Norges miljø- og biovitenskapelige universitet

Masteroppgave 2018 30 stp
Fakultet for realfag og teknologi
Hovedveileder Margrethe Naalsund

Hvordan formidles begreper i tre norske matematikklæreverk for de første to årene i grunnskolen?

En lærebokanalyse i lys av Systematisk Begrepsundervisning

How does three norwegian mathematical textbook series for the first two years in primary school convey concepts? A textbook analysis viewed in a Systematic Concept Teaching perspective.

Sindre Nyborg
Lektorutdanning i realfag
Fakultet for realfag og teknologi

Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg min 5-årige masterutdanning ved Norges Miljø- og Biovitenskapelige Universitet. Tiden på Ås har vært en stor endringsprosess faglig, men også personlig. Gjennom årene på NMBU har jeg fått et helt nytt syn på læring og viktigheten av å lære med forståelse. Arbeidet med denne oppgaven har gitt meg utfordringer på flere plan, men til gjengjeld også lært meg mye om læreprosessen, matematikkdidaktikk, analyse av lærebøker, akademisk skriving og ikke minst hvor viktig det er å bearbeide og utvikle kompetansen innenfor dette feltet. Likevel må jeg presisere at jeg er langt fra utlært på området, og i etterkant muligens vil finne manglende aspekter og synsvinkler i oppgaven.

Jeg de siste årene også fordypet meg i Magne Nyborg (1927-1996) – min farfar – sin omfattende og eklektiske teori om læring og utvikling, og korresponderende didaktiske undervisningsmodeller, som jeg selv har fått prøve ut i praksis både i klasseundervisning og i enkeltelev-undervisning med elever i ulike aldre. Nyborg og hans medarbeideres teorier og forskningsresultater er svært interessante og har gitt meg bredere perspektiv på hvordan all læring henger sammen og hvordan Nyborgs teori derfor er relevant på alle fagområder. I denne oppgaven beveger jeg meg i stor grad innenfor dette teoretiske rammeverket, samtidig som jeg viser hvordan dette kan knyttes til annen aktuell teori rundt begrepslæring generelt og innenfor matematikkfaget i begynneropplæringen.

Jeg vil først og fremst takke min veileder, Margrethe Naalsund, og mine foreldre, Solveig og Magnus Nyborg. Takk for at dere har støttet meg gjennom hele prosessen og vært tilgjengelig for spørsmål både på kveldstid og i helger. Dere har kommet med idéer og innspill som har gitt meg inspirasjon i skrivingen. Jeg vil også takke for at dere har hjulpet meg å se helheten og den røde tråden i oppgaven, noe som kan være vanskelig når en blir ivrig og graver seg langt ned i materien. Jeg vil også takke familie og venner som har støttet meg og kommet med oppmuntrende kommentarer underveis.

En spennende studietid er over, og jeg ser nå fram til å få sette mine idéer og tanker om læring i matematikk ut i praksis.

Sindre Nyborg
Ås, mai 2018

Sammendrag

I denne oppgaven har jeg analysert tre matematikklæreverk for første og andre trinn på barneskolen fra de største forlagene i Norge, med hovedfokus på hvordan disse læreverkene formidler begreper og hvordan dette i sin tur kan påvirke elevenes matematikkforståelse på disse trinnene

Undervisningen i hvert enkelt klasserom vil selvsagt være veldig forskjellig ettersom den planlegges og gjennomføres av forskjellige lærere med forskjellig utgangspunkt. Når det er sagt, vet vi likevel at lærebokas rolle i matematikkfaget er stor. Omfattende studier har vist at mange matematikklærere legger hele sin undervisning opp etter læreverkene, med den konsekvens at læreboka også står ansvarlig for en stor del av hvordan matematikk formidles til elevene.

Analysen tar utgangspunkt i *Systematisk Begrepsundervisning* etter Magne Nyborg, og da særlig *Begrepsundervisningsmodellen (BU-modellen)*. BU-modellens tre faser; assosiasjons-fasen, diskriminasjonsfasen og generaliseringsfasen gjenspeiler de naturlige prosessene ved dannelsen av et nytt begrep, relativt uavhengig av hvem det er som skal lære begrepet. Denne forskningsbaserte undervisningsmodellen har gjennom omfattende studier vist seg valid med tanke på å fremme begrepsforståelse hos et bredt spekter av målgrupper, blant annet undervisning av 6-åringer i førskole og de første trinn på barneskolen, som også er målgruppen for de analyserte læreverkene.

Gjennom denne analysen fant jeg at selv om de tre læreverkene varierer i antall sider, antall oppgaveenheter og oppbygging generelt, ligger andelen av oppgaveenheter med hovedvekt på begreper (begrepsenheter) på gjennomsnittlig rundt 20% i alle bøker, uavhengig av læreverk. Jeg fant også at det som regel blir formidlet *flere* begreper samtidig i oppgaver der begreper presenteres , noe som vil kunne føre til forvirring for svakt presterende elever om hva som hører til hvilket begrep.

Begrepsenhetene ble videre analysert for hvilke delprosesser i begrepslæringen, etter Nyborgs teori, de støtter. Begrepsenhetene ble dermed delt inn i assosiasjonsenheter, diskriminasjonsenheter og generaliseringsenheter. Analysen viste da at begrepsenhetene består i snitt av 10% assosiasjonsenheter som presenterer to eller flere eksempler på fenomener for *samme* begrep og 8% assosiasjonsenheter som gir bare ett enkelt eksempel. Uten nok assosiasjoner, vil ikke elevene ha grunnlag til å danne et god forstått begrep.

Diskriminasjonsenhetene utgjør i snitt 80%. Det er likevel viktig at elevene først har lært grunnlaget for å foreta disse diskriminasjonene gjennom å ha fått erfaring med tilstrekkelig mange eksempler i en selektiv assosiasjonsfase.

Generaliseringsenheter ligger i snitt på 2% av begrepsenhetene, noe som vil si at en del begreper har ingen generaliseringsenheter knyttet til seg. I verste fall kan det føre til at eleven ikke lærer å bevisst styre oppmerksomheten mot delvise likheter og forskjeller, og å sette ord på dette. Kanskje manglende øvelse i å generalisere begreper kan være med å forklare elevers manglende evne til å overføre matematiske begreper og prinsipper til stadig nye situasjoner også på senere årstrinn.

I tillegg delte jeg opp i begrepslæringsaktiviteter, der jeg fant en lignende fordeling. Fordelingen av assosiasjons-, diskriminasjons- og generaliseringsaktivitetene er heller ikke konsekvent innenfor de forskjellige emnene. Studien avdekker derfor ikke en systematisk plan bak begrepsformidlingen i bøkene.

Bruk av læreverk er bare en av faktorene som spiller inn på kvaliteten av matematikkundervisningen i norsk skole, men majoriteten av lærere følger bøkene relativt tett. Læreverkene har derfor et ansvar for begrepsformidling av begreper grunnleggende for matematikkforståelsen, noe som sammen med det som er beskrevet over, gir grunn til å hevde at de studerte læreverkene bør gjennomgås for se på muligheten til å forbedre begrepsformidlingen.

Abstract

In this study, I have analysed mathematical textbooks from Norway's largest publishers for the first and second year of primary school. The main focus was on how these books convey concepts and how this, in turn, can affect the pupils' mathematical understanding.

How mathematics is taught differs greatly, due to differences between individual teachers and classrooms. Having said that, we still know that the textbook's role in mathematics is significant. Many maths teachers rely entirely on the textbooks and plan their lessons accordingly. For some pupils, the textbook therefore becomes the most important source of mathematical knowledge.

The analyses are based on Magne Nyborgs theory about systematically teaching of concepts, and especially the Concept Teaching Model (CTM). The three-phase CTM consists of the association phase, the discrimination phase and the generalization phase. reflects the natural processes of the formation of a new concept, independent of who is learning the concept. Through this study, this research-based teaching model has proven to be valid in promoting conceptual understanding to a wide range of target groups, including education of 6-year-olds in preschool and the first stages of primary school, which is also the target group for the analysed textbooks.

Through this analysis, I found that although the three works vary according to the number of pages, the number of units of instruction and the structure in general, the proportion of exercises with the main emphasis on concepts (conceptual units) is approximately 20% in all books. I also found that, as a rule, more concepts are conveyed at the same time in exercises where concepts are presented, which could lead to confusion about what constitutes a term especially for poorer performing students.

The concepts were further analysed for which subprocesses in the conceptual theory, according to Nyborg's theory, they support. Concept units were thus divided into association units, discrimination units and generalization units. The analysis then showed that the conceptual units consisted on average of 10% association units, which present two or more examples of phenomena for the same concept (A2 +), and 8% association units which provide only one simple example (A1). Without enough associations, the pupils will not have the basis to form a well understood concept.

Discrimination units constitute an average of 80%. It is nevertheless important that the pupils have acquired sufficient numbers of examples in the selective association phase to have a basis for making these discriminations.

Generalization units occupies, in average, 2% of the conceptual units, which means that some concepts have no generalization units linked to them. In the worst case, the pupils may not learn to deliberately control the attention to partial similarities and differences, or to explain this. Perhaps lack of practice in generalizing concepts may explain the pupils' inability to transfer mathematical concepts and principles to constantly new situations, even in later years.

In addition, I also analysed for “conceptual learning activities” where I found a similar distribution. Distribution of association activities, discrimination activities and generalization activities is also not consistent within the various topics. The study therefore does not reveal a systematic plan behind concept communication in the book.

Use of textbooks is just one of the factors that impacts on the quality of mathematics teaching in Norwegian schools, but often teacher rely entirely on it. The textbooks therefore have a responsibility for the conceptual dissemination of concepts in basic understanding of mathematics, which – together with what is described above – provide reason for claiming that the studied textbooks should be reviewed for possibility of improving the conceptual dissemination.

Innholdsfortegnelse

Forord ..... **i**

Sammendrag ..... **ii**

Abstract ..... **iv**

Innholdsfortegnelse ..... **vi**

1. Innledning **1**

1.1. Begrunnelse for valg av tema i oppgaven **2**

1.1.1. Matematisk forståelse i et samfunnsmessig perspektiv 2

1.1.2. Lærebokas rolle i matematikkundervisningen 3

1.1.3. Systematisk begrepsundervisning som rammeverk – en kort innføring 4

1.2. Forskningsspørsmål **5**

1.3. Oppbygging av oppgaven **5**

2. Analyse av lærebøker i matematikk **7**

3. Teoretisk rammeverk **11**

3.1. Matematikkforståelse: viten og ferdigheter **13**

3.1.1. Rekkefølgen på innlæring av begreper og ferdigheter i et konstruktivistisk lys 15

3.2. Det å lære begreper om klasser av fenomener **17**

3.2.1. Definisjoner på begrep 19

3.2.2. Språkets viktighet 21

3.2.3. Grunnleggende begreper og begrepssystemer 21

3.2.4. Grunnleggende vs. primære begreper 23

3.2.5. Er matematiske begreper forskjellige fra andre begreper? 24

3.3. Begrepsformidling ved hjelp av Systematisk begrepsundervisning **27**

3.3.1. Begrepsundervisningsmodellen 28

3.3.2. Begrepslæringsaktiviteter i lærebøker vs. klasseundervisning 31

3.4. Ferdighetslæring **32**

4. Metode **34**

4.1. Deduktiv kvalitativ innholdsanalyse **34**

4.2. Valg av og informasjon om lærebøkene **35**

4.3. Oppgaveenheter **37**

4.3.1. Generelle kriterier for oppdeling i adskilte oppgaveenheter 37

4.3.2. Multi 41

4.3.3. Matemagisk og Radius 41

4.4. Analysemetode **42**

4.4.1. Type oppgaveenheter 43

4.4.2. Begrepslæringsaktiviteter 50

4.5. Gjennomføring **52**

4.6. Validitet og reliabilitet **54**

4.6.1. Validitet 54

4.6.2. Reliabiliteten 56

4.7. Forskningsetiske aspekter **57**

5. Analyser og resultater **59**

5.1. Struktur **59**

5.2. Enheter **60**

5.2.1. Overordna fordeling av oppgaveenheter 60

5.2.2. Fordeling i begrepsenheter 61

5.2.3. Par-assosiasjonsenheter ... 63
5.3. Begrepslæringsaktiviteter ... 64
5.3.1. Antall begrepslæringsaktiviteter per oppgaveenhet ... 64
5.3.2. Fordeling mellom diskriminasjoner, assosiasjoner og generaliseringer i begrepslæringsaktiviteter ... 65
5.3.3. Assosiasjoner ... 66
5.3.4. Generalisering ... 66
6. Diskusjon ... 68
6.1. Lav andel av begrepsformidlende oppgaver ... 68
6.1.1. Antall begrepslæringsaktiviteter per oppgaveenhet ... 69
6.1.2. Få assosiasjonsaktiviteter er knyttet til hvert begrep ... 70
6.1.3. Rikelig med diskriminasjonsaktiviteter ... 72
6.1.4. Fravær av generaliseringsaktiviteter ... 73
6.1.5. Par-assosiasjonsenheter ... 74
6.2. Gjenspeiler dataene en tydelig plan bak begrepsformidlingen i lærebøkene? ... 74
7. Konklusjon ... 77
8. Implikasjoner ... 79
8.1. Implikasjoner for praktisk undervisning ... 79
8.2. Implikasjoner for videre forskning ... 79
9. Litteraturliste ... 80
10. Vedlegg ... 86
10.1. Vedlegg A: Oppdeling og inndeling i begrepslæringsaktiviteter ... 86
10.2. Vedlegg B: Rådata ... 87
10.3. Vedlegg C: Matemagisk ... 93
10.4. Vedlegg D: Multi ... 94
10.5. Vedlegg E: Radius ... 95
10.6. Vedlegg F: Oppgaveenhetsfordeling ... 96
10.7. Vedlegg G: Begrepslæringsaktiviteter ... 97
10.8. Vedlegg H: Fordeling av BLA-er innenfor emner ... 103
10.9. Vedlegg J: BLA-er opp mot oppgaveenheter ... 105
10.10. Vedlegg K: Fordeling av BLA-er og generaliseringsaktiviteter over emnegrupper ... 106

1. Innledning

”The choise of texbooks often determines what teachers will teach, how they will teach it, and how their students will learn” (Reys, Reys og Chávez, 2004, s. 1). Som vi videre vil se, er det bred enighet, både nasjonalt og internasjonalt, rundt denne påstanden. Kongelf (2017b) hevder for eksempel at hvor mye plass hvert tema får i læreboka, i stor grad bestemmer hvor mye tid læreren bruker på temaet. Videre skriver Lepik, Grevholm & Viholainen (2017) at lærebøkene er like viktig for lærerne til å planlegge undervisning som for elevene til å lære matematikk.

I dag kan i teorien hvem som helst lage og publisere lærebøker som brukes i den offentlige skolen (Kongelf, 2017b). Det har de siste årene heller ikke vært noen kontroll av lærebøkene som brukes, annet enn forlagenes godkjennelse. Det mest kjente lærebokstudiet gjort eksklusivt på norske lærebøker til nå, er gjort av Alseth, Breiteig og Brekke (2003) før læreplanreformen i 2006. De så lærebøkene opp mot læreplanene fra 1987 og 1997, og konkluderte med at bøkene bare delvis greide å implementere de nye læreplanene.

Det arbeides nå med nye kjerneelementer i matematikk for de nye læreplanene i 2020. Med denne reformen kommer det gjerne nye læreverk. Kongelf (2017a) hevder derfor at funnene i lærebokanalyser kan brukes som en vesentlig indikator på hva som bør endres i de nye bøkene. Det er varslet at de nye læreplanene vil legge stor vekt på *dybdelæring*. I Ludvigsen-utvalgets rapport om hva fremtidens skole bør fokusere på, defineres dybdelæring som følger:

> Dybdelæring dreier seg om elevenes gradvise utvikling av forståelse av **begreper, begrepssystemer, metoder og sammenhenger** [egen uthevelse] innenfor et fagområde. Det handler også om å forstå temaer og problemstillinger som går på tvers av fag- eller kunnskapsområder. Dybdelæring innebærer at elevene bruker sin evne til å **analysere** [egen uthevelse], løse problemer og reflektere over egen læring til å konstruere en varig forståelse. (NOU 2015:8, 2015, s. 14)

Det legges dermed i stor grad opp til begrepsinnlæring og begrepsforståelse, men også forståelse av at begreper er satt i systemer og sammenhenger. Videre kan vi lese at dette skjer ved at elevene bruker analyse- og problemløsningsferdigheter. Da er det viktig at evnen til å analysere er på plass. Dette blir også lagt vekt på i Stortingsmelding 28 (Kunnskapsdepartementet, 2016a).

I denne læreverkanalysen vil jeg derfor ikke analysere lærebøker opp mot nåværende læreplaner, men heller opp mot en pedagogisk teori kalt Systematisk begrepsundervisning, som gjennom flere tiår med forskning har vist god effekt også i begynneropplæringen (Hansen, 2017) og som legger opp til en undervisning som samsvarer godt med definisjonen av dybdelæring.

I studien presenterer jeg en analyse av tre anerkjente matematikklæreverk for småskoletrinnet; Multi av Gyldendal, Matemagisk av Aschehoug og Radius av Cappelen Damm.

1.1.Begrunnelse for valg av tema i oppgaven

1.1.1. Matematisk forståelse i et samfunnsmessig perspektiv

Matematisk forståelse er hevdet å være en av de sterkeste prediksjonene for senere akademisk suksess (Ducan et al., 2007; Sciarra & Seirup, 2008). I fjor var det nedgang i elever som valgte realfag på videregående skole (Regjeringen, 2017) og over 22 % av norske tiendeklassinger fikk karakter 1 eller 2 på eksamen i matematikk våren 2017 (Utdanningsdirektoratet, 2017). Resultater på nasjonale prøver er normalfordelt, men det regnes med at rundt 14000 femteklassinger ligger på mestringsnivå 1 av 3, noe som tilsvarer andreklassenivå (Utdanningsdirektoratet, 2017). Resultatene fra TIMSS 2015 tegner et mer positivt bilde av femteklassingers matematikkferdigheter, men viser også at den positive utviklingen i matematikk stagnerer på ungdomsskolen, med dårligere resultater – særlig i algebra – enn på barneskolen (Bergem, 2016) Det kan tenkes, ut fra dette, at norske elever utvikler gode instrumentelle matematikkferdigheter, men ikke greier å overføre kunnskapen til nye områder og kontekster.

I Stortingsmelding 21 (Kunnskapsdepartementet, 2016b) skrives det at hvilken sosial bakgrunn du har når du begynner på skolen, spiller stor rolle i hvor mye du lærer. Alle barn starter med forskjellige erfaringer. Videre konstateres det at ”læring er en prosess der tidlig læring bidrar til mer læring. Det er derfor avgjørende at innsatsen starter tidlig i utdanningsløpet” (Kunnskapsdepartementet, 2016b, s. 7-8). Og videre:

> Faglige vansker som begynner i det små i de første årene, kan vokse og være store når ungdomsskolen nærmer seg. I verste fall kan det føre til at elever mister mestringsfølelse

> og motivasjon og dropper ut av skolen. Det er en av grunnene til at tidlig innsats er så viktig. (Kunnskapsdepartementet, 2016b, s. 6)

Oppfølging og innsats tidlig i utdanningsløpet er altså viktig for å hindre frafall slik at barn og unge får et best mulig faglig og sosialt utgangspunkt for videre utdanning og deltakelse i samfunns- og arbeidsliv. Kunnskap kommer ved interesse, men videre kommer også interesse med kunnskap (Kunnskapsdepartementet, 2016b; Tucker-Drob & Briley, 2012). Om flere får bedre hjelp med matematikkinnlæringen tidligere i skoleløpet, vil flere oppleve mestring og få interesse for faget.

1.1.2. Lærebokas rolle i matematikkundervisningen

Det er allerede gjort mye grundig forskning rundt lærebøkers betydning i matematikkundervisning. Lærebokas rolle er meget stor i undervisning og er ofte primærkilde til matematikken (Kongelf, 2017a). Som tidligere nevnt dikterer den i stor grad både progresjonen og innhold i undervisningen (Fan, 2013; Grave & Pepin, 2017; Johansson, 2017; Pepin & Haggarty, 2001). I følge Schmidt (referert i Kongelf, 2017a) styrer læreboka spesielt mye i Norge, noe som blir støttet av rapporten fra TIMSS 2011 (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012) og den nyere Med ARK&APP-studien gjort av Gilje et al. (2016). Denne forskningen viser også at lærebokas betydning for undervisningen er stor og større i matematiske fag enn i andre fag.

I en lærebokanalyse av TIMSS 1995, ble læreboka karakterisert som den *potensielt implementerte læreplanen* (Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt & Houang, 2002). Hva Valverde et al. mener med ”potensielt implementert læreplan”, forklares som følger:

> Tekstbooks are designed to translate the abstractions of curriculum policy into operations that teachers and students can carry out. They are intended as mediators between the intentions of the designers of curriculum policy and the teachers that provide instruction in classrooms. (Valverde et al., 2002, s. 2)

Elementene i læreplanen kan ses på som kunnskap eleven må tilegne seg i løpet av utdanningsløpet ut fra statlige føringer. Det kan tenkes at lærebøker derfor også kan anses som *potensielt implementert kunnskap*. Måten bøkene fremstiller oppgaver på, med innføringstekst og eksempler, har mye å si for hvordan elevene skjønner matematikk og forstår temaet

(Kongelf, 2017b). I følge denne tankegangen om hvordan lærebøkene påvirker elevens læring, kan lærebokanalyse være basert på følgende spørsmål: ”What *would* students learn if their mathematics classes were to cover all the textbook sections in the order given? What *would* students learn if they had to solve all the exercises in the textbook?” (Mesa, 2004, s. 255-256)

Resultatene fra lærebokforskning kan derfor på mange måter fungere som innledende indikatorer på om det trengs forbedring av matematikkformidling i lærebøkene (Veilande, 2017).

Kongelf (2017a, s. 195) oppsummerer motivasjonen til forskning på lærebøker med at ”hvis vi legger til muligheten for selv den minste forbedring og multipliserer det med antall elever, lærere og foreldre som bruker dem, indikerer det et stort forbedringspotensial totalt”.

1.1.3. Systematisk begrepsundervisning som rammeverk – en kort innføring

Oppgaven preges i stor grad av teoriene i den Systematiske begrepsundervisningen etter Magne Nyborg (1927-96). Systematisk begrepsundervisning er ikke noen metode eller strategi for begrepslæring, men heller en beskrivelse av hvordan naturlige begreps- og ferdighetslæringsprosesser foregår hos alle mennesker, relativt uavhengig av læreforutsetninger.

Nyborg utviklet sin omfattende læringsteori og sine undervisningsmodeller på grunnlag av eklektiske studier innenfor et bredt spekter av fagfelt, samt langvarige og grundige feltstudier og forsøk. Siden hans teorier altså bygger videre på og sammenkobler arbeidet til svært mange av de samme teoretikere som også dagens forskere bygger videre på (som bl.a. Vygotsky, Piaget, Bruner, Bandura, Skinner, Hebb, Luria, Atkinson & Shiffrin osv.), ser man at teorigrunnlaget fortsatt står ved lag, og ikke motsier, men heller supplerer det vi leser om begrepsdannelse i nyere forskningslitteratur.

Magne Nyborg var dessuten tidlig opptatt av betydningen begynneropplæringen har for barns utvikling av matematikkforståelse og språkutvikling, og har skrevet flere bøker om dette (F.eks. “Matematisk språk”, “Tidlig og fremtidsrettet matematikk-undervisning”, “Å lære matematisk språk”, “Begynneropplæring i Matematikk”, mm.)

Undervisningsmodellene til Nyborg er en logisk utledning av teorien og skal være en hjelp for hvordan begreper og ferdigheter kan undervises på en effektiv måte ut fra kunnskap om de naturlige begrepslæringsprosessene. Å gjøre lærere og andre formidlere bevisste på prosessene i begrepslæring kan muligens også hjelpe å løfte begrepsforståelse og dermed matematikkforståelse.

1.2. Forskningsspørsmål

I dette studiet, vil jeg prøve å finne mulige grunner til norske elevers lave prestasjoner på matematikkprøver i grunnskolen ved å undersøke i hvilken grad elevene får muligheten til å bygge sikker forståelse av matematiske begreper. Jeg ser altså på den potensielt implementerte kunnskapen ved å analysere *hvor mange* og *hvilken type* oppgaver som fremmer matematiske begreper samt *hvilke* matematiske begreper lærebøkene presenterer. Med fokus på det foregående, stiller jeg følgende forskningsspørsmål:

- *Hvordan formidles begreper, i lys av Systematisk begrepsundervisning, i tre norske matematikklæreverk for første og andre småskoletrinn, og hvordan kan dette påvirke elevers begrepslæring viktig for matematikkforståelse?*

I teorien utleder jeg begrunnelsen for hvorfor Systematisk begrepsundervisning er hensiktsmessig for en god begrepsdannelse og jeg derfor velger denne teorien som ramme for analysen. Hvordan jeg velger å operasjonalisere analysen av formidling av begreper blir nærmere forklart i metodekapittelet (nærmere bestemt kapittel 4.4.). Siden det er tegn til lav prestasjon allerede ved de første nasjonale prøvene i matematikk, vil lærebokanalysen ta for seg bøker fra de to første årene i småskoletrinnet.

1.3. Oppbygging av oppgaven

Dette kapitlet angir min motivasjon for lærebokanalysen og hva fokuset i analysen vil være. I kapittel 2 presenterer jeg en del teori rundt lærebokanalyse i matematikk. Her presenteres fakta om forskningsfeltet og hvordan lærebokanalyser er videre delt opp i kategorier som hjelper meg å kategorisere dette studiet, men også for å gi et innblikk i hva som er gjort av tidligere forskning på feltet. I kapittel 3 tar jeg for meg den teoretiske bakgrunnen for det jeg vil analysere for, nemlig begreper og begrepslæring og hvordan dette er vesentlige elementer for matematikkforståelse sett i et konstruktivistisk perspektiv.

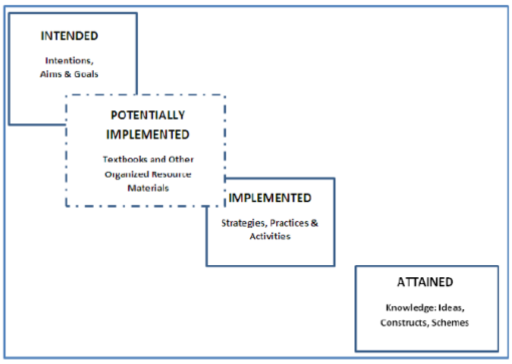
Videre fortsetter oppgaven med metodekapitlet i kapittel 4. I dette kapittelet blir det beskrevet hvilke forskningsdesign jeg valgt å bruke i analysen. Jeg vil gå nærmere inn på hvilken analysemetode jeg har brukt, kriterier og kategorisering av oppgaveenheter og begreper og forklare hvordan datainnsamlingen skjer. Deretter diskuterer jeg oppgavens validitet og reliabilitet og helt til slutt de forskningsetiske aspektene.

I kapittel 5 presenteres analysen gjort av datamaterialet jeg har samlet inn. Kapittelet er delt inn i tre deler. Den første ser på strukturer i bøkene og inndeling i oppgaveenheter. Den andre forklarer hvordan oppgaveenhetene kategoriseres i analysen ut fra det teoretiske rammeverket. Den tredje ser på hvilke begreper som formidles i oppgaveenhetene (begrepslæringsaktiviteter), og hvilken kriterier som blir satt for oppdeling i disse.

Til slutt, i kapittel 6, presenteres sentrale resultater og konklusjoner jeg kommer fram til gjennom analyse og drøfting av lærebøkene. I tillegg vil jeg komme med tanker rundt konklusjonene i et større perspektiv, og bidraget denne oppgaven kan gi til forskning innenfor begrepslæring og lærebøker i matematikk.

2. Analyse av lærebøker i matematikk

Lærebokanalyse er et forskningsfelt som fram til slutten av 1980-tallet fikk lite oppmerksomhet (Fan, Zhu & Miao, 2013). Det ble stilt få spørsmål om hvilken posisjon lærebøkene hadde i skoleverket, både nasjonalt og internasjonalt (Angvik, 1982; Fan et al., 2013). På grunn av et større fokus på forståelse, ferdigheter og andre akademiske målsettinger i læreplaner i forskjellige utdanningssystemer, har interessen rundt lærebokanalyse økt de siste tre tiår (Fan, 2013; Kongelf, 2017a; Valverde et al., 2002). Det kan eksemplifiseres med studien av 418 lærebøker i realfag fra 48 land som en del av The Third International Mathematics and Science Study (TIMSS) i 1995 (Valverde et al., 2002). Dette er den største lærebokanalysen som noen gang er gjort. Studien inkluderer detaljert granskning av innhold, pedagogikk og andre karakteristikker. Forfatterne undersøkte hvordan lærebøkene var oppbygd, hvordan temaene var strukturert og hvordan de la til rette for læring. Studien brakte fokus på hvor viktig forskning på lærebøker er for å få et innblikk i hvor stor innvirkning bøkene har på undervisningen, hvordan matematiske tema mulig blir presentert for elevene og om det er i tråd med læreplanen. Fra denne studien vil jeg særlig trekke fram læreplanmodellen brukt av TIMSS-forskerne, *the Trepartite Model* (figur 2.1.1), som består av *tiltenkt læreplan, implementert læreplan* og *oppnådd læreplan* der læreboka anses som *potensielt* implementert læreplan (Fan et al., 2013; Rezat & Strässer, 2017; Valverde et al., 2002). Som nevnt i innledningen er lærebøkene en potensielt implementert læreplan fordi de i utgangspunktet skal legge til rette for at eleven får presentert det som står i læreplanen, uten at det kan garanteres at lærerne presenterer det slik eller at boka faktisk gjenspeiler læreplanen.



Figur 1.3.1: Læreboka og the Tripartite Model (Valverde et al., 2002, s.13)

Lærebokforskning generelt kan deles i tre deler: studier på *påvirkning av lærebøker*, *lærebokanalyse* og *bruken av lærebøker og dens påvirkning på undervisning og læring* (Rezat & Strässer, 2017). Fan et al. (2013) deler videre analyse av lærebøker inn i fem underkategorier i sin metastudie av 111 lærebokanalyser: *matematisk innhold og emner, kognisjon og pedagogikk, det sosiale aspektet, sammenligningsstudier* og *konseptualisering og metodiske forhold* [min oversettelse]. En studie kan ta for seg enten ett eller flere av disse kategoriene.

Siden kategoriene henger sammen, kan de ofte flyte over i hverandre. En lignende inndeling er gjort av forskere som f.eks. Pepin og Haggarty (2001).

I *matematisk innhold og emner* inngår de studier som har fokusert på problemstillinger rundt hvordan forskjellig matematisk innhold eller emner blir tatt opp i lærebøkene. Eksempler på slike studier kan være Kongelf (2017a) sin analyse av introduksjonskapittelet i algebra i seks ulike norske lærebøker. Gjennom kvalitativ innholdsanalyse (lignende den jeg skal gjøre), argumenterer han for mangelfulle sider ved kapitlene. Hovedfunnene er at algebra fremstår som et isolert emne og ikke støttes til, eller sammenlignes med, tall-lære. I tillegg fant forskeren at lærebøkene inneholdt feilaktige formuleringer og resonnement, som kan føre til misoppfatninger. En annen studie som tar utgangspunkt i læreplanen er Yang (2017) sin analyse av hvordan tema brøk blir fremstilt i to læreverk fra barneskolen i Taiwan og Finland. Resultatene viser at den finske boka legger stor vekt på definisjonen av brøk og gir flere representasjoner, som bilder og figurer, sammen med oppgavene for slik å bedre begrepsforståelsen. Det var også flere oppgaver om brøk i den finske boka enn i den taiwanske, der de finske i større grad reflekterte eksempler fra hverdagen.

Studier som klassifiseres under *kognisjon og pedagogikk* tar for seg de pedagogiske hensiktene bak bøkene. Det kan f. eks. være i hvilken grad bøkene følger læreplanen eller pedagogiske metoder. Et eksempel på analyser i denne kategorien er Jones og Fujita (2013) sin presentasjon av et sammenligningsstudie med fokus på sammenhengen mellom de nasjonale læreplanene og lærebøkene i emnet geometri, gjort av to lærebøker for 8-klasse, en fra Japan og en fra England. De tok utgangspunkt i rammeverket fra Valverde et al. (2002) og stilte i tillegg spesifikke spørsmål i analysen som omfattet resonnering, bevis, modellering og problemløsning. Et av funnene var at den engelske læreboka gav et bredere innhold enn den japanske med hensyn til modellering og problemløsning. Den japanske boka hadde derimot mer varierte tilnærminger, der temaene ofte starter med et problem med følgende klassediskusjon. Hovedkonklusjonen av at begge bøkene klart prøver å reflektere læreplanene i de respektive landene. Igjen må det understrekes at disse bøkene ikke nødvendigvis er representative for alle lærebøkene i England og Japan, selv om det kan virke sånn når en leser artikkelen. Et annet eksempel er enda en analyse gjort av Kongelf (2017b) som tar for seg hvordan matematiske lærebøker for 9-klasse i Norge behandler heuristiske fremgangsmåter (valgfrie/hensiktsmessige algoritmer). Han tar for seg ni velkjente heuristiske fremgangsmåter ved å analysere eksemplene i bøkene. Resultatene viser at eksemplene bruker en eller flere algoritmer, men mangler drøfting av selve fremgangsmåten. Kongelf hevder også at disse fremgangsmåtene blir brukt tilfeldig med støtte i at ingen av bøkene eksplisitt tar for seg problemløsning. Han ser altså på om bøkene fyller kravene for de pedagogiske metodene han presenterer først i artikkelen (blant annet Singapores læreplan i matematikk for ungdomsskolen, der heuristikk og problemløsning er kjernen i rammeverket). Jeg gjør noe lignende når jeg ser på begrepsformidling i lys av Systematisk begrepsundervisning.

Videre kategoriseres studier med vekt på kjønn, etnisitet, økonomi, kultur og verdi under det *sosiale aspektet*. Det sosiale aspektet er ikke i fokus i denne studien. Det skal likevel nevnes at det er gjort få analyser de siste årene innen denne kategorien. Hvorfor antall analyser har sunket kan kanskje besvares med at mange aspekter som likestilling, verdier, kultur og etnisitet allerede får stort fokus og stadig blir bedret av forfattere og skoleverk (Fan et al., 2013). Det gjør likevel ikke temaene mindre viktig.

Sammenligningsstudier er studier som sammenligner to eller flere lærebøker, enten i ett land eller mellom land.

Konseptualisering og metodiske forhold handler som regel om utvikling av rammeverk, metoder og modeller for lærebokanalyser. Disse bygger ofte på metastudier gjort av flere analyser. Lærebokanalyse i matematikk har, parallelt med økt interesse for slike studier, også blitt et tema i flere nettverk og konferanser, med formål om å både dele erfaringer, kartlegge forskningen som finnes på feltet og finne hvordan en kan bedre fremtidige lærebokanalyser (Fan, 2013; Grevholm, 2017; Veilande, 2017). Ut fra denne økende oppmerksomheten, har flere prøvd å sammenstille lærebokstudier i kategorier, som deretter kan brukes innen mer spesifikke rammeverk og metoder (Fan et al., 2013; Veilande, 2017). Innenfor metodologi er et eksempel Rezat og Strässer (2017) sin analyse av metoder brukt i alle de tre kategoriene under lærebokforskning. De skriver at innenfor lærebokanalyse, er den mest brukte metoden *innholdsanalyse* og kommer med flere eksempler på nordiske lærebokanalyser basert på denne metoden. Forskerne deler slike lærebokanalyser inn i *kvantitative* og *kvalitative* innholdsanalyser og presenterer modeller for deduktive og induktive innholdsanalyser. Et annet eksempel er sammenligningsstudien Charalambous et al. (2010) gjorde av addisjon og subtraksjon av brøker i matematikkbøker fra barneskolen brukt i Kypros, Irland og Taiwan. Til studien utviklet de et eget rammeverk, en analysetabell, med spesiell tanke på presentasjon av innhold og hvilke forventinger oppgavene hadde til elevene i lærebøkene. Denne analysetabellen kan ses på som førende for analysen min, og vil bli presentert i korte trekk i metodekapittelet.

Hovedfokuset i denne oppgaven vil være på *pedagogiske hensikter* (i forhold til det teoretiske rammeverket som presenteres i kap. 3) og *sammenligning* (funnene sammenlignes mellom tre læreverk på småskoletrinnet).

3. Teoretisk rammeverk

I dette kapittelet drøftes de pedagogiske og didaktiske teoriene som ligger til grunn for analysemetoden jeg har valgt som hjelp for å svare på forskningsspørsmålet. Først vil jeg ta for meg den siste delen av forskningsspørsmålet som omhandler *elevers matematikkforståelse*, der jeg vil drøfte sammenhengen mellom begrepsforståelse og matematikkforståelse fra forskjellige teoretikeres synspunkt. Jeg vil så skrive om begrepsdannelse, som vil ta utgangspunkt i diskusjonen rundt matematikkforståelse. Det vil i sin tur føre til en diskusjon av *formidling av begreper* og en presentasjon av Magne Nyborgs *Systematiske begrepsundervisning*.

Leser undrer seg kanskje over hvorfor studien hovedsakelig tar utgangspunkt i Nyborgs begrepsteorier, selv om en større del av arbeidet hans kan kategoriseres som kognitiv psykologi enn matematikkdidaktikk. Grunnen er at jeg mener han, med detaljert teori og egen undervisningsmodell, har viktige bidrag til kunnskap rundt innlæring av matematiske begreper. Som tidligere nevnt, er han også blant dem her til lands som har skrevet egne teoribøker rundt matematikkdidaktikk for å fremme begreps- og matematikkforståelse på de første skoletrinnene.

Også andre norske forskere har befattet seg med slike spørsmål, blant annet Snorre Ostad, som har sett spesielt på betydningen av blant annet varierte og fleksible løsningsstrategier for elevers utvikling av god matematikkompetanse også i tidlig grunnskole. Han påpeker det nære samspillet mellom områdespesifikk kunnskap (strukturell kunnskap knyttet til avgrensede kunnskapsområder av matematikken) og områdespesifikke strategier (funksjonell kapasitet til å anvende denne kunnskapen under oppgaveløsning) (Ostad, 2015). Han mener at begge kunnskapstypene kan se ut til å kunne lagres etter de samme mønstrene - enten som nettverk av kunnskapsenheter med flere ledetråder til hver kunnskapsbit eller som enkeltfenomen, som isolerte informasjonsbiter som ikke er organisert i nettverk og dermed vanskeligere å hente frem av minnet. Ostad (2015) benytter ikke selv termen begrep/begrepsforståelse, men skriver derimot mye om såkalte lette og tunge forestillinger, der lette forestillinger vil tilsvare mentale forestillinger som Nyborg (1994a) ville beskrive som begrep; abstrahert og generalisert kunnskap, der enkeltsituasjoner er analysert og de vesentlige egenskapene abstrahert . De tunge forestillingene beskriver han som mentale representasjoner som er "tungt lastet" med problem-irrelevant informasjon, som hemmer forståelse og hele problemløsningsprosessen. (Ostad, 2015)

Ostad (2015) legger imidlertid sitt hovedfokus på systematisk arbeid med løsningsstrategier, ikke begreper/strukturell kunnskap. Han har ikke noen gjennomarbeidet teori med didaktiske føringer på hvordan områdespesifikk kunnskap skal undervises på en slik måte at kunnskapen settes i hensiktsmessige semantiske nettverk eller hvordan elever skal lære å komme over fra tunge til lette forestillinger. Dermed er Ostads teorier ikke anvendelige i denne analysen som dreier seg om innlæring av begreper for bedre matematikkforståelse.

Gard Brekke presenterer diagnostisk undervisning som en arbeidsmåte for å hjelpe elever til en bedre matematikkforståelse, og i Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk skriver han om begrepsstrukturer:

> Et karakteristisk trekk ved matematiske begreper er at de ikke har vokst fram isolert, men eksisterer i et nettverk av enkelte ideer. Vi kaller slike nettverk av ideer for begrepsstrukturer. Strukturene gjør matematikken meningsfull og støtter opp under ferdighetene. Det at slike strukturer eksisterer, viser seg blant annet ved at en har evne til å rette noe når en har husket feil, og å overføre eller tilpasse prosedyrer en har lært i en sammenheng, til nye situasjoner. (Brekke, 2002, s.5)

Sett ut fra et Nyborg-perspektiv kan man si seg enig i matematiske begreper ikke har vokst fram isolert, men eksisterer i nettverk, slik vi skal se i kapittel 3.2, men etter Nyborgs teori er ikke dette spesielt for matematiske begreper, men gjelder de aller fleste begreper der man har med fenomener å gjøre som kan organiseres over- under- og sideordnede kategorier slik man gjør i den Systematiske begrepsundervisningen.

(Brekke, 2002) skriver videre:

> Lærebøker har tradisjonelt lagt hovedvekten på eksempel-regel-metoden knyttet til fakta og ferdigheter, med øving på disse som det viktigste. Lærebøker er utformet slik blant annet med tanke på å lette arbeidet for en travelt opptatt lærer. Av samme grunn er språket gjort så enkelt som mulig. Oppgavene er svært ofte fragmentert til små isolerte steg, der målet er å øve seg slik at en kan mestre disse stegene – ett om gangen.

> På den måten blir elevenes aktiviteter i første rekke rettet mot dette, mens aktiviteter som retter seg mot begrepsmessige diskusjoner og refleksjoner, kommer i andre rekke. (s. 18)

Vi ser altså at Brekke, i motsetning til Ostad som fokuserer mest på strategier/ferdigheter, i større grad er opptatt av det å bygge god begrepsforståelse. Brekkes oppskrift for diagnostisk undervisning som skal stimulere til god begrepsdannelse hos elevene følger 4 punkter:

> (1) Identifisere misoppfatninger og delvis utviklede begreper hos elevene. (2) Tilrettelegge undervisningen slik at eventuelle misoppfatninger eller delvise begreper blir framhevet. En kaller dette å skape en kognitiv konflikt. (3) Løse den kognitive konflikten gjennom diskusjoner og refleksjoner i undervisningen. (4) Bruke det utvidede (eller nye) begrepet i andre sammenhenger. (Brekke, 2002, s. 19)

Denne interaktive måten å undervise på for å utvikle begreper kan nok være en god tilnærming, men vi ser av fremgangsmåten at dette ikke vil være en hensiktsmessig ramme å analysere de tre valgte læreverkene etter, siden metoden baserer seg helt og fullt på en intensiv interaksjon mellom lærer og elever, og altså ikke kan gjenspeiles i de aktuelle læreverkene. Sett fra et Nyborgperspektiv vil en nok også kunne sette spørsmålstegn ved det å legge opp til kognitiv konflikt hos elevene på en mer regelmessig basis som del av et undervisningsopplegg. Dette vil nok stimulere elever med gode analytiske ferdigheter og fleksible løsningsstrategier. Den gruppen som kanskje mer enn noen annen trenger god begrepsforståelse for å komme videre i sin matematikkforståelse, mangler nettopp disse forutsetningene (Ostad, 2015), og dermed vil en risikere at flere elever i en klasse ikke egentlig henger med i diskusjonen og tvert om får sin situasjon forverret (ref. disposisjoner /mestring).

Etter å ha studert både Ostads og Brekkes teorier, så jeg så at mitt valg av Nyborg som teoretisk rammeverk ville være hensiktsmessig, ikke bare på grunn av min gode kjennskap til denne teorien, men også fordi den i større grad imøtekommer både kravet om å fokusere på begrepsundervisning og vil være mulig å anvende i analyse av et skrevet læreverk.

3.1.Matematikkforståelse: viten og ferdigheter

I dette delkapittelet tar jeg for meg matematikkforståelse i den faglige forstand. Det er flere aspekter som spiller inn i utvikling av matematikkforståelse og matematikkferdigheter enn de jeg ser på her (eksempelvis eierskap, identitet og deltagelse i klasserommet), slik kravene i Teaching for Robust Understanding of Mathematics (TRU Math)-rammeverket kan være eksempel på (Schoenfeld, 2016). De to dimensjonene i TRU Math denne oppgaven tar for seg, er *matematikken* og *kognitive krav*. *Matematikken* handler om i hvilken grad elevene forstår matematikk som en relasjonell kunnskap der de bygger opp matematikken i nettverk av sammenhengende vite-strukturer. Kognitive krav handler om hvordan undervisningen tilpasses hver enkelt elev, slik at eleven hele veien kan utvide sin proksimale utviklingssone (Schoenfeld, 2016).

De fleste forskere er enige i at elevene bør lære matematikk med forståelse og at kunnskapen skal settes i system og ikke lagres som isolerte enheter (Hiebert & Lefevre, 1986; Ostad, 2010), men hvordan dette oppnås er en annen diskusjon. Viktige spørsmål blir da ”hva er relasjonen mellom regneferdigheter (som bruk av prosedyrer og regnestrategier) og begrepsmessig forståelse?” og videre ”hvordan bør elevene arbeide med faget slik at det utvikles matematisk forståelse?”.

Hiebert og Lefevre (1986) deler den matematiske forståelsen i to deler; *begrepsmessig kunnskap* og *prosedyremessig kunnskap*. Den begrepsmessige kunnskapen er semantiske strukturer, der informasjon, eller *vite-enheter* som Nyborg og Nyborg (1990) kaller det, blir satt sammen til helheter og dermed gir en mer helhetlig forståelse av emnet. Prosedyremessig kunnskap innebærer derimot kunnskap om bruk av symbolene, algoritmene og reglene i matematikk, og har gjerne en suksessiv natur.

Skemp (1976) på sin side skiller mellom det han kaller *relasjonell* og *instrumentell forståelse*, der relasjonell forståelse forklares som evnen til å utlede spesifikke regler og prosedyrer fra mer generelle matematiske sammenhenger. I instrumentell forståelse legges evnen å bruke en regel for å løse et problem, uten å nødvendigvis forstå hvordan dette fungerer (Skemp, 1976).

Siden har Kilpatrick et al. (2001) inkludert *begrepsmessig forståelse* og *prosessuell flyt*, som ligner terminologien Hiebert og Lefevre bruker, som to av fem sammenvevde ”tråder” nødvendig for mestring av matematikkfaget. Trådmetaforen skal illustrere hvor tett de forskjellige komponentene i matematikkforståelse henger sammen.

Nyborg og Nyborg (1990) hevder noe lignende ved å skrive at matematisk kunnskap, som all annen kunnskap, kan forstås som bestående av to hovedkomponenter som gjensidig utfyller hverandre og derfor er nødvendige for hverandre. De består på ene siden av ulike måter å *vite*, erkjenne eller forstå på, og den andre siden av *ferdigheter*, som kan forstås som det lærte og lagrede grunnlag for å utføre rekkefølgeordnede handlinger (Nyborg & Nyborg, 1990). Som grundigere forklart i neste avsnitt, legger ikke Nyborg bare den sammensatte relasjonskunnskapen til grunn for begrepet viten (noe Nyborg kaller en *utsagnsordnet mening*), men også alle små deler denne består av – enkeltbegrepene (som vil bli forklart i kapittel 3.2). Ferdigheter er den kunnskapen en har om å sette sammen *vite-enheter* og/eller motoriske bevegelser i en rekkefølge, og kan kanskje best beskrives som lagrede "apper" i langtidsminnet, som kan aktiveres ved behov (i motsetning til vien i form av forestillinger og begreper som i denne allegorien ville tilsvare fil- og filmappeinnhold, organisert i mappestrukturer, ikke rekkefølger) . Fordi det er mest forenelig med mitt teoretiske rammeverk, vil jeg også bruke terminologien *viten* og *ferdigheter* videre.

De fleste matematikkdidaktikere og pedagoger er enige i at både viten og ferdigheter er viktige komponenter i matematikkforståelse (Long, 2005).

3.1.1. Rekkefølgen på innlæring av begreper og ferdigheter i et konstruktivistisk lys

Hva som bør undervises først og sist av begreper og ferdigheter, er det derimot uenigheter om. Rittle-Johnson, Schneider og Star (2015) argumenterer for at det ofte er flere måter instruksjonen kan sekvenseres på for at elevene kan oppnå god forståelse, og at det derfor ikke trenger være en bestemt rekkefølge på instruksjon av begreper og ferdigheter. De erkjenner likevel at det er stor enighet om at i de fleste tilfeller bør begrepsformidling komme først. Hovedargumentet for å først bygge begrepsmessig kunnskap grunner i at prosedyrer ikke gir mening og blir vanskeligere å huske uten å allerede ha en begrepsmessig forståelse bak prosedyren (Rittle-Johnson et al., 2015; Sfard, 1991). Manglende forståelse og mestringsfølelse kan føre til en livsvarig negativ disposisjon (vegring) mot emnet, og i verste fall matematikkfaget i sin helhet (Nyborg & Nyborg, 1990; Sfard, 1991; Skemp, 2009). Dette kan også tenkes er grunnen til at de fleste pedagoger og matematikkdidaktikere har et konstruktivistisk syn på matematikk (Long, 2005; Rittle-Johnson et al., 2015).

At matematikk er konstruktivistisk, vil si at den begrepsmessig kunnskapen bygger på stadig mer grunnleggende vite-enheter (Nyborg & Nyborg, 1990; Skemp, 2009). Hvor grunnleggende vite-enheter matematikkdidaktikere deler matematiske begreper opp i, er heller varierende.

Som vi ser i foregående delkapittel, legges hele veien stor vekt på *relasjonene* mellom vite-enhetene (Hiebert & Lefevre, 1986; Kilpatrick et al., 2001; Nyborg & Nyborg, 1990; Skemp, 1976), men det er lite fokus – slik jeg har oppfattet det – på *hva* som er de aller mest grunnleggende vite-enhetene i matematikk og *hvordan* hver enkelt vite-enhet bør undervises. For å finne ut av dette, tar jeg utgangspunkt i et sitat fra Nyborg og Nyborg (1990):

> Det er mange måter å vite på; og de fleste av dem er avhengige av at mindre vite-enheter er knyttet sammen eller organisert til mer sammensatte vite-helheter ved hjelp av ferdigheter.
>
> Det som er trykket her og kan leses nettopp nå, viser at begreper om klasse eller kategoriordnede fenomener (ting-klasser, hendelses-klasser, o.fl.) ofte er rekkeordnet til sammensatte utsagnsmeninger ved hjelp av verbalspråklige symboler. Dvs., blant annet bokstaver, ordnet til ord og setninger, og lært å kjenne av hver enkelt person i form av språkferdigheter (jfr. Hvordan viten og ferdigheter kan sies å være gjensidig nødvendige og utfyllende kunnskapsstrukturer). (s. 11)

I sitatet kan vi se at det kan bli vanskelig å forstå setningene over, om ikke leseren har viten helt ned til bokstavnivå. En må vite hvilken språklyd hver enkelt bokstav står for og hva ordene igjen symboliserer. En må vite hvilken språklyder som settes sammen ved hjelp av språkferdigheter (sammensetningen av ord og setninger). Det understreker hvor viktig sammenhengen mellom begrepsmessig kunnskap og ferdigheter er. Og videre:

> (...)På tilsvarende måte må det å forstå eller skrive det matematiske utsagnet 24:8=3 være fundert i en matematisk viten, kombinert med matematisk lese- eller skrive-ferdigheter. Dvs., viten i form av begreper om antall (her symbolisert ved tallene 24, 8 og 3), begreper om operasjoner på antall (her divisjon symbolisert ved deletegnet) og begreper om relasjoner (her antalls-likhet, symbolisert ved =).
> (Nyborg & Nyborg, 1990, s. 11)

Dette eksempelet viser igjen hvor viktig det er å ha begrepsmessig kunnskap tilknyttet hver av vite-enhetene for å forstå det matematiske utsagnet – vite-helheten – fullstendig, og for at det skal kunne brukes forstandig. Begreper er altså ifølge Nyborg tett knyttet til ferdigheter, ved at begrepsordnet kunnskap settes sammen til rekkefølgeordnet kunnskap i ferdigheter. Det nære samspillet mellom viten og ferdigheter fremkommer også tydelig av Nyborgs læringsteoretiske modell, PSI-modellen (Nyborg, 1994).

Også Skemp (2009) påpeker at mentale ferdigheter som å løse et regnestykke, bygger på *automatiserte* og rekkefølgeordnede vite-enheter, eller i hans terminologi – *planer*. Dvs. at begrepsforståelse ligger til grunn for å lære ferdigheter.

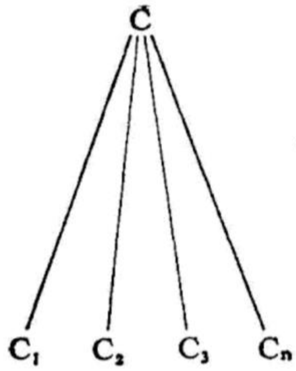
Her kan en føye til at ferdigheter/prosedyrer også kan læres som pugg, uten forståelse. En slik forståelse kan føre til at en kan lære å løse oppgaver, men kunnskapen blir da lagret som løsrevne forestillinger, i isolerte kunnskapsenheter og er lite overførbar til nye situasjoner (Befring & Tangen, 2008; Ostad, 2010). Dette kan videre føre til at elevene ikke klarer å løse oppgaver som presenteres på en annen måte enn det de har lært under innpuggingen, noe som gjerne er en av årsakene til det vanlige utsagnet ”eksamen i år var alt for vanskelig, vi har ikke lært dette!” blant tiende-klassinger, og relativt dårlige resultater på avsluttende eksamen.

Videre i det teoretiske rammeverket tar jeg derfor utgangspunkt i den konstruktivistiske tankegangen om at vite-enheter trengs for å kunne danne ferdigheter innen den formelle matematikken og at det – ut fra utledningen over – er denne kombinasjonen av viten og de lærte ferdighetene som danner en god matematisk forståelse. Jeg vil nå gå nærmere inn på den delen av matematikkforståelsen som står sentralt i forskningsspørsmålet; begreper og hvordan de dannes.

3.2.Det å lære begreper om klasser av fenomener

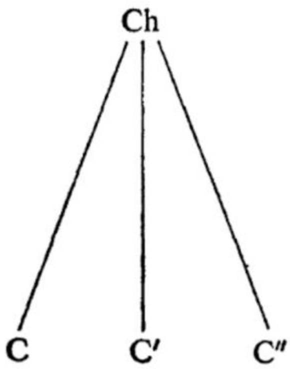
I dette delkapittelet vil jeg først se på hvilke naturlige læringsprosesser som er aktive under dannelsen av et begrep når begrepet læres intuitivt. For å gjøre dette støtter jeg meg til Nyborg (1994a) og Skemp (2009), som begge, uavhengige av hverandre, bruker samme eksempel, nemlig hvordan begrepet stol dannes. Disse to teoretikerne viser også mange likhetstrekk i sin konstruktivistiske tankegang, og vil derfor også bli mest brukt i videre drøfting. Jeg vil så presentere definisjonen av hva et begrep er som (jeg velger å ta utgangspunkt i for mitt teoretiske rammeverk.

Skemp (2009) skriver at suksessive erfaringer gjort av en bestemt stol, gjør at vi kan abstrahere ut et sett med egenskaper representert ved C (Chair) (figur 3.2.1). Eksempler på disse egenskapene kan være stolens form eller farge. Settet med abstraksjoner kalles en *forestilling* (Nyborg, 1994a)[1]. Når vi de neste gangene observerer den samme stolen (C_n), gjenkjenner vi stolen ut fra forestillingen. Samtidig vil også en kombinasjon av alle C_n gi et bedre og bedre inntrykk av de konstante egenskapene C har, tross forskjellene i hvilken setting (avstand, vinkel, lys osv.) vi ser stolen i (Skemp, 2009). Forestillingen om stolen blir altså mer og mer detaljert ved gjentatte observasjoner.



Figur 3.2.1: Suksessive erfaringer (C_n) gjort av en stol (C). (Skemp, 2009, s.20)

Hvis vi derimot skal danne et *begrep* om stol, må vi *assosiere* flere ulike stoler til stol-klassen med det mål å oppdage likheter og forskjeller mellom dem (Nyborg, 1994a) – vi abstraherer ut egenskaper fra stolene (Skemp, 2009). Fra stolene C, C', C'' i figur 3.2.2 abstraherer vi *definerende egenskaper* (J. Bruner, 1966) eller *invariante (ikke-foranderlige) egenskaper* som de blir kalt i matematikken (Skemp, 2009), altså definerende likheter ved stoler (jeg velger videre å bruke Bruners terminologi). Vi starter, som forklart i forrige avsnitt med en forestilling, for så å kunne knytte – gjerne ved hjelp av symboler – denne forestillingen sammen med erfaringer av andre stoler. Vi vil, som illustrert i figur 3.2.2, også ved hjelp av disse definerende egenskapene kunne gjenkjenne *Ch* (en hvilken som helst ny stol sett for første gang – for eksempel i et butikkvindu) som et medlem av klassen, – vi klassifiserer. Dette kan kalles en analytisk kodingsprosess (Nyborg, 1994a).



Figur 3.2.2: Vi kan ved hjelp av de definerende egenskapene til begrepet stol (Ch) gjenkjenne nye stoler (C^n). (Skemp, 2009, s.20)

På samme måte som vi danner en bedre forestilling jo flere settinger vi sanser en bestemt stol i, kan vi også danne et bedre begrep jo flere forskjellige stoler vi ser (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009). Variasjonen av stoler vi ser vil gjøre de definerende egenskapene tydeligere. Vi får en bedre og bedre *generalisering* av begrepet stol, noe som også kan brukes for å danne en

[1] Nyborg hevder at selv om vi ser flere helt like stoler, har vi fortsatt bare en *forestilling* om hva stol er.

definisjon av begrepet stol (Nyborg, 1994a). Implisitt kan vi si at for at et begrep skal kunne dannes, må vi ha erfaringer med flere fenomener som har noe til felles (Skemp, 2009).

Vi må også kunne se forskjeller fra ikke-stoler (eller negative eksempler) (Bruner, 1966; Nyborg, 1994a; Skemp, 2009). Eksempler på negative eksempler kan være hagebenk, sofa eller bord. Denne prosessen kalles *selektiv diskriminasjon* (å gjøre forskjell på) (Nyborg, 1994a) eller *kontrast* (Skemp, 2009). Det må presiseres at det ikke egentlig er snakk om eksempler på begrepet, siden begrepet i seg selv er abstrakt viten vi har i hodet, men eksempler på *fenomener* i begrepsklassen som vi har en viten om. For enkelhetsskyld kaller vi det likevel av og til for eksempler på begreper. For å få et ekstra godt skille mellom eksempler på fenomenet det skal dannes begrep om og eksempler på fenomener de lett kan forveksles med, velges ofte de negative eksemplene fra sideordnede begreper (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009). Vi kan også legge merke til at the Concept Attainment Model (CAM), en begrepsundervisningsmodell bygget på Bruners teorier, og som har hatt en relativt stor utbredelse blant annet i USA i seinere år (Hansen, 2006), også går ut på å presentere vekselvis positive og negative eksempler på begrepet som skal læres, slik at både relevante likhetstrekk mellom eksempler på begrepet og avgjørende forskjeller til forvekslingslike begreper kan registreres (Bruner, Goodnow & Austin, 1986).

For å oppsummere; vi må *selektivt assosiere* flere fenomener – i dette tilfellet stoler – til begrepet ved å abstrahere ut definerende egenskaper. For ikke å blande (overgeneralisere) med eksempler på andre begreper, må vi foreta en *selektiv diskriminasjon*. Vi vil ut fra disse prosessene få et *generalisert* begrep. For å bli bevisst på likhetene (de definerende egenskapene), må vi også kunne si hva eksemplene på begrepet er like i.

3.2.1. Definisjoner på begrep

Ved omfattende spørreundersøkelser i lærerkurs-sammenheng, der etter hvert hundrevis av norske lærere er blitt spurt om hva et begrep er for noe, viser det seg at svært mange sitter med et svært diffust begrep om begrepet begrep (Solveig Nyborg, daglig leder for Nyborg Pedagogikk og kursholder for BroAschehoug, pm, mai 2018).

Det finnes flere metastudier på begrepsteorier både innenfor klassisk teori, prototypeteori og teori-teori-tradisjoner (uten at jeg vil gå videre inn på forskjellen på disse) (Murphy, 2002). Dette viser at det finnes flere ulike syn på og definisjoner av begrep. Definering av *begrep* slik jeg ser det, ligger under klassisk teori, der begrepet beskrives ved sine definerende egenskaper (Murphy, 2002). Likevel er de fleste definisjonene dels sammenfallende med blant annet ISO-definisjonen av begrep. Denne definisjonen er en hensiktsmessig definisjon å trekke fram her, siden dette er den ”offisielle” definisjonen gjeldende i ISO-organisasjonens 161 medlemsland.

”Concept [is]: A unit of thought constituted through abstraction on the basis of properties common to a set of objects(...)” (ISO 1087:1, 2000). Definisjonen forklarer et begrep som en tanke-enhet eller vite-enhet (som forklart i kapittel 3.1) av abstraherte egenskaper som er definerende for en klasse med fenomener. Begrepet er altså ikke fenomenene selv, men *viten* om en *gruppe* av fenomener.

ISO-definisjonen er lite kjent i Norge, men vi ser at den stemmer godt overens med Nyborgs definisjon:

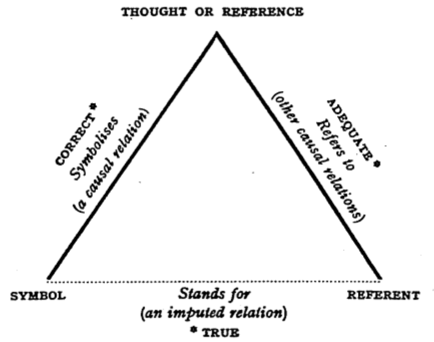
> (...)begreper kan sies å være navn på lagret og huskbar viten om likheter mellom ulike medlemmer av klasser av fenomener. Viten – også – om forskjeller innen en klasse og forskjeller mellom en gitt klasses medlemmer og medlemmer av andre klasser som den kan forveksles eller sammenblandes med. (Nyborg, 1985, s. 102)

Forskjellen mellom ISO-definisjonen og Nyborgs definisjon, er at Nyborg i tillegg til likhetsoppdagelse mellom en gruppe av fenomen, også inkluderer et fokus på innbyrdes forskjeller og diskriminasjon mot andre, liknende fenomen. Også Skemp påpeker, som vi så i stol-eksempelet gitt over, behovet for kontrast til forvekslingslike begreper.

Begreper er ikke isolert kunnskap om klasser, de er også satt i et hierarkisk system av overordnede, sideordnede og underordnede begreper, slik at vi kan se sammenhenger til lignende begreper. Dette tydeliggjør viktigheten av en god diskriminasjon fra sideordnede begreper, slik at barnet selv ser forskjellen. Her er Nyborgs definisjon på begrep unik blant begrepsdefinisjonene, da den også tar med viten om forskjell til andre klasser som en del av definisjonen, og ikke bare lar det være en implisitt forståelse.

3.2.2. Språkets viktighet

Å navnsette er viktig for klassifisering og effektivitet i begrepslæring (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009; Vygotsky, 1986). Språket er det som hovedsakelig skiller vår tankevirksomhet og kommunikasjon fra andre dyrs, og gir en stor fordel ved at vi kan lagre kunnskap over generasjoner (Skemp, 2009). At symboler er viktig for meningsdanning og tenkning, går igjen innenfor semantikken (læren om mening), og blir blant annet poengtert i Ogdens semantiske trekant (figur 3.2.1) (Ogden et al., 1946). I trekanten blir symbol knyttet til en referent (fenomenet eller objektet) og lagret som en tankeenhet (vite-enhet), skjønt tankeenheten i denne modellen ikke kan karakteriseres som et begrep, slik Nyborg definerer begreper, men en enkeltforestilling fordi det her er snakk om én referent, ikke flere.



Figur 3.2.1: Ogdens semantiske trekant (Ogden, Malinowski & Crookshank, 1946, s. 11)

Det må poengteres at det er enighet om at navnsetting ikke er avgjørende for å danne hverdagsbegreper. Både Nyborg (1994a) og Kilpatrick et al. (2001) understreker dette med at barn kan ha et begrep om noe, selv om de ikke greier å beskrive det med ord til læreren. Språklig benevning er likevel vesentlig for at vi skal kunne ha en felles, objektiv *oppfattelse* av begreper. Eller som Gray & Tall (2007) skriver:

> Thinkable concepts are noticed before they are named. First various properties and connections are perceived in a given phenomenon, but it is only when these are verbalised and the phenomenon is named that we can begin to acquire power over it to talk about it and refine its meaning in a more serious analytic way. (s. 25)

3.2.3. Grunnleggende begreper og begrepssystemer

Vi har nå sett på både hvordan et konkret, sansbart begrep dannes. Et begrep om et komplekst fenomen som stol, kan deles opp i flere deler som igjen er eksempler på andre begreper (rygglene, bein osv.). Altså kan begreper defineres ved andre begreper. Likevel er det ikke alltid hensiktsmessig å dele opp bare på den måten. Det som gjør at vi oppfatter en stol som en stol, er i tillegg stolens definerende egenskaper (som forklart tidligere). Vi vil til slutt måtte definere noen helt grunnleggende egenskaper for hvert enkelt begrep. De mest grunnleggende egenskapene, som videre er satt i systemer vi kan beskrive fenomener med, har Nyborg kalt grunnleggende begreper og begrepssystemer (GBS). Eksempler på grunnleggende begrepssystemer kan være *farge, form, antall, stilling, stoffart* osv. Nyborg satte sammen en oversikt på 27 slike grunnleggende begrepssystemer i det Hansen (2006) kaller for Nyborgs GBS-modell. Denne sammenstillingen er tenkt som et ”verktøy” for å kunne forklare begreper, men også kode fenomener inn i begrepsklasser (analytisk koding). Nyborg hevdet at om ikke disse grunnleggende begrepssystemene er lært tilstrekkelig, vil enhver person kunne oppleve problemer både med å lære nye begreper, men også å trekke ut relevant informasjon fra fenomener (Nyborg, 1994a).

For å i praksis vise nytten av å kunne disse grunnleggende begrepssystemene, kan vi for eksempel ta utgangspunkt i denne figuren av en marihøne:

Figur 3.2.4: Marihøne hentet fra (Alseth, Arnås, Kirkegaard & Røsseland, 2010b, s.7)

Når vi nå skal *analytisk kode* figuren, må vi tenke gjennom hvorfor vi gjør det. Jo fordi vi vil kategorisere den inn under et begrep. Hvordan kan vi si at dette er en marihøne? Her er det flere definerende egenskaper som spiller inn. Vi kan først gjøre det klart at det er et insekt, fordi **antallet** bein er 6. Vi ser så på den eggerunde **formen** og de andre formene, som er karakteristiske for en marihøne. Det prikkete **mønsteret** på vingene til insektet, er nok et kjennetegn for marihøner. Videre ser vi at **fargen** på vingene er rød, noe som ofte er tilfellet for marihøner (i forskjellige nyanser). Ut fra denne kategoriseringen etter allerede lærte GBS, kan vi derfor konstatere at figuren skal illustrere en marihøne.

En matematikkoppgave spør gjerne ikke hvilket dyr dette er, men konsentrer seg heller om matematiske egenskaper ved marihøna. Et eksempel kan være ”Er marihøna symmetrisk?”. Eleven må da abstrahere ut nettopp denne egenskapen. Symmetri er et begrep som omhandler speilvendt stilling, og ligger dermed under GBS **stilling**. Et annet eksempel kan være ”Hvilke mønster har marihøna?”. Eleven må da bruke sine kunnskaper om egenskapen **mønster** for å forklare at marihøna har et prikkete mønster. Enda et eksempel kan være ”Er det like mange prikker på hver vinge?”. Her må eleven for det første skjønne hva som er vinger på marihøna, for så å ha et begrep om prikker. Eleven må videre ha et begrep om likt antall, som hører til i begrepssystemet relative antall under GBS **antall**.

Nyborg (1994a) benevner begreper som ikke er grunnleggende, for objekts- og hendelsesklassebegreper, eller *komplekse begreper* som angår hele ting og hendelser – identifisert av hver enkelt person ved hjelp av analytiske kodingsferdigheter. Graden av kompleksitet vil selvfølgelig variere.

3.2.4. Grunnleggende vs. primære begreper

Siden man i norske matematikkdidaktiske miljø kjenner bedre til Skemps enn til Nyborgs begrepsteori, vil jeg drøfte Skemps inndeling av begreper opp mot Nyborgs. Skemp (2009) skiller mellom begreper som intuitivt kan tilegnes uten symboler, *primære begreper*, og de som er avhengig av tidligere viten – men også symboler – for å dannes, *sekundære begreper*. Denne oppdelingen legger også mye av grunnlaget for Skemp og matematikkdidaktikere som støtter seg til Skemp, i deres videre tenkning rundt dannelsen av matematiske begreper.

Skal vi sammenligne Skemps primære begreper og Nyborgs grunnleggende begreper, ser vi noen likheter; begge klassifiseringene skal tilsynelatende være de mest grunnleggende begrepene i vår viten-struktur og begge klassifiseringene tar utgangspunkt i konkrete fenomener, som vi selv kan sanse og abstrahere (selv om GBS, som før nevnt, er abstrahert viten). Det er likevel en signifikant forskjell; Nyborgs grunnleggende begreper favner utelukkende om begreper om *egenskaper*, mens Skemp både putter egenskaper (som varm og rød) men også objekter (som bil) i sin klasse med primære begreper. Grunnen til at objekter ikke tilhører de grunnleggende begrepssystemene til Nyborg, er fordi vi igjen kan analysere disse for deres definerende egenskaper, nettopp ved hjelp av bla. grunnleggende begrepssystemer. Når sett av disse abstraherte og persepterte egenskapene settes sammen, dannes et begrep om den mer komplekse fenomenklassen (som bil).

Ut fra dette synspunktet, stemmer ikke Skemps utsagn om at vi ikke må ha tidligere erfaringer og begreper for å bygge opp hverdagslige begreper om objekter. Hvis vi for eksempel tar utgangspunkt i begrepet bil, må vi ha begreper om funksjon/bruk (transport), form (runde hjul), plass (på vei), kraft og fart osv. for å gjenkjenne disse egenskapene og sikkert kunne identifisere farkosten som en bil. Vi må også ha disse begrepene på plass for å skille fra for eksempel vogn, slede, traktor eller ATV, selv om aktiveringen av denne kunnskapen i stor grad kan skje ubevisst. Fordi det er ”vanlig” at folk intuitivt har dannet grunnleggende begreper og intuitivt anvender disse i sin persepsjon av fenomener, betyr det ikke at de ikke er vesentlige nok til å nevnes og skilles ut i en egen gruppe som spesielt grunnleggende tenke-enheter. Heller tvert om – de beskrivende, grunnleggende begrepene har i følge Nyborg en avgjørende rolle i persepsjon og kognitiv funksjonering. Og empirisk forskning viser at ikke alle har tilstrekkelig godt utviklede grunnleggende begrepssystemer til å skille sikkert mellom ulike fenomener (Hansen, 2014), deriblant slike vi møter i matematikken. Et begrep om grunnleggende begrep trengs for å forstå tankegangen i den siste delen av kapittelet.

3.2.5. Er matematiske begreper forskjellige fra andre begreper?

Matematikk kan ses på som akkumulert abstrahering og generalisering av viten overført mellom generasjoner (Nyborg & Nyborg, 1990; Gray & Tall, 2007; Skemp, 2009). Kilpatrick et al. (2001) og Duval (2017) forklarer matematiske begreper som stadig mer abstrakte og kan ses på som representasjoner som bygger på representasjoner.

Ordet *abstrakt* kan ha tre forskjellige meninger; et adjektiv – å være abstrakt (en egenskap), et verb – det å abstrahere (en prosess), eller et substantiv – en abstraksjon (et begrep) (Gray & Tall, 2007, s.23). Abstraksjon kan altså både bety persepsjon av egenskaper, prosesser eller begreper (Sfard, 1991; Gray & Tall, 2007). Abstraksjon av egenskaper er den måten å abstrahere på, der abstraksjonene kan danne begreper i hierarkiske systemer (begrepssystemer). Jo flere definerende egenskaper, jo mer spesifikt og underordna begrep (eksempelvis dyr – pattedyr – hund – terrier osv.). Vi kan også abstrahere en handling knyttet til objekter (eksempelvis å telle et antall). Vi kan også gjøre en abstraksjon ved å sette sammen tidligere kunnskap, og deretter bearbeide denne kunnskapen ved hjelp av logisk tenkning, til begrepsdefinisjoner. Dette er det Nyborg (1994a) kaller utsagnsordnede meninger.

Disse tre typene abstraksjoner er i følge Gray & Tall (2007) utgangspunktet for tre forskjellige "verdener" i matematikk. Det de vil fram til er nok at vi får tre litt ulike rammer å tenke innenfor, men uttrykket "ulike verdener" kan fort mistolkes til at de tre ulike situasjonene er adskilte og ikke har noe med hverandre å gjøre. Dette ville isåfall være noe ulogisk siden alle beskriver samme prosess (abstraksjon) som utføres av samme hjerne (til den lærende personen), enten det her abstraheres fra et konkret eller et i større eller mindre grad abstrakt fenomen. Det er selvsagt mer utfordrende å lære å abstrahere egenskaper og sammenligne disse i en generaliseringsprosess når utgangspunktet er et abstrakt fenomen, og derfor må elever, som ved all annen læring, begynne på de enkleste nivåene for etterhvert å takle abstraksjon fra mer og mer abstrakte fenomener. Det er derfor, ifølge Gray & Tall (2007), hensiktsmessig å dele begreper inn i tre ulike kategorier etter hvilket utgangspunkt man tar for abstraksjonene.

