



Norges miljø- og
biovitenskapelige
universitet

Masteroppgave 2016 30 stp
IMT

Kvalitetskontroll av CPOS

Quality control of CPOS

Bendik Myrvang
Geomatikk

Forord

Denne masteroppgaven markerer avslutningen på mitt geomatikkstudie ved NMBU og fem flotte år på Ås.

Jeg vil takke veilederen min, Ola Øvstedal, for hjelpen jeg fikk underveis i oppgaven. Videre vil jeg takke Statens Kartverk og Olav Vestøl for tilgang til datagrunnlaget.

Til slutt vil jeg takke mine medstudenter og venner, som gjorde kveldene lettere på lesesalen.

Sammendrag

Oppgaven er basert på datasett fra Kartverket. Det blitt brukt CPOS-målinger som er blitt sammenlignet med fasit koordinater. Ved å se på differansene mellom CPOS-målingene og fasitkoordinatene har det blitt utført statistiske beregninger for å se på kvaliteten til CPOS-målingene. Analysen er delt inn i tre deler, en for bare høydeverdier og to for grunnisskoordinatene. Oppdelingen er blitt gjort fordi det er ulike feilbidrag i høyde og grunnriss, samt fasit koordinatene er beregnet på to forskjellige måter. Det ble undersøkt om det var noen sammenheng mellom avstand og høydeforskjell mot referansestasjonene og de beregnede differansene mellom CPOS-målingene og fasit koordinatene.

Undersøkelsen klarte ikke å påvise noe lineær sammenheng mellom differansene og avstander og høydeforskjeller til de nærmeste basestasjonene for CPOS-målinger. Med grunnriss analysene ble det påvist en mulig forskjell for de ulike måtene å beregne fasitkoordinater på.

Abstract

The thesis is based on data from Statens Kartverk, the norwegian mapping authority. It's been used CPOS-measurements which have been compared with benchmark coordinates. By looking at the differences between CPOS measurements and benchmark coordinates, it has been performed statistical calculations to look at the quality of CPOS measurements. The analysis is divided into three parts, one for only vertical values and two for horizontal. The division has been done because there are various error contributions in the vertical and horizontal, and benchmark coordinates are calculated in two different ways. It was examined whether there was any relationship between distance and height difference from the reference stations and the calculated differences between CPOS measurements and benchmark coordinates.

The study failed to detect any linear relationship between differences and distances or height differences to the nearest base stations for CPOS measurements. The horizontal assesment demonstrated a possible difference to the different ways to calculate the definitive coordinates.

Innholdsfortegnelse

Forord	iii
Sammendrag	v
Innholdsfortegnelse	ix
1 Innledning	1
1.1 Problemstilling.....	1
2 Teori.....	3
2.1 Referanserammer	3
2.2 GNSS	3
2.2.1 Observasjonsligninger	5
2.2.2 Differensiering.....	6
2.2.3 GNSS Feilkilder	8
2.2.4 DGPS og RTK.....	11
2.2.5 Nettverk RTK.....	12
2.2.6 RTCM.....	14
2.3 Statistikk	15
2.3.1 RMS og standardavvik	15
2.3.2 Korvariansmatrise	15
2.3.3 Regresjonsanalyse	16
2.3.4 Multipel T-test.....	16
3 Datagrunnlag	19
4 Beregning og analysestrategi	21
5 Resultat og kommentarer	25
5.1 Høyde.....	26
5.1.1 Histogram	26
5.1.2 Spredningsplott.....	27
5.1.3 Regresjonsanalyse	29
5.1.4 Uteliggere.....	30
5.2 Grunnriss (1).....	30
5.2.1 Histogram	31
5.2.2 Spredningsplott.....	32
5.2.3 Regresjonsanalyse	35
5.2.4 Uteliggere	37

5.3	Grunnriss (2).....	38
5.3.1	Histogram	39
5.3.2	Spredningsplott.....	40
5.3.3	Regresjonsanalyse	43
5.3.4	Uteliggere	45
6	Diskusjon	47
6.1	Høyde.....	47
6.2	Grunnriss.....	47
7	Konklusjon	49
8	Referanser	51

1 Innledning

Posisjonsbestemmelser med GNSS er en viktig del av samfunnet. Det blir brukt i alt fra navigasjon til stedfesting av grensemerker. For å få ønsket nøyaktighet på målingene benyttes et nettverk av referansestasjoner som blir brukt til å beregne korreksjoner. I Norge drifter Kartverket en korreksjonstjeneste kalt CPOS. CPOS er en nettverk-RTK tjeneste som lager en virtuell referansestasjon (VRS) og sender korreksjonsdata i sanntid til brukeren.

Korreksjonene blir beregnet ved hjelp av observasjoner fra flere permanente referansestasjoner. Atmosfære korreksjonen er beregnet for området rundt mottakeren. Det er derfor interessant å se på avstanden mellom mottaker og basestasjonene i CPOS-nettet.

Det er gjort flere undersøkelser med tanke på avstand mellom mottakeren til brukere og referansestasjoner. (Onsrud 2015) undersøkte hvordan avstanden til nærmeste referansestasjon påvirket nøyaktigheten til målinger gjort med CPOS-korreksjoner, han fant ingen påvirkning i grunnriss men en mulig påvirkning i høyde. Jeg vil i denne oppgaven utvide analysen og se på om avstanden til de tre nærmeste referansestasjonene påvirker nøyaktigheten. I tillegg vil jeg undersøke om det beregnede standardavviket til hver enkelt måling, påvirker differansene i forhold til referanse verdi.

1.1 Problemstilling

Problemstillingen i denne oppgave er:

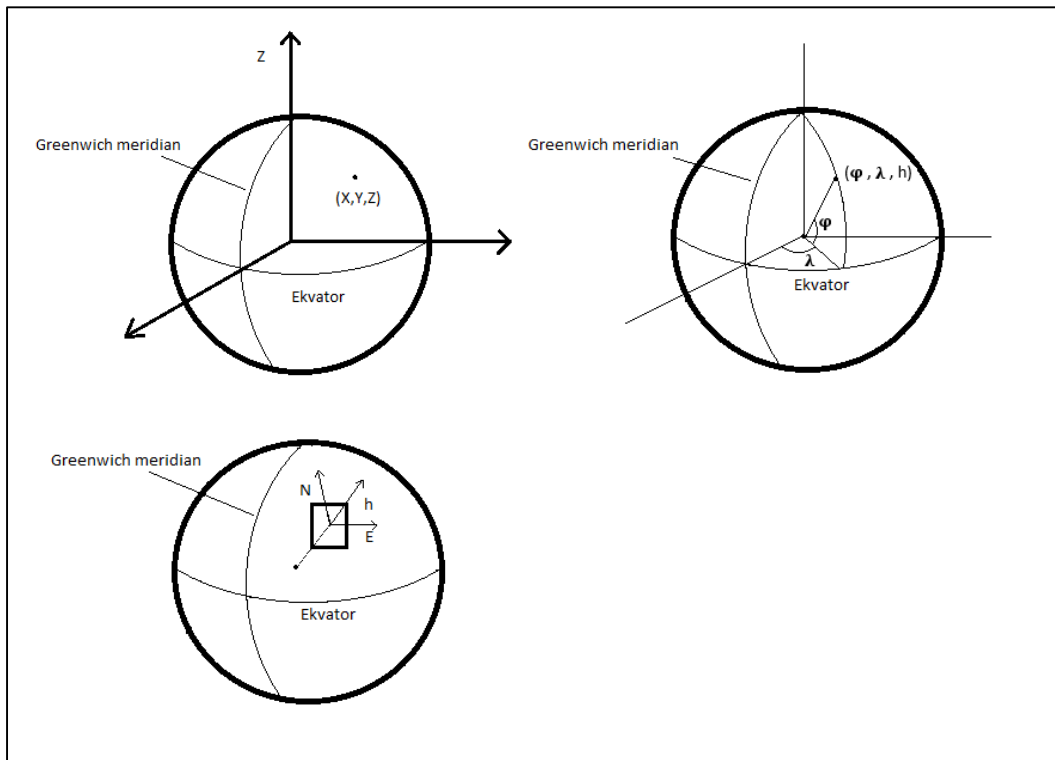
Sammenligne nye koordinater fra NN2000 prosjektet med koordinatene til fastmerker.

- Hvordan er sammenhengen mellom differanser mellom måling og fastmerker, og standardavvik til målinger?
- Se på høydeforskjellene og avstand til referansestasjonene og hvordan det eventuelt påvirker nøyaktigheten.

2 Teori

2.1 Referanserammer

Det er flere forskjellige måter å koordinatfeste romlige posisjoner. Jordsentrisk, geodetisk og kartplankoordinater er brukt i oppgaven.



Figur 2.1 Illustrasjon over de ulike koordinatsystemene

Jordsentriske koordinater er gitt i ett tre akset koordinatsystem, X, Y og Z. Der origo er i jordas massemidtpunkt og aksene går gjennom ekvatorplanet og Greenwich meridianen.

Geodetisk koordinater er gitt ved lengde (λ) og breddegrader (φ) på jordoverflaten.

Kartplankoordinater er et lokalt plant system som tangerer overflaten. Satellittenes koordinater er gitt i jordsentrisk koordinatsystem IGS05N. IGS05N er en realisering av ITRF2005. Euref89 er en realisering av ITRF som følger den europeiske kontinentaldriften.

2.2 GNSS

Global Navigation Satellite System (GNSS) er en fellesbetegnelse på satellitt baserte navigasjonssystemer. Et GNSS system består av et romsegment, kontrollsegment og brukersegment. Romsegmentet er satellittene som går i bane rundt jorda og sender ut signaler

som blir mottatt av brukerens mottaker. Bakkesegmentet er et nettverk av basestasjoner og et analysesenter som beregner korreksjoner og posisjonen/banen til satellittene.

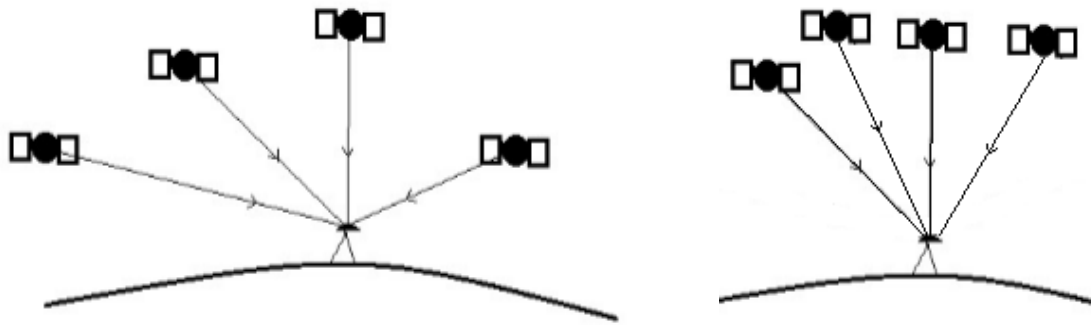
Brukersegmentet er en mottaker som mottar GNSS signalene og beregner posisjonen.

Det er til dags dato to fullt operative (globalt dekkende) systemer, GPS og GLONASS. Begge er militære systemer, driftet av henholdsvis USA og Russland, men er i dag åpent for sivil bruk. Galileo og Beidou er fortsatt under utvikling.

Det første fullt operative (globalt dekkende) GNSS systemet var Global Positioning System (GPS), laget av det amerikanske forsvaret. I en periode var det lagt på støy (Selective availability) for å hindre andre land å bruke GPS for militære formål. Noe som førte at private brukere fikk GPS-posisjoner med en nøyaktighet på ca 50-100m(Seeber 2003). På slutten av 90 tallet ble SA fjernet, noe som førte til nye bruksområder for GPS-posisjonering. I dag blir GPS brukt i alt fra navigering av bil til eiendomsmåling.

Det opprinnelige GPS-systemet hadde 2 bærebølger, P-kode, C/A-kode og en navigasjonsmelding. Navigasjonsmeldingen består blant annet av satellittens baneparametere og klokkekorreksjoner. Navigasjonsmeldingen til satellitten oppdateres fra bakkesegmentet, slik at brukerne får oppdaterte parametere til posisjonsberegningen.

Det er to måter å beregne posisjonene, med kodemåling eller fasemåling. Kodemåling benytter seg av kodene til å beregne avstanden til satellittene. Kodemåling finner avstanden til satellittene ved å se på tiden signalet bruker fra satellitten til mottakeren. Fasemåling finner avstanden til satellittene ved å se på faseforskyvning på bærebølgene. Dersom avstanden til minimum 4 satellitter er kjent klarer mottakeren å beregne posisjonen. Nøyaktigheten til GNSS posisjoneringen er avhengig av nøyaktigheten til avstandene og den geometriske fordelingen av satellittene. Dersom satellittene er dårlig fordelt, det vil si samlet og ikke jevnt fordelt på himmelen, er det dårlig geometri. Se figur 2.1. Dersom det er dårlig satellitt geometri vil posisjonen mottakeren klarer å beregne bli dårligere (Hofmann-Wellenhof et al. 2007 s. 262). Det er et problem på høye breddegrader, på grunn av at det er flere satellitter i sør enn i nord.



Figur 2.2: Til venstre er en illustrasjon på god satellitt geometri, til høyre er en illustrasjon på dårlig satellitt geometri.

2.2.1 Observasjonsligninger

Observasjonsligningene kan ifølge formel 7.44 og 7.51 (Seeber 2003, s 257) skrives slik:

$$PR_{CD} = c(t_r - T_t) = R + cdt_u + cdt_a + cdt_s + \varepsilon_{CD} \quad (1)$$

$$PR_{CR} = R + cdt_u + cdt_a + cdt_s + N\lambda_{CR} + \varepsilon_{CR} \quad (2)$$

Der:

PR_{CR} = pseudo avstand for fasemåling

PR_{CD} = pseudo avstand for kodemåling

T_t = satellitt tid, timetag

T_r = mottaker tid.

R = geometrisk avstand

dt_u = mottaker klokkefeil relativt til GPS-system tid.

dt_s = satellittklokkefeil mot GPS systemtid

dt_a = atmosfære forplantingsfeil/refraksjon

ε_R = målestøy.

N = antall hele bølgelengder

λ_{CR} = lengden til bærebølgen.

Observasjonsligningene for avstandene mellom satellitt og mottaker har med korreksjoner på den geometriske avstanden. Korreksjonene kommer av at signalet blir forsinket og forskyves av ulike feilkilder. For nøyaktige målinger må feilkildene bli fjernet, enten med modeller, estimering eller parameter eliminasjon. Korreksjonsmodeller er estimert påvirkning av signalet fra de ulike feilkildene og kan benyttes i sanntid og i etterprosessering. Korreksjonen kan bli estimert av et kontrollsenner som bruker observasjoner, over flere tidsepoker, fra permanente basestasjoner der posisjonene er kjent. Et eksempel er IGS (International GNSS service) som bruker et nettverk av permanente basestasjoner til å beregne blant annet satellittbanekorreksjoner, satellittklokkekorreksjoner og global ionosfæremodell. IGS korreksjonsdata kan lastes ned i ettertid, eller overføres i sanntid til mottakeren. Overføringen

av korreksjoner i sanntid kan skje via NTRIP på RTCM formatet, se avsnitt om RTCM for mer detaljert informasjon. Parameter eliminasjon skjer ved differensiering av flere observasjonsligninger, slik at flest mulige feilkilder blir eliminert bort. Se kapittel 2.2.2 for om ulike differensieringsmetoder.

2.2.2 Differensiering

Med å utføre ulike lineær kombinasjon kan en eliminere eller redusere korreksjonene i observasjonsligningene (Seeber 2003 , s. 259). Det kan være mellom observasjoner med ulike mottakere, ulike satellitter eller i forskjellige tidsepoker. Dersom en kombinerer to enkeltdifferensiering kan kombineres, kalt dobbeldifferensiering. Jeg utvider observasjonsligningene, formel 3 og 4, med hevet skrift j, senket skrift i og tidsepoke t, for å lettere forklare differensiering. Der j er ulike satellitter, i er ulike mottakere og t er tidsepoken for observasjonen.

$$PR_{CD_i}^j(t) = c(t_r - T_t)_i^j(t) = R_i^j(t) + cdt_{u_i}^j(t) + cdt_{a_i}^j(t) + cdt_{s_i}^j(t) + \varepsilon_{R_j}^i(t) \quad (3)$$

$$PR_{CR_i}^j(t) = R_i^j(t) + cdt_{u_i}^j(t) + cdt_{a_i}^j(t) + cdt_{s_i}^j(t) + N\lambda_{CR_i}^j(t) + \varepsilon_{R_j}^i(t) \quad (4)$$

2.2.2.1 Enkeldifferensiering

Enkeldifferensiering er en lineær kombinasjon av to forskjellige observasjonsligninger, det kan blant annet være mellom en satellitt og to mottakere, to satellitter og en mottaker eller ved to forskjellige tidsepoker. Illustrert i figur 2.3



Figur 2.3: Illustrasjon av enkeldifferensiering, mellom satellitt 1 og 2 til mottaker 1. Satellitt 1 til mottaker 1 og 2.

Enkeldifferanse med to mottakere og en satellitt i tidsepoke t blir da:

$$\begin{aligned}\Delta PR_{12}^1(t) &= PR_{CD_1}^1(t) - PR_{CD_2}^1(t) \\ &= \Delta R_{12}^2 + c \left(dt_{u_1}^1(t) - dt_{u_2}^1(t) \right) + c \left(dt_{a_1}^1(t) - dt_{a_2}^1(t) \right) + c \left(dt_{s_1}^1(t) - dt_{s_2}^1(t) \right) + \varepsilon\end{aligned}\quad (5)$$

$$(\Delta PR_{12}^1(t) = \Delta R_{12}^1(t) + c\Delta dt_{u_1 2}^1(t) + c\Delta dt_{a_1 2}^1(t) + \varepsilon) \quad (6)$$

Eller forenklet skrivemåte:

$$\Delta PR = \Delta R + c\Delta dt_u + c\Delta dt_a + \varepsilon \quad (7)$$

2.2.2.2 Dobbeldifferensiering

Dobbeldifferanse blir som regel dannet med enkeltdifferanser mellom to mottaker og en satellitt, som igjen blir differensiert for to satellitter. Dobbeldifferanse eliminerer klokkefeilene og andre systematiske feil, noe som gjør at en kan estimere flertydigheten for faseforskyvningen

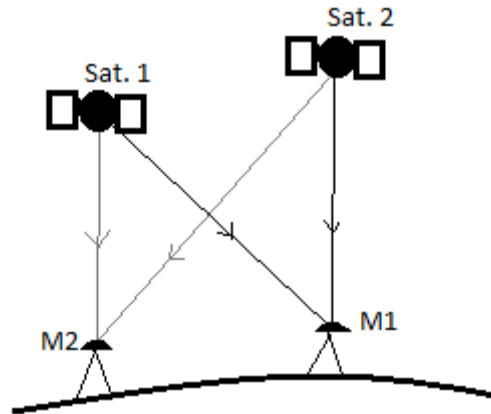
$$\nabla \Delta PR = (PR_1^1 - PR_2^1) - (PR_1^2 - PR_2^2) \quad (8)$$

Der ∇ betyr enkeldifferanse mot to satellitter og Δ er enkeldifferanse med to mottaker.

Dobbeldifferanse med observasjonslikning for fasemåling:

$$\nabla \Delta PR_{CR} = \nabla \Delta R - \nabla \Delta d_{iono} + \nabla \Delta d_{tropo} + \lambda \nabla \Delta N + \varepsilon_{CR} \quad (9)$$

Her er klokkefeilene eliminert bort ved enkeltdifferansene og atmosfærekorreksjonene er delt opp i ionosfære og troposfære. ε_{CR} er restfeilen. Figur 2.4 er en illustrasjon av en dobbeldifferensiering.

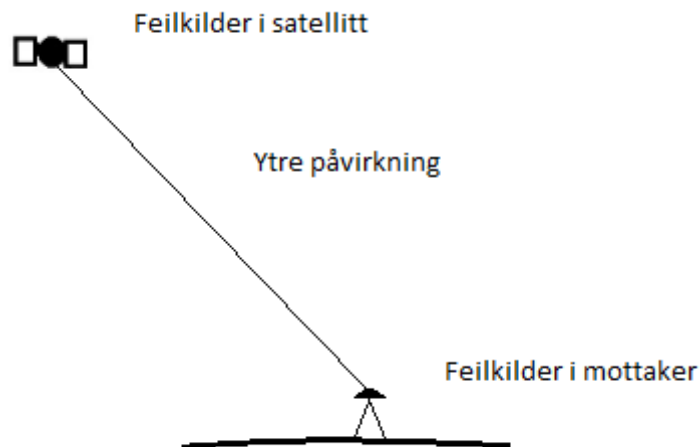


Figur 2.4: Illustrasjon av en dobbeldifferering mellom 2 satellitter og 2 mottakere.

$$(PR_{CR_i}^j(t) = R_i^j(t) + cdt_{u_i}^j(t) + cdt_{a_i}^j(t) + cdt_{s_i}^j(t) + N\lambda_{CR_i}^j(t) + \varepsilon_{R_i}^j(t)) \quad (9)$$

2.2.3 GNSS Feilkilder

I GNSS observasjoner er det en rekke feilkilder, som kan deles inn i 3 grupper. Satellitt, mottaker og ytre påvirkning på signalet. Figur 2.5 er en illustrasjon over feilkildene som er forklart i tabell 2.1.



Figur 2.5: illustrasjon over påvirkningen på signalet fra satellitt til mottaker.

Tabell 2.1: Oversikt over ulike feilkilder for en enkel GPS avstands observasjon. (Seeber 2003 s. 299)

	Feilkilder
Satellitt	Satellittbane Klokkefeil Antenne offset hardware bias
Ytre påvirkning på signalet	Ionosfære forplantning Troposfære forplantning Multipath
Mottaker	Antenneoffset Mottaker støy Klokkefeil Hardware bias

2.2.3.1 Satellitt

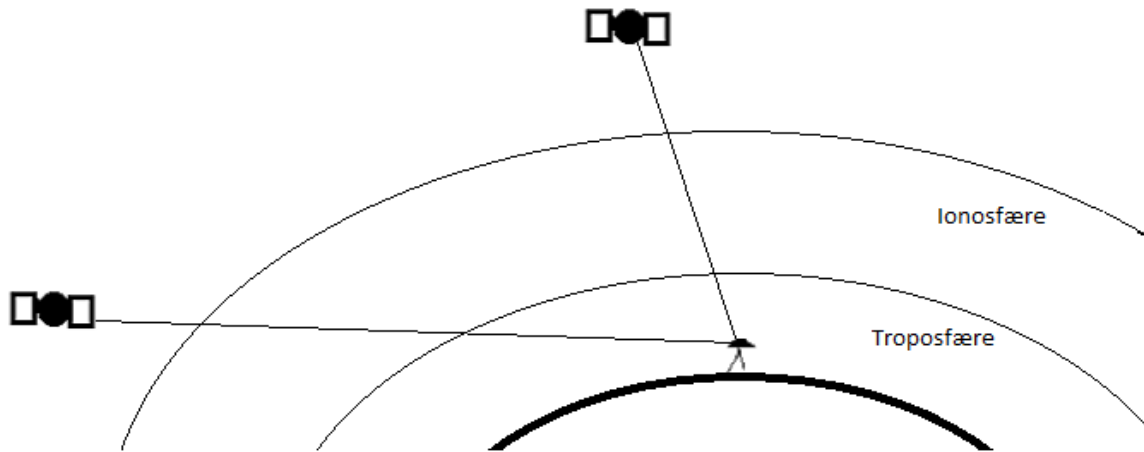
Satellittbanefeil er at satellittens virkelige posisjon er ulik den posisjonen som blir sendt i navigasjonsmeldingen til mottakerne. Satellittklokkefeilen er feil for satellittklokken i forhold til GNSS-systemtid. For å minimere feilkildene beregner GNSS-systemets bakkesegment nye baneparameterne og estimerer satellittklokkens drift, som blir sendt til satellitten. Antennen offset er hvor det egentlige fasesenteret for antennen er, og hardware bias er forsinkelser i satellittens elektronikk.

2.2.3.2 Ytre påvirkning på signalet

Multipath er at signaler blir reflektert av objekter i nærheten av mottakeren. For eksempel dersom mottakeren er nært et hus vil noen signaler bli reflektert fra huset uten at mottakeren klarer å skille mellom de reflekterte signalene og de som kommer direkte fra satellitten. Multipath påvirkningen varierer med antenne design og mottaker programvare.

Påvirkningen på GNSS-signalet er forskjellig i de ulike delene av atmosfæren og er sterkt påvirket av elevasjonsvinkelen til signalet. Lav elevasjonsvinkel gir lengere reisevei gjennom atmosfæren som gir større påvirkning, se figur 2.6. For GNSS korreksjoner blir atmosfæren delt inn i ionosfære og troposfære. Troposfæren er den nederste delen av atmosfæren og blir

delt inn i en hydrostatisk og våt del. Der den hydrostatiske delen står for rundt 90 % av forsinkelsen. Forsinkelsene blir modellert med en hydrostatisk og våt «mapping model». Mapping modellene blir beregnet ved å se på lufttrykk, temperatur og luftfuktighet.



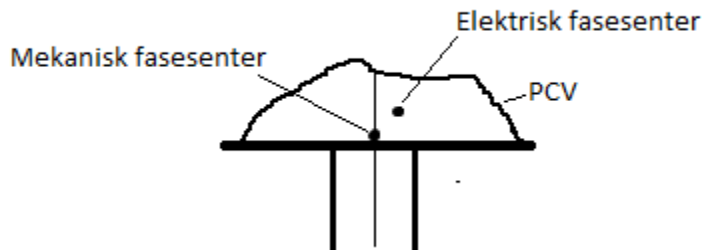
Figur 2.6: Illustrasjon over signalets gang gjennom atmosfæren

Ionosfæren er den øvre delen av atmosfæren og består for det meste av ladede partikler. Der GNSS-signalets forsinkelse eller forskyvning er påvirket av mengden ladede partikler, også kalt Total Electron Content (TEC). Ionosfæren er et dispersiv medium, noe som gjør at påvirkningen på signalene er avhengig av frekvensen. Det gjør at 99,9 av ionosfæreforsinkelsen kan finnes ved lineærkombinasjon av observasjoner med ulike frekvenser (Petit 2010 s.142). For nøyaktige målinger med bare en frekvens må en bruke en ionosfæremodell, som modellerer TEC innholdet i ionosfæren.

2.2.3.3 Mottaker

Det elektriske fasesenteret varierer etter signalenes intensitet og retning, se figur 2.7. For nøyaktige målinger, spesielt høydemålinger, må fasesentervariasjonen være kalibrert (Seeber

2003). Mottaker støy er tilfeldig støy som kommer fra antennen, kablene eller selve mottakeren.



Figur 2.7: Illustrasjon på antenne offset. Forskjellen mellom antennens mekaniske og elektriske fasesenter. PCV er variasjonene til det elektriske fasesenteret.

2.2.4 DGPS og RTK

DGPS (Differensial GPS) er teknikker der posisjonene til mottaker (her etter kalt rover) blir forbedret med å se på den relative posisjonen i forhold til en referansestasjon. Relativ posisjonering kan skje med overføring av korreksjoner i sanntid eller ved etter-prosessering av korreksjonene. DGPS er for kodemålingskorreksjoner, som blir brukt til å korrigere kodeobservasjoner. PDGPS (Precise DGPS) er for fasemålinger og overfører fasemålingskorreksjoner til roveren. (Seeber 2003)

Det er forskjellige metoder for å beregne korreksjoner(Seeber 2003 s.326):

1. Korreksjoner til posisjonen, der posisjons korreksjonene blir beregnet og overført til rover posisjonen. Det krever at de samme satellittene blir brukt for rover og referansestasjon.
2. Korreksjoner på pseudoavstander, der en sammenligner pseudoavstanden for rover mot avstander beregnet for referansestasjonene. Forskjellen blir brukt til å korrigere de observerte pseudoavstandene.
3. Korreksjonsvektor, der korreksjonene til referansestasjonene blir estimert og overført som en korreksjonsvektor.

Den ordinære DGPS bruker metode 2. Men på grunn av avstandskorrelerte feilkilder, blant annet atmosfære forsinkelser, vil nøyaktigheten avta med økt avstand mellom rover og referansestasjon. Med å bruke metode 3 vil en kunne ha større avstand mellom rover og referansestasjoner.

RTK (Real-Time Kinematic GPS) er det samme som PDGPS, der korreksjoner for fasemåling blir overført i sanntid til en rover. RTK er relativ posisjonering, der roveren beregner en grunnlinjevektor til referansestasjonen. Grunnlinjevektoren blir beregnet i roveren enten ved parameter estimering eller parameter eliminasjon. Fra referansestasjonens korreksjoner klare roveren å beregne faseflertydigheten. En av svakheten til RTK med en referansestasjon er at nøyaktigheten er avhengig av lengden på grunnlinje-vektoren. Feilkilder som blant annet atmosfære og satellittbane øker med lengden på grunnlinjevektoren. Nøyaktigheten til posisjoner beregnet med RTK er avstandsavhengig, så dersom avstanden til referansestasjonen er stor blir nøyaktigheten dårligere (Vollath et al. 2002). Løsningen er å bruke flere referansestasjoner og beregne korreksjoner for området.

2.2.5 Nettverk RTK

Nettverk-RTK består av flere permanente referansestasjoner som sender observasjonene til et analysesenter som beregner korreksjoner for hver referansestasjon. Korreksjonene blir så interpolert mellom referansestasjonene og en får korreksjoner for et område. Korreksjonene for område blir så overført til roveren som bruker de i sin posisjonsberegning. Fordelen med nettverk-RTK er at korreksjonene blir beregnet for et område istedenfor en bare en vektor. Det fører til at avstanden mellom rover og referansestasjonene ideelt sett ikke påvirker nøyaktigheten.

Det er flere ulike typer Nettverk-RTK teknikker, blant annet VRS, FKP og MAC (RTCM special committee no.104 2013 s.20). VRS og FKP interpolerer korreksjoner over området til referansestasjonene, mens MAC bare beregner faseflertydigheten og overlater korreksjonsberegningen til roveren. Der VRS og FKP overfører korreksjonsparametre, overfører MAC rådata. Roveren beregner korreksjoner selv, noe som gjør at brukeren har kontroll på hvordan beregningen av korreksjonene blir utført (Brown et al. 2005).

2.2.5.1 VRS

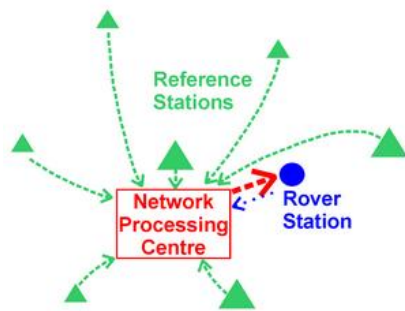
VRS teknikken går ut på at brukeren beregner posisjonen med hjelp av en grunnlinje-vektor til en virtuell referansestasjon som er i nærheten av roveren. Referansestasjonen er virtuell og

er egentlig observasjonsligninger beregnet av et analysesenter, men roveren bruker den som en vanlig referansestasjon.

VRS kan deles inn i fire steg:

- Beregning av faseflertydighet.
- Beregning av korreksjonsmodeller.
- Lage observasjonsligninger til den virtuelle basestasjonen.
- Overføring av observasjonsligninger til roveren.

Faseflertydigheten til nettverket blir funnet ved at basestasjonene kontinuerlig observerer for satellitter. Basert på faseflertydigheten beregner analysesenteret korreksjonsmodeller som blir brukt til å lage de virtuelle observasjonsligninger som igjen blir overført til roveren. Illustrert i figur 2.8.



Figur 2.8: Figur fra (Wanninger 2004). En illustrasjon over dataflyten mellom nettverkets prosessering senter og rover.

Det er flere svakheter med VRS-teknikken, som beskrevet av (Brown et al. 2005). Det kreves toveis kommunikasjon mellom rover og analysesenter, roveren må lage ny virtuell referansestasjon dersom den beveger seg langt, roveren beregner posisjonen med kun en vektor som gjør at posisjonen ikke blir skikkelig nøyaktig. Men siden vektoren er kort så blir den relative posisjonering bra. I tillegg er det problemer med etterprøving av målingene, siden referansestasjonen er virtuell kan en ikke bruke nøyaktig samme referansestasjon ved kontrollmålinger. Den virtuelle referansestasjonen blir laget av foreløpige posisjoner fra rover, som er tilfeldig plassert der roveren blir startet. Estimering av avstands avhengige korreksjoner blir dårligere ved større avstander (Retscher 2002).

Fordelen med VRS er at referansestasjonen blir plassert i nærheten av roveren. Dersom roveren beveger seg langt fra oppstarts punktet kan det lages en ny referansestasjon. Tidligere undersøkelser om nøyaktigheten til nettverks-RTK viser at en kan forvente en vertikal RMS på omtrent 21mm og horisontal nøyaktighet på 12mm (Janssen & Haasdyk 2011).

CPOS er en Nettverk-RTK tjeneste, driftet av Staten kartverk, som beregner korreksjonsdata for GNSS målinger på cm nivå. CPOS-tjenesten benytter seg av VRS teknikken og har et nettverk av permanente basestasjoner som benyttes i korreksjonsberegningene. Overføringen av data mellom roveren og analysesenteret skjer via GSM/GPRS på RTCM formatet. I praksis vil en rover starte opp, sende en omtrentlig posisjon til analysesenteret, motta observasjoner og korreksjoner for en virtuell referansestasjon og bruke den i beregningen av posisjonen. Dersom avstanden til oppstartpunktet, og dermed den virtuelle referansestasjonen, blir stor, opprettes det en ny referansestasjon.

2.2.6 RTCM

En viktig del av nettverk-RTK er overføringen av GNSS-korreksjoner og observasjoner. Det finnes flere data-formater for overføring av data, der ulike GNSS-mottaker produsenter har sitt eget. Men i et nettverk-RTK vil det ofte være flere forskjellige mottaker-typer, og det er derfor viktig med et standard dataformat. 'RTCM Special Committee 104' har utviklet et felles overføringsformat kalt RTCM (Radio Technical Commission for Maritime Services), for overføring av korreksjonsmeldinger. RTCM versjon 2 er basert på strukturen til GPS navigasjonsmelding. De første RTCM versjonene var ikke laget med tanke på nettverk-RTK før RTCM v2.1 fikk egne koder for å overføre data for fasemålinger. Et problem med RTCM versjon 2 er at det krever høy båndbredde, så RTCM versjon 3 ble utviklet med tanke på å effektivisere overføringen og forbedre RTK-tjenesten. Det ble egne meldingstyper for overføring av korreksjonsdata for Nettverk-RTK. I RTCM v.3 er det en melding som gir samme informasjon som krevde 2 meldinger i RTCMv2. For eksempel RTCM 2.3 er meldingstyper 18 og 19 slått sammen til RTCM 3 meldingstype 1003 (O Keefe et al. 2007). I tillegg er fasekorreksjonene i RTCM 3.0 delt inn i dispersive (ionosfære fasekorreksjoner) og non-dispersive (geometrisk)(RTCM special committee no.104 2013 s. 114). Det minsker kravene til båndbredden siden ionosfære og geometriske korreksjonene kan sendes ut med

ulik frekvens. For VRS-tjenester er meldingstype 1032 viktig, den inneholder koordinatene til den virtuelle referansestasjonen, gitt i jordsentriske koordinater, som roveren beregner relativ posisjon til. Roveren behandler den som en vanlig referansestasjon og bruker den i posisjonsberegningen.

Overføring skjer som regel med GSM/GPRS eller via internett. Networked Transport of RTCM via Internet Protocol (NTRIP) er en mye brukt protokoll for overføring av RTCM. NTRIP er en protokoll som baserer seg blant annet http for å kunne overføre data til mange brukere samtidig (Weber et al. 2005).

2.3 Statistikk

I denne oppgaven vil jeg beregne statistiske mål basert på differanser mellom observerte koordinater, og kjente koordinater (fasit koordinater). På grunn av ulike feilkilder for både observasjoner og fasit koordinatene i grunnriss og høyde behandler jeg grunnriss og høyde separat.

2.3.1 RMS og standardavvik

RMS og standardavvik er beregnet på differansene mellom CPOS-koordinatene og fasit koordinater. Har beregnet med og uten vekt. Vekting av uavhengige observasjoner, formlene er fra (Ghilani 2010).

$$w_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} \quad (10)$$

$$sd_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{d})^2 * w_i}{n}} \quad RMS_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i^2 * w_i)}{n}} \quad \bar{d} = \frac{\sum d_i * w_i}{\sum w_i} \quad (13)(14)(15)$$

$$sd_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i - \bar{d})^2}{n-1}} \quad RMS_d = \sqrt{\frac{\sum(d_i^2)}{n}} \quad \bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} \quad (16)(17)(18)$$

Der sd_d er standardavvik og RMS_d er «root mean squared» for differansene. \bar{d} er gjennomsnittet til differansene. Standardavviket er et mål på spredningen, og RMS er hvor nøyaktig målingene er.

2.3.2 Korvariansmatrise

De observerte koordinater har en tilhørende koovariansmatrise som er gitt i jordsentrisk system.

Kovariansmatrisene for koordinater i kartplankoordinater blir beregnet fra kovariansmatrisene fra jordsentriske koordinatsystem med den generelle feilforplantningslova (Ghilani 2010) .

$$C_{NEh} = MC_{xyz}M^T = \begin{bmatrix} s_N^2 & Cov_{NE} & Cov_{Nh} \\ Cov_{NE} & s_E^2 & Cov_{Eh} \\ Cov_{Nh} & Cov_{Eh} & s_h^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$C_{xyz} = \begin{bmatrix} s_x^2 & Cov_{xy} & Cov_{xz} \\ Cov_{xy} & s_y^2 & Cov_{yz} \\ Cov_{xz} & Cov_{yz} & s_z^2 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (20)(21)$$

$$Cov_{xy} = r_{xy} \sqrt{(s_x^2 s_y^2)} \quad Cov_{xz} = r_{xz} \sqrt{(s_x^2 s_z^2)} \quad Cov_{yz} = r_{yz} \sqrt{(s_y^2 s_z^2)} \quad (22)(23)(24)$$

I formlene ovenfor er C_{NEh} kovariansmatrise gitt i kartplankoordinater, C_{xyz} er kovariansmatrise gitt i jordsentriske koordinater. M er rotasjonsmatrisen for transformering fra jordsentrisk til kartplankoordinater. s_x , s_y og s_z er standardavvikene for koordinatene beregnet av GNSS-mottaker. Med de tilhørende korrelasjonene r_{xy} , r_{xz} og r_{yz} .

2.3.3 Regresjonsanalyse

Formler fra Matlab documentation. (Mathworks 2016). Der det lages en lineær regresjonslinje

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x. \quad (24)$$

Der \hat{y} er en regresjonslinje med stigningstallet β_1 og som skjærer y-aksen i β_0 . R^2 er determinering koeffisienten som beskriver hvor godt linja beskriver sammenhengen mellom y og x . R^2 gir en indikator på hvor mye av variansen til y kan forklares av x . Der en R^2 opp mot en betyr lineær sammenheng, mens en R^2 rundt null er en liten lineær sammenheng.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(y_i - \hat{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \quad (25)$$

Der y_i er en responsvariabelen og \bar{y} er gjennomsnittet til y .

2.3.4 Multippel T-test

Multippel t-test er en statistisk metode for å estimere eventuelle grovfeil i observasjoner og teste om de er signifikante. Utgangspunktet er at dersom $|t_j| > T_{n-e-1, 1-\alpha}$ er det oppdaget en

grovfeil. n er antall observasjoner, e er antall ukjente og α er signifikantnivå som blir testet. For eksempel med en α på 0.1 vil 99,9 % av grovfeilene bli oppdaget.

Formlene er hentet fra forelesningsnotat skrevet av (Gjevestad 2013):

$$t_j = \frac{\hat{\nabla}_j}{s_{\nabla}} \quad (26)$$

Der ∇_j er beregnet størrelse på en grovfeil i observasjon j , og s_{∇} er beregnet standardavvik til den estimerte grovfeilen.

Estimert grovfeil ∇ beregnes sammen med de ukjente parameterne:

$$\hat{x}_j = (A_j^T P A_j)^{-1} A_j^T P l = \begin{bmatrix} \hat{N}_j \\ \hat{E}_j \\ \hat{h}_j \\ \hat{\nabla}_j \end{bmatrix} \quad (27)$$

Der \hat{x}_j er de ukjente parameterne, A er en designmatrise, P er en blokkdiagonal matrise og l er observasjonene.

A_j er en designmatrise som varierer med e_i for estimering av grovfeil for hver observasjon.

Antall rader er lik antall målinger.

$$A_j = [A \quad e_j] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (28)$$

Siden de observerte koordinater i hvert punkt i er gjensidig korrelert med hverandre blir P en blokkdiagonalmatrise.

$$P = \begin{bmatrix} C_1^{-1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_2^{-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_i^{-1} \end{bmatrix} \quad l = \begin{bmatrix} dN_1 \\ dE_1 \\ dh_1 \\ \vdots \\ dN_i \\ dE_i \\ dh_i \end{bmatrix} \quad v_j = A_j \hat{x}_j - l \quad (29)(30)(31)$$

Der P er blokkdiagonal matrise, der diagonal elementene er kovariansmatrisene til hver måling. l er observasjonene x på matriseform som er omformet med A . C er korvariansmatrisen til observasjonene og v er residualer til observasjonene.

$$Q_{xx} = (A_j^T P A_j)^{-1} = \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & \ddots & \\ & & q_{\nabla\nabla} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Der Q_{XX} er kofaktormatrisen til de ukjente og $q_{\nabla\nabla}$ er den estimerte grovfeilens kofaktor.

$$s_{\nabla} = s_0 \sqrt{q_{\nabla\nabla}} \quad s_0 = \sqrt{\frac{v_j^T P v_j}{n-e-1}} \quad