



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Masteroppgave 2017 30 stp  
Fakultet for Realfag og Teknologi

## **Problemløsning i lineær regresjon – Hva karakteriserer studenters problemløsningsprosesser og hvordan uttrykkes forståelse?**

Problem Solving in Linear Regression – What characterizes undergraduate students' problem solving processes and how is understanding expressed?

Runa Risnes Haglund  
Lektorutdanning i Realfag



Ingen har varda den vegen

du skal gå  
ut i det ukjende,  
ut i det blå.

Dette er din veg.

Berre du  
skal gå han. Og det er  
uråd å snu.

Og ikkje vardar du vegen,  
du hell.

Og vinden stryk ut ditt far  
i aude fjell.

- Olav H. Hauge



## Forord

Denne oppgaven markerer slutten på en 5 år lang studietid ved NMBU. Og for en studietid. Ås, hvem hadde jeg vært var det ikke for deg? Disse årene har vært helt fantastiske. Jeg har fått oppleve en studietid som i tillegg til studier har vært full av korsang, sene kvelder, og vanvittig mange fine mennesker. Ikke minst har jeg fått lov til å være leder for et helt studentsamfunn. Jeg er overveldet, og sykt takknemlig. Aldri i mine villeste fantasier hadde jeg trodd jeg skulle få oppleve alt dette.

Det siste halvåret har vært intenst. Heldigvis er det i motbakke det går oppover, og etter et år med jobbing mot å levere denne masteroppgaven er det godt å endelig kunne ta fatt på sjarmøretappen – å si takk til alle som har bidratt for å få oppgaven i mål.

Først og fremst vil jeg si takk til Margrethe, for at du har vært en veldig god faglig veileder og en støtte gjennom dette arbeidet. Tusen takk for at du er så god til å se hva som skal til. Dette hadde gått betraktelig mye verre uten deg. Så vil jeg gjerne rette en stor takk til studentene som har deltatt i denne studien, og til foreleser i statistikk, Solve Sæbø. Uten deres bidrag hadde det ikke blitt noen oppgave i det hele tatt.

Gudbrand, jeg vet ikke om det er nok å si takk. Men jeg prøver. Takk for at du har tatt oppvasken hele dette semesteret, for at du har bidratt til SK2017 ved å korte ned dørstokkmila mellom hjemme og GG-hallen, og for at du har sittet med døra på gløtt på andre siden av veggen når det har vært behov for en klem eller ti. Det har vært innmari fint å bo i kollektiv med deg dette året. Så kan jeg ikke la være å sende en stor takk til Marte, min ‘partner in crime’ i arbeidet med denne masteren, og egentlig ellers i livet. Du er sjukt bra. En som også må nevnes er Kristian. Du har lagt beslag på store deler av tiden og tankevirksomheten som kunne vært brukt på masteroppgaven dette semesteret. Heldigvis. Det er fint å ha et mykt fang å ligge i når Ås-bobla og master-bobla blir en litt vel intens kombinasjon, eller når som helst ellers. Til slutt, takk mamma og pappa, for at dere aldri har vært lenger enn en telefon unna.

Ås, mai 2017

Runa R. Haglund



## Sammendrag

Evne til kritisk tenkning og problemløsning er viktige ferdigheter i dagens samfunn, og ikke minst i det samfunnet vi skal gå i møte. Et samfunn i endring krever mennesker som har evner til å tilpasse seg, og som en del av det, kunne tilpasse kunnskapene sine til nye situasjoner. De menneskene som skal delta i morgendagens samfunn, eller til og med være med å endre det, sitter på skolebenken i dag. De er elever i grunnskole og videregående skoler, eller studenter i høyere utdanning.

Et fag som kan bidra til å utvikle evnen til kritisk tenkning, er statistikk. Alle elever i den norske skolen lærer noe statistikk i matematikkundervisningen, og i høyere utdanning møter mange studenter statistikkfaget på en eller annen måte. Statistikk er også et nyttig fag å kunne noe om i livet generelt. Statistikk er i alt rundt oss, og vi eksponeres for statistisk informasjon nesten til enhver tid. Selv om statistiske størrelser er så mye tilstede, både i utdanning og i livet, viser forskning at mange studenter i høyere utdanning strever med forståelsen for statistikkfaget. Læring for forståelse er viktig fordi det bidrar til å se sammenhenger mellom kunnskaper, og kunne bruke dem på nye måter. En læringstilnærming som kan bidra til forståelse for statistikk er problemløsning. Ved å bruke problemløsning som læringstilnærming kan ny kunnskap bygges på tidligere kunnskap, dermed kan læringen både bidra til bedre forståelse og bedre evne til å løse nye og ukjente problemer.

Denne kvalitative studien har undersøkt hvordan fem studenter som tar grunnkurs i statistikk i høyere utdanning løser problemer innenfor lineær regresjon, og hvordan deres forståelse for dette kommer til uttrykk gjennom problemløsningen. Selv om funnene i denne studien ikke kan generaliseres, kan den brukes til å gi noen indikasjoner både på hvilke kunnskaper studentene som tar grunnkurs i statistikk har om lineær regresjon, og hvordan de løser problemer.

Studentene i denne studien viser at de har problemløsende ferdigheter, men at de statistiske kunnskapene innenfor lineær regresjon er varierende. Selv om studentene løser problemer i henhold til teori om god problemløsning, tyder resultatene i denne studien på at dette har lite sammenheng med deres forståelse lineær regresjon. Dersom studentene hadde blitt introdusert for strategier for problemløsning kunne det kanskje gjort det lettere for dem å anvende kunnskapen sin, og på den måten også fått bedre forståelse for lineær regresjon.

## **Abstract**

Critical thinking and problem solving skills are important in today's society, and will likely be more important in the society of tomorrow. A society in change requires citizens with the ability to adapt their knowledge to new situations. The citizens of tomorrow's society are presently attending school. They are students in primary and secondary schools, or attending higher education.

A subject that can contribute to students developing critical thinking skills is statistics. All Norwegian children are taught some statistics in mathematics classes in school, and many students in higher education use statistics in one way or another. Statistical data is all around us, and we are exposed to statistical information almost at all times. Although statistical information is as pervasive as it is, research shows that many students in higher education are having trouble understanding statistics. A focus on learning for achieving a deeper understanding of subjects is important because it focuses on the relationships between pieces of knowledge, and on how to use knowledge in new ways. A learning approach that can contribute to students understanding statistics is problem solving. By using problem solving as a learning approach, new knowledge is built upon prior knowledge, a process that can contribute to better understanding and improved ability to solve new and unknown problems.

This qualitative study has examined how five students attending introductory courses in higher education statistics solve problems in linear regression, and how their understanding is expressed through problem solving. Although the findings in this study cannot be generalized, they may give some indications both of the students knowledge of linear regression, and how they solve problems.

The students in this study show that they have problem solving skills, but that their knowledge of linear regression varies. Although the students solve problems according to the theory of good problem solving, the results in this study suggest that this is not related to their understanding of linear regression. If the students had been introduced to problem solving strategies, it could perhaps make it easier for them to apply their knowledge, thus achieving a better understanding of linear regression.



# Innholdsfortegnelse

<b>1. Innledning.....</b>	<b>1</b>
1.1 Bakgrunn og motivasjon .....	2
1.2 Problemstilling .....	3
<b>2. Teori .....</b>	<b>7</b>
2.1 Statistisk kompetanse og lineær regresjon .....	9
2.1.1 Statistisk kompetanse.....	10
2.1.2 Lineær regresjon .....	11
2.1.3 Misoppfatninger .....	13
2.2 Problemløsning.....	14
2.2.1 Problemer og problemløsning.....	15
2.2.2 Problemløsning innenfor statistikk .....	15
2.2.3 Strategiske valg.....	16
2.3 Forståelse.....	17
<b>3. Metode.....</b>	<b>23</b>
3.1 Valg av forskningsmetode.....	23
3.1.1 Kvalitativ forskningsmetode.....	23
3.1.2 Valg av forskningstilnærming.....	24
3.1.3 Videoobservasjon som metode .....	24
3.1.4 Høyttenkningsmetoden .....	25
3.2 Utvalg av deltakere.....	27
3.3 Oppgaver .....	28
3.4 Gjennomføring .....	31
3.4.1 Observasjon av gruppe.....	32
3.4.2 Observasjon av høyttenkning med enkeltstudenter .....	32

3.5	Bearbeiding av data.....	33
3.5.1	Transkribering.....	33
3.5.2	Analyse.....	35
3.6	Metodisk refleksjon.....	40
<b>4.</b>	<b>Resultater.....</b>	<b>43</b>
4.1	Forankring og misoppfatninger.....	43
4.1.1	Forankring.....	44
4.1.2	Misoppfatninger.....	46
4.2	Problemløsningsprosesser og strategiske valg.....	47
4.2.1	Stegene i problemløsningsprosessen.....	48
4.2.2	Strategiske valg.....	51
4.3	Studentenes problemløsningsprosesser.....	53
4.3.1	Oda.....	53
4.3.2	Sofie.....	54
4.3.3	Ellinor.....	56
4.3.4	Rakel.....	58
4.3.5	Linn.....	59
<b>5.</b>	<b>Diskusjon.....</b>	<b>61</b>
5.1	Statistisk kompetanse.....	61
5.1.1	Forankring.....	61
5.1.2	Misoppfatninger.....	64
5.1.3	Statistisk kompetanse.....	65
5.1.4	Oppsummering.....	66
5.2	Problemløsning og strategiske valg.....	67
5.2.1	Problemløsningsprosessen.....	67

5.2.2	Strategiske valg.....	70
5.2.3	Oppsummering.....	73
<b>6.</b>	<b>Refleksjon .....</b>	<b>75</b>
6.1	Hvordan uttrykkes forståelse gjennom problemløsningsprosessen?.....	75
6.2	Avsluttende refleksjon.....	76
<b>7.</b>	<b>Referanser.....</b>	<b>79</b>
<b>Vedlegg</b>	<b>.....</b>	<b>I</b>
	Vedlegg 1: Eksempel på kollokvieoppgave, statistikk grunnkurs .....	I
	Vedlegg 2: Kompetansemål for matematikk fellesfag som omhandler statistikk .....	III
	Vedlegg 3: Samtykkeskjema.....	V
	Vedlegg 4: Godkjenning fra NSD.....	VII
	Vedlegg 5: Oppgavesett til høyttenkning .....	VIII
	Vedlegg 6: Odas problemløsningsprosess .....	XI
	Vedlegg 7: Sofies problemløsningsprosess .....	XIV
	Vedlegg 8: Ellinors problemløsningsprosess.....	XVI
	Vedlegg 9: Rakels problemløsningsprosess.....	XVIII
	Vedlegg 10: Linns problemløsningsprosess .....	XIX
	Vedlegg 11: Studentenes løsninger og MKM-modellen .....	XXI



# 1. Innledning

I 2016 ble «post-truth» kåret til årets nye ord av Oxford Dictionaries. Ordet defineres ved «relating to or denoting circumstances in which objective facts are less influential in shaping public opinion than appeals to emotion and personal belief» (Word of the Year 2016, 2016). Bakgrunnen for kåringen er den omfattende bruken av begrepet i dagens samfunn, særlig når det kommer til medias omtale av politikk. The Economist beskriver tydelig tendensen når de twitrer «Obama founded ISIS. George Bush was behind 9/11. Welcome to post-truth politics» (The Economist, 2016). Også vitenskapelig kunnskapsgrunnlag er under press i dagens samfunn, og det er viktigere enn noen gang å vite at beslutninger som gjøres i samfunnet bygger på vitenskapelige fakta (March for Science Norway, 2017; Weiss, 2017). Nina Witoszek (2017), forskningsleder ved Universitetet i Oslo, skrev i en kronikk i Aftenposten om hvor viktig det er at samfunnet i dag åpner for at vitenskapelige teorier systematisk kritiseres og revideres i konfrontasjon med virkeligheten. Hun går så langt som å si at hvis samfunnet «(...) blir invadert av manipulatorisk bla-bla-isme, står den moderne sivilisasjonen som vi kjenner den for fall».

I et samfunn som i økende grad disponeres for «sannheter» med manglende vitenskapelig grunnlag, er det viktig med samfunnsborgere som har evne til kritisk tenkning. Dette er også noe det internasjonale prosjektet *Education 2030* peker på. De mener at kritisk tenkning er blant kompetansene elever i OECD-landene vil ha behov for når de står ovenfor et samfunn hvis sentrale utviklingstrekk er omskiftelighet, usikkerhet, kompleksitet og tvetydighet (Meld. St. 28 (2015-2016), 2016). Disse samfunnsutfordringene står også i fokus i kunnskapsdepartementets mål for høyere utdanning i Norge. I den nye stortingsmeldingen om kvalitet i høyere utdanning heter det «Mer enn noensinne er det behov for en godt utdannet befolkning med evne til å (...) identifisere relevante spørsmål og bruke vitenskapelige metoder (...) for å løse problemer og vurdere holdbarheten av informasjon og argumenter» (Meld. St. 16 (2016-2017), 2017, s. 11). Denne stortingsmeldingen fokuserer på at høyere utdanningsinstitusjoner i Norge har en sentral rolle i utviklingen av et samfunn hvor høy kunnskapskapital er viktig for å være med på endringene som skjer i det globale samfunnet. Høyere utdanningsinstitusjoner har ansvar for å utdanne kandidater med høy kompetanse som kan bidra til at samfunnsdebatten preges av kunnskap, sannhet og etterrettelighet. I dette ligger det at det skal etterstrebes at studentene er selvstendig tenkende, åpne, kunnskapsorienterte og problemdrøftende. Studentene må være godt rustet i møte med et arbeidsliv

hvor det er behov for fagpersonell som kan utøve etisk refleksjon, kreativ problemløsning og kritisk tenkning, og som kan håndtere kompleks og tvetydig informasjon (Meld. St. 16 (2016-2017), 2017).

## 1.1 Bakgrunn og motivasjon

Et fagområde som kan bidra til utvikling av kritisk tenkning og analytiske vurderinger, er statistikk (Gal & Garfield, 1997; Gil, Ben-Zvi, & Apen, 2008). Data, variasjon og sannsynlighet er over alt rundt oss, dermed er det viktig å ha en viss forståelse for disse konseptene. Statistikk er et intellektuelt verktøy som kan brukes for å forstå dem (Moore, 1998). Statistikkfaget kan dermed bidra til å lære å gi gode, bevisbaserte argumenter og å kritisk evaluere påstander (Gil m. fl., 2008) i et samfunn som i økende grad preges av mangel på dette. I tillegg er statistikk et nyttig fag som kan anvendes på alle områder som innebærer bruk av datamateriale, måling og modellering av variasjon og estimering (Moore, 1998). Mange temaer innenfor statistikk er også aktuelle for andre fagområder (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Zieffler, 2006; Zieffler & Garfield, 2009). Et av de viktige temaene innenfor statistikk er variasjon. For å kunne beskrive en større sammenheng ut fra et utvalg og fremstille sammenhengen på en forståelig og nyttig måte, er det et viktig å kunne måle og forstå variasjon. Det er også viktig å kunne se logikken bak en statistisk undersøkelse for å kunne bestemme sammenhenger mellom årsak og utfall. For å kunne se sammenhenger i statistiske data må studenter kunne sette opp og utføre forsøk, utforske og illustrere dataene, tolke funn og gjøre antakelser basert på de funnene de har gjort (Gal & Garfield, 1997). Disse temaene, å måle variasjon, forstå hva det innebærer og fremstille det på en forståelig og nyttig måte, er grunnleggende for temaet lineær regresjon innenfor statistikk (Løvås, 2004). Lineær regresjon er også et tema som i tillegg til å være viktig innenfor statistikk, ses på som viktig og grunnleggende kunnskap å ha for alle som er en del av samfunnet, noe som tydelig illustreres ved at det introduseres for norske skoleelever allerede i ungdomsskolen (Kunnskapsdepartementet, 2013).

I tillegg til at alle norske skoleelever lærer grunnleggende statistikk i matematikkundervisningen i grunnskole og videregående skole (Kunnskapsdepartementet, 2013), har også mange studenter i høyere utdanning noe statistikk i utdanningen sin. Enten fordi de utdanner seg innenfor statistikk, tar introduksjonskurs for å imøtekomme krav til ulike masterstudier, eller fordi de møter det gjennom andre fagområder. Selv om kritisk og analytisk tenkning er viktigere enn noen gang, viser

forskning at mange studenter som tar høyere utdanning strever med forståelse for statistikkfaget, og ikke klarer å anvende kunnskapen i ettertid (Clark, Kraut, Mathews, & Wimbish, 2003; Garfield & Ben-Zvi, 2007; Hubbard, 1997; Mathews & Clark, 2003). Mange studenter forstår altså ikke det de lærer, og klarer dermed ikke å anvende det de har lært på virkelige problemstillinger (Garfield & Ben-Zvi, 2007; Hubbard, 1997), slik det er ønsket at de skal kunne. Et av problemene er at det krever tid, gjennomtenkte strategier for læring, riktig bruk av hjelpemidler, ulike aktiviteter og diskusjoner for at studenter skal ha muligheten til å utvikle gode resonneringer rundt statistiske konsepter. Selv om studenter klarer å utføre beregninger og tegne grafer, trenger de ofte hjelp til å forstå hva statistiske konsepter handler om og hvordan de kan bruke kunnskap om disse konseptene i statistiske resonneringer (Garfield & Ben-Zvi, 2007).

For å tilrettelegge statistikkfaget for studenters forståelse, hjelpe dem til å se verdi i det de lærer, og kunne bruke det videre for å bygge mer kunnskap, bør fokus være på å bruke studentenes egne erfaringer og å relatere statistikk til virkeligheten (Snee, 1993). Slik kan studenter lære å bruke kunnskapen sin på andre måter, og dermed forstå og kunne bruke statistikk også etter endt skolegang. Dette innebærer at studentene forstår hvorfor, hvordan og hva statistikk er, hvorfor det er viktig, og hvordan det kan tolkes og kommuniseres (Gal & Garfield, 1997). Tilrettelegging for forståelse innebærer vektlegging av statistisk kompetanse til fordel for et tradisjonelt fokus på «innlærte» ferdigheter, algoritmisk kunnskap, og beregningsferdigheter (Garfield & Ben-Zvi, 2008; Snee, 1993), fordi dette fokuset ikke er nok for å lære studentene å tenke statistisk og bruke kunnskapen sin til å resonnerer med statistiske konsepter (Garfield & Ben-Zvi, 2008). En læringstilnærming som kan bidra både til studenters forståelse for statistikk (De Graaf & Kolmos, 2003), at de husker mer av kunnskapen de har tilegnet seg, og at de blir flinkere å anvende den (Dochy, Segers, Van den Bossche, & Gijbels, 2003), er problemløsning. Problemløsning som læringstilnærming har også fokus på å relatere fagkunnskap til virkeligheten (De Graaf & Kolmos, 2003), et viktig aspekt som gjør statistikkfaget samfunnsrelevant (Meld. St. 28 (2015-2016), 2016) og verdifullt å lære for studentene (Snee, 1993).

## 1.2 Problemstilling

Denne mastergradsstudien i matematikdidaktikk ble til i forbindelse med utprøvingen av en alternativ undervisningsform i et grunnkurs i statistikk ved en høyere utdanningsinstitusjon i

Norge. Den alternative undervisningsformen er et resultat av lengre tids forskning på undervisningen i kurset, med den hensikt å undervise studentene for forståelse, ikke i hovedsak formelpugging.

Etter en evaluering av studiene (...) tidlig på 2000-tallet hvor det ble påpekt at større ressurser burde settes inn på grunnkursundervisningen i statistikk, ble det satt i gang en rekke tiltak for å heve kvaliteten i statistikkfaget. En innledende endring til flere øvingsgrupper og ikke minst en større vekt på forståelse av fagets grunnbegreper kontra formelpugging, gav umiddelbare resultater ved at fagets rykte som et uoverkommelig hinder ble redusert i studentmiljøet. (Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet, 2016, s. 15)

Også i kursets emnebeskrivelse er det tydelig at fokus på forståelse vektlegges. Læringsmålene for faget nevner at studentene skal *lære* grunnleggende idéer, *bli kjent med* og *kunne bruke* statistiske metoder, *forstå* viktigheten av gode data, og *vurdere* resultater på en *kritisk* måte.

Målet er at studentene skal lære de grunnleggende ideene i statistikk og i analyse av data. De skal bli kjent med forutsetninger for, og bruk av de vanligste statistiske metodene som brukes for å gjøre slutninger om generelle populasjoner, og bli i stand til å bruke disse metodene i sitt studium og senere i yrkeslivet. Studentene skal forstå viktigheten av å ha gode data for å kunne trekke konklusjoner fra en undersøkelse, og kunne stille spørsmål til publiserte resultater og vurdere holdbarheten av disse. De skal også lære å vurdere resultater og resultatpresentasjoner fra ulike undersøkelser på en kritisk måte. (Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet, u.å.).

Den alternative undervisningsformen baseres på «flipped classroom» undervisning. Dette går ut på at foreleseren legger ut videoforelesninger som går gjennom sentrale og grunnleggende metoder for statistisk analyse på internett, slik at studentene kan se på disse hjemme, mens de på skolen organiseres i grupper og arbeider med oppgaver for å tilegne seg stoffet. Det gis flere obligatoriske oppgaver som studentene må levere og få godkjent for å kunne gå opp til eksamen. Ved at utprøvingen av denne undervisningsformen skulle foregå høsten 2016 var det en god anledning til å bidra til å evaluere noen aspekter ved den.

I og med at forståelse åpenbart er et viktig, men også vanskelig, mål for undervisningen, ble forståelse et viktig fokus for denne mastergradsstudien. Fordi problemløsning trekkes frem som en læringstilnærming som kan bidra til studenters forståelse for statistikkfaget, i tillegg til å bli betraktet som en viktig ferdighet for både nåtiden og fremtiden, ble også problemløsning et viktig



fokus. At studentene i utgangspunktet jobbet med oppgaver i grupper, var også en faktor som la til rette for å undersøke deres problemløsende ferdigheter. I teorien (eks. Polya, 1957; Schoenfeld, 1981) vil studenter som forsøker å løse problemer ved å bruke strategier for problemløsning, klare å bruke de faglige kunnskapene sine til å løse problemene, og dermed kunne oppnå forståelse (Kilpatrick m. fl., 2001). Selv om studentene som tok grunnkurset i statistikk ikke nødvendigvis jobbet med problemløsende oppgaver, var oppgavene de ble gitt ofte i mer eller mindre grad utforskende. Et eksempel på en kollokvieoppgave er vedlagt i vedlegg 1. Derfor var det interessant å undersøke hvordan studenter som ikke hadde blitt introdusert for strategier for problemløsning ville håndtere å jobbe med problemløsende oppgaver, hvordan de strukturerte problemløsingen sin, og om dette hadde noen sammenheng med deres forståelse for faget.

For at det skulle være mulig å gjennomføre datainnsamling og ha tid til å bearbeide dataene, var det viktig å begrense forskningsspørsmålet til en viss grad. Mastergraden skulle også skrives innenfor matematikdidaktikk, dermed var det naturlig å velge et tema innenfor statistikk som ligger nært opp mot matematikk. I og med at lineær regresjon, som forklart i forrige avsnitt, er en så viktig del av statistikkfaget, i tillegg til å være et viktig tema innenfor matematikk, falt valg av statistisk tema på lineær regresjon. Lineær regresjon var også et tema som var pensum for studentene, og ved å gjøre dette valget ble det mulig å konsentrere meg om studentenes læring innenfor dette temaet. Med bakgrunn i overnevnte argumenter er forskningsspørsmålet i denne studien som følger:

**Hva karakteriserer statistikkstudenters problemløsningsprosesser tilknyttet problemer i lineær regresjon, og hvordan kommer forståelse for temaet til uttrykk gjennom disse prosessene?**

Som nevnt vil studenter som klarer å disponere problemløsingen i tråd med teorier om problemløsning ha gode muligheter for å klare å benytte fagkunnskapene sine til å løse problemer, og på den måten kunne oppnå forståelse. I dette forskningsspørsmålet ligger et ønske om å karakterisere studentenes problemløsningsprosesser for å vurdere om de løser problemer innenfor lineær regresjon på en hensiktsmessig måte, og om dette har noen sammenheng med deres uttrykk for forståelse. I tillegg er det altså et ønske om å knytte studentenes faglige utsagn i løpet av problemløsningsprosessene mot deres faglige kunnskap og dermed også forståelse for lineær regresjon. Håpet er at denne mastergradsstudien kan gi økt kunnskap om studentenes forståelse for

lineær regresjon etter gjennomført grunnkurs i statistikk, slik at den kan bidra til å videreutvikle forskningen som alt gjøres på undervisningen i kurset. I tillegg er det et sterkt ønske om å bidra til matematikk- og statistikkdidaktisk forskning ved å trekke oppmerksomhet mot et fagfelt det tilsynelatende ikke har vært forsket så mye på; problemløsning innenfor statistikkfaget, og særlig problemløsning innenfor lineær regresjon.

## 2. Teori

I dette kapitlet presenteres teori som er sentral for å kunne besvare forskningsspørsmålet i denne studien. Teorien vil fungere som et filter resultatene i denne studien vil tolkes ut fra, slik at analysene som gjøres gis struktur og retning i henhold til teorien (Christoffersen & Johannessen, 2012). Når teorien brukes som et filter på denne måten, kalles det rammeverket for forskning (Cobb, 2007; Lester, 2005; Niss, 2007). Et rammeverk er en mengde konsepter, begreper eller antagelser som ligger til grunn for fenomenet som undersøkes (Lester, 2005; Niss, 2007), og som er nødvendig for å kunne hente ut mening fra de innsamlede dataene (Lester, 2005). Disse konseptene, begrepene og antagelsene kan hentes fra ulike teoretiske kilder, for å konstruere et rammeverk som passer best mulig til forskningen som gjøres (Cobb, 2007; Lester, 2005). Rammeverket representerer de relevante trekkene til fenomenet, på bakgrunn av valgt forskningsperspektiv (Lester, 2005).

Et rammeverk for forskning bør bestå av (Niss, 2007, s. 1297):

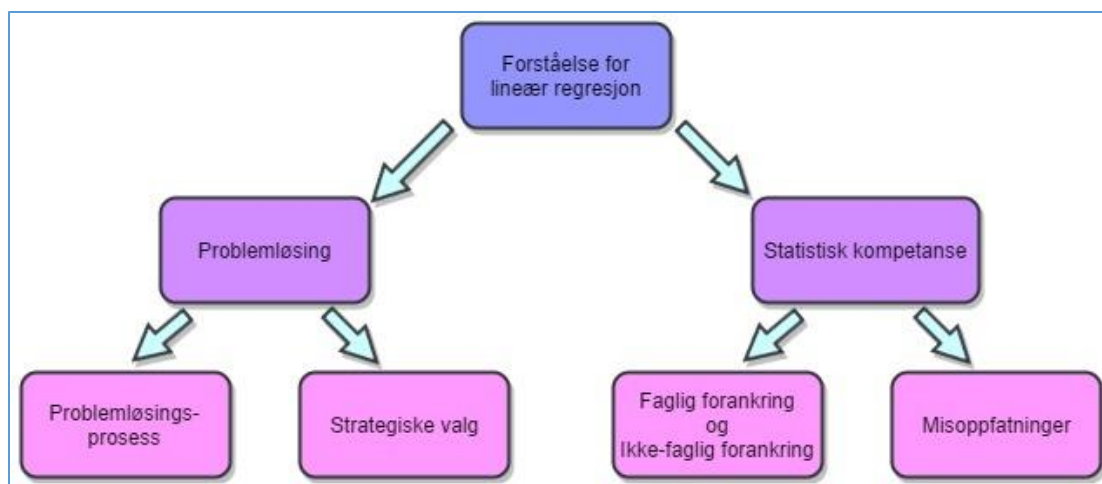
- Et perspektiv på fenomenet som undersøkes
- Teoretiske rammer (eks. konsepter, begreper og antagelser), mer eller mindre nøyaktig definert, hvis mening er å få frem de relevante trekkene ved forskningsspørsmålet i rammeverkets fokus
- Foretrukne metoder som er antatt passende for å kunne besvare forskningsspørsmålet, hvor bruk av de teoretiske rammene vektlegges

De teoretiske rammene presenteres altså i dette kapitlet for å gi et perspektiv på fenomenet som undersøkes, mens metodene som brukes presenteres i kapittel 3. For å kunne bidra til å svare på denne studiens forskningsspørsmål må rammeverket både kunne brukes for å karakterisere studentenes problemløsningsprosesser, og få frem hvordan forståelse for lineær regresjon kommer til uttrykk ved disse prosessene. Dermed må det både kunne bidra til å beskrive studentenes problemløsende ferdigheter og deres statistiske kompetanse innenfor lineær regresjon, fordi summen av disse ferdighetene vil være et uttrykk for studentenes forståelse for lineær regresjon. Problemløsende ferdigheter kommer til uttrykk gjennom studentenes evne til å løse problemer, mens den statistiske kompetansen innenfor lineær regresjon kommer til uttrykk gjennom studentenes utsagn om faglige kunnskaper gjennom problemløsningsprosessen. Valget om å la forståelse bygge på både problemløsningsferdigheter og statistisk kompetanse er gjort med

bakgrunn i teorien om forståelse og problemløsning, noe som vil komme tydelig frem i dette kapitlet. Kort sagt mener mange teoretikere (eks. Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001; Polya, 1957) at forståelse kommer til uttrykk når en person må bruke sine faglige kunnskaper på nye måter, noe som skjer ved problemløsning.

For å kunne belyse forskningsspørsmålet på en tilfredsstillende måte består rammeverket både av matematikdidaktiske og statistikdidaktiske perspektiver. Bakgrunnen for dette valget er at lineær regresjon er et statistisk tema nært knyttet til matematikk, samtidig som mange matematiske teorier om problemløsning og forståelse er gyldige ut over fagfeltet matematikk. For å tydeliggjøre rammeverkets oppbygning, er det illustrert i figur 2.1. Her illustreres hvordan forståelse i denne studien bygger på statistisk kompetanse og problemløsning, som består av henholdsvis faglig- og ikke-faglig forankring og misoppfatninger, og problemløsningsprosessen og strategiske valg. De ulike delene av statistisk kompetanse og problemløsning vil bli nærmere beskrevet i sine respektive avsnitt.

Struktureringen av dette kapitlet er gjort på bakgrunn av at forståelse er et sammensatt begrep, og det er hensiktsmessig å først bli kjent med de ulike delene av forståelsesbegrepet, før trådene samles. På bakgrunn av dette struktureres teorikapitlet ved at teori som belyser statistisk kompetanse og problemløsning presenteres først, deretter presenteres teori som belyser sammenhengen mellom disse og forståelse. Dermed presenteres teori for å belyse statistisk kompetanse og lineær regresjon i avsnitt 2.1, i avsnitt 2.2 presenteres teori for å belyse problemer og problemløsning, og i avsnitt 2.3 presenteres teori for å belyse det sammensatte begrepet forståelse.



Figur 2.1: Teoretisk rammeverk

## 2.1 Statistisk kompetanse og lineær regresjon

Studenters ønskede kognitive utbytte av læring innenfor statistikk, læringsmål som tilrettelegger for forståelse, beskrives i statistikdidaktisk teori ofte ved statistisk tenkning, statistisk resonnement og statistisk *literacy* (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Garfield & Ben-Zvi, 2007; Garfield & Franklin, 2011). Her brukes begrepet *grunnleggende ferdigheter* for å oversette begrepet *literacy* fordi det er hensiktsmessig å bruke i denne sammenhengen. Av praktiske årsaker introduseres betegnelsen *statistisk kompetanse* som en samlebetegnelse på disse tre læringsmålene i statistikk. Begrepet kompetanse brukes i denne oppgaven i samsvar med kompetansebegrepet som introduseres i stortingsmeldingen «Fag – Fordypning – Forståelse», både fordi det er beskrivende for studenters læringsutbytte generelt, men også fordi det dekker de tre læringsmålene for statistikk som nevnt ovenfor.

Kompetanse er å tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning (Meld. St. 28 (2015-2016), 2016, s. 28)

Statistisk kompetanse er altså en betegnelse på studentenes ønskede læringsutbytte generelt i statistikk. Fordi denne studien konsentrerer seg om lineær regresjon spesifikt, er det hensiktsmessig å si noe om hva studentene forventes å lære om dette temaet, sammen med hvilke vanlige misoppfatninger de kan forventes å ha. I dette avsnittet beskrives dermed først de tre delene

av statistisk kompetanse generelt, deretter beskrives læringsmål for lineær regresjon og misoppfatninger i sammenheng med dette temaet. Studentenes statistiske kompetanse kan dermed diskuteres både ut fra deres uttrykk for statistisk kompetanse generelt, men også deres utsagn om lineær regresjon spesielt.

### 2.1.1 Statistisk kompetanse

*Grunnleggende statistiske ferdigheter* beskrives som evnen til å forstå og kunne bruke grunnleggende statistisk språk og statistisk verktøy (Rumsey, 2002). Ferdigheten består altså i hovedsak av av to komponenter, hvor den ene kan kalles *kunnskap* og den andre kan kalles *anvendelse*. *Kunnskapskomponenten* innebærer evnen til å forstå opprinnelsen til, tolke, og kritisk evaluere statistisk informasjon, statistiske argumenter og stokastiske fenomener i ulike sammenhenger. Denne delen av grunnleggende statistiske ferdigheter består av lese- og skriveferdigheter, fagkunnskap innenfor både statistikk og matematikk, evne til å bruke statistiske undersøkelsers kontekst til fortolkning, samt å kunne stille kritiske spørsmål. *Anvendelseskomponenten* innebærer evnen til å vurdere om den statistiske informasjonen er relevant, og kunne kommunisere om informasjonen og dens fortolkninger og implikasjoner der det er nødvendig. Denne delen av grunnleggende statistiske ferdigheter består av holdninger, meninger og evne og vilje til å innta et kritisk standpunkt. Til sammen utgjør disse to komponentene et grunnlag for tilegnelse av adferd som kan bidra til statistisk forståelse (Gal, 2004). Grunnleggende statistiske ferdigheter er i så måte grunnleggende og viktige ferdigheter, som implisitt innebærer en forståelse for konsepter og sammenhenger, ordforråd og symboler (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

*Statistisk resonnement* beskrives som evnen til å resonnerer med statistiske idéer og hente meningsfull informasjon fra statistisk informasjon (Garfield, 2002). Dette innebærer forståelse for og evne til å forklare statistiske prosesser, samt evne til å tolke statistiske resultater på en helhetlig måte (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

*Statistisk tenkning* beskriver en anerkjennelse av viktigheten av å undersøke og forklare variasjon og vite hvor data kommer fra, i tillegg til evnen til å se sammenhenger mellom dataanalyse basert på utvalg, og det store bildet i en statistisk undersøkelse (Snee, 1990). Det innebærer en forståelse for hvorfor og hvordan statistiske undersøkelser utføres, og konseptene som ligger til grunn for statistiske undersøkelser. I tillegg innebærer det en forståelse for hvordan modeller kan brukes til

å simulere tilfeldige fenomener, evnen til å se når og hvordan passende metoder for dataanalyse kan brukes, og en forståelse for hvordan data produseres for å estimere sannsynlighet. Statistisk tenkning er altså evnen til å forstå og benytte seg av et problems kontekst når undersøkelser gjøres og konklusjoner trekkes, og kjenne igjen og forstå hele prosessen fra hypotese til datainnsamling til analyseverktøy og testing av antakelser. De som tenker statistisk har også evnen til å kritisere og evaluere resultater av statistiske studier (Ben-Zvi & Garfield, 2004).

