



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2016 (30 stp)
Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Fakultet for samfunnsvitenskap
Handelshøyskolen

«Energiparadokset»: En varig realitet?

Caroline Nilssen Rogndalen
Håkon Solvang Songe
Økonomi og administrasjon - siviløkonom

Forord

Denne masteroppgaven er skrevet som en avsluttende del av vår mastergrad på Handelshøyskolen ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet. Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder Olvar Bergland for all hjelp og gode tilbakemeldinger.

Ås, 15.08.2016

Caroline Nilssen Rogndalen

Håkon Solvang Songe

Sammendrag

«Gode bygg for eit betre samfunn», var meldingen fra Regjeringen i 2012. Norge skal bevege seg mot et nullutslippssamfunn. Vi ser i denne sammenheng på et pilotprosjekt ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet der målet er å dekke hele oppvarmingsbehovet til en husholdning med kun solenergi og grunnvarme. Ved å installere dette tiltaket kan en bolig oppnå en høy miljøscore samtidig som det kun har moderat isolasjon. I denne masteroppgaven fremlegger vi en realopsjonsmodell for å analysere lønnsomheten til et slikt energieffektiviseringstiltak. Da tallmaterialet til pilotprosjektet i skrivende stund ikke har vært tilgjengelig, har vi utviklet en generell modell. Denne kan benyttes til det tiltenkte prosjektet når tallmaterialet er tilgjengelig, men den kan også brukes til andre lignende energieffektiviseringstiltak. Contingent claims analyse er videre brukt for å prisse realopsjonene med elektrisitetsprisene som underliggende aktivum. Modellen fastsetter optimal investeringsverdi med hensyn til usikker fremtidig innsparing og en irreversibel investeringskostnad. For å prognosere de fremtidige elektrisitetsprisene har vi valgt å bruke geometrisk Brownian motion (GBM) og geometrisk mean reversion (GMR). Disse vil representere usikkerheten i inntjeningen til energieffektiviseringsprosjektet. I et investeringseksempel undersøker vi lønnsomheten til to energieffektiviseringstiltak. Hvert eksempel har ulike kostnader og grader av strømsparing. Ved en sammenligning resultatene våre fra de ulike stokastiske prosessene finner vi at GMR gir både høyere optimal investeringsverdi og realopsjonsverdi. Vi kan konkludere med at modelleringen av usikkerheten har mye å si på realopsjonsresultatet. Fra resultatet ser vi at hverken nåverdi eller realopsjonsanalysen anbefaler investering. Vi finner at det kreves en urealistisk stigning i elektrisitetsprisnivået, før vi når break-even punktet. Videre finner vi positive realopsjonsverdier, noe som vil tilsi en verdi i å avvente investering i påventa av mer informasjon. På bakgrunn av dette ser vi at resultatene våre støtter opp påstanden om at energiparadokset fortsatt er en realitet.

Abstract

"Good housing for a better society", was a message from the Norwegian Government in 2012 which said that Norway should move towards a zero-emission society. We are looking at a new project at the Norwegian University of Life Sciences, which aims to cover the entire heating requirements of a household with only solar and geothermal energy. By installing this project, a household can achieve a high environmental score while it only has moderate insulation. In this thesis, we present a real option model to analyze the profitability of an energy efficiency measure. We have developed a general model, because of lacking data material from the new school project. We use contingent claims analysis to price the real options with electricity prices as the underlying asset. The model determines the optimal investment value with respect to uncertain future savings and an irreversible investment cost. To forecast the future electricity prices, we use geometric Brownian motion (GBM) and geometric mean reversion (GMR). These will represent the uncertainty in the cash flow of the energy efficiency project. We will study the profitability of two energy efficiency measures through an investment example. Each investment case has different sunk costs and degrees of energy efficiency. By comparing the results from the two stochastic processes, we find that GMR provides both higher optimal investment value and real options value. We can therefore conclude that the modeling of uncertainty has a significant impact on the real options valuation. Our results indicate that neither the net present value nor the real options approach recommend to invest. We find that unrealistic growth in the electricity prices are necessary before we reach break-even. The real option valuation shows positive option values, and accordingly these results show that there is value in postponing the investment. Our results therefore seem support the allegations that The Energy Paradox is still a reality.

Innhold

1	Innledning.....	1
2	Verdsettelse av energieffektiviseringsløsninger	3
2.1	Netto nåverdimetoden	3
2.2	Realopsjonsteori	4
3	Bygge- og energieffektivitetsstandarder.....	5
4	Systemløsning for 100% dekning av varmebehov fra solenergi	6
4.1	Hvordan fungerer det?.....	7
5	Kraftmarkedet og spotprisen.....	9
5.1	Kraftmarkedet.....	9
5.2	Spotprisen.....	9
6	Optimal investering	12
6.1	Contingent claims analyse med geometrisk Brownian motion	12
6.2	Contingent claims analyse med geometrisk mean reversion.....	14
7	Konklusjon.....	16
8	Videre forskning	17
	Referanseliste	18

1 Innledning

Regjeringen la i 2012 frem den første helhetlige meldingen om bygningspolitikk til stortinget: «Gode bygg for eit betre samfunn». Det som bygges i dag, skal bestå i mange tiår. Vi skal i Norge bevege oss mot et nullutslippssamfunn og derfor rettes det nå fokus på skjerpede miljøkrav i form av energieffektivitet og bedre byggekvalitet. Det overordnede bygningspolitiske målet er at denne sektoren skal støtte opp om en bærekraftig utvikling. Norske husholdninger ligger på verdenstoppen når det gjelder strømforbruk og en av hovedårsakene bak dette er at vi bruker elektrisitet til å varme opp boligene våre. Oppvarming står for omtrent 66% av strømforbruket i en enebolig.

Regjeringens mål er at energibruken skal reduseres betraktelig innen 2020. Dette har ført til en kontinuerlig oppgradering av den byggtekniske forskriften (TEK) de siste årene. Fra og med 2017, blir TEK10 innført med enda strengere krav til tykkelse i vegger og lufttetthet. De seneste endringene inneholder også et forbud mot varmeinstallasjoner basert på fossile brennstoff. Konsekvensene av oppgraderingene er mer energieffektive bygg, men til en økt kostnad.

Med denne stadige utviklingen av byggestandarder har det blitt mer kostbart å oppføre nye boliger. Tykkere vegger fører ikke bare til en økt materialkostnad, men også et behov for mer avanserte ventilasjonssystemer. Regjeringen la frem sine ambisjoner i Klimameldingen 2011-2012 at de ønsker å innskjerpe standarden til passivhusnivå i 2015 og til nesten nullenerginivå i 2020. Dette har ført til at energieffektivitet har blitt et mye omtalt tema. Veksten i energieffektiviseringsprosjekter har vært stor, og det er nå lett å bli forvirret i det store miljøbygg-vokabularet. Noen av de nye begrepene som har dukket opp er: passivhus, nesten nullenergi- og nullenergibygg, plusshus, nullutslippshus, aktivhus, lavenergibygg og energimerke A-G. Hva om de totale byggekostnadene kan reduseres ved å bygge i en enklere standard, men fortsatt oppnå en tittel som miljøbygg – det er nettopp en slik løsning vi ønsker å undersøke i denne oppgaven. Tiltaket baserer seg på solenergi og et geotermisk lager. Løsningen skal kunne dekke hele energibehovet for oppvarming til en husholdning, kun fra solenergi og grunnvarme.

Det dreier seg om et nytt pilotprosjekt ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU). Prosjektet vil som nevnt kunne redusere elektrisitetsbehovet til oppvarming totalt, samtidig undersøkes det også om det ikke vil være nødvendig med dagens TEK10 standard for isolasjon og veggtykkelse. Spesifikt går det ut på at gjennom solrike perioder kan man med hjelp av solfangere varme opp en energibrønn. I kalde perioder uten tilstrekkelig solenergi, kan det hentes opp varme fra energibrønnen. På denne måten kan vi lagre varmeenergi med hjelp av grunnvarme. Konseptet baserer seg på å utnytte den konstante temperaturen under bakken. Målet til pilotprosjektet er å redusere energibehovet til oppvarming, uten å måtte investere i dagens byggestandard.

For en huseier vil en investering i et energieffektiviseringstiltak, ofte fremstå som en stor beslutning. Installasjonen er som regel omfattende og varig. Samtidig påtar man seg et visst nivå av risiko, på grunn av en usikkerhet i fremtidig inntjening som følger av varierende strømpriser. Dette fører til et behov for lønnsomhetsvurderinger. Ved undersøkelser av husholdningers investeringsvillighet i slike tiltak, har det blitt observert en klar motvilje. Dette fenomenet har fått navnet energiparadokset, og går ut på at husholdninger setter et urimelig høyt avkastningskrav når de vurderer energieffektiviseringstiltak (Metcalf & Hassett 1999). I tidligere analyser er det argumentert at usikkerheten til et prosjekt, først er lønnsomt å påta seg, dersom et forventet resultat overstiger en terskelverdi. Denne terskelen heves ettersom usikkerheten stiger (Arrow & Fisher 1974).

Problemstillingen i denne oppgaven er derfor:

Ved hvilken terskelverdi vil det være lønnsomt å investere i et energieffektiviseringsprosjekt for boliger lignende pilotprosjektet ved NMBU?

Videre vil det være interessant å undersøke:

- *Er dagens strømprisnivå nok for å kunne forsvare en investering i et slikt energieffektiviseringsprosjekt, med tanke på fremtidig sparte kostnader?*
- *Hvordan blir resultatet i lønnsomhetsanalysen påvirket av ulike metoder å definere usikkerhet på?*

Denne oppgaven fremlegger en verdivurderingsmodell for energieffektiviseringstiltak til boliger. Vi ønsket opprinnelig å undersøke lønnsomheten til pilotprosjektet ved NMBU, men tallmaterialet har ikke vært tilgjengelig i skrivende stund. Derfor har vi laget et investeringseksempel. På bakgrunn av dette har hensikten med oppgaven utviklet seg til å bli en generell verdivurderingsmodell.

Vårt hovedbidrag er en fagartikkel, der vi presenterer en realopsjonsmodell. Vi bruker modellen til å verdsette to ulike energieffektiviseringsinvesteringer gjennom et eksempel. Modellen tar hensyn til usikkerheten i strømprisene, som vil presentere investeringens inntekter (sparte kostnader). I tillegg har den en skaleringsfunksjon som finner nåverdien til den totale strømsparingen ut fra effektivitetsgraden til energieffektiviseringstiltaket. Ved å ta i bruk stokastiske prosesser kan vi prognosere fremtidige elektrisitetspriser for å ta hensyn til usikkerheten. I modelleringen har vi tatt i bruk to stokastiske prosesser; geometrisk Brownian motion (GBM) og geometrisk mean reversion (GMR). Vi har valgt ulike stokastiske prosesser for å kunne se på effekten dette valget har i en slik realopsjonsanalyse. Videre tar vi i bruk nåverdimetoden for å kunne sammenligne resultatene fra de to lønnsomhetsvurderingene. Fra resultatene får vi en negativ nåverdi, men en positiv realopsjonsverdi. Et av eksemplene i analysen viser at prosjektet først er lønnsomt når totale fordeler ved investeringen overgår investeringskostnaden med 70%. Dermed finnes det en verdi for huseier i å vente med investeringen. Og at det på nåværende tidspunkt, under dagens strømprisnivå, ikke vil være en optimal investering. Videre viser resultatene at de to ulike stokastiske prosessene gir forskjellige resultater, og at det dermed er viktig å ta dette i betraktning ved modellering av strømprisene.

Strukturen til oppgaven er som følger: I kapittel to vil vi gi et overblikk over realopsjonsmetoden. Videre i kapittel tre presenterer vi dagens bygge- og energieffektivitetsstandarder, for så å fortsette med pilotprosjektet til NMBU i kapittel fire. I kapittel fem gir vi et overblikk over elektrisitetsmarkedet, og ulike modeller brukt for å beskrive spotprisen. Deretter vil vi gjennomgå metoden anvendt i realopsjonsmodellen i kapittel seks, for å så avslutte i kapittel syv med mulige utvidelser av modellen vår til videre forskning.

2 Verdsettelse av energieffektiviseringsløsninger

Investeringer i energieffektiviseringer innebærer ofte høye irreversible investeringskostnader og en usikker fremtidig lønnsomhet. Mye som følger av at investeringen krever omfattende installering, som er spesifikt tilpasset boligen. Lønnsomheten avhenger av elektrisitetsprisene som er kjent for sin volatile adferd. På grunn av disse aspektene ligger det ikke bare en verdi i selve investeringen, men det finnes også en verdi av tidspunktet når investeringen blir utført. Dette kan være en verdi av å utsette gjennomføringen av prosjektet, slik at investor får mer tid til å innhente ytterligere informasjon angående investeringsprosjektet. Investor har fleksibilitet i investeringsbeslutningene som vurderes. Slike beslutninger tas sjeldent i en nå eller aldri situasjon, noe den tradisjonelle nåverdimetoden forutsetter.

Valget om å utsette en investering burde derfor inkluderes i dagens meny av valg. Ved utsettelse kan ytterligere informasjon gi bedre grunnlag for å foreta en optimal investering. Det er her realopsjonsteorien kommer inn. Realopsjoner er en av de største innovasjonene de siste tiårene innen fagfeltet for investeringsbeslutninger (Se Dixit og Pindyck (1994) for en innføring). Den vanlige antagelsen i slike modeller er at prosjektets kontantstrøm følger en stokastisk prosess, hvor det optimale investeringspunktet avgjøres av definisjoner i denne prosessen. Dette rammeverket benytter finansiell opsjonsteori til å kvantifisere verdien som finnes i fleksibilitet i en usikker verden. Realopsjonsanalysen gjør det også mulig å inkorporere individuelle elementer av risiko, for så å evaluere effekten av disse på investeringsmuligheten.

For å kunne benytte rammeverket til Dixit og Pindyck (1994) må investeringen holde under følgende forutsetninger: 1) det er en betraktelig usikkerhet i fremtidig inntekt, 2) vurderinger for når investeringen skal foretas må finne sted, 3) selve investeringen er delvis eller helt irreversibel.

2.1 Netto nåverdimetoden

Netto nåverdimetoden neddiskonterer fremtidige kontantstrømmer, for så å trekke fra investeringskostnaden. Er denne summen positiv, tilsier metoden at investeringen er lønnsom. Metoden har flere ulemper. Den første er at de fremtidige kontantstrømmene er svært vanskelige å estimere eksakt på grunn av at produksjonsraten, investeringskostnaden og utfallet ikke er deterministiske variabler. For det andre, bruker denne metoden en diskonteringsrente som skal reflektere risikoen til kontantstrømmen, og denne renten er uunngåelig utsatt for estimeringsfeil. Som nummer tre tar metoden ikke hensyn til fleksibiliteten som kan ligge i prosjektet. Dette kan være muligheten til å avvende investeringen til visse usikkerheter blir avklart, eller opsjonen til å forlate prosjektet dersom utfallet skulle vise seg å være svært ulønnsomt (He 2007). Forfattere som Brennan og Schwartz (1985) kritiserer denne metoden nettopp for ikke å inkludere beslutningens fleksibilitet i forhold til flere faktorer. Resultatet kan da bli som Copeland et al. (2001) argumenterer, nemlig at nåverdimetoden systematisk verdsetter alt for lavt siden den ikke inkluderer verdien av fleksibilitet. Nåverdimetoden er uttrykt som:

$$NNV = -I_0 + \sum_{t=1}^n \frac{KS_t}{(1+k)^t}$$

Hvor NNV er netto-nåverdien, I_0 er investeringskostnaden, KS_t er den fremtidige kontantstrømmen til hver periode t , k er diskonteringsrenten og n er antall tidsperioder.

2.2 Realopsjonsteori

En realopsjon, lik en finansiell opsjon er muligheten til å igangsette et prosjekt (kjøpe det underliggende) på et fremtidig tidspunkt. På tidspunktet investeringen foretas, utøves også opsjonen. Den tapte opsjonsverdien kan sees på som en alternativkostnad, ved at du mister muligheten til å avvente. Denne alternativkostnaden inkluderes i realopsjonsanalysen.

Investeringsregelen tilsier at investering kan skje når verdien på prosjektet (den forventede inntekstrømmen) overgår kostnaden ved å investere med en verdi minst tilsvarende opsjonsverdien. Verdien til realopsjonen (RV) kan uttrykkes på følgende måte:

$$RV = \max[V_T - I, F(V)]$$

Hvor V_T er verdien til prosjektet på det (ukjente) tidspunktet investeringen foretas, I er investeringskostnaden og $F(V)$ er forventet verdi ved å utsette investeringen. For å gjenta et viktig punkt, er det optimalt å investere når nåverdien ($V_T - I$) overgår verdien av å vente $F(V)$.

Det finnes flere typer realopsjoner, vi har for eksempel opsjonen til å vente og se, opsjonen til å misligholde, opsjonen til å skalere og opsjonen til å forlate. En av de mest benyttede er opsjonen til å vente og se. Denne typen brukes ofte ved investeringsbeslutninger innen forvaltning av naturressurser, eiendomsutvikling og jordbruk (Ingersoll & Ross 1992; McDonald & Siegel 1982; Titman 1985; Tourinho 1979). Som et eksempel kan investor ha muligheten til å kjøpe en tomt. Han kan vente for å se om prisene på det underliggende (boligpriser) vil rettferdiggjøre en investering (i å sette opp en ny bolig).

Fleksibiliteten til å vente med investeringen, skaper en mulighet for å kun investere når prisene er høye nok og investor sparer seg derfor for investeringen om prisene er på vei nedover. Denne muligheten tilsvarer en amerikansk call-opsjon på nåverdien av den forventede kontantstrømmen til prosjektet. Utøvelsesprisen er i dette tilfellet lik som investeringskostnaden. Opsjonen til å vente blir mer verdifull i tilfeller med stor usikkerhet og lang tidshorisont (Trigeorgis 2002).

For å verdsette en realopsjon, er det viktig å finne hvilke faktorer som påvirker verdien. Det første steget er å identifisere hvilke valg som kan tas og hvilke usikkerheter som medfølger. Når dette er definert, innebærer steg to å velge en passende stokastisk prosess for deretter å sette opp matematiske formler for optimalt investeringspunkt. Et hovedpunkt i verdimodelleringen er valg av riktig stokastisk prosess som kan forklare utviklingen til det underliggende. Valget vil påvirke prosjektverdien, men også investeringsregelen. Derfor gjelder det å finne den stokastiske prosessen som best kan forklare den tilfeldige utviklingen til aktivumet over tid. Det optimale investeringspunktet kan finnes ved partielle differensiallikninger (PDE) eller simuleringsmetoder. PDE metoden uttrykker verdien og dynamikken til opsjonen matematisk via partielle differensiallikninger og randverdier. Denne metoden kan løses analytisk, eller numerisk (Fernandes et al. 2011).

3 Bygge- og energieffektivitetsstandarder

I dette kapitlet vil vi introdusere den byggetekniske forskriften, for så å gjennomgå hvilke energieffektiviseringskrav som blir stilt ovenfor dagens nye boliger.

«Byggeteknisk forskrift (TEK), er en forskrift som definerer tekniske krav og setter grensen for det minimum av egenskaper som et byggverk må ha for å kunne oppføres lovlig i Norge» (DiBK 2010).

Formålet med forskriften er å sikre god kvalitet på alle tiltak, og trådte i kraft 01.07.2010. Den har siden blitt revidert i 2013,2014,2015 og nylig endret de energireglene fra 01.01.2016. Disse energikravene har ett års overgangstid, noe som vil si at frem til 2017 kan du selv velge hvilke av forskriftene du vil bygge etter.

De seneste endringene består blant annet i strammere energirammekrav, bedre isolert bygningskropp, krav til skorstein i småhus og det er ikke lenger tillatt å oppføre varmeinstallasjon for fossilt brensel. Derimot løser de på kravet om bruk av elektrisitet til oppvarming. Tidligere var det et krav for boliger under 500m², at maksimum 60% av netto varmebehov kunne dekkes av elektrisitet eller fossilt brennstoff. Dette kravet er nå lettet i henhold til bruk av elektrisitet til oppvarming, og en kan nå bruke elektrisitet til 100% av oppvarmingsbehovet.

TEK10 setter krav vedrørende energieffektiviteten til et bygg, dette gjelder spesielt for bygg hvor temperaturen er tenkt å ligge over 15 grader. To metoder for å fastsette energiregnskapet er via energitiltak eller ved å sørge for at boligen er innenfor energirammene. Energiltakene er en rekke bestemmelser for maksimum U-verdi, luftlekasjetall, samt vindus- og dørareal. Disse kan fravikes, men minimumskravene til energieffektivitet må uansett oppfylles. Mens energirammene beskriver en terskelverdi for bygningens netto energibehov. Det skal igjennom en beregning dokumenteres at denne verdien ikke overgås. For småhus over 150m² skal ikke energibehovet overgå 108 kWh/m² oppvarmet bruksareal pr. år.

Uavhengig av valg av metode for å sikre seg et riktig energiregnskap, kan som nevnt ikke minstekravene overgås. Minstekravet for yttervegger i dag tilsier en U-verdi på under 0,22, noe som tilsvarer en isolasjonstykkelse på rundt 20cm. U-verdien angir hvor god varmeisolasjonen skal være, jo lavere U-verdi jo bedre isolasjon. Ulike deler av et bygg har ulike anbefalinger og krav til dette. Nedenfor vises en oversikt over utviklingen til energiltakene med hensyn på U-verdi:

Tabell 1: Utvikling av U-verdier

	U-verdi tak	U-verdi gulv	U-verdi yttervegg	Isolasjonstykkelse i yttervegg
TEK10(2016)	0,13	0,10	0,18	25cm
TEK10	0,13	0,15	0,18	25cm
TEK97	0,15	0,15	0,22	20cm
TEK87	0,2	0,3	0,3	15cm-
60-70 tallet	0,41	0,58	0,36	
1940-	1,05	0,93	0,93	

*(Eide 2012; Enova 2012).

Med en anbefaling om U-verdi på 0,18 i dagen forskrift, vil dette med dagens isolasjonsmaterialer tilsvare en isolasjonstykkelse på rundt 25cm. For å oppnå passivhus-standarder må tykkelsen opp i hele 35 til 40cm.

4 Systemløsning for 100% dekning av varmebehov fra solenergi

Solenergi er en utømmelig kilde til fornybar energi, og innehar dermed et enormt potensiale. Et stort problem med utnyttningen av denne energikilden er dens periodiske oppførsel. Noe som fører til en ubalanse mellom tilbud og etterspørsel. Dette kommer av at vi får mest effekt når vi trenger det minst, nemlig midt på dagen da de fleste av oss er på jobb eller midt på sommeren når vi har et mindre forbruk. For å løse dette problemet har naturen sin egen løsning, nemlig grunnvarme. Det er mange som har utnyttet dette, og en av disse løsningene kalles «borehole thermal energy storage».

Sesonglagring av solenergi ble først foreslått på 60-tallet i Amerika. Siden den gang har dette vært et hett emne blant forskere, og flere løsninger har blitt presentert. Det er vanlig å skille mellom fire ulike typer lagring, hvorav borehullsløsningen er den mest foretrukne i dag. Denne lagringsmetoden lagrer varme i jorden ved å overføre varmen ned i borehullene. Det er vanlig å utstyre løsningen med varmpumper, ettersom det er relativt lav temperaturforskjell mellom jorden og vannet (Gao et al. 2015). Derfor vil denne løsningen vanligvis bestå av fire komponenter; Fornybar energikilde, borehull med varmevekslere, et nett til å distribuere varmen, samt et system av varmpumper (Prestegaard 2014).

Et pilotprosjekt ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet (NMBU) i regi av Abbakonda AS benytter seg nettopp av samme konsept. Prosjektet går enkelt forklart ut på å utnytte solenergi via solfangere for deretter å lagre varmtvannet i bakken. Dette skaper muligheter for å utnytte solenergi også i vinterhalvåret, når solfangere og solceller i seg selv ikke er nok. Formålet med prosjektet fra NMBU er å undersøke om en privatbolig kan få dekket oppvarmingsbehovet 100%, uten bruk av varmpumpe. I tillegg undersøkes det om deler av investeringskostnaden kan dekkes ved å bygge en enklere bolig. En slik type løsning er ikke uvanlig for større anlegg, men her vil det bli undersøkt om det også kan brukes til privatboliger.

Det vil bli boret en brønnpark, som deretter blir sammenkoblet med solfangere og installert i en privatbolig. Alt blir dimensjonert etter varmebehovet i den enkelte boligen. Boligen bygges med moderat isolering og lufttetthet, noe som vil redusere byggekostnadene. Siden det forventet vil gi tilstrekkelig med oppvarming, er det greit å «fyre for kråka». Anlegget er utviklet med tanke på å at boligen skal kunne oppnå en høy miljøscore. Løsningen skal kreve få ressurser og alle materialer vil være 100% resirkulerbare.

4.1 Egenart

Energilagring i bakken er i seg selv ikke noe nytt, men denne versjonen gir samlet sett en ny løsning. Dette av følgende årsaker:

- Brønnene. Disse er grunnere og smalere enn dagens tradisjonelle brønner, og gjør det dermed tilgjengelig for bruk av lett boreutstyr. Totalt sett krever de planlagte brønnene mindre drastiske inngrep og senker derfor kostnadene.
- Membrankollektoren. Dagens energibrønner etableres med såkalte U-rør, dvs hvor varmt vann ledes ned og kaldt vann opp. Dette kan også kjøres i motsatt retning alt etter kjøle/varmebehov. U-rørne er omgitt av et isolasjonsmateriale som varmen fra fjell eller grunnvann må igjennom før det kan varmeveksle. Typen rør som blir brukt i tradisjonelle brønner er PE-rør, disse tåler dessverre kun lave temperaturer og vil ikke egne seg for å fange opp solenergi. Botemidlet er såkalte PEX-

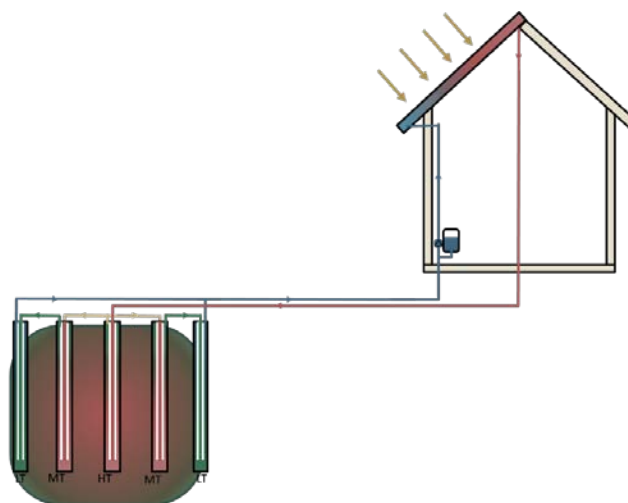
rør, som krever en fullstendig støpt brønn. Løsningen i dette prosjektet går ut på et kollektorsystem som lages i miljøvennlig PVC som monteres direkte i kontakt med fjellet. Nettopp denne direkte kontakten gir en vesentlig større overføringsflate, noe som gjør at effektuttaket pr. meter øker. Rørene tåler opp mot 175°C, og egner seg derfor godt i løsningen med solenergi. En større overføringsflate, og en tilsynelatende enkel montering vil føre til reduserte investeringskostnader kontra den tradisjonelle metoden. Ved en eventuell sanering vil også PVC-rørene ha en fordel da de enkelt kan trekkes opp. Dette i motsetning til en evig støpt brønn.

- Solfangeren. Denne er ikke spesiell for løsningen, men tilbyr et effektivt og rimelig alternativ. Solfangeren valgt for pilotprosjektet er fra ASV-solar, og gjør det mulig å utnytte det oppvarmede vannet også som tappevann. Dette er ikke standard i alle solfangere, da det er vanlig å benytte seg av en frostvæske. Et Drain Back system i valgte solfangere fører til at solfangeren tømmes for vann med svært lav eller høy temperatur. Dette forhindrer koke- og frostskaider. Anlegget er heller ikke trykkstatt noe som videre forenkler installasjonen. Konkurrerende produkter krever en mer omfattende installasjonsprosess, da de er tyngre, mer kostbare, inneholder frostvæske og er trykksatt.

På denne måten inneholder pilotprosjektet ingen teknologinyheter, men setter enkeltelementer sammen på en ny måte.

Et lignende anlegg finnes allerede i Canada, og kalles: *The Drake Landing Solar Community*. Her får hver bolig dekket over 97% av sitt oppvarmingsbehov fra solenergi, samtidig blir 50% av varmtvannsbehovet dekket. I denne løsningen er en rekke bolighus tilknyttet en større brønn for oppbevaring av vannet. Hvert hus er installert med solfangere og bidrar enkeltvis til oppvarmingen. Her benytter de seg videre av en frostvæske i solfangerne, og et separat system leverer varmtvannet (Sibbitt et al. 2012). Konseptet utbygd i Canada er det samme som pilotprosjektet ved NMBU, men bruken av tradisjonell teknologi som beskrevet i avsnittet ovenfor fører til et anslagsvis dyrere prosjekt.

4.2 Hvordan fungerer det?



Figur 1: Illustrasjon av anlegget (Heyerdahl 2015)

Solceller og solfangere er montert på fasade eller takflater. Disse benyttes som strømforsyning til et vannbåret oppvarmingssystem og oppvarming av tappevann. Å benytte solenergi på denne måten er

fordelaktig, da det inkluderer et enkelt system med høy virkningsgrad. På grunn av konveksjon kreves det høy pumpeeffekt gjennom sommeren for å pumpe varmt vann ned i brønnen og kaldt vann opp i solfangeren. Siden denne prosessen først starter når solfangerne tar imot høy effekt fra solen, er det god tilgang på elektrisitet fra solcellepanelet til sirkulasjonspumpen. På vinteren derimot, vil konveksjon hjelpe til med å sirkulere varmt vann opp i varmeanlegget til boligen, og kaldt vann presses ned i brønnen.

Det oppvarmede vannet blir overført til varmelageret av fast berg via borehullene. Brønnparken lades opp ved at høytemperert vann først leveres til de indre rørene, og varmer opp berggrunnen i dette området. Deretter beveger vannet seg utover, i serier på 6 borehull. Med denne metoden oppnås en høy kjernetemperatur (40-70°C), med avtakende temperatur utover i brønnen. Denne overgangen er avgjørende for å begrense varmetap.

Når vinteren melder seg vil vannet pumpes i motsatt retning. Kaldt vann blir nå pumpet inn fra den ytterste kretsen, og vil gradvis bli oppvarmet på vei innover. Dette vil føre til at temperaturen i brønnen vil falle i løpet av vinterhalvåret. Varmeenergien som er innhentet gjennom sommeren blir nå pumpet ut og brukt til oppvarming. Solfangeranlegget være av en såpass dimensjon at innstråling vil kunne gi brønnen tilstrekkelig høy nok temperatur før vinteren kommer.

Når anlegget først blir igangsatt vil det kun ha en kjernetemperatur på rundt 7°C, som vil tilsvare normaltemperaturen i berggrunnen. På grunn av den lave temperaturen i oppstartsfasen, vil ikke brønnen klare å oppnå en tilstrekkelig varm nok temperatur gjennom den første sommeren. Dette kan løses ved å leie ekstra solfangere for en periode. Det er mulig å la brønnen opparbeide seg denne temperaturen naturlig, men da må den stå i tre til seks år.

5 Kraftmarkedet og spotprisen

I denne seksjonen introduserer vi kraftmarkedet og noen av de mange spotprismodellene foreslått i litteraturen. Modelleringen av spotpriser er komplisert på grunn av dens spesielle karakteristikk; plutselige prishopp, en tilbaketrekning mot langtidsgjennomsnittet, høy volatilitet og en sesongvariasjon som viser seg i årlige, ukentlige og daglige sykluser. Økonomisk teori tilsier at prisen på ethvert gode er fastsatt av balansen mellom tilbud og etterspørsel. Elektrisitetspriser innehar nevnte kvaliteter som ikke observeres i andre råvarer eller goder. Denne problematikken kommer i stor grad av at elektrisitet i prinsippet ikke kan lagres (hverken fysisk eller i økonomisk forstand) og at det samtidig kreves en konstant balanse mellom produksjon og konsum for å sikre stabilitet i nettet. Kraftmarkedet vi tar for oss i denne oppgaven er Nord Pool, og vi bruker spotprisene deres for Osloområdet (NO1).

5.1 Kraftmarkedet

Nord Pool er en ledende børs for strøm i Europa. Spotmarkedet til Nord Pool er et Day-Ahead marked. Et klassisk spotmarked ville ikke ha vært mulig, ettersom systemoperatøren trenger forhåndsvarsel for å sikre at overføringene er mulige og innenfor kapasiteten. Spotkontrakten er normalt timesbasert med fysisk levering. Den blir ikke handlet kontinuerlig, men fungerer gjennom en daglig auksjon. Det finnes også en systempris som blir satt separat for hver av timene, basert på balansen mellom det aggregerte tilbudet og den aggregerte etterspørselen for alle deltakere på børsen i hele markedet, uten flaskehalser. Systemprisen kan derfor kalles klareringsprisen i markedet (Lucia & Schwartz 2002).

Hovedformålet i energiindustrien er å omforme ulike typer energi til elektrisitet, for deretter å transportere det til konsumentene. Prisene er i høy grad satt av etterspørselen og dens karakteristikk i ethvert tidspunkt. Dette kan være satt av værforhold og aktiviteten i næringslivet. En annen viktig faktor å se på, er at transport av elektrisitet medfølger et tap underveis, men det kan også være kapasitetsgrenser i nettet mellom regioner. Derfor vil prisene ha en tendens til å være lokale, og determinert av lokale forhold i tilbud og etterspørsel.

5.2 Spotprisen

Blant de ulike versjonene av spotprismodeller finnes multi-agent, fundamentale, statistiske, ikke parametriske, hybridmodeller og modeller på såkalt redusert form. Vi vil ta for oss den sistnevnte, som er en finansinspirert versjon hvor formålet er å replisere de viktigste karakteristikkene til elektrisitetsprisene (Weron 2014). Det er også denne formen realopsjonsmodellen krever. Det er videre vanlig å skille mellom prognoser på kort, medium og lang sikt, ettersom det er ulike faktorer som påvirker usikkerheten og derfor utviklingen. På kort sikt, blir elektrisitetsprisen påvirket av vær, skranker i nettet og produksjonen. Mens på lang sikt vil faktorer som etterspørsels- og tilbudsutvikling spille mer inn. I denne oppgaven er modellene som er best egnet for langsiktige prognoser av størst interesse. Vi vil allikevel se på en modell lagd for kortsiktige prognoser for å undersøke dens egenskaper.

Den tradisjonelle fremgangsmåten for å modellere prisprosesser som er stokastiske av natur, er å applikere en stokastisk differensiallikning av formen:

$$dX_t = \mu(X, t)dt + \sigma(X, t)dB_t$$

Hvor $\mu(X, t)$ er driften, $\sigma(X, t)$ volatiliteten og dB_t er inkrementet av en standard Brownian motion. Den mest kjente prosessen innen denne familien er den geometriske Brownian motion (med $\mu(X, T) = \mu X$ og $\sigma(X, t) = \sigma X$). Denne modellen ble brukt allerede på 1960-tallet for å modellere aksjepriser, og er fortsatt en av de mest anvendte modellene, spesielt i realopsjonsteorien (de Magalhães Ozorio et al. 2012). Boomsma et al. (2012) bruker denne prosessen for å modellere langtidodynamikken i elektrisitetsprisene.

Egenskapene til geometrisk Brownian motion gjør at den kan vandre langt fra startpunktet. På grunn av dette, argumenterer Schwartz (1997) for at denne prosessen ikke er relevant for råvarepriser. Slike priser holder seg rundt et langtidsgjennomsnitt og modelleres bedre av geometrisk mean reversion. Som nevnt er bevegelsene observert i elektrisitetspriser annerledes enn andre råvarer, likevel skriver Pilipovic (2007) at det bør bli brukt en mean reversion modell for energimarkeder. Geometrisk mean reversion kan skrives slik:

$$dx = \eta x(\bar{x} - x)dt + \sigma x dz$$

Hvor x er prisen på elektrisitet, \bar{x} er langtidsgjennomsnittet, η hastigheten tilbake til dette gjennomsnittet, σ volatilitetsparameteren og dz er en Wiener inkrement. Desto lenger verdien er fra langtidsgjennomsnittet, desto raskere vil verdien gå tilbake til langtidsgjennomsnittet.

En annen relevant prosess er Schwartz-Smith modellen (Schwartz & Smith 2000). Her blir spotprisen delt opp i to stokastiske komponenter, $\ln(S_t) = X_t + \varepsilon_t$. X_t er det kortsiktige prisavviket og ε_t er det langsiktige likevektsprisinivået. Den kortsiktige komponenten følger en Ornstein-Uhlenbeck prosess (mean reversion prosess) med et langtidsgjennomsnitt lik null, gitt som:

$$dX_t = -\beta X_t dt + \sigma_X dz_X$$

Den langsiktige komponenten ε_t følger en Brownian motion, uttrykt som:

$$d\varepsilon_t = \mu_\varepsilon dt + \sigma_\varepsilon dz_\varepsilon$$

I kortsiktige prognoser er det viktig at det blir tatt hensyn til plutselige prishopp. Disse raske og kraftige prisendringene kommer i positiv retning når elektrisitetskonsumet øker så mye, at det nærmer seg produsentenes produksjonskapasitet. Raske negative prishopp kan skje når konsumet blir veldig lavt, men produksjonen holdes oppe. Dette skjer på grunn av hvordan kraftmarkedet fungerer, der det er ofte mer lønnsomt for kraftprodusentene å holde kraftverkene gående i perioder med lave strømpriser enn å stenge ned anleggene. Dette gjør at prisene kan bli negativ, slik at i prinsippet vil brukeren få betalt for å forbruke strøm. Dette skjer sjeldent i Norge ettersom elektrisiteten blir eksportert til andre markeder dersom prisen blir for lav.

En kjent prosess brukt for å modellere elektrisitetsprisene på kortsikt er Markov regime-switching (Janczura & Weron 2012). Denne modellen har blitt modifisert en rekke ganger, og her vil den bli kort presentert slik som Janczura og Weron (2012) har introdusert den. Den tar utgangspunkt i en heteroskedastisk, mean-reverting modell uttrykt i diskret tid som:

$$dX_t = (\alpha - \beta X_t)dt + \sigma |X_t|^\gamma dW_t$$

Hvor hvert regime $(X_{t,i})$ er styrt av en annen uavhengig prosess. I en modell med to regimer har vi følgende:

$$X_t = \begin{cases} X_{t,1} & \text{dersom } R_t = 1, \\ X_{t,2} & \text{dersom } R_t = 2, \end{cases}$$

Hvor minst et regime er som følger:

$$X_{t,i} = \alpha_i (1 - \beta_i) X_{t-1} + \sigma |X_{t-1,i}|^{\gamma_i} \epsilon_{t,i}, \quad i = 1 \vee i = 2$$

Janczura og Weron (2012) har i sin anvendelse brukt tre regimer til å modellere spotprisen. De har satt det første regime til å beskrive prisen gjennom en normalperiode, andre regime som et positivt prishopp og det tredje regime negative prishopp. $X_{t,i}$ definerer de ulike regimene og R_t er markedssituasjonen. Ved å ta i bruk disse uavhengige regimene er det mulig å inkludere svært ulike prisutviklinger i en prosess. Denne prosessen er ment for medium og kortsiktige prognoser.

6 Optimal investering

Dette kapitlet er basert på Dixit og Pindyck (1994) sin fremleggelse av contingent claims analyse (CCA) for å utlede det optimale investeringspunktet. Dette blir en mer detaljer gjennomgang av CCA og hvordan vi kommer frem til løsninger for alle parameterne, enn det som kommer senere i fagartikkelen. Denne metoden baserer seg på å uttrykke verdien til opsjonen matematisk via partielle differensiallikninger og randverdier.

CCA stammer fra de kjente opsjonsverkene Black og Scholes (1973) og Merton (1971; 1973). Hovedprinsippet går ut på at prosjektets fremtidige verdi og risiko kan nøyaktig kopieres gjennom et aktivum eller en portefølje av aktiva som blir handlet i finansielle markeder. På denne måten er det mulig å estimere de nødvendige parameterne i realopsjonen, selv for prosjekter som ikke har en klar og kontinuerlig omsatt verdi. Dette gjøres ved å lage en portefølje (kan også være fra kun et aktivum) bestående av passende salgs- og kjøpsposisjoner som i likevekt skal minimum inntjene den risikofrie renten og det må ikke være noen muligheter for arbitrasjehandel. Med denne porteføljen vil det være mulig å verdsette prosjektet. Denne arbitrasjefrie forutsetningen gjør at det ikke alltid er nødvendig å fastslå en risikjustert diskonteringsrente. I tilfeller, der råvarer er benyttet i den kopierte porteføljen, kan det oppstå en convenience yield i avkastningen til porteføljen. I så fall, må denne verdsettes eller at det eventuelt estimeres en verdi på markedsrisikoen.

6.1 Contingent claims analyse med geometrisk Brownian motion

Som nevnt, bruker CCA et aktivum eller en portefølje av aktiva til å kopiere de stokastiske endringene i verdien til prosjektet V . Vi sier at x er prisen på det kopierende aktivumet eller porteføljen av aktiva med perfekt korrelasjon med V . p_{xm} er korrelasjonskoeffisienten mellom avkastningen til x og markedet, og derfor vil $p_{xm} = p_{Vm}$. Denne vil da følge følgende prosess:

$$dx = \mu x dt + \sigma x dz$$

μ er driftparameteret og representerer den forventede avkastningen til x . Vi lar μ være representert av CAPM slik at den er lik den ikke-diversifiserte risikoen investorene tar på seg.

$$\mu = r + \Phi \sigma p_{xm}$$

Den risikofrie renten er notert som r , Φ er verdien på risikoen priset av markedet ($\Phi = \frac{r_m - r}{\sigma_m}$) og p_{xm} er korrelasjonskoeffisienten mellom avkastningene til x og markedet m . For at en investor skal være villig til å investere må α , som er den forventede endringen i V , alltid være mindre enn μ , som er den risikjusterte avkastningen. Dersom dette ikke er tilfellet, vil det alltid være mer lønnsomt å vente med investeringen. Vi lar $\delta = \mu - \alpha$, og siden $\alpha < \mu$, antar vi at $\delta > 0$. δ kan sees på som en alternativkostnad til å utsette investeringen og sitte på muligheten til å vente. Dersom $\delta = 0$ og $\mu = \alpha$, har vi ikke lenger en alternativkostnad på å vente og det vil da aldri bli investert i prosjektet, derav har vi antagelsen $\delta > 0$. Er derimot δ svært høy, så vil det resultere i en lav realopsjonsverdi siden alternativkostnaden av å vente med investeringen er høy. Hadde dette vært en finansiell opsjon på en aksje, så ville δ representert utbyttet til den underliggende aksjen.

For å finne den optimale investeringsregelen kan vi tenke oss at vi kjøper en kjøpsopsjon med verdi $F(V)$, samtidig som vi inntar en salgsposisjon i $n = F'(V)$ antall enheter av aktivumet til x . For at det skal være mulig å ta en kjøpsposisjon, må det være noen på det andre siden villig til å selge.

Salgsposisjonen utbetaler $\delta VF'(V)$ for hver tidsperiode til kjøperen. Avkastningen til kjøperen er lik μV , som avhenger av den forventede prisveksten, αV , og en dividende, δV . Den totale risikofrie avkastningen av å eie denne porteføljen blir da:

$$dF - F'(V)dV - \delta V F'(V)dt$$

Ved å bruke Itô's Lemma kan vi finne uttrykket for dF :

$$dF = F'(V)dV + \frac{1}{2}F''(V)(dV)^2$$

Etter videre utregninger, for blant annet å fjerne arbitrasjemuligheter, kommer Dixit og Pindyck (1994) frem til en følgende differensialligning:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F''(V) + (r - \delta)V F'(V) - rF = 0$$

$F(V)$ må oppfylle denne andre ordens differensiallikning, i tillegg til tre randbetingelser. Grunnen til at vi trenger tre randbetingelser istedenfor kun to, er at randbetingelse nummer to har ingen bestemt verdi. Derfor trenger vi også den siste randbetingelsen. Randbetingelsene er:

$$F(0) = 0$$

$$F(V^*) = V^* - I$$

$$F'(V^*) = 1$$

Den første randbetingelsen har vi på grunn av at når V går til null i den stokastiske prosessen, så vil den forbli på null. Dersom prosjektets verdi, V , blir null, så vil også realopsjonsverdien til dette prosjektet være lik null. Den andre randbetingelsen forteller at når V har nådd den optimale investeringsverdien, så vil lønnsomheten være lik $V^* - I$. Skriver vi dette om til $I = V^* - F(V^*)$, ser vi at ved en investering mottar de verdien til prosjektet, men mister verdien av muligheter til investeringen som de akkurat har foretatt. Uttrykket $V - F(V)$, gir oss dermed alternativkostnaden ved å investere nå. Endrer vi rekkefølgen enda en gang får vi, $V^* = I + F(V^*)$, som sier at prosjektets verdi er lik investeringskostnader pluss alternativkostnader, slik som forklart ovenfor. Den tredje randbetingelsen er en smooth pasting randbetingelse. Denne uttrykker at når V har nådd den optimale investeringsverdien, så er stigningen til muligheten til å investere lik 1.

For å finne en endelig løsning for $F(V)$ må differensiallikningen løses med hensyn på randbetingelsene. Dixit og Pindyck (1994) kommer da frem til følgende løsning:

$$F(V) = AV^{\beta_1}$$

$\beta_1 > 1$ er en konstant som vi kan finne fra parameterne σ , r og δ . Den optimale investeringsverdien, V^* , finner vi ved å regne ut:

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I$$

Konstanten A , finner vi slik:

$$A = \frac{(V^* - I)}{(V^*)^{\beta_1}} = \frac{(\beta_1 - 1)^{\beta_1 - 1}}{[(\beta_1)^{\beta_1} I^{\beta_1 - 1}]}$$

Siden vi vet at $\beta_1 > 1$, så vil også $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1$, og dermed blir $V^* > I$.

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{(r - \delta)}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(r - \delta)}{\sigma^2} - \frac{1}{2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} > 1$$

6.2 Contingent claims analyse med geometrisk mean reversion

Her vil vi se på tilsvarende metode hvor vi benytter en mean reverting prosess. Vi antar at V følger en prosess som kan uttrykkes slik:

$$dV = \eta(\bar{V} - V)V dt + \sigma V dz$$

Her er η hastigheten på reverseringen, \bar{V} er normalverdien (gjennomsnittet) til V , σ er den estimerte volatiliteten for prosessen og dz er endringen i Wiener inkrementet.

μ setter vi nå som den risikojusterte diskonteringsrenten, dvs. den systematiske risikoen i den stokastiske endringen i V . I GBM antok vi at α , den forventede endringen i V var konstant, men slik er det ikke for GMR. Her vil diskonteringsrenten endres i takt med V , slik at δ blir en funksjon av V :

$$\delta(V) = \mu - \eta(\bar{V} - V)$$

Vi bruker den samme differensiallikningen som tidligere, men setter inn $\delta(V)$ for δ .

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V^2 F''(V) + [r - \mu + \eta(\bar{V} - V)]V F'(V) - rF = 0 \quad (1)$$

Der samme randbetingelsene gjelder her som for GBM. For å finne en løsning her, så setter vi opp den tidligere løsningen fra GBM, men legger til en ny funksjon, $h(V)$.

$$F(V) = AV^\theta h(V)$$

A og θ er konstanter som må løses fra differensiallikningen. Setter vi løsningen over inn i differensiallikningen, (1), og endrer litt på rekkefølgen, så får vi:

$$V^\theta h(V) \left[\frac{1}{2}\sigma^2 \theta(\theta - 1) + (r - \mu + \eta\bar{V})\theta - r \right] + V^{\theta+1} \left[\frac{1}{2}\sigma^2 V h''(V) + (\sigma^2 \theta + r - \mu + \eta\bar{V} - \eta V)h'(V) - \eta\theta h(V) \right] = 0 \quad (2)$$

Herifra går vi frem ved å sette hvert av disse to leddene lik null. Det første leddet blir:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 \theta(\theta - 1) + (r - \mu + \eta\bar{V})\theta - r = 0$$

Løser vi med hensyn på θ , kan likningen ha både en positiv og en negativ løsning. For å oppfylle den første randbetingelsen $F(0) = 0$, så går vi videre med den positive løsningen:

$$\theta = \frac{1}{2} + \frac{(\mu - r - \eta\bar{V})}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{(\mu - r - \eta\bar{V})}{\sigma^2}\right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

Vi går nå tilbake til likning (2), for å sette det siste leddet av likningen lik null, og får da:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 V h''(V) + (\sigma^2 \theta + r - \mu + \eta \bar{V} - \eta V) h'(V) - \eta \theta h(V) = 0$$

Ved å sette $x = 2\eta V/\sigma^2$, så kan likningen gjøres om til standardform. Videre lar vi $h(V) = g(x)$, slik at vi får følgende deriverte av første og andre orden: $h'(V) = \left(\frac{2\eta}{\sigma^2}\right) g'(x)$ og $h''(V) = \left(\frac{2\eta}{\sigma^2}\right)^2 g''(x)$. Da blir likningen over til:

$$x g''(x) + (b - x) g'(x) - \theta g(x) = 0$$

Verdien til b finner vi ved:

$$b = 2\theta + \frac{2(r - \mu + \eta \bar{V})}{\sigma^2}$$

Dette er en Kummer's likning og kan løses som en konfluent hypergeometrisk rekke, $H(x; \theta, b(\theta))$:

$$H(x; \theta, b) = 1 + \frac{\theta}{b} x + \frac{\theta(\theta + 1)}{b(b + 1)} \cdot \frac{x^2}{2!} + \frac{\theta(\theta + 1)(\theta + 2)}{b(b + 1)(b + 2)} \cdot \frac{x^3}{3!} + \dots$$

Den endelige løsningen blir da:

$$F(V) = AV^\theta H\left(\frac{2\eta}{\sigma^2} V; \theta, b\right) \quad (3)$$

Siden denne løsningen inneholder en konfluent hypergeometrisk rekke, så må den løses numerisk. For å finne løsningene for A og V^* , deriverer vi med hensyn på V , og får:

$$F'(V) = A\theta(V)^{\theta-1}H + A(V)^\theta \frac{\partial H}{\partial V} * \frac{2\eta}{\sigma^2}$$

Ved å bruke den tredje randbetingelsen, $F'(V^*) = 1$, så har vi:

$$A\theta(V^*)^{\theta-1}H + A(V^*)^\theta \frac{\partial H}{\partial V^*} * \frac{2\eta}{\sigma^2} = 1$$

Som igjen gir oss:

$$A = \left(\theta(V^*)^{\theta-1}H + (V^*)^\theta \frac{\partial H}{\partial V^*} * \frac{2\eta}{\sigma^2} \right)^{-1}$$

Ved å sette inn A i løsning (3), og sette dette lik den andre randbetingelsen får vi:

$$\frac{HV^*}{\left[H\theta + V^* \frac{\partial H}{\partial V^*} * \frac{2\eta}{\sigma^2} \right]} = V^* - I$$

Som blir:

$$(V^*)^2 \frac{\partial H}{\partial V^*} * \frac{2\eta}{\sigma^2} + HV^*(\theta - 1) - IV^* \frac{\partial H}{\partial V^*} * \frac{2\eta}{\sigma^2} - IH\theta = 0$$

Denne ikke-lineære ligningen må løses ut numerisk. Etter vi har funnet verdien for V^* , kan vi finne realopsjonsverdien ved å sette alle de utregnede parameterne inn i likning 3. Disse løsningene anvender vi videre i fagartikkelen hvor vi introduserer et investeringseksempel.

7 Konklusjon

Vi har i denne oppgaven brukt realopsjonsteori for å komme frem til optimal investeringspris og realopsjonsverdien for en investering i et energieffektiviseringstiltak til en privatbolig. Disse verdiene avhenger av elektrisitetsprisene som blir prognosert av geometrisk Brownian motion og geometrisk mean reversion. For å analysere lønnsomheten må vi neddiskontere de fremtidige inntektene som er basert på de stokastiske prosessene og skalere disse etter hvor mye energieffektiviseringstiltaket reduserer strømforbruket. Denne metoden gir oss en terskelpris notert i kr/MWh, som indikerer hvor høy elektrisitetsprisen burde være før realopsjonsmodellen anbefaler en investering. Når vi bruker GBM til å modellere elektrisitetsprisene i investeringseksempelet, viser realopsjonsmodellen at investor burde investere når elektrisitetsprisen passer 9700 kr/MWh for alternativ A. Sammenligner vi dette opp mot dagens markedspris, er investeringen langt unna optimal terskelpris.

Investeringsalternativet har positiv realopsjonsverdi som tilsier at investor bør vente med å investere slik at man har mer tid samle ytterligere informasjon om investeringen. Resultatet fra nåverdimetoden sier at man ikke burde investere. Realopsjonsmodellen derimot, viser at investeringen er potensielt lønnsomt, men elektrisitetsprisen må nå opp til kritisk pris. Med tanke på at prisen i dette tilfellet er modellert etter GBM, så er det ikke urealistisk at prognoserte prisen vil etter hvert nå opp til denne terskelprisen. Ser vi derimot på situasjonen i det norske kraftmarkedet i dag, virker denne prisøkningen lite realistisk. Resultatene fra vårt investeringseksempel hjelper ikke til med å motbeviser energiparadoksets fremgang.

Det er svært viktig å ta i betraktning at disse realopsjonsresultatene kommer fra våre investeringseksempler der vi har fastsatt investeringskostnadene og effektivitetsgradene. Til tross for at vi ikke har tilgang på nødvendig data har vi presentert denne modellen da den kan brukes på lignende tiltak og til pilotprosjektet ved NMBU dersom data en gang blir tilgjengelig.

Ser vi på resultatene fra GMR finner vi en terskelpris på 52 600 kr/MWh i alternativ A. En betydelig høyere verdi enn den vi har fra GBM. Denne stokastiske prosessen kommer frem til at investor burde vente med investeringen, men med en betydelig høyere kritisk pris. Vi ser dermed at metoden vi velger for å definere usikkerheten gir et vesentlig utslag i realopsjonsresultatene.

8 Videre forskning

I realopsjonsmodellene har vi avendt geometrisk Brownian motion og geometrisk mean reversion for å modellere usikkerheten i elektrisitetsprisene. Det finnes i dag flere modeller som kan potensielt representere prisutviklingen til elektrisitet på en bedre måte, både for kortsiktige og langsiktige prognoser. På grunn av antagelsen om lang levetid på prosjektet er modeller konstruert for langsiktige prognoser best egnet, men det kan også tenkes at noen tilfeller at prosjekt kan ha kortere levetid. For et prosjekt med kort levetid er det viktig å ta hensyn til de plutselige prishoppene som observeres. Det kan gjøres ved å bruke modeller som mean-reverting jump-diffusion (Deng 2000) og Markov regime-switching. Et alternativ for en ytterligere langsiktig modell kan være Schwartz-Smith (Schwartz & Smith 2000) modellen.

I vår oppgave har vi satt investeringskostnaden som en konstant variabel. På grunn av de raske teknologidringene i disse dager kunne vi ha undersøkt et tilfelle der vi antar at investeringskostnaden følger en stokastisk prosess. Hvor reelt dette er måtte ha blitt avgjort etter videre studier. Vi kunne også inkludert Enovatilskuddet i den totale investeringskostnaden. Enova gir støtte til installasjon av energiltak for privatpersoner.

I eksempelet vårt kunne vi også inkludert flere alternativer hvor vi spesifiserer boliger bygd etter ulike typer byggestandarder. Et alternativ kunne vært et passivhus som har høye byggekostnader, men med et lavt strømforbruk. Dette kunne ha blitt vurdert opp mot et nytt alternativ i form av en bolig oppsatt etter 70-talls byggestandarder hvor byggekostnadene er mye lavere, men har høyere energiforbruk til oppvarming.

Referanseliste

- Arrow, K. J. & Fisher, A. C. (1974). Environmental preservation, uncertainty, and irreversibility. I: *Classic Papers in Natural Resource Economics*, s. 76-84: Springer.
- Black, F. & Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities. *The journal of political economy*: 637-654.
- Boomsma, T. K., Meade, N. & Fleten, S.-E. (2012). Renewable energy investments under different support schemes: A real options approach. *European Journal of Operational Research*, 220 (1): 225-237.
- Brennan, M. J. & Schwartz, E. S. (1985). Evaluating natural resource investments. *Journal of business*: 135-157.
- Copeland, T. E., Antikarov, V. & Copeland, T. E. (2001). *Real options: a practitioner's guide*: Texere New York.
- de Magalhães Ozorio, L., de Lamare Bastian-Pinto, C. & Brandao, L. (2012). *The choice of stochastic process in real option valuation*. Proceedings of real options conference.
- Deng, S. (2000). *Stochastic models of energy commodity prices and their applications: Mean-reversion with jumps and spikes*: University of California Energy Institute Berkeley.
- DiBK. (2010). *Veiledning om tekniske krav til byggverk*. HO-2/2011 utg.: Direktoratet for byggkvalitet. Tilgjengelig fra: <https://www.dibk.no/no/byggeregler/Gjeldende-byggeregler/Veiledning-om-tekniske-krav-til-byggverk/> (lest 03.04).
- Dixit, A. K. & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*: Princeton university press.
- Eide, S. (2012). Yttervegger i tre med passivhuskrav. *Fokus på tre*, 55.
- Enova. (2012). *Etterisolering*. Tiltak i bygningskroppen. Tilgjengelig fra: <http://www.enova.no/radgivning/privat/rad-om-produkter-og-losninger/tiltak-i-bygningskroppen/etterisolering/etterisolering/100/124/> (lest 03.04).
- Fernandes, B., Cunha, J. & Ferreira, P. (2011). The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15 (9): 4491-4497.
- Gao, L., Zhao, J. & Tang, Z. (2015). A Review on Borehole Seasonal Solar Thermal Energy Storage. *Energy Procedia*, 70: 209-218.
- He, Y. (2007). *Real options in the energy markets*: University of Twente.
- Heyerdahl, P. H. (2015, 02.12). *Bolig solvarmet hele året?* Lunsjseminar i regi av Solenergi NMBU, Institutt for matematiske realfag og teknologi, NMBU
- Ingersoll, J. E. & Ross, S. A. (1992). Waiting to invest: Investment and uncertainty. *Journal of Business*: 1-29.
- Janczura, J. & Weron, R. (2012). Efficient estimation of Markov regime-switching models: An application to electricity spot prices. *AStA Advances in Statistical Analysis*, 96 (3): 385-407.
- KMD-departementet. (2012: (2011-2012)). *Gode bygg for eit betre samfunn: Ein framtidsretta bygningspolitikk*.
- Lucia, J. J. & Schwartz, E. S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange. *Review of derivatives research*, 5 (1): 5-50.
- McDonald, R. L. & Siegel, D. (1982). *The value of waiting to invest*: National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA.
- Merton, R. C. (1971). Optimum consumption and portfolio rules in a continuous-time model. *Journal of economic theory*, 3 (4): 373-413.

- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*: 141-183.
- Metcalf, G. E. & Hassett, K. A. (1999). Measuring the energy savings from home improvement investments: evidence from monthly billing data. *Review of economics and statistics*, 81 (3): 516-528.
- Pilipovic, D. (2007). *Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives: Valuing and Managing Energy Derivatives*: McGraw-Hill Education.
- Prestegaard, U. (2014). Lading og lagring av varme i energibrønner for bygningsoppvarming.
- Schwartz, E. & Smith, J. E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46 (7): 893-911.
- Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 52 (3): 923-973.
- Sibbitt, B., McClenahan, D., Djebbar, R., Thornton, J., Wong, B., Carriere, J. & Kokko, J. (2012). The performance of a high solar fraction seasonal storage district heating system—five years of operation. *Energy Procedia*, 30: 856-865.
- Titman, S. (1985). Urban land prices under uncertainty. *The American Economic Review*, 75 (3): 505-514.
- Tourinho, O. A. (1979). *The valuation of reserves of natural resources: an option pricing approach*: University of California, Berkeley.
- Trigeorgis, L. (2002). Real options and investment under uncertainty: What do we know?
- Weron, R. (2014). Electricity price forecasting: A review of the state-of-the-art with a look into the future. *International Journal of Forecasting*, 30 (4): 1030-1081.

«Energiparadokset»: En varig realitet?

Caroline Nilssen Rogndalen, Håkon Solvang Songe
Handelshøyskolen, Norges miljø – og biovitenskapelige universitet

Sammendrag

I 20-20-20 målene vedtok EU at innen 2020 skal det bli en 20% reduksjon i klimagassutslipp, 20% reduksjon av energiforbruket, og 20% økning i bruk av fornybar energi. Det er ikke forventet at denne kampen skal bli tatt lettere på i fremtiden. Energiforbruket i privatboliger utgjør en betydelig andel av det totale forbruket, og en reduksjon her vil kunne utgjøre en forskjell. Studier viser derimot gang på gang at husholdninger utviser en motvilje mot å investere i energisparende teknologi, og fenomenet har fått navnet: «The Energy Paradox». I denne artikkelen fremlegger vi en realopsjonsmodell for å vurdere lønnsomheten av energieffektiviseringstiltak rettet mot private boliger. Modellen fastsetter optimal investeringsverdi med hensyn til usikre fremtidige innsparinger og en irreversibel investeringskostnad. Innsparingen avhenger av det volatile prisnivået på elektrisitet, som blir modellert etter to ulike stokastiske prosesser. Med fokus på geometrisk Brownian (GBM) motion og geometrisk mean reversion (GMR), ser vi på hvordan valget av stokastiske prosesser påvirker realopsjonsresultatet. I vårt eksempel med et tiltenkt energieffektiviseringstiltak, får vi positive realopsjonsverdier og negative nåverdier. Det er antatt en uendelig levetid på investeringsmuligheten i realopsjonsanalysen, mens for nåverdimetoden er levetiden satt til 30 år. Med tanke på det lave elektrisitetsprisenivået vi har i Norge nå, er det ikke overaskende at en husholdning gitt dette investeringsalternativet, heller vil benytte seg av muligheten til å vente på mer informasjon. Dette resultatet ser ut til å stemme overens med de faktiske forholdene i Norge, hvor utbredelsen av solcellepanel, solfangere, jordvarme og lignende tiltak ikke har tatt helt av.

Nøkkelord: Energieffektiviseringstiltak, realopsjonsteori, contingent claims analyse, geometrisk Brownian motion, geometrisk mean reversion.

1 Introduksjon

Norske husholdninger ligger på verdenstoppen når det gjelder strømforbruk. En av hovedårsakene er at vi bruker elektrisitet til oppvarming av boligene våre. Dette alene, står for om lag 66% av strømforbruket i en enebolig. Regjeringen har som mål at denne energibruken skal reduseres betraktelig innen 2020, og at alle nybygg skal oppføres med fokus på energieffektivitet. Teknisk forskrift (TEK10¹) stiller krav til energibruken i boliger gjennom en fastsatt byggestandard. Tidligere i år ble TEK10 ytterligere skjerpet med krav om tettere og bedre isolerte bygg, slik at varmen blir ivaretatt.

Energieffektivisering er et felt under stadig utvikling, hvor vi kan forvente å se nye og attraktive løsninger komme på markedet. Mange av disse tiltakene har gode egenskaper slik som lang teknisk levetid og lave vedlikeholdskostnader. Men, på grunn av dagens lave elektrisitetspriser er det få som vurderer disse alternativene. Høye investeringskostnader og en usikker inntjening kan fort virke skremmende for mange.

Vi skal i denne oppgaven ta i bruk realopsjonsteori for å undersøke den privatøkonomiske lønnsomheten av å investere i energieffektiviseringstiltak for boliger. Boligeieren har valget

mellom å investere for å spare kostnader i fremtiden, eller å stå ovenfor usikkerheten i utviklingen til elektrisitetsprisene ved den ordinære nettilkoblingen.

Realopsjonsanalyse baserer seg på å analysere investeringsbeslutninger forutsatt tre forhold: usikkerhet i den fremtidige avkastningen, irreversibel investering og muligheten til å kunne utsette prosjektet (Dixit & Pindyck 1994). Metoden gir investor muligheten til å medregne fleksibiliteten som finnes i å utsette en irreversibel investering (kostbar å reversere), noe den tradisjonelle nåverdimetoden ikke tar hensyn til under sin «nå eller aldri»-forutsetning. Samtidig har nåverdimetoden vist å føre til overestimering av prosjektverdier, hvor i motsetning realopsjonsrammeverket krever en avkastning over den forventede nåverdien til investeringen.

Helt fra utviklingen av realopsjonsmetoden har investeringer i energiindustrien fått mye fokus. Et av de første verkene kan dateres tilbake til Tourinho (1979), hvor opsjonsprising ble benyttet i evalueringen av chilenske koppergruver. Utnyttelsen av naturressurser har siden fått stor oppmerksomhet, og som følger har litteraturen på området utfoldet seg. Anvendelsen på fornybare energiprojekter kom først med verket til Venetsanos et al. (2002). Resultatene av studien viste positive opsjonsverdier for vindenergiprojektet, men med negative nåverdier. Nyere artikler på området er mellom andre Bauner og

¹ Teknisk forskrift til plan og bygningsloven 2010

Crago (2015) samt, Torani et al. (2016). Her undersøker de lønnsomheten ved installering av solcellepaneler for private husholdninger. Førstnevnte finner en positiv opsjonsverdi, som gir verdi til fleksibiliteten i installering av solcellepaneler. Sistnevnte konkluderer med at det vil være et stort skifte mot solenergi innen 30 år. I arbeidet til Fernandes et al. (2011) argumenteres det for at realopsjoner er spesielt passende nettopp til slike investeringer i fornybare energiprojekter. Dette ettersom investeringene har en høy initial kostnad, konstruksjonstiden er kort, læringskurvene bratte og usikkerheten i stor grad er knyttet opp mot volatile elektrisitetspriser.

For å undersøke den potensielle inntjeningen, må vi studere elektrisitetsmarkedet. I løpet av de to siste tiårene har elektrisitetsmarkedene verden over blitt deregulert. Det norske markedet ble deregulert i 1991, og har siden den tid utviklet seg til å bli et av verdens største kraftmarked, Nord Pool. I vår oppgave bruker vi spotpriser fra Nord Pool for Oslo-området (NO1). Spotmarkedet er et «day-ahead» marked hvor elektrisitetskontrakter blir handlet for fysisk levering i hver av de 24 timene påfølgende dag. Spotprisen blir satt separat for hver av timene, basert på balansen mellom det aggregerte tilbudet og den aggregerte etterspørselen. Siden elektrisitet ikke kan lagres i stor skala, og i det minste ikke i økonomisk forstand, fører dette til et behov for en kontinuerlig opprettholdelse av denne balansen. Dermed kan kun små skift i kraftproduksjonen eller elektrisitetsbehovet føre til store endringer i prisen. Fra øyeblikket det norske energimarkedet ble deregulert, skapte det ytterligere tilhørende risiko og nye utfordringer for deltakerne på markedet. Denne nye og økte usikkerheten har ført til at det ikke lenger er nok å bruke tradisjonelle lønnsomhetsberegninger alene.

Forskning på oppførselen til råvarepriser har vært intens gjennom flere tiår. Til tross for dette er det fortsatt ingen universal konsensus om hvilke stokastiske prosesser som er best tilpasset de ulike råvarenes prisbevegelser. Et startpunkt for modelleringen kan vi finne ved å følge Dixit og Pindyck (1994) som spør, «er prisene best modellert som en geometrisk Brownian motion eller en mean reversion prosess?». Et lignende spørsmål kan finnes i Baker et al. (1998). De fremhever at enhetsrottester, slik som augmented Dickey Fuller testen, kan være med på avgjørelsen ved valget av stokastisk prosess. Dixit og Pindyck (1994) konkluderer etter gjennomførte tester, at det ofte er vanskelig å avvise hypotesen om en random walk, og at man må belage seg på teoretiske betraktninger om prisbevegelsene. Baker et al. (1998) derimot, sier at «de fleste råvarepriser ikke følger en random walk prosess, noe som krever at analytikere må starte å se bort fra denne fortrolige modellen». Lignende resultater blir argumentert av Pilipovic (2007). Hun skriver at energimarkedet krever en mean reversion modell, da denne prosessen fanger bedre opp fordelingen til energiprisene.

På grunn av utfordringene i å finne realistiske modeller for elektrisitetsprisen, har det etterhvert blitt en betraktelig utvikling av litteratur på området. Det er elektrisitetsprisen sine spesielle egenskaper, slik som reversjon tilbake til en normalverdi (gjennomsnittet), plutselige prishopp, høy grad av volatilitet og sesongvariasjoner på årlig, ukentlig og daglig

basis, som gjør denne modelleringen så vanskelig (Schwartz 1997). To ofte anvendte stokastiske prosesser for modellering av elektrisitetsprisene er geometrisk Brownian motion (GBM) og geometrisk mean reversion (GMR). Disse håndterer volatiliteten i prisene og anvendes til både opsjonsprising og realopsjonsevaluering i energimarkedene (Paraschiv 2013). Med bakgrunn i dette velger vi teknikker fremlagt av Dixit og Pindyck (1994) og Insley (2002) for å definere to potensielle stokastiske prosesser til elektrisitetsprisene. Med andre ord vil vi først undersøke hvilke av modellene som best passer datasettet vårt i gjennom testing. Deretter vil begge prosessene uavhengig tas videre for implementering i realopsjonsmodellen, for å kunne sammenligne de resulterende opsjonsverdiene.

I innføringen av realopsjonsteori av Dixit og Pindyck (1994) antas det at prosjektets kontantstrøm følger en stokastisk prosess, hvor det optimale investeringspunktet avgjøres av definisjoner i denne prosessen. GBM blir mye brukt i denne sammenhengen fordi den leder til en relativt enkel løsning som kan løses analytisk. Ved å bruke GMR derimot, må vi løse optimaliseringsproblemene numerisk. Det er viktig å være klar over hvordan valget av stokastisk prosess vil påvirke investeringsbeslutningene.

Ifølge Bessembinder et al. (1995) kan det oppstå en systematisk skjevhet i investeringsbeslutningene, dersom mean reversion karakteristikk observeres, men ikke vektlegges. Videre konkluderte Schwartz (1997) at dersom dette ikke tas hensyn til, vil realopsjonsmetoden kunne resultere i en for lang ventetid og forhøyede priser. Metcalf og Hassett (1995) argumenterte at det finnes to motstridende effekter i en GMR prosess. Den første gjelder det faktum at GMR reduserer langtidsgjennomsnittet av usikkerhet, noe som fører til at den kritiske verdien (innløsningspunktet til opsjonen) blir satt lavere og dermed nærmere i tid. Dette har en positiv effekt på investeringen. Det andre punktet gjelder effektene av den lavere variansen som en kan se i GMR. Noe som vil føre til at kontantstrømmen aldri vil nå ekstremt høye eller lave verdier. Dette reduserer sannsynligheten for å nå den kritiske verdien, og vil derfor påvirke investeringen negativt. Da Metcalf og Hassett (1995) gjennomførte simuleringer av denne prosessen kom de frem til at effektene nærmest utligner hverandre, og at forventet investering for både GBM og GMR etter en periode er like. De konkluderte med at GMR generelt ikke har noen påvirkning på investering, og derfor kan den enklere metoden til GBM brukes uten bekymring for å få mindre realistiske resultater.

GBM kan være problematisk når det gjelder et langtidsperspektiv, ettersom usikkerheten assosiert med denne prosessen øker raskt og er langt fra å ligge på et stabilt nivå. Usikkerheten vil nå uendeligheten dersom en har et uendelig tidsperspektiv. Dette perspektivet kan gjelde i aksjemarkedet, men er ikke passende for den største andelen av realopsjoner hvor det underliggende aktivumet i større grad blir påvirket av tilbud og etterspørsel (Ewald & Yang 2008).

Investering i energieffektivisering har mange fordeler, i tillegg til hva som tidligere er nevnt kan det påpekes at de har en positiv miljøeffekt, kan gi en økt energisikkerhet, men også være potensielt privatøkonomisk lønnsom. I verk av Ansar og Sparks (2009); Jridi et al. (2016); Backlund et al. (2012) trekkes det frem at det er en helt klar tilbakeholdenhet blant husholdninger

til å investere i effektive energisparende løsninger. Fenomenet har blitt døpt «The Energy Paradox». De beskriver videre en bred litteratur som er dedikert til å forklare hvorfor fenomenet har oppstått. Jridi et al. (2016) konkluderer at irreversibiliteten til investeringen, usikkerheten i elektrisitetsprisene, samt en nedadgående trend i selve teknologikostnadene forklarer beslutningen om å vente med iverksettelsen av slike tiltak.

Vi presenterer et eksempel der en husholdning står ovenfor en mulighet til å investere i et av to energieffektiviseringstiltak. Avkastningen til investeringen vil være representert ved sparte elektrisitetskostnader. Hvor sparingsgraden er avhengig av effektiviteten til den aktuelle løsningen. Selve investeringskostnaden er antatt deterministisk og konstant, videre er muligheten til å foreta investeringen alltid åpen. Under disse forutsetningene følger vi verkene til Dixit og Pindyck (1994), samt McDonald og Siegel (1982). Ved å anvende spotprisene, vil vi estimere drift og volatilitetsparametere for avkastningen over tid, for deretter å kunne avgjøre den optimale investeringsstrategien. Som resultat av dette vil vi finne terskelverdien som utløser investering under realopsjonsmetoden. Vi vil også vise nåverdien til prosjektet, som en sammenligning for å illustrere eventuelle avvik i resultatet.

Det er viktig å nevne at målet i denne artikkelen ikke er å fastsette de nødvendige parameterne for evalueringen så nøyaktig som mulig. Vi ønsker på en annen siden å fremheve diskusjonen av hvordan parameterne settes, for så å undersøke sensitiviteten til disse verdiene. Resultatet er en fleksibel modell, der interesserte brukere kan med egne parameterverdier finne realopsjonsverdien på sine investeringsprosjekter. Vårt mål er at bruken av denne realopsjonsmodellen vil kunne øke kvaliteten på investeringsbeslutninger i energieffektiviseringstiltak.

Denne oppgavens hovedbidrag er en kvantifisering av muligheten til å investere i energieffektiviseringstiltak. Vi vil bruke realopsjonsmodellen, og i tillegg undersøke effekten av valget mellom GBM opp mot GMR som underliggende stokastiske prosess.

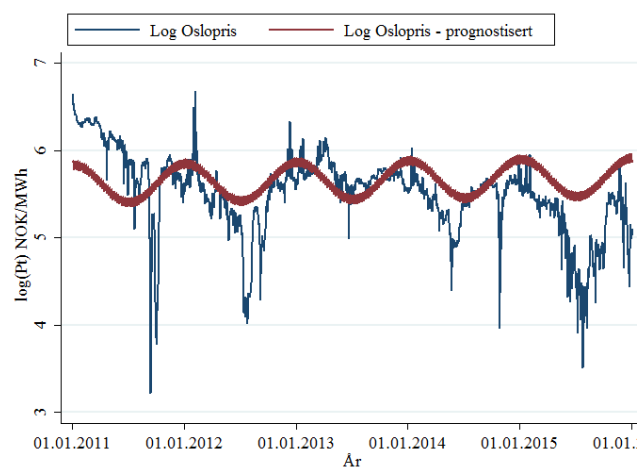
I de påfølgende seksjonene vil vi beskrive valueringen av energieffektiviseringsløsningen som består av tre steg: Steg en, vil gjennomgås i seksjon to, hvor vi beskriver stegene for å kunne fastsette en prognose av de fremtidige elektrisitetsprisene. Dette består i å beskrive og undersøke de historiske elektrisitetsprisene, for så å bestemme en passende stokastisk prosess. Steg to, vil gjennomgås i seksjon tre, og omhandler determinering av eksogene og deterministiske variabler. Her fastsettes rentesatsene, samt grunnlaget for investeringskostnadene. Steg tre, beskrives i seksjon fire. Hvor realopsjonsmodellen implementeres med bakgrunn i satte variabler fra steg en og to. I denne seksjonen beskriver vi også bruken av nåverdimetoden, og hvilke forutsetninger som ligger til grunn. I seksjon fire vil vi gjennomgå resultatene funnet ved bruk av realopsjonsmodellen og nåverdimetoden. For så å utføre en sensitivitetsanalyse på modellparameterne. Deretter konkluderer vi i seksjon fem.

2 Datasett og modellbeskrivelse

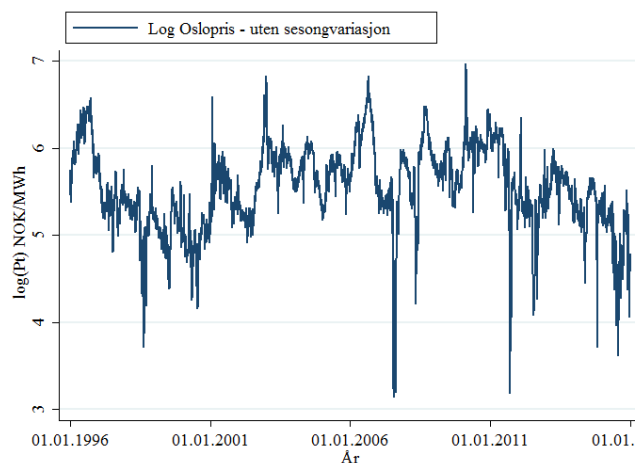
2.1 Prisdynamikken

For å kunne verdsette realopsjonen, er det nødvendig med en godt beskrevet prisprognose. Modellen må fange de viktigste priskarakteristikkene, derfor vil historiske prisdata bli beskrevet og undersøkt.

Vi bruker prisdata fra Nord Pool i perioden januar 1996 - januar 2016. Serien består av 7367 daglige spotprisobservasjoner fra Osloområdet notert i NOK/MWh, tilsvarende en 20års tidsperiode. Prisene er justert for inflasjon, slik at vi kan undersøke om prisene har hatt en reel trend i tidsperioden. Det er videre nødvendig å skille ut de sesongbaserte komponentene i tidsserien, før en kan velge passende prismodell.



Figur 1: Viser p_t med de estimerte sesongvariasjonene (2011-2016).



Figur 2: p_t renset for sesongvariasjon og justert med \bar{p}_t (1996-2016).

Spotprisen er karakterisert av en reversjon til gjennomsnittet, med ukentlige og årlige sesongvariasjoner. Den er også svært volatil med høye prishopp og fall. Forklaringen til disse karakteristikene kommer av behovet for en kontinuerlig balansering av markedet, da elektrisitet ikke kan lagres i stor skala. Men også den uelastiske etterspørselen. Vi lar elektrisitetsprisene bli forklart ved P_t . Siden P_t følger en distribusjon som kan inneholde negative verdier, vil vi definere $p_t = \log(P_t)$.

Sesongvariasjonene kan forklares av elektrisitetsforbruket, som varierer gjennom året etter værforhold og arbeidstider. For å fange opp dette modellerer vi spotprisen i to komponenter, som forklart av Lucia og Schwartz (2002). Den første er en helt forutsigbar og deterministisk del, som forklarer regulariteter i utviklingen til elektrisitetsprisene (deterministisk trend og enhver genuin sesongvariasjon). Den andre komponenten er stokastisk, og vil antatt følge en kontinuerlig diffusjonsprosess. Spotprisen p_t , settes derfor som summen av to uavhengige variabler – en deterministisk (D_t) og en stokastisk (S_t);

$$p_t = D_t + S_t \quad (1)$$

2.1.1 Den deterministiske komponenten

Vi lar den deterministiske komponenten være sammensatt av en ukentlig (W_t) og en årlig (F_t) sesongvariasjon. Slik at

$$D_t = F_t + W_t \quad (2)$$

Det er forskjellige måter å behandle sesongvariasjonen til spotprisene. Noen forfattere velger å bruke dummyvariabler for hver måned, hver ukedag og eventuelt hver time (Arvesen et al. 2013). Wavelet dekomposisjon er også en mulighet, denne metoden er mindre sensitiv ovenfor «outliners» og er mindre periodisk. Wavelet metoden tilbyr en god in-sample tilpasning til datasettet, men dens evne til å prognostisere fremtidige priser er derimot svak (Ramsey 2002). Siden vi vurderer en investering som krever fremtidige prognoser av spotprisen, er denne metoden ikke passende. Vi velger derfor en metode der kortidsvariasjonen blir beskrevet av dummyvariabler og langtidsvariasjonen av en trigonometrisk funksjon (som brukt av både Heydari og Siddiqui (2010), og Lucia og Schwartz (2002)). Summen av en såkalt sinusoidal funksjon er passende for å kunne lage prognoser, men dette går igjen på bekostning av en dårlig in-sample tilpasning. Den årlige variasjonen blir derfor beskrevet som

$$F_t = A_1 \sin\left(\frac{2\pi t}{365,25}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi t}{365,25}\right) \quad (3)$$

Og den ukentlige sesongen som

$$W_t = \sum_{k=1}^7 \gamma_{t,k} GP_k \quad (4)$$

Hvor

$$\gamma_{t,k} = \begin{cases} 1, & \text{når } t \text{ modulo } k = 0 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$$

$\gamma_{t,k}$ representerer dummyvariablene, og GP_k er gjennomsnittlig avvik fra prisen på en spesifikk dag i forhold til det ukentlige prisgjennomsnittet.

For å kunne analysere den stokastiske variabelen, må vi filtrere ut den deterministiske sesongvariasjonen. Dette gjøres ved å kjøre en regresjon med logaritmen til prisene på sinus-cosinusfunksjonene og ukedags dummyvariablene. Residualene

fra regresjonen blir deretter lagt sammen med den gjennomsnittlige logprisen. Vi sitter nå igjen med en prisserie uten sesongvariasjon. Figur 1 og 2 ovenfor viser logaritmen til elektrisitetsprisene sammen med de estimerte sesongvariasjonene, og deretter den rensede serien.

2.1.2 Den stokastiske komponenten

De stokastiske karakteristikkene til elektrisitetspriser har vært et tema i mange empiriske verker. Vi velger teknikker brukt av Dixit og Pindyck (1994), Metcalf og Hassett (1995) og Insley (2002) for å definere en potensiell stokastisk prosess for elektrisitetsprisene. Disse verkene drar distinksjoner mellom GMR og GBM, og setter deretter de kontinuerlige prosessene i diskret tid for så å estimere parametere.

For å avgjøre dersom elektrisitetsprisene best forklares ved GBM eller GMR, må vi teste tidsserien for stasjonærhet. Til formålet benytter vi en augmented Dickey Fuller test (ADF). Denne testen involverer følgende regresjon:

$$\Delta p_t = \alpha_0 + \gamma p_{t-1} + \alpha_2 t + \sum_{k=1}^N \delta_k \Delta p_{t-k} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Hvor N er antall lags. I denne testen er formålet å teste hypotesen om p_t har en enhetsrot og derfor nullhypotesen: $\gamma = 1$ i prosessen ovenfor. Inkluderingen av laggede variabler av Δp_t , vil ta hensyn til eventuell seriekorrelasjon i Δp_t .²

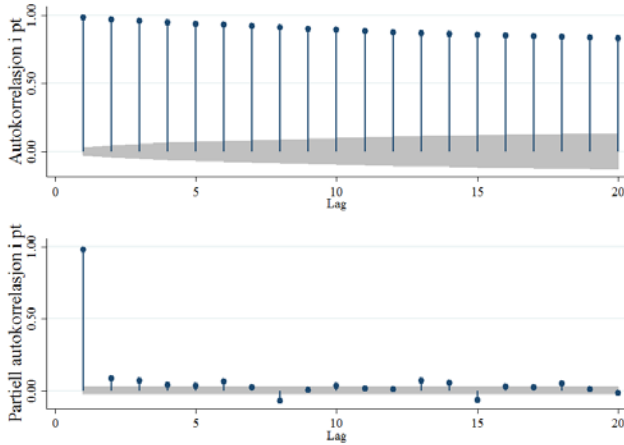
Tabell 1: ADF test av p_t

γ	-0,0138
Tau-verdi	-6,154
p-verdi	0,0000

*Kritisk verdi: 10% -3,120, 5% -3,410, 1% -3,960

Resultatene fra ADF testen, inkludert den første laggede variabelen, vises i tabell 1. Disse viser at nullhypotesen om en enhetsrot kan avvises på signifikansnivåene 10%, 5% og 1%. Videre finner vi et interessant resultat når vi kjører en såkalt AR(1) test, som med andre ord den enkleste formen for å teste om en tidsserie inneholder en enhetsrot (Wooldridge 2014). En tidsserie er en random walk dersom den tilfredsstiller $p_t = \gamma p_{t-1} + \varepsilon_t$, hvor ε_t er hvitt støy og $\gamma = 1$. Dette kan påvises ved å teste for $\gamma = 1$. Resultatet av testen avviser nullhypotesen, men koeffisienten er tilnærmet lik en (0,98), noe som kan antyde sterk seriekorrelasjon mellom prisen og dens første lag. Ser vi på figur 3 nedenfor, kan autokorrelasjonen og den partielle autokorrelasjonen gi en indikasjon på en random walk prosess.

² Antall lags ble valgt ved metoden introdusert av Enders (2004). Ligningen estimeres med et høyt antall N^* lags. Er t-verdien på lag N^* usignifikant, re-estimeres modellen med $N^* - 1$ lags. Denne prosessen repliseres til en finner signifikante lagverdier.



Figur 3: Autokorrelasjon og partiell autokorrelasjon i p_t .

På bakgrunn av disse resultatene ser vi at det er interessant å fortsette med begge prisprosesser som to ulike scenarioer. Ved å ta antagelsen om at p_t følger en GBM prosess ignorerer vi den laggede avhengige variabelen som ble funnet signifikant i begge testene. Dette gjøres for å senere sammenligne prosessene, men også for enkelhets skyld. Dette ettersom den virkelige datagenereringsprosessen virker å være mer kompleks enn både GMR og GBM. Velkjente modelleringer kan finnes i arbeidene til Deng (2000a), Davison et al. (2002), Lucia og Schwartz (2002) samt, Vehviläinen og Keppo (2003). Disse inkluderer to-faktor modeller, jump-diffusion modeller o.l., men slike modelleringer er utenfor rammeverket til denne oppgaven. Koekebakker og Ollmar (2005) forklarer på en annen side at det ikke finnes et sett enkle faktorer som på en omfattende måte kan forklare bevegelsene i elektrisitetsprisene, i det minste ikke i det nordiske markedet. Nevnte modeller vil være bedre tilpasset kortere tidsintervaller, siden et smalt sett med parametere ikke vil kunne fange langtidsgjennomsnittet til prisene.

2.2 Geometrisk Brownian Motion

Ved å anta at elektrisitetsprisen p_t følger en geometrisk Brownian Motion med drift, presenterer litteraturen prosessen som:

$$dp = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)pdt + \sigma pdz \quad (6)$$

Slik at forandringen i p_t over tidsintervall t , er normalfordelt med gjennomsnitt $\left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)t$ og variansen $\sigma^2 t$. Der dz er et inkrement av en Wiener prosess i kontinuerlig tid som definert av Dixit og Pindyck (1994). Her er Wiener prosessen forklart ved $dz = \varepsilon_t \sqrt{dt}$. Hvor ε_t er standard normalfordelt slik at $\varepsilon_t \sim N(0,1)$. Drift- og varianseparameterne er representert ved α og σ . En diskret approksimasjon av prosessen er gitt ved:

$$p_t - p_{t-1} = \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t + \sigma \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} \quad (7)$$

Hvor $\Delta t = \frac{1}{365,25}$. Ved å dele med p_{t-1} og bruke notasjonene $c(1) \equiv \left(\alpha - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t$; $e_t \equiv \sigma \sqrt{\Delta t}$, kan de relevante parameterne estimeres ved følgende regresjon:

$$\frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} = c(1) + e_t \quad (8)$$

Regresjonsestimatene gir oss at $c(1) = 0,016$, med en tilhørende p-verdi på 0,45. Dette betyr at drifraten i denne prosessen ikke er signifikant, og vi antar at $\alpha = 0$ i denne analysen. Videre får vi at standardavviket til regresjonen $\sigma \varepsilon_t = 0,0184$, som etter utregning gir prosessen en volatilitet på $\sigma = 0,352$. Dette vil senere bli anvendt i realopsjonsanalysen.

2.3 Geometrisk mean reversion

I denne seksjonen anvender vi en GMR prosess (også kjent som en geometrisk Ornstein-Uhlenbeck prosess) for å modellere elektrisitetsprisene. Denne prosessen er definert ved

$$dp = \eta(\bar{p} - p)pdt + \sigma pdz \quad (9)$$

I denne prosessen trekkes p tilbake til langtidsgjennomsnittet \bar{p} med farten definert ved η . Volatiliteten σ vokser med p , slik at volatiliteten er null dersom p er null. Denne formen er mer appellerende enn den aritmetiske Ornstein-Uhlenbeck prosessen hvor variansen er satt som σdz . I den aritmetiske formen, vil en konstant volatilitet kunne føre til negative priser ettersom prisene blir lavere. Ved å sette prosessen i diskret tid og gjøre en forenkling som ovenfor, kan prosessen forklares av:

$$\frac{p_t - p_{t-1}}{p_{t-1}} = c(1) + c(2) \frac{1}{p_{t-1}} + e_t \quad (10)$$

Hvor $c(1) \equiv \eta \bar{p} \Delta t$, $c(2) \equiv -\eta \Delta t$, og $e_t \equiv \sigma \sqrt{\Delta t}$. Estimaten oppnådd ved en regresjon av likning (10) vises i tabell 2 nedenfor, sammen med parameterestimaten for η , \bar{p} og σ .

Tabell 2: GMR estimater

Variabel	Koeffisient	t-verdi	S.E
$c(1)$	0,023	9,21	0,0183
$c(2)$	-0,004	-9,21	
η	0,078		
\bar{p}	5,590		
σ	0,350		

Hvor vi finner at medianverdien i virkelige priser er gitt ved $\bar{P} = e^{5,59} = 267,7$ NOK/MWh. Forventet gjennomsnittspris er gitt ved $E(p) = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} = e^{5,59 + \frac{1}{2}0,35^2} = 285$. Etter å ha funnet prosessens hastighet tilbake til gjennomsnittet η , kan vi nå utregne elektrisitetsprisens halveringstid. Prosessens halveringstid forteller hvor lang tid det tar for prisen å reversere halvveis til langtidsgjennomsnittet og finnes ved³: $H = \frac{\log(2)}{\eta \bar{p}} =$

³ Refererer til likevektsnivået, ettersom denne prosessens halveringstid ikke er konstant (Postali & Picchetti 2006).

1.6. Noe som innebærer at prisen har nådd halvveis på veien tilbake til gjennomsnittet etter rundt halvannet år.

3 Investeringskostnad og rentesatser

I denne seksjonen vil vi beskrive og estimere investeringskostnader og inputfaktorer til realopsjonsmodellen som blir satt eksogent.

3.1 Investeringskostnad, I

Investeringskostnaden i et energieffektiviseringstiltak, er vanskelig å fastsette da det er mange faktorer som spiller inn på sluttkostnaden. Dette kan være alt fra boligstørrelse, teknologiintensivitet, til ønsket effektivitet på energieffektiviseringstiltaket. Derfor vil vi eksempelvis se på to tiltak, med ulik kostnad og effektivitetsgrad. Investeringskostnaden I vil bestå av en opprinnelig «sunk cost» ved å installere tiltaket I_0 og nåverdien av vedlikeholdskostnadene VK , slik at

$$I = I_0 + VK$$

Hvor

$$VK = vk * \frac{1 - \left(\frac{1+i}{1+\rho}\right)^n}{\rho - i}$$

Her er vk årlig vedlikeholdskostnad, i inflasjonsraten, r diskonteringsrenten og n er antall leveår. Vedlikeholdskostnadene neddiskonteres over levetiden til investeringen slik at vi finner nåverdien for den totale investeringskostnaden.

Investeringsalternativene blir representert i tabell 3.

Tabell 3: Investeringsalternativer

	Investeringskostnad	Effektivitetsgrad
Alternativ A	1 MNOK	66%
Alternativ B	1,2 MNOK	78%

3.1.1 Alternativ A

Energieffektiviseringsløsning som vil dekke 100% av det totale oppvarmingsbehovet i boligen. Investeringskostnaden til en slik løsning er satt eksempelvis. Norges Vassdrags- og Energidirektorat skriver i Energibruksrapporten (2012) at norske husholdninger fordeler energibruken sin på følgende måte: 66% til oppvarming, 22% elspesifikk energibruk, og 12% oppvarming av tappevann. Derfor velger vi å sette alternativ A med en effektivitet som tilsvarer 66% sparte kostnader i form av oppvarming. Levetiden er satt til 30 år.

3.1.2 Alternativ B

Løsningen skal dekke oppvarmingsbehovet, samt oppvarmingen av tappevann. Dette fører til en estimert effekt på 78%. Investeringskostnaden til denne løsning er satt eksempelvis, og er antatt 200 KNOK dyrere enn alternativ A. Levetiden til prosjektet er satt til 30 år.

3.2 Risikofri rente, r

Denne skal uttrykke en risikofri avkastning i et alternativt investeringsobjekt. Det er få investeringer som kan ansees som fullstendig risikofrie, men det er vanlig i

lønnsomhetsvurderinger for større prosjekter å sette denne lik norske 10-årige statsobligasjoner (PWC 2015). Fokuset i denne oppgaven er rettet mot husholdninger, og vi velger derfor å sette denne renten lik en gjennomsnittlig bankinnskuddsrente. Avrundet har det gjennomsnittlige rentenivået ligget på 3% for perioden 1996-2015.

3.3 Avkastningskrav, μ

Vi forutsetter at prosjektet er finansiert med 30% egenkapital og 70% gjeld. Avkastningskravet til egenkapitalen settes av kapitalverdimodellen til $r_e = 3\% + 0,72 * 5\% = 6,6\%$. Dette er forutsatt en risikofri rente på 3%, en betaverdi beregnet for fornybarenergi på 0,72 (Gjølberg & Johnsen 2007) og en risikopremie på 5% (PWC 2015). Totalavkastningskrav etter WACC blir dermed $\mu = 0,3 * 6,6\% + 4\% = 6\%$. Her har vi satt gjeldsavkastningskravet til $0,3 * 2,3\% + 0,4 * 8,4\% = 4\%$. Hvor 2,3% er satt som følger av dagens fastrentenivå på boliglån, og 8,4% som følge av dagens effektive rentenivå på DNB sitt Byggelån.

3.4 Delta, δ

I den teoretiske introduksjonen til Dixit og Pindyck (1994), er δ representert som marginal convenience yield fra lagring. I Norge har vi en kraftindustri dominert av vannkraft, der vannreservoaret kan sees på som en form for beholdning. Som med spot og forward priser, vil også convenience yield utvise sesongvariasjon. Om vinteren er reservoarnivåene lave, noe som fører til høyere priser, en høyere alternativkostnad for produksjon og derfor en høyere δ . Dette gjelder også vise versa på sommeren, hvor δ er antatt negativ (Botterud et al. 2003). Convenience yield er derfor ikke en konstant slik som modellen til Dixit og Pindyck (1994) krever. Dette er også tilfelle for de fleste andre råvarer, slik at det ikke burde være en hindring i vårt tilfelle å anta en konstant convenience yield for GBM modellen.

Denne parameteren kan også tolkes som en alternativkostnad ved å avvende investeringen. Ved å holde opsjonen, mister investor en tid med produksjon som kunne ha gitt en eventuell profitt. Videre er δ satt til å beskrive forskjellen mellom μ og α , slik at $\delta = \mu - \alpha$. I vår analyse av GBM prosessen fant vi at driften α ikke var signifikant, slik at $\delta = \mu$. For GMR prosessen blir denne verdien dynamisk etter $\delta(V) = \mu - \eta(\bar{V} - V)$.

4 Realopsjonsevaluering

Nyklassiske teori om investeringer postulerer at en beslutningstaker burde investere så lenge den forventede nåverdien er positiv. Denne metoden ignorerer fleksibiliteten til å utsette prosjektet, hvor investor har en mulighet til å innhente mer informasjon. Det tas heller ikke hensyn til irreversible kostnader, som ofte er tilfelle i energieffektiviseringstiltak. Spesifikt, er det antatt at en kan gjenvinne den tapte investeringen ved å selge så fort prosjektet ikke finnes lønnsomt.

Vi undersøker beslutningen om å installere energieffektiviseringsløsninger i bolig, som drevet av ønsket om å minimere strømkostnader. Boligeieren veier valget mellom kostnaden til anlegget versus langtidspriisen til elektrisitet (dvs. den tradisjonelle nett-tilkoblede strømkilden) og derfor potensielt sparte kostnader. Vi ser bort i fra andre

motivasjonsfaktorer til å investere i fornybare løsninger, slik som leveringssikkerhet, klimaspørsmålet og en høyere betalingsvilje. Men, velger å fokusere på kostnadsminimering, og om en slik investering vil kunne betale for seg selv.

Usikkerheten i et slikt prosjekt kommer hovedsakelig i form av de volatile elektrisitetsprisene. Det finnes flere eksterne og interne risikofaktorer, men lønnsomheten til prosjektet er i stor grad påvirket av utviklingen i prisene.

4.1 Forutsetninger

En investor står ovenfor en privilegert mulighet på tidspunkt $t \geq 0$, om han ønsker å investere i et av flere prosjekter. Investeringen er irreversibel, men han har også valget om å ikke å investere. Noe som tilsier $t = \infty$. På denne måten tilsvarer realopsjonen en amerikansk kjøpsopsjon. Investeringskostnaden dersom han velger å gjennomføre prosjektet er I . Som i Henderson og Hobson (2002), Henderson (2007), samt McDonald og Siegel (1982) antar vi at kostnadsfunksjonen I er deterministisk. Prosjektverdien er på den andre siden antatt stokastisk. Usikkerheten i prosjektene er definert ved elektrisitetsprisene, da disse vil representere inntektene (de sparte kostnadene) i prosjektet. Når disse prisene overstiger en terskelverdi P^* vil det bli lønnsomt å investere i en energieffektiviseringsløsning, som følge av forventede inntekter (for å spare kostnader). Med bakgrunn i dette vil vi derfor avgjøre verdien til prosjektet V , og verdien $F(V)$ av opsjonen til å investere, i form av den fastsatte stokastiske prosessen til P . Siden prosjektet er avhengig av verdien til den underliggende prosessen P , kan vi sette verdien til prosjektet som en funksjon $V(P)$. Så snart vi kjenner denne verdien kan vi oppnå diffusjonsprosessen til V fra den kjente prosessen til P , ved å bruke «Ito's Lemma».

Ved å ta denne antagelsen følger vi contingent claims analysens krav om at stokastiske forandringer i verdien til prosjektet må kunne repliseres av eksisterende aktiva i økonomien. En fordel ved denne metoden er at den ekskluderer den vanskelige og komplekse diskusjonen om risikopreferanser og diskonteringsrater. Ifølge Dixit og Pindyck (1994) burde denne antagelsen holde for de fleste råvarer. Derimot er det nevnt flere faktorer som gjør at elektrisitet spesielt, skiller seg ut i forhold til vanlige råvaremarkeder (Weron et al. 2004). At elektrisitet ikke kan lagres impliserer at det ikke kan handles som et finansielt aktivum. Dette vil si at du ikke kan innta en salgssposisjon i en mega wattime eller holde den som en investering i porteføljen din. Noe som igjen fører til at antagelsene vedrørende et repliserende aktivum feiler. På bakgrunn av dette velger flere forskningsartikler å bruke forward kontrakter, hvor disse restriksjonene ikke gjelder (Kjaerland 2007; Koekebakker 2002). Derimot velger de i Kamat og Oren (2002) å anse spotprisen som en underliggende variabel der contingent claims kan gjøres gjeldene. Vi velger å følge den sistnevnte metoden, hvor prinsippet om et perfekt korrelert aktivum ivaretas. Derfor mener vi at dette ikke vil ha konsekvenser for resultatene i realopsjonsmodellen.

4.2 Beslutningsproblemet under usikkerhet

Vi ønsker en løsning på investeringsproblemet ved å velge et optimalt tidspunkt å foreta en engangsinvestering som vil

avkaste seg V_t . Med andre ord ønsker vi å maksimere den forventede nåverdien:

$$F(V) = E \left\{ \int_T^{\infty} V_t e^{-\rho t} dt - I e^{-\rho T} \right\} \quad (11)$$

Hvor ρ er neddiskonteringsrenten og T er det fremtidige (ukjente) tidspunktet hvor investeringen blir foretatt. For å løse dette problemet settes denne maksimeringen med hensyn på likning (6) og (9) i to ulike scenarioer. Dette tilsvarer henholdsvis GBM uten drift og i en senere seksjon GMR.

4.2.1 GBM

Ved bruk av contingent claims analyse viser det seg at optimalt tidspunkt å investere er gitt ved:

$$V_t \geq V^* \quad (12)$$

Hvor

$$\beta_1 = \frac{1}{2} - \frac{r - \delta}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{r - \delta}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (13)$$

$$V^* = \frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} I \quad (14)$$

Denne beslutningsregelen tilsier at investering lønner seg så snart profitten er høyere enn investeringen med en faktor på $\frac{\beta_1}{\beta_1 - 1} > 1$. Verdifunksjonen til opsjonen kan dermed bli uttrykt ved

$$F(V) = \begin{cases} AV^{\beta_1}, & V < V^* \\ V - I, & V \geq V^* \end{cases} \quad (15)$$

V^* er terskelverdien gitt av likning (14) og ved hjelp randverdiene: $F(0) = 0$; $F(V^*) = V^* - I$; $F'(V^*) = 1$; kan vi løse for den ukjente verdien A . Den øverste delen av likning (15) beskriver opsjonsverdien. Dersom prisen faller, faller også verdien og sannsynligheten for at opsjonen utøves. Den nedre delen av likning (15) forklarer nåverdien til investeringen så snart den er foretatt.

4.2.2 GMR

Dersom prisene følger en GMR prosess, løser vi maksimeringsproblemet i ligning (11) med hensyn på (9) og finner opsjonsverdien ved:

$$F(V) = AV^{\theta} H \left(\frac{2\eta}{\sigma^2} V; \theta, b \right) \quad (16)$$

Hvor

$$b = 2\theta + \frac{2(r - \mu + \eta\bar{V})}{\sigma^2} \quad (17)$$

$$\theta = \frac{1}{2} - \frac{\mu - r - \eta \bar{V}}{\sigma^2} + \sqrt{\left[\frac{\mu - r - \eta \bar{V}}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right]^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \quad (18)$$

Hvor $H(x; \theta, b)$ er en konfluent hypergeometriske rekke. Vi finner A og den kritiske verdien hvor det er optimalt å investere ved de to siste randverdiene. Siden den konfluente hypergeometriske rekken er en uendelig serie, må A og V^* løses numerisk. Verdifunksjonen blir til slutt uttrykt ved

$$F(V) = \begin{cases} AV^\theta H\left(\frac{2\eta}{\sigma^2}V; \theta, b\right), & V < V^* \\ V - I, & V \geq V^* \end{cases} \quad (19)$$

4.2.3 Skalering, S

For å finne forholdet mellom prisen (kr/MWh) gitt av den stokastiske modellen, p_t , og verdien av investeringsprosjektet, V_t , må vi skalere p_t med S . S er den neddiskonterte fremtidige inntekten gitt av den stokastiske prosessen og kan finnes slik:

$$S_i = \int_0^T K_0 \psi_i e^{-\rho t} dt = K_0 \psi_i \int_0^T e^{-\rho t} dt = K_0 \psi_i \frac{1 - e^{-\rho T}}{\rho} \quad (20)$$

Her er T levetiden på investeringsprosjektet, i . K_0 er antall MWh boligen forbruker hvert år, ψ_i hvor mye installasjonen reduserer strømforbruket, ρ diskonteringsrenten og i som er investeringsprosjektet. Denne skaleringen benyttes både for GBM -og GMR prosessene.

4.3 Nåverdimetoden

En slik klassisk analyse vil kunne illustrere to viktige aspekter; nemlig hvorfor det ikke er en høy grad av investeringer i denne typen aktive tiltak. Og verdien som finnes i å avvente ytterligere informasjon, ved å sammenligne nåverdi med realopsjonsverdien. Vi tenker oss at alternativ A og B har en levetid på 30 år, med en årlig sparing hver for seg på 66% og 78% av gjennomsnittlig årlig elektrisitetskostnad⁴.

5 Resultater

Vi undersøker implikasjonene av å sette elektrisitetsprisene som en tilfeldig variabel inn i en lønnsomhetsanalyse av energieffektiviseringstiltak. Vi undersøker også verdien til prosjektene ved den tradisjonelle nåverdimetoden. Tiltakene vi ser på er de to investeringsalternativene beskrevet i tabell 3. Resultatene er basert på parameterne definert gjennom foregående metode, og er oppsummert i tabell 4 nedenfor. Risikofri rente og avkastningskravet er satt til $r = 0,03$; $\mu = 0,06$ i begge prosessene. Diskonteringsrenten ρ settes i alle eksempler til 0,06 og T til 30 år. K_0 settes til det årlige gjennomsnittlige elektrisitetsforbruket for en enebolig, på 26 MWh.

Tabell 4: Oppsummering av parameterestimater

GBM	GMR
-----	-----

$\alpha = 0,00$	$\eta = 0,078$
$\sigma = 0,352$	$\sigma = 0,350$
	$\bar{V} = 5,590$

* Alle parameterestimaterne er oppgitt i årlige rater

Resultatet fra lønnsomhetsevalueringen av de to investeringsalternativene er gitt i avsnittene 5.1, 5.2 og 5.3.

5.1 Nåverdi

Tabell 5: Nåverdimetoden

	Alternativ A	Alternativ B
NPV	-0,80	-0,96

*Alle tall er notert i MNOK

Resultatet av nåverdimetoden tilsier at en investering i dag ikke er lønnsomt. Våre investeringsalternativer vil ikke kunne forsvares med dagens prisnivå.

Nåverdimetoden ignorerer alternativkostnaden ved å investere nå. Siden verdien til prosjektet i fremtiden er ukjent finnes det en alternativkostnad ved å investere i dag. Det hender ofte i realopsjonsanalyse at det kritiske punktet hvor investering er optimalt er hele to til tre ganger større enn selve investeringskostnaden.

5.2 GBM

Tabell 6: Kritisk verdi V^* og opsjonsverdi som en funksjon av V^*

	Alternativ A	Alternativ B
V^*	2,32	2,78
$F(V)$	1,32	1,58

*Alle tall er notert i MNOK

GBM modellen viser at verdien på prosjektet må være 2,32 ganger så høy som investeringskostnaden før investeringen er lønnsom, under alternativ A. Dette forteller oss også at kritisk verdi for hver krone investert er 2,32 kr for begge alternativene. Denne modellen gir oss V^* direkte, og dermed må vi skalere denne verdien for å finne kritisk pris p^* per MWh. Dette gjør vi ved å sette: $V_i^* * (\frac{I_i}{S_i})$. Resultatene finnes i tabell 7.

Tabell 7: Kritisk pris p^*

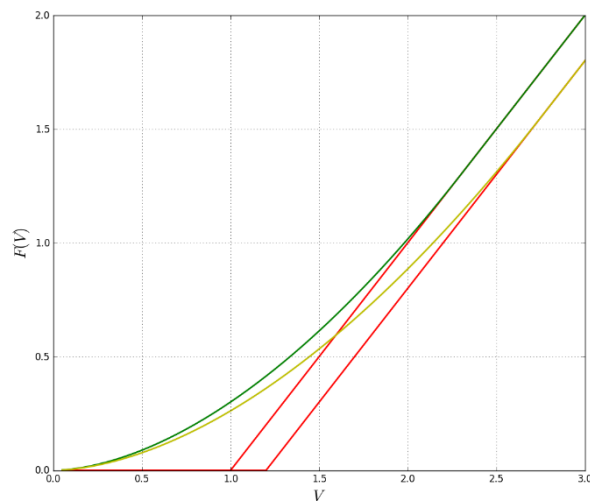
	Alternativ A	Alternativ B
p^*	9 700	11 800

*Alle tall er notert i NOK/MWh

Resultatene viser at elektrisitetsprisene må overgå en terskel på 9700 kr/MWh før det vil være optimalt å investere i alternativ A. I kontrast mot dagens elektrisitetsprisnivå ser vi at dette vil kreve en kraftig prisstigning. Opsjonsverdiene er positive, noe som betyr at det finnes en verdi å holde opsjonen i live. I figur 4 ser vi en grafisk sammenligning av alternativene. Den røde linjen i grafene representerer verdien til prosjektet etter foretatt investering ($V - I$). Tangeringspunktet mellom $F(V)$ (realopsjonsverdien) og den røde linjen viser den optimale

⁴ Gjennomsnittlig elektrisitetsforbruk for en enebolig i Norge er 26 MWh (SSB 2012). Videre har vi funnet i vårt datasett at gjennomsnittlig pris pr. kWh er 0,26. Et gjennomsnitt av nettleie og avgifter for første kvartal 2016 er videre lagt til grunn for en totalpris pr. kWh (da vi forventer at disse variablene er et godt utgangspunkt for fremtidige kostnader). Slik finner vi en gjennomsnittlig totalpris pr. kWh til $0,26 + 0,26 + 0,32 = 0,84$ NOK (SSB 2016). Og dermed en total kostnad for elektrisitet pr. år til 22 KNOK.

verdien for investering. Alternativ A vil fremkalle mer investering, da den gir oss lavest triggerpris og opsjonsverdi.



Figur 4: $F(V)$ som en funksjon av V for GBM for alternativ A (markert ■), for alternativ B (markert ■) og prosjektverdien etter investering (markert ■). Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.

5.3 GMR

Tabell 8: Kritisk verdi V^* og opsjonsverdi som en funksjon av V^*

	Alternativ A	Alternativ B
V^*	10,87	10,88
$F(V^*)$	2,53	2,52

*Alle tall er beskrevet i MNOK

Prosjektverdien må bli hele 10,87 ganger høyere enn investeringskostnaden før GMR modellen tilsier iverksettelse av prosjektet. Til tross for minimale forskjeller mellom alternativene i tabell 8, er det å merke at opsjonsverdien til Alt. B er lavere enn alternativ A, selv om den kritiske verdien fortsatt er noe høyere. Dette kommer som følger av en økning i I , ettersom en økning her gjør $F(V)$ mindre og V^* større. Alternativ B har en lavere opsjonsverdi og alternativkostnad i å vente, noe som fremkaller mer investering.

I GMR skalerer vi investeringskostnadene direkte i prosessen. På denne måten har vi skalerte kostnader per MWh. Videre kan vi finne triggerprisen ved $p_i^* = e^{V_i^*}$.

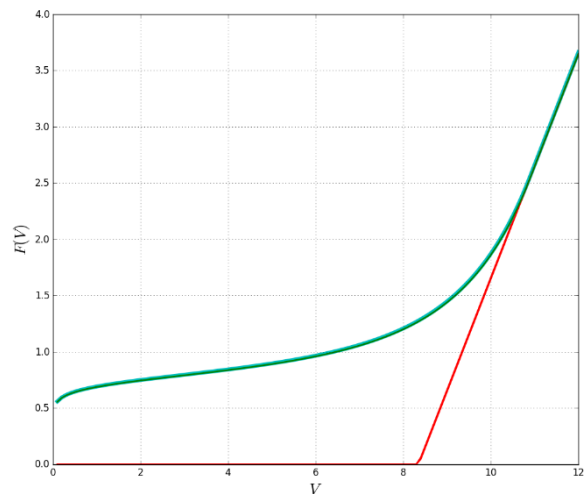
Tabell 9: Kritisk verdi p^*

	Alternativ A	Alternativ B
p^*	52 600	53 100

*Alle tall er notert i NOK/MWh

Fra tabell 9 kan vi av kritisk pris se at investeringene ikke er realistiske. Dette som følger av mean reversion egenskapene til GMR. Skulle prisen i det hele tatt nå terskelverdien vil den allerede være på vei tilbake til gjennomsnittet på 285 kroner per MWh. Ved investeringskostnader på 4189 kroner per spart MWh i alternativ A, vil ikke investeringen igangsettes før prisnivået på elektrisitet når omtrentlig 200 ganger det den ligger på i dag. I figur 5 nedenfor, ser vi tydelig at det er svært

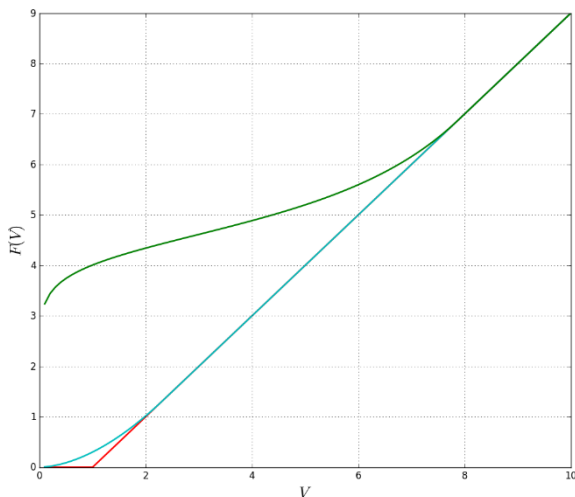
liten forskjell på investeringsalternativene ettersom alternativ A fullstendig overlapper alternativ B.



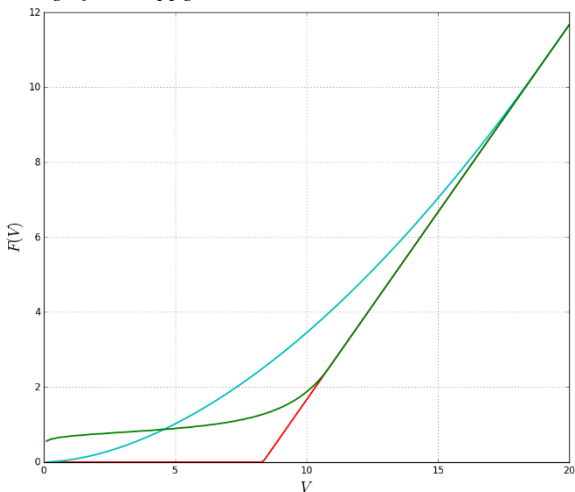
Figur 5: $F(p)$ som en funksjon av p for GMR for alternativ A (markert ■), alternativ B (markert med ■) og prosjektverdien etter investering $V-I$ (markert ■). $I_A = I/S = 8,34$. $I_B = I/S = 8,35$.

5.4 Sammenligning av GBM og GMR

For en grafisk sammenligning av GBM og GMR, ser vi på prosessene uten skalering, men fortsatt med parameterestimaterne gitt av tabell 4. Vi setter videre at $I = 1$ krone per MWh i figur 6 og $I = 8,34$ i figur 7. På denne måten øker vi V^* og får dermed et bilde på hvordan GBM og GMR endrer seg med en stigning i V^* . Fra resultatet av figur 5 og 6, ser vi at valget av stokastisk prosess vil kunne føre til betydelige endringer i den optimale investeringsstrategien. Vi ser av figur 6 at GMR gir større opsjonsverdier enn GBM. Dette kommer som en effekt av at $\bar{V} > I$. Ved mean reversion når investeringskostnadene pr. enhet er lavere enn \bar{V} , vil dreiningen rundt gjennomsnittet føre til forventet positiv avkastning. GBM vil i dette tilfellet indukere til et høyere investeringsnivå enn GMR, og ved å ikke hensynta en eventuell mean reversion egenskap i prisene vil en underestimere opsjonsverdien. I figur 7, hvor vi har justert opp investeringskostnaden ser vi en interessant utvikling. Den økte investeringskostnaden fører til at investor må vente lenger med å investere, for å kunne oppnå den nødvendige inntekten som gjør prosjektet lønnsomt. Vi ser at både at $F(V)$ og V^* øker, dette sterkere for GBM ettersom variansen vokser eksponentielt. Med tiden vil prisvariasjonene til denne prosessen bli større og større, og derfor kan GBM skape en kraftig verdiutvikling. Denne kvaliteten gjør at opsjonsverdien til GBM vil krysse opsjonsverdien til GMR fra undersiden. Verdiutviklingen til GMR har et høyere startpunkt enn GBM på grunn av sin spesielle egenskap angående «mean reversion», men nettopp derfor vil den også holde seg rundt et stabilt nivå over tid. Dette ser vi klart av figur 7.



Figur 6: $F(V)$ som en funksjon av V for GBM (markert med ■), GMR (markert ■) og prosjektverdien etter investering $V-I$ (markert ■). Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.



Figur 7: $F(V)$ som en funksjon av V for GBM (markert med ■), GMR (markert ■) og prosjektverdien etter investering $V-I$ (markert ■). $I = I/S = 8,34$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.

5.5 Diskusjon

I en sammenligning av realopsjonsmetoden kontra nåverdimetoden, finner vi at nåverdien gir negative resultater, mens realopsjonsmodellen gir positive opsjonsverdier. Dette betyr at ved å bruke nåverdimetoden vil huseieren legge fra seg prosjektet umiddelbart, da det viser seg at det må svært høye prisnivåer til for å oppnå en positiv verdi innen antatt levetid. Realopsjonsmodellen gir en positiv verdi i å avvente investering. Terskelverdiene i resultatet krever urealistiske høye prisnivåer, som også impliserer at prosjektene er ulønnsomme.

Ut fra våre resultater vil ikke nivået på dagens elektrisitetspriser føre til økt investering i valgte energieffektiviseringstiltak. Ved en sammenligning av investeringsalternativene, ser vi en liten forskjell mellom opsjonsverdiene og de kritiske verdiene. I begge modeller har alternativ A en lavere triggerpris. Under GMR modellen induserer alternativ B til mer investering som følger av en lavere alternativkostnad av å holde opsjonen i live.

Ulikhetene i GMR og GBM forteller oss at valget av stokastisk prosess kan være en avgjørende faktor i

investeringsbeslutningen. GMR- modellen gir klart høyere kritiske priser, opp mot fem ganger høyere enn GBM. Break-even punktet for GMR ligger langt fra gjennomsnittsprisen, derfor får vi også en ekstrem terskelverdi. GBM har fått kritikk for å gi en urealistisk representasjon av råvarepriser, mens GMR har blitt foreslått for å kunne modellere markedskarakteristikkene. I vårt tilfelle ser det ut til at GMR modellen fremkaller unødige ekstreme verdier, dette fordi vi er langt utenfor lønnsomhetsområdet til prosjektene.

I en oppgave av Wey (1993) er det utført en sammenligning av GBM og GMR i en contingent claims analyse av oljereserver. Resultatene funnet i denne oppgaven er at GMR tilfører en økning i verdien til opsjonen, gitt at \bar{V} er høy nok. Det samme gjelder for kritisk verdi V^* . I vår undersøkelse under avsnitt 5.4 har vi fått et samsvarende resultat, nemlig at GMR gir både en høyere opsjonsverdi og kritisk verdi ved $\bar{V} > I$. Det skal sies at dynamikken i elektrisitetsprisene er annerledes enn i oljeprisene, men med tanke på effekten av de ulike prosessene og lik utførelse, kan vi trekke linjer mellom resultatene.

I et lignende verk av Isik (2006) sammenlignes også effekten av valget mellom de to ulike prosessene. Resultatene her viser at GBM uten drift gir høyere opsjonsverdier enn ved GMR. Han konkluderer at det kan skape store konsekvenser ved å bruke GBM dersom prisene skulle vise seg å følge en GMR-prosess. Dette ettersom GBM overestimerer verdiene i sammenligning med GMR. Et tilfelle viser en overestimering på hele 38%. Dette er en motsetning til våre resultater, der GBM ikke virker å overestimere i sammenligning med GMR.

5.6 Sensitivitetsanalyse

I denne seksjonen utfører vi en sensitivitetsanalyse av realopsjonsverdiene og kritisk verdi. Ved å endre en parameter mens de resterende parameterne holdes konstante, vil vi få et tydelig bilde av effekten hver parameter utgjør på realopsjonsverdien. Her er det igjen viktig å påpeke at vi undersøker nullnivå-scenariet, slik at effektiviteten til de to alternativene ikke vil hensyntatt. Dersom ikke annet er oppgitt vil parameterverdiene brukt i sensitivitetsanalysen være gitt av tabell 4.

Tabell 10: Sensitivitetene til V^* med hensyn på parameterne i GBM modellen

Endring	Tolkning
$\Delta I > 0$	En høyere investeringskostnad fører til en økt V^* , og høyere $F(V)$.
$\Delta \sigma > 0$	Økt usikkerhet fører til en økning i både V^* og $F(V)$.
$\Delta \delta > 0$	Høyere forventet verdistigning gjør både V^* og $F(V)$ mindre.
$\Delta r > 0$	En økning her fører til høyere verder for både V^* og $F(V)$.

Tabell 10 gir en oppsummering av resultatene ved sensitivitetsanalysen til GBM modellen. Vi vil videre gi en utdypning av de parameterne vi finner til å utgjøre en betydelig effekt på resultatene.

5.6.1 Effekten til volatilitetsparameteren, σ

Et viktig punkt i vår analyse er usikkerheten i elektrisitetsprisene. Dette har også vært et sentralt tema i realopsjonslitteraturen, nemlig å forstå hvordan forandringer i volatiliteten endrer opsjonsverdiene og dermed optimal strategi (Lund 2005). Vi setter 4 ulike verdier for $\sigma = (0,15; 0,25; 0,35; 0,45)$ i hver av prosessene. Deretter undersøker vi hvordan endringer i σ påvirker den kritiske verdien i hver av prosessene, som med henhold er vist i figur 8 og 9. Her kan vi observere at desto høyere usikkerhet, jo høyere ser den kritiske verdien og opsjonsverdiene ut til å bli. Figurene virker å si at opsjonsverdiene blir høyere med σ , siden volatiliteten tilsier en optimal strategi med høyere kritisk verdi. Dette gir også en lengre levetid på opsjonen. En annen ting verdt å merke seg ved disse resultatene er at de kritiske verdiene jevnt over er høyere for GMR enn GBM for gitt volatilitet.

5.6.2 Effekten til risikofri rente, r

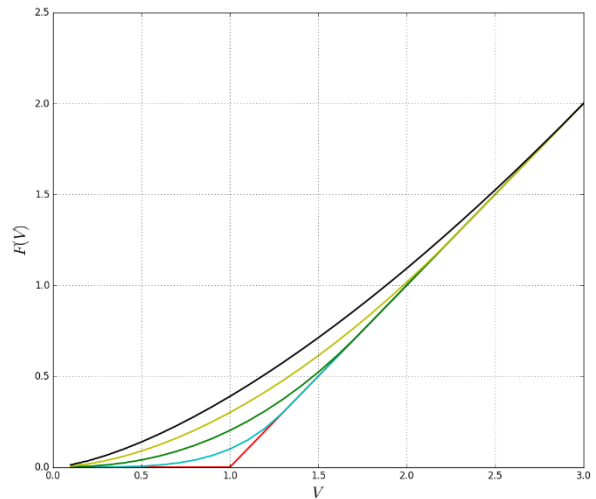
En økning i den risikofrie renten, r , fører til en økning i både $F(V)$ og V^* . Dette har en lik effekt i begge prosessene. I vårt prosjekt styres den risikofrie renten av hvilken innskuddsrente husholdningen får fra sin bank. I et tilfelle hvor den risikofrie renten stiger er sannsynligheten for at husholdningen investerer i prosjektet synkende. Sammenligner vi dette med klassisk økonomisk teori som sier at lave rentenivåer trigger investeringsviljen, så samsvarer vår modell med dette, men av en helt annen grunn. Her øker investeringsviljen fordi at $F(V)$ synker og vi får en lavere alternativkostnad ved å foreta en investering nå (Dixit & Pindyck 1994).

5.6.3 Hastigheten tilbake til gjennomsnittet η , og effekten til normalverdien \bar{V}

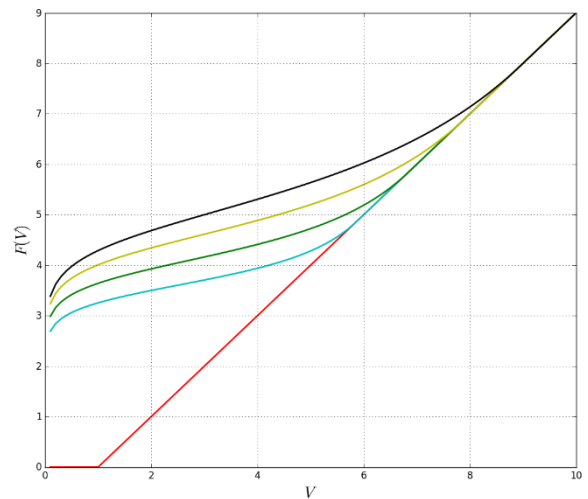
En kvalitet verdt å bemerke ved GMR prosessen er hastigheten på reverseringen. Denne viser nemlig å ha ulik effekt dersom \bar{V} er større eller mindre enn I . I vår analyse av elektrisitetsprisene fant vi som nevnt $\eta = 0,078$. Desto lavere denne verdien er, jo lenger tid bruker V på å nå \bar{V} . Vi undersøker her to tilfeller: først $\eta = 0,1$, deretter $\eta = 0,5$ – med fire ulike verdier for \bar{V} : 5; 10; 15; 20. Resultatet vises i figur 10 og 11. Vi kan videre i figur 10 observere at i tilfellet med en svært lav η , vil $F(V)$ -kurven være konveks med verdier for $\bar{V} \leq I$. Deretter utvikler den seg fra først å være uniformt konkav til å bli konveks for $\bar{V} > I$. En annen kvalitet ved GBM er desto høyere \bar{V} , desto høyere er både $F(V)$ og V^* . Alt annet likt vil dette bety at \bar{V} gir en forventet større vekst i V slik at opsjonen vil bli verdt mer. Vi kan også se av sammenligningen mellom figur 10 og 11 at for høyere verdier av η , vil $F(V)$ øke kraftig for selv små verdier av V^* . For høyere verdier av η ser vi også at når $\bar{V} < I$ er det usannsynlig at V vil overgå I , og opsjonen er derfor verdt lite. Derimot med verdier der $\bar{V} > I$ med en høy η , ser vi at V raskt beveger seg over I og blir der, slik at $F(V)$ blir svært høy.

5.6.4 Investeringskostnaden under GMR

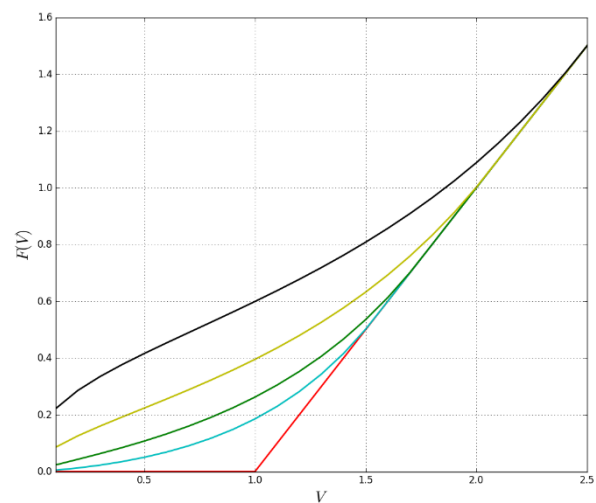
Vi finner her at en økning i I , fører til en økning i V^* og en lavere $F(V)$. Dette samsvarer med effekten vi observerer i vår GMR modell. I figur 12 ser vi effekten av å endre I .



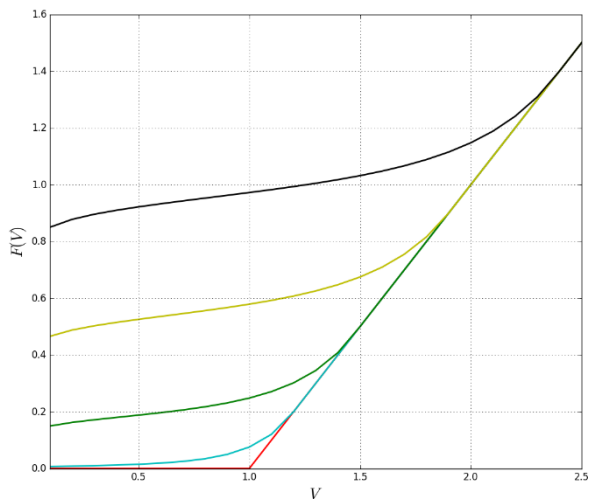
Figur 8: $F(V)$ for GBM som en funksjon av V for $\sigma = 0,15$ (markert \blacksquare), $\sigma = 0,25$ (markert \blacksquare), $\sigma = 0,35$ (markert \blacksquare) og $\sigma = 0,45$ (markert \blacksquare). Videre er $V - I = \blacksquare$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.



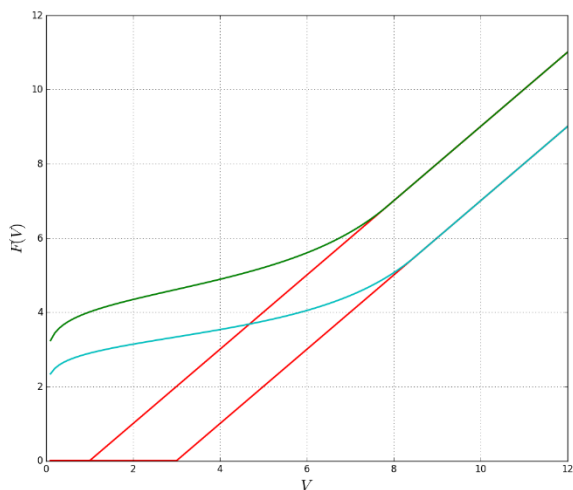
Figur 9: $F(V)$ for GMR som en funksjon av V for $\sigma = 0,15$ (markert \blacksquare), $\sigma = 0,25$ (markert \blacksquare), $\sigma = 0,35$ (markert \blacksquare) og $\sigma = 0,45$ (markert \blacksquare). Videre er $V - I = \blacksquare$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.



Figur 10: $F(V)$ for GMR som en funksjon av V for $\eta = 0,1$ og for $\bar{V} = 0,4$ (markert \blacksquare), $\bar{V} = 0,8$ (markert \blacksquare), $\bar{V} = 1,2$ (markert \blacksquare) og $\bar{V} = 1,6$ (markert \blacksquare). Videre er $V - I = \blacksquare$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.



Figur 11: $F(V)$ for GMR som en funksjon av V for $\eta = 0,5$ og for $\bar{V} = 0,4$ (markert \blacksquare), $\bar{V} = 0,8$ (markert \blacksquare), $\bar{V} = 1,2$ (markert \blacksquare) og $\bar{V} = 1,6$ (markert \blacksquare). Videre er $V-I = \blacksquare$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.



Figur 12: $F(V)$ for GMR som en funksjon av V for $I = 1$ (markert \blacksquare) og for $I = 3$ (markert \blacksquare). Videre er $V-I = \blacksquare$. Alle tall i grafen er oppgitt i MNOK.

6 Konklusjon

Vi har brukt realopsjonsteori for å analysere lønnsomheten av å investere i energieffektiviseringstiltak for privatboliger. Optimalt investeringspunkt blir funnet som en kritisk verdi ut fra den underliggende stokastiske prosessen. Fra lønnsomhetsanalysen av eksemplene våre, kommer vi frem til at alle løsningene får positive realopsjonsverdier. Dette vil si at

det finnes en verdi i å vente med investeringen for ytterligere anskaffelse av informasjon. De kritiske verdiene er i alle tilfeller godt over dagens prisnivå, noe som tilsier at elektrisitetsprisen må stige deretter før investeringen anses som lønnsom. Triggerprisene er urealistisk høye, og dermed kan vi konkludere at prosjektet ikke er interessant for en potensiell investor.

Ut fra nåverdimetoden kommer vi frem til at investeringen ikke er lønnsom, med dagens prisnivå og en levetid satt til 30 år. Forskjellen her kommer blant annet av at realopsjonsmetoden har en antagelse om at muligheten til å investere er uendelig, og da vil den neddiskonterte fremtidige inntekten øke i takt med den underliggende stokastiske prosessen. Dermed får vi positive realopsjonsverdier, men for et prosjekt med lav lønnsomhet vil triggerprisen kunne bli svært høy. For GMR, der prisen vandrer rundt et gjennomsnitt, vil en triggerpris langt over gjennomsnittet tilsi at investering er svært lite attraktiv. Dette kommer av at i en situasjon der prisen ligger høyt over gjennomsnittet, vil den bli trukket hurtig tilbake til normalverdien.

På bakgrunn av disse resultatene kan vi si at ut fra dagens markedsituasjon vil ingen av investeringsalternativene være å foretrekke nå. Derimot kan det tenkes at denne type løsning vil være mer lønnsom for bygg av større skalaer hvor energiforbruket er høyere. Eller, i land med et høyere prisnivå på elektrisitet enn det vi har her i Norge. Ut fra dette kan det se ut som at energiparadokset er en blivende realitet.

Ved å sammenligne resultatene til de to ulike stokastiske prosessene, så ser vi at GMR gir høyere kritisk verdi og realopsjonsverdi enn GBM. Men, etter hvert som V stiger får GBM svært høye realopsjonsverdier. GMR derimot, holder et stabilt nivå på realopsjonsverdiene når V vokser. Dette forteller oss at valget av stokastisk prosess er en viktig avgjørelse for realopsjonsmodellen. Investeringsbeslutningen påvirkes av hvilken stokastisk prosess en tar til nytte, og effekten dette valget gir, avhenger av parameterverdiene brukeren benytter seg av. Det finnes mer avanserte stokastiske modeller som er hevdet å kunne beskrive utviklingen i elektrisitetsprisene bedre enn GBM og GMR. Disse er ikke inkludert i vårt arbeid, da det ville ha ført til enda mer kompliserte realopsjonsutregninger. Og mange modeller er spesielt utviklet for kortsiktige prisprognoser. Til videre forskning kunne vi inkludert Schwartz-Smith (Schwartz & Smith 2000), mean-reverting jump-diffusion (Deng 2000b) og Markov regime-switching (Janczura & Weron 2012) inn i realopsjonsmodellen. Et annet interessant aspekt er utviklingen til investeringskostnaden, da en negativ trend vil kunne påvirke lønnsomhetsresultatet.

Referanseliste

- Ansar, J. & Sparks, R. (2009). The experience curve, option value, and the energy paradox. *Energy Policy*, 37 (3): 1012-1020.
- Arvesen, Ø., Medbø, V., Fleten, S.-E., Tomasgard, A. & Westgaard, S. (2013). Linepack storage valuation under price uncertainty. *Energy*, 52: 155-164.
- Backlund, S., Thollander, P., Palm, J. & Ottosson, M. (2012). Extending the energy efficiency gap. *Energy Policy*, 51: 392-396.
- Baker, M. P., Mayfield, E. S. & Parsons, J. E. (1998). Alternative models of uncertain commodity prices for use with modern asset pricing methods. *The Energy Journal*: 115-148.
- Bauner, C. & Crago, C. L. (2015). Adoption of residential solar power under uncertainty: Implications for renewable energy incentives. *Energy Policy*, 86: 27-35.
- Bergesen, B., Henden Groth, L., Langseth, B., Magnussen, I. H., Spilde, D. & Toutain, J. E. W. (2012). Energibruksrapporten 2012: Norges vassdrags- og energidirektorat
- Bessembinder, H., Coughenour, J. F., Seguin, P. J. & Smoller, M. M. (1995). Mean reversion in equilibrium asset prices: Evidence from the futures term structure. *The Journal of Finance*, 50 (1): 361-375.
- Botterud, A., Bhattacharyya, A. & Ilic, M. (2003). Futures and spot prices: An analysis of the Scandinavian electricity market: Proceedings of the 34th Annual North American power Symposium (NAPS 2002); Tempa AZ-USA, October 2002.
- Davison, M., Anderson, C. L., Marcus, B. & Anderson, K. (2002). Development of a hybrid model for electrical power spot prices. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17 (2): 257-264.
- Deng, S. (2000a). *Pricing electricity derivatives under alternative stochastic spot price models*. Proceedings of the 33rd Annual Hawaii International Conference on System Sciences. : IEEE.
- Deng, S. (2000b). *Stochastic models of energy commodity prices and their applications: Mean-reversion with jumps and spikes*: University of California Energy Institute Berkeley.
- Dixit, A. K. & Pindyck, R. S. (1994). *Investment under uncertainty*: Princeton University Press.
- Enders, W. (2004). *Applied econometric time series*: John Wiley & Sons.
- Ewald, C.-O. & Yang, Z. (2008). Utility based pricing and exercising of real options under geometric mean reversion and risk aversion toward idiosyncratic risk. *Mathematical Methods of Operations Research*, 68 (1): 97-123.
- Fernandes, B., Cunha, J. & Ferreira, P. (2011). The use of real options approach in energy sector investments. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 15 (9): 4491-4497.
- Gjølberg, O. & Johnsen, T. (2007). Investeringer i produksjon av fornybar energi: Hvilket avkastningskrav bør Enova SF legge til grunn. *Report for Enova SF*.
- Henderson, V. & Hobson, D. G. (2002). Real options with constant relative risk aversion. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 27 (2): 329-355.
- Henderson, V. (2007). Valuing the option to invest in an incomplete market. *Mathematics and Financial Economics*, 1 (2): 103-128.
- Heydari, S. & Siddiqui, A. (2010). Valuing a gas-fired power plant: A comparison of ordinary linear models, regime-switching approaches, and models with stochastic volatility. *Energy Economics*, 32 (3): 709-725.
- Insley, M. (2002). A real options approach to the valuation of a forestry investment. *Journal of Environmental Economics and Management*, 44 (3): 471-492.
- Isik, M. (2006). Implications of alternative stochastic processes for investment in agricultural technologies. *Applied Economics Letters*, 13 (1): 21-27.
- Janczura, J. & Weron, R. (2012). Efficient estimation of Markov regime-switching models: An application to electricity spot prices. *AStA Advances in Statistical Analysis*, 96 (3): 385-407.
- Jridi, O., Jridi, M., Barguaoui, S. A. & Nouri, F. Z. (2016). Energy paradox and political intervention: A stochastic model for the case of electrical equipments. *Energy Policy*, 93: 59-69.
- Kamat, R. & Oren, S. S. (2002). Exotic options for interruptible electricity supply contracts. *Operations Research*, 50 (5): 835-850.
- Kjaerland, F. (2007). A real option analysis of investments in hydropower: The case of Norway. *Energy Policy*, 35 (11): 5901-5908.
- Koekebakker, S. (2002). *Valuation of Asian options and commodity contingent claims*: Norwegian School of Economics and Business Administration, Department of Finance and Management Science.
- Koekebakker, S. & Ollmar, F. (2005). Forward curve dynamics in the Nordic electricity market. *Managerial Finance*, 31 (6): 73-94.
- Lucia, J. J. & Schwartz, E. S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange. *Review of Derivatives Research*, 5 (1): 5-50.
- Lund, D. (2005). How to analyze the investment: Uncertainty relationship in real option models? *Review of Financial Economics*, 14 (3): 311-322.
- McDonald, R. L. & Siegel, D. (1982). *The value of waiting to invest*: National Bureau of Economic Research Cambridge, Mass., USA.
- Metcalfe, G. E. & Hassett, K. A. (1995). Investment under alternative return assumptions comparing random walks and mean reversion. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19 (8): 1471-1488.
- Paraschiv, F. (2013). Price dynamics in electricity markets. I: *Handbook of Risk Management in Energy Production and Trading*, s. 47-69: Springer.
- Pilipovic, D. (2007). *Energy risk: Valuing and managing energy derivatives*: McGraw Hill Professional.

- Postali, F. A. & Picchetti, P. (2006). Geometric Brownian motion and structural breaks in oil prices: A quantitative analysis. *Energy Economics*, 28 (4): 506-522.
- PWC. (2015). Risikopremien i det norske markedet 2015.
- Ramsey, J. B. (2002). Wavelets in economics and finance: Past and future. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 6 (3).
- Schwartz, E. & Smith, J. E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46 (7): 893-911.
- Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The Journal of Finance*, 52 (3): 923-973.
- SSB. (2012). Gjennomsnittlig energiforbruk per husholdning, etter hustype. I: *Statistisk Sentralbyrå*.
- SSB. (2016). Elektrisitetspriser, 1. kvartal 2016. I: *Statistisk Sentralbyrå*.
- Torani, K., Rausser, G. & Zilberman, D. (2016). Innovation subsidies versus consumer subsidies: A real options analysis of solar energy. *Energy Policy*, 92: 255-269.
- Tourinho, O. A. (1979). *The valuation of reserves of natural resources: An option pricing approach*: University of California, Berkeley.
- Vehviläinen, I. & Keppo, J. (2003). Managing electricity market price risk. *European Journal of Operational Research*, 145 (1): 136-147.
- Venetsanos, K., Angelopoulou, P. & Tsoutsos, T. (2002). Renewable energy sources project appraisal under uncertainty: The case of wind energy exploitation within a changing energy market environment. *Energy Policy*, 30 (4): 293-307.
- Weron, R., Bierbrauer, M. & Trück, S. (2004). Modeling electricity prices: Jump diffusion and regime switching. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 336 (1): 39-48.
- Wey, L. (1993). Effects of mean-reversion on the valuation of offshore oil reserves and optimal investment rules. *Unpublished Thesis, Massachusetts Institute of Technology*.
- Wooldridge, J. M. (2014). *Introduction to Econometrics: Europe, Middle East, and African Edition*: Cengage Learning EMEA, Hampshire and United Kingdom.



Norges miljø- og biovitenskapelig universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway