

NORGES LANDBRUKSHØGSKOLE
FYSISK INSTITUTT

TERMODYNAMIKK

Det termodynamiske grunnlag
Varmekraftmaskiner
Varmeoverføring
Stråling

ved
G. KVIFTE

VOLLEBEKK
1965

Norges landbrukshøgskoles
bibliotek

q1967/3



00TC04556

NORGES LANDBRUKSHØGSKOLE
F Y S I S K I N S T I T U T T

T E R M O D Y N A M I K K

Det termodynamiske grunnlag
Varmekraftmaskiner
Varmeoverføring
Stråling

ved

G. Kvifte

Vollebekk
1965

Disse forelesninger inngår som pensum
i termodynamikk (kurs F. 2. b i normalplanen)
under faget Fysikk II.

Av bøker som dekker pensum kan nevnes:

Gustaf E. Meijer: Teknisk termodynamik.

Mark Z. Zemansky: Heat and Thermodynamics.

III

I n n h o l d s f o r t e g n e l s e :

	Side
1. Innledning	1
2. Karakteristikk av varme	1
.1. Temperatur	1
.2. Varmemengde	4
3. Den kalorimetriske grunnligning	5
4. Varmelærens 1. hovedsetning	7
.1. Energiformer	7
.2. Mekanisk arbeid	8
.3. Teknisk arbeid	10
.4. Indre energi	12
.5. Energiens bevarelse, energienheter	12
.6. Formulering av varmelærens 1. hovedsetning	13
5. Tilstandsligninger	14
.1. Definisjoner, enheter	14
.2. Tilstandsligninger for en ideell gass	17
.3. Van der Waals ligning	21
.4. Gasskonstanten	21
6. Tilstandsstørrelser	23
.1. Joule's forsøk	23
.2. Den indre energi for en ideell gass	25
.3. Forbindelse mellom R , C_p og C_v	26
.4. Enthalpi	29
.5. Varme og arbeid	30
.6. Entropi for en ideell gass	32
.7. Tilstandsstørrelser for reelle gasser	34
7. Gassers tilstandsforandringer	34
.1. Grafisk representasjon	34
.2. Isoterm tilstandsforandring	36
.3. Isochor tilstandsforandring	39
.4. Isobar tilstandsforandring	40
.5. Adiabatisk tilstandsforandring	42
.6. Polytrop tilstandsforandring	45

IV

	Side
8. Sirkelprosesser	49
.1. Generelle uttrykk, virkningsgrad	49
.2. Carnot's sirkelprosess	52
.3. Varmelærens 2. hovedsetning	59
.4. Reversible og irreversible prosesser	60
9. Kompressor	65
.1. Ideal kompressor	65
.2. Kompressor med skadelig volum	70
10. Forbrenningsmotorer	73
.1. Totakts dieselmotor	74
.2. Firtakts eksplosjonsmotor	79
.3. Virkningsgrad ved motorer	82
11. Varme- og kjølemaskiner	85
.1. Varmepumpe	86
.2. Kjølemaskiner	90
..1. Lindes kuldemaskin	91
..2. Dampkompresjonsmaskin	92
..3. Absorpsjonsmaskin	94
..4. "Elektroluxmaskin"	97
12. Varmeoverføring	100
.1. Varmeledning gjennom enkel vegg	100
..1. Vegg med planparallele ytterflater	103
..2. Tykkvegget homogent rør	104
.2. Varmeledning gjennom skiktete legemer	106
.3. Varmeovergang	109
..1. Fri (ikke kunstig påvirket) luftstrømning	112
.4. Varmegjennomgang	112
13. Stråling	115
.1. Kirchhofs lov	116
.2. Stefan-Boltzmanns lov	118
.3. Lamberts lov	121
.4. Strålingsenergiens fordeling over bølgelengdene ..	122
Tabell 1 Energienheter	126
Tabell 2 Effektenheter	127
Tabell 3 Oversikt over tilstandsforandringer	128

F i g u r e r .

	Side
Figur 1	Variasjon av spesifikk varme med temperatur ... 6
" 2	Mekanisk arbeid 8
" 3	Teknisk arbeid 10
" 4	Gassvolumets variasjon med temperaturen 18
" 5	Tilstandsforandringer 20
" 6	Joule's forsøk 23
" 7	Temperatur-entropidiagram 36
" 8	PV-diagram 38
" 9	TS-diagram 38
" 10	Sirkelprosess 49
" 11	Carnot's sirkelprosess 53
" 12	Apparat for utførelse av Carnot's sirkelprosess 54
" 13	TS-diagram for Carnot-prosess 57
" 14	Irreversibel Carnot-prosess 62
" 15	Idealkompressor 65
" 16	Trinnvis kompresjon 69
" 17	Kompressor med skadelig volum 70
" 18	Totakts dieselmotor 75
" 19	Firtakts eksplosjonsmotor 80
" 20	Sankey-diagram 85
" 21	Carnot-diagram 86
" 22	Varmepumpe 89
" 23	Prinsippet for Lindes kuldemaskin 91
" 24	Dampkompresjonsmaskin 92
" 25	Absorpsjonsmaskin 95
" 26	Elektroluxmaskinen 98
" 27	Stasjonær varmeledning 101
" 28	Radiell varmeledning 104
" 29	Seriekopling av varmemotstand 106
" 30	Parallellkopling av varmemotstand 109
" 31	Temperaturfall i plan vegg 110
" 32	Temperaturfall i og omkring plan vegg 110
" 33	Varmegjennomgang 113
" 34	Stråling ved lik temperatur 117
" 35	Stråling fra en flate 121
" 36	Energifordeling for sort stråling 122
" 37	Pyrometer 124

1. Innledning.

Termodynamikk (Therme (gr.) = varme, dynamis (gr.) = kraft) er læren om varme, dens forplanting (bevegelse), dens virkning på fysiske legemer og dens omsetting til andre energiformer, særlig da til mekanisk arbeide.

Den tekniske termodynamikk, som spesielt vil bli behandlet i disse forelesninger, omhandler den del av den alminnelige termodynamikk hvor varme, - ved hjelp av maskiner -, blir nyttiggjort i teknikk og dagligliv.

2. Karakteristikk av varme.

Det er to ting som karakteriserer varme. Det er temperatur og mengde.

2.1. Temperatur.

Temperaturen er et uttrykk for varmens kvalitet. Den gir et mål for midlere energi av atom- og molekylbevegelser i et stoff. Temperatur-forskjell mellom to systemer er en forutsetning for at varme skal overføres fra det ene til det annet.

Temperaturen kan til en viss grad erkjennes gjennom våre sanser. Vi kan avgjøre ved å føle på et legeme om det er "varmt", dvs. har høy temperatur, eller er "kaldt", - har lavere temperatur. Denne menneskelige temperaturfølelse er imidlertid altfor grov til praktisk bruk. Et brukbart mål får en imidlertid ved å nyttiggjøre den erfaringssak at legemer (vanligvis) utvider seg når de oppvarmes, faste legemer forholdsvis lite, væsker mer og gassartene mest. Stoffer fra alle tre grupper blir brukt til temperaturmålere. Men det har vært, - og er ennå -, mest vanlig å bruke væskers utvidelse, nærmere bestemt kvikksølv eller alkohol, som hjelpemiddel til å måle temperaturen.

Et væsketermometer består i sin enkleste form av et kapillarrør med jevntykk boring og med ene ende utblåst til en kule. Kulen og en del av røret er fylt med væske (f.eks. kvikksølv). Kapillarets øvre ende er smeltet igjen etter at luften er pumpet ut. Et slikt instrument vil reagere med utvidelse eller sammen trekning av kvikksølvstrengen etter den temperatur som instrumentet (kulen) har, eller får, ved berøring med et annet legeme.

En skala for temperaturen kan fåes ved å bruke stoffers fysiske omvandlingspunkter fra én agregattilstand til en annen. I vår vanligst brukte skala, celsiuskalaen, brukes vann som standardsubstans. Vi får et fikspunkt (fast merke) i skalaen ved det punkt hvor væskesøylen i et kvikksølvtermometer stiller seg når termometerkulen stikkes ned i en blanding av ren is og rent vann. Et annet fikspunkt får vi ved å holde termometret i dampen over kokende vann. (Begge fikspunkter skal avmerkes når lufttrykket er 760 mm Hg.) De to fikspunkter benevnes henholdsvis med 0 og 100 grader. Inndeles avstanden på kapillarrøret mellom de to punktene i 100 like store deler, får vi det som kalles celsius termometerskala "basert på kvikksølvets utvidelse". Den siste tilføyelse er nødvendig fordi forskjellige væsker ikke alltid utvider seg på samme vis. Om vi hadde laget et alkoholtermometer etter fremgangsmåten ovenfor, så vil riktignok dette vise samme temperatur som kvikksølvtermometeret for fikspunktene 0 og 100 grader, men det er ikke sikkert at de vil vise helt lik temperatur om de begge stikkes ned i det samme lunkne vann.

Gassartene er mere uniforme med hensyn til utvidelse, og det er laget pålitelige gasstermometre som væsketermometrene kan justeres etter.

Foruten celsius-skalaen var tidligere en annen skala, reaumur-skalaen, i bruk. I denne er vannets kokepunkt satt til 80, frysepunktet til 0 som ved celsius-skalaen.

80 reamur grader tilsvarende med andre ord 100 celsius grader.

Reaumurskalaen er ikke lenger brukt i praksis.

Derimot brukes i engelsktalende land en tredje skala, fahrenheit-skalaen. Vannets frysepunkt har i denne skala tallet 32 og vannets kokepunkt 212. Differansen mellom disse tall, 180, tilsvarende altså 100°C . Ved omgjøring av fahrenheitgrader (t_f) til celsius grader må en først trekke fra tallet 32, deretter multiplisere differensen med $\frac{100}{180} = \frac{5}{9}$. (Fahrenheitskalaens nullpunkt var opprinnelig bestemt ved hjelp av en nærmere spesifisert kuldeblanding. Det annet fikspunkt, 100°F , ble satt til det som en dengang mente var menneskets normale kroppstemperatur).

I vitenskap, og også teknikk brukes nå den termodynamiske temperaturskala i kelvinggrader ($^{\circ}\text{K}$). Skalaen er definert ved at forholdet mellom en høyere og en lavere temperatur er lik forholdet mellom den varmemengde som opptas ved den høyere temperatur og den som avgis ved den lavere temperatur av en ideal carnotmaskin som arbeider mellom de to temperaturer (se lign. 8.2.(14)). Det er internasjonalt vedtatt at vannets trippelpunkt (is - vann - damp) skal være skalaens fundamentale faste punkt og settes til $273,16^{\circ}\text{K}$. Skalaen benevnes også den absolutte temperaturskala, og temperaturen i denne angis gjerne med T.

I engelsktalende land brukes en "absoluttskala" som svarer til fahrenheitskalaen. Enheten her, rankinegrader ($^{\circ}\text{R}$), er definert ved at

$$1^{\circ}\text{R} = 5/9^{\circ}\text{K} \quad 2.1.(1)$$

Sammenhengen mellom samme temperatur målt i celsiusgrader (t_c), reamurgrader (t_r), fahrenheitgrader (t_f), kelvinggrader (T_K) og rankinegrader (T_R) er gitt ved følgende formler:

$$t_c = 5/4 t_r = 5/4(t_f - 32) \quad 2.1.(2)$$

$$t_c = T_k - 273,15 = 5/9 T_R - 273,15 \quad 2.1.(3)$$

$$t_f = T_R - 459,67 \quad 2.1.(4)$$

Nullpunktet i celsiuskalaen svarer i de andre skalaer til:

$$0^{\circ}\text{C} = 32^{\circ}\text{F} = 273,15^{\circ}\text{K} = 491,67^{\circ}\text{R} \quad 2.1.(5)$$

Det er laget en internasjonal temperaturskala knyttet til en rekke fikspunkter, hvis temperaturer er bestemt slik at de best mulig stemmer med den termodynamiske temperatur. Denne skala er ment som hjelp ved praktiske målinger.

I det etterfølgende vil vi vesentlig bruke temperaturer målt i celsiusgrader og kelvinggrader med symboler henholdsvis t og T uten indeks for skalaen.

2.2. Varmemengde.

Mål for mengden av varmen, dens kvantitet, fåes ved hjelp av legemers evne til å oppta eller avgi varme. Igjen brukes vann som standardsubstans. Enheten for varmemengde defineres som den mengde varme som må til for å hete opp én vektenhet luftfritt vann én grad. Den vanlige enhet er "kalori" (cal) som er den varmemengde som medgår til å varme opp 1 g vann 1°C . Ved nøyaktig fastsettelse av enheten må det spesifiseres hvor i temperaturskalaen denne grads oppvarming skal skje, fordi vannets evne til å oppta varme ikke er den samme ved forskjellige temperaturer. Det er fastsatt at oppvarmingen skal gjøres omkring 15°C , dvs. fra $14.5 - 15.5^{\circ}\text{C}$ og ved normalt lufttrykk. Enheten kalori tilsvarer 4,1855 J (joule).

Som større enhet brukes "kilokalori" (kcal). (I medisin, spesielt fysiologi, brukes ofte betegnelsen kalori på denne enhet.)

I engelsktalende land brukes pund (1lb = 0,454 kg) som vektenhet, fahrenheit eller celsiusgrader som tempe-

raturmål. De enheter for varmemengde som derved fåes er:

En "British thermal unit" (Btu) er den varmemengde som trengs til å oppvarme 1 lb vann 1°F .

En "Centigrade heat unit" (Chu) den varmemengde som må til for å oppvarme 1 lb vann 1°C .

Omsettingsfaktorene mellom enhetene blir:

$$1 \text{ Btu} = 0,5555 \text{ Chu} = 0,252 \text{ kcal} \quad 2.2.(1)$$

3. Den kalorimetrisk grunnligning.

Et stoffs evne til å oppta eller avgi varme karakteriseres ved stoffets "spesifikke varmekapasitet", c . Med spesifikk varmekapasitet menes den varmemengde, målt i kalorier (eller andre varmeenheter), som skal til for å oppvarme ett gram stoff én $^{\circ}\text{C}$ (evt. $^{\circ}\text{F}$). Denne varmemengde er vanligvis ingen konstant, men kan uttrykkes ved en potensrekke av temperaturen t :

$$c = (c_0 + at + bt^2 \dots) \frac{\text{cal}}{\text{g. grad}} \quad 3.(1)$$

Konstantene a , b , avtar sterkt i stigende rekkefølge, og de er alle små i forhold til konstanten c_0 . Ved moderate temperaturendringer vil en derfor kunne regne at c er konstant, og en velger da gjerne en midlere verdi for c , \bar{c} , innenfor det temperaturområde som en opererer i.

Siden ett gram stoff krever \bar{c} cal for å oppvarme én grad, vil m g stoff kreve m ganger så meget. Oppvarmes m g dessuten $\delta t^{\circ}\text{C}$, vil det medgå en varmemengde ialt:

$$\delta Q = \bar{c} \cdot m \cdot \delta t \text{ cal} \quad 3.(2)$$

Dette er den kalorimetrisk grunnligning.

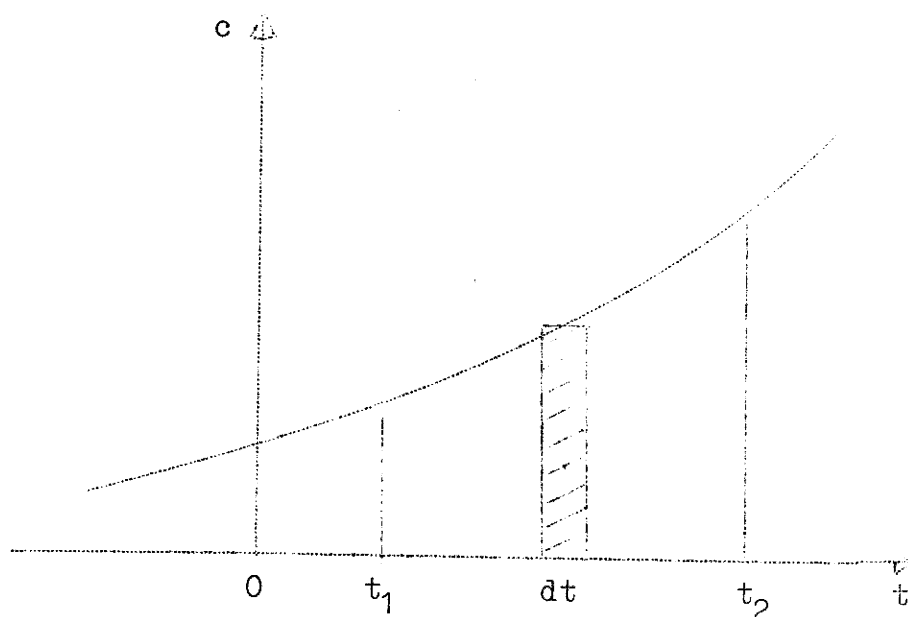
Ved nøyaktigere beregninger (se figur 1) må en for tilført varme til m g stoff som oppvarmes fra

$t_1^{\circ}\text{C}$ til $t_2^{\circ}\text{C}$ bruke uttrykket:

$$Q = \int_1^2 dQ = m \int_{t_1}^{t_2} c dt \quad 3.(5)$$

Med c gitt ved ligning 3.(1) innsatt, fåes:

$$Q = m[c_0(t_2 - t_1) + \frac{1}{2}a(t_2^2 - t_1^2) + \frac{1}{3}b(t_2^3 - t_1^3) \dots] \quad 3.(4)$$



Figur 1

Variasjon av spesifikk varme med temperatur

Velger en å angi mengden av stoff i antall (ν) mol ($1 \text{ mol} = M \text{ g}$, hvor M er stoffets molekylvekt), nå en i ligningene ovenfor bruke molar varmekapasitet istedet for spesifikk varmekapasitet. Den betegnes gjerne med C , og er gitt ved:

$$C = M \cdot c \quad 3.(5)$$

Ligning 3.2 får da formen:

$$\delta Q = \nu C \delta t \quad 3.(6)$$

4. Varmelærens første hovedsetning.

4.1. Energiformer.

Det finnes mange former for energi. Vi har f.eks. potensiell og kinetisk energi kjent fra mekanikken.

Den potensielle eller "stedlige" energi, (E_p), er den magasinerte energi som et legeme har i forhold til et referansenivå når det befinner seg over dette nivå. Er legemets tyngde G og høyden over nivået h , er som kjent:

$$E_p = G h \quad 4.1.(1)$$

Den kinetiske energi (E_k), eller bevegelsesenergien, er gitt ved uttrykket

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad 4.1.(2)$$

hvor m er legemets masse og v dets hastighet.

Disse energiformer betegnes ofte som "ytre energi".

Andre former er elektrisk, magnetisk og elektromagnetisk (f.eks. lys) energi som behandles i elektrisitics- og magnetismelæren. Som eksempel nevnes uttrykket for elektrisk energi, E_e , som fåes når en elektrisk strøm, I , drevet av den elektriske spenning V_e , virker i tiden t :

$$E_e = V_e I t \quad 4.1.(3)$$

Varme ble lenge betraktet som et vektløst stoff. Først etter Mayers og Joule's arbeider omkring 1840 ble det erkjent at også varme var en form for energi. Clausius tydet varme som et uttrykk for den uordnede bevegelse av stoffenes molekyler (og atomer). Denne "mekaniske varmeteori" er nå alminnelig antatt.

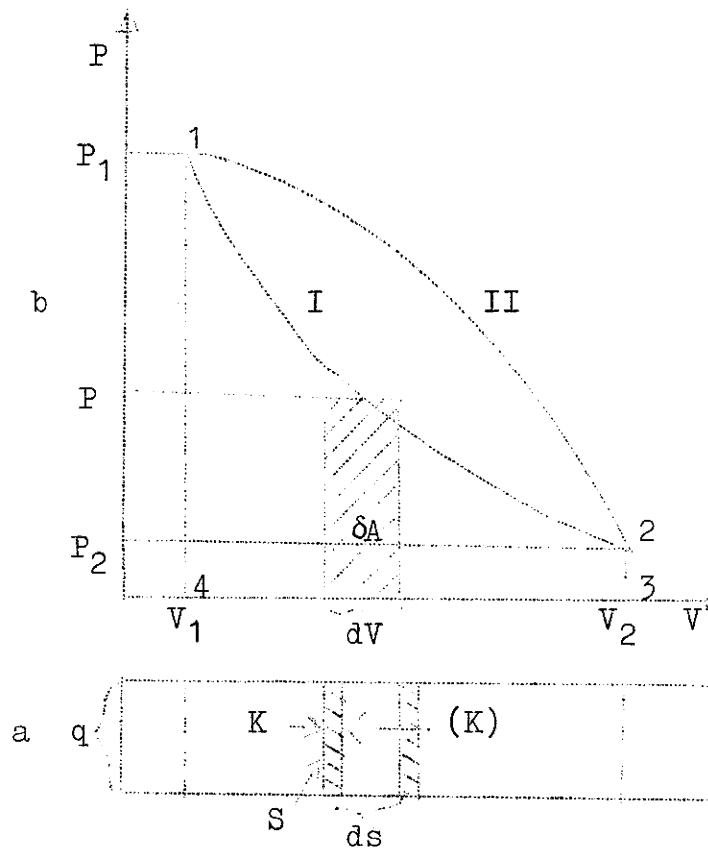
4.2. Mekanisk arbeid.

Mekanisk arbeid, A , utføres av en kraft, K_s , på et legeme når den forskyver legemet en strekning, s , i kraftens retning. Hvis kraften er konstant under forskyvningen, er dens arbeid uttrykt ved:

$$A = K_s \cdot s \quad 4.2.(1)$$

Et stoff som utvider seg eller trykkes sammen vil utføre eller tilføres mekanisk arbeid. Hvis kraften pr. flateenhet, trykket, er den samme overalt i stoffet, kan dette arbeid uttrykkes ved trykket og volumendringen.

For enkelthets skyld lar vi stoffet være inne-sluttet i en stiv sylinder (figur 2 a) avsperrret med et tettsluttende bevegelig stempel (S). Sylinderens



Figur 2
Mekanisk arbeid

tverrsnittsareal er q . Stoffet (som kan være i fast, flytende eller gassartet form bare trykket er jevnt fordelt) må fylle ut hele sylindren. Det trykker mot stemplet med en kraft K og skyver dette mot det ytre mottrykk ut et stykke ds som er så lite at K kan betraktes som konstant under forskyvningen. Arbeidet, δA , som stoffet utfører på stemplet blir:

$$\delta A = K \cdot ds = \frac{K}{q} \cdot q ds = P \cdot dV \quad 4.2.(2)$$

hvor $\frac{K}{q}$, kraft pr. flateenhet, er trykket P i stoffet, og $q \cdot ds = dV$ er volumøkningen av stoffet.

Dette uttrykk for mekanisk arbeid utført av (eller tilført) et stoff er helt generelt uansett hvilken ytre form stoffet har, såfremt trykket er konstant under volumendringen.

I et trykk-volum diagram (figur 2 b), hvor sammenhørende verdier av trykk og volum er gitt ved en kurve, representeres arbeidet δA ved arealet av et rektangel med P og dV som sidekanter. Lar vi stoffet utvide seg fra et volum V_1 , hvor trykket er P_1 , successivt ved små volumutvidelser, dV , til et volum V_2 , slik at trykket, P_I , varierer med volumet som kurve I til et slutt-trykk P_2 , vil stoffet utføre et totalt arbeid lik summen av alle enkeltarbeider, $\delta A_i = P_I dV$. I grensetilfellet, hvor dV gjøres "uendelig liten", blir det totale arbeid A_I :

$$A_I = \lim \sum \delta A_i = \int_{V_1}^{V_2} P_I dV \quad 4.2.(3)$$

A_I er i figur 2 b representert ved arealet 12341 mellom kurve I og V-aksen.

Som det sees av figuren vil størrelsen av arealet, og dermed av arbeidet, bli en annen når trykket varierer etter en annen kurve, f.eks. kurve II, ved den samme totale volumutvidelse. Det mekaniske arbeid utført av et stoff ved en endelig volumutvidelse,

er derfor avhengig av på hvilken måte trykkvariasjonen skjer under utvidelsen.

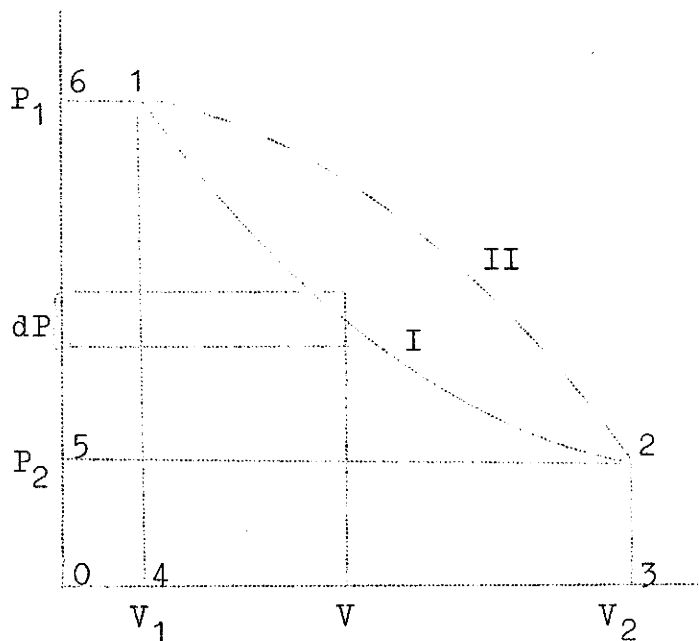
Det er vanlig å regne mekanisk arbeid for positivt når det blir utført av stoffet. Ligning 4.2.(3) vil gi negativt tall for arbeidet når det blir tilført stoffet ved sammentrykking av dette.

4.3. Teknisk arbeid.

Uttrykket:

$$\delta A' = - VdP \quad 4.3.(1)$$

kalles det differensielle tekniske arbeid. Det er i et PV-diagram representert ved arealet av et rektangel med sidekanter dP og V (figur 3).



Figur 3
Teknisk arbeid.

Lar vi, som i forrige avsnitt, et innesperret stoff utvide seg fra en begynnelsestilstand 1 til et slutttilstand 2 slik at trykk og volum varierer som kurve I, og summerer opp de suksessive uttrykk $\delta A'_i$, får vi

for det totale tekniske arbeid under utvidelsen:

$$A'_I = \lim \sum \Delta A_i = - \int_{P_1}^{P_2} V_I dP \quad 4.3.(2)$$

A'_I er representert ved arealet mellom kurve I og P-aksen (areal 12561). Arbeidet blir et annet hvis trykkvolumvariasjonen følger en annen kurve, II.

Uttrykkene for mekanisk arbeid (ligning 4.2.(3)) og for teknisk arbeid (ligning 4.3.(2)) er for en og samme prosess bundet sammen ved en ligning. Vi finner forbindelsen av den matematiske identitet:

$$d(PV) = PdV + VdP \quad 4.3.(3)$$

som ved integrasjon fra tilstand 1 til 2 langs kurve I gir:

$$P_2V_2 - P_1V_1 = A_I - A'_I$$

eller

$$A'_I = A_I + P_1V_1 - P_2V_2 \quad 4.3.(4)$$

Det tekniske arbeid ved en prosess er lik det mekaniske arbeid tillagt differensen mellom produktet av trykk og volum i begynnelses- og slutt- tilstanden. Det er det netto arbeid som en stoffmengde vil utføre når det utvides fra volum 0 til V_1 under konstant trykk P_1 (areal 61406 i figuren) deretter utvides til volum V_2 mens trykket avtar til P_2 langs kurve I (areal 12341 som representerer det mekaniske arbeid) og tilslutt trykkes sammen igjen til volum 0 ved konstant trykk P_2 (areal 23052 som regnes negativt).

Begrepet teknisk arbeid er nyttig ved behandling av sykliske prosesser.

4.4. Indre energi.

Tilføres et legeme mekanisk arbeid, varme eller en annen form for energi, må denne energi magasineres i legemet. Vi sier at summen av alle de energimengder som tilføres et legeme i ro er dets indre energi.

Denne oppmagasinering kan skje på flere måter:

I molekylenes kinetiske energi, i atomsvingninger i molekylene, som potensiell energi av atomer i krystallgitre, som kjemisk energi, i visse tilfelle også i atomkjernens energi. Det er de tre første, av fysisk natur, som vesentlig spiller rolle i termodynamikken.

Den indre energi betegnes gjerne med U.

4.5. Energis bevarelse, energienheter.

En fundamental setning i fysikken, loven om energis bevarelse, sier at energi ikke kan oppstå eller forsvinne. Hvis en energiform forbrukes, omvandles den i sin helhet til en annen energiform, eventuelt til mekanisk arbeide.

En må merke seg at de forskjellige energiformer ofte uttrykkes i forskjellige enheter. Ved omgjøring av energi fra én form til en annen må en derfor passe på å ta hensyn til den faktor som endringen av enhetene fører med seg.

De mekaniske energiformer, potensiell og kinetisk energi og mekanisk arbeid, måles i teknikken oftest i kilopondmeter (kpm) (i England : Foot poundforce (ft. lbf)), de elektriske i joule (J = wattsekund) eller kilowatt-time (kWh), varmen i kalorier, kilokalorier, Btu eller Chu. Forbindelsen mellom disse enheter finnes i tabell 1 (side 126).

Effekt er energi pr. tidsenhet. I tabl.2 (s.127) finnes omregningsfaktorer for en del effektenheter. Merk at den engelske horsepower (hp) er litt forskjellig fra hestekraft (hk).

4.6. Formulering av varmelærens 1. hovedsetning.

Varmelærens 1. hovedsetning kan enklest uttrykkes slik:

Varme er en form for energi. Den kan dannes av mekanisk arbeid og selv omvandles til arbeid.

Mayers og Joule's store innsats i 1840-årene var å bestemme "omsetningsfaktoren" fra mekanisk arbeidsenheter til varmeeenheter. De fant et tall for varmens mekaniske ekvivalent (J) som er nær den verdi som brukes idag, bestemt med vesentlig bedre hjelpemidler.

Den mekaniske varmeequivalent,

$$J = 426,8 \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}, \quad 4.6.(1)$$

angir størrelsen av det arbeid, 426,8 kpm, som en varmemengde på 1 kcal vil utføre hvis den omdannes helt til arbeid. Omvendt vil et mekanisk arbeid, når det omdannes helt til varme, f.eks. ved friksjon, gi en varmemengde

$$\frac{1}{J} = \frac{1}{426,8} \frac{\text{kcal}}{\text{kpm}} = 2,342 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kcal}}{\text{kpm}} \quad 4.6.(2)$$

$\frac{1}{J}$ betegnes i enkelte lærebøker med A, og kalles den termiske arbeidsekvivalent.

I de følgende ligninger mellom termodynamiske størrelser vil vi gå ut fra at alle energistørrelser er gitt i samme enhet. Vi behøver da ikke ta med J i ligningene. Ved innføring av måltall (tallverdi) for størrelsene må en imidlertid passe på at alle tall er gitt i samme enhet.

Sammenholdes varmelærens 1. hovedsetning, sitert ovenfor, med loven om energiens bevarelse (avsnitt 4.5.), er det klart at varme som tilføres et legeme må magasineres i legemet som indre energi eller få legemet til å utføre et ytre (mekanisk) arbeid, eller begge deler. Vi skal se litt på siste mulighet som er mest omfattende.

La oss kalle den varme som tilføres et legeme for δQ . En del av denne vil øke legemets indre energi med

beløpet δU . Resten går med til å la legemet utføre et ytre arbeide δA . Stiller vi opp regnskapet, får vi:

$$\delta Q = \delta U + \delta A \qquad 4.6.(3)$$

når alle tre størrelser er målt i samme energienheter (f.eks. cal eller kpm).

Økningen av den indre energi kan bestå i at legemet får et øket varmeinnhold (øket temperatur) som siden igjen kan frigjøres ved at det avgis som varme. Den kan også være en økning av legemets potensielle energi. (En vertikal stang fastspent i nedre ende, vil ved tilføring av varme forlenges slik at alle horisontalskikt av stangen heves oppover og derved får større stillingsenergi, potensiell energi, i forhold til den nedre flate.)

Innføres i ligning 4.5.(3) uttrykket for δA etter ligning 4.2.(2) fåes:

$$\delta Q = \delta U + PdV \qquad 4.6.(4)$$

Dette er et uttrykk for varmelærens 1. hovedsetning i differensiell form (så kallet fordi vi har tenkt oss at alle størrelser er små). Ligning 4.6.(4) danner utgangspunktet ved alle beregninger over omsetning av varmeenergi (δQ) til mekanisk arbeid (δA) ved varmekraftmaskiner.

5. Tilstandsligninger.

5.1. Definisjoner, enheter.

Et legemes fysiske tilstand er samlingen av alle målbare egenskaper av det stoff det består av. Egenskaper avhengig av legemets ytre form skal ikke medregnes.

De målbare egenskaper er ikke uavhengig av hverandre. Kjennes noen av dem, er de andre bestemt. En målbar egenskap som fyller den betingelse at den alltid

antar samme verdi når legemets tilstand igjen er den samme, uansett hvilke endringer det har gjennomgått i mellomtiden, kalles en tilstandsstørrelse. Uttrykt på annen måte: En tilstandsstørrelse er en størrelse som antar samme verdi i en bestemt tilstand av legemet, uansett på hvilken måte legemet er kommet i denne tilstand.

De tilstandsstørrelser som en har valgt å variere, kalles tilstandsvariable.

For gasser og væsker med gitt kjemisk sammensetning og faste stoffer i en bestemt modifikasjon vil kjennskap til to tilstandsstørrelser være nok til å bestemme de øvrige. F.eks. vil volumet (V) av en gassmengde variere når gassens trykk (P) og temperatur (T) endres. Men ved samme gitte trykk og temperatur vil gassmengden alltid innta det samme volum. De tre størrelser er derfor bundet sammen i en ligning.

$$F(P, V, T) = 0 \qquad 5.1.(1)$$

En slik ligning kalles en tilstandsligning. Generelt er en tilstandsligning en ligning mellom tilstandsstørrelser som binder dem entydig sammen, og entydig bestemmer én størrelse når de to andre er gitt.

Ligningen ovenfor kan oppløses med hensyn på hver av de tre størrelser:

$$P = P(V, T) \qquad V = V(P, T) \qquad T = T(P, V) \qquad 5.1.(2)$$

Hvilken som helst av de tre størrelser kan derfor bestemmes når de to andre er gitt.

P , V og T er de vanligste tilstandsstørrelser i termodynamikken og brukes oftest som tilstandsvariable. Vi skal komme tilbake til andre tilstandsstørrelser som er entydig bestemt av to av de nevnte, slik som den indre energi av en gass, enthalpi og entropi. Mekanisk og teknisk arbeid, utført av eller tilført et stoff, er derimot ikke tilstandsstørrelser.

Vi så i avsnittene 4.2 og 4.3 (figur 2 og 3) at arbeidet ble forskjellig om utvidelse av stoffet skjedde langs kurve I eller kurve II. Arbeid oppfyller altså ikke den betingelse som er nevnt ovenfor for tilstandsstørrelser. Tilført varme til et legeme er heller ingen tilstandsstørrelse, som vi senere skal se.

I det følgende vil det "stoff" vi beskjeftiger oss med vanligvis være en gass. Som tilstandsvariable bruker vi trykk, volum og temperatur av gassen.

Trykket, den kraft pr. flateenhet som gassen øver, måles gjerne i kp/cm^2 . Denne enhet benevnes også en teknisk atmosfære, forkortet ata. En annen meget brukt enhet er atmosfære (atm) som er det trykk jordens lufthav under normale betingelser øver ved havets overflate.

Videre kan trykk måles i cm (eller mm) væskehøyde, idet en angir høyden av den væskesøyle som øver et hydrostatisk trykk lik gasstrykket. Det trykk som tilsvarer 1 mm kvikksølv-høyde kalles 1 torr.

Er væskens spesifikke vekt lik $\gamma \text{kp}/\text{dm}^3$ og dens høyden h cm, så blir vekten av en væskesøyle med 1 cm^2 tverrsnitt, dvs. det hydrostatiske trykk av den:

$$p = \frac{\gamma}{1000} h (\text{kp}/\text{cm}^2) \quad 5.1.(1)$$

Under normale betingelser holder lufttrykket ved havets overflate likevekt med en kvikksølv søyle som er 76 cm høy. Da kvikksølvets spesifikke vekt er $13,6 \cdot 10^{-3} \text{ kp}/\text{cm}^3$, får vi:

$$1 \text{ atm.} = \frac{13,6 \cdot 76}{1000} \text{ kp}/\text{cm}^2 = 1,033 \text{ ata} \quad 5.1.(2)$$

Dette tilsvarer 10,33 m vannsøyle.

Enheden bar er definisjonsmessig lik $10^5 \text{ N}/\text{m}^2$ (N = newton). I meteorologien brukes enheten milli-bar (mb) som er 10^{-3} bar.

$$1 \text{ atm.} \text{ tilsvarer } 1013,25 \text{ mb.} \quad 5.1.(3)$$

I England er trykkenheten lb/in^2 .

Vi har

$$1 \text{ ata} = 14,2 \text{ lb/in}^2$$

$$1 \text{ Atm} = 14,7 \quad "$$

5.1.(4)

I det etterfølgende vil vi bruke symbolet P for trykk målt i kp/m^2 .

Volumet av en gass er ofte angitt i dm^3 eller liter ($1 \text{ l} = 1.000028 \text{ dm}^3$). I den senere fremstilling vil V betegne volum målt med m^3 som enhet.

Temperaturen kan måles i grader celsius (fahrenheit) og betegnes da med $t(t_f)$. Mere vanlig er det i termodynamikken å bruke den absolutte temperaturskala. Temperaturen betegnes da med T som nevnt i avsnitt 2.1.

5.2. Tilstandsligningen for en ideell gass.

Med arbeidende substans mener vi i termodynamikken det stoff som formidler omsetningen av varmemengder til arbeid, eller omvendt. I praktisk talt alle varmekraftmaskiner brukes gasser eller damper som arbeidende substans. Vi må derfor kjenne tilstandsligninger for disse stoffer.

Det første fysisk-matematiske grunnlaget for gassers tilstandsligning ble lagt av engelskmannen Boyle i 1662 og franskmannen Mariotte 14 år senere. De fant at når en forandrer trykk (P) og volum (V) for en gassmengde, mens temperaturen hele tiden holdes konstant ved en bestemt verdi, vil de variable størrelser følge lovmessigheten:

$$P \cdot V = K = \text{konstant} \quad 5.2.(1)$$

Ligningen kalles Boyle-Mariottes lov og gjelder med meget god tilnærming for alle permanente gasser.

Endres temperaturen for gassmengden til en annen verdi og holdes konstant ved denne, fåes fremdeles samme lovmessighet, men K får en annen verdi. K er

derfor en "funksjon" av temperaturen:

$$K = K(T) \quad 5.2.(2)$$

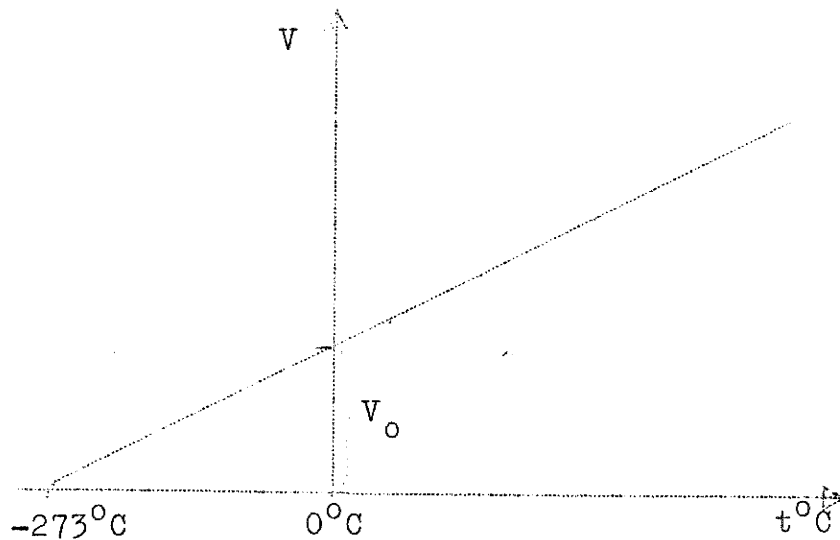
I 1802 fant franskmannen Gay-Lussac at alle permanente gasser ved oppvarming vil utvide seg etter ligningen:

$$V = V_0(1 + \alpha t) \quad 5.2.(3)$$

når trykket holdes konstant. Her er V_0 og V volumene ved henholdsvis 0°C og $t^\circ\text{C}$, og α , volumutvidelseskoeffisienten, har (tilnærmet) samme verdi for alle gasser. Nyere målinger angir dens verdi til

$$\alpha = \frac{1}{273,15} \quad 5.2.(4)$$

Ligningen er illustrert i figur 4.



Figur 4

Gassvolumets variasjon med temperaturen.

La oss anta at Gay-Lussacs ligning gjelder eksakt ved alle temperaturer. I så tilfelle vil gassens volum bli null når:

$$1 + \alpha t = 0$$

dvs. når:

$$t = -\frac{1}{\alpha} = -273,15^{\circ}\text{C} \quad 5.2.(5)$$

Dette punkt i temperaturskalaen har fått navnet "det absolutte nullpunkt" fordi det er umulig å tenke seg noen lavere temperatur. Under dette temperaturpunkt ville nemlig volumet bli negativt, og det er en fysisk umulighet.

En slik motivering fører (blandt flere andre) til at det er gunstig å innføre temperaturen $-273,15^{\circ}\text{C}$ som nullpunkt i en ny temperaturskala, som omtalt i avsnitt 2.1.

Innføres denne temperaturskala i Gay-Lussacs ligning, får vi:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{T - 273,15}{273,15}\right) = V_0 \frac{T}{T_0} \quad 5.2.(6)$$

T er her gassens temperatur i kelvingrader og $T_0 = 273,15^{\circ}\text{K}$ tilsvarer 0°C .

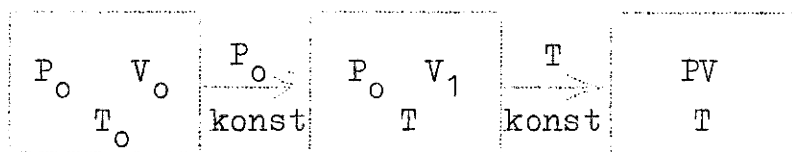
Senere undersøkelser har vist at hverken Boyle-Mariottes eller Gay-Lussacs ligninger gjelder helt eksakt for virkelige gasser og damper. En har inidertid innført en ideel gass, en tenkt gass, som bl.a. har den egenskap at den følger disse lovmessigheter eksakt. I det følgende vil vi tenke oss at vi bruker en slik gass. I praksis vil de avvik vi vil måtte regne med om vi behandlet en virkelig gass vanligvis ha liten betydning.

Jo mindre trykk og jo høyere temperatur en gass har (dvs. jo lenger den er fjernet fra sitt metningspunkt), dessto mer vil den ligne en ideell gass.

De to gassligninger kan sammenfattes i én ligning ved følgende resonnement:

Vi har en gassmengde som ved 0°C , dvs. ved $T_0 = 273^{\circ}\text{K}$, har volumet V_0 og trykket P_0 . Mens vi holder trykket konstant, forandres gasstemperaturen til $T^{\circ}\text{K}$. Volumet blir da etter Gay-Lussac's lov:

$$V_1 = V_0 \frac{T}{T_0}$$



Figur 5.

Tilstandsforandringer

Deretter endres trykket til P, mens temperaturen holdes konstant. Volumet V_1 vil da, ifølge Boyle-Mariottes lov, endres etter ligningen:

$$P \cdot V = \text{konst.} = P_0 V_1 = P_0 V_0 \frac{T}{T_0}$$

Samles variable som tilhører samme tilstand på samme side av likhetstegnet, får vi tilstandsligningen for ideell gass, også kalt Clapayrons ligning:

$$\frac{P V}{T} = \frac{P_0 V_0}{T_0} \quad 5.2.(7)$$

Vi har her ikke spesifisert tilstanden (P,V,T) på annen måte enn at verdiene av de tilstandsvariable skal være fremkommet av de tilsvarende begynnerverdier (P_0, V_0, T_0) som følge av de to gassligningene. Siden produktet av trykk og volum dividert med den absolute temperatur for det ene sett variable blir lik det tilsvarende uttrykk for det andre sett variable, må vi slutte at dette uttrykk:

$$\frac{P V}{T}$$

er en konstant for den bestemte gassmengde vi har. Denne konstant kalles gasskonstanten. Den betegnes med $R_{x,y}$ (x til spesifikasjon av gass, y til mengde), og den er bestemt hvis sammenhørende verdier av de tre tilstandsvariable for gassen er gitt, dvs. hvis én

tilstand av gassmengden er fullstendig definert.

Tilstandsligningen for en ideell gass, Clapeyrons ligning, får de følgende form:

$$\frac{P \cdot V}{T} = x R_y \quad 5.2.(8)$$

5.3. Van der Waals ligning.

Som vi nevnte ovenfor gjelder tilstandsligningen 5.2.(8) strengt tatt bare for en ideell gass, bare tilnærmet for en virkelig gass. Hollenderen van der Waal har modifisert ligningen slik at den passer bedre til de virkelige gasser. Hans tilstandsligning lyder

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = x R_y T \quad 5.3.(1)$$

hvor P, V, T og R betyr det samme som tidligere. a og b er konstanter som er forskjellige fra gass til gass. Korreksjonsleddene $\frac{a}{V^2}$ og b er forholdsvis små, og er uttrykk for kreftene mellom molekylene i gassen og molekylene endelige utstrekning. I en ideell gass er det ingen krefter mellom molekylene og de har ingen utstrekning. Konstantene a og b blir derfor for en slik gass begge lik null.

Konstantene a og b er bestemt for en rekke permanente gasser og damper og finnes oppført i tabellverker.

5.4. Gasskonstanten.

En gassmengde G (kp) med spesifikk vekt γ_0 (kp/m³) ved 0°C og normalt trykk P₀ (1 atm. = 1,033 · 10⁴ kp/m²) har under disse betingelser volumet:

$$V_0 = \frac{G}{\gamma_0} \text{ (m}^3\text{)} \quad 5.4.(1)$$

Gasskonstanten $R_{x,y}$ blir da i følge ligning 5.2.(8)

$$x^R G = \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{1,033 \cdot 10^4 (\text{kp/m}^2)}{273 (\text{°K})} \cdot \frac{G}{\gamma_0} (\text{m}^3) =$$

$$37,8 \frac{G}{\gamma_0} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right) = G_{xR_1} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right)$$

x^R_1 betegner gasskonstanten for 1 kp av gassen x:

$$x^R_1 = \frac{37,8}{\gamma_0} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{kp.grad}} \right) \quad 5.4.(2)$$

Det er alminnelig å angi den spesifikke vekt av en gass i forhold til luftens spesifikke vekt (ved samme trykk og temperatur) ved det vi kaller damptettheten δ

$$\gamma_0 = \delta \cdot \gamma_{l_0} \quad 5.4.(3)$$

hvor $\gamma_{l_0} = 1,293 \text{ kp/m}^3$ er luftens spesifikke vekt ved 0°C og normalt trykk. Innsettes dette i ligning 5.4.(2), fåes:

$$x^R_1 = \frac{37,8}{1,293} \frac{G}{\delta} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right) = 29,3 \frac{G}{\delta} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right)$$

Gasskonstanten for 1 kp luft blir

$$l^R_1 = 29,3 \text{ kpm/grad} \quad 5.4.(4)$$

Velger vi å uttrykke G i antall (v) mol.

$$G = \frac{vM}{1000}, \quad 5.4.(5)$$

får vi:

$$R_v = 29,3 \cdot 10^{-3} \frac{vM}{\delta} \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right) \quad 5.4.(6)$$

Nå er ifølge Avogadros lov i varmelæren forholdet mellom molekylvekten (M) og damptettheten (δ) konstant for alle gasser:

$$\frac{M}{\delta} = \frac{M_1}{\delta_1} \dots = 28,95 \text{ (luftens midlere molekylvekt)} \quad 5.4.(7)$$

Innsatt i 5.4.(6) gir dette:

$$R_v = 0,848 v \left(\frac{\text{kpm}}{\text{grad}} \right) \quad 5.4.(8)$$

Dette uttrykk gjelder for alle gasser når mengden av gassen er angitt i antall mol (v).

Gasskonstanten for ett mol av hvilket som helst gass:

$$R = 0,848 \text{ kpm/grad} (= 8,314 \text{ J/grad}) \quad 5.4.(9)$$

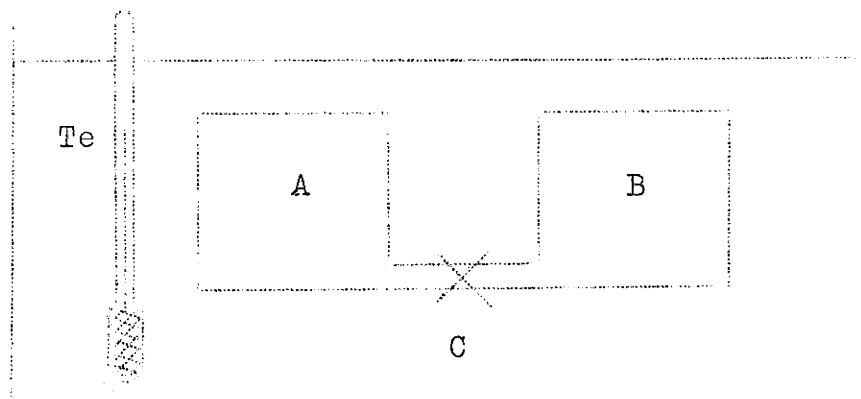
betegnes som den universelle gasskonstant.

6. Tilstandsstørrelser.

6.1. Joule's forsøk.

I avsnitt 4.4, ble den indre energi for en stoffmengde definert som summen av alle energimengder, inklusive mekanisk arbeid, som tilføres stoffmengden i ro. Vi skal se hvordan denne indre energi, U , for en gass avhenger av de tilstandsvariable, P , V og T .

Engelskmannen Joule utførte litt før 1850 følgende forsøk:



Figur 6
Joule's forsøk

I et vannbad, hvis temperatur kunne avleses på termometeret T_e (figur 6), var nedsenket to beholdere A og B. Disse sto i forbindelse med hverandre ved et rør hvor ventilen C stengte eller åpnet forbindelsen. Med stengt ventil C ble A fylt med luft av et trykk noe over 20 atm., mens B ble pumpet lufttom. Temperaturen T ble avlest. Ventilen C ble deretter nå åpnet så luften i beholder A fordelte seg i begge beholdere. Temperaturen ble igjen avlest, og Joule fant at den etter trykkutjevningen mellom A og B var den samme som før ventilen C ble åpnet.

Hva kan en slutte av dette forsøk ?

Ifølge varmelærens 1. hovedsetning, ligning 4.6.(4) er

$$\delta Q = \delta U + PdV$$

hvor δQ er tilført varme utenfra til stoffmengden, her luftmengden. δU er forandringen av den indre energi og PdV er utført arbeide av stoffet utad. Joule's forsøk viste at det ikke var skjedd noen temperaturforandring av vannbadet, dvs. det var hverken tilført noen varme til det fra beholderne eller gått noe varme fra det inn i beholderne fra vannbadet. δQ var altså lik 0. Heller ikke ble noe arbeide utført, eller tilført utenfra, av systemet A + B, da volumet ($V_A + V_B$) var de samme før og etter prosessen, dvs. $dV = 0$. Vi får at

$$0 = \delta U + 0$$

dvs. at den indre energi av luften er uforandret på tross av at den har utvidet seg fra volumet av A til volumet av (A + B) og trykket har sunket fra vel 20 atm. til omtrent halvparten. (Volumene av A og B var omtrent like store). Av dette må vi slutte at den indre energi U ikke avhenger av P eller V. Og skal den forandres når de tilstandsvariable for gassen varierer, kan den derfor bare være avhengig av tempe-

aturen:

$$U = U (T) . \quad 6.1.(1)$$

Senere forsøk har vist at denne lovmessighet bare gjelder tilnærmet for reelle gasser.

I alminnelighet får en ved vanlige temperaturer en liten avkjøling av gassen når den utvides på denne måte som her, den såkalte Joule-Thomson effekt. Den nyttes bl.a. i Lindes kuldmaskin til kondensasjon av gasser.

For en ideell gass gjelder imidlertid ligning 6.1.(1) strengt, og tilnærmelsen er brukbar også for reelle gasser.

6.2. Den indre energi for en ideell gass.

La oss til ν mol av en ideell gass, som er avsperrret så volumet ikke kan endres, tilføre varmemengdene δQ . Temperaturen endres da med beløpet dT , mens utført arbeide PdV er null siden volumet er konstant ($dV = 0$).

Tilført varme blir:

$$\delta Q = \nu C_V dT \quad 6.2.(1)$$

C_V er den molare varmekapasitet for gassen ved konstant volum. (Den er forskjellig fra den molare varmekapasitet, C_p , som gassen har når trykket holdes konstant.)

Anvender vi uttrykket for varmelærens 1. hovedsetning, ligning 4.6.(4), på denne gassmengde, får vi:

$$\nu C_V dT = \delta Q = \delta U + PdV = \delta U,$$

eller:

$$\delta U = \nu C_V dT \quad 6.2.(2)$$

Vi har her fått en ligning som gir oss endringen av U når T varierer. Siden U ifølge Joule's forsøk bare var en funksjon av T , må δU i ligning 6.2.(2) være et

fullstendig differensial dU , og ligningen kan integre-
res:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \nu C_V (T_2 - T_1) \quad 6.2.(3)$$

Kjennes verdien av U_1 ved temperaturen T_1 , kan den indre energi finnes av denne ligning ved en hvilkensomhelst annen temperatur.

Ligningen viser at for en vektmengde av en ideell gass er den indre energi alltid den samme ved samme absolute temperatur (uansett på hvilken måte denne temperatur er oppnådd). Den indre energi er derfor en tilstandsstorrelse (se avsnitt 5.1.)

Ligning 6.2.(3) skrives ofte på denne form:

$$U = \nu C_V T + U_0 \quad 6.2.(4)$$

Konstanten U_0 betyr da den indre energi ved det absolute nullpunkt.

I den tekniske termodynamikk er en lite interessert i å kjenne den absolute verdi for den indre energi. Det som er nødvendig er å kunne beregne dens totale endring, ΔU , når gasmengden bringes fra én tilstand til en annen. Til dette er ligning 6.2.(3) tilstrekkelig.

6.3. Forbindelse mellom R , C_p og C_v .

Det differensielle uttrykk for varmelærens 1. hovedsetning, ligning 4.6.(4), for ν mol av en ideell gass kan ved hjelp av ligning 6.2.(2) skrives på formen:

$$\delta Q = \nu C_V dT + PdV \quad 6.3.(1)$$

Betegnelser er som før.

Generelt, dvs. for enhver tilstandsforandring av en ideell gass, vil den tilførte varmemengde δQ , som gir gassen en temperaturøkning dT , kunne skrives:

$$\delta Q = \nu C dT \quad 6.3.(2)$$

C er den molare varmekapasitet som gjelder for gassen ved den spesielle tilstandsforandring som vi betrakter.

Ligning 6.3.(1) kan da skrives

$$\nu C dT = \nu C_V dT + PdV \quad 6.3.(3)$$

La oss spesielt tenke på en tilstandsforandring hvor trykket holdes konstant, mens volum og temperatur endres: Da er $C = C_p$ den molare varmekapasitet for gassen ved konstant trykk, og ligningen ovenfor blir:

$$\nu C_p dT = \nu C_V dT + PdV$$

eller

$$C_p - C_V = \frac{P}{\nu} \left(\frac{\delta V}{\delta T} \right)_p$$

$\left(\frac{\delta V}{\delta T} \right)_p$ betyr endringen av volumet ved en liten temperatur-
endring når trykket holdes konstant.

Vi finner av ligning 5.2.(8) og ligning 5.4.(8) at:

$$\left(\frac{\delta V}{\delta T} \right)_p = \frac{\nu R}{P}$$

hvor R er den universelle gasskonstant.

Innsatt i ovenstående ligning gir dette:

$$C_p - C_V = R \quad 6.3.(4)$$

Differensen mellom den molare varmekapasitet ved konstant trykk og ved konstant volum er lik den universelle gasskonstant (når alle tre størrelser måles i samme enheter).

Tilsvarende finner vi ved å dividere begge sider av ligning 6.3.(4) med molekylvekten, M, av gassen at:

$$c_p - c_v = \frac{R}{X} \quad 6.3.(5)$$

differansen mellom de spesifikke varmekapasiteter ved konstant trykk og konstant volum er lik gasskonstanten for 1 kp av gassen.

(Denne ligning kan, som Robert Major (1840) viste, brukes til å bestemme varmens mekaniske ekvivalent J.

For luft er $c_p = 0,2392$ kcal/kp.grad, $c_v = 0,1680$ kcal/kp.grad og $R = 29,3$ kpm/kp.grad (5.4.(4)).

Innsettes disse tall i ligning 6.3.(5) i samme enheter fåes:

$$J = \frac{29,3}{0,2392 - 0,1680} \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}} = 412 \frac{\text{kpm}}{\text{kcal}}$$

Verdien er som vi ser ikke helt riktig, men tross alt bra, - feilkilder tatt i betrakning -.)

Forholdet mellom de molare (og spesifikke) varmekapasiteter ved konstant trykk og konstant volum av en gass:

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v} \left(= \frac{c_p}{c_v} \right) \quad 6.3.(6)$$

er en meget brukt størrelse i termodynamikken. Av ligningene 6.3.(4) og 6.3.(6) utledes lett:

$$C_p = \frac{\kappa}{\kappa-1} R \quad 6.3.(7)$$

$$C_v = \frac{1}{\kappa-1} R$$

For en ideell gass er de tre størrelser R , C_p og C_v konstanter. Teoretisk kan en vise at:

$$C_v = \frac{3}{2} R \text{ for en ideell énatomig gass}$$

$$C_v = \frac{5}{2} R \text{ " " " to " "}$$

$$C_v = 2 R \text{ " " " tre " "}$$

Tilsvarende verdier for C_p finnes av ligning 6.3.(4).

For reelle gasser varierer de molare og spesifikke varmekapasiteter noe med temperatur og trykk.

(Ved nøyaktigere utregning av uttrykk hvor disse størrelser forekommer i en integrand (som ved den indre energi, entropi og enthalpi), må en ta hensyn til denne variasjon. Integralene må da utregnes ved numerisk integrasjon. Verdier for c_p og c_v for ulike gasser ved forskjellige temperaturer og trykk, er gitt i tabeller).

6.4. Enthalpi.

Ved hjelp av den matematiske identitet

$$d(PV) = PdV + VdP \quad 6.4.(1)$$

kan ligning 4.6.(4) for varmelærens 1. hovedsetning omformes:

$$\begin{aligned} \delta Q &= dU + PdV = dU + d(PV) - VdP \\ \delta Q &= d(U + PV) - VdP = dI - VdP \end{aligned} \quad 6.4.(2)$$

Uttrykket

$$I = U + PV \quad 6.4.(3)$$

kalles gassmengdens enthalpi. Enthalpieren er summen av gassmengdens indre energi og produktet av dens trykk og volum i den tilstand gassmengden er i.

Enthalpibegrepet er meget brukt i læren om varmekraftmaskiner.

Innføres uttrykket for den indre energi etter ligning 6.2.(4) og

$$PV = \nu R T$$

i ligning 6.4.(3), får vi :

$$\begin{aligned} I &= \nu C_V T + U_0 + \nu RT = \nu(C_V + R)T + U_0 \\ I &= \nu C_p T + U_0 = \kappa U + I_0 \end{aligned} \quad 6.4.(4)$$

De to siste omforminger fåes ved hjelp av ligningene 6.3.(4) og 6.3.(6). Som vi ser er uttrykket 6.4.(4) for enthalpieren helt analogt med uttrykket for den indre energi, ligning 6.2.(4). Forskjellen er at de formelmessige uttrykk for dem inneholder hver sin av de molare varmekapasiteter for konstant trykk og konstant volum av gassen. Når det er tale om differenser, er enthalpiendringen lik endringen av den indre energi ganget med en konstant (κ):

$$\Delta I = \kappa \Delta U \quad 6.4.(5)$$

I likhet med den indre energi må derfor enthalpien være en tilstandsstørrelse for gassen.

6.5. Varme og arbeid.

Vi har funnet følgende forbindelser mellom små endringer av varmemengder, indre energi og mekanisk arbeid for en gassmengde (ν moll):

$$\begin{aligned}\delta Q &= dU + \delta A \\ &= \nu C_V dT + PdV\end{aligned}\tag{6.5.(1)}$$

i avsnitt 4.6 og 6.2, og mellom små endringer av varmemengder, enthalpi og teknisk arbeid:

$$\begin{aligned}\delta Q &= dI + \delta A' \\ &= \nu C_p dT - VdP\end{aligned}\tag{6.5.(2)}$$

i avsnitt 6.4.

Av disse forbindelser skal vi utlede ligninger mellom endelige (større) endringer av de samme størrelser.

Vi betrakter en gassmengde (ν mol) innesperret i en sylinder med et tettsluttende bevegelig stempel (se figur 2, avsnitt 4.2.). Til å begynne med har gassen et trykk P_1 , et volum V_1 , og en temperatur T_1 (tilstand 1) og holder da likevekt med stemplets mottrykk. Gassmengden tilføres så suksessivt varme slik at den utvider seg gradvis til sluttvolumet V_2 . Trykket varierer under utvidelsen etter kurve I til slutttrykk P_2 , og temperaturen endres til T_2 i slutttilstand 2.

Under ideelle forhold (ingen varmelekkasje eller arbeid tapt som friksjonsvarme) vil den totale varmemengde som det er nødvendig å tilføre gassmengden for å overføre den fra tilstand 1 til tilstand 2 være summen av en rekke delvarmemengder gitt ved ligning 6.5.(1) eller 6.5.(2).

Vi får ved grenseovergangen:

$$Q_I = \lim \sum \delta Q_I = \int_1^2 dU + \lim \sum \delta A_I$$

$$Q_I = U_2 - U_1 + A_I \quad 6.5.(3)$$

$$= \nu C_V (T_2 - T_1) + \int_{V_1}^{V_2} P_I dV$$

fra ligning 6.5.(1), og tilsvarende:

$$Q_I = I_2 - I_1 + A'_I \quad 6.5.(4)$$

$$= \nu C_P (T_2 - T_1) - \int_{P_1}^{P_2} V_I dP$$

fra ligning 6.5.(2).

Den totale varmemengde som det er nødvendig å tilføre gassmengden for overgang fra tilstand 1 til tilstand 2 er lik enten:

Summen av endringen av den indre energi ved tilstandsforandringer og det utførte mekaniske arbeid
eller:

Summen av enthalpiendringen ved tilstandsforandringen og utført teknisk arbeid.

Setningene er omvendbare. Ved tilføring av arbeid (ved kompressjon av gassmengden), vil det bli frigjort en varmemengde som kan regnes ut av ligningene ovenfor hvis arbeidsprosessen foregår under ideelle forhold.

Det vil i praksis være nødvendig å tilføre noe mer varme enn det som beregnes av ligningene ved utvidelse av gassen for å kompensere for tapt energi, f.eks. i form av friksjonsarbeid og -varme. Tilsvarende vil en ved kom-

pressjon ved et gitt tilført arbeid ikke få ut riktig så stor varmemengde som beregnet av ligningene (irreversibel prosess).

Ved henholdsvis ekspansjon og kompresjon av gassen vil derfor de beregnede varmemengder være de som minst er nødvendige og de som mest kan fåes ved prosessene.

Da det mekaniske (eller tekniske) arbeid som frigjøres ved endring av gasstilstanden fra 1 til 2 er avhengig av hvilken trykk-volum sammenheng vi har under endringen (kurve I eller II i figur 2 b), mens endringen av den indre energi (og enthalpi endringen) er den samme uansett kurveforløp, vil den tilførte varme være avhengig av på hvilken måte endringen fåregår. Tilført varme til en gassmengde som forandrer tilstand er derfor, slik som utført arbeid, ingen tilstandsstørrelse for gassen.

6.6. Entropi for ideell gass.

Divideres leddene på begge sider av likhetstegnet i ligning 6.5.(1) med den absolute temperatur som gassmengden har, fåes den nye ligning:

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu C_V \frac{dT}{T} + \frac{P}{T} dV \quad 6.6.(1)$$

P i siste ledd kan elimineres ved hjelp av tilstandsligningen for ν mol av en ideell gass (ligning 5.2.(8) og 5.4.(8)). Dette gir:

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu \left(C_V \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} \right) \quad 6.6.(2)$$

Samme fremgangsmåte anvendt på ligning 6.5.(2) gir følgende uttrykk:

$$\frac{\delta Q}{T} = \nu \left(C_P \frac{dT}{T} - R \frac{dP}{P} \right) \quad 6.6.(3)$$

Høyre side av de to siste ligninger kan integreres. De må derfor begge være et totalt differensial. Vi betegner dette med dS , og får:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \quad 6.6.(4)$$

S kalles gassmengdens entropi og er definert ved ligning 6.6.(4): En gassmengde med temperatur T som blir tilført en liten varmemengde δQ vil få sin entropi øket med $\frac{\delta Q}{T}$

I motsetning til Q er S en tilstandsvariabel for gassmengden. Den vil alltid ha samme verdi i en bestemt gasstilstand uansett på hvilken måte gassen er kommet i denne tilstand. Dette slutter vi av ligningene 6.6.(2) og 6.6.(3) som med uttrykk 6.6.(4) innsatt kan integreres uten at den tredje tilstandsvariable P, henholdsvis V, behøver å pålegges noen som helst betingelse for dens variasjon. (Den er gitt ved tilstandsligningen).

Utføres integrasjonene, fåes av ligning 6.6.(2):

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \nu C_V \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) + \frac{R}{C_V} \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \right] \quad 6.6.(5)$$

$$\Delta S = \nu C_V \ln \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right) \cdot \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\kappa-1} \right]$$

og av ligning 6.6.(3):

$$\Delta S = \nu C_P \left[\ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{R}{C_P} \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \right]$$

$$\Delta S = \nu C_P \ln \left[\left(\frac{T_2}{T_1} \right) \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad 6.6.(6)$$

Gasskonstanten R er eliminert ved hjelp av ligning 6.3.(7).

Ligning 6.6.(6) kan utledes av 6.6.(5) ved å eliminere V_1 og V_2 ved hjelp av tilstandsligningen for en ideell gass.

Et tredje uttrykk for ΔS fåes ved å eliminere T_1 og T_2 :

$$S = \nu C_V \ln \left(\frac{P_2 V_2^\kappa}{P_1 V_1^\kappa} \right) \quad 6.6.(7)$$

6.7. Tilstandsstørrelser for reelle gasser.

Det er i de foregående avsnitt utledet uttrykk for de tre tilstandsstørrelser indre energi, enthalpi og entropi for en mengde av en ideell gass. Definisjonene for de tre størrelser, gitt ved de differensielle uttrykk, gjelder også for reelle gasser. De integrerte uttrykk gjelder derimot bare med en viss tilnærming idet forutsetningen om at de molare varmekapasiteter skal være konstanter under integrasjonene ikke holder stikk for reelle gasser. De følger heller ikke helt tilstandsligningen for en ideell gass.

Det er utarbeidet tabeller for de tre tilstandsstørrelser, beregnet for forskjellige gasser og damper for forskjellige verdier av de tilstandsvariable. Ved nøyaktigere beregninger av tilstandsforandringer for reelle gasser hvor begrepene indre energi, enthalpi eller entropi nyttes, må en bruke slike tabeller.

7. Gassers tilstandsforandringer.

7.1. Grafisk representasjon.

Som nevnt (avsnitt 5) bestemmer sammenhørende verdier av de tre tilstandsstørrelser P , V og T en bestemt gassmengdes tilstand. Forandres ved ytre inngrep én eller to av disse størrelser, vil de resterende endres lovmessig etter en tilstandsligning:

$$F(P, V, T) = 0 \qquad 7.1.(1)$$

En slik forandring kalles en tilstandsforandring (eller tilstandsending) av gassmengden.

For v moll av en ideell gass har ligning 7.1.(1) formen:

$$\frac{PV}{T} = vR \qquad 7.1.(2)$$

Sammenhørende verdier av de tre tilstandsstørrelser etter ligningene ovenfor kan representeres ved en flate i et rettvinklet P, V, T - aksekors. En tilstandsforandring vil da bli illustrert ved en romkurve som ligger på denne flaten. En slik framstilling er tungvindt, og ofte lite oversiktlig, og en nytter derfor romkurvenes projeksjon inn på et av koordinatakseplanene som illustrasjon på tilstandsforandringen. Verdier for den koordinat som da faller ut, kan anmerkes på den plane kurve.

Det vanligste brukte projeksjonsplan er PV-planet, og den grafiske illustrasjon av tilstandsforandringen skjer da i det som kalles et PV-diagram. Figur 2 og 3 i avsnittene 4.2 og 4.3 er eksempler på en slik framstilling. PV-diagrammet har den egenskap at mekanisk og teknisk arbeid representeres av arealer mellom kurven for tilstandsforandringen og V-, henholdsvis P-aksen.

Det er i og for seg ingenting i veien for å erstatte en av de tre ovenfor nevnte tilstandsstørrelser med en annen tilstandsstørrelse for gassmengden og la denne være tilstandsvariabel. Den indre energi eller enthalpien, som begge er funksjoner av T alene (for en ideell gass, se avsnitt 6.2. og 6.4.), vil kunne erstatte denne, og vi kunne av ligningen

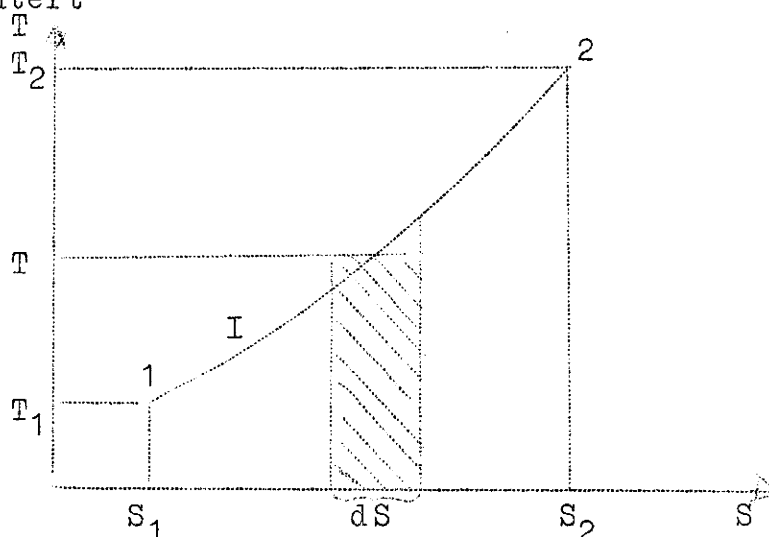
$$F_1(P, V, I) = 0 \qquad 7.1.(3)$$

danne oss f.eks. et IP-diagram. Dette er brukt en del.

Mer alminnelig er det å erstatte en av de tilstandsstørrelser P og V med entropien S ved eliminasjon av en av dem ved hjelp av ligning 6.6.(5) eller 6.6.(6) og innsetning i ligning 7.1.(2). En tilstandsforandring vil da kunne fremstilles ved en kurve i et TS-diagram (temperatur-entropi diagram) som i figur 7. Fordelen ved en slik framstilling er at tilførte varmemengder til prosessen kan representeres som areal. Av definisjonsligningen for entropi, ligning 6.6.(4), får vi nemlig:

$$\delta Q = T d S \qquad 7.1.(4)$$

dvs. at den varmemengde δQ , som tilføres gassmengden ved temperaturen T og gir den en entropiøkning dS , i figuren representert



Figur 7

Temperatur- entropidiagram.

ved det skraverte areal. Hvis gassmengden starter i tilstand 1 og endrer seg til tilstand 2 slik at lovmessigheten mellom T og S følger kurve I, vil den totalt tilførte varme Q_1 være illustrert ved arealet mellom kurven og S -aksen, og gitt ved uttrykket:

$$Q_I = \int_{S_1}^{S_2} T dS \quad 7.1.(5)$$

7.2. Isoterm tilstandsforandring.

Ved passende valg av ytre betingelser kan tilstandsforandringer skje etter mer begrensede lovmessigheter enn tilstandsligningen forlanger. Vi kan inndele tilstandsforandringer i hovedgrupper etter hvordan denne begrensede lovmessighet er.

En tilstandsforandring som oppfyller den betingelse at temperaturen holder seg konstant om de to andre tilstandsvariable forandrer verdi, kalles en isoterm (like-temperatur) forandring:

En isoterm tilstandsforandring kan tilnærmet oppnåes ved å holde gassmengden innesluttet i en metall-

syylinder (veggene skal være gode varmeledere) med tett-sluttende bevegelig stempel. Synderen skal være neddykket i vannbad som holder konstant temperatur. Når volumet endres ved at stemplet beveges, vil trykket endres. Hvis bevegelsen skjer langsomt nok, vil ikke temperaturen forandres, fordi varme vil ledes gjennom sylinderveggene fra vann til gass (eller omvendt) og jevne ut temperaturforskjellene.

Ligningen for den isoterme tilstandsforandring blir:

$$P V = \nu R T = \text{konst.} (=K_t) \quad 7.2.(1)$$

dvs.: Boyle-Mariottes lov.

I et PV-diagram vil tilstandsforandringen illustreres ved en likesidet hyperbel, figur 8, kurve (t), med koordinataksene til asymptoter. Vi kaller denne kurve for gassens isoterm for temperaturen T. Økes vannbadets temperatur til T_1 og holdes konstant på denne verdi, vil vi få en annen hyperbel-kurve som ligger over den forrige kurve. Vi har fått isoterm for temperaturen T_1 . Det vil være en uendelighet av isotermer svarende til den uendelighet av temperaturer gassen kan ha. Den konstante temperatur som karakteriserer isoterme er ofte påskrevet kurven.

I et TS-diagram vil en isoterm forandring representeres ved en linje parallell med S-aksen, figur 9, kurve (t), da jo T er konstant.

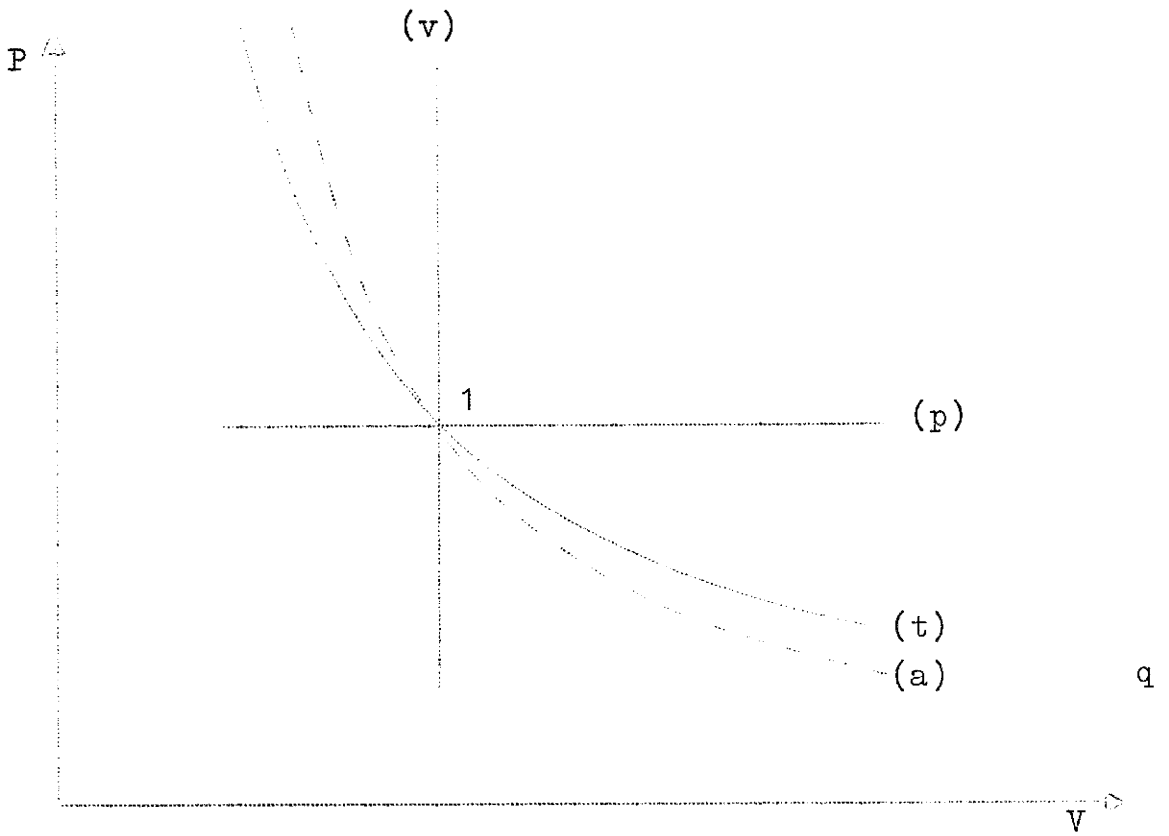
Ved en isoterm forandring fra tilstand 1 til tilstand 2 vil den indre energi og enthalpien ikke endres. I følge ligning 6.2.(3) og 6.4.(5) blir

$$\Delta U_t = \Delta I_t = 0 \quad 7.2.(2)$$

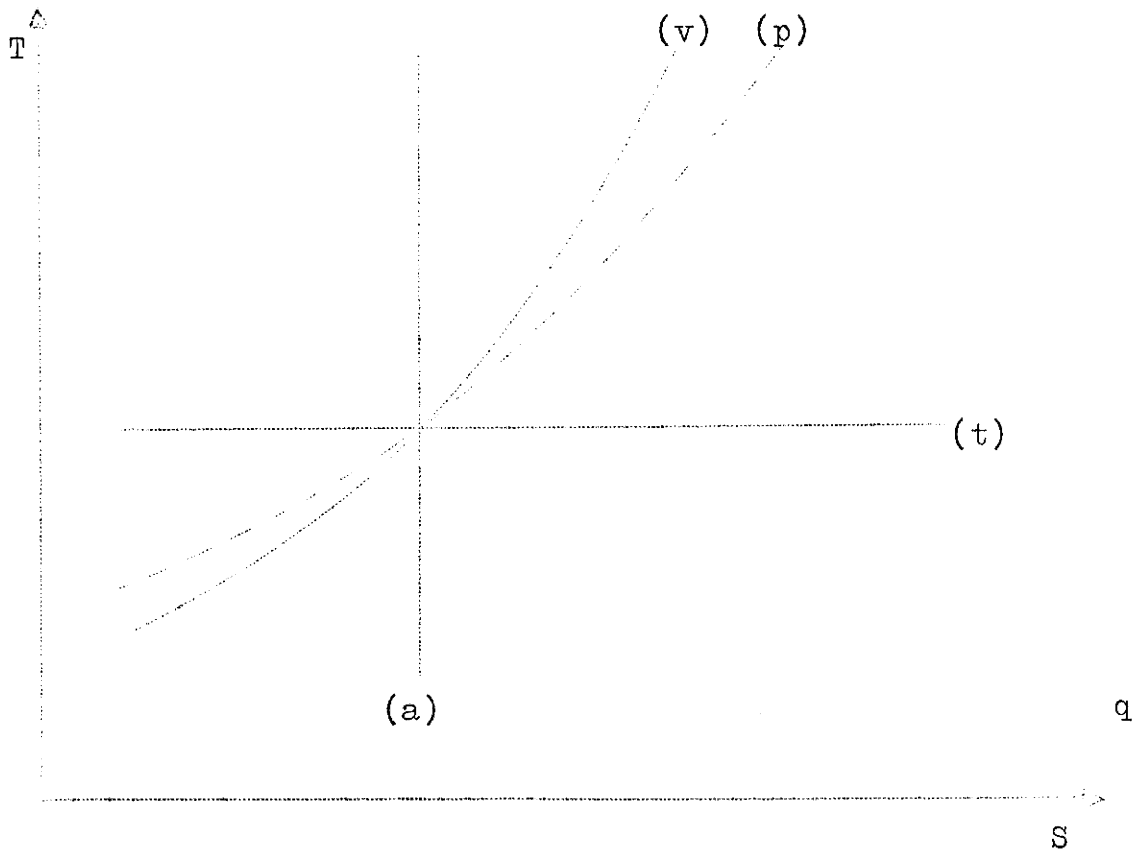
fordi $\Delta T = 0$

Entropiendringen blir ifølge ligningene 6.6.(5) og 6.6.(6)

$$\Delta S_t = \nu R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \nu R \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad 7.2.(3)$$



Figur 8
PV-diagram



Figur 9
TS-diagram

Videre får vi av ligningen 6.5.(4), 6.5.(3) at tilført varme blir lik utført mekanisk arbeid og utført teknisk arbeid:

$$Q_t = A_t = A'_t \quad 7.2.(4)$$

$$A_t = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \nu R T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad 7.2.(5)$$

$$A'_t = \int_{P_1}^{P_2} VdP = \nu R T \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) \quad 7.2.(6)$$

De to siste integrasjoner er utført etter eliminasjon av P, henholdsvis V, ved hjelp av ligning 7.2.(1)

7.3. Isochor (like-rom) forandring er karakterisert ved at volumet holdes konstant. En gassmengde innesluttet i et kar som ikke kan forandre volum vil gjennomgå en isochor forandring når trykket varierer.

Betingelsen

$$V = \text{konstant}$$

gir oss ligningen for tilstandsforandringen:

$$\frac{P}{T} = \nu \frac{R}{V} = \text{konst. } (=K_V) \quad 7.3.(1)$$

I et PV-diagram vil forandringen representeres ved en rett linje parallell med P-aksen (se figur 8, kurve (v)).

Ved en forandring av gasstilstanden fra 1 til 2 vil vi ikke kunne få ut noe mekanisk arbeid av gassen siden $dV = 0$:

$$A_V = 0 \quad 7.3.(2)$$

(Suffiks v står for konstant volum)

Det tekniske arbeid blir:

$$A'_v = V_1(P_1 - P_2) \quad 7.3.(3)$$

som en kan avlese av PV-diagrammet eller finne av ligning 4.3.(4).

Den tilførte varmemengde blir ifølge ligning 7.3.(2) og 6.5.(3) lik endringen av den indre energi:

$$Q_v = \Delta U_v = \nu C_v(T_2 - T_1) = \frac{\nu}{\kappa - 1}(P_2 - P_1) \quad 7.3.(4)$$

Enthalpiendringen får vi av f.eks. ligning 6.4.(5):

$$\Delta I_v = \kappa \Delta U_v = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{\kappa \nu}{\kappa - 1}(P_2 - P_1), \quad 7.3.(4)$$

og entropiendringen av ligningene 6.6.(5) og 6.6.(7):

$$\Delta S_v = \nu C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \nu C_v \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad 7.3.(5)$$

Av den siste ligning får vi også hvordan en isochor tilstandsforandring vil ta seg ut i et TS-diagram. Løses ligning 7.3.(5) med hensyn på T_2 , som vi betrakter som avhengig variabel og betegner med T_v , (temperaturens variasjon når volumet holdes konstant), får vi:

$$T_v = T_1 e^{\frac{\Delta S_v}{\nu C_v}} \quad 7.3.(6)$$

T vokser eksponentielt med S. Sammenhengen er vist i figur 9, kurve (v).

7.4. Isobar (like-trykk) forandring. Her skal trykket ikke forandres. En gassmengde innesluttet i en sylinder lukket av et friksjonsfritt stempel vil kunne gjennomføre en isobar tilstandsforandring, idet trykket i gassen

hele tiden vil være lik det ytre lufttrykk (eventuelt med tillegg eller fradrag av vekten av stemplet om sylindren står loddrett).

Med $P = \text{konst.}$ får vi som tilstandsligning for en isobar prosess:

$$\frac{V}{T} = \nu \frac{R}{P} = \text{konst. } (=K_p) \quad 7.4.(1)$$

Den representeres grafisk ved en rett linje parallelt med V-aksen i PV-diagrammet (figur 8, kurve (p)).

Siden P er konstant, er $dP = 0$, og det tekniske arbeid som kunne utføres ved en forandring fra en tilstand 1 til tilstand 2 blir null:

$$A'_p = 0 \quad 7.4.(2)$$

Det mekaniske arbeid blir:

$$A_p = P_1(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1) \quad 7.4.(3)$$

Som følge av ligning 7.4.(2) blir tilført varmemengde lik enthalpiendring (se ligning 6.5.(4)):

$$Q_p = \Delta I_p = \nu C_p(T_2 - T_1) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} P_1(V_2 - V_1) \quad 7.4.(4)$$

Uttrykk for den indre energi uttrykt ved temperaturen i begynnelses- og slutt-tilstand er gitt ved den generelle ligning 6.2.(3). Vil en bruke trykk og volum som variable, fås U lettest av ligning 6.4.(5) og 7.4.(4):

$$\Delta U_p = \frac{1}{\kappa - 1} P_1(V_2 - V_1) \quad 7.4.(5)$$

Entropiendringen fåes av ligningene 6.6.(6) og 6.6.(7):

$$\Delta S_p = \nu C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \nu C_p \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad 7.4.(5)$$

I likhet med den isochore tilstandsforandring vil den isobare fremstilles i et TS-diagram ved en eksponensialkurve:

$$T_p = T_1 e^{\frac{\Delta S_p}{\nu C_p}} \quad 7.4.(6)$$

Forskjellen er at mens den molare varmekapasitet ved konstant volum opptrer i eksponenten ved den isochore prosess, har vi for den isobare prosess den molare varmekapasitet ved konstant trykk.

Kurven er vist i figur 9, linje (p).

7.5. Adiabatisk (ingen gjennomgangs) tilstandsforandring.

En adiabatisk tilstandsændring for en gassmengde er definert som en tilstandsforandring hvor gassen ikke blir tilført eller berøvet varme under noen del av prosessen. Det vil si at:

$$\delta Q = 0 \quad 7.5.(1)$$

til enhver tid mens prosessen foregår.

En gassmengde som er innesluttet i en fullstendig varmeisoleret sylindere (hvor "ingen varmegjennomgang" gjennom veggene er mulig), vil kunne bringes til å gjennomgå en adiabatisk tilstandsforandring.

Siden det ikke tilføres eller berøves noe varme under noen del av en adiabatisk tilstandsforandring fra en tilstand 1 til en tilstand 2, må entropiendringen under denne forandring være null (se ligning 6.6.(4)):

$$\Delta S_q = 0 \quad 7.5.(2)$$

I et TS-diagram vil derfor denne tilstandsforandring fremstilles ved en linje parallell med T-aksen (figur 9, kurve (q)).

For å finne de spesielle ligninger som eksisterer mellom P, V og T ved en adiabatisk tilstandsforandring, nytter en lettest betingelse 7.5.(1) sammen med ligningene 6.6.(2) og 6.6.(3). Den første gir:

$$C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V} = 0$$

eller:

$$\frac{dT}{T} = - \frac{R}{C_v} \frac{dV}{V} = -(\kappa-1) \frac{dV}{V}$$

Integreres begge sider fra tilstand 1 til tilstand 2, får vi:

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = - (\kappa - 1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{(\kappa - 1)}$$

som omskrives til:

$$T_2 V_2^{(\kappa-1)} = T_1 V_1^{(\kappa-1)} = \text{konst.} \quad 7.5.(4)$$

At de to uttrykk som er like store også må være lik en konstant, slutter vi oss til på samme vis som i avsnitt 5.2. for tilstandsligningen for en ideell gass.

Av ligning 7.5.(1) og 6.6.(3) fåes på helt tilsvarende måte:

$$\frac{P_2}{T_2} \frac{\kappa-1}{\kappa} = \frac{P_1}{T_1} \frac{\kappa-1}{\kappa} = \text{konst.} \quad 7.5.(5)$$

Elimineres temperaturen av ligningene 7.5.(4) og 7.5.(5), fåes den mest kjente ligning for en adiabatisk prosess (Poissons ligning):

$$P_2 V_2^\kappa = P_1 V_1^\kappa = \text{konst.} (=K_q) \quad 7.5.(6)$$

I et PV-diagram vil prosessen representeres ved en kurve som ligner på en isoterm (se figur 8, kurve (q)), men adiabatkurven vil være brattere enn isotermkurven når de går ut fra samme punkt. At det må være slik, finner en av vinkelkoeffisientene til de to kurver i krysspunktet:

For isoterm (av ligning 7.2.(1)):

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_t = \frac{d}{dV} \left(\frac{K_t}{V}\right) = -\frac{K_t}{V^2} = -\frac{P}{V} \quad 7.5.(7)$$

For adiabat (av ligning 7.5.(6)):

$$\left(\frac{dP}{dV}\right)_q = \frac{d}{dV} \left(\frac{K_q}{V^\kappa}\right) = -\kappa \frac{K_q}{V^{\kappa+1}} = -\kappa \frac{P}{V} \quad 7.5.(8)$$

Da

$$\kappa = \frac{C_p}{C_v}$$

er større enn 1, blir tallverdien av vinkelkoeffisienten (7.5.(8)) for adiabatkurven større enn vinkelkoeffisienten (7.5.(7)) for isotermen i samme tilstandspunkt.

For arbeid utført ved en adiabatisk prosess får vi av ligning 6.5.(3), da $\delta Q = 0$:

$$A_q = -\Delta U_q = -(U_2 - U_1) \quad 7.5.(9)$$

$$= \nu C_v (T_1 - T_2) \quad 7.5.(10)$$

$$A_q = \frac{C_V}{R}(P_1V_1 - P_2V_2) \quad 7.5.(11)$$

$$= \frac{\nu RT_1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\kappa-1} \right] \quad 7.5.(12)$$

$$= \frac{\nu RT_1}{\kappa-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad 7.5.(13)$$

Videre finner vi for utført teknisk arbeid av ligning 4.3.(4) sammen med ligning 7.5.(11):

$$A'_q = A_q + P_1V_1 - P_2V_2 = \frac{\kappa}{\kappa-1} (P_1V_1 - P_2V_2) = \kappa A_q, \quad 7.5.(14)$$

og for enthalpiendringen (av ligning 6.5.(4)):

$$\Delta I_q = - A'_q = - \kappa A_q. \quad 7.5.(15)$$

7.6. Polytrop (mange-endrings) tilstandsforandring.

Ved en isoterm utvidelse av en gassmengde fra en tilstand 1 til tilstand 2 vil gassmengden utføre et mekanisk arbeid og må tilføres en like stor energimengde i form av varme for at temperaturen skal holde seg konstant på T_1 ($\Delta U_i = 0$). Ved en adiabatisk utvidelse av samme gassmengde fra tilstand 1 til samme sluttvolum vil den også utføre et arbeid, men det tilføres ikke noe varme (ifølge definisjonen av adiabatisk tilstandsforandring). Arbeidet må utføres på bekostning av gassens indre energi, og temperaturen må synke under utvidelsen. Som følge av dette vil trykket falle hurtigere av enn det gjør ved den isoterme prosess (hva vi også utledet av PV-kurvens bratthet i forrige avsnitt), og det mekaniske arbeid vi får utført blir mindre enn det isoterme arbeid. Dette sees umiddelbart ved å sammenligne arealene under de to kurver som utgår fra tilstand 1 i et PV-diagram (figur 8, kurver t og q) til en tilstand 2 med større volum.

Isoterme og adiabatisk tilstandsforandringer er ideelle grunnprosesser som det er vanskelig å

realisere i praksis. I alminnelighet vil en utvidelse av en gassmengde foregå slik at kurven for trykk-volum sammenhengen ligger et sted mellom kurvene for isoterm- og adiabatutvidelse fra samme begynnelsestilstand. En slik "midlere" prosess kalles en polytrop tilstandsforandring og det er vanlig å anta at den kan beskrives ved ligningen:

$$P_2 V_2^n = P_1 V_1^n = \text{konst.} (= K_n) \quad 7.6.(1)$$

hvor eksponenten n i allminnelighet fyller betingelsen:

$$1 < n < \infty \quad 7.6.(2)$$

Eksponenten kan i visse tilfelle være kjent ut fra bestemte forutsetninger, men kan i alle tilfelle bestemmes hvis to sett av de tilstandsvariable er kjent. Ligning 7.6.(1) gir i så tilfelle, når den løses med hensyn på n :

$$n = \frac{\log\left(\frac{P_2}{P_1}\right)}{\log\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} \quad 7.6.(3)$$

Ved eliminasjon av trykk eller volum i ligning 7.6.(1) ved hjelp av tilstandsligningen for en ideell gass, fåes henholdsvis:

$$T_2 V_2^{(n-1)} = T_1 V_1^{(n-1)} = \text{konst.} \quad 7.6.(4)$$

og

$$\frac{P_2^{\frac{n-1}{n}}}{T_2} = \frac{P_1^{\frac{n-1}{n}}}{T_1} = \text{konst.} \quad 7.6.(5)$$

Det mekaniske arbeid som utføres ved en polytrop utvidelse av ν mol gass fra tilstand 1 til tilstand 2 blir:

$$\begin{aligned} A_n &= \int_{V_1}^{V_2} PdV = P_1 V_1^n \int_{V_1}^{V_2} V^{-n} dV \\ &= \frac{P_1 V_1^n}{1-n} \left[V_2^{(1-n)} - V_1^{(1-n)} \right] \end{aligned} \quad 7.6.(6)$$

som omformes til:

$$A_n = \frac{1}{n-1} (P_1 V_1 - P_2 V_2) \quad 7.6.(7)$$

$$= \frac{\nu R}{n-1} (T_1 - T_2) \quad 7.6.(8)$$

$$= \frac{\nu R T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{(n-1)} \right] \quad 7.6.(9)$$

$$= \frac{\nu R T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right] \quad 7.6.(10)$$

Hvilken ligning en vil bruke er avhengig av hvilke størrelser som er kjent.

Det tekniske arbeid blir:

$$A'_n = A_n + P_1 V_1 - P_2 V_2 = n A_n \quad 7.6.(11)$$

Endringen av den indre energi finnes av:

$$\Delta U_n = \nu C_V (T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{n-1} (T_2 - T_1) \quad 7.6.(12)$$

$$\Delta U_n = - \frac{n-1}{n-1} A_p$$

Det må under prosessen tilføres en varmemengde:

$$Q_n = \Delta U_n + A_n = \frac{n-n}{n-1} A_n \quad 7.6.(13)$$

Innfører vi i denne ligning uttrykk 7.6.(8) for det mekaniske arbeid og nytter ligning 6.3.(7), får vi:

$$Q_n = \nu \frac{\kappa - n}{n - 1} C_v (T_1 - T_2) = \nu C_n (T_2 - T_1)$$

Størrelsen:

$$C_n = \frac{n - \kappa}{n - 1} C_v \quad 7.6.(14)$$

kan derfor betraktes som den molare varmekapasitet ved en polytrop prosess.

Enthalpiendringen fåes lettest av ligning 6.4.(5) sammen med 7.6.(12):

$$\Delta I_n = \kappa \Delta U_n = - \kappa \frac{n - 1}{\kappa - 1} A_n \quad 7.6.(15)$$

For entropien kan vi danne oss flere uttrykk av ligning 6.6.(7) kombinert med ligningene 7.6.(1), 7.6.(4) og 7.6.(5):

$$\Delta S_n = \nu C_v \frac{\kappa - n}{n} \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right) \quad 7.6.(16)$$

$$= \nu C_v (\kappa - n) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) \quad 7.6.(17)$$

$$= \nu C_v \frac{\kappa - n}{n - 1} \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right) \quad 7.6.(18)$$

Den siste ligning gir oss ligningen for en polytrop tilstandsforandring i et TS-diagram:

$$T_n = T_1 e^{-\frac{(n-1)\Delta S_n}{\nu C_v (\kappa - n)}} \quad 7.6.(19)$$

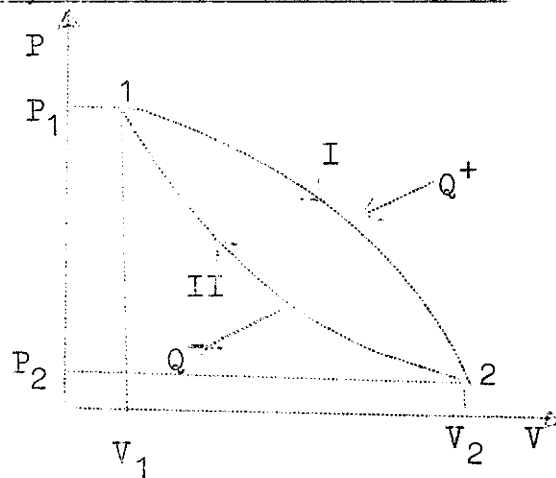
De tidligere omtalte tilstandsforandringer, isobar, isoterm, adiabatisk og isochor, kan beskrives ved ligningene for den polytrope tilstandsforandring ved å gi polytropeksponenten n verdiene henholdsvis 0, 1, κ og ∞ . (Et unntak er ligningen for arbeid ved $n = 1$, som blir ubestemt.)

I tabell 3 (s. 120) er gitt en oversikt over de forskjellige tilstandsforandringer med polytropeksponent, spesiell tilstandsligning og enkelte uttrykk for de vanlige tilstandsstørrelser.

8. Sirkelprosesser.

8.1. Generelle uttrykk, virkningsgrad.

Ved alle varmekraftmaskiner lar man en arbeidende substans i maskinen gjennomløpe et kretsløp slik at substansen f.eks. utvider seg fra en begynnelsestilstand til et maksimalt volum, med en samtidig endring av eventuelt både trykk og temperatur, og så igjen trykkes sammen til den får samme tilstand som i utgangstilstanden. En tilstandsforandring som foregår på en slik måte at de tilstandsvariable i slutttilstanden har samme verdier som i begynnelsestilstanden, kalles en sirkelprosess.



Figur 10
Sirkelprosess

P-V diagrammet i figur 10 illustrerer en sirkelprosess hvor en gassmengde i tilstand 1 (P_1, V_1, T_1) går over i tilstand 2 (P_2, V_2, T_2), mens trykket varierer som kurve I, og deretter bringes tilbake til tilstand 1 slik at trykket varierer som kurve II. Ved tilstandsforandringen fra 1 til 2 via kurve I, utfører gassen et positivt mekanisk arbeid:

$$A_I = \int_1^2 P_I dV \quad 8.1.(1)$$

(hvor indeks I angir at trykket varierer med volumet etter kurve I).

Dette arbeid er representert ved arealet under kurve I mellom punktene 1 og 2 og abscisseaksen.

Ved den etterfølgende sammentrykking fra 2 til 1 via kurve II, utfører gassen arbeidet:

$$A_{II} = \int_2^1 P_{II} dV \quad 8.1.(2)$$

Dette arbeide blir negativt (dvs. tilført gassen) og representeres nummerisk ved arealet under kurve II mellom punktene 2 og 1.

Det samlede utførte arbeide under sirkelprosessen blir

$$A = A_I + A_{II} = \int_1^2 P_I dV + \int_2^1 P_{II} dV = \oint PdV \quad 8.1.(3)$$

Det siste intergral, (\oint), kalles kurveintegralet, og er en forkortet skrivemåte for integralet av en funksjon langs en kurve fra et punkt til et annet, og langs en annen kurve tilbake igjen. Arbeidet A representeres i PV diagrammet ved arealet mellom kurvene I og II.

Vi tar for oss det differensielle uttrykk, ligning 4.6.(4), for varmelærens 1. hovedsetning som gjelder for enhver del av prosessen:

$$\delta Q = dU + PdV$$

Summerer vi sammen alle varmemengder, positive og negative, som tilføres gassmengden under sirkelprosessen, får vi:

$$Q = \oint \delta Q = \oint (dU + PdV) = \oint dU + \oint PdV = \Delta U + A \quad 8.1.(4)$$

I avsnitt 6.2. fant vi at den indre energi for en ideell gass var en tilstandsfunksjon som bare er avhenig av temperaturen T . Ved forandringen fra T_1 i punkt 1 til T_2 i punkt 2 og tilbake til T_1 igjen i punkt 1, vil derfor en endring i den indre energi ved første del av prosessen bli kompensert av en like stor endring i motsatt retning ved annen del av prosessen, slik at:

$$\Delta U = \oint dU = 0 \quad 8.1.(5)$$

Vi får derfor:

$$Q = \oint \delta Q = \oint PdV = A \quad 8.1.(6)$$

Ved en sirkelprosess foretatt med en ideell gass vil det utførte arbeide A , energimessig svare til den totalt tilførte energimengde Q (i form av varme).

Den totalt tilførte varme Q kan spaltes i virkelig tilført varme:

$$Q^+ = \int_1^2 \delta Q^+ \quad 8.1.(7)$$

og berøvet varme fra gassen under prosessen:

$$- Q^- = \int_2^1 \delta Q^- \quad 8.1.(8)$$

Den totalt tilførte varmemengde kan derfor skrives:

$$Q = \oint \delta Q = \int_1^2 \delta Q^+ + \int_2^1 \delta Q^- = Q^+ - Q^- \quad 8.1.(9)$$

hvor siste ledd mellom likhetstegnene er negativt.

Det som interesserer ved enhver maskin er det arbeid man får ut ved å tilføre maskinen en bestemt energimengde. Her fåes ut et arbeid A , gitt ved ligning 8.1.(3), ved at energimengden Q^+ ,

gitt ved uttrykket 8.1.(7), tilføres den arbeidende substans, her gassen.

Virkningsgraden av en maskin defineres som forholdet mellom netto utført arbeid og brutto tilført energi, begge i samme energienheter.

Her får vi:

$$\eta = \frac{\oint PdV}{\int dQ^+} = \frac{A}{Q^+} = \frac{Q^+ - Q^-}{Q^+} \quad 8.1.(10)$$

1

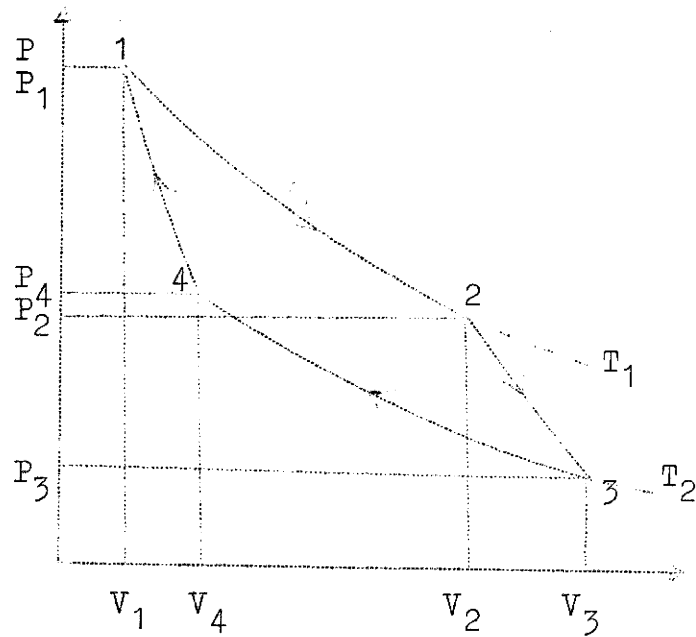
Den energimengde i form av varme som berøves maskinen under prosessen, Q^- , har ingen interesse i denne forbindelse.

η , definert som ovenfor, kalles den termodynamiske virkningsgrad.

8.2. Carnot's sirkelprosess.

Jo større den termodynamiske virkningsgrad er for en varmekraftmaskin, desto mer effektivt arbeider den, dvs. desto mer nyttbart mekanisk arbeid fås ut av maskinen under en sirkelprosess ved tilførsel av en bestemt mengde varmeenergi. En maskin vil kunne utføre arbeid ved mange forskjellige slags sirkelprosesser, men ikke alle prosesser er like effektive. Franskmannen Carnot har (omkring 1825) vist at den mest effektive sirkelprosess er den følgende, som har fått navn etter ham.

Fra utgangstilstanden 1 i PV-diagrammet figur 11 (P_1, V_1, T_1) lar vi gassen utvide seg isotermt til tilstand 2 (P_2, V_2, T_2). Deretter lar vi den utvide seg adiabatisk til tilstanden 3 (P_3, V_3, T_3). Derfra sammentrykkes den isotermt til tilstand 4 (P_4, V_4, T_4) som er slik valgt at en videre adiabatisk sammenstrykking bringer gassen tilbake til tilstand 1.



Figur 11.

Carnots sirkelprosess.

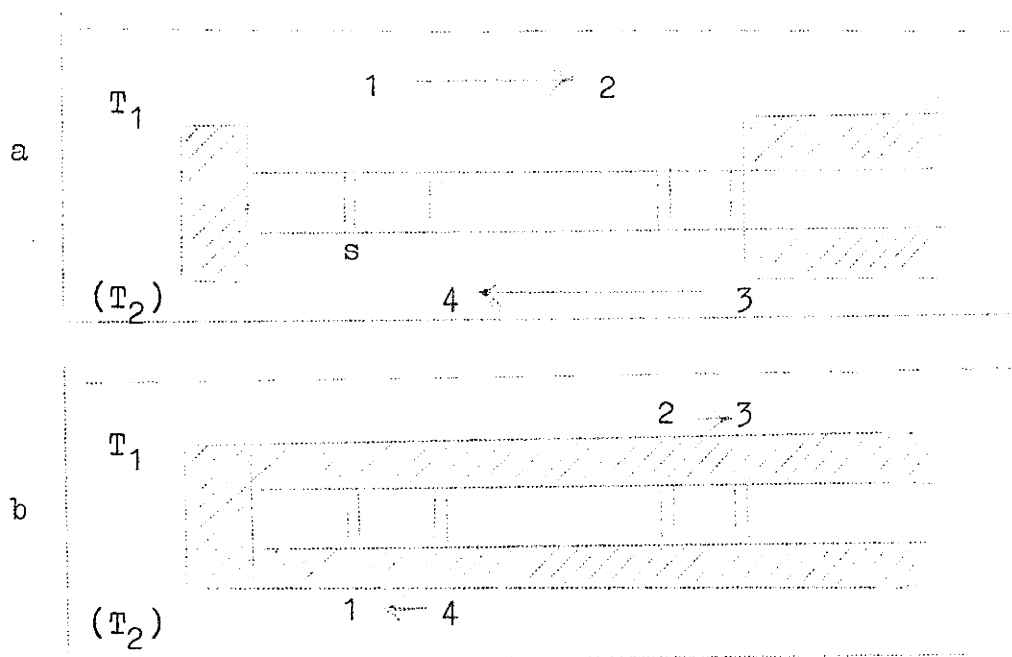
Prosessen kan fysikalsk realiseres av en gassmengde som er avsperrret i en sylinder med et friksjonsløst stempel. Sylindereen skal etter behov kunne bringes i god termisk kontakt med varmereservoarer (f.eks. et vannbad, figur 12 a) eller helt kunne isoleres fra disse (vannbadet i figur 12 b). Varmereservoarene skal være så store at de ikke endrer temperatur om de berøves eller tilføres en endelig varmemengde.

Stemplet s avsperrer en gassmengde v mol ved utgangstilstanden 1 (figur 11 og 12 a). Med temperatur T_1 i vannbadet og uten isolasjon, skyves stemplet langsomt ut til 2, langsomt for at gassen kan motta varme fra vannet og utvidelsen foregå isotermt. Sylindereen isoleres så (figur 12 b) og stemplet skyves ytterligere ut til stilling 3. På grunn av isolasjonen kan ingen varmemengde tilføres eller berøves gassen ved denne forandring. Utvidelsen blir adiabatisk og gassens temperatur vil avta til T_2 .

Vannbadets temperatur senkes nå også til T_2 og isolasjonen tas bort (punkt 3 figur 11 og 12 a). Stemplet trykkes langsomt inn til stilling 4. Gassen

avgir varme til vannbadet og holder seg på temperaturen T_2 . Igjen isoleres sylindren (figur 12 b), og stemplet trykkes tilbake fra stilling 4 til stilling 1. Gassens sammentrykking blir adiabatisk, og temperaturen i gassen stiger til T_1 .

Vi skal se på de energimengder som kommer inn i de forskjellige deler av sirkelprosessen 1,2,3,4,1.



Figur 12

Apparat for utførelse av Carnot's sirkelprosess.

Del 1,2: Isoterm utvidelse:

$$\Delta U_{12} = 0 \quad 8.2.(1.1.)$$

siden temperaturen er uforandret
(se avsnitt 6.2.)

$$Q_{12} = A_{12} = \nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad 8.2.(2.1.)$$

(se ligning 7.2.(5))

Del 2,3: Adiabatisk utvidelse:

$$Q_{23} = 0 \quad 8.2.(3.1.)$$

(avsnitt 7.5.)

$$A_{23} = -\Delta U_{23} = \nu C_v (T_1 - T_2) \quad 8.2.(4.1.)$$

(ligning 7.5.(10))

Del 3,4: Isoterm sammentrykning:

$$\Delta U_{34} = 0 \quad 8.2.(1.2.)$$

$$Q_{34} = A_{34} = \nu R T_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \quad 8.2.(2.2.)$$

Del 4,1: Adiabatisk sammentrykning:

$$Q_{41} = 0 \quad 8.2.(3.2.)$$

$$A_{41} = -\Delta U_{41} = \nu C_v (T_2 - T_1) \quad 8.2.(4.2.)$$

Samlet får vi:

For den indre energi:

$$\Delta U = \Delta U_{12} + \Delta U_{23} + \Delta U_{34} + \Delta U_{41} =$$

$$\nu C_v (T_1 - T_2 + T_2 - T_1) = 0 \quad 8.2.(5)$$

i overensstemmelse med ligning 8.1.(5).

For varmemengdene:

$$Q = Q_{12} + Q_{23} + Q_{34} + Q_{41} =$$

$$\nu R \left[T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \right] \quad 8.2.(6)$$

For arbeidene:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} =$$

$$\nu R \left[T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + T_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \right] = Q \quad 8.2.(7)$$

At $\Delta U = 0$ og $A = Q$ var hva vi måtte vente etter de generelle overlegninger i forrige avsnitt.

Uttrykket for det samlede arbeide A kan omformes ved hjelp av ligningene for de adiabatisk prosesser 2-3 og 4-1:

$$T_2 V_4^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1}$$

$$T_2 V_3^{\kappa-1} = T_1 V_2^{\kappa-1}$$

dvs.:

$$\left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$$

eller

$$\frac{V_4}{V_3} = \frac{V_1}{V_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-1}$$

Innføres dette i uttrykket 8.2.(7) for A , fåes:

$$A = \nu R(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \quad 8.2.(8)$$

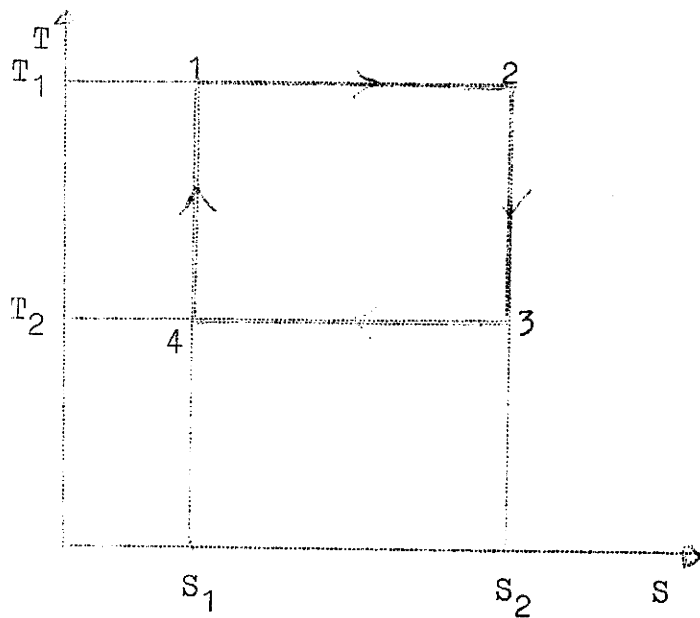
Dette arbeid har en fått utført av den arbeidende substans i ett omløp av sirkelprosessen ved at varmemengden $Q^+ = Q_{12}$ er trukket ut av varme-reservoaret med temperaturen T_1 og tilført gassen. Samtidig er varmemengden $Q^- = -Q_{34}$ tilført varme-reservoaret med temperatur T_2 fra gassen. Den termodynamiske virkningsgrad blir:

$$\eta = \frac{A}{Q^+} = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{\nu R(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{\nu R T_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad 8.2.(9)$$

Virkningsgraden ved en Carnot-prosess er bare avhengig av de temperaturer som den arbeidende substans arbeider mellom, dvs. de to varmereservoarers temperaturer. Den blir større jo mindre forholdet mellom T_2 og T_1 er. Hvis vi kunne la gassmengden arbeide mellom en temperatur T_1 og det absolutte nullpunkt ($T_2 = 0$), ville virkningsgraden bli 1. Da dette ikke lar seg realisere i praksis, vil virkningsgraden alltid være mindre enn 1.

I et TS-diagram illustreres Carnot-prosessen ved rektanget 1,2,3,4,1 i figur 13. Punktene er



Figur 13

TS-diagram for Carnotsprosess

benevnt på samme måte som i figur 11. Delprosessene 1,2 og 3,4 er isoterme (T konstant lik henholdsvis T_1 og T_2), delprosessene 2,3 og 4,1 er adiabatisk (ΔQ og ΔS begge lik null i begge delprosesser ifølge avsnitt 7.5)

Vi ser umiddelbart av figuren at entropiendringen ved den øvre isoterm (1,2)

$$\Delta S_{12} = S_2 - S_1$$

er numerisk like stor som entropiendringen ved den nedre isoterm (3,4), men med motsatt fortegn:

$$\Delta S_{34} = S_1 - S_2 = -\Delta S_{12} \quad 8.2.(10)$$

Den totale entropiendring for en gassmengde som gjennomløper en ideell Carnots sirkelprosess blir derfor lik 0. Dette resultat er forøvrig en følge av det vi fant i avsnitt 6.6 at entropien var en tilstandsstørrelse for en ideell gass. Generelt har vi for alle ideelle (reversible = omvendbare) sirkelprosesser for en ideell gass at

$$\Delta S = \oint \frac{\delta Q}{T} = 0 \quad 8.2.(11)$$

Av figur 13 ser vi videre at

$$Q^+ = Q_{12} = T_1 \Delta S_{12} \quad 8.2.(12)$$

og

$$-Q^- = Q_{34} = T_2 \Delta S_{34} = -T_2 \Delta S_{12} \quad 8.2.(13)$$

idet vi har nyttet ligning 7.1.(4).

Av ligningene 8.2.(12) og .. (13) følger:

$$\frac{Q^+}{Q^-} = \frac{T_1}{T_2} \quad 8.2.(14)$$

Videre er ifølge ligningene 8.2.(7) og 8.2.(6):

$$A = Q_{12} + Q_{34},$$

eller med varmemengdene innsatt fra ligningene ovenfor:

$$A = (T_1 - T_2) \Delta S_{12} \quad 8.2.(15)$$

Av ligningene 8.2.(15) og 8.2.(12) finner vi samme uttrykk som før for virkningsgraden η .

Setter vi inn i ligning 8.2.(15) ΔS_{12} uttrykt ved begynnelses- og sluttvolumet fra ligning 7.2.(3), får vi samme uttrykk for utført arbeid som gitt ved ligning 8.2.(8).

8.3. Varmelærens 2. hovedsetning.

En maskin hvis arbeidende substans gjennomløp en Carnots sirkelprosess ga, ifølge forrige avsnitt, et arbeid, A , når en varmemengde ($Q^+ = Q_{12}$) ble trukket ut av et varmereservoar med én temperatur (T_1) og en annen varmemengde ($Q^- = -Q_{34}$) ble avgitt til et varmereservoar med lavere temperatur ($T_2 < T_1$). Det gjeller generelt for alle maskiner som gjennomløper sirkelprosesser at man bare kan få ut et arbeid av maskinen hvis det samtidig "overføres" en varmemengde fra et varmereservoar med høyere til et med lavere temperatur.

Dette er det essensielle innhold av varmelærens 2. hovedsetning. Setningen sier bl.a. at en ikke kan omvandle varmeenergi til arbeid ved bare å trekke varmemengder ut av ett reservoar. Det må finnes et annet reservoar med lavere temperatur som varmemengder kan avgis til.

Det finnes flere andre formuleringer av varmelærens 2. hovedsetning. Hvis vi "snur om" sirkelprosessen som er illustrert i figur 10 slik at den arbeidende substans, gassen, utvider seg fra punkt 1 til punkt 2 mens trykket varierer som kurve II, og deretter komprimeres igjen til punkt 1 langs kurve I, vil uttrykkene for arbeid og varmemengder bytte tegn. Det tas altså opp en varmemengde Q^- i gassen ved lav temperatur og avgis en varmemengde Q^+ av gassen ved høyere temperatur samtidig som gassen tilføres et arbeid energetisk lik differensen mellom varmemengdene (ligning 8.1.(6)). Dette gjeller også generelt:

En varmemengde kan ikke overføres fra et kaldere til et varmere sted ved noen prosess uten at det samtidig tilføres prosessen en energimengde (arbeid) utenfra.

Varmeledning er et eksempel på dette. Varmemengder overføres fra et sted med høyere temperatur til et sted med lavere, men ikke omvendt uten inngrep utenfra.

Dette er en annen måte å uttrykke varmelærens 2. hovedsetning på.

8.4. Reversible og irreversible prosesser.

Vi har hittil forutsatt at den arbeidende substans i varmekraftmaskinen var en ideell gass som fulgte tilstandsligningene eksakt i alle deler av prosessen og at maskinen arbeidet ideelt, dvs. uten friksjon og uønskede varmetap til omgivelsene.

Har vi to identiske maskiner av denne type som begge arbeider ved Carnots sirkelprosesser, kan vi koble dem sammen slik at den ene (nr. 1), som utfører et arbeid, driver den andre (nr. 2), som overfører varmemengder. Maskin nr. 1 vil utføre arbeidet

$$A = Q = Q^+ - Q^- = Q_{12} - |Q_{34}| \quad 8.4.(1)$$

ved at varmemengden

$$Q^+ = Q_{12} \quad 8.4.(2)$$

trekkes ut av varmereservoaret med temperatur T_1 og varmemengden

$$Q^- = |Q_{34}| \quad 8.4.(3)$$

avgis til varmereservoaret med temperatur T_2 . Maskin nr. 2, som arbeider "omvendt", vil ved å bli tilført det samme arbeid A (ligning 8.4.1.), trekke ut varmemengden Q^- (uttrykk 8.4.(3)) fra det kalde varmereservoar (T_2) og avgi varmemengden Q^+ (uttrykk 8.4.2.) til det varme reservoar (T_1). Etter ett (eller flere) omløp er maskinene tilbake i sine utgangsstillinger, og varmeinnholdene i varmereservoarene er uforandret. De to maskiner kan bytte rolle med samme resultat.

Dette er et eksempel på reversible prosesser. Helt almindelig defineres en reversible prosess som en forandring som foregår over likevektstilstander slik at en vilkårlig liten kraft i den ene eller annen retning får forandringen til å foregå i denne retning.

Ved bestemmelse av likevektstilstanden må en

ta med alle virkende krefter. En gassmengde som utvider seg isotermt i en sylinder med friksjonsløst stempel, øver en kraft mot stemplet. Den holdes i likevekt av den ytre kraft som "tar imot" arbeidet.

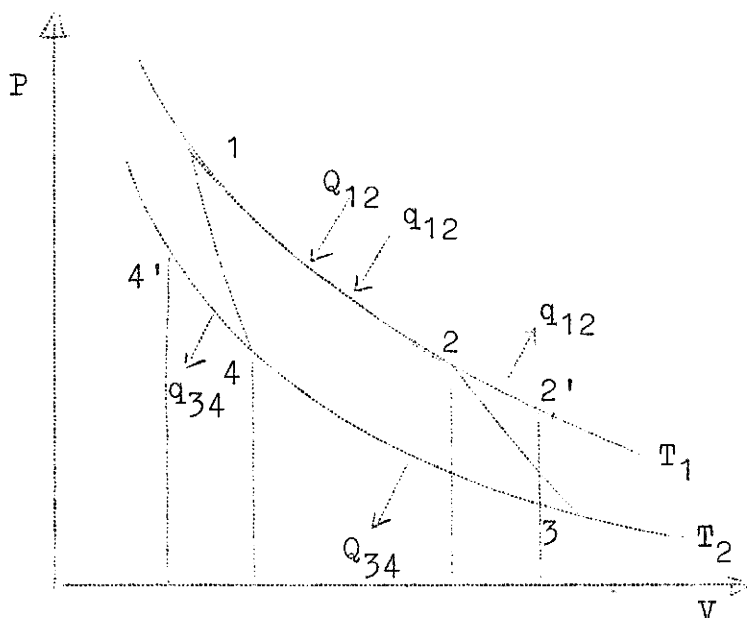
Gjør vi den ytre kraft ubetydelig større enn gassens trykk-kraft, går prosessen den andre veien. Den er reversibel. Hvis vi har friksjon mellom stempel og sylindervegg, vil gassens trykkkraft holdes i likevekt av en ytre kraft pluss friksjonskraften. Skal vi nå få stanset utvidelsen, må vi øke den ytre kraft med en endelig størrelse lik friksjonskraften, og for å få prosessen til å gå tilbake, må den ytre kraft økes ytterligere med et like stort beløp. Denne prosess oppfyller derfor ikke betingelsen om at en vilkårlig liten kraft kan forandre dens retning. Den er ikke reversibel, men irreversibel.

Alle prosesser hvor friksjon forekommer, vil være irreversible. Da friksjon alltid er tilstede i maskiner som har bevegelige deler, skulle en tro at begrepet "reversibel prosess" var uten betydning i praksis. Imidlertid kan en ved å bruke begrepet på varmekraftmaskiner regne ut maksimal virkningsgrad og maksimalt arbeid som maskinen kan gi. Og dette gir viktige opplysninger om maskinenes arbeidsevne.

Vi skal se litt på forholdene ved en irreversible prosess, og velger en Carnots sirkelprosess hvor den arbeidende substans utvides og komprimeres i en sylinder som i figur 12, men hvor stemplet ikke er friksjonsløst.

Ved isoterm utvidelse fra begynnelsestilstand 1 til tilstand 2 (figur 14) må den arbeidende gassmengde tilføres en varmemengde Q_{12} (ligning 8.2.(2.1.)) for å utføre det mekaniske arbeid, A_{12} , som vi vil ha ut av denne del av prosessen. I tillegg til dette må den tilføres en varmemengde q_{12} fra varmereservoaret med temperatur T_1 for å overvinne friksjons-

arbeidet. Dette arbeid får vi ikke ut av maskinen. Det omgjøres ved friksjonen til varme igjen og kan føres tilbake til varmereservoaret (T_1). (Hvis prosessen hadde vært reversibel, ville vi nådd punktet $2'$ på T_1 -isotermen i PV-diagrammet. Arbeidet, representert ved arealet under kurvestykke $2 - 2'$, er friksjonsarbeidet som ikke kan nyttiggjøres.)



Figur 14
Irreversibel Carnot-prosess.

Ved den adiabatisk utvidelse fra tilstand 2 til tilstand 3 kan vi tenke oss at forløpet blir som for avsnitt 8.2. Gassmengden har ingen utveksling med omgivelsene, og den varmemengde som utvikles ved friksjon mellom stempel og sylinder går tilbake i gassen og brukes til å utføre friksjonsarbeidet, dvs. opprettholde trykkforholdene. Ved den isoterme sammentrykning fra tilstand 3 til 4 tilføres et arbeid $|A_{34}|$ (tallverditegn fordi størrelsene selv er algebraiske og inneholder tegn) til gassen og varmemengdene $|Q_{34}|$ (ligning 8.2.(2.2)) må overføres fra gassmengden til varmereservoaret med temperatur T_2 . Vi ville imidlertid ikke nå frem til punkt 4 ved bare å tilføre arbeidet

A_{34} , fordi en del vil gå med til å overvinne friksjonen. (Friksjonsarbeidet avbildes ikke i PV-diagrammet. Her fremstilles bare de arbeidsmengder som gassmengden mottar eller utfører som mekanisk nyttbart arbeid). Det må derfor tilføres en del arbeid til kompensasjon av friksjonsarbeidet. Det vil gå over i varmemengden q_{34} som kan tilføres varmereservoaret (T_2).

Fra tilstand 4 tilbake til 1 kan vi igjen tenke oss at prosessen foregår (tilnærmet) reversibelt.

De entropiendringer som finner sted er satt opp i tabell 4.

Tabell 4
Entropiendring ved
arbeidsgivende irreversibel Carnotprosess.

Ved temp:		T_1	T_2	$\Delta S'_x$
I	Gass	$\frac{Q_{12} + q_{12}}{T_1}$	$-\frac{ Q_{34} }{T_2}$	$\Delta S + \frac{q_{12}}{T_1}$
	Varme reservoar	$-\frac{Q_{12}}{T_1}$	$\frac{ Q_{34} + q_{34}}{T_2}$	$-\Delta S + \frac{q_{34}}{T_2}$

$$\Delta S = \frac{Q_{12}}{T_1} + \frac{Q_{34}}{T_2} = \frac{Q_{12}}{T_1} - \frac{|Q_{34}|}{T_2} \quad 8.4.(4)$$

er gassmengdens entropiøkning ved et omløp for en reversibel prosess. Som vi så i avsnitt 8.2. er $\Delta S = 0$.

Nå blir gassens entropiøkning ved et omløp:

$$\Delta S'_g = \Delta S + \frac{q_{12}}{T_1} > \Delta S \quad 8.4.(5)$$

Ser vi på de to varmereservoarers entropiendring ved samme omløp, blir denne:

$$\Delta S'_{res} = -\Delta S + \frac{q_{34}}{T_2} > -\Delta S \quad 8.4.(6)$$

For hele det lukkede system, gassmengde pluss begge varmereservoarer, blir entropiendringen:

$$\Delta S'_{\text{tot}} = \frac{q_{12}}{T_1} + \frac{q_{34}}{T_2} > 0 \quad 8.4.(7)$$

Lar vi prosessen ovenfor gå den omvendte vei, får vi lignende ulikheter, men ligning 8.4.(5) gir da reservoarenes entropiendring og ligning 8.4.(6) gassmengdens.

Av de to første ligninger ser vi at entropiendringen er større ved den irreversible prosess enn ved den reversible. Ligning 8.4.(7) viser at entropien vil vokse i et lukket system hvis det gjennomgår en irreversibel prosess. (Endringen blir null hvis prosessen er reversibel fordi q_{12} og q_{34} da er lik null).

Denne setning er generelt gyldig for alle slags irreversible prosesser og brukes ofte som en tredje formulering av varmelærens 2. hovedsetning.

Virkningsgraden for den omtalte irreversible prosess finner vi som forholdet mellom utført arbeid $A = Q_{12} - |Q_{34}|$ og den tilførte varmemengde, $Q_{12} + q_{12}$, til gassen ved den høyeste temperatur T_1 :

$$\eta' = \frac{Q_{12} - |Q_{34}|}{Q_{12} + q_{12}} < \frac{Q_{12} - |Q_{34}|}{Q_{12}} = \eta \quad 8.4.(8)$$

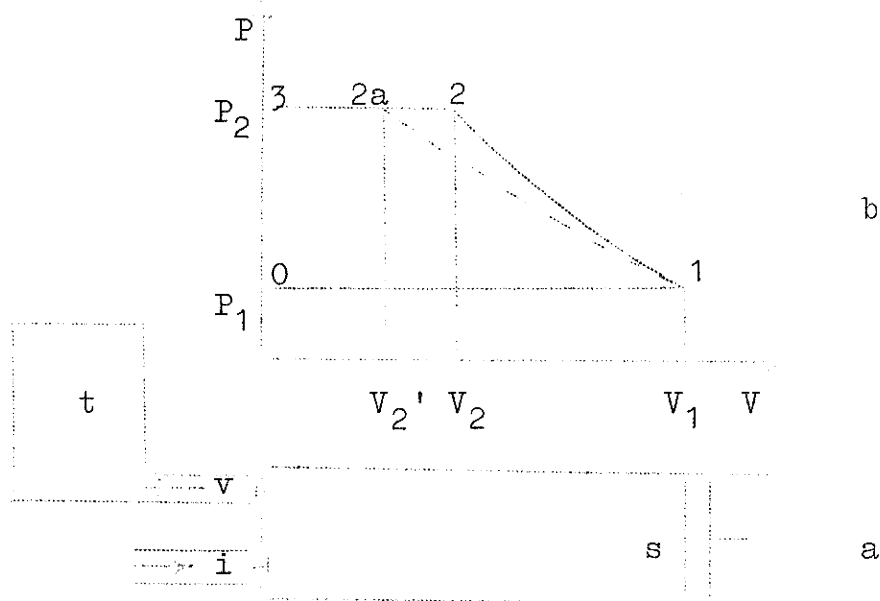
η er virkningsgraden for den reversible Carnot-prosess gitt ved ligning 8.2.(9). Vi ser at en maskin som arbeider irreversibelt har mindre virkningsgrad enn en reversibelt arbeidende maskin som gjennomløper de samme prosesser. Denne setning gjelder også generelt for alle mulige sirkelprosesser.

9. Luftkompressor.

Teorien som er gjennomgått i det foregående vil nå bli anvendt på enkelte typer av varmekraftmaskiner. Deres prinsipielle virkningsmåte, teoretiske virkningsgrad, arbeidsytelse og energiforbruk vil bli gjennomgått. Med hensyn til tekniske detaljer henvises til spesiallæreboeker om dette.

9.1. Idealkompressor.

Den enkleste form for en luftkompressor er en sylinder med et bevegelig stempel, s , (figur 15a)



Figur 15

Idealkompressor

Når stemplet skyves utover i sylindren, økes det avsperrede volum og luft kan suges inn gjennom innsugningsrøret i og innsugningsventilen. Innsugningsrøret står i forbindelse med den omgivende luft som har trykk P_1 og temperatur T_1 . Trykkes stemplet inn i sylindren, vil det avsperrede volum minske, og innsugningsventilen lukkes. Trykket av luften i sylindren øker, og når det har nådd en ønsket størrelse P_2 , åpnes utblåsningsventilen og luften går gjennom utblåsningsrøret v over i trykkbeholderen t .

Arbeidsmåten for alle tekniske utforminger av luftkompressorer kan beskrives med denne enkle modell.

Ved "idealkompressoren" tenker vi oss at stemplet kan gå helt inn i bunnen av sylindren, at det ikke er noe "dødvolum". Vi starter i denne stilling, med volum lik null, punkt 0 i PV-diagrammet i figur 15b. Stemplet trekkes ut, luft suges gjennom innsugningsventilen under konstant trykk P_1 til volum V_1 nås, punkt 1 i diagrammet. Det blir der-ved suget inn i sylindren en luftmengde:

$$v(\text{mol}) = \frac{P_1 V_1}{RT_1} \quad 9.1.(1)$$

(ligning 5.2.(8), 5.4.(8) og 5.4.(9))

eller

$$G(\text{kp}) = \frac{Mv}{1000} = \frac{P_1 V_1}{R_1 T_1} \quad 9.1.(2)$$

$$R_1 = \frac{1000}{M} R \quad 9.1.(3)$$

er gasskonstanten for 1 kp gass.

(For luft er $M = 28,95$ og $R_1 = 29,3$ kpm/grad, uttrykk 5.4.(4). Luftkompressoren kan selvfølgelig brukes til å komprimere enhver permanent gass, og innsuget mengde fåes da av 9.1.(2) og 9.1.(3) ved å sette inn vedkommende gass' molekylvekt).

I stilling 1 lukkes innsugningsventilen og luften komprimeres til trykket P_2 før utblåsningsventilen åpnes. Denne sammentrykning vil vanligvis være polytrop, til punktet 2 i diagrammet, men kan under ideelle forhold være isoterm, til punkt 2a i figur 15b. Utblåsningsventilen åpnes, og luftmengden presses under konstant trykk P_2 gjennom denne og utblåsningsrøret inn i trykkbeholderen. Når stemplet er kommet helt i bunnen av sylindren, punkt 3 i diagrammet, lukkes utblåsningsventilen. Ved en meget liten bevegelse utover igjen av stemplet vil innsugningsventilen åpnes, og samme omløp som beskrevet kan gjentas på ny.

Det arbeid som må tilføres kompressoren ved ett omløp for å trykke sammen gassmengden gitt ved ligning 9.1.(1) (evt. 9.1.(2)) representeres ved arealet 0,1,2,3,0 i figur 15b (en ser bort fra friksjon m.v.), og er gitt ved uttrykket:

$$A_k = \int_{P_1}^{P_2} VdP \quad 9.1.(4)$$

Det er tallmessig lik det tekniske arbeid som gassmengden ville ha utført ved ekspansjon fra punkt 3 til 2 (2a) til 1 og kompresjon til punkt 0, men med motsatt fortegn. Ved polytrop kompresjon fra punkt 1 til 2, finner vi arbeidet av ligning 7.6.(10) innsatt i ligning 7.6.(11) (kombinert med gassligningen 9.1.(1)):

$$A'_k = \frac{n}{n-1} P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad 9.1.(5)$$

Utregnede verdier for $\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}$ finnes i håndbøker for forskjellige verdier av polytropeksponenten n og forskjellige forhold mellom trykkene P_2 og P_1 .

Hvis kompresjonen fra punkt 1 til 2 er isoterm, blir arbeidet ifølge ligning 7.2.(6):

$$A''_k = P_1 V_1 \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad 9.1.(6)$$

De varmemengder som har størst interesse ved drift av kompressoren er dem som opptrer under kompresjon fra punkt 1 til 2 (evt. 2a). De må trekkes ut av gassen for hvert pumpe slag, (blir altså å betrakte som negativt tilførte), og sylindere må derfor vanligvis kjøles.

Ved polytrop kompresjon må det fjernes en varmemengde:

$$Q'_k = \frac{n-n}{(n-1)(n-1)} P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad 9.1.(7)$$

(kfr. ligning 7.6.(13)).

Hvis kompresjonen er isoterm, må varmemengden

$$Q_k'' = A_k'' = P_1 V_1 \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right) \quad 9.1.(8)$$

tas bort.

Har trykktanken omgivelsenes temperatur T_1 , vil det dessuten tapes noe varme når kompressoren arbeider med polytrop kompresjon. Den komprimerte gass i diagrammets punkt 2 har fått en høyere temperatur,

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

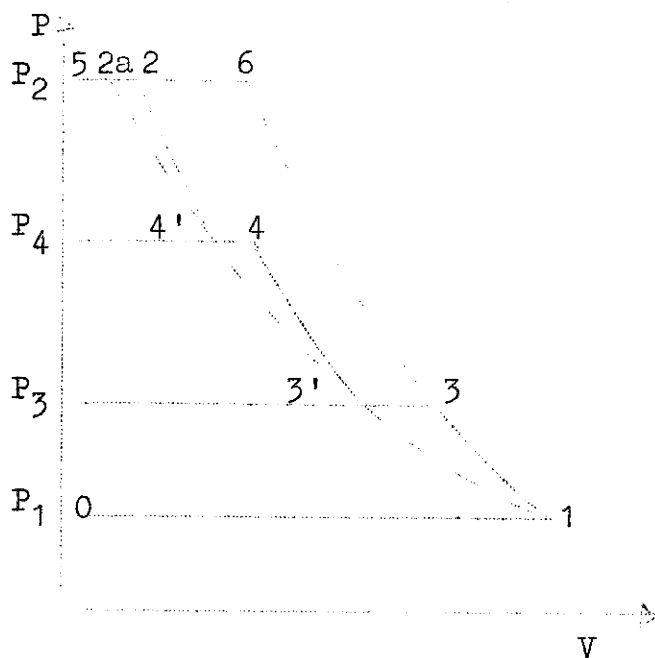
(gitt ved ligning 7.6.(5)), men ved overføring til trykkbeholderen (ved utblåsing 2-3) vil den etter hvert igjen anta temperaturen T_1 . Derved tapes

$$Q_k''' = \nu C_p (T_2 - T_1) = P_1 V_1 \frac{n}{n-1} \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \quad 9.1.(9)$$

Dette er et uønsket energitap som medvirker til å gjøre det nødvendig å tilføre et større arbeide ved den polytrope enn ved den isoterme prosess for å få samme gassmengde komprimert pr. pumpe slag fra P_1 til P_2 . Dette fremgår også av PV-diagrammet hvor det polytrope "arbeidsareal" 0,1,2,3,0 er større enn det tilsvarende arbeidsareal 0,1,2a,3,0 for den isoterme prosess. Den siste prosess er derfor den mest arbeidsøkonomiske og bør derfor tilstrebes ved at temperaturen i sylindere under kompresjonen holdes mest mulig konstant. Ved en hurtigvirkende maskin er dette umulig, idet en da tvertimot vil nærme seg den andre ytterlighet, en adiabatisk kompresjon hvor ingen varme berøves gassen. Maskinens virkemåte blir da minst arbeidsøkonomisk.

I praksis bruker en enten å avkjøle gassen ved vanninnsprøyting for derved å komme nærmere

det isoterme tilfelle, eller en bruker trinnvis kompresjon. Dette siste er skissert i figur 16. Kompresjonen foregår først fra P_1 til P_3 langs den opptrukne del av polytropkurven 1-6. Temperaturen stiger da en del. Ved trykket P_3 får gassen avkjøle seg til begynnelsestemperaturen T_1 , linje 3-3'. (Den strekede kurve 1,3',4',2a er isoterme for temperaturen T_1 .) En ny kompresjon



Figur 16

Trinnvis kompresjon

i sylinder nr. 2 bringer trykket opp til P_4 (punkt 4) hvoretter gassen igjen avkjøles til T_1 (4 - 4'). Kompresjon i sylinder nr. 3 bringer trykket opp til det ønskede sluttrykk P_2 og gassen blåses ut i trykkbeholderen under dette trykk (2-5). Det hele arbeide, representert ved arealet 0,1,3,3',4,4',2,5,0, blir som en ser mindre enn om kompresjonen hadde skjedd i ett trinn fra 1 til 6 (prikket kurve). En sparer arbeidsmengden som er representert ved arealet 3,3',4,4',2,6,3.

Vi kaller en kompressor hvor trykket økes som her i trinn for fletrtrinnskompressor. Det arbeid som må tilføres ved kompresjonen regnes ut som

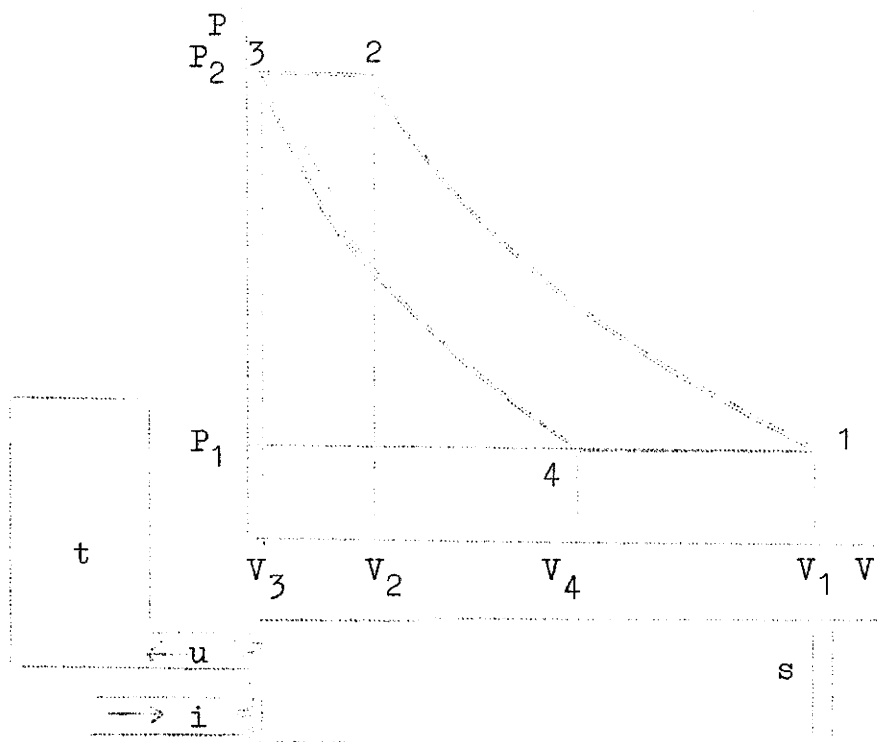
summen av de tekniske arbeider fra 1 til 3, 3' til 4 og 4' til 2:

$$A_k = \int_1^3 V dp + \int_{3'}^4 V dp + \int_{4'}^2 V dp \quad 9.1.(10)$$

Trykkene P_3 og P_4 i mellomstadiene må være kjent, hvilket de i praksis vil være. Formlene for etttrinnskompresjon i forrige avsnitt kan direkte brukes for hvert trinn.

9,2. Kompressor med skadelig volum .

Kompressoren som er beskrevet i forrige avsnitt kan ikke realiseres i praksis, bl.a. fordi den plass som ventilene tar, hindrer en fullstendig utblåsing av luft ut av sylindere ved inngående pumpe slag. Det blir et lite "skadelig volum" tilbake, betegnet med V_3 i figur 17.



Figur 17

Kompressor med skadelig volum.

La sylindereens maksimalvolum som før være V_1 . En betegner gjerne det volum som stemplet arbeider over, fra innerstilling til ytterstilling, som "slagvolumet", V_s . Det blir:

$$V_s = V_1 - V_3 \quad 9.2.(1)$$

Videre angis det skadelige volum V_3 som den brøkdel, ϵ_0 , det er av slagvolumet:

$$V_3 = \epsilon_0 V_s = \epsilon_0 (V_1 - V_3) = \frac{\epsilon_0}{1 + \epsilon_0} \cdot V_1 \quad 9.2.(2)$$

Dette gir:

$$V_1 = (1 + \epsilon_0) V_s \quad 9.2.(3)$$

Vi starter kompressoren med fullt innsuget luftmengde (punkt 1 i PV-diagrammet). Luftmengden komprimeres fra begynnertrykk P_1 til sluttrykket P_2 og får da volumet V_2 (punkt 2). Den blåses deretter ut i trykkbeholderen (prosess 2 til 3). Det blir p.g.a. det skadelige volum en luftmengde med volum V_3 og trykk P_2 tilbake i sylindereen. Når stemplet nå igjen trekkes ut, vil utblåsningsventilen lukkes, og den avstengte luftmengde utvide seg langs kurven 3-4. I punkt 4 (volum V_4) er begynnertrykket P_1 nådd, og ved videre uttrekking av stemplet, vil innsugingsventilen åpnes og ny luft trekkes inn helt til maksimalvolum V_1 er nådd. Under omløpet, ett pumpe-slag, blir det derfor sugd inn et luftvolum $(V_1 - V_4)$ med trykk P_1 . Dette effektive innsugningsvolum angis gjerne ved fyllingsgraden μ (volumetrisk virkningsgrad):

$$\mu = \frac{V_1 - V_4}{V_s} = 1 + \epsilon_0 - \frac{V_4}{V_s} \quad 9.2.(4)$$

For å finne det arbeid. som må tilføres kompressoren under ett pumpe-slag, bemerker vi at det

blir lik differensen mellom arbeidene som måtte tilføres to ideelle kompressorer (uten skadelig volum) hvor den ene har maksimalt volum V_1 , den andre maksimalvolum V_4 .

Vi får av ligningen 9.1.(5) for polytrop kompresjon og ekspansjon langs henholdsvis kurve 1-2 og 3-4:

$$\begin{aligned} A_s &= \frac{n}{n-1} (P_1 V_1 - P_1 V_4) \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \\ &= \mu_n \left(\frac{n}{n-1} \right) P_1 V_s \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \end{aligned} \quad 9.2.(5)$$

Ved isoterme prosesser langs 1-2 og 3-4 fåes tilsvarende av ligning 9.1.(6):

$$A'_s = (P_1 V_1 - P_1 V_4) \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) = \mu_t P_1 V_s \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right) \quad 9.2.(6)$$

Den volumetriske virkningsgrad, μ , er indisert med henholdsvis "n" og "t" for polytrop og isoterm tilstandsforandring fordi den vil være litt forskjellig ved de to tilstandsforandringer.

Ved hjelp av gassligningene kan μ uttrykkes ved P_1 , P_2 og ϵ_0 :

$$P_1 V_4^n = P_2 V_3^n$$

dvs.

$$V_4 = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} V_3 = \epsilon_0 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} V_s \quad 9.2.(7)$$

Dette innsatt i ligning 9.2.(4) gir:

$$\mu_n = 1 - \epsilon_0 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \quad 9.2.(8)$$

μ_t finner vi av μ_n ved å sette $n = 1$

$$\mu_t = 1 - \varepsilon_o \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right) - 1 \right] \quad 9.2.(9)$$

Når kompressorens "mekaniske" data, dvs. V_s og ε_o , er kjent, vil de ovenstående ligninger gi det arbeid som trengs pr. pumpe­slag for å komprimere gassvolumet ($V_1 - V_4$) fra P_1 til P_2 . Prosessen som sammentrykningen foregår etter, vil vanligvis være polytrop med polytropeksponent n omkring verdien 1,2.

10. Forbrenningsmotorer.

De mest brukte maskiner til å omdanne varmeenergi til mekanisk arbeid er vel for tiden forbrennings­motorene. De virker i prinsippet ved at et brenn­bart stoff, brennstoffet, i finfordelt form, for­gasset, sprøytes inn i en sylinder, blir antendt der, og ved sin forbrenning utvikler en stor varmemengde og dermed et stort trykk som kan drive et bevegelig stempel ut gjennom sylinderen. Ved passende kobling av stempelbevegelsen til veivaksel eller svinghjul og avpassing av forbrenningstids­punktene, gjøres maskinen periodisk arbeidende.

Forbrenningen kan skje hurtig, eksplosjons­aktig, som ved eksplosjonsmotoren (Otto-motoren), eller mere langsomt, som ved dieselmotoren.

En skiller mellom to- og firetakts forbrennings­motorer. Dieselmotoren er oftest konstruert for to takter, eksplosjonsmotoren for to eller fire, men vanligst for fire takter. Vi vil derfor behandle totaktsmotoren som dieselmotor og firetaktsmotoren som eksplosjonsmotor.

10.1. Totakts dieselmotor.

Den arbeidende del i en totakts dieselmotor er en sylinder med bevegelig stempel s (figur 18a), innblåsingsventil v_i og utblåsingsmekanisme r . Denne siste er en rekke riller i sylinderveggen ytre del. Når stemplet er i ytterstilling, kan forbrenningsgassene strømme forbi stemplet gjennom rillene og ut i friluft (eksos, ekshaust). Stemplet arbeider over et volum V_s , slagvolumet, som er differensen mellom sylindereens volum med stemplet i ytterstillingen, V_1 , og kompresjonsvolumet, V_k , som er det minste volum under prosessen:

$$V_s = V_1 - V_k \quad 10.1.(1)$$

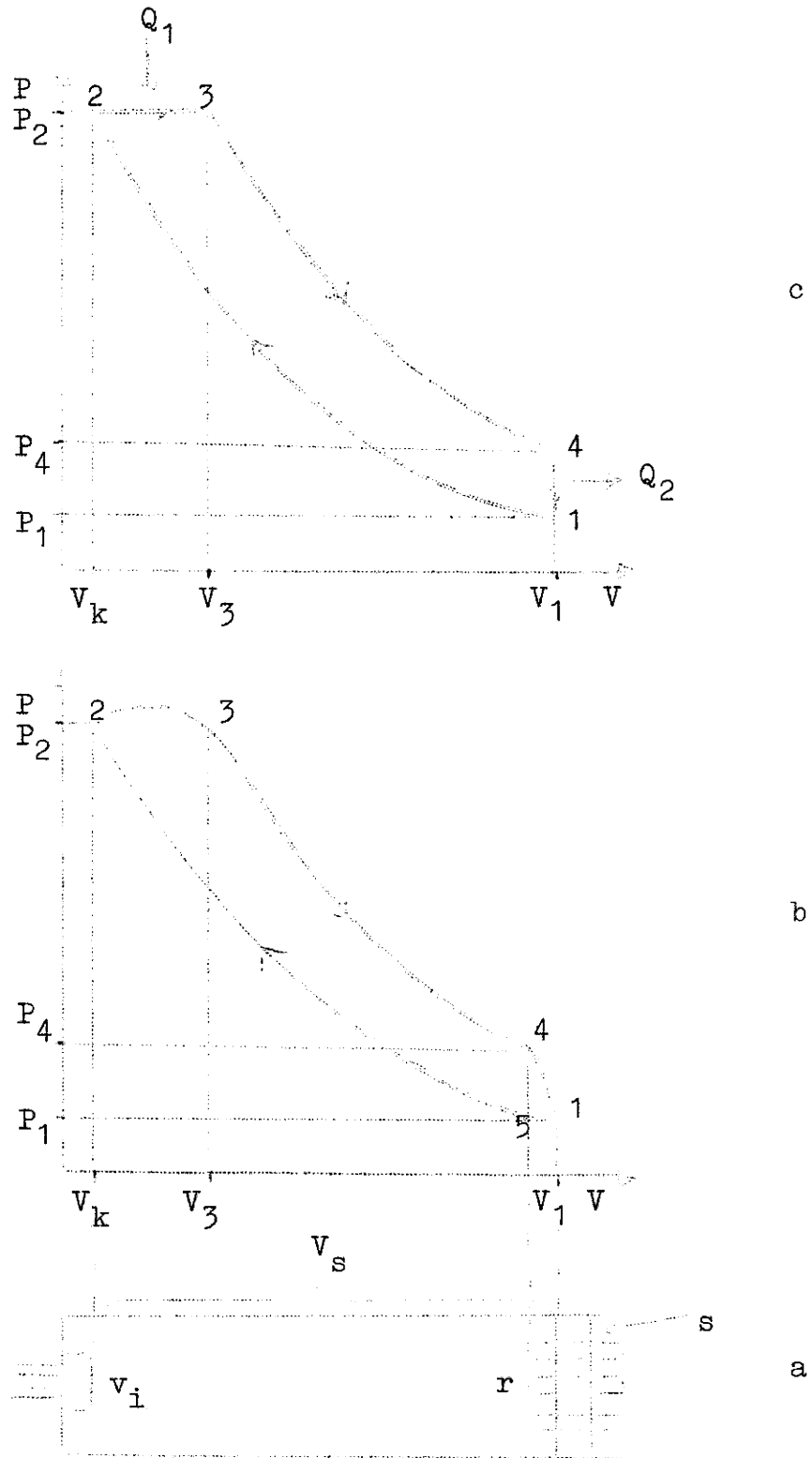
Forholdet mellom det maksimale og minimale volum betegnes med kompresjonsforholdet:

$$\epsilon = \frac{V_1}{V_k} = 1 + \frac{V_s}{V_k} \quad 10.1.(2)$$

Arbeidsdiagrammet for den arbeidende substans i sylindereen er illustrert i figur 18b.

Vi starter med stemplet i ytterstilling, punkt 1 i diagrammet (b). I første takt, kurve 1,5,2, blåses forbrenningsgassene ut gjennom rillene i sylinderveggen på strekningen 1 til 5. Deretter komprimeres restgassene fra begynnertykket P_1 til slutttrykket P_2 på strekningen 5 til 2. Gassen oppvarmes da ganske kraftig fra temperatur T_1 til T_2 mens volumet minsker fra V_1 til V_k .

I annen takt, kurve 2,3,4,1, sprøytes brennstoffet inn gjennom ventilen v_i og forbrenner på strekningen 2 til 3. Tenning skjer ved dieselmotoren av den opphetede gass, og forbrenningen foregår såpass langsomt at gassmengdens trykk bare stiger ubetydelig når brennstoffets forbrenningsvarme, Q_1 ,



Figur 18

Totakts dieselmotor

tilføres den. Ved punkt 3 er forbrenningen slutt. Temperaturen T_3 er nådd og volumet er V_3 . På strekningen 3 til 4 ekspanderer gassen. Trykk og temperatur avtar til henholdsvis P_4 og T_4 . Under resten av annen takt, strekning 4 tilbake til 1, strømmer forbrenningsgassene ut i friluft gjennom rillene og trykket avtar til P_1 . Det føres samtidig bort fra den arbeidende substans en varmemengde Q_2 med utstrømningsgassene.

Med en trykkmåler koblet til den arbeidende sylinder og registrering av sammenhørende verdier av stempelstilling og trykk kan et diagram som figur 18b tegnes opp. Som nevnt under sirkelprosesser, avsnitt 8.1., er det arbeid som utføres av den arbeidende substans representert ved arealet innenfor den lukkede kurve 1,5,2,3,4,1. Ved planimetrering kan dette areal måles, og en kan på denne måte få et mål for maskinens arbeidsytelse. Ved innføring av enkelte tilnærmelser og forenklinger i arbeidsdiagrammet, kan en behandle motorens arbeidsomløp teoretisk og få ut bra tilnærmede uttrykk.

Ved dieselmotoren tenker vi oss at forbrenningen på strekningen 2 til 3 skjer ved konstant trykk ($P_3 = P_2$) idet den foregår så langsomt at stemplet får tid til å reagere. Videre antar vi at utblåsing av forbrenningsproduktene skjer momentant ved konstant volum ($V_4 = V_1$). Linjestykkene 2-3 og 4-1 blir da henholdsvis isobarer og isochorer. Da stempelbevegelsen i motorer er forholdsvis hurtig, kan en med god tilnærmedelse anta at kompresjon fra 1 til 2 og ekspansjon fra 3 til 4 skjer adiabatisk. Arbeidsdiagrammet vil med disse tilnærmelser og under disse forutsetninger få et utseende som vist i figur 18c.

Siden prosessene 1-2 og 3-4 er adiabatisk, blir Q_1 og Q_2 de eneste varmemengder som omsettes ved ett omløp av motoren. Den tilførte varmemengde Q_1 kan regnes av mengde brennstoff (G kp) som innsprøytes pr.

gang og brennstoffets forbrenningsvarme λ (kcal/kp):

$$Q_1 = G \lambda \quad 10.1.(3)$$

Den kan også uttrykkes ved den temperaturøkning som den arbeidende substans (ν mol) får ved den isobare ekspansjon fra 2 til 3:

$$Q_1 = \nu C_p (T_3 - T_2) \quad 10.1.(4)$$

For varmemengden Q_2 som trekkes ut pr omløp får vi et lignende uttrykk fra den isochore prosess 4-1:

$$Q_2 = \nu C_v (T_4 - T_1) \quad 10.1.(5)$$

Hvis vi innfører størrelsen fyllingsforholdet ϵ_1 , gitt ved:

$$\epsilon_1 = \frac{V_3}{V_k}, \quad 10.1.(6)$$

kan tre av temperaturene uttrykkes ved denne, kompresjonsforholdet og den fjerde temperatur:

Av adiabatlikning 7.5.(4), anvendt på prosessen 1-2, får vi:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_k}\right)^{(\kappa-1)} \quad T_1 = T_1 \epsilon \quad 10.1.(7)$$

Den isobare prosess 2-3 gir (likning 7.4.(1)):

$$T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_k} = T_1 \epsilon_1 \epsilon^{(\kappa-1)} \quad 10.1.(8)$$

og adiabatlikningen brukt på prosess 3-4 gir:

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_3 \left(\frac{V_3}{V_k}\right) \cdot \left(\frac{V_k}{V_1}\right)^{\kappa-1} = T_1 \epsilon_1^\kappa \quad 10.1.(9)$$

Innføres disse uttrykt i ligningene for varmemengdene ovenfor, får vi:

$$\begin{aligned}
 Q_1 &= \nu C_p T_1 (\varepsilon_1 - 1) \varepsilon^{(\kappa-1)} \\
 &= \nu R T_1 \frac{\kappa}{\kappa-1} (\varepsilon_1 - 1) \varepsilon^{(\kappa-1)}
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

og

$$\begin{aligned}
 Q_2 &= \nu C_v T_1 (\varepsilon_1^\kappa - 1) \\
 &= \nu R T_1 \frac{\varepsilon_1^\kappa - 1}{\kappa - 1}
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Ifølge ligning 8.1.(6) fra teorien om sirkelprosesser er utført arbeid energimessig lik netto tilført varmeenergi. Det utførte arbeid ved ett omløp av motoren blir derfor:

$$\begin{aligned}
 A_d &= Q_1 - Q_2 \\
 &= \frac{\nu R T_1}{\kappa-1} [\kappa (\varepsilon_1 - 1) \varepsilon^{(\kappa-1)} - (\varepsilon_1^\kappa - 1)]
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Virkningsgraden for en maskin er ifølge ligning 8.1.(10) definert som forholdet mellom utført arbeid og brutto tilført varmeenergi. Den blir her:

$$\eta_d = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{\varepsilon_1^\kappa - 1}{\kappa (\varepsilon_1 - 1) \varepsilon^{(\kappa-1)}}
 \tag{13}$$

Det utførte arbeid kan finnes av ligning 10.1.(12) hvis data for maskin og arbeidende substans er gitt. Vanligst finnes virkningsgraden av ligning 10.1.(13) og arbeidet finnes ved å multiplisere denne med varmemengden Q_1 gitt ved 10.1.(3).

10.2. Firetakts eksplosjonsmotor.

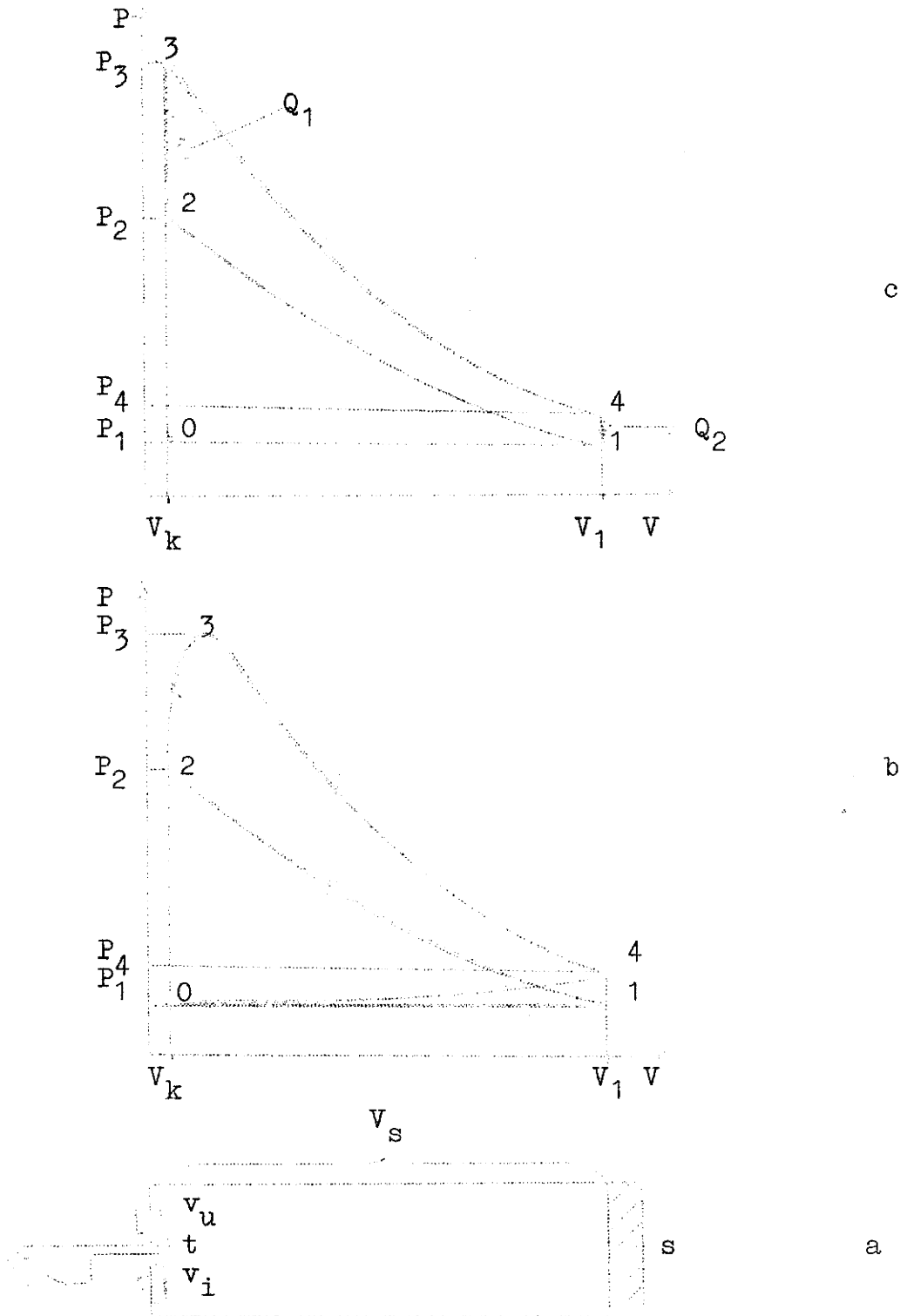
Sylinderen i en firetakts eksplosjonsmotor, figur 19a, skiller seg fra dieselmotorens sylinder ved at utblåsingsrillene er erstattet med en utblåsingsventil, v_u , som sitter ved siden av innblåsingsventilen, v_i , i bunnen av sylinderen. Dessuten er det innført en tenningsmekanisme, tennplugg t , i nærheten av ventilene. Slagvolum, kompresjonsvolum og kompresjonsforhold er definert på samme måte som for dieselmotoren (se 10.1.(1) og 10.1.(2)).

Arbeidsdiagrammet for denne motortype er vist i figur 19b. Vi starter et omløp med stemplet i bunnen av sylinderen, punkt 0 i diagrammet. Volumet er V_k , innsugningsventilen åpen og utblåsingsventilen lukket.

Første takt er innsuging av brennstoff og luft i passe blanding gjennom v_i under konstant trykk P_1 mens stemplet beveger seg til ytterstilling 1 med volum V_1 . Temperaturen av gassen er T_1 .

Annen takt: I ytterstilling for stemplet, punkt 1 i diagrammet, lukkes innsugingsventilen og stemplet føres innover med begge ventiler lukket. Gassen komprimeres og trykk og temperatur stiger til verdiene P_2 og T_2 når stemplet igjen er i innerstilling, punkt 2.

Tredje takt: I denne stilling for stemplet antennes gassblandingen med tennpluggen (gnistutladning), og forbrenning skjer så hurtig (eksplosjonsaktig) at stemplet får liten tid til å reagere. Trykk og temperatur stiger raskt (til P_3 og T_3), illustrert ved linjen 2-3 i diagrammet. Når forbrenningen er slutt, ekspanderer gassen langs kurve 3-4, mens trykk og temperatur avtar til P_4 og T_4 (i punkt 4) når volum V_1 er nådd.



Figur 19

Firtakts eksplosjonsmotor

Fjerde takt. Utblåsningsventilen åpnes og gass og forbrenningsprodukter blåses ut gjennom denne mens stemplet beveger seg mot sin innerstilling igjen, strekning 4-0 i diagrammet. Trykket avtar til P_1 , og et nytt omløp kan begynne.

En skal merke seg at et arbeidsomløp for en firetaktsmotor krever at stemplet går to ganger ut og inn i sylindern (2 omdreininger av svinghullet).

For en teoretisk behandling av eksplosjonsmotoren er det vanlig å bruke et forenklet arbeidsdiagram som vist i figur 19c. Forbrenningen tenkes å skje ved konstant volum ($V_3 = V_k$), idet den foregår så hurtig at stemplet ikke har fått tid til å bevege seg nevneverdig, og trykket i punkt 4 antas å falle momentant til verdien for trykket i punkt 1. Kompresjon og ekspansjon antar vi er adiabatisk. Første takt (0-1) blir som i det virkelige arbeidsdiagram. Annen takt (1-2) blir adiabatisk kompresjon. Tredje takt består av en isochor prosess (2-3, $V_3 = V_k$), hvor en varmemengde Q_1 blir tilført gassen ved forbrenningen, og en adiabatisk ekspansjon (3-4). Fjerde takt blir en isochor (4-1) med tap av varmemengden Q_2 og en isobar (1-0) prosess.

For tilført og bortført varmemengder, henholdsvis Q_1 og Q_2 , for utført arbeid A_{ex} og virkningsgrad η_{ex} får vi følgende uttrykk:

$$Q_1 = \nu C_v (T_3 - T_2) \quad 10.2.(1)$$

$$Q_2 = \nu C_v (T_4 - T_1) \quad 10.2.(2)$$

$$A_{ex} = Q_1 - Q_2$$

$$= \nu C_v (T_3 - T_2 - T_4 + T_1) \quad 10.2.(3)$$

$$\eta_{ex} = \frac{A_{ex}}{Q_1} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} \quad 10.2.(4)$$

Siste uttrykk kan omformes ved bruk av ligninger for de adiabatisk prosesser 3-4 og 1-2:

$$T_4 V_1^{(\kappa-1)} = T_3 V_k^{(\kappa-1)}$$

$$T_1 V_1^{(\kappa-1)} = T_2 V_k^{(\kappa-1)}$$

Tar vi differensen på begge sider, får vi:

$$(T_4 - T_1) V_1^{(\kappa-1)} = (T_3 - T_2) V_k^{\kappa-1}$$

eller:

$$\frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_k}{V_1}\right)^{(\kappa-1)(1-\kappa)} = \epsilon \quad 10.2.(5)$$

Siste omforming er gjort ved hjelp av ligning 10.1.(2).

Innsettes ligning 10.2.(5) i 10.2.(4), blir uttrykket for virkningsgraden:

$$\eta_{ex} = 1 - \epsilon^{(1-\kappa)} \quad 10.2.(6)$$

Da kompresjonsforholdet ϵ er kjent, kan virkningsgraden beregnes, og arbeidet som ydes pr. arbeidsomløp blir gitt ved:

$$A_{ex} = Q_1 \eta_{ex} \quad 10.2.(7)$$

Q_1 kan finnes av ligning 10.1.(3) når brennstoff-forbruket er kjent.

10.3. Virkningsgrader ved forbrenningsmotorer.

De utledede virkningsgrader, ligning 10.1.(13) og 10.2.(6) i forrige avsnitt, er størrelser vi har regnet ut under ideelle forhold og som vi ikke oppnår i praksis. De gir imidlertid maksimalverdiene for

maskinenes yteevne og har som sådanne en betydelig verdi. Ved sammenligning av to maskiner av samme type, men forskjellig størrelse, er de meget brukbare.

Grunnen til at det nyttbare mekaniske arbeid ved en bestemt varmemengdetilførsel blir mindre enn beregnet, skyldes bl.a. følgende:

- ..1. En del av den tilførte varme bortføres gjennom sylinderveggene uten å yte arbeide. Sylinderveggene må holdes kjølt under motorens gang.
- ..2. Forbrenningsgassen som utblåses tar med seg en del energi i form av "høyverdige" varme (ikke helt nedkjølt gass).
- ..3. De spesifikke varmer, C_p og C_v , er ikke konstante under prosessen slik som vi har forutsatt.
- ..4. Gassens sammensetning endrer seg under kompresjon, forbrenning og ekspansjon, og krever bl.a. arbeid til dissosiasjon.
- ..5. Forbrenningene foregår ikke helt ideelt som vi har forestilt oss. De virkelige arbeidsdiagrammer får mindre areal enn forutsatt. Til dette kommer også at utblåsing av forbrenningsproduktene skjer over en viss tid og krever ekstra arbeide.

Den virkningsgrad vi har regnet ut:

$$\eta_t = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad 10.3.(1)$$

kalles som før nevnt den termodynamiske virkningsgrad.

En del av den nyttbare varmemengde ($Q_1 - Q_2$) går etter det som ovenfor er sagt tapt. La oss kalle denne tapte varmemengde i sylindergassene for Q_3 , slik at den arbeidende substans bare kan omsette til arbeid:

$$A_i = (Q_1 - Q_2 - Q_3).$$

Forholdet

$$\eta_i = \frac{A_i}{A} = \frac{Q_1 - Q_2 - Q_3}{Q_1 - Q_2} \quad 10.3.(2)$$

kalles maskinens indikerte termodynamiske virkningsgrad.

I maskinen tapes ytterligere en viss energimengde som friksjonsvarme m.v. La dette være varmemengden Q_4 . Dette bevirker at det arbeid som kan måles på utgående aksel fra maskinen, A_e , det effektive arbeide, blir mindre enn A_i med denne energimengde. Forholdet

$$\eta_m = \frac{A_e}{A_i} = \frac{A_i - Q_4}{A_i} = \frac{Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4}{Q_1 - Q_2 - Q_3} \quad 10.3.(3)$$

kalles maskinens mekaniske virkningsgrad.

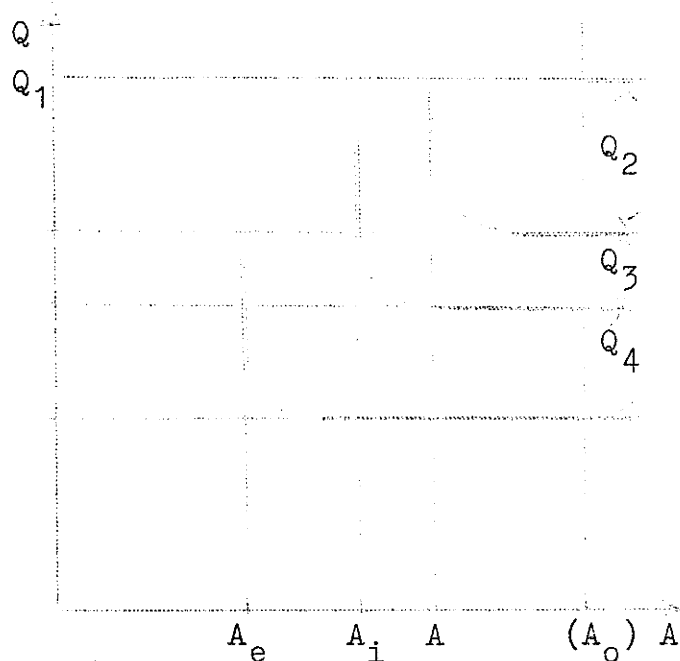
Den effektive termodynamiske virkningsgrad, η_e , er forholdet mellom effektivt utnyttet energi, A_e , og totalt tilført energi, Q_1 (i samme enheter)

$$\eta_e = \frac{A_e}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2 - Q_3 - Q_4}{Q_1}$$

$$= \frac{A_e}{A_i} \cdot \frac{A_i}{A} \cdot \frac{A}{Q_1} = \eta_m \cdot \eta_i \cdot \eta_t \quad 10.3.(4)$$

De forskjellige energimengder som er omtalt kan illustreres i et "Sankey"-diagram. Her er arbeidsmengdene avsatt som abscisser, varmemengdene som ordinater, slik som skissert i figur 20.

$A_o = Q_1$ (i samme energienheter) er det arbeid som en ville ha fått om all varmeenergi mottatt ved den høye temperatur kunne vært omsatt til mekanisk arbeid. Det kan vi ikke få til, ifølge varmelærens annen hovedsetning. Varmemengden Q_2 må avgis til et kaldere reservoar. $A = Q_1 - Q_2$ er den maksimalt nyttbare varmeenergi. Varmemengdene Q_3 og Q_4 går tapt p.g.a. tekniske mangler ved maskinen.



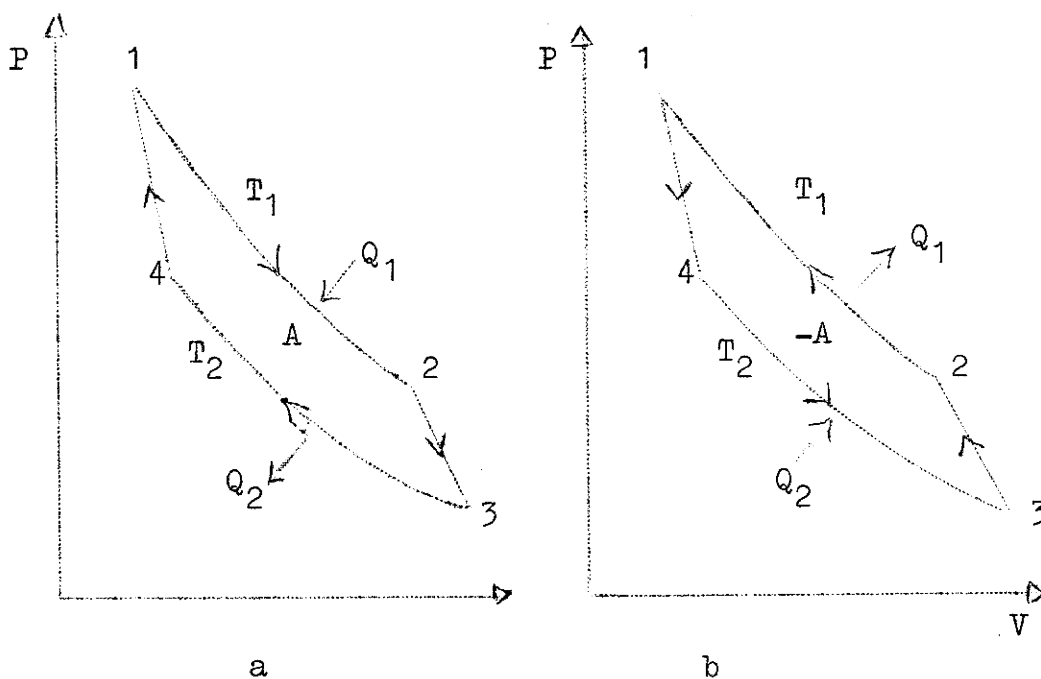
Figur 20
Sankey-diagram.

11. Varme- og kjølemaskiner.

Tidligere har vi sett hvordan en varmemengde, Q_1 , som tilføres en arbeidende substans i en varmekraftmaskin ved høy temperatur T_1 , kan omformes i mekanisk arbeid, A , når samtidig en del av varmemengden, Q_2 , avgis ved en lavere temperatur T_2 . Den maksimalt oppnåelige virkningsgrad ville vi få ved å la en ideell gass gjennomgå en Carnot's sirkelprosess mellom temperaturen T_1 og T_2 som vist ved kurven 1-2-3-4-1 i figur 21a, for et omløp. Virkningsgraden ble

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad 11.(1)$$

Hvis vi lar en slik ideell maskin løpe den motsatte vei, vil alle energistørrelser skifte tegn, men beholde sine numeriske verdier, og vi får diagrammet figur 21b. Her tar maskinen inn varmemengden Q_2 ved temperatur T_2 og avgir varmemengden

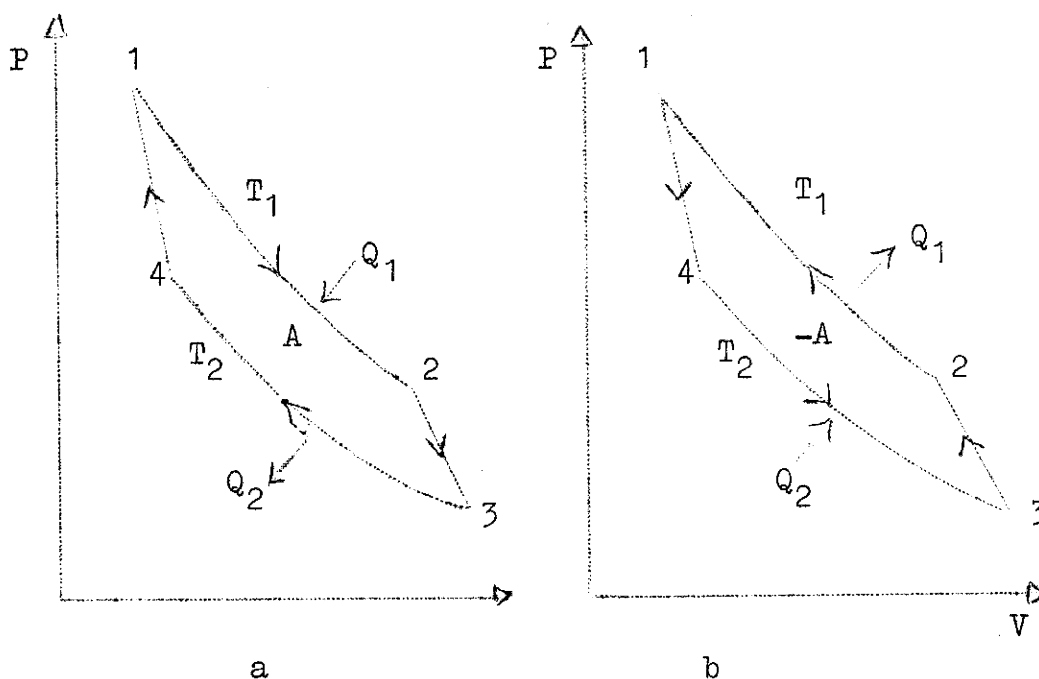


Figur 21
Carnot diagrammer

$Q_1 (> Q_2)$ ved temperatur T_1 , samtidig som den får tilført arbeidet A (angitt i figuren ved det negative areal $-A$). Hvis vi primært er interessert i varmemengden Q_1 avgitt ved den høyere temperatur, virker maskinen som varmepumpe. Er det den varmemengden Q_2 som en kan trekke ut av et kaldt medium som interesserer, kalles maskinen en kulde- eller kjølemaskin.

11.1. Varmepumpe.

La oss anta at maskinen arbeidet ideelt og over Carnot-prosesser som angitt i figur 21b. Maskinen opptar varmemengden Q_2 ved en temperatur T_2 , avgir en varmemengde Q_1 ved temperaturen $T_1 > T_2$, samtidig som det mekaniske arbeide A er tilført for å holde maskinen gående. Vi kan si at lavverdig varme fra reservoar med temperatur T_2 omvandles, "transformeres", til høyverdig varme ved temperatur T_1 ved hjelp av mekanisk arbeide. Forholdet mellom avgitt varme og tilført arbeide kalles



Figur 21
Carnot diagrammer

Q_1 ($> Q_2$) ved temperatur T_1 , samtidig som den får tilført arbeidet A (angitt i figuren ved det negative areal $-A$). Hvis vi primært er interessert i varmemengden Q_1 avgitt ved den høyere temperatur, virker maskinen som varmepumpe. Er det den varmemengden Q_2 som en kan trekke ut av et kaldt medium som interesserer, kalles maskinen en kulde- eller kjølemaskin.

11.1. Varmepumpe.

La oss anta at maskinen arbeidet ideelt og over Carnot-prosesser som angitt i figur 21b. Maskinen opptar varmemengden Q_2 ved en temperatur T_2 , avgir en varmemengde Q_1 ved temperaturen $T_1 > T_2$, samtidig som det mekaniske arbeide A er tilført for å holde maskinen gående. Vi kan si at lavverdig varme fra reservoar med temperatur T_2 omvandles, "transformeres", til høyverdig varme ved temperatur T_1 ved hjelp av mekanisk arbeide. Forholdet mellom avgitt varme og tilført arbeide kalles

transformeringsfaktoren, ϵ_p .

Ved en Carnotmaskin blir denne, når vi bruker uttrykkene for varmemengde og arbeid for de prosesser den arbeider ved, ligning 8.2.(2.1) og 8.2.(8):

$$\epsilon_p = \frac{Q_1}{A} = \frac{\nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{\nu R(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad 11.1.(1)$$

Dette er den ideelle og maksimale transformeringsfaktor som kan oppnåes ved noen varmepumpe. I praksis må en nøye seg med en verdi som er ca. 50 % av den ideelle fordi arbeide går tapt ved friksjon og maskinen ikke arbeider med Carnot-prosesser. Allikevel vil det kunne avgis betydelige varmemengder ved temperatur T_1 ved hjelp av en bestemt arbeidsmengde.

La oss f.eks. anta at maskinen arbeider mellom $+5^\circ\text{C}$ og 60°C . Vi får:

$$\epsilon_p = \frac{273 + 60}{(273 + 60) - (273 + 5)} = \frac{333}{55} = 6$$

Med 50 % tap på grunn av ikke-ideelle forhold, får vi en effektiv virkningsgrad på:

$$\epsilon_{\text{eff}} = 0,5 \epsilon_p = 3.$$

Dette gir en varmemengde ut ved den høye temperatur:

$$Q_1 = \epsilon_{\text{eff}} \cdot A = 3A$$

En arbeidsmengde A kan under disse forutsetninger gi tre ganger større varmemengde (i samme energienheter) ved temperatur 60°C enn den varmemengde arbeidet selv tilsvarer. Elektrisk energi kan omsettes til mekanisk arbeide med høy virkningsgrad, f.eks. $\eta = 0,8$. Det vil derfor lønne seg energetisk,

med en faktor $0,8 \times 3 = 2,4$ i ovennevnte tilfelle, å gjøre dette og bruke arbeidet i en varmepumpe fremfor å omgjøre den elektriske energi direkte til varme i en varmeovn. For tiden er det maskinelle utstyr ved varmepumpene så kostbart at det økonomisk ikke lønner seg å anvende dem uten i store foretagender.

En annen sak er om en allikevel ikke i fremtiden må benytte varmepumper f.eks. til husoppvarming for å økonomisere med energien.

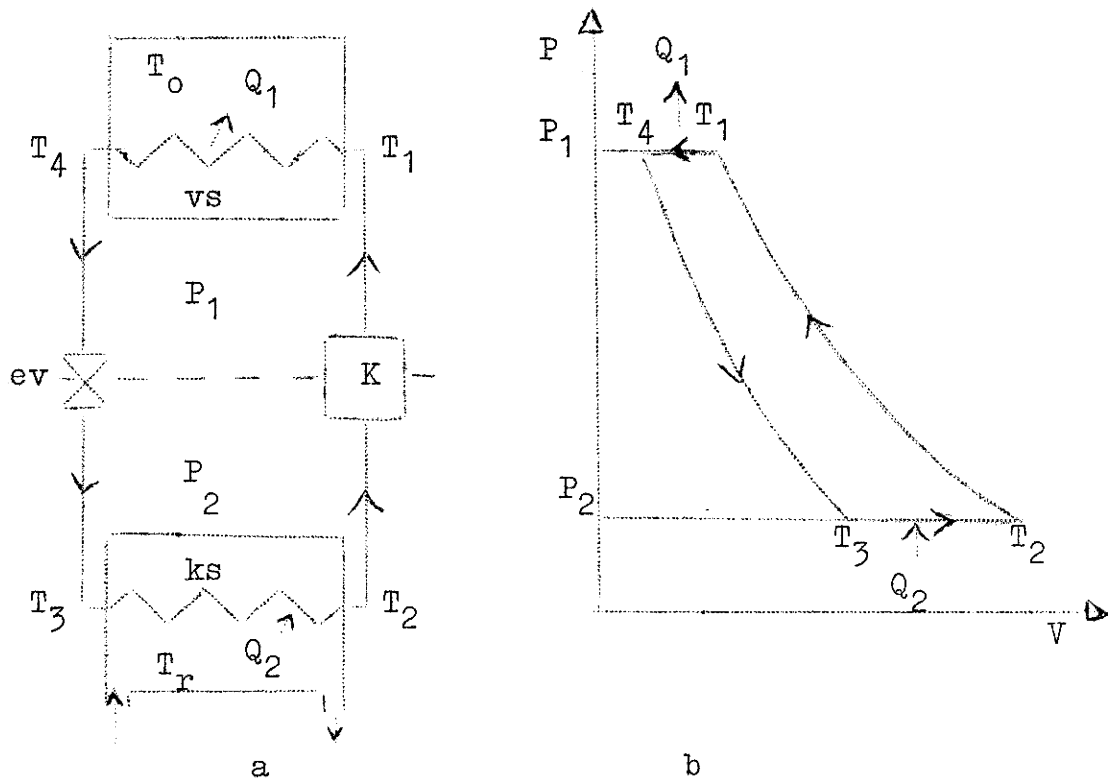
Prinsippet for en mulig utforming av en varmepumpe er vist i figur 22a med arbeidsdiagram i figur 22b.

En gassmengde bringes til å sirkulere i pilens retning i et lukket rørsystem ved hjelp av en kompressor K. Pr. tidsenhet komprimeres v mol av gassen fra trykket P_2 til trykket P_1 . Kompresjonen tenkes å foregå adiabatisk, og gasstemperaturen vil stige fra T_2 til T_1 (se PV-diagrammet). Under passasjen gjennom varmespiralen, vs, som må være plassert i det rom som skal varmes opp, vil gassen avgi varme (Q_1) til omgivelsene forutsatt at omgivelsenes temperatur T_0 er lavere enn gassens. Temperaturen i gassen vil da synke, under konstant trykk P_1 , til en verdi $T_4 \geq T_0$. Gassen får nå undslippe gjennom en ekspansjonsventil, ev, og trykket synker til begynnertrykket P_2 , mens temperaturen synker til T_3 . Ekspansjonen tenkes igjen å være adiabatisk. Ved passering gjennom kjølespiralen, ks, anbrakt i et reservoar (f.eks. elvevann) som har forholdsvis konstant temperatur T_r , vil gassen oppta varmemengden Q_2 fra omgivelsene såfremt temperaturen T_r der er høyere enn gassens temperatur. Gasstemperaturen stiger fra T_3 til $T_2 \leq T_r$.

Siden det tilførte arbeid er

$$A = Q_1 - Q_2 ,$$

da ingen varmemengder opptas eller avgis ved de adiabatiske prosesser, og da varmemengdene avgis og opptas



Figur 22
Varmepumpe

under isobare prosesser, blir transformeringsfaktoren:

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \frac{Q_1}{Q_1 - Q_2} = \frac{\nu C_p (T_1 - T_4)}{\nu C_p [(T_1 - T_4) - (T_2 - T_3)]} = \frac{T_1 - T_4}{T_1 - T_4 - T_2 + T_3} \\ &= \frac{1}{1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\nu-1}{\nu}}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \end{aligned} \quad 11.1.(2)$$

De to siste omforminger er utført ved hjelp av ligningene mellom trykk og temperatur for de to adiabatisk prosesser.

En bør merke seg at selv om uttrykkene 11.1.(1) og 11.1.(2) for transformeringsfaktoren uttrykt ved temperaturene er identiske, er de ikke helt ekvivalente. T_1 i ligning 11.1.(2) er høyeste temperatur i prosessen som i 11.1.(1), men T_2 er ikke den laveste.

11.2. Kjølemaskiner.

Ved kulde- eller kjølemaskiner er det den varmemengde, Q_2 , som kan trekkes ut av et reservoar med lav temperatur T_2 ved hjelp av en gitt arbeidsmengde som er av interesse. Vi definerer en "kjølefaktor", ϵ_k , som forholdet mellom den uttrukne varmemengde og det tilførte arbeide til maskinen. Arbeider denne ideelt med Carnotprosesser, får vi som maksimal kjølefaktor

$$\epsilon_k = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \epsilon_p^{-1} \quad 11.2.(1)$$

hvor siste omforming gir seg av

$$Q_2 = Q_1 - A$$

I praksis må en regne med kjølefaktor av omtrent den halve størrelse, delvis fordi maskinene ikke arbeider med Carnotprosesser, delvis på grunn av tapt arbeide ved friksjon og andre varmetap i maskinen.

Allikevel vil vanligvis den effektive kjølefaktor, ϵ_{eff} , være større enn tallet én, slik at man energimessig kan trekke ut en større varmemengde

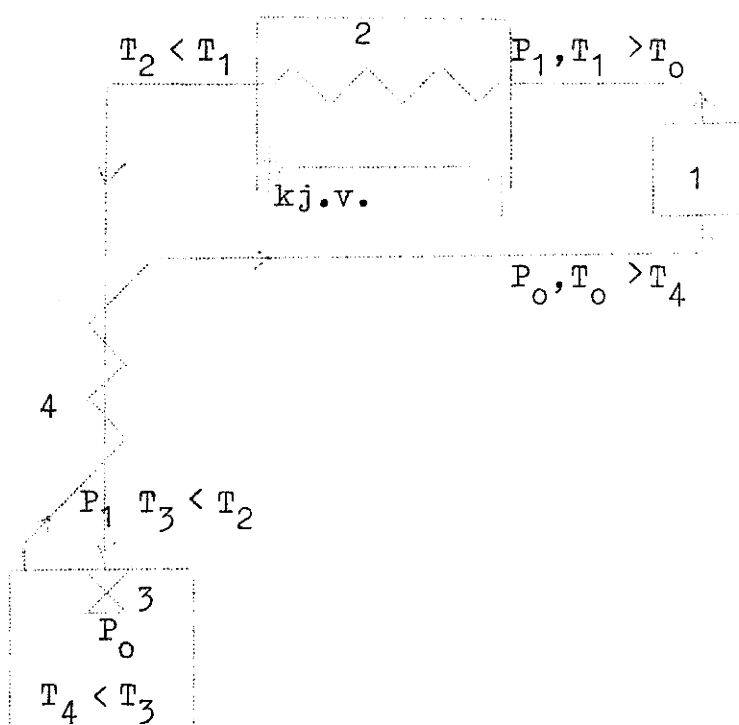
$$Q_2 = \epsilon_{eff} A \quad 11.2.(2)$$

enn den arbeidsmengde som tilføres maskinen.

Kuldmaskinens misjon er å kjøle ned et legeme. For å få varme til å gå fra dette legeme til maskinen, må maskinen ha et rom hvor temperaturen er lavere enn legemets temperatur. Dette rom kalles kuldegeneratoren, og her opptas varmemengden Q_2 fra legemet og omgivelser. Likeledes må alle kuldmaskiner ha et sted hvor det kan avgi varmemengden Q_1 ved høyere temperatur. Denne varme avgis vanligvis til kjølevann i den del av maskinen som kalles kondensoren.

11.2.1. Lindes kuldmaskin.

Det finnes flere typer av kuldmaskiner. Til fremstilling av særlig lave temperaturer brukes om- trent utelukkende Lindes kuldmaskin. I denne (se figur 23) sirkulerer gass (f.eks. luft) i et lukket system: 1-2-3-4-1. Gassen komprimeres i kompressor 1 fra trykket P_0 til et høyt trykk P_1 (50 - 200 atm), og temperaturen stiger da fra T_0 til T_1 . I kjølesystemet 2 trekkes varme ut ved hjelp av kjølevann (kj.v.), og temperaturen daler til T_2 . Høytrykkgassen går gjennom et rør om- sluttet av en kjølespiral (4), som kjøler gassen til temperaturen T_3 , til ventilen 3 hvor den blåses ut i et rom (kuldegeneratoren) til det opprinnelige trykk P_0 . Gassen avkjøles ved ekspan- sjonen til temperaturen T_4 , delvis på grunn av adiabatisk utvidelse, men også på grunn av Joule- Thomson-effekten (se avsnitt 6.1.). Deretter strømmer den gjennom spiralen 4 tilbake til kom- pressoren, mens den på veien avkjøler høytrykks- gassen og selv øker temperaturen til T_0 .



Figur 23

Prinsippet for Lindes kuldmaskin.

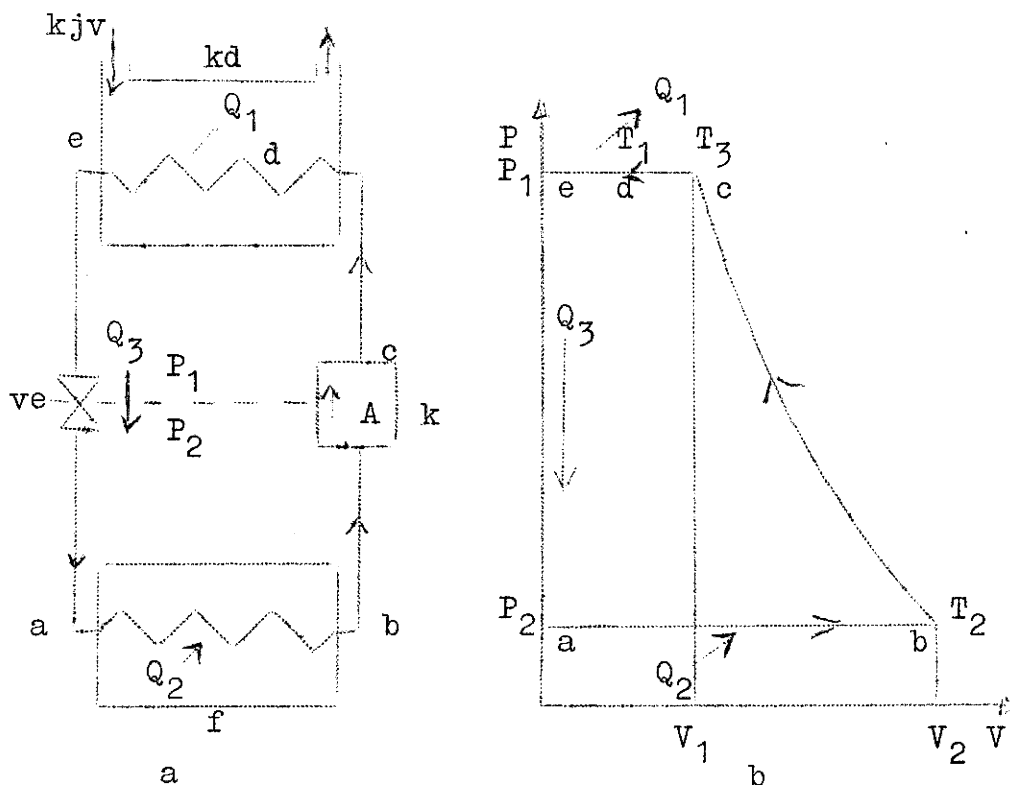
Ved stadig å la gassen løpe slik i sirkel vil temperaturen T_4 falle etterhvert (for de fleste gasser unntatt H_2), og kuldegeneratoren kan få så lav temperatur at gassen kondenseres i kuldegeneratoren 3. Det er nettopp til kondensasjon av "permanente" gasser at Linde-maskinen har funnet sin største anvendelse.

Med denne maskin kan en få temperaturer ned til like i nærheten av det absolutte nullpunkt.

Til fremstilling av mere moderate lave temperaturer, brukes dampkompresjons- og absorpsjonsmaskiner hvor den siste har fått en variant i "elektrolux"-maskinen.

11.2.2. Dampkompresjonsmaskinen.

Prinsippet er her at en lett kondenserbar damp avkjøles i kondensoren så den fortettes til væske. Væsken føres over i kuldegeneratoren, hvor den fordamper. Til dette trenger den varme som den tar fra omgivelsene og dermed avkjøler dem. Figur 24a viser prinsippskisse for en dampkompresjonsmaskin.



Figur 24
Dampkompresjonsmaskinen.

Vi starter i kuldegeneratoren f, fordamperen som den også benevnes, og tenker oss at ν mol væske fordamper ved temperaturen T_2 som er væskens kokepunkt ved det trykk P_2 som hersker i kuldegeneratorens rørsystem. I PV-diagrammet figur 24b representerer dette en linje a - b. Til fordampningen medgår varmemengden

$$Q_2 = \nu \lambda_2, \quad 11.2.2.(1)$$

hvor λ_2 er væskens fordampingsvarme (kcal/mol) ved temperaturen T_2 . Varmemengde Q_2 må tas fra omgivelsene, dvs. fra rommet omkring rørsystemet i kuldegeneratoren. Volumet V_2 av gasmengden er (tilnærmet) gitt ved

$$V_2 = \frac{\nu RT_2}{P_2} \quad 11.2.2.(2)$$

I kompressoren, k, blir gassen trykket sammen til volumet V_1 og får trykket P_1 (lik dampens metningstrykk ved temperaturen T_1 i kondensoren). Temperaturen heves ved dette til

$$T_3 = T_2 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad 11.2.2.(3)$$

idet vi går ut fra at sammentrykningen foregår polytropt langs bc i diagrammet. Gassen avkjøles til temperaturen T_1 når den går fra kompressoren til punkt d i kondensoren (kd) og vil deretter kondenseres, fremdeles under det konstante trykk P_1 , til væske under passasjen gjennom kjølerørene til punkt e i kjøleren (og PV-diagrammet). Den avgitte varmemengde blir:

$$Q_1 = \nu \lambda_1, \quad 11.2.2.(4)$$

hvor λ_1 er fordampningsvarmen for gassen ved temperaturen T_1 .

Gjennom ventilen ve sprøytes så væskemengden ν tilbake til kuldegeneratorens rørsystem. Den

bringer med seg varmemengden.

$$Q_3 = vC(T_1 - T_2) \quad 11.2.2.(5)$$

hvor C er væskens spesifikke varme (kcal/mol). I kuldegeneratoren vil den igjen fordampe, og prosessen gjentar seg.

Det arbeid som er tilført maskinen ved at væske-damp-mengden v har gått en gang rundt maskinen, blir det tekniske arbeide utført av kompressoren. Det er, ifølge ligning 7.6.(11) og 7.6.(10):

$$A' = \frac{n}{n-1} vRT_2 \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right] \quad 11.2.2.(6)$$

Den varmemengde som er trukket ut av kuldegeneratoren blir differensen mellom Q_2 og Q_3 , slik at vi får for kuldefaktoren:

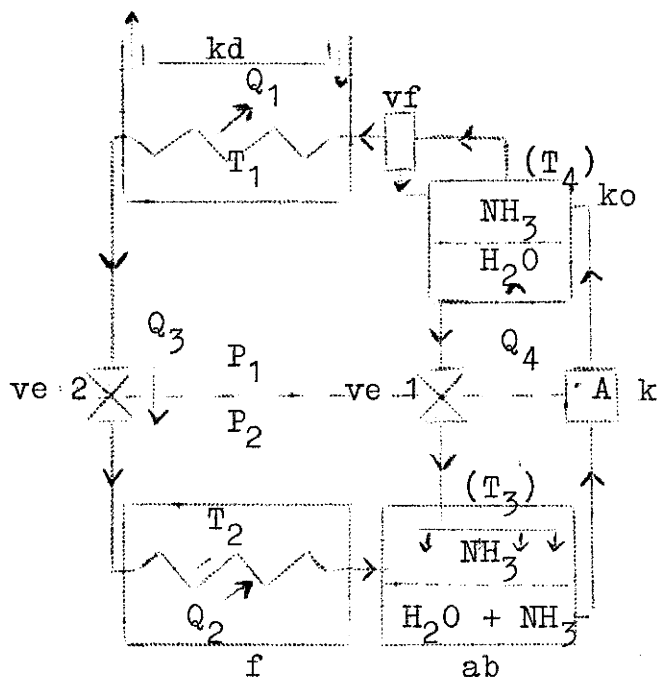
$$\epsilon_k = \frac{Q_2 - Q_3}{A'}$$

$$\epsilon_k = \frac{(n-1)[\lambda_2 - C(T_1 - T_2)]}{nRT_2 \left[\left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]} \quad 11.2.2.(7)$$

Da maskinens og kjølevæskens data vil være kjent, kan kjølefaktoren regnes ut av ligning 11.2.2.(7). Den blir ikke eksakt, fordi vi under utregningen har forutsatt at kjølemediet i dampform følger tilstandsligningen for en ideell gass. Dette er bare tilnærmet riktig.

11.2.3. Absorpsjonsmaskinen virker prinsipielt på samme måte som dampkompresjonsmaskinen, men overføringsmåten av gass fra lavt til høyt trykk er

annerledes. Ammoniakk absorpsjonsmaskinen, skjematisk tegnet i figur 25, er et eksempel på denne maskintype.



Figur 25
Absorpsjonsmaskin.

Vi betrakter et omløp av v mol NH_3 gass. I kuldegeneratorens rørsystem f går ammoniakkmengden over fra flytende til gassform og trekker ut varmemengden Q_2 fra omgivelsene. Gasstrykket P_2 blir damptrykket av gassen ved temperaturen T_2 (f.eks. -5°C) i kuldegeneratoren. Gassmengden ledes i rør til en "absorbator" ab , et lukket rom med vann. Temperaturen T_3 her er endel høyere enn i kuldegeneratoren (f.eks. 20°C). Da NH_3 er lett oppløselig i kaldt og lunkent vann, vil gassen her oppløses i vannet til oppløsningen blir mettet. Denne mettede NH_3 -vannblanding pumpes gjennom pumpen k til et nytt lukket rom ko , "kokeren". Til dette kreves et pumpearbeid A . Da gasser er lettere oppløselige i kaldt enn i varmt vann, kan vi drive NH_3 -gassen i kokeren ut av vannet ved oppvarming. Vi tilfører Q_4 kcal for å drive ut v mol gass.

Dette skjer ved temperaturen T_4 (som kan være ca. 110°C). Trykket av gassen over vannet blir $P_1 > P_2$ (P_1 er kokepunktet for NH_3 gassen ved temperaturen T_1 i kondensoren). Etterhvert som NH_3 -gassen drives ut av vannet blir dette "renere" og kan ledes tilbake til absorbatoren via ventilen ve 1. I absorbatoren risler vannet gjennom gassen og hjelper til å absorbere denne.

Fra kokeren går NH_3 -gassen gjennom en vannfelle vf til kondensoren kd hvor den går over i væskeform under uttrekning av kondensasjonsvarmen Q_1 til kjølevannet. Temperaturen T_1 av kjølevannet blir bestemmende for hvor høyt trykket P_1 må være for at kondensasjon skal finne sted (P_1 er NH_3 -gassens metningstrykk ved T_1 °K). Den flytende ammoniakk ledes så tilbake til kuldegeneratoren gjennom ventilen ve 2. Den transporterer med seg varmemengden Q_3 .

Netto varmemengde som tas fra kuldegeneratoren ved ett omløp av v mol gass blir:

$$Q = Q_2 - Q_3$$

Tilført energi under omløpet er pumpearbeidet A plus varmemengden Q_4 som trenges til å drive ammoniakken ut av vannet. Kjølefactoren blir derfor:

$$\epsilon_k = \frac{Q_2 - Q_3}{A + Q_4} \quad 11.2.3.(1)$$

(alle energier i samme energimål).

Uttrykkene for Q_2 og Q_3 blir de samme som de tilsvarende varmemengder ved dampkompresjonsmaskinen. For å finne arbeidet A , må vi vite hvor stor mengde vann som må til for å oppløse v mol NH_3 -gass. Kan 1 l vann oppta v_0 mol gass ved temperaturen T_3 , trenges $\frac{v}{v_0}$ l vann til å oppta v mol gass. Denne vannmengde må pumpes fra trykk P_2 til trykk P_1 . Da vann er praktisk talt usammentrykkelig, vil pumpemekanismen være

at vann trekkes inn i pumpen under trykket P_2 og samme volum trykkes ut av pumpen under trykket P_1 . Arbeidet som må tilføres pumpen blir

$$A = (P_1 - P_2) \frac{v}{v_0} \quad 11.2.3.(2)$$

(En skal her merke seg at v_0 er avhengig av temperaturen. Den tallmessige størrelse kan tas ut av tabeller.)

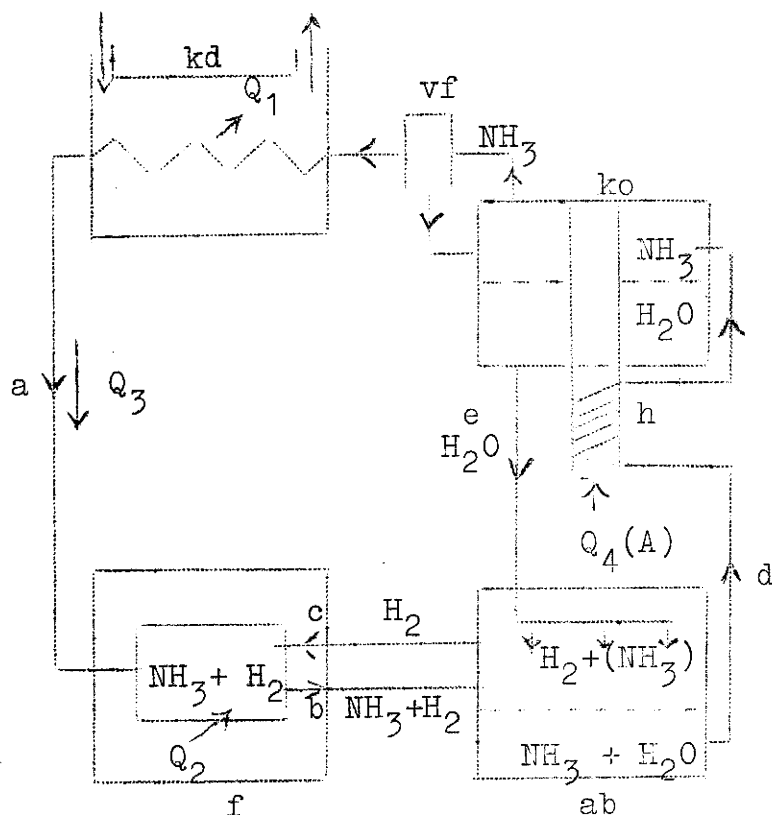
Varmemengden Q_4 er heller ingen størrelse som kan beregnes direkte. Den må taes ut av tabell. Den er avhengig av trykket P_1 . Jo større dette er, dessto mer varme må tilføres NH_3 -vann-blandingen for å drive ut gassmengden v . Vi kommer derfor ikke videre ved beregning av ϵ_k uten nærmere spesifisering av de temperaturer og trykk maskinen arbeider med. Imidlertid vil ϵ_k ved absorpsjonsmaskiner være av omtrent samme størrelse som kjølefactoren ved dampkompresjonsmaskinen.

Absorpsjonsmaskinens fortrinn fremfor dampkompresjonsmaskinen ligger i pumpe-systemet. En vannpumpe er lettere å få til å virke tilfredsstillende enn en gasskompressor.

11.2.4. Elektroluxmaskinen.

De kjølemaskiner som er nevnt hittil har bevegelige deler, pumper eller kompressorer. I elektroluxmaskinen er dette unngått. Det finns heller ikke noen ventiler i den. Maskinen arbeider derfor helt lydløst. Figur 26 viser elektroluxmaskinen skjematisk.

Flytende NH_3 (v mol) renner fra kondensoren (kd), hvor gasstrykket er P_1 , gjennom en rørledning a til kuldegeneratoren (f) og tar derved med seg varmemengden Q_3 . I kuldegeneratoren fordampes NH_3 -mengden og krever til dette fordampingsvarmen Q_2 fra omgivelsene. Trykket av NH_3 -gassen blir $P_2 < P_1$.



Figur 26

Elektroluxmaskinen

Sammen med NH_3 -gassen har vi her hydrogen (H_2) med trykk ($P_1 - P_2$) slik at totaltrykket i kuldegeneratorens rørsystem blir $P_2 + (P_1 - P_2) = P_1$ (ifølge Daltons lov om summasjon av gassers partialtrykk.) Blandingsgassen, $\text{NH}_3 + \text{H}_2$, suges gjennom rør (b) til "absorbatoren" (ab) som inneholder vann. Dette absorberer NH_3 -gassen, så gassblandingen blir fattigere på NH_3 -gass (derav sugevirkningen fra f til ab via b). Det totale gasstrykk må imidlertid være konstant. Derfor vil H_2 -trykket i ab stige i forhold til H_2 -trykket i f. Hydrogenet går derfor tilbake til f i rør c og bringer ved ny sirkulasjon NH_3 -gass med seg til ab.

Ammoniakk-vann-blandingen i absorbatoren står gjennom røret d i forbindelse med kokeren ko. På veien dit oppvarmes blandingen i hetespiralen h. Blandingens spesifikke vekt blir mindre, og vi får en sugevirkning fra absorbatoren til kokeren via hetespiralen. I kokeren vil NH_3 -gassen i vannet drives ut av den tilførte varmemengde Q_4 , og vi

får NH_3 -damp med trykk P_1 i kokeren. Det rene vann (eller fattigere $\text{NH}_3\text{-H}_2\text{O}$ blanding) renner gjennom røret e tilbake til absorbatoren. NH_3 -gassen, derimot, vil etter å ha passert vannfellen vf, kondenseres i kondensoren kd til væske, idet kondensasjonsvarmen Q_1 trekkes bort med kjølevannet. NH_3 -væsken fortsetter så gjennom a tilbake til kuldegeneratoren.

Netto varmeuttrekk fra kuldegenerator er

$$Q = Q_2 - Q_3$$

og tilført energi er Q_4 . Kjølefactoren blir

$$\varepsilon_k = \frac{Q_2 - Q_3}{Q_4} \qquad 11.2.4.(1)$$

hvor Q_2 og Q_3 kan beregnes ved formlene 11.2.2.(1) og 11.2.2.(5), Q_4 må taes fra tabeller.

Elektroluxmaskinens store fordeler ligger i dens lydløse gang, energitilførsel bare i form av varme (Q_4) og en konstruksjon som er lettere å holde tett enn de tidligere omtalte maskiner med bevegelige deler. Elektroluxprinsippet var for inn-til få år siden beskyttet av patent, så maskinene bare kunne lages ved enkelte fabrikker. Nå er patentrettighetene utløpet og maskiner etter dette prinsipp lages også i Norge.

12. Varmeoverføring.

Det skjelles mellom tre hovedtyper av varmeoverføring:

Varmetransport ved konveksjon, ved ekte ledning og ved stråling.

Varmeoverføring ved konveksjon forutsetter at det er et viskøst (flytende eller gassformig) stoff, som kan føre med seg varmen ved at stoffets masse flytter seg. Det er dette som skjer når varme overføres fra bunnen til overflaten av et kar fylt med væske som blir oppvarmet nedenfra. Væskpartikler - væskemasse - flyttes på grunn av endret spesifikkvekt fra bunn til overflate. Videre er varmemengder som overføres med luftmasser, som føres avsted med vinden, en varmetransport av denne type. Vi skal her ikke gå nærmere inn på denne type varmetransport.

12.1. Varmeledning gjennom enkel vegg.

Med varmeledning forstår vi overføring av varmeenergi uten stofftransport. Energiforplantningen skjer fra molekyl til molekyl i stoffet og kan foregå i faste stoffer, væsker og gasser.

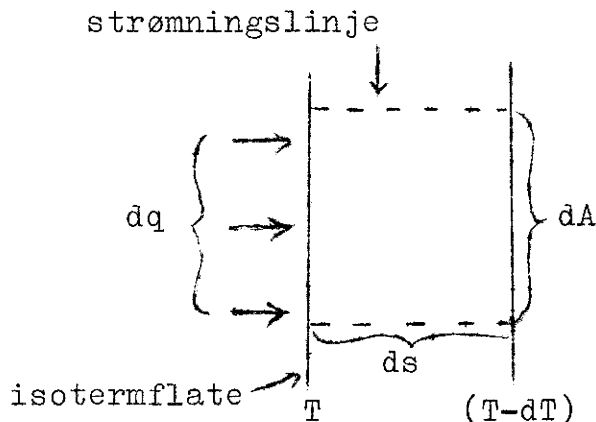
Betingelsen for at varmeenergi skal forplante seg ved varmeledning fra et sted til et annet i et stoff, er at det eksisterer en temperaturforskjell mellom de to punkter i stoffet.

La oss tenke oss at vi har et legeme hvor to motstående begrensingsflater blir holdt på temperaturene T_1 og $T_2 < T_1$, mens legemet forøvrig er isolert fra omgivelsene. Punkter i legemet vil da ha temperaturer mellom T_1 og T_2 . Velger vi en temperatur T_3 mellom T_1 og T_2 , vil vi finne mange punkter i legemet som har denne temperatur, og alle disse punktene kan forbindes til en kontinuerlig flate. Vi kaller denne flate for "isotermflaten for temperaturen T_3 ". I legemet vil det kunne legges uendelig mange isotermflater med temperaturer som adskiller seg lite fra flate til flate. Kontinuerlige linjer som overalt står loddrett på isotermflatene,

kalles strømningslinjer for temperaturen.

Fra ett sted til et annet på en isothermflate forandrer ikke temperaturen seg. Da varmetransport ved ledning bare skjer når der er temperatur-forskjeller tilstede, vil det ikke foregå slik varmetransport langs en isothermflate, dvs. loddrett på strømningslinjene. Transport av varmeenergi foregår derfor langs strømningslinjene.

Vi tenker oss et lite arealutsnitt, dA , av en isothermflate med temperatur T (figur 27). Utsnittet skal være så lite at vi kan betrakte det som plant. Videre tenker vi oss en isothermflate for temperaturen $(T - dT)$. Hvis dT er tilstrekkelig liten, vil strømningslinjene mellom isothermflatene være rette, og strømningslinjene langs kanten av dA på isothermflaten T vil skjære ut et like



Figur 27

Stasjonær varmeledning
stort areal på isothermflaten $(T - dT)$. Avstanden mellom isothermflatene er ds . Vi tenker oss videre at vi har stasjonær varmeledning, dvs. at den energimengde som pr. tidsenhet går gjennom flaten dA ikke endrer seg med tiden.

I tidsrommet dt går varmemengden dq gjennom arealet dA på isothermflaten T . Den samme varmemengde vil da også

gå gjennom isotermflaten ($T - dT$) ~~fordi~~ varmeenergien ikke går gjennom strømningslinjene. Det er naturlig å anta at varmemengden dq må være proporsjonal med dt , med størrelsen av dA , med temperaturendringen fra T til $(T - dT)$, dvs. med $-dT$, og omvendt proporsjonal med avstanden ds mellom isotermflatene. Vi får da:

$$dq = - \lambda dA \frac{dT}{ds} dt \quad 12.1.(1)$$

(- tegn på grunn av den avtagende temperatur T til $T - dT$).

Størrelsen $(-\frac{dT}{ds})$ kalles temperaturgradienten i retning s .

Den varmemengde som går gjennom flaten pr. tidsenhet kaller vi varmestrømmen dQ . Den blir:

$$dQ = \frac{dq}{dt} = - \lambda \frac{dT}{ds} dA \quad 12.1.(2)$$

Dette er den differensielle varmetransportligning for stasjonær varmestrøm. Proporsjonalitetskoeffisienten λ er en stoffkonstant og kalles stoffets varmeledningssevne. Løser vi ligning 12.1.(2) med hensyn på λ får vi:

$$\lambda = - \frac{dQ}{dA} \cdot \frac{ds}{dT} \quad 12.1.(3)$$

λ blir tallmessig den varmemengde (cal) som pr. sekund ledes gjennom en flateenhet (cm^2) når temperaturgradienten (temperaturendringen pr. lengdeenhet (cm)) er $1^\circ\text{C}/\text{cm}$.

$$\|\lambda\| = \frac{\text{cal} \cdot \text{cm}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{grad}} = \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{grad} \cdot \text{s}}$$

Ofte brukes kcal istedenfor cal, time (h) som tidsenhet og m som lengdeenhet. Varmeledningsevnen λ_1 angitt i de siste enheter blir da:

$$\lambda_1 \left(\frac{\text{kcal}}{\text{m.grad.h}} \right) = 360 \lambda \left(\frac{\text{cal}}{\text{cm.grad.s}} \right) \quad 12.1.(4)$$

Den differensielle varmeledningsligning 12.1.(2) skal vi bruke til å finne varmetransporten i et par alminnelige tilfelle.

12.1.1. Vegg med planparallele ytterflater som har temperaturene T_1 og T_2 . Veggtykkelse er d og veggen er homogen slik at det er ens varmeledningsevne overalt i den. Vi betrakter en stasjonær tilstand der varmestrømmen pr. flateenhet, $\frac{dQ}{dA}$, er konstant. Av ligning 12.1.(2) får vi:

$$\frac{dQ}{dA} ds = - \lambda dT \quad 12.1.1.(1)$$

Integrasjon fra vegg med temperatur T_1 til vegg med temperatur T_2 gir:

$$\frac{dQ}{dA} \int_0^d ds = - \lambda \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\frac{dQ}{dA} \cdot d = \lambda (T_1 - T_2)$$

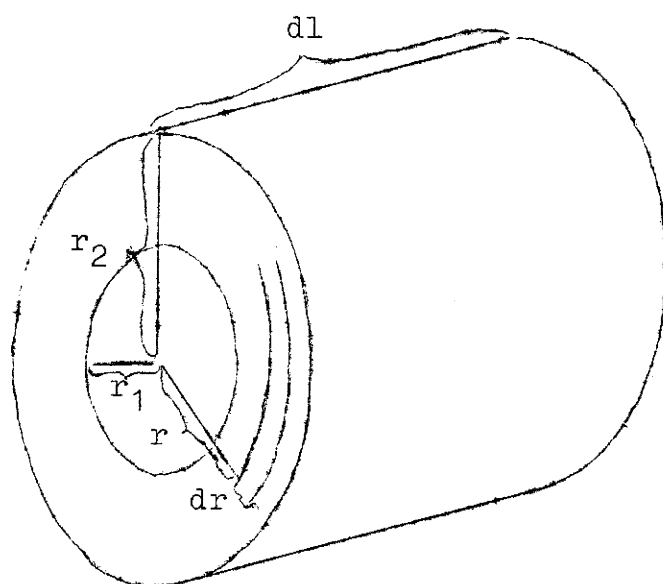
$$\frac{dQ}{dA} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{d} \quad 12.1.1.(2)$$

Integreres det deretter over hele veggflaten A , blir varmestrømmen Q gjennom flaten A :

$$Q = A \cdot \frac{dQ}{dA} = \lambda A \frac{T_1 - T_2}{d} \quad 12.1.1.(3)$$

Denne ligning er verifisert ved eksperimenter. Dette viser at antagelsene i forrige avsnitt er sannsynlige.

12.1.2. Tykkvegget homogent rør. La indre og ytre radier i røret være r_1 og r_2 (figur 28), temperaturen inne i røret overalt T_1 , og ytre veggtemperatur T_2 . Ved stasjonær tilstand vil temperaturen avta likt langs alle radier, og isothermflatene blir sylinderflater med akse i røraksen. Vi betrakter to sylindriske isotherm-flater med radier r og $(r + dr)$, lengde dl og temperaturene T og $(T-dT)$.



Figur 28
Radiell varmeledning.

Gjennom flaten

$$dA = 2 \pi r dl$$

går det da ifølge ligning 12.1.(1) en varmestrom

$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dr} 2 \pi r dl \quad 12.1.2.(1)$$

Pr. lengdeenhet av røret får vi varmetransporten

$$Q = \frac{dQ}{dl} = -\lambda \frac{dT}{dr} 2 \pi r \quad 12.1.2.(2)$$

gjennom de to betraktede isothermflater. Ligningen omformes til

$$Q \frac{dr}{r} = - 2 \pi \lambda dT$$

og integreres fra indre til ytre rørvegg. Vi får:

$$Q \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 2 \pi \lambda (T_1 - T_2),$$

eller:

$$Q = 2 \pi \lambda \frac{(T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} \quad 12.1.2.(3)$$

Ligning 12.1.2.(3) gir varmestrømmen fra rørets indre til ytterveggen pr. tidsenhet og lengdeenhet av røret.

For å få analogi mellom varmetransporten gjennom rørvegger og gjennom plane vegger, skrives ofte siste ligning slik:

$$Q = \lambda A_m \frac{T_1 - T_2}{d} \quad 12.1.2.(4)$$

Her er

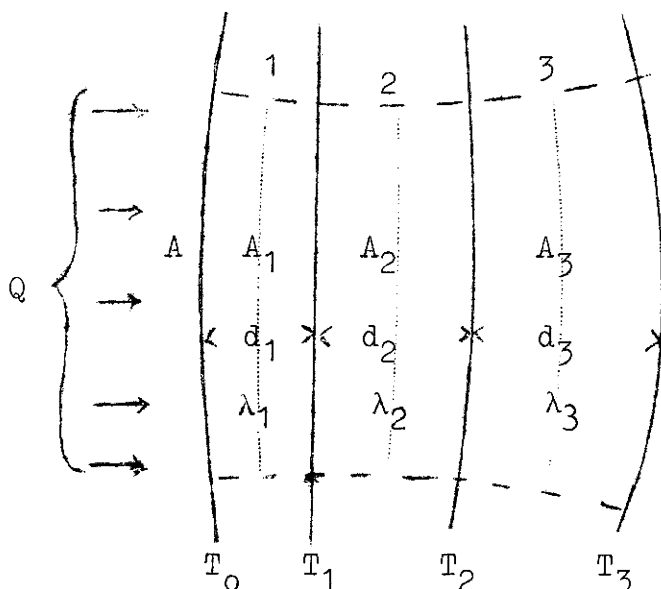
$$d = r_2 - r_1 \quad 12.1.2.(5)$$

og

$$A_m = \frac{2\pi d}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)} = \frac{2\pi r_2 - 2\pi r_1}{\ln\frac{2\pi r_2}{2\pi r_1}} = \frac{A_2 - A_1}{\ln \frac{A_2}{A_1}} \quad 12.1.2.(6)$$

hvor A_1 og A_2 er overflaten pr. lengdeenhet av innsiden og utsiden av røret. A_m kalles det logaritmiske middel av flatene A_1 og A_2 .

12.2. Varmeledning gjennom skiktede legemer.



Figur 29

Seriekopling av varmemotstand.

Vi har et legeme (figur 29) som består av skikt med forskjellig tykkelse og varmeledningsevne. Det forutsettes at grenseflatene mellom skiktene er isothermflater med temperaturer $T_0, T_1, T_2 \dots T_n$ i fallende rekke. På legemets ene side (T_0 -isothermflaten) avgrenses en flate A , og vi vil se på varmetransporten gjennom det varmestrømningsrør som begynner med tverrsnittsareal A og hvis sideflate dannes av strømningslinjene langs kanten av A .

Varmestrømningsrøret vil i allminnelighet ikke være jevntykt fordi strømningslinjene, som alltid står loddrett på isothermflaten, vil være krumme hvis grenseflatene er det.

Den varmemengde Q som pr. tidsenhet passerer A , vil etterhvert gå igjennom hvert tverrsnitt langsetter strømningsrøret. Er varmestrømmen stasjonær, vil den samme varmemengde Q som pr. tidsenhet går inn gjennom A , også komme ut av varmerørets annen ende.

For hvert enkelt skikt gjelder derfor ligning 12.1.1.(3)

$$Q = \lambda_i A_i \frac{T_{i-1} - T_i}{d_i}$$

Indeks "i" står for det i-te skikt. A_i er det midlere tverrsnitt av varmemestrømningsrøret innen skiktet, og d_i er tykkelsen av det i-te skikt.

Vi løser ligningen med hensyn på temperaturdifferensene ($T_{i-1} - T_i$):

$$T_0 - T_1 = \frac{d_1}{\lambda_1 A_1} Q = r_1 Q$$

$$T_1 - T_2 = \frac{d_2}{\lambda_2 A_2} Q = r_2 Q$$

.....

$$T_{n-1} - T_n = \frac{d_n}{\lambda_n A_n} Q = r_n Q$$

og summerer uttrykkene på samme side av likhetstegnene. Temperaturene T_1, T_2, \dots på venstre side faller bort, og vi får bare igjen T_0 og T_n :

$$T_0 - T_n = Q \sum_1^n \frac{d_i}{\lambda_i A_i} = Q \sum_1^n r_i = QR_V \tag{12.2.(1)}$$

med

$$R_V = \sum_1^n r_i = \sum_1^n \frac{d_i}{\lambda_i A_i} \tag{12.2.(2)}$$

Størrelsen r_i kalles varmemotstanden i det i-te skikt. Jo større r_i er, desto mindre blir nemlig varmemestrømmen Q for én og samme temperaturdifferens ($T_{i-1} - T_i$).

Størrelsen R_V , gitt ved ligning 12.2.(2), kalles den totale varmemotstanden for hele veggtykkelsen.

Ligning 12.2.(1) har sin analogi i elektrisitetens lærens Ohmske lov:

$$V_1 - V_2 = I R_e$$

idet temperaturdifferensen ($T_o - T_n$), som er "den drivende kraft" for varmestrømmen Q , kan sidestilles med potensialdifferensen, spenningsfallet ($V_1 - V_2$), som driver den elektriske strøm I . Varmemotstanden R_v blir analog med den elektriske motstand R_e . Analogien er fullstendig. Både varmemotstand (delmotstand r) og elektrisk motstand er proporsjonal med "lednings"-lengde (d), omvendt proporsjonal med tverrsnittet (A) og med ledningsevnen (λ). Videre er den elektriske totalmotstand ved rekkekobling (serie-kobling) av motstander lik summen av delmotstandene, slik som her R_v er en sum av delmotstandene r_i i ligning 12.2.(2).

Vi kan også ved varmetransport tenke oss en rekke varmemotstander koblet i "parallell", ved en skikting på tvers med gjennomgående lameller av samme stoff med varmeledningsevne λ_i (figur 30). Vi antar at veggens begrensingsflater er isothermflater med temperaturene T_o og $T_1 < T_o$ og at strømningslinjene følger lamellgrenseflatene. Gjennom i -te lamell (varmestrømningsrør) går pr. tidsenhet varmemengden Q_i gitt ved ligning 12.1.1.(3):

$$Q_i = \lambda_i A_i \frac{T_o - T_1}{d_i}$$

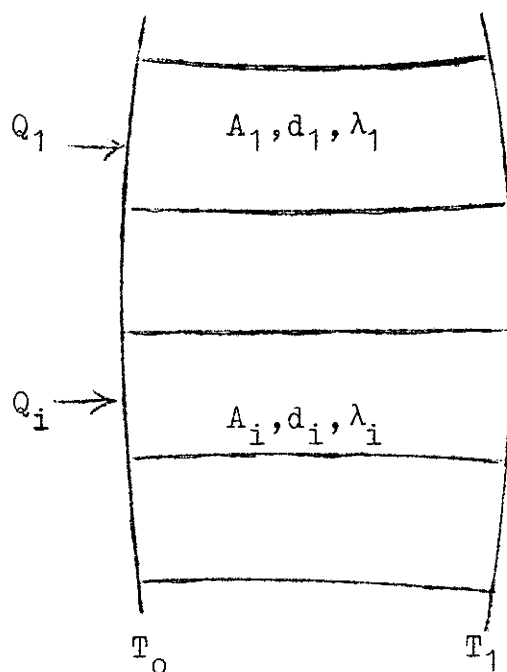
Den totale varmestrøm Q som går gjennom veggen, blir lik summen av alle delvarmestrømmene:

$$Q = \sum_1^n Q_i = \sum_1^n \lambda_i A_i \frac{T_o - T_1}{d_i} = (T_o - T_1) \sum_1^n \frac{\lambda_i A_i}{d_i}$$

$$Q = (T_o - T_1) \sum_1^n \frac{1}{r_i} \tag{12.2.(5)}$$

Da den total varmemotstand skal være R i ligningen

$$R \cdot Q = (T_o - T_1),$$



Figur 30
Parallellkopling av varmemotstand.

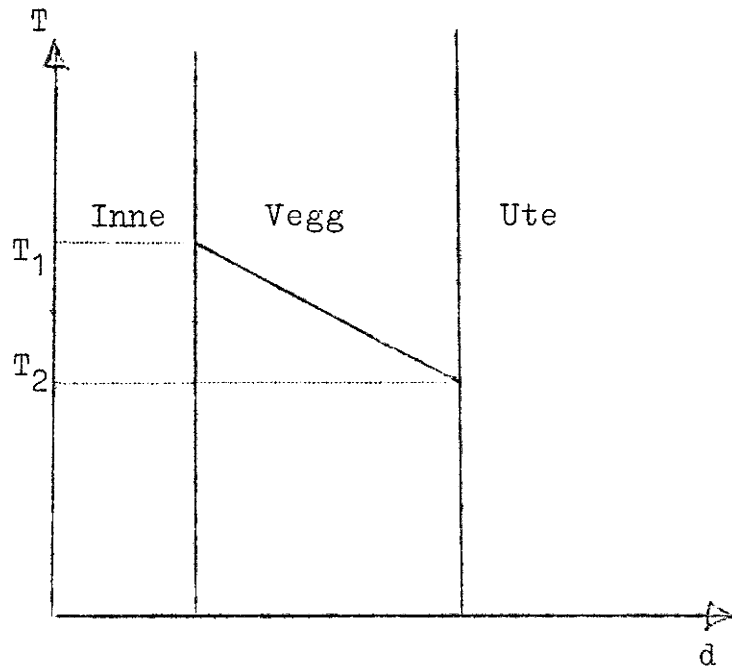
ser vi at i dette tilfelle blir varmemotstanden gitt ved ligningen

$$\frac{1}{R} = \sum_1^n \frac{1}{r_i} \quad 12.2.(4)$$

Dette er igjen full analogi med uttrykket for resultantmotstanden av en rekke parallelt koblede elektriske motstander.

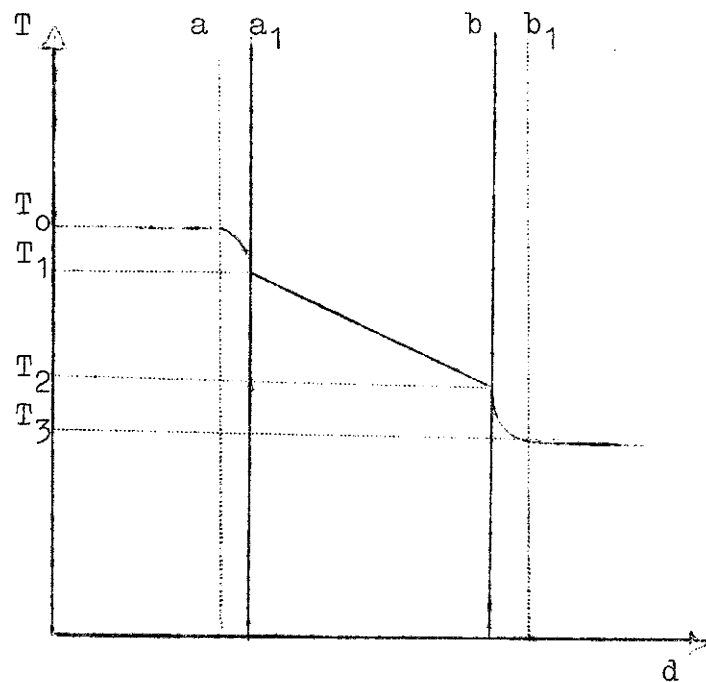
12.3. Varmeovergang.

Temperaturfallet i en plan vegg, hvor inn- og utsiden har de konstante temperaturer T_1 og T_2 henholdsvis, vil være linært slik som illustrert i figur 31.



Figur 31
Temperaturfall i plan vegg.

Betrakter vi imidlertid temperaturfallet fra luften inne i et rom, gjennom vegg og til temperaturen i luften utenfor vegg, blir bildet omtrent som vist på figur 32.



Figur 32
Temperaturfall i og omkring plan vegg.

Veggflatene er fremdeles isotermflater, men innerveggen har en lavere temperatur (T_1) enn inneluften (T_0), mens ytterveggenes temperatur (T_2) ligger over uteluftens (T_3).

Den kontinuerlige temperaturovergang fra luft til vegg (og omvendt) skjer i tynne luftskikt aa' og bb' (overdrevet tegnet på figuren). Temperaturfallene kan her bli ganske store.

Varmetransporten fra luft til vegg inne, og omvendt ute, kan ikke regnes ut ved den vanlige varmeledningsligning 12.1.1.(3). Transporten foregår i de tynne grenseskikt nemlig bare delvis ved ledning, for en stor del også ved konveksjon (turbulent eller hvirvelende luftbevegelse) og for en mindre del ved stråling.

Det viser seg imidlertid at varmemotstrømmen med god tilnærming kan settes proporsjonal med den flate som varmen går gjennom og med temperaturdifferensen mellom luft og vegg:

$$Q = \alpha A(T_0 - T_1) \quad 12.3.(1)$$

Proporsjonalitetsfaktoren α kalles varmeovergangstallet og har benevnning cal/cm².grad.s., eller kcal/m².grad.h.

Ligning 12.3.(1) kan skrives på formen

$$R_\alpha \cdot Q = (T_0 - T_1) \quad 12.3.(2)$$

slik som ligning 12.2.(1). Varmemotstanden for varmeovergang blir da gitt ved

$$R_\alpha = \frac{1}{\alpha A} \quad 12.3.(3)$$

En merker seg at varmemotstanden ved varmeovergang ikke inneholder noen skikttykkelse slik som varmemotstanden ved ledning.

Varmeovergangstallet α er avhengig av den gass (evt. væske) som berører veggen, av veggoverflatens form, temperaturen av vegg og gass og av gassens strømningshastighet. Det finnes i håndbøker empiriske formler for α hvor de nevnte ting inngår.

Vi nevner et par allminnelige tilfelle for luftvegg:

12.3.1. Fri (ikke kunstig påvirket) luftstrømning forbi:

.1. Enkle vertikale vegger

$$\alpha = 3,0 + 0,08(T_0 - T_1) \text{ når } (T_0 - T_1) < 15^\circ\text{C} \quad 12.3.1.(1)$$

$$\alpha = 2,2 \sqrt[4]{(T_0 - T_1)} \text{ " } (T_0 - T_1) > 15^\circ\text{C} \quad 12.3.1.(2)$$

.2. enkle horisontale vegger:

$$\alpha = 2,8 \sqrt[4]{(T_0 - T_1)} \quad 12.3.1.(3)$$

12.3.2. Tvungen luftstrøm forbi plan flate:

$$\alpha = 4,8 + 3,4 v \text{ når } v \leq 5 \text{ m/s} \quad 12.3.2.(1)$$

$$\alpha = 6,13 v^{0.78} \text{ " } v > 5 \text{ m/s} \quad 12.3.2.(2)$$

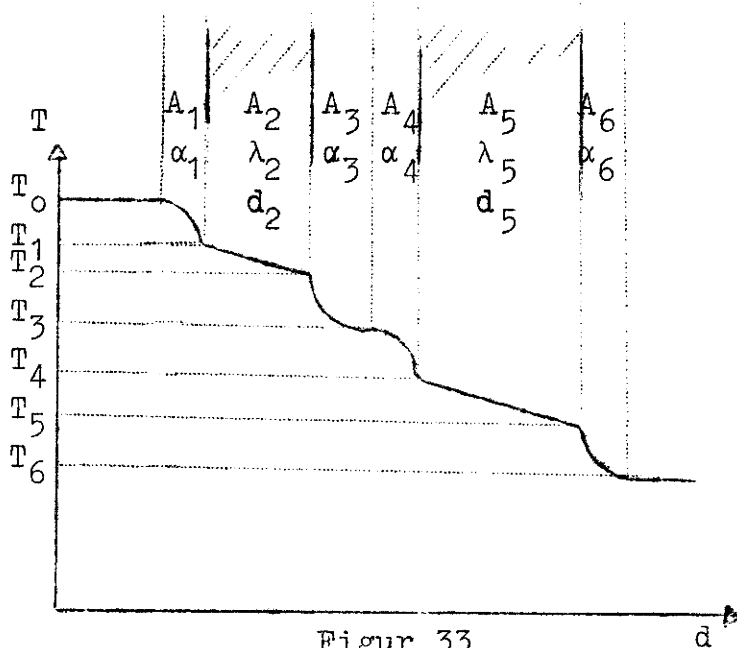
v er luftens hastighet.

I tekniske håndbøker og tabellverker vil en finne uttrykk for α som gjelder for rør og rørsystemer og for forskjellige gasser og damper.

12.4. Varmegjennomgang.

En pleier etter Newton å sammenfatte varmeledning gjennom vegg og varmeovergang fra luft til vegg i ett begrep, nemlig varmegjennomgang. Med dette mener en da varmestrømmen fra luft (gass) gjennom grenselag, vegg, grenselag osv. til luft igjen.

I figur 33 er en rekke vegger stilt etter hverandre med luftgap imellom. Temperatur-avstandsdiagrammet under viser skjematisk hvordan temperaturen endrer seg fra luften på venstre side (temperaturen T_0) til luften på utsiden (temperaturen T_6). I overgangsskikt 1 har vi varmeovergangstall α_1 og varmestrømmen Q går gjennom arealet A_1 . I vegg 2 med varmeledningseven λ_2 og tykkelse d_2 går Q gjennom arealet A_2 osv.



Figur 33
Varmegjennomgang.

Varmestrømsligningene gir for

$$\text{skikt 1: } Q = \alpha_1 A_1 (T_0 - T_1) = \frac{T_0 - T_1}{R_1}$$

$$\text{skikt 2: } Q = \frac{\lambda_2}{d} A_2 (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_2}$$

.....

osv.

Løses ligningen med hensyn på temperaturdifferensene, får vi:

$$T_0 - T_1 = R_1 Q$$

$$T_1 - T_2 = R_2 Q$$

.....

$$T_{n-1} - T_n = R_n Q$$

som ved addisjon gir:

$$T_0 - T_n = Q \sum_{i=1}^n R_i = Q \cdot R$$

12.4.(1)

Den totale varmegjennomgangsmotstand blir:

$$R = \sum_1^n R_i =$$

$$\frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{d_2}{\lambda_2 A_2} + \frac{1}{\alpha_3 A_3} + \frac{1}{\alpha_4 A_4} + \frac{d_5}{\lambda_5 A_5} + \frac{1}{\alpha_6 A_6} \quad 12.4.(2)$$

altså en sum av varmelednings- og varmeovergangsmotstander.

Det er vanlig å skrive ligning 12.4.(1) analogt med varmeovergangsligningen slik:

$$Q = k A_1 (T_o - T_n) \quad 12.4.(3)$$

A_1 er det tverrsnittsareal hvor varmestrømmen trer inn i stoffet, og k benevnes varmegjennomgangstallet. Ifølge ligningene 12.4.(1) og 12.4.(3) blir:

$$k = \frac{1}{A_1 \sum R_i} \quad 12.4.(4)$$

eller

$$\frac{1}{k} = A_1 \sum_1^n R_i =$$

$$A_1 \left(\frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{d_2}{\lambda_2 A_2} + \frac{1}{\alpha_3 A_3} + \frac{1}{\alpha_4 A_4} + \frac{d_5}{\lambda_5 A_5} + \dots \right) \quad 12.4.(5)$$

For plane flater (vegger) blir

$$A_1 = A_2 = \dots = A_n$$

så uttrykket for varmegjennomgangstallet reduserer seg til:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_3} + \dots \quad 12.4.(6)$$

i dette tilfelle.

Varmegjennomgangstallet, som beregnes ut fra kjente verdier av α og λ og gitte veggtykkelser d , setter oss i stand til ved hjelp av ligning 12.4.(3) å beregne varmestrømmen gjennom en flate A av en vegg når luften på de to sider av veggkonstruksjonen har temperaturene T_0 og T_n .

13. Stråling.

Varme og energi kan overføres fra et sted til et annet ved elektromagnetisk stråling (strålingsformer som radiobølger og lys). Det tales ofte i denne forbindelse om varmestråling. Imidlertid skal en ha for øye at det ikke er varmemengden som transporteres ved stråling. Varmeenergien omgjøres til elektromagnetisk energi, og denne forplanter seg som stråling til den treffer et legeme og igjen gjøres om til varmeenergi ved absorpsjon i legemet. Ser vi bort fra denne omgjøring av energi kan vi si at varmen har forplantet seg ved stråling. En slik varmeoverføring kan skje gjennom medier som er gjennomtrengelig for elektromagnetisk stråling, det tomme rom, gjennomsiktige legemer osv.

Ethvert legeme vil sendt ut varmeenergi i form av stråling (elektromagnetisk stråling) og ta imot slik stråling uansett hvilken temperatur det har. Men skal det berøves eller vinne varme netto, må dets temperatur være større eller mindre enn omgivelsenes temperatur. Har et legeme samme temperatur som omgivelsene, blir dets temperatur uforandret. Dette er en erfarings-sak.

Treffes et legeme av stråling med energi E (pr. flateenhet og tidsenhet), vil en del, E_r , av denne energi reflekteres, noe, E_a , vil absorberes og resten, E_t , vil gå gjennom, transmitteres, som vi kaller det. Vi får at:

$$E = E_r + E_a + E_t$$

Forholdet mellom reflektert og innfallende stråling kalles legemets refleksjonsevne, r . Absorpsjonsevne, a , og transmisjonsevne, t , defineres på lignende vis. Av ligning 13.(1) får vi da:

$$1 = \frac{E_r}{E} + \frac{E_a}{E} + \frac{E_t}{E} = r + a + t \quad 13.(2)$$

Legemer inndeles strålingsmessig etter deres refleksjons-, absorpsjon- og transmisjonsevner:

Legemet kalles absolutt hvitt hvis $r = 1$.

Da er $a = t = 0$, ifølge ligning 13.(2).

Legemet er absolutt sort når $a = 1$, $r = t = 0$.

For et absolutt gjennomsiktig legeme er $t = 1$, $r = a = 0$.

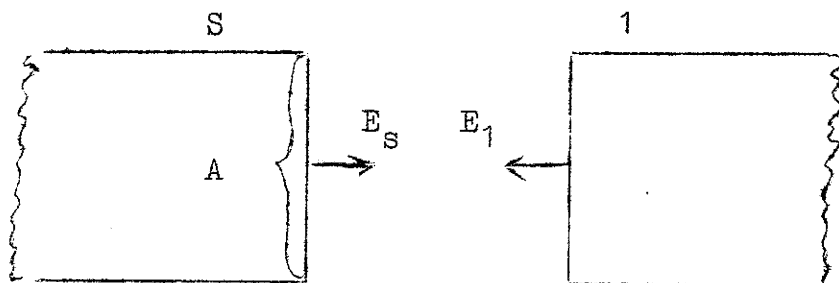
Mellomtyper mellom absolutt hvite og absolutt sorte legemer kalles grå legemer, og det finnes alle slags overgangsformer mellom dem. Hvis synlig elektromagnetisk stråling, lys, absorberes og reflekteres selektivt, dvs. at visse farver absorberes mere enn andre, blir legemet farvet.

Det finnes ingen legemer som hører helt og holdent til de "rene" typer som er nevnt ovenfor, men et absolutt sort legeme kan med god tilnærmelse realiseres ved et hull i veggen til en hul boks.

Energiutstrålingen, -emisjonen, fra et legeme er avhengig av legemets temperatur og overflateegenskaper.

13.1. Kirchhofs lov.

La oss tenke oss to lange legemer som er helt ugjennomsiktige, dvs. at t er 0 for begge. Ett legeme (S) er absolutt sort og ett er grått (1) (figur 34). Legemene har begge samme temperatur som omgivelsene. Vi får da ifølge erfaringen ingen temperaturendring. Det sorte legeme stråler fra en flate A ut energien $A \cdot E_s$ mot en flate A på legeme 1 som selv stråler ut



Figur 34
Stråling ved lik temperatur.

A . E₁ mot samme flate av S.

Av energien A . E_s absorberer legeme "1" a₁AE_s, og siden det ikke får noen temperaturendring, må denne energimengde være den samme som det selv stråler ut fra samme flate.

Dvs.:

$$AE_1 = a_1AE_s$$

eller

$$E_1 = a_1E_s$$

Erstatter vi legeme 1 med et annet ugjennomsiktig legeme 2 med absorpsjonsevne a₂, får vi på lignende vis

$$E_2 = a_2E_s$$

Slik kan vi fortsette. Resultatet blir:

$$E_s = \frac{E_1}{a_1} = \frac{E_2}{a_2} \dots\dots\dots = \frac{E_n}{a_n}$$

Siden alle a er mindre enn 1 (ifølge ligning 13.(2)), ser vi at E_s må bli større enn hvilket som helst E_i . Et absolutt sort legeme stråler derfor bedre enn et hvilket som helst grått legeme ved samme temperatur.

Videre sier ligning 13.1.(1) at forholdet mellom emisjonsevne E og absorpsjonsevne a for alle legemer er det samme og lik emisjonsevnen for det absolutte sorte legeme. Jo større absorpsjonsevnen er, desto bedre stråler legemet ut varmstråler.

Dette er Kirchhofs lov for stråling. Den gjelder for det vi kaller totalstrålingen, summen av alle elektromagnetiske bølgelengder som deltar i strålingen. Men den gjelder også for smale bølgelengdebånd.

13.2. Stefan-Boltzmans lov.

For den totale energiutstråling (for alle bølgelengder) pr. flateenhet og tidsenhet fra et absolutt sort legeme har vi en lov som er funnet av Stefan og Boltzman:

$$E_s = \sigma T^4 \quad 13.2.(1)$$

hvor "strålingskonstanten" σ har verdien:

$$\sigma = 4,96 \cdot 10^{-8} (\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h} \cdot \text{grad}^4) \quad 13.2.(2)$$

Vi omdanner ligning 13.2.(1) til

$$E_s = C_s \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad 13.2.(3)$$

med

$$C_s = 4,96 (\text{kcal/m}^2 \cdot \text{h}, \text{grad}^4) \quad 13.2.(4)$$

Tekniske flater stråler ikke fullt så godt som det sorte legemet. Vi hadde ifølge Kirchhofs lov at utstråling E_1 fra et legeme som hadde absorpsjonsevne a_1 var:

$$E_1 = a_1 E_s$$

Med innsetting av uttrykket for E_s fra ligning 13.2.(3), får vi:

$$E_1 = a_1 C_s \left(\frac{T}{100}\right)^4 = C_1 \left(\frac{T}{100}\right)^4 \quad 13.2.(5)$$

hvor strålingskonstanten C_1 for dette legeme blir

$$C_1 = a_1 C_s = 4,96a_1(\text{kcal/m}^2, \text{h, grad}^4). \quad 13.2.(6)$$

C_1 er gitt i tabeller for forskjellige stoffer og flater.

Ligning 13.2.(5) for E_1 gjelder ikke strengt for vanlige grå legemer. Men tilnærmelsen er god nok for praktiske formål.

E_s og E_1 er uttrykk for flatens utstråling. Men flatene mottar også energi ved stråling fra omgivelsene.

For å finne et uttrykk for netto ut- eller innstråling kan vi betrakte et lite legeme med overflate A , temperatur T_1 og strålingskonstant C_1 , innelukket i et rom hvor veggtemperaturen overalt er T_2 .

Legemet utstråler pr. tidsenhet energien

$$\phi_1 = AE_1 = A \cdot C_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 \quad 13.2.(7)$$

til alle kanter. Denne energimengde treffer rommets vegger, absorberes delvis, men reflekteres også delvis. Den reflekterte stråling treffer igjen andre deler av romveggene, absorberes og reflekteres, osv. inntil all energi er absorbert av veggene. (Vi tenker oss at det strålende legeme er så lite at det ikke er stor sjangse for at noe av den reflekterte stråling skal treffe det.) Romveggene virker med andre ord som et absolutt sort legeme og vil derfor også stråle ut som et slikt, nemlig pr. flateenhet og tidsenhet:

$$E_s = C_s \left(\frac{T_2}{100}\right)^4$$

Dette går ut fra alle vegger, og legemet vil treffes av

strålingen

$$A \cdot E_s$$

og absorbere:

$$\phi_2 = a_1 \cdot A E_s = A a_1 C_s \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 = A C_1 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \quad 13.2.(8)$$

Nettoutstråling blir derfor:

$$\phi = \phi_1 - \phi_2 = A C_1 \left\{ \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 \right\} \quad 13.2.(9)$$

Er her $T_1 > T_2$, blir legemet avkjølt, idet det taper energien ϕ pr. tidsenhet. Er derimot $T_1 < T_2$, oppvarmes legemet.

For små temperaturdifferenser

$$\Delta T = T_1 - T_2 \quad 13.2.(10)$$

kan ligning 13.2.(9) omformes:

$$\phi = A C_1 \left\{ \left(\frac{T_1}{100}\right)^2 + \left(\frac{T_2}{100}\right)^2 \right\} \left\{ \frac{T_1}{100} + \frac{T_2}{100} \right\} \left\{ \frac{T_1}{100} - \frac{T_2}{100} \right\}$$

Dette gir tilnærmet:

$$\phi = 4 A C_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^3 \cdot \frac{\Delta T}{100} \quad 13.2.(11)$$

som gjelder desto bedre jo mindre ΔT er.

For små temperaturdifferenser mellom legeme og omgivende rom er netto tap (gevinst) av energi proporsjonal med temperaturdifferensen.

For energitvekslingen mellom to plane nærstående vegger, koaksiale rør og rørsystemer gjelder lover av lignende form som den vi har utledet for et lite legeme i stort rom. Strålingskonstanten C_1 blir imidlertid forandret etter oppstillingens geometri. Den kan regnes ut i forskjellige tilfelle, men det henvises her til håndbøker hvor disse uttrykk vil finnes.

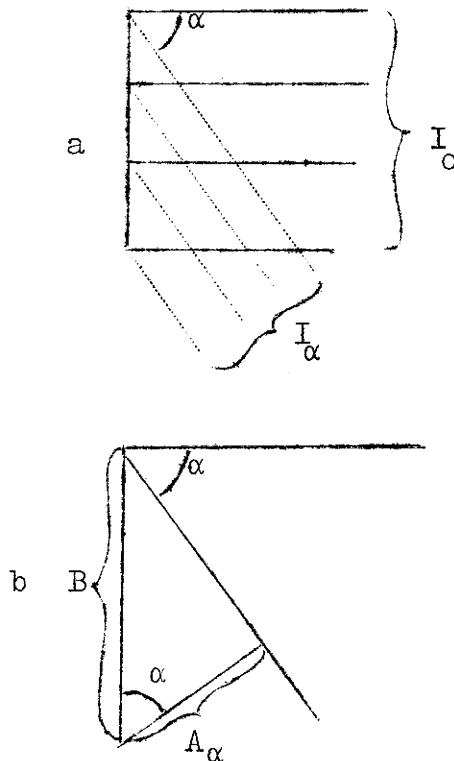
13.3. Lamberts lov.

Størrelsene E_s og E_1 ovenfor er den totale utstråling i alle retninger (alle bølgelengder medregnet) fra en flateenhet av et legeme. Normalt ut fra flaten vil en flateenhet av legemet stråle ut energien I_0 pr. tidsenhet og romvinkelenhet (figur 14 a). I retningen α med normalen utstråles energien I_α . Lamberts lov sier nå at

$$I_\alpha = I_0 \cos \alpha \quad 13.3.(1)$$

Fra en flate A vil det da i retningen α med normalen stråle ut energien pr. tidsenhet

$$A \cdot I_\alpha = AI_0 \cos \alpha \quad 13.3.(2)$$



Figur 35
Stråling fra en flate

Med strålingstettheten B av flaten i retning α mener vi den utsendte energi i denne retning dividert på flatens "tilsynelatende" størrelse i samme retning (dvs. dens projeksjon A_{α} loddrett inn på stråle-retningen figur 35 b). Vi får:

$$B = \frac{AI_{\alpha}}{A_{\alpha}} = \frac{AI_0 \cos \alpha}{A \cos \alpha} = I_0 \quad 13.3.(3)$$

Strålingstettheten er altså den samme i alle retninger og lik energiutstrålingen pr. flateenhet og tidsenhet i normalens retning.

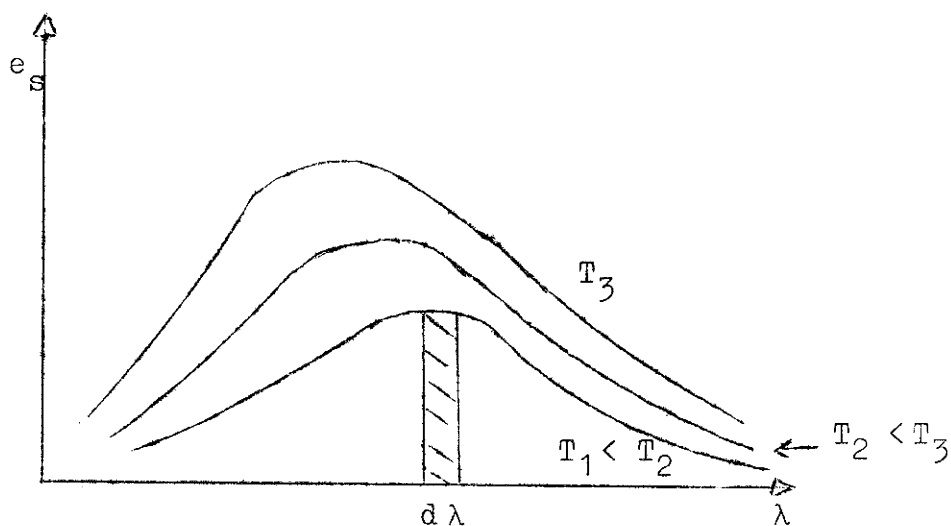
Ved integralregning er det lett å vise (hva vi ikke her skal gjøre) at

$$B = \frac{1}{\pi} E ,$$

altså litt mindre enn en tredjedel av den totale utstråling.

13.4. Strålingsenergiens fordeling over bølgelengdene.

Som nevnt er strålingsenergien elektromagnetisk stråling, dvs. elektriske og magnetiske vekselsvingninger eller bølger. En energistråling av denne slag vil vanligvis ikke være begrenset til en bestemt



Figur 36

Energifordeling for sort stråling.

bølgelengde. Den "temperatur"-stråling for sort legeme som vi har omtalt ovenfor, vil fordele seg over bølglengdeområdet omtrent som i figur 36. Som ordinat er her avsatt energi pr. bølglengdeenhet e_s , og bølglengden λ f.eks. i enheten $\mu\text{m} = 10^{-6}\text{m}$ er abscisse.

Den totale utstråling E_s , som vi tidligere har behandlet, blir gitt ved

$$E_s = \int_0^{\infty} e_s d\lambda \quad , \quad 13.4.(1)$$

med andre ord ved flateinnholdet under en kurve.

Emisjonsevnen e_s pr. bølglengdeenhet er som E_s avhengig av den absolutte temperatur T av det utstrålende legeme. Det matematiske uttrykk er gitt ved Plancks strålingslov:

$$e_s = \frac{2\pi h}{c^2} \frac{\nu^5}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad 13.4.(2)$$

hvor h er Plancks konstant ($= 6,625 \cdot 10^{-27}$ erg.s), c er lyshastigheten,

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad 13.4.(3)$$

er frekvensen av lys med bølglengde λ og k er Boltzmanns konstant ($= 1,38 \cdot 10^{-16}$ erg.grad). Av uttrykket for e_s finner en at jo høyere temperaturen er, desto høyere ligger kurven $e_s(\lambda)$ slik som antydnet i figur 36. Maksimum for kurven rykker mot kortere bølglengder når temperaturen øker, og dette skjer etter en lovmessighet, kalt Wien's forskyvningslov, som kan utledes av uttrykket for e_s . Lovmessigheten er gitt ved ligningen:

$$T \cdot \lambda_m = 2880(\text{grad} \cdot \mu\text{m}) \quad 13.4.(4)$$

hvor λ_m i μm er den bølglengde hvor kurven har sitt maksimum og T er legemets absolutte temperatur.

Den synlige del av den elektromagnetiske stråling ligger mellom 0,4 og 0,8 μm . Har et legeme lav tempe-

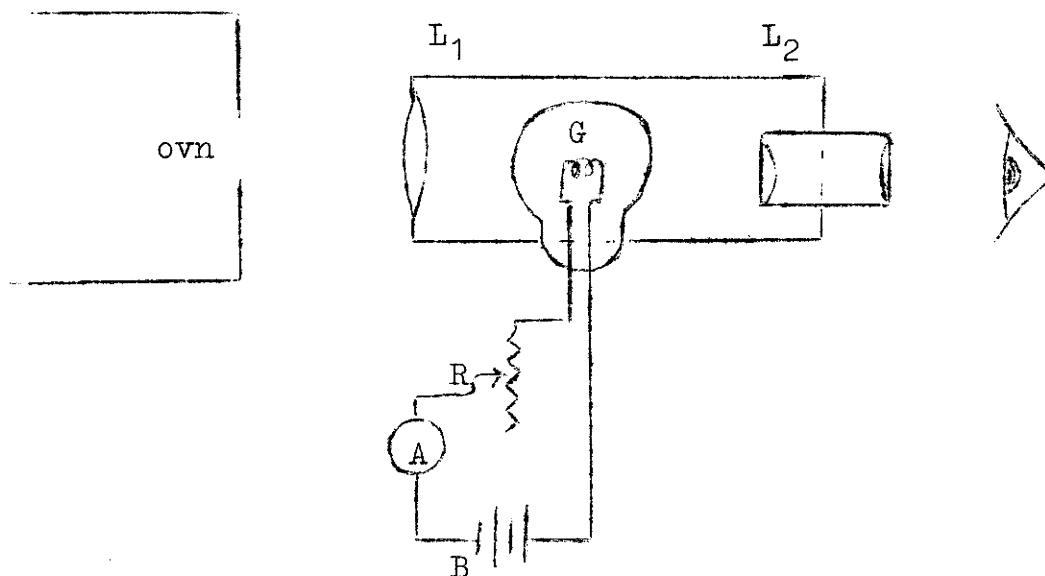
ratur, vil maksimum for den utsendte stråling ligge ved større verdier for bølgelengden enn området for synlig lys, og bare en liten del av dets stråling vil oppfattes av øyet. Men jo varmere legemet blir, desto mer av dets stråling vil bli synlig. Dette nytter en til temperaturmåling ved den metode som kalles pyrometri.

Prinsipielt enklest er det å finne den "spektrale" fordeling, fordeling etter bølgelengden av legemets utsendte stråling. Av den kurve som da fåes (en kurve som i figur 36) kan λ_m bestemmes, og derav finnes temperaturen ved hjelp av Wiens forskyvningslov. Overflatetemperaturen av solen kan f.eks. bestemmes på denne måte. Sollyset har sin maksimale verdi ved bølgelengden 0,478 μm . Innsettes dette tall i ligning 13.4.(4), finner vi temperaturen T_s for soloverflaten:

$$T_s = \frac{2880}{0,478} = 6020^\circ\text{K}$$

En slik fremgangsmøte er imidlertid teknisk tungvindt.

Et hendig apparat til pyrometrisk temperaturmåling er vist i figur 37.



Figur 37
Pyrometer.

En glødelampe G bringes til å lyse ved strøm fra batteriet B. Styrken av lyset kan reguleres med motstanden R, og strømmen, avlest på amperemeteret A, gir direkte temperaturen av glødespiralen i G når avhengighetsforholdet mellom strøm og temperatur er bestemt en gang for alle. Apparatet siktes mot den gjenstand, f.eks. en ovnsåpning, hvis temperatur skal bestemmes. Ved hjelp av linsen L_1 lages et reelt bilde av legemet (ovnsåpningen) på glødetrådets plass, og denne og bildet betraktes gjennom linsen L_2 . Motstanden R varieres nå til glødetråd får samme "lyshet" som bildet av legemet. En ser når dette inntreffer ved at glødetråden ikke lenger kan skjeldnes fra bildet, de flyter sammen. Bildet og glødetråd har da samme utstråling, dvs. samme temperatur. Og siden glødestrådens temperatur kan avleses ved strømstyrken på amperemetret, er også legemets temperatur bestemt.

Tabell 1
Omrægningsfaktorer for energienheter

	J	kwh	kpm	ft·lbf	kcal ₁₅	BTU
1 J	1	$2,778 \cdot 10^{-7}$	0,1020	$1,341 \cdot 10^{-3}$	2,389	$9,478 \cdot 10^{-4}$
1 kwh=	$3,6 \cdot 10^6$	1	$3,671 \cdot 10^5$	$2,655 \cdot 10^6$	860,1	3412
1 kpm=	9,807	$2,724 \cdot 10^{-6}$	1	7,233	$2,342 \cdot 10^{-3}$	$9,295 \cdot 10^{-3}$
1 ft·lbf=	1,3558	$3,766 \cdot 10^{-7}$	0,13825	1	$3,238 \cdot 10^{-4}$	$1,285 \cdot 10^{-3}$
1 kcal ₁₅ =	4186	$1,163 \cdot 10^{-3}$	J = 426,8	$3,088 \cdot 10^3$	1	3,967
1 BTU	1054,9	$2,931 \cdot 10^{-4}$	107,6	$0,778 \cdot 10^{-3}$	0,2520	1

Tabell 2.
Omrigningsfaktorer for effektenheter.

	kw	kpm/s	hk	hp
1 kW =	1	102,0	1,3596	1,341
1 kpm/s =	$9,807 \cdot 10^{-3}$	1	$1,333 \cdot 10^{-2}$	$1,315 \cdot 10^{-3}$
1 hk =	0,7355	75	1	0,9864
1 hp =	0,7455	76,038	1,0138	1

Tabell 3
Uttrykk for forskjellige tilstandsforandringer

Tilstandsforandring	n	Ligning	Q	ΔU	A	ΔI	ΔS
Isobar	0	$V T^{-1} = K_p$	$\nu C_p \Delta T$	$\nu C_v \Delta T$	$P \Delta V$	Q	$\nu C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$
Isoterm	1	$P V = K_t$	A	0	$\nu R T \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$	0	$\frac{Q}{T}$
Adiabatisk	κ	$P V^\kappa = K_q$	0	$\nu C_v \Delta T$	$-\Delta U$	$\nu C_p \Delta T$	0
Isochor	∞	$P T^{-1} = K_v$	$\nu C_v \Delta T$	Q	0	$\kappa \Delta U$	$\nu C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$