Selv om statistisk kompetanse beskriver de kanskje viktigste læringsmålene i statistikkfaget i dag, er de definert på en lite tilfredsstillende måte som gir grunnlag for flere ulike tolkninger. Dette gjør det vanskelig å måle læringsutbytte opp mot læringsmålene, dermed blir de upraktiske å bruke (Budé, 2006). Med bakgrunn i denne oppfatningen foreslår delMas (2002) et annet perspektiv på statistisk kompetanse. Han kategoriserer statistisk kompetanse ved konkrete tolkninger av hva de overnevnte begrepene betyr, slik han mener det blir lettere å forstå hva de innebærer. I denne oppgaven brukes en oversatt versjon av delMas (2002) tolkning (figur 2.2) som et supplement til de overnevnte definisjonene, fordi det i noen tilfeller er hensiktsmessig å kunne bruke litt mer konkrete tolkninger for å skille mellom de ulike sidene av læringsutbytte innenfor statistikk når studentenes utsagn i løpet av problemløsningsprosessen skal evalueres.

Grunnleggende statistisk ferdighet	Statistisk resonnement	Statistisk tenkning
Identifisere	Hvorfor?	Anvende
Beskrive	Hvordan?	Kritisere
Omformulere	Forklare	Evaluere
Oversette	(Prosessen)	Generalisere
Tolke		
Lese		

Figur 2.2: delMas' (2002) kategorisering av statistisk kompetanse (oversatt fra engelsk)

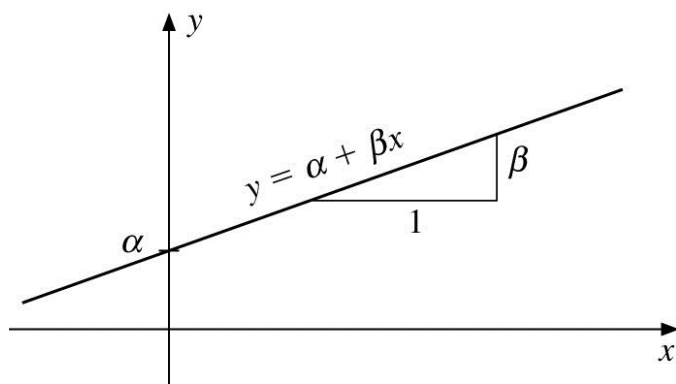
### 2.1.2 Lineær regresjon

Før studenter introduseres til lineær regresjon i grunnkurset statistikk, kan det forventes at de har kjennskap til begrepene gradient, stigning, skjæringspunkt og ligningen til en linje (Casey, 2014; Zieffler, 2006). Hvilke forkunnskaper studentene kan forventes å ha, kommer også frem i

kompetansemålene for matematikk fellesfag (Kunnskapsdepartementet, 2013). Kompetansemål som omhandler statistikk i matematikk fellesfag er samlet i vedlegg 2.

Når en analyse utføres for å kunne si noe om hvorvidt data oppfører seg modellmessig er det første skrittet å tegne et spredningsplott ut fra innsamlede data. Dersom det fra spredningsplottet kan indikeres en sammenheng, vil statistiske metoder kunne være til hjelp med å bestemme om det er høy sannsynlighet for sammenheng i datamaterialet. Korrelasjonsanalyse forteller *om* det er en lineær sammenheng mellom variablene i datamaterialet ved å måle styrke og retning av den lineære sammenhengen mellom to numeriske variable. Regresjonsanalyse beskriver *hvilken* sammenheng det er mellom variablene i et utvalg. Hensikten med en regresjonsanalyse er å finne et best mulig estimat for den ukjente lineære linjen som beskriver den modellmessige sammenhengen mellom forklaringsvariabelen, X, og responsvariabelen, Y (Løvås, 2004).

Regresjonslinjen er gitt ved estimatet  $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$  til den ukjente linjen  $y = \alpha + \beta x$  som kommer av den matematiske modellen som beskriver enhver rett linje (figur 2.3). Her er  $\alpha$  konstanten som forteller hvor linjen krysser y-aksen, mens  $\beta$  er linjens stigningstall.



Figur 2.3: Den matematiske modellen for en rett linje

Den vanligste måten å finne ligningen for regresjonslinjen på, er ved bruk av minste kvadraters metode, heretter kalt MKM. Denne metoden baserer seg på å finne den linjen som ligger sånn at kvadratsummen, K, av avstandene fra hvert punkt i spredningsplottet til linjen, er minst mulig (Løvås, 2004). Kvadratsummen beregnes altså ved å kvadrere avstandene fra hvert punkt i spredningsplottet til tilsvarende x-verdi langs modellen, og deretter summere opp disse kvadratene.



Den minste totale kvadratsummen oppnås når kvadratsummene på hver side av modellen er like store.

MKM utføres vanligvis ved hjelp av digitale verktøy, delvis fordi beregningene er utfordrende, men mest fordi det blir svært mange beregninger som må gjøres når datasettene blir store. Oppgaven studentene som deltar i dette prosjektet blir presentert for er likevel tiltenkt løst analogt, med linjal og blyant. I dette tilfellet vil det beste estimatet for modelltilpasning være en modell som er plassert nærmest mulig alle punktene (Casey, 2014), eller hvor summen av avstander fra punktene til linja på hver side av modellen er tilnærmet lik.

### 2.1.3 Misoppfatninger

Det finnes mange misoppfatninger tilknyttet lineær regresjon, her nevnes misoppfatninger som kan være aktuelle når studenter blir bedt om å tegne en regresjonslinje ut fra et gitt plot, slik som i regresjonsoppgaven studentene er gitt i tilknytning til dette prosjektet.

Ved statistisk analyse av sammenhenger mellom to variabler er det underforstått at det kan forventes en sammenheng, selv om det ikke nødvendigvis er sånn. Ved bruk av enkel lineær regresjon er det viktig å være klar over analysens begrensninger. Selv om analysene viser en sammenheng innenfor det området som er undersøkt, er det ikke nødvendigvis gitt at det er en sammenheng utenfor dette området. Det er heller ikke slik at årsaken til sammenhengen nødvendigvis er den det ser ut som, og det er viktig å huske at sammenheng og årsakssammenheng ikke er det samme. En enkel lineær regresjonsanalyse vil heller ikke avdekke om det er andre sammenhenger i datamaterialet enn en lineær sammenheng (Løvås, 2004).

Ved tolkning av trender i et spredningsplott kan studenter ha problemer med å se dataene som en sammenheng som ikke nødvendigvis er knyttet til hver enkelt observasjon, og heller tolke dem som en rekke enkeltobservasjoner (Casey, 2014). Studenter kan også tro at det er korrelasjon mellom observasjoner som ikke nødvendigvis har en sammenheng, at det er mindre sammenheng mellom variablene enn det faktisk er, eller de kan tendere mot å skape årsakssammenhenger mellom variablene selv om det ikke er reelt (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Mange opplever det også som utfordrende at ikke alle punktene i et spredningsplott kan passe inn på regresjonslinja, eller syns det er vanskelig å plassere linja i forhold til punktene. Dette kan føre til problemer med å

karakterisere regresjonslinjas egenskaper, eksempelvis kan studenter tolke regresjonslinja som det forventede forholdet mellom to variable, den faktiske fremstillingen av data, gjennomsnitt av dataene eller som en modell som kan brukes for å gjøre prediksjoner om data som ikke innebefattes av datagrunnlaget (Casey, 2014). Når studenter blir bedt om å tegne den modellen de mener passer best til et gitt plot, kan de ifølge Casey (2014) ha misoppfatninger som kommer til uttrykk ved at de ønsker å plassere linja gjennom så mange punkter som mulig, med likt antall punkter på hver side av linja, eller starte linja i origo. De kan også tro at jo flere punkter linja går gjennom, jo bedre tilpasset er modellen, og jo bedre prediksjoner kan man bruke modellen for å gi.

Studentene kan også ha misoppfatninger omkring lineær regresjon tilknyttet matematikk. For en matematisk funksjon vil det grunnet definisjonen av funksjonsbegrepet ikke eksistere mer enn en  $y$ -verdi tilknyttet hver  $x$ -verdi. Dersom studentene oppfatter en regresjonsmodell for et spredningsplott på samme måte som de oppfatter en lineær funksjon, vil de få problemer med å godta at det i et spredningsplott, i motsetning til for en lineær funksjon, vil kunne finnes mer enn en korresponderende  $y$ -verdi tilknyttet hver  $x$ -verdi. En lineær funksjon vil innenfor matematikk være enten monotont stigende eller monotont avtakende, mens en regresjonsmodell for et spredningsplott vil kunne ha en lineær sammenheng selv om dataene ikke kan representeres ved en monotont stigende eller avtakende funksjon. Lineære funksjoner innenfor matematikk har også konstant stigning, og denne defineres rent matematisk som endringen i  $y$  for hver enhet endring i  $x$ . For regresjonslinjens stigning gjelder ikke det samme, denne beskriver nemlig forventet endring i responsvariabelen for hver enhet endring i forklaringsvariabelen (Casey, 2014). Dermed skifter fokuset fra tolkning av forventede sammenhenger i statistikk, til en mer numerisk beskrivende tilnærming i matematikk (Garfield & Ben-Zvi, 2008).

## 2.2 Problemløsning

Problemløsning vil i dette avsnittet hovedsakelig presenteres gjennom matematikkdiraktisk teori. Likevel er ikke problemløsning knyttet til matematikk spesifikt, det er en læringstilnærming som kan brukes innenfor mange fagområder.

### 2.2.1 Problemer og problemløsning

Ordet *problem* brukes ofte som et «hverdagsord» for å beskrive oppgaver som typisk er vanskelige å gjennomføre, men også som et faguttrykk innenfor matematikkundervisning og matematikdidaktisk forskning. Begrepet brukes gjerne i ulike sammenhenger og for å beskrive ulike ting, og på denne måten kan det oppstå flere tolkninger av begrepet. For å unngå dette, brukes i denne oppgaven Schoenfeld (1985) definisjon av begrepet problem. Han bruker begrepet om forholdet mellom en oppgave og den som skal løse den, og for at en oppgave skal kunne kalles et problem må den være intellektuelt utfordrende for den som prøver å løse den. Dersom personen som skal løse en oppgave allerede kjenner til en løsningsmetode som vil løse den, vil oppgaven ikke være et problem, men en øvingsoppgave eller en rutineoppgave.

Problemløsning som læringstilnærming beskrives ved at et problem er startpunktet og basisen for læringsprosessen. Problemene er vanligvis basert på virkelige problemer, men kan også være hypotetiske problemer, så lenge de har sammenheng med virkeligheten (De Graaf & Kolmos, 2003). Problemløsning kan sees på som prosessen ved å løse en oppgave hvis løsning ikke er direkte tilgjengelig, og konstruere løsninger og begrunnelser for disse løsningene (Polya, 1957; Someren, Barnard, & Sandberg, 1994). Problemløsning ble først introdusert av George Polya i 1945 som en strategi som deles i fire hoveddeler, å forstå problemet, lage en plan, utføre planen og kontrollere og reflektere over hvorvidt planen gav ønsket løsning. Dersom løsningen ikke fungerer starter prosessen fra toppen av (Polya, 1957).

### 2.2.2 Problemløsning innenfor statistikk

Problemer innenfor statistikk har, som problemer ellers, flere mulige tolkninger og løsningsstrategier. Mange studenter strever med dette fordi det er utfordrende å løse et problem som ikke bare kan løses på ulike måter, men som også kan ha flere, forskjellige, fornuftige svar. Målet med statistiske problemer er heller ikke nødvendigvis å finne «riktig» svar, noe som kan gjøre studenter enda mer forvirret. For å øve ferdigheten problemløsning innenfor statistikk kreves det at studenter gjenkjenner at et statistisk problem kan løses med lignende løsningsstrategier som dem de har brukt tidligere. Øving med denne ferdigheten vil gjøre studenter mer komfortable med å gi begrunnelser for resultater ved at de kan støttes opp med beviser og argumenter (Garfield & Ben-Zvi, 2008). Problemløsning innenfor statistikk innebærer mange primært ikke-matematiske

aktiviteter, eksempelvis aktiviteter tilknyttet hensynet til dataenes kontekst, likevel er mange aktiviteter i statistikk problemformulerende og problemløsende. Å gjøre statistiske undersøkelser og trekke slutninger fra datamateriale innebærer å håndtere utfordrende situasjoner, formulere problemer og løse dem, gjøre prediksjoner og håndtere usikkerhet i datasett, og til slutt lete etter beviser for å kunne trekke slutninger og kommunisere resultatene. Sammenhengen mellom evnen til å formulere et problem, evaluere progresjon underveis og til slutt komme frem til en løsning, er beskrivende for problemløsende aktiviteter (Gil m. fl., 2008).

### 2.2.3 Strategiske valg

Ferdigheter innenfor problemløsning baserer seg på flere ting, både studentenes fagkunnskap, oversikt over prosedyrer som kan brukes i problemløsingen, og deres tilnærming til problemet (Schoenfeld, 1982). De prosedyrene som brukes i problemløsningsprosesser kaller Schoenfeld (1982) *basic problem solving techniques*, og disse har mange likheter med Polya (1957) sin problemløsningsstrategi. Schoenfeld (1982) kaller studentenes tilnærming til problemer *managerial strategies*, og disse beskrives som strategier som hjelper studentene med å velge passende løsningsprosedyrer for å løse problemet. I denne oppgaven oversettes *managerial strategies* med *strategiske valg*. Det finnes utallige prosedyrer for å løse problemer, og det er ingen enkel oppgave å velge en tilnærming som faktisk vil løse problemet. Schoenfeld (1982) mener at å fokusere på strategiske valg vil gjøre problemløsningsprosessen mer målrettet, øke sannsynligheten for at passende løsningsprosedyre velges, og dermed også med høyere sannsynlighet produsere et svar som er i henhold til problemets premisser. I sum beskriver Schoenfeld (1981) to typer avgjørelser som viktige i en problemløsningsprosess; strategiske valg, som diskutert ovenfor, og taktiske valg, som inkluderer algoritmer og heuristikker. De taktiske valgene handler altså om hva som implementeres, *hvordan* problemet blir løst, mens de strategiske valgene er de avgjørelsene som ligger til grunn for de taktiske avgjørelsene, *hvilken* taktikk som er hensiktsmessig å bruke. Schoenfeld (1980) beskriver forskjellen på taktiske og strategiske valg slik:

We can think of a heuristic strategy as a "key" to unlock a problem. There are a large number of such "keys," and a given problem may be "openable" by only a few of them. Imagine facing a locked door with a key ring on which there are thirty keys, two of which will open the door. If you only have time to try three or four keys in the lock, the fact that the "right" key is somewhere on

the chain may not help you very much. On the other hand, a strategy for selecting the right key might. If you could narrow down the collection of "candidate" keys to ten, the opportunity to try three or four of these gives you a much better chance of success. (s. 798)

Strategiske valg er nødvendige i situasjoner hvor mye informasjon må prosesseres for å kunne oppnå et mål, eller en løsning av et problem. I tillegg til i disse situasjonene, vil strategiske valg være hensiktsmessige i situasjoner hvor tidligere utprøvde taktiske valg ikke har bidratt til å nå målet (Schoenfeld, 1981). Strategiske valg påvirker altså hvilken retning løsningen tar (Schoenfeld, 1981), mens de taktiske valgene omfatter utførelse av beregninger og verifisering av løsningen fordi de innebærer at noe utføres. I denne oppgaven vil ikke de taktiske valgene bli kommentert videre, da de implisitt omfattes av problemløsningsprosessen.

## 2.3 Forståelse

Flere teoretikere snakker om forståelse i sammenheng med problemløsning i matematikk (Kilpatrick, m. fl. 2001; Polya, 1957; Schoenfeld, 1985, 1992; Skemp, 1976). Den viktigste forutsetningen for å skulle kunne klare å løse et problem er ifølge Polya (1957) å forstå hva problemet egentlig går ut på, og ha en slags plan for å løse det. Polya (1957) beskriver dermed forståelse som det som skjer når en person skjønner hva løsningen eller deler av løsningen på et problem innebærer. Polya (1957) introduserte en firetrinnsmodell for problemløsning hvis hensikt er at problemløseren skal reflektere over hvilke forutsetninger som er gitt fra problemet, knytte problemet til allerede kjent kunnskap, og bevise at hvert steg i beregningene er korrekt og følger naturlig fra det forrige steget. Til slutt må den som løser problemet reflektere over gyldigheten av svaret og hvorvidt det hadde vært mulig å komme fram til svaret på andre måter. Refleksjon i etterkant er ment å skulle bidra til utvikling av problemløsende evner ved at problemløseren gjør seg enda bedre kjent med hva som skulle til for å løse problemet, og hvordan den nyervervede kunnskapen og strategiene som ble benyttet kan brukes i andre situasjoner. Polya (1957) beskriver problemløsning som en ferdighet, på lik linje med eksempelvis å svømme. Ved beherskelse av en ferdighet er det mulig å planlegge og utføre en handling, sammenligne handlingen og utfallet av handlingen med planen, og deretter korrigere planen. Innlæring av ferdigheter krever høy grad av oppmerksomhet mot elementene som inngår i ferdigheten, men når den er mestret kan den imidlertid utføres med lav eller ingen bevisst oppmerksomhet, som en automatisert handling. I

motsetning til kunnskaper om episoder og fakta huskes ferdigheter over lang tid (Svartdal, 2012). Polya (1957) mener altså at problemløsning kan øves, og at ved bruk av modellen han presenterer kan studenter bli bedre rustet til å løse problemer.

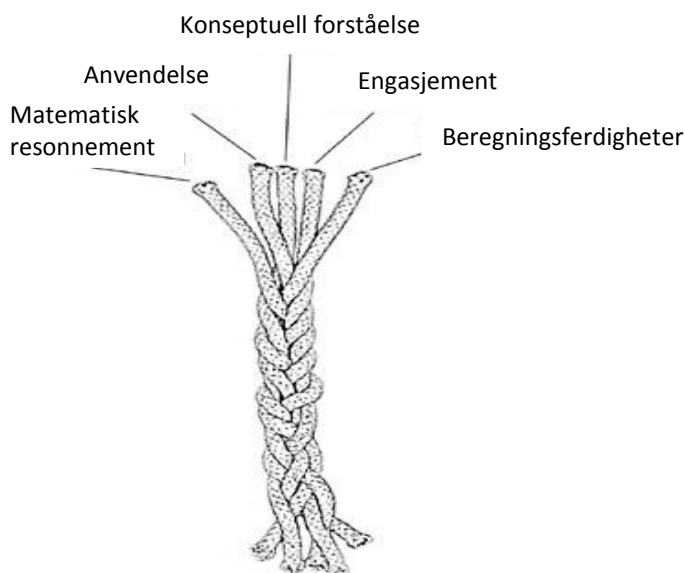
En av de første teoretikerne som påpekte at begrepet forståelse ble brukt i ulike settinger for å beskrive ulike scenarioer var Skemp (1976). Han beskriver forskjellen på det han kaller relasjonell og instrumentell forståelse på denne måten:

By the former is meant what I have always meant by understanding, and probably most readers of this article: knowing both what to do and why. Instrumental understanding I would until recently not have regarded as understanding at all. It is what I have in the past described as 'rules without reasons'. (s. 2)

Skemp (1976) skiller altså de to typene forståelse fra hverandre ved å beskrive relasjonell forståelse som det å vite både hvordan og hvorfor en handling utføres, og instrumentell forståelse som noe som minner om det som kan kalles «pugging», altså en noe ukritisk bruk av en algoritme for å utføre en matematisk operasjon. Med relasjonell forståelse blir mål og middel separert, det vil si at en løsningsstrategi kan brukes for å nå forskjellige mål, og at et mål kan nås ved å bruke forskjellige løsningsstrategier. Relasjonell forståelse bygger med andre ord på evnen til å se ulike muligheter for anvendelse av den matematiske kunnskapen en person innehar. Etter hvert som personen tilegner seg mer kunnskap, vil muligheter for anvendelse øke, og dermed kan personens kunnskapsbase ekspandere ytterligere. Skemp (1976) argumenterer også for at relasjonell forståelse er lettere å huske, fordi læring som fører til relasjonell forståelse vil medføre både kjennskap til algoritmer som kan brukes, men også hvorfor de kan brukes, og i hvilke situasjoner. Denne typen forståelse bidrar til å knytte ny kunnskap til kunnskap en person allerede innehar (Skemp, 1976).

Kilpatrick m. fl. (2001) bruker begrepet forståelse annerledes enn Skemp (1976) og Polya (1957) ved å klassifisere det som en del av et større bilde. Der Polya (1957) bruker begrepet forståelse i sammenheng med å løse problemer, og Skemp (1976) bruker begrepet relasjonell forståelse om et sammensatt bilde av en persons kognitive strukturer, bruker Kilpatrick m. fl. (2001) begrepet *mathematical proficiency*. Det finnes flere måter å oversette *proficiency* på, og i denne oppgaven oversettes det med *kompetanse*, i samsvarer med bruken av dette begrepet slik det er definert tidligere i denne oppgaven. Å være kompetent innenfor matematikk innebærer for Kilpatrick m.

fl. (2001) summen av egenskaper som skal til for at en person skal lykkes med å lære matematikk. Matematisk kompetanse er satt sammen av fem delkompetanser; konseptuell forståelse, beregningsferdigheter, ferdigheter i å anvende matematisk kunnskap, evne til matematisk resonnement og engasjement for faget (figur 2.4).



Figur 2.4: Matematisk kompetanse

For denne oppgaven er ikke alle delkompetansene like relevante, her presenteres derfor delkompetansene som har mest tydelig sammenheng med begrepene forståelse og problemløsning; konseptuell forståelse, anvendelse og matematisk resonnement.

For å tilegne seg en «dypere» forståelse og kunne bruke de de kan til å løse problemer, må studenter kunne representere og knytte sammen kunnskapen de innehar. For Kilpatrick m. fl. (2001) handler konseptuell forståelse om å forstå matematiske begreper, representasjoner, operasjoner, prosedyrer og relasjoner. Det innebærer å vite hvorfor en matematisk idé er viktig, og i hvilke sammenhenger den kan brukes. Denne forståelsen, som i stor grad handler om elever eller studenters evne til å undersøke matematiske sammenhenger, avhenger av kunnskap som ikke bare er lagret i hukommelsen, men som også er representert mentalt, knyttet sammen og strukturert på en slik måte at den kan hentes frem og anvendes når det trengs. Dette betyr at læring for forståelse kan sees på som et kraftigere verktøy enn å bare huske regler eller algoritmer fordi organisering av

kunnskap gjør det lettere å bevare kunnskapen, anvende den til å utføre beregninger, bruke den til å lære relaterte konsepter eller rekonstruere kunnskap dersom algoritmer eller lignende glemmes.

Ferdigheter i å anvende matematisk kunnskap innebærer å kunne formulere problemer på en matematisk måte, representere dem og utvikle strategier for å løse dem ved å bruke passende språk og prosedyrer. Denne delkompetansen er nært knyttet til begrepet problemløsning fordi den baserer seg på studenters anerkjennelse av at det eksisterer flere løsningsstrategier for å komme frem til samme løsning, samt deres evne til å velge passende løsningsstrategi til spesifikke problemer der det er hensiktsmessig. Kilpatrick m. fl. (2001) mener i likhet med Polya (1957), at for å kunne løse et problem må elever eller studenter forstå problemsituasjonen og informasjonen som er gitt, og representere problemet på en matematisk måte ved å trekke frem de viktigste komponentene, før de utfører beregningene som skal til. For å bli flinke problemløsere må elever eller studenter evne å se matematiske sammenhenger, kunne komme opp med nye måter å løse problemer på dersom det er nødvendig, og bruke løsningsstrategier på en fleksibel måte. For å utvikle fleksible løsningsstrategier kreves at elevene eller studentene har trening i å løse problemer, fordi eleven eller studenten på denne måten lærer å takle og forstå ukjente problemer. Ferdigheter i anvendelse av matematisk kunnskap henger dermed nøye sammen med forståelse fordi begge spiller inn når problemer løses (Kilpatrick m. fl., 2001).

Evne til resonnering er ifølge Kilpatrick m. fl. (2001) evnen til å tenke logisk, se sammenhenger mellom matematiske konsepter og situasjoner, reflektere over disse og kunne begrunne hvorfor løsningsstrategier er korrekte utført eller ikke. Med andre ord handler evne til resonnering om å kunne rettferdiggjøre de matematiske resonnementene i en problemløsningsprosess, og å vise at hvert steg i en beregning følger logisk etter det forrige. Evne til resonnering er spesielt viktig for problemløsning fordi det er viktig at beregninger som gjøres og prosedyrer som utføres er i tråd med et logisk resonnement som henger sammen med kriteriene som er gitt i oppgaven (Kilpatrick m. fl., 2001). Ved å være nært knyttet til ferdigheten problemløsning, henger matematisk resonnering også nært sammen med bakgrunnen for begrepet forståelse.

Det er helt klare sammenhenger mellom de tre overnevnte teoretikernes syn på forståelse. Når Skemp (1976) beskriver relasjonell forståelse er det en beskrivelse av hvilke kognitive strukturer som kreves for å oppnå innsikt i matematiske sammenhenger. Hovedvekten av Skemp (1976) sine beskrivelser handler dermed om hva forståelse er og hva som kjennetegner de kognitive



strukturene som ligger til grunn for dette. Kilpatrick m. fl. ser på det å bli matematisk kompetent på samme måte som Skemp (1976) ser på relasjonell forståelse, samtidig beskriver Kilpatrick m. fl. (2001) mer hvordan den matematiske kompetansen kommer til uttrykk gjennom problemløsning. Dermed er det helt klare sammenhenger mellom disse måtene å se på forståelse på, og den kognitive vanen Polya (1957) beskriver at han ønsker at elever skal tilegne seg for å kunne mestre problemløsning. Alle tre teoretikerne ser altså ut til å være enige i at en students forståelse for matematikk kommer til uttrykk ved deres evner til å løse problemer. Det er også tydelig at forståelse henger sammen med studenters faglige kunnskaper. Studenter som lærer med forståelse vil overvåke sine egne kunnskaper og er bevisst på hvorfor de gir mening (Kilpatrick m. fl., 2001; Skemp, 1976), egenskaper som er svært nyttige ved problemløsning (Polya, 1957).

På samme måte som at forståelse i matematikk er tett knyttet til problemløsning, vil heller ikke studenter som har mangelfull forståelse for sammenhengene mellom de viktige konseptene innenfor statistikk, klare å resonnerer på en tilfredsstillende måte eller bruke kunnskapen sin til problemløsning (Schau & Mattern, 1997). Å gi studentene muligheten til å tenke, resonnerer og reflektere over egen læring gir dem muligheten til å konstruere sin egen kunnskap basert på det de allerede vet. Dette kan bidra til at det nye studentene lærer knyttes til det de kan fra før, slik at «gammel» kunnskap ikke går tapt til fordel for «ny» kunnskap. Ved denne formen for læring ligger fokuset mer på prosessen ved å oppnå ny kunnskap, og forståelse for kunnskapen som tilegnes blir viktig (Budé, van de Wiel, Imbos, & Berger, 2011; Garfield & Ben-Zvi, 2008). Kunnskap innebærer dermed evnen til å finne og bruke informasjon, ikke evnen til å huske og repetere informasjon (Simon, 1995).



## 3. Metode

Metode er ifølge Aubert (1985, s. 196) «(...) en fremgangsmåte, et middel til å løse problemer og komme frem til ny kunnskap. Et hvilket som helst middel som tjener dette formålet, hører med i arsenalet av metoder». Metoden kan altså betraktes som den strategien en forsker benytter for å løse problemer og komme frem til ny kunnskap. Det viktigste ved en metode er at den bidrar til å finne svarene på forskningsspørsmålet for en studie (Everett & Furseth, 2012).

I dette kapittelet blir alle metodiske valg gjort rede for, for å bidra til åpenhet rundt forskningen som er gjort. I avsnitt 3.1 blir forskningsmetoden og forskningstilnærmingen beskrevet. Videre blir det i avsnitt 3.2 og 3.3 gjort rede for henholdsvis deltakerutvalg og valg av oppgaver for datainnsamling, mens det i avsnitt 3.4 redegjøres for gjennomføring av metoden. Bearbeiding av datamaterialet fra datainnsamlingen blir beskrevet i avsnitt 3.5, og avsnitt 3.6 består av refleksjoner rundt metodebruken i denne studien.

### 3.1 Valg av forskningsmetode

Valg av forskningsmetode er gjort for å best mulig kunne besvare studiens forskningsspørsmål. Å beskrive problemløsning og forståelse kan være vanskelig fordi det er noe som skjer i hodene til studentene. I tillegg til dette er forståelse, som nevnt i teoridelen, sammensatt av flere aspekter. Forskningsspørsmålet i denne studien er altså relativt komplekst, og det er nødvendig med metoder som åpner for fleksibel og åpen datainnsamling for å danne et godt grunnlag for å besvare det.

#### 3.1.1 Kvalitativ forskningsmetode

Fordi det i denne studien er nødvendig med en fleksibel datainnsamling, og fordi målet med den er å forstå hva studentene gjør og hvorfor de gjør det, er det hensiktsmessig å bruke kvalitativ metode (Jacobsen, 2005). Kvalitativ metode egner seg godt for å nærmere avklare hva som ligger i et begrep eller fenomen, forstå hvordan mennesker fortolker og forstår en gitt situasjon, eller for å se sammenhengen mellom individ og dets kontekst (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved bruk av kvalitativ metode åpnes det også for å studere detaljer i dybden (Jacobsen, 2005). Kvalitativ metode tar oftest utgangspunkt i tekst, lyd, eller bilder, og det er vanlig å bruke intervjuer og observasjoner for å samle inn data (Christoffersen & Johannessen, 2012).

### 3.1.2 Valg av forskningstilnærming

Med de rammene som er gitt på grunnlag av forskningsspørsmålet, og med tidsrammene for denne studien, må datainnsamlingen skje over en relativt kort periode. Fokuset er også rettet mot noe spesifikt, studentenes problemløsningsprosesser, og det er hensiktsmessig å studere relativt få enheter for at analysearbeidet ikke skal bli for omfattende. Med bakgrunn i dette vil det i denne studien bli brukt case-studie som forskningstilnærming. Ved bruk av case-studie som forskningstilnærming rettes oppmerksomheten mot den spesifikke casen og den beskrives inngående for å oppnå en bedre forståelse av tematikken som utforskes (Christoffersen & Johannessen, 2012). Noe som også gjør en case-studie til et godt valg er mulighetene i å undersøke nærmere hvorfor og hvordan noe skjer. Case-studien fanger opp «virkeligheten» til deltakerene som blir studert fordi forskeren er i kontakt med de som observeres og har mulighet til å stille dem åpne og inngående spørsmål (Thomas, 2015). Case-studier av enkeltstudenter vil også være verdifullt når faglige og læringsstrategiske forskningsspørsmål studeres fordi case-studien er kontekstbasert, dermed kan studentenes handlinger forstås ut fra den situasjonsbestemte konteksten de forekommer i (Brekke & Tiller, 2013).

For å få innblikk i hvordan studenter jobber med oppgaver er det ønskelig å studere dem i en så naturlig setting som mulig. Dermed er det naturlig å bruke observasjon som metode for datainnsamling, fordi dette gir direkte tilgang til det som undersøkes (Christoffersen & Johannessen, 2012). Mer spesifikt falt valg av datainnsamlingsmetode på videoobservasjon av gjennomføring av høyttenkning. Denne kombinasjonen er hensiktsmessig fordi videoobservasjon gir mulighet for en detaljert beskrivelse av dataene som er samlet inn fordi ingenting av datamaterialet går tapt ved video. Det er også mulig å se videoen flere ganger, og det er ikke nødvendig å notere ned detaljerte beskrivelser av hva som skjer undervegs i observasjonen (Christoffersen & Johannessen, 2012; Kvale & Brinkmann, 2015). Høyttenkning ble valgt fordi denne metoden er vanlig å bruke dersom ønsket er å få en omfattende beskrivelse av hva studentene tenker (Afflerbach & Johnston, 1984; Someren m. fl., 1994), slik som i denne studien.

### 3.1.3 Videoobservasjon som metode

Det er vanlig å bruke videoobservasjon som metode i interaktive situasjoner, som klasseromstudier og gruppeintervjuer, men det kan også brukes i intervjuer av enkeltpersoner (Tiberghien &

Sensevy, 2012). Videoobservasjon gjør det mulig å dokumentere en situasjon, samtidig som forskeren kan interagere med deltakerne i observasjonen (Christoffersen & Johannessen, 2012; Kvale & Brinkmann, 2015; Tiberghien & Sensevy, 2012). Video fanger også opp både visuelle data og lyd, og gir dermed et veldig rikt datagrunnlag (Christoffersen & Johannessen, 2012; Tiberghien & Sensevy, 2012). I tillegg til dette er det en klar fordel at det er mulig å se på dataene gjentatte ganger, fordi det muliggjør svært detaljerte beskrivelser, og gir rom for at forskeren kan endre sine teoretiske eller metodiske synspunkter undervegs i analyseprosessen (Tiberghien & Sensevy, 2012).

I denne studien var det hensiktsmessig å bruke videoobservasjon til ulike hensikter. Datamaterialet som er grunnlag for analysene i denne studien er videoobservasjoner av enkeltstudenter som gjennomfører høyttenkning. Før disse dataene ble samlet inn, ble det brukt videoobservasjon for å observere av gruppen av studenter som deltar i studien. Dette ble utelukkende gjort for å legge grunnlag for utforming av oppgaver for den videre studien, og er ikke en del av datamaterialet i denne studien.

En utfordring med filming er at det kan virke skremmende og hemmende på informanters vilje eller evne til å gi informasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012). Dette er viktig å ta hensyn til når deltakere velges ut, da noen er mer komfortable med å bli filmet enn andre. I denne studien ble studentene som fikk spørsmål om å delta også spurt om de synes det var greit å bli filmet, noe de alle svarte at var greit. I tillegg er studien meldt inn til NSD (vedlegg 4) for å forsikre at dataene blir behandlet på riktig måte, noe som også kan gi studentene trygghet. En annen utfordring med videoobservasjon er at datagrunnlaget blir så stort (Christoffersen & Johannessen, 2012; Tiberghien & Sensevy, 2012) at det både kan bli tidkrevende og vanskelig å transkribere og analysere dataene.

### 3.1.4 Høyttenkningsmetoden

Høyttenkning som metode kan gi direkte innsikt i studentenes problemløsningsprosesser (Fonteyn, Kuipers, & Grobe, 1993), i tillegg til at det åpner for å stille studentene oppklarende spørsmål tilknyttet problemløsningsprosessene (Fonteyn m. fl., 1993; Someren m. fl., 1994). Dette gjør at høyttenkning passer godt til datainnsamlingen i denne studien.

Høyttenkningsmetoden går ut på å be noen tenke høyt mens de løser et problem, og å analysere de verbale rapportene i etterkant. Rapportene består av alt som blir sagt og skrevet ned (Afflerbach & Johnston, 1984; Ericsson & Simon, 1993; Fonteyn, Kuipers, & Grobe, 1993; Someren m. fl., 1994). Ved å bruke høyttenkningsmetoden kan feilaktig eller mangelfull informasjon om hvordan en person løser oppgaver utelukkes (Someren m. fl., 1994), og de verbale rapportene kan gi «riktige» beskrivelser av kognitive prosesser (Afflerbach & Johnston, 1984). Likevel er det forutsetningene som ligger til grunn for den verbale rapporteringen som avgjør om rapportene beskriver den kognitive prosessen (Afflerbach & Johnston, 1984).

Settingen for gjennomføring av høyttenkningsmetoden bør være sånn at deltakerne føler seg komfortable (Someren m. fl., 1994), og utførelsen bør skje i et stille rom (Fonteyn m. fl., 1993; Someren m. fl., 1994). Det kan være lurt å demonstrere den verbale rapporteringen sammen med deltakerne, eller gi instruksjoner, slik at det som rapporteres faktisk er det forskeren er ute etter. Når forskeren gir instruksjoner bør disse være nøytrale (Afflerbach & Johnston, 1984) og enkle å forstå (Someren m. fl., 1994). Dersom deltakerne må tenke over det de skal forklare vil verbaliseringen kreve plass i arbeidsminnet, og kan forstyrre tankeprosessen (Someren m. fl., 1994). Å gi instruksjoner i forkant kan bidra til at deltakerne klarer å verbalisere tankene sine med en gang de dukker opp uten å bli forstyrret av verbaliseringen, og dermed kunne følge sin «normale» tankerekke (Ericsson & Simon, 1993). Selv om høyttenkning påvirker den kognitive prosessen i liten grad, er det viktig å være klar over at høyttenkning kan ta noe lenger tid enn «stille» tenking (Ericsson & Simon, 1980; Someren m. fl., 1994). Dersom ordene som blir verbalisert ikke «holder følge med» tankene, kan det føre til «hull» i høyttenkningsrapportene (Someren m. fl., 1994).

Dersom personen som deltar i høyttenkningen blir stille, bør forskeren stille nøytrale spørsmål om hva vedkommende tenker (Ericsson & Simon, 1980; Fonteyn m. fl., 1993; Someren m. fl., 1994), fordi denne typen spørsmål kan bidra til forståelse og at personen husker mer av det det ble spurt om (Someren m. fl., 1994). Dersom forskeren har spørsmål til det deltakeren sier under høyttenkningsprosessen, men ikke vil forstyrre høyttenkningen, kan forskeren notere ned spørsmål som dukker opp undervegs, for så å stille disse spørsmålene når høyttenkningen er over (Fonteyn m. fl., 1993; Someren m. fl., 1994).

## 3.2 Utvalg av deltakere

Ved utvalg av deltakere til denne studien var det flere hensyn å ta, både når det kom til deltakere og omfang av datainnsamling. Som nevnt skulle datainnsamlingen foregå i to omganger. Først ved videoobservasjon av en eller flere grupper for å legge grunnlaget for utforming av oppgaven til resten av datainnsamlingen i denne studien, deretter ved videoobservasjon av høyttenkning med enkeltstudenter for å observere dem mens de løste problemer. Noen forutsetninger var gitt på forhånd, da studien konsentrerer seg om studenter som tar grunnkurs i statistikk ved en høyere utdanningsinstitusjon. Dette gjaldt antall deltakere i hver gruppe til første del av datainnsamlingen, og alder på deltakerne. Dermed var det allerede tatt hensyn til Someren m. fl. (1994) og Ericsson og Simons (1993) anbefaling om å bruke voksne personer for gjennomføring av høyttenkningen. Denne anbefalingen kommer av at voksne mennesker stort sett klarer å verbalisere tankene sine på en strukturert måte uten at det krever for mye oppmerksomhet fra resten av tankeprosessen (Ericsson & Simon, 1993). I tillegg til dette var gruppestørrelse for første del av datainnsamlingen gitt, da studentene allerede var delt inn i grupper på fire til fem personer. Både Jacobsen (2005) og Christoffersen og Johannessen (2012) anbefaler relativt få deltakere i kvalitative studier, både for å begrense tiden datainnsamlingen tar, for å få frem hva som skjer i «virkeligheten» til dem som undersøkes, og for at ikke analysen skal bli alt for ressurskrevende. Selv om gruppestørrelsen var gitt, var det ikke bestemt hvor mange grupper som skulle delta i studien. Det var også vanskelig å vite om alle studentene i en gruppe ønsket å delta, da det ble vektlagt at deltakelse i studien var noe også studentene måtte ønske.

Det ble både laget en informasjonsvideo og sendt ut samtykkeskjema (vedlegg 3) til studentene som tok grunnkurset i statistikk. Påmelding var tenkt at skulle skje via mail. Etter lite respons på dette, ble det bestemt at foreleseren i grunnkurset skulle spørre noen av gruppene om de kunne tenke seg å delta. Foreleseren valgte å spørre grupper med studenter han trodde ville syns det var greit å bli filmet, samtidig som det ble vektlagt at gruppen diskuterte mye og hadde et godt samarbeid. Dette resulterte i at foreleseren foreslo tre grupper, hvorpå alle studentene ble kontaktet. Etter lite respons ble det bestemt at det var nok å observere en gruppe, og foreleser tok kontakt med en av gruppene hvor noen av studentene hadde sagt seg villig til å delta. På denne gruppa sa alle studentene seg villige til å delta, og videoobservasjon av oppgaveløsning i gruppen kunne starte. Studentene ble også opplyst om at prosjektet var meldt inn til NSD (vedlegg 4), for

å understreke at dataene skulle anonymiseres, og bare brukes i denne oppgavens hensikt. Studentene fikk også opplysninger om at de skulle få lese gjennom studien før den ble publisert.

Til hoveddelen av datainnsamlingen, hvor observasjon av høyttenkning skulle gjennomføres, ble det bestemt at alle studentene fra gruppen skulle bli spurt om de ønsket å delta. De fikk omfattende informasjon om hvordan datainnsamlingen ville foregå, og det ble vektlagt at deltakelse var frivillig. Alle studentene fra gruppa ønsket å delta, noe som resulterte i at både videoobservasjon av gruppe og gjennomføring av høyttenkning ble gjort med deltakerne «Oda», «Sofie», «Ellinor», «Rakel» og «Linn».

### 3.3 Oppgaver

Under første del av observasjonen, hvor deltakerne ble observert i gruppe, jobbet de med oppgaver som var utformet av foreleser i grunnkurset, på lik linje med alle de andre studentene som tok kurset. Dette var hensiktsmessig da det ble minst mulig forandring for studentene, samtidig som det gav muligheter for å observere hvordan studentene jobbet med oppgaver som var tiltenkt pensum i statistikkurset. Dermed ble settingen så naturlig som mulig (Christoffersen & Johannessen, 2012), også når det gjaldt oppgavene studentene jobbet med. Et eksempel på en kollokvieoppgave finnes i vedlegg 1.

Den første delen av observasjonen ble som nevnt brukt for å legge grunnlaget for oppgaveutforming i andre del av observasjonen, gjennomføring av høyttenkning. Det ble vektlagt at oppgavene studentene skulle løse i løpet av høyttenkningen skulle være relevant for pensum i faget samtidig som oppgavene måtte være utformet slik at det var mulig å observere studentenes problemløsningsprosesser. Altså måtte oppgavene både kunne defineres som problemer (f.eks. Polya, 1957) samtidig som de ikke måtte være så krevende at studentene ikke ville klare å løse dem. Det var fordelaktig om oppgaven kunne relateres til noe studentene hadde jobbet med før, derfor var det hensiktsmessig å bruke den første delen av observasjonen for å kartlegge hva studentene hadde jobbet med innenfor temaet lineær regresjon. I tillegg til dette var det viktig at studentenes løsning av oppgaven gav informasjon som kunne svare på forskningsspørsmålet i denne studien. Målet med studien er å karakterisere studenters problemløsningsprosesser, og knytte disse opp mot forståelse for lineær regresjon. Med dette i tankene ble oppgavene utformet slik at de

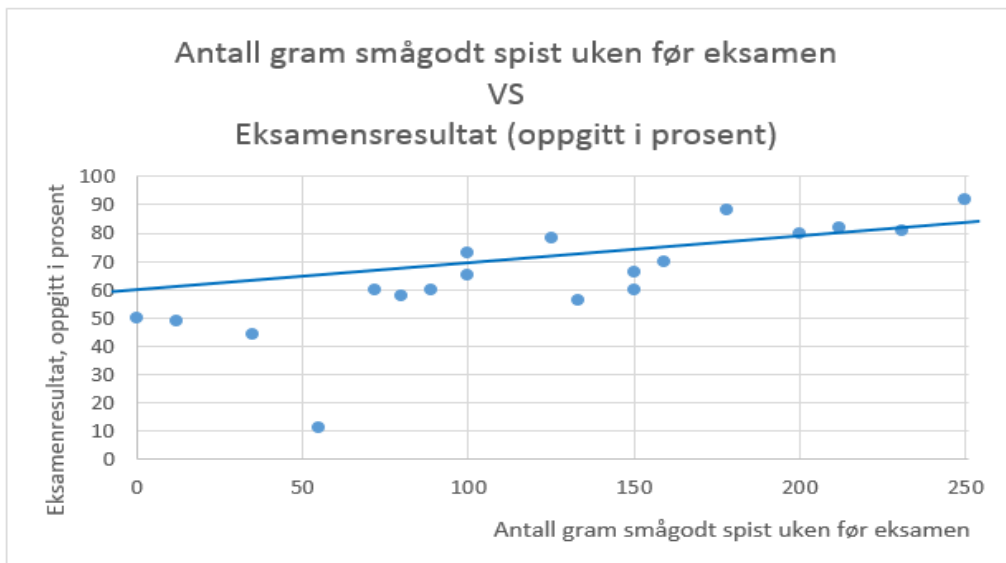


kunne åpne for problemløsning, og dermed hadde potensiale for å vise et stort spekter av studentenes kunnskap om og forståelse for lineær regresjon. Samtidig ble det vektlagt at studentene ikke nødvendigvis skulle trenge å huske eller bruke formlene involvert i modelltilpasning i lineær regresjon, fordi dette ikke nødvendigvis sier noe om deres forståelse. Det var likevel åpent for at studentene kunne bruke formler dersom de ønsket det.

På bakgrunn av disse forutsetningene, og i samarbeid med foreleser i faget, ble oppgavene laget. Til sammen ble studentene gitt tre oppgaver, men bare en av disse danner datagrunnlaget for denne studien. Det ble bestemt at oppgavene skulle fokusere på modelltilpasning ved MKM, og at de skulle utføres analogt. Studentene hadde tidligere brukt digitale verktøy for å løse oppgaver som involverte MKM, men det ble antatt at studentene ville klare å bruke andre løsningsmetoder for å løse oppgavene gitt i denne studien. Som nevnt tidligere ble ikke oppgavene gitt med ønske om at studentene skulle bruke formlene for modelltilpasning ved MKM, men åpnet for den muligheten også. Dermed tok oppgavene utgangspunkt i at studentene skulle bruke andre tilnærminger til modelltilpasning enn beregning av modellens plassering med minste kvadraters metode. I en slik situasjon vil den beste tilnærmingen til modellen være den linja som er plassert nærmest mulig alle punktene (Casey, 2014). Oppgavesettet studentene fikk i gjennomføringen av høyttenkningen er gjengitt i sin helhet i vedlegg 5.

For videre arbeid i denne studien ble oppgave 1b valgt ut på grunnlag av at det i løpet av observasjonen ble tydelig at studentenes løsning av denne oppgaven var av mest problemløsende karakter (Polya, 1957; Schoenfeld, 1985). Videre presenteres dermed oppgave 1b (figur 3.2) som danner utgangspunkt for datagrunnlaget i denne studien, sammen med oppgave 1a (figur 3.1) fordi denne er nært knyttet til studentenes løsninger av oppgave 1b.

### Oppgave 1a

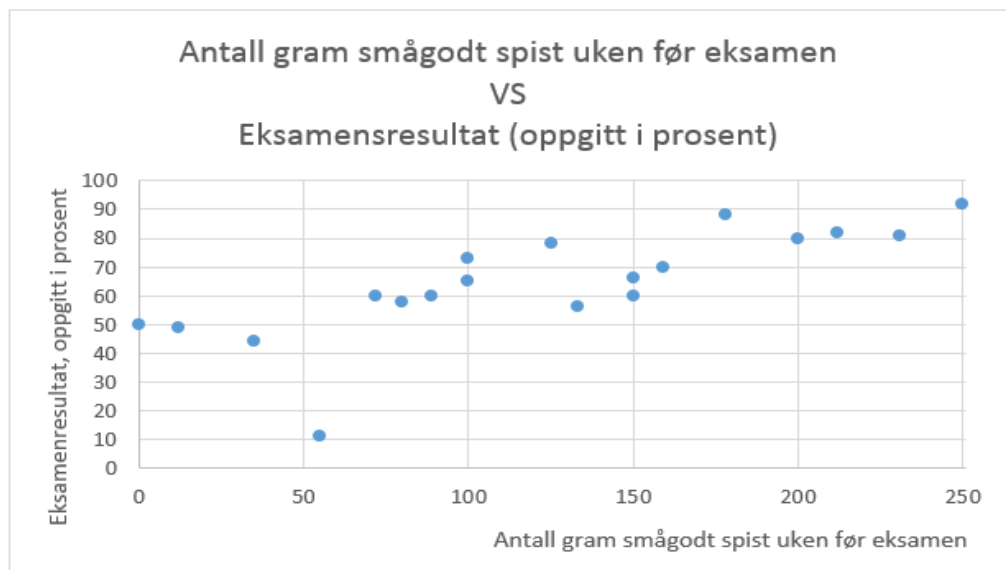


- **Hva kan du si om modellens tilpasning til plottet?**

Figur 3.1: Oppgave 1a

### Oppgave 1b

- **Figuren under viser samme plott som i sted. Tegn den regresjonslinja du mener vil være best tilpasset plottet. Begrunn valget ditt.**

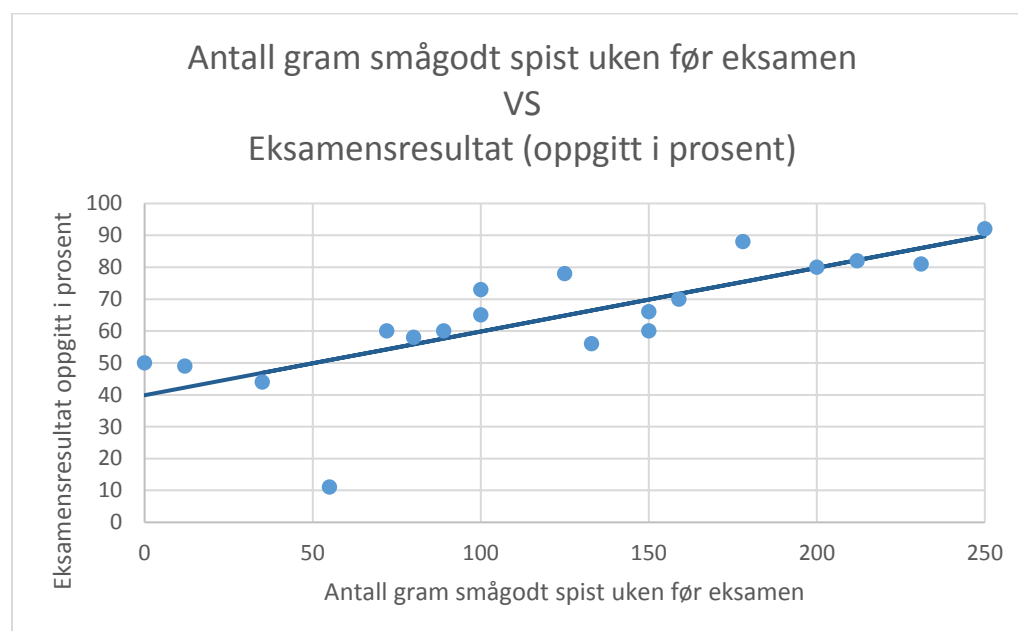


- **Hvilken informasjon får du fra denne modellen?**

Figur 3.2: Oppgave 1b

Målene som på forhånd ble satt for oppgave 1b var å se hvilke tanker studentene gjorde seg i møte med en grafisk fremstilling av regresjonslinja og et spredningsplot. Det var også mål om å få vite noe om hvilke tanker studentene hadde om utligger, formen på plottet, forutsetninger for plassering av modellen, i tillegg til deres tanker om korrelasjon og årsakssammenheng, og modellens gyldighetsområde. Det var forventet at studentene ville klare å tegne en modell, men at plasseringen av denne ville avhenge av ulike faktorer, som nevnt i kapittel 2.

Gitt at studentene hadde hatt mulighet til å bruke digitale verktøy for å lage modellen, vil minste kvadraters metode gi løsning som presentert i figur 3.3. Videre i teksten vil denne modellen bli referert til som MKM-modellen.



Figur 3.3: MKM-modellen

### 3.4 Gjennomføring

I dette avsnittet beskrives gjennomføring av videoobservasjon av gruppe i avsnitte 3.4.1, mens gjennomføring av høyttenkning beskrives i avsnitt 3.4.2. Gjennom hele observasjonsprosessen var det to masterstudenter til stede, da vi hadde felles datainnsamling.

### 3.4.1 Observasjon av gruppe

Videoobservasjon av gruppe ble gjennomført i slutten av høstsemesteret 2016, fordi det var da studentene i grunnkurset i statistikk lærte om temaet lineær regresjon. Ønsket med denne delen av observasjonen var å få et mest mulig naturlig bilde av hvordan studentene jobbet med oppgavene og hvilke temaer de jobbet med, derfor ble studentene filmet i øvingstimene i klasserommet hvor de gjorde oppgaver i gruppen. Det var også andre grupper tilstede i disse øvingstimene, uten at dette bød på problemer. På forhånd hadde vi snakket med studentene i gruppen, for å informere om hvordan observasjonen skulle foregå, og for å bli bedre kjent. Selv om opptaksutstyret tiltrakk oppmerksomhet, sa studentene at de ikke tenkte over at de ble filmet. Dette kommer også frem på opptakene, hvor studentene tidvis helt tydelig glemmer at de filmes. I løpet av denne delen av observasjonen var begge masterstudentene til stede, men interagererte så lite som mulig med studentene mens de jobbet med oppgaver. Likevel var det viktig at vi ble bedre kjent, og både før og etter at studentene løste oppgaver, snakket vi med dem.

### 3.4.2 Observasjon av høyttenkning med enkeltstudenter

Gjennomføring av høyttekning ble gjort i slutten av januar. Det var hensiktsmessig å gjennomføre denne delen av observasjonen på dette tidspunktet, da det ikke kolliderte med studentenes eksamensperiod i høstsemesteret. Samtidig var det interessant å gjennomføre høyttenkningen en stund etter at studentene var ferdig med grunnkurset i statistikk, fordi det kunne åpne for å undersøke omfanget av hva studentene husket, fordi flere teoretikere mener at evne til å huske fagkunnskaper henger sammen med forståelse (f.eks. Kilpatrick m. fl., 2001; Skemp, 1976). Det ble satt av 45 minutter til hver av studentenes gjennomføringer, hvor ca. 30 minutter var tiltenkt høyttekningen i seg selv.

I gjennomføringen av høyttenkningen ble alle studentene filmet enkeltvis mens de løste oppgavene gitt. Gjennomføringen foregikk i et lukket rom hvor bare studenten og masterstudentene var tilstede. Videokamera var satt opp slik at det pekte på studenten, oppgaven var skrevet ut på forhånd, det var satt frem vann og skrivesaker. Oppsettet var slik at studenten satt på den ene siden av bordet, mens vi satt på den andre siden av bordet. Før selve oppgaveløsningen startet, ble settingen gjort så avslappet som mulig ved å snakke med studentene om ikke-faglige ting, før de

fikk informasjon, instruksjoner og en demonstrasjon av hvordan høyttenkning kunne høres ut. Når både studenten og vi var klare, ble høyttenkningen satt i gang.

På forhånd hadde vi skrevet ned noen spørsmål og opplysninger i tilfelle studentene ble stille, eller at de lurte på noe. Vi hadde også snakket sammen om dynamikken oss imellom, slik at denne dialogen ikke skulle påvirke studentene i deres høyttenkning. I tillegg hadde vi forberedt noen strategier for å bestemme når det var greit å stille spørsmål til studentene, gi studentene opplysninger, eller gå videre til neste oppgave. Vi skrev også ned spørsmål underveis i høyttenkningen, for å kunne stille disse i etterkant. Selv om noen av studentene hadde lettere for å verbalisere tankene sine enn andre, klarte alle studentene å tenke høyt. Likevel var det vanskelig å unngå noe «stille tenkning», men ofte var studentene flinke til å legge merke til dette selv, og fortsatte å tenke høyt. Der vi måtte bryte inn og stille spørsmål eller gi hint for å få prosessen til å fortsette, gikk dette også bra. Dataene som ble samlet inn er derfor med stor sannsynlighet det studentene har tenkt mens de løste oppgaver. Selv om studentene løste oppgavene på forskjellige måter, klarte alle studentene å løse oppgavene. Ikke alle studentene løste alle oppgavene, et valg som ble gjort for å begrense tiden høyttenkningen tok.

### **3.5 Bearbeiding av data**

Etter at dataene er samlet inn, må de bearbeides. Med video som datagrunnlag er det nødvendig å oversette mellom talespråk og skriftspråk ved å transkribere dataene (Brinkmann, Tanggaard, & Hanssen, 2012; Kvale & Brinkmann, 2015). Likevel er transkripsjonene nesten å betrakte som rådata, og for å kunne svare på forskningsspørsmålet må dataene analyseres før de kan tolkes opp mot de teoretiske rammene presentert i kapittel 2. I de følgende kapitlene presenteres teori om bearbeiding av data. Avsnitt 3.5.1 beskriver transkribering av innsamlede data, mens avsnitt 3.5.2 beskriver analysene.

#### **3.5.1 Transkribering**

Transkribering kan sees på som en oversettelse mellom muntlig og skriftlig språk. Når muntlig språk skal transkriberes er det mange ting å ta hensyn til, og det kan være vanskelig å overføre all informasjonen fra video til tekst (Brinkmann m. fl., 2012). Selv om det ved transkribering er

vanskelig å unngå at enkelte sider ved videoobservasjonene går tapt, er det i denne studien mer viktig å få med meningsinnholdet (Brinkmann m. fl., 2012) i det studentene sier. Med bakgrunn i dette beskrives ikke alle detaljene i det studentene gjør eller sier i opptakene, da dette ikke sees på som like viktig for denne studien. Transkripsjonen i denne studien er gjort av forskeren selv. Dette er en fordel av flere grunner; forskeren kjenner fagspråket (Fonteyn m. fl., 1993) og har selv stått for datainnsamlingen. Dette gjør forskeren godt kjent med datamaterialet, og utvalg av data enklere (Brinkmann m. fl., 2012).

Det er viktig at transkripsjonene i denne oppgaven tar hensyn til ønsket fremstilling av datamaterialet. For å kunne karakterisere studentenes problemløsningsprosess er det et poeng å fremstille prosessen i sin helhet. Dermed blir resultatene bestående av store mengder tekst, og det er nødvendig å korte ned teksten mest mulig, men uten at det går på bekostning av meningsinnholdet i det studentene sier. Dermed falt valget på å bruke en viss grad av meningsfortetting (Kvale & Brinkmann, 2015), hvor alle pauser, pauselyder, ord eller fraser uten betydning for meningsinnholdet i det som blir sagt, kuttet. Eksempelvis blir frasen «på en måte» kuttet, sammen med eksempelvis ordene «egentlig» og «liksom», der de ikke har betydning for meningsinnholdet. Dersom studenten gjentar seg selv kuttet også dette. Dette kan eksempelvis illustreres ved at frasen «så godt man, eller det lar seg gjøre.» blir til «så godt det lar seg gjøre». I tillegg til dette er det fylt inn ord eller fraser der dette er nødvendig for å oppklare hva studenten mener, dersom setningen er ufullstendig eller mangelfull på ulike måter. I disse tilfellene er dette markert med firkantklammer. Et godt eksempel er frasen «Er ikke dette samme [figur som i forrige oppgave?]

» som i utgangspunktet var frasen «Er ikke dette samme?». I tillegg til høyttenkningen, ble studentene i etterkant stilt oppklarende spørsmål til det de sa undervegs i høyttenkningen. For å få frem hva studentene mente med det de sa undervegs i høyttenkningen der dette var uklart eller der det manglet begrunnelse, blir studentenes egne oppklaringer brukt for å oppklare. Dette fører til at transkripsjonene som fremstilles i vedlegg 6 til vedlegg 10 består både av utsagn studentene kom med i løpet av høyttenkningen, og utfyllende eller oppklarende forklaringer studentene kom med i forbindelse med spørsmålene i etterkant.

Ut over disse grepene ble det ikke gjort koding av teksten (Kvale & Brinkmann, 2015), eller andre grep. Likevel er dataene presentert i vedlegg 6 til vedlegg 10 valgt ut blant en stor mengde

innsamlede data, hvor fokuset har vært på å velge ut de delene av høyttenkningsrapportene hvor fokuset er på problemløsningsprosessen, i tråd med studiens forskningsspørsmål.

### 3.5.2 Analyse

Når det kommer til analyse av data fra casestudier, er det vanlig at disse baserer seg på en rekke teoretiske antagelser. De teoretiske antagelsene som utgjør rammeverket for denne analysen er presentert i kapittel 2. Denne måten å gjøre analyse på, å bruke flere forskjellige teorier fra ulike fagområder, kalles bricolage, og er vanlig å bruke ved analyse av kvalitative data (Kvale & Brinkmann, 2015). Det teoretiske rammeverket presentert i kapittel 2 har til hensikt å karakterisere studentenes problemløsningsprosesser for å knytte disse opp mot studentenes forståelse for lineær regresjon. Analysen må dermed innebære å kategorisere (Kvale & Brinkmann, 2015) de transkriberte dataene i henhold til teori om problemløsning, i tillegg til å kategorisere studentenes utsagn i henhold til deres statistiske kompetanse.

Studentenes problemløsning kategoriseres med to hensyn. Det ene er selve problemløsningsprosessen, mens det andre er de strategiske valgene studentene gjør. Selv om problemløsningsstrategier knyttes mot Polyas (1957) teorier, er de fire trinnene i Polyas (1957) modell beregnet for bruk av lærere eller studenter i undervisningssituasjoner. Dette gjør dem vanskelige å bruke i analyse av høyttenkningsrapporter. På bakgrunn av dette ble det i denne studien valgt å bruke teori fra Schoenfeld (1981), der analyser av høyttenkningsrapporter står sentralt. De ulike fasene i Schoenfelds (1981) analyser er innholdsmessig like Polyas (1957) trinn for problemløsning. Der Polya (1957) deler problemløsningsprosessen inn i fire trinn, forstå problemet, lage en plan, utføre planen og se tilbake, deler Schoenfeld (1981) prosessen inn i seks faser; lesing, analyse, utforskning, planlegging og implementering, verifisering og overføring. Lesing, analyse og utforskning (Schoenfeld, 1981) har mange felles trekk med å forstå problemet, planlegging (Polya, 1957), implementering og verifisering (Schoenfeld, 1981) har mange felles trekk med å lage en plan og å utføre beregningene (Polya, 1957), mens verifisering og overføring (Schoenfeld, 1981) har mye til felles med å se tilbake (Polya, 1957).

Utsagn som har med studentenes statistiske kompetanse innenfor lineær regresjon kategoriseres i henhold til deres statistikkfaglige kunnskaper. For å gjøre det mulig å kategorisere studentenes statistiske kompetanse på en oversiktlig måte, blir studentenes utsagn om deres statistikkfaglige

kunnskaper kategorisert i følgende kategorier; faglige forankringer, ikke-faglige forankringer og misoppfatninger. Faglige forankringer er utsagn som baserer seg på statistiske fagkunnskaper, som nevnt i avsnitt 2.1, mens ikke-faglige forankringer er utsagn som baserer seg på noe annet, eksempelvis noe studenten mener er «logisk» eller noe studenten husker å ha lært tidligere. Misoppfatninger er utsagn som baserer seg på gale oppfatninger eller antagelser om statistikk, som nevnt i avsnitt 2.1.3.

Til denne analysen ble det på bakgrunn av de innsamlede dataene besluttet å modifisere Schoenfeld (1981) sine faser. Ingen av studentene viste tegn til overføring, og denne fasen ble derfor kuttet. For å fremstille prosessene så tydelig som mulig ble det også besluttet å dele «planlegging og implementering» i to separate faser. De seks fasene brukt for å kategorisere studentenes utsagn er beskrevet ytterligere i teksten som følger.

### **Lesing**

Lesefasen begynner når studenten begynner å lese problemet, og innebærer forståelse av problemets premisser og eventuelle gjentakelser av problemformuleringen. Lesefasen karakteriseres ved at studenten prøver å forstå problemet, prøver å tydeliggjøre hva målet med oppgaven er, og gir uttrykk for sine forkunnskaper innenfor temaet i oppgaven.

### **Analyse**

Analyse skjer når det ikke er noen åpenbar løsning på problemet tilgjengelig for studenten. I analysefasen gjøres et forsøk på å forstå alle sidene ved problemet, velge en passende angrepsvinkel for å kunne løse problemet, og reformulere problemet med ny vinkling. Her kommer også prinsipper for løsning av problemet til uttrykk, sammen med eventuelle forenklinger av problemet. Analyse fører ofte til planleggingsfasen, men det er ikke gitt. I noen tilfeller kan studenten hoppe over analysefasen og gå rett til planlegging av løsning av problemet. Analysefasen karakteriseres ved at studenten velger et perspektiv, bruker problemets premisser eller målet for problemløsningen til å gjøre antagelser eller handlinger, utforsker sammenhenger mellom



premissene for problemet og målet. Det er i analysefasen at faglig forankring og eventuelle misoppfatninger kommer til uttrykk.

### **Utforskning**

I motsetning til analyse, er utforskning mindre strukturert, og innebærer at studenten leter etter relevant informasjon som kan være nyttig for løsningsprosessen. I utforskningsfasen er det viktig med gode begrunnelser for antagelser som gjøres, nettopp fordi det kan komme opp mye ny informasjon, og ikke all denne informasjonen er hverken nyttig eller relevant for problemløsingen.

### **Planlegging**

Planlegging innebærer at studenten uttaler en plan for videre løsning. I planleggingsfasen er det viktig å vurdere planen opp mot oppgavens premisser og mål, og vurdere hva slags konsekvenser implementering av planen vil få. Selv om dette er viktig for å lykkes med planen, er det ikke gitt at studentene gjør dette.

### **Implementering**

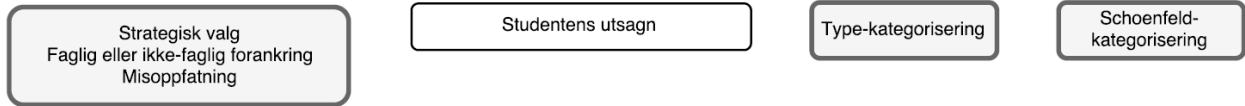
Implementering innebærer at studenten utfører noe fra planen den har lagt, eller andre deler av prosessen, likevel må ikke implementering nødvendigvis skje på bakgrunn av en plan.

### **Verifisering**

I denne fasen skjer verifisering av løsning, men også prosessen som førte til en løsning. Løsningen kan også bli testet eller vurdert opp mot problemets premisser.

For å lette arbeidet med å kategorisere studentenes utsagn ble det introdusert et «hjelpeseg» i analysen. Her ble de transkriberte dataene kategorisert i henhold til hvilken type utsagn de var, målformuleringer, antagelser, beskrivelser, begrunnelser, kritikk eller løsninger. Målformuleringer er utsagn hvor studentene enten implisitt eller eksplisitt nevner et mål med problemløsningen. Antagelser er utsagn hvor studenten gir uttrykk for en overbevisning, og beskrivelser er beskrivende utsagn. Begrunnelser er utsagn hvor studenten forklarer bakgrunnen for en uttalelse eller handling, mens kritikk er uttalelser hvor studenten kritiserer uttalelser eller handlinger. Løsninger er utsagn eller handlinger hvor studenten svarer på målformuleringer.

På bakgrunn av de overnevnte argumentene er analysen strukturert med utgangspunkt i studentenes utsagn og handlinger. Analysen består altså av tre hovedkategorier, den første er «hjelpesegget», den andre er de modifiserte fasene til Schoenfeld (1981), og den tredje er studentenes faglige kunnskaper og deres strategiske valg. Det var hensiktsmessig å plassere studentenes strategiske valg i samme hovedkategori som studentenes faglige kunnskaper fordi de til en viss grad baserer seg på det samme, nemlig bakgrunnskunnskapene til studentene. De tre kategoriene vil videre henvises til som henholdsvis «type-kategoriseringen», «Schoenfeld-kategoriseringen» og «den faglige og strategiske kategoriseringen». Fordi type-kategoriseringen er et slags oppklarende mellomsteg for å kunne kategorisere utsagnene eller handlingene etter Schoenfelds kategorier, er det hensiktsmessig å sette disse i forhold til hverandre i fremstillingen av analysen. Om utsagnet eller handlingen kategoriseres som et strategisk valg, en faglig eller ikke-faglig forankring, eller en misoppfatning er mer tilknyttet selve studentens utsagn eller handling, og det er derfor hensiktsmessig å «sortere» disse kategoriene litt for seg selv. Dermed blir resultatene strukturert på følgende måte i analysene; analysen består av fire kolonner, en til hver hovedkategori. Kolonnen til venstre er den faglige og strategiske kategoriseringen, kolonnen til høyre for denne er for studentenes utsagn, her gjengis det studentene har sagt. De to kolonnene til høyre er til henholdsvis type-kategoriseringen og Schoenfeld-kategoriseringen. Dermed blir strukturen seende ut som i figur 3.4. Analysene er gjengitt i sin helhet i vedlegg 6 til vedlegg 10.

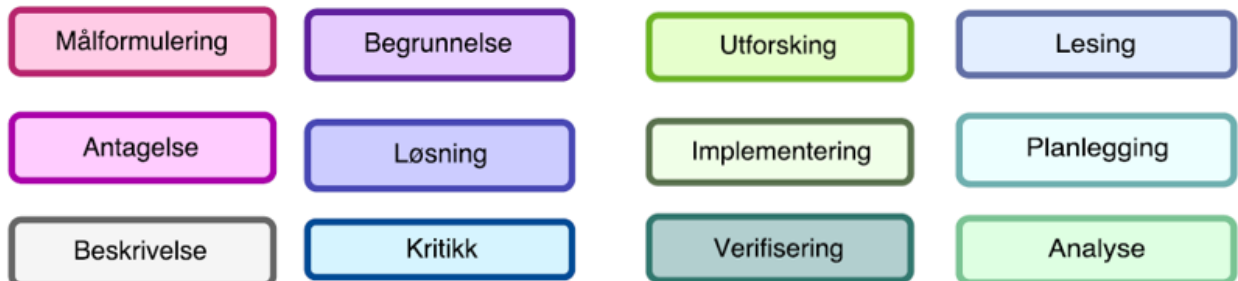


Figur 3.4: Kategorisering i analysen

For å kunne skille mellom de ulike kategoriene innad i hovedkategoriene, er det hensiktsmessig å fargekode dem. For den faglige og strategiske kategoriseringen er fargekodingen som vist i figur 3.5. For type-kategoriseringene og Schoenfeld-kategoriseringen er fargekodingen som vist i figur 3.6. Fargekodingen er utelukkende brukt for å kunne skille mellom de ulike kategoriene, og har ingen betydning ut over dette.



Figur 3.5: Fargekode for den faglige og strategiske kategoriseringen



Figur 3.6: Fargekode for typekategorisering og Schoenfeld-kategorisering

### 3.6 Metodisk refleksjon

Selv om kvalitativ metode egner seg godt i denne studien, er det en rekke hensyn som må tas når forskeren selv brukes som metodisk verktøy (Christoffersen & Johannessen, 2012). I en kvalitativ studie er det derfor viktig å si noe om dataenes pålitelighet og gyldighet (Everett & Furseth, 2012).

Reliabilitet betegner dataenes pålitelighet, og handler om nøyaktigheten av undersøkelsens data. Det handler om måten data samles inn på, hvilke data som brukes og hvordan de bearbeides (Christoffersen & Johannessen, 2012). En av fordelene som trekkes frem ved kvalitative forskningstilnæringer er nærheten mellom den som undersøker og enhetene som undersøkes, likevel er det viktig å være klar over at denne nærheten også kan by på problemer. Et av disse er tap av evne til kritisk refleksjon, et annet er at mennesker naturlig «læres opp» til en ubevisst siling av informasjon, noe som kan føre til mangel på åpenhet for alle detaljer ved en setting (Jacobsen, 2005).

I denne studien har det gjennom hele observasjonen vært to masterstudenter til stede, begge har også vært med på deltakerutvalg og utforming av oppgaver. I tillegg til dette har det gjennom hele metodekapittelet vært fokus på åpenhet rundt både innsamling og behandling av datamaterialet. Dette vil forhåpentligvis bidra til pålitelige data. Likevel bør det nevnes at høyttenkning som metode kritiseres for å være vanskelig å replikere (Someren m. fl., 1994) fordi ulike forskere med høy sannsynlighet vil få ulike utfall ved bruk av høyttenkningmetoden. Selv om Someren m. fl. (1994) og Ericsson og Simon (1993) kaller metoden objektiv fordi dataene ikke tolkes av informanten selv, men av forskeren, er det stor sannsynlighet for at dersom noen andre hadde gjennomført denne studien på nytt, ville de fått andre resultater. Dette kommer av at dette er en kvalitativ studie med mennesker som deltagere.

Validitet betegner dataenes gyldighet, og handler om hvor godt dataene representerer virkeligheten (Christoffersen & Johannessen, 2012). I samfunnsvitenskap viser validitet ofte til om en metode faktisk er egnet til å undersøke det den sier den skal undersøke (Kvale & Brinkmann, 2015). Når det kommer til validiteten til verbale rapporter vil forskjellige forskere kunne finne ulike deler av data interessant, og dermed komme til helt ulike konklusjoner (Christoffersen & Johannessen, 2012; Fonteyn m. fl., 1993). Det er også forskeren selv som bestemmer hva som er den «riktige» forståelsen av en situasjon (Jacobsen, 2005). Observasjoner av mennesker, i seg selv, kan potensielt virke ødeleggende på undersøkelsen fordi det er vanskelig å vite om menneskene som

undersøkes opptrer naturlig når de observeres (Jacobsen, 2005). Filming kan i tillegg virke skremmende og hemmende på deltakernes vilje eller evne til å gi informasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012). Ved bruk av høyttenkningsmetoden, kan selve høyttenkningen være forstyrrende for tankeprosessen, fordi mange er ikke vant til å skulle tenke høyt når de løser oppgaver (Someren m. fl., 1994). Å stille spørsmål til den som utfører høyttenkningsmetoden undervegs i problemløsningsprosessen kan også virke forstyrrende, selv om det kan bidra til forståelse og at deltakeren husker er av det den ble spurt om (Someren m. fl., 1994). Den største ulempen ved å forstyrre tankeprosessen er at tankene kan ta en annen retning enn de ville gjort på egenhånd (Someren m. fl., 1994). Så lenge høyttenkningen ikke krever verbalisering av tanker som ikke allerede er der, hverken påvirkes de kognitive prosessene eller fører til endringer av oppgaveløsningsprosessen (Ericsson & Simon, 1980).

I denne studien ble det vektlagt at studentene selv skulle synes det var greit å bli filmet, både i gruppessituasjon og alene. Studien ble også meldt inn til NSD (vedlegg 4) for at studentene skulle være trygge på at opplysninger om dem ikke ble brukt til noe annet enn denne studien, at de kunne være sikre på at de ble anonymiserte. Studentene nevnte selv at de ikke tenkte over at de ble filmet, noe som også var tydelig på opptakene. Likevel er det vanskelig å være helt sikker på dette fordi det er en subjektiv vurdering. Ved gjennomføring av høyttekningen fikk studentene nøytrale instruksjoner, og settingen ble gjort så naturlig som mulig. Dette resulterte i at alle studentene tilsynelatende klarte å verbalisere tankene sine. I tillegg var oppgavene åpne, og det ble lagt lite føringer for hvordan studentene skulle løse oppgaven, ut over oppgaveteksten. Det var også fokus på å ikke forstyrre studentenes høyttenkning, men heller stille spørsmål etter at høyttenkningen var avsluttet. Forhåpentligvis er dette faktorer som bidrar til at dataene representerer virkeligheten på en god måte. Også i analysene har det vært fokus på åpenhet og på å fremstille dataene slik at de representerer virkeligheten godt.



## 4. Resultater

Resultatene som presenteres i dette kapittelet er strukturert i samsvar med teorien som er presentert i kapittel 2. Resultater som omhandler statistisk kompetanse presenteres dermed før resultatene som omhandler problemløsning. Begrepet statistisk kompetanse er ikke brukt for å beskrive resultatene i dette kapittelet av to årsaker. For det første er det hensiktsmessig å presentere resultatene i henhold til analysene som er gjort, for det andre uttrykkes statistisk kompetanse gjennom hele studentenes problemløsnings-prosess, ikke bare gjennom deres forankringer og misoppfatninger.

For å få et helhetlig bilde av hvordan studentene løser problemer blir oppsummeringer av hver enkelt students problemløsningsprosess presentert i slutten av dette kapittelet. Dette valget er gjort for å gi en oversikt over hvilke faglige kunnskaper studentene har, og hvordan fagkunnskaper og strategiske valg påvirker problemløsningsprosessene og løsningene deres.

Med bakgrunn i det overnevnte struktureres dette kapittelet altså ved at avsnitt 4.1 omhandler studentenes forankringer og misoppfatninger, avsnitt 4.2 omhandler studentenes problemløsningsprosesser og strategiske valg, mens avsnitt 4.3 inneholder en oppsummering av studentenes problemløsningsprosesser.

De innsamlede dataene med tilhørende analyser er presentert i sin helhet i vedlegg 6 til vedlegg 10. Studentenes modeller, som er løsningsforslagene deres til oppgavene i denne studien, er presentert samlet i vedlegg 11 sammen med MKM-modellen. Dette er gjort for å kunne sammenligne dem med hverandre og med MKM-modellen.

### 4.1 Forankring og misoppfatninger

I dette avsnittet presenteres studentenes misoppfatninger og faglige- og ikke-faglige forankringer. Avsnittet om forankring omfatter både faglig og ikke-faglig forankring fordi det er hensiktsmessig å presentere disse kategoriene sammen ettersom begge skiller seg fra misoppfatninger på flere måter. Faglig forankring henviser til statistikkfaglig korrekte utsagn, og det spiller ingen rolle om de kommer fra det studentene har lært i grunnkurset i statistikk eller ikke. De ikke-faglige forankringene er studentenes bruk av uformell logikk, eller ting studentene husker fra tidligere læring som ikke kan begrunnes faglig. Det er likevel forskjell på ikke-faglig forankring og

misoppfatninger fordi misoppfatningene er utsagn studentene mener er riktige, men som er feil, mens de ikke-faglige forankringene ikke trenger å ha noe med statistikk å gjøre, eller ikke nødvendigvis er «riktige» eller «gale».

For å få en helhetlig struktur i oppgaven presenteres avsnittene om forankring og misoppfatninger i samme rekkefølge som de er presentert i teorikapittelet. Dermed presenteres først studentenes forankringer, deretter deres misoppfatninger. Både studentenes forankringer og misoppfatninger vil i de følgende avsnittene presenteres kort og oppsummerende, uten å bli analysert, forklart eller diskutert ytterligere. Dette er for å avklare hvilke forankringer og misoppfatninger studentene har på en presis måte. Disse avsnittene vil også legge grunnlaget for oppsummeringen som gjøres i slutten av resultatkapittelet, hvor studentenes problemløsningsprosesser beskrives i sin helhet. I disse oppsummeringene vil det komme tydeligere frem hvordan hver enkelt av studentene bruker forankringene og misoppfatningene i sin prosess, og hvilke konsekvenser det får for problemløsningsprosessene.

#### 4.1.1 Forankring

I studentenes problemløsningsprosesser dukker faglige forankringer opp omtrent dobbelt så mange ganger som ikke-faglige forankringer.

De faglige forankringene som dukker opp i studentenes problemløsningsprosesser er som følger:

- Summen av avstandene fra punktene til linja skal være lik på begge sider av modellen
- Utliggerens plassering har betydning for modellens plassering
- Studentene bruker argumenter som inneholder formuleringer om at de har lært noe i grunnkurset i statistikk
- Modellen representerer stigningen til plottet
- Studentene kommenterer modellen i lys av dens kontekst

De ikke-faglige forankringene som dukker opp i studentenes problemløsningsprosesser er som følger:

- Studentene bruker modellen fra oppgave 1a som sammenligningsgrunnlag



- Studentene bruker noe de har lært tidligere, som de ikke kan forankre faglig, som argumentasjon
- Studentene bruker uformell logikk

Den faglige forankringen som opptrer oftest er antagelsen om at summen av avstandene fra punktene til linja skal være lik på begge sider av modellen. Denne forankringen uttrykkes dobbelt så mange ganger som den nest mest uttrykte faglige forankringen, at utliggeren har betydning for modellplasseringen. Den ikke-faglige forankringen som uttrykkes flest ganger er sammenligning med modellen fra oppgave 1a, denne sammenligningen står for to tredjedeler av de ikke-faglige forankringene studentene gjør. Sammenligningen brukes til to ulike hensikter, den ene er for å avklare om studentenes modell skal starte i origo eller ikke, mens den andre er som referanse for om studentenes modelltilpasning er god sammenlignet med modellen i oppgave 1a.

Oda uttrykker to faglige forankringer og en ikke-faglige forankring (vedlegg 6). De to faglige forankringene er at det skal være like stor avstand til alle punktene på hver side av linja, til sammen og at utliggerens plassering har noe å si for modelltilpasningen. Den ikke-faglige forankringen Oda uttrykker er en sammenligning med modellen i oppgave 1a, som brukes som referanse for Odas modelltilpasning.

Sofie uttrykker to faglige forankringer og en ikke-faglig forankring (vedlegg 7). Den første faglige forankringen er at utliggeren har betydning for modellplasseringen, og den andre handler om avstandene mellom punkter og linje, «Det er ca. like mange prikker over og under [linja]. (...) [Det er] omtrent like stor avstand [mellom punktene og linja]. Det er vel det samme som MKM bare at man har ikke noe tall på det, man bare setter det der man syns det passer». Sofies faglige forankring om utliggerens betydning går i løpet av problemløsningsprosessen hennes over til å bli en misoppfatning, fordi Sofie vektlegger utliggeren mer enn de andre punktene i plottet. Den faglige forankringen om at det skal være like stor avstand mellom punktene og linja forklares med teori om MKM, men det kommer frem at den har utspring i en misoppfatning om at det skal være likt antall punkter over og under linja. Sofies ikke-faglige forankring er en kommentar om noe hun husker om modelltilpasning fra videregående.

Ellinors problemløsningsprosess inneholder fire faglige forankringer to ikke-faglige forankringer (vedlegg 8). Den første faglige forankringen er at modellen skal representere plottets stigningstall, den andre er at modellen skal ligge nærmest mulig punktene. Den neste faglige forankringen som

dukker opp er at modellen er feil fordi det ikke er mulig å få mer enn 100% riktig på eksamen, mens den siste er en konstatering om at modellen uansett vil nå en y-verdi på 100% på et tidspunkt. Den ene ikke-faglige forankringen Ellinor uttrykker er bruk av uformell logikk, altså at hun sier «det virka mer logisk» uten å begrunne det ytterligere. Den andre ikke-faglige forankringen Ellinor gir uttrykk for er en sammenligning mellom modellen gitt i oppgave 1a og den modellen hun skal tegne, som bakgrunn for hvorvidt modellen skal gå gjennom origo eller ikke.

Rakel gir uttrykk for to faglige og en ikke-faglig forankring (vedlegg 9). Den første faglige forankringen er at utliggerens plassering har betydning for modellens plassering, og den andre er at det skal være i sum like stor avstand fra punktene over og under linja og til linja. Rakels ikke-faglige forankring er sammenligning med modellen fra oppgave 1a, som brukes som referanse for modelltilpasningen hennes.

I Linns problemløsningsprosess uttrykkes en faglig og en ikke-faglig forankring (vedlegg 10). Den faglige forankringen omhandler linjens plassering i forhold til punktene og summen av punktenes avstand til linja, «Det kan kanskje være flere punkter over, men da må avstanden til de [punktene] under være lenger. Kanskje det er flere punkter over, men de er tettere mot den linja jeg tegner». Den ikke faglige-forankringen Linn gir uttrykk for er en sammenligning med modellen fra oppgave 1a for å bestemme om hennes egen modell skal gå gjennom origo eller ikke.

### 4.1.2 Misoppfatninger

Misoppfatningene som dukker opp i studentenes problemløsningsprosesser er som følger:

- Det skal være likt antall punkter over og under linja.
- Utliggerens betydning vektlegges mer enn de andre punktenes betydning for modelltilpasningen.
- Utliggeren tas ikke hensyn til
- Modellens startpunkt er i origo
- Modellen er best tilpasset dersom den går gjennom flest mulig punkter
- Modellen viser gjennomsnittet av plottet
- Modellen viser hvordan dataene ser ut

Det varierer hvor mange av misoppfatningene studentene har, samtidig som alle studentene uttrykker noen misoppfatninger. Nesten halvparten av gangene studentene uttrykker en misoppfatning, er det misoppfatningen om at det skal være likt antall punkter over og under linja.

Odas eneste misoppfatning er at modellen skal plasseres sånn at det blir likt antall punkter på oversiden og undersiden av linja (vedlegg 6). Sofie har to misoppfatninger, at modellen skal plasseres sånn at det blir likt antall punkter på over- og undersiden av linja, og at utliggeren har større betydning for modellens plassering enn den egentlig har (vedlegg 7). Ellinor uttrykker ganske mange misoppfatninger, at hun er usikker på om modellen skal starte i origo, at modellen blir best tilpasset dersom den går gjennom flest mulig punkter, at det skal være like mange punkter på over- og undersiden av modellen, at modellen viser gjennomsnittet, og at modellen viser hvordan dataene ser ut dersom den blir presentert uten plottet (vedlegg 8). Rakel har to misoppfatninger, den ene er at modellen skal plasseres med likt antall punkter over og under linja, og den andre er at modellen representerer gjennomsnittet (vedlegg 9). Linn gir uttrykk for to misoppfatninger, den første misoppfatningene er at det skal være like mange punkter over og under linja, mens den andre misoppfatningen er at modellen starter i origo (vedlegg 10).

## 4.2 Problemløsningsprosesser og strategiske valg

På bakgrunn av analysene av datamaterialet presenteres i avsnitt 4.2.1 de ulike fasene i problemløsningsprosessene slik studentene gjennomførte problemløsingen. Det blir trukket frem hva som er typisk for fasene, sammen med resultater som skiller seg fra dette. Hva som er typisk for fasene kan være rekkefølgen de ofte opptrer i, hvilke utsagn studentene typisk kommer med i de ulike fasene, og hvor forankringer eller misoppfatninger kommer til uttrykk. I analysene (vedlegg 6 til vedlegg 10) er fasene i studentenes problemløsningsprosess å finne i kolonnene helt til høyre i flytskjemaene.

I avsnitt 4.2.2 presenteres studentenes strategiske valg. De strategiske valgene blir presentert relativt kort og presist, men fordi de påvirker studentenes problemløsningsprosesser i relativt stor grad, er det nødvendig å gi dem noe kontekst i dette avsnittet. Derfor vil dette avsnittet også inneholde noen forklaringer og betraktninger. Likevel blir også de strategiske valgene beskrevet mer omfattende, og satt i forhold til resten av studentenes problemløsningsprosesser i avsnitt 4.3,

som omhandler hver students prosess. I analysene (vedlegg 6 til vedlegg 10) er studentenes strategiske valg å finne i kolonnen helt til venstre i flytskjemaene.

### 4.2.1 Stegene i problemløsningsprosessen

#### **Lesing**

Lesefasen er den første fasen i studentenes problemløsningsprosess, her leses oppgaven, og målet eller målene formuleres. Studentenes lesefase er dermed relativt like, men i enkelte tilfeller kommer studentenes forkunnskaper til uttrykk, sammen med deres vinkling mot løsningen av problemet. Lesefasen inneholder så godt som ingen forankringer eller misoppfatninger, og til tross for at mange målformuleringer uttrykkes her, gjøres ingen strategiske valg. Dette kommer av lesefasens natur, den er en slags «kartleggingsfase» og innebærer dermed ikke andre avgjørelser enn målformuleringer, i tillegg til eventuelle utsagn som sier noe om studentenes forkunnskaper. Lesefasen følges stort sett av planleggingsfasen.

#### **Analyse og utforskning**

Det er hensiktsmessig å beskrive analyse- og utforskningsfasene sammen, både fordi det i store deler av datamaterialet ikke er utforskning, men også fordi analyse og utforskning i dette datasettet er nært knyttet sammen innholdsmessig.

Analyse- og utforskningsfasen brukes til kartlegging av kunnskap, orientering om oppgavens innhold og begrunnelser av antagelser eller utsagn. Disse fasene varierer mye fra student til student, både i innhold og omfang. Felles er at de ofte uttrykkes i sammenheng med planleggingsfasene, enten før, etter, eller både før og etter. I de tilfellene hvor analyse- eller utforskning følger planlegging vil ofte implementering komme som et resultat av analyse- eller utforsknings, mens der planlegging følger analyse- eller utforskning skjer implementeringen som resultat av planleggingen. Gjennomgående for alle studentene er at etter å ha kartlagt målet med oppgaven og lagt en grov plan for gjennomføring, går de videre til en omfattende analysefase. Her begrunnes den første planen studentene legger, dermed er det ikke overraskende at så godt som halvparten av forankringene og omtrent en fjerdedel av misoppfatningene til studentene dukker

opp analyse- og utforskningsfasene. Utforskningsfasen i seg selv dukker bare opp en gang i datasettet, i det tilfellet fungerer den som et mellomledd mellom en verifiseringsfase og en implementering, og gjør denne implementeringen mulig. Selv om disse to fasene er ulike hos alle studentene, er det særlig to av studentene som skiller seg ut; Rakels analysefase er betraktelig mer omfangsrik sammenlignet med de andre studentenes, mens Linns analyse- og utforskningsfase skiller seg ut ved å være den eneste som inneholder utforsking.

### **Planlegging**

I planleggingsfasen kommer ofte studentenes målformuleringer til uttrykk, sammen med antagelser som legger grunnlaget for å kunne svare på målet som blir formulert. Planleggingsfasene skjer gjennomgående før implementering og etter lesing. Som nevnt i avsnittet om analyse og utforsking fører planleggingsfasene ofte til analyse, men også i noen tilfeller til implementering av plan. Samspillet mellom analyse og planlegging skjer noen ganger på en sån måte at grunnlaget for planen legges i analysen, deretter formuleres og gjennomføres planen, mens det andre ganger er planleggingen som skjer først, da brukes analysen for å bekrefte planen. I disse tilfellene vil implementering som regel skje etter analysen. På mange måter er planleggingsfasene til studentene relativt like, selv om de innholdsmessig varierer fra student til student. Sofies prosess skiller seg fra de andre ved at omfanget av planleggingsfasene er svært lite sammenlignet med verifiseringsfasen, mens Rakels prosess er i helt motsatt ende av skalaen, med mye mer omfattende planleggingsfase enn verifiseringsfase.

### **Implementering**

I implementeringsfasen tegnes løsningsforslagene til studentene. Selv om de studentene som uttrykker delmål om å finne ut om modellen skal gå gjennom origo finner løsninger på dette i andre deler av problemløsningsprosessen, skjer løsning i form av tegning av modellforslag utelukkende i implementeringsfasen. Tre av de fem studentene tegner to modellforslag i løpet av problemløsningsprosessen, og i disse tilfellene brukes den første implementeringsfasen enten som et «forsøk», eller kritiseres på en sån måte at studentene ikke mener de har andre valg enn å lage et nytt modellforslag.

Implementeringsfasene til de fem studentene er på mange måter like, fordi de inneholder tegning av modellene. Samtidig er det interessant at selve modellene ser såpass ulike ut, samtidig som mange av de samme argumentene ligger til grunn for modellplasseringen. Rakels implementeringsfase skiller seg fra de andre ved at den så godt som avslutter prosessen fordi den påfølgende verifiseringsfasen er så kort, men likevel ender opp med en relativt godt tilpasset modell. Til kontrast står Sofies implementering, som resulterer i den modellen som skiller seg mest fra de andre studentenes, samtidig som den påfølgende verifiseringsfasen hennes definitivt er mest omfattende.

### **Verifisering**

Verifiseringsfasen er den fasen som gjennomgående avslutter problemløsningsprosessen. Den kan variere i omfang, men tenderer mot å være relativt omfattende i fire av fem tilfeller. Verifiseringsfasen følger utelukkende implementeringsfasen, og i de tre tilfellene hvor studentene tegnet flere forslag til plassering av modell, skjer alltid den andre implementeringsfasen som følge av en verifiseringsfase, selv om den ikke alltid er direkte etterfølgende. Verifiseringsfasen inneholder typisk kritikk av den foregående prosessen. Kritikken er ofte rettet mot modellens tilpasning til plottet, men kan også gjelde tidligere utsagn eller antagelser studentene har gitt uttrykk for. I tillegg til å inneholde modellkritikk, kommer mange av studentenes begrunnelser for antagelser om modelltilpasning til uttrykk i verifiseringsfasen. Studentenes forankringer og misoppfatninger kommer også ofte til uttrykk, nesten utelukkende som gjentakelser eller bekreftelser av utsagn fra tidligere i problemløsningsprosessen. Det blir dermed tydelig hvilke argumenter som styrer beslutningen om å beholde eller forkaste modellforslag. Antagelser og begrunnelser som kommer til uttrykk i verifiseringsfasen fungerer som en bekreftelse på alt som har skjedd tidligere i problemløsningsprosessen, og styrer den enten mot slutten eller mot en revurdering av løsningen som er foreslått. Studentenes verifiseringsfaser har altså mange likhetstrekk. Likevel skiller Rakels verifiseringsfase seg fra de andres ved at den er veldig kort, mens Sofies verifiseringsfase skiller seg ut av helt motsatt grunn. Disse to studentene ender også opp med modeller som er henholdsvis relativt godt og relativt dårlig tilpasset plottet, noe som er overraskende.

## 4.2.2 Strategiske valg

De strategiske valgene studentene uttrykker i dette datasettet omhandler følgende temaer:

- Hvilken betydning utliggeren har for modellplasseringen
- Det skal være likt antall punkter over og under linja
- Hvor modellens startpunkt skal være
- Modellen skal gå gjennom flest mulig punkter
- Modellen viser stigning
- Det er nødvendig å gjøre justeringer på modellens stigningstall
- Modellen skal stemme med flest mulig punkter

Ingen av de strategiske valgene stikker seg ut ved å opptre mange flere ganger enn andre, og det er relativt lik fordeling av misoppfatninger, faglige forankringer og ikke-faglige forankringer. De aller fleste strategiske valgene skjer i planleggingsfasen, men noen skjer også i analyse- og utforskningsfasen og i verifiseringsfasen. De gangene strategiske valg opptrer i verifiseringsfasen er det utelukkende justering av stigningstall som er grunnen, og dermed legger de grunnlaget for en ny implementeringsfase.

Oda gjør tre strategiske valg, de to første gjøres før første implementering, mens det siste gjøres etter. De to første strategiske valgene, «(...) så tenker jeg å prøve å gjøre at det er like mange punkter under og over [linja]» og «så var det jo som sagt en ‘outlier’. Den har litt å si for modellen den óg», er helt sentrale for hvordan Oda velger å plassere modellen sin (vedlegg 11), og hun begrunner dem i faglige forankringer om modellens plassering i forhold til punktene i plottet. De tar både hensyn til avstand mellom punkter og linje, «det skal være like stor avstand til alle punktene som er på hver side til sammen (...)» og vurderer utliggerens betydning for modellplasseringen, «når det ikke er så mange observasjoner [har utliggeren litt å si], men siden det er jo noen observasjoner så den har ikke kjempemye å si, men den vil påvirke modellen litt fordi den er såpass langt vekk fra de andre punktene». Det siste strategiske valget, «Da skulle jeg kanskje starta litt lenger ned. Eller hatt en slakere [linje] (...)», gjøres etter den første implementeringen, som resultat av at Oda ikke er fornøyd med modellens plassering. Dette strategiske valget baserer seg på en misoppfatning, «Nå er det litt flere punkter under enn det er over», noe som i utgangspunktet kunne vært problematisk. Ettersom Oda tidligere i problemløsningsprosessen har forklart at hun vet at modellplasseringen avhenger av avstand

mellom punkter og linje, ikke antall punkter, er det mulig at hun faktisk vurderer avstanden og antallet, ikke bare antallet, som hun sier. Uavhengig av om det siste strategiske valget er faglig forankret eller en misoppfatning, er resultatet at det siste modellforslaget blir tegnet lengre unna MKM-modellen enn det første. Likevel ender Oda opp med en modell som er godt tilpasset sammenlignet med MKM-modellen.

Sofie gjør to strategiske valg, begge før implementering. Det første, «Jeg antar det er lurt å ta hensyn til den som er litt utenfor», får mest å si for Sofies modelltilpasning (vedlegg 11). Valget er tilsynelatende velbegrunnet og forankret i korrekt faglig teori, «(...) det er veldig dårlig vitenskap å skulle se bort fra [et] resultat som ikke passer med modellen (...)», men i løpet av problemløsningsprosessen kommer det frem at Sofie vektlegger utliggeren mer enn de andre punktene. Dermed resulterer dette strategiske valget i at modellen til Sofie ender opp med å bli mye brattere enn MKM-modellen. Det andre strategiske valget, «man skal ha like mange prikker over og under [linja]», er en misoppfatning. Antagelsen er omfattende begrunnet, men når begrunnelsene ikke er faglig forankret, betyr det lite. Dermed er begge Sofies strategiske valg forankret i misoppfatninger, og med dette som bakgrunn er det ikke overraskende at Sofies modell plasseres mye brattere enn MKM-modellen.

Ellinor gjør hele fem strategiske valg, hvor fire av dem skjer før den første implementeringsfasen, og det siste skjer etter den første implementeringsfasen og leder til den siste implementeringsfasen. Det første strategiske valget, «jeg tror ikke [linja må gå gjennom null]», kommer av at Ellinor er usikker på om modellen skal starte i null. Selv om hun ender opp med riktig avgjørelse, er tas ikke avgjørelsen på faglig grunnlag, «(...) dere har ikke tegna den gjennom [origo], da tenkte jeg at den sikkert ikke skal gå gjennom [origo]» og «Den skal jo ikke begynne [i origo], fordi vi har plotting». Det andre strategiske valget Ellinor tar, «Jeg vil tegne en [linje] som [får] med seg mest mulig av [punktene]» er også en misoppfatning. Dette valget brukes for å vurdere om modellen Ellinor ender opp med er godt tilpasset. Likevel er det også dette strategiske valget, sammen med en korrekt faglig forankring om at maksimal y-verdi ikke kan nå mer enn 100%, som gjør at modelltilpasningen til Ellinor til slutt blir ganske bra (vedlegg 11). Videre gjør Ellinor valget om at punktene skal være likt fordelt på over- og undersiden av modellen, noe som også er en misoppfatning. Det er uklart hvor mye dette valget får å si for prosessen, men ettersom Ellinor teller antall punkter over og under linja er det tydelig at det i det minste brukes som en indikator



på modelltilpasningen. Valget om å få modellen til å vise stigningen i plottet best mulig er faglig forankret, men brukes ikke i særlig stor grad videre. Ellinors siste strategiske valg gjøres etter første implementering, og går ut på å justere modellens stigningstall og konstantledd slik at maksimal y-verdi ikke overstiger 100%, fordi det ikke er mulig gitt oppgavens kontekst. Dette strategiske valget fører til et resultat Ellinor er mer fornøyd med. Selv om tre av Ellinors strategiske valg ikke er faglig forankret, ender hun til slutt opp med en modell som er svært lik MKM-modellen. Dette kan være på grunn av det siste strategiske valget, hvor det går opp for Ellinor at hun må justere stigningen for å få en modell som ligger innenfor hele dataområdet.

Rakel gjør et strategisk valg i sin problemløsningsprosess, dette kommer til uttrykk allerede i den første planleggingsfasen. Her sier Rakel «Kanskje den skulle gått litt [brattere]», et utsagn som blir helt sentralt for resten av problemløsningsprosessen fordi den representerer synet hennes på hvordan modellen bør plasseres, og dermed utfallet av problemløsningsprosessen (vedlegg 11).

Linn gjør tre strategiske valg i sin problemløsningsprosess, og de to første kommer til uttrykk før den første implementeringsfasen, mens det siste kommer til uttrykk etter den første implementeringen. Det første strategiske valget, «jeg må jo bare prøve å lage en linje som stemmer best mulig med flest [punkter]», er sammen med det neste strategiske valget, «Da skal den sikkert ikke begynne i null», med på å bestemme premissene for hvor modellen skal plasseres (vedlegg 11). Det andre strategiske valget er ikke faglig forankret, «Jeg bruker [modellen fra oppgave 1a som eksempel] og ser at den ikke går gjennom null, så da gjør ikke jeg det heller», men resulterer likevel i riktig konklusjon. Det siste strategiske valget Linn gjør er å kritisere modellen for å ha for bratt stigning. Dette resulterer i implementering av ny modell, som sammenlignet med MKM-modellen er dårligere tilpasset plottet enn den første modellen hun tegnet.

## 4.3 Studentenes problemløsningsprosesser

### 4.3.1 Oda

Oda bruker ganske mye av prosessen til å analysere oppgaven, og planlegge hvordan hun skal gjennomføre den. Når hun har løst oppgaven evaluerer hun resultatet, og når hun mener det ikke er tilfredsstillende, lager hun en ny løsning. Begge modellforslagene Oda tegner følger premisser som ble lagt i planleggings- og analysefasene, og selv om hun ikke er helt fornøyd med noen av

modellforslagene sine, bruker hun mye av prosessen på å argumentere for hvorfor den løsningen hun ender opp med er riktig. Odas problemløsningsprosess er gjengitt i sin helhet i vedlegg 6, og modellen hennes er presentert i vedlegg 11.

Problemløsningsprosessen til Oda er stort sett kronologisk strukturert ved at lesing, analyse og planlegging skjer før implementering, og verifisering skjer etter implementering. Fordi Oda ikke sier seg fornøyd etter første implementering gjentas planlegging, implementering og verifisering. Etter at Oda har lest og forstått oppgaven bruker hun mye tid på å kartlegge informasjon som kan hjelpe henne å lage modellen på riktige premisser, før hun tegner den. Likevel sier Oda «jeg må bare prøve å ta en linje først og så se ut fra den hvordan jeg synes det ser ut» like før hun tegner det første modellforslaget, noe hun begrunner med at det er lettere å se om linja er plassert riktig når hun har tegnet den. Etter å ha plassert det første modellforslaget er ikke Oda helt fornøyd med utfallet, hun begrunner hvorfor og tegner et nytt forslag. Etter at Oda har tegnet opp begge forslagene sine, argumenterer hun for plasseringen, vurderer dem opp mot hverandre, og ender opp med å konkludere med at en mellomting ville være mest riktig. Hun sammenligner også sine forslag med modellen gitt i oppgave 1a, og mener at hennes modell uansett må være bedre enn modellen gitt i 1a, dersom det de har lært i grunnkurset i statistikk er gjeldende. Interessant er også at hun påpeker at de i grunnkurset i statistikk har lært at det skal være like mange punkter på over- og undersiden av linjen. Dersom dette stemmer, kan det være en årsak til at denne misoppfatningen dukker opp i Odas problemløsningsprosess.

Odas problemløsningsprosess er stort sett godt faglig forankret. Hun baserer modelltilpasningen sin på et strategisk valg med bakgrunn i en misoppfatning om at det skal være like mange punkter på oversiden og undersiden av modellen, men oppklarer denne fort med at det skal være like stor avstand til alle punktene på hver side av modellen, til sammen. Dette, sammen med det strategiske valget om utliggerens betydning for modellen, gjør at modelltilpasningen blir svært nære MKM-modellen.

### 4.3.2 Sofie

Sofie bruker dobbelt så mye av problemløsningsprosessen sin på verifisering sammenlignet med lesing, analyse og planlegging. Verifiseringsfasen hennes er også betydelig mer omfattende enn de andre studentenes verifiseringsfaser. Selv om andelen verifisering er stor i forhold til resten av

delene i problemløsningsprosessen, ender Sofie opp med å beholde en modell hun ikke er fornøyd med, som også er mye mer avvikende fra MKM-modellen enn de andre studentenes. Sofies problemløsningsprosess er gjengitt i sin helhet i vedlegg 7, og modellen hennes er presentert i vedlegg 11.

Problemløsningsprosessen til Sofie er kronologisk strukturert ved at lesing, planlegging og analyse skjer før implementering, og at fasen etter implementeringen kun går med til verifisering av svaret gitt i implementeringsfasen. Implementeringen skjer relativt raskt fordi Sofie tidlig bestemmer seg for hva hun vil gjøre, og hvordan. Antagelsene «Jeg antar det er lurt å ta hensyn til den som er litt utenfor», som er en faglig forankring, og «man skal ha like mange prikker over og under [linja]», som er en misoppfatning, ligger til grunn for implementeringen. Til tross for at planleggings- og analysefasen hennes ikke er så omfattende, er antagelsene begrunnet relativt omstendelig. Sofie forklarer til og med årsaken for misoppfatningen sin med et faglig argument, «Det er vel for å få en slags minste kvadraters metode». I etterkant av implementeringen begrunner Sofie valgene sine ytterligere, og selv om hun oppdager at modellen hun har tegnet ikke kan stemme overens med datapunktene i plottet, velger hun å beholde den. I verifiseringsfasen ser Sofie at modellen hennes gir henne problemer ved at den når 100% på y-aksen før maksimal x-verdi er oppnådd. Hun kritiserer plasseringen, og selv om Sofie argumenterer på en sån måte at det høres ut som hun har forstått hvordan hun bør plassere modellen, «jeg tror jeg har lagt linja sån ca. der [den skal være] i hvert fall, hvis jeg skulle ta hensyn til denne [utliggeren]», velger hun å beholde modellen som den er. Dermed vektlegger Sofie utliggeren mye mer enn de andre punktene, samtidig kommer det frem at hun ikke er helt sikker på hva hun gjør når hun sier «Jeg vet egentlig ikke helt hvorfor jeg gjør det. (...)». Selv om hun er overbevist om at hun har plassert modellen riktig, kommenterer Sofie at hun gjerne vil vite mer om utliggerens betydning for å kunne vite om hun skal ta hensyn til den. Hun kommenterer at dersom utliggeren hadde vært en feilmåling, ville det vært naturlig å ikke ta hensyn til den, noe som viser at Sofie vet at det er viktig å være kritisk til målingene sine. Det kommer med dette enda tydeligere frem at hun ikke er fornøyd med modellen hun har tegnet, og at hun ser at dersom hun ikke hadde måttet ta hensyn til utliggeren, ville modellen plassering blitt mye bedre.

Sofies problemløsningsprosess er på mange måter ikke godt faglig forankret. Dette kommer frem ved at det strategiske valget som omhandler utliggerens betydning går fra å være faglig forankret

til å bli en misoppfatning. Samtidig er det strategiske valget som omhandler modellens plassering i forhold til resten av plottet er forankret både i en misoppfatning om at modellen skal plasseres slik at det blir likt antall datapunkter over og under den, men også i en faglig forankring om at punktene over og under linja skal ligge med lik avstand til linja. Sofie ender opp med en modell som stemmer dårlig overens med MKM-modellen, noe som har bakgrunn i misoppfatningene hun uttrykker gjennom prosessen.

### 4.3.3 Ellinor

Ellinor disponerer mye av problemløsningsprosessen til analyse og planlegging før hun implementerer planen sin, og er den av studentene som bruker mest av problemløsningsprosessen på planlegging. Etter å ha endt opp med en modell hun ikke er helt fornøyd med «Men det blir feil likevel da, kanskje den skulle [hatt] litt [slakere] stigningstall. Det går jo ikke an å få over 100% på eksamen», fører modellkritikken til tegning av en ny modell, som Ellinor mener er bedre, «(...) den ble litt finere og jeg fikk med meg litt flere prikker og prikkene kom litt nærmere linja (...). Det ble faktisk fem prikker som toucha borti linja, det var ingen som toucha borti sist gang». Ellinors problemløsningsprosess er gjengitt i sin helhet i vedlegg 8, og modellen hennes er presentert i vedlegg 11.

Problemløsningsprosessen til Ellinor er kronologisk strukturert ved at den begynner med lesing, analyse og planlegging, og ender opp med implementering og verifisering. Etter kritikk av resultat fører verifiseringen til en ny implementering, som ender opp som løsningen på oppgaven. I begynnelsen av prosessen formulerer Ellinor to mål, både å svare på oppgaven ved å tegne modellen, men også å finne ut om modellen skal starte i origo. Løsningen på det andre målet kommer relativt raskt i løpet av analysen, men er ikke-faglig forankret, «(...) dere har ikke tegna den gjennom [origo], da tenkte jeg at den sikkert ikke skal gå gjennom [origo]», og «den skal jo ikke begynne [i origo], fordi vi har plotting». Det er likevel en antagelse det ikke er så rart at Ellinor gjør, fordi det ikke er så vanlig at lineære regresjonsmodeller går gjennom origo. Før Ellinors første implementering blir det tydelig hva målet hennes er, samtidig som hun gir uttrykk for å begrunne modellplasseringen med både faglige og ikke-faglige forankringer, og misoppfatninger. Den ene faglige forankringen er hentet fra noe Ellinor har lært tidligere, «jeg husker at [når] vi skulle lage sånn [regresjonslinje] på videregående, at vi skulle prøve å ha

prikkene nærmest mulig linja», og kommer til uttrykk sammen med den ikke-faglige forankringen «(...) det hadde vært logisk om det var sånn». Den andre faglige forankringen er at modellen skal vise plottets stigningstall. Ellinor har flere misoppfatninger, og de to mest fremtredende for prosessen hennes er at modellen blir best dersom den går gjennom flest mulig punkter, og at utliggeren ikke har betydning for plassering av modellen. I tillegg til dette har hun misoppfatninger om at modellen blir best tilpasset plottet dersom det er like mange punkter på over- og undersiden av linja, at modellen viser gjennomsnittet, og at modellen viser hvordan dataene ser ut. Utsagnene om modellplassering er både mange og vektlegges tungt, og får dermed mye å si for modellens plassering. Ellinor vier mye av prosessen til verifisering, og selv om den første implementeringen er et resultat av omfattende planlegging og analyse, fører verifiseringsfasen i etterkant til mye modellkritikk, og dermed en ny implementeringsfase. Dette er ikke overraskende med tanke på at store deler av bakgrunnen for modellplasseringen er misoppfatninger. I den påfølgende verifiseringsdelen kritiseres den første modelltilpasningen fordi den oppnår maksimal y-verdi før utvalgets maksimale x-verdi nås, noe som antyder at Ellinors kritikk forankres i korrekte faglige antagelser om både konteksten og modellen. Som et resultat av kritikken følger en ny implementeringsfase hvor Ellinor tegner inn en ny modell, før den siste verifiseringsfasen følger. Den siste verifiseringsfasen inneholder også kritikk av modellens plassering, men denne kritikken trekkes tilbake, og resultatet er en modell Ellinor sier seg fornøyd med.

Ellinors prosess er både faglig- og ikke-faglig forankret, i tillegg til å basere seg på misoppfatninger. Dette kommer til uttrykk ved at det ene strategiske valget hennes er begrunnet med misoppfatningen om at det skal være like mange punkter over og under linja, mens det andre er faglig forankret i utsagnet om at modellen skal vise plottets stigningstall. Det er de strategiske valgene som resulterer i den første modellen Ellinor tegner, men også som fører til at Ellinor velger å revurdere modellen sin og tegne en ny. I løpet av denne siste verifiseringsfasen gjentas Ellinors misoppfatning om at modellen er god dersom den treffer flest mulig av punktene. Begrunnelsen for å si seg fornøyd med den siste modellen har bakgrunn i denne misoppfatningen, sammen med utsagnet «det virka mer logisk å ha [linja] sånn [som den siste jeg tegnet]». Selv om problemløsningsprosessen hennes er forankret i flere misoppfatninger, ender Ellinor opp med en modell som ikke er så ulik MKM-modellen.

#### 4.3.4 Rakel

Rakels problemløsningsprosess skiller seg fra de andre ved at analysefasen den første fasen som kommer til uttrykk. Det mest karakteristiske trekket i problemløsningsprosessen hennes er hvor omfattende analyse- og planleggingsfasene er i forhold til verifiseringsfasen. Verifiseringen får liten oppmerksomhet, og modellens plassering blir i liten grad vurdert etter at den er tegnet inn. Rakels prosess er heller ikke så omfattende, og hun sier seg fort fornøyd med løsningen. Rakels problemløsningsprosess er gjengitt i sin helhet i vedlegg 9, og modellen hennes er presentert i vedlegg 11.

Problemløsningsprosessen til Rakel er kronologisk strukturert ved at lesing, analyse og planlegging skjer før implementering, og verifisering skjer etter implementering. Målet med Rakels prosess blir tydelig veldig raskt, og utgangspunktet hennes for å tegne en modell tilpasset plottet er at hun ikke ser store utfordringer med modellen som ble presentert i oppgave 1a. Hun sier «Jeg vet ikke om jeg syns den andre [modellen] var så veldig ille», før hun gjør sitt eneste strategiske valg, «Kanskje den skulle gå litt [brattere]». Denne holdningen er gjennomgående i prosessen hennes, og før implementering gjentar hun meningen sin, «Det blir jo ikke så stor forskjell da» og virker nesten litt likegyldig til om løsningen hennes gjør en forskjell. Utfallet av prosessen er det samme som er gitt ved det strategiske valget i begynnelsen. Før implementering sier Rakel «Så jeg ville kanskje hatt den litt brattere. For å ta mer hensyn til de [prikkene] under her (...) siden de er ganske lave. Men så er det ganske mange oppi her også (...)» og etter implementeringen konkluderer Rakel raskt med at det var det resultatet hun ønsket ved å si «da blir det blitt bedre fordeling [av] prikkene rundt linja».

Rakels problemløsningsprosess er delvis forankret i korrekte faglige antagelser, «(...) [utliggeren] drar jo [linja] veldig ned, så da må du kanskje ha litt flere [punkter] over [linja]» og «Prikkene over og under streken skal på en måte kompensere for hverandre (...)», men også i misoppfatninger om at det skal være like mange punkter over og under linja, og at modellen representerer gjennomsnittet. At hun bare implementerer en gang er ikke overraskende med tanke på at Rakel i utgangspunktet uttrykker at hun ikke syns modellen som er gitt i oppgave 1a er så veldig feil. I tillegg har målet til Rakel har vært tydelig gjennom hele prosessen, og resultatet er dermed ikke overraskende helt i henhold til dette. Til tross for at hun vektlegger verifisering lite, er

planleggingen og analysen til Rakel svært omfattende, og prosessen resulterer i en modell som er svært lik MKM-modellen.

#### 4.3.5 Linn

Linn disponerer relativt lite av problemløsningsprosessen sin til analyse. Til gjengjeld er Linn den eneste studenten som har utforskning som en del av sin prosess. Hun vektlegger ingen av fasene i problemløsningsprosessen mye mer enn de andre, men har gjennomgående gode argumenter for valgene sine, og ender opp med en modell hun sier seg fornøyd med. Linns problemløsningsprosess er gjengitt i sin helhet i vedlegg 10, og modellen hennes er presentert i vedlegg 11.

Problemløsningsprosessen nokså kronologisk strukturert, med lesing, planlegging og analyse før implementering, og verifisering av løsningen etter implementering. Målet med oppgaven kommer frem i lesefasen, mens det i planleggings- og analysefasene gjøres strategiske valg som får stor betydning for implementeringen. Et av disse valgene er utsagnet om at modellen skal stemme med flest mulig punkter, som i utgangspunktet er en misoppfatning. Denne oppklares raskt, og er lite fremtredende for resten av prosessen. Linn formulerer også et delmål, «jeg er litt usikker på om jeg skal starte [linja] i null», dette besvares relativt raskt og Linn bruker oppgave 1a som referanse når hun bestemmer seg for at modellen ikke trenger å gå gjennom origo. Etter implementering av den første modellen kritiseres plasseringen fordi Linn oppdager at hun har tegnet modellen slik at det er flere punkter under linja enn over, noe som fører til at Linn begynner å utforske sine tidligere antagelser. Etter at hun har bestemt seg for hva hun mener er riktig plassering av modell, «Det jeg sa ista var at det skal være flere [punkter] over [linja] for å utjevne forskjellen hvis det er stor avstand til punktene over linja», tegner hun en ny modell i henhold til dette, og bekrefter at det er den siste modellen hun mener er mest riktig ved å si «(...) der har du ikke så mange punkter under [linja], men det ene [punktet] under er ganske mye lenger ned enn alle de andre [punktene], mens over [linja] har du noen flere [punkter], men alle de er mye tettere på [linja]».

Linns problemløsningsprosess er stort sett godt forankret, men har både faglige- og ikke-faglige forankringer, i tillegg til enkelte lite fremtredende misoppfatninger. Linn bruker oppgave 1a som grunnlag for å bestemme om modellen skal gå gjennom origo, «Jeg bruker [modellen fra oppgave 1a som eksempel] og ser at den ikke går gjennom null, så da gjør ikke jeg det heller», mens hun bruker faglig forankring når det kommer til modellens avstand til punktene i plottet. Selv om Linns

misoppfatninger er lite fremtredende og tillegges lite vekt når modellen tegnes, og selv om prosessens utfall bestemmes av de faglige- og ikke-faglige forankringene, ender Linn opp med en modell som er ganske mye slakere enn MKM-modellen.



## 5. Diskusjon

I dette kapittelet diskuteres resultatene i lys av de teoretiske rammene i denne studien, for å kunne besvare forskningsspørsmålet. For ordens skyld gjentas forskningsspørsmålet her;

**Hva karakteriserer statistikkstudenters problemløsningsprosesser tilknyttet problemer i lineær regresjon, og hvordan kommer forståelse for temaet til uttrykk gjennom disse prosessene?**

I avsnitt 5.1 blir studentenes statistiske kompetanse diskutert, dette innebærer både deres forankringer, misoppfatninger og hvordan den statistiske kompetansen i sin helhet kommer til uttrykk. I avsnitt 5.1.1 og 5.1.2 vil henholdsvis studentenes faglige- og ikke-faglige forankring og deres misoppfatninger diskuteres opp mot teori om lineær regresjon, mens i avsnitt 5.1.3 vil studentenes statistiske kompetanse bli diskutert mer inngående mot teorien. Avsnitt 5.1 oppsummeres avslutningsvis i forsøk på å evaluere hvordan studentenes statistiske kompetanse uttrykkes i sin helhet, for å legge grunnlaget for å kunne svare på denne studiens forskningsspørsmål.

I avsnitt 5.2 diskuteres studentenes problemløsningsferdigheter, altså både problemløsningsprosessen og studentenes strategiske valg. I avsnitt 5.2.1 vil studentenes problemløsningsprosesser bli diskutert inngående mot teori om problemløsning. Her vil fokuset være på prosessens struktur, og hvordan løsningen på problemet henger sammen med målformulering og planlegging. I avsnitt 5.2.2 vil de strategiske valgene bli diskutert med fokus på hvilken betydning de har for løsningen, og hvorvidt løsningen er i henhold til de strategiske valgene studentene gjør. Til slutt oppsummeres også avsnitt 5.2 for å legge grunnlag for å svare på studiens forskningsspørsmål.

### 5.1 Statistisk kompetanse

#### 5.1.1 Forankring

Selv om studentene viser til en rekke faglige og ikke-faglige forankringer er det i dette avsnittet fokus på de faglige- og ikke-faglige forankringene som oftest går igjen i studentenes problemløsningsprosesser. De mest typiske forankringene er viktigst å trekke frem fordi det er dem flesteparten av studentene bruker i sin problemløsningsprosess. De sier noe om studentenes forståelse for lineær regresjon, og har betydning for resultatet av problemløsningen.

Av de faglige forankringene er utsagnene om sum av avstand mellom punkt og linje, og betydningen av utliggerens plassering for modellens plassering de to vanligste forankringene. Den faglige forankringen om sum av avstand mellom punkt og linje kommer fra teorien om minste kvadraters metode (Løvås, 2004), hvor kvadratsummen av avstandene mellom punktene og linja skal være så liten som mulig. Minst mulig kvadratsum oppnås når modellen plasseres slik at kvadratsummen mellom punkter og linje på hver side av linja er lik på begge sider. Det samme gjelder den absolutte avstanden mellom punkter og linje på hver side av linja.

Den faglige forankringen om utliggerens plassering handler om to ting. Den ene er hvorvidt utliggeren skal tas hensyn til eller ikke, mens den andre er hvor mye betydning utliggeren har for modellens plassering, gitt at den blir tatt hensyn til. Hvorvidt utliggeren skal tas hensyn til avhenger av datasettet. Dersom målingen åpenbart er en feilmåling bør studentene la være å ta hensyn til den, men dersom dette ikke er åpenbart, eller studentene ikke har fått andre instruksjoner om hensynet til utliggeren, bør den tas hensyn til på lik linje med resten av datapunktene. I dette datasettet er det relativt få punkter, de har ganske stor spredning, og ut fra oppgaven er det ikke åpenbart at utliggeren er en feilmåling. Studentene får heller ikke oppgitt informasjon som skulle tilsi noe annet enn at de bør ta hensyn til utliggeren. Med bakgrunn i dette bør studentene velge å ta hensyn til utliggeren. Likevel bør studentene ikke vektlegge utliggeren mer enn de andre punktene, da modellens plassering avhenger av utliggeren på samme måte som de andre punktene (Løvås, 2004).

Studentene som plasserer modellen sin i henhold til den faglige forankringen om sum av avstander har et godt utgangspunkt for å tilpasse modellen sin godt til plottet. Tre av studentene bruker denne forankringen, og to av disse ender opp med modeller som er godt tilpasset sammenlignet med MKM-modellen. Alle utenom en av studentene velger å ta hensyn til utliggeren, selv om den siste studentens modell også bærer preg av at utliggeren tas hensyn til. Tilsynelatende er denne faglige forankringen god, problemet er at tre av studentene som tar hensyn til utliggerens plassering vektlegger den for mye. Sofies modell er den som bærer mest preg av dette, men også Oda og Linn velger å justere modellen sin slik at den blir dårligere tilpasset sammenlignet med MKM-modellen. Sann sett arter denne faglige forankringen seg mest som en misoppfatning, og påvirker løsningene til studentene på en negativ måte.

Den ikke-faglige forankringen som oftest går igjen er sammenligningen med oppgave 1a. At studentene sammenligner sin egen modell med modellen fra 1a er ikke overraskende, da de først har blitt bedt om å evaluere denne. I tillegg er modellen gitt i en grafisk fremstilling, og fra grunnkurset i statistikk er studentene vant til at denne typen fremstilling faktisk viser MKM-modellen. Eksempelvis (vedlegg 1) har studentene jobbet med å finne den modellen som er best tilpasset et plott, og ved bruk av data vil modellen studentene får gitt være den best tilpassede modellen. Selv om det ikke er overraskende at studentene bruker modellen fra oppgave 1a til sammenligning, er det likevel ikke riktig av dem å gjøre det. Modellen i oppgave 1a er lagt slik den er lagt for å kunne avdekke om studentene ser at den er dårlig tilpasset, og er altså ikke tilpasset med MKM.

De studentene som velger å bruke modellen fra oppgave 1a som referanse når de skal tegne egen modell gjør det med to hensikter. Den ene hensikten er å finne ut om modellen skal starte i origo, og den andre hensikten er å sammenligne kurvenes stigning og plassering i forhold til plottet. Rakel er den som mest åpenbart bruker modellen fra oppgave 1a som referanse, og hun bruker den for å sammenligne modellens stigning. Siden denne sammenligningen ikke er faglig forankret kunne den bidratt til at Rakels modell ikke ble tilpasset til plottet, likevel ender den opp med en relativt god tilpasning. Bakgrunnen for dette kan være at Rakels andre argumenter handler om hvor mye modellen fra 1a må justeres for å bli godt tilpasset, og dermed tar hensyn til plottet og modellens plassering i henhold til dette.

Både Ellinor og Linn bruker modellen fra oppgave 1a for å finne ut om de skal starte sin egen modell i origo. I begge tilfellene fører dette til en faglig riktig antagelse om at modellen ikke skal starte i origo, likevel er denne sammenligningen et tydelig tegn på at studentene ikke legger faglig forankring til grunn for avgjørelsene sine. Ellinor sier blant annet «(...) dere har ikke tegna den gjennom [origo], da tenkte jeg at den sikkert ikke skal gå gjennom [origo]» og «Den skal jo ikke begynne [i origo] fordi vi har plotting», begge er argumenter som tydelig ikke er faglig forankret. Linn bruker samme argument som Ellinor når hun sier «jeg ser [fra oppgave 1a] at [linja] ikke begynner i null. Da skal den sikkert ikke begynne i null [her heller, i oppgave 1b]», og viser dermed at hun ikke forankrer argumentet sitt faglig. Selv om studentene ikke forankrer dette argumentet faglig, fører det til en riktig antagelse, og er med på å gjøre modellen bedre tilpasset enn om de hadde startet den i origo.

### 5.1.2 Misoppfatninger

Studentene viser at de har relativt mange misoppfatninger, og ingen av disse er spesielt overraskende funn (Casey, 2014). Selv om studentene uttrykker flere misoppfatninger, er det de tre som opptrer oftest det fokuseres på i dette avsnittet. Nesten halvparten av misoppfatningene som nevnes er tilknyttet antall punkter over og under linja. Misoppfatninger tilknyttet utliggeren opptrer også som fremtredende i noen av studentenes problemløsningsprosesser, sammen med antagelsen om at modellen skal starte i origo.

At alle studentene har misoppfatningen om at modellen skal plasseres med likt antall punkter på over- og undersiden tyder på at dette er en misoppfatning som er relativt utbredt, og det kan tenkes at flere enn bare studentene i dette utvalget har denne misoppfatningen. Denne misoppfatningen er heller ikke uvanlig (Casey, 2014). Studentene uttrykker likevel ofte denne misoppfatningen i sammenheng med den faglige forankringen om at punktene skal plasseres med i sum lik avstand fra linja på hver side av modellen, noe som kan tyde på at denne misoppfatningen først og fremst er en måte å uttrykke seg på. Eksempelvis forklarer Oda hva hun mener når hun sier at det skal være like mange punkter over og under linja, og viser dermed at hun har forstått den faglige forankringen. Verdt å merke seg er likevel Odas kommentar mot slutten av hennes problemløsningsprosess, hvor hun påpeker at de har lært i grunnkurset i statistikk at det skal være like mange punkter over og under linja. Alle studentene bruker faglig forankrede argumenter når de forklarer hvorfor de vil plassere modellen med likt antall punkter over og under linja. Dette viser at studentene har faglig forankrede argumenter i tillegg til eller som bakgrunn for den uttalte misoppfatningen, noe som tyder på at denne er lite styrende for studentenes løsninger. Sofie er den eneste som forklarer denne misoppfatningen ved å nevne MKM, likevel sier hun også at hun er usikker på hvorfor hun gjør det. I tillegg lar hun seg åpenbart styre av misoppfatningen når hun tegner modellforslaget sitt. For hennes del har denne misoppfatningen en del å si for modelltilpasningen hennes, mens de andre studentene i stor grad styres av andre argumenter.

Misoppfatningene om utliggerens betydning og om å plassere modellen med startpunkt i origo er diskutert i avsnitt 5.1.1. Den første handler i korte trekk om å ha for mye fokus på et punkt, og er ikke uvanlig (Casey, 2014). Denne misoppfatningen har overraskende mye påvirkning på studentenes modellforslag. Flere av studentene velger å justere modellen sin, enten ved å flytte den nærmere utliggeren slik at den får brattere stigning, eller ved å gi modellen slakere stigning

for å kompensere for utliggeren ved å plassere flere punkter på oversiden av modellen. Den studenten hvis fokus på utliggeren er mest tydelig, er Sofie, som tegner et modellforslag som er svært ulikt MKM-modellen. Misoppfatningen om startpunkt i origo har liten innflytelse på studentenes modelltilpasning, mye fordi den forkastet relativt raskt av de studentene som tar den opp.

### 5.1.3 Statistisk kompetanse

Statistisk kompetanse deles som nevnt i teorikapittelet i tre læringsmål, grunnleggende statistiske ferdigheter, statistisk resonnement og statistisk tenkning. Studentenes grunnleggende statistiske ferdigheter kommer til uttrykk ved deres evne til å lese, tolke og beskrive de statistiske dataene de er gitt i oppgaven (delMas, 2002), sammen med deres evne til å kommunisere disse, og stille kritiske spørsmål til dem (Gal, 2004; Rumsey, 2002). I løpet av problemløsningsprosessene viser studentene at de har evne til å lese, beskrive og tolke oppgaven de er gitt, dette omfatter også oppgavens komponenter og kontekst (delMas, 2002). Studentene viser at de har kjennskap til begreper som brukes innenfor lineær regresjon (delMas, 2002; Kunnskapsdepartementet, 2013; Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet, u.å.; Zieffler, 2006), samtidig som de også bruker upresise formuleringer, som eksempelvis «prikker» og «strek» istedenfor «punkter» og «linje». I datasettet i denne studien kommer det ikke frem om studentene viser en kritisk holdning innenfor statistikkfaget generelt, eller innenfor lineær regresjon spesielt, men studentene viser helt tydelig evne til å tenke kritisk ved at de gjentatte ganger kritiserer egne utsagn og antagelser gjennom problemløsningsprosessen. Alle studentene viser også at de kan kommunisere om de statistiske dataene de er gitt. Til sammen viser dette at studentene har grunnleggende statistiske ferdigheter innenfor lineær regresjon (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002; Gal, 2004; Rumsey, 2002), selv om dette varierer noe fra student til student.

Studentenes evne til å resonnerer statistisk kommer til uttrykk ved deres evne til å forklare avgjørelsene sine basert på statistisk kunnskap (delMas, 2002; Garfield, 2002), og i denne studien kommer denne evnen tydelig til uttrykk gjennom studentenes problemløsningsprosesser. Alle studentene begrunner avgjørelsene sine, om enn i noe varierende grad. Noen av studentene viser gode evner til å resonnerer statistisk ved at prosessene deres styres av faglige forankringer, mens andre viser mindre gode evner til å resonnerer statistisk ved at prosessene deres inneholder mange

misoppfatninger eller ikke-faglige forankringer. På mange måter kan det dermed sies at studentene har evne til å resonnerer statistisk, men at flere av studentene har noe mangelfulle eller feilaktige kunnskaper, som fører til at deres evne til statistisk resonnering blir noe mangelfull (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Garfield, 2002).

Evnen til statistisk tenking vises ved at studentene kan bruke kunnskapen de har til å løse problemer, at de har evne til å kritisere og evaluere avgjørelsene sine, og at de kan generalisere kunnskapen sin (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002; Snee, 1990). I denne studien viser mange av studentene statistisk tenking ved at de kan bruke kunnskapene sine, og kritisere og evaluere egne avgjørelser og løsninger. De studentene som kritiserer løsningene sine ender i tre av fire tilfeller med å endre løsningen, men bare i to av disse tilfellene blir modellene bedre. I et av tilfellene blir modellen kritisert uten at løsningen påvirkes. Selv om studentene viser at de mange ganger legger faglige forankringer til grunn for valgene de tar, viser de altså varierende grad av evne til å bruke kunnskapene sine, kritisere egne valg og evaluere løsningene sine (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002). Studentene viser liten grad av generalisering, men dette kan være forårsaket av oppgaven de er gitt, eller dataene som ligger til grunn for denne studien. I den delen av datasettet som ble brukt i dette prosjektet kommer det som nevnt tidligere ikke tydelig frem om studentene har en kritisk holdning til modelltilpasning generelt, selv om de altså viser at de har evne til å kritisere egne antagelser og valg. I sum viser studentene at de i noe varierende grad kan tenke statistisk (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002), i tillegg til at deres evne til å generalisere og se «det store bildet» (Snee, 1990) ikke kommer tydelig frem.

#### 5.1.4 Oppsummering

Studentene i denne studien viser i varierende grad at de bruker faglige forankringer for å plassere modellene sine, noe som indikerer at de bruker kunnskapen de har for å løse problemet de er gitt (Kilpatrick m. fl., 2001; Skemp, 1976). Selv om studentenes modeller i fire av fem tilfeller er ganske godt tilpasset plottet, er det ikke alltid de faglige forankringene som er utslagsgivende for modellplasseringen. I flere tilfeller er det studentenes misoppfatninger eller ikke-faglige forankring som brukes for å forklare modelltilpasningen. Det studentene viser av faglig forankring i denne oppgaven er dermed ikke tilstrekkelig for å kunne si noe omfattende om deres evne til å bruke kunnskapene sine innenfor lineær regresjon til å løse problemer.

Studentenes statistiske kompetanse vises ved at de har evne til å reflektere over plottet og modellens egenskaper, og hvilken betydning de har, samtidig som de begrunner egne antagelser. Altså viser studentene at de har lært grunnleggende statistiske idéer, at de kan bruke en analog tilnærming til MKM, vurdere resultatene og være kritiske til egne antagelser (Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet, u.å.), kunnskaper det forventes at studentene har etter endt grunnkurs i statistikk. Studentene klarer også å representere dataene, og å tolke dem og kommunisere dem på en tilfredsstillende måte (Ben-Zvi & Garfield, 2004; Gal & Garfield, 1997). Selv om studentene viser ulik grad av faglige kunnskaper tilknyttet temaet, klarer alle å svare på oppgaven. Dette er et tegn på at studentene kjenner til temaet lineær regresjon, og vet noe om hvordan de kan tilpasse en lineær modell til et plot (Løvås, 2004; Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet, u.å.). I sum viser studentene at de har elementer av grunnleggende statistiske ferdigheter, statistisk resonnering og tenkning. Likevel kommer det tydelig fram gjennom studentenes misoppfatninger (Casey, 2014) og ikke-faglige forankringer at de har noe mangelfull statistisk kompetanse innenfor lineær regresjon (Ben-Zvi & Garfield, 2004; delMas, 2002; Løvås, 2004).

## 5.2 Problemløsning og strategiske valg

### 5.2.1 Problemløsningsprosessen

Studentene i dette prosjektet viser ulike måter å gå gjennom problemløsningsprosesser på, men prosessene deres har likevel mange likhetstrekk. Dette gjelder både rekkefølge på fasene i problemløsningsprosessen, men også hvilke elementer som er avgjørende for utfallet av prosessen. Alle studentene har problemløsningsprosesser som er relativt kronologisk strukturert, som betyr at problemløsingen starter med lesing, deretter har elementer av analyse, utforskning og planlegging før implementeringsfasen, og avsluttes med verifisering. Altså er problemløsningsprosessene deres strukturert slik teorien (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981) antyder god problemløsning bør struktureres.

I studentenes lesefasen dukker nesten halvparten av målformuleringene opp, noe som er i tråd med teorien (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981), men likevel kan tyde på at studentene formulerer målene før de har orientert seg om oppgaven i sin helhet. Årsaken til dette er trolig oppgaveteksten, som inneholder formuleringen «Tegn den regresjonslinja du mener vil være best tilpasset plottet».

Dermed vet studentene allerede etter å ha lest oppgaveteksten hva målet er. Det studentene må finne ut av videre, er hvordan modellen skal plasseres i forhold til plottet, og det er dette som er den virkelige utfordringen med oppgaven.

Studentenes planleggingsfaser inneholder flesteparten av deres strategiske valg, helt i tråd med teorien som sier at planleggingsfasen bør bestå av å lage en plan for å løse problemet (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981), og analysefasene brukes til å begrunne disse valgene. Dette vitner om studentene har evne til å bruke kunnskapene sine til å argumentere for valgene de tar (Kilpatrick m. fl., 2001), og dermed forstår sammenhengen mellom problemet de løser og bakgrunnskunnskapen de har (Kilpatrick m. fl., 2001; Skemp, 1976). Selv om studentenes problemløsningsprosesser er relativt kronologisk strukturert, følger ikke alltid analyse- og planleggingsfasene hverandre kronologisk. Noen ganger følger planlegging analyse, mens det andre ganger er omvendt. Når analyse følger planlegging lager studentene en plan før de har kartlagt alle aspektene ved oppgaven, noe som kan være uheldig fordi studentenes plan kan ende opp med å ikke basere seg på sentrale trekk ved oppgaven (Polya, 1957). Likevel ser det ut til at studentene i dette prosjektet balanserer planleggingsfasene og analyse- og utforskningsfasene på en sånn måte at de brukes til fordel for hverandre. Prosessen fra lesing til planlegging arter seg dermed tilsynelatende slik Polya (1957) og Schoenfeld (1981) beskriver en god problemløsningsprosess.