Hvis vi tar for oss den første kategorien, ser vi tydelige likhetstrekk til det som er skrevet tidligere i kapittelet, altså til hvordan begreper dannes ved å oppdage definerende likhetstrekk mellom abstraherte egenskaper ved en gruppe eksempler av et konkret fenomen. Vi har allerede diskutert den første kategorien tidligere i kapittelet.

Den andre kategorien, som av Gray & Tall også kalles procept, er en kombinasjon av egentlige begreper, slik som i den første kategorien (strukturelt) og opphavsprosessen og/eller funksjonen til begrepet (operasjonelt) (Sfard, 1991; Gray & Tall, 2007). I matematikk er alle begreper sterkt knyttet til prosesser, og at begrepsforståelsen derfor knyttes sterkere mot prosessene, er naturlig. Det kan likevel føre til en oppfatning av at begreper og procepter er to vidt forskjellige ting (særlig når det omtales som to forskjellige “verdener”). Procepts er altså egentlig ikke et begrep i sin rettmessige forstand, noe Gray & Tall også er tydelige på, men heller en komprimering av kunnskapen rundt dannelsen av begrepet og begrepet i seg selv. Dette krever imidlertid at en har forstått denne forskjellen.

Selve begrepet er dannet på samme måte som andre begreper, men dannelsesprosessen og funksjonen er også en vesentlig del av forståelsen. I andre fag, er ikke alltid denne forståelse nødvendig i samme grad (du må ikke vite hvordan en stol blir til for å kunne danne begrepet stol, men du må vite at smør er laget av melk som igjen er laget av et pattedyr for å virkelig forstå begrepet smør). For å danne begrepet antallet 10, *må* vi kunne telle. Derfor er telleprosessen en viktig del av forståelsen og krever telle-ferdighet. Det er derimot ikke en egentlig del av begrepet. Når ferdigheten er lært, vil antallsbegreper dannes på lik linje med andre begreper, ved å selektivt assosiere grupper med egenskapen to medlemmer til navnet/symbolet for antallet, diskriminere fra andre antall og til slutt generalisere begrepet.

I tillegg må viktigheten av *funksjonen* til matematiske begreper poengteres, da dette ofte er en definerende egenskap ved fenomenet det skal dannes begrep om (hva brukes dette til?). Funksjon er betegnelsen til et av de beskrivende, grunnleggende begrepssystemene til Nyborg. Vi spørre om dette med behov for å beskrive funksjonen til fenomenet er et typisk trekk ved bare matematiske begreper (i procepts). I stol-eksempelet vil for eksempel de definerende egenskapene som karakteriserer stoler, være mer funksjonelle (egenskapen funksjon) enn strukturelle (utseende) (Skemp, 2009) – ”noe du sitter på”. For å forstå begrepet “fotballkamp” må du likeens forstå hva funksjonen til en fotballkamp er og hvilke regler som gjelder for å kunne skille en fotballkamp for eksempel fra en håndballkamp. Alle som har spilt kortspillet Alias, vil skjønne hvor mye lettere det er å forstå hvilket begrep en skal frem til (uten å bruke navnet) om en forklarer funksjonen enn for eksempel fargen. Vi kan også se på fagbegreper fra andre fagområder og se det samme behovet for å beskrive fenomenets funksjon. For begrepene økosystem og enzym, ser vi at også her er funksjon den mest definerende egenskapen. Økosystemets funksjon er samhandling mellom biotiske faktorer og mellom biotiske og abiotiske faktorer, enzymer er en gruppe proteiner som fungerer som katalysatorer.

Det siste kategorien, begrepsdefinisjoner basert på utledning og bevis, er også vesentlig i matematikk, særlig på høyere nivå. Skemp (2009) kaller dette for *delta-two-systemet*, hvor hjernen visualiserer tidligere etablerte begreper og prosesser ved hjelp av symboler, og abstraherer nye felles egenskaper på grunnlag av dette. Resultatet blir da det Skemp kaller sekundære begreper. Selv om begrepene utledes fra andre begreper og erfaringer, vil de likevel ha det til felles med alle andre begreper at de bygger på abstraksjon og generalisering av egenskaper ved eksempler på et fenomen, som i dette tilfellet kan sies å være den aktiverte, og abstrakte, begrepskunnskapen som en her bygger videre på. Selv om denne kategorien er den mest abstrakte, dannes det på samme måte og bør undervises deretter (Skemp, 2009).

Skemp (2009) skriver at det er to prinsipper som går igjen i undervisning av matematiske begreper; (1) Begreper av en høyere orden enn de vi allerede har, kan ikke bli lært bare ved hjelp av en definisjon, men ved å vise en *passelig mengde eksempler*, og (2) siden disse eksemplene i matematikk nesten alltid er symboler for andre begreper, må det først sikres at eleven allerede har disse andre begrepene på plass og at de sikkert par-assosieres til symbolene. Videre konstaterer Skemp (2009):

> The first of these principles is broken by the vast majority of textbooks, past and present. Nearly everywhere we see new topics introduced not by examples but by definitions, definitions of the most admirable brevity and exactitude for the teacher (who already has the concepts to which they refer) but unintelligible to the student. (s.28)

Selv om dette er en uttalelse fra forrige århundre, er den dessverre fortsatt i en viss grad gjeldende.

Vi kan ut fra den denne diskusjonen konkludere med at alle begreper dannes på samme måte, altså ved generalisering av abstraherte egenskaper fra et gitt fenomen, enten det er et konkret fenomen eller et abstrakt fenomen av første orden eller høyere orden. Derfor kan vi si at en generell begrepsundervisningsmodell, som Nyborgs begrepsundervisningsmodell, kan være like anvendelig på matematiske begreper som alle andre begreper.

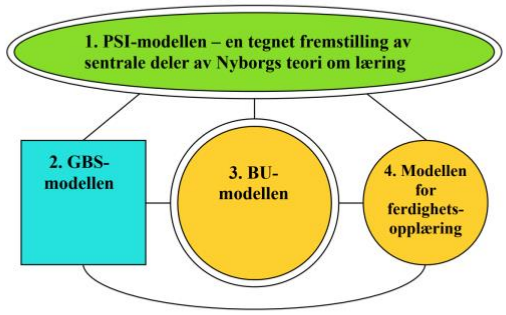
3.3.Begrepsformidling ved hjelp av Systematisk begrepsundervisning

Hvis vi legger Nyborgs definisjon for begrep og den foregående drøftingen til grunn for undervisningen, vil det kunne være hensiktsmessig å undervise etter Nyborgs undervisningsmodeller – begrepsundervisningsmodellen (BU-modellen) og ferdighetslærings - modellen – som begge blir forklart under dette delkapittelet. Disse bygger på Nyborgs eklektiske læringsteori kalt Person-Situasjon-Interaksjons-modellen. At teorien er eklektisk betyr at den bygger på flere andre anerkjente læringsteorier. Person-Situasjon-Interaksjons-modellen (PSI-modellen) er en *funksjonell* modell som forklarer hvordan Nyborg mener at vi mennesker tilegner oss kunnskap og hvordan vi lærer i dynamiske interaksjoner med omverdenen (Hansen, 2009). Med funksjonell, menes at modellen primært fokuserer på det funksjonelle ved læringsprosesser framfor de anatomiske og fysiologiske mekanismene og endringene i hjernen under læring. PSI-modellen har altså fokus på flere aspekter ved læringsprosessen, både innenfor og utenfor personen, noe som gjør teorien helhetlig.

Jeg kommer ikke til å gå detaljert inn på læringsmodellen, men et viktig poeng å trekke ut fra den, er at Nyborg (1994b) deler minnestrukturene i langtidsminnet inn i viten, ferdigheter og disposisjoner (motivasjoner og følelser), og samspillet mellom disse. Blant annet viser modellen hvordan mestringsopplevelser gjennom opplevelse av forståelse, og mestring av ferdigheter, innvirker til positive disposisjoner for videre læring, mens opplevelser av å mislykkes og være usikker, fører til negative disposisjoner for videre læring (Nyborg, 1994b). Et annet poeng er at det vi sanser går *via* langtidsminnet før det kodes, og dermed aktiverer det som ligger lagret av relevant viten, ferdigheter og disposisjoner som grunnlag for kodingen av det som sanses, og dermed persepsjonen. Begrepsorganisert viten om grunnleggende begrepssystemer lagret i vitenstrukturene av langtidsminet vil i denne aktiveringsprosessen være spesielt viktig for sikker analyse og koding av det som sanses. I tillegg til de foregående modellene, må derfor Nyborgs liste over grunnleggende begrepssystemer, GBS-modellen, nevnes på ny. Ved å undervise slike begreper og begrepssystemer først, vil elevene, i følge Nyborgs PSI-modell, få styrket sine læreforutsetninger også for læring av andre begreper.

Teorien er over en periode nesten 30 år prøvd ut overfor minst 700 elever i en lang rekke kasusstudier av større og mindre elevgrupper og enkeltelever, og flere flerårige kontrollerte feltforsøk Hansen (2006) Disse studiene og feltforsøkene viser positiv effekt av undervisning av grunnleggende begrepssystemer integrert med språkferdigheter som tiltak, registrert både ved egne begrepstester (Lyngstad, 1973) og ved standardiserte evnetester, standpunktprøver osv. (Hansen, 2017).

I figur 3.3.1 hentet fra Hansen & Koppen (2015), blir disse modellene fremstilt som en helhet, ved å illustrere at (1) PSI-modellen er den teoretiske overbyggende modellen, (3 og 4) BU-modellen og ferdighetslæringsmodellen er de to didaktiske modellene som har sitt utspring i PSI-modellen og (2) GBS-modellen som er en liste over de grunnleggende begrepssystemene som er forklart i kapittel 3.2. Denne modellen skiller seg klart fra de to didaktisk modellene. Linjene mellom modellene indikerer helheten.



Figur 3.3.1: Nyborgs fire modeller fremstilt som deler av en helhet i skisseform (Hansen & Koppen, 2015, s. 40)

Det bør også nevnes at kritikken mot Nyborgs læringsteorier og modeller i all hovedsak har gått ut på at de går så grundig til verks, at det blir for banalt, detaljert og tidkrevende. Den kan også forstås om en har en oppfatning om at elevene kan disse begrepene fra før og de derfor er unødvendige å undervise. Kritikken var forøvrig muntlig og har stilnet de siste 15-20 årene (Hansen & Koppen, 2015).

3.3.1. Begrepsundervisningsmodellen

Begrepsundervisningsmodellen tar for seg hovedprosesser i begrepslæringen og hvordan vi som pedagoger kan tilrettelegge for disse hos elevene (Hiim & Hippe, 2012). Hovedprosessene i begrepslæring har jeg allerede drøftet i kapittel 3.2.

Denne forskningsbaserte undervisningsmodellen har som nevnt gjennom mange og omfattende studier vist seg valid med tanke på å fremme begrepsforståelse hos et bredt spekter av målgrupper, blant annet undervisning av 6-åringer i førskole og de første trinn på barneskolen (Nyborg, 1994; Hansen, 2006). Det vil derfor være et godt utgangspunkt for analyse av begrepsformidling i lærebøker for disse alderstrinnene.

Både GBS og mer komplekse begreper (eks. fagbegreper) kan undervises effektivt ved hjelp av denne modellen (Hansen, 2016; Miller, 2003; Nyborg, 1994a). Modellen består av tre faser; den selektive assosiasjonsfasen (SA), den selektive diskriminasjonsfasen (SD) og den selektive generaliseringsfasen (SG) (Nyborg, 1994a). ”Selektiv” fordi vi abstraherer ut egenskaper. Videre følger en forklaring av fremgangsmåten i hver av fasene, i tillegg til et eksempel på innlæring av begrepet “antallet to”:

I den *selektive assosiasjonsfasen* presenteres eleven for flere eksempler på fenomenet det skal dannes begrep om. Det er viktig at det vises flere og varierte eksempler, for at eleven selv skal kunne se likheter (de definerende egenskapene). For å knytte eksemplene mot det samme begrepet, navngis begrepet og begrepssystemet det tilhører samtidig med presentasjonen av eksemplene, og elevene bes også om selv å gjenta dette navnet høyt for bedre innlæring av navnet. Ved undervisning av grunnleggende begreper, som er begreper om egenskaper ved ting, styrer læreren fokuset til elevene mot den samme egenskapen ved alle gjenstandene som legges fram (for eksempel med peking/gester eller en oppfordring til elevene om selv å kjenne på former, vekt, temperatur, overflateegenskaper osv). *Eksempel:* Flere forskjellige grupper med antallet to gjenstander blir vist eleven, som om nødvendig også får telle opp antallet i hver gruppe, samtidig som ordene ”antallet to” og eventuelt også tallsymbolet ”2” blir aktivt knyttet opp mot gruppene. I et trykt læreverk ville dette tilsvare at det ble vist mange ulike grupper/mengder med figurer som representerer ulike virkelige ting, slik at eleven lett ville kunne overføre dette også til den konkrete verden (bilde av to personer, fingre, et skopar, to lekebiler, to glass med vann, to kroner, to noter som symbol for to toner osv)

I den *selektive diskriminasjonsfasen* skilles fenomener som hører til i begrepsklassen fra fenomener som ikke hører til i begrepsklassen (negative eksempler). Formålet med dette er at eleven ikke overgeneraliserer (slik som forklart i forrige delkapittel). Også i denne fasen bør begreps- og begrepssystemnavn benyttes aktivt av elevene, og tilhørende symboler eventuelt knyttes til fenomenene som tilhører begrepsklassen. *Eksempel:* Flere grupper med forskjellig antall medlemmer vises for elevene. Elevene skal nå kunne plukke ut den gruppen som inneholder antallet to fra de andre gruppene. I et trykt læreverk vil dette tilsvare oppgaver av typen "sett strek til/ring rundt den gruppen som har antallet to" i et utvalg av figurer som representerer ulike grupper av konkrete ting. Også "fargelegg den figuren som har..." og sant/usant-spørsmål kommer inn under denne fasen.

Den *selektive generaliseringsfasen* er en oppsummerings-, og vurderingsfase. Eleven skal selv generalisere og se likheten – de definerende egenskapene – til fenomenene i begrepsklassen, tross ulikhetene ellers. Denne fasen er vesentlig både for vurdering av om eleven har dannet seg et generalisert og overførbart begrep, men også for eleven med tanke på å fokusere på likhetene nok en gang. *Eksempel:* Ulike grupper med antallet to medlemmer legges frem for eleven, og eleven bes fortelle hva eksemplene er like i, tross ulikhetene. I dette tilfellet at antall medlemmer i hver gruppe er to. Hvis denne prosessen er vellykket, vil eleven kunne generalisere antallet to og ikke nødvendigvis se for seg en konkret toer-gruppe. I et læreverk vil det kunne legges opp til en slik generalisering ved å vise flere eksempler på grupper av figurer med antallet to og utfordre eleven til å se hva gruppene er like, selv om figurene representerer ulike gjenstander.

Eleven skal, som nevnt, aktivt bruke ordet for begrepet gjennom alle tre delprosessene i begrepslæringen, og skal eksplisitt kunne uttrykke hva eksemplene i generaliseringsfasen er like i (Nyborg, 1994a). Fasene er selektive fordi eleven, gjerne med hjelp fra læreren, selekterer ut og bevisstgjør på de definerende egenskapene som gjør at fenomenene hører med i en bestemt begrepsklasse og hva man må passe seg for å forveksle med. Får eleven dette til, vil eleven ha lært dette begrepet til et generalisert, godt forstått og godt overførbart nivå og kan da bruke begrepet i analytisk koding (prosessen hvor fenomener analyseres for dens egenskaper og deler) for videre klassifisering av nye fenomener under fenomenet, slik Skemp (2009) forklarer i sitt stol-eksempel.

Nyborg selv understreker viktigheten av å gi mange ulike eksempler i assosiasjonsfasen av begrepsundervisningen (Nyborg, 1994a). Hvis elevene i diskriminasjonsfasen ikke klarer å skille ut eksempler på begrepet fra negative eksempler, må en gå tilbake å gi flere eksempler i assosiasjonsfasen. Andreas Hansen, som står bak doktoravhandlingen "Begreper å begripe med", anbefaler i sine videreutdanningskurs innen Systematisk begrepsundervisning ved UiT Harstad at 60% av begrepslæringsaktivitetene bør være assosiasjoner, litt avhengig av hvilke begreper det er snakk om og hvilke erfaringer eleven har med fenomenet fra før (pm, mars 2018). Denne anbefalingen gjenspeiler både hans egen mangeårige erfaring med BU og den

prosentmessige fordelingen mellom assosiasjonsaktiviteter , diskriminasjonsaktiviteter og generaliseringsaktiviteter på 60:20:20 som er å finne i Nyborgs egne BU-programmer for grunnleggende begreper, for eksempel for innlæringen av antallet fire (Nyborg, 1994a, s. 134-138).
Over har jeg eksemplifisert hvordan et grunnleggende begrep som antallet to kan undervises. Men modellen egner seg erfaringsmessig like godt til å undervise mer komplekse matematikkbegreper, som hva alle addisjonssituasjoner er like i, hva alle kvart over-klokkeslett er like i, hva alle lineære funksjoner er like i eller hva alle integraler er like i - og hva disse begrepene lett kan forveksles med.

Modellen kan likevel oppleves som kjedelig for elever som allerede har lært begrepet. Den kan også virke rigid om den bare brukes i sin ”A4”-forstand, og er derfor også – som alle andre metoder og modeller – personavhengig. Likevel vil ingen av disse bivirkningene ha innvirkning på bruk i lærebøker.

3.3.2. Begrepslæringsaktiviteter i lærebøker vs. klasseundervisning

I bøkene vil denne typen introduksjoner og oppgaver selvfølgelig være skrevet istedenfor utført, men kan likefullt kategoriseres. Det er likevel noen aspekter som er viktige å ta opp.

For det første er det ingen lærer eller medierende hjelper til stedet under denne læringsprosessen ut fra begrepsformidling i en lærebok, slik BU-modellen opprinnelig er ment for. En lærer kan hele veien vurdere om eleven har fått nok oppgaver i hver av fasene i BU-modellen eller ikke, noe ikke en bok kan gjøre.

For det andre er eksempler på fenomener i begrepsklassen i boka begrenset til figurer eller bilder, noe som vil si at eleven i mindre grad får varierende eksempler. I et klasserom kan læreren bruke konkreter, noe som ikke bare åpner for en større variasjon blant fenomener elevene blir presentert for, men også kan gi flere sanseinntrykk enn et bilde.

For det tredje setter bokas fysiske størrelse (og kostnader) også begrensinger for antall enheter per bok, og dermed også hvor mange presentasjoner av fenomener i begrepsklasser bøkene kan inneholde.

Det kan derfor konkluderes med at begrepsformidling gjennom lærebøker i de fleste tilfeller ikke vil være like hensiktsmessig som å få begrepene undervist, uansett hvor godt læreboka er lagt opp. Bøkene er som regel ment som supplement, men for de elever som enten får ingen, eller veldig liten grad av begrepsundervisning, er det derfor viktig at lærebøker kan bøte for noe av denne forsømmelsen.

3.4.Ferdighetslæring

Selv om dette kapittelet i hovedsak handler om begrepsundervisning, vil jeg også presentere hva jeg legger i ferdigheter og ferdighetslæring. I oppgavekategoriseringen vil ferdighetsenheter være en vesentlig del. At jeg ikke legger mer vekt på ferdigheter i denne oppgaven, betyr ikke at ferdigheter er mindre viktig.

Som vi allerede har blitt oppmerksom på, er flere forskere er enige om at begreper og ferdigheter utfyller hverandre. Begreper trengs altså for å lære ferdigheter, og ferdigheter trengs for å lære og forstå begreper. Eksempelvis trengs ferdigheten å addere for å skjønne antallsbegrepet, samtidig som eleven må ha et begrep om antall for å kunne løse addisjonsoppgaver. Derfor *kan* også ferdighetslæring være med på å bygge begrepsmessig forståelse. Det vil likevel ikke være fokuset i denne oppgaven.

Nyborg (1994b) forstår ferdigheter som et lært og langtidsminnelagret grunnlag for å utføre handlinger. Nyborg har, slik som BU-modellen legger til rette for en systematisk innlæring av begreper, laget en ferdighetslæringsmodell som legger til rette for en systematisk innlæring av ferdigheter. Denne modellen består også tre faser; kognisjonsfasen, imitasjonsfasen og automatiseringsfasen (Nyborg, 1994b). De forskjellige fasene forklares i følgende punkter:

I *kognisjonsfasen* skal eleven observere modeller (f.eks lærere eller presenterende deler av ferdighetsenheter i bøkene) som demonstrerer den handlingen som ferdigheten representerer slik at leddene i handlingen kommer blir tydelige. Prosessen bør samtidig forklares språklig så godt det lar seg gjøre – særlig ikke-språklige handlinger. I disse forklaringene vil GBS kunne være et nyttig verktøy. I denne fasen bør pedagogen spørre seg disse spørsmålene: Hvilke ledd kan handlingen deles opp i, hvilken rekkefølge de forekommer i og hvordan legge opp til en presis språklig ledsagelse ut fra disse leddene. *Eksempel:* En matematikkbok viser med forklaring hvordan et addisjonsstykke regnes ut.

I *imitasjonsfasen* skal eleven imitere modellen med nødvendige instruksjoner. Når eleven kan utføre handlingen korrekt på egen hånd, går ferdighetslæringen videre til den tredje fasen. I tilfeller der eleven ikke greier å fiksere ferdigheten med en gang, kan en gjerne alternere mellom fase 1 og fase 2 (en iterativ prosess). *Eksempel:* Eleven adderer på akkurat samme måten i enten helt lik eller nesten helt like oppgaver.

I den tredje og siste fasen, *automatiseringsfasen*, skal eleven automatisere handlingsutførelsen. Det gjøres ved at eleven gjentatte ganger repeterer handlingen. I denne fasen kan eleven gjerne få oppgaver som ikke er helt like, men der samme handlingsmønster brukes. Målet for automasjonen er at prosedyren skal gå av seg selv, uten at eleven trenger å vende så mye oppmerksomhet mot utførelsen. *Eksempel:* Eleven løser flere forskjellige oppgaver, inkludert tekstoppgaver, som krever bruk av addisjon.

I min oppgave velger jeg å ikke dele ferdighetsenhetene (forklares i kapittel 4.4) videre inn i disse fasene (slik jeg vil gjøre med begrepsenhetene), siden hovedfokus skal ligge på begrepsinnlæringen. Likevel er det viktig at leseren skjønner at ferdighetsenhetene ikke er ensidige, og gjerne tar for seg en eller flere av disse fasene. Det vil også hjelpe til å forstå forklaringene gitt i metode-delen.

4. Metode

Hvis vi ser på etymologien, kommer ordet *metode* fra det greske ordet *methodos*, som betyr "å følge en bestemt vei mot et mål" (Christoffersen & Johannessen, 2012). Christoffersen og Johannessen (2012) samler forskningsmetoder med fokus på samfunnet og skolen under begrepet samfunnsvitenskapelig forskningsmetoder. De samfunnsvitenskapelige metodene samler informasjon om den sosiale virkeligheten, hvordan vi analyserer innsamlet informasjon og hvordan denne informasjonen kan svare oss på spørsmål, prosesser og/eller utfordringer i samfunnet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Samfunnsvitenskapelig forskningsmetode deles igjen inn i metoder som er spesifisert og tilegnet den enkelte vitenskap og forskningstype.

Ettersom dette studiet innebærer en analyse av de markedsledende læreverkene i matematikk for første og andre trinn og hvilken oppgavetyper disse inneholder, kan analysemetoden kategoriseres som en innholdsanalyse. Krippendorff (2004, s. 19) definerer innholdsanalyse slik: "Content analysis is a research technique for making replicable and valid inferences from text (or other meaningful matter) to the contexts of their use". Ut fra definisjonen kan vi lese at innholdsanalyse er en metode der forskeren trekker slutninger ut fra *dokumenter* (tekster, bilder, figurer, symboler osv.).

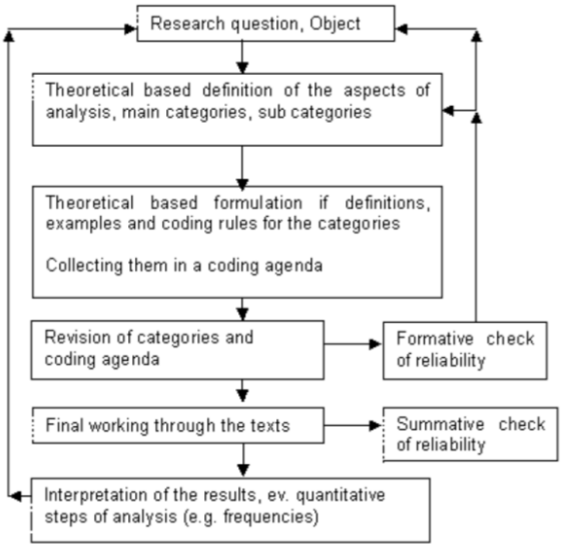
4.1.Deduktiv kvalitativ innholdsanalyse

I innholdsanalyse og forskning generelt skiller en ofte overordnet mellom kvalitativ og kvantitativ metode, som defineres ut fra datamaterialet forskeren samler inn, altså den informasjonen som hentes ut fra gjennomføring av metoden. I følge Grønmo (2004, s. 123) er data som uttrykkes ved hjelp av rene tall eller mengdetermer karakterisert som kvantitative. Data som ikke uttrykkes slik, er kvalitative (Grønmo, 2004).

En kvantitativ innholdsanalyse vil være basert på en numerisk telling av pre-definerte forekomster med en statistisk analyse av dataene (Rezat & Strässer, 2017, s. 500), men den nødvendige pre-defineringen er en kvalitativ prosess, selv om kompleksiteten i disse definisjonene er varierende. Om definisjonene er komplekse nok, vil analysen ikke lenger kunne kalles kvantitativ. En kvalitativ innholdsanalyse regnes som en kvantifisering av kvalitative utsagn og som regel tar form som et detaljutformet kategorisystem basert på innhold, fremstilling, kilder, bilder, kart og arbeidsoppgaver (Angvik, 1982). Siden de kvalitative pre-definisjonene i denne studien har en så høy grad av kvalitative vurderinger (se kapittel 4.3 og

4.4), men også kvantifiserer denne informasjonen, kan studien anses som en kvalitativ innholdsanalyse.

Kvalitativ innholdsanalyse kan videre deles opp i induktive (som tar utgangspunkt i empiri) og deduktive (som tar utgangspunkt i teori) metoder. Forskningen min tar utgangspunkt i teori, og vil derfor kategoriseres som deduktiv. Jeg velger å bruke den deduktive prosedyremodellen Mayring (2000) presenterer i figur 4.1.1. I korte trekk går modellen ut på å sette opp kriterier for kategorisering ut fra teorier analysen bygger på. Underveis bør kriteriene justeres for en mest mulig oppgaveenhetlig kategorisering og spesifisering på tvers av dokumentenes, i mitt tilfelle læreverkenes, egenart med det mål å gi studiet en høyere reliabilitet (som forklares nærmere i kapittel 4.6). Slike formative kontroller bør gjøres opp til flere ganger, ikke bare til slutt. Resultatene fra analysen må deretter tolkes i lys av forskningsspørsmålet (Mayring, 2000).



Figur 4.1.1: Deduktiv versjon av steg-modellen for kvalitativ innholdsanalyse (Mayring, 2000, s. 5).

Hvis disse resultatene skal sammenlignes læreverk i mellom, kalles det *gruppeanalyse*. Det vil si at analysen også tar for seg relevante likheter og forskjeller mellom resultatene fra hvert enkelt læreverk (Fan, 2013).

4.2. Valg av og informasjon om lærebøkene

Hvilken lærebøker som blir brukt i den norske skolen bestemmes av hver enkelt skole. Hvilke *læreverk* en vil analysere bør derfor reflektere markedsandel for å få et best mulig bilde av hva norske elever får formidlet av matematikkbegreper gjennom lærebøkene sine. Jeg fulgt Merethe Anker-Nilsen, tidligere redaktør for Matemagisk, sine råd om hvilke bøker som vil være aktuelle i de kommende årene ut fra markedsandel og hvor nye læreverkene er (pm, oktober 2017). Med utgangspunkt i dette, valgte jeg ut de tre nyeste matematikklæreverkene for småskoletrinnet fra de tre største forlagene i Norge; Multi fra Gyldendal, Matemagisk fra Aschehoug og Radius fra Cappelen Damm. Videre har jeg valgt å se på lærerveiledningene for første trinn som et hjelpemiddel for kategorisering av oppgaveenheter, der intensjonen i grunnboka er uklar (se kap. 4.4.1.). I andre trinn ser jeg bare på grunnbøkene, mest fordi det var disse jeg fikk tilsendt, samtidig som at både instruksene i oppgaveenhetene er mer detaljerte og at jeg allerede ut fra lærerveiledningene for første trinn allerede har dannet et inntrykk av forfatterens intensjoner bak de forskjellige oppgaveenhetstypene. Informasjon om sideantall og oppgaveenheter kan finnes i tabell 5.1.1.

Lærerveiledningene for første trinn i Matemagisk er skrevet av Olaug Ellen Lona Svingen, Tom-Erik Kroknes, Tom Egeland og Anna Kavén, mens grunnbøkene for andre trinn er skrevet av Tom-Erik Kroknes, Anna Kavén og Hans Persson. Matemagisk er en norsk variant av et svensk læreverk kalt Uppdrag Matte – Mattedetektiverna og ble publisert i 2013.

Både lærerveiledningene for første trinn og grunnbøkene for andre trinn i Multi er skrevet av Bjørnar Alseth, Ann-Christin Arnås, Henrik Kirkegaard og Mona Røsseland. Læreverket har en markedsandel på over 50% i følge Gyldendal selv og ble publisert i 2011.

I Radius er både lærerveiledningene for første trinn og grunnbøkene for andre trinn er skrevet av Hanne Hafnor Dahl og May Else Nohr. Lærerveiledningene for første trinn ble publisert i 2013, mens grunnbøkene for andre trinn ble publisert i 2014.

Jeg vil videre – i figurene hentet fra lærebøkene – skrive i figurtekstene hvilken lærebok det er og hvilke sidetall figuren er hentet fra, uten referanse. Dette er for å gjøre det lettere for leseren å se hvilke bok figuren er hentet fra. Derfor vil jeg liste opp alle bøkene med referanse her, slik at leser binder bøkene til riktige forfattere og årstall.

Tabell 4.2.1: Bøker brukt i analysen

Bøker	
Multi 1a Lærerens bok (2. utgave) (Alseth, Arnås, Kirkegaard & Røsseland, 2010a)	Multi 1b Lærerens bok (2. utgave) (Alseth et al., 2010b)
Multi 2a (2. utgave) (Alseth, Arnås, Kirkegaard & Røsseland, 2011a)	Multi 2b (2. utgave) (Alseth, Arnås, Kirkegaard & Røsseland, 2011b)
Matemagisk 1A Lærerens bok (1. utgave) (Svingen, Egeland & Kavén, 2013)	Matemagisk 1B Lærerens bok (1. utgave) (Svingen et al., 2013)
Matemagisk 2A (1. utgave) (Kroknes & Ødegaard, 2013)	Matemagisk 2B (1. Utgave) (Kroknes, Persson, Kavén & Ødegaard, 2013)
Radius 1A Lærerveiledning (1. utgave) (Dahl, Nohr & Gulliksen, 2013a)	Radius 1B Lærerveiledning (1. utgave) (Dahl, Nohr & Gulliksen, 2013b)
Radius 2A (1. utgave) (Dahl, Nohr & Gulliksen, 2014a)	Radius 2B (2. utgave) (Dahl, Nohr & Gulliksen, 2014b)

4.3. Oppgaveenheter

For å kunne ha en god struktur på analysen, må jeg dele grunnbøkene opp i enheter. I samfunnsvitenskapelig forskningsmetode blir enhet definert som ”det undersøkelsesobjektet som det samles inn informasjon, eller data, om” (Aarnes, 2017). I denne oppgaven velger jeg å kalle enheter for ”oppgaveenheter” for å gjøre det lettere for leseren å skjønne hva slags enheter jeg skriver om. Oppgaveenhetene kan være instruerende tekst og andre former for oppgaver, samtalebilder og presentasjoner. Leser bør merke seg at denne oppdelingen er basert på mine kriterier, og at andre lærebokanalyser gjort på de samme bøkene kan dele opp på en annen måte.

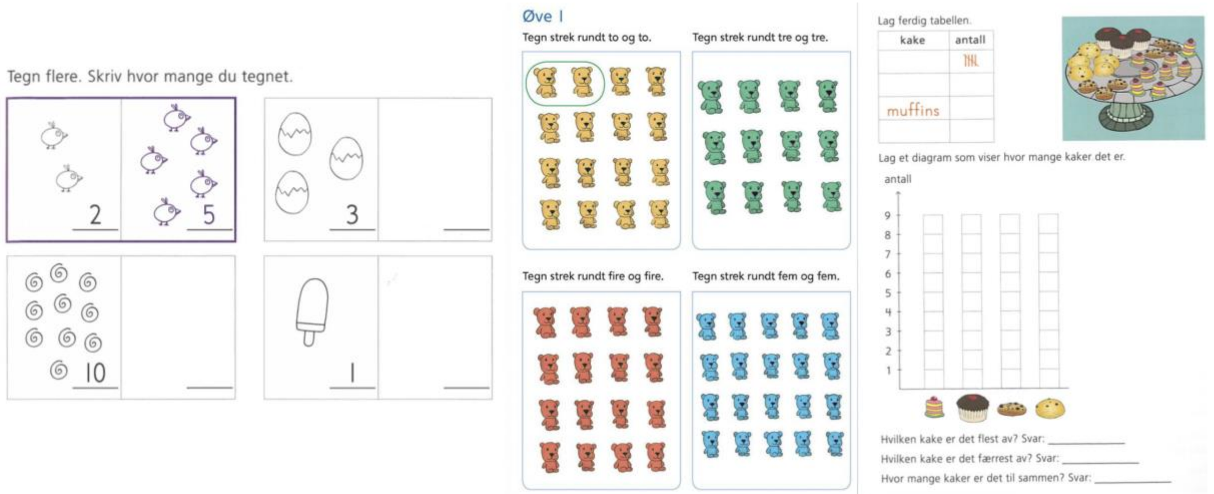
4.3.1. Generelle kriterier for oppdeling i adskilte oppgaveenheter

Hvordan oppgaveenhetene for de forskjellige verkene er definert, forklares nærmere i hvert sitt underavsnitt, men generelt bør oppgaveenhetene følge minimum ett av disse kriteriene:

1. Ha en instruerende tekst tilhørende de følgende figurene.
2. Ha en heldekkende illustrasjon som forklares som samtalebilde i lærerveiledningen.
3. Ha en presentasjon av begreper, symboler ol. med forklarende tekst i egne bokser
4. Ha flere spørsmål følger hverandre tett, vil de regnes som en oppgaveenhet

I det følgende vil begrunnelsen for disse kriteriene og eventuelle unntak diskuteres, og det vil gis et typisk eksempel.

1. Ha en instruerende tekst, og eventuelle modellering av de tilhørende de følgende figurene og oppgavene. Instruksjonsteksten gjør det mulig å fastslå hva oppgaveenheten går ut på (se eksempler i figur 4.3.1). *Unntak:*
    a. Når den påfølgende teksten tydelig hører sammen med den første teksten, for eksempel ved at elevene skal gjøre en helt lik operasjon gjentatte ganger så lenge de står på samme side.
    b. Oppgaver der tabell og diagram bygges på samme data oppfattes som samme oppgaveenhet. Spørsmål til disse dataene vil også bli lagt i samme oppgaveenhet om de ikke overskrider tre spørsmål. Ved flere spørsmål gjelder punkt 4.

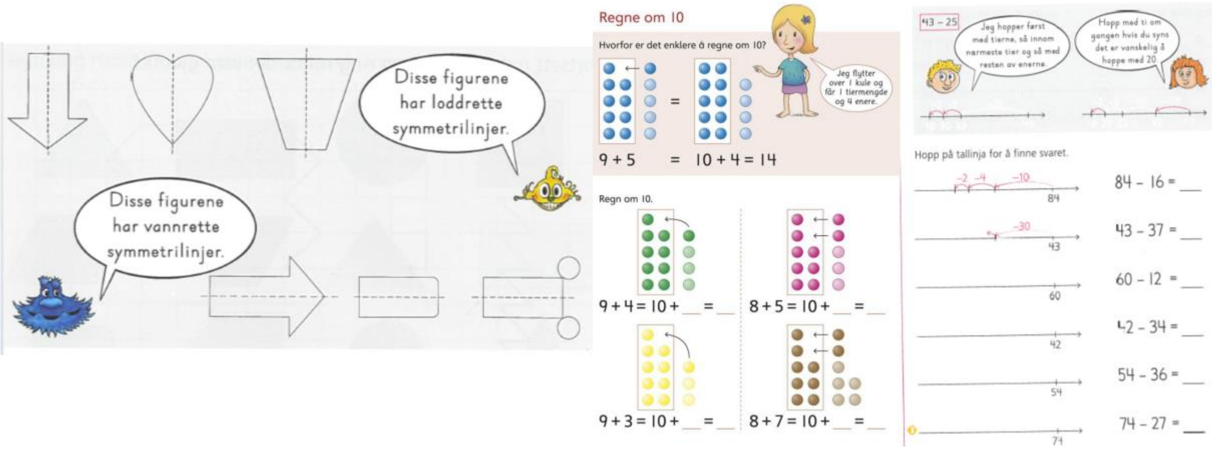


Figur 4.3.1: Oppgaveenheten lengst til venstre er eksempel på kriteria 1 hentet fra Matemagisk 2A s.11. Oppgaveenheten i midten er eksempel på unntak a hentet fra Radius 1A s.16. Oppgaveenheten lengst til høyre er et eksempel på unntak b. hentet fra Matemagisk 2B s.111.

2. Ha heldekkende illustrasjon som forklares som samtalebilde i lærerveiledningen. Alle heldekkende illustrasjoner i starten på nye kapittel er samtalebilder. Instruksjonsteksten i lærerveiledningen gjør det mulig å fastslå hva oppgaveenheten går ut på. Dette forutsetter at lærer leser lærerveiledningen, hvis ikke, er det mer tilfeldig om og hvordan disse samtalebildene blir brukt (se eksempler i figur 4.3.2).

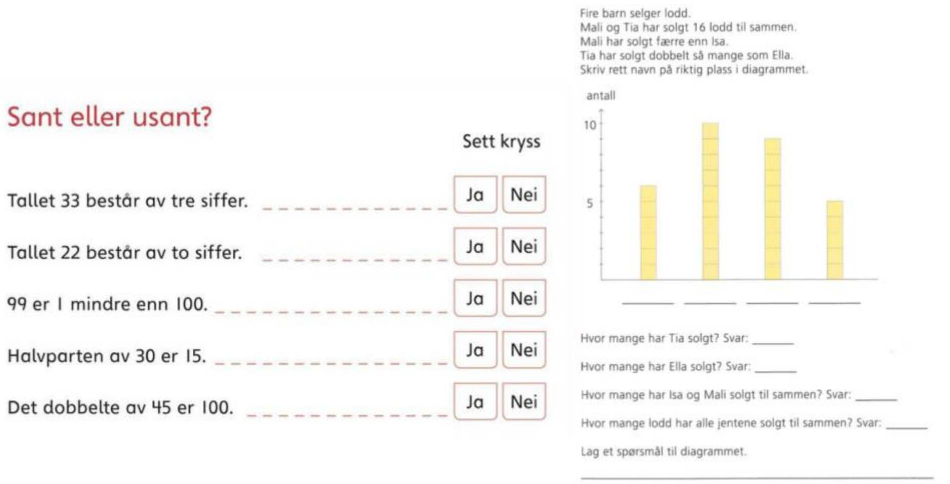
Figur 4.3.2: Oppgaveenhetene viser eksempel på kriteria 2 hentet fra Multi 1A s.2 (v.), Matemagisk 2B s.4-5 (m.) og Radius 1B s.6-7 (h.)

3. Ha presentasjon av begreper, symboler ol. med forklarende tekst i egne bokser. Her skal ikke elevene selv utføre en handling, men det legges opp til at de skal lese og forstå det som forklares. Dette kan altså sees på som "tenkeoppgaver" og/eller samtaleoppgaver (se eksempler i figur 4.3.3). *Unntak:*
    a. Figurer og bokser som modellerer hvordan de følgende oppgavene skal løses, regnes ikke som egne oppgaveenheter, men regnes under samme oppgaveenhet som de følgende oppgavene.



Figur 4.3.3: Oppgaveenheten til venstre viser eksempel på kriteria 3 hentet fra Matemagisk 2A s.7. Oppgaveenhetene til høyre er eksempler på oppgaveenheter under unntak a hentet fra Radius 2A s.32 (v.) og Matemagisk 2B s.88 (h.).

4. Ha flere enn 3 spørsmål som følger hverandre tett og som danner en naturlig oppgaveenhet fordi de hører sammen tematisk (se eksempler i figur 4.3.4).

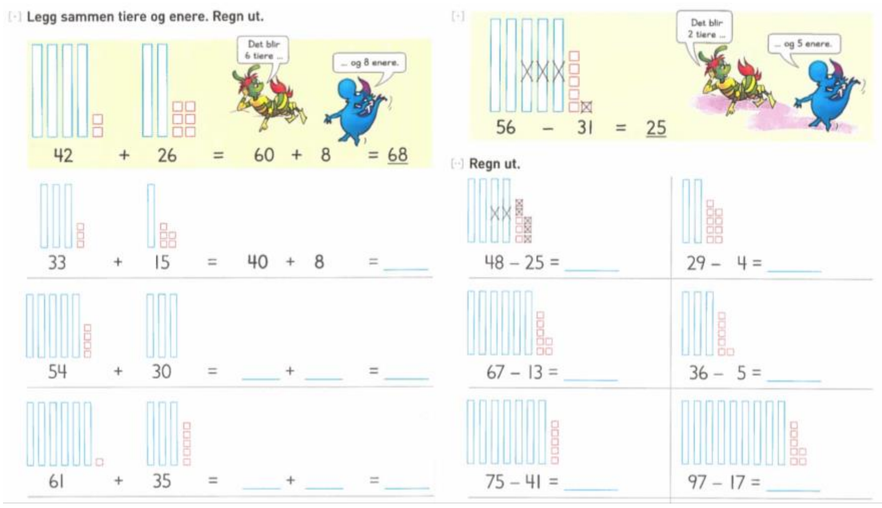


Figur 4.3.4: Eksempel på oppgaveenheter under kriteria 4. Oppgaveenheten til venstre viser spørsmål i sant/usant-format fra Radius 2B s.109 og oppgaveenheten til høyre viser to oppgaveenheter i Matemagisk 2B s.120. Sistnevnte er også eksempel på at hvis antallet spørsmål overskrider 3, vil spørsmålene regnes som egen oppgaveenhet.

5. Ha en instruerende oppfordring uten nødvendigvis å ha en tekst knyttet til (se eksempel i figur 4.3.5).

Figur 4.3.5: Eksempel på en oppgaveenhet under kriteria 5 hentet fra Matemagisk 1A s.14.

Underveis i prosessen har jeg stått overfor oppgaveenheter som var vanskeligere å skille fra hverandre. Et eksempel på dette er oppgaveenhetene under unntak a. i punkt 3. I Multi blir modelleringer før oppgavene i noen tilfeller regnet som egne oppgaveenheter, og i andre som samme oppgaveenhet som de påfølgende oppgavene. Selv om oppgaveenhetene i denne analysen følger Multis egen oppdeling (se kapittel 4.3.2), vil altså noen oppgaveenheter være inkonsekvente. Et eksempel på dette kan ses i figur 4.3.6.



Figur 4.3.6: Et eksempel på at Multi i noen oppgaveenheter tar med modellering i samme oppgaveenheten (v.) og i andre oppgaveenheter deler modellering og oppgaver i to oppgaveenheter (h). Jeg har valgt å gjøre slik som i den første oppgaven i de andre verkene. Hentet fra Multi 2A s. 84 og s.92

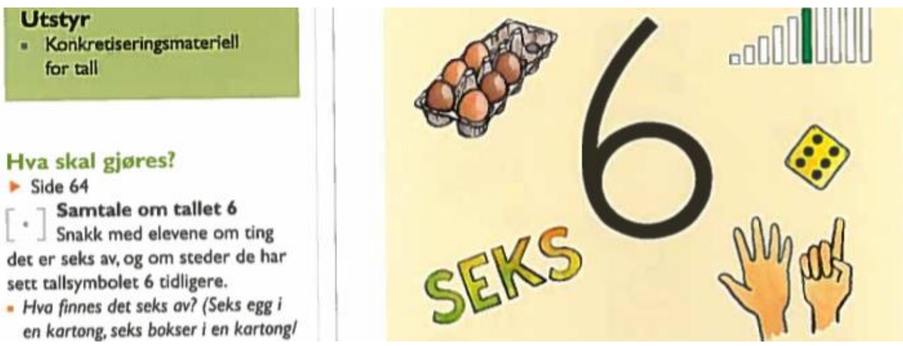
I de andre verkene der oppdelingen av oppgaveenhetene er mindre tydelig, har jeg valgt å regne modellering og oppgaver som samme oppgaveenhet, selv om modelleringen er i egen boks. Dette både fordi antall oppgaveenheter i bøkene er mye høyere i Matematigsk og Radius, men også fordi intensjonen (i dette tilfellet at oppgaveenhetene dreier seg om samme prosedyre) er grunnleggende for oppdelingen av oppgaveenhetene. Oppgaveenheter der disse gråsonene oppstår, er alle ferdighetsoppgaveenheter og vil derfor ikke påvirke resultatene jeg bruker for å svare på forskningsspørsmålet nevneverdig.

4.3.2. Multi

Multi operer med en form for markering av oppgaveenhetene. Det er tydelige markeringer før oppgaveteksten som ofte viser til en mer detaljert forklaring nederst på siden (se figur 4.3.7). Disse markeringene kan inneholde en eller flere prikker etter som hvilke plass oppgaven har i rekkefølgen på siden. Oppgave en har en prikk, oppgave to har to prikker osv..

Figur 4.3.7: Punktmarkering foran oppgavetekst og mer detaljert forklaring nederst på siden ved siden av korresponderende antall prikker. Hentet fra Alseth et al. (2010b, s. 31)

Disse markeringene vil jeg behandle som oppgaveenheter i Multi fordi de i høy samsvarer med, og i flere tilfeller har vært utspringet for, oppgaveenhetskriteriene i kapittel 4.3.1. Unntak kan være de type enheter som blir vist i figur 4.3.8. Selv om det ikke er egne markeringer på samtalebildene og presentasjonene i grunnboka, har de en egen markering i lærerveiledningen, som på eksempelet under:



Figur 4.3.8: Punktmarkering til samtalebilde/presentasjon av tallet 6 i lærerveiledningen. Hentet fra Alseth, Arnås, Kirkegaard og Røsseland (2010b, s. 64)

Enhetene i Multi er for enkelhetens skyld derfor oppdelt etter disse markeringene.

4.3.3. Matemagisk og Radius

Matemagisk og Radius har ikke faste inndelingssymboler som deler opp oppgaveenhetene slik Multi har, så jeg måtte definere oppgaveenhetene selv ettersom hva som er hensiktsmessig sett opp mot inndelingen i Multi. Derfor er oppgaveenhetene i disse læreverkene utelukket oppdelt etter de generelle kriteriene i kapittel 4.3.1. Spesielt for Radius, er fargede bokser med konkrete oppgaver det står "samtale" ved. Det er ingen plass for eleven å skrive svaret på oppgavene, men jeg regner også de som oppgaveenheter (hvis de ikke viser en tydelig modellering for de kommende oppgavene slik som i figur 4.3.3 og 4.3.6). Ellers deles Radius sine bøker etter de generelle kriteriene.

4.4. Analysemetode

For å få en transparent koding i analysen, er det viktig å ha en god analysemetode. Charalambous et al. (2010) gjorde en sammenligningsstudie av addisjon og subtraksjon av brøker i matematikkbøker fra barneskolen brukt i Kypros, Irland og Taiwan. Til studien utviklet de et eget rammeverk med spesiell tanke på presentasjon av innhold og hvilke forventinger oppgavene hadde til elevene i lærebøkene (figur 4.4.1). Analyseskjema de utviklet på grunnlag av tidligere analyser gjort med lignende mål, består hovedsakelig av en horisontal og en vertikal del. Disse to delene tar for seg to dimensjoner, der den horisontale i større grad samler inn kvantitativ informasjon enn den vertikale, som er tydelig preget av kvalitative defineringer, klassifiseringer og drøftinger. I den horisontale delen så de mer overordna på bakgrunnsinformasjon rundt verkene og bøkenes struktur. I bakgrunn inngår f. eks. hvilke forlag, forfattere, antall sider, årstall osv. I struktur inngår definisjon av oppgaveenheter, antall oppgaveenheter, hvilke tema og hvilke rekkefølge temaene er satt i. Den vertikale delen av analysen har Charalambous et al. (2010) forklart som et dypdykk i et eller flere valgte tema og analyseenhetene. Den analyserer altså det pedagogiske og faglige innholdet i lærebøkene. Denne analysen deles igjen opp i hva bøkene presenterer eleven (potensiell formidling), hvilken krav bøkene setter til eleven (kognitive krav) og hvordan bøkene både knytter forskjellige tema sammen, men også hvordan de knytter tråder til ”det virkelige liv” (sammenhenger).

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

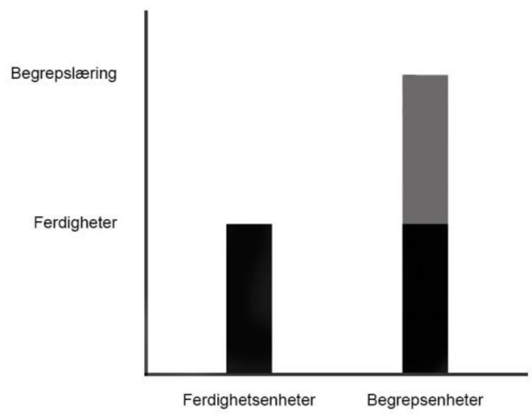
Figur 4.4.1: Rammeverket som ble brukt for å analysere matematiske lærebøker (Charalambous, Delaney, Hsu & Mesa, 2010, s. 123)

Ut fra forskningsspørsmålet vil derfor være riktig å kalle hovedfokuset til denne analysen for en vertikal analyse. Det er likevel flere elementer i både presentasjonen av bøkene i kapittel 4.2 og analysen av antall oppgaveenheter (tabell 5.1.1), som Charalambous et al. (2010) ville betegna som horisontal analyse. Denne informasjonen er nødvendig fordi den er med å legger grunnlag for den vertikale analysen. I oppgaven kategoriserer jeg oppgaveenheter og begrepsundervisningsaktiviteter etter pedagogisk teori, og det legges derfor hovedvekt på det Charalambous et al. kaller potensiell formidling. Analyseskjema kan derfor ses på som et overordna analytisk rammeverk for oppgaven.

Oppdeling og kategorisering tar utgangspunkt i Nyborgs modell for begrepslæring. Derfor vil den konkrete analysemetoden i stor grad samsvare med begrepsundervisningsmodellen. For å få en mest mulig nyansert bilde av hvordan begreper blir formidlet gjennom verkene har jeg valgt å ha to vinklinger i analysen. Den ene har fokus på å kategorisere selve oppgaveenhetene og analyseres i stor grad ut fra instruksene oppgaveenhetene gir. Den andre ser nærmere på både hvilken type begreper som formidles i oppgaveenhetene, hvordan de blir fremstilt og hvor mange begrepslæringsaktiviteter hver oppgaveenhet inneholder. I de to neste underkapitlene forklares disse vinklingene i dybden.

4.4.1. Type oppgaveenheter

Etter en lengre deduktiv innholdsanalyse-prosess, som forklart i kapittel 4.1, har jeg kommet frem til hvordan jeg på en best mulig måte kan ta hensyn til alle aspekter ved oppgaveenhetene opp mot de teoretiske modellene. Gjennom utviklingsprosessen av analysekriteriene har jeg tenkt på hvilket formål oppgaveenhetene har og konkludert med å se for meg hva eleven kan få ut av oppgavene på egenhånd. Derfor er kombinasjonen av hva tekstene i oppgaveenhetene gir eleven instruksjon om, og hva figurene viser, utgangspunktet for hvilken kategori oppgaveenhetene plasseres i. I mange tilfeller er det flere formål med samme oppgaveenhet. Da er det logisk å kategorisere etter hvilket formål som er mest fremtredende. Jeg har derfor valgt å se på oppgaveenhetstypene i to nivåer, illustrert i figur 4.4.2.



Figur 4.4.2: En visualisering av hvordan jeg ser for meg at oppgavene er bygget opp i nivåer etter hva som er intensjonen med oppgavene.

På det grunnleggende nivået ligger ferdighetsenheter. Ferdighetsenheter ligger på et lavere nivå enn begrepsenheter fordi begrepsenheter også øver ferdigheter (eksempelvis ferdigheten å telle når oppgaven ber eleven diskriminere ut et spesifikt antall). Begrepsenhetene har i tillegg til å være ferdighetsenheter, et tydelig hovedfokus på *begrepsformidling*. Unntaket assosiasjonsenheter som i de fleste tilfeller ikke krever en utpreget ferdighet (annet enn leseferdigheter og indre prosesser). Korrekt bruk av terminologi ville vært å kalle enhetene for ferdighetsoppgaveenheter og begrepsoppgaveenheter, men for enkelhetens skyld vil de videre bli omtalt som ferdighetsenheter og begrepsenheter. Begrepsenheter må på ingen måte forveksles med vite-enheter, som forklart i kapittel 3. Selv om viten består av begreper, handler begrepsenhetene i boka om oppdelinger i boka som har som formål å fremme begreper.

Enhetene kategoriseres i følgende grupper:

1) Begrepsenheter (B)
    a) Assosiasjonsenheter (A)
        i) Assosiasjonsenheter med ett eksempel (A1)
        ii) Assosiasjonsenheter med mer enn ett eksempel (A2+)
    b) Diskriminasjonsenheter (D)
    c) Generaliseringsenheter (G)
2) Ferdighetsenheter (F)
3) Læreravhengige oppgaveenheter (LA)
4) Egenvurderingsenheter (E)
5) Par-assosiasjonsenheter (P)

I de neste avsnittene forklares de ulike oppgaveenhetstypene nærmere med kriterier for koding.

1. Begrepsenheter

Vi har allerede sett på BU-modellen i sin generelle form. Vi skal nå se på hvordan den kan brukes som kategoriseringsverktøy for oppgaveenhetene i lærebøkene.

a. Assosiasjonsenheter

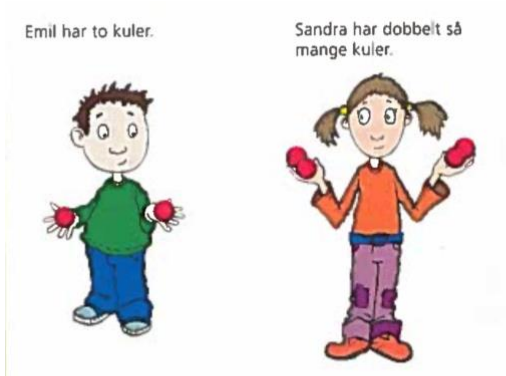
I den selektive assosiasjonsfasen knyttes flere ulike fenomener under begrepet som formidles sammen. Det bør være en god del eksempler for at eleven selv skal kunne finne de definerende egenskapene, og det kan hjelpe å styre oppmerksomheten til eleven mot de definerende egenskapene.

Krav til *assosiasjonsenheter* er derfor at boken viser forskjellige eksempler på begrepet og aktivt knytter disse til begrepet. Assosiasjonsfasen skal hovedsakelig vise flere eksempler på fenomener under begrepet (se eksempel i figur 4.4.3), men jeg vil også inkludere bokser som bare forklarer ved hjelp av et eksempel, slik som eksempelet i figur 4.4.4. Det må likevel spesifiseres at en assosiasjonsenhet med et eksempel ikke er en "ekte" assosiasjon siden eleven ut fra dette eksempelet alene, bare kan lage seg en forestilling, ikke et begrep, slik som forklart i kapittel 3.

Spesifikke kriterier:

- Alle presentasjoner av flere fenomener under et begrep, gjerne knyttet opp mot begrepsnavnet eller symbol for begrepet
- Selv om assosiasjonsfasen i utgangspunktet skal presentere FLERE fenomener for likhetsoppdagelse, har jeg valgt å sette presentasjon av et fenomen som **A1** siden det inngår i assosiasjonsfasen (dog ikke en fullstendig en)
- Om oppgaveenheten presenterer flere fenomener, vil den bli merket med **A2+**
- Tydelige tekster og definisjoner som presenterer symboler eller begreper for eleven, regnes som **A1**
- Modelleringer går IKKE under A, siden disse presenterer en ferdighet og ikke fenomener under et begrep

Figur 4.4.3: To assosiasjonsenheter med flere eksempler (A2+). Den øverste er hentet fra Multi 1A s. 48 har 6 eksempler (og tallordet) knyttet til tallet 1. Den nederste er hentet fra Matemagisk 1A s.76 og viser to eksempler på likt antall knyttet til "er lik"-symbolet.



Figur 4.4.4: Assosiasjonsenhet med et eksempel (A1) hentet fra Matemagisk 1A s.44. Kan ikke regnes som fullverdig assosiasjon, siden det bare er et eksempel i denne oppgaveenheten.

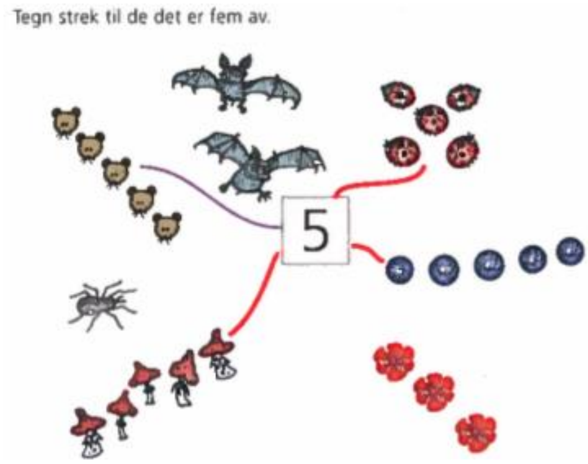
b. Diskriminasjonsenheter

Diskriminasjonsenheter er oppgaveenheter inngår i diskriminasjonsfasen. Her skal eleven skille mellom fenomener som har innehar de definerende egenskapene for begrepet og fenomener som ikke har disse egenskapene. oppgaveenheter der eleven skal plukke ut eller streke til riktig fenomen er et eksempel på diskriminasjonsenheter.

Figur 4.4.5: En ideell diskriminasjonsenhet for det relative begrepet lengst i Multi 1B s.20.

Spesifikke kriterier:

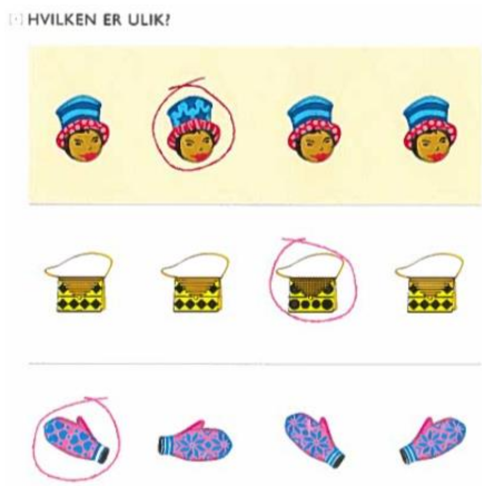
- Alle oppgaver som tydelig legger vekt på utvelging av fenomener tilhørende begrepet
- Gjelder både utvelging av et fenomen og flere fenomen, såfremt det ikke står ”plukk ut alle de som er like i/felles (synonym for dette) ...” i instruksjonsteksten. Da vil oppgaven legges under generaliseringsenheter ledsaget av diskriminasjon



Figur 4.4.6: Diskriminasjonsenhet der eleven skal velge ut flere eksempler som går inn under antallet 5. En mer kompleks oppgave enn i figur 4.3.5. Hentet fra Matemagisk 1A s. 22.

c. Generaliseringsenheter

I generaliseringsfasen skal eleven selv definere hva alle fenomener under det aktuelle begrepet er like i. I *generaliseringsenheter* skal fokuset derfor rettes mot de definerende egenskapene. Det er få oppgaver som spør hva eksemplene de viser er like i, men ”hvem skal ut”-oppgaver finnes det flere av. Her rettes fokuset mot hvilke fenomen som ikke hører med. Likefullt gjør eleven en generalisering ved å se hva de andre fenomenene er like i.



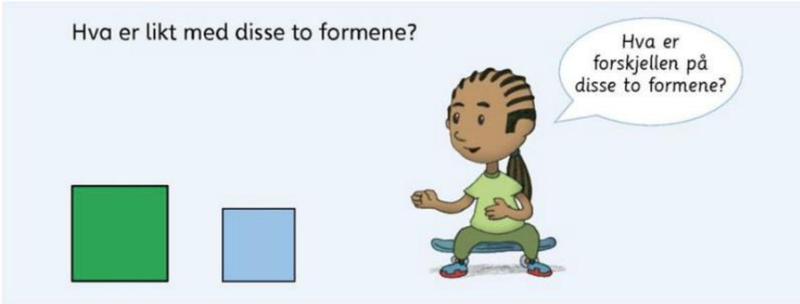
Figur 4.4.7: Generaliseringsenhet hvor eleven skal velge hvem som ikke hører hjemme ut fra mønster. Hentet fra Multi 1A s. 42.

Under generaliseringsenheter går også oppgaver som spør ”finn alle som er like i at ...”. Disse oppgavene kalles *generaliseringsenheter ledsaget av diskriminasjon*. Dette er den mest avanserte oppgaven en elev kan få i en begrepslæring.

Spesifikke kriterier:

- Alle oppgaveenheter som legger vekt på likhetsoppdagelse
- ”Hvem skal ut?”-oppgaver går under generalisering
- Generaliseringsenheter ledsaget av diskriminasjon, der eleven skal ”plukke ut alle som
- er *like i* at..” går under generalisering. Dette gjelder IKKE hvis det bare står ”sett strek til de som er..” da LIKHETS-fokuset må stå i sentrum

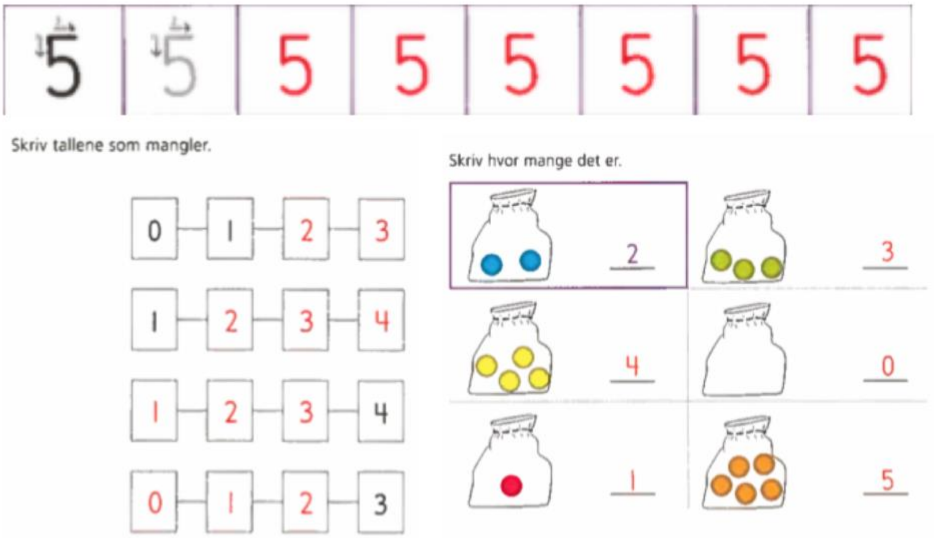
- Oppgaver som spør hvorfor fenomenet hører til under et begrep, regnes også som en generalisering



Figur 4.4.8: Generaliseringsenhet som spør etter likhet mellom de to formene hentet fra Radius 1A s.114.

2. Ferdighetsenheter

Jeg vil ikke gjøre en grundigere analyse av ferdighetsenheter både på grunn av omfanget av oppgaven og at det ikke er et fokus i forskningsspørsmålet mitt (unntatt å se etter assosiasjoner, som blir videre forklart i neste delkapittel). Likevel er det viktig å ha en formening om hva en ferdighetsenhet innebærer.



Figur 4.4.9: Tre eksempler på ferdighetsenheter. I den øverste skal eleven først imitere for så å automatisere ferdigheten å skrive tallet 5 hentet fra Matemagisk 1A s.22. Den nede til venstre skal eleven automatisere tallrekker (hentet fra Matemagisk 1A s.25) og den nede til høyre skal i førsteomgang lære eleven å par-assosiere antall og tall, for dernest å automatisere telleferdighet (hentet fra Matemagisk 1A s.24).

Ferdigheter er, som forklart i kapittel 3.4, rekkefølgeordna viten der mange ligger til grunn for å utføre handlinger. Det vil si at for eksempel er det å legge sammen to tall en ferdighet, ikke begrepslæring. Ferdighetsenhetene, vil variere i type og format. Dette er fordi de både innebærer oppgaveenheter som skal lære eleven nye ferdigheter, men også oppgaveenheter der eleven skal bruke tidligere lærte ferdigheter (selv om det da blir en automatisering av tidligere lærte ferdigheter). I teoridelen gikk jeg gjennom de forskjellige fasene innen ferdighets*læring*. Særlig kognisjonsfasen skiller seg ut fra de andre ved at eleven instrueres. Det vil si at også oppgaver som ikke nødvendigvis krever at eleven utfører en ferdighet, men bare blir vist en modell, også blir kategorisert under ferdighetsenheter (om ikke de tilhører unntak a under kriteria 3). Ferdighetsenheter kan bidra til styrket begrepsforståelse ved at begrepene anvendes som tenkeverktøy i oppgaveløsningen. Men i analysen må det prinsipielt skilles mellom oppgaveenheter som har begrepslæring som hovedmål og oppgaveenheter som har som mål å anvende begreper for å løse et problem etter at begrepene allerede skal være på plass. Ferdighetsenheter har altså fortsatt en viktig rolle i det å gjøre begrepene relevante og å trene bruken av disse, men er ikke i fokus videre i denne studien, der det først og fremst er fordeling mellom begrepsenheter vi vil belyse nærmere.

I punktlisten under står de spesifikke egenskaper til oppgaveenheter som bare går i kategorien ferdighetsenheter:

- Alle oppgaveenheter som har fokus på at eleven skal bruke en bestemt ferdighet, ofte automatisering av ferdigheten, kalles ferdighetsenhet
- Alle begrepsenheter unntatt presenterende assosiasjonsenheter kan også kalles for ferdighetsenhet på en eller annen måte (ferdighet å velge ut, telle osv.), men kategoriseres som begrepsenheter
- Alle oppgaver som har fokus på ferdighetslæring (telling, addisjon osv.) og som ikke kan kategoriseres som begrepsenheter, kategoriseres som ferdighetsenheter
- Modellering av ferdigheter går også inn under ferdighetsenheter (typisk første oppgave instruerer). Unntak: Som forklart i kapittel 4.4.2, kan noen modelleringer også fungere som begrepslæringsaktiviteter
- Alle spill/lek-oppgaver går under ferdighetsenheter

3. Læreravhengige oppgaveenheter (LA)

Enheter i denne kategorien kan ikke tydelig kategoriseres i noen av de forrige kategoriene. Analysen gjøres bare av grunnbøkene, med tanke på at lærere ikke alltid forbereder undervisningen ved å lese i lærerveiledning, men tar slike samtaler mer ”på sparket”. Selv om det i lærerveiledningen er tydelige tegn til enten ferdighetsenhet, begrepsenhet eller begge deler, er det ikke nødvendigvis dette som blir presentert elevene. I denne kategorien havner de aller fleste samtalebildene, som gjerne ikke har noen egen instruks i grunnboka annet enn å samtale rundt et tema. Noen samtalebilder har likevel *ikke* blitt kategorisert som LA-enheter. Grunnen til dette er at hovedelementet er en tydelig begrepsenhet, og da gjerne assosiasjonsenhet, som fremtrer uansett hva læreren foretar seg. Eksempler på en LA-enheter vises i figur 4.3.2.

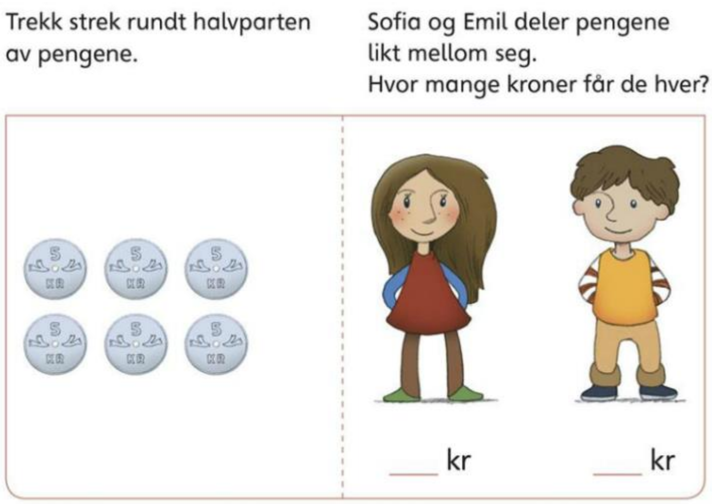
4. Egenvurderingsenheter (E)

Egenvurdering er en kategori for de oppgaveenheter der eleven skal evaluere seg selv, som en del av vurdering for læring. Eleven skal da krysse av om de har forstått eller ikke forstått. Det er bare Radius som har slike oppgaveenheter (se figur 4.4.10).

Figur 4.4.10: Eksempel på egenvurderingsenhet hentet fra Radius 2A s.25

5. Par-assosiasjonsenheter (P)

I en begrepslæringsprosess er det også nødvendig med en par-assosiasjon mellom fenomener og/eller symboler. Det vil alltid være par-assosiasjon i oppgaveenhetene, enten direkte eller indirekte, siden instruksene er symboler i seg selv. Likevel har jeg valgt å legge til en ekstra kategorisering ved de oppgaveenhetene som aktivt binder sammen symbol og fenomen. Et eksempel på en slik tydelig parassosiasjon kan være oppgaveenheter der eleven skal sette strek mellom et antall og det tilhørende tallet. Det gjelder også oppgaveenheter der eleven selv skal lage enten symbol eller fenomen tilhørende det som blir oppgitt i oppgaveenhetene. For at det skal være parassosiasjon *må* den ene delen være tilstede. En oppgaveenhet som instruerer eleven til både å tegne/lage fenomen og skrive symbol, vil altså ikke være en par-assosiasjonsenhet. oppgaveenheter som går under denne kategorien får en tilleggs-tag P, og oppgaveenheter i denne kategorien kan dermed være både begrepsenheter og ferdighetsenheter. I figur 4.4.11 demonstreres en oppgaveenhetunder denne kategorien.



Figur 4.4.11: Et eksempel på ferdighetsenhet med parassosiasjon, der det parassosieres mellom antall og tall. Hentet fra Radius 2A s. 102.

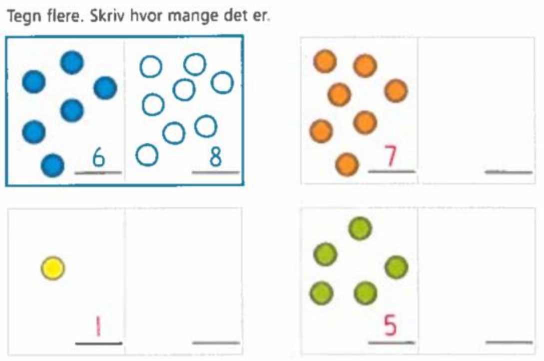
4.4.2. Begrepslæringsaktiviteter

I tillegg til å dele opp i oppgaveenheter, som blir hovedinndelingen i analysen, har jeg analysert bøkene for *begrepslæringsaktiviteter* (BLA-er). Jeg definerer her begrepslæringsaktiviteter som hver enkelt handling eleven skal gjøre som har som hensikt å styrke et visst begrep. I en *oppgaveenhet* kan det være ingen, en eller flere begrepslæringsaktiviteter. Ordet ”begrepslæringsaktivitet” beskriver, i likhet med begrepsenheten, kategoriseringen av aktiviteter som skaper assosiasjoner til eksempler på begrepet, diskriminasjoner fra negative eksempler eller generaliseringer av begrepet. Ved en slik inndeling, blir det også mulig å finne ut hvor mange BLA-er det er innen hver emnegruppe i den (aritmetikk, geometri osv.). Disse forklares ytterligere lenger ned. I figur 4.4.12 vises forskjellige eksempler på BLA-er med forklaringer.

Figur 4.4.12: I oppgaveenheten helt til venstre er det to BLA-er – en diskriminasjon av ”kortere” og en diskriminasjon av ”lengre”. I oppgaveenheten i midten er det en BLA – en diskriminasjon av ”høyest”. I oppgaveenheten til høyre er det åtte BLA - sju diskriminasjoner av forskjellige antall og en assosiasjon med et eksempel av antallet 3 mot plass på tallinje. oppgaveenhetene er hentet fra Radius 1B s.126 og 129 og Matemagisk 2A s.19.

Nødvendigheten for å analysere for BLA-er, viste seg underveis i analyseprosessen, da det sjeldent bare er ett begrep som formidles per oppgaveenhet. Siden BLA-ene ikke er bundet til et begrep per begrepsenhet, gir de et mer nøyaktig bilde av hvilke type begreper som blir presentert i verkene i tillegg til å gjøre forskningen mer valid.

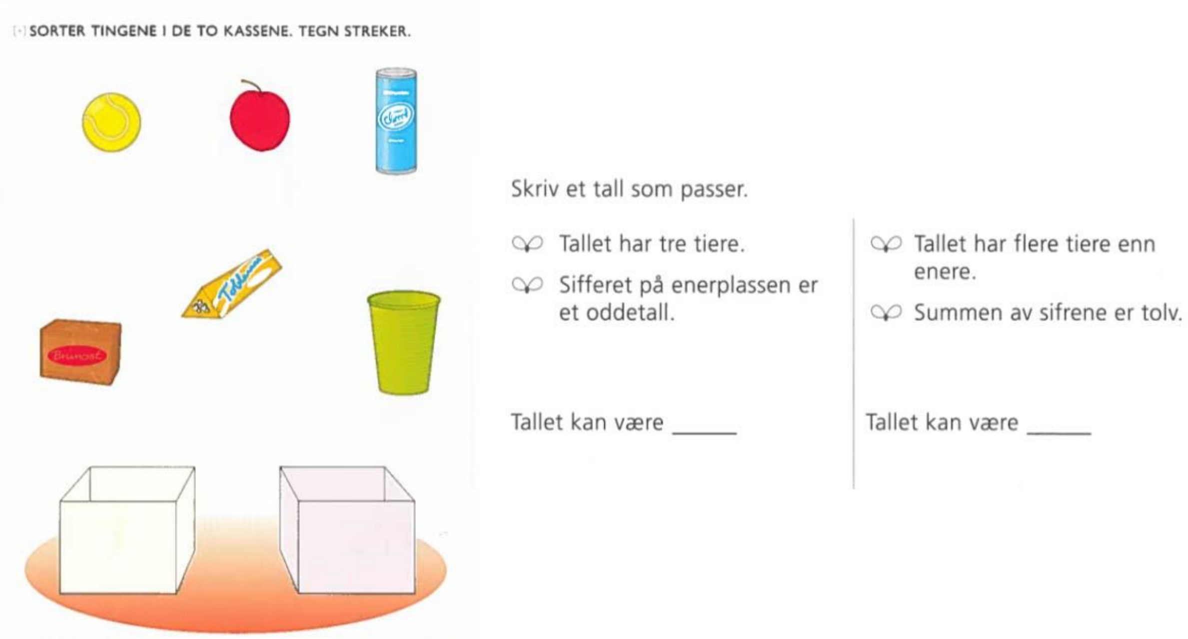
Videre har jeg delt opp i førsteordens og andreordens BLA. Førsteordens er når BLA klart er hovedfokus i oppgaveenheten, og må nødvendigvis også være en begrepsenhet. Men som vi ser i oppgaveenheten lengst til høyre i figur 4.4.12, er det også en assosiasjon med et eksempel. Denne BLA-typen er ikke hovedfokus og blir dermed satt som andreordens BLA. Disse forekommer også i ferdighetsenhetene. Begreper som blir fremstilt i ferdighetsenheter er åpenbart ikke hovedfokuset i oppgaveenheten, men kan for eksempel være en del av instruksjonen eller en modellering. Oftest er andreordens BLA-er assosiasjoner med et eksempel. Som jeg har skrevet tidligere er ikke A1-assosiasjoner egentlige assosiasjoner fordi eleven umulig kan danne et begrep ut fra bare et eksempel (bare en forestilling). Derfor blir de både lite vektlagt og ikke ansett som ideelle BLA-er i analysen. Et eksempel på andreordens BLA i ferdighetsenheter er figur 4.4.13, der hovedfokuset er på at eleven selv skal tegne flere enn antallet som er avbildet. Likevel er modelleringsoppgaven en assosiasjon med et eksempel (A1) for begrepet *flere enn*.



Figur 4.4.13: Øverst til venstre viser en andreordens assosiasjons-BLA for begrepet "flere" hentet fra Matemagisk 1A s.68

Kriteriene for hvilken fase i begrepsundervisningsmodellen hver BLA blir lagt i, er de samme som for begrepsenhetene. I stedet for å skrive ned hvert enkelt begrep, har jeg delt inn i begrepsgrupper, ofte etter overordna begrep. Hvilke begrepsgrupper jeg har samlet i, kan finnes i vedlegg G. Begrepsgruppene er igjen samlet i emnegruppene som nå blir presentert. *Antall og tall* som innebærer aritmetikk, med begreper som antall, relative antall, tiere og enere. *Plass* innebærer plassbegreper og begreper om plass i rekkefølge, som f.eks. tallenes plass i rekkefølge. *Form*, *mønster og symmetri* innebærer de geometriske begrepene. *Tid* tar for seg tidsbegreper, som årstid, måneder og dager, og klokka. *Størrelser* tar for seg alt som kan måles metrisk og måleverktøy (en typisk aktivitet under måleverktøy er "hva er det mest hensiktsmessig å måle med?") og innebærer lengde, størrelse og areal. I kategorien *andre* går alt som ikke har så mye med matematikk å gjøre (mat, funksjon, farge osv.). Vekt går også i denne kategorien, selv om denne gruppen med begreper har noe med matematikk å gjøre. *Analytisk koding*, slik som nevnt i teorien, innebærer at eleven analyserer flere delegenskaper samtidig (eller at oppgaven styrer bevisstheten til eleven mot delegenskaper) for å løse en oppgave. Figur 4.4.14 gir et par eksempel på "analytisk koding"-BLA. For et nærmere innblikk, se i rådatatabellene i vedlegg B og BLA-tabellen i vedlegg G.

Emnegruppene er valgt ut fra hva som er hovedtemaene i verkene for første og andre trinn. *Mønster* og *symmetri* går i samme emnegruppe som *form* siden de er relaterte ved at det handler om geometriske figurer. Tallenes plass i rekkefølge og ukedagers/måneders plass i rekkefølge havner under *plass*, ikke *antall og tall* og *tid*, siden hovedfokuset er på plassen.



Figur 4.4.14: Diskriminasjonsenheten til venstre trener analytisk koding av flere begreper, siden eleven selv må velge gjeldene egenskap, og gruppen BLA legges i blir da analytisk koding. I oppgaveenheten til høyre brukes flere begreper på en alias-lignende måte, ved at eleven skal finne frem til riktig svar ut fra delegenskaper to ganger (diskriminere). De to BLA-ene blir derfor kategoriser som analytisk koding. Hentet fra Multi 1A s.13 (v.) og Matemagisk 2B s.65 (h.).

eksempel på dette kan være at eleven skal diskriminere ut tre forskjellige farger. I stedet for å sette hver enkelt farge som en BLA, har jeg samlet de under en diskriminasjonsoppgave i gruppen "farge". I tillegg har jeg valgt at antall som knyttes til tallinje, slik som i enheten lengst til høyre i figur 4.4.12, får en BLA per antall, men at tall som knyttes til tallinje (eller skal settes i riktig rekkefølge bare regnes som en BLA, nemlig tallenes plass i rekkefølge. I utgangspunktet er alle begreper som blir presentert ut fra en av fasene i begrepsundervisningsmodellen en BLA. Likevel, som i eksemplene jeg nettopp nevnte, kan det være uklarheter og valg jeg har gjort underveis som ikke alltid er opplagte. Jeg har derfor valgt å lage en liste med regler og begrunnelser i vedlegg A.

4.5. Gjennomføring

Bøkene ble analysert i tråd med metoden, selv om det var nødvendig med fortløpende små korreksjoner ettersom reliabilitetsspørsmålet stadig var i fokus slik den deduktive progresjonsmodellen tilsier, noe jeg kommer tilbake til i kapittel 4.6. Fordi oppgaveenhetene både var nyanserte og ofte for komplekse til å passe de opprinnelige kriteriene, ble også kriteriene for de forskjellige kategoriene mer komplekse. I tillegg var det en utfordring å finne kriterier på tvers av læreverkene som deler opp bøkene noen lunde like oppgaveenheter og likevel greie å gjenspeile alle begrepene. Derfor ble det også kodet for BLA-er slik at analysen gir et mer variert bilde av begrepsformidlingen i bøkene.

Tabell 4.5.1: Utdrag fra tabeller med rådata. Her fra Multi 2B. Utvidede utdrag fra alle læreverkene er å finne i vedlegg A. Tabellen gir et innblikk i hvilke data jeg har samlet inn. Andreordens begrepspresentasjoner er nå navnsatt som andreordens BLA-er. For fullstendige tabeller, ta kontakt med forfatter.

Multi 2B

Side	Enhetstype	Ant. begreper	Ant.	Andreordens begrepspresentasjon	Begreper	Emne	Begrunnelse	Notater til kvalitativ
s.2	LA							
s.3	F					Symmetri	Fargelegge speilvendt på andre siden av symmetrilinje	Speilvendt stilling blir ikke nevnt, annet enn nederst i instruksjonen
s.3	F					Symmetri	Fargelegge speilvendt på hver side av symmetrilinje	
s.4	F					Symmetri	Tegne symmetrilinje og fargelegge speilvendte deller	
s.5	F					Symmetri	Fargelegge felter og speilvend om symmetrilinje	
s.6	F		1	A1	Symmetri	Symmetri	Tegne symmetrilinje	
s.7	F					Symmetri	Tegne speilvendt del av figurer	
s.8	F					Symmetri	Tegne speilvendt del av figurer	
s.9	F		1	A1	Dobbelt	Symmetri	Tegne speilvendt prikker på marihøne og telle	
s.10	F					Symmetri	Fargelegge speilvendt på andre siden av symmetrilinje	
s.10	F					Symmetri	Tegne symmetrilinje	
s.10	F					Symmetri	Tegne speilvendt del av figurer	
s.11	D	1	1	A1	Symmetri	Symmetri	Diskriminere ut bokstaver som er symmetriske	Bra måte å knytte symmetri til bokstavforming
s.11	D	1			Symmetri	Symmetri	Diskriminere ut tall som er symmetriske	
s.12	F		1	A1	Symmetri	Symmetri	Lage symmetrisk bilde	
s.13	D	1			Symmetri	Symmetri	Finne riktig figurer fra utklippet	
s.14	LA							
s.15	A1 P	1			Dobbelt	Antall	Eksempel på begrepet "dobbelt"	
s.15	F P					Antall	Ringe rundt dobbelt så mange	
s.16	F P		1	A1	Dobbelt	Antall	Fargelegge dobbelt så mange ruter	
s.17	A1 P	1			Dobbelt	Antall	Dobbelt så langt	
s.17	F P		1	A1		Antall	Regne seg frem til dobbelt så langt	
s.18	A1 P	1			Dobbelt	Verdi	Eksempel på begrepet "dobbelt" (fokus på antall vs verdi)	
s.18	F P					Verdi	Tegne dobbelt så mange kroner	
s.19	F P					Verdi	Tegne dobbelt så mange kroner	
s.20	F P		1	A1	Halvparten	Antall	Tegne ring rundt halvparten	
s.21	A1 P	1			Halvparten	Antall	Eksempel på begrepet halvparten	
s.21	F P					Antall	Fargelegge halvparten	
s.22	F P					Verdi	Halvparten i hver gris	

Rådatamaterialet ble samlet i tabeller for hver enkelt bok (se vedlegg B), slik utdraget over er et eksempel på. Tabellene består av 9 kolonner med forskjellig informasjon og hver rad telles representerer en oppgaveenhet. Den første kolonnen viser sidetallet og den andre viser hvilken kategori oppgaveenheten er satt i, mens den tredje forklarer hvor mange begreper som blir formidlet per begrepsenhet (førsteordens BLA). Den fjerde kolonnen viser hvor mange andreordens BLA-er som er i oppgaveenhetene (både i begrepsenheter og ferdighetsenheter) og den femte viser hvilken begrepslæringskategori de andreordens BLA-ene tilhører. Den sjette kolonnen viser hvilken type begrep det er snakk om, og brukes for å kode inn i emnegruppe (som oftest samme emnegruppe i hver oppgaveenhet). Hvis ikke BLA-ene tilhører samme emnegruppe, tilføyes ny rad i en separat tabell nederst med antall begreper som tilhører den andre emnegruppen i oppgaveenheten. I den sjuende kolonnen står emnet oppgaveenheten tilhører. Dataene over emner er ikke brukt videre i analysen fordi flere oppgaveenheter har flere forskjellige emner med like stort fokus (eksempelvis spørsmål om både form og størrelse eller antall og plass i samme oppgaveenhet). Det kan likevel være et fint supplement for leseren med tanke på å forstå hva oppgaveenheten dreier seg om. Den åttende kolonnen viser begrunnelsen for kategorisering av oppgaveenheten. Begrunnelsen er ofte bare en beskrivelse av hva instruksjonen sier, og vil intuitivt gi hvilken kategori oppgaveenheten hører inn under. I den niende og siste kolonnen skrives alternative kommentarer til oppgaveenheter som stikker seg ut, både positivt og negativt, eller sammensetning, struktur og beskrivelser fra lærerveiledningen. Disse kommentarene kan bli brukt som eksempler i diskusjonen.

Analysen ble ikke foretatt i kronologisk rekkefølge. Det vil si at jeg hoppet frem og tilbake mellom læreverk og lærebøker fordi oppgavekriteriene måtte justeres etter formen på oppgaveenheter og oppgaver i de forskjellige verkene, samt de forskjellige emnene. Noen av bøkene har blitt analyser opp til fem ganger fordi analysekriteriene ble endret. Den deduktive kvalitative prosedyremodellen har dermed blitt fulgt.

4.6. Validitet og reliabilitet

I enhver studie er spørsmålet om reliabilitet og validitet viktig. I dette avsnittet vil jeg drøfte styrker og svakheter ved analysen som påvirker reliabiliteten og validiteten. I tillegg vil jeg se på hvorvidt analysemetoden vil kunne bli brukt på andre læreverk.

At forskningen er valid, vil si at den er tillitsvekkende (Cohen, Morrison & Manion, 2007). I min analyse har jeg brukt en kombinasjon av kvalitative og kvantitative datainnsamlings-metoder. Jeg vil derfor si litt om validiteten til begge formene for datainnsamling. Faktorer som fremmer tillit i kvalitative metoder kan være ærlighet, dybde og detaljer i dataene, graden av *triangulering* (at studiet tar for seg aspekter fra forskjellige vinkler) og objektiviteten til forskeren (at forskeren ikke er partisk) (Cohen et al., 2007). Validiteten i kvantitative metoder kan styrkes blant annet gjennom et nøye utvalg av data og egnede metoder for å behandle og fremstille dataene (Cohen et al., 2007).

4.6.1. Validitet

En lærebokanalyse slik som denne, kan være vanskelig å gjøre valid siden både oppdeling i oppgaveenheter, dele disse videre opp i kategorier, oppdeling i begrepslæringsaktiviteter, dele disse opp i kategorier og til slutt klassifisere oppgaveenheter og BLA-er inn i disse kategoriene, er kvalitative prosesser. Det betyr at kriteriene for kategorisering basert på det teoretiske grunnlaget bør utvikles med hensyn til at resultatene jeg ender opp med faktisk kan svare på forskningsspørsmålet mitt.

Min objektivitet som forsker er viktig i den kvalitative prosessen, noe som kan være vanskelig siden jeg – som alle forskere – har mitt eget erfaringsgrunnlag som utgangspunkt. Valget av den spesifikke teorien analysen tar utgangspunkt i, må derfor begrunnes saklig og empirisk, ved både å gå grundig og kritisk til verk i drøftingen av teori. Jeg kunne her ha lest mer litteratur innen emne for å se etter kritiske synsvinkler fra andre forskere enn de jeg baserer oppgaven på, og jeg har ikke belegg for å si at andre ikke kan oppfatte noe av min teori som grunnleggende feil. Jeg har likevel ikke funnet litteratur som er stikk i strid med mitt teoretiske rammeverk, og har derfor ikke lagt stor vekt på kritiske synsvinkler på det teoretiske rammeverket. Jeg har heller prøvd å argumentere – med støtte i forskjellige forskere – for nettopp hvorfor jeg bruker dette rammeverket. Jeg vil med dette understreke at teorien tar utgangspunkt i den litteratur og kunnskap om emnet jeg har tilegnet meg i løpet av mastergraden, og spesielt under selve oppgaveskrivingen.

Under prosessen med utvikling av metoden har jeg hatt en iterativ tilnærming (se prosedyremodellen i kapittel 4.1), noe som vil si at jeg stadig vurderer min egen metode. I de tilfellene jeg har gjort valg som går utover det teoretiske rammeverket tilsier, har jeg begrunnet valgene mine. I selve kodingsprosessen har jeg skrevet begrunnelser for kategoriseringen av oppgaveenhet og BLA-er i hver enkelt oppgaveenhet (som beskrevet i kapittel 4.5), noe som viser at kodingen ikke er basert på meninger, men på kriterier.

Et annet poeng som er viktig å drøfte i forhold min validitet er min ”researcher bias” – at jeg ikke går inn i et forskningsprosjekt med tunnelsyn og et fiksert mål. Min bakgrunn som Magne Nyborgs sønnesønn har gitt meg en unik mulighet til å bli kjent med hans teorier, og å bli kjent med mange av de dyktigste fagpersonene innen dette fagfeltet. Den kunnskapen jeg har fått har medført en faglig interesse og kunnskap om teoriene som av mange blir sett på som blant de fremste på begrepslæringsteori både nasjonalt og internasjonalt. Det gjør at det har vært et logisk valg for meg å analysere matematikklæreverkene med utgangspunkt i denne teorien. Likevel kan det fort trekkes slutninger om at jeg kanskje ikke har tatt andre forskeres meninger i betraktning på grunn av slektskap. Med dette må nevnes at få forskere forsker på noe de ikke har en trang etter å undersøke i utgangspunktet. Derfor er det viktig at jeg belegger det teoretiske rammeverket godt, med støtte i andres teorier. Systematisk begrepsundervisning er velfundamentert og har gitt meg det nødvendige redskapet til å gjøre en tilstrekkelig detaljert analyse av begrepsopplegget i lærebøkene. Ut fra dette vurderer jeg at slektskapet ikke gjør dette arbeidet mindre valid eller reliabelt enn for andre oppgaver fra personer med kunnskap og interesse innen et fagområde.

Å holde en nøytral posisjon overfor læreverkene er også viktig for å gjøre objektiv forskning, noe som igjen baserer seg på om studien har en velbegrunnet og detaljert analysemetode. At jeg både deler opp i oppgaveenheter og BLA-er er en måte å triangulere studien på, ved at jeg både får innblikk i oppgaveenhetenes sammensetning, men også hvor mange, og hvilken type BLA-er bøkene inneholder uavhengig av tilhørighet til oppgaveenhet. Dette er data som ikke kommer like klart frem ved å se på oppgaveenhetene alene. I den kvantitative delen av analysen, der data fra den kvalitative delen blir analysert, har jeg valgt ut data som kan være med å svare på forskningsspørsmålet mitt. De innsamlede dataene ble samlet i forskjellige tabeller som i mer eller mindre grad fokuserer på de forskjellige aspektene ved datamaterialet, som igjen ble utgangspunkt for grafiske fremstillinger. Disse tabellene ligger i vedleggene.

Det er ikke tatt noen signifikant-test på tallene i analysen, og jeg vil derfor bare gjøre prosentvise sammenligninger. En slik test kunne ha vist om de kvantitative tallene mine var signifikante eller ikke.

4.6.2. Reliabiliteten

Reliabiliteten til forskningen sier noe om påliteligheten. Reliabiliteten kan testes ved at en annen forsker gjennomfører akkurat det samme forsøket under de samme forutsetningene. Hvis utfallet i resultatene og konklusjonene blir det samme, er reliabiliteten god (Yin, 2012). Det vil altså si at forsøket er replikabelt, noe som bør være et mål i alle lærebokanalyser (Rezat & Strässer, 2017). For at en analyse som denne skal være reliabel, krever det at datamateriale blir samlet inn etter en fornuftig, forståelig og transparent metode og at forskeren hele veien forklarer hva som er gjort. Det kan være vanskelig når enhver forsker har sine egne, unike erfaringer å tolke resultatene i lys av.

I dette studiet har prosessen for å finne en mest mulig reliabel metode vært lang. For det første tar analysemetoden utgangspunkt i teori som ikke før er brukt i lærebokanalyse, så jeg har i stor grad selv måtte definere kategorier og kriterier. For det andre er oppgaveenhetene i bøkene varierte. Selve oppdelingen i oppgaveenheter skjedde på grunnlag av instruksjoner gitt enten i elevbok eller lærerveiledning, mens inndeling i kategorier var en lengre iterativ prosess. Her måtte jeg på veien sette grenselinjer mellom hver enkelt kategori. Grunnen til at denne grensesettingen var vanskelig, var at mange oppgaveenheter inneholder elementer fra flere forskjellige oppgaveenhetstyper, som både begrepsenhet og ferdighetslæring eller flere forskjellige begrepsenheter. Også hvor mange kategorier jeg skal dele opp i har vært en langsgående vurdering. Flere kategorier har blitt til, og flere har blitt tatt vekk igjen, hele tiden med utgangspunkt i de sentrale spørsmålene ”vil denne kategorien gjenspeile prosesser beskrevet i teorien?” og ”vil denne kategorien være viktig for å svare på forskningsspørsmålet?”. Kriteriene for BLA har kanskje vært de vanskeligste å forklare helt nøyaktig fordi forskjellige begreper vektlegges forskjellig. Noen (de som ikke er relevante for matematikk, som f.eks matslag/farger) regnes bare i overordna begrepssystemer, mens alle begreper som omhandler antall og tall blir regnet som en BLA. Dette forsøker jeg likevel å forklare så utfyllende jeg kan i kapittel 4.4.1 og vedlegg A. Jeg tror at forskere med lik teoretisk bakgrunn, ville kunne replisert arbeidet mitt ved å følge kriteriene i metodekapittelet.

Analysekategoriene jeg har utviklet er laget med den hensikt å analysere de tre læreverkene Matemagisk, Multi og Radius for første og andre trinn på barneskolen. Det kan likevel antas at kriteriene også kan brukes til å analysere andre norske matematikklærebøker siden kategoriene er utviklet på bakgrunn av relevant teori.

4.7. Forskningsetiske aspekter

Forskningsetikk aspekter omhandler praktisk vitenskapsmoral i forskning. Det vil si aspekter som forskningsfrihet, forskningsskikk, hensynet til personer, brukerrelevans og samfunnsinteresser (Kalleberg, 2006). NESH har laget forskningsetiske retningslinjer for blant annet studier som omhandler pedagogikk basert på disse aspektene, og skal være forpliktende for både individer og institusjoner (Kalleberg, 2006). Oftest står hensynet til personer mest sentralt i forskningsetiske vurderinger for pedagogisk forskning, spesielt med tanke på personvern. I denne oppgaven er det derimot ikke blitt innhentet eller behandlet data om mennesker, noe som gjør at studiet ikke anses som meldepliktig (Kalleberg, 2006). Forskningen har likevel en overordnet forpliktelse om å være en søken etter sannhet, noe som innebærer redelighet (Kalleberg, 2006). Eksempler på redelighet i forskningen kan være å alltid bruke tydelige kildehenvisninger, noe jeg har gjort, og ikke bruke falske eller fabrikkerte data. Under det siste punktet, er det viktig å understreke at jeg ikke er ute etter å finne ut om verkene er ”gode” eller ”dårlige”, men bare å se forskjeller og likheter når det kommer til begrepsformidling. Jeg har fått tilsendt bøker fra alle forlagene gratis, og har ingen historikk med noen av verkene, noe som kan være med å bygge opp under at jeg ikke har et motiv med forskningen når det kommer til sammenligningen. Her spiller selvfølgelig reliabiliteten en stor rolle. Om forsøket lett kan gjentas, vil det også være lettere å se om noen av resultatene er manipulerte.

Selv om oppgaven ikke behandler personopplysninger, har jeg likevel et ansvar ovenfor lærebokforfatterne. En forsker som analyserer andres arbeid må også være klar over at tilnærmingene til tema kan være annerledes enn en selv er vant til (Kalleberg, 2006). Jeg har forsøkt å analysere bøkene etter de samme kriteriene, og jeg har brukt lærerveiledningene der jeg var i tvil på hva oppgaver mente. Jeg har også forsøkt å holde meg så objektiv som mulig i analyseprosessen, men må likevel poengtere at mine erfaringer og min bakgrunn alltid – til en viss grad – vil kunne påvirke tolkningene jeg gjør. Resultatene er derfor ikke nødvendigvis en objektiv sannhet.

5. Analyser og resultater

I dette kapittelet vil jeg presentere resultatene, først av den prosentvise fordelingen av oppgaveenheter innenfor de forskjellige kategoriene i kapittel 4.4.1., så fordelingen av assosiasjon, diskriminasjon og generalisering innenfor begrepsenhetene, for til slutt å se på prosentvis fordeling av BLA-er i de overordna emnegruppene og hvordan også disse fordeler seg på henholdsvis assosiasjon, diskriminasjon og generalisering.

5.1.Struktur

Tabell 5.1.1 viser at læreverkene varierer i størrelse og antall oppgaveenheter.

Tabell 5.1.1: Oversikt over læreverk inkludert i analysen.

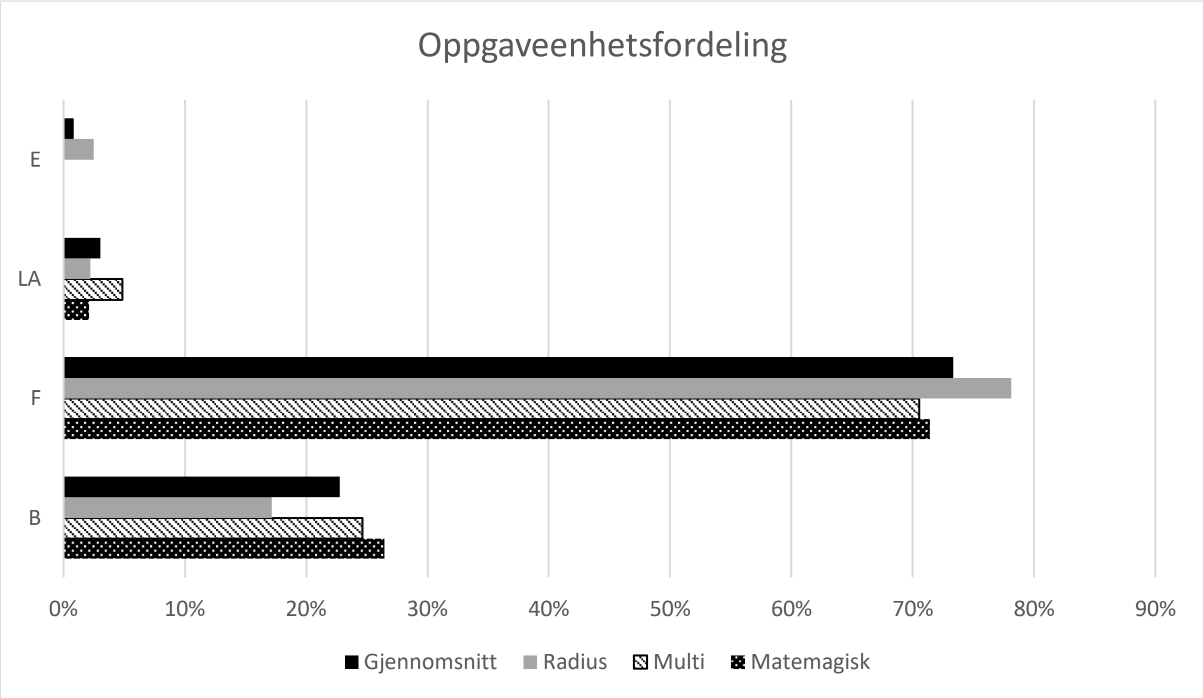
Læreverk	Antall oppgaveenheter	Antall sider
Matemagisk		
1A	190	96
1B	188	96
2A	267	128
2B	269	128
Totalt	*914*	*448*
Multi		
1A	90	72
1B	98	72
2A	226	128
2B	188	128
Totalt	*602*	*400*
Radius		
1A	275	143
1B	251	143
2A	265	167
2B	256	151
Totalt	*1047*	*604*

Alle tallene i denne tabellen hører til grunnbøkene – eller elevbøkene – de to første årene i grunnskolen. Det første resultatet verdt å merke seg, er at læreverkene har stor variasjon i antall sider. Multi har samlet sett 400 sider og Matemagisk har 448 sider, mens Radius har hele 604 sider. Fra tabellen kan vi også lese at antallet oppgaveenheter varierer stort. Multi inneholder færrest med rundt 600 oppgaveenheter, mens Matemagisk og Radius begge har rundt 1000 oppgaveenheter hver. Det er flere faktorer som kan forklare denne forskjellen. oppgaveenhetene varierer også i format, størrelse og utseende. Multi har mye færre oppgaveenheter enn Matemagisk, selv om antall sider er noen lunde likt. Det vil altså si at Matemagisk har størst frekvens på antall oppgaveenheter – med gjennomsnitt på over to – per side. Følgelig kan en trekke slutningen at oppgaveenhetene må være mindre og kanskje inneholde færre momenter. På grunn av forskjellen i antall oppgaveenheter, sammenligner jeg hovedsakelig tilstedeværelsen av begrepsenheter i verkene i relasjon med det totale antallet oppgaveenheter i læreverkene.

5.2.Enheter

5.2.1. Overordna fordeling av oppgaveenheter

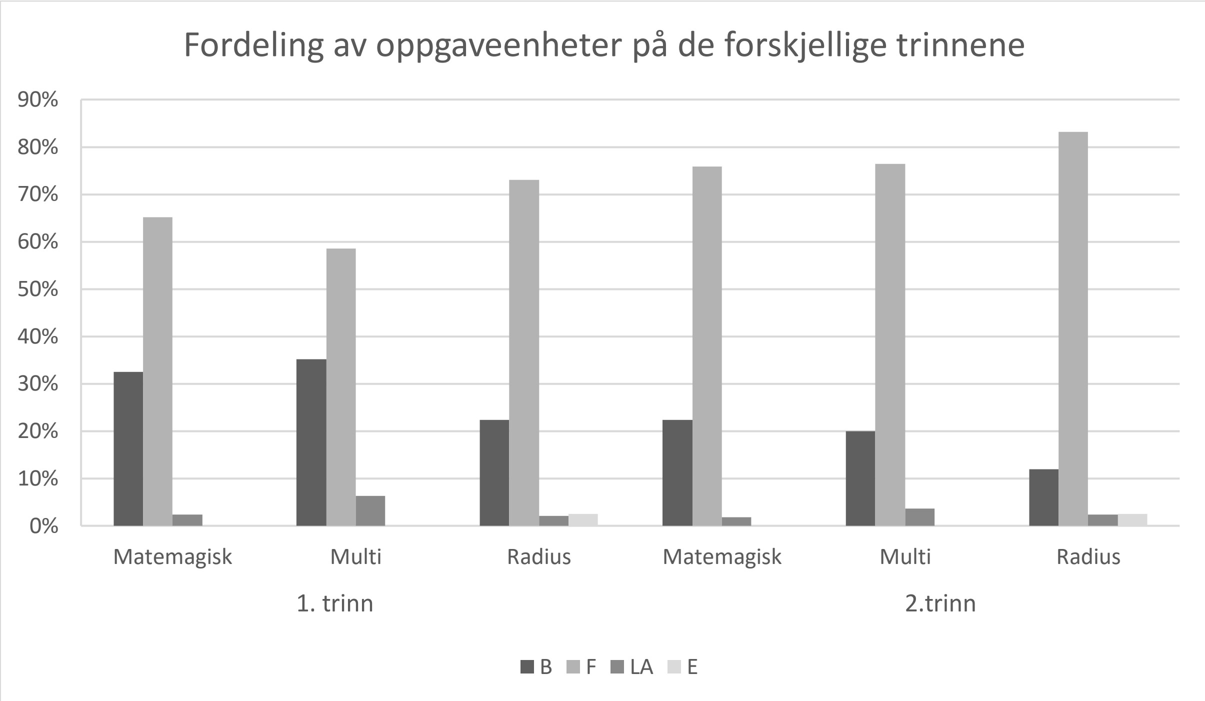
Figur 5.2.1 viser kortfattet andelen av de forskjellige oppgaveenhetstypene, som beskrevet i metodekapittelet. Diagrammet er en grafisk fremstilling av tabell 3 i vedlegg F, som igjen har sitt utspring i tabellene i vedlegg C, D og E.



Figur 5.2.1: Prosentvis fordeling av oppgaveenhetstypene egenvurderingsenheter (E), læreravhengige oppgaveenheter (LA), ferdighetsenheter (F) og begrepsenheter (B) for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 3 i vedlegg F.

Resultatene fra kodingen viser at prosentvis andel begrepsenheter (B) – som tydelig støtter de forskjellige delprosessene i begrepslæring – ikke varierer så mye mellom læreverkene og at andelen gjennomsnittlig er lav i forhold til andel ferdighetsenheter. Matemagisk har høyest prosentandel med 26,5%, Multi følger med 24,6%, mens Radius inneholder bare 17,2% begrepsenheter. Alle bøkene har over 70% ferdighetsenheter (F). Under denne kategorien har Radius klart flest oppgaveenheter samt størst prosentandel på nærmere 80%. Andel læreravhengige (LA) oppgaveenheter er liten i alle verkene, men det kan trekkes frem at den er dobbelt så stor i Multi – med 5% – som i de andre verkene. oppgaveenhetene dreier seg som regel om samtalebilder (kan leses ut fra vedlegg B). Egenvurderingsenheter (E) er bare tilstede i Radius og utgjør 2,5% av læreverkets oppgaveenheter.

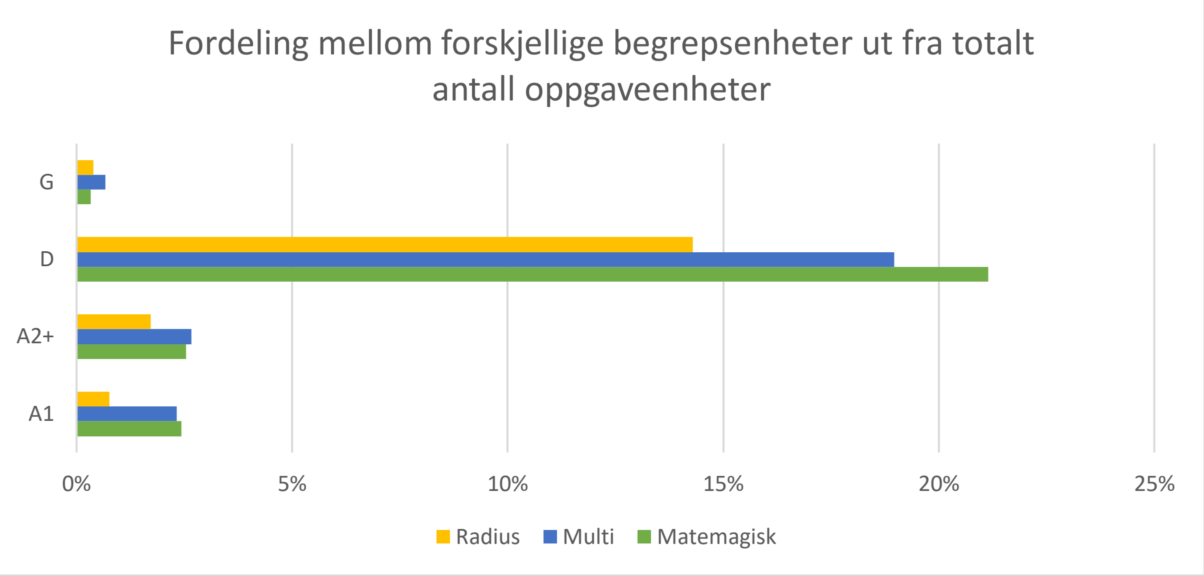
Videre kan vi se nærmere på fordelingen av oppgaveenhetene for første og andre trinn i forhold til hverandre (figur 5.2.2). Andelen begrepsenheter er høyere i første trinn for alle verkene. I andre trinn øker andelen ferdighetsenheter med rundt 10%-poeng i både Matemagisk og Radius, mens andel begrepsenheter synker tilsvarende. I Multi synker andel begrepsenheter 15% -poeng mens andel ferdighetsenheter stiger nærmere 20%-poeng.



Figur 5.2.2: Prosentvis fordeling av oppgaveenhetstyper over første og andre trinn for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 1 og 2 i vedlegg F.

5.2.2. Fordeling i begrepsenheter

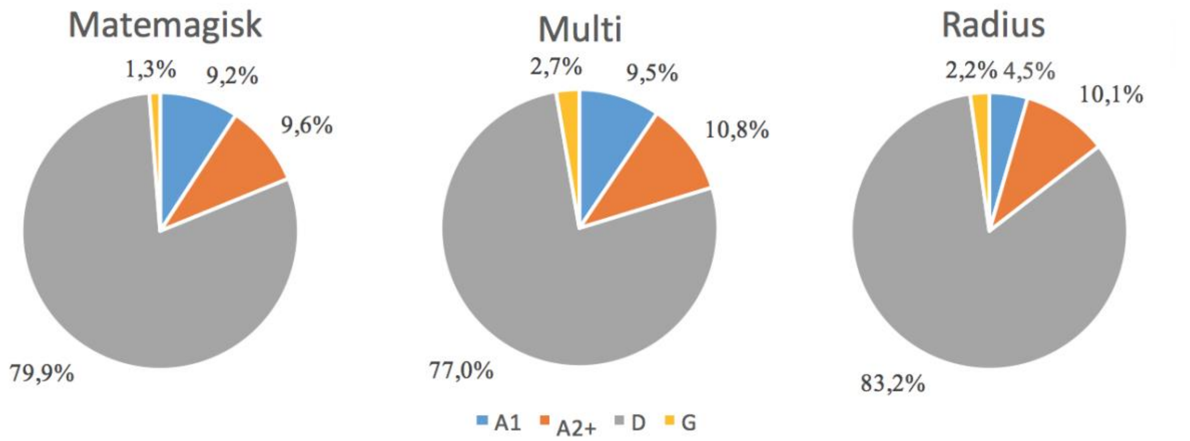
For å få et godt bilde av hvor stor del av læreverkene de forskjellige undergruppene av begrepsenhetene utgjør, ses de i forhold til det totale antallet oppgaveenheter i figur 5.2.3. Siden elever trenger flere eksempler for å assosiere, retter vi her fokuset mot assosiasjonsenheter med to eller flere eksempler: Assosiasjonsenhetene med to eller flere eksempler utgjør fra 1,7% hos Radius til 2,7% hos Multi. Diskriminasjonsenhetene står for 14,3% av oppgaveenhetene hos Radius mens i Multi utgjør de 19% og i Matemagisk 21,2%. Generaliseringsenhetene er nesten totalt fraværende med under 1% av det totale antallet oppgaveenheter i alle verkene (0,3% hos Matemagisk, 0,4% i Radius og 0,7% i Multi).



Figur 5.2.3: Andel av de forskjellige type begrepsenhetene ut fra totalt antall oppgaveenheter. G – generaliseringsenheter, D – diskriminasjonsenheter, A2+ - assosiasjonsenheter med mer enn et eksempel på begrepet og A1 – assosiasjonsenheter med ett eksempel på begrepet. Fremstilt ut fra tabell 4 i vedlegg F.

Hvis vi ser på fordelingen mellom de forskjellige typene begrepsenheter, kan vi se at den er noen lunde lik i læreverkene. Særlig fremtredende er den lave (relativt sett ut fra anbefalingene som omtales i kapittel 3.3.1) andelen assosiasjonsenheter (A) og den svært lave andelen generaliseringsenheter (G) (se figur 5.2.4).

Prosentandel assosiasjonsenheter ligger på gjennomsnittlig rundt 18% av begrepsenhetene (herav Multi med flest – 20,3% - og Radius med minst – 14,6%). Her finner vi at omtrent halvparten av assosiasjonsenhetene er A2+-enheter i Matemagisk og Multi, mens de utgjør en



Figur 5.2.4: Prosentvis fordeling av type begrepsenheter for alle verkene. Data hentet fra tabell 2 i vedlegg C, D og E.

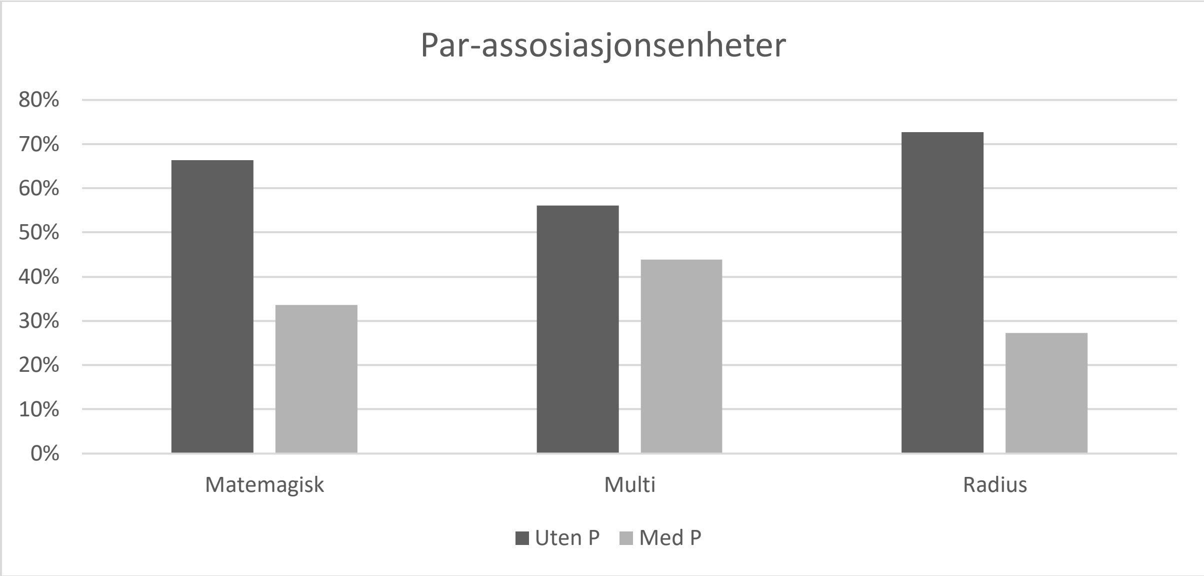
tredjedel i Radius. I gjennomsnitt for de 3 verkene utgjør A2+-enheter ca. 10% av alle begrepsenhetene.

Diskriminasjonsenhetene (D) står for over 75% av begrepsenhetene i alle læreverkene (Radius har størst andel med 83,2% og Multi minst med 77%), mens generaliseringsenheter i gjennomsnitt står for 2% (Multi med 2,7%, Radius med 2,2% og Matemagisk med 1,3%) av det totale antallet begrepsenheter.

Ut over det, fant jeg at begrepsenhetene er fordelt forskjellig over bøkene i de to trinnene. I første trinn er andelen assosiasjonsenheter med flere assosiasjoner markant høyere enn andelen assosisjonsenheter med et eksempel. Det er 16% av begrepsenhetene som er A2+-enheter versus 4,7% A1-enheter, skjønt andelen assosiasjonsenheter sammenlagt endrer seg lite. Multi stikker seg mest frem med 19,4% A2+-enheter av begrepsenhetene i bøkene for første trinn, mens både Matemagisk og Radius har rundt 15% A2+-enheter. Denne fordelingen reverseres i andre trinn, med størst andel A1-enheter for alle bøkene unntatt Radius, som inneholder like mange A1 som A2+-enheter. Mengden diskriminasjonsenheter ut fra totalt antall begrepsenheter i hver bok endrer seg også lite over de to trinnene med henholdsvis 76,7% og 75,1%. Gjennomsnittlig andel generaliseringsenheter går i snitt ned med 1%-poeng i andre trinn fra 2,3% til 1,4%. Andelen generaliseringsenheter er generelt lav, så her er det snakk om et par oppgaver fra eller til. Forandringene i antall generaliseringsenheter skyldes Multi, med 4 oppgaveenheter i første trinn og 0 oppgaveenheter i andre trinn. Både Matemagisk og Radius har 2 generaliseringsenheter på begge trinnene.

5.2.3. Par-assosiasjonsenheter

I figuren under fremstilles prosentvis andel parassosiasjonsenheter i de forskjellige verkene. Det er flest oppgaveenheter uten markant assosiasjon mellom symbol og fenomen i alle verkene, men likevel en høy prosentandel som legger vekt på par-assosiasjon. Multi framstår med mindre enn 12% differanse mellom de to kategoriene, mens Matemagisk har rundt 33% par-assosiasjonsenheter og Radius har lavest andel med 27% par-assosiasjonsenheter.



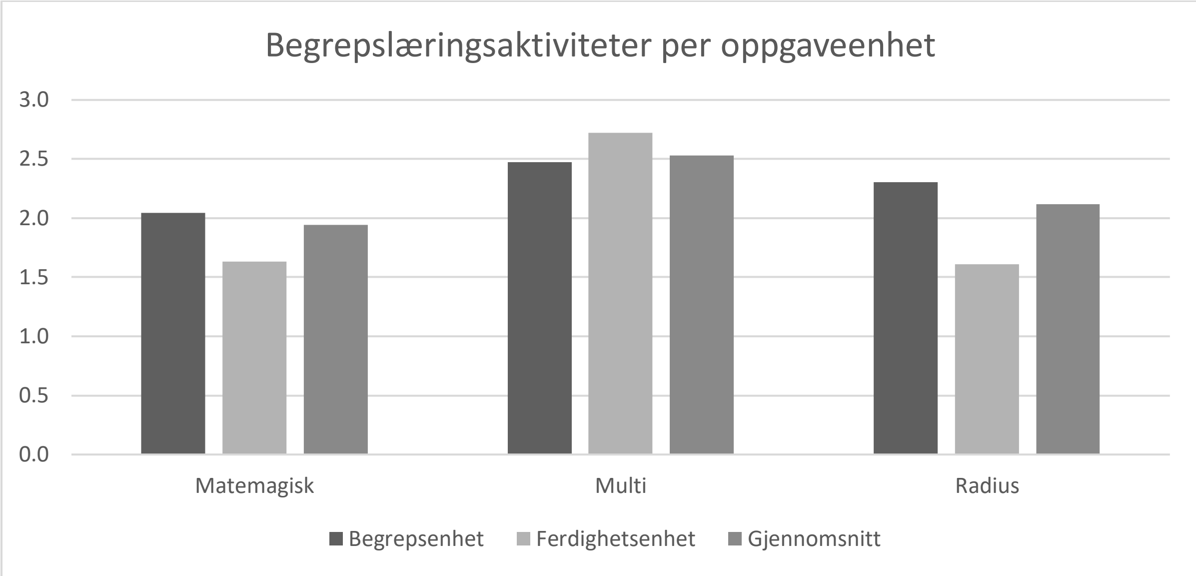
Figur 5.2.5: Prosentvis fordeling mellom oppgaveenheter med og uten parassosiasjon (P) i alle bøkene for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 4 i vedlegg F.

5.3.Begrepslæringsaktiviteter

I tillegg til analyse av oppgaveenheter, ble det kodet for antall BLA i oppgaveenhetene og hvilke emnegrupper og begrepslæringskategorier (assosiasjon, diskriminasjon og generalisering) disse tilhører. Tabellen i vedlegg G gir et mer detaljert innblikk i hvilke type begreper som er presentert i oppgaveenhetene. Jeg vil bare presentere resultatene av begrepskategoriseringen samlet i emnegrupper slik som forklart i metodekapittelet.

5.3.1. Antall begrepslæringsaktiviteter per oppgaveenhet

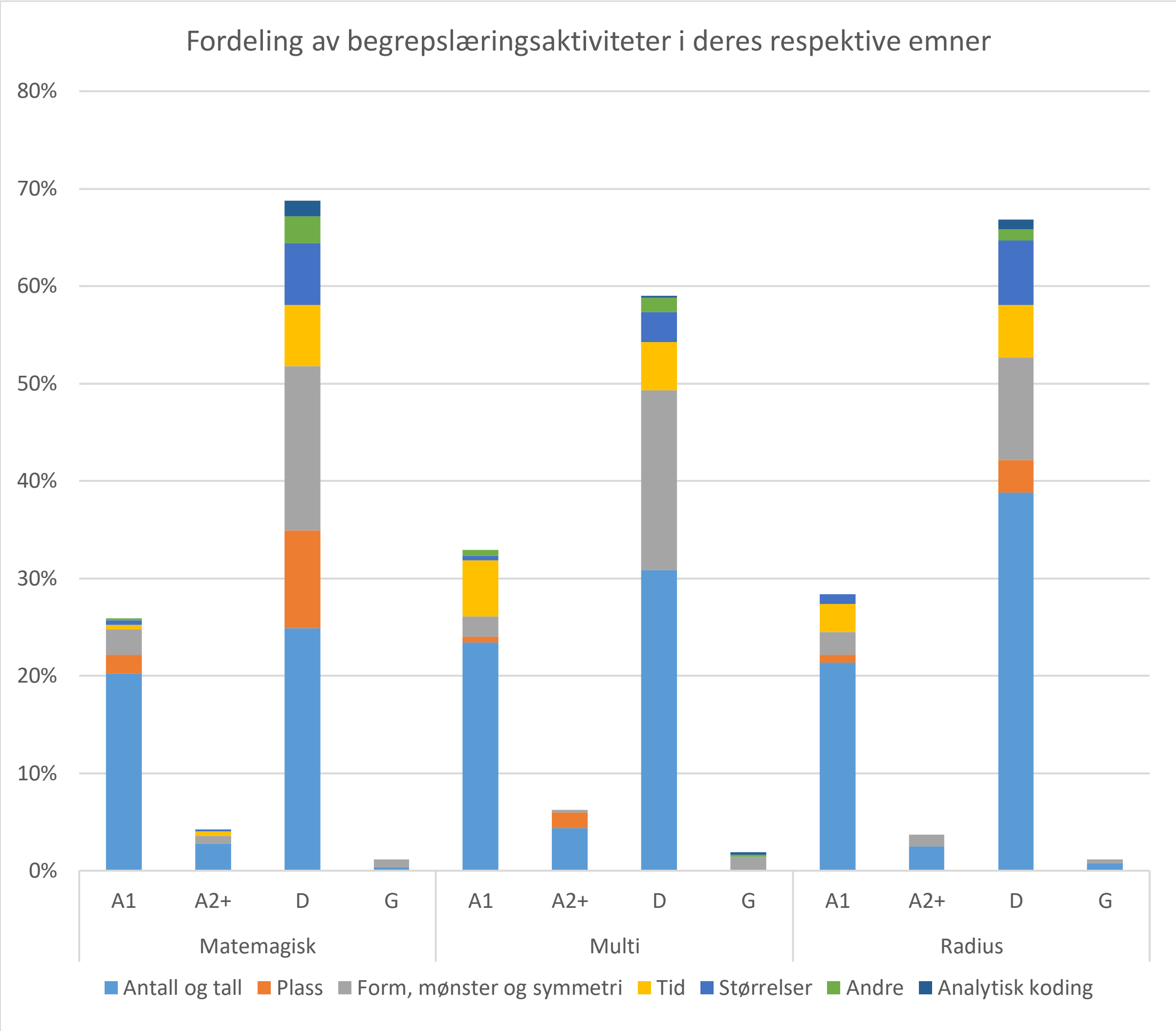
For å likevel få et innblikk oppgaveenhetenes størrelse, har jeg valgt å se på antall oppgaveenheter som presenterer begreper opp mot antall BLA-er. Resultatene i figur 5.3.1 viser at det i gjennomsnitt er over to BLA-er per oppgaveenhet. Dette er en tydelig indikasjon på at hver oppgaveenhet med BLA har som formål å formidle i gjennomsnitt minst to begreper samtidig.



Figur 5.3.1: Gjennomsnittlig antall BLA-er per oppgaveenhet, både i begrepsenheter og ferdighetsenheter. Data hentet fra tabell 3 i vedlegg J.

5.3.2. Fordeling mellom diskriminasjoner, assosiasjoner og generaliseringer i begrepslæringsaktiviteter

Ut fra søylediagrammet i figur 5.3.2 kan en få et overblikk over hvordan de forskjellige BLA-ene fordeler seg utover begrepslæringskategorier og emner. Diagrammet inkluderer både første- og andreordens BLA-er. Det er flest BLA-er av begreper innen *antall og tall* i assosiasjon-, og diskriminasjonskategoriene, med *form, mønster og symmetri* på en tydelig andreplass. Av de få generaliseringene som er, kan en se at kategorien *form, mønster og symmetri* dominerer. Hvis vi ser på verkene i forhold til hverandre, ser vi at fordelingen er noen lunde lik som fordelingen innenfor begrepsenheter for alle læreverkene. Vi kan også si med sikkerhet at ikke alle begrepene som presenteres i verkene verken har assosiasjon med flere eksempler eller generalisering knyttet til seg.



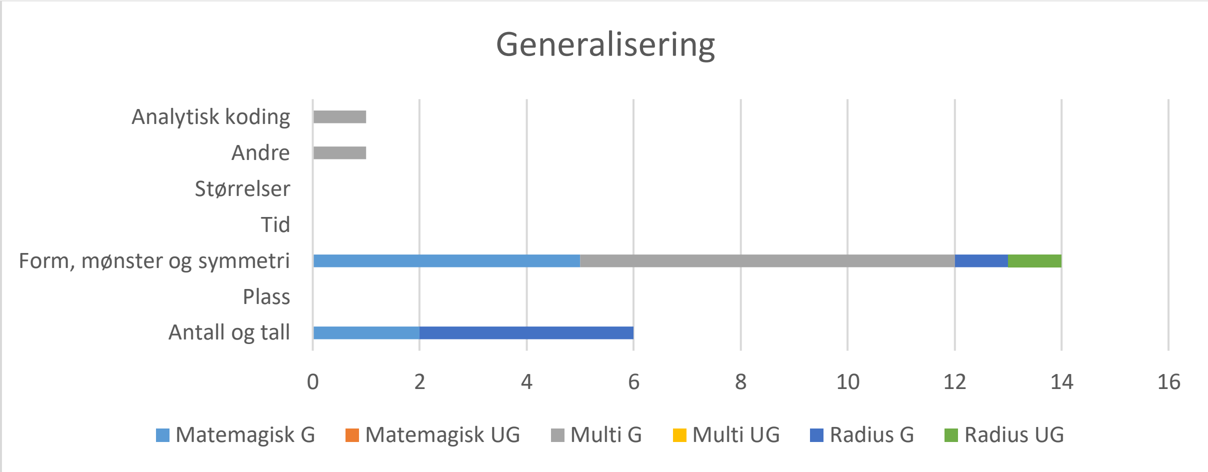
Figur 5.3.2: Fordelingen av BLA-er med fargekoding etter hvilket emne de tilhører. Både førsteordens BLA og andreordens BLA er regnet med. Data hentet fra tabellen i vedlegg K.

5.3.3. Assosiasjoner

A1-, og A2+-assosiasjoner er fremstilt i hver sin søyle i figur 5.3.2. Dette tydeliggjør den lave prosentandelen assosiasjoner med flere eksempler (A2+). Prosentandelen viser både førsteordens og andreordens assosiasjoner sammenlagt. En gjenganger i alle verkene er at mellom 80% og 90% av assosiasjonene bare har et eksempel.

5.3.4. Generalisering

Et annet viktig resultat er fordelingen av generaliseringer over emner. I søylediagrammet i figur 5.3.2 er også de andreordens generaliseringene medregnet. Resultatene viser at de fleste generaliseringene ligger under grupperingen *form, mønster og symmetri*, med over dobbelt så mange generaliseringer enn av *antall og tall* som inneholder nest flest, selv om denne kategorien inneholder betydelig flere BLA-er (se figur 5.3.2). Multi er verket som gir flest generaliseringer av begreper under *form, mønster og symmetri*, etterfulgt av Matemagisk. Radius gir flest generaliseringer av begreper under emnegruppen *antall og tall*, selv om alle generaliseringene handler om partall og oddetall (se vedlegg G).



Figur 5.3.3: Fordeling av generaliseringer over de forskjellige emnene i alle verkene. Både førsteordens generaliseringer (G) og andreordens generaliseringer (UG) er regnet med. Data hentet fra tabell 2 i vedlegg L.

6. Diskusjon

Analysen ble et mer omfattende arbeid enn jeg hadde tenkt på forhånd, men har også bidratt til spennende resultater som kan være viktig inn i den videre diskusjonen rundt kvaliteten av matematikkundervisning og matematikkforståelse i norsk skole. Av data presentert i figur 5.1.1. og tabell i vedlegg G ser vi at de analyserte læreverkene viser en stor variasjon i oppbygning – både med hensyn til antall sider, antall oppgaveenheter og vektingen av ulike tema, begreper og type oppgaveenheter. De respektive læreverkforfatterne skriver selv i sine forord at de bruker ulike nasjonale og internasjonale pedagogiske og matematikkdidaktiske teorier, men det er ikke tydeliggjort hvilke.

Variasjonen i læreverkenes innhold og oppbygging kan tenkes å skape tilsvarende stor variasjon i hvordan norske elever tilegner seg matematikkforståelse, skal en tro de studiene som viser at mange lærere i sin undervisning hovedsakelig følger lærebøkene (Fan, 2013; Grave & Pepin, 2017; Johansson, 2017; Pepin & Haggarty, 2001; Gilje et al., 2016). Det må igjen påpekes at min lærebokanalyse, i likhet med de fleste andre, tar utgangspunkt i hva elevene *kunne* lært om timene deres følger boka (grunnboka i dette tilfellet) til punkt og prikke og hva de *kunne* lært om de utelukkende hadde fått oppgaver fra læreboka (Mesa, 2004).

6.1.Lav andel av begrepsformidlende oppgaver

Selv om fordelingen av type oppgaveenheter og begrepslæringsaktiviteter (BLA) er forskjellig i alle læreverkene, viser læreverkene likevel noen markante fellestrekk.

Av resultatene presentert i kapittel 5.2.1 ser vi at den gjennomsnittlige andelen begrepsenheter og ferdighetsenheter, slik de er kategorisert i denne studien (se metodekapittel), er noen lunde lik på tvers av læreverkene med i gjennomsnitt henholdsvis litt over 20% og litt over 70%. En kan spørre seg om dette er tilfeldig eller om det bygger på en

norm blant forfattere om hvor mange oppgaveenheter av hver type som er passelig i en lærebok. Om denne likheten gjenspeiles i andre læreverk, er usikkert, men en kan anta at når tre av Norges mest brukte læreverk er såpass like, vil det også være en lignende fordeling i andre læreverk som omhandler matematikk for småskoletrinnet. Om den prosentvise fordelingen av oppgaveenheter er ideell med tanke på matematikkforståelsen eller ikke, vil kunne være gjenstand for videre forskning. Det kan likevel tenkes at en høyere andel begrepsenheter de første årene i barneskolen vil kunne øke sannsynligheten for god forståelse av matematiske begreper, siden begrepsmessig forståelse i mange tilfeller er bærebjelker for ferdighetslæring (Hiebert & Lefevre, 1986; Nyborg & Nyborg, 1990; Skemp, 2009).

Felles for læreverkene er også at andel ferdighetsenheter går opp og begrepsenheter ned mellom første og andre trinn, slik det fremkommer av figur 5.2.2. Det er kanskje naturlig, siden det er på de første trinnene elevene for første gang møter matematiske begreper.

At det er ferdighetsoppgaver som dominerer, kan ha flere både praktiske og didaktiske årsaker. En årsak kan være at grunnbøkene er å se på som "oppgavebøker" for individuelt og selvstendig arbeid, og sikkert er tenkt som et supplement til felles gjennomgang og forklaring i klassen (Brekke, 2002). Disse læreverkene er i tillegg rettet mot barn på 1. og 2.trinn, som altså ennå ikke kan forventes å lese lange forklarende tekster, dersom en ser for seg at begreper må læres gjennom forklaringer og definisjoner. Dersom begreper skal læres gjennom å gi mange eksempler, slik det for eksempel legges opp til i Systematisk begrepsundervisning, kan det tenkes at forlag og forfattere ser det som både mer pedagogisk og mer økonomisk å gi konkrete eksempler i klasserommet og ikke bruke opp sideplass i bøkene på en lang rekke figurer og illustrasjoner.

6.1.1. Antall begrepslæringsaktiviteter per oppgaveenhet

Analysen viser også et annet fellestrekk mellom læreverkene; mange av oppgaveenhetene formidler opp til flere begreper samtidig (i form av BLA-er), i gjennomsnitt over to begreper per oppgaveenhet, slik det er beskrevet i kapittel 5.3.1. Om dette vil bidra til å fremme eller hemme begrepslæringen, vil komme an på elevens nivå før oppgaven gis (Nyborg, 1994a).

I oppgaveenheter der intensjonen er at eleven skal lære et nytt begrep, kan en spørre seg hvor lurt det er å presentere flere begreper om gangen. Det kan argumenteres for at samtidig presentasjon av flere sideordna begreper kan hjelpe eleven til å danne et overordna begrep som favner om alle disse sideordna begrepene, og at begrepene dermed settes i begrepssystem med hverandre (Nyborg, 1994a; Gray & Tall, 2007). Det kan også argumenteres for at samtidig presentasjon av sideordna begreper eventuelt tydeliggjør de definerende egenskapene som skiller begrepene, noe som er viktig i en diskriminasjonsfase. Dette vil for eksempel være tilfelle for mange relative begreper (for eksempel når eleven skal lære om hva som menes med lengden og bredden av en figur). I tillegg er det både plass-, og tidsbesparende. På den annen side kan det lett oppstå forvirring og sammenblanding i slike situasjoner fordi eleven ikke lenger har fokuset på ett begrep, men flere begreper samtidig. Dette gjelder særlig om disse hverken er sideordna eller relative til hverandre, slik de i mange tilfeller ikke er når flere BLA-er presenteres innenfor samme oppgaveenhet.

Dette er en situasjon en ofte opplever i klasserommet også. Et begrep skal undervises, men undervisningen ender opp i å også fokusere på sideordna begreper, slik at elevene kan miste oversikten over hva som hører til det ene og det andre begrepet. Jo flere begreper som presenteres per oppgaveenhet, desto mindre fokus vil hvert av begrepene få. Det anbefales derfor vanligvis å formidle ett begrep om gangen (Nyborg, 1994a).

6.1.2. Få assosiasjonsaktiviteter er knyttet til hvert begrep

Begreper er kunnskap om hva en *gruppe/klasse av fenomener* har felles, trass indre forskjeller, og hvordan disse skiller seg fra andre, forvekslingslike begreper (Nyborg, 1994a) Også Skemp har beskrivelser av begrep som tilsvarer deler av Nyborgs definisjon (Skemp, 2009.) For å kunne abstrahere disse likhetstrekkene, kreves altså at elevene presenteres for *minst* to, men helst et stort antall av eksempler på fenomener de skal danne begrep om (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009). Begrepslæringsaktiviteter som skal understøtte assosiasjonsprosessen, men som bare gir ett enkelt eksempel, vil bare gi en forestilling og derfor et alt for svakt grunnlag for god begrepsdannelse (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009).

Av resultatene presentert i figur 5.2.3 og figur 5.2.4 i kapittel 5.2.2 ser vi at andelen assosiasjonsenheter i læreverkene i gjennomsnitt utgjør under 5% av den totale andelen oppgaveenheter og rundt 18% av begrepsenhetene. Det betyr at ca. 18% av begrepsenhetene har som hovedhensikt å gi assosiasjoner til begreper. Av disse er det ca. 10%-poeng som representerer *egentlige* assosiasjonsenheter i form av A2+-assosiasjoner. Med dette mener jeg at det presenteres flere eksempler på begrepet, noe som muliggjør selektiv assosiasjon, se delkapittel 4.4.1. Sammenligner vi med anbefalingene om 60% assosiasjoner som gis av Nyborg (1994a) og Hansen (se delkapittel 3.3.1), ser vi at læreverkene som ble undersøkt ligger langt under disse anbefalingene.

Hvis vi i tillegg ser på fordelingen mellom assosiasjons-, diskriminasjons- og generaliseringsenheter i begrepslæringsaktivitetene, ser vi at andelen av A1-, og A2+-assosiasjonsaktiviteter heller ikke på noen måte tilsvarer anbefalingene (34%). Dessuten er den lave andelen A2+-assosiasjoner enda tydeligere i BLA-kategoriseringen med så få som 5%-poeng av de 34% med assosiasjonsaktiviteter.

Av kapittel 5.3.2 og vedlegg L ser vi dessuten at de fleste A1-assosiasjonene blant BLA-ene i tillegg er andreordens A1-assosiasjonsaktiviteter. Det vil i praksis si at de få enkelteksemplene elevene får presentert, som ifølge Nyborg (1994a) ikke er mange nok til å kunne danne et begrep alene, ikke en gang er i hovedfokus i oppgaveenhetene de er knyttet til. Dette skyldes at assosiasjonene blir brukt som modellering i ferdighetsenheter og har derfor en annen funksjon enn å bidra til å støtte assosiasjonsprosessen i begrepslæring. Den eneste måten elevene i så fall kan danne begrepet på, er ved å koble det ene eksempelet i en bestemt begrepsenhet eller BLA til tidligere presenterte eksempler på det *samme* begrepet, kanskje fordelt over mange ulike sider i elevbøkene. Vi kan likevel ikke anta at dette skjer, siden bøkene ikke formulerer instruksjoner til eleven om å gjøre dette (for eksempel ved å skrive ”På side 27 og side 30 så du eksempel på dobbelt så mange. Her er et nytt eksempel”).

I følge Nyborg (1994a) og også Skemp (2009) kan det konkluderes at få av begrepene som er forsøkt formidlet i læreverkene, eksemplifiseres i tilstrekkelig grad til å gi tilfredsstillende assosiasjoner, og at elevene dermed ikke har de forutsetningene som skal til for å gjøre diskriminasjoner, generaliseringer eller andre oppgaver som innebærer bruk av begrepet ut fra det de har lært direkte av lærebøkene. Lærer kan ha gitt elevene tilstrekkelig mange eksempler utenom bøkene, men dette går som tidligere beskrevet ikke inn i denne analysen.

I tillegg kan det leses av figur 5.3.2 og vedlegg G at assosiasjonsaktivitetene i all hovedsak består i å presentere grupper som representerer antall og tall, og at det er tall fra 0-20 knyttet opp mot forskjellige grupper med korresponderende antall som står for hovedparten av A2+-assosiasjonene. Å ha gode begreper om antallene fra 0-20 og forstå at tallene 0-20 er symboler for disse antallene, er viktig for den videre matematikkforståelsen. Det at læreverkene legger frem flere eksempler på antall til hvert enkelt av disse tallene er derfor gunstig etter Hansen og Nyborgs (1994a) anbefalinger. Men samtidig betyr dette høye antallet av antallsassosiasjoner i dette tall-intervallet at antall assosiasjoner knyttet til andre begreper blir tilsvarende færre, sett i forhold til det gjennomsnittlige totalantallet på 175 assosiasjoner inkl. andreordens A1-assosiasjoner i læreverkene (vedlegg H). Antallsassosiasjoner står altså for rundt 70% av alle assosiasjonsaktivitetene. Det betyr at bare ca. 30% av oppgavene gjelder andre begreper (fra tabellen i vedlegg K).

Hvis ikke elevene får tilstrekkelig mange assosiasjoner utover det som presenteres i læreverkene, vil vi ut fra Nyborg og Hansen kunne konkludere med at mange av de grunnleggende matematiske begrepene som blir minst presentert i lærebøkene i beste fall vil bli ufullstendig lært.

6.1.3. Rikelig med diskriminasjonsaktiviteter

For at eleven ikke skal overgeneralisere eller blande sammen eksempler tilknyttet begrepet med negative eksempler (som ikke er eksempler på fenomen tilknyttet begrepet), må eleven gå opp grensegangen mellom disse fenomenene – eleven må diskriminere (Nyborg, 1994a; Skemp, 2009). Diskriminasjonsenheter utgjør i gjennomsnitt nesten 80% av alle begrepsenhetene og over 50% av alle BLA-ene. Det vil si at av de begrepene som blir presentert i verkene, er det sannsynlig at de fleste har en diskriminasjonsaktivitet knyttet til seg. Diskriminasjonsaktiviteter kan enkelt benyttes av lærer til å vurdere om eleven begynner å forstå et nytt emne.

Det er likevel viktig at eleven først har lært grunnlaget for å foreta disse diskriminasjonene – jmf. punkt 6.1.1. Eleven må, ifølge Nyborg (1994a), ha erfart tilstrekkelig mange eksempler på fenomener tilhørende begrepet før en kan forvente at eleven skal kunne gjenkjenne eksempler i en diskriminasjon, og derved ha optimal nytte av oppgavene.

Settes eleven i gang med diskriminasjonsaktiviteter før eleven har fått se eksempler på begrepet gjennom en grundig nok assosiasjonsfase, betyr dette implisitt at man antar at eleven kan gjenkjenne fenomenet ut fra tidligere erfaringer, enten ved å ha lært det av seg selv eller lært det av andre (foreldre, søsken, barnehage, lærer). Dette stemmer nok for noen begreper og noen av elevene, men på langt nær alltid. Hvis elevenes undervisning *kun* baserer seg på grunnbøkene, og de ikke tidligere har fått eksempler på begrepet, betyr det at elevene sannsynligvis må diskriminere ut fra prøving og feiling, eller spørre om hjelp. Gjentatt feiling og usikkerhet kan, som vist i Nyborg (1994a) sin PSI-modell (avsnitt 3.1.) føre til at eleven utvikler negative disposisjoner.

6.1.4. Fravær av generaliseringsaktiviteter

For at et begrep skal være lært til et generalisert og godt overførbart nivå, må eleven i sin begrepslæring også ha gjennomgått en generaliseringsprosess. Denne består i å styre elevens bevissthet over på hva gitte eksempler på et begrep eller en viss type oppgave er like i, slik at kunnskapen blir overførbar til andre situasjoner (Nyborg, 1994a).

Av analysen ser vi at det er mindre en 0,5% av den totale andelen oppgaveenheter og 2% av begrepsenhetene som er generaliseringsenheter. Av BLA-ene står generaliseringsaktiviteter for rundt 1%. Vi kan ut fra dette altså si at nesten ingen begreper har en generalisering knyttet til seg.

Elevene bør få generalisere på egenhånd ut fra eksempler på fenomener tilknyttet begrepet (Nyborg, 1994a). Når vi nå har sett hvor lav andel av assosiasjonsaktivitetene som gir mer enn ett eksempel, blir det desto viktigere at eleven får generaliseringsaktiviteter som setter fokus på de definerende egenskapene ved fenomenene begrepene beskriver. Når andel generaliseringer er så lav, kan det gå utover begrepsdannelsen, da generaliseringsaktivitetene hverken dekker alle begreper eller gir tilstrekkelig trening i å generalisere.

Selv om hensikten med assosiasjons,- og diskriminasjonsaktiviteter er å hjelpe eleven å danne begreper, vil resultatet av manglende generaliseringsfremmende spørsmål antakelig være at de fleste elever bare forlater de nylig løste oppgavene uten av seg selv å stoppe opp og foreta en slik generalisering. Dermed lærer de ikke bevisst å styre oppmerksomheten mot delvise likheter og forskjeller, og å sette ord på dette (Nyborg, 1994a). Det kan i neste omgang forklare elevers manglende evne til å generalisere og overføre matematiske begreper og prinsipper til stadig nye situasjoner.

Abstraksjon av egenskaper og generalisering på grunnlag av delvise likheter blir også stadig mer sentralt i matematikkundervisningen jo mer kompleks den blir (Nyborg & Nyborg, 1990; Skemp, 2009). Et eksempel er algebra, der bokstaver er symboler for tall og tall-ord, som igjen er symbol for antallsbegreper. Tekstoppgaver, som mange elever strever spesielt med å få til, krever nettopp evne til å se likheter på tross av forskjeller i oppgaveformuleringer, noe som igjen krever at kunnskapen om visse matematiske fenomener og sammenhenger er generalisert. Hvis ikke generaliseringen av begreper som er nødvendige for å løse oppgaver, blir gjort (selvfølgelig i kombinasjon med å lære nødvendige ferdigheter), vil dette kunne være en viktig grunn til at mange 10.klassinger presterer svakt på eksamen. Tekstoppgavene de får på eksamen er såpass forskjellig fra de de får i lærebøkene at de ikke greier å generalisere kunnskapen de har fra løsing av andre typer oppgaver. Ut fra beskrivelsen av problemet med å overføre kunnskap til nye situasjoner, er det sannsynlig at det ville være en gevinst i å legge større vekt på å lære elevene generaliseringsferdigheter på tidlige årstrinn.

6.1.5. Par-assosiasjonsenheter

I tillegg til å kode for fasene i begrepslæringsmodellen, har jeg også kodet for hvilke oppgaveenheter som aktivt par-assosierer fenomener og symboler. Som det kommer frem av teorien, er navnsetting og symbol-tilknytning vesentlig for en effektiv begrepsdannelse og for å kunne sette begrepene i en sammenheng, for eksempel et begrepssystem (Nyborg, 1994a; Gray & Tall, 2007; Skemp, 2009). Vi ser at under halvparten av enhetene aktivt par-assosierer, der Multi har klart flest i forhold til totalt antall enheter, mens Radius har minst i forhold til totalt antall enheter (se figur 5.2.5).

Selv om det er under halvparten av enhetene som fremmer par-assosiasjon, er det likevel en stor andel av enhetene. Om det tilfredsstiller par-assosiasjon til hvert enkelt begrep kan ikke sies noe om ut fra analyseresultatene.

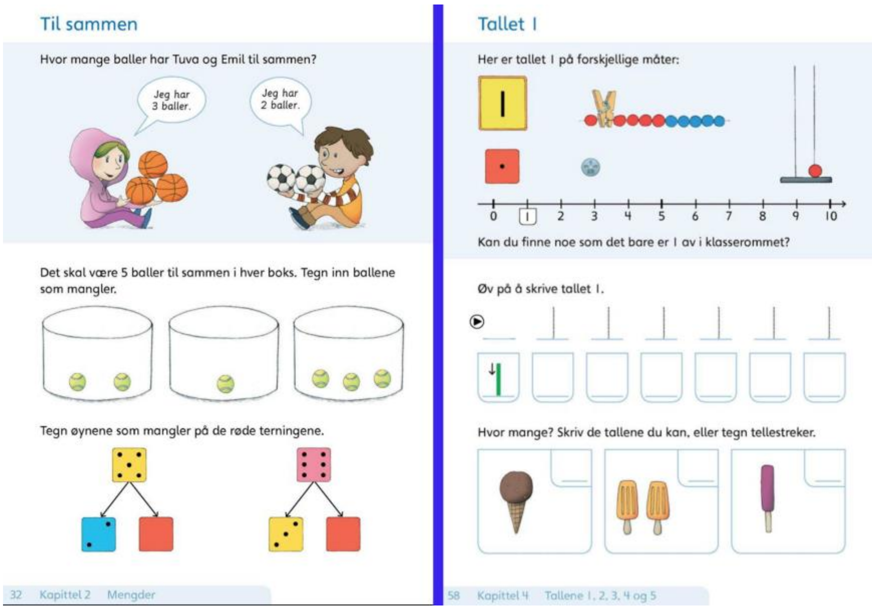
6.2. Gjenspeiler dataene en tydelig plan bak begrepsformidlingen i lærebøkene?

Igjen vil jeg nevne at alle verkene støtter seg på pedagogisk teori. Det er likevel uklart hvilke og hvordan disse teoriene uttrykker strategier for begrepslæring. Sammenligner vi det totale antallet begrepsenheter i forhold til totalt antall oppgaveenheter i de ulike bøkene, ser vi en forholdsvis lik fordeling på rundt 20% begrepsenheter i alle bøker. Det kan i første omgang gi et inntrykk av at det er en bevisst strategi i fordeling av oppgavetyper med tanke på begrepsformidling i lærebøkene. Hadde det blitt presentert bare ett begrep innen hver begrepsenhet, kunne man så ha sortert begrepsenhetene inn i ulike emnekategorier, slik det er gjort med BLA-ene, og deretter undersøkt om man kunne oppdage samme "mønster" med 20% begrepsenheter gjenspeilet innenfor ulike emnekategorier. Dette er ikke mulig å gjøre siden det presenteres opptil flere BLA-er i hver begrepsenhet, og BLA-ene ikke alltid sorterer inn under samme emnekategori.

Ser vi på BLA-ene for seg, ser vi variasjon mellom læreverk i hvilke emnekategorier som får tilknyttet hvilken andel av alle BLA-er og hvordan dette fordeler seg på (A1 og A2+) assosiasjons-, diskriminasjons- og generaliseringsaktiviteter. Vi ser da at enkelte emner er bedre dekket opp med BLA enn andre enn andre. Dette vil naturlig nok kunne tilskrives forskjellig omfang i totalantall oppgaver knyttet til hver emnekategori. Slik har Antall og tall og Form, mønster og symmetri jevnt over fått en vesentlig større andel BLA enn f.eks. Plass, Tid og Størrelser, med unntak av i Matemagisk, som har lagt inn flere BLA knyttet til emnekategorien plass enn Multi og Radius. Av den innbyrdes fordelingen mellom ulike BLA-typer ser vi derimot at det ikke fremkommer noe tydelig mønster. Om det hadde vært en planmessig begrepsfremstilling knyttet til hvert emne, kunne en, i hvert fall ut fra et Systematisk begrepsundervisningsperspektiv, ha forventet en samsvarende andel mellom (A2+) assosiasjons-, diskriminasjons- og generaliseringsaktiviteter innenfor hver emnekategori.

Et annet interessant aspekt ved i hvilken grad verkene bidrar til begrepslæring, er rekkefølgen emner og fremstillinger generelt blir presentert i. Selv om dette ikke er hovedfokuset i oppgaven, kan det trekkes antagelser ut fra rådataene i vedlegg A. Jeg velger å trekke frem tre punkter jeg mener kan være viktige for å si noe om hvordan begrepsformidlingen fremstår:

For det første kan rekkefølgen på begrepsenheter og ferdighetsenheter som bruker begrepene lært i begrepsenhetene være viktige for elevens disposisjoner til faget. Begrepenes rolle er å være tenkeverktøy i oppgaveløsningsprosesser (Nyborg & Nyborg, 1990; Skemp, 2009). Det



Figur 6.2.1: Side 32 (v.) viser tre ferdighetsenheter som innebærer komplekse regneoperasjoner. Side 58 (h.) viser begrepsformidling av det antallet en opp mot tallet 1.

er dermed logisk å tenke at begrepene nødvendige for å løse aktuelle oppgaver i ferdighetsenheter må være lært før oppgavene introduseres. Hvis ikke, vil elevene ikke ha de nødvendige forutsetningene for å virkelig forstå oppgavene. Mange elever vil kanskje kunne herme etter et modellert mønster, men når begrepsgrunnlaget mangler, vil verdien av denne oppgaveløsningen være begrenset (mekaniske ferdigheter). Et eksempel som gjentar seg i alle læreverkene, men kanskje er tydeligst i Radius, er at både antall og tall brukes i oppgaver lenge før disse undervises i elevbøkene. Figur 6.2.1 viser en komplisert regneferdighetsenheter med bruk av tall på side 32 i Radius 1A, mens antall-, og tall-innlæringen ikke skjer før på side 58.

For det andre er innlæringen av de grunnleggende begrepene og begrepssystemene ifølge Nyborg & Nyborg (1990) nødvendige for å bygge videre matematikkforståelse. Hvis elevene blir presentert et komplekst begrep uten å ha den nødvendige forkunnskapen for å forstå begrepsforklaringen og begrepslæringsaktivitetene, vil det også kunne hemme begrepsdannelsen. I disse tilfellene vil det være nødvendig å formidle de *grunnleggende begrepssystemene* som vil være grunnlaget for begrepsforståelsen i mer komplekse begreper.

For det tredje er rekkefølgen begrepene presenteres i viktig av samme grunn som den over. At et begrep læres inn før det brukes, er ifølge Nyborg og Nyborg (1990) og Skemp (2009) viktig for at eleven skal forstå oppgavene de blir gitt, men også for elevens mestringsfølelse. Skal eleven løse en oppgave som krever anvendelse av begreper som enda ikke er lært, vil det kunne tenkes at det bygger negative disposisjoner (Nyborg, 1994b), selv om begrepet blir lært senere.

7. Konklusjon

Siden resultatene av analysen var nokså like for alle læreverkene, gjelder konklusjonene alle verkene. For å se innbyrdes forskjeller, se figurer i kapittel 5.

Både antall begrepsenheter og begrepslæringsaktiviteter er forholdsvis lave i alle verkene i forhold til andelen ferdighetsoppgaver. Hver oppgaveenhet med begrepslæringsaktiviteter inneholder i gjennomsnitt rundt to begrepslæringsaktiviteter, noe som vil si at det formidles rundt to ulike begreper i samme oppgaveenhet og dette kan påvirke begrepslæringen.

Videre er andelen assosiasjonsenheter og assosiasjonsaktiviteter lav i forhold til diskriminasjons-enheter og -aktiviteter, og mye lavere enn den vi ser Nyborg opererer med i sine BU-programmer som bygger på hans forskning rundt sikker begrepsdannelse. Andelen med assosiasjonsaktiviteter med et eksempel er også betraktelig høyere enn assosiasjonsaktiviteter med flere eksempler, noe som med andre ord vil si at elevene høyst sannsynlig ikke kan danne et begrep ut fra grunnboka alene. Hvis ikke elevene får tilstrekkelig mange assosiasjoner utover det som presenteres i læreverkene, vil en ut fra begrepsteori kunne konkludere med at mange av de grunnleggende matematiske begrepene, som får minst fokus i lærebøkene, i beste fall vil bli ufullstendig lært.

Diskriminasjon utgjør i gjennomsnitt nesten 80% av alle begrepsenhetene og over 50% av alle begrepslæringsaktivitetene i de tre læreverkene. Det vil si at av de begrepene som blir presentert, er det sannsynlig at de fleste har en diskriminasjonsaktivitet knyttet til seg. Dette er gunstig i forhold til å forebygge overgeneralisering. Det er likevel viktig at elevene først har lært grunnlaget for å foreta disse diskriminasjonene gjennom å ha fått erfaring med tilstrekkelig mange eksempler i en selektiv assosiasjonsfase.

Generaliseringsenheter og -aktiviteter er nesten fraværende i alle læreverkene. Flesteparten av de finnes under emnekategorien geometri. En del begreper har ingen generaliseringsaktiviteter. Elevene lærer da - i følge Systematisk begrepsundervisning - ikke å bevisst styre oppmerksomheten mot delvise likheter og forskjeller, og å sette ord på dette. Det kan i neste omgang være en årsak til elevers manglende evne til å generalisere, danne begreper og overføre matematiske begreper og prinsipper til stadig nye situasjoner.

Fordelingen av assosiasjons-, diskriminasjons- og generaliseringsaktivitetene er heller ikke konsekvent innenfor de forskjellige emnene. Studien avdekker derfor ikke en systematisk plan bak begrepsformidlingen i bøkene.

I NOU 2015:8 (2015, s. 14) står det at ”dybdelæring dreier seg om elevenes gradvise utvikling av forståelse av begreper, begrepssystemer, metoder og sammenhenger innenfor et fagområde”. Ut fra resultatene kan det tenkes at utviklingen av begrepsforståelse hos elevene ikke kan basere seg på grunnbøkene alene, om de ikke har fått tilstrekkelig med erfaringer og/eller undervisning på forhånd. Uten begrepsforståelse på plass – særlig på grunnleggende nivå – vil altså heller ikke dybdelæring skje. Konsekvensen av dette vil i sin tur være manglende matematikkforståelse. Siden analysen tar for seg bøker i starten på utdanningsløpet, blir denne begrepsforståelsen enda viktigere.

Som tidligere diskutert, er bruk av læreverk bare en av faktorene som spiller inn på kvaliteten av matematikkundervisningen i norsk skole. Andre studier viser at majoriteten av lærere følger bøkene relativt tett. Mange elever er derfor ofte i situasjoner som i stor grad gjør de avhengige av lærebøker for å tilegne seg kompetanse, noe som sammen med det som er beskrevet over, gir grunn til å hevde at de studerte læreverkene bør gjennomgås for se på muligheten til å forbedre begrepsformidlingen.

8. Implikasjoner

8.1.Implikasjoner for praktisk undervisning

Når en gjennom denne analysen oppdager den noe tilfeldige begrepsinnlæringen av viktige begreper allerede fra de første trinnene i skolen av, bør en ta hensyn til dette i sin undervisningsplanlegging. Etter Systematisk begrepsundervisnings-persepektiv bør det suppleres både med flere og mer varierte eksempler på fenomener som elevene skal lære begrep om, gjerne gjennom konkret undervisning, og det bør vektlegges å fremme generaliserende prosesser hos elevene.

8.2.Implikasjoner for videre forskning

Det må igjen understrekes at på grunn av omfanget til oppgaven har jeg bare analysert grunnbøkene, og at en mer omfattende analyse av alle ressursene i læreverkene vil kunne gi et mer helhetlig bilde av begrepsformidlingen. For å utfylle, eller bygge videre på, denne forskningen om begrepsformidling i matematiske læreverk og hvordan det påvirker forståelsen, vil studie av oppgaveenhetenes og BLA-enes rekkefølge kunne bidratt med å gi kunnskap om omfanget av situasjoner der oppgaver foregriper innlæring av de nødvendige begrepene og ferdighetene, og i hvilken grad rekkefølgen påvirker begrepslæringen. I tillegg ville det vært interessant å se på hvordan fordelingen av begrepsformidlende oppgaver er i både andre læreverk, men også på høyere trinn.

I NOU 2015:8 (2015, s. 14) ser vi at dybdelæring også ”innebærer at elevene bruker sin evne til å analysere, løse problemer og reflektere over egen læring til å konstruere en varig forståelse”. Uten de grunnleggende matematiske begrepene, og i spesiell grad de grunnleggende begrepssystemene til Nyborg (1994a), har en heller ikke ”verktøyet” til å analytisk kode (se kapittel 3.2.3). Dette vil i sin tur føre til at analyse av mer komplekse begreper og problemer blir vanskelig. Derfor ville det være interessant å analysere om alle de begrepene som er nødvendig for å lære matematikk med forståelse, er formidlet.

Jeg ser også for meg at denne oppgaven kan bidra med å bevisstgjøre og peke ut forbedringspotensialer på noen områder i bøkene, sett i lys av en konstruktivistisk matematisk tankegang, uten at jeg på noen måte vil ”belære” lærebokforfattere eller forlag. Jeg trekker til slutt frem igjen Kongelf (2017a, s. 195) sin motivasjon til forskning på lærebøker: ”hvis vi legger til muligheten for selv den minste forbedring og multipliserer det med antall elever, lærere og foreldre som bruker dem, indikerer det et stort forbedringspotensial totalt”.

9. Litteraturliste

Alseth, B., Arnås, A.-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2010a). *Multi : [1. klasse] Lærerens bok 1a* (Bokmål utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Arnås, A.-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2010b). *Multi : [1. klasse] Lærerens bok 1b* (Bokmål utg.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Arnås, A.-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011a). *Multi : [2. klasse] Grunnbok 2a*. Oslo Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Arnås, A.-C., Kirkegaard, H. & Røsseland, M. (2011b). *Multi : [2. klasse] Grunnbok 2b*. Oslo: Gyldendal undervisning.

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus.

Angvik, M. (1982). Skolebokanalyse som tema for lærerutdanning og forskning. *Norsk pedagogisk tidsskrift, 66*(10), 367-379.

Befring, E. & Tangen, R. (2008). *Spesialpedagogikk* (4. utg.). Oslo: Cappelen akademisk forl.

Bergem, O. K. (2016). 2 Hovedresultater i matematikk. *Vi kan lykkes i realfag* (s. 22-44).

Brekke, G. (2002). *Kvalitet i matematikkundervisningen - Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk* (Bokmål[utg.]. utg.).

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Cambridge, Mass: Belknap Press of Harvard University Press.

Bruner, J. S., Goodnow, J. J. & Austin, G. A. (1986). *A Study of Thinking*. New York: Wiley.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. *Mathematical Thinking and Learning, 12*(2), 117-151. doi: 10.1080/10986060903460070

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6th ed. utg.). London: Routledge.

Dahl, H. H., Nohr, M.-E. & Gulliksen, E. (2013a). *Radius : matematikk for barnetrinnet : Lærerens bok 1A* (Bokmål utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Dahl, H. H., Nohr, M.-E. & Gulliksen, E. (2013b). *Radius : matematikk for barnetrinnet : Lærerens bok 1B* (Bokmål utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Dahl, H. H., Nohr, M.-E. & Gulliksen, E. (2014a). *Radius : matematikk for barnetrinnet : Grunnbok 2A* (Bokmål utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Dahl, H. H., Nohr, M.-E. & Gulliksen, E. (2014b). *Radius : matematikk for barnetrinnet : Grunnbok 2B* (Bokmål utg.). Oslo: Cappelen Damm.

Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P., . . . García Coll, Cynthia. (2007). School Readiness and Later Achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446.

Duval, R. (2017). *Understanding the Mathematical Way of Thinking – The Registers of Semiotic Representations*. Cham: Springer International Publishing.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 765-777. doi: 10.1007/s11858-013-0530-6

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. *The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 633-646. doi: 10.1007/s11858-013-0539-x

Gilje, Ø., Ingulfsen, L., Dolonen, J. A., Furberg, A., Rasmussen, I., Kluge, A., . . . Skarpaas, K. G. (2016). *Med ARK&APP - Bruk av læremidler og ressurser for læring på tvers*

av arbeidsformer. Reprosentralen, Universitetet i Oslo: Universitetet i Oslo. Hentet fra http://www.uv.uio.no/iped/forskning/prosjekter/ark-app/arkapp_syntese_endelig_til_trykk.pdf
Grave, I. & Pepin, B. (2017). Teachers' use of resourses in and for mathematics teaching. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 383-406). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Gray, E. & Tall, D. (2007). Abstraction as a natural process of mental compression. *Mathematics Education Research Journal, 19*(2), 23-40. doi: 10.1007/BF03217454
Grevholm, B. (2017). The network for research on mathematics textbooks, its birth, life and results. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 21-38). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlag.
Hansen, A. (2006). *Begreper til å begripe med : effekter av systematisk begrepsundervisning for barn med lærevansker på målområder som angår læreforutsetninger, fagfunksjonering og testresultater* (Doktorgrad). Universitetet i Tromsø, Tromsø.
Hansen, A. (2009). Basic Conceptual Systems (BCSs)--Tools for Analytic Coding, Thinking and Learning: A Concept Teaching Curriculum in Norway. *Thinking Skills and Creativity, 4*(3), 160-169. doi: 10.1016/j.tsc.2009.09.001
Hansen, A. (2014). Systematisk begrepsundervisning og ferdighetsopplæring. Hentet fra http://www.statped.no/globalassets/fagomrader/tverrfaglig-generell/no-slv-systematisk-begrepsundervisning-og-ferdighetsopplaring-hansen-2014-04-25.pdf
Hansen, A. (2017). *Systematisk begrepsundervisning i teori og praksis : en pedagogisk tilnærming med en teori som kan danne ramme både for ordinær opplæring og spesialundervisning*. Bryne: Info vest forlag.
Hansen, A. & Koppen, K. (2015). En smakebit på systematisk begrepsundervisning ; en pedagogisk tilnærming basert på en teori og empiri som kan danne ramme både for ordinær undervisning og spesialundervisning. *Psykologi i kommunen, 50*(3), 39-49.
Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge*. New York: Routledge.
Hiim, H. & Hippe, E. (2012). *Praksisveiledning i yrkeslærerutdanningen*. Oslo: Gyldendal Akademisk.
ISO 1087:1. (2000). Terminology work -- Vocabulary -- Part 1: Theory and application (Vol. 1087).
Johansson, M. (2017). Textbooks as instruments. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 315-340). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Jones, K. & Fujita, T. (2013). Interpretations of National Curricula: the case of geometry in textbooks from England and Japan. *The International Journal on Mathematics Education, 45*(5), 671-683. doi: 10.1007/s11858-013-0515-5
Kalleberg, R. (2006). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*.
Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study, C., National Research Council Center for Education, D. o. b. & social sciences, e. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
Kongelf, T. R. (2017a). Introduksjon av algebra i matematikkbøker for ungdomstrinnet i Norge. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 195-221). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Kongelf, T. R. (2017b). What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics*

textbooks, their content, use and influence (s. 155-194). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Krippendorff, K. (2004). *Content analysis : an introduction to its methodology* (2nd ed. utg.). Thousand Oaks, Calif: Sage.
Kroknes, T.-E., Persson, H., Kavén, A. & Ødegaard, E. (2013). *Matemagisk : Grunnbok 2B* (Bokmål utg.). Oslo: Aschehoug.
Kroknes, T.-E. & Ødegaard, E. (2013). *Matemagisk : Grunnbok 2A* (Bokmål utg.). Oslo: Aschehoug.
Kunnskapsdepartementet. (2016a). *Fag – Fordypning – Forståelse — En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/
Kunnskapsdepartementet. (2016b). *Lærelyst – tidlig innsats og kvalitet i skolen*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-21-20162017/id2544344/
Lepik, M., Grevholm, B. & Viholainen, A. (2017). Using textbooks in the mathematics classroom - the teachers' view. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 287-314). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Long, C. (2005). Maths concepts in teaching: Procedural and conceptual knowledge. *2005,* 7. doi: 10.4102/pythagoras.v0i62.115
Lyngstad, T. (1973). *Modell for diagnostisk begreps-testing*. (Magisteravhandling). Universitetet i Oslo, Oslo.
Mayring, P. (2000). Qualitative Content Analysis. *Forum: Qualitative Social Research, 1*(2).
Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach.(Author abstract). *Educational Studies in Mathematics, 56*(3), 255. doi: 10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56
Miller, M. B. (2003). The Meaning of Mediation: Discussion of Varying Perspectives. *Journal of Cognitive Education and Psychology, 3*(1), 82-89. doi: 10.1891/194589503787383154
Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 International Results in Mathematics.
Murphy, G. L. (2002). *The big book of concepts*. Cambridge, Mass: MIT Press.
NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/
Nyborg, M. (1985). *Læringspsykologi : i oppdragelses- og undervisningslære*. Oslo: Norsk spesialpedagogisk forlag.
Nyborg, M. (1994a). *BU-modellen : en modell for å undervise begreper om klasser av fenomener, knyttet til symboler, og ved symboler og tilsvarende språk-ferdigheter organisert til begreps-systemer*. Asker: INAP-forlag.
Nyborg, M. (1994b). *Pedagogikk : studiet av det å tilrettelegge best mulige betingelser for læring - hos personer som kan ha høyst ulike forutsetninger for å lære* (Pedagogy). Asker: INAP-forlag.
Nyborg, M. & Nyborg, R. (1990). *Tidlig og fremtidsrettet matematikkundervisning*. Haugesund: Norsk spesialpedagogisk forlag.
Ogden, C. K., Malinowski, B. & Crookshank, F. G. (1946). *The meaning of meaning : a study of the influence of language upon thought and of the science of symbolism* (8th ed. utg.). New York: Hartcourt, Brace and Company.
Ostad, S. A. (2015) *Matematikkvansker : en forskningsbasert tilnærming.* Oslo: Fagbokforlaget.
Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33*(5), 158-175. doi: 10.1007/BF02656616

Regjeringen. (2017). *Færre tar realfag på videregående skole*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/aktuelt/farre-tar-realfag-pa-videregaende-skole/id2550767/
Reys, B. J., Reys, R. E. & Chávez, O. (2004). Why Mathematics Textbooks Matter. *Educational Leadership, 61*(5), 61-66.
Rezat, S. & Strässer, R. (2017). Methodologica issues and challanges in research on mathematics textbooks. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 495-514). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Rittle-Johnson, B., Schneider, M. & Star, J. R. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review, 27*(4), 587-597. doi: 10.1007/s10648-015-9302-x
Schoenfeld, A. H. (2016). An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework.
Sciarra, D. T. & Seirup, H. J. (2008). The Multidimensionality of School Engagement and Math Achievement among Racial Groups. *Professional School Counseling, 11*(4), 218-228.
Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *An International Journal, 22*(1), 1-36. doi: 10.1007/BF00302715
Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*.
Skemp, R. R. (2009). *The psychology of learning mathematics* (Expanded American ed. utg.).
Svingen, O. E. L., Egeland, T. & Kavén, A. (2013). *Matemagisk : Grunnbok 1B Lærerveiledning* (Bokmål[utg.]. utg.). Oslo: Aschehoug.
Tucker-Drob, E. M. & Briley, D. A. (2012). Socioeconomic status modifies interest-knowledge associations among adolescents. *Personality and Individual Differences, 53*(1), 9-15. doi: https://doi.org/10.1016/j.paid.2012.02.004
Utdanningsdirektoratet. (2017). Grunnskolekarakterer.
Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book : using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
Veilande, I. (2017). The characteristics of mathematics textbook research: A meta-study of papers from IMCE-10, IMCE-11, and ICME-12. I B. Grevholm (Red.), *Mathematics textbooks, their content, use and influence* (s. 471-494). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.
Vygotsky, L. (1986). *Thought and Language - Revised Edition*.Massachusetts:The MIT Press.
Yang, D.-C. (2017). Study of fractions in elementary mathematics textbooks from Finland and Taiwan. *Educational Studies*, 1-22. doi: 10.1080/03055698.2017.1347493
Yin, R. K. (2012). *Applications of case study research* (3rd ed. utg.). Los Angeles: SAGE.
Aarnes, J. F. (2017). Enhet. I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/enhet

Liste over figurer

Figur 1.3.1: Læreboka og the Tripartite Model (Valverde et al., 2002, s.13) 7
Figur 3.2.1: Suksessive erfaringer (C_n) gjort av en stol (C). (Skemp, 2009) 18
Figur 3.2.2: Vi kan ved hjelp av de definerende egenskapene til begrepet stol (Ch) gjenkjenne nye stoler (C^n). (Skemp, 2009) 18
Figur 3.3.1: Nyborgs fire modeller fremstilt som deler av en helhet i skisseform (Hansen & Koppen, 2015) 28
Figur 4.1.1: Deduktiv versjon av steg-modellen for kvalitativ innholdsanalyse (Mayring, 2000, s. 5). 35
Figur 4.3.1: Oppgaveenheten lengst til venstre er eksempel på kriteria 1 hentet fra Matemagisk 2A s.11. Oppgaveenheten i midten er eksempel på unntak a hentet fra Radius 1A s.16. Oppgaveenheten lengst til høyre er et eksempel på unntak b. hentet fra Matemagisk 2B s.111. 38
Figur 4.3.2: Oppgaveenhetene viser eksempel på kriteria 2 hentet fra Multi 1A s.2 (v.), Matemagisk 2B s.4-5 (m.) og Radius 1B s.6-7 (h.).. 38
Figur 4.3.3: Oppgaveenheten til venstre viser eksempel på kriteria 3 hentet fra Matemagisk 2A s.7. Oppgaveenhetene til høyre er eksempler på oppgaveenheter under unntak a hentet fra Radius 2A s.32 (v.) og Matemagisk 2B s.88 (h.). 39
Figur 4.3.4: Eksempel på oppgaveenheter under kriteria 4. Oppgaveenheten til venstre viser spørsmål i sant/usant-format fra Radius 2B s.109 og oppgaveenheten til høyre viser to oppgaveenheter i Matemagisk 2B s.120. Sistnevnte er også eksempel på at hvis antallet spørsmål overskrider 3, vil spørsmålene regnes som egen oppgaveenhet. 39
Figur 4.3.5: Eksempel på en oppgaveenhet under kriteria 5 hentet fra Matemagisk 1A s.14.. 40
Figur 4.3.6: Et eksempel på at Multi i noen oppgaveenheter tar med modellering i samme oppgaveenheten (v.) og i andre oppgaveenheter deler modellering og oppgaver i to oppgaveenheter (h). Jeg har valgt å gjøre slik som i den første oppgaven i de andre verkene. Hentet fra Multi 2A s. 84 og s.92 40
Figur 4.3.7: Punktmarkering foran oppgavetekst og mer detaljert forklaring nederst på siden ved siden av korresponderende antall prikker. Hentet fra Alseth et al. (2010b, s. 31) 41
Figur 4.3.8: Punktmarkering til samtalebilde/presentasjon av tallet 6 i lærerveiledningen. Hentet fra Alseth, Arnås, Kirkegaard og Røsseland (2010b, s. 64) 41
Figur 4.4.1: Rammeverket som ble brukt for å analysere matematiske lærebøker (Charalambous, Delaney, Hsu & Mesa, 2010, s. 123) 42
Figur 4.4.2: En visualisering av hvordan jeg ser for meg at oppgavene er bygget opp i nivåer etter hva som er intensjonen med oppgavene. 43
Figur 4.4.3: To assosiasjonsenheter med flere eksempler (A2+). Den øverste er hentet fra Multi 1A s. har 6 eksempler (og tallordet) knyttet til tallet 1. Den nederste er hentet fra Matemagisk 1A s. og viser to eksempler på likt antall knyttet til ”er lik”-symbolet. 45
Figur 4.4.4: Assosiasjonsenhet med et eksempel (A1) hentet fra Matemagisk 1A s.44. Kan ikke regnes som fullverdig assosiasjon, siden det bare er et eksempel i denne oppgaveenheten. 45
Figur 4.4.5: En ideell diskriminasjonsenhet for det relative begrepet lengst i Multi 1A s....... 45
Figur 4.4.6: Diskriminasjonsenhet der eleven skal velge ut flere eksempler som går inn under antallet 5. En mer kompleks oppgave enn i figur 4.3.5. Hentet fra Matemagisk 1A s. ... 46
Figur 4.4.7: Generaliseringsenhet hvor eleven skal velge hvem som ikke hører hjemme ut fra mønster. Hentet fra Multi 1A s. 46
Figur 4.4.8: Generaliseringsenhet som spør etter likhet mellom de to formene hentet fra Radius 1A s.114. 47
Figur 4.4.9: Tre eksempler på ferdighetsenheter. I den øverste skal eleven først imitere for så å automatisere ferdigheten å skrive tallet 5 hentet fra Matemagisk 1A s.22. Den nede til

venstre skal eleven automatisere tallrekker (hentet fra Matemagisk 1A s.25) og den nede til høyre skal i førsteomgang lære eleven å par-assosiere antall og tall, for dernest å automatisere telleferdighet (hentet fra Matemagisk 1A s.24). 47
Figur 4.4.10: Eksempel på egenvurderingsenhet hentet fra Radius 2A s.25........................... 49
Figur 4.4.11: Et eksempel på ferdighetsenhet med parassosiasjon, der det parassosieres mellom antall og tall. Hentet fra Radius 2A s. 102. 49
Figur 4.4.12: I oppgaveenheten helt til venstre er det to BLA-er – en diskriminasjon av ”kortere” og en diskriminasjon av ”lengre”. I oppgaveenheten i midten er det en BLA – en diskriminasjon av ”høyest”. I oppgaveenheten til høyre er det åtte BLA - sju diskriminasjoner av forskjellige antall og en assosiasjon med et eksempel av antallet 3 mot plass på tallinje. oppgaveenhetene er hentet fra Radius 1B s.126 og 129 og Matemagisk 2A s.19.. 50
Figur 4.4.13: Øverst til venstre viser en andreordens assosiasjons-BLA for begrepet ”flere” hentet fra Matemagisk 1A s.68... 51
Figur 4.4.14: Diskriminasjonsenheten til venstre trener analytisk koding av flere begreper, siden eleven selv må velge gjeldene egenskap, og gruppen BLA legges i blir da analytisk koding. I oppgaveenheten til høyre brukes flere begreper på en alias-lignende måte, ved at eleven skal finne frem til riktig svar ut fra delegenskaper to ganger (diskriminere). De to BLA-ene blir derfor kategoriser som analytisk koding. Hentet fra Multi 1A s.13 (v.) og Matemagisk 2B s.65 (h.). 52
Figur 5.2.1: Prosentvis fordeling av oppgaveenhetstypene egenvurderingsenheter (E), læreravhengige oppgaveenheter (LA), ferdighetsenheter (F) og begrepsenheter (B) for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 3 i vedlegg F. 60
Figur 5.2.2: Prosentvis fordeling av oppgaveenhetstyper over første og andre trinn for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 1 og 2 i vedlegg F. 61
Figur 5.2.3: Andel av de forskjellige type begrepsenhetene ut fra totalt antall oppgaveenheter. G – generaliseringsenheter, D – diskriminasjonsenheter, A2+ - assosiasjonsenheter med mer enn et eksempel på begrepet og A1 – assosiasjonsenheter med ett eksempel på begrepet. Fremstilt ut fra tabell 4 i vedlegg F. 62
Figur 5.2.4: Prosentvis fordeling av type begrepsenheter for alle verkene. Data hentet fra tabell 2 i vedlegg C, D og E. 62
Figur 5.2.5: Prosentvis fordeling mellom oppgaveenheter med og uten parassosiasjon (P) i alle bøkene for de forskjellige verkene. Data hentet fra tabell 4 i vedlegg F.................. 64
Figur 5.3.1: Gjennomsnittlig antall BLA-er per oppgaveenhet, både i begrepsenheter og ferdighetsenheter. Data hentet fra tabell 3 i vedlegg J. 65
Figur 5.3.2: Fordelingen av BLA-er med fargekoding etter hvilket emne de tilhører. Både førsteordens BLA og andreordens BLA er regnet med. Data hentet fra tabellen i vedlegg K. 66
Figur 5.3.3: Fordeling av generaliseringer over de forskjellige emnene i alle verkene. Både førsteordens generaliseringer (G) og andreordens generaliseringer (UG) er regnet med. Data hentet fra tabell 2 i vedlegg L. 67
Figur 6.2.1: Side 32 (v.) viser tre ferdighetsenheter som innebærer komplekse regneoperasjoner. Side 58 (h.) viser begrepsformidling av det antallet en opp mot tallet 1. 75

Liste over tabeller

Tabell 4.2.1: Bøker brukt i analysen 37
Tabell 4.5.1: Utdrag fra tabeller med rådata. Her fra Multi 2B. Utvidede utdrag fra alle læreverkene er å finne i vedlegg A. For fullstendige tabeller, ta kontakt med forfatter. . 53
Tabell 5.1.1: Oversikt over læreverk inkludert i analysen. 59

10. Vedlegg

10.1. Vedlegg A: Oppdeling og inndeling i begrepslæringsaktiviteter

Regler for kategorisering og opptelling av begrepslæringsaktiviteter

Regel	Begrunnelse
Oppgaver som omhandler plass i rekkefølge regnes som en BLA.	Plass er det overordna fokuset. Siden plassen i forhold til hverandre er essensiell, regnes slike oppgaver som en BLA.
Antall mot tallinje er et unntak fra regelen i raden over og hvert antall regnes som en BLA.	Antall mot riktig tall på tallinja er det overordna fokuset. Hvert enkelt antall assosieres med korresponderende tall og er derfor egne BLA-er.
Begreper som ikke har med matematikk å gjøre regnes bare i begrepssystemer og som en BLA i hver oppgaveenhet	Siden det er matematikk som bør være fokuset i analysen, vil begreper som ikke har med matematikk å gjøre være med å skape et ukorrekt bilde av sammensetningen av begrepstyper i matematikklæreverkene. For eksempel vil oppgaver som har fokus på farge, bare kategoriseres som "farge" og bare kodes som en BLA
Begrepsammeslåinger av relative begreper	Selv om en oppgaveenhet viser flere forskjellige eksempler på antall/tall/størrelser/tid osv. som er flere/lenger, lik eller færre/kortere regnes det likevel bare som en BLA per relative begrep. Det vil si at om eleven i en oppgaveenhet både skal finne 5 ting som er større og 4 ting som er mindre i en oppgaveenhet i en oppgave og 2 ting som er større i en annen oppgave, vil antall BLA-er bare være 2 (større og mindre).
Alle begreper som har med kroner og verdi å gjøre går under antall	Verdi er egentlig ikke det samme som antall, siden verdi bare trenger å *symbolisere* antall. Siden det er antall det symboliserer, har jeg likevel valgt å legge oppgaver som har med verdi å gjøre under antall.
Oppgaver en skal plukke ut helt like går ofte under begrepet helt lik istedenfor det egentlige emnet	Fokus er på å finne noe som er helt likt, ikke nødvendigvis formen, antallet eller mønsteret som oppgaven egentlig er ment å ta for seg.
Gruppering i tiere og enere skal tydelig vise tall eller antall som er delt opp i tiere og enere og	Selv om oppgaver som går på tiere og enere egentlig kunne blitt lagt under antall, er det et så viktig tema i forståelsen av titallssystemet, at det kan være greit å ha tallfestet antall BLA-er som tar for seg dette. Hvis
Der eleven skal diskriminere ut helt like ting fra et bilde og telle opp går ikke under begrepet helt lik.	Selv om tingene på bildet er helt like den figuren de skal telle opp, er ikke fokuset i oppgaven å finne likheter, men heller å lære å telle.
Alle oppgaveenheter som involverer regnestykker regnes ikke som BLA.	Dette fordi fokuset ligger på regneferdighetene. Eneste unntaket her er om det står tier/tiere og ener/enere over et antall. Da er assosiasjonen ganske klart for eleven selv om det er et regnestykke.
Plassbegreper på s. 44-45 i Multi 1A, som bare blir forklart i lærerveil, blir regnet med som BLA-er.	Grunnen til at disse sidene unntas fra de generelle reglene er at sidene i seg selv er gode assosiasjoner, og at de er meningsløse uten begrepene som blir fremstilt i lærerveiledningen. I motsetning til samtalebilder, har disse bildene en tydelig agenda som ikke kan tolkes på andre måter.
Alt som har med måling av tid (årstid/år/måned/dager/timer/halve timer/minutter) går under tidsenhet.	Selv om flere av disse aktivitetene er vidt forskjellige har jeg valgt å samle alle under tidsenheter. Plassen tidsenhetene har i rekkefølge kategoriseres derimot under plass i rekkefølge.

10.2. Vedlegg B: Rådata

Tabell 1.

Matemagisk 1A

Side	Enhets-type	Ant BLA	Andreordens BLA		Begrep	Emne	Begrunnelse	Kommentarer
s. 4-5	LA						Samtalebilde, spørsmål	
s. 6	F P					Antall	Øve telleferdighet	
s.7	F P		1	A1	Antall	Antall	Øve telleferdighet	
s.8	F		1	A1	Relativt antall	Antall	Lager egne grupper som skal være større	
s.8	F		1	A1	Relativt antall	Antall	Lager egne grupper som skal være mindre	
s.9	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Velger ut den gruppen med flest	
s.9	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Velger ut den gruppen med færrest	
s.10	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet 1	
s.10	F					Tall	Øve på å skrive tallet 1	
s.10	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.11	D	1	1	A1	Antall	Antall	Velge ut gruppene med riktig antall	
s.11	F					Antall	For å løse denne oppgaven er det først og fremst telling som kreves	
s.12	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet 2	
s.12	F					Tall	Øve på å skrive tallet 2	
s.12	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.13	D	1	1	A1	Antall	Antall	Velge ut gruppene med riktig antall	
s.13	F					Antall	For å løse denne oppgaven er det først og fremst telling som kreves	
s.14	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet 3	Få eksempler
s.14	F					Tall	Øve på å skrive tallet 3	
s.14	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.15	D	1	1	A1	Antall	Antall	Velge ut gruppene med riktig antall	
s.15	F					Antall	For å løse denne oppgaven er det først og fremst telling som kreves	
s.16	F P		1	A1	Antall	Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager tall	Assosiasjonsfase etterskuddsvis
s.16	F P		1	A1	Antall	Antall	Telleferdighet og parassoiasjon mellom siffer og antall	
s.17	F P		1	A1	Antall	Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.17	F					Tall	Lære å skrive tall	
s.18	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Linke sammen grupper med like mange	
s.18	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Linke sammen grupper med like mange	
s.19	F		1	A1	Relativt antall	Antall	Tegne likt antall - Teller egenproduserte antall	
s.19	F		1	A1	Relativt antall	Antall	Tegne likt antall - Teller egenproduserte antall	
s.20	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet 4	
s.20	F					Tall	Øve på å skrive tallet 4	
s.20	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.21	D	1	1	A1	Antall	Antall	Velge ut gruppene med riktig antall	

s.21	F		1	A1	Antall	Antall	Ringe rundt riktig antall etter telling	Hadde de fått et nytt spørsmål for hva som er likt med hver gruppe, så hadde det vært generalisering
s.22	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet fem	
s.22	F					Tall	Øve på å skrive tallet fem	
s.22	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.23	D	1	1	A1	Antall	Antall	Velge ut gruppene med riktig antall	
s.23	F		1	A1	Antall	Antall	Ringe rundt riktig antall etter telling	
s.24	A2+ P	1	1	A1	Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet 0	
s.24	F					Tall	Øve på å skrive tallet 0	
s.24	F P		1	A1	Antall	Antall	Lære å knytte tall og antall sammen (teller antall - skriver tall)	
s.25	D P	1			Antall	Antall	Knytter null til synonymer	
s.25	F					Tall	Fylle inn tall som mangler, telleferdighet	
s.26	D P	3	1	A1	Antall	Antall	Knytter tall på tallinje med antall	
s.26	F P		4	A1	Antall	Antall	Skriver tall på tallinje med antall. Plassering er allerede satt	
s.27	D P	4	1	A1	Plass i rekkefølge	Plass	Sett strek fra barna i rekkefølgen til riktig tall og tallord	En god læring for plass i rekkefølge som er viktig for å forstå titallssystemet
s.27	D	1			Plass i rekkefølge	Plass	velge ut riktig	
s.27	D	2			Plass i rekkefølge	Plass	velge ut riktig	
s.28	D P	6			Antall	Antall	Knytter tall på tallinje med antall	
s.28	D P	6			Antall	Antall	Knytter tall på tallinje med antall	
s.28	F					Tall	Skriver inn allerede lærte tall på riktig plass på tallinje	
s.29	F					Tall	Skriver inn allerede lærte tall på riktig plass i tallfølge	
s.29	F					Tall	Skriver inn allerede lærte tall på riktig plass i tallfølge	
s.29	F					Plass	Skrive inn tall som kommer før eller etter	
s.30	F P					Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - skriver tall	
s.30	F P					Antall	Diskriminerer ut antall fra en gruppe v fargelegging + knyttet til tall	
s.30	F P					Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.31	F					Antall	Ringe rundt riktig antall etter telling	
s.31	D P	6			Antall	Antall	Knytter tall på tallinje med antall	
s.31	F P		2	A1	Antall	Antall	Skriver tall på tallinje med antall. Plassering er allerede satt	
s.32	F					Antall	Lager egne grupper som skal være mindre	Kalles vurderingsoppgave i lærerveil
s.32	F					Antall	Fargelegge flest gule (telle større antall mindre antall)	
s.32	F					Antall	Fargelegge etter oppskrift	Komplekst regnestykke
s.33	D	1			Plass i rekkefølge	Plass	velge ut riktig etter plass i rekkefølge	Ikke tall, men passer best i denne gruppen
s.33	D P	5			Plass i rekkefølge	Plass	Sett strek fra barna i rekkefølgen til riktig tall og tallord	Forklarer ikke hvorfor han lengst til høyre er først (Pga ryggen til). Burde lære at 1. er til venstre, siden vi leser fra venstre
s.33	D	5			Plass i rekkefølge	Plass	Fargelegge BLAmster i div farger	
s.34	F					Antall	Regnefortelling	Ikke parassosiasjon fordi det ikke er ferdig inndelte grupper

Tabell 2.

Multi 1A

Side	Enhets-type	Ant BLA	Andreordens BLA		Begrep	Emne	Begrunnelse	Kommentarer
s. 2	LA					Antall	Spørsmål, mye telling	
s.3	LA					Antall	Spørsmål, mye sortering	
s.4	D	1	1	A1	Funksjon	Sortering	Sortere etter hva vi bruker tingene til	
s.5	D	1	1	A1	Farge	Sortering	Sortere etter farge, men også ferdighetsoppgave på telling	
s.6	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Streke til riktig antall en-til-en	Ikke alle ting med 4 hjul en ser hjulene på
s.7	D	1			Relativt antall	Antall	Streke til riktig antall en-til-en	
s.7	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Streke til riktig antall en-til-en	
s.8	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Streke til riktig antall en-til-en	
s.9	D	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Streke til riktig antall en-til-en	
s.10	G	1			Funksjon	Funksjon	Finne ut hvilke egenskaper som er essenielle	
s.11	D	1	1	A1	Funksjon	Funksjon	Finne ting som hører sammen	
s.12	D	2	1	A1	Relativ lengde	Størrelse	Streke til riktig relative størrelse	
s.12	D	2			Relativ lengde	Størrelse	Streke til riktig relative størrelse	
s.13	G	1			Analytisk koding	Analytisk koding	Sortere selv etter egenskaper	
s.14	F P					Antall	Hvor mange	
s.15	F P					Antall	Hvor mange	
s.16	D P	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Velge ut størst antall	
s.17	D P	1			Relativt antall	Antall	Velge ut størst antall	
s.18	D P	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Velge ut minst antall	
s.19	D P	1			Relativt antall	Antall	Velge ut minst antall	
s.20	D P	1	1	A1	Relativt antall	Antall	Velge ut likt antall	
s.21	F P					Antall	Teller antall ting, så fokus på differanse	
s.22	F					Antall	Lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.23	F					Antall	Lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.24	F					Antall	Lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.25	D	1	1	A1	Dobbelt	Antall	Diskriminering etter antall	
s.26	F					Antall	Likt antall	
s.27	F					Antall	Likt antall	
s.27	F					Antall	Likt antall, velger antall på ene siden selv	
s.28	F					Antall	Spill (fokus skal egentlig være på antall, men blir bare telling)	Urettferdig, gul vil nesten alltid vinne ;)
s.29	F					Antall	Spill (flytte så mange som står på terningen)	
s.30	LA					Form	Generalisering om læreren stiller spm .slik lærerveil sier	Bra , men burde kommet til slutt
s.31	D	4	1	A1	Form	Form	Streke til riktig form	
s.32	D	3			Form	Form	Telle former ut fra type	
s.33	D	4			Form	Form	Fargelegge former ut fra type, forutsetter en generalisering av trekantet form	
s.34	D	5	1	A1	Form	Form	Streke til riktig form	
s.35	G	6			Form	Form	Hvem skal ut? Likhetsoppdagelse	
s.36	LA					Mønster	Generalisering om læreren stiller spm slik lærerveil sier	Bra, men burde kommet til slutt

s.37	A2+	1			Mønster	Mønster	Fortelle om mønster	
s.37	F					Mønster	Fortsett mønster	
s.38	F					Mønster	Fortsett mønster	
s.39	F					Mønster	Lag mønster	
s.40	F					Mønster	Lag mønster	
s.41	F					Mønster	Fortsett mønster	
s.42	G	1			Mønster	Mønster	Hvem skal ut? Likhetsoppdagelse	
s.43	D	1	1	A1	Mønster	Mønster	Fokus på hvem som har likt mønster	
s.44-45	A2+	8			Plass	Plass	Samtalebilde forklarer plass i forhold til	
s.46	LA					Antall	Samtalebilde "hvor mange"	
s.47	F P					Antall	Spill med fokus på antall	
s.48	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet en	
s.49	F					Tall	Øve på å skrive tallet 1	
s.49	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet en, men parassoiasjon mot tallet	
s.49	F					Tall	Øve på å skrive tallet 1	
s.50	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet to	
s.51	F					Tall	Øve på å skrive tallet 2	
s.51	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet to, men parassoiasjon mot tallet	
s.51	F					Tall	Øve på å skrive tallet 2	
s.52	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet tre	
s.53	F					Tall	Øve på å skrive tallet 3	
s.53	D P	1	1	A1	Antall	Antall	Tegne strek til de det er en av - diskriminere antallet tre, men parassoiasjon mot tallet	
s.53	F					Tall	Øve på å skrive tallet 3	
s.54	F P		3	A1	Antall	Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.55	D P	3	1	A1	Antall	Antall	Knytter tall på tallinje med antall	
s.56	F P					Tall	Øve på tallforming, med et eksempel på antall (parassosiasjon)	
s.57	F P					Antall	Hvor mange, skrive tall	
s.58	LA					Antall	Samtalebilde "hvor mange"	
s.59	F P					Antall	Hvor mange, skrive tall	
s.60	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet fire	
s.61	F					Tall	Øve på å skrive tallet 4	

Tabell 3.

Radius 1A

Side	Enhets-type	Ant BLA	Andreordens BLA	Begrep	Emne	Begrunnelse	Kommentarer

s.6-7	A2+ P	1	5	A1	Antall	Antall	Samtalebilde med flere assosiasjoner til antallet 5 og en til hver av tallene fra 1-6	
s.8	D	1			Funksjon	Sortere	Sorterer	
s.8	D	1			Mat	Sortere	Sortere etter type mat	
s.9	D	1			Funksjon	Sortere	Sorterer leiker og skoleting	
s.10	D	1			Farge	Sortere	Etter likhet i farge	
s.10	D	1			Analytisk koding	Sortere	Sett strek mellom par vha likheter (farge + mønster + form)	
s.11	D	1			Analytisk koding	Sortere	Sett strek mellom par vha likheter (farge + mønster + form)	
s.11	D	1			Farge	Sortere	Etter likhet i farge	
s.12	D	1			Analytisk koding	Sortere	Etter likhet i farge + mønster	
s.13	D	1			Analytisk koding	Sortere	Etter likhet i farge og form	Mangler instruksjon i elevbok
s.13	D	1			Funksjon	Sortere	Ting som hører sammen (uten at det nødvendigvis er logisk) - etter samtidig bruk	Mangler instruksjon i elevbok
s.14	F					Antall	Telle om det er nok is til alle	
s.14	F					Antall	Telle inn i gruppe	
s.15	F P					Antall	Telleferdighet	
s.15	F					Antall	Telle perler	
s.16	F		1	A1	Antall	Antall	Ringe rundt riktig antall etter telling	Har ikke lært om det enda...
s.17	F P					Antall	Hvor mange, skrive tellestreker eller tall	
s.18	A1 P	3			Relativt antall	Antall	Assosiasjon til større, mindre eller likt antall,Bare ett eksempel på hver	
s.18	D	1			Relativt antall	Antall	Velg ut største gruppen	
s.18	D	1			Relativt antall	Antall	Velg ut største gruppen	
s.19	D	1			Relativt antall	Antall	Velg ut minste gruppen	
s.19	D	2			Relativt antall	Antall	Antall større eller mindre	
s.20	D	1			Relativt antall	Antall	Likt antall	
s.20	F					Antall	Lager egne grupper som skal være større	
s.20	F					Antall	Lager egne grupper som skal være mindre	
s.21	D	1			Relativt antall	Antall	Stort antall	
s.21	D	1			Relativt antall	Antall	Lite antall	
s.22	F					Antall	Diverse tema spørsmål	
s.23	D	3			Relativt tall	Antall	Sant/usant (flere/færre/like mange)	
s.23	E					Egenvurdering		
s.24-25	A1 P	10			Antall	Antall	Samtalebilde med et eksempel på antall til tallene 1-10	Kommer før antallsbegreper
s.26	F		2	A1	Relativt antall	Antall	Hvor mange	
s.26	F		2	D	Relativt antall	Antall	Hvor mange	
s.27	F					Antall	Hvor mange	
s.27	D P	2			Relativt tall	Tall	Størst og minst verdi, egentlig antall opp mot symbol	
s.28	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet tre	
s.28	D P	4			Antall	Antall	Likt antall	
s.29	F P		1	A1	Antall	Antall	Hvor mange	
s.30	F		1	A1	Relativt antall	Antall	Hvor mange	

s.30	F P					Antall	Hvor mange, skrive tellestreker eller tall	
s.31	F P					Antall	Hvor mange, skrive tellestreker eller tall	
s.32	F					Antall	Legge sammen	
s.32	F					Antall	Regnestykker med antall på tallvennerform	
s.32	F					Antall	Regnestykker med antall på tallvennerform	
s.33	D P	5	1	A1	Antall	Antall	Trekke strek til riktig tall	
s.34	F					Antall	Regnestykker med antall på tallvennerform	
s.34	F					Antall	Regnestykker med antall på tallvennerform	
s.58	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet en	Blander begrepene tall og antall
s.58	D	1			Antall	Antall	Finn noe det er en av i klasserommet	
s.58	F					Tall	Øve på å skrive tallet 1	
s.58	F P					Antall	Hvor mange, skrive tellestreker eller tall	
s.59	D P	5			Antall	Verdi	Streke til riktig antall	
s.59	F					Antall	Hvor mange is kan de kjøpe med 5 kroner	
s.60	F					Tall	Øve på å skrive tallet 1	
s.60	D	2			Plass i rekkefølge	Plass	Fargelegge den første perlen...lærer skal vise at det skal fargelegges fra venstre	
s.60	F P					Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.60	D					Antall	Ringe rundt mengder med en	
s.61	F P		2	A1	Antall	Antall	Fargelegge riktig antall ruter	
s.61	F					Antall	Krysse av riktig antall ruter	
s.61	F					Antall	Selv lage øyne på terning, fargelegge riktig antall øyne	
s.62	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet to	Blander begrepene tall og antall
s.62	D	1			Antall	Antall	Hva har kroppen din to av	
s.62	F					Tall	Øve på å skrive tallet 2	
s.62	D	1			Antall	Antall	Kryss over antallet to	
s.63	F P					Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager tall	
s.63	F					Antall	Regneoperasjon.	
s.64	F					Tall	Øve på å skrive tallet 2	
s.64	D	2			Plass i rekkefølge	Plass	Fargelegge de to første perlene (diskriminasjon av plass og antall)	
s.64	F P					Antall	Lære å knytte tall og antall sammen - lager antall (teller egenproduserte antall)	
s.64	D	1			Antall	Antall	Ringe rundt mengder med to	
s.65	D P	6			Antall	Antall	Trekk strek mellom riktig antall og tall	
s.66	A2+ P	1			Antall	Antall	Parassoiasjon, flere eksempler på antallet tre	
s.66	F					Antall	Hvor mange hjørner har en trekant?	

10.3. Vedlegg C: Matemagisk

Tabell 1.

Fordeling av oppgaveenheter i de forskjellige bøkene

	1A				1B				2A				2B				Totalt			
	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%
A1	3	0	3	1,6	1	3	4	2,2	1	8	9	3,4	0	6	6	2,2	5	17	22	2,4
A2+	1	12	13	7,0	0	2	2	1,1	1	3	4	1,5	0	4	4	1,5	2	21	23	2,5
D	30	23	53	28,3	37	7	44	24,0	33	10	43	16,2	43	8	51	19,1	143	48	191	21,2
G	1	0	1	0,5	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	2	0	2	0,7	3	0	3	0,3
F	87	26	113	60,4	72	56	128	69,9	132	73	205	77,1	137	62	199	74,5	428	217	645	71,4
LA	4	0	4	2,1	5	0	5	2,7	5	0	5	1,9	5	0	5	1,9	19	0	19	2,1
E	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0
Sum	126	61	187	100	115	68	183	100	172	94	266	100	187	80	267	100	600	303	903	100

Tabell 2.

Fordeling mellom totalt antall begrepsenheter

	Uten P	Med P	Sum	%
A1	5	17	22	9,2
A2+	2	21	23	9,6
D	143	48	191	79,9
G	3	0	3	1,3
Sum	153	86	239	100

10.4. Vedlegg D: Multi

Tabell 1.

Fordeling av oppgaveenheter i de forskjellige bøkene

	1A				1B				2A				2B				Totalt			
	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%
A1	0	0	0	0,0	0	1	1	1,0	0	6	6	2,7	1	6	7	3,7	1	13	14	2,3
A2+	2	6	8	8,9	0	4	4	4,1	0	4	4	1,8	0	0	0	0,0	2	14	16	2,7
D	22	8	30	33,3	12	7	19	19,4	19	15	34	15,1	17	14	31	16,5	70	44	114	19,0
G	4	0	4	4,4	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	4	0	4	0,7
F	32	10	42	46,7	39	29	68	69,4	79	93	172	76,4	81	61	142	75,5	231	193	424	70,5
LA	6	0	6	6,7	6	0	6	6,1	9	0	9	4,0	8	0	8	4,3	29	0	29	4,8
E	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0
Sum	66	24	90	100	57	41	98	100	107	118	225	100	107	81	188	100	337	264	601	100

Tabell 2.

Fordeling mellom totalt antall begrepsenheter

	Uten P	Med P	Sum	%
A1	1	13	14	9,5
A2+	2	14	16	10,8
D	70	44	114	77,0
G	4	0	4	2,7
Sum	77	71	148	100

10.5. Vedlegg E: Radius

Tabell 1.

Fordeling av oppgaveenheter i de forskjellige bøkene

	1A				1B				2A				2B				Totalt			
	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%	U P	M P	Sum	%
A1	0	5	5	1,8	0	1	1	0,4	0	1	1	0,4	1	0	1	0,4	1	7	8	0,8
A2+	4	13	17	6,3	0	0	0	0,0	0	0	0	0,0	0	1	1	0,4	4	14	18	1,7
D	48	17	65	23,9	26	2	28	11,2	15	6	21	8,0	29	6	35	13,7	118	31	149	14,3
G	1	0	1	0,4	0	0	0	0,0	1	0	1	0,4	2	0	2	0,8	4	0	4	0,4
F	115	57	172	63,2	132	78	210	83,7	182	47	229	87,1	153	50	203	79,3	582	232	814	78,1
LA	5	0	5	1,8	6	0	6	2,4	5	0	5	1,9	7	0	7	2,7	23	0	23	2,2
E	7	0	7	2,6	6	0	6	2,4	6	0	6	2,3	7	0	7	2,7	26	0	26	2,5
Sum	180	92	272	100	170	81	251	100	209	54	263	100	199	57	256	100	758	284	1042	100

Tabell 2.

Fordeling mellom totalt antall begrepsenheter

	Uten P	Med P	Sum	%
A1	1	7	8	4,5
A2+	4	14	18	10,1
D	118	31	149	83,2
G	4	0	4	2,2
Sum	127	52	179	100

10.6. Vedlegg F: Oppgaveenhetsfordeling

Tabell 1.

Fordeling av oppgaveenhetstyper for første trinn

	Matemagisk		**Multi**		**Radius**	
	Enheter	%	Enheter	%	Enheter	%
B	120	32,4	66	35,1	117	22,4
F	241	65,1	110	58,5	382	73,0
LA	9	2,4	12	6,4	11	2,1
E	0	0,0	0	0,0	13	2,5
Sum	*370*	*100*	*188*	*100*	*523*	*100*

Tabell 2.

Fordeling av oppgaveenhetstyper for andre trinn

	Matemagisk		**Multi**		**Radius**	
	Enheter	%	Enheter	%	Enheter	%
B	119	22,3	82	20,0	62	11,9
F	404	75,8	314	76,4	432	83,2
LA	10	1,9	15	3,6	12	2,3
E	0	0,0	0	0,0	13	2,5
Sum	533	100	411	100	519	100

Tabell 3.

Prosentvis fordeling av begrepsenhetstyper ut fra totalt antall oppgaveenheter

	B	F	LA	E
Matemagisk	26,5 %	71,4 %	2,1 %	0,0 %
Multi	24,6 %	70,5 %	4,8 %	0,0 %
Radius	17,2 %	78,1 %	2,2 %	2,5 %
Gjennomsnitt	*22,8 %*	*73,4 %*	*3,0 %*	*0,8 %*

Tabell 4.

Prosentvis fordeling av begrepsenheter i de tre læreverkene

	Matemagisk	Multi	Radius	Snitt
A1	2,4 %	2,3 %	0,8 %	1,8 %
A2+	2,5 %	2,7 %	1,7 %	2,3 %
D	21,2 %	19,0 %	14,3 %	18,2 %
G	0,3 %	0,7 %	0,4 %	0,5 %

Tabell 5.

Prosentvis andel oppgaveenheter med og uten par-assosiasjon

	Matemagisk	Multi	Radius
Uten P	66,4 %	56,1 %	72,7 %
Med P	33,6 %	43,9 %	27,3 %

10.7. Vedlegg G: Begrepslæringsaktiviteter

Fordelinger av BLA-er

	Matemagisk 1A									Matemagisk 1B								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	0	12	49	0	42	0	0	0	103	10	0	13	0	5	0	0	0	28
Relativt antall	0	0	9	0	12	0	0	0	21	0	1	6	0	0	0	2	0	9
Dobbelt	1	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	2	0	0	0	2
Halvparten	1	0	0	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiere og enere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
Relativt tall	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	3
Differanse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	1	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	2
Antall og tall	2	13	58	0	56	0	0	0	129	12	1	23	0	8	0	2	0	46
Plass i rekkefølge	0	0	29	0	2	0	0	0	31	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Plass	0	0	9	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Plass	0	0	38	0	2	0	0	0	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form	0	0	21	2	0	0	0	0	23	0	3	36	0	2	0	0	0	41
Mønster	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	5	0	0	0	9
Form, mønster og symmetri	0	0	22	2	0	0	0	0	24	0	3	40	0	7	0	0	0	50
Helt lik	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Farge	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	11
Mat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	4	0	0	0	0	0	4	1	0	12	0	0	0	0	0	13
Tidsenhet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	11
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klokkeslett	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	0	0	11
Relativ størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	8
Relativ lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	0	0	0	0	0	13
Lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Måleverktøy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativt areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	4
Areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	0	0	0	0	0	25
Analytisk koding	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

SUM	2	13	122	2	58	0	0	0	197	13	4	111	0	15	0	2	0	145

	Matemagisk 2A									**Matemagisk 2B**								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	0	0	26	0	7	1	0	0	34	1	1	0	0	4	0	0	0	6
Relativt antall	0	0	5	0	3	0	0	0	8	0	0	2	0	0	0	8	0	10
Dobbelt	2	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Halvparten	3	0	0	0	2	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	17	2	2	0	0	0	23
Tiere og enere	2	0	3	0	15	0	0	0	20	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Relativt tall	1	0	9	0	1	0	0	0	11	0	1	1	0	0	0	0	0	2
Differanse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Antall og tall	8	0	43	0	29	1	0	0	81	3	2	20	2	7	0	8	0	42
Plass i rekkefølge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	24	0	0	0	0	0	34
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	15	0	0	0	0	0	15	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	24	0	0	0	0	0	34
Form	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	37	3	3	0	0	0	47
Mønster	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	5	0	0	0	0	0	8
Form, mønster og symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	2	42	3	4	0	0	0	56
Helt lik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Farge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Tidsenhet	0	2	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klokkeslett	0	0	20	0	3	0	0	0	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ tid	0	0	7	0	0	0	0	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	3	28	0	3	0	0	0	34	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ lengde	0	0	5	0	1	0	0	0	6	0	0	3	0	0	0	0	0	3
Lengde	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Måleverktøy	0	1	1	0	0	0	0	0	2	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Relativt areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	4
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	1	1	6	0	1	0	0	0	9	0	0	8	0	1	0	0	0	9
Analytisk koding	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	10
SUM	9	4	77	0	33	1	0	0	124	18	4	105	5	12	0	8	0	152

	Multi 1A									Multi 1B								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	0	6	14	0	8	0	0	0	28	10	4	16	0	12	0	9	0	51
Relativt antall	0	0	10	0	7	0	0	0	17	0	0	1	0	1	0	0	0	2
Dobbelt	0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Halvparten	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiere og enere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2
Relativt tall	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Differanse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Antall og tall	0	6	25	0	16	0	0	0	47	10	4	17	0	15	0	9	0	55
Plass i rekkefølge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Plass	0	8	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	0	0	0	0	3
Plass	0	8	0	0	0	0	0	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form	0	0	16	6	2	0	0	0	24	0	0	14	0	0	0	0	0	14
Mønster	0	1	1	1	1	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form, mønster og symmetri	0	1	17	7	3	0	0	0	28	0	0	14	0	0	0	0	0	14
Helt lik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	2	1	2	0	0	0	5	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Farge	0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	3	1	3	0	0	0	7	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Tidsenhet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klokkeslett	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	2
Relativ størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ lengde	0	0	4	0	1	0	0	0	5	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Måleverktøy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativt areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	4	0	1	0	0	0	5	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Analytisk koding	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUM	0	15	49	9	23	0	0	0	96	10	4	36	0	16	0	9	0	75

	Multi 2A									Multi 2B								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	7	11	62	0	8	0	0	0	88	1	0	22	0	19	0	0	0	42
Relativt antall	0	0	2	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Dobbelt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	2	0	0	0	5
Halvparten	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	4
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0	5	0	0	0	15
Tiere og enere	1	0	0	0	20	0	0	0	21	1	0	0	0	0	0	0	0	1
Relativt tall	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Differanse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Antall og tall	8	11	66	0	29	0	0	0	114	6	0	32	0	29	0	0	0	67
Plass i rekkefølge	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	11	0	0	0	0	0	11	0	0	3	0	0	0	0	0	3
Plass	0	0	0	0	3	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	55	0	0	0	0	0	59
Mønster	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	3	0	0	0	6
Form, mønster og symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	58	0	3	0	0	0	65
Helt lik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Farge	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tidsenhet	12	0	12	0	0	0	0	0	24	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klokkeslett	11	0	8	0	4	0	0	0	23	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ tid	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	23	0	23	0	4	0	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ lengde	0	0	2	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Lengde	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Måleverktøy	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativt areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	7	0	1	0	0	0	8	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Analytisk koding	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
SUM	31	11	98	0	37	0	0	0	177	10	0	93	0	32	0	0	0	135

	Radius 1A									Radius 1B								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	32	12	100	0	16	0	0	0	160	10	0	6	0	7	0	0	0	23
Relativt antall	3	0	17	0	3	0	2	0	25	0	0	3	0	1	0	0	0	4
Dobbelt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Halvparten	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tiere og enere	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5
Relativt tall	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	9	0	0	0	0	0	9
Differanse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	2	0	2	0	1	0	5
Antall og tall	35	12	122	0	20	0	2	0	191	10	0	20	0	15	0	1	0	46
Plass i rekkefølge	0	0	10	0	0	0	0	0	10	0	0	3	0	3	0	0	0	6
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	8	0	0	0	0	0	8	0	0	7	0	1	0	0	0	8
Plass	0	0	10	0	0	0	0	0	10	0	0	3	0	3	0	0	0	6
Form	0	6	24	1	1	0	0	1	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mønster	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Symmetri	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form, mønster og symmetri	0	6	24	1	1	0	0	1	33	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Helt lik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Farge	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mat	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	6	0	0	0	0	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tidsenhet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Klokkeslett	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	2	0	0	0	11
Relativ tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	2	0	0	0	13
Relativ størrelse	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	17	0	0	0	0	0	17
Lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2
Måleverktøy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativt areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areal	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	3	0	0	0	0	0	3	0	0	17	0	2	0	0	0	19
Analytisk koding	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUM	35	18	170	1	21	0	2	1	248	10	0	51	0	22	0	1	0	84

	Radius 2A									Radius 2B								
	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum	A1	A2+	D	G	UA1	UA2+	UD	UG	Sum
Antall	0	0	10	0	4	0	0	0	14	0	1	2	0	6	0	0	0	9
Relativt antall	0	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	10	0	1	0	12	0	23
Dobbelt	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Halvparten	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	1
Par/odde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	4	10	0	0	0	25
Tiere og enere	0	0	0	0	2	0	0	0	2	0	0	2	0	1	0	0	0	3
Relativt tall	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1
Differanse	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Regnesymbol	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2
Antall og tall	0	0	15	0	11	0	0	0	26	0	1	28	4	19	0	12	0	64
Plass i rekkefølge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	1	0	5
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tallenes plass i rekkefølge	0	0	8	0	2	0	0	0	10	0	0	12	0	0	0	0	0	12
Plass	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	0	1	0	1	0	5
Form	5	0	29	0	3	0	0	0	37	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mønster	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Symmetri	0	0	1	0	3	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Form, mønster og symmetri	5	0	30	0	6	0	0	0	41	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Helt lik	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Funksjon	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Farge	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tabell	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ vekt	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mat	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tidsenhet	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0	0	12
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	4
Klokkeslett	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	13	0	1	0	0	0	14
Relativ tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Tid	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	0	17	0	1	0	0	0	30
Relativ størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativ lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0	0	2	0	13
Lengde	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	0	2
Måleverktøy	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Relativt areal	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Areal	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	1	0	1	0	0	0	2	0	0	11	0	2	0	2	0	15
Analytisk koding	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SUM	5	0	46	0	18	0	0	0	69	12	1	59	4	23	0	15	0	114

10.8. Vedlegg H: Fordeling av BLA-er innenfor emner

Tabell 1.
Matemagisk

	A1	A2+	D	G	SUM	%	UA1	UA2+	UD	UG	TOTAL	%
Antall og tall	25	16	144	2	187	38,2 %	100	1	10	0	298	48,2 %
Plass	10	0	62	0	72	14,7 %	2	0	0	0	74	12,0 %
Form, mønster og symmetri	5	5	104	5	119	24,3 %	11	0	0	0	130	21,0 %
Tid	0	3	39	0	42	8,6 %	3	0	0	0	45	7,3 %
Størrelser	1	1	39	0	41	8,4 %	2	0	0	0	43	7,0 %
Andre	1	0	17	0	18	3,7 %	0	0	0	0	18	2,9 %
Analytisk koding	0	0	10	0	10	2,0 %	0	0	0	0	10	1,6 %
Sum	42	25	415	7	489	100,0 %	118	1	10	0	618	100,0 %
%	8,6 %	5,1 %	84,9 %	1,4 %								

Tabell 2.
Multi

	A1	A2+	D	G	SUM	%	UA1	UA2+	UD	UG	TOTAL	%
Antall og tall	24	21	140	0	185	50,5 %	89	0	9	0	283	58,6 %
Plass	0	8	0	0	8	2,2 %	3	0	0	0	11	2,3 %
Form, mønster og symmetri	4	1	89	7	101	27,6 %	6	0	0	0	107	22,2 %
Tid	23	0	24	0	47	12,8 %	5	0	0	0	52	10,8 %
Størrelser	0	0	15	0	15	4,1 %	2	0	0	0	17	3,5 %
Andre	0	0	7	1	8	2,2 %	3	0	0	0	11	2,3 %
Analytisk koding	0	0	1	1	2	0,5 %	0	0	0	0	2	0,4 %
Sum	51	30	276	9	366	100,0 %	108	0	9	0	483	100,0 %
%	13,9 %	8,2 %	75,4 %	2,5 %	100,0 %							

Tabell 3.
Radius

	A1	A2+	D	G	SUM	%	UA1	UA2+	UD	UG	TOTAL	%
Antall og tall	45	13	185	4	247	60,0 %	65	0	15	0	327	63,5 %
Plass	0	0	16	0	16	3,9 %	4	0	1	0	21	4,1 %
Form, mønster og symmetri	5	6	54	1	66	16,0 %	7	0	0	1	74	14,4 %
Tid	12	0	28	0	40	9,7 %	3	0	0	0	43	8,3 %
Størrelser	0	0	32	0	32	7,8 %	5	0	2	0	39	7,6 %
Andre	0	0	6	0	6	1,5 %	0	0	0	0	6	1,2 %
Analytisk koding	0	0	5	0	5	1,2 %	0	0	0	0	5	1,0 %
Sum	62	19	326	5	412	100,0 %	84	0	18	1	515	100,0 %
%	15,0 %	4,6 %	79,1 %	1,2 %	100,0 %							

10.9. Vedlegg J: BLA-er opp mot oppgaveenheter

Tabell 1.

Ferdighetsenheter med BLA

	1A	1B	2A	2B	SUM	%
Matemagisk	30	14	20	16	80	12,4
Multi	1	11	15	16	43	10,1
Radius	12	15	17	20	64	7,9

Tabell 2.

Enheter med BLA

Læreverk	B	F	SUM	% av total
Matemagisk	239	79	318	35,2
Multi	148	43	191	31,8
Radius	179	64	243	23,3

Tabell 3.

BLA-er per oppgaveenhet

	Matemagisk	Multi	Radius
Begrepsenhet	2,0	2,5	2,3
Ferdighetsenhet	1,6	2,7	1,6
Gjennomsnitt	1,9	2,5	2,1

10.10. Vedlegg K: Fordeling av BLA-er og generaliseringsaktiviteter over emnegrupper

Prosentvis andel av forskjellige BLA-er innenfor de forskjellige emnene

	Matemagisk				Multi				Radius			
	A1	A2+	D	G	A1	A2+	D	G	A1	A2+	D	G
Antall og tall	20 %	3 %	25 %	0 %	23 %	4 %	31 %	0 %	21 %	3 %	39 %	1 %
Plass	2 %	0 %	10 %	0 %	1 %	2 %	0 %	0 %	1 %	0 %	3 %	0 %
Form, mønster og symmetri	3 %	1 %	17 %	1 %	2 %	0 %	18 %	1 %	2 %	1 %	10 %	0 %
Tid	0 %	0 %	6 %	0 %	6 %	0 %	5 %	0 %	3 %	0 %	5 %	0 %
Størrelser	0 %	0 %	6 %	0 %	0 %	0 %	3 %	0 %	1 %	0 %	7 %	0 %
Andre	0 %	0 %	3 %	0 %	1 %	0 %	1 %	0 %	0 %	0 %	1 %	0 %
Analytisk koding	0 %	0 %	2 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	1 %	0 %
%	*26 %*	*4 %*	*69 %*	*1 %*	*33 %*	*6 %*	*59 %*	*2 %*	*28 %*	*4 %*	*67 %*	*1 %*

Tabell 1.

Antall generaliseringer opp mot emne

	Matemagisk		Multi		Radius	
	G	UG	G	UG	G	UG
Antall og tall	2	0	0	0	4	0
Plass	0	0	0	0	0	0
Form, mønster og symmetri	5	0	7	0	1	1
Tid	0	0	0	0	0	0
Størrelser	0	0	0	0	0	0
Andre	0	0	1	0	0	0
Analytisk koding	0	0	1	0	0	0

Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Noregs miljø- og biovitskapelege universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway