



Sammendrag

Dereguleringen av elektrisitetsmarkeder verden over har forsterket behovet for risikostyring i energimarkeder. I denne studien undersøker vi hvordan fundamentale drivere påvirker sannsynligheten for ekstreme prisobservasjoner på det nordiske kraftmarkedet. Vi utvikler modeller basert på fundamentale faktorer for å estimere sannsynligheten for ekstreme observasjoner på day-ahead prisen til Nord Pool. Resultatet viser at prisdynamikken er forskjellig for høye og lave priser under ulike tider av døgnet. Positive prishopp er forbundet med høy etterspørsel og lavt tilbud, samt høye priser i de foregående dagene og forekommer hovedsakelig om morgenen og på ettermiddagen. Negative prishopp forekommer hovedsakelig om natten, i samsvar med lav etterspørsel og høy vindproduksjon. Resultatet viser at positive og negative ekstrempriser har forskjellige drivere, hvorav vind- og konsumprognoser er viktige drivere bak ekstreme priser i begge retninger. Helhetlig sett har de fleste faktorene liten påvirkning på prisen, noe som trolig skyldes at det nordiske kraftmarkedet domineres av fleksibel og stabil vannkraft som jevner ut svingninger i de andre variabelene. Modellene fanger opp hoveddriverne bak ekstreme prisobservasjoner i begge retninger og prognoserer sannsynligheten for ekstremavvik med høy nøyaktighet. Resultatet i denne studien foreslår at logit modeller er godt egnet som et tilleggsverktøy i risikostyring i day-ahead elektrisitetsmarkeder. Funnene i denne studien bidrar med budsjett- og produksjonsplanlegging for strømprodusenter og økt forståelse av prisdynamikken for aktører som handler på Nord Pool Spot.

Abstract

The deregulation of electricity markets worldwide has reinforced the need for risk management in the energy market. In this study, we investigate how fundamental drivers affect the likelihood of extreme price observations on the Nordic power market. We develop models based on fundamental factors to estimate the probability of extreme prices on the day-ahead price on Nord Pool. The result shows that price dynamics are different for high and low prices at different times of the day. Positive spikes are associated with high demand and low supply, as well as high prices in the previous days and occurs mainly in the morning and in the afternoon. Low prices occur mainly at night, in accordance with low demand and high wind production. The results show that positive and negative extreme observations have different drivers, whereas forecasted wind and demand are important drivers in both directions. Overall, most factors have little impact on the price, due to the fact that the Nordic power market is mainly dominated by flexible and stable hydropower production that smooths fluctuations in the remaining variables. The models capture the main drivers behind extreme price observations in both directions and predict the probability of extreme deviations with high accuracy. The result of this study suggests that logit models are well suited as an additional tool in risk management in today's electricity markets. The findings in this study contribute budget and production planning for power producers and increased information to risk managers trading on Nord Pool Spot.

Forord

Denne oppgaven er vår avsluttende masteroppgave skrevet på Handelshøyskolen ved Norges Miljø- og Biovitenskaplige Universitet (NMBU), innenfor økonomi og administrasjon. Vi ønsker å takke vår veileder Sjur Westgaard for en lærerik og inspirerende veiledning. Professor Westgaard har vist stort engasjement for vårt arbeid. Videre vil takke alle våre veiledere gjennom hele studieløpet for inspirerende forelesninger. Til slutt vil vi takke våre familier for å ha motivert oss under hele studieløpet.

Innhold

Forord.....	3
1. Introduksjon.....	7
2. Tidligere Forskning.....	9
3. Elektrisitetsmarkedet	11
3.1. Det Nordiske Kraftmarkedet	11
3.2. Nordisk Kraftproduksjon.....	12
3.3. Spotmarkedet	13
4. Binomiale Sannsynlighetsmodeller	14
4.1. Den lineære sannsynlighetsmodellen	15
4.2. Ikke-lineære sannsynlighetsmodeller.....	16
5. Valg av Fundamentalvariabler	17
5.1. Laggede spotpriser	17
5.2. Prisvolatilitet	18
5.3. Hydroreservoar.....	18
5.4. Brenselpriser og utslippskvoter.....	18
5.4.1. Kull.....	19
5.4.2. Naturgass.....	19
5.4.3. Råolje	19
5.4.4. CO ₂ -avgift	20
5.5. Prognosedata	20
5.5.1. Forventet vindkraftproduksjon.....	20
5.5.2. Forventet konsum.....	21
6. Data.....	21
6.1. Beskrivende statistikk av hele datasettet.....	22
6.2. Definisjon av ekstreme priser og Analyse av hendelser.....	24
6.2.1. Definisjon av ekstreme priser	24
6.2.2. Analyse av ekstremhendelser.....	27
6.2.3. Analyse av handelsperiode 3, 8 og 17	29
7. Metodologi	32
7.1. Peaks Over Threshold (POT) metoden	32
7.2. Logit modellen.....	33
7.2.1. Multikolinearitet.....	34
7.2.2. Evaluering.....	34
7.2.3. Modelloppbygging.....	34
8. Resultat.....	36

8.1.	Estimerte Sannsynlighetsmodeller.....	36
8.1.1.	Handelsperiode 4.....	37
8.1.2.	Handelsperiode 8.....	39
8.1.3.	Handelsperiode 17.....	42
8.1.4.	Oppsummering av Prediksjonsresultat.....	43
8.2.	Estimerte Logit Koeffisienter.....	44
8.2.1.	Laggede priser.....	45
8.2.2.	Prisvolatilitet.....	46
8.2.3.	Reservoarnivå.....	46
8.2.4.	Brenselpriser og CO ₂	47
8.2.5.	Prognosedata.....	47
8.2.6.	Oppsummering.....	48
9.	Out-of-sample test.....	48
10.	Konklusjon.....	52
10.1.	Videre Arbeid.....	55
	Vedlegg A: Beskrivelse av fundamentalvariabelene.....	56
	Vedlegg B: Forklaringsvariabelenes tidsserier.....	57
	Vedlegg C: Beskrivende statistikk (in-sample).....	59
	Vedlegg D: In-Sample Resultat.....	64
	Vedlegg E: Out-of-sample.....	67
	Vedlegg F: Teoretiske begreper og forklaringer.....	70
	F. 1: Begrensninger ved LPM.....	70
	F.2 Sannsynlighetsteori.....	71
	F.2.1 Sannsynlighet.....	71
	F.2.2 Likelihood.....	71
	F.2.3 Odds.....	72
	F.2.4 Oddsrate.....	72
	F.3: Logit modellen.....	73
	F.3.1: Logit modellens forutsetninger.....	73
	F.3.2 Step funksjonen.....	73
	F.3.3 Akaike Information Criterion (AIC).....	73
	F.3.4 Bayesian Information Criterion (BIC).....	74
	F.4 Volatilitetsmodellering.....	74
	Referanseliste.....	76

Figurliste

FIGUR 1: MERIT-ORDER KURVEN. KILDE: NORDPOOLSPOT.COM	13
FIGUR 2: DEN LOGISTISKE FUNKSJONEN. SANNSYNLIGHETER LANGS Y-AKSEN OG LOG ODDS LANGS X-AKSEN. KILDE: UNIVERSITY OF CHICAGO, COMPUTING FOR THE SOCIAL SCIENCES.	16
FIGUR 3: SPREDNINGSPLOTT FOR VINDKRAFTPROGNOSE (A) OG ETTERSPORELSPROGNOSE (B) MOT SYSTEMPRISEN PÅ NORD POOL.....	23
FIGUR 4: SAMMENLIKNING AV DISTRIBUTUSJONEN FOR VENSTRE (A) OG HØYRE HALE (B) VED BRUK AV GPD PARAMETERE OG TRADISJONELL VAR.	26
FIGUR 5: VARIGHETEN AV DAGLIGE BLOKKER. FOREKOMST AV EKSTREME PRISOBSERVASJONER OG GJENNOMSNIITTLIG KONSUM FOR HVER HANDELSPERIODE.	27
FIGUR 6: SAMMENLIKNING AV MODELLENES KONFIDENSIVÅ IN-SAMPLE OG OUT-OF-SAMPLE	51
FIGUR 7: SAMMENLIKNING AV MODELLENES TREFFSIKKERHET IN-SAMPLE OG OUT-OF-SAMPLE	51

Tabelliste

TABELL 1: KRAFTPRODUKSJON ETTER ENERGIKILDE. KILDE: THE WORLD BANK	12
TABELL 2: AUTOKORRELASJON MELLOM SPOTPRISENE PÅ NORD POOL	17
TABELL 3: OVERSIKT OVER TILJENGELIG MARKEDSDATA FOR DE NORDISKE LANDENE. KILDE: NORDPOOLSPOT.COM.....	22
TABELL 4: BESKRIVENDE STATISTIKK AV HELE DATASETET. LAG (1) OG LAG (7) HAR TILNÆRMET LIKE EGENSKAPER SOM SPOTPRISEN, VOLATILITET ER IKKE INKLUDERT FORDI DEN MODELLERES SPESIFIKT FOR HVER HANDELSPERIODE. TOTALT 38 496 TIMEVISE OBSERVASJONER FRA 08.01.2013 – 30.05.2017.	22
TABELL 5: ØVRE OG NEDRE VAR BASERT PÅ DEN EMPIRISKE METODEN OG EVT METODEN.....	25
TABELL 6: DESKRIPTIV STATISTIKK AV SPOTPRISEN UNDER BASE CASE, POSITIVE SPIKES OG NEGATIVE SPIKES.....	27
TABELL 7: VARIGHET AV DAGLIGE BLOKKER	28
TABELL 8: KORRELASJONER MED SPOTPRISEN PÅ NORDPOOL UNDER ULIKE HANDELSPERIODER.....	29
TABELL 9: GJENNOMSNIITTSVERDIER AV SPOTPRISEN OG FORKLARINGSVARIABLER UNDER FOREKOMSTEN AV SPIKES ($Y=1$) I HP 4, 8 OG 17.....	30
TABELL 10: PREDIKSJONENES MULIGE UTFALL VED LOGIT MODELLEN	36
TABELL 11: MODELLERING AV SANNSYNLIGHETEN FOR PRISHOPP UNDER HANDELSPERIODE 4.	37
TABELL 12: MODELLERING AV SANNSYNLIGHETEN FOR PRISHOPP UNDER HANDELSPERIODE 8.	40
TABELL 13: MODELLERING AV SANNSYNLIGHETEN FOR PRISHOPP UNDER HANDELSPERIODE 17.	42
TABELL 14: ESTIMERTE LOGIT KOEFFISIENTER FOR DE ENDELIGE MODELLENE I HP 4 (MODELL A), HP 8 (MODELL C) OG HP 17 (MODELL A). BLANKE CELLER INDIKERER AT VARIABLEN IKKE VAR INKLUDERT I REGRESJONEN.	45
TABELL 15: DEN ÅRLIGE FORDELINGEN AV EKSTREME PRISOBSERVASJONER FRA 08.01.2013 – 30.05.2017.	49
TABELL 16: KORRELASJONER MELLOM SPOTPRISEN OG LAGGEDE PRISER UNDER ULIKE HANDELSPERIODER.....	49

1. Introduksjon

Elektrisitetspriser utviser sesongtrender, snittrevertering, tidsvarierende- og til tider høy volatilitet, samt sporadiske prishopp. Spotprisen bestemmes i krysningspunktet mellom tilbuds- og etterspørselsfunksjonen, og priser for hver periode blir satt av den dyreste generatoren som imøtekommer etterspørselen. Elekrisitetsmarkeder har en høyt uelastisk kortsiktig etterspørselsfunksjon og en ulineær konveks tilbudskurve, se Knittel og Roberts (2005) og Lindström et al. (2015). Dette fører til at forholdet mellom fundamentalvariabler og priser er komplekst og ulineært. Elekrisitet i seg selv er en unik råvare siden den produseres og konsumeres samtidig, hvorav det ikke finnes muligheter til å lagre signifikante mengder av strøm. Tilgjengelige reserver er derfor alltid begrenset, og i tider av knapphet og høy etterspørsel har produsentene makt til å selge elekrisitet til en pris som er langt over marginalkostnadene, noe som bidrar til ekstremt høye priser i elekrisitetsmarkeder.

Halerisiko i aksje- og råvaresektoren har vært et omdiskutert tema siden finanskrisen i 2008 og blusset opp igjen i 2014 ved nedgangen i oljeprisen. Flere studier og artikler adresserer dette fenomenet, men vi ser mangler i litteraturen på to plan: 1) de fleste studiene modellerer volatilitet basert på varians og standardavvik. Problemet med disse målene er at risikoen for ekstreme tap ikke fanges godt nok opp, siden fokuset er på hele distribusjonen. 2) Tidligere studier identifiserer drivere for volatilitet som er basert på avvik fra gjennomsnittet. Dermed får vi ikke tilstrekkelig innsyn i faktorenes påvirkning av halene, siden de utgjør en liten andel av den totale distribusjonen. Vi utvider den eksisterende litteraturen om volatilitet på kraftmarkedet ved å modellere halene av distribusjonen isolert.

Siden elekrisitet ikke kan lagres på en effektiv måte medfører det at prisene har en tendens til å innta ekstreme verdier som følge av uforventede økninger i etterspørsel eller mangel på tilbud, overproduksjon fra vindturbiner eller svikt i forsyningsinfrastrukturen. Ekstreme priser påvirker forskjellige markedsaktører på ulike måter. Høye priser er en byrde for konsumenter siden de ikke har noe annet valg enn å betale prisen som markedet bestemmer. Selgere er hovedsakelig interessert i risikoen for lave eller negative priser fordi det vil føre til tap av inntekter. For disse aktørene kan det være viktigere å kunne forutse og forstå prisdynamikken i haledistribusjonen, enn det er å prognosere den forventede prisen av en gitt periode. Produsenter kan bruke informasjonen til å planlegge fremtidig produksjon og konsumenter kan drive risikostyring av prisen i tider av økonomisk uro.

Denne studien identifiserer hoveddriverne bak ekstreme priser på det nordiske day-ahead elektrisitetmarkedet og tallfester innvirkningen av fundamentalvariabler på sannsynligheten for prishopp. Litteraturen om prediksjon av ekstreme priser er mangelfull, særlig for markeder med en høy andel periodiske fornybare energikilder. Videre er systemprisen på Nord Pool skjevt fordelt og inneholder høye kurtoseverdier. Vi adresser denne asymmetrien ved å definere prishopp ved bruk av Extreme Value Theory. Deretter estimerer vi logit modeller for å predikere sannsynligheten for prishopp som en funksjon av utvalgte fundamentalvariabler. Videre avdekker vi hvordan variabelene påvirker sannsynligheten for ekstreme prisavvik i tre intradaglige handelsperioder. Vi omtaler heretter ekstremhendelser på venstre side av distribusjonen som negative prishopp for enkelthetens skyld, selv om det ikke finnes negative priser i datasettet. Prishopp i høyre hale betegnes som positive.

Problemstillingen kan oppsummeres slik:

- 1) *Hvordan påvirker ulike fundamentalvariabler sannsynligheten for å observere prishopp i høyre og venstre hale av distribusjonen?*
- 2) *Er logit modeller i stand til å predikere prishopp?*

2. Tidligere Forskning

Denne avhandlingen utvider den eksisterende litteraturen for modellering av ekstreme prisobservasjoner på kraftbørsen Nord Pool Spot ved å studere hvordan fundamentalvariabler påvirker sannsynligheten for prishopp i tre ulike intradaglige handelsperioder, ved bruk av logit modeller. Videre anvender vi EVT metoden for å definere sannsynligheten for prishopp. Ved å kombinere logistisk regresjon og EVT metoden får vi et mer nøyaktig bilde av fundamentalfaktorenes påvirkning av ekstreme priser på Nord Pool, på en måte som etter vår kunnskap ikke har blitt gjort i tidligere studier.

Identifisering av driverne bak elektrisitetsprisen og deres individuelle innvirkning på halene av distribusjonen er nødvendig for å kunne forstå forholdet mellom fundamentalvariabler, slik som tilbud og etterspørsel, og dermed prisen. Weron (2014) inneholder en gjennomgang av modeller som ofte brukes i elektrisitetsmarkeder og modellene faller vanligvis innen tre kategorier: tradisjonelle autoregressive tidsseriemodeller, ikke-lineære tidsseriemodeller (hovedsakelig Markov-Switching) og jump-diffusion modeller (Christensen et al. 2012). Disse modellene tar sikte på å karakterisere prisbevegelsen eller avkastningen over tid.

Litteraturen er mangelfull med tanke på forskning som fokuserer direkte på modellering og predikering av ekstreme prishopp i elektrisitetsmarkeder. Lu et al. (2005) undersøker årsakene bak prishopp ved bruk av Bayesian klassifisering og "similarity searching". Byström (2005); Paraschiv et al. (2016) bruker EVT metoden for å studere halene av day-ahead prisen på henholdsvis Nord Pool og EPEX. Begge studiene modellerer den timevise avkastningsserien med en AR-GARCH modell ved ulike kvantiler og anvender EVT metoden på de standardiserte residualene. Begge studiene konkluderer med at EVT passer godt til å modellere ekstreme elektrisitetspriser, ettersom mangel på lagringsmuligheter og en uelastisk etterspørselsfunksjon fører til ekstreme priser som sjeldent observeres i andre markeder.

Bunn et al. (2013) undersøker hvordan fundamentalvariabler påvirker elektrisitetsprisen i handelsperiode 38 (18:30 – 19:00) på det britiske markedet N2EX, ved å anvende av en dynamisk kvantilregresjon. Forklaringsvariabelene inkluderer prisen på kull, naturgass, råolje, CO₂-avgifter, lagget pris og etterspørsel, i tillegg til markedets kraftoverskudd. Resultatet viser at samtlige variabler har en signifikant prisøkende effekt på nedre og øvre kvantiler, med unntak av volatilitet og markedets kraftoverskudd. Volatiliteten har en prisreduserende effekt i nedre hale og driver høye priser enda høyere i de øvre kvantilene. Markedets kraftoverkudd har en prisdempende effekt under alle kvantiler. Videre modellerer Hagfors et al. (2016a) prisen på det

britiske elektrisitetsmarkedet ved bruk av kvantilregresjon og finner at fundamentalfaktorers følsomhet endrer seg over kvantiler og handelsperioder. Videre finner de at endringer i CO₂ avgiften ikke har signifikant effekt på elektrisitetsprisen.

Hagfors et al. (2016b) studerer den intradaglige prisdynamikken på det tyske spotmarkedet ved å analysere hvordan prisdrivere på tilbuds- og etterspørselssiden påvirker sannsynligheten for å observere priser i halene av distribusjonen, ved bruk av logistisk regresjon. Resultatet viser at logit modeller effektivt kan brukes til å predikere forekomsten av ekstreme priser, samt kvantifisere påvirkningskraften av fundamentalvariabler på sannsynligheten for negative priser og (positive) prishopp.

Fundamentalvariabelene på tilbudssiden inkluderer brenselpriser og CO₂-kvoter, samt forventet vind- og fotoelektrisk kraftproduksjon, tilgjengelig produksjonskapasitet, realisert volatilitet og laggede priser. Forventet produksjon representerer etterspørselssiden. Resultatet av analysen viser at fundamentalvariabelene påvirker positive og negative ekstrempriser ulikt og at de intradaglige handelsperiodene har ulike prisdrivere. Positive prishopp observeres hovedsakelig i samsvar med høy etterspørsel og lave tilbudsprognoser, i tillegg til høye priser i foregående dag. Ukeseffekten er derimot ikke en signifikant driver bak ekstreme priser. Negative priser er på den andre siden drevet hovedsakelig av høy vindkraft kombinert med veldig lav etterspørsel.

Videre funn viser at negative priser har en sterk tilknytning til fornybar kraftproduksjon og forekommer i hovedsak om natten som følge av lav etterspørsel og høy vindkraft. Positive prishopp forekommer i samsvar med lave produksjonsprognoser, som følge av at etterspørselen overstiger tilbudet. Vind- og etterspørselsprognoser har høy signifikant effekt på prishopp i begge retninger, i tillegg til prisen på naturgass. Påvirkningskraften til de resterende faktorene har ulik innvirkning på høyre og venstre hale, men det er tydelig at negative priser har færre drivere.

Lucia og Schwartz (2002) påviste i sin studie at elektrisitetsprisen på det nordiske kraftmarkedet påvirkes av intradaglige og ukentlige trender, som følge av endringer i etterspørselen. Videre funn inkluderer at sjokk i etterspørselen kommer som følge av endringer i temperatur, noe som medfører høy volatilitet. Gjolberg og Johnsen (2001) studerer påvirkningskraften av reservoarnivåer på spot- og futurespriser handlet på Nord Pool. Resultatet viser at evnen til å lagre energi i hydroreservoarer bidrar til å dempe prisvariansen i det nordiske kraftmarkedet. Huisman et al. (2014) undersøker hvordan økningen av fornybare energikilder påvirker elektrisitetsprisen og konkluderer med at høye reservoarnivåer har en prisdempende effekt på

den nordiske kraftbørsen. Videre måles prisens eksponering mot forandringer i tilbud og etterspørsel ved ulike reservoarnivåer; analysen viser at påvirkningskraften varierer ved ulike nivåer.

Herved bidrar denne masteroppgaven med å studere hvordan fundamentale prisdrivere påvirker sannsynligheten for å observere ekstreme priser i øvre og nedre hale av spotprisen på Nord Pool. Vi bruker logit modeller for å måle påvirkningen av fundamentalvariabler på sannsynligheten for prishopp neste dag, ved å definere sannsynlighetsfordelingen i form av Extreme Value Theory. I tillegg utfører vi en detaljert analyse av den intradaglige prisdynamikken i tre ulike handelsperioder.

3. Elektrisitetsmarkedet

3.1. Det Nordiske Kraftmarkedet

Det nordiske kraftmarkedet var fullt etablert i år 2000 ved konsolideringen av de regionale elektrisitetsmarkedene Danmark, Sverige, Norge og Finland. Idag inkluderer Nord Pool markedet også de baltiske statene Estonia, Latvia og Lithauen. Nord Pool opererer som ett marked hvorav tilbud til en region er aggregert og generatorer sørger for å imøtekomme etterspørselen på en kostnadsbesparende måte. Dersom den lokale etterspørselen i en av regionene er høyere enn det lokale tilbudet, eller hvis elektrisiteten i en naboregion er billig nok til å garantere overføring, vil den importeres og eksporteres regionene imellom (NordPoolSpot). Hydroenergi og atomkraft, som sammenlagt produserer 75% av elektrisiteten på Nord Pool (Tabell 1), har høye startkostnader og lave marginalkostnader for produksjon. Gassturbiner og oljekraftverk utgjør en liten andel av energimiksen og bruker kort tid på å sette igang, men har relativt høye marginalkostnader og brukes typisk som topplast ved usedvanlig høy etterspørsel. Vindproduksjon forsynte i 2014 omtrent 6,6% av kraftetterspørselen, med en økende andel de siste årene som vist i Tabell 1.

Årsaken til prishopp er relatert til samspillet mellom markedets tilbud og etterspørsel. Etterspørselsfunksjonen for elektrisitet er inelastisk ettersom strømprodusenter er beskyttet fra opphopede prisfluktasjoner av forhandlere som kjøper elektrisiteten på spotmarkedet og selger den til en fast pris. Under normale tilstander genereres elektrisitet fra tradisjonelle lavkost generatorer (kuldrevne og hydroelektriske generatorer). Hvis etterspørselen øker i forhold til tilbudet vil spotprisen bevege seg brått oppover på grunn av høyere kostnader forbundet med

gass- og oljedrevne generatorer. På den andre siden vil et høyere tilbud i forhold til etterspørsel føre til lavere priser, hvorav produsenter i ekstreme tilfeller betaler konsumenter for å ta imot overskuddet av energi, fremfor å pådra seg kostnadene forbundet med å stenge produksjonen. Visstnok er det et prisgulv på spotprisen tilsvarende €-200 EUR/MWh (NordPoolSpot).

Tabell 1: Kraftproduksjon etter energikilde. Kilde: The World Bank

GWh	2008	2010	2012	2014
Hydroenergi	56.4%	50.9%	58.1%	54.5%
Kjernekraft	21.1%	20.4%	20.6%	21.8%
Biomasse	6.6%	8.0%	6.8%	7.6%
Kull	7.4%	8.8%	4.7%	5.7%
Naturgass	5.1%	7.4%	4.0%	1.6%
Vind	2.5%	3.2%	4.7%	6.6%
Olje	0.3%	0.2%	0.1%	0.6%
Andre	0.7%	1.3%	1.0%	1.5%

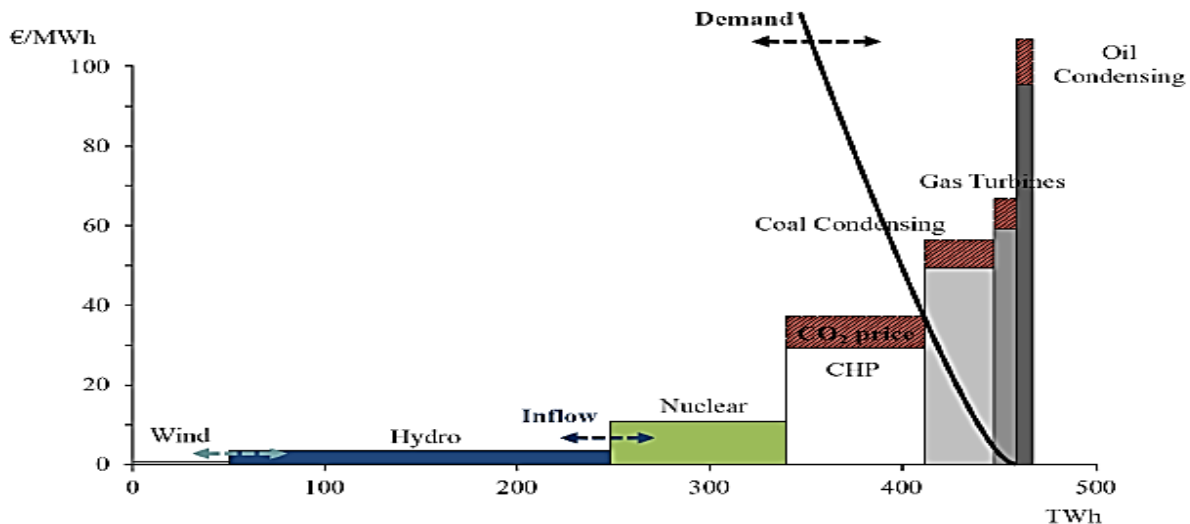
3.2. Nordisk Kraftproduksjon

Til ethvert tidspunkt er det en viss mengde generatorer som produserer i henhold til etterspørselen. Figur 1 illustrerer marginalkostnadene forbundet med generering av strøm fra ulike kraftkilder. Y-aksen viser produksjonskostnader og X-aksen viser årlig total produksjon. Blokkene i figuren representerer ulike kilder til kraftproduksjon. Bredden på blokkene reflekterer produksjonskapasiteten og høyden representerer den marginale produksjonskostnaden. De rødstripede områdene representerer prisøkningen forbundet med EU Emissions Trading Scheme (EU ETS) karbonkvoter. Den årlige kraftetterspørselen er illustrert ved den sorte linjen. Figuren inkluderer ikke vind- og biomasseproduksjon siden de utgjør en relativt liten andel av den totale produksjonskapasiteten.

Ettersom hydroenergi utgjør omtrent halvparten av den totale produksjonen og den marginale produksjonskostnaden nesten er lik null, vil fluktuasjoner i hydroenergiforsyningen forskyve (markert med blå piler) andre produksjonskilder langs X-aksen. Dersom atomkraftproduksjonen forblir stabil og ikke balanserer fluktuasjoner i produksjonen av hydroenergi slik at etterspørselen kan dekkes av hydro- og atomkraftenergi alene, vil det neste steget langs X-aksen være CHP (combined heat and power) og kullkondensering, hvorav begge

bruker kull som innsatsfaktor. Hvis etterspørselen ikke kan dekkes av de ovennevnte produksjonskildene, vil kraftkilder fra gasturbiner og oljekondensering tas i bruk.

Figur 1: Merit-order kurven. Kilde: Nordpoolspot.com



Fornybare energikilder har lavere marginalkostnader enn tradisjonelle storskala kraftkilder og plasseres dermed til venstre i kurven. For markedsaktører slik som produsenter, forhandlere, risikoforvaltere og regulatorer er det avgjørende å kunne modellere halene av prisdistribusjonen for å forstå og tilpasse seg prisrisiko. Mye av risikoen knyttet til handel i kraftmarkeder skyldes ekstreme prisobservasjoner, enten de er positive eller negative. Dermed er det ofte viktigere å forstå og forutse dynamikken i haleobservasjonene, enn det er å prognosere prisen for et gitt tidspunkt.

Den periodiske naturen av fornybare energikilder er utfordrende med tanke på risikostyring, av stadig høyere relevans i nyere tid ettersom markeder integreres og en høyere andel fornybar kraft introduseres i produksjonsmiksen. Lavere enn forventet produksjon fra fornybare energikilder kan skape produksjonsunderskudd og tilsvarende høye priser, noe som er en stor risikokilde for forhandlere. På den andre siden vil overproduksjon føre til lave eller til og med negative priser (NordPoolSpot).

3.3. Spotmarkedet

Mesteparten av volumet omsatt på Nord Pool handles på spotmarkedet kalt elspot. Spotmarkedet er et marked for fysisk levering av elektrisitet og selv om det kalles for "spot", er det i virkeligheten et kortsiktig (en dags) futuresmarked. Nord Pool Spot driver den nordiske

kraftbørsen for fysisk handel av elektrisitet. Day-ahead markedet er auksjonsbasert, hvilket betyr at tradere melder inn innkjøps- og salgskvantum til en gitt pris innen klokken 12:00 dagen før levering. Klokken 12:45 annonseres prisene for det påfølgende døgnet. Systemprisen er prisen som markedet er villig til å betale for elektrisitet, en gitt time det neste døgnet.

Elspot er Europas mest likvide og robuste pris og utgjør referanseprisen for finansielle derivater. Både forwards, futures og opsjoner på elektrisitet handles på Nord Pool Spot, og når elspot brukes som underliggende i finansielle aktiva, er den vanligvis aggregert over tid; daglige, ukentlige eller månedlige priser kalkuleres fra timevise priser. De aggregerte og timevise prisene viser høy sesongvariasjon som følge av problemer med lagring. For de timevise prisene er sesongvariasjonen direkte relatert til endringer i etterspørsel av elektrisitet over de 24 timene av dagen og de 7 dagene av uken. Etterspørselen er høyere om dagen enn om natten, og er også høyere på ukedager enn i helger. For aggregerte priser fører endringen i etterspørsel som resultat av forandringer i temperatur fra sommer til vinter til høye priser om vinteren og lave priser om sommeren (NordPoolSpot).

4. Binomiale Sannsynlighetsmodeller

Sannsynlighetsdistribusjoner kan klassifiseres som enten kontinuerlige eller diskrete, avhengig av variabelen som modelleres. Diskrete variabler kan være antall "kroner" ved et myntkast, hvorav mengden kan presenteres i form av heltall $[0, 1, 2, \dots]$. I et myntkast er det ikke mulig å oppnå 1,5 "kroner". Motsetningen til diskrete variabler er kontinuerlige variabler, som presenteres i et intervall. Et eksempel kan være vekten på mennesker. Det finnes uendelig mange mengder i intervallet $[60\text{kg}, 110\text{kg}]$.

Kontinuerlige sannsynlighetsmodeller skiller seg fra diskrete på mange måter. Den viktigste forskjellen er at en diskret sannsynlighetsfordeling inntar et endelig antall verdier og kan tallfestes uten desimaler. Dermed er det mulig å beregne sannsynligheten for at X er nøyaktig lik en gitt verdi. Ved kontinuerlige distribusjoner kan man regne ut sannsynligheten for at en person veier mellom 59,9kg og 60,1kg, men sannsynligheten for at en tilfeldig person veier nøyaktig 60kg vil alltid være null.

For å analysere et utvalg av en finansiell tidsserie er det hensiktsmessig å dele den avhengige variabelen i to mulige utfall, 0 og 1. Slike variabler kalles for dummy- eller dikotome variabler. Dermed kan vi analysere hvilken påvirkningskraft de uavhengige variabelene har på

sannsynligheten for at en gitt hendelse i responsvariabelen skal inntreffe. Når den avhengige variabelen er binær, er den typisk lik 1 for alle observasjoner i datasettet hvor en hendelse av interesse inntreffer og for de gjenværende observasjonene. I neste avsnitt ser vi på to ulike metoder for å håndtere binære avhengige variabler (Brooks 2014).

4.1. Den lineære sannsynlighetsmodellen

Ifølge Brooks (2014) omtales klassisk lineær regresjon (CLRM) i denne sammenhengen som en lineær sannsynlighetsmodell (LPM). I LPM vil sannsynlighetsforholdet mellom avhengig- og forklarende variabler uttrykkes som en lineær funksjon. Denne modellen er enkel å tolke og tar lite tid å estimere. En betaverdi lik 0,05 betyr at en enhets økning i X-variabelen fører til en 5% økning i sannsynligheten for at $Y=1$ skal inntreffe. Til tross for sin simplisitet og brukervennlighet er det hovedsakelig fire problemer som oppstår ved bruk av LPM:

- 1) Antakelse om normalfordelte restledd er i konflikt med binære distribusjoner. Feilledet i en LPM inntar kun to mulige verdier, avhengig av om Y er lik 0 eller 1. Dermed er det umulig for restleddet å være normalfordelt. Dette betyr at t-tester for individuelle signifikansnivåer og f-tester for modellens signifikans er ugyldige.
- 2) Antakelse om homoskedastiske residualer. Residualene i en LPM er heteroskedastiske siden variansen ikke er konstant, men avhengig av verdien til X .
- 3) Sannsynligheter kan falle utenfor intervallet $[0, 1]$, noe som bryter med sannsynlighetsloven. Mesteparten av sannsynlighetene fra LPM estimeringen faller vanligvis innenfor intervallet, men modellen begrenser ikke betaverdiene fra å være negative eller høyere enn 100%. Dermed blir det veldig komplisert å tolke resultatet. En mulig løsning på dette problemet er å legge inn kunstige begrensninger i modellen, men vil ofte ende opp med for mange observasjoner der sannsynligheten er nøyaktig lik 0% eller 100%.
- 4) LPM tar ikke hensyn til den marginale effekten til forklaringsvariabelene på prediksjonsevnen.

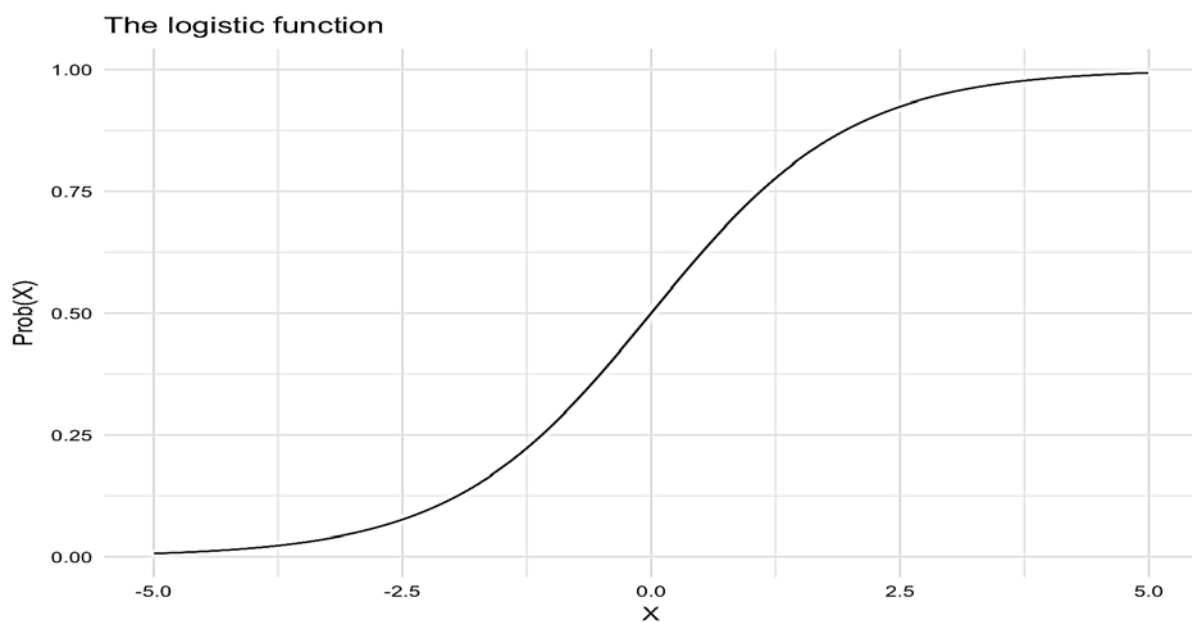
Vedlegg E inneholder en nærmere forklaring av de ovennevnte begrensningene og illustrerer det med et eksempel.

4.2. Ikke-lineære sannsynlighetsmodeller

Logit og probit modeller løser hvert av problemene beskrevet ovenfor. Den rette linjen erstattes av en S-formet kurve som 1) ikke antar normalfordelte residualer, 2) fjerner heteroskedastisitet, 3) er avgrenset til intervallet $[0, 1]$ og 4) tar hensyn til det ikke-linjære forholdet mellom X og Y . Logit og probit modeller gir nærliggende resultater. Hovedforskjellen ligger i antakelsen om distribusjonen av feilleddene. Probit modellen baseres på normalfordelte feilledd, mens logit modellen følger logistisk fordelte feilledd. Videre vil logit modellen vise flatere haler i S-kurven, noe som betyr at den lineære sammenhengen mellom odds og sannsynligheter er sterkere på endene av kurven (Aldrich & Nelson 1984).

Figur 2: Den logistiske funksjonen. Sannsynligheter langs Y -aksen og log odds langs X -aksen.

Kilde: University of Chicago, Computing for the Social Sciences.



Figur 2 illustrerer det ikke-lineære forholdet mellom logit koeffisienter og sannsynligheter. Sannsynligheten beveger seg i intervallet $(0, 1)$, mens logit verdiene beveger seg i et ubegrenset intervall, hvilket er grunnen til at den benyttes som avhengig variabel. En sannsynlighet på 0,5 tilsvarer en logit på 0. Negative logit verdier indikerer sannsynligheter under 0,5 og positive logiter indikerer sannsynligheter høyere enn 0,5. Forholdet er symmetrisk: logiter på negativ 2,5 og positiv 2,5 tilsvarer sannsynligheter på 0,25 og 0,75, respektivt. Legg merke til at avstanden fra gjennomsnittet $(0,50)$ er like stor for begge sannsynligheter (Brooks).

5. Valg av Fundamentalvariabler

Kraftprisene på Nord Pool Spot bestemmes i likevektspunktet mellom tilbud og etterspørsel, som igjen avhenger av en rekke andre forhold. Herved presenterer vi forklaringsvariabelene vi har valgt å inkludere i analysen og diskuterer deres innvirkning på elektrisitetsprisen. Vedlegg B inneholder en grafisk illustrasjon av variabelenes tidsserier.

5.1. Laggede spotpriser

Den første og syvende laggen av spotprisen brukes for å fange opp daglige og ukentlige trender som ofte observeres i elektrisitetsmarkeder, ettersom elektrisitetspriser har en tendens til å være lavere i helger. Som vi skal se på videre i studien er systemprisen på Nord Pool autokorrelert med 1 og 7 dagers forsinkede priser og utviser volatilitetsklaser. Vi inkluderer laggede priser for å fange opp nylige trender og ukentlige mønstre, ettersom seriekorrelerte priser kan være en indikasjon på fremtidige priser. Tabell 2 viser korrelasjonen mellom day-ahead prisen og forsinkede verdier. Gårsdagens pris korrelerer høyest med spotprisen og Lag (7) har en sterk samvariasjon relativt til resten av uken. Den høye korrelasjonen indikerer en høy sannsynlighet for at prisene er nærliggende fra dag til dag og kan gi en indikasjon på graden av produsentenes markedsrett. Høye priser tillater produsenter å holde prisen på et nivå som tillater dem å profitere, samt lave nok til å hindre inngang for andre produsenter med teknologier høyere på merit-order kurven (Rothkopf 1999). Markedsrett tillater produsenter å signalisere hverandre om å holde prisen over det som kan forklares av marginalkostnaden og reflekteres ved en høy sensitivitet ovenfor forsinkede priser.

Tabell 2: Autokorrelasjon mellom spotprisene på Nord Pool

	Lag (1)	Lag (2)	Lag (3)	Lag (4)	Lag (5)	Lag (6)	Lag (7)
Nord Pool Spotpris	0,88	0,81	0,78	0,75	0,75	0,78	0,80

5.2. Prisvolatilitet

Volatilitet er en relevant variabel for å forklare prisformasjonen ettersom elektrisitetsprisen utviser volatilitetsklaser og varierer med tid. Tidsvarierende volatilitet øker omfanget av feilledet og seriekorrelerete feilledd fører til at volatiliteten hopper seg opp i tider av økonomisk uro. Vi modellerer volatiliteten etter GARCH(1, 1) metoden for å akkommodere volatilitetsklynger og tidsvarierende volatilitet. Vedlegg F.4 inneholder en utfyllende forklaring på fremgangsmåten ved valg av volatilitetsmodell.

5.3. Hydroreservoar

Evnen til å lagre energi i hydroreservoarer har en dempende effekt på elektrisitetsprisen, i tråd med korrelasjonskoeffisientene under Tabell C.11. Tilsig om sommeren og i perioder med lav etterspørsel kan lagres for bruk om vinteren. Videre kan den periodiske naturen av fornybare energikilder komplementeres av hydroreserver, se Mauritzen (2013), Green og Vasilakos (2012) og Gullberg et al. (2014). Hydroreservoarer kan funksjonere som batterier ved å koble store områder med vindkraft opp mot vannkraftverk med magasiner som raskt og billig kan justere produksjonen og samtidig oppbevare vannenergi for senere bruk. På denne måten kan vannreservene brukes til å produsere kraft når vindproduksjonen er lav. Andre fordeler ved hydroenergi er reguleringsevnen. Helningen på futureskurven gir en indikasjon på markedets forventede prisutvikling og produsenter kan dermed regulere produksjonen med etterspørselen. Reservoarnivået utviser månedlige sesongvariasjoner med høyere nivåer i den siste delen av året. Dette medfører høyere elektrisitetspriser om vinteren enn om sommeren, noe som er i motfase med etterspørselens variasjon. Hydroenergi utgjør over halvparten av inputmiksen i Norden og lave reservoarnivåer vil øke elektrisitetsprisens sensitivitet ovenfor prisen på fossile brensler. Tradisjonelt vil en økning i reservoarnivåer redusere pristopper, i samsvar med resultatet i Gjolberg og Johnsen (2001).

5.4. Brenselpriser og utslippskvoter

Råvareprisen på olje, kull, naturgass og CO₂-avgiften påvirker elektrisitetsprisen fordi de er innsatsfaktorer i kraftproduksjonen i land som handler på Nord Pool Spot, og som derfor er konkurrenter til norske vannkraftprodusenter (www.BKK.no). De siste 10 årene har andelen fossile energikilder opplevd en betydelig reduksjon i det nordiske kraftmarkedet og det er ventet at trenden vil fortsette mot en økende andel fornybar kraftproduksjon, i tråd med direktivet fra

EU-kommisjonen (Reinaud 2007). Derimot er fossile energikilder en essensiell del av energimiksen på grunn av sin lave oppstartstid og tilgjengelige reserver. Med begrensede muligheter for vannkraftutbygging i Norden, er fossil kraftproduksjon fortsatt en viktig energikilde. Av årsaker vi diskuterer nedenfor, forventer vi at prisen på fossile brensler vil ha en prisøkende effekt.

5.4.1. Kull

Ifølge Zakeri et al. (2016) vil økt integrasjon mellom det nordiske og europeiske energimarkedet føre til at kull blir en viktig prisdriver i det nordiske kraftmarkedet, til tross for økende fokus på fornybar energi. Port of Rotterdam er den største terminalen for import og eksport av kull til Europa. Vi benytter den kalendervektede frontkontrakten for kull handlet på ICE, med fysisk levering i Rotterdam. I likhet med hydroreservoar brukes kull for å dekke baselasten og bruken av kull er relativt stabil gjennom alle handelsperioder. Ettersom vi analyser de ytterste halene av prisdistribusjonen forventer vi at elektrisitetsprisen er svakere eksponert mot variasjoner i kullprisen, relativt til prisen på gass og olje.

5.4.2. Naturgass

Naturgass har lavest CO₂-utslipp av fossile brensler og sammenlignet med kull er moderne naturgassanlegg i stand til å redusere CO₂-utslipp med opp mot 50 prosent. Kombinasjonen av relativt lave priser, reguleringskapasitet og forpliktelser om å redusere klimagasser understreker viktigheten av naturgass for å oppnå et høyere integrert europeisk marked. Prisen på engroshandel av gass indekseres til markedspriser på UK's National Balancing Point (NBP), som regnes for å være en representativ priskilde for europeisk naturgass (Melling 2010). Vi bruker sluttprisen på frontkontrakten til NBP day-ahead naturgassfutures handlet på ICE. Ettersom Naturgass brukes for å dekke topplasten i tider av høy etterspørsel forventer vi en prisøkende effekt på sannsynligheten for positive prishopp og prisreduserende effekt i handelsperioder der etterspørselen er lav.

5.4.3. Råolje

Oljeprodukter blir i hovedsakelig brukt for å dekke topplasten når etterspørselen er på sitt høyeste. Olje har i likhet med andre fossile brensler høyere marginalkostnader. Derfor er det av interesse å undersøke i sammenheng med ekstrempriser. Vi bruker sluttprisen på

frontkontrakten til Brent nordsjøolje, handlet på ICE. I likhet med naturgass brukes oljeproduksjon som topplast og gir en indikasjon på tilbudssidens markedsmakt, ettersom tider av høy etterspørsel vil tillate gass- og oljeprodusenter å bestemme prisen.

5.4.4. CO₂-avgift

Dette er en ordning som skal oppmuntre til klimavennlige valg ved å gjøre det lønnsomt å forurense mindre. For å dekke merutslipp av CO₂ utover rammeverket fastsatt av EU må produsenter kjøpe utslippskvoter. Vi benytter sluttprisen på frontkontrakten til ECX EUA futures, handlet på ICE. Fell (2010) finner at den kortsiktige eksponeringen av CO₂ prisen på elektrisitetsprisen er høyere i off-peak-timene enn peak-timene. Korrelasjonene i Tabell C.11 viser at brenselprisene er negativt korrelert med CO₂ prisen og vi forventer dermed at en økning i CO₂ prisen vil redusere sannsynligheten for positive prishopp, ettersom høye CO₂ priser vil øke kostnaden forbundet med produksjonskilder. Som vi skal se på videre under Kapittel 6.1 forekommer lave priser hovedsakelig forbindelse med høy vindproduksjon og vi forventer dermed ikke at CO₂ vil ha signifikant effekt på sannsynligheten for negative prishopp.

5.5. Prognosedata

Prisprognoser kan være til stor nytte for strømmnettoperatører som er ansvarlig for å regulere forsyningen av kraft. Elektrisitetsprisen på lengre sikt vil hovedsakelig påvirkes av tilgjengelige vannreserver, men endringer i reservoarnivåene skjer langsomt og er derfor ikke en like relevant forklaringsvariabel for prishopp på kort sikt. Derfor har vi valgt å inkludere prognoser for vindkraft og konsum. Vi bruker prognoser istedenfor realisert vindkraft fordi vi ønsker å fange opp sensitiviteten til elektrisitetsprisen ovenfor markedets forventede utvikling. Med andre ord ønsker vi å prognosere morgendagens pris basert på dagens forventninger. Ettersom vi analyserer halene av prisdistribusjonen forventer vi at vind- og etterspørselsprognoser vil ha høy signifikant påvirkning av sannsynligheten for å observere ekstreme priser.

5.5.1. Forventet vindkraftproduksjon

Vindkraftproduksjon er uforutsigbart på grunn av den stokastiske naturen av værforhold og skaper dermed utfordringer med tanke på risikostyring av elektrisitetsmarkeder. Vindkraft produseres uavhengig av prisnivået til elektrisitet og konsekvent kan det oppstå tilbudsoverskudd som fører til lave eller negative priser. Hagfors et al. (2016b) finner en sterk

sammenheng mellom negative priser og høy vindkraftproduksjon på EPEX. Ettersom en høyere andel vindkraft har blitt introdusert til inputmiksen i det nordiske markedet (Tabell 1) ønsker vi å undersøke påvirkningen av halene til day-ahead prisen på Nord Pool.

5.5.2. Forventet konsum

Etterspørselsfunksjonen er høyt inelastisk og sesongvarierte både for inter- og intradaglige elektrisitetspriser som følge av begrensede lagringsmuligheter, og reflekterer konsumentenes begrensede evne til å endre forbruksmønster på kort sikt. Vi bruker forventet konsum som en proxy for etterspørselsprognoser istedenfor forventet produksjon, ettersom korrelasjonen mellom disse var veldig høy. Vi forventer etterspørselsprognoser å ha størst effekt på elektrisitetsprisen om morgenen og ettermiddagen, når etterspørselen er på sitt høyeste.

6. Data

Vi analyserer timevise day-ahead spotpriser på Nord Pool fra 08.01.2013 – 30.05.2017. Det totale datagrunnlaget utgjør 38 496 observasjoner per dataserie og 1 604 observasjoner per handelsperiode. Den eneste modifiseringen vi har foretatt er for prisen på tidspunktet hvor klokken stilles fra og til sommertid. Dette gjelder prisen mellom 02:00 og 03:00 på den siste søndagen av mars og oktober hvert år. Vi bestemmer prisen i mars ved å interpolere forrige og etterfølgende pris, og i oktober ved å bruke gjennomsnittsprisen mellom klokken 02:00 og 03:00 for gjeldende år. På denne måten vil hvert døgn i datasettet bestå av 24 timer. Vedlegg A inneholder en kort beskrivelse av alle variabelene inkludert i analysen, samt datakilder, måleenheter og frekvens. Vi analyserer det nordiske markedet og ekskluderer markedetsdata fra de baltiske landene. Tabell 3 illustrerer tilgjengeligheten av data i samtlige markeder. Verdiene til vindkraftprognoser, hydroreservoarnivå og konsumprognoser representerer summen av tilgjengelig data fra hvert marked.

Elspotpriser, vindkraftprognoser og forventet konsum er serier med data for 7 dagers uker. De resterende faktorene har tidsserier basert på 5 dagers uke, med unntak av hydroreservoarnivå som utgis en gang i uken. Vi har anvendt lineær interpolering for å oppnå daglig datafor brenselprisene, utslippskvoter og hydroreservoar. Vindkraftprognoser for Sverige var utilgjengelig i 2013 og deler av 2014, manglende verdier ble lineært ekstrapolert basert på

tilgjengelig data fra Sverige og Danmark under samme tidsperiode. Analyseverktøy brukt under denne studien inkluderer RStudio, EViews, EasyFit og Excel.

Tabell 3: Oversikt over tilgjengelig markedsdata for de nordiske landene. Kilde: NordPoolSpot.com

	Vindprognoser	Konsumprognoser	Hydroreservoar
Norge		X	X
Sverige	X	X	X
Finland		X	X
Danmark	X	X	

6.1. Beskrivende statistikk av hele datasettet

For å gi leseren en oversikt over egenskapene til elektrisitetsmarkedet gir vi en beskrivelse av hele datasettet, før vi går nærmere inn på karakteristikken til utvalgte handelsperioder. Hver handelsperiode har sine egne unike sett av fundamentaldrivere (Chen & Bunn 2010) og vi modellerer hver periode separat for å sammenlikne intradaglige prismønstre. De periodespesifikke forklaringsvariabelene inkluderer systemprisen (elspot), volatilitet, vindkraftprognoser og konsumprognoser. Statistikken til disse variabelene endrer seg i ulike handelsperioder. Resten av variabelene forblir som de er under alle handelsperioder, fordi de baseres på daglig og ukentlig data.

Tabell 4: Beskrivende statistikk av hele datasettet. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen, volatilitet er ikke inkludert fordi den modelleres spesifikt for hver handelsperiode. Totalt 38 496 timevise observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

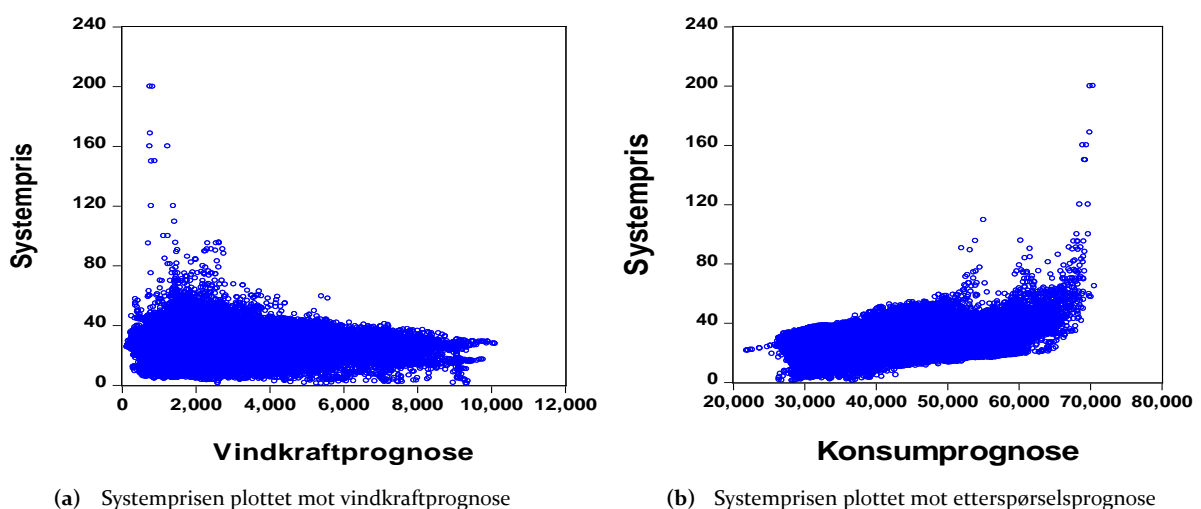
	Elspot	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂
Gjennomsnitt	29,0	3 026	43 928	72 468	60,2	0,60	57,4	5,79
Standardavvik	9,3	1 766	8 590	22 444	17,9	0,15	10,1	1,33
E. Kurtose	13,4	0,8	-0,6	-1,2	-1,5	0,14	0,5	-0,72
Skjevhet	1,1	1,1	0,3	-0,3	0,1	0,36	0,6	0,40
Minimum	1,1	133	21 895	28 689	25,5	0,25	38,5	2,70
Maksimum	200,0	10 105	70 576	111 000	89,0	1,23	87,2	8,68

Spotprisen rangerer fra €1,1/MWh til €200/MWh, men standardavviket på €9,3 viser at mesteparten av prisobservasjonene ligger rundt gjennomsnittet. Prisdistribusjonen utviser høy

kurtose, noe som indikerer fare for ekstremverdier i begge retninger. Skjevheten er lav og positiv, hvilket betyr at priser over gjennomsnittet er mer sannsynlig enn priser under gjennomsnittet. Spotprisens tidsserie (a) illustrert i Vedlegg B utviser sporadiske prishopp (i begge retninger) samt volatilitetsklaser. Videre er det verdt å merke seg at vindkraftprognoser har høyere standardavvik og variabilitet relativt til etterspørselsprognoser, samt positiv eksess kurtose og skjevhet. Dette indikerer en høy sannsynlighet for veldig høye vindprognoser. Konsumprognoser, hydro, råolje og CO₂-prisen har negative kurtoseverdier; en indikasjon på lav sannsynlighet for ekstremverdier i begge retninger.

Spredningsplottene for vind- og etterspørselsprognoser mot spotprisen illustrert i Figur 3 viser at høye priser forekommer ved lave vindkraftprognoser og høye konsumprognoser, i tråd med korrelasjonskoeffisientene for vind og konsum som er negativ og positiv, respektivt for begge variabelene i alle handelsperioder (se Vedlegg C). Samvariasjonen er ikke veldig sterk for noen av variabelene, men er høyere for etterspørselsprognoser enn forventet vindkraft. Dette kan ses i sammenheng med få tilfeller der vindkraftproduksjonen er såpass høy at den driver prisen ned, og fordi Nord Pool har en høy andel fleksibel hydroproduksjon som er i stand til å reguleres til etterspørselen. Veldig lave priser observeres når vindprognoser er veldig høye og etterspørselsprognoser veldig lave, noe som indikerer at veldig lave (høye) priser forekommer som en reaksjon på enten lav (høy) etterspørsel, høye (lave) vindprognoser, eller en kombinasjon av faktorene.

Figur 3: Spredningsplott for vindkraftprognose (a) og etterspørselsprognose (b) mot systemprisen på Nord Pool.



Samvariasjonen for oljeprisen og gassprisen er veldig høy (0,74), noe vi er nødt til å ta høyde for når vi estimerer logit modeller. CO₂ prisen korrelerer negativt med prisen på olje, gass og kull, noe som kan forklares ved at brenselprisene ikke er høyt eksponert mot endringer i karbonprisen ettersom inputmiksen til Nord Pool domineres av fornybar energiproduksjon. Vi ser derimot at brenselprisene er positivt korrelert med systemprisen, noe som tyder på at høye brenselpriser har en prisøkende effekt.

Vi tester datasettet for stasjonæritet ved bruk av en Augmented Dickey-Fuller (ADF) test og velger 2 lags etter AIC kriteriet med nullhypotese om ikke-stasjonæritet. Nullhypotesen forkastes dersom t-verdien er lavere enn t-kritisk. Logistisk regresjon forutsetter ikke stasjonære tidsserier, men enhetsrøtter vil påvirke modellens evne til å prognosere fremtidig utvikling. Dermed ønsker vi å utelukke potensielle virkemidler ved ikke-stasjonære dataserier, som for eksempel vedvarende sjokk i volatiliteten og fravær av trender. En teststatistikk på -37,11 bekrefter at spotprisen er stasjonær. Vindprognoser, konsumprognoser og hydroreservoar er signifikante på 1 prosents nivå; brenselprisene og CO₂-avgiften er ikke signifikante.

Ljung-Box teststatistikker på 1 og 7 lags bekrefter autokorrelasjon for alle tidsseriene. Dette indikerer en momentum faktor hvorav morgendagens pris gjenspeiles i gårsdagens og forrige ukes priser. Vi har inkludert Lag (1) og Lag (7) for å fange opp gårsdagens og forrige ukes pristrend, samt valgt å forsinke alle faktorene (utenom prognosedata) med en dag i analysen når vi beregner sannsynligheten for prishopp av day-ahead elektrisitetsprisen. Videre tester vi dataserienes distribusjoner for normalitet og forkaster nullhypotesen om normalfordeling for alle variabler. Tabell C.7 inneholder en oversikt over alle testresultatene nevnt ovenfor.

6.2. Definisjon av ekstreme priser og Analyse av hendelser

6.2.1. Definisjon av ekstreme priser

Før vi estimerer logit modeller trenger vi å definere ekstreme priser. Et verktøy som ofte brukes for å etablere optimale trading-grenser er Value-at-Risk (VaR). De konvensjonelle tilnærmingene for å estimere VaR kan i praksis klassifiseres som parametriske og ikke-parametriske. Under den parametriske tilnærmingen må en spesifikk prisdistribusjon angis, ofte under antakelse om normalfordeling. Ikke-parametriske tilnærminger gjør ingen antakelser om fordelingen, eksempelvis bruker historisk simulering metoden (HS) den empiriske distribusjonen til å proksimere den fremtidige sannsynlighetsfordelingen. Begge metoder brukes mye i finansielle markeder, hvor priser sjeldent utviser ekstreme bevegelser.

I elektrisitetesmarkeder vil den høye volatiliteten og sporadiske prishopp resultere i en særegen empirisk distribusjon, noe som gjør det vanskelig å spesifisere i parametriske form. Dermed vil parametriske tilnærminger ikke generere nøyaktige VaR estimater i elektrisitetesmarkeder. Gitt at VaR i hovedsak er et estimat av halerisiko, er Extreme Value Theory (EVT) potensielt godt egnet for å estimere risikoen i kraftmarkeder. Istedenfor å modellere hele distribusjonen fokuserer EVT på å modellere halene av sannsynlighetsfordelingen. En parametriske modell kan spesifiseres for å tilpasse en rekke distribusjonsformer. Som Marimoutou et al. (2009) peker ut, tillater EVT hver hale å modelleres separat, noe som imøtekommer asymmetri og ikke-standard distribusjoner.

I denne studien estimerer vi VaR ved å anvende EVT metoden direkte på elektrisitetsprisene. Herunder gir vi en kort oppsummering av metoden, for en mer utfyllende forklaring henvises det til boken *Extreme Events in Finance* (Longin 2016). Modellering av haledistribusjonen kan gjøres på to måter: 1) ved å dele datasettet i perioder og modellere maksimumverdiene i hver periode (Blokk Maksima metoden (BM)), eller 2) modellere verdiene over en gitt grense (Peaks Over Threshold (POT) metoden). Vi bruker sistnevnte metode siden den bruker observasjonene mer effektivt. Prisvolatiliteten i elektrisitetesmarkedet er sesongvarierte og sjokk i volatiliteten er etterfulgt av ytterligere sjokk. I BM metoden vil vi ikke kunne observere hvordan ekstremhendelsene hopper seg sammen fordi man kun velger maksimum (minimum) verdien i hver blokk.

Tabell 5: Øvre og nedre VaR basert på den empiriske metoden og EVT metoden.

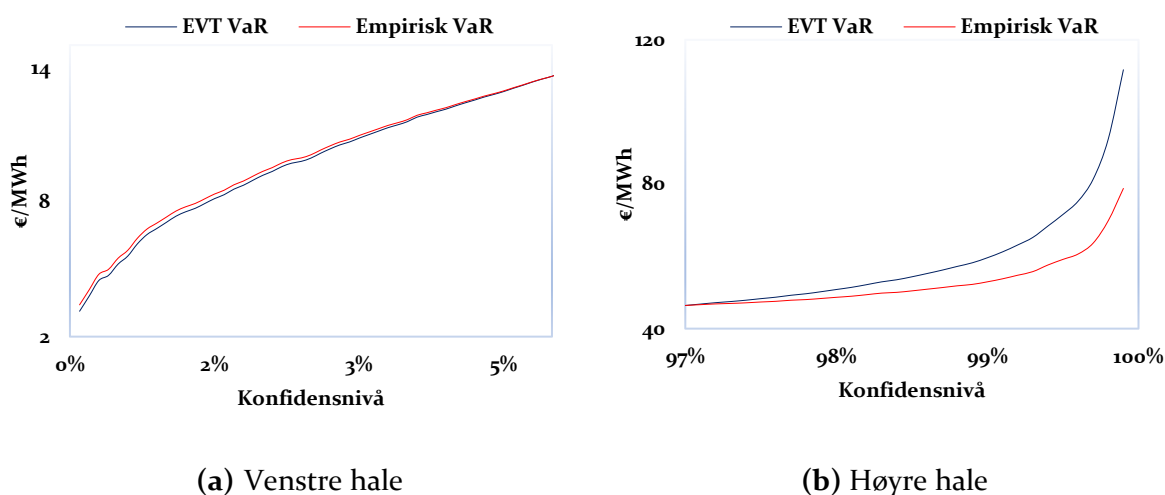
	Nedre hale	Øvre hale
Prosentil	1%	99%
Empirisk VaR	€ 7,33	€ 52,95
Overskridelser (Empirisk VaR)	385	385
EVT VaR	€ 7,09	€ 59,64
Overskridelser (EVT VaR)	353	180

EVT prosedyren avhenger av å velge en grense u for å definere overskridelser. Valget utgjør et kompromiss mellom å sette grensen for høyt og for lavt. På den ene siden må u settes høyt nok for at vi kan identifisere de virkelige ekstremhendelsene og estimere troverdige parameter estimater. På den andre siden vil en u som er satt for høyt føre til at det er for få observasjoner til å oppnå gode estimater. Etter at u er satt maksimeres log likelihood funksjonen for å beregne parameterene. Vi bruker EasyFit programvare for å regne ut GPD parameterene og finner den

beste tilpasningen etter Kolmogorov Smirnov testen ved å sette grensene for henholdsvis nedre og øvre hale til 5% og 97%. Resultatet presenteres i Tabell C.16 og viser at venstre hale har $\xi < 0$, som forventet siden prisdistribusjonen er positivt fordelt og datasettet ikke inneholder negative priser. Høyre hale har $\xi > 0$ og indikerer høy sannsynlighet for ekstremhendelser.

Videre beregner vi VaR for høyre og venstre hale med signifikansnivå (α) på henholdsvis 99% og 1% ved bruk av Likning 3 (se metodologi). Dette tilsvarer en grense på €7,09/MWh og €59,64/MWh og totalt antall hendelser ($Y=1$) på 353 og 180 for nedre og øvre hale, respektivt, som vist i Tabell 5. Ved bruk av normalfordelt (empirisk) VaR vil vi få 385 hendelser i hver hale, men under forutsetningen om GPD er hendelsene asymmetrisk fordelt. Resultatet gir 353 og 180 hendelser i henholdsvis venstre og høyre hale.

Figur 4: Sammenlikning av distribusjonen for venstre (a) og høyre hale (b) ved bruk av GPD parametere og tradisjonell VaR.



Figur 4 illustrerer forskjellen mellom haletap ved bruk av empirisk VaR og EVT VaR, som en funksjon av kvantiler (konfidensnivå). Verdiene for empirisk VaR og EVT VaR matcher hverandre ved grensen u som ble valgt for å estimere GPD parameterene, deretter avviker de fra hverandre jo lengere ut i halen man beveger seg. I høyre hale kan vi tydelig se at den empiriske metoden underestimerer haletap relativt til EVT VaR. Derimot er kontrasten mindre i venstre hale og henger sammen med at prisvariasjonen er mindre i venstre hale. Dette ser vi ved en større variabilitet mellom max/min verdier i høyre hale, gjengitt i Tabell 6. Dette bekreftes videre av høyere kurtoseverdier (13,31) på høyre side av distribusjonen.

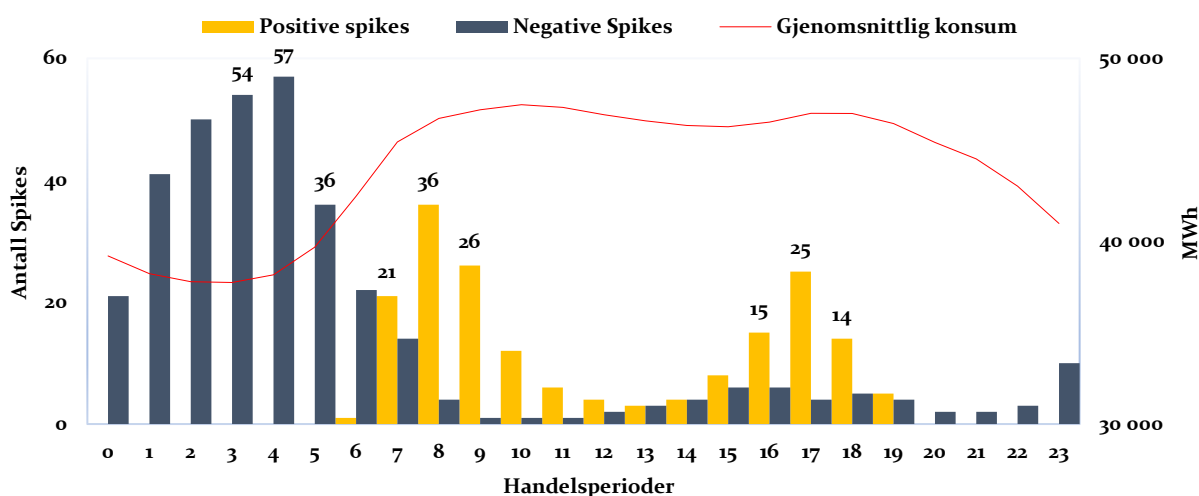
Tabell 6: Deskriptiv statistikk av spotprisen under base case, positive spikes og negative spikes.

	Venstre hale	Base Case	Høyre hale
Gjennomsnittspris	5	29	74
Minimum	1	7	60
Maksimum	7	60	200
E. Kurtose	0,05	0,38	13,31

6.2.2. Analyse av ekstremhendelser

I dette delkapittelet analyserer vi forekomsten av ekstreme priser før vi bestemmer oss for hvilke handelsperioder vi ønsker å undersøke. Figur 5 illustrerer oversikten over positive og negative prishopp, samt gjennomsnittlig forventet etterspørsel (konsumprognose). Vi ser at majoriteten av negative sprang forekommer på nattestid når etterspørselen er lavest.

Figur 5: Varigheten av daglige blokker. Forekomst av ekstreme prisobservasjoner og gjennomsnittlig konsum for hver handelsperiode.



Forekomsten av positive prishopp er i hovedsak fordelt mellom 2 perioder, fra 07:00 – 10:00 og 17:00 – 19:00. Hyppigheten av positive prishopp er større om morgenen og denne perioden utviser tykkere haler enn på ettermiddagen, noe som indikerer at disse periodene kan ha forskjellige prisdrivere.

Majoriteten av positive spikes forekommer i vinterhalvåret og negative spikes om sommeren. Negative sprang forekommer typisk når reservoarnivåene er høye og henger sammen med lav etterspørsel. På den andre siden forekommer positive spikes i samsvar med synkende

reservoarnivåer. En annen mulig forklaring på forekomsten av positive spikes er at det i vintermånedene importeres mest elektrisitet til det nordiske markedet. En stor andel av denne elektrisiteten kommer fra fossile energikilder og brukes som topplast. Fossile energikilder har, som tidligere nevnt, høyere marginalkostnader enn hydroenergi og fører dermed til høyere strømpriser.

Eichler et al. (2014) definerer en blokk som etterfølgende spikes i påfølgende timer eller dager for den samme handelsperioden. Varigheten av en blokk forlenges for alle tidligere blokker i den samme sekvensen, eksempelvis vil en 4-dagers blokk også bli regnet som to 3-dagers blokker og tre 2-dagers blokker. På denne måten vil blokker av kortere varighet alltid ha høyere telling.

Tabell 7: Varighet av daglige blokker

Varighet (dager)	HP 4	HP 8	HP 17
2	30	16	14
3	21	12	9
4	14	6	4
5	12	2	1
6	10	0	0
7	8	0	0
8	6	0	0
9	4	0	0
10	3	0	0
11	2	0	0
12	1	0	0

Både positive og negative spikes har en tendens til å bli etterfulgt av ytterligere prishopp når de først inntreffer, i tråd med seriekorrelasjonstestene fra Kapittel 7.1. Sekvensen av daglige blokker forekommer oftere og med høyere varighet for negative spikes (Tabell 7), noe som indikerer at laggede priser vil ha høyere forklaringskraft for prediksjon av negative prishopp. Positive sprang forekommer sjeldnere, men er ofte av høyere omfang enn negative prishopp. Som vi ser har prishoppene en tendens til å gruppere seg i både venstre og høyre hale, noe som rettferdiggjør inkluderingen av GARCH og laggede priser som forklaringsvariabler. Videre kan varigheten av blokkene ses i sammenheng med etterspørselsfunksjonens inelastisitet på kort sikt.

6.2.3. Analyse av handelsperiode 3, 8 og 17

Vi har valgt å modellere handelsperiode 3 (03:00 – 04:00), 8 (08:00 – 04:00) og 17 (17:00 – 18:00) på grunn av at disse periodene har den høyeste andelen av prishopp, samt fordi vi får innblikk i faktorer som driver prisen i tre ulike perioder. Ved modellering av positive prishopp har vi valgt periode 8 og 17 for å gi en representasjon av prisdynamikken på to forskjellige tider av døgnet. Negative prishopp har, i høyere grad enn positive, en tendens til å forekomme i klynger og har nærliggende egenskaper som andre handelsperioder der prisen er lav. Vi ser det derfor ikke som hensiktsmessig å sammenlikne to perioder med negative prishopp.

Vedlegg C inneholder tabeller med beskrivende statistikk for de periodespesifikke faktorene in-sample under alle handelsperioder brukt in-sample. Videre er det vedlagt teststatistikker for utvalgte handelsperioder under samme vedlegg. Testresultatene for de individuelle handelsperiodene er i overensstemmelse med resultatet for resten av datasettet. Vi forkaster nullhypotesen om normalfordeling for alle variabler i alle handelsperioder, hvorav HP 8 og HP 17 har veldig høye kurtoseverdier på henholdsvis 29,5 og 39,8, noe som indikerer at positive prishopp vil avvike mer fra gjennomsnittet enn i HP 4. Til sammenlikning indikerer kurtoseverdien til HP 4 (0,5) at negative prishopp ikke vil være store i omfang og vil i stor grad kunne fanges opp av standardavviket.

Tabell 8: Korrelasjoner med spotprisen på Nordpool under ulike handelsperioder.

	<i>Lag (1)</i>	<i>Lag (7)</i>	<i>Vind</i>	<i>Konsum</i>	<i>Hydro</i>	<i>Brent</i>	<i>Gass</i>	<i>Kull</i>	<i>CO₂</i>	<i>Vol</i>
<i>HP 4</i>	0,95	0,88	-0,18	0,36	-0,19	0,52	0,55	0,54	-0,53	-0,46
<i>HP 8</i>	0,73	0,32	-0,21	0,47	-0,15	0,36	0,42	0,35	-0,40	0,08
<i>HP 17</i>	0,79	0,61	-0,19	0,46	-0,02	0,33	0,40	0,37	-0,35	0,16

Videre illustrerer Q-statistikken for samtlige handelsperioder at seriekorrelasjonen er signifikant for alle tidsseriene. Tabell 8 viser korrelasjonskoeffisienter i HP 4 for Lag (1) og Lag (7) på 0,95 og 0,88, noe som tyder på at volatiliteten hopper seg kraftig opp i denne perioden. Korrelasjonskoeffisientene for HP 8 og 17 viser derimot en svakere samvariasjon mellom spotprisen og egne lags, dermed er sannsynligheten lavere for at positive prishopp vil følges opp av ytterligere prishopp, i tråd med analysen under Kapittel 7.3. ADF-testene viser at samtlige variabler i alle handelsperioder er stasjonære med unntak av brenselprisene og CO₂-avgiften. Vi observerer en høyere grad av snittrevertering for spotprisen i HP 8 og 17, indikert ved høyere t-verdier målt absolutte tall. Dette bekrefter at positive prishopp har en høyere tendens til å

trekkes tilbake til et langtidsgjennomsnitt og dermed vil ikke volatiliteten hope seg opp i like høy grad som for negative prishopp.

Fra Tabell 8 ser vi små ulikheter i samvariasjonen mellom spotprisen og vindprognoser i alle perioder og kan tolkes som at lave vindprognoser har omtrent den samme (negative) effekten på prisen under alle handelsperioder. Korrelasjonskoeffisientene til forventet konsum bekrefter at høye priser forekommer i samsvar med høye etterspørselsprognoser. Hydroreservoarnivåer er negativt korrelert med spot prisen under alle handelsperioder, ettersom en økning i vannreservene driver prisen ned. Korrelasjonen er mer negativ i HP 4 og 8, noe som indikerer at day-ahead prisen under HP 17 er høyere eksponert mot forandringer i andre faktorer.

Tabell 9: Gjennomsnittsverdier av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i HP 4, 8 og 17.

	HP 4	HP 8	HP 17
<i>Elspot</i>	5,0	75,6	81,3
<i>Lag (1)</i>	6,9	64,7	65,3
<i>Lag (7)</i>	9,4	52,6	51,2
<i>Vindkraftprognose</i>	3 443	2 113	1 953
<i>Konsumprognose</i>	30 998	62 520	65 346
<i>Hydroreservoar</i>	87 110	60 864	78 882
<i>Brent</i>	51,4	68,9	58,2
<i>Naturgass</i>	0,60	0,76	0,65
<i>Kull</i>	52,0	59,2	59,9
<i>CO₂</i>	7,55	5,25	5,91
<i>Volatilitet</i>	0,49	0,44	0,44
<i>Antall spikes</i>	57	36	25

Tabell 9 illustrerer gjennomsnittsprisen til fundamentalvariabelene under forekomst av spikes. En komplett oversikt over den beskrivende statistikken for variabelene under forekomst av spikes er vedlagt under Vedlegg C. Dette er viktig å analysere fordi vi ønsker å vite om logit modellene klarer å fange opp disse egenskapene når vi estimerer sannsynlighetsmodeller. Nedenfor identifiserer vi de viktigste variabelenes egenskaper for å danne oss et bilde av prisdynamikken under forekomst av prishopp. Vi diskuterer kun variabelene som har blitt studert grundig gjennom litteraturen, ettersom de resterende variabelene er mer uforutsigbare. Sannsynlighetsmodellene vil antakeligvis predikere en høy andel prishopp i samsvar med karakteristikkene beskrevet nedenfor.

Vi kan observere at negative prishopp i HP 4 forekommer i samsvar med høye vindkraftprognoser og lave etterspørselsprognoser relativt til gjennomsnittsverdiene for hele datasettet (Tabell 4). For periodene med positive prishopp er trenden motsatt, hvorav positive sprang forekommer når etterspørselen er høy og forventet vindkraft er lav. Gjennomsnittsverdien til Lag (1) under alle handelsperioder ligger under/over den spesifiserte ekstremgrensen på henholdsvis €7,33/MWh og €52,95/MWh for øvre og nedre haler av distribusjonen, (Tabell 5). Derimot ligger verdiene til Lag (7) over/under ekstremgrensen, respektivt for venstre og høyre hale. Dette er en indikasjon på at Lag (1) vil ha høyere signifikant påvirkning på prisen enn Lag (7). Videre indikerer dette at Lag (1) vil være en viktigere driver under positive prishopp, siden gjennomsnittsverdiene til gårsdagens pris ligger langt høyere enn EVT VaR under positive sprang, relativt til negative spikes. Variabelenes egenskaper er i tråd med tradisjonell forskning og videre i studien skal vi avdekke om logit modellene er i stand til å gjenspeile karakteristikken beskrevet ovenfor, ettersom eventuelle feilprediksjoner kan refereres tilbake og forklares. Dette kommer vi tilbake til når vi analyserer resultatet.

7. Metodologi

7.1. Peaks Over Threshold (POT) metoden

POT metoden brukes for å filtrere ekstreme priser over en gitt grense u , EVT brukes deretter til å modellere disse overskridelsene som en datterdistribusjon, se Longin (2016) for en detaljert forklaring. Vi lar x_i betegne sekvensen av uavhengige og tilfældige variabler (IID) fra en ukjent distribusjon F . Vi bestemmer deretter en tilstrekkelig grense u , hvor y_i representerer overskridelser over denne grensen, $y_i = x_i - u$. La oss definere datterdistribusjonen over grensen u som den betingede sannsynligheten:

$$F_u(y) = P(X - u | X > u) = \frac{(F_x(u + y) - F_x(u))}{1 - F(u)} \quad (1)$$

Balkema og De Haan (1974) og Pickands III (1975) viser at $F_u(y)$ kan approksimeres av den generaliserte Pareto distribusjonen (GPD):

$$G(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & \xi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

hvor ξ og β er shape og scale parametere, respektivt. GPD klassifiseres så til tre distribusjoner, hvorav $\xi > 0$ representerer en fordeling med fete haler (slik som Pareto, Cauchy og Fréchet), $\xi = 0$ er en fordeling med tynne haler (slik som Gumbel, normal, lognormal og eksponensiell) og $\xi < 0$ tilsvarer en endelig distribusjon (slik som uniform og beta distribusjoner).

Neste dags VaR ved bruk av GPD metoden regnes ut slik:

$$VaR_{t+1} = u + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{N * \alpha}{N_u} \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (3)$$

hvorav N utgjør totalt antall observasjoner i datasettet og N_u representerer antall overskridelser over u . VaR estimeringens signifikansnivå og konfidensnivå representeres ved henholdsvis (α) og $(1-\alpha)$.

7.2. Logit modellen

Se Vedlegg F for nærmere forklaring av begreper knyttet til sannsynlighetsteori. Logit modellen beregner sannsynligheten for et utfall basert på endringer i forklaringsvariabelene (Brooks 2014). For å gjøre dette må den (binære) avhengige variabelen først omformuleres slik at den kan innta et uendelig antall verdier. For å tillate ubegrensede positive verdier uttrykkes Y-variabelen som odds. Videre fjernes den nedre begrensningen ved å ta den naturlige logaritmen av oddsen. Den lineære funksjonen kan uttrykkes slik:

$$\ln\left(\frac{P}{1-p}\right) = \alpha + \beta X \quad (4)$$

Venstresiden viser log likelihood og høyresiden viser parametrene i den logistiske regresjonen. I denne modellen betyr en betaverdi på 0,05 at en enhets økning i X fører til en 0,05 økning i log oddsen av at Y skal inntreffe. Siden det er ikke lett å vite hva en økning i log odds innebærer, rapporteres logit resultater i form av odds rater. Ved å eksponensiere begge sider av den logistiske regresjonen kan modellen uttrykkes slik:

$$\frac{P}{1-P} = e^{\alpha+\beta X} \quad (5)$$

På venstre side har vi odds og til høyre har vi et produkt som inneholder odds ratene (logiter). Oddsramer virker mer intuitive enn log odds. For eksempel hvis beta er lik 2, vil en enhets økning i X doble oddsen for at en hendelse skal inntreffe. Men en dobling i odds er ikke det samme som en dobling i sannsynlighet, det avhenger av utgangspunktet til sannsynlighetsgraden (se Vedlegg F.2.3). For å konvertere logiter om til sannsynligheter, tilpasser vi den beste regresjonslinjen ved bruk av maximum likelihood.

$$P = \frac{e^{\alpha+\beta X}}{1 + e^{\alpha+\beta X}} = \frac{1}{1 + e^{-(\alpha+\beta X)}} \quad (6)$$

Nå vil en enhets økning i X føre til en økning av sannsynligheten for at en hendelse inntreffer, gitt ved $P * \beta X$.

7.2.1. Multikolinearitet

En av forutsetningene for logistisk regresjon er fravær av multikolinearitet mellom forklaringsvariabelene i modellen, se Vedlegg F.3.1 for logit modellens forutsetninger. Multikolinearitet fører til ustabile estimater siden variansen til regresjonskoeffisientene øker i omfang og vi anser korrelasjonskoeffisienter over 0,6 som kritisk samvarierte. Det finnes ikke enighet om en fastsatt grense på hva som konstituerer multikolinearitet, men under logit modellens oppbygging kan man se etter tegn. Eksempelvis kan en mulig indikasjon være at koeffisientene endrer seg drastisk ved inkludering/ekskludering av enkelte variabler.

7.2.2. Evaluering

For å evaluere modellenes prediksjonsevne følger vi metoden til Zhao et al. (2007) og deler observasjonene i fire kategorier: true positive (TP), false positive (FP), true negative (TN) og false negative (FN). TP refererer til sanne prediksjoner av prishopp; FP er falske prediksjoner, hvorav modellen predikerer en hendelse som ikke inntreffer. TN er modellens riktige prediksjoner av $Y=0$ og ved FN predikerer modellen fravær av prishopp hvor $Y=1$ faktisk inntreffer.

En god prediksjonsmodell burde være treffsikker og verdien i Likning 7 burde være så høy som mulig, men høy treffsikkerhet forekommer ofte på bekostning av konfidensnivå (8). Høy prediksjonskonfidens betyr at modellen er troverdig, men vil overse mange hendelser; lavt konfidensnivå innebærer at modellen klarer å forutse de fleste hendelsene (TP), men predikerer samtidig flere falske prishopp (FP). En ideell prediksjonsmodell oppnår både høy treffsikkerhet og høyt konfidensnivå samtidig, men et kompromiss er vanligvis nødvendig.

$$\text{Treffsikkerhet} = \frac{TP}{TP + FN} \quad (7)$$

$$\text{Konfidensnivå} = \frac{TP}{TP + FP} \quad (8)$$

7.2.3. Modelloppbygging

Etter å ha justert for multikolinearitet estimerer vi tre modeller (Modell A, B og C) for hver handelsperiode. Modell A representerer kombinasjonen av forklaringsvariabler som minimerer AIC kriteriet ved bruk av *Step()* funksjonen i RStudio, se F.3.2 for en nærmere forklaring av *Step* funksjonen. Modell B og C estimeres ved å utelukke/inkludere variabler fra Modell A for å vurdere modellenes prediksjonsevne ved ulike kombinasjoner av fundamentalfaktorer. Vi

ekskluderer variabler som har lav påvirkningskraft og legger til variabler som har relativt høy signifikans.

Vi måler modellenes passform etter AIC og BIC kriteriene. Ettersom AIC har en tendens til å inkludere for mange variabler i modellen, vil BIC opptre som en motvekt fordi den straffer modellkompleksitet i høyere grad enn AIC. Derimot har BIC en større sannsynlighet til å velge en for liten modell og det er derfor viktig å vurdere målenes styrker og svakheter opp mot hverandre før man tar en endelig beslutning (Burnham & Anderson 2004). For å teste modellens prediksjonsevne anvender vi in-sample tester på det modellerte datautvalget. Videre tester vi de estimerte modellene på data fra liknende handelsperioder som en out-of-sample test.

Sannsynlighetens grenseverdi (cutoff) kan defineres som et subjektivt mål på investorens nyttefunksjon. Risikoaverse investorer vil foretrekke en høy cutoff for å predikere prishopp med høyt konfidensnivå, vanligvis på bekostning av treffsikkerhet; risikotagende investorer vil ha en lavere grenseverdi for å oppnå en høyere treffsikkerhet, ofte på bekostning av prediksjonskonfidens. Grenseverdien for prediksjon av en hendelse er vanligvis satt til 50% i de fleste programvarene, hvor estimerte sannsynligheter på eller over grensen blir regnet som ekstreme observasjoner. Ved å justere grensen kan vi få et større utbytte av modellene, ettersom det ikke er gitt at en cutoff på 50% er hensiktsmessig for spotmarkedet på Nord Pool. Christensen et al. (2012) argumenterer for at prediksjon av prishopp med høy treffsikkerhet har en utslagsgivende effekt på bunnlinjen til mange strømforhandlere som ellers må handle kraft på det uregulerte spotmarkedet; følgelig foretrekkes falske prediksjoner over manglende prediksjoner, noe som kan oppnås ved å senke grenseverdien ved modellene for positive prishopp. Siden logit modeller ikke er i stand til å vise omfanget av ekstremhendelser som følge av at den avhengige variabelen er dikotom, kan man øke cutoffen for å oppnå mer pålitelige prediksjoner i modellene for positive spikes.

Grenseverdien er avhengig av formålet til prognosemakeren og vil utgjøre et kompromiss mellom kostnaden ved å ikke fange opp true positives mot falske prediksjoner (FP). Vi evaluerer resultatet av de estimerte modellene under forskjellige grenseverdier for å få et helhetlig bilde av prediksjonsevnen. Dersom sannsynligheten for positive prishopp er høy, kan anbudsgivere forsøke å øke fortjenester ved å øke anbudene sine, eller trappe opp produksjonen i tide for å øke salgsvolumet i samtlige handelsperioder. For negative prishopp vil dynamikken tradisjonelt være annerledes, hvorav det eksisterer et kompromiss mellom å fortsette driften med tap mot å pådra seg nedtrappings-/nedleggelseskostnader og opptrappings-/oppstartskostnader, dersom prisen er lavere enn produsentens break-even punkt.

8. Resultat

I første delkapittel evaluerer vi prediksjonsevnen til tre sannsynlighetsmodeller (A, B og C) separert for alle handelsperioder og fortsetter deretter analysen med kun en modell fra hver periode. I etterfølgende delkapittel presenterer vi logit koeffisientene for de utvalgte modellene og diskuterer innvirkningen til forklaringsvariabelene på sannsynligheten for å observere prishopp i påfølgende dag. Vi minner om at handelsperiode 4 er en analyse av negative prishopp; handelsperiode 8 og 17 er en analyse av positive prishopp.

8.1. Estimerte Sannsynlighetsmodeller

Vedlegg D (in-sample resultat) inneholder en oversikt over variabelene inkludert i Modell A, B og C for hver handelsperiode, samt AIC/BIC verdier for hver av modellene. Felles for alle handelsperiodene er at prisen på olje og gass ikke kan inkluderes i modellen samtidig, på grunn av den sterke samvariasjonen mellom disse. Fremgangsmåten ved estimering av Modell A er den samme for alle handelsperioder, som diskutert under Kapittel 7.2.3. De periodespesifikke faktorene må tilpasses modellene under hver handelsperiode, ettersom egenskapene til de timevise variabelene forandrer seg i løpet av døgnet. Dette diskuterer vi underveis i avsnittene som følger og oppsummerer funnene ved slutten av delkapittelet.

Tabell 10: Prediksjonenes mulige utfall ved logit modellen

True positive (TP)	<i>Sanne prediksjoner av prishopp</i>
False positive (FP)	<i>Falske prediksjoner av prishopp</i>
True negative (TN)	<i>Sanne prediksjoner av $Y=0$</i>
False negative (FN)	<i>Modellen overser sanne prishopp</i>

8.1.1. Handelsperiode 4

På grunn av tilstedeværelse av multikolinearitet mellom laggede priser (0,88) i denne handelsperioden, har vi valgt å inkludere Lag (1) fremfor Lag (7) i Modell A og B siden førstnevnte hadde høyere signifikans. I Modell C har vi valgt å ekskludere laggede priser for å undersøke hvordan modellen presterer foruten. Hydroenergi og Brent er høyt insignifikante og er ikke inkludert i noen av modellene. Volatiliteten under denne perioden var ganske høy og påvirkningskraften er signifikant under alle modellene, noe som viser at negative prishopp forekommer i volatile perioder. Siden kullprisen var høyt signifikant valgte vi å erstatte Naturgass med Kull i Modell B for å vurdere innvirkningen av forskjellige brenselpriser på sannsynligheten for prishopp. Resultatet for sanne og falske prediksjoner er presentert i Tabell 11.

Tabell 11: Modelling av sannsynligheten for prishopp under handelsperiode 4.

	AIC	BIC	Gjennomsnittlig treffsikkerhet	Gjennomsnittlig konfidensnivå
Modell A: Se Tabell X (handelsperiode 4)	163,15	200,81	58,7%	67,2%
Modell B: Modell A uten gass, inkludert kull	164,2	201,87	58,7%	66,4%
Modell C: Modell A uten Lag (1), inkludert kull	222,91	260,56	45%	61,7%

Cutoff	True Positives			False Positives		
	Modell A	Modell B	Modell C	Modell A	Modell B	Modell C
0,1	56	55	52	51	51	71
0,2	54	53	44	37	37	51
0,3	46	47	38	30	29	27
0,4	44	43	33	22	22	19
0,5	36	39	25	17	17	14
0,6	31	32	18	11	12	9
0,7	18	16	11	9	9	5
0,8	10	10	7	4	5	3
0,9	6	6	3	1	1	1

I denne handelsperioden var det totalt 57 negative prishopp, av hvilket Modell B klarte å predikere i underkant av 70% ved den tradisjonelle grenseverdien på 0,5. Avhengig av kostnaden ved å overse prishopp kan grenseverdien senkes på bekostning av en høyere andel falske prediksjoner. Vi baserer valget av den endelige modellen etter behovet til strømprodusenter som i hovedsak er opptatt av å predikere negative prishopp med høy treffsikkerhet.

Tabell D.7 illustrerer summen av treffsikkerhet og konfidensnivå for modellene under alle grenseverdier. Verdiene brukes for å sammenlikne modellene ved samme grenser, men ikke på tvers av cutoffter. Modell A har totalt sett høyest treffsikkerhet og konfidensnivå relativt til de

andre modellene med en sum på 11,32, og utmerker seg særlig godt ved lavere grenseverdier. Siden det potensielt er store kostnader knyttet til å predikere falske prishopp, må strømprodusenter veie fordelene ved å predikere en høy andel sanne og falske prishopp (samtidig) ved lavere cutoffter, mot ulempene ved å overse sanne prishopp ved høyere sannsynlighetsgrenser.

Ved lavere grenser predikerer Modell C en høyere andel falske prishopp enn Modell A og B, samtidig som den predikerer færre sanne observasjoner. Dette gjør Modell C til den minst egnede modellen for strømprodusenter med tanke på risikostyring av elektrisitetsprisen. Utover dette presterer Modell A og B bedre enn Modell C også ved øvrige grenseverdier, både med hensyn på treffsikkerhet og konfidensnivå. Modell C har betydelig høyere sannsynlighet for å predikere falske prishopp (FP) uten fordelene av å predikere sanne prishopp (TP), relativt til de andre modellene. Dette illustrerer viktigheten av å inkludere laggede priser i modelleringen av negative spikes for day-ahead prisen på Nord Pool, ettersom negative prishopp har en høy tendens til å forekomme i klaser. Dermed er forsinkede priser i stand til å fange opp markedets læringseffekt, i samsvar med resultatet fra Lucia og Schwartz (2002).

Modell A og B har tilnærmet lik prediksjonsevne med tanke på treffsikkerhet og konfidens. Sanne prediksjoner under lave grenseverdier utviser de typiske egenskapene til forklaringsvariabelene under forekomst av spikes (Tabell 9) for Modell A og B. Begge modellene predikerer sanne prishopp (TP) ved en kombinasjon av høy vind og lavt konsum ved alle grenseverdier. Modellen som passer best etter produsenters formål er Modell A, fordi den presterer bedre ved lavere grenseverdier. Videre har Modell A lavere AIC/BIC verdier enn de andre modellene, noe som viser at modellen verken er over- eller undertilpasset.

Gjengitt i Tabell D.4 ser vi at Modell A overser prishopp (FN) ved en kombinasjon av lav vind og høy etterspørsel, relativt til sanne prediksjoner (TP). False positives utviser veldig lave konsumprognoser sammenliknet med gjennomsnittet for handelsperioden (Tabell C.1), kombinert med høy vindkraftproduksjon i forhold til true negatives. Ved den laveste grenseverdien har sanne prediksjoner (TP) høyest volatilitet i forhold til de andre utfallene, men ved grenseverdier over 0,5 er volatiliteten høyere under falske prediksjoner. Dette indikerer at volatiliteten bidrar til å øke sannsynligheten for sanne prediksjoner (TP) ved lave grenseverdier, men reduserer sannsynligheten for TP ved høye cutoffter og kan på denne måten gi misvisende prognoser ved høye grenser. Markedsaktører som ønsker høy prediksjonskonfidens burde ekskludere Volatilitet fra Modell A.

Naturgass og CO₂ har ingen klar effekt på prediksjonsevnen, ettersom gjennomsnittsverdiene ikke viser noen trend, men Modell A vil være undertilpasset hvis de ikke inkluderes, noe som betyr at modellens helhetlige prediksjonsevne reduseres, selv om den kanskje presterer bedre på enkelte grenseverdier. Modellen overser prishopp (FN) når gårsdagens pris er høy ved sannsynlighetsgrenser over 0,5. Dette tyder på at Modell A har vanskeligheter med å fange opp individuelle prishopp, men har høy forklaringskraft når prishoppene forekommer etterfølgende i blokker. Logit modellen ser ut til å predikere falske prishopp (FP) ved den tradisjonelle grenseverdien (0,5) etter at en sekvens med blokker avsluttes, indikert ved at laggede priser er lave under falske prediksjoner (FP) relativt til ekstremgrensen på €7,33/MWh. Dette tyder på at modellen ikke er i stand til å tilpasse seg den høye prisen som følger en sekvens av "negative" blokker.

I grunn ser modellen ut til å lykkes i å fange opp observasjonene som har samme egenskaper som perioden under forekomst av spikes ved den laveste grenseverdien, hvorav modellen fanger opp 56 av 57 prishopp.

8.1.2. Handelsperiode 8

Høyt insignifikante variabler inkluderer Naturgass, Kull og CO₂-prisen. Disse variabelene er dermed ikke inkludert i modellene nedenfor. I Modell A minimeres AIC kriteriet ved å inkludere prisen på Brent, selv om denne variabelen ikke er signifikant ($p = 0,15$). I Modell B ekskluderte vi Lag (7) på grunn av den høye samvariasjonen med Lag (1) på 0,57 (allikevel under kritisk verdi) for å utelukke mulig kolinearitet i modellen, ettersom sistnevnte hadde lavere p-verdi. Dette førte til at Brent ble signifikant. Modell C tilsvarende Modell A med unntak av Lag (7) og Brent. Vi ser at Modell C har den dårligste passformen målt etter AIC, men BIC kriteriet favoriserer denne modellen siden den har færrest parametere. Resultatet av sanne og falske prediksjoner av prishopp er presentert i Tabell 12 nedenfor.

Tabell 12: Modellering av sannsynligheten for prishopp under handelsperiode 8.

	AIC	BIC	Gjennomsnittlig treffsikkerhet	Gjennomsnittlig konfidensnivå
Modell A: Se Tabell X (handelsperiode 8)	120,93	163,97	58,3%	74,2%
Modell B: Modell A uten Lag (7)	123,79	161,45	54,9	71,7
Modell C: Modell A uten Lag (7) og Brent	120,95	158,61	57,7%	74,6%

Cutoff	True Positives			False Positives		
	Modell A	Modell B	Modell C	Modell A	Modell B	Modell C
0,1	33	34	32	41	39	40
0,2	29	29	30	26	25	20
0,3	26	26	28	9	13	13
0,4	23	22	22	8	8	7
0,5	21	20	20	6	6	6
0,6	20	16	17	5	5	3
0,7	16	14	15	2	3	3
0,8	12	10	13	2	2	2
0,9	9	7	10	1	1	1

Som nevnt under Kapittel 7.2.3 er det viktig å evaluere modellenes prediksjonsevne ved ulike grenseverdier ved prediksjon av positive prishopp, siden konsumenter ikke vil ha like høye kostnader forbundet med usanne prediksjoner som aktører på tilbudssiden. Vi legger dermed ikke vekt på en bestemt grenseverdi, men evaluerer modellenes prediksjonsevne helhetlig. Ved cutoff på 0,5 hadde samtlige modeller tilnærmet lik prediksjonsevne, hvorav Modell A predikerte 21 av totalt 36 prishopp. Modell A hadde høyest treffsikkerhet i grenseintervallet mellom 0,4 og 0,7. Ved høyere grenseverdier er Modell C mest treffsikker og Modell B har høyest treffsikkerhet ved den laveste cutoffen.

Gjengitt i Tabell D.7 har Modell B den laveste summen av treffsikkerhet og konfindsnivå relativt til de andre modellene. Videre anslår Modell B 34 sanne observasjoner (TP) ved den laveste grenseverdien, samtidig som den hadde lavest antall falske prediksjoner (39). Til sammenlikning predikerte Modell A og C 33 og 32 true positives, med henholdsvis 41 og 40 false positives. Videre er det verdt å legge merke til at antall falske prediksjoner ved Modell C reduseres med 50% i overgangen fra 0,1 til 0,2 samtidig som sanne prediksjoner kun reduseres med 2 spikes. Vi kan observere den samme effekten for Modell A og B, men i svakere grad enn for Modell C, som forholdsvis også gjør det best på 0,3. Modell C har høyere treffsikkerhet og konfindensnivå relativt til Modell A og B ved grenseverdier over 0,8. Hvis alternativkostnaden ved å predikere feil er høyere enn fordelene ved pålitelige prognoser (høy konfidens), foretrekkes en høyere grenseverdi og i dette tilfellet burde beslutningstakeren velge Modell C.

Helhetlig sett har Modell A og C like gode prediksjonsevner med tanke på både konfidens og treffsikkerhet. Modell B vil hovedsakelig komme til nytte for aktører som ikke har kostnader knyttet til feilprediksjoner, men er ellers utilstrekkelig relativt til de andre modellene. Her er det verdt å nevne at inkludering av Brent og fravær av Lag (7) bidrar til å øke treffsikkerheten ved den laveste grenseverdien. Modell C presterer bedre enn Modell A ved de laveste grensene og tjener herved formålet til beslutningstakere som ønsker høy treffsikkerhet. Videre er Modell C mer fordelaktig enn Modell A med hensyn på både konfidens og treffsikkerhet ved grenseverdier høyere enn 0,8. Resultatet viser at Brent og Lag (7) ikke har en positiv effekt på prediksjonsevnen utenfor intervallet mellom 0,4 og 0,7, ettersom Modell C presterer bedre enn Modell A ved de ytterste grensene.

Konsumenter som ikke har kostnader knyttet til falske prediksjoner burde vurdere Modell B, ettersom den oppnår høyest treffsikkerhet. Derimot argumenterer vi for at endringen i prediksjonskonfidens fra 0,1 til 0,2 gjør Modell C til et bedre alternativ, fordi reduksjonen i falske prishopp (FP) veier opp ulempen ved å tape 2 sanne prediksjoner. Videre har Modell C betydelig høyere treffsikkerhet og konfidens ved øvrige grenseverdier, relativt til Modell B. Dessuten har Modell C betydelig lavere BIC, som følge av at den har færre forklaringsvariabler. Etter en helhetlig vurdering fortsetter vi analysen med Modell C på grunn av dens fleksible prediksjonevne.

Av Tabell D.5 ser vi at Modell C predikerer true positives ved en kombinasjon av lav vind/høyt konsum ved alle grenseverdier, relativt til gjennomsnittet for HP 8 (Tabell C.2) i samsvar med resultatet til Hagfors et al. (2016b). Modellen har en høy andel sanne (TP) og falske (FP) prediksjoner når volatiliteten er høyere enn gjennomsnittet for perioden, noe som bekrefter at de fleste prishoppene forekommer i volatile perioder. Videre ser vi at modellen predikerer sanne prishopp (TP) ved lave hydronivåer, relativt til gjennomsnittet for perioden (Tabell 4) i henhold til korrelasjonen med spotprisen (-0,15) under handelsperiode 8. Ved 0,1 har TP og FP mange likhetstrekk, med unntak Lag (1), noe som viser at sannsynligheten for å predikere riktig øker dersom gårsdagens pris er høy. Denne analysen bekrefter at logit modellen er i stand til å fange opp de typiske karakteristikene ved negative prishopp, men har utfordringer knyttet til å predikere ekstremt lave priser som utviser egenskaper som avviker fra verdiene i Tabell 9.

8.1.3. Handelsperiode 17

Tabell D.3 inneholder en oversikt over forklaringsvariabelene inkludert i modellene og tilsvarende signifikansnivå. Laggede priser var høyt korrelerte under denne handelsperioden og vi inkluderer kun en lag av gangen i Modell A og B og deretter variabelene som minimerer AIC kriteriet ved hver modell. Eksempelvis kan vi observere at Naturgass blir signifikant i Modell B, ettersom Lag (1) inkluderes istedenfor Lag (7). I Modell C unnlater vi å inkludere laggede priser for å undersøke modellenes evne til å predikere prishopp uten læringseffekten. Dette resulterer i at Volatilitet blir en signifikant driver, noe som kan ha sammenheng med at GARCH(1, 1) til en viss grad fanger opp læringseffekten fordi den er basert på et vektet gjennomsnitt. Brent og CO₂ er ikke signifikante for noen av modellene, derimot har Kull og Naturgass signifikant påvirkningskraft under de fleste. Dette kan ses i sammenheng med høyt reservoarnivå under forekomst av spikes (Tabell C.6) relativt til gjennomsnittlige nivåer for hele perioden og gir en **indikasjon på at vannreservene er i stand til å dekke mesteparten av etterspørselen i HP 17**. Med andre ord er det ikke behov for å generere kraft fra oljekondensering, ettersom etterspørselen ikke er tilstrekkelig høy i denne perioden.

Tabell 13: Modelling av sannsynligheten for prishopp under handelsperiode 17.

	AIC	BIC	Gjennomsnittlig treffsikkerhet	Gjennomsnittlig konfidensnivå
Modell A: Se Tabell X (handelsperiode 17)	84,66	116,94	62,7%	77,3%
Modell B: Modell A uten Lag (7), inkludert Gass og Lag (1)	90,03	127,69	58,2%	74,8%
Modell C: Modell A uten Lag (7), inkludert Gass og Volatilitet	89,96	127,62	60%	75,2%

Cutoff	True Positives			False Positives		
	Modell A	Modell B	Modell C	Modell A	Modell B	Modell C
0,1	23	23	22	28	29	27
0,2	21	22	21	13	13	13
0,3	21	19	20	8	7	7
0,4	19	17	17	4	5	5
0,5	16	15	17	4	5	3
0,6	15	13	14	2	2	3
0,7	11	10	10	1	2	3
0,8	10	7	8	1	1	1
0,9	5	5	6	1	1	1

Under denne handelsperioden forekom det totalt 25 spikes og ved den laveste grenseverdien predikerer Modell A 23 sanne og 28 falske prediksjoner, de andre modellene hadde tilnærmet like resultater ved denne grenseverdien. Resultatet varierer veldig for øvrige sannsynlighetsgrenser (Tabell D.7), hvorav Modell C i helhet har høyere treffsikkerhet og

konfidens enn Modell B. Dette indikerer at Volatilitet er en viktigere driver for sannsynligheten til å observere prishopp enn Lag (1) i HP 17. Derimot ser Lag (7) ut til å være blant de viktigste driverne under denne handelsperioden i tillegg til Vind- og Konsumprognoser, som er gjengangere i alle modellene. En mulig årsak til den relativt svake påvirkningen av gårsdagens priser i denne perioden er at prishoppene i HP 8 har en høyere tendens til å forekomme i klaser enn ved HP 17, se Tabell 7.

Aktører som ønsker å predikere flest mulig sanne og færrest mulig falske prishopp burde forholde seg til Modell A og C ved de høyeste grenseverdiene, siden disse modellene oppnår høyest konfidensnivå. Dersom vedkommende ikke har betydelige kostnader knyttet til prediksjoner av falske prishopp, er Modell A den beste løsningen. Videre er Modell A ganske effektivt relativt til de andre modellene ved ulike grenseverdier, med tanke på både total konfidens og treffsikkerhet. Vi utpeker Modell A som den mest effektive modellen for strømkonsumenter fordi den oppnår det samme og i mange tilfeller bedre resultater enn de andre modellene, ved bruk av færre variabler.

I likhet med HP 8 predikerer Modell A sanne prishopp (TP) ved lav vind og høy etterspørsel. Derimot ser vi at hydroenergi har motsatt påvirkning på evnen til å predikere sanne prediksjoner. I denne handelsperioden predikerer modellen sanne prishopp (TP) når vannmagasinene øker, men i HP 8 førte en reduksjon i reservoarnivåer til høyere treffsikkerhet. Videre predikerer modellen falske prishopp (FP) når kullprisen er høy og overser prishopp (FN) når Lag (7) er lav sammenliknet med verdiene for HP 17 under forekomst av spikes (Tabell 9). Dette er en bekreftelse på at logit modellen hovedsakelig fanger opp ekstreme priser som har typiske egenskaper av positive prishopp i denne handelsperioden og mislykkes i å predikere prishopp med karakteristikk som avviker fra verdiene representert i Tabell 9.

8.1.4. Oppsummering av Prediksjonsresultat

For handelsperiode 4 presterte Modell A best; ved HP 8 og HP 17 hadde Modell C og A den beste prediksjonsevnen. Dynamikken til sannsynlighetsmodellene i de ulike handelsperiodene har felles egenskaper med tanke på vind og konsum, i tråd med analysen under Kapittel 6.3.1. Vindkraft, konsum og laggede priser er de viktigste driverne i alle handelsperioder, ettersom de brukes i alle modellene.

Negative prishopp forekommer som oftest i volatile perioder og laggede priser fanger opp volatilitetsgrupperingen til en høy grad. Modell A i HP 4 overser prishopp ved lav vind/høy etterspørsel og volatilitet reduserer sannsynligheten for sanne prediksjoner ved høye

sannsynlighetsgrenser. Modellen ser ut til å ha vanskeligheter med å fange opp individuelle prishopp, men har høy prediksjonsevne når prisene forekommer i blokker. Videre ser modellen ut til å predikere falske prishopp når sekvensen av blokker avsluttes. Naturgass og CO₂ bidrar ikke signifikant og ekskludering av disse kan føre til høyere treffsikkerhet/konfidens på enkelte grenser, men dette vil redusere modellens helhetlige prediksjonsevne.

Inkludering/ekskludering av Brent/Lag (7) øker treffsikkerheten i HP 8 ved den laveste grenseverdien og evnen til å predikere sanne prishopp øker når verdien på Lag (1) er høy. Reservoarnivå er en viktig driver for positive prishopp, men modellene for HP 8 og HP 17 predikerer ulikt i forbindelse med reservoarnivå. Modell C (HP 8) predikerer TP i forbindelse med lav hydro og Modell A (HP 17) predikerer TP ved høye hydronivåer. Modell A (HP 17) predikerer falske prishopp når prisen på Kull er høy og modellen overser prishopp når forrige ukes pris er lav. Volatilitet er en viktigere driver enn Lag (1) i HP 17 ettersom fravær av sistnevnte øker modellens helhetlige evne.

Logit modellene predikerer ekstreme priser som har felles egenskaper med de respektive periodene under positive og negative prishopp, og lykkes ikke i å predikere høye/lave priser med utradisjonelle karakteristikk.

8.2. Estimerte Logit Koeffisienter

Nedenfor diskuterer vi koeffisientene til de utvalgte modellene fra forrige delkapittel, presentert i Tabell 14. Vi analyserer forklaringsvariabelenes påvirkning av sannsynligheten for å observere prishopp og faktorenes egenskaper ved sanne og falske prediksjoner. Resultatet til hver variabel vil bli diskutert separat og sammenliknet over handelsperiodene. Betakoeffisientene i Tabell 14 representerer log odds og kan ikke tolkes intuitivt. Derimot kan vi tolke koeffisientenes fortegn på samme måte som ved en klassisk lineær regresjon, eksempelvis vil en positiv koeffisient føre til en økning i sannsynligheten for at en hendelse skal inntreffe. Videre er det mulig å tolke omfanget til koeffisienten, men kun for samme variabel (Liao 1994). For eksempel ser vi at konsumprognoser har dobbelt så stor effekt på sannsynligheten for prishopp i HP 17, relativt til HP 4.

Tabell 14: Estimerte logit koeffisienter for de endelige modellene i HP 4 (Modell A), HP 8 (Modell C) og HP 17 (Modell A). Blanke celler indikerer at variabelen ikke var inkludert i regresjonen.

	HP 4	HP 8	HP 17
AIC	163,15	125,41	84,66
BIC	200,81	157,69	116,94
Lag (1)	-0,33 ***	0,07 ***	
Lag (7)			0,07 ***
Vindkraftprognose	0,001 ***	-0,001 ***	-0,002 ***
Konsumprognose	-0,0003 ***	0,0005 ***	0,0006 ***
Brent			
CO ₂	0,46 *		
Naturgass	8,41 *		
Kull			0,08 ***
Hydroenergi		-0,0001 ***	0,0001 ***
Volatilitet	1,08 *	2,09 ***	

*10% signifikansnivå **5% signifikansnivå ***1% signifikansnivå

8.2.1. Laggede priser

Laggede priser har signifikant påvirkningskraft i alle handelsperioder. Lag (1) har negativ effekt på sannsynligheten for prishopp under HP 4 og betyr at at en økning i gårsdagens pris reduserer sannsynligheten for negative prishopp. Lag (7) ville trolig hatt nærliggende påvirkningskraft som Lag (1) i denne handelsperioden ettersom korrelasjonen mellom disse var på 0,88. Omfanget av koeffisienten til Lag (1) i HP 4 er høyere enn for laggede priser i de øvrige handelsperiodene, noe som bekrefter at gårsdagens pris har størst effekt på sannsynligheten for negative prishopp. Dette er i samsvar med diskusjonen i Kapittel 6.3.1, hvor den autoregressive effekten var sterkest for Lag (1) i HP 4. I tråd med Fridolfsson og Tangerås (2009) finner vi ingen indikasjon på at produsenter manipulerer prisen, slik vi diskuterte under Kapittel 5.1, ettersom sensitiviteten (omfanget) ovenfor laggede priser er relativt lav i HP 8 og 17.

Lag (1) er ikke signifikant i HP 17, men den er signifikant i HP 8. Dette er overraskende ettersom korrelasjonen med spotprisen i tilsvarende handelsperioder var på henholdsvis 0,79 og 0,73. Dette kan ha sammenheng med at prisene i HP 17 har en høyere grad av snittrevertering relativt til HP 8, i tråd med resultatene fra ADF-testene under Vedlegg C, hvor gårsdagens pris har en høyere t-verdi i HP 17. Det vil si at prishoppene i HP 8 har en høyere tendens til å hope seg sammen og Lag (1) fanger opp denne effekten. Derimot er blokkene som tidligere nevnt, av kortere varighet i HP 17. Videre var korrelasjonen mellom Lag (7) og spotprisen relativt høy (0,61) under HP 17, noe som kan forklare hvorfor ukeseffekten er signifikant under denne perioden.

8.2.2. Prisvolatilitet

Fra signifikansnivåene vist i Tabell 14 ser vi at høy volatilitet øker sannsynligheten for å observere ekstreme priser i både HP 4 og HP 8; og at Volatilitet ikke er en signifikant prisdriver under handelsperiode 17, noe som tyder på at prisvariasjonen fanges godt nok opp gjennom de andre forklaringsvariabelene i denne perioden. Dette bryter med resultatet i Bunn et al. (2013) hvor volatiliteten var signifikant i under hele den øvre kvantilen. Dette bryter også med tidligere funn i denne studien hvorav volatiliteten i HP 17 er sterkere samvarierte med spotprisen enn i HP 8. Dermed viser resultatet at dynamikken i halene av distribusjonen ikke reflekteres godt nok gjennom karakteristikken i resten av distribusjonen. Videre ser vi av koeffisientenes omfang at volatiliteten har mer enn dobbelt så stor innvirkning på sannsynligheten i HP 8 sammenliknet med HP 4, noe som henger sammen med at spotprisen under forekomst av spikes i HP 8 har betydelig fetere haler, med kurtoseverdi på 29,5 (Tabell C.5), relativt til HP 4 hvor prisdistribusjonen ligger nærmere normalfordelingen. Dermed er det nærliggende å tro at volatiliteten er signifikant i HP 4 på grunn av evnen til å fange opp volatilitetsklaser, ettersom varigheten av blokker er høyere i denne perioden.

8.2.3. Reservoarnivå

Reservoarnivåene er ikke signifikante i HP 4, men har signifikant effekt under HP 8 og HP 17. Tradisjonelt sett fører en økning i vannreserver til en prisreduksjon og dette er tilfellet i HP 8; men ikke i HP 17, hvorav høyere reservoarnivå har en prisøkende effekt. Siden vannkraft hovedsakelig brukes som baselast i kraftproduksjonen, kan det motsigende resultatet i handelsperiode 8 og 17 henge sammen med et skift i merit-order kurven, hvorav vannkraftprodusenter justerer produksjonen for å samsvare med etterspørselen i HP 17. Konsumprognosene er høyere i HP 17 under forekomst av spikes og dersom etterspørselen er usedvanlig høy vil produsenter ha makt til å sette den prisen de ønsker og dermed drive prisen opp ved å holde igjen vannreservene. Den høye signifikansen av kull i HP 17 er en indikator på at det har forekommet et etterspørselsskift, ettersom dyrere kraftkilder ble tatt i bruk. Dette funnet bryter med resultatet i Gjolberg og Johnsen (2001) og viser at prisdynamikken i halene av prisdistribusjonen skiller seg fra sentraldistribusjonen.

8.2.4. Brenselpriser og CO₂

Høye gasspriser fører til en økning i sannsynligheten for negative prishopp i HP 4, noe som er overraskende ettersom spotprisen i denne perioden korrelerer positivt med prisen på naturgass (0,55). Vanligvis fører høyere gasspriser til en reduksjon i sannsynligheten for negative prishopp og det uvanlige funnet kan ha sammenheng med at høyere gasspriser driver produksjonen i retning av billigere kraftkilder. Ettersom kull er neste på merit-order kurven, er det naturlig at CO₂ prisen er signifikant som en reaksjon på økt bruk av karbonintensiv kullproduksjon.

Kull har en prisøkende effekt i HP 17 i tråd med tidligere analyser og er ikke en viktig driver for ekstreme priser i de andre handelsperiodene. Dette bryter med funnene i Hagfors et al. (2016b) hvorav kullprisen hadde signifikant prisreduserende effekt i venstre hale og var insignifikant ved høyre hale. Det er ikke overraskende at kull driver prisen opp ytterligere i Nord Pool siden den ofte brukes for å dekke økninger i etterspørselen.

Oljeprisen er ikke en signifikant driver under noen av handelsperiodene, ettersom oljekondensering kun brukes for å dekke etterspørselstopper. Derimot er det verdt å nevne at Brent er en signifikant driver under HP 8 ved fravær av Lag (7), noe som viser at prisvariansen fanges tilstrekkelig opp ved de andre fundamentalfaktorene, illustrert i Tabell D.2.

8.2.5. Prognosedata

Koeffisientene til vindkraftprognosene er høyt signifikant under alle handelsperiodene. Under HP4 vil høy vindkraftproduksjon føre til økt sannsynlighet for negative prishopp, ettersom denne koeffisienten er positiv. Dette forteller oss at introduksjon av vindkraft (med lave marginalkostnader) erstatter dyrere kraftkilder og bidrar til å presse allerede lave priser enda lengere ned. Fortegnet er negativt i både HP 8 og HP 17, ettersom lave vindprognoser vil øke sannsynligheten for å observere positive prishopp. Dette fører til at høyere vindprognoser bidrar med å redusere pristopper og stabiliserer prisene på et lavere nivå. Koeffisienten er størst i HP 17, noe som indikerer at prisene i denne perioden er høyere eksponert mot forandringer i vindkraftprognoser.

Konsumprognoser er i likhet med vindkraft høyt signifikant under alle handelsperiodene, men positive prishopp er mer sensitive til endringer i etterspørsel enn ved negative prishopp (HP 4). Høy etterspørsel øker sannsynligheten for pristopper i HP 8 og HP 17 og har motsatt effekt i HP 4, i samsvar med resultatet til Hagfors et al. (2016b). Omfanget av korrelasjonskoeffisientene i Tabell 7 støtter opp om at etterspørsel har større innvirkning på positive prishopp, men viser

ikke at innvirkningen er størst i HP 17. Logit modellen fanger opp denne effekten og viser at prisdynamikken er forskjellig enn det som indikeres av normalfordelingen.

8.2.6. Oppsummering

Innvirkningen av Lag (1) var størst om natten og insignifikant på ettermiddagen. Lag (7) var kun signifikant i HP 17, men omfanget var like stort som i HP 8. Prisvolatiliteten har en prisøkende effekt om morgenen og en prisreduserende effekt på nattestid, men har ingen innvirkning på ettermiddagen. Reservoarnivåene hadde som forventet en prisdempende effekt i HP 8 og uventet prisøkende effekt i HP 17. Påvirkningskraften til Kull er begrenset til ettermiddagen og Naturgass hadde til vår overraskelse prisreduserende effekt på nattestid. Co₂-prisen hadde i tråd med våre analyser prisreduserende effekt i HP 4, men var ikke signifikant for positive prishopp. Brent var ikke en signifikant driver i noen av handelsperiodene, ettersom den samme informasjonen reflekteres gjennom andre variabler. Etterspørselsprognoser har større innvirkning på sannsynligheten for positive sprang og vindprognoser påvirker HP 17 i større grad enn HP 8. Både vind- og konsumprognoser er høyt signifikante under alle handelsperioder.

9. Out-of-sample test

Fordi ekstremobservasjonene hovedsakelig er konsentrert under 2013 og 2015 som vist i Tabell 15 under, vil det ikke være hensiktsmessig å kontrollsjekke modellene på tradisjonelt vis. Derfor bruker vi handelsperioder med liknende egenskaper for å backteste modellenes prediksjonsevne. Som diskutert i Kapittel 6.2.2 forekommer prishopp i intradaglige blokker, noe som betyr at de ekstreme prisobservasjonene innenfor en enkelt dag har mange likhetstrekk. Vi måler handelsperiode 4 opp mot HP 3; handelsperiode 8 og 17 med henholdsvis HP 9 og 16. Etter metoden i Hagfors et al. (2016b) tester vi in-sample resultatet ved å modellere koeffisientene på den respektive handelsperioden out-of-sample og analyserer om resultatet avviker fra det opprinnelige. Nærliggende prediksjonsevner vil være en indikasjon på modellens helhetlige prestasjon og kan dermed brukes som et verktøy for risikostyring av elektrisitetsprisen i liknende handelsperioder. I påfølgende avsnitt vil vi sammenlikne handelsperiodene in- og out-of-sample. Vi unnlater å drøfte variabler som ikke var signifikante for den respektive handelsperioden in-sample, ettersom vi kun bruker de samme variabelene i modelleringen out-of-sample.

Tabell 15: Den årlige fordelingen av ekstreme prisobservasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	2013	2014	2015	2016	2017	Total
<i>Negative spikes</i>	8	19	326	0	0	353
<i>Positive spikes</i>	107	10	8	50	5	180

En sammenlikning mellom HP 3 og HP 4 viser mange fellestrekk. Gjengitt i Tabell E.2 var det 57 negative prishopp i HP 4, sammenliknet med 54 i HP 3. Gjennomsnittsverdiene til forklaringsvariabelene er tilnærmet like både generelt for handelsperiodene og under forekomst av spikes (Tabell E.2). Negative prishopp forekommer som forventet i samsvar med lav etterspørsel og høye vindprognoser. Det eneste som skiller seg betydelig ut er at volatiliteten under forekomst av spikes er høyere i HP 4, noe som indikerer at volatilitet ikke er en like viktig prisdriver out-of-sample. I Tabell 16 nedenfor ser vi at laggede priser har omtrent samme korrelasjoner med spotprisen under HP 3 og HP 4, noe som tyder på at volatiliteten hopper seg opp i like høy grad i begge perioder, som følge av at prishopp forekommer i påfølgende sekvenser.

Det forekommer 26 prishopp i HP 9 sammenliknet med 36 under HP 8. Handelsperiodene deler mange av de samme egenskapene under forekomst av spikes, med unntak av at volatiliteten er betydelig høyere i HP 8. Verdiene for kurtose og skjevhet var tilnærmet like for spotprisen under begge handelsperiodene, men vi kan observere at variasjonsbredden var større i HP 8 med en maksimumverdi på €200/MWh, relativt til €170/MWh i HP 9. Videre er det verdt å merke seg at eksess kurtosen generelt var høyere for prisen under HP 8, noe som indikerer at halene er tykkere. Dette kan også skyldes at det forekom 10 flere prishopp i HP 8. Verdiene til brenselprisene, CO₂-avgiften og hydroenergi er tilnærmet like under forekomst av spikes i begge perioder.

Tabell 16: Korrelasjoner mellom spotprisen og laggede priser under ulike handelsperioder.

	HP 3	HP 4	HP 8	HP 9	HP 16	HP 17
<i>Lag (1)</i>	0,95	0,95	0,73	0,78	0,83	0,79
<i>Lag (7)</i>	0,87	0,88	0,32	0,66	0,71	0,61

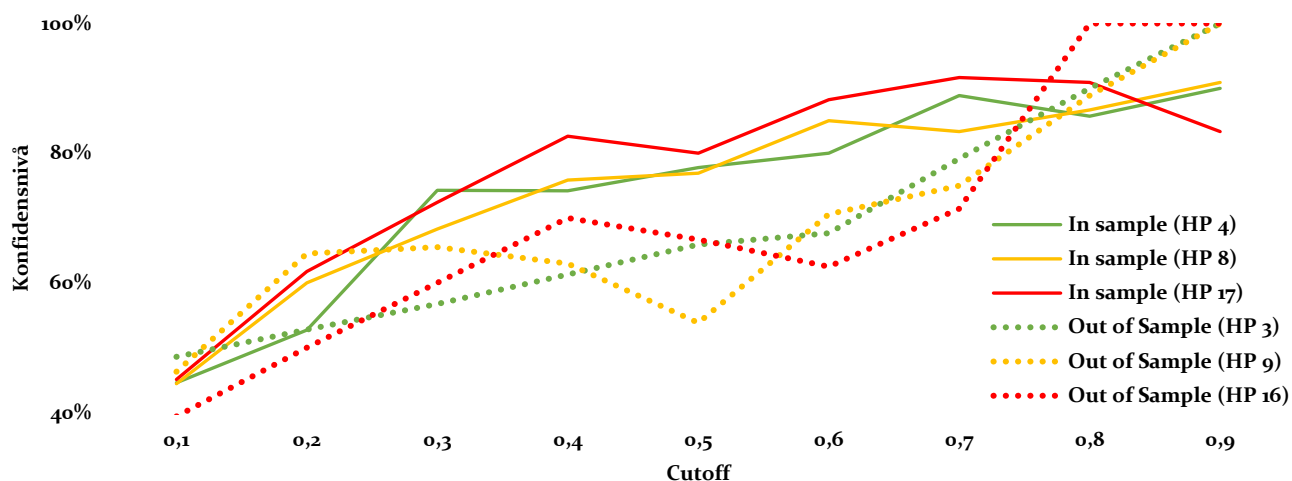
Det inntraff 10 færre prishopp i HP 16 relativt til HP 17. Kurtoseverdiene er på 3,22 og 8,52, respektivt for handelsperiodene under forekomst av spikes og viser at halene er tykkere i HP 17. Dette bekreftes videre av maksimumverdiene på henholdsvis €150/MWh og €200/MWh for handelsperiode 16 og 17. Den beskrivende statistikken til vind og konsum er omtrent like og vil trolig ha samme utslag på resultatet out-of-sample. Reservoarnivåene er omtrent like høye, vi forventer dermed en prisøkende effekt på sannsynligheten for positive prishopp, i tråd med resultatet in-sample.

Resultatet for modellering av forklaringsvariabelene in- og out-of-sample er presentert i Tabell E.1. I handelsperiode 3 ser vi at etterspørselen har lavere signifikansnivå, i samsvar med høyere etterspørsel i denne perioden. Som tidligere nevnt forekommer negative prishopp i forbindelse med lav etterspørsel. Videre kan dette forklare hvorfor Gass har høyere signifikansnivå i denne perioden, ettersom uforventede sjokk i etterspørselen imøtekommes med gassdrevne produksjonskilder. Dermed er det naturlig at CO₂ prisen har lavere signifikans i HP 3, ettersom naturgass erstatter mer karbonintensive produksjonskilder. Omfanget til volatiliteten i HP 3 var betydelig lavere enn HP 4, noe som kan forklare hvorfor den ikke er signifikant under førstnevnte handelsperiode. Videre ser vi at fortegnet på koeffisienten er negativ, noe som betyr at volatiliteten reduserer sannsynligheten for negative prishopp i HP 3. Prediksjonsresultatet for disse periodene viser at in-sample modellen var mer treffsikker ved alle grenseverdier utenom 0,7. Out-of-sample modellen hadde derimot høyere konfidensnivå ved øvre og nedre grenser. Modellen i HP 3 oppnår en høyere kombinasjon av konfidens og treffsikkerhet ved høyere grenseverdier, men in-sample modellen oppnår en høyere kombinasjon ved lavere grenseverdier. Forskjellene er derimot ikke veldig store, men in-sample modellen presterer i alt bedre. Resultatet for konfidensnivå og treffsikkerhet er illustrert i Figur 6 og 7. Kort sagt kan vi si at prisdynamikken er veldig lik i disse periodene, med unntak av volatilitetens påvirkning.

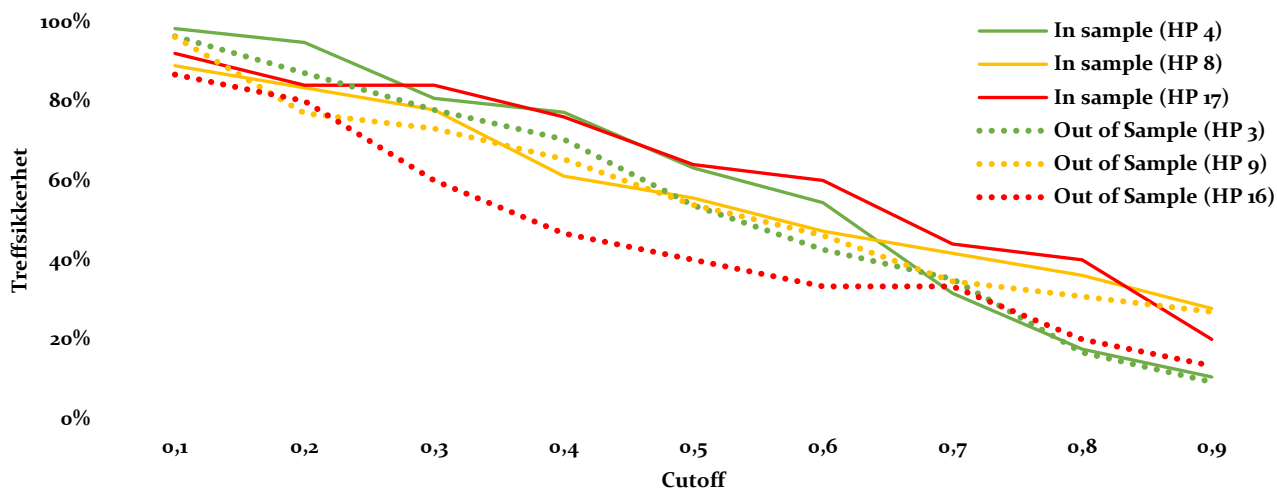
Koeffisientestimatene i HP 9 skiller seg fra in-sample modellen ved at Lag (1) og Vind har større påvirkningskraft på prisen som vist av koeffisientenes omfang i Tabell E.1. Årsaken til at vind hadde høyere signifikans i HP 8 kan ses i sammenheng med at risikoen for ekstremhendelser var større i denne perioden. Volatiliteten er ikke signifikant under HP 9; ikke overraskende ettersom den gjennomsnittlige volatiliteten var betydelig lavere out-of-sample under forekomst av spikes. Volatilitetens insignifikans i denne perioden kan være en mulig forklaring på hvorfor Lag (1) er større i omfang i HP 9, i tråd med tidligere funn (Kapittel 8.1.3) om at prisvariasjonen fanges tilstrekkelig opp av forsinkede priser ved fravær av volatilitet. Gjengitt i Figur 6 og 7 presterer in-sample modellen bedre med tanke på både treffsikkerhet og konfidensnivå. Den marginale treffsikkerheten er omtrent lik for begge modeller, men in-sample modellen har betraktelig

høyere konfidens på de fleste grenseverdiene. Modellene presterer i helhet ganske likt, ettersom summen for treffsikkerhet og konfidens avviker lite fra hverandre for modellene in- og out-of-sample.

Figur 6: Sammenlikning av modellenes konfidensnivå in-sample og out-of-sample



Figur 7: Sammenlikning av modellenes treffsikkerhet in-sample og out-of-sample



De fleste variabelene i handelsperiode 16 har lavere signifikansnivå relativt til in-sample modellen, men variabelenes innvirkning på sannsynligheten er omtrent den samme, se Tabell E.1. Vi legger merke til at vindprognoser påvirker prisen i mindre grad i HP 16 relativt til HP 17, ettersom andre forklaringsvariabler har større effekt. Koeffisienten til Hydro viser at reservoarnivåer har dobbelt så stor innvirkning på sannsynligheten for å observere prishopp i

denne perioden. Prediksjonsresultatet for HP 16 og HP 17 viser at in-sample modellen har betydelig bedre treffsikkerhet og konfidens, som illustrert i Figur 7. Out-of-sample modellen (HP 16) fanger opp 87% av alle prishopp ved den laveste grenseverdien, relativt til 92% in-sample. Ved grenseverdier høyere enn 0,4 overser out-of-sample modellen flere prishopp enn den klarer å fange, noe som betyr at modellen har mindre enn 50% treffsikkerhet (relativt til 70% i HP 17) ved øvrige grenseverdier. Dette viser at prisdynamikken i HP 17 avviker betydelig fra HP 16. Vi gjennomførte en skyggeanalyse for å undersøke om HP 18 produserer ulike resultater, men analysen bekrefter funnene i HP 16 ved at in-sample modellen (HP 17) ikke kan brukes i andre handelsperioder. Ettersom det ikke er en merkbar forandring i prediksjonsevnen fra HP 16 til HP 18, konkluderer vi med at det er ulike prisdrivere i halene av handelsperiodene på ettermiddagen. Her er det viktig å nevne at det var relativt få ekstreme prisobservasjoner i HP 16 og HP 18, og en enkelt sann/falsk prediksjon vil gi høyt utslag på resultatet.

10. Konklusjon

I denne studien modellerer vi fundamentalvariabelenes evne til å predikere prishopp for elektrisitetsprisen på Nord Pool ved bruk av logit modeller. Vi gjør dette for å 1) identifisere driverne av prishopp under ulike handelsperioder og 2) evaluere om logit modeller er gode prognoseverktøy til dette formålet. Resultatet viser at prisdynamikken er svært annerledes for positive og negative prishopp, samt ved positive ekstremobservasjoner på ulike tider av døgnet. Det er ulike drivere i hver handelsperiode og omfanget av påvirkningskraften varierer for variabelene som er felles for de ulike modellene, ettersom innvirkningen av prisdrivere påvirker handelsperiodene ulikt og ofte bryter med tradisjonell forskning som baseres på sentralfordelingen.

Autoregressive effekter er blant de viktigste driverne på Nord Pool; gårsdagens pris er signifikant i HP 4 og HP 8, men har størst innvirkning på negative priser. Den syvende laggen har samme innvirkning på prisen i HP 17 som Lag (1) hadde i HP 8, noe som indikerer at prisene har en høyere tendens til å klumpe seg sammen under sistnevnte periode. Prisvolatiliteten var signifikant i HP 8 og insignifikant under HP 17, noe som er naturlig ettersom prisen i HP 17 er mer stabil under forekomst av spikes. Volatiliteten er også signifikant i HP 4 og har samme effekt i begge haler og driver ekstreme priser ytterligere utover.

Vi ønsker å minne leseren om at verdiene til vind- og etterspørsel er basert på prognosedata, ettersom disse til tider kan avvike fra realiserte verdier. Konsumprognoser var i likhet med

vindprognoser en viktig prisdriver i alle handelsperiodene. Etterspørselsprognoser har en større innvirkning på sannsynligheten for positive prishopp, og resultatene er i tråd med våre antakelser og tidligere analyser om prisreduserende effekt om natten og prisøkende effekt om morgenen og på ettermiddagen. Fossile brensler påvirker de ulike halene forskjellig; gassprisen hadde en prisreduserende effekt i HP 4, noe som strider imot tidligere forskning. Det uforventede funnet kan ses i forbindelse med at vi studerer de ytterste delen av prisfordelingen. Videre hadde CO₂-prisen samme effekt på prisen som naturgass i HP 4. Kull var bare signifikant i HP 17 ettersom denne perioden var forbundet med høy etterspørsel.

Hydroreservoarene hadde signifikant effekt i handelsperiodene med positive prishopp, men hadde motstridende resultater. I HP 8 reduserte reservoarnivåene som forventet pristopper, men hadde motsatt effekt i handelsperiode 17. Det samme resultatet fant vi out-of-sample ved to andre handelsperioder med liknende egenskaper som HP 17. Olje var en irrelevant prisdriver i alle handelsperioder, ettersom andelen fossile brensler er ganske lav og oljeproduksjon er plassert ytterst på merit-order kurven.

Helhetlig sett bekrefter analysen at prisdynamikken i halene til tider bryter med tradisjonelle antakelser og tidligere forskning. Ekstremobservasjonene i begge haler er hovedsakelig drevet av vind, etterspørsel, volatilitet og autoregressive effekter. Det virker som mye av den potensielle påvirkningen fra brenselprisene er balansert av den store kapasiteten til hydroreservoarer. Vi finner allikevel tegn på at hydroreservene ikke dekker all etterspørselen tilstrekkelig, ettersom fossile kraftkilder til tider har signifikant effekt.

En grundig forståelse av prisdynamikken av ulike handelsperioder er viktig for markedsaktører som ønsker å forvalte risikoen forbundet med å handle på Nord Pool. Produsenter kan dra nytte av funnene i denne studien ved at de bedre kan planlegge investeringer i dette markedet, samt utvikle prissikringsstrategier. Videre vil det bidra positivt til planlegging og drift av strømmettet og for investorer som ønsker å utvide porteføljen sin til å inkludere elektrisitet.

De estimerte modellene i HP 4 og HP 8 er i stand til å forutse ekstreme priser ganske effektivt, derimot viser resultatet out-of-sample at HP 17 har unike prisdrivere som ikke kan brukes for å modellere andre handelsperioder. Med tanke på at vi brukte en veldig høy threshold (99%) for å definere ekstreme priser på oppsiden, er det naturlig at enkelte handelsperioder har unike trekk og egenskaper som må modelleres separat. Veldig høye ekstremgrenser har ulempen av færre ekstreme priser og HP 17 hadde det minste antallet ekstreme observasjoner i halen, relativt til de andre handelsperiodene. En måte å løse dette på er å senke thresholdverdien, men dette skjer da på bekostning av halemodelleringen i de andre handelsperiodene, ettersom det vil øke

antall observasjoner i halene. Dermed vil man ikke få en sann representasjon av risikoen for haletap i hver handelsperiode. En bedre løsning kan være å anvende EVT for å definere halen(e) i hver handelsperiode separat, ettersom prisdynamikken er forskjellig i hver periode.

Resultatet viser videre at at logit modeller er gode verktøy til å vurdere innvirkningen av fundamentalvariabler på sannsynligheten for prishopp. Sannsynlighetsmodellene er i stand til å identifisere og kvantifisere disse driverne for både negative og positive prishopp, og kan dermed være et mektig verktøy for risikostyring. Fordelen av å bruke logit modeller er at de er enkle å estimere og kan raskt justeres for å tilfredsstille ulike preferanser. Ved å endre sannsynlighetsgrensen kan brukeren tilrettelegge modellens evne til å predikere prishopp med høy treffsikkerhet eller høy konfidens.

Som vi var gjennom under beskrivelsen av handelsperiodene observeres positive prishopp hovedsakelig når etterspørselsprognoser er høye og vindprognoser er lave, i tillegg til høye laggede priser. Logit modellene bekrefter denne dynamikken, men viser at læringseffekten målt gjennom laggede priser påvirker positive priser ulikt. Gårsdagens pris var en signifikant driver i HP 8 og Lag (7) hadde ikke signifikant effekt i den endelige modellen. I HP 17 var tilfellet omvendt, der Lag (7) var en signifikant prisdriver og gårshagens pris ikke hadde effekt. Dette forklares med at prisene i HP 17 utviser tynnere haler under forekomst av spikes, samt ved at prishoppene har en høyere tendens til å revertere tilbake til et langtidsgjennomsnitt under denne perioden.

Negative priser på den andre siden drives hovedsakelig av høy vind i kombinasjon med lav etterspørsel, samt gårshagens pris. Modell C i HP 4 presterer betydelig dårligere enn de andre modellene ved fravær av Lag (1), noe som bekrefter at gårshagens pris er i stand til å fange opp den autoregressive effekten ved negative prishopp. Inkludering av Naturgass fører til at Modell A predikerer et høyere antall sanne prediksjoner med relativt høy konfidens, noe som er av høy relevans for produsenter. Gass og Kull har omtrent den samme effekten på prediksjonsresultatet, men det er verdt å nevne at modellen som inkluderer gass har høyere konfidens ved høyere grenseverdier. Den ekstreme prisdynamikken innen en enkelt handelsperiode fanges effektivt opp gjennom logit modellene. Identifisering av hoveddriverne bak ekstreme priser er et nyttig redskap for risikostyring.

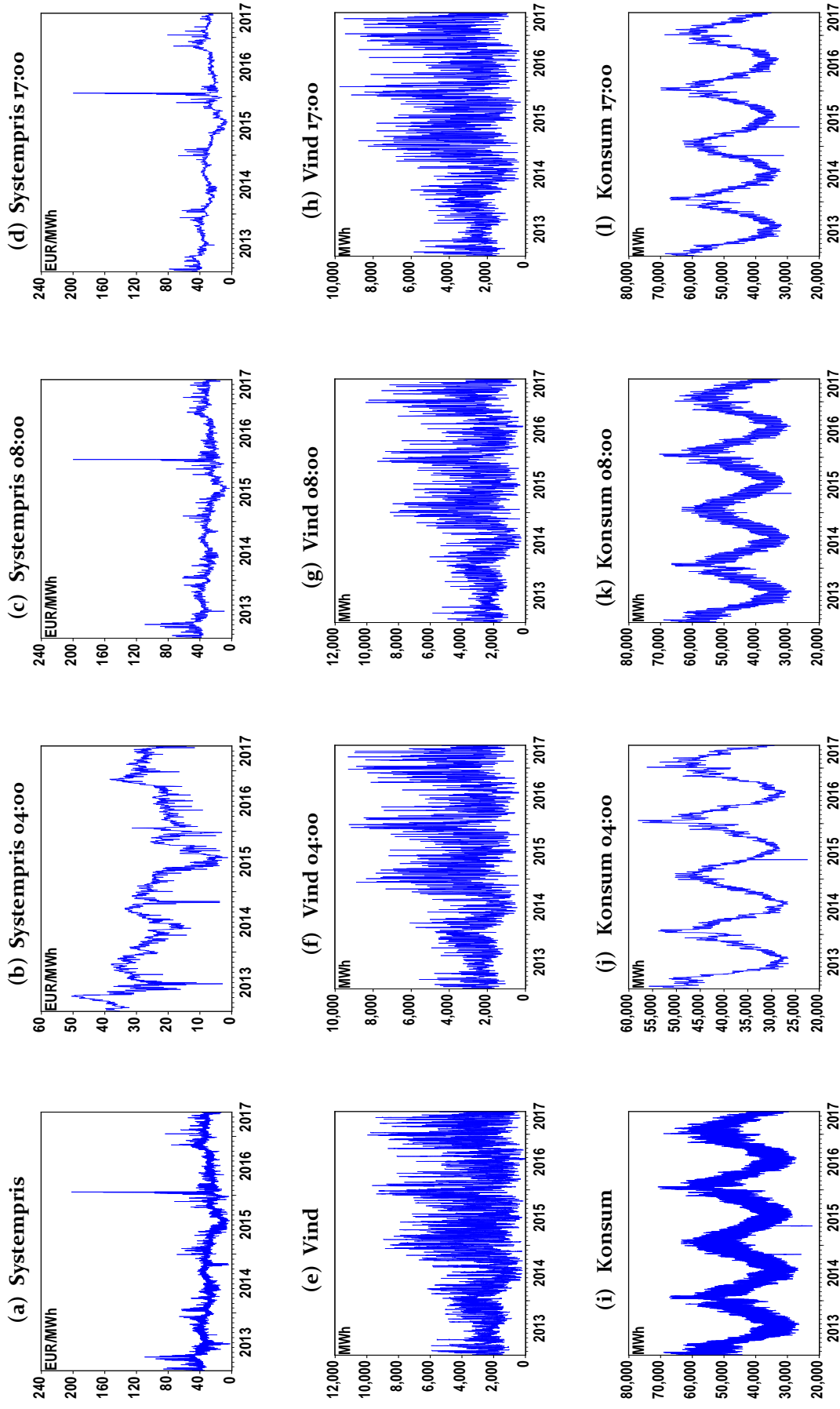
10.1. Videre Arbeid

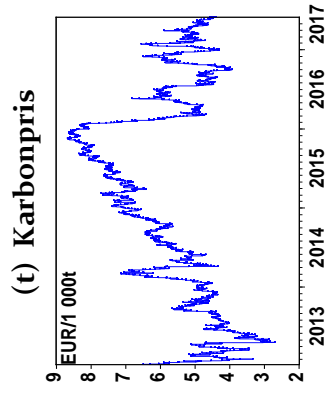
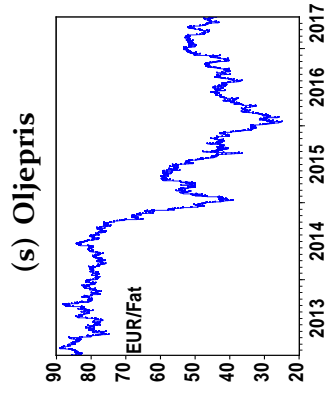
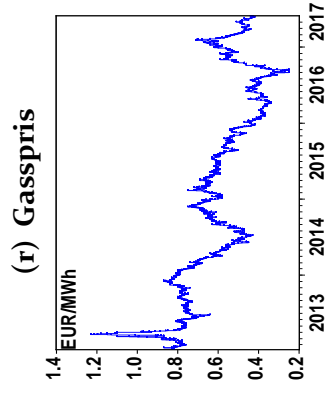
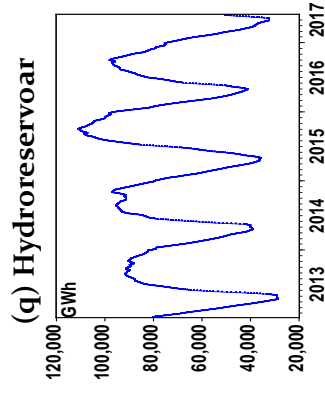
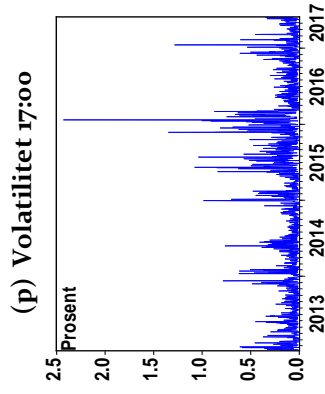
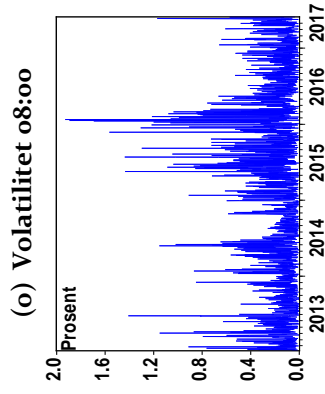
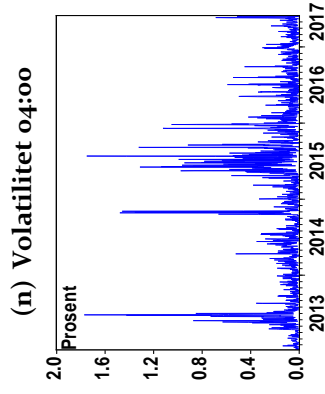
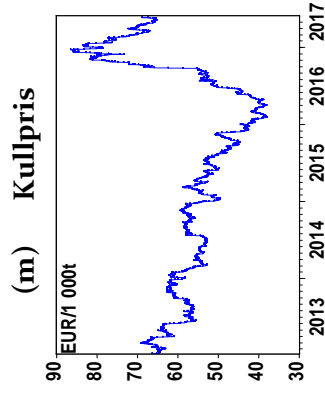
Det er mange muligheter til å utvide denne studien. En ide er å utføre sensitivitetsanalyser for å undersøke hvordan forandringer i fundamentalvariabler påvirker prisdistribusjonen i ulike handelsperioder. Videre kan studien utvides til å inkludere flere handelsperioder og nye variabler. En annen mulighet er å analysere regionsvise priser for å undersøke effekten av fundamentalvariabelenes påvirkning av ulike områder, ettersom ulike drivere vil påvirke forskjellige markeder ulikt. Ettersom det nordiske kraftmarkedet integreres med EPEX er det hensiktsmessig å studere hvordan endringer i fornybare kilder vil påvirke prisdynamikken på de nordiske og tyske markedene. En annen ide er å sammenlikne elektrisitetsmarkeder ettersom EPEX og Nord Pool skal integreres i fremtiden. Ulike økonometriske metoder kan bli brukt for å vurdere markedsdynamikken på Nord Pool for å bekrefte resultatet i denne studien. Et eksempel vil være å utvide EVT metoden til å filtrere prisene ved AR-GARCH metoden, i henhold til metoden i Paraschiv et al. (2016) og Byström (2005). Videre kan studien utvides til å inkludere flere handelsperioder.

Vedlegg A: Beskrivelse av fundamentalvariabelene

Variabel (enhet)	Beskrivelse	Datakilde	Frekvens
Laggede spot priser (EUR/MWh)	Systemprisen forsinkes med 1 og 7 tradingdager	Nord Pool Spot	Timevis (7 dager)
Forventet Vindkraft (MWh)	Forventet vindkraft i Sverige og Danmark	Nord Pool Spot	Timevis (7 dager)
Forventet Konsum (MWh)	Forventet konsum for alle landene i det nordiske markedet	Nord Pool Spot	Timevis (7 dager)
Prisvolatilitet (EUR/MWh)	Systemprisens realiserte volatilitet modelleres etter GARCH(1,1) metoden	Nord Pool Spot	Timevis (7 dager)
Oljepris (EUR/fat)	Sluttprisen på frontkontrakten til ICE Brent Råoljefutures dagen før elektrisitetsprisauksjonen.	Bloomberg (CO1 Comdty)	Daglig (5 dager)
Gasspris (EUR/MWh)	Sluttprisen på NBP Day Ahead Naturgass (UK) spotpris dagen før elektrisitetsprisauksjonen.	Bloomberg (NBPGDAH)	Daglig (5 dager)
Kullpris (EUR/1,000 t)	Sluttprisen på frontkontrakten til ICE (månedlig auksjonering) kullfutures med fysisk levering i Rotterdam, dagen før elektrisitetsprisauksjonen.	Bloomberg (XA1)	Daglig (5 dager)
Karbonpris (EUR/1,000 t)	Sluttprisen på frontkontrakten til ICE EUA Futures. En kontrakt gir deg rett til å slippe ut ett tonn karbondioksid (CO ₂).	Quandl (ICE EUA Futures (C))	Daglig (5 dager)
Hydroreservoar (GWh)	Reservoarnivå for Norge, Sverige og Finland. Utgis hver onsdag.	Nord Pool Spot	Ukentlig data

Vedlegg B: Forklaringsvariabelenes tidsserier





Vedlegg C: Beskrivende statistikk (in-sample)

Tabell C.1: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 4**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	25,1	2 993	38 163	0,11
Standardavvik	8,2	1 727	7 087	N/a
E.Kurtose	0,5	1,1	-1,0	26,06
Skjevhet	-0,2	1,1	0,2	4,48
Minimum	1,2	325	22 428	0,00
Maksimum	50,5	9 335	58 082	1,77

Tabell C.2: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 8**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	32,3	2 931	46 719	0,18
Standardavvik	11,7	1 763	8 825	N/a
E.Kurtose	29,5	1,0	-0,7	11,68
Skjevhet	2,8	1,1	0,2	2,89
Minimum	2,6	139	28 703	0,00
Maksimum	200,0	10 085	70 394	1,93

Tabell C.3: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 17**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	31,3	3 099	46 992	0,11
Standardavvik	11,6	1 781	8 886	N/a
E.Kurtose	39,8	0,7	-1,0	37,90
Skjevhet	3,6	1,0	0,3	4,57
Minimum	5,0	255	26 215	0,00
Maksimum	199,9	9 771	69 984	2,43

Tabell C.4: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 4. Totalt 57 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	5,0	6,9	9,4	3 443	30 988	87 110	51,4	0,60	52,0	7,55	0,49
Standardavvik	1,2	3,5	6,1	2 039	2 912	15 315	8,9	0,05	3,1	0,78	N/a
E. Kurtose	0,6	1,0	2,1	0,7	1,8	-0,5	1,5	6,25	2,3	9,67	0,03
Skjevhet	-0,5	1,3	1,5	1,0	1,5	-0,8	0,7	-2,22	-1,1	-2,87	1,04
Minimum	1,2	1,2	1,2	673	26 433	53 027	33,7	0,42	43,0	4,26	0,02
Maksimum	7,1	16,5	28,1	9 279	39 595	109 265	77,2	0,68	57,8	8,48	1,75

Tabell C.5: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 8. Totalt 36 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	75,6	64,7	52,6	2 123	62 520	60 864	68,9	0,76	59,2	5,25	0,44
Standardavvik	24,3	29,4	18,5	754	5 771	22 586	22,6	0,21	9,4	1,23	N/a
E. Kurtose	20,2	12,5	1,6	-0,2	-1,2	-1,5	-0,5	-0,1	-0,1	0,3	1,7
Skjevhet	4,1	2,8	0,9	0,6	-0,4	-0,1	-1,2	-0,3	-1,0	0,8	1,6
Minimum	59,7	23,2	15,5	758	52 587	29 142	25,5	0,39	41,5	3,45	0,00
Maksimum	200,0	200,0	109,6	3 774	70 394	101 358	88,5	1,23	76,4	8,54	1,89

Tabell C.6: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 17. Totalt 25 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	81,3	65,3	51,2	1 953	65 365	78 821	58,2	0,65	59,9	5,91	0,44
Standardavvik	32,1	28,0	15,7	624	3 357	10 706	25,4	0,18	14,0	1,15	N/a
E. Kurtose	8,5	4,3	1,4	1,3	-0,7	4,3	-1,9	-1,7	-0,9	0,02	-0,1
Skjevhet	2,9	1,6	1,0	0,7	-0,6	-1,2	-0,1	-0,2	0,1	0,04	0,9
Minimum	59,7	27,0	25,7	826	58 056	43 442	25,5	0,39	41,4	3,45	0,00
Maksimum	199,9	160,0	95,0	3 717	69 948	101 357	84,8	0,87	83,9	8,54	1,35

Tabell C.7: Teststatistikker for **hele datasettet**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like verdier som spotprisen, volatilitet er ikke inkludert fordi den modelleres spesifikt for hver handelsperiode. *** 1% signifikans. Totalt 38 496 timevise observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂
ADF (2)	-37,11	-9,21	-13,06	-4,22	-1,16	-2,30	-1,29	-2,15
Signifikans	***	***	***	***				
Q (1)	36 344	38 222	37 511	38 497	38 493	38 483	38 493	38 479
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***
Q (7)	196 230	344 390	199 990	269 460	269 340	269 050	269 350	268 970
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***
Jarque-Bera	297 376	8 366	1 147	2 796	3 780	881	2 783	1 876
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***

Tabell C.8: Teststatistikker for **handelsperiode 4**. Totalt 1 604 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
ADF (2)	-4,65	-4,63	-4,56	-14,67	-3,60	-4,22	-1,16	-2,30	-1,29	-2,15	-14,72
Signifikans	***	***	***	***	***	***					***
Q (1)	1 439	1 140	1 443	511	1 546	1 605	1 601	1 590	1 601	1 587	355
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Q (7)	9 040	9 046	9 079	1 219	9 927	11 138	11 107	10 740	11 040	10 745	1 150
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Jarque-Bera	32	32	33	427	78	116	157	36	115	78	> 32
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***

Tabell C.9: Teststatistikker for **handelsperiode 8**. *** 1% signifikans. Totalt 1 604 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
ADF (2)	-9,93	-9,92	-9,89	-14,88	-7,55	-4,22	-1,16	-2,30	-1,29	-2,15	-18,14
Signifikans	***	***	***	***	***	***					***
Q (1)	864	865	865	504	1 149	1 605	1 600	1 590	1 601	1 587	23 957
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Q (7)	3 717	3 722	3 725	1 147	6 503	11 138	11 107	10 740	11 040	10 745	571
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Jarque-Bera	59 951	59 815	59 904	384	42	116	157	36	115	78	> 1 000
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***

Tabell C.10: Teststatistikker for **handelsperiode 17**. *** 1% signifikans. Totalt 1 604 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
ADF (2)	-10,48	-10,45	-10,42	-15,04	-4,61	-4,22	-1,16	-2,30	-1,29	-2,15	-16,05
Signifikans	***	***	***	***	***	***					***
Q (1)	997	998	999	483	1 484	1 605	1 601	1 590	1 601	1 587	195
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Q (7)	4 618	4 625	4 642	1 029	9 414	11 138	11 107	10 740	11 040	10 745	567
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***
Jarque-Bera	> 1 000	> 1 000	> 1 000	304	91	116	157	36	115	78	> 1 000
Signifikans	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***	***

Tabell C.11: Korrelasjoner mellom alle variabelene i datasettet. Volatilitet er ikke inkludert fordi den modelleres spesifikt for hver handelsperiode. Totalt 38 496 timevise observasjoner per dataserie.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂
Elspot	1,00									
Lag (1)	0,88	1,00								
Lag (7)	0,80	0,78	1,00							
Vind	-0,19	-0,11	,001	1,00						
Konsum	0,42	0,39	0,37	0,23	1,00					
Hydro	-0,12	-0,13	-0,16	-0,01	-0,17	1,00				
Brent	0,47	0,47	0,48	-0,24	-0,12	-0,12	1,00			
Gass	0,50	0,49	0,50	-0,05	0,19	-0,12	0,74	1,00		
Kull	0,46	0,46	0,47	0,12	0,21	-0,16	0,31	0,37	1,00	
CO ₂	-0,48	-0,48	-0,50	0,16	0,04	0,33	-0,42	-0,20	-0,40	1,00

Tabell C.12: Korrelasjoner mellom forklaringsvariabelene i handelsperiode 4.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Elspot	1,00										
Lag (1)	0,95	1,00									
Lag (7)	0,88	0,88	1,00								
Vind	-0,18	-0,10	0,01	1,00							
Konsum	0,36	0,34	0,31	0,27	1,00						
Hydro	-0,19	-0,19	-0,24	0,01	-0,28	1,00					
Brent	0,52	0,52	0,52	-0,26	-0,15	-0,12	1,00				
Gass	0,55	0,55	0,55	-0,06	0,20	-0,12	0,74	1,00			
Kull	0,54	0,54	0,55	0,12	0,24	-0,16	0,31	0,37	1,00		
CO ₂	-0,53	-0,53	-0,55	0,17	0,02	0,33	-0,42	-0,20	-0,40	1,00	
Vol	-0,46	-0,46	-0,32	0,16	-0,22	0,07	-0,09	-0,05	-0,14	0,19	1,00

Tabell C.13: Korrelasjoner mellom forklaringsvariabelene i handelsperiode 8.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Elspot	1,00										
Lag (1)	0,73	1,00									
Lag (7)	0,32	0,57	1,00								
Vind	-0,21	-0,11	0,05	1,00							
Konsum	0,47	0,36	0,38	0,24	1,00						
Hydro	-0,15	-0,16	-0,19	0,01	-0,19	1,00					
Brent	0,36	0,37	0,37	-0,22	-0,11	-0,12	1,00				
Gass	0,42	0,41	0,41	-0,02	0,21	-0,12	0,74	1,00			
Kull	0,35	0,35	0,35	0,12	0,20	-0,16	0,31	0,37	1,00		
CO ₂	-0,40	-0,41	-0,43	0,16	0,04	0,33	-0,42	-0,20	-0,40	1,00	
Vol	0,08	0,02	-0,07	-0,04	0,12	-0,05	-0,16	-0,09	-0,17	0,12	1,00

Tabell C.14: Korrelasjoner mellom forklaringsvariabelene i handelsperiode 17.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Elspot	1,00										
Lag (1)	0,79	1,00									
Lag (7)	0,61	0,62	1,00								
Vind	-0,19	-0,10	0,07	1,00							
Konsum	0,46	0,43	0,40	0,24	1,00						
Hydro	-0,02	-0,03	-0,07	-0,03	-0,10	1,00					
Brent	0,33	0,33	0,33	-0,23	-0,14	-0,12	1,00				
Gass	0,40	0,40	0,40	-0,06	0,21	-0,12	0,74	1,00			
Kull	0,37	0,37	0,38	0,12	0,24	-0,16	0,31	0,37	1,00		
CO ₂	-0,35	-0,35	-0,39	0,16	0,07	0,33	-0,42	-0,20	-0,40	1,00	
Vol	0,16	0,21	0,01	-0,03	0,23	0,07	-0,18	-0,08	-0,12	0,15	1,00

Tabell C.15: Resultat for tilpasning av GPD for hhv. nedre og øvre hale.

	Nedre hale	Øvre hale
Greense (u)	5%	97%
Estimering av ξ	-0,46	0,36
Estimering av β	5,63	4,97
Kolmogorov Smirnov	1	3

Vedlegg D: In-Sample Resultat

Tabell D.1: Modelling av handelsperiode 4

Modell	A	B	C
AIC	163,15	164,2	222,91
BIC	200,81	201,87	260,56
<i>Lagget Pris (1)</i>	-0,33 ***	-0,35 ***	
<i>Vindprognose</i>	0,001 ***	0,001 ***	0,001 ***
<i>Konsumprognose</i>	-0,0003 ***	-0,0004 ***	-0,0005 ***
<i>Karbonpris</i>	0,46 *	0,64 **	1,73 ***
<i>Naturgass</i>	8,41 *		9,65 ***
<i>Kull</i>		0,10 **	0,06
<i>Volatilitet</i>	1,08 *	1,47 **	2,71 ***

*10% signifikansnivå **5% signifikansnivå ***1% signifikansnivå

Tabell D.2: Modelling av handelsperiode 8

Modell	A	B	C
AIC	120,93	123,79	125,41
BIC	163,97	161,45	157,69
<i>Lagget Pris (1)</i>	0,07 ***	0,07 ***	0,07 ***
<i>Lagget pris (7)</i>	0,04 **		
<i>Vindprognose</i>	-0,001 ***	-0,001 ***	-0,001 ***
<i>Konsumprognose</i>	0,0004 ***	0,0005 ***	0,0005 ***
<i>Brent</i>	0,02	0,03 *	
<i>Hydroenergi</i>	-0,0001 **	-0,0001 ***	-0,0001 ***
<i>Volatilitet</i>	2,52 ***	2,52 ***	2,09 ***

*10% signifikansnivå **5% signifikansnivå ***1% signifikansnivå

Tabell D.3: Modelling av handelsperiode 17

Modell	A	B	C
AIC	84,66	90,03	89,96
BIC	116,94	127,69	127,62
<i>Lagget Pris (1)</i>		0,02 *	
<i>Lagget pris (7)</i>	0,07 ***		
<i>Vindprognose</i>	-0,002 ***	-0,001 ***	-0,001 ***
<i>Konsumprognose</i>	0,0005 ***	0,0005 ***	0,0006 ***
<i>Naturgass</i>		4,09 *	4,26 *
<i>Kull</i>	0,08 ***	0,08 **	0,07 **
<i>Hydroenergi</i>	0,0001 ***	0,0001 ***	0,0001 ***
<i>Volatilitet</i>			1,34 *

*10% signifikansnivå **5% signifikansnivå ***1% signifikansnivå

Tabell D.4: Gjennomsnittsverdiene til de modellerte forklaringsvariabelene i Modell A (HP 4) ved cutoff på 10%, 50% og 90%.

	Cutoff (10%)			Cutoff (50%)			Cutoff (90%)					
	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN
Lag (1)	6,9	8,5	26,4	7,9	5,8	5,5	26,0	8,8	3,7	2,8	25,8	7,3
Vindkraftprognose	3 402	3 400	2 962	5 707	3 697	3 367	2 972	3 007	4 550	2 358	2 977	3 312
Konsumprognose	30 834	31 844	38 651	39 595	30 295	31 580	38 503	32 176	29 778	27 843	1 546	31 130
Naturgass	0,6	0,6	0,6	0,4	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,6	0,6
CO ₂	7,5	7,7	5,7	8,3	7,6	7,6	5,7	7,4	7,7	4,2	5,7	7,5
Volatilitet	0,5	0,4	0,1	0,3	0,4	0,7	0,1	0,6	0,9	1,8	0,1	0,5
Antall spikes	56	51	1 496	1	36	17	1 530	21	6	1	1 546	51

Tabell D.5: Gjennomsnittsverdiene til de modellerte forklaringsvariabelene i Modell C (HP 8) ved cutoff på 10%, 50% og 90%.

	Cutoff (10%)			Cutoff (50%)			Cutoff (90%)					
	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN
Lag (1)	68,5	49,9	31,1	34,0	75,6	70,2	31,5	51,1	92,0	90,1	31,6	54,2
Vindkraftprognose	2 110	2 247	2 968	2 222	1 941	2 102	2 952	2 349	1 896	3 109	2 949	2 209
Konsumprognose	62 492	61 479	45 960	62 736	63 901	61 596	46 297	60 792	64 747	61 653	46 346	61 663
Hydroenergi	57 337	60 294	73 058	89 078	60 266	62 289	72 773	61 611	60 845	38 941	72 755	60 871
Volatilitet	0,4	0,4	0,2	0,9	0,5	0,8	0,2	0,4	0,5	0,6	0,2	0,4
Antall spikes	32	40	1 528	4	20	6	1 562	16	10	1	1 567	26

Tabell D.6: Gjennomsnittsverdiene til de modellerte forklaringsvariabelene i Modell A (HP 17) ved cutoff på 10%, 50% og 90%.

	Cutoff (10%)			Cutoff (50%)			Cutoff (90%)					
	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN	TP	FP	TN	FN
Lag (7)	52,5	41,0	30,9	36,9	56,5	47,5	31,1	41,9	72,5	31,5	31,1	45,9
Vindkraftprognose	1 931	2 184	3 134	2 202	1 736	2 066	3 120	2 339	1 225	1 858	3 118	2 135
Konsumprognose	65 818	63 758	46 392	60 146	66 965	65 107	46 654	62 518	69 144	68 746	46 687	64 419
Hydroenergi	80 384	78 241	72 259	61 610	79 219	79 492	72 347	78 298	78 770	73 403	72 364	78 910
Kull	59,9	62,0	57,3	60,8	56,9	66,7	57,3	65,3	51,0	80,3	57,3	62,2
Antall spikes	23	28	1 551	2	16	4	1 575	9	5	1	1 578	20

Tabell D.7: Summen av treffsikkerhet og prediksjonskonfidens for Modell A, B og C ved modellering av HP 4, HP 8 og HP 17. Jo høyere verdi desto bedre er modellens prediksjonsevne relativt til de andre modellene ved samme grenseverdi. Summen er en indikasjon på modellens helhetlige prediksjonsevne.

Cutoff	Handelsperiode 4			Handelsperiode 8			Handelsperiode 17		
	Modell A	Modell B	Modell C	Modell A	Modell B	Modell C	Modell A	Modell B	Modell C
10%	1,51	1,48	1,34	1,36	1,41	1,33	1,37	1,36	1,33
20%	1,54	1,52	1,24	1,33	1,34	1,43	1,46	1,51	1,46
30%	1,41	1,44	1,25	1,47	1,39	1,46	1,56	1,49	1,54
40%	1,44	1,42	1,21	1,38	1,34	1,37	1,59	1,45	1,45
50%	1,31	1,38	1,08	1,36	1,32	1,32	1,44	1,35	1,53
60%	1,28	1,29	0,98	1,36	1,21	1,32	1,48	1,39	1,38
70%	0,98	0,92	0,88	1,33	1,21	1,25	1,36	1,23	1,17
80%	0,89	0,84	0,82	1,19	1,11	1,23	1,31	1,16	1,21
90%	0,96	0,96	0,80	1,15	1,07	1,19	1,03	1,03	1,10
Total	11,32	11,26	9,60	11,93	11,41	11,91	12,60	11,97	12,17

Vedlegg E: Out-of-sample

Tabell E.1: Estimerte logit koeffisienter for de endelige modellene out-of-sample (HP 3, 9 og 16) og in-sample (HP 4, 8 og 17). Blanke celler indikerer at variabelen ikke var inkludert i regresjonen. Signifikansnivå: (*) 10%, (**) 5% og (***) 1%.

	HP 3	HP 4	HP 9	HP 8	HP 16	HP 17
AIC	169,84	163,15	90,01	125,41	66,56	84,66
BIC	207,49	200,81	122,28	157,69	98,84	116,94
Lag (1)	-0,37 ***	-0,33 ***	0,12 ***	0,07 ***		
Lag (7)					0,08 **	0,07 ***
Vind	0,0007 ***	0,0006 ***	-0,0011 ***	-0,0006 ***	-0,0010 **	-0,0016 ***
Konsum	-0,0003 **	-0,0003 ***	0,0005 ***	0,0005 ***	0,0006 ***	0,0006 ***
CO ₂	0,40 *	0,46 *				
Gass	8,09 **	8,41 *				
Kull					0,08 *	0,08 ***
Hydro			-0,0001 ***	-0,0001 ***	0,0002 **	0,0001 ***
Volatilitet	-0,18	1,08 *	-2,30	2,09		

Tabell E.2: Gjennomsnittsverdier av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) under ulike handelsperioder, in-sample til høyre og out-of-sample til venstre innenfor hver tabell.

	Negative spikes		Positive spikes		Positive spikes	
	HP 4	HP 3	HP 8	HP 9	HP 17	HP 16
Elspot	5,0	4,8	75,6	72,7	81,3	79,0
Lag (1)	6,9	6,9	64,7	62,5	65,3	56,4
Lag (7)	9,4	9,6	52,6	49,4	51,2	50,5
Vindkraftprognose	3 443	3 776	2 113	1 918	Vindkraftprognose	1 926
Konsumprognose	30 998	31 538	62 520	62 777	Konsumprognose	65 446
Brent	51,4	50,1	68,9	67,5	Brent	58,2
CO ₂	7,6	7,7	5,3	5,1	CO ₂	5,9
Naturgass	0,60	0,60	0,76	0,70	Naturgass	0,65
Kull	52,0	51,4	59,2	59,1	Kull	59,9
Hydroenergi	87 110	88 534	60 864	59 862	Hydroenergi	78 882
Volatilitet	0,49	0,34	0,44	0,32	Volatilitet	0,44
Antall spikes	57	54	36	26	Antall spikes	25

Tabell E.4: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 3**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	24,78	3 007	37 738	0,11
Standardavvik	8,13	1 723	6 789	0,19
E.Kurtose	0,50	1,00	-0,93	25,67
Skjevhet	-0,23	1,13	0,28	4,44
Minimum	1,27	320	21 985	0,00
Maksimum	50,05	9 319	56 919	1,91

Tabell E.5: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 9**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	31,97	2 938	47 179	0,15
Standardavvik	10,45	1 782	8 339	0,19
E.Kurtose	20,12	0,87	-0,71	13,72
Skjevhet	2,07	1,06	0,20	3,08
Minimum	2,71	133	28 741	0,00
Maksimum	168,64	10 043	70 576	1,81

Tabell E.6: Beskrivende statistikk av de periodespesifikke faktorene under **handelsperiode 16**. Lag (1) og lag (7) har tilnærmet like egenskaper som spotprisen og inkluderes derfor ikke. Totalt 1604 daglige observasjoner per tidsserie fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Vind	Konsum	Vol
Gjennomsnitt	30,27	3 108	46 503	0,11
Standardavvik	10,16	1 789	8 562	0,15
E.Kurtose	17,92	0,60	-1,00	34,78
Skjevhet	2,06	1,00	0,35	4,57
Minimum	3,99	249	26 066	0,00
Maksimum	149,95	9 678	69 818	2,20

Tabell E.7: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 3. Totalt 54 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	4,85	6,88	9,61	3 776	31 538	88 534	50,05	0,59	51,43	7,66	0,34
Standardavvik	1,28	3,47	5,84	2 210	2 982	15 696	9,10	0,06	3,58	0,68	0,35
E. Kurtose	0,40	0,97	0,52	-0,13	0,94	-0,35	0,93	2,78	0,79	12,62	7,83
Skjevhet	-0,58	1,07	1,06	0,78	1,34	-0,88	0,47	-1,74	-0,94	-3,02	2,39
Minimum	1,27	1,27	1,52	697	27 028	53 027	32,91	0,42	43,03	4,18	0,01
Maksimum	6,94	17,35	26,42	9 319	39 153	110 887	77,24	0,68	57,78	8,41	1,88

Tabell E.8: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 9. Totalt 26 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	72,70	62,53	49,42	1 918	62 777	59 862	67,51	0,74	59,06	5,06	0,32
Standardavvik	21,05	24,41	12,93	572	6 034	20 963	24,07	0,22	10,23	0,90	0,39
E. Kurtose	18,64	15,12	0,51	1,14	-0,95	-1,57	-0,82	-0,16	-0,47	-0,5	6,52
Skjevhet	4,07	3,37	0,91	0,48	-0,63	-0,25	-1,03	-0,33	-0,89	0,07	2,56
Minimum	59,92	24,58	29,47	770	52 365	29 142	25,52	0,39	41,47	3,45	0,02
Maksimum	168,64	168,64	83,06	3500	70 576	87 514	88,46	1,23	76,36	6,96	1,60

Tabell E.9: Beskrivende statistikk av spotprisen og forklaringsvariabler under forekomsten av spikes ($Y=1$) i handelsperiode 16. Totalt 15 daglige observasjoner fra 08.01.2013 – 30.05.2017.

	Elspot	Lag (1)	Lag (7)	Vind	Konsum	Hydro	Brent	Gass	Kull	CO ₂	Vol
Gjennomsnitt	79,01	56,39	50,55	1926	65 446	81 685	50,65	0,59	55,91	5,96	0,27
Standardavvik	25,97	26,14	18,07	728	3 021	8 617	24,56	0,18	14,51	1,08	0,31
E. Kurtose	3,22	1,04	1,41	1,09	-1,10	0,45	-1,65	-1,74	-1,49	1,48	1,52
Skjevhet	1,85	1,14	1,01	0,79	-0,47	0,41	0,45	0,28	0,67	0,93	1,37
Minimum	59,88	25,77	25,21	799	60 230	69 240	25,52	0,39	41,41	4,23	0,00
Maksimum	149,95	120,08	95,03	3694	69 348	101 358	84,77	0,83	83,93	8,62	1,06

Vedlegg F: Teoretiske begreper og forklaringer

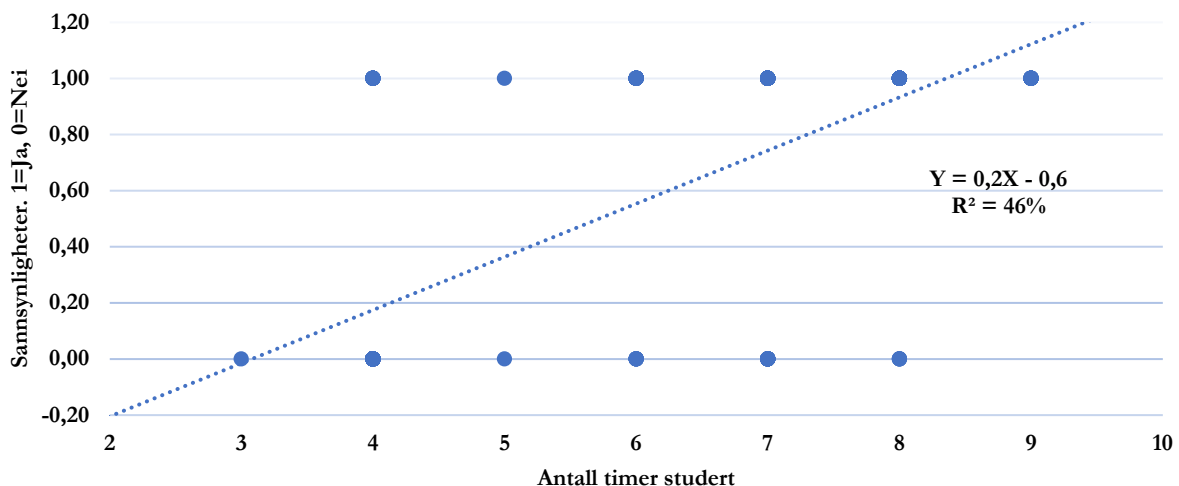
I dette vedlegget finner du definisjoner på begreper og forklaringer på teorier som er direkte eller indirekte relatert til analysen.

F. 1: Begrensninger ved LPM

For å illustrere begrensningene ved lineære sannsynlighetsmodeller (LPM) med et eksempel, kan vi modellere om eksamensstudenter består eller stryker på eksamen basert på antall timer studert. Vi samler inn fiktive observasjoner og uttrykker modellen slik:

$$\text{Bestått eksamen (Ja, Nei)} = \alpha + \beta * \text{Antall timer studert}$$

Figur F.1: Lineær sannsynlighetsfordeling mellom bestått eksamen (Y) og antall studietimer (X). Y=1 hvis kandidaten består. Basert på fiktive observasjoner.



Betaverdiene kan tolkes som forandringen i sannsynligheten av at Y=1 ved en enhets forandring i X. Det er flere problemer ved denne fremgangsmåten: 1) Regresjonen leder til verdier utenfor intervallet [0, 1]. Dette skjer fordi modellen antar at forholdet mellom X og Y er lineært, 2) en residualplott vil vise heteroskedastisitet og 3) funksjonen antar at den første studietimen har samme marginale effekt som den niende, noe som er urealistisk ettersom effektiviteten ofte reduseres etter et visst punkt.

Videre kompliseres det lineære forholdet mellom Y og X i den lineære modellen ved en multipl regressjon. For å kunne regne ut forandringen i sannsynlighet ettersom X-variabelen endrer seg, må alle faktorene spesifiseres. Dette er komplisert når mange variabler er inkludert og dermed

forsvinner simplisiteten ved den lineære modellen, evnen til å beskrive hva som skjer når du forandrer en variabel og holder alt annet konstant.

F.2 Sannsynlighetsteori

I sannsynlighetsteori skilles det mellom sannsynlighet, likelihood og odds. Førstnevnte refererer til en hendelse som ikke har inntruffet og likelihood refererer til en tidligere hendelse der utfallet er kjent. Odds representerer forholdet mellom sannsynligheter. Nedenfor presenterer vi sannsynlighetsteori knyttet til binomiale utfall (Brooks 2014).

F.2.1 Sannsynlighet

"Hvis du kaster en rettferdig mynt 12 ganger, hva er sannsynligheten for å oppnå 5 kroner og 7 mynter?" Sannsynligheten kan regnes matematisk eller ved å se på sannsynlighetsfordelingen av alle mulige utfall. Sannsynligheten for å oppnå 5 "kroner" på 12 myntkast er omtrent 19,33%. Sannsynligheten for gjensidig utelukkende utfall kan regnes ut slik:

$$P = (X = k) = \binom{n}{k} * p^k * (1 - p)^{n-k} \quad (7)$$

Der n representerer antall delforsøk, k viser mulige utfall for n og p er sannsynlighet for at en delforsøk skal inntreffe (Brooks 2014).

F.2.2 Likelihood

"Hva er sannsynligheten for at mynten er rettferdig dersom jeg kastet den 12 ganger og observert 5 kroner og 7 mynter?" Likelihood kan forklares som sannsynligheten av et kjent utfall, gitt at distribusjonen holder seg konstant. Det går ikke an å sammenlikne likelihood av ulike datagrunnlag. Det vil si at sannsynligheten må ses relativt til hvert datasett. Under likelihood kan vi utarbeide forskjellige hypoteser så lenge datagrunnlaget er det samme. Et myntkast er "rettferdig" til en ukjent grad. Graden kan variere fra 0 (krone på alle kast) til 1 (mynt på alle kast). I teorien vil en rettferdig mynt gi 50% sannsynlighet for hvert utfall. Maximum likelihood (ML) representerer graden av rettferdighet som mest sannsynlig vil produsere resultatet av 5 "kroner" på 12 kast. Maximum likelihood regner ut estimatene (koeffisientene) som optimaliserer en gitt funksjon (Brooks 2014).

F.2.3 Odds

For en hendelse med en gitt sannsynlighet P , tilsvarer oddsen den numeriske verdien gitt ved:

$$Odds = \frac{P}{1 - P} \quad (8)$$

Dersom et fotballag har 50% sannsynlighet for å vinne en kamp ($P=1$), vil oddsen være lik 1 ($=0,5/(1-0,5)$). En rettferdig gevinst ved å satse 100 kroner, vil være et tilsvarende beløp. Hvis et fotballag har 25% sjanse for å vinne, er oddsen lik $1/3$ ($=0,25/(1-0,25)$). Et veddemål på 100 kr vil dermed gi en gevinst på 300 kr. Motsatt kan oddsverdier enkelt konverteres om til sannsynligheter:

$$P = \frac{Odds}{1 + Odds} \quad (9)$$

Gitt at oddsen for en hendelse er 0.10, vil sannsynligheten for denne hendelsen være $\frac{0,10}{1+0,10} \approx 0,091$.

Ved lave oddsverdier vil det ikke være store forskjeller mellom sannsynlighet og odds. Det lineære forholdet endrer seg jo høyere verdien til sannsynligheten er i utgangspunkt. Dersom sannsynligheten er 10% for at en hendelse skal inntreffe, vil en dobling i odds øke sannsynligheten til 18%. Men hvis sannsynligheten i utgangspunkt var 40%, vil en dobling i odds øke sannsynligheten til 57% (Norton & Dowd 2017).

F.2.4 Oddsrate

En oddsrate (OR) er forholdet mellom to odds relativt til forskjellige hendelser. Ved sannsynligheten for to hendelser $P(A)$ og $P(B)$ kan vi uttrykke oddsen for at hendelse A skal inntreffe relativt til hendelse B, ved følgende:

$$Oddsrate (A, B) = \frac{Odds (A)}{Odds (B)} = \frac{P(A)/(1 - P(A))}{P(B)/(1 - P(B))} \quad (10)$$

Tenk deg at 6 av 10 menn og 4 av 10 kvinner får studieplass ved politihøgskolen. Det betyr at sannsynligheten for opptak er 60% for menn og 40% for kvinner. Oddsen for henholdsvis menn og kvinner er lik $\frac{0,6}{0,4}$ og $\frac{0,4}{0,6}$. Oddsraten kan dermed regnes ut slik: $\frac{0,6/0,4}{0,4/0,6} = 2,25$.

Odds for at en mann blir tatt opp til politihøgskolen er 2,25 ganger større enn for kvinner. Legg merke til at sannsynlighetene for kvinner og menn er gjensidig utelukkende i intervallet

[0, 1]. Det vil si at dersom antall menn øker til 7, synker antallet kvinner til 3. OR representerer oddsen for at en hendelse skal inntreffe relativt til en gitt eksponering, mot oddsen for at hendelsen skal inntreffe ved fravær av eksponeringen (Norton & Dowd 2017).

F.3: Logit modellen

F.3.1: Logit modellens forutsetninger

Aldrich og Nelson (1984) har kommet med fire forutsetninger for binær logistisk regresjon:

- 1) Den avhengige variabelen kan kun innta to verdier.
- 2) Sannsynligheten for at en hendelse skal inntreffe ($Y=1$) avhenger av forklaringsvariabelene.
- 3) Observasjonene av forklaringsvariabelene skal være statistisk uavhengig av hverandre.
- 4) Det skal ikke være en sterk lineær sammenheng mellom de uavhengige variabelene (multikolinearitet).

F.3.2 Step funksjonen

Step () funksjonen er en algoritme som iterativt prøver å eliminere forklaringsvariabler fra modellen som ikke bidrar til å øke modellens passform, målt etter AIC (Ripley 2015). Med andre ord optimaliserer den modellen ved å kombinere faktorer som gir den laveste AIC verdien. Denne funksjonen kan brukes alternativt til den baklengs-stegvise metoden, hvor man fjerner en og en variabel fra modellen til man oppnår den ønskede passformen eller i samsvar med den *forward*-stegvise metoden hvor man legger tilbake variabler på bekostning av økt AIC.

F.3.3 Akaike Information Criterion (AIC)

Akaike's Informasjonskriterium (AIC) sammenlikner kvaliteten av to eller flere statistiske modeller med hverandre (Burnham & Anderson 2004). Dersom man ønsker å måle flere multiplere regresjonsmodeller opp mot hverandre, vil AIC sortere hver modell fra best til verst. Den "beste" modellen vil være den som verken over- eller undertilpasser forklaringsvariabelene. Modellen med lavest AIC er å foretrekke fordi variabler med lav forklaringskraft har blitt ekskludert fra modellen. AIC kriteriet er et subjektivt mål som må vurderes relativt til andre

modeller. Dersom samtlige modeller er av dårlig kvalitet, vil AIC velge den "beste" modellen fra utvalget.

$$AIC = 2k - 2 \ln L \quad (7)$$

Hvor L er den optimaliserte verdien av log likelihood funksjonen og k er antall parametere.

F.3.4 Bayesian Information Criterion (BIC)

Det bayesiske informasjonskriteriet(BIC) er et kriterium for modellvalg blant et begrenset sett med modeller. Den er delvis basert på likelihood funksjonen og er nær beslektet til Akaike informasjonskriterium (AIC). Ved tilpassing av modeller er det mulig å overtilpasse modeller ved å legge til ekstra parametere. BIC løser dette problemet ved å innføre straff for ekstra parametere i modellen. Den største forskjellen mellom BIC-og AIC kriteriet er at førstnevnte straffer ekstra parametere i modellen.

$$BIC = \ln(\hat{\sigma}^2) + \frac{k}{T} \ln T \quad (8)$$

$\hat{\sigma}^2$ representerer feilleddets varians, k er inkluderte parametere og T er antall observasjoner i utvalget. Den beste modellen er den som minimerer informasjonskriteriet. Den største forskjellen mellom BIC-og AIC kriteriet er at førstnevnte straffer ekstra parametere i modellen (Brooks 2014).

F.4 Volatilitetsmodellering

Herunder presenterer vi fremgangsmåten for valg av volatilitetsmodell. Elektrisitetsmarkeder er preget av høy volatilitet og prishopp har en tendens til å forekomme i påfølgende sekvenser, ettersom prisen er seriekorrelert. Under analysen i Kapittel 6.2.2. ser vi at prishoppene forekommer i blokker og teststatistikken fra Ljung-Box testen bekrefter tilstedeværelse av seriekorrelasjon i spotprisen på 1 og 7 lags. Når variansen endrer seg over tid øker omfanget av feilleddet og seriekorrelerte feilledd vil føre til at skarpe bevegelser i variansen (prishopp) ikke er tilfeldig plassert. Derimot er det en tendens for volatiliteten å hope seg opp i tider av økonomisk uro.

Eksponensielt glidende gjennomsnitt (EWMA) kan brukes for å modellere tidsvarierende volatilitet, samt vektlegge senere observasjoner. Ulempen ved denne metoden er at observasjoner som faller fra ettersom gjennomsnittsvinduet beveger seg utover, ikke tilegnes vekt. ARCH modeller løser dette problemet ved å vekte residualene basert på minste kvadraters metode. Parameterene estimeres ved å maksimere verdien av log-likelihood funksjonen, for å finne de numeriske verdiene som minimerer summen av kvadrerte avvik mellom variabelene. Den generaliserte ARCH modellen (GARCH) er basert på de samme prinsippene, men over tid blir vektene gradvis mindre. Både ARCH og GARCH erkjenner at variansen trekkes tilbake til et langsiktig gjennomsnitt, og ignorerer ikke halene av distribusjonen. En svakhet ved ARCH og GARCH modeller er at positive og negative sprang har samme effekt på volatiliteten (leverage effect). Vi finner derimot ingen studier som bekrefter en signifikant asymmetrisk effekt på Nord Pool og beregner volatiliteten etter den symmetriske GARCH(1,1) modellen, hvor den betingede variansen er gitt ved:

$$\begin{aligned}\sigma_t^2 &= \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \\ \omega > 0, \alpha, \beta &\geq 0\end{aligned}\tag{11}$$

Hvor:

α er vekten for gårtdagens kvadrerte avkastning

β er vekten for laggede varianser

ω er et konstant ledd lik $\gamma * V_L$ hvor V_L tilsvare langtidsvariansen og γ representerer dens vekt.

(Brooks 2014)

Referanseliste

- Aldrich, J. H. & Nelson, F. D. (1984). *Linear probability, logit, and probit models*, b. 45: Sage.
- Balkema, A. A. & De Haan, L. (1974). Residual life time at great age. *The Annals of probability*: 792-804.
- Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance*: Cambridge University Press.
- Bunn, D., Andresen, A., Chen, D. & Westgaard, S. (2013). *Analysis and forecasting of electricity price risks with quantile factor models*. Finance Research Seminar Series, University of St. Gallen.
- Burnham, K. P. & Anderson, D. R. (2004). Multimodel inference: understanding AIC and BIC in model selection. *Sociological methods & research*, 33 (2): 261-304.
- Byström, H. N. (2005). Extreme value theory and extremely large electricity price changes. *International Review of Economics & Finance*, 14 (1): 41-55.
- Chen, D. & Bunn, D. W. (2010). Analysis of the nonlinear response of electricity prices to fundamental and strategic factors. *IEEE Transactions on Power Systems*, 25 (2): 595-606.
- Christensen, T. M., Hurn, A. S. & Lindsay, K. A. (2012). Forecasting spikes in electricity prices. *International Journal of Forecasting*, 28 (2): 400-411.
- Eichler, M., Grothe, O., Manner, H. & Tuerk, D. (2014). Models for short-term forecasting of spike occurrences in Australian electricity markets: a comparative study.
- Fell, H. (2010). EU-ETS and Nordic electricity: a CVAR analysis. *The Energy Journal*: 1-25.
- Fridolfsson, S.-O. & Tangerås, T. P. (2009). Market power in the Nordic electricity wholesale market: A survey of the empirical evidence. *Energy Policy*, 37 (9): 3681-3692.
- Gjolberg, O. & Johnsen, T. (2001). Electricity futures: Inventories and price relationships at Nord Pool. *Norwegian School of Economics and Business Administration-Department of Finance and Management Science*.
- Green, R. & Vasilakos, N. (2012). Storing Wind for a Rainy Day: What kind of electricity does Denmark export? *The Energy Journal*: 1-22.
- Gullberg, A. T., Ohlhorst, D. & Schreurs, M. (2014). Towards a low carbon energy future– Renewable energy cooperation between Germany and Norway. *Renewable Energy*, 68: 216-222.
- Hagfors, L. I., Bunn, D., Kristoffersen, E., Staver, T. T. & Westgaard, S. (2016a). Modeling the UK electricity price distributions using quantile regression. *Energy*, 102: 231-243.

- Hagfors, L. I., Kamperud, H. H., Paraschiv, F., Prokopczuk, M., Sator, A. & Westgaard, S. (2016b). Prediction of extreme price occurrences in the German day-ahead electricity market. *Quantitative Finance*, 16 (12): 1929-1948.
- Huisman, R., Michels, D. & Westgaard, S. (2014). Hydro reservoir levels and power price dynamics: Empirical insight on the nonlinear influence of fuel and emission cost on Nord Pool day-ahead electricity prices. *The Journal of Energy and Development*, 40 (1/2): 149-187.
- Knittel, C. R. & Roberts, M. R. (2005). An empirical examination of restructured electricity prices. *Energy Economics*, 27 (5): 791-817.
- Liao, T. F. (1994). *Interpreting probability models: Logit, probit, and other generalized linear models*: Sage.
- Lindström, E., Norén, V. & Madsen, H. (2015). Consumption management in the Nord Pool region: A stability analysis. *Applied Energy*, 146: 239-246.
- Longin, F. (2016). *Extreme Events in Finance: A Handbook of Extreme Value Theory and Its Applications*: John Wiley & Sons.
- Lu, X., Dong, Z. Y. & Li, X. (2005). Electricity market price spike forecast with data mining techniques. *Electric power systems research*, 73 (1): 19-29.
- Lucia, J. J. & Schwartz, E. S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange. *Review of derivatives research*, 5 (1): 5-50.
- Mauritzen, J. (2013). Dead battery? wind power, the spot market, and hydropower interaction in the Nordic electricity market. *The Energy Journal*: 103-123.
- Melling, A. J. (2010). *Natural gas pricing and its future: Europe as the battleground*: Carnegie Endowment for International Peace.
- NordPoolSpot. Day-ahead market.
- NordPoolSpot. No. 99/2009 Reminder: Implementation of negative price floor in Elspot.
- NordPoolSpot. *The Power Market* [Web Page]. Tilgjengelig fra: <http://www.nordpoolspot.com/How-does-it-work/>.
- NordPoolSpot. Producers.
- Norton, E. C. & Dowd, B. E. (2017). Log Odds and the Interpretation of Logit Models. *Health Services Research*.
- Paraschiv, F., Hadzi-Mishev, R. & Keles, D. (2016). Extreme Value Theory for Heavy Tails in Electricity Prices.
- Pickands III, J. (1975). Statistical inference using extreme order statistics. *the Annals of Statistics*: 119-131.

- Reinaud, J. (2007). CO₂ allowance & electricity price interaction. *Impact on industry's electricity purchasing strategies in Europe. IEA information paper.*
- Ripley, B. (2015). *Choose a model by AIC in a Stepwise Algorithm.*
- Rothkopf, M. H. (1999). Daily repetition: A neglected factor in the analysis of electricity auctions. *The Electricity Journal*, 12 (3): 60-70.
- Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International journal of forecasting*, 30 (4): 1030-1081.
- www.BKK.no. Hvordan fungerer kraftmarkedet?
- Zakeri, B., Virasjoki, V., Syri, S., Connolly, D., Mathiesen, B. V. & Welsch, M. (2016). Impact of Germany's energy transition on the Nordic power market—A market-based multi-region energy system model. *Energy*, 115: 1640-1662.
- Zhao, J., Dong, Z. & Li, X. (2007). Electricity market price spike forecasting and decision making. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 1 (4): 647-654.



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Postboks 5003
NO-1432 Ås
67 23 00 00
www.nmbu.no