Etter å ha kartlagt premissene for planen, og lagt en plan, går studentenes problemløsningsprosess til implementering av planen, helt i henhold til Polya (1957) og Schoenfelds (1981) teorier om problemløsningsprosesser. I implementeringsfasene kommer det tydelig frem om studentene følger planene sine, og i hvilken grad. Dermed avslører denne fasen i stor grad studentenes oppfatninger om modelltilpasning. Studentenes planer henger tett sammen med de strategiske valgene de gjør, noe som kommer tydelig frem i implementeringsfasen. Nesten alle studentene plasserer modellen i henhold til de strategiske valgene de gjorde i planleggingsfasen. Selv om ikke alle disse valgene er faglig forankret, viser det at studentene handler i tråd med avgjørelsene sine (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981).

I verifiseringsfasene er studentenes prosesser relativt ulike. Det er stor forskjell på hvor mye av prosessen som brukes på verifisering, og om verifiseringen fører til en ny implementeringsfase eller ikke. Dersom studentene hadde jobbet i henhold til Polya (1957) og Schoenfeld (1981) sine



problemløsningsstrategier ville de i verifiseringsfasen hatt to alternativer. Dersom de vurderer modellen sin som god, kan de bruke det de har lært videre for å utvide kunnskapsbasen sin. Det vil si at de overfører den kunnskapen de har tilegnet seg i løpet av problemløsningsprosessen til kunnskapsbasen sin, og kan anvende denne kunnskapen ved en senere anledning. Det andre alternativet studentene har i verifiseringsfasen, er å vurdere modellen sin som mangelfull. Da vil det videre steget være å evaluere hva som gikk galt tidligere i prosessen, og gjøre hele eller deler av prosessen på nytt, for så å sjekke om modellen ble bedre etter endringene. Dette alternativet er det tre av studentene i dette datasettet som velger. I disse tilfellene bruker studentene den første modellen de har tegnet som sammenligningsgrunnlag for videre prosess, helt i henhold til teorier om problemløsning (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981), alle de tre studentene sier seg også mer fornøyd med den andre modellen de tegner, selv om den ikke nødvendigvis er bedre.

Selv om studentenes problemløsningsprosesser tilsynelatende er i tråd med hvordan problemløsning bør foregå (Kilpatrick m. fl., 2001; Polya, 1957; Schoenfeld, 1981), er utfallene av dem relativt ulike. Sofies prosess stikker seg ut ved å være den prosessen som ender opp med en løsning som ligner minst på MKM-modellen. Likevel har hun desidert mest verifisering, og verifiseringsfasen hennes kartlegger feil og mangler ved modellens plassering. Istedenfor å gå tilbake til starten, slik Polya (1957) foreslår, velger Sofie å beholde en modell hun ser åpenbare feil ved. Rakels problemløsningsprosess stikker seg også ut fordi den har minst verifisering av alle studentenes prosesser. Rakel gjør også bare et strategisk valg, og prosessen hennes er mye mindre i omfang enn de andre studentenes. Prosessen hennes inneholder likevel mest analyse og planlegging, og Rakel ender opp med en modell som er svært lik MKM-modellen. Oda, Ellinor og Linn tegner alle to modeller, og alle velger å justere modellene sine slik at de får slakere stigningstall etter den andre implementeringen. For Ellinors del gjør dette at modellen hennes blir likere MKM-modellen, mens både Oda og Linn tegner modeller som blir dårligere tilpasset sammenlignet med MKM-modellen. Både Linn og Oda har problemløsningsprosesser som er godt faglig forankret, mens Ellinors prosess har klart mest misoppfatninger. Det er derfor overraskende at Linns modell er den med dårligst tilpasning av de tre, mens Ellinors modell er ganske godt tilpasset. Ikke overraskende er Odas modelltilpasning best av de tre.

## 5.2.2 Strategiske valg

De strategiske valgene bestemmer i stor grad hvilken retning studentenes løsninger tar, og er dermed svært viktige for problemløsningsprosessen deres. Strategiske valg kan både være misoppfatninger og forankringer, og alt etter som hvilken av disse de er, vil løsningen bli mer eller mindre riktig (Schoenfeld, 1981). I resultatene i denne studien kommer det overraskende nok frem at strategiske valg som i utgangspunktet er misoppfatninger eller ikke-faglige forankringer kan føre til modellforslag som ligner MKM-modellen, og motsatt. I disse tilfellene er det interessant å se på begrunnelsene for de strategiske valgene, og om implementeringen samsvarer med argumentene for den.

Odas løsning, som er den best tilpassede modellen sammenlignet med MKM-modellen, baserer seg på tre strategiske valg. De to første strategiske valgene hennes, «(...) så tenker jeg å prøve å gjøre at det er like mange punkter under og over [linja]» og «så var det jo som sagt en ‘outlier’. Den har litt å si for modellen den òg», er begge faglig forankret, noe som taler for at god modelltilpasning (Schoenfeld, 1981). Vurderingene som ligger til grunn er også helt i henhold til hvordan MKM bør gjennomføres analogt (Casey, 2014). Den første modellen til Oda er likevel plassert med nesten likt antall punkter over og under linja, men det kan se ut som Oda har prøvd å plassere den med lik sum av avstander mellom punkter og linje. Det siste strategiske valget, «Da skulle jeg kanskje starta litt lenger ned. Eller hatt en slakere [linje] (...)», gjøres på grunnlag av misnøye med den første modelltilpasningen. Det er vanskelig å si om dette strategiske valget er forankret i en misoppfatning om antall punkter på hver side av linja, eller om det baserer seg på summen av avstander. Det er likevel nærliggende å tenke at valget er faglig forankret, fordi Oda bruker store deler av den siste verifiseringsfasen sin på å forklare dette valget. Uansett om det er et resultat av en faglig forankring eller ikke, får valget Oda til å tegne en modell hun er mer fornøyd med. Selv om Odas siste modell er noe dårligere tilpasset plottet sammenlignet med hennes første modell, tyder både prosessen hennes og modellforslagene hennes på at hun tegner modellene sine helt i henhold til de strategiske valgene hun gjør. Odas løsning er altså preget av å være styrt av de strategiske valgene hun gjør, valg som stort sett er faglig forankret. Derfor er det ikke overraskende at modellen hennes er godt tilpasset plottet (Kilpatrick m. fl., 2001; Schoenfeld, 1981; Skemp, 1976).

Sofies løsning er den løsningen som helt klart er dårligst tilpasset sammenlignet med MKM-modellen, noe som ved første blick er overraskende fordi hun bruker store deler av prosessen sin til verifisering av løsningen. Sofies første strategiske valg, «Jeg antar det er lurt å ta hensyn til den som er litt utenfor» er tilsynelatende faglig forankret, men går i løpet av prosessen hennes over til å bli en misoppfatning om utliggerens betydning, og modellen hennes bærer tydelig preg av dette fokuset på et punkt. Når i tillegg Sofies andre strategiske valg er å plassere modellen i henhold til en misoppfatning om at det skal være likt antall punkter på hver side av linja «man skal ha like mange prikker over og under [linja]», er det likevel ikke så overraskende at modelltilpasningen hennes blir dårlig tilpasset plottet. Sofie viser tydelig at løsningen følger de strategiske valgene hennes, problemet oppstår når disse valgene ikke er godt nok faglig forankret (Kilpatrick m. fl., 2001; Schoenfeld, 1981; Skemp, 1976).

Ellinor er den av studentene som viser flest misoppfatninger og ikke-faglige forankringer, og den første modellen hun tegner bærer preg av disse. Likevel er den siste modellen hennes godt tilpasset sammenlignet med MKM-modellen. Årsaken til dette kan være de strategiske valgene hennes. Til grunn for den første implementeringen ligger strategiske valg om at modellen ikke skal starte i origo, at linja skal treffe flest mulig punkter, at modellen skal plasseres slik at det blir likt antall punkter på over- og undersiden av linja, og at modellen skal vise stigningen. Selv om det første strategiske valget ikke er faglig forankret, resulterer det i at Ellinor ikke starter modellen sin i origo. Både valget om å la linja treffe flest mulig punkter, og at modellen skal plasseres med likt antall punkter på over- og undersiden er misoppfatninger. Likevel får de stor betydning for modelltilpasningen hennes fordi de brukes som argumenter for at modelltilpasningen hennes er god. At modellen skal vise stigningen er en faglig forankring, men hvor mye dette strategiske valget har å si for problemløsningsprosessen til Ellinor er vanskelig å si. Hun verken nevner det igjen eller viser andre tegn på at det har stor betydning. Selv om den første modellen Ellinor tegner er dårlig tilpasset plottet sammenlignet med MKM-modellen, er modellen plassert med omtrent like mange punkter på over- og undersiden, helt i henhold til det ene strategiske valget Ellinor uttalte før implementeringen. I motsetning til hva Ellinor har sagt tidligere i prosessen treffer ikke linja hennes så mange av punktene, og kan heller ikke påstås å vise plottets stigning spesielt godt. Dermed er det tydelig at bare to av Ellinors fire strategiske valg implementeres i hennes første modellforslag. Det siste strategiske valget hennes, at modellens stigningstall og/eller konstantledd må endres, er en faglig forankring som fører til en svært drastisk endring ved at Ellinors modell

blir betraktelig mer lik MKM-modellen. Ellinor kommenterer også at det siste modellforslaget hennes treffer flere av punktene i plottet, altså stemmer den siste modellen hennes bedre overens med flere av hennes strategiske valg. Det kan likevel se ut som om Ellinor ikke tar like mye hensyn til det strategiske valget om å la det være likt antall punkter på over- og undersiden av linja. Det er vanskelig å si om dette valget er bevisst, men uansett resulterer det i en modell som er godt tilpasset sammenlignet med MKM-modellen. Den siste modellen viser også plottets stigning bedre, selv om det er uklart om dette er et bevisst valg fra Ellinors side eller ikke. Tatt i betraktning at Ellinor plasserer modellen sin i tråd med de tre strategiske valgene som er riktige, selv om et av dem ikke er faglig forankret, er det ikke så rart at modellen hennes blir godt tilpasset (Schoenfeld, 1981). Om Ellinor er klar over at hun plasserer modellen på riktige premisser er derimot uklart, da prosessen hennes inneholder svært mange misoppfatninger og ikke-faglige forankringer. Det er rett og slett vanskelig å si hvorvidt Ellinors modelltilpasning er god fordi hun baserer den på riktige antagelser, eller fordi hun har flaks (Kilpatrick m. fl., 2001; Skemp, 1976).

Rakels problemløsningsprosess er den korteste av alle studentenes, og inneholder bare et strategisk valg. Dette valget er også noe annerledes i form enn de andre studentenes, da Rakel baserer modellen sin på en sammenligning mellom den modellen hun skal tegne og modellen fra oppgave 1a. Det er tydelig at Rakels strategiske valg bestemmer utfallet av problemløsningsprosessen hennes, ettersom hun plasserer sitt eneste modellforslag med noe brattere stigning enn modellen i oppgave 1a. Selv om Rakels problemløsningsprosess virker noe umotivert, ender hun opp med en modell som er helt i henhold til sitt strategiske valg (Schoenfeld, 1981). Modellen hennes er også god sammenlignet med MKM-modellen, og selv om det strategiske valget hennes ikke er alene om å være årsaken til dette, er det en av årsakene. Resten av Rakels prosess er også viktig for modellens tilpasning, fordi den inneholder argumenter for det strategiske valget. Dermed er det en kombinasjon av et relativt bra strategisk valg, og argumenter som støtter opp under det (Kilpatrick m. fl., 2001; Schoenfeld, 1981; Skemp, 1976) som gjør at Rakels modell ender opp med å være godt tilpasset.

Linn gjør tre strategiske valg, bare ett av dem er tydelig faglig forankret. Det første strategiske valget baserer seg på at modellen skal være plassert med lik sum av avstander mellom punkter og linje på hver side av linja, mens det andre strategiske valget baserer seg på at linja ikke skal gå gjennom origo. Det første strategiske valget er faglig forankret, og det andre valget er en riktig

avgjørelse selv om det ikke baserer seg på faglig forankring. Dermed ligger det til rette for at Linns modellplassering skal bli god (Kilpatrick m. fl., 2001; Schoenfeld, 1981), og det første modellforslaget til Linn ligger plassert helt i henhold til hennes strategiske valg. Det siste strategiske valget til Linn er det samme som for alle studentene, justering av modellen slik at den blir litt slakere sammenlignet med den første modelltilpasningen. Dette valget gjør Linn på bakgrunn av at hun mener utliggeren er plassert så langt ned at hun må kompensere ved å legge modellen med flere punkter på oversiden. Sånn sett er dette et faglig forankret valg, men på samme måte som Sofie tillegger Linn utliggeren mer vekt enn de andre punktene, noe som fører til at det andre modellforslaget hennes blir dårligere tilpasset plottet sammenlignet med MKM-modellen.

### 5.2.3 Oppsummering

Felles for studentenes problemløsningsprosesser er at de er relativt kronologisk strukturert, ved at lesing, analyse og utforsking og planlegging skjer før implementering, og at verifisering skjer etter implementering, helt i henhold til hvordan Polya (1957) og Schoenfeld (1981) mener problemløsning bør skje. I noen av tilfellene blir enkelte av stegene repetert etter verifiseringen, helt i tråd med teorien som sier at dersom resultatet ikke er i henhold til planen eller premissene for oppgaven, kan noen av stegene i prosessen repeteres, eller prosessen startes fra begynnelsen igjen (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981). Studentene viser altså problemløsende ferdigheter ved at problemløsningsprosessene deres stort sett er i tråd med teorien, selv om de i varierende grad bruker kunnskapene sine om lineær regresjon til å løse et relativt ukjent problem (Kilpatrick m. fl., 2001; Polya, 1957; Skemp, 1976). Studentene viser evner til å reflektere over valgene de har gjort når de avslutter problemløsningsprosessen med verifiserende argumenter som gjentas fra tidligere i prosessen (Kilpatrick m. fl., 2001; Polya, 1957). Modellene deres er også i de fleste tilfellene plassert med god tilpasning til plottet. At modelltilpasningene er gode er ofte tilfeldig. I noen tilfeller blir modellen godt tilpasset fordi de strategiske valgene er gjort på bakgrunn av faglige forankringer. Andre ganger blir modellene godt tilpasset selv om de strategiske valgene ikke er basert på faglige forankringer, mens i noen tilfeller virker det som studentene har flaks, eller at det er andre faktorer som spiller inn. Når modellene ikke er godt tilpasset plottet, ser dette likevel ut til å skje fordi de strategiske valgene ikke er faglig forankret. Selv om modelltilpasningen kan bli god uavhengig av faglig forankring, viser dette at dersom studentenes strategiske valg ikke baserer

seg på faglig forankring, vil løsningen på problemet lide under dette (Kilpatrick m. fl., 2001; Schoenfeld, 1981).

Til tross for at studentene i stor grad viser gode problemløsende ferdigheter, er det i dette datasettet ingen av studentene som viser tegn til å overføre kunnskapen sin i verifiseringsfasen (Polya, 1957; Schoenfeld, 1981). Det kan komme av mange ting, både ting som har med studentene å gjøre, hvordan undervisningen i faget har foregått, men også utvalget av datamateriale eller hvordan oppgaven er stilt eller undersøkelsene er gjennomført.

## 6. Refleksjon

I dette kapittelet sammenfattes det som kom frem i diskusjonsdelen, for å kunne gjøre en avsluttende refleksjon. Deretter gjøres det ytterligere betraktninger rundt resultatene i denne studien, for å gi et perspektiv på hvordan disse kan brukes videre.

### 6.1 Hvordan uttrykkes forståelse gjennom problemløsningsprosessen?

For å vise forståelse for lineær regresjon, må studentenes problemløsning ifølge teorien arte seg slik at løsningene deres er i tråd med prosessen. De må også ha tilstrekkelige fagkunnskaper og legge dem til grunn for de strategiske valgene de gjør. I tillegg må løsningsprosessen være i henhold til disse valgene og løsningen må verifiseres opp mot faglig forankring.

Studentene i denne studien viser at de løser problemer i henhold til teori om problemløsning. Likevel viser de varierende grad av statistisk kompetanse. Studentene viser også at de ikke nødvendigvis tar strategiske valg på bakgrunn av faglige forankringer. Det er interessant at selv om studentene i denne studien løser problemer i henhold til teorien, er det ikke noen tydelig tendens som viser sammenheng mellom evnen til å løse problemer med teoretisk god struktur, og studentenes løsninger av oppgaven. Løsningene er for det første relativt ulikt tilpasset plottet, men det virker også som løsningene ikke avhenger av studentenes statistiske kompetanse i så stor grad. Dermed er det vanskelig å si noe generelt om studentenes forståelse for lineær regresjon ut fra deres statistiske kompetanse uttrykt gjennom deres problemløsningsprosesser.

Selv om det er utfordrende å svare konkret på forskningsspørsmålet i denne studien, har den bidratt til å avdekke noen av studentenes sentrale kunnskaper om modelltilpasning for en lineær modell, i tillegg til deres misoppfatninger. Dette kan forhåpentligvis være nyttig for videre gjennomføring av grunnkurset i statistikk, selv om det omhandler et smalt fagområde. I tillegg har studien vist at studentene løser problemer på en måte som i teorien er god, noe som er et godt grunnlag dersom det er ønskelig å fokusere ytterligere på problemløsning i undervisningen i grunnkurs i statistikk, eller i andre kurs.

## 6.2 Avsluttende refleksjon

I denne studien har studentene vist varierende grad av statistisk kompetanse og evne til å bruke denne til problemløsning. Dersom ønsket er at studentene skal forstå lineær regresjon kan et større fokus på å bruke fagkunnskaper til å løse problemer være hensiktsmessig. For at studentene skal kunne bruke sin statistiske kompetanse til å løse problemer må de først og fremst ha god nok statistisk kompetanse, i tillegg må de kunne anvende denne på nye og ukjente problemer, og løse dem på en effektiv og hensiktsmessig måte. Dersom studentene lærer seg strategier for å kartlegge hva ulike problemer krever av kunnskapen deres, hvordan de kan strukturere problemløsningsprosessen sin slik at de kan utnytte denne kunnskapen, og hvordan de kan evaluere og lære av prosessene og løsningene sine, vil dette kanskje kunne bidra til studentenes forståelse for statistikk.

Dersom studentene hadde blitt introdusert for strategier for problemløsning i sammenheng med oppgaver de blir oppfordret til å løse, kunne det hende at flere av studentene hadde blitt mer oppmerksomme på egne strategier for problemløsning. Studentene kunne kanskje fått et bedre grunnlag for å kartlegge alle premissene for oppgavens løsning fra starten, slik at de lettere kunne lage en plan og utføre den med bedre presisjon. De kunne også fått bedre grunnlag for å evaluere om løsningen var i henhold til premissene, og å se at de kunne løse oppgaven på nytt dersom løsningen ble lite tilfredsstillende. Kort sagt kunne studentene blitt flinkere til å oppdage sine egne kunnskaper og begrensninger i disse, og prøve bygge ny kunnskap på det de allerede kan, dersom de hadde vært mer oppmerksomme på egne problemløsningsprosesser. Med bedre evne til å overvåke egne problemløsningsprosesser, kan studentene kanskje også bli flinkere til å løse problemer, og dermed utfordre og utvikle egne faglige kunnskaper. Å lære strategier for problemløsning kan dermed kanskje gjøre studentene flinkere til å knytte de faglige kunnskapene sine til problemløsningen, og dermed få bedre forståelse for hvordan faglig kunnskap kan brukes, og se nytten av den. Med dette fokuset vil studentene kanskje også kunne lære av problemløsningsprosessene sine, slik at de i tillegg til å bruke kunnskapen sin på nye måter, kan overføre kunnskap de tilegner seg i problemløsningsprosessen til videre læring.

Selv om mange av studentene som tar grunnkurs i statistikk ikke nødvendigvis skal bruke det til noe spesifikt senere i livet, er det mange av dem som vil komme opp i situasjoner hvor de presenteres for statistiske data, må kunne ta i bruk statistiske metoder, eller skal jobbe direkte med



statistikk. Med bedre forståelse for statistikkfaget vil studentene lettere kunne bruke den kunnskapen de har i flere og nye situasjoner, slik det er forventet at samfunnet vil kreve fremover i tid. For at alle studentene skal få et godt grunnlag for å utvikle forståelse, er det viktig at undervisningen i statistikk lærer dem å ta i bruk kunnskapen sin og bygge videre på den. Dette kan innebære å være tydelig på hvilke fagkunnskaper som er sentrale innenfor statistikk, hva de innebærer og hvordan de kan brukes. Studentene kan kanskje også ha nytte av å lære noe om hvilke feil det er lett å gjøre, slik at de kan være trygge på at de gjør faglig forankrede antagelser når de skal bruke kunnskapen sin i nye situasjoner eller til problemløsning. Med tilstrekkelig forståelse vil studentene kunne bruke det de lærer i grunnkurs i statistikk videre i sin utdanning, eller på ukjente problemer som dukker opp i andre situasjoner i livene deres. Forståelse for statistikk vil også kunne bidra til studentenes evne til kritisk tenking og problemløsning, og dermed til at de kan være en aktiv del av et samfunn i konstant endring.



## 7. Referanser

- Afflerbach, P., & Johnston, P. (1984). On the use of verbal reports in reading research. *Journal of Reading behavior*, 16(4), 307-322.  
Hentet fra <http://www.academia.edu/download/31050139/307.full.pdf>
- Aubert, V. (1985). *Det skjulte samfunn*. Hentet fra <http://www.nb.no/nbsok/nb/bde496ca059f46f741ffd0a50dcc2b23?lang=no#201>.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. B. (2004). Statistical Literacy, Reasoning and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. I: D. Ben-Zvi & J. B. Garfield (Red.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (s. 3-15). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Hentet fra [http://www.academia.edu/5734290/The\\_challenge\\_of\\_developing\\_statistical\\_literacy\\_reasoning\\_and\\_thinking](http://www.academia.edu/5734290/The_challenge_of_developing_statistical_literacy_reasoning_and_thinking).
- Brekke, M., & Tiller, T. (2013). *Læreren som forsker: innføring i forskningsarbeid i skolen*: Universitetsforlaget.
- Brinkmann, S., Tanggaard, L., & Hanssen, W. (2012). *Kvalitative metoder. Empiri og teoriutvikling*: Oslo, Gyldendal akademisk.
- Budé, L. (2006). *Assessing Students' Understanding of Statistics*. Paper presented at the The Seventh International Conference on Teaching Statistics, Salvador, Brazil.  
Hentet fra [https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6G3\\_BUDE.pdf](https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/6G3_BUDE.pdf)
- Budé, L., van de Wiel, M. W. J., Imbos, T., & Berger, M. P. F. (2011). The effect of directive tutor guidance on students' conceptual understanding of statistics in problem-based learning. *British Journal of Educational Psychology*, 81(2), 309-324.  
Hentet fra doi:10.1348/000709910X513933
- Casey, S. (2014). *Teachers' Knowledge of Students' Conceptions and Their Development When Learning Linear Regression*. Paper presented at the Sustainability in Statistics Education: The Ninth International Conference on Teaching Statistics, Flagstaff, Arizona, USA.  
Hentet fra [http://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9\\_3B2\\_CASEY.pdf](http://iase-web.org/icots/9/proceedings/pdfs/ICOTS9_3B2_CASEY.pdf)
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Clark, J. M., Kraut, G., Mathews, D., & Wimbish, J. (2003). *The fundamental theorem of statistics: Classifying student understanding of basic statistical concepts*. Upublisert

- paper, lest 7. oktober 2016. Hentet fra  
[https://www.researchgate.net/profile/David\\_Mathews4/publication/238529375\\_The\\_Fundamental\\_Theorem\\_of\\_Statistics\\_Classifying\\_Student\\_Understanding\\_of\\_Basic\\_Statistical\\_Concepts/links/54e23d6c0cf2c3e7d2d335b0.pdf](https://www.researchgate.net/profile/David_Mathews4/publication/238529375_The_Fundamental_Theorem_of_Statistics_Classifying_Student_Understanding_of_Basic_Statistical_Concepts/links/54e23d6c0cf2c3e7d2d335b0.pdf)
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work. I: F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: a project of the National Council of Teachers of Mathematics* (Vol. 1): Information Age Publishing.
- De Graaf, E., & Kolmos, A. (2003). Characteristics of problem-based learning. *International Journal of Engineering Education*, 19(5), 657-662. Hentet fra  
[http://www.academia.edu/download/35522506/characteristics\\_of\\_project\\_based\\_learning.doc](http://www.academia.edu/download/35522506/characteristics_of_project_based_learning.doc)
- delMas, R. C. (2002). Statistical literacy, reasoning, and learning: A commentary. *Journal of Statistics Education*, 10(3).  
 Hentet fra [http://www2.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas\\_discussion.html](http://www2.amstat.org/publications/jse/v10n3/delmas_discussion.html)
- Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P., & Gijbels, D. (2003). Effects of problem-based learning: A meta-analysis. *Learning and instruction*, 13(5), 533-568.  
 Hentet fra [http://dx.doi.org/10.1016/S0959-4752\(02\)00025-7](http://dx.doi.org/10.1016/S0959-4752(02)00025-7)
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1980). Verbal reports as data. *Psychological review*, 87(3), 215. Hentet fra <http://dx.doi.org/10.1037/0033-295X.87.3.215>
- Ericsson, K. A., & Simon, H. A. (1993). *Protocol analysis*. Hentet fra  
<http://digitalcollections.library.cmu.edu/awweb/awarchive?type=file&item=39233>.
- Everett, E. L., & Furseth, I. (2012). *Masteroppgaven: Hvordan begynne - og fullføre* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Fonteyn, M. E., Kuipers, B., & Grobe, S. J. (1993). A description of think aloud method and protocol analysis. *Qualitative Health Research*, 3(4), 430-441. Hentet fra  
[https://www.researchgate.net/profile/Benjamin\\_Kuipers/publication/249674934\\_A\\_Description\\_of\\_Think\\_Aloud\\_Method\\_and\\_Protocol\\_Analysis/links/5750502308aefe968db7295a.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Benjamin_Kuipers/publication/249674934_A_Description_of_Think_Aloud_Method_and_Protocol_Analysis/links/5750502308aefe968db7295a.pdf)
- Gal, I. (2004). Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. I: D. Ben-Zvi & J. B. Garfield (Red.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (s. 47-76). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Hentet fra

- [http://www.academia.edu/5734290/The\\_challenge\\_of\\_developing\\_statistical\\_literacy\\_reasoning\\_and\\_thinking](http://www.academia.edu/5734290/The_challenge_of_developing_statistical_literacy_reasoning_and_thinking).
- Gal, I., & Garfield, J. B. (1997). Curricular Goals and Assessment Challenges in Statistics Education. I: I. Gal & J. B. Garfield (Red.), *The assessment challenge in statistics education* (Vol. 12, s. 1-13). Amsterdam: IOS Press.
- Hentet fra <https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/assessbk/chapter01.pdf>.
- Garfield, J. B. (2002). The Challenge of Developing Statistical Reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Hentet fra <https://www2.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2007). How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. *International Statistical Review*, 75(3), 372-396. doi: 10.1111/j.1751-5823.2007.00029.x
- Garfield, J. B., & Ben-Zvi, D. (2008). *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice*.
- Hentet fra [http://www.academia.edu/download/32770834/B1.1\\_Garfield\\_Ben-Zvi\\_DSSR\\_book\\_2008.pdf](http://www.academia.edu/download/32770834/B1.1_Garfield_Ben-Zvi_DSSR_book_2008.pdf).
- Garfield, J. B., & Franklin, C. (2011). Assessment of Learning, for Learning, and as Learning in Statistics Education. I: C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Red.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study: The 18th ICMI Study* (s. 133-145). Dordrecht: Springer Netherlands. doi: 10.1007/978-94-007-1131-0\_16
- Gil, E., Ben-Zvi, D., & Apen, N. (2008). *Creativity in Learning to Reason Informally About Statistical Inference in Primary School*. Paper presented at the The 5th International Conference on Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students, Haifa, Israel. Hentet fra <http://cmeg-5.edu.haifa.ac.il/Part%203%20-%20RR2-Cmeg5%20proceedings.pdf>
- Hubbard, R. (1997). Assessment and the Process of Learning Statistics. *Journal of Statistics Education*, 5(1).
- Hentet fra <http://www.amstat.org/PUBLICATIONS/JSE/v5n1/hubbard.html>
- Jacobsen, D. I. (2005). *Hvordan gjennomføre undersøkelser? Innføring i samfunnsvitenskapelig metode*. Kristiansand: Høyskoleforlaget.

- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. National Research Council (Ed.). Hentet fra [https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/09/Adding-It-Up\\_NAP.pdf](https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/09/Adding-It-Up_NAP.pdf). doi:10.17226/9822
- Kunnskapsdepartementet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. (MAT1-04). Oslo: Utdanningsdirektoratet Hentet fra <http://www.udir.no/kl06/MAT1-04>.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3 utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *ZDM*, 37(6), 457-467. Hentet fra doi:10.1007/BF02655854
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. Hentet fra <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2> doi:10.1007/s10649-007-9104-2
- Løvås, G. G. (2004). *Statistikk for universiteter og høyskoler* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- March for Science Norway. (2017). Science not Silence. Hentet 2. april 2017 fra <http://marchforsciencenorway.com/index.html>
- Mathews, D., & Clark, J. M. (2003). *Successful students' conceptions of mean, standard deviation, and the Central Limit Theorem*. Upublisert paper, lest 7. oktober 2016. Hentet fra [https://www.researchgate.net/profile/David\\_Mathews4/publication/253438034\\_Successful\\_Students'\\_Conceptions\\_of\\_Mean\\_Standard\\_Deviation\\_and\\_The\\_Central\\_Limit\\_Theorem/links/54e23d6b0cf2c3e7d2d335af.pdf](https://www.researchgate.net/profile/David_Mathews4/publication/253438034_Successful_Students'_Conceptions_of_Mean_Standard_Deviation_and_The_Central_Limit_Theorem/links/54e23d6b0cf2c3e7d2d335af.pdf)
- Meld. St. 16 (2016-2017). (2017). *Kultur for kvalitet i høyere utdanning*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-16-20162017/id2536007/>.
- Meld. St. 28 (2015-2016). (2016). *Fag - Fordypning - Forståelse - En fornyelse av Kunnskapsløftet*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/meld.-st.-28-20152016/id2483955/>.
- Moore, D. S. (1998). Statistics among the Liberal Arts. *Journal of the American Statistical Association*, 93(444), 1253-1259. Hentet fra <http://www.jstor.org/stable/pdf/2670040.pdf>

- Niss, M. A. (2007). Reflections on the State of and Trends in Research on Mathematics Teaching and Learning. I: F. K. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 1293-1321): Information Age Publishing, incorporated.
- Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet. (2016). *Innspill til stortingsmelding om kvalitet i høyere utdanning - fra NMBU*. (Hørings svar 16/01018-4). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/27c5ad3ca6fa49488d0c90e113f65146/nmbu.pdf>.
- Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet. (u.å.). STAT100 Statistikk. Hentet 8. oktober 2016 fra <https://www.nmbu.no/emne/STAT100>
- Polya, G. (1957). *How To Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Hentet fra [https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya\\_HowToSolveIt.pdf](https://notendur.hi.is/hei2/teaching/Polya_HowToSolveIt.pdf).
- Rumsey, D. J. (2002). Statistical Literacy as a Goal for Introductory Statistics Courses. *Journal of Statistics Education*, 10(3). Hentet fra <https://ww2.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.html>
- Schau, C., & Mattern, N. (1997). Assessing students' connected understanding of statistical relationships. I: I. Gal & J. B. Garfield (Red.), *The assessment challenge in statistics education* (s. 91-104). Amsterdam: IOS Press. Hentet fra <https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/assessbk/chapter08.pdf>.
- Schoenfeld, A. H. (1980). Teaching Problem-Solving Skills. *The American Mathematical Monthly*, 87(10), 794-805. Hentet fra <http://www.jstor.org/stable/2320787> doi:10.2307/2320787
- Schoenfeld, A. H. (1981). *Episodes and Executive Decisions in Mathematical Problem Solving*. Paper presented at the 1981 American Educational Research Association Annual Meeting, Los Angeles, California. Hentet fra <https://eric.ed.gov/?id=ED201505>
- Schoenfeld, A. H. (1982). Measures of Problem-Solving Performance and of Problem-Solving Instruction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 13(1), 31-49. Hentet fra <http://www.jstor.org/stable/748435> doi:10.2307/748435
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Hentet fra [http://math-dept.talif.sch.ir/pdf/manaba/\[Alan\\_Schoenfeld\]\\_Mathematical\\_Problem\\_Solving.pdf](http://math-dept.talif.sch.ir/pdf/manaba/[Alan_Schoenfeld]_Mathematical_Problem_Solving.pdf).
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and*

- learning*, 334-370. Hentet fra [https://gse.berkeley.edu/sites/default/files/users/alan-h.-schoenfeld/Schoenfeld\\_1992%20Learning%20to%20Think%20Mathematically.pdf](https://gse.berkeley.edu/sites/default/files/users/alan-h.-schoenfeld/Schoenfeld_1992%20Learning%20to%20Think%20Mathematically.pdf)
- Simon, M. A. (1995). Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145.  
Hentet fra <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED364406.pdf> doi:10.2307/749205
- Skemp, R. R. (1976). Instrumental understanding and relational understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20-26.  
Hentet fra <https://alearningplace.com.au/wp-content/uploads/2016/01/Skemp-paper1.pdf>
- Snee, R. D. (1990). Statistical Thinking and Its Contribution to Total Quality. *The American Statistician*, 44(2), 116-121. Hentet fra doi:10.2307/2684144
- Snee, R. D. (1993). What's missing in statistical education? *The American Statistician*, 47(2), 149-154. Hentet fra <http://www.jstor.org/stable/pdf/2685201.pdf>
- Someren, M. W. v., Barnard, Y. F., & Sandberg, J. A. C. (1994). *The think aloud method: a practical approach to modelling cognitive processes*.  
Hentet fra <http://hdl.handle.net/11245/2.149552>.
- Svartdal, F. (2012). Ferdighetsl ring. Hentet fra [https://snl.no/ferdighetsl ring](https://snl.no/ferdighetsl%C3%A6ring) 4. desember 2016
- The Economist. (2016). Post-truth politics: Art of the lie. Hentet 2. mai 2017 fra [https://twitter.com/TheEconomist/status/793414350430146561?ref\\_src=twsrc%5Etfw&ref\\_url=https%3A%2F%2Fen.oxforddictionaries.com%2Fword-of-the-year%2Fword-of-the-year-2016](https://twitter.com/TheEconomist/status/793414350430146561?ref_src=twsrc%5Etfw&ref_url=https%3A%2F%2Fen.oxforddictionaries.com%2Fword-of-the-year%2Fword-of-the-year-2016)
- Thomas, G. (2015). *How to do your case study*: Sage.
- Tiberghien, A., & Sensevy, G. (2012). The Nature of Video Studies in Science Education: Analysis of Teaching and Learning Processes. I: D. Jorde & J. Dillon (Red.), *Science Education Research and Practice in Europe: Retrospective and Prospective* (s. 141-179): Sense Publishers.
- Weiss, D. (2017). Slagsm let om vitenskapen [Blogginnlegg].  
Hentet fra <https://gemini.no/blogg/slagsmalet-om-vitenskapen/>
- Witoszek, N. (2017). Donald Trumps postvitenskapelige samfunn er et skremmende prospekt. Hentet fra <http://www.aftenposten.no/meninger/kronikk/Donald-Trump-postvitenskapelige-samfunn-er-et-skremmende-prospekt--Nina-Witoszek-619392b.html>



Word of the Year 2016. (2016). *Oxford Dictionaries*.

Hentet fra <https://en.oxforddictionaries.com/word-of-the-year/word-of-the-year-2016>.

Zieffler, A. S. (2006). *A Longitudinal Investigation of the Development of College Students' Reasoning About Bivariate Data During an Introductory Statistics Course*. Doctoral Thesis, University of Minnesota, USA.

Hentet fra <http://iase-web.org/documents/dissertations/06.Zieffler.Dissertation.pdf>

Zieffler, A. S., & Garfield, J. B. (2009). Modelling the Growth of Students' Covariational Reasoning During an Introductory Statistics Course. *Statistics Education Research Journal*, 8(1).

Hentet fra [http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8\(1\)\\_Zieffler\\_Garfield.pdf](http://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ8(1)_Zieffler_Garfield.pdf)

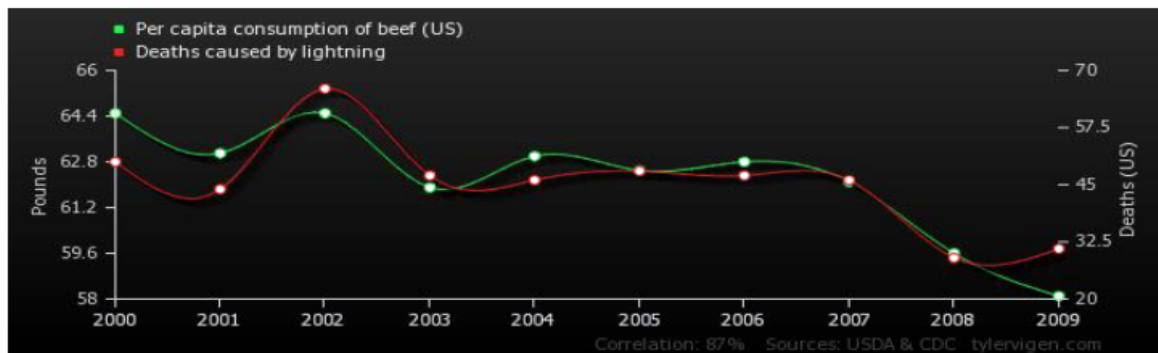


# Vedlegg

## Vedlegg 1: Eksempel på kollokvieoppgave, statistikk grunnkurs

### Kollokvieoppgave 9.1

Vi skal se litt nærmere på et mye brukt statistisk mål på samvariasjon, nemlig korrelasjon. Vi hører mye om korrelasjon i media, men vi skal være klar over at høy korrelasjon ikke nødvendigvis betyr at en variabel er årsak til den andre. Ofte kan det oppstå merkelige og morsomme eksempler på samvariasjon, såkalte «spurious correlations» og en morsom side med eksempler på slike kan dere finne her: <http://tylervigen.com/spurious-correlations>



Vi skal se på et datasett «Body1.Rdata» som et eksempel på korrelasjoner mellom kroppsmål, dvs diverse lengder av skjelettdeleler i kroppen (9 variabler) og diverse omkretser målt, f.eks livvidde og omkrets rundt håndledd (12 variabler). Dessuten er det målt høyde og vekt i tillegg til alder på personene. I første omgang har man bare målt n=4 personer.

- Vi er ute etter å finne gode variabler som kan brukes til å si noe om vekten til personer. En kandidat er skjelett-variabelen «skj1». Last inn Body1.Rdata i R Commander og lag et plott av «skj1» mot «vekt» i R Commander på menyen «Graphs > Scatterplot...». Figuren åpnes i hovedprogrammet R. Beskriv sammenhengen mellom de to variablene og gjett på korrelasjonen mellom dem (dvs et tall mellom -1 og 1)
- Beregn korrelasjonen mellom «skj1» og «vekt» for hånd. De har følgende observasjoner for de fire personene:

	Person 1	Person 2	Person 3	Person 4
Skj1	38.8	42.5	40.9	40.9
Vekt	56.4	85.9	71.8	75.5

Hvor godt gjettet du?

- Kontrollér svaret ditt ved å gå på menyvalget Statistics > Summaries > Correlation Matrix... I vinduet velg variablene «skj1» og «vekt» ved å klikke på variablene mens du holder nede «ctrl» på tastaturet. Trykk deretter på «OK». Gi en forklaring på alle tallene i tabellen som kommer ut.
- Beregn korrelasjonen mellom vekt og alle skjelett og omkretsvariablene under samme menyvalg som i forrige oppgave (Du kan markere mange variabler som er listet etter hverandre ved å klikke på den første og deretter på den siste mens du holder nede «shift» tasten). Du skal da få ut en stor tabell med korrelasjoner. I siste kolonne finner du

korrelasjonene mellom vekt og alle de andre variablene. Finn de 3 skjelett/omkretsvariablene som har høyest korrelasjon med vekt.

- e. Last inn datasettet Body2.Rdata som inneholder samme variablene målt på n=503 andre personer. Gjenta beregningen av korrelasjonene i oppgave d, men nå med dette store datasettet. Hva er korrelasjonen mellom skj1 og vekt nå? Hvilke 3 variabler er nå mest korrelert med vekt? Som vi ser var ikke resultatene fra Body1 så pålitelige. Hvorfor?
- f. Lag et nytt plott (som i oppgave a) av vekt mot skj1 for det store datasettet og et annet plott av vekt mot den skjelett/omkretsvariabelen som er mest korrelert med vekt. Ser det ut til at det er lineære sammenhenger?
- g. Til slutt. Korrelasjoner vil selvsagt ofte gjenspeile årsaks-virkningsforhold. Diskuter dere fram til et par eksempler på kontinuerlige variabler som forventes å være positivt (eller negativt) korrelerte som følge av et årsaks virkningsforhold.

## Vedlegg 2: Kompetansemål for matematikk fellesfag som omhandler statistikk

I kompetansemålene etter 10. årstrinn for matematikk fellesfag står det:

- gjennomføre undersøkingar og bruke databasar til å søkje etter og analysere statistiske data og vise kjeldekritikk
- ordne og gruppere data, finne og drøfte median, typetal, gjennomsnitt og variasjonsbreidd, presentere data, med og utan digitale verktøy, og drøfte ulike dataframstillingar og kva inntrykk dei kan gje
- lage funksjonar som beskriv numeriske samanhengar og praktiske situasjonar, med og utan digitale verktøy, beskrive og tolke dei og omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar, som grafar, tabellar, formlar og tekstar
- identifisere og utnytte eigenskapane til proporsjonale, omvendt proporsjonale, lineære og kvadratiske funksjonar og gje døme på praktiske situasjonar som kan beskrivast med desse funksjonane

I kompetansemålene etter 1T – Vg1 studieforbereende utdanningsprogram står det:

- gjere greie for funksjonsomgrepet og kunne omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar
- berekne nullpunkt, ekstremalpunkt, skjæringspunkt og gjennomsnittleg vekstfart, finne tilnærma verdiar for momentan vekstfart og gje nokre praktiske tolkingar av desse aspekta
- gjere greie for definisjonen av den deriverte, bruke definisjonen til å utleie ein derivasjonsregel for polynomfunksjonar og bruke denne regelen til å drøfte funksjonar
- lage, tolke og gjere greie for funksjonar som beskriv praktiske problemstillingar, analysere empiriske funksjonar og finne uttrykk for tilnærma lineære samanhengar, med og utan bruk av digitale verktøy

I kompetansemålene etter 1P – Vg1 studieforbereende utdanningsprogram står det:

- behandle proporsjonale og omvendt proporsjonale storleikar i praktiske samanhengar

- gjere greie for omgrepet lineær vekst, vise gangen i slik vekst og bruke dette i praktiske døme, også digitalt
- omsetje mellom ulike representasjonar av funksjonar
- undersøkje funksjonar som beskriv praktiske situasjonar, ved å fastsetje nullpunkt, ekstremalpunkt og skjeringspunkt og tolke den praktiske verdien av resultatata

(Kunnskapsdepartementet, 2013)

## Vedlegg 3: Samtykkeskjema

### Samtykke om deltakelse i forskningsprosjekt tilknyttet STAT100

Dette brevet er en forespørsel til deg som student i STAT100 om ditt samtykke til deltakelse i et forskningsprosjekt i forbindelse med to mastergradsoppgaver i matematikdidaktikk.

Mastergrad 1 har prosjektittel «Vurdering som læring: Hvordan kan problemløsning bidra til studenters forståelse av statistikk?», og har som mål å evaluere studenters forståelse av statistikk ved å observere studentene mens de arbeider med problemløsende oppgaver.

Mastergrad 2 har prosjektittel «Studenters diskusjoner i statistikk – Hva kjennetegner deres resonnementer?». Målet med denne oppgaven er en dypere forståelse for hva som ligger bak studenters strategivalg og argumenter når de løser og diskuterer statistikkoppgaver i grupper.

Det vil dannes grupper med frivillige studenter, og all deltakelse vil foregå i den normale kollokvietiden. Gruppene vil bestå av 5 personer, som får utdelt forhåndsvalgte oppgaver tilknyttet et tema innenfor pensum i STAT100. Vi ønsker å observere, samt gjøre lyd- og videoopptak, av gruppearbeidet innenfor en kortere tidsperiode. I tillegg ønsker vi å gjennomføre intervjuer med enkeltmedlemmer av gruppen i etterkant. Intervjuene vil ikke være en «test» av statistikkunnskap, men være formet som enkelte oppgaver og samtaler rundt oppgaveløsning.

Vi er interessert i hvordan studenter tenker når de skal løse statistiske oppgaver, og hvordan dette kommer frem i muntlige og skriftlige situasjoner. Vi er spesielt interessert i hvilke argumenter studentene bruker når de diskuterer statistikk, og hva de tenker rundt eget læring i slike situasjoner. Vi er ikke interessert i å studere enkeltprestasjoner og hvorvidt dere svarer «riktig» eller «galt» på oppgavene. Hensikten er å lage en oversikt over hvordan studentene *resonnerer* (tenker, argumenterer) når de løser statistiske oppgaver, og hvilke oppgaver studentene (og mastergradsstudent) mener bidrar til læring. Dette er områder det finnes lite norsk forskning innenfor.

All informasjon som blir samlet inn vil bli lagret på hjemmeområdet til hver av de to mastergradsstudentene som er med i prosjektet, samt veileder. Foreleser i STA100 vil ikke ha tilgang til datamaterialet. Kun de tre overnevnte har innsyn i det datamaterialet som er samlet inn, og du kan be om at det skal slettes om du måtte ønske det. Ved prosjektets slutt, 15.05.17, vil alt datamateriale slettes. Dette vil si at video- og lydopptak vil bli slettet, og kun relevant og anonymisert informasjon vil bli brukt i masteroppgavene.

Det er frivillig å delta i forskningsstudien og du kan når som helst trekke deg fra studien uten å begrunne dette nærmere. Dersom du velger å trekke deg fra studien vil datamateriale og personopplysninger som omhandler deg ikke bli brukt i masteroppgavene, og slettet ved prosjektets slutt. Vår rolle som forskere innebærer at vi er underlagt strenge etiske regler for hvordan datamaterialet kan brukes. Materialet vil bli behandlet konfidensielt, og vil kun benyttes til forskningsformål. Alle deltakere vil bli anonymisert, og vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgavene. Det vil i masteroppgavene bli opplyst om at utvalget er basert på deltakelse i grunnkurs i statistikk (STAT100). Andre bakgrunnsopplysninger vil ikke bli nevnt. Prosjektet er meldt inn til NSD (Norsk senter for forskningsdata).

Alle deltakerne gis anledning til å lese og godkjenne innsamlet informasjon som ønskes brukt i masteroppgavene, samt de ferdige produktene før publisering.

Vi håper du vil gi oss den nødvendige tillatelse ved å undertegne og returnere svararket (side 2). For nærmere spørsmål kan du kontakte Marte Bråtalen ([marte.bratalien@nmbu.no](mailto:marte.bratalien@nmbu.no) / 97486637) eller Runa R. Haglund ([runa.risnes.haglund@nmbu.no](mailto:runa.risnes.haglund@nmbu.no) / 47347475)

Vennlig hilsen

Marte Bråtalen, Runa R. Haglund og Margethe Naalsund (veileder).

## Samtykkeerklæring

Jeg har lest informasjonen om forskningsprosjektet tilknyttet to mastergradsoppgaver i matematikdidaktikk. Jeg er kjent med at den frivillige deltakelsen i forskningsprosjektet innebærer dokumentasjon ved hjelp av videoopptak, lydopptak, intervjuer, og innsamling av studentenes arbeidsprodukter.

Vennligst kryss av:

1) Jeg ønsker å delta i forskningsprosjektet:

- Ja, jeg samtykker
- Nei, jeg samtykker ikke

2) Jeg ønsker å delta på intervjuer:

- Ja, jeg samtykker
- Nei, jeg samtykker ikke

Underskrift: \_\_\_\_\_

Sted: \_\_\_\_\_ Dato: \_\_\_\_\_



## Vedlegg 4: Godkjenning fra NSD



Margrethe Naalsund

Institutt for matematiske realfag og teknologi Norges miljø- og biovitenskapelige universitet

Postboks 5003

1432 ÅS

Vår dato: 19.12.2016

Vår ref: 50582 / 3 / AGL

Deres dato:

Deres ref:

### TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 14.10.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

50582	<i>Vurdering som læring: Hvordan kan problemløsning i grupper bidra til forståelse i statistikk? og Studenters diskusjoner i statistikk - Hva kjennetegner deres resonnementer?</i>
Behandlingsansvarlig	Norges miljø- og biovitenskapelige universitet, ved institusjonens øverste leder
Daglig ansvarlig	Margrethe Naalsund
Student	Marte Bråtalen

Personvernombudet har vurdert prosjektet, og finner at behandlingen av personopplysninger vil være regulert av § 7-27 i personopplysningsforskriften. Personvernombudet tilrår at prosjektet gjennomføres.

Personvernombudets tilråding forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 15.05.2017, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

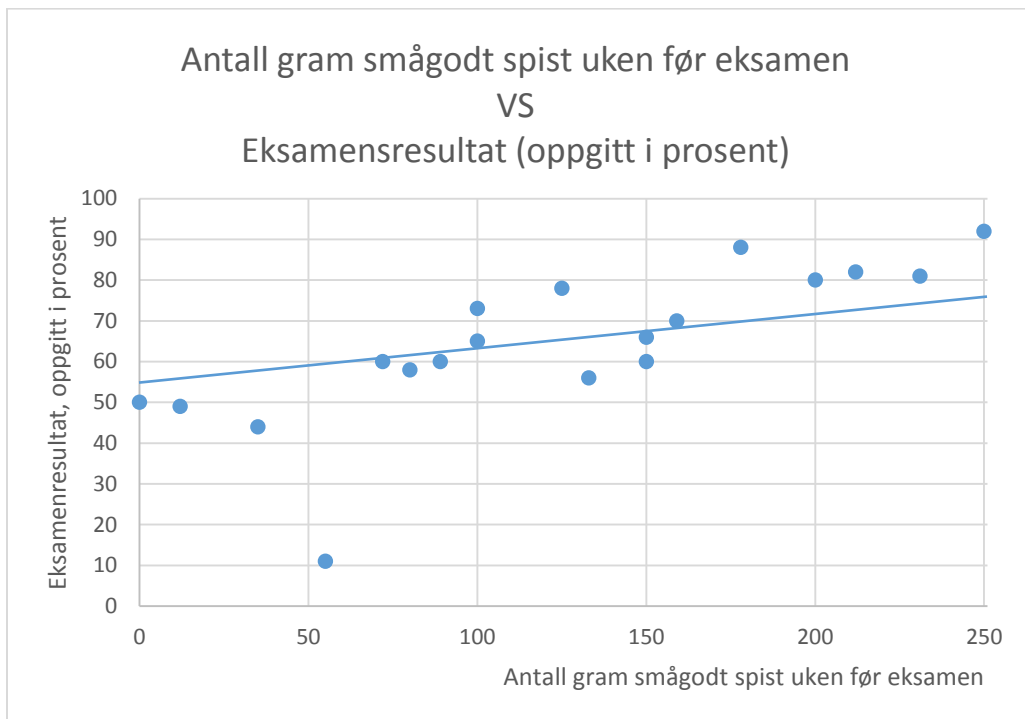
Katrine Utaaker Segadal

Audun Løvlie

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*

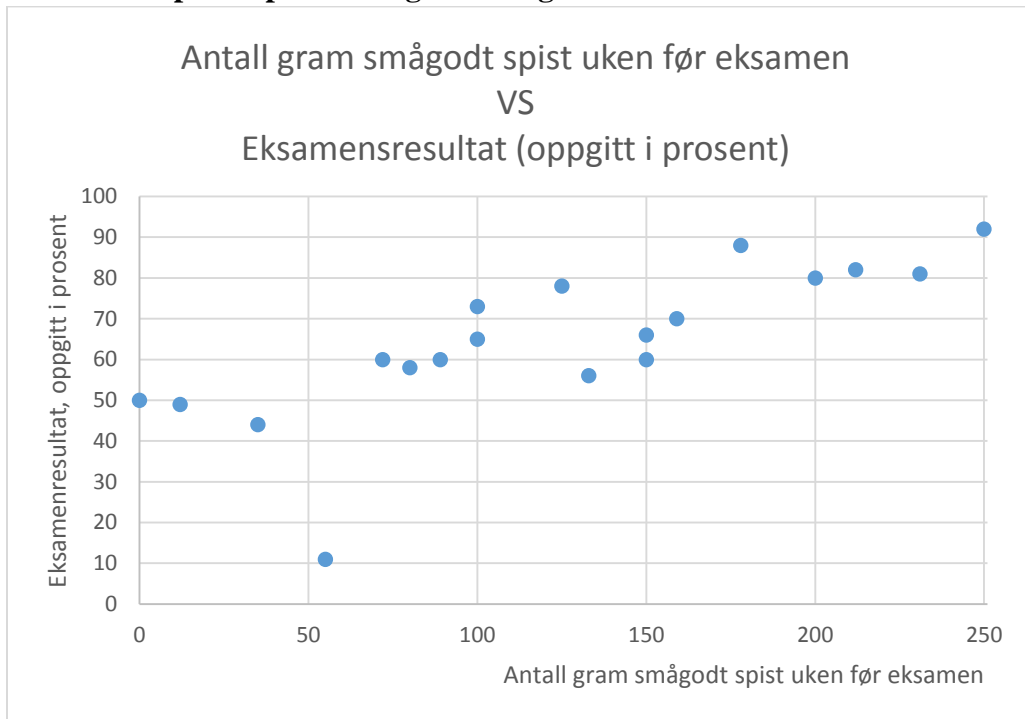
## Vedlegg 5: Oppgavesett til høyttenkning

### OPPGAVE 1



a) Hva kan du si om modellens tilpasning til plottet?

- b) Figuren under viser samme plott som i sted. Tegn den regresjonslinja du mener vil være best tilpasset plottet. Begrunn valget ditt.



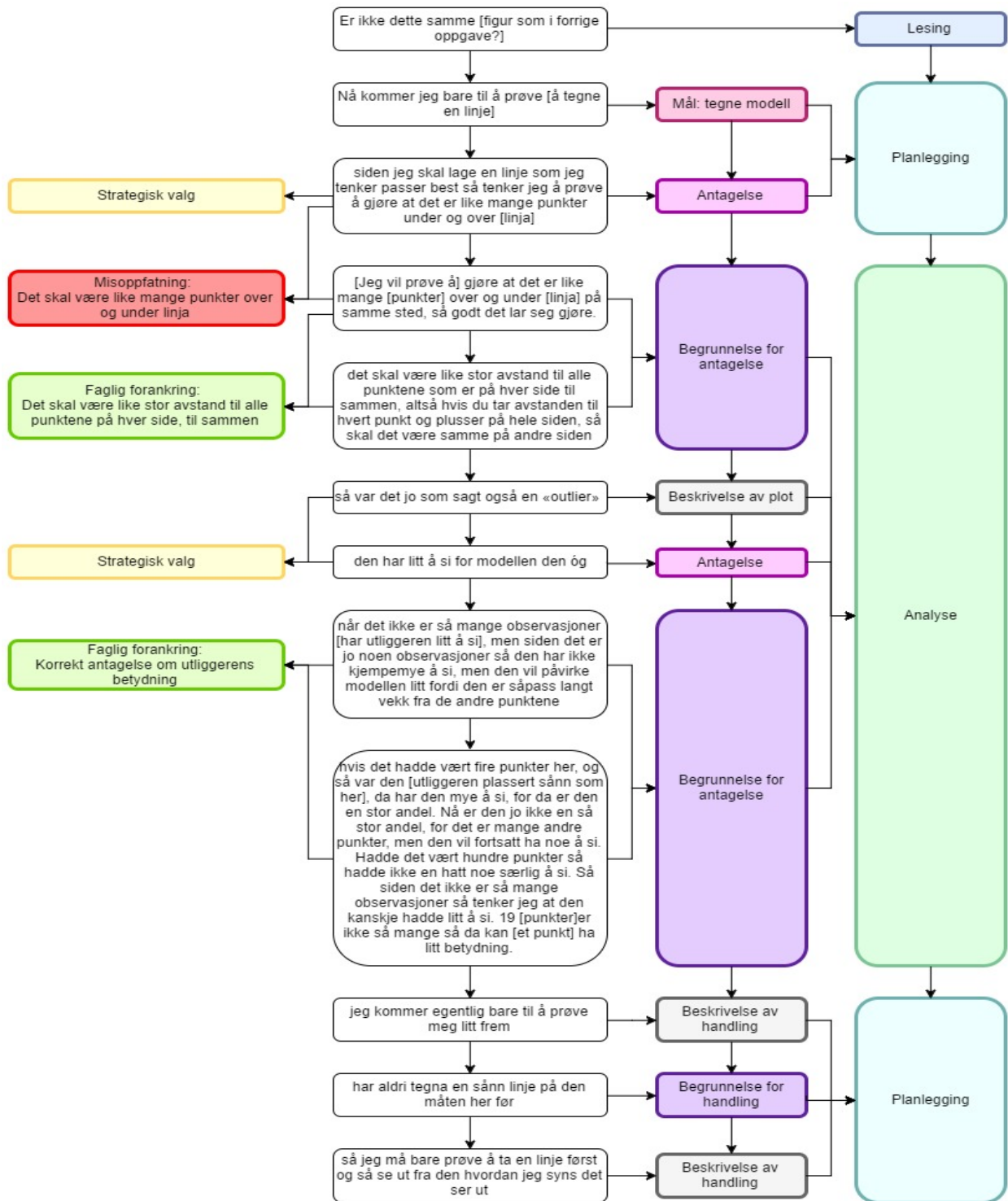
Hvilken informasjon får du fra denne modellen?

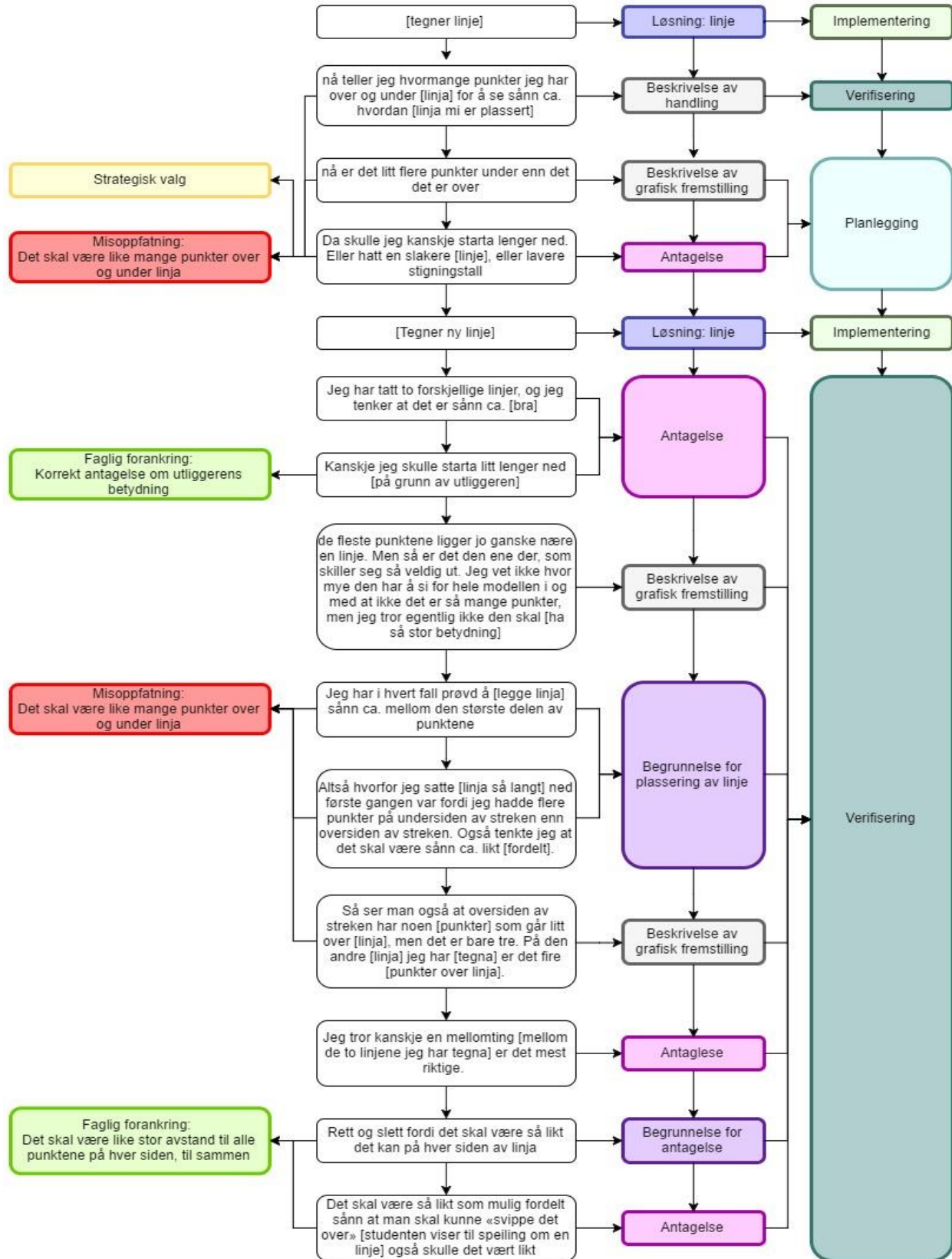
## OPPGAVE 2

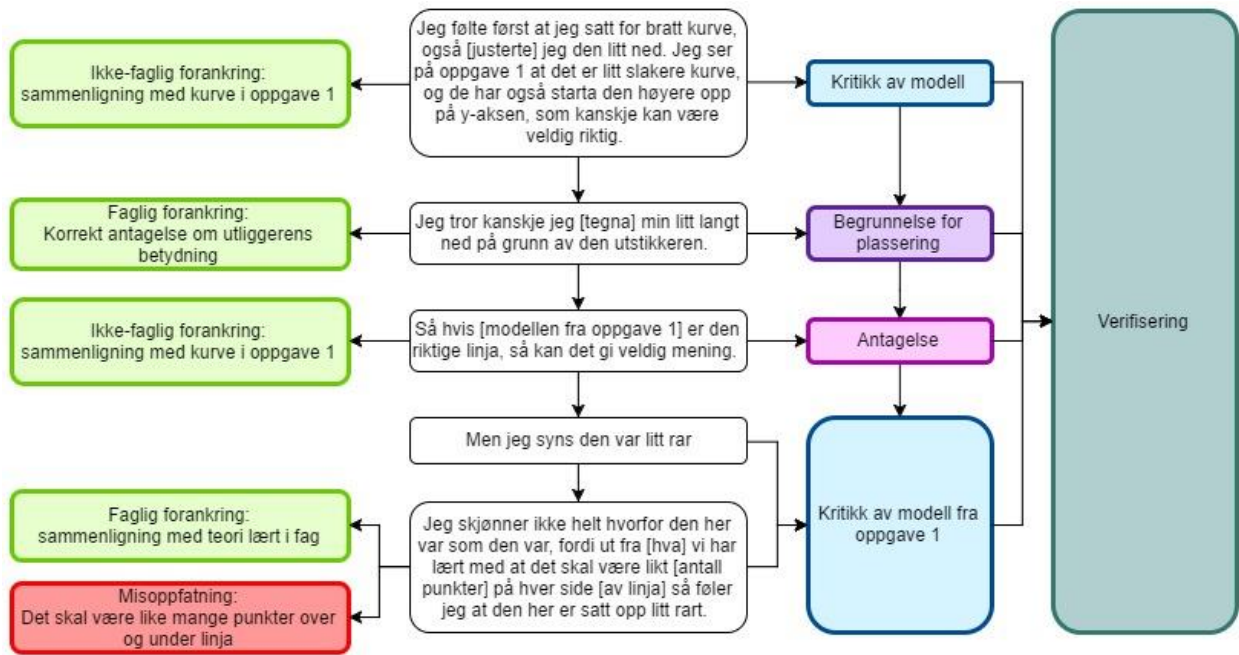
Mathias spør 6 tilfeldige personer på kjøpesenteret om deres jobbinntekt og hvor mange kjæledyr de har. Han fører resultatene sine inn i tabellen under. Kan du hjelpe ham med å si noe om forholdet mellom kjæledyr og inntekt? Du kan lage et forslag til regresjonslinje (du trenger ikke å regne ut koeffisientene). Begrunn valget av linje. Hva kan du si om forsøket ut fra dataene og modellen?

Inntekt	Ant. kjæledyr
400 000	0
1 000 000	0
560 000	5
540 000	3
470 000	3
390 000	2

## Vedlegg 6: Odas problemløsningsprosess

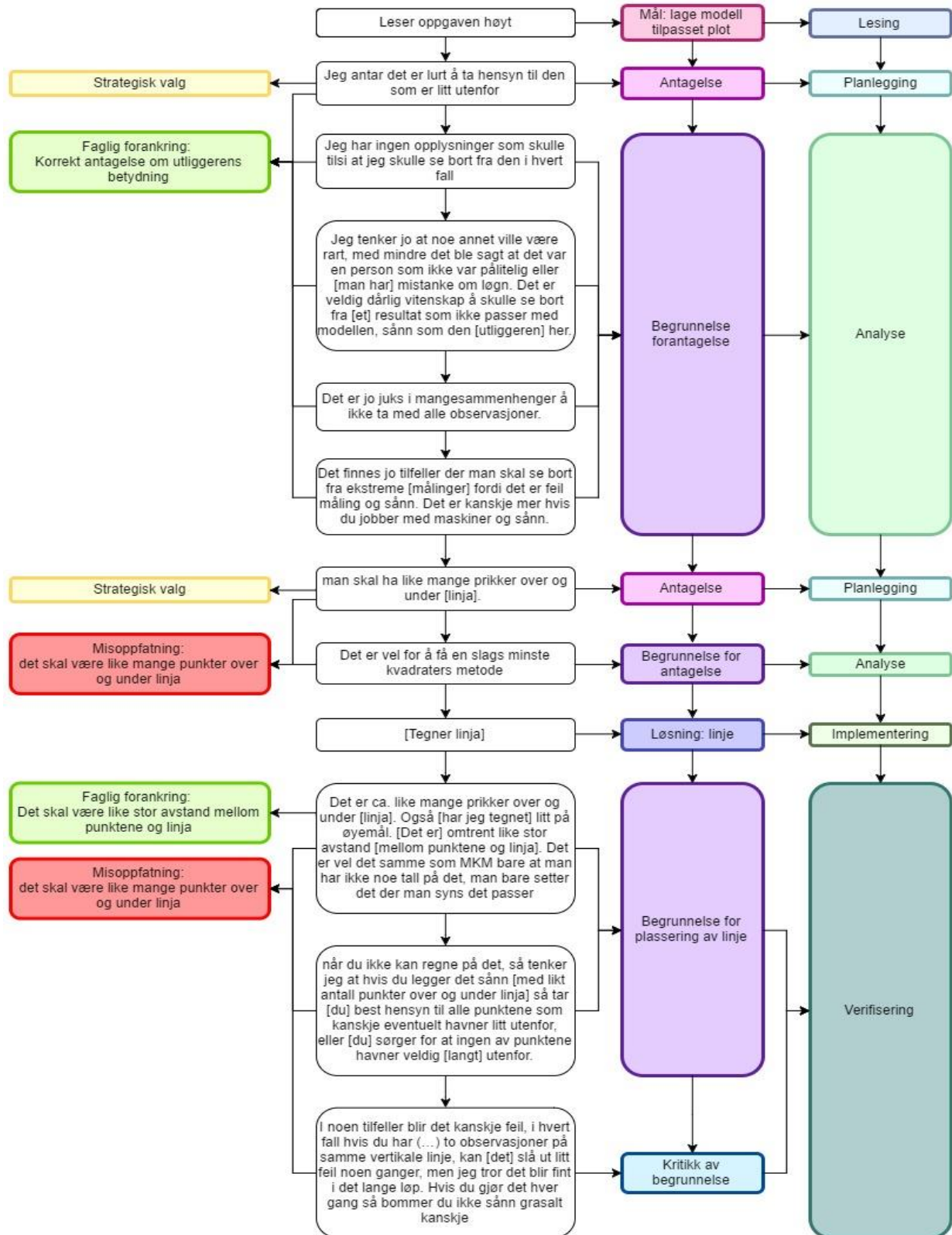




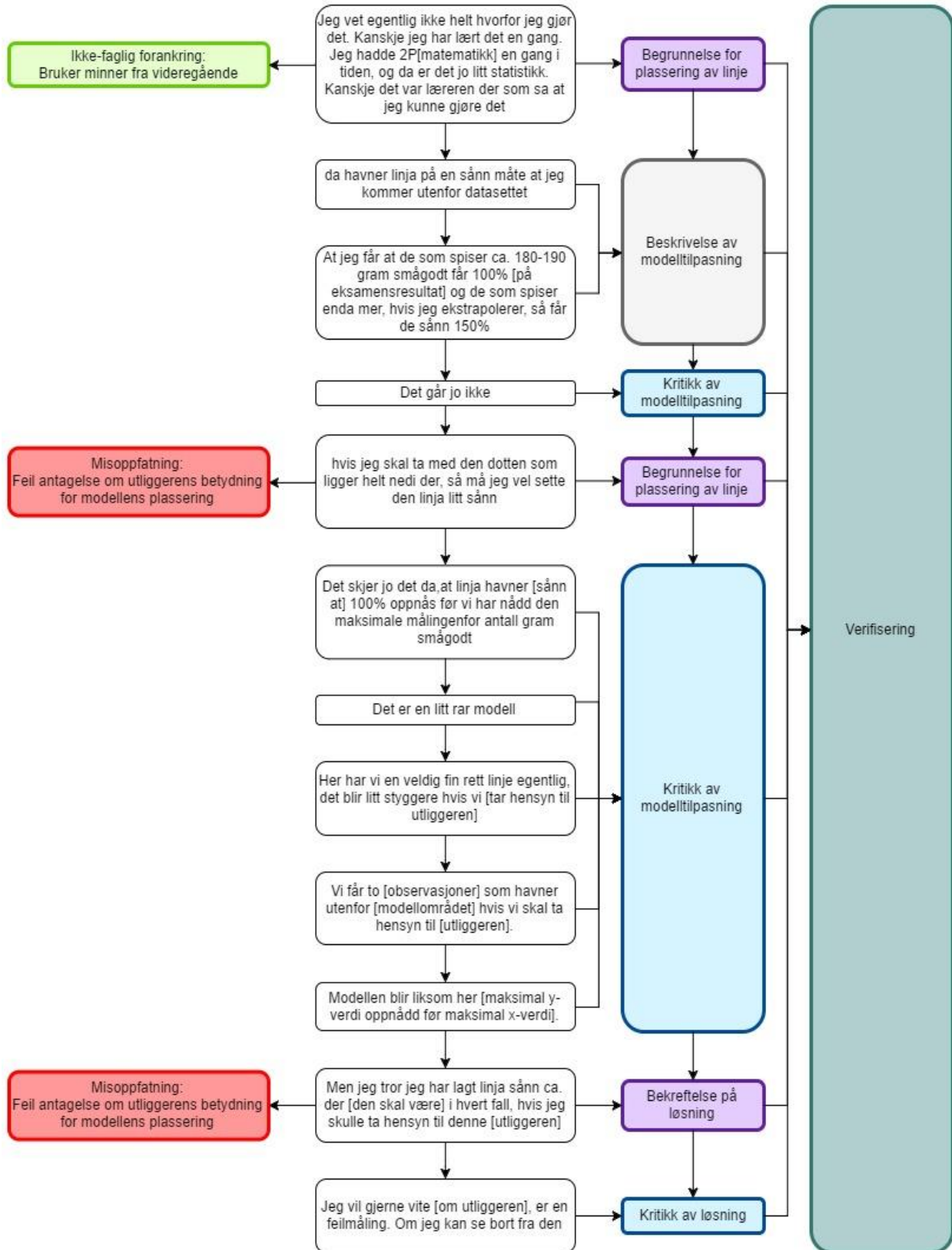




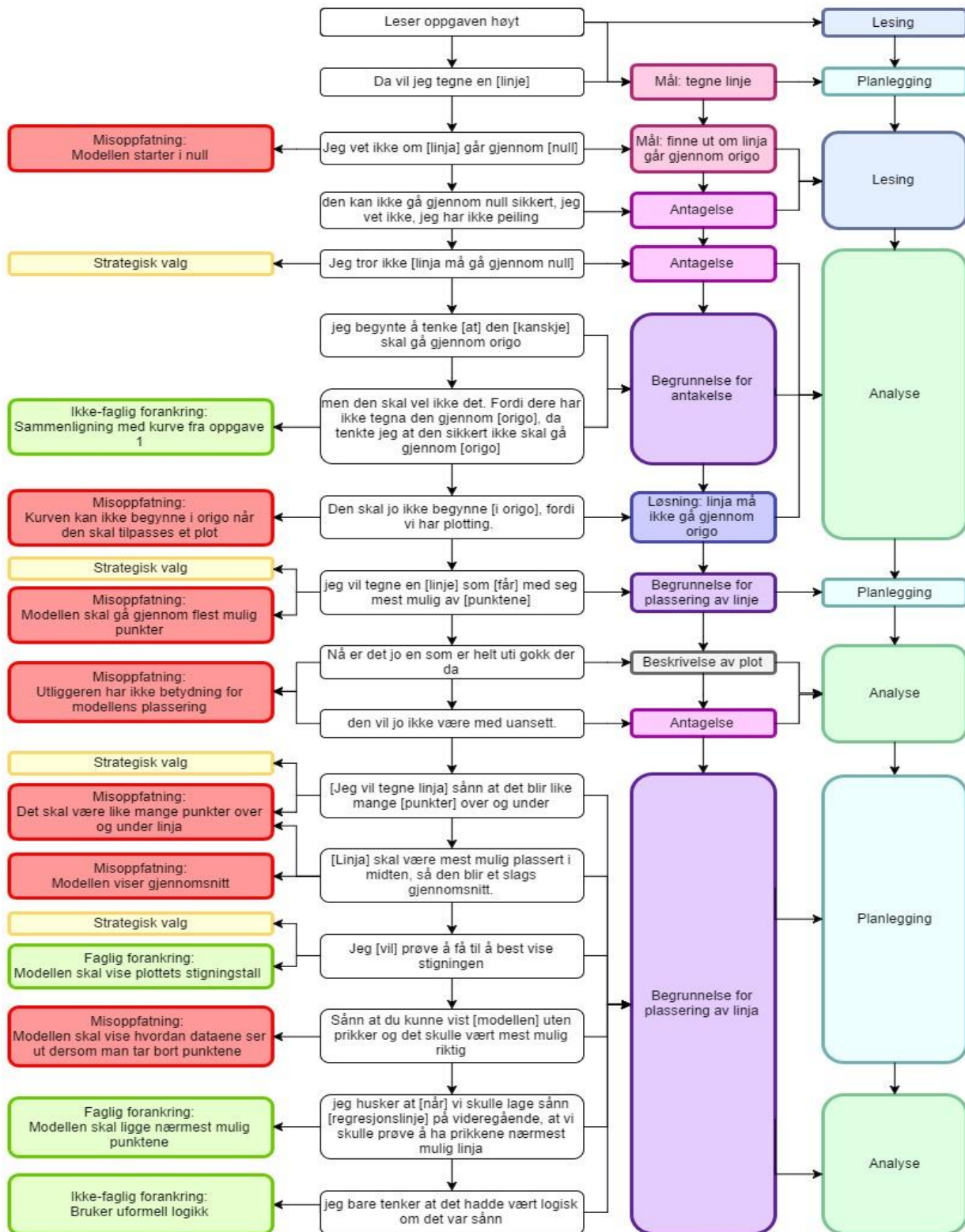
## Vedlegg 7: Sofies problemløsningsprosess

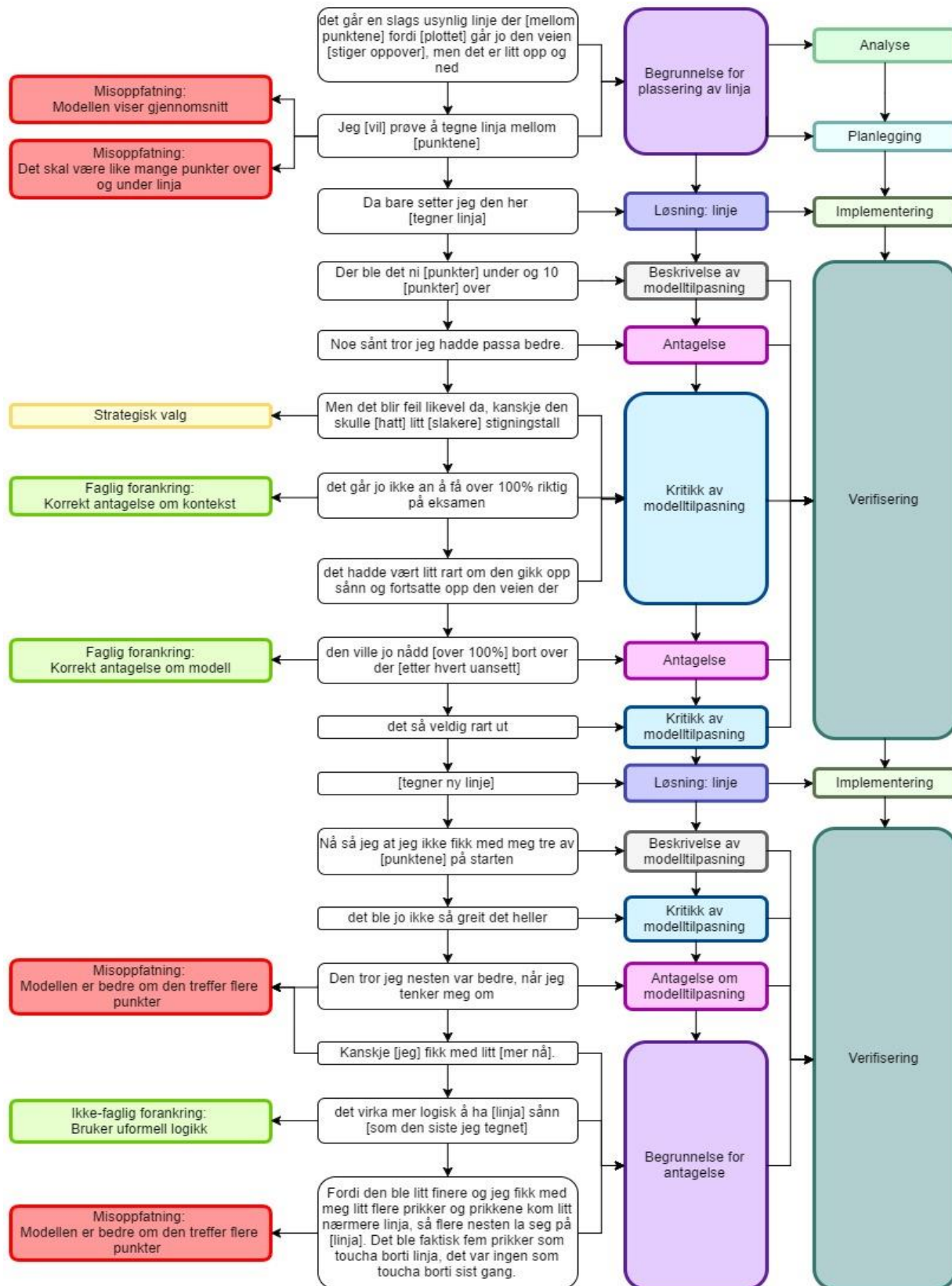




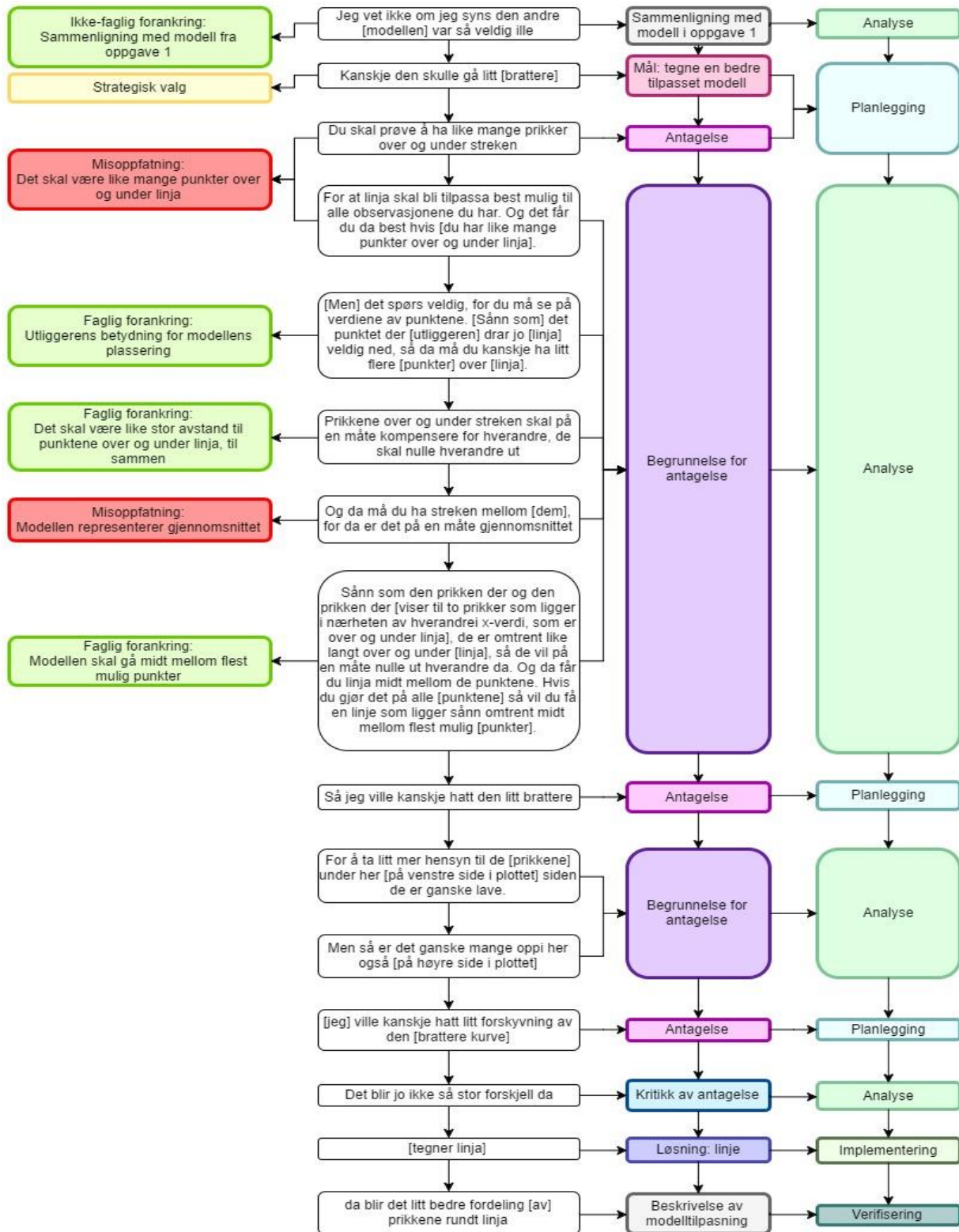


## Vedlegg 8: Ellinors problemløsningsprosess



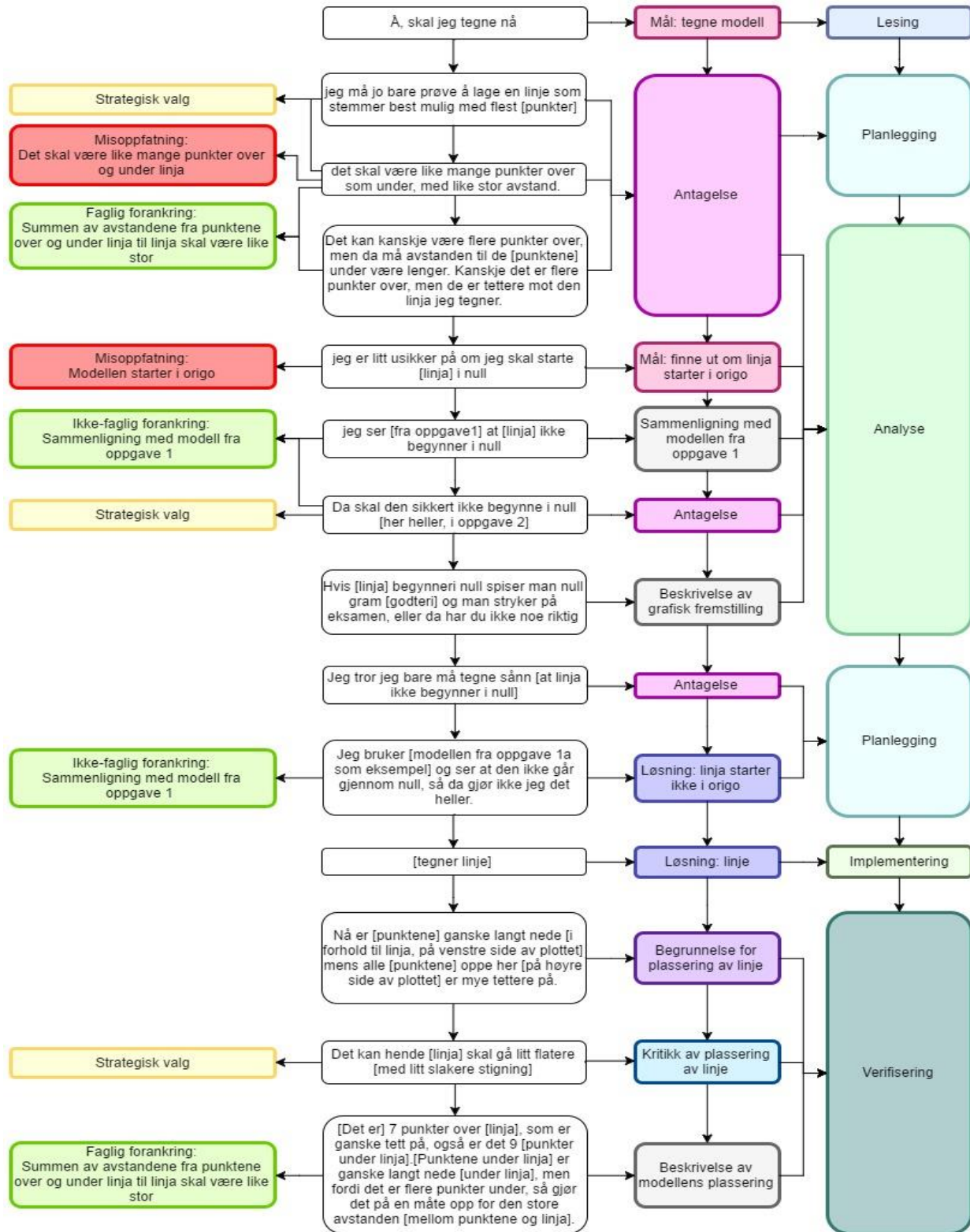


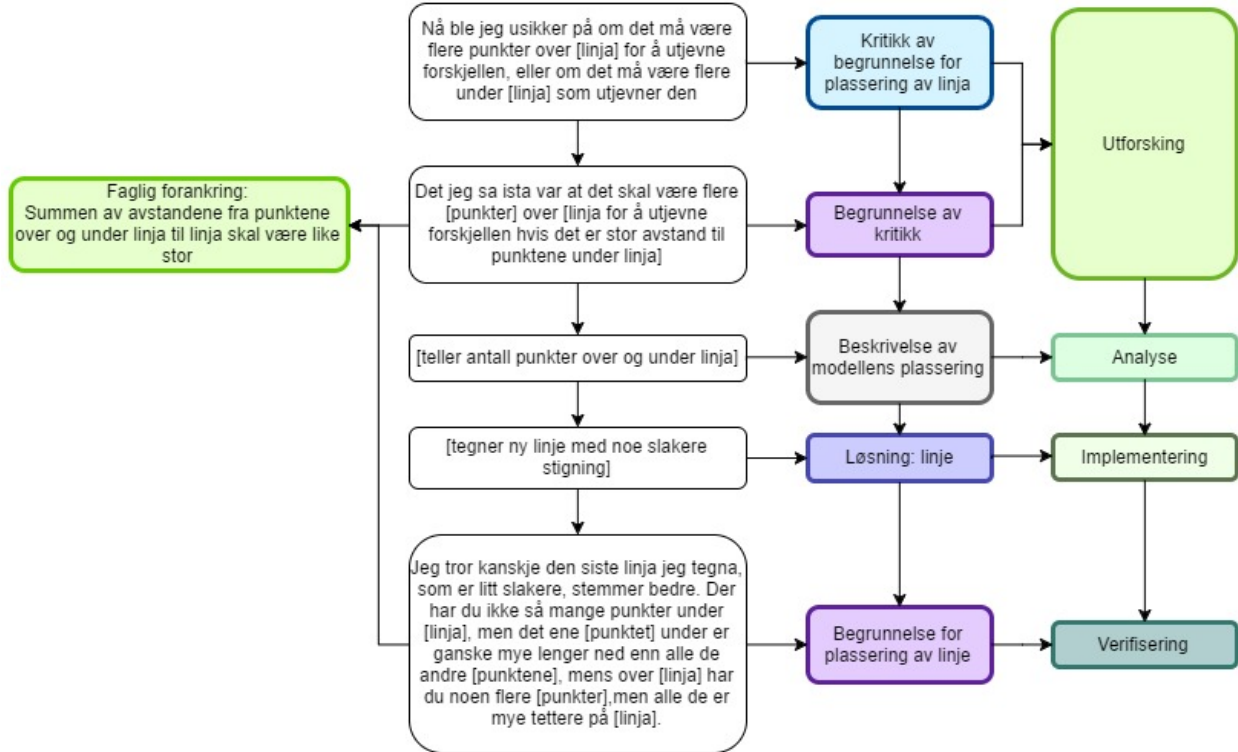
## Vedlegg 9: Rakels problemløsningsprosess





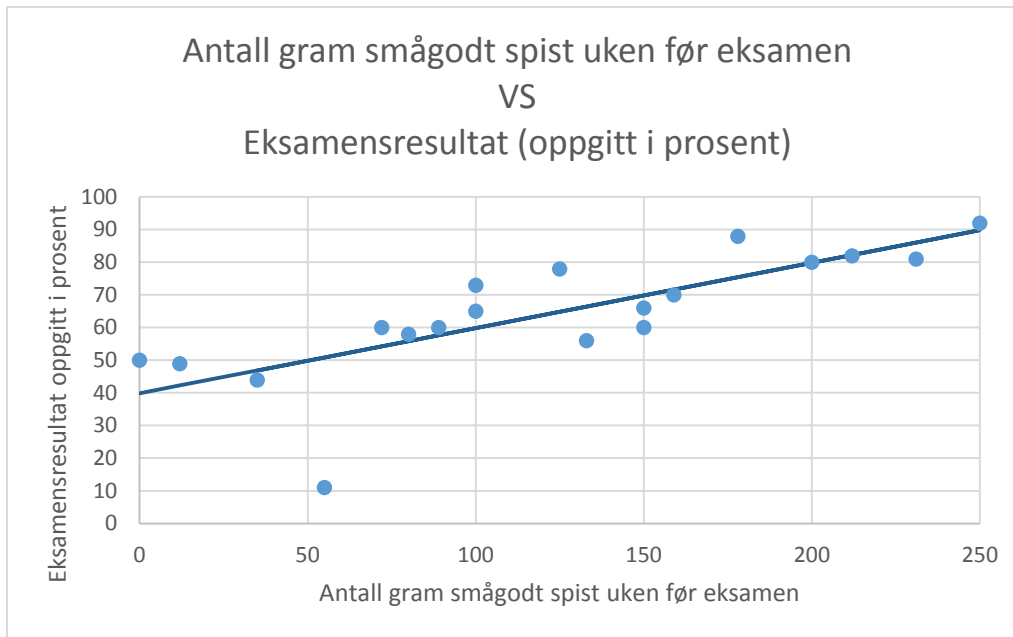
## Vedlegg 10: Linns problemløsningsprosess



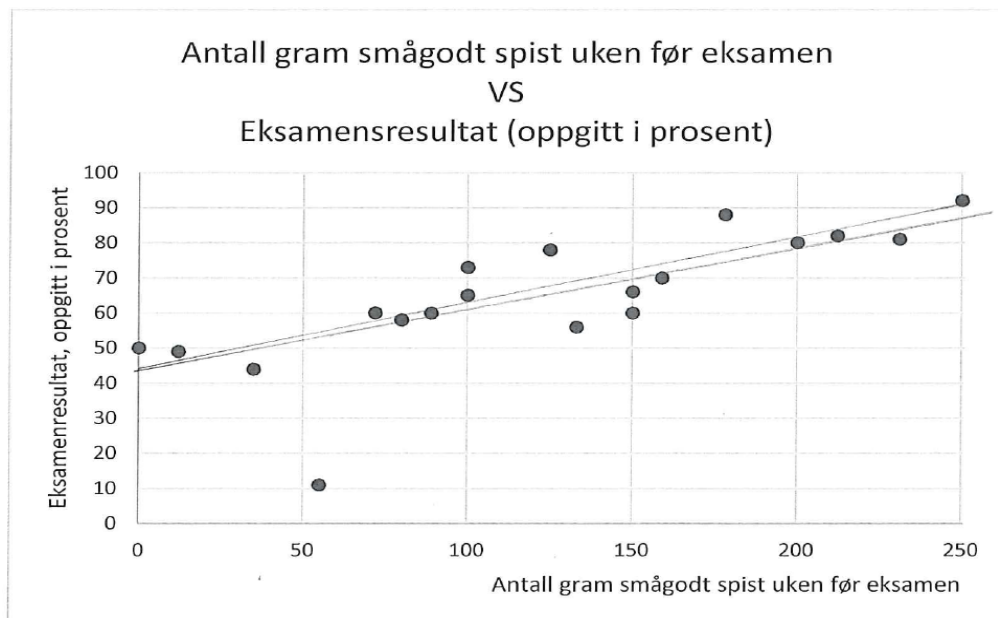


## Vedlegg 11: Studentenes løsninger og MKM-modellen

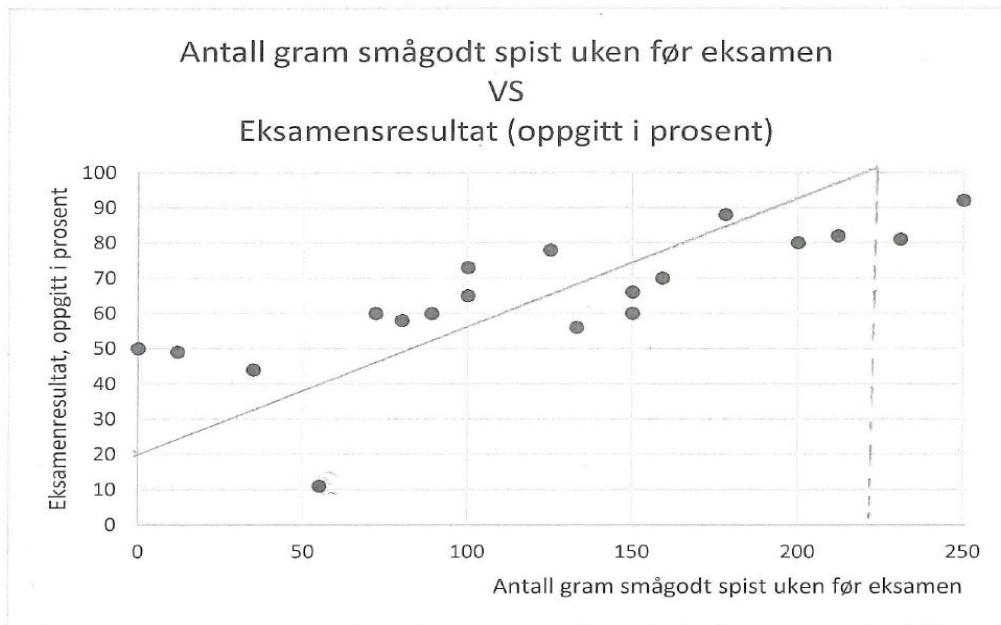
### MKM-modellen



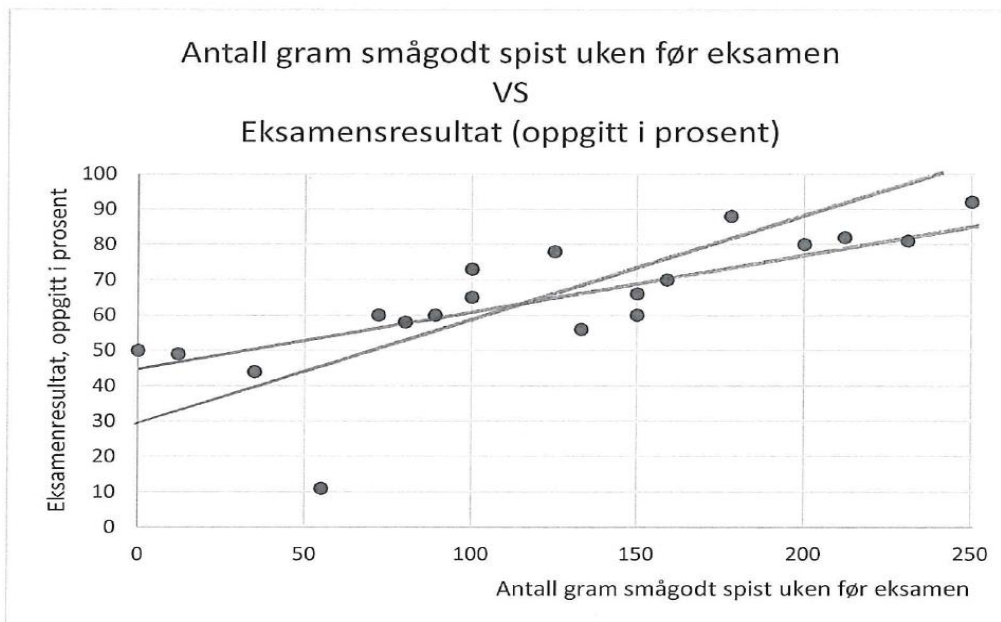
### Odas modell



## Sofies Modell

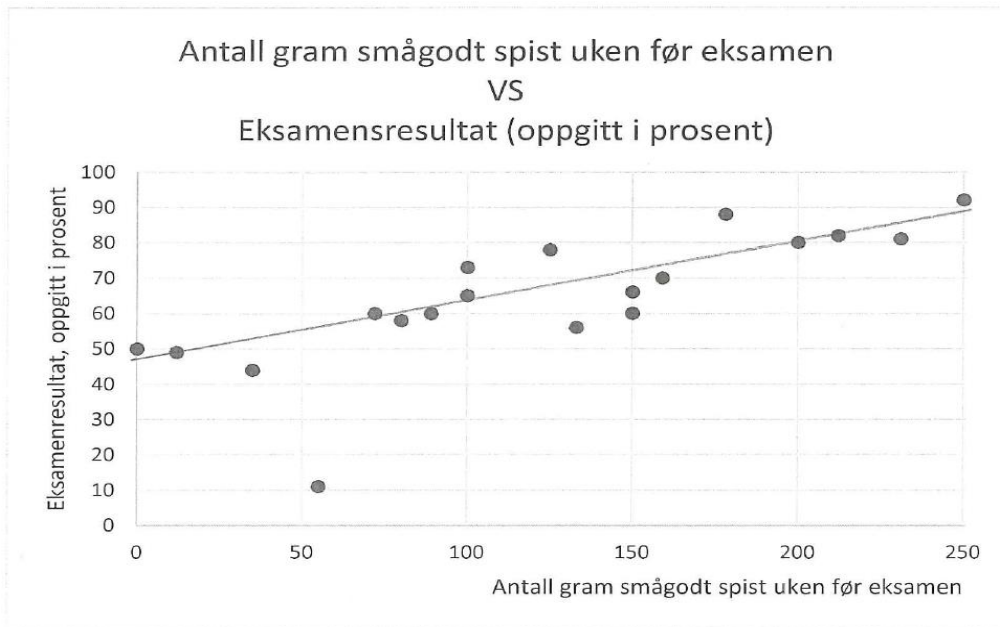


## Ellinors modell

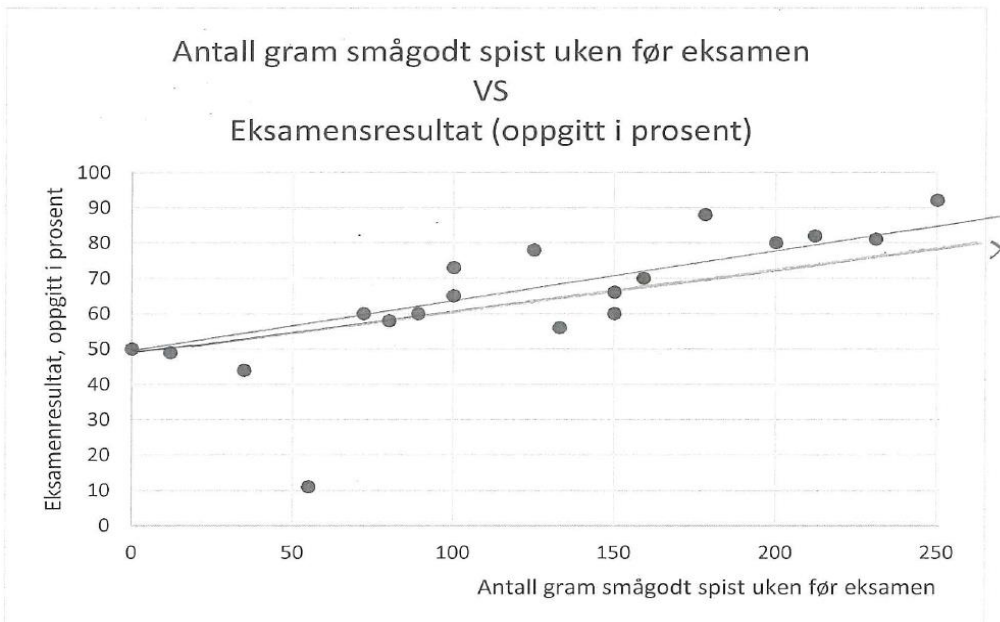




## Rakels modell



## Linns modell









Norges miljø- og biovitenskapelig universitet  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway