitt l = 6o cm.

1. Hvilken feil knytter seg til denne optiske avstandsbestemmelse når vi forutsetter at k, c og l har feilene f_k = +o,1, f_c = -2o mm og f_l = +o,5 mm ?

2. Hvor stor ville middelfeilen på avstandsbestemmelsen være dersom de angitte feil oppfattes som middelfeil ?

43.



Til bestemmelse av avstanden mellom to punkter A og B i figuren måles en hjelpebasis AC med basisstang, og dessuten vinklene α og β.

Resultatet av målingene er :

$\varepsilon = 1{,}5532^g$	med middelfeilen	3^{cc}
$\alpha = 68{,}352o^g$	" "	$1o^{cc}$
$\beta = 21{,}928o^g$	" "	6^{cc}

Bestem den søkte avstand og dens middelfeil.

Avstanden AC skal beregnes både ved hjelp av 6-sifret trigonometrisk tabell og ved bruk av avstandstabell. Et utdrag av sistnevnte følger nedenfor.

ε	D	ΔD
1,55oo^{g}	82,14o m	
		-53
1o	,o87 "	
		-52
2o	,o35 "	
		-53
3o	81,982 "	
		-53
4o	,929 "	

<u>44</u>.

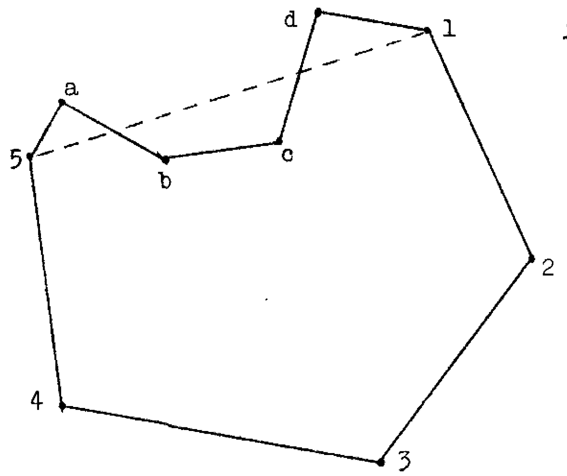
Med en teodolitt innrettet for vanlig optisk avstandsmåling. (k = 1oo og c = o) avleses på en vertikal stang en avstand på 11o m. Herunder er i = 1,3o m, og høydevinkelen α for s = i er 12^{g}

Hvor stor blir feilen på den horisontale avstand når nedre distansestrek stilles på 1,ooo m under avstandsbestemmelsen ?

<u>45</u>.

På et kart i den Gauss-Krügerske projeksjon i målestokken 1:1oooo måles arealet av en flate til 826o mm^2.

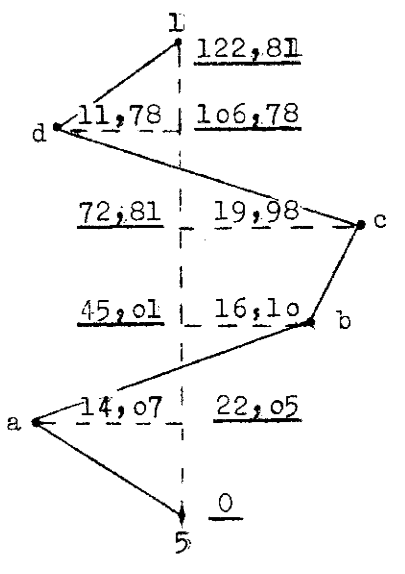
Bestem denne flates faktiske areal (markareal) når flatens middelhøyde er 12oo m og dens middelavstand fra x-aksen er 85 km.



<u>46</u>.

Linjen 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - a - b - c - d i figuren er begrensningen for en flate hvis areal skal bestemmes, og det foregår på den måten at punktene 1, 2, 3, 4 og 5 koordinatbestemmes ved polygonmåling (lukket polygon), mens punktene a, b, c og d måles inn i forhold til polygonsiden 5 - 1 etter perpendikulærmetoden.

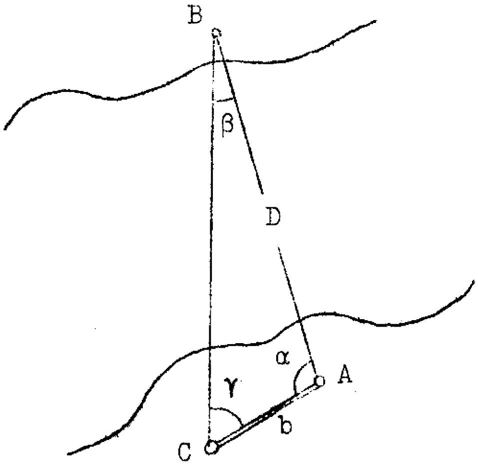
Resultatene av polygonberegningen og innleggingen av punktene a, b, c og d etter perpendikulærmetoden følger nedenfor.



pkt.	y	x
1	932,o5	115o,14
2	963,87	1o75,2o
3	9o7,11	1oo9,91
4	824,o2	1o2o,13
5	819,92	11oo,o5

Bestem det søkte areal.

47.



Til bestemmelse av avstanden D mellom to punkter A og B som ligger på hver sin elvebredd, måles ut fra A en hjelpebasis b og dessuten alle tre vinklene i trianglet ABC.

De målte størrelser er

$\alpha = 112{,}6340^g$

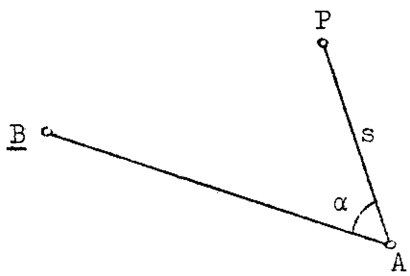
$\beta = 22{,}1160^g$

$\gamma = 65{,}2530^g$

og $b = 45{,}168$ m

1. Finn den søkte avstand D.
2. Hvilke størrelser vil nøyaktigheten av D i første rekke være avhengig av ?

48.



I figuren er A og B gitte koordinatbestemte punkter, mens P er et nypunkt som bestemmes ved måling av horisontalvinkelen α, høydevinkelen β og skråavstanden s'.

Koordinatene til de gitte punkter er :

Pkt.	y	x
A	3241,24	4563,19
B	3060,67	4599,05

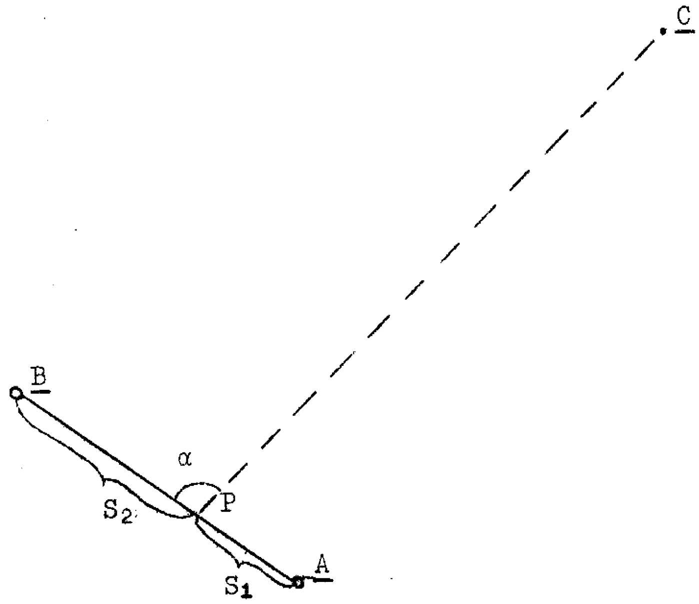
$\alpha = 41{,}2756^g$

$\beta = 8{,}0134^g$

$s' = 94{,}615$ m

Beregn såvel polarkoordinatene som de rettvinklede koordinater til punktet P.

49.



Fra et punkt P på linjen mellom A og B skal det stikkes en rett linje til et punkt C. A, B og C er gitte koordinatbestemte punkter, mens punktet P blir bestemt ved måling av avstandene S_1 og S_2. Fra P er det ikke mulig å sikte til C, slik at stikningen av linjen P-C skal skje ved oppstilling i P og utsetting av vinkelen α.

Koordinatene til de gitte punkter er :

Pkt.	y	x
A	-3246,28	+9467,81
B	-3377,52	+9637,83
C	-2839,66	+9713,47

De målte avstander er

S_1 = 72,32 m og S_2 = 142,43 m

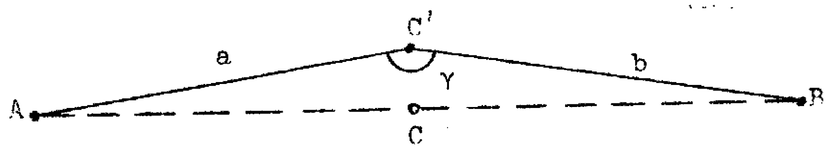
(en eventuell uoverensstemmelse mellom summen av S_1 og S_2 og den gitte avstand mellom A og B skal fordeles proporsjonalt med avstandene).

Beregn stikningsvinkelen α.

50.

(Eksamensoppgave for U_1 1962)

Mellom to gitte punkter A og B skal det ved hjelp av teodolitt bestemmes et punkt C på linjen AB. Bestemmelsen foretas med utgangspunkt i et provisorisk punkt C¹ ved måling av sidelengdene a og b og vinkelen γ (se fig.) Resultatet av disse målinger er:



a = b = 200 m

γ = 199,8137 ^{g}

1. Utled et uttrykk for tverrforflytningen og beregn denne.

Det forlanges en nøyaktighet i bestemmelsen av punkt C i linjen AB på 2 mm.

2. Med hvilken nøyaktighet må sidelengdene bestemmes når vi forutsetter at begge måles med samme nøyaktighet og dessuten at vinkelmålingen er korrekt ?

3. Med hvilken nøyaktighet må vinkelmålingen utføres når vi forutsetter feilfri sidemåling.

Uttrykket nøyaktighet brukes her hele tiden i betydningen av middelfeil.

51.

(Eksamensoppgave for U_1 1963)

Et 50 m's stålmålebånd blir komparert over en 100 m's komparerings-basis. Det foregår på den måten at det etableres et mellompunkt P på den rette linje mellom basisendepunktene A og B med etterfølgende lengdemåling med 50 m's-båndet av seksjonene AP og PB.

Gitte data:

Kompareringsbasisens lengde (skrå kordelengde) er 99,974 m.

Båndets vekt er $v = 1$ kg

Korreksjon for pil er $\dfrac{l \cdot v^2}{24\ s^2}$ hvor l er båndets lengde og s er benyttet strekk.

Varmeutvidelseskoef. for stål settes til $11{,}5 \cdot 10^{-6}$ pr grad C

Målte størrelser:

Lengdemåling AP (skråmåling med fritthengende bånd) = 49,997 m ved $t = 15°C$ og $s = 10$ kg.

Lengdemåling PB (skråmåling med understøttet bånd) = 49,996 m ved $t = 18°C$ og $s = 10$ kg.

Nivellerte høydeforskjeller: $\Delta h_{AP} = -\ 0{,}326$ m og

$\Delta h_{PB} = +\ 0{,}588$ m.

1. Bestem målebåndets korrekte lengde (buelengde) ved $t = 20°C$ og $s = 10$ kg.
2. Bestem den temperatur for hvilken båndets lengde er korrekt. (Beregningene kan utføres med regnestav).

En forutsetter at den oppgitte lengde av kompareringsbasisen har en middelfeil på 1 mm og at målebåndsmålingen av de to seksjoner hver har en middelfeil på 2 mm.

3. Hvilken usikkerhet (angitt som middelfeil) knytter seg til kompareringsresultatet beregnet under pkt. 1 ?

52.

(Eksamensoppgave for Jsk$_1$ 1963)

Retningene til tre objekter blir bestemt ved satsmåling i tre helsatser og vertikalvinklene til de samme objekter i en helsats.

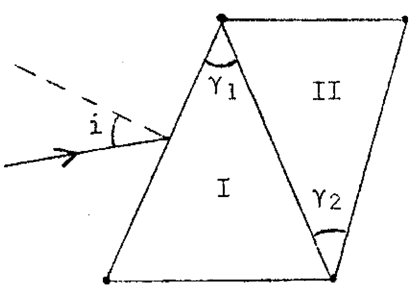
Resultatet av målingen er følgende:

St.	Sikte til	Avl. på horisontalsirkel I	Avl. på horisontalsirkel II		Avl. på vertikalsirkel I	Avl. på vertikalsirkel II	
	1	$0,1265^g$	$200,1380^g$		$92,6185^g$	$307,4095^g$	
	2	51,0937	251,0812		107,5010	292,5280	
	3	127,1012	327,0996		99,9812	300,0566	
	1	50,5261	250,5384				
P	2	101,4951	301,4816				
	3	177,5016	377,5027				
	1	101,4005	301,4112				
	2	152,3669	352,3557				
	3	228,3770	28,3760				

Foreta utregning av de utførte målinger og kommenter målingen og måleresultatene.

53.

(Eksamensoppgave for Jsk$_1$ 1964)



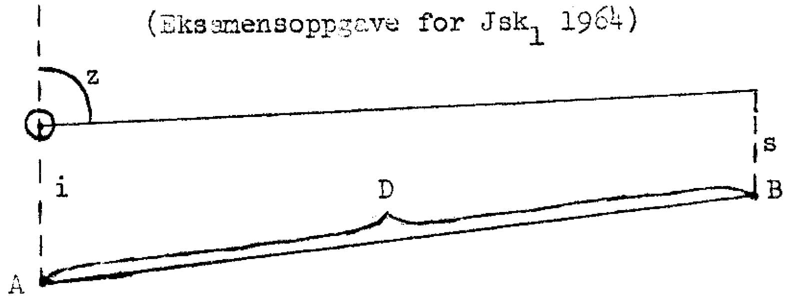
Figuren forestiller et snitt av et sammensatt prisme, vinkelrett på de brytende kanter til enkeltprismene.

Det første prismes brytende vinkel γ_1 er 50^g, og brytningsindeksene (relativt til luft) for de to prismene er $n_I = 1,5$ og $n_{II} = 1,6$.

En lysstråle treffer det første prismet (I) under innfallsvinkelen $i = 40^g$.

Bestem størrelsen av den brytende vinkel γ_2 til det andre prismet (II), når det kreves at den utfallende lysstråle, etter å ha passert begge prismene, skal være parallell med den innfallende. (En ser bort fra fargespredning.)

54.



(Eksamensoppgave for Jsk_1 1964)

Til bestemmelse av den horisontale avstand mellom punktene A og B blir det foretatt måling langs bakken (jevn helling). Dessuten måles z, i og s.

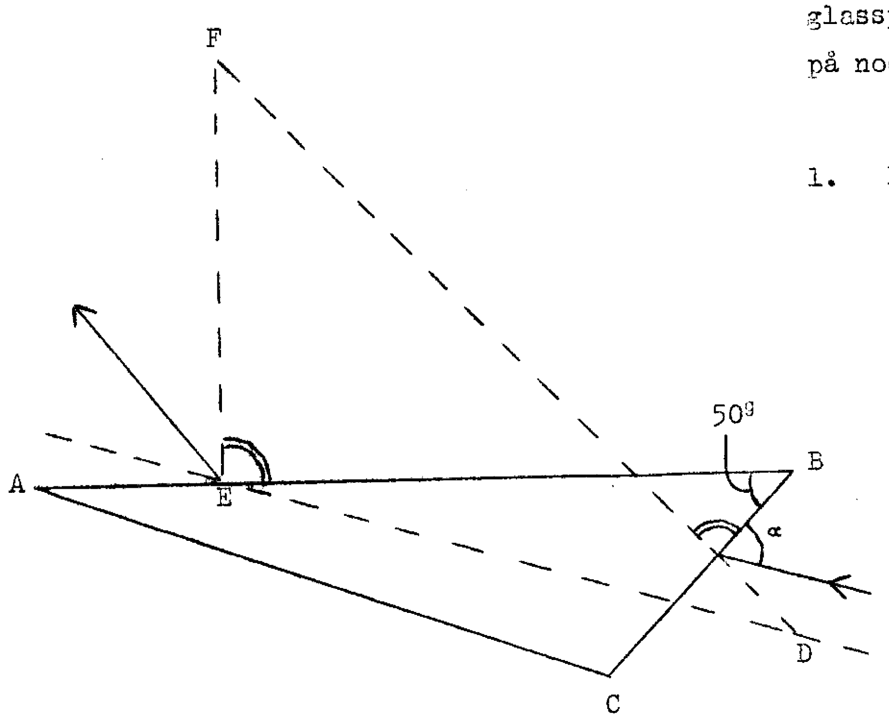
1. Drøft metoder (eksakte og tilnærmede) for utledning av den horisontale avstand mellom A og B. (En skal også angi betingelsen for at de tilnærmede metoder skal være praktisk anvendelige).

2. Beregn den horisontale avstand mellom A og B etter den metoden som De tror har mest for seg, for følgende verdier:

$$D = 102{,}634 \text{ m}, \quad z = 94{,}163^g, \quad i = 1{,}46 \text{ m og } \quad s = 0{,}62 \text{ m.}$$

55.

(Eksamensoppgave for Jsk_1 1965)



Figuren forestiller et glassprisme uten speilbelegg på noen av flatene.

1. Bestem de to andre vinklene i prismet når det skal nyttes til avsetting av vinkler på 50^g for stråler som trenger inn i prismet gjennom sideflatene BC (den grunnleggende betingelse for konstant avbøyningsvinkel utledes av trekanten DEF, hvor linjen ED er parallell med den innfallende stråle).

2. Beregn den største verdi α kan ha for at prismet skal kunne nyttes som ovenfor nevnt.

Brytningsindeksen for overgang fra luft til glass er 1,5.

56.

(Eksamensoppgave for Jsk_1 1965)

Under bruken holdes nivellerstangen feilaktig (avvik fra den loddrette stilling).

1. Utled et uttrykk for den feil på den enkelte avlesning som oppstår som følge av nevnte stangfeil når det tas hensyn til at det her er spørsmål om små avvik i forhold til loddlinjen.

Stangen som er 3 m lang, loddrettstilles ved hjelp av en dåselibelle, hvis lineære innspillingsnøyaktighet kan settes til o,5 mm.

2. Beregn krumningsradien til denne dåselibellen når det forlanges at feilen som følge av feilaktig loddrettstilling av stangen, ikke får overstige 0,2 mm

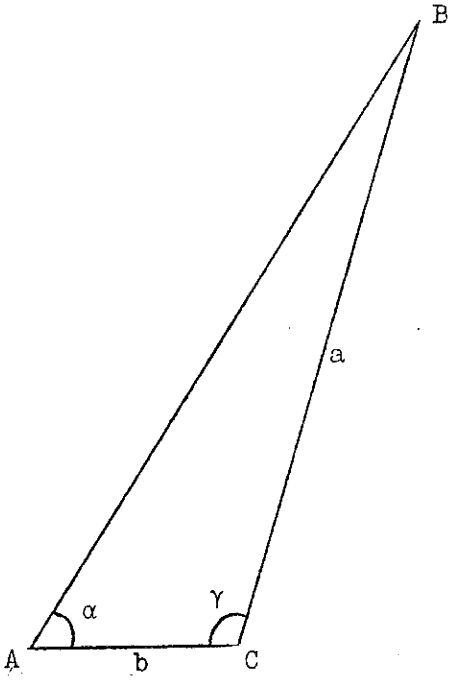
1.

Det foreligger følgende verdier av en del høydeforskjeller bestemt ved nivellement og barometrisk høydemåling.

nr.	$\Delta h_{niv.}$	$\Delta h_{bar.}$
1	12,8 m	13,1 m
2	16,5 "	15,8 "
3	15,2 "	14,2 "
4	12,6 "	12,6 "
5	6,5 "	8,o "
6	9,9 "	1o,7 "
7	11,9 "	9,8 "
8	1o,o "	11,2 "

1. Finn middelfeilen på den barometriske høydemåling når det forutsettes at de nivellerte høydeforskjeller er feilfrie, og videere at de barometriske høydebestemmelser er utført med samme nøyaktighet.

2. Dessuten skal den sannsynlige feil og gjennomsnittsfeilen utledes, først ved direkte bestemmelse og deretter ved å ta utgangspunktet i middelfeilen og de teoretiske relasjoner mellom r og m, g og m.



2.

I trekanten ABC skal sidelengden a bestemmes. Målt blir siden b og vinklene α og γ.

De målte verdier er :

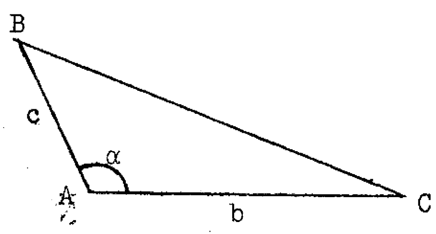
$\alpha = 7o^g$, $m_\alpha = 5,o^{cc}$

$\gamma = 12o^g$, $m_\gamma = 1o,o^{cc}$

$b = 1oo$ m, $m_b = 5,o$ mm

1. Beregn siden a.
2. Undersøk feilforplantningen.
3. Finn a's middelfeil.

3.

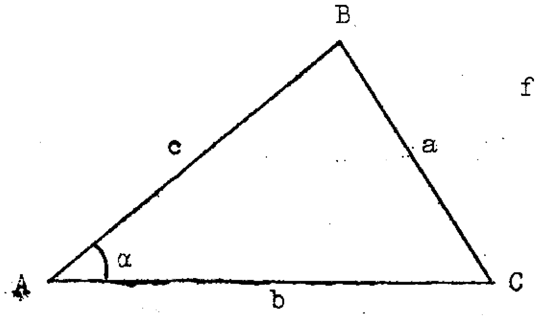


Til bestemmelse av arealet i trekanten ABC blir sidene b og c og vinkelen α målt. Måleresultatene er :

$b = 35oo$ m , $m_b = 8$ cm
$c = 12oo$ " , $m_c = 5$ "
$\alpha = 12o^g$, $m_\alpha = 15^{cc}$

1. Beregn arealet.
2. Undersøk feilforplantningen.
3. Finn middelfeilen på arealbestemmelsen.

4.



Til bestemmelse av vinkelen α i figuren blir sidelengdene a, b og c målt. Måleresultatene er :

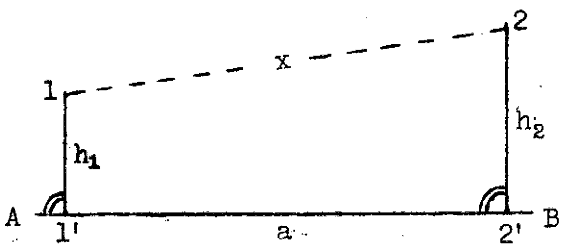
$a = 2500$ m , $m_a = 5$ cm

$b = 4000$ " , $m_b = 8$ "

$c = 3500$ " , $m_c = 3$ "

1. Beregn vinkelen a.
2. Undersøk feilforplantningen.
3. Finn middelfeilen på bestemmelsen av a.

5.



I figuren skal avstanden x mellom punktene 1 og 2 bestemmes indirekte på den måte at det utstikkes en hjelpelinje AB utenfor punktene. På hjelpelinjen nedfelles perpendikulærer fra pkt. 1 og 2 ved hjelp av rettvinkelapparat. Videre måles perpendikulærlengdene h_1 og h_2 , og likeledes avstanden a mellom perpendikulærenes fotpunkter 1' og 2' .

Måleresultatene er :

$h_1 = 50$ m , $h_2 = 70$ m , $a = 300$ m

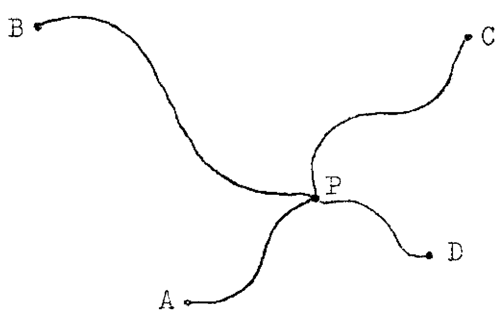
$m_{h_1} = 5$ cm , $m_{h_2} = 6$ cm, $m_a = 10$ cm

Det benyttede rettvinkelapparat tillater en nøyaktighet (i betydning av middelfeil) i avsettingen av rette vinkler på 300^{cc} .

1. Finn den søkte avstand.
2. Undersøk feilforplantningen, og drøft den gunstigste geometriske utforming.
3. Utled middelfeilen på den søkte avstand.

6.

Høyden til punktet P i figuren blir bestemt ved nivellement fra fire fastpunkter A,B,C og D.



De gitte utgangshøyder er:

H_A = 236,14 m

H_B = 145,78 "

H_C = 271,54 "

H_D = 542,67 "

Observasjonsresultatene er :

Δh_{AP} = + 245,84 m , nivellementsvegens lengde er 3,4 km

Δh_{BP} = + 336,28 " , " " " 6,1 "

Δh_{CP} = + 210,36 " , " " " 4,0 "

Δh_{DP} = − 60,73 " , " " " 2,1 "

Utled P's høyde og nøyaktigheten av høydebestemmelsen.

7.

Samme oppgave som den foregående bare med den forskjell at det denne gang - istedenfor nivellementslinjenes lengder - er oppgitt middelfeilene til de nivellerte høydeforskjeller :

$m_{\Delta h_{AP}}$ = 3 cm

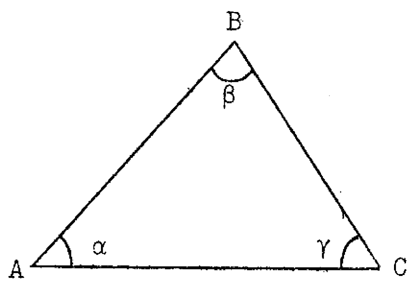
$m_{\Delta h_{BP}}$ = 10 "

$m_{\Delta h_{CP}}$ = 5 "

$m_{\Delta h_{DP}}$ = 2 "

Punktet P's høyde skal utledes. Nøyaktigheten av høydebestemmelsen skal utledes både på grunnlag av motsigelsene mellom P's utjevnede høyde og de enkelte observasjoner og på grunnlag av de observerte høydeforskjellers middelfeil.

8.



I trekanten ABC blir vinklene α, β og γ målt med tre forskjellige teodolitter, som vi betegner med a, b og c . α måles 3 ganger med a, β 4 ganger med b og γ 2 ganger med c. Nøyaktigheten av de 3 instrumentene er gitt ved deres resp. observasjonsmiddelfeiler, som refererer seg til en enkelt gangs måling av en vinkel

$m_a = 10^{cc}$, $m_b = 8^{cc}$ og $m_c = 6^{cc}$

1. Utled nøyaktigheten i bestemmelsen av de enkelte trekantvinkler.

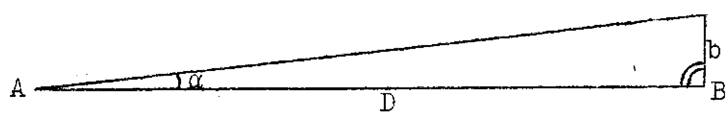
2. Bestem vektene til β og γ når vekten til α velges til vektsenhet.

3. Utled trekantens vinkelsumsfeil (i betydning av middelfeil).

9.

(Eksamensoppgave for U_2 1959)

Til bestemmelse av avstanden D mellom punktene A og B i figuren måles en hjelpebasis b vinkelrett på AB og dessuten vinkelen α. Resultatet av målingene er:



α	b
10,5618^g	105,804 m
08	,828 "
17	,816 "
06	,800 "
07	
04	

1. Beregn D på grunnlag av dette observasjonsmateriale.

2. Finn middelfeilen på D (den rette vinkel i B er avsatt med rettvinkelprisme med en nøyaktighet i betydning av middelfeil lik $\pm$ 300^{cc}).

3. Drøft følgende spørsmål: Er målenøyaktigheten av de forskjellige størrelser som bestemmelsen av D bygger på, rasjonelt avpasset til hverandre.

10.

Høyden til et punkt P skal bestemmes ved nivellement fra 4 fastpunkter 1, 2, 3 og 4. Alle data vedrørende høydebestemmelsen er stilt sammen i den etterfølgende tabell.

Utgangs-punkt	Utgangspkt.'s høyde	Nivellements-vegens lengde	Nivellementsresultater fram (fastpkt. - P)	tilbake (P - fastpkt.)
1	203,038 m	5,0 km	-4,462 m	+4,466 m
2	205,324 "	4,0 "	-6,692 "	+6,700 "
3	195,730 "	2,5 "	+2,894 "	-2,892 "
4	192,235 "	3,1 "	+6,386 "	-6,390 "

1. Bestem høyden til P.

2. Utled middelfeilen på vektsenheten både på grunnlag av måledifferensene og på grunnlag av middeltallsberegningen under pkt. 1.

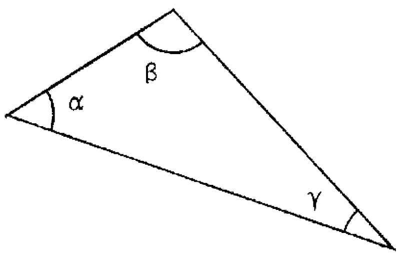
3. Interpreter middelfeilen til vektsenheten.

4. Utled middelfeilen for alle 4 middeltall av to samhørende dobbeltmålinger.

5. Bestem middelfeilen til P's utjevnede høyde.

Som verdi for m_o skal under 4. og 5. nyttes verdien utledet på grunnlag av måledifferensene.

11.



I trekanten er alle tre vinkler målt

α = 63,4510^g målt 2 ganger

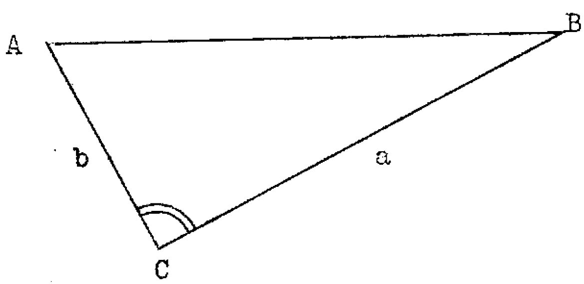
β = 104,9365 " 3 "

γ = 31,6170 " 1 gang

1. Beregn de utjevnede verdier av vinklene.

2. Utled middelfeilen på vektsenheten. (interpretasjon!)

12.



I figuren skal avstanden mellom A og B bestemmes. Det skjer ved måling av katetene a og b i den rettvinklede trekant ABC, hvor den rette vinkel forutsettes å være feilfri. På bestemmelsen av S_{AB} skal disponeres en vektsum lik 10.

Måleresultatene er:

a = 506,46 m

b = 116,18 "

1. Finn den søkte sidelengde.

2. Bestem den gunstigste vektsfordeling.

3. Bestem de tilhørende middelfeil på sidemålingene og på S_{AB} når middelfeilen på vektsenheten settes til 5 cm.

13.

1. I forbindelse med oppgave 6 skal det utledes konfidens-intervall for

   a) P's utjevnede høyde.

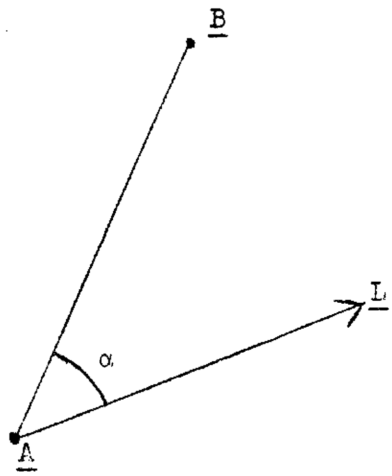
   b) middelfeilen til P's høyde etter utjevningen.

2. I forbindelse med oppgave 9 utledes konfidensintervall for den indirekte bestemte avstand D.

Som feilslutningssannsynlighet skal overalt nyttes 1%.

14.

(Eksamensoppgave for Jsk 2 1970)



Fra punktet A skal stikkes ut en rett linje L. Linjeretningen fås ved avsetting av vinkelen $\alpha = 48{,}1630^{g}$ i A. Etter at vinkelen er avsatt, foretas kontrollmåling av denne med følgende resultat

$48{,}1640^{g}$
30
36
24
32
42
34
38

1. Kan det herav sluttes at den avsatte vinkel avviker fra den oppgitte verdi?

Det benyttede instrument aktes senere satt inn i en presisjonstri-angulering, hvor nøyaktighetskravet er at trekantenes vinkelsumsfeil (i betydning av middelfeil) ikke må overskride 3^{cc}. Ved denne triangulering skal nyttes retningsmåling, i alt 4 satser.

2. Hvilke slutninger kan trekkes med hensyn til om instrumentet nøyaktighetsmessig holder mål for denne triangulering?

15.

For å få fastslått om nøyaktigheten til to teodolitter A og B er forskjellig ble det med begge instrumenter av samme observatør foretatt måling av en vinkel under mest mulig like "forsøksbetingelser" med hensyn til observasjonsforhold, slik at en eventuell konstatert nøyaktighetsforskjell i størst mulig utstrekning vil ha sin opprinnelse i at instrumentene har ulik nøyaktighet.

Med A måles vinklen 8 ganger og med B 11 ganger. På grunnlag av de enkelte målingers avvik fra de respektive middeltall utledes for A:

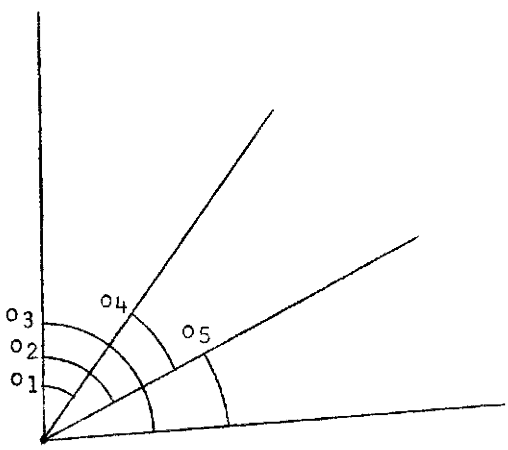
$$m_A = \pm 5{,}3^{cc}$$

og for B

$$m_B = \pm 13{,}2^{cc}$$

1. Hvilken slutning kan trekkes av de foreliggende data m.h.t. ulik nøyaktighet?
2. Hvordan ville testen bli å utføre dersom problemstillingen var: Er A nøyaktigere enn B?

16.



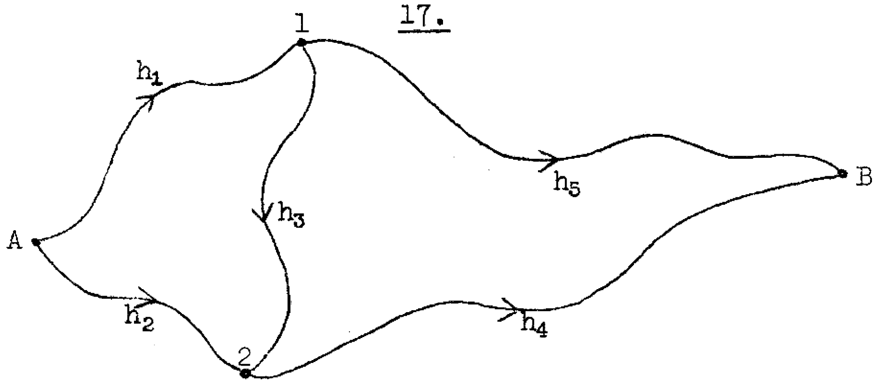
En har målt vinklene o_1, o_2,.... o_5, slik som antydet i figuren. Observasjonsnøyaktigheten er den samme for samtlige vinkler.

Resultatet av målingene er:

$$o_1 = 32{,}1672^g$$
$$o_2 = 54{,}8318$$
$$o_3 = 116{,}4355$$
$$o_4 = 22{,}6636$$
$$o_5 = 61{,}6041$$

Systemet skal utjevnes (elementutjevning), og observasjonsnøyaktigheten skal utledes.

17.



Høydene til punktene 1 og 2 skal bestemmes ved nivellement fra fastpunktene A og B. Figuren viser de nivellerte høydeforskjeller. Pilene angir stigningsretningen.

Fastpunktenes høyder er : $H_A = 112{,}163$ m og $H_B = 517{,}238$ m.

Alle størrelser vedrørende de målte data i høydenettet, er stilt sammen i følgende tabell :

Høydeforskjell	Nivellements-resultater	Nivellementsvegens lengde
h_1	1o4,225 m	3,2 km
h_2	3o2,12o "	2,6 "
h_3	197,917 "	4,6 "
h_4	1o2,945 "	6,5 "
h_5	3oo,86o "	5,2 "

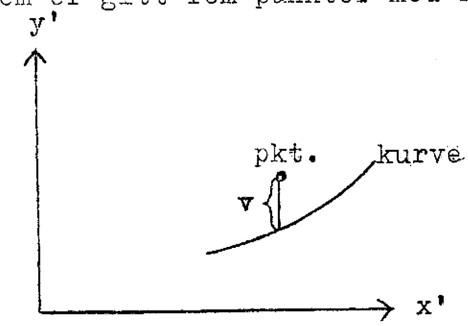
1. Foreta utjevning av høydenettet (elementutjevning).
2. Bestem middelfeilen til nypunktenes høyder etter utjevningen.
3. Utled middelfeilen til høydeforskjellen mellon nypunktene etter utjevningen.

18.

(Eksamensoppgave for U_2 1961)

I et rettvinklet aksesystem er gitt fem punkter med koordinatene

Pkt.	x'	y'
1	1,o	o,5
2	1,5	o,7
3	2,o	1,o
4	2,5	1,4
5	3,o	2,o



Punktsystemet skal erstattes av en 2. gradsligning av formen

$$y' = ax'^2 + bx' + c$$

Bestem koeffisientene i denne ligning ved minste kvadraters metode (elementutjevning), når det forutsettes at samtlige gitte punkter skal tillegges samme vekt. (Det er summen av kvadratene til alle v-ene i figuren som skal gjøres til minimum.)

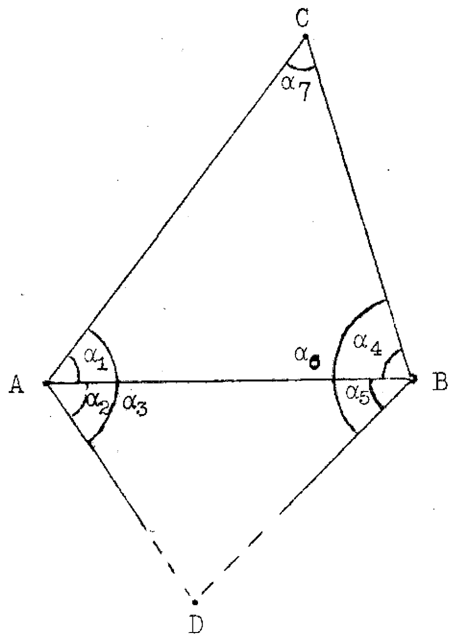
19.

Oppgave nr. 16 skal løses ved korrelatutjevning.

20.

Oppgave nr. 17 skal løses ved korrelatutjevning (oppgavens løsning skal begrenses til pkt. 1 og 3).

21.
(Eksamensoppgave for U_2 1959)



Til bestemmelse av punktene C og D ut fra fastpunktene A og B (se figuren) er de anførte vinkler målt. Observasjonsresultatene er følgende:

α_1 = 66,3212^g
α_2 = 72,1509
α_3 = 138,4730
α_4 = 89,6348
α_5 = 55,2917
α_6 = 144,9250
α_7 = 44,0427

1. Utjevn nettet og finn middelfeilen på vinkelen ADB før og etter utjevningen når det forutsettes at alle vinkler er like nøyaktig målt. (Hva middelfeilen før utjevningen angår, så er det den minste verdien som skal utledes).

22.

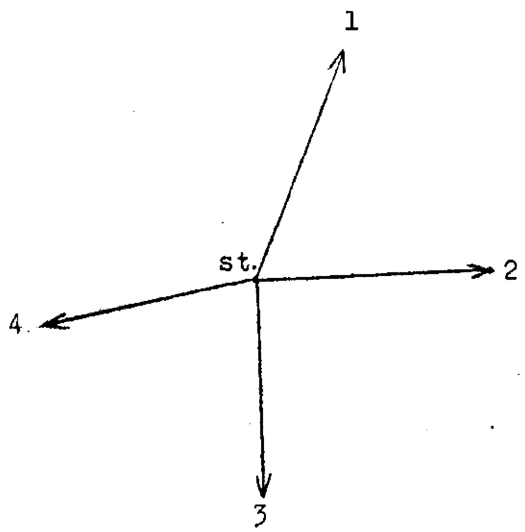
Det skal foretas stasjonsutjevning av en satsmåling. Som observasjonsmateriale nyttes tilbakeskjæringsmålingene fra øvingene i trigonometrisk punktbestemmelse høsten andre studieår.

1. Foreta stasjonsutjevning.

2. Utled observasjonsnøyaktigheten.

3. Utled retningsnøyaktigheten i den utjevnede satsserie.

23.



Vinklene i stasjonspunktet st. mellom de 4 objekter i figuren skal bestemmes ved vinkelmåling i alle kombinasjoner.

De observerte verdier er :

1,2 = 82,1652^g
1,3 = 175,8496
1,4 = 264,3606
2,3 = 93,6850
2,4 = 182,1960
3,4 = 88,5120

hvor hver vinkelverdi er middeltall av 5 enkeltmålinger. Alle vinkelmålinger er utført med samme nøyaktighet.

1. Foreta stasjonsutjevning med oppstilling av den ekvivalente retningssats.
2. Utled observasjonsnøyaktigheten og retningsnøyaktigheten i den ekvivalente retningssats.
3. Hvor mange satser måtte til for å oppnå samme nøyaktighet i bestemmelsen av de 4 retninger dersom vi hadde nyttet satsmåling istedenfor vinkelmåling i alle kombinasjoner ?

24.

(Eksamensoppgave for U_2 1960)

To punkter A og B er gitt ved sine koordinater :

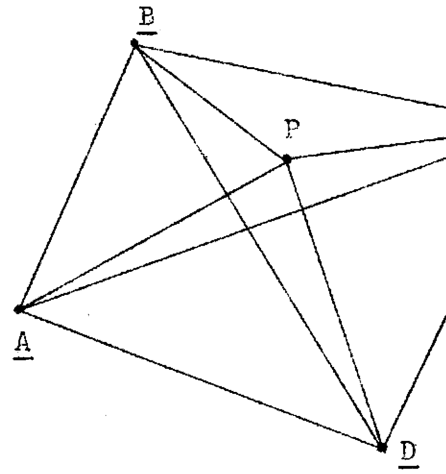
Pkt.	x	m_x	y	m_y
A	+ 1216,79	5 cm	- 16783,12	4 cm
B	- 2176,05	6 "	- 13102,22	7 "

1. Beregn lengde og retningsvinkel for linjen mellom A og B.

Punktene A og B gis følgende forflytninger:

pkt.	dx	dy
A	+ 6 cm	+ 10 cm
B	- 4 cm	- 12 cm

2. Finn avstand og retningsvinkel etter forflytningen ved hjelp av differensialformlene og kontroller ved direkte beregning.
3. Bestem middelfeilene til den søkte avstand og retningsvinkel når middelfeilene til endepunktenes koordinater er som anført i første tabell. (Det forutsettes at koordinatmiddelfeilene er uavhengig av hverandre).



25.

I figuren skal punktet P bestemmes ved målinger i de gitte punktene A, B, C og D og i nypunktet. Resultatet av disse målingene er stilt sammen i den etterfølgende tabell :

Oppstilling i A		Oppstilling i B		Oppstilling i C		Oppstilling i D	
Obs. til	obs.retn	obs. til	obs.retn.	obs. til	obs.retn.	Obs. til	obs.retn.
B	0,0000^g	C	0,0000^g	D	0,0000^g	A	0.0000^g
P	48,3638	P	19,5975	A	47,6230	B	40,9840
C	61,4860	D	47,1390	P	65,4220	P	61,8525
D	104,3510	A	101,8060	B	84,3330	C	109,5105

Oppstilling i P	
obs. til	obs.retn.
A	0,0000^g
B	69,4300
C	230,9200
D	317,8410

Koordinatene til de gitte punktene er:

Pkt.	y	x
A	1115,89	3000,45
B	2291,12	5620,91
C	6293,11	3960,76
D	4311,92	1296,00

Retningsvinklene mellom de gitte punktene er:

φ_{AB} = 26,8393.2^g φ_{BC} = 125,0335.5^g

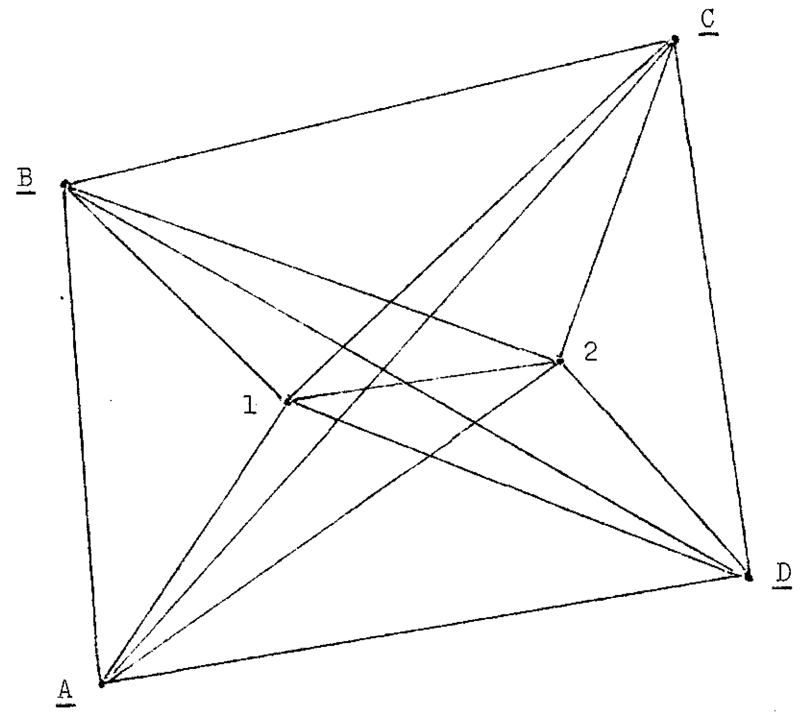
φ_{AC} = 88,3241.9 φ_{BD} = 172,1731.4

φ_{AD} = 131,1901.1 φ_{DC} = 40,6999.8

1. Foreta koordinatutjevning av P.

2. Utled de aktuelle nøyaktighetsmål for bestemmelsen av P.

26.



Til bestemmelse av de to nypunktene 1 og 2 i figuren foreligger følgende observasjonsmateriale :

stasjon	sikte til	obs.retn.	stasjon	sikte til	obs.retn.
A	B	$0{,}0000^g$	D	A	$0{,}0000^g$
	1	41,7470		1	32,7930
	C	50,6708		B	43,0280
	2	65,3332		2	63,6045
	D	93,8948		C	101,5192
B	C	0,0000	1	A	0,0000
	2	37,0021		B	111,8660
	D	48,2770		C	214,4820
	1	64,9699		2	252,5530
	A	111,3530		D	284,9380
C	D	0,0000	2	A	0,0000
	2	31,1015		1	28,9689
	A	55,2587		B	60,3147
	1	60,8180		C	161,1790
	B	93,2348		D	292,1625

Grunnlagspunktenes koordinater er :

Pkt.	y	x
A	3499,76	1503,16
B	2991,23	8003,45
C	11012,93	10106,71
D	12086,19	3012,38

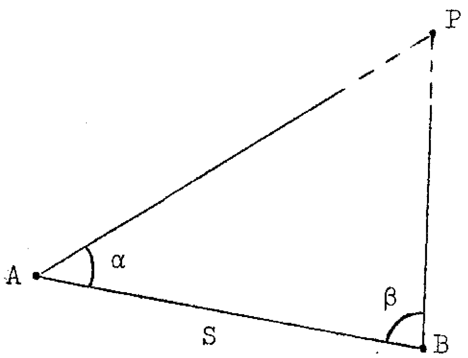
1. Foreta koordinatutjevning av punktene 1 og 2.
   Som provisoriske verdier for nypunktenes koordinater fås oppgitt

	y^o	x^o
pkt. 1 :	5912,38	5204,13
" 2 :	9501,18	5811,25

2. Bestem koordinatmiddelfeilene, punktmiddelfeilene og feilellipsene til nypunktene.

27.

(Eksamensoppgave for U_2 1960)



For å få holdepunkter for bedømmelsen av om et trig. punkt P, som befinner seg i geologisk ustabilt terreng, er utsatt for forskyvelser, ble det i de to pkt. A og B til to forskjellige tidspunkter (1953 og 1955) foretatt målinger av vinklene α og β. Resultatet av målingene er :

1953		1955	
α	β	α	β
$48,1641^g$	$65,3472^g$	$48,1646^g$	$65,3462^g$
35	65	44	56
33	60	35	60
39	70	43	52
32	68	57	70

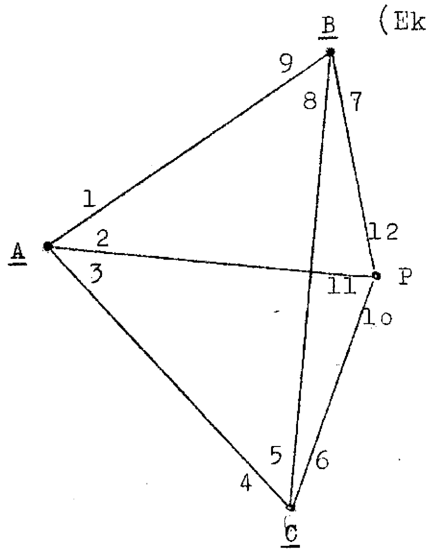
For avstanden mellom A og B skal benyttes verdien 3162,50 m.

1. Hvilke slutninger kan trekkes på grunnlag av de foretatte målinger med hensyn til spørsmålet om en mulig forskyvelse av pkt. P i tidsrommet mellom 1953 og 1955 når det forutsettes at hverken A eller B er utsatt for forflytninger ? (Undersøkelsen skal baseres på en sammenligning mellom P's beregnede posisjonsendring og punktmiddelfeil $M^2 = \frac{m_\gamma^2}{\rho^2}\,\frac{s_1^2+s_2^2}{\sin^2\gamma}$).

2. Det er grunn til å frykte for at bestemmelsen av S er beheftet med en feil på 10 m. Hvilken innvirkning får denne feil på den beregnede posisjonsendring ?

28.

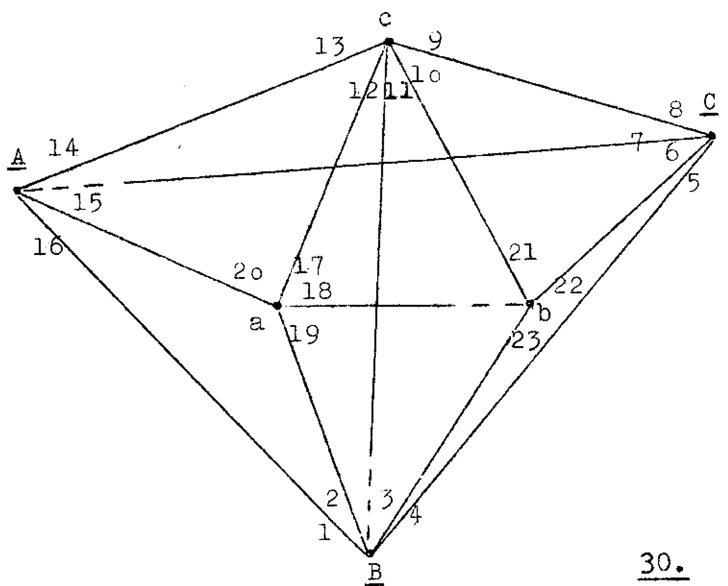
(Eksamensoppgave for U_2 196o).



I figuren er A, B og C gitte koordinatbestemte punkter. Til bestemmelse av nypunktet P blir de i figuren antydede 12 retninger målt. Videre måles siden S_{BP}.

Still opp betingelsesligningene på fundamentalform med tilføyelse av v-er.

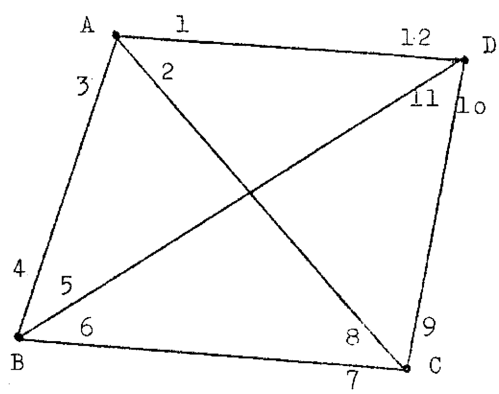
29.



I figuren er A, B og C gitte punkter, mens a, b og c er nypunkter som blir bestemt ved de i figuren angitte 23 retningsobservasjoner.

1. Bestem det totale antall betingelsesligninger og deres art.
2. Still opp betingelsesligningene på fundamentalform.

30.



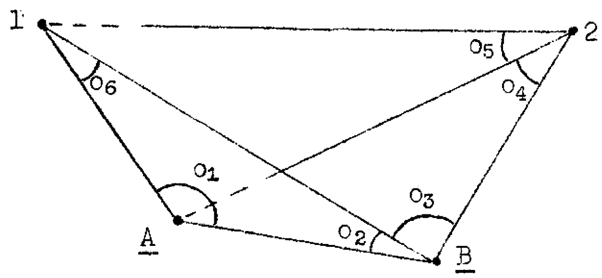
Til bestemmelse av diagonalfirkanten ABCD foreligger følgende observerte verdier for de i figuren antydede 12 retninger :

stasjon	obs. retning	retningsverdi
A	r_1	$0{,}0000^g$
	r_2	33,1538
	r_3	1o1,69o2
B	r_4	$0{,}0000^g$
	r_5	63,9496
	r_6	97,2654
C	r_7	$0{,}0000^g$
	r_8	34,2o13
	r_9	97,6856
D	r_{10}	$0{,}0000^g$
	r_{11}	69,0005
	r_{12}	1o3,36o5

1. Foreta nettutjevning av diagonalfirkanten.
2. Finn den utjevnede verdi for siden DC og middelfeilen til samme når siden AB er gitt til 4o5o,53 m.
3. Finn også middelfeilen på siden DC når utgangssiden AB har en middelfeil på 10 cm.

31.

(Eksamensoppgave for U_2 1961)



Figuren forestiller et nett med A og B som gitte, koordinatbestemte punkter.

De observerte vinkler er

o_1 = 141,7637^g
o_2 = 32,5797
o_3 = 97,4331
o_4 = 22,56o2
o_5 = 29,837o
o_6 = 25,6586

Utgangspunktenes koordinater er

	y	x
A :	- 5388,72	+ 32664,85
B :	- 3253,2o	+ 319o9,1o

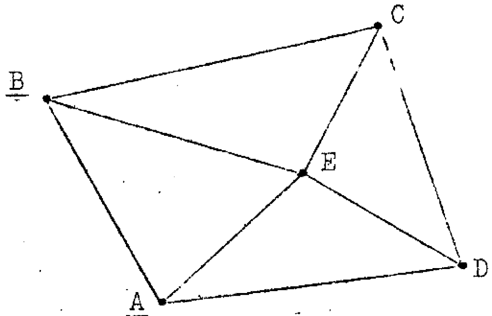
Dessuten er avstanden S_{12} målt til 6236,7o m og retningsvinkelen φ_{12} bestemt til 1o4,o68o^g

1. Foreta utjevning (korrelatutjevning) av dette nett under hensyntagen til samtlige nettbetingelser. Det forutsettes at vinklene er målt med samme nøyaktighet, mens de målte verdier for S_{12} og φ_{12} skal betraktes som feilfrie.

2. Bestem nøyaktigheten av φ_{A2} etter utjevningen.

32.

(Eksamensoppgave for U_2 196o)



Figuren forestiller et nett med A og B som gitte, koordinatbestemte punkter og C, D og E som nypunkter.

Gitte data:

punkt	y	x	h
A	+ 4361,18	+ 5646,35	128,5o m
B	+ 1862,65	+ 9123,68	271,99 "

Observerte retninger :

stasjon	obs.til	obs.retninger	stasjon	obs.til	obs.retninger
A	B E D	0,0000^g 76,7624 124,5857	C	E B	0,0000^g 61,3735
B	C E A	0,0000^g 42,9498 91,0638	D	A E C	0,0000^g 42,4150 81,1942
			E	A B C D	0,0000^g 75,1225 170,7995 290,2362

1. Foreta nettutjevning på grunnlag av det foreliggende observasjonsmateriale.

2. Utled middelfeilen på siden S_{ED} etter utjevningen.

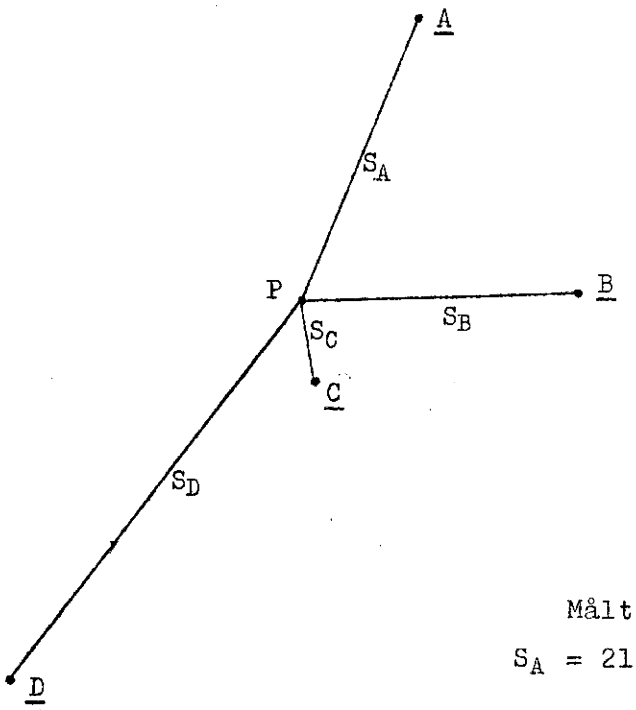
3. Beregn de utjevnede verdier for koordinatene til punkt E.

Til bestemmelse av høyden til punkt E er det foretatt følgende zenitdistansemålinger :

stasjon	obs.til	obs.senitdistanser		i	s
		I	II		
A	E	95,7964^g	304,2260^g	1,48 m	2,82 m
B	E	99,0335	300,9865	1,50 "	2,82 "
E	A	104,1800	295,8430	1,42 "	3,90 "

4. Bestem høyden til punkt E og middelfeilen til samme.
(Som verdi for den kombinerte jordkrumnings- og refraksjonskoeffisient skal brukes $43,3^{cc}$ pr.km).

33.



I figuren blir P bestemt ved linjetriangulering (trilaterasjon) fra fastpunktene A, B C og D ved måling av avstandene S_A, S_B, S_C, og S_D.

Utgangspunktenes gitte koordinater er

pkt.	y	x
A	- 24159,57	+ 14425,93
B	- 23263,35	+ 12462,52
C	- 24750,83	+ 11840,57
D	- 27566,36	+ 9944,43

Målte horisontalavstander

S_A = 2166,15 m S_C = 532,95 m

S_B = 1572,30 " S_D = 3652,64 "

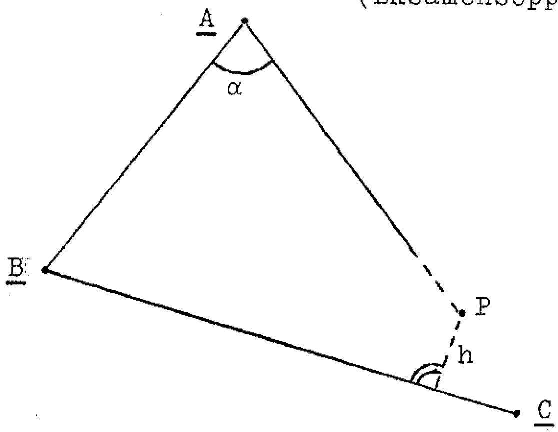
1. Bestem P's posisjon ved utjevning når det forutsettes at samtlige avstander er målt med samme nøyaktighet.

2. Utled punktbestemmelsens nøyaktighet (kordinat- og punktmiddelfeil).

3. Bestem nøyaktigheten til siden P - A før og etter utjevningen.

34.

(Eksamensoppgave for U_2 1961)



Gitt tre punkter A, B og C med koordinatene

pkt.	y	x	m_y	m_x
A	-1216,54	+5361,28	8 cm	6 cm
B	-4678,93	+1934,75	1o "	5 "
C	- 651,48	-1o13,82	4 "	7 "

1. Beregn vinkelen ABC og dennes middelfeil for de angitte verdier av koordinatene og deres middelfeiler. Det forutsettes at koordinatmiddelfeilene er uavhengige av hverandre.

2. Dessuten skal punktet P bestemmes på en slik måte at

$$\alpha = 62{,}162o^g$$

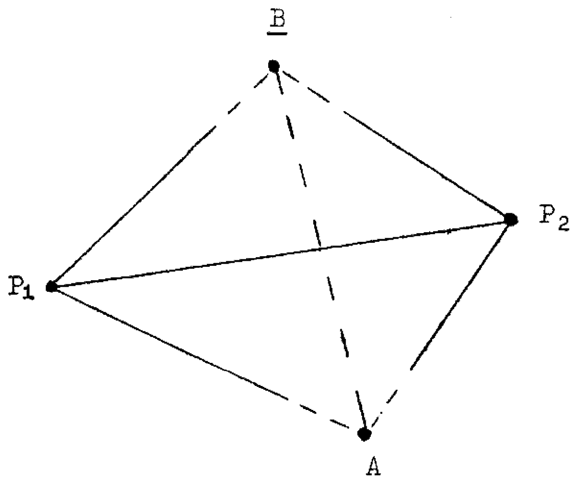
og P's avstand fra linjen BC blir

$$h = 1ooo \text{ m}$$

Beregn koordinatene til P.

35.

Til bestemmelse av de to nypunktene P_1 og P_2 i figuren er det i P_1 og P_2 foretatt retningsobservasjoner mot to gitte punkter A og B og dessuten mellom nypunktene.



Gitte koordinater

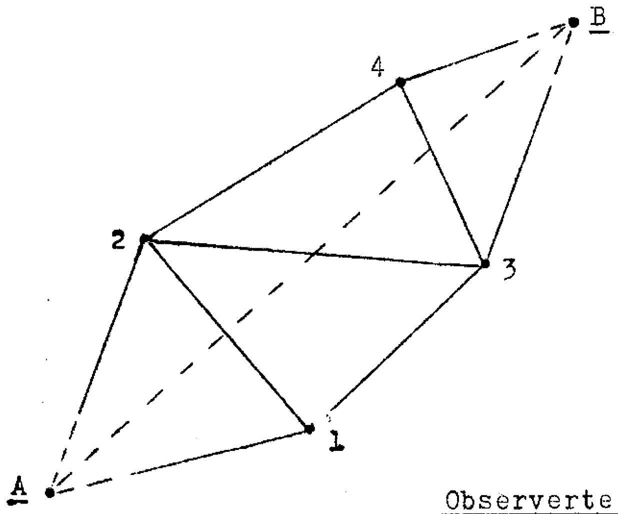
	y	x
A :	+42367,37	+16234,12
B :	+41954,77	+21162,95

Observerte retninger

St.	obs.til	obs.retning
P_1	B	$o{,}oooo^g$
	P_2	41,6237
	A	84,1262
P_2	A	$o{,}oooo^g$
	P_1	51,4271
	B	1o5,16o8

Beregn koordinatene til nypunktene.

36.



På grunnlag av fastpunktene A og B og de i figuren antydede retningsobservasjoner skal nypunktene 1, 2, 3 og 4 bestemmes.

Gitte koordinater

	y	x
A:	59558,71	6756,78
B:	66564,91	12351,14

Observerte retninger

stasjon	obs.til	retningsverdi	stasjon	obs.til	retningsverdi
1	A 2 3	$0,0000^g$ 85,3481 163,7228	3	1 2 4 B	$0,0000^g$ 64,6458 123,9860 160,4242
2	4 3 1 A	$0,0000^g$ 40,0032 96,9842 151,7053	4	B 3 2	$0,0000^g$ 90,4404 191,0946

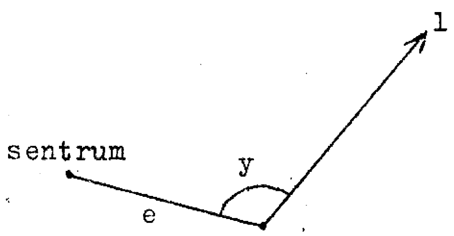
Foreta koordinatberegning av nypunktene 1, 2, 3 og 4. Herunder skal vinkelsummene i de lukkede triangler avstemmes på 200^g.

37.

I et punkt P foretas en eksentrisk vinkelmåling mot punktene 1, 2, 3 og 4. Resultatet av disse målinger og sentreringsdataene er som følger :

stasjon	sikte til	obs.retning
P (eksentrisk oppstilling)	1 2 3 4	$0,0000^g$ 64,3246 186,1892 312,7620

Sentreringsdata for pkt. P

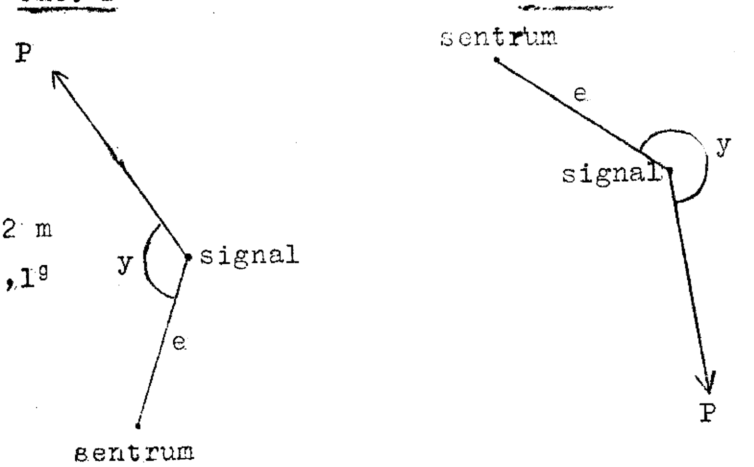


e = 1,42 m

$y = 126,12^g$

Signalene i punktene 1 og 3 er sentriske, mens de i 2 og 4 er eksentriske i samsvar med følgende skisser :

Pkt. 2 Pkt. 4



$e = 0{,}12$ m
$y = 178{,}1^g$

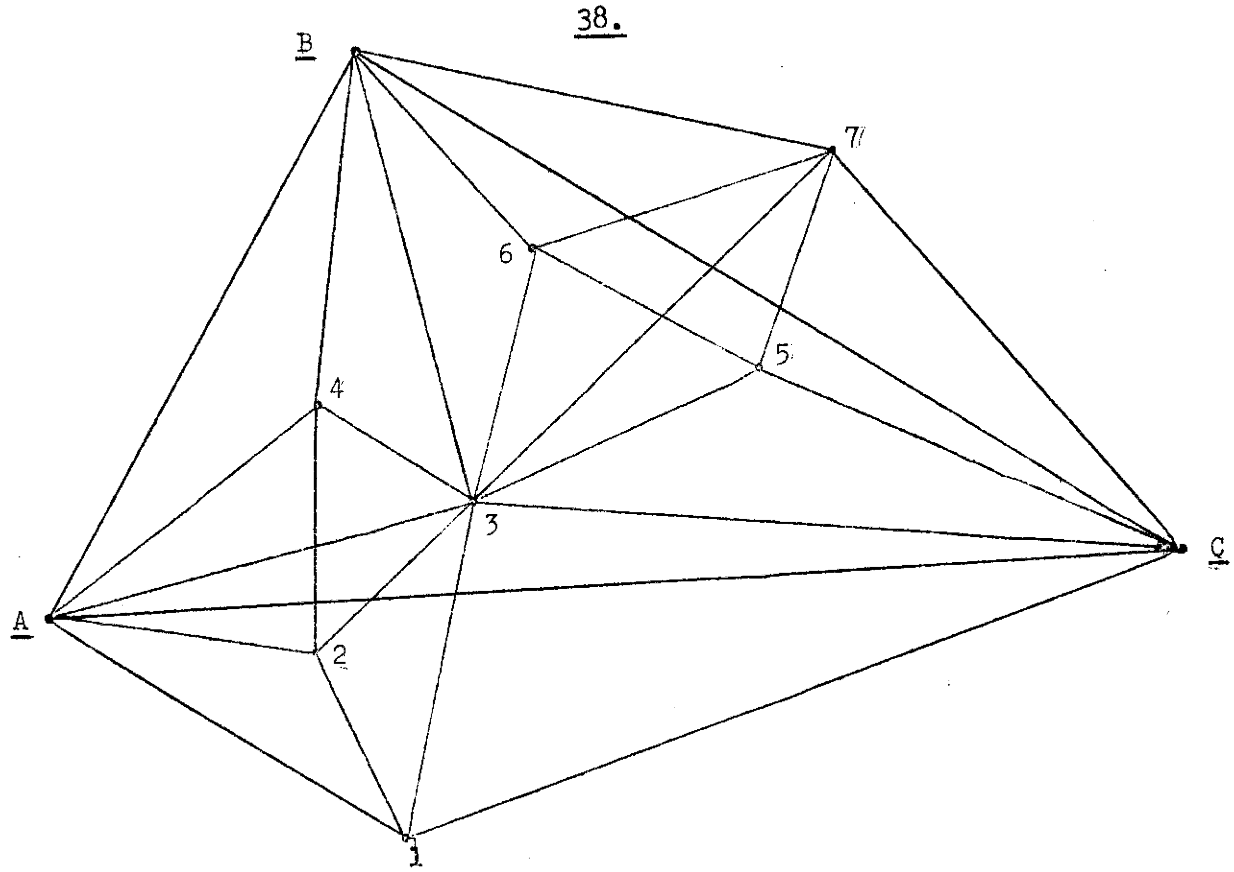
$e = 0{,}18$ m
$y = 285{,}8^g$

Ved en provisorisk sideberegning har en fått følgende verdier for sidelengdene

$S_{p-1} = 3678$ m $S_{p-3} = 4191$ m
$S_{p-2} = 2283$ " $S_{p-4} = 863$ "

Foreta sentrering av de utførte retningsobservasjoner.

38.



Figuren forestiller et trigonometrisk nett bestående av grunnlagspunktene A, B og C og nypunktene 1, 2, ..., 7.

Utarbeid beregningsplan under forutsetning av at:

1. Nettet skal beregnes ved enkeltpunktberegning uten utjevning.
2. Nettet skal beregnes ved enkeltpunktberegning med utjevning.
3. Nettet skal beregnes ved gruppevis utjevning (høyden 3 punkter i hver gruppe).

39.

Under en basismåling blir et intervall bestemt ved hjelp av en invarstreng. De data som angår denne måling, er som følger :

Avlest avstand	: 24.002,56 m
Temperatur	: 20,5° C
Høydeforskjell mellom intervallets endepunkter	: 0,8142 m
Middelhøyde	: 101 m
Geografisk bredde	: 67° 34'

Strekket skaffes til veie ved hjelp av to lodd som hver har en masse 40 g større enn kompareringsloddenes.

Strengen er komparert i Paris. Kompareringslengden er funnet å være

$$24 \text{ m} \div 1{,}47 \text{ mm}$$

som refererer seg til 10 kg strekk og 11,0° C. Kompareringsstedets geografiske bredde er 48° 57' og dets høyde over havet er 548 m.

Strengen er av den normale typen med tverrsnitt lik 2,14 mm^2 og vekt lik 0,416 kg.

Strengens varmeutvidelseskoeffisient er oppgitt å være

$$\alpha = (+\ 0{,}366 + 0{,}0079 \cdot t)10^{-6}$$

Finn den ellipsoidiske avstand mellom intervallets endepunkter. (som verdi for jordradien skal nyttes R = 6392,6 km).

40.

To triangelnett skal føyes sammen uten formendring, men med målestokksendring av bisystemet. De to triangelnett har fire fellespunkter hvis koordinater i de to aksesystemer er

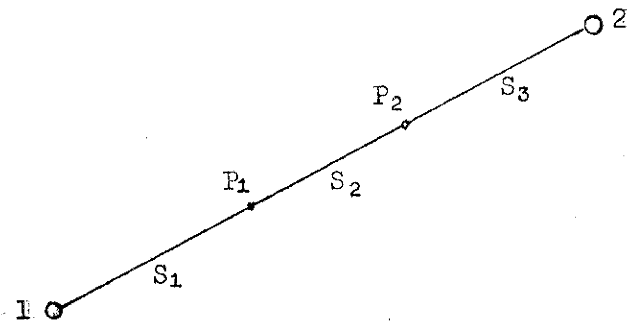
pkt.	Hovedsystemet		Bisystemet	
	x	y	x'	y'
1	+4794,30	+10378,44	+3245,18	+7812,46
2	+2814,22	+ 6805,40	+1232,56	+4266,33
3	-1311,20	+ 3727,70	-2916,47	+1236,49
4	+6152,25	+ 2252,00	+4517,84	- 312,39

1. Bestem ved utjevning konstantene i transformasjonsligningene som overfører koordinatene i bisystemet til hovedsystemet når det forutsettes at fellespunktene er like nøyaktig bestemt.
2. Finn fellespunktenes endelige beliggenhet etter transformeringen.
3. Bestem dreiningsvinkel og målestokksendring mellom hoved- og bisystemet.

4. Transformer så følgende 2 punkter i bisystemet over til hovedsystemet

Pkt.	x'	y'
a	+ 1816,12	- 3214,77
b	+ 5516,75	- 2892,35

41.



På polygonsiden 1-2 skal innlegges to linjenettpunkter P_1 og P_2 ved måling av avstandene S_1, S_2 og S_3.

Gitte koordinater :

pkt.	y	x
1	436,12	564,64
2	61o,91	829,84

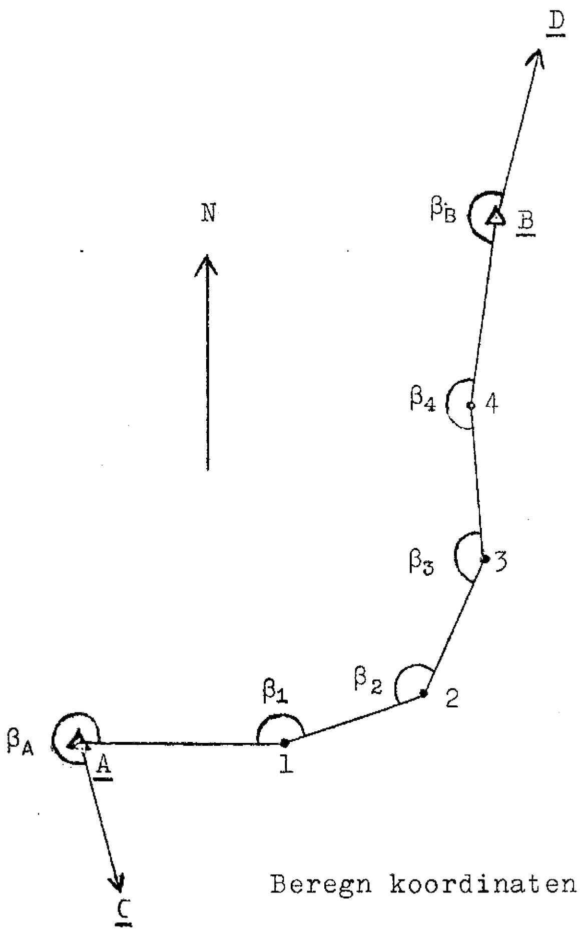
Målte sidelengder :

S_1 = 118,14 m
S_2 = 9o,84 "
S_3 = 1o8,86 "

Beregn koordinatene til P_1 og P_2 .

42.

a. Horisontalberegning.



Oppgaven gjelder et polygondrag i forbindelse med innmarksmåling.

Gitte koordinater og høyder :

pkt.	y	x	H
A	1364,4o	8355,66	217,44
B	1632,38	873o,45	237,24
C	1687,12	6968,71	
D	1918,85	1o826,31	

Målte polygonvinkler og sider :

β_A = 316,9o1[g]
β_1 = 179,119
β_2 = 148,4o8
β_3 = 167,744
β_4 = 2o7,57o
β_B = 2o3,476

S_{A-1} = 134,55 m
S_{1-2} = 79,8o "
S_{2-3} = 1o9,35 "
S_{3-4} = 111,4o "
S_{4-B} = 148,75 "

Beregn koordinatene til polygonpunktene 1-4.

b. Høydeberegning.

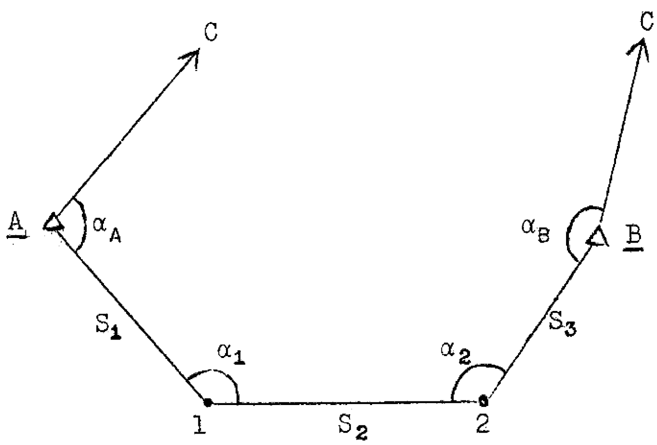
Til bestemmelse av polygonpunktenes høyder er følgende data målt :

målte zenitdistanser	observert verdi	i	s
A-1	1o9,345	s	
1-A	9o,oo8	1,5o	2,98
1-2	94,178	s	
2-1	1o5,8o2	s	
2-3	1oo,5o6	s	
3-2	99,48o	s	
3-4	96,664	s	
4-3	1o3,315	s	
4-B	87,693	1,46	3,57
B-4	111,470	s	

Beregn høydene til polygonpunktene 1-4.

43.

(Eksamensoppgave for U_2 196o)



I figuren er A, B og C gitte punkter. Mellom A og B skal etableres et polygondrag

Gitte koordinater

pkt.	y	x
A	+3485,11	+1o56,29
B	+3756,5o	+1o52,56
C	+4715,71	+3o18,43

Målte størrelser

vinkler	sidelengder
α_A = 113,162o9	S_1 = 115,19 m
α_1 = 151,889o	S_2 = 127,12 "
α_2 = 143,624o	S_3 = 95,65 "
α_B = 185,582o	

Draget inneholder en grov feil som skal lokaliseres og korrigeres, hvoretter endelig beregning av draget skal foretas.

44.

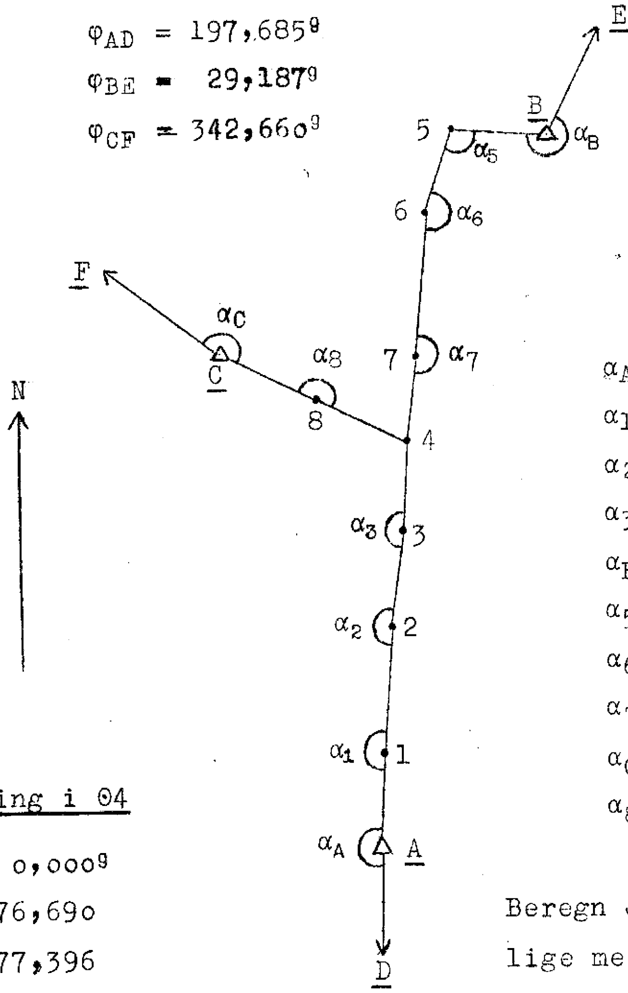
Oppgaven gjelder et knutepunktsnett mellom triangelpunktene A, B og C i forbindelse med en utmarksmåling.

Gitte retningsvinkler og koordinater :

$\varphi_{AD} = 197{,}685^g$

$\varphi_{BE} = 29{,}187^g$

$\varphi_{CF} = 342{,}66o^g$



pkt.	y	x
A	-338,51	5433,73
B	- 83,9o	6369,66
C	-516,15	61o5,85

Målte vinkler og sider :

$\alpha_A = 2o9{,}335^g$	$S_{A1} = 132{,}25$ m
$\alpha_1 = 199{,}9o4$	$S_{12} = 165{,}14$ "
$\alpha_2 = 2oo{,}219$	$S_{23} = 124{,}68$ "
$\alpha_3 = 2oo{,}o97$	$S_{34} = 137{,}18$ "
$\alpha_B = 281{,}516$	$S_{B5} = 132{,}34$ "
$\alpha_5 = 1o6{,}252$	$S_{56} = 1o9{,}84$ "
$\alpha_6 = 19o{,}282$	$S_{67} = 198{,}72$ "
$\alpha_7 = 199{,}218$	$S_{74} = 1oo{,}23$ "
$\alpha_C = 185{,}672$	$S_{C8} = 161{,}64$ "
$\alpha_8 = 2o1{,}462$	$S_{84} = 1o5{,}53$ "

Satsmåling i ⊙4

⊙8 : o,ooo^g

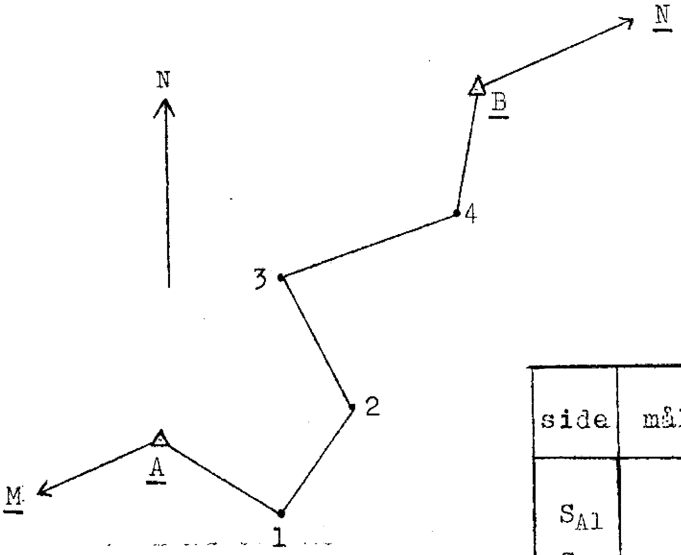
⊙7 : 76,69o

⊙3 : 277,396

Beregn dette polygonnett etter den vanlige metode for beregning av knutepunkter.

45.

Figuren forestiller et kompassdrag mellom triangelpunktene A og B.



Gitte størrelser

pkt.	y	x
A	+1264,36	-2416,72
B	+1354,4o	-2317,38

Målte størrelser

side	målt sidelengde	målte magn. retn. vinkler fram	tilbake
S_{A1}	45,2 m	144,26^g	344,42^g
S_{12}	42,6 "	23,5o	223,78
S_{23}	39,4 "	374,8o	174,68
S_{34}	5o,9 "	79,22	278,74
S_{4B}	38,7 "	6,66	2o7,o6

Dessuten er målt eller beregnet:

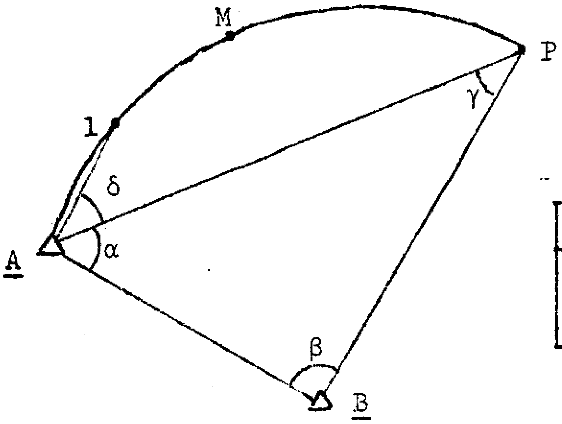
$A_{AM} = 278{,}9o^g$, $A_{BN} = 75{,}77^g$

$\varphi_{AM} = 28o{,}36$ $\varphi_{BN} = 76{,}91$

Beregn dette kompassdrag.

46.

(Eksamensoppgave for U_2 1962).



I figuren er A og B gitte punkter, mens P er et nypunkt som blir bestemt ved måling av vinklene α, β og γ.

De gitte **koordinater er**

Pkt.	y	x
A	+ 3266,81	+ 1227,63
B	+ 6795,16	- 2189,17

De målte verdier er

$\alpha = 66{,}3532^g$ (er middeltall av 6 målinger med et instrument hvis retningsmiddelfeil ved en enkelt gangs måling av en retning er 8^{cc})

De tilsvarende angivelser for β og γ er:

$\beta = 84{,}1278^g$ (4 ganger og 10^{cc})
$\gamma = 49{,}5214^g$ (6 " " 20^{cc})

1. Bestem koordinatene til P ved utjevning
2. Bestem også middelfeilen på de utjevnede verdier av vinkelen α og sidelengden S_{AP}.

Gjennom punktene A og P skal legges en sirkel med radius 3500 m.

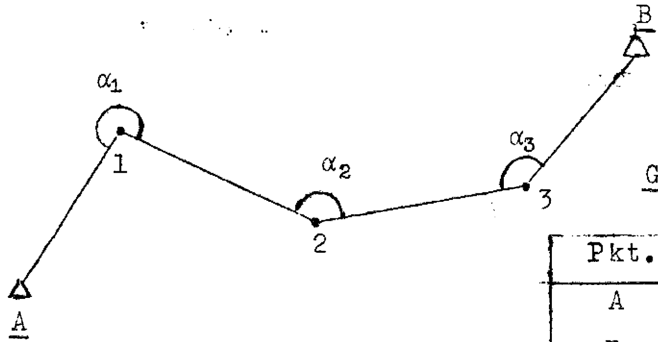
3. Beregn koordinatene til buens midtpunkt M og likeså dette punkts avstand fra S_{AP}

Sirkelbuen representerer midtaksen for en tunnel. Ved stikkingen nyttes en kordepolygon.

4. Beregn den vinkel den første polygonside danner med S_{AP} (vinkelen δ i figuren) når kordelengden er 100 m.

47.

(Eksamensoppgave for U_2 1962).



Figuren forestiller et polygondrag mellom triangelpunktene A og B.

Gitte koordinater.

Pkt.	y	x
A	- 5439,75	+ 3674,32
B	- 5198,79	+ 3805,76

Målte polygonvinkler og sidelengder.

α_1 = 307,513^g S_{A1} = 100,46 m

a_2 = 160,467 S_{12} = 90,94 "

α_3 = 152,169 S_{23} = 95,62 "

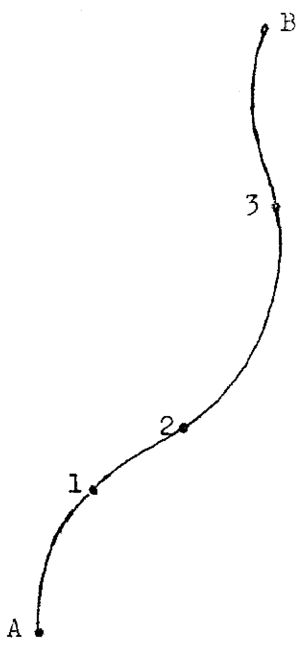
S_{3B} = 62,18 "

Tilknytningsvinklene i fastpunktene er altså ikke målt, slik at vi her har å gjøre med et tilfelle som ikke dekkes av de vanlige metoder for beregning av polygondrag.

1. Drøft spørsmålet om systemet er geometrisk bestemt eller ikke, og angi hvordan eventuelle overbestemmelser kan nyttes til utjevning.
2. Foreta beregning av draget.

48.

(Eksamensoppgave for U_2 1963)



Mellom de to nivellementsfastpunktene A og B skal de tre høydepunktene 1, 2 og 3 innsjaltes. Hver enkelt seksjon bestemmes ved dobbeltnivellement.

Måleresultater

Seksjon	Nivellert høydeforskjell fram	tilbake	Nivellements-vegens lengde
A - 1	+ 69,235 m	- 69,213 m	3 km
1 - 2	-102,683 "	+102,669 "	2 "
2 - 3	+ 79,138 "	- 79,124	5 "
3 - B	- 58,318 "	+ 58,342 "	4 "

Gitte høyder

H_A = 150,605 m og H_B = 137,934 m

1. Foreta bestemmelse av høydene til punktene 1, 2 og 3 ved utjevning.

2. Bestem observasjonsnøyaktigheten på de tre ulike måter som det her kan bli spørsmål om, og angi hvilken som er den mest pålitelige (husk å interpreter nøyaktighetsangivelsene !).

3. Bestem nøyaktigheten av den nivellerte høydeforskjell mellom A og B før utjevningen, og angi også hvilken nøyaktighet den ville ha hatt ved enkeltnivellement.

4. Bestem nøyaktigheten til pkt. 2's høyde før og etter utjevningen (som verdi for middelfeilen til pkt. 2's høyde før utjevningen skal den minste av de to mulige verdier nyttes).

   NB. Ved beregningen under pkt. 3 og 4 skal den påliteligste verdi for observasjonsnøyaktigheten nyttes.

49.

(Eksamensoppgave for U_2 1963).

Gitt tre punkter A, B og C med koordinatene

Pkt.	y	x
A	- 3648,12	+ 2415,87
B	+ 468,13	+ 3661,49
C	+ 1193,39	- 1741,32

På grunnlag av disse fastpunktene skal et nypunkt P bestemmes ved tilbakeskjæring.

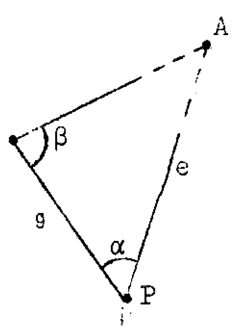
1. Bestem de verdier av vinklene α (∠APB) og β (∠BPC) som betinger at P befinner seg på den farlige sirkel.

2. Foreta koordinatberegning av P på grunnlag av følgende verdier for α og β. $\alpha = 90{,}6740^g$ og $\beta = 120{,}8130^g$

3. Bestem lengden av det stykket av forlengelsen mellom B og P som befinner seg mellom P og den farlige sirkel.

4. Beregn forflytningen av P når α og β gis endringer på henholdsvis $+10^{cc}$ og -20^{cc} (ved å gå veien om retningskoeffisientene).

50.



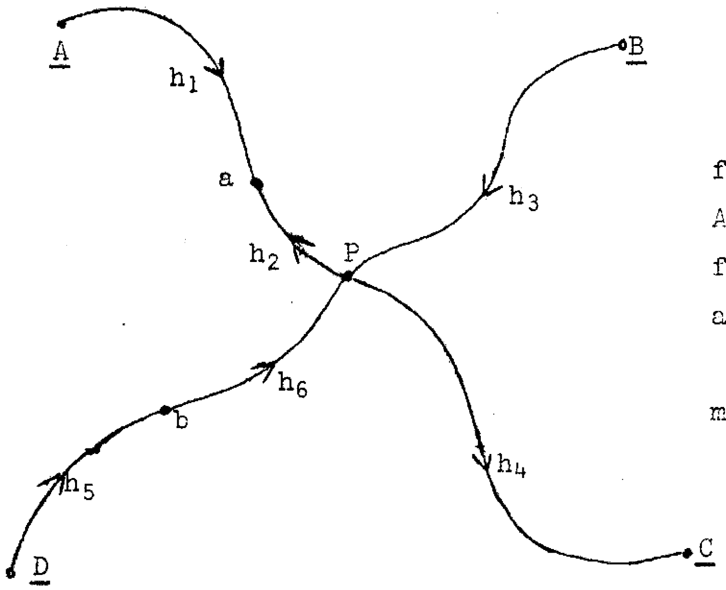
(Eksamensoppgave for U_2 1963)

Til bestemmelse av den eksentriske avstand e i forbindelse med "nedføring" av trigonometrisk punkt (se fig. hvor A er det trig. punkt, mens P er det "nedførte" punkt) måles grunnlinjen g og vinklene α og β.

1. Undersøk feilforplantningen og avgjør på grunnlag herav hvilken konfigurasjon som er den gunstigste.

51.

(Eksamensoppgave for Jsk_2 1964)



Høydene til punktene P, a og b i figuren blir bestemt fra høydefastpunktene A, B, C, og D ved nivellering av høydeforskjellene h_1, h_2, ..., h_6 (pilene angir stigningsretningen).

Resultatet av de utførte nivellementer m.v. er som følger

Høydeforskjell	Nivellert verdi	Dobbeltniv. = 2 enkeltniv. = 1	Nivellements- vegens lengde
h_1	63,716 m	1	2,1 km
h_2	20,638 m	2	1,4 km
h_3	154,150 m	2	4,0 km
h_4	108,173 m	2	4,6 km
h_5	102,860 m	1	2,6 km
h_6	108,470 m	2	2,4 km

Utgangspunktenes høyder er:

H_A = 261,456 m, H_B = 150,371 m, H_c = 412,687 m og H_D = 93,183 m.

1. Bestem høydene til nypunktene P, a og b ved eksakt utjevning etter den enklest mulige fremgangsmåte (i foreliggende tilfelle kan utjevningen utføres spesielt enkel forutsatt at de benyttede størrelsers vekter fikseres riktig).

2. Utled den enkeltstørrelse som best karakteriserer nøyaktigheten av de utførte nivellementer.

3. Bestem nøyaktigheten av P's høyde etter utjevningen.

4. Dersom høyden til P skulle bestemmes ved de utførte målinger bare fra ett av høydefastpunktene A, B, C og D, hvilket skulle da velges?

5. Undersøk hvordan feil ved utgangspunktenes høyder overføres til punktet P, og bestem virkningen på P's høyde av feilene:

$f_A = + 2,6$ cm, $f_B = - 3,8$ cm, $f_c = - 1,4$ cm og $f_D = - 2,0$ cm.

NB. Alle nøyaktighetsangivelser må interpreteres.

52.

(Eksamensoppgave for Jsk_2 1964)

To triangelnett skal føyes sammen på grunnlag av tre fellespunkter. Koordinatene til fellespunktene i de to aksesystemer er

Pkt.	Hovedsystemet		Bisystemet	
	x	y	x'	y'
1	- 2311,20	+ 3627,70	- 3916,47	+ 1136,49
2	+ 5152,25	+ 2152,00	+ 3517,84	- 412,39
3	+ 1814,22	+ 6705,40	+ 232,56	+ 4166,33

1. Foreta sammenføyning av de to triangelnett etter reglene for affin transformasjon.

2. Transformer så punktet P med koordinatene

$$x'_p = - 496,56 \text{ og } y'_p = + 2214,77$$

i bisystemet over til hovedsystemet.

53.

(Eksamensoppgave for Jsk_2 1964)

Ved måling av sidelengdene i et rettlinjet dobbeltsidig tilknytningsdrag nyttes et målebånd av stål. Lengdemålingen utføres med fritthengende bånd, og det foretas temperatur- og strekkbestemmelse.

Målebåndets avvik mellom nominell og aktuell lengde er p ‰. Dessuten er nullpunktene på termometeret og vekten plassert henholdsvis q° C og r kg feilaktig.

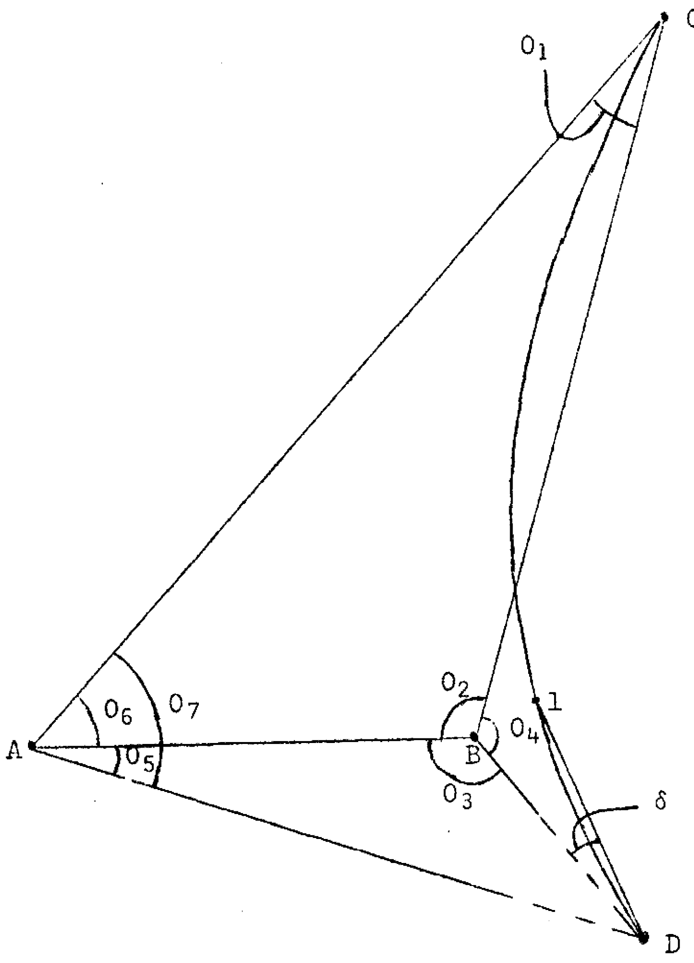
1. Gjør rede for virkningen av de her opptredende feil på polygonpunktenes bestemmelse når det forutsettes at beregningen av polygondraget skjer på vanlig måte.

54.

(Eksamensoppgave for Jsk$_2$ 1965)

I figuren er vinklene o_1, o_2, ... o_7, målt til:

o_1 =	27,6437^9	(målt	4	ganger)
o_2 =	110,3032	("	2	")
o_3 =	158,1256	("	2	")
o_4 =	131,5692	("	2	")
o_5 =	20,7815	("	4	")
o_6 =	62,0526	("	2	")
o_7 =	82,8356	("	2	")



Siden AB er målt 5 ganger med et målebånd, hvis korrekte lengde ved 15° C og 10 kg strekk er 20,0054 internasjonale meter. Båndets varmeutvidelseskoeffisient er 0,0000115 pr. grad Celsius. Under lengdemålingen er brukt 10 kg strekk, mens temperaturen var +12° C. Resultatet av disse målingene (etter påføring av alle korreksjoner bortsett fra de som følger av de foran angitte data) er:

410,675 målebåndsmeter
,684 "
,690 "
,668 "
,698 "

1. Beregn linjens riktige lengde med tilhørende nøyaktighetsangivelser.
2. Foreta utjevning av målingene i figuren og beregn koordinatene til C og D når A velges til origo og siden AB til y-akse.
3. Utled nøyaktigheten til siden BC etter utjevningen.

Gjennom C og D legges en sirkel med radius 1000 meter. Sirkelbuen representerer midtaksen til en tunnel. Ved stikkingen av denne skal nyttes en kordepolygon bestäende av 10 nøyaktig like lange korder på sirkelbuen mellom C og D.

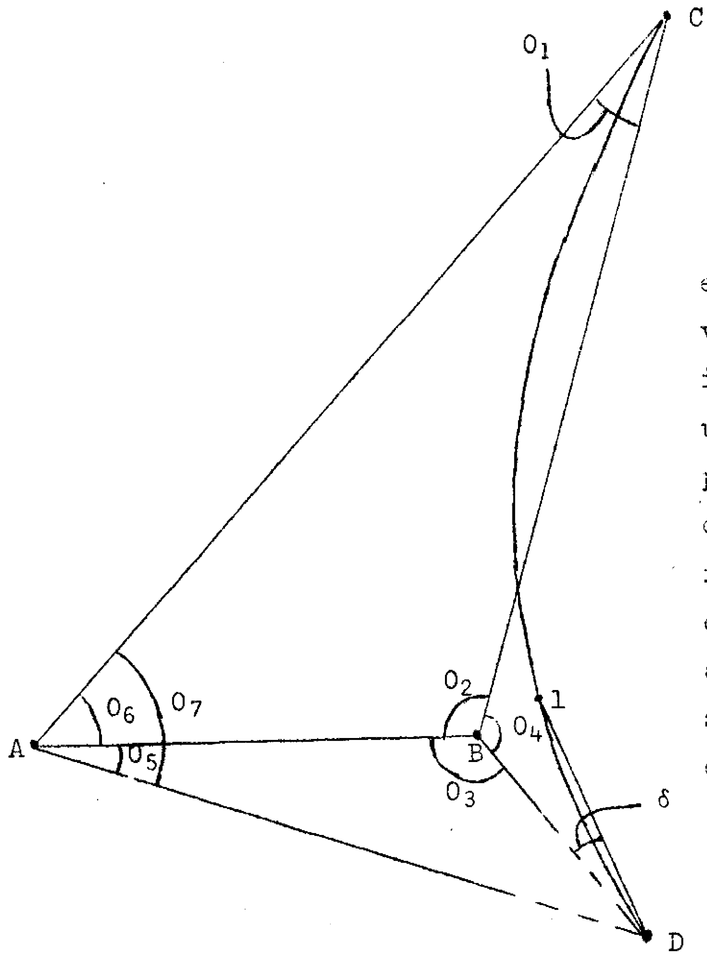
4. Beregn lengden av de like lange korder og likeså vinkelen δ som første polygonside (siden D1 i figuren) danner med DB.
5. Beregn den største verdi kordelengden kan ha når tunnelens bredde er 6 m.

54.

(Eksamensoppgave for Jsk_2 1965)

I figuren er vinklene o_1, o_2, ... o_7, målt til:

o_1 = 27,6437⁹ (målt 4 ganger)
o_2 = 110,3032 (" 2 ")
o_3 = 158,1256 (" 2 ")
o_4 = 131,5692 (" 2 ")
o_5 = 20,7815 (" 4 ")
o_6 = 62,0526 (" 2 ")
o_7 = 82,8356 (" 2 ")



Siden AB er målt 5 ganger med et målebånd, hvis korrekte lengde ved 15° C og 10 kg strekk er 20,0054 internasjonale meter. Båndets varmeutvidelseskoeffisient er 0,0000115 pr. grad Celsius. Under lengdemålingen er brukt 10 kg strekk, mens temperaturen var +12° C. Resultatet av disse målingene (etter påføring av alle korreksjoner bortsett fra de som følger av de foran angitte data) er:

410,675 målebåndsmeter
,684 "
,690 "
,668 "
,698 "

1. Beregn linjens riktige lengde med tilhørende nøyaktighetsangivelser.

2. Foreta utjevning av målingene i figuren og beregn koordinatene til C og D når A velges til origo og siden AB til y-akse.

3. Utled nøyaktigheten til siden BC etter utjevningen.

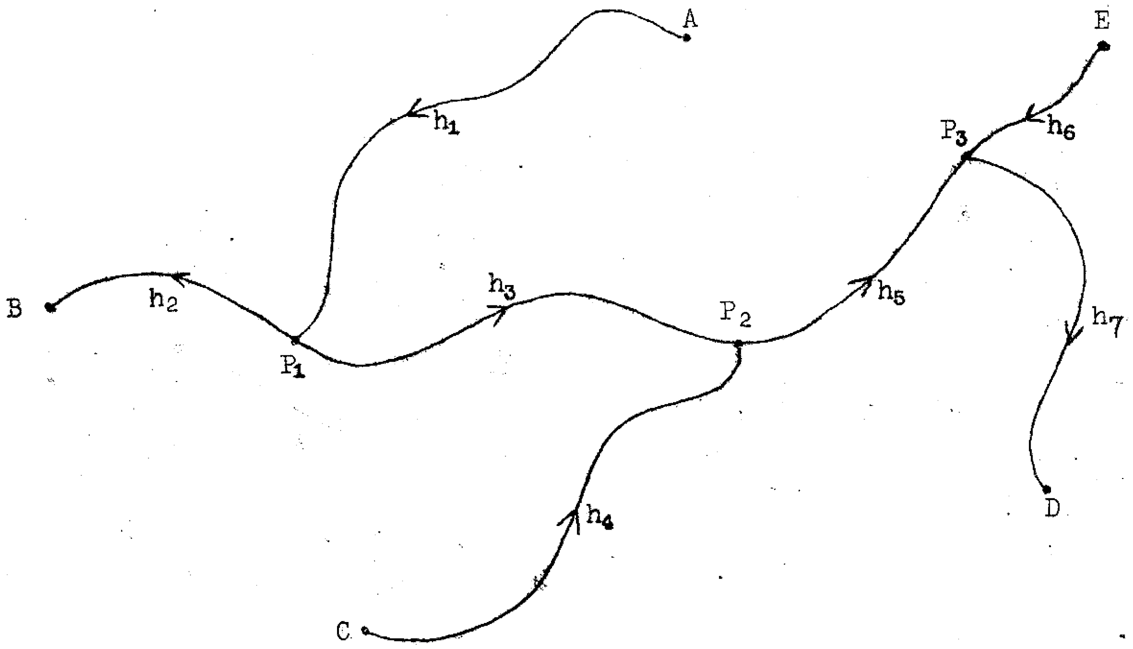
Gjennom C og D legges en sirkel med radius 1000 meter. Sirkelbuen representerer midtaksen til en tunnel. Ved stikkingen av denne skal nyttes en kordepolygon bestående av 10 nøyaktig like lange korder på sirkelbuen mellom C og D.

4. Beregn lengden av de like lange korder og likeså vinkelen δ som første polygonside (siden D1 i figuren) danner med DB.

5. Beregn den største verdi kordelengden kan ha når tunnelens bredde er 6 m.

1.

(Eksamensoppgave for U_3 1962)



Figuren forestiller et nivellementsnett med A, B, C, D og E som grunnlagspunkter, mens P_1, P_2 og P_3 er nypunkter hvis høyder skal bestemmes på grunnlag av de i figuren angitte 7 nivellerte høydeforskjeller (pilene angir stigningsretningen).

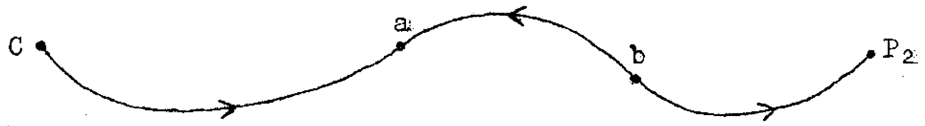
Utgangspunktenes høyder er :

pkt.	høyde
A	39,55o m
B	87,122 "
C	88,73o "
D	1o3,955 "
E	94,141 "

De nivellerte høydeforskjeller er :

høydeforskjell	nivellements-resultat	antall ganger nivellert	nivellements-vegens lengde
h_1	27,315 m	1	1,8 km
h_2	2o,235 "	2	o,6 "
h_3	24,79o "	1	1,1 "
h_4	se nedenfor	se nedenfor	se nedenfor
h_5	8,36o m	1	o,7 km
h_6	5,872 "	1	o,3 "
h_7	3,958 "	2	1,o "

Høydeforskjellen h_4 er nivellert i 3 seksjoner med innsjalting av 2 mellompunkter a og b.



Resultatet av disse nivellementer er :

høydeforskjell	nivellements-resultat	antall ganger nivellert	nivellements-vegens lengde
h_{c-a}	14,294 m	2	o,6 km
h_{a-b}	26,188 "	4	o,4 "
h_{b-P_2}	14,82o "	2	o,4 "

1. Foreta utjevning av nivellementsnettet ved benyttelse av den utjevningsform som stiller seg gunstigst i foreliggende tilfelle.
2. Bestem nøyaktigheten av nypunktenes utjevnede høyder og interpreter middelfeilen på vektsenheten.
3. Bestem også nøyaktigheten av høydeforskjellen mellom P_1 og P_2 før og etter utjevningen.
4. Foreta oppstilling av grunnligningene (feil- eller betingelsesligningene) etter den utjevningsform som ikke nyttes ved hovedutjevningen.

2.

Mellom punktene 1 og 2 er det foretatt gjensidige vertikalvinkelmålinger.

De målte størrelser er :

i pkt. 1 : $z_1 = 95{,}2644^g$ med i = 1,36 m og s = 5,62 m

i pkt. 2 : $z_2 = 104{,}6860^g$ med i = 1,46 m og s = 3,56 m

Dessuten er høyden til pkt. 1 kjent, nemlig lik 916,29 m, og den ellipsoidiske avstand D_o mellom de to punkter er 46o2,16 m.

Beregn høyden til punkt 2:

1. Ved den trigonometriske høydeformel som innebærer korrigering av de målte vertikalvinkler for jordkrumning og refraksjon.

2. Ved formelen som innebærer korrigering av de beregnede høydeforskjeller for jordkrumning og refraksjon.

3. Ved "plan" regning og middeltallsdannelse.

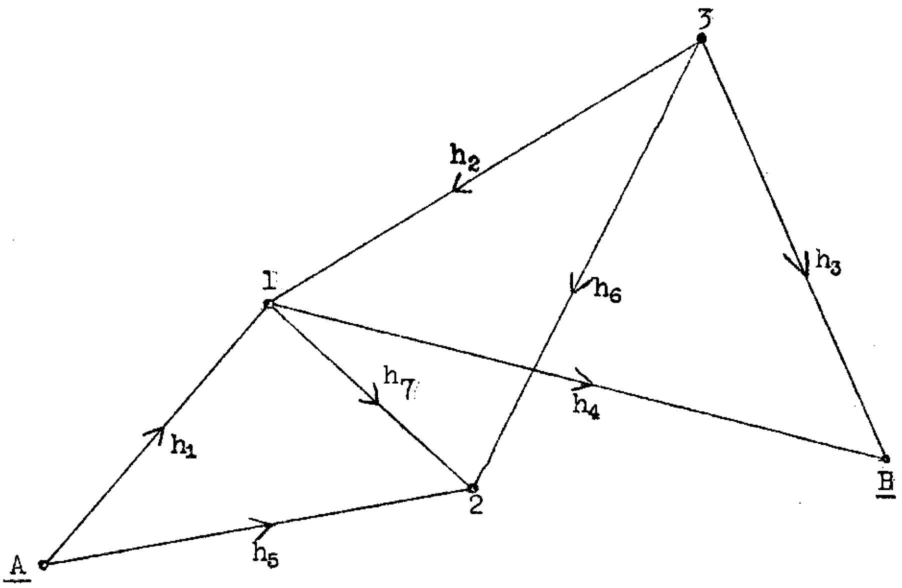
4. Undersøk virkningen av å erstatte refraksjons- og jordkrumningsleddet $\frac{D^2}{2R}(1-k)\frac{1}{\sin^2 z}$ med $\frac{D^2}{2R}(1-k)$.

5. Beregn lyskurvens totale refraksjonsavbøyning og refraksjonsvinklene i endepunktene.

6. Undersøk også virkningen av å sløyfe sidekorreksjon (overføring til middelhøyde).

3.

(Eksamensoppgave for U_3 1961)



Til bestemmelse av høydene til punktene 1, 2 og 3 i figuren foreligger målt 7 trigonometriske høydeforskjeller. Pilene angir stigningsretningen.

De observerte høydeforskjeller sammen med avstandene er stilt sammen i følgende tabell :

Høydeforskjell	Obs.verdi	D	Ensidig (1) Gjensidig (2)
h_1	50,10 m	2,30 km	(2)
h_2	18,64 "	3,40 "	(2)
h_3	73,20 "	3,10 "	(2)
h_4	54,38 "	4,25 "	(2)
h_5	66,85 "	2,85 "	(2)
h_6	35,45 "	3,40 "	(2)
h_7	16,80 "	1,80 "	(1)

Utgangspunktenes gitte høyder er: H_A = 1164,32m og H_B = 1268,77 m

1. Foreta en vurdering av spørsmålet om utjevningsmetode for systemet (element - kontra korrelatutjevning).

2. Foreta en samlet utjevning av høydenettet etter korrelatmetoden. Ved danningen av vektene skal det opereres med den konstante faktor 1o. Middelfeilen på vektsenheten skal interpreteres.

3. Utled middelfeilen på høydeforskjellen mellom punktene 1 og 2 før og etter utjevningen.

4. Bestem observasjonsmiddelfeilen til høydevinkelmålingen mellom punktene 1 og 2 når vi ser bort fra alle andre feil enn observasjonsfeilen.

Til bestemmelse av refraksjonskoeffisienten ble i punkt A foretatt høydevinkelmålinger mot punkt B. Resultatet av disse målinger er :

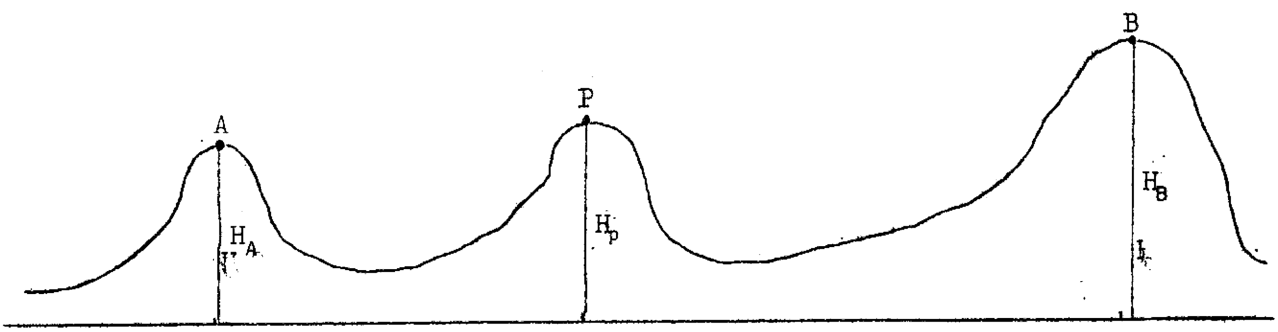
$1,o354^9$
$1,o375^9$
$1,o372^9$
$1,o361^9$
$1,o378^9$

med i = 1,4o m og s = 3,4o m. Den ellipsoidiske avstand mellom A og B er 6368,5o m. For jordradien skal benyttes verdien r = 639o km.

5. Utled refraksjonskoeffisienten og dens usikkerhet under forutsetning av at samtlige størrelser utenom høydevinkelen er feilfrie.

4.

(Eksamensoppgave for U_3 1963)



Punktene A, P og B er gitte punkter med koordinatene (Gauss-Krügerske):

Pkt.	y	x	H
A	- 89258,67	+ 162466,35	362,31 m
P	- 84985,15	+ 160582,98	680,60 "
B	- 77968,90	+ 157479,22	1236,14 "

1. Undersøk om det er mulig å sikte mellom A og B, eller om toppen P som befinner seg på linjen mellom dem, rager så høyt opp at den stenger siktelinjen.

I punktene A og B er det foretatt zenitdistansemålinger mot P med følgende resultat:

$z_{AP} = 95{,}6280^g$ med i = 1,40 m og s = 5,80 m

$z_{BP} = 104{,}5975^g$ " " = " " " " = "

2. Utled refraksjonskoeffisienten på grunnlag av disse målinger og de gitte høyder til punktene A og B (høydene H_A og H_B er nemlig bestemt ved nivellement, mens høyden til P er mer usikker).

3. Bestem høyden til P på grunnlag av den beregnede verdi for refraksjonskoeffisienten.

De oppgitte zenitdistanser har en nøyaktighet på 5^{cc}, mens nøyaktigheten av de oppgitte høyder H_A og H_B er henholdsvis 2 cm og 3 cm (alle nøyaktighetsmål i betydning av uavhengige middelfeil).

4. Bestem nøyaktigheten av den beregnede verdi for refraksjonskoeffisienten under hensyntagen til usikkerheten som knytter seg til zenitdistansene og høydene til A og B.

5. Gjør rede for de geometriske betingelser for at metoden som er nyttet i oppgaven til bestemmelse av refraksjonskoeffisienten, skal føre fram.

6. Beregn den refraksjonsfrie zenitdistanse som has i pkt. A ved zenitdistansemåling mot B for $i_A = 1{,}40$ m og $s_B = 5{,}10$ m.

NB. For refraksjons- og jordkrummingsleddet kan overalt nyttes uttrykket $\frac{D^2}{2R}(1 - k)$. Som verdi for jordradien skal nyttes 6390 km.

m_2

1.

Gitt funksjonsverdiene :

$$\sin 21^g = 0{,}323917$$

$$\text{"}\quad 22^g = 0{,}338738$$

$$\text{"}\quad 23^g = 0{,}353475$$

$$\text{"}\quad 24^g = 0{,}368125$$

Utled sin $21{,}3678{,}6^g$ ved Newtons interpolasjonsformel og kontroller resultatet ved hjelp av en trigonometrisk tabell.

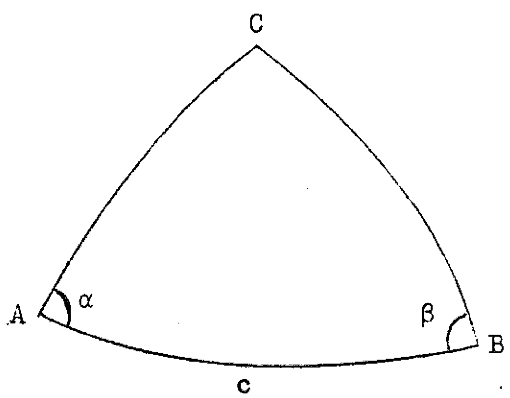
2.

Finn lengden av meridianbuen mellom $\varphi_1 = 58°11'45''$ og $\varphi_2 = 59°47'12''$ på den offisielle Besselske ellipsoide og på den norske utgave av samme. Beregningen skal utføres både ved hjelp av meridianbuetabell og de tilnærmede formler (1.12) og (1.13). (NB. Beregningen utføres med mm's nøyaktighet).

3.

Lengden av meridianbuen mellom to punkter A og B som befinner seg på den norske utgave av Bessels ellipsoide, er 156324,790 m. Finn B's bredde når A's bredde er $60°44'32{,}1673''$ $(\varphi_B > \varphi_A)$. (Ved løsning av oppgaven skal nyttes såvel direkte interpolering - tabell s. 15 og utover - som invers interpolering - tabell s. 6 og utover.)

4.



I trianglet ABC som befinner seg på den norske utgave av Bessels ellipsoide, skal sidene beregnes. De sfæroidiske verdier for utgangselementene er

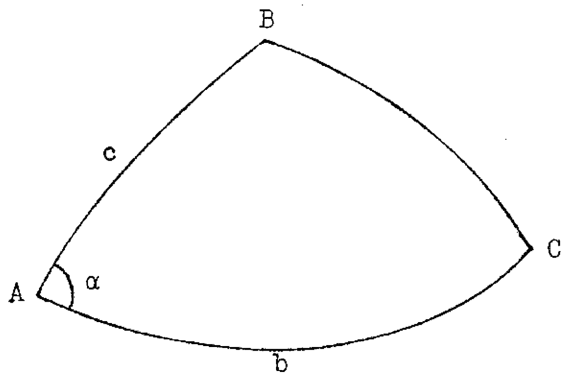
$$\alpha = 61{,}3538^g$$

$$\beta = 72{,}5461^g$$

$$c = 36125{,}670 \text{ m}$$

Trianglets middelbredde er $59°30'$. Beregningen skal utføres både etter Legendres sats og etter additamentmetoden.

5.



I trianglet ABC som befinner seg på den norske utgave av Bessels ellipsoide, skal den ukjente side og de to ukjente vinkler bestemmes.

De gitte størrelser er :

$b = 64321,540$ m

$c = 54188,630$ "

$\alpha = 64,3247^g$

Triangletets middelbredde er 62°45'.

6.

Beregn de geografiske koordinater for punktet B på grunnlag av de geografiske koordinater til punktet A , den sfæroidiske avstand S_{AB} og asimut A_{AB} . Dessuten skal A_{BA} beregnes.

De gitte utgangselementer er:

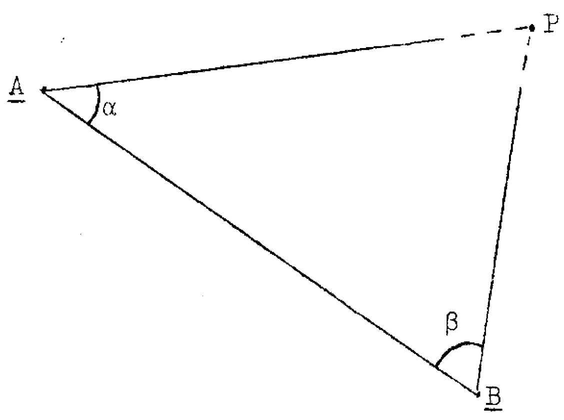
$\varphi_A = 59°43'16,3682"$

$\lambda_A = +12°16'42,8431"$

$S_{AB} = 62853,67$ m

$A_{AB} = 32°21'45,62"$

7.



I figuren er A og B to punkter med gitte rettvinklede sfæroidiske koordinater :

	x	y
A :	+12448,43	+68216,25
B :	7293,12	+74476,79

Videre er vinklene α og β målt:

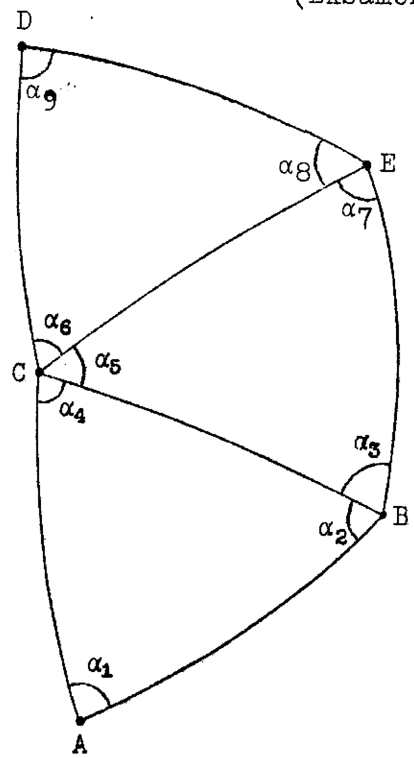
$\alpha = 45,1426^g$

$\beta = 62,9438^g$

Beregn de rettvinklede sfæroidiske koordinater for punkt P. Beregningen skal kontrolleres ved å utlede sidene S_{AP} og S_{BP} ved hjelp av Legendres sats (triangletets middelbredde er 59°30').

8.

(Eksamensoppgave for U_3 1962)



Figuren forestiller en triangelkjede mellom de kjente sider AB og DE. De sfæroidiske verdier for triangelvinklene og de gitte sider er :

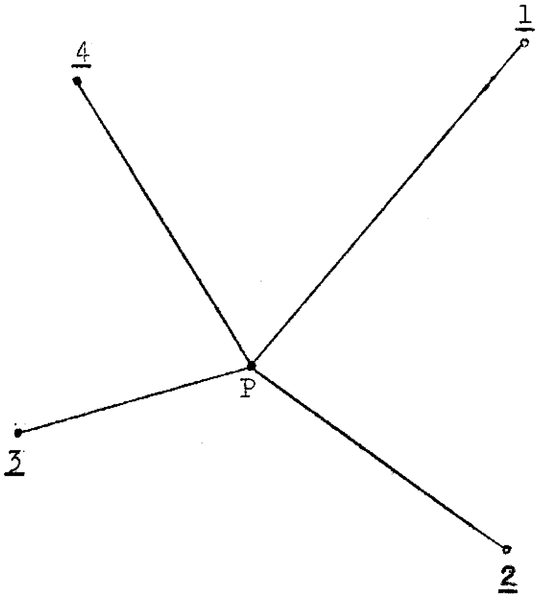
α_1 = 66°53'23,3" (74,322o^g)
α_2 = 57 24 33,1 (63,788o)
α_3 = 49 52 37,6 (55,419o)
α_4 = 55 42 12,o (61,8926)
α_5 = 62 4 29,3 (68,972o)
α_6 = 74 6 11,9 (82,337o)
α_7 = 68 3 o,9 (75,6114)
α_8 = 59 44 5o,6 (66,386o)
α_9 = 46 9 5,9 (51,2796)
S_{AB} = 54 894,47 m
S_{DE} = 67 193,5o "

1. Still opp samtlige betingelsesligninger i figuren på linearisert form uttrykt ved enhetene gamle sekunder og 7. desimal av logaritmen. Det kan overalt regnes med middelbredden 59° 24'.

NB. Den norske utgave av Bessels ellipsoide skal legges til grunn for beregningene.

9.

(Eksamensoppgave for U_3 196o)



Punktet P i figuren blir bestemt ved måling av skråavstandene mellom P og de gitte punktene 1, 2, 3 og 4. De gitte rettvinklede sfæroidiske (Cassini-Soldnerske) koordinater til grunnlagspunktene er :

Punkt	x	y	H
1	+ 17oo2,o7	+ 73797,17	1187,1 m
2	+ 7125,54	+ 71596,29	968,1 "
3	+ 1oo56,37	+ 64263,21	1117,2 "
4	+ 16683,85	+ 64951,83	91o,6 "

De målte skråavstander er :

S_{p-1} = 812o,43 m, S_{p-2} = 5275,21 m, S_{p-3} = 4o64,44 m, S_{p-4} = 6415,29 m

Avstandene forutsettes målt med samme nøyaktighet.

1. Bestem de rettvinklede sfæroidiske koordinater for P ved utjevning på grunnlag av de utførte målinger.

2. Undersøk nøyaktigheten av punktbestemmelsen.

Som provisoriske verdier for koordinatene til P skal nyttes :

$$x_p^o = +11142,13 \quad \text{og} \quad y_p^o = +68178,87$$

Høyden til P er 1o62,4 m. Som verdi for jordkrumningsradien skal nyttes 639o km.

1o.

Gitt et punkt med de geografiske koordinater

$$\varphi = 66°32'19,326''$$
$$\lambda = +1°45'38,129''$$

hvor lengden refererer seg til Norges "nasjonale" nullmeridian.

1. Utled punktets Gauss-Krügerske koordinater i NGO's akse IV, likeså meridiankonvergensen.

2. Kontroller resultatet ved å omsette de funne verdier for x, y og γ til φ, λ og γ.

11.

(Eksamensoppgave for U_3 1962)

Gitt de Gauss-Krügerske koordinater til et punkt 1 i aksesystem III :

y	x
- 65 294,16	125 291,87

Videre kjennes den sfæroidiske verdi av sidelengden mellom punkt 1 og et annet punkt 2 og dessuten asimut i punkt 1 for S_{12} :

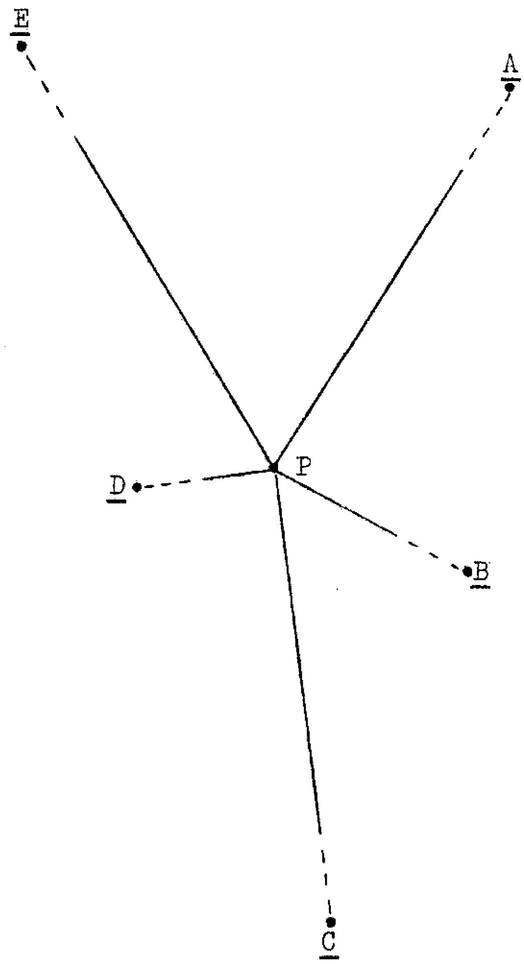
$$S_{12} = 4\,298,36 \text{ m}$$
$$A_{12} = 184,168o^g$$

1. Beregn de Gauss-Krügerske koordinater for punkt 2.

2. Dessuten skal lengdeforskjellen mellom punkt 2 og x-aksemeridianen bestemmes.

12.

(Eksamensoppgave for U_3 1961)



Til bestemmelse av punktet P blir de i figuren angitte retningsobservasjoner mot fastpunktene A, B, C, D og E utført.

Fastpunktenes gitte Gauss-Krügerske koordinater er :

Punkt	x	y
A	+ 39797,66	- 70776,96
B	+ 29997,24	- 71370,15
C	+ 25974,31	- 74576,77
D	+ 31597,90	- 78006,45
E	+ 40665,96	- 80538,43

Observerte retninger :

Stasjon	Sikte til	Retningsverdi
P	A	$0,0000^g$
	B	95,7582
	C	155,6138
	D	250,7324
	E	330,6586

1. Foreta beregning (med utjevning) av P's Gauss-Krügerske koordinater. Som provisoriske verdier for P's koordinater skal benyttes:

$$x_p^o = + 32166,90$$

$$y_p^o = - 75480,16$$

Med sikte på begrensning av beregningens omfang oppgis følgende retningskoeffisienter (i enhetene cm og sek) og provisoriske retningsvinkler.

side	provisorisk retningsvinkel	a	b
P-C	$190,7779^g$	0,15	1,01
P-D	285,8967	2,40	0,54
P-E	365,8231	0,33	0,55

2. Utled middelfeilen til retningsvinkelen φ_{P-A} etter utjevningen.

3. Bestem den utjevnede verdi av den ellipsoidiske avstand mellom P og A.

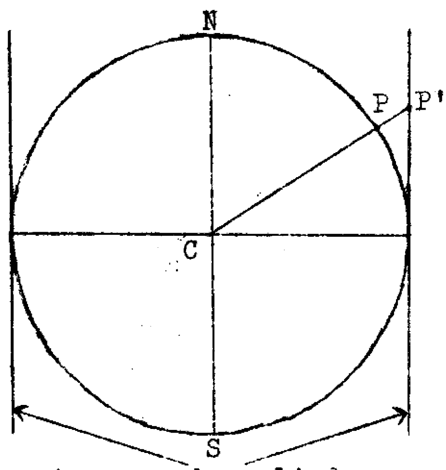
4. Utled punktbestemmelsens usikkerhet i retningen $\varphi = 150^g$.

Vi ser nå bort fra den aktuelle observasjonsnøyaktighet og forutsetter at det benyttede instrument tillater en retningsmiddelfeil lik 8^{cc}.

5. Hvor mange satser må måles dersom det forlanges at nypunktets posisjonsfeil (grunnrissfeil) ikke skal overstige 10 cm ?

13.

(Eksamensoppgave for U_3 1962)



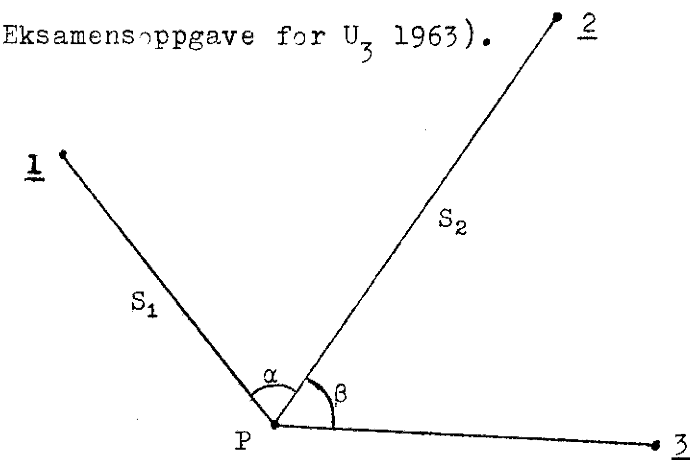
tangerende sylinder

Figuren tar sikte på å anskueliggjøre en kartprojeksjons projeksjonsmekanisme. Et vilkårlig punkt P avbildes altså som skjæringspunktet P' mellom forlengelsen av linjen gjennom jordklodens sentrum og P og den tangerende sylinderflate (for enkelhets skyld forutsettes at jordkloden er kuleformet).

Gjør rede for denne kartprojeksjons viktigste egenskaper (avbildning av gradnettet, projeksjonsligninger og avbildningsegenskaper forøvrig).

14.

(Eksamensoppgave for U_3 1963).



Punktet P blir bestemt ut fra fastpunktene 1, 2 og 3 ved måling av vinklene α og β og dessuten avstandene S_1 og S_2.

De gitte punkters koordinater (Gauss-Krügerske)

Pkt	y	x	H
1	- 85149,14	+ 49333,54	820,73
2	- 78214,33	+ 51278,62	
3	- 76713,69	+ 42744,16	

Målte horisontalvinkler

Målte skråavstander

$\alpha = 67{,}1065^g$ og $\beta = 79{,}9653^g$ $S_{p1} = 5302{,}41$ m og $S_{p2} = 8169{,}97$ m

Målte zenitdistanser

$z_{p1} = 102{,}6231^g$ og $z_{p2} = 96{,}1874$ med $i = 1{,}40$ m, mens signalhøyden i 1 og 2 er henholdsvis 4,20 m og 5,60 m.

Bestem de Gauss-Krügerske koordinater til P ved utjevning av samtlige observasjoner (horisontalvinkler og avstander).

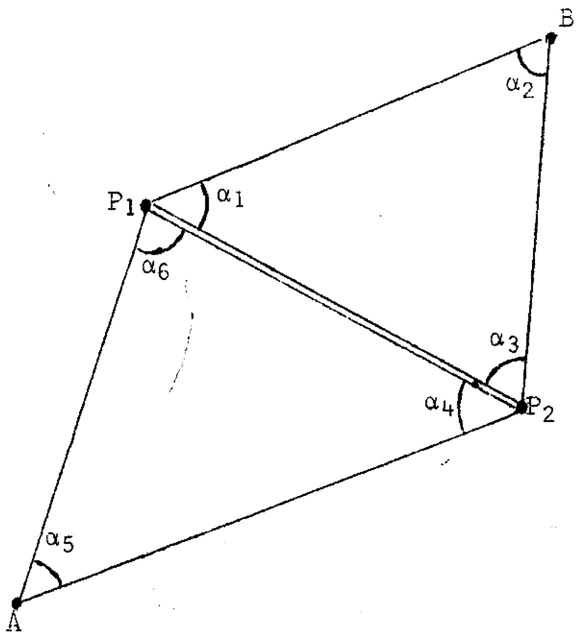
Som provisoriske verdier for P's koordinater skal nyttes:

$y_p^o = -82841{,}85$ og $x_p^o = +44564{,}71$.

Nøyaktigheten av de målte vinkler er $\pm 5^{cc}$, mens nøyaktigheten av de målte sidelengder er $\pm$ 10 cm (begge nøyaktighetsmål i betydning av middelfeil).

15.

(Eksamensoppgave for Jsk_3 1964)



AP_1BP_2 forestiller et basisnett, hvor P_1P_2 er selve basislinjen, som er målt med basisstreng. Resultatet av basismålingen er

$P_1P_2 = 4917{,}596$ m

hvor det er tatt hensyn til alle korreksjoner bortsett fra reduksjonen til ellipsoiden. Basislinjens endepunkter inngår i landsnettet, hvor deres Gauss-Krügerske koordinater i aksesystem IV er bestemt til

Pkt.	y	x
P_1	- 82163,12	+ 10668,37
P_2	- 78019,56	+ 8019,83

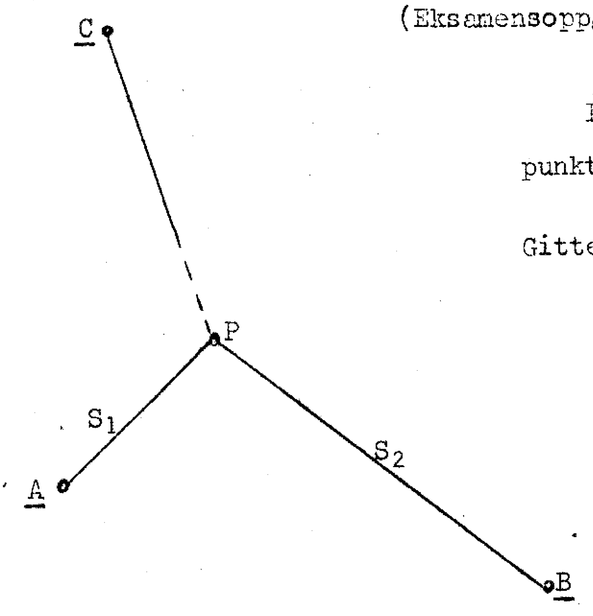
I basisnettet er vinklene $\alpha_1, \alpha_2, \ldots\ldots\ldots, \alpha_6$ målt med følgende resultat:

$$\alpha_1 = 76{,}1344^g$$
$$\alpha_2 = 38{,}9728$$
$$\alpha_3 = 84{,}8937$$
$$\alpha_4 = 78{,}4463$$
$$\alpha_5 = 41{,}3858$$
$$\alpha_6 = 80{,}1675$$

1. Bestem basislinjenes ellipsoidiske lengde på den norske utgave av Bessels ellipsoide (eksakt beregning) når middelhøyden for samtlige strengintervaller er 312,66 m.
2. Sammenlign denne verdi med trianguleringsverdien.
3. Beregn den utjevnete verdi av basissidens AB's lengde når det forutsettes at vinklene α er målt med samme nøyaktighet.
4. Utled et uttrykk for basissiden AB's nøyaktighet - uttrykt ved vektskoeffisientene til endepunktenes koordinater - når det bare tas hensyn til feil ved vinkelmålingen, og angi hvordan disse vektskoeffisientene kan bestemmes.

16.

(Eksamensoppgave for Jsk_3 1965)



I fig. blir punktet P bestemt ut fra fastpunktene A og B ved måling av sidene S_1 og S_2.

Gitte utgangsdata (Gauss-Krügerske koordinater):

pkt.	y	x	Akse
A	+ 54263,45	+ 780342,95	III
B	- 55621,66	+ 107549,76	IV

De målte sidelengder (ellipsoidiske verdier) er

$S_1 = 5412,46$ m og $S_2 = 8108,12$ m

1. Bestem de Gauss-Krügerske koordinater til P i aksesystem III.

Til kontroll foretas i et pkt. C, hvis rettvinklede sfæroidiske koordinater er gitt, en astronomisk asimutbestemmelse mot P, som resulterer i

$$A_{cp} = 181,3490^{g}$$

De rettvinklede sfæroidiske koordinater til C, som refererer seg til samme origo som aksesystem III, er

y	x
55983,19	791935,74

2. Kontroller bestemmelsen av P ved den foretatte asimutmåling.

3. Foreta så bestemmelse av P på grunnlag av samtlige målinger (nøyaktigheten av de målte sidelengder er ± 5 cm, mens nøyaktigheten av asimutbestemmelsen er ± 10^{cc}, begge nøyaktighetsmål i betydning av middelfeil).

4. Utled nøyaktigheten av A_{cp} etter utjevningen.

17.

For et punkt på den norske utgave av Bessels ellipsoide med $\varphi = 59^{o}56'32''$ skal M, N og R_m beregnes. Likeså krumningsradien for et normalsnitt med asimut $A = 40^{g}$.

18.

Et punkt med koordinatene (Gauss-Krügerske)

$x = 598310,341$ og $y = -59690,394$

i akse III skal transformeres over til akse II.

19.

Målt $z = 50{,}2231{,}0^g$, $t = 9{,}7^\circ C$ og $B = 720{,}4$ mm Hg.
Beregn den refraksjonsfrie zenitdistanse.

20.

Stjernetid til middelsoltid

Omsett stjernetidsklokkeslettet $T = 1^h30^m48{,}2^s$ for Ås (ΔNLH) den 13-11-67 til middelsoltid.

Middelsoltid til stjernetid

Omsett middelsoltidsklokkeslettet $m = 17^h34^m29{,}5^s$ for Ås (ΔNLH) den 27-10-67 til stjernetid.

Lengden for ΔNLH (i forhold til Greenwich) oppgis til $\lambda = 10^\circ46'12''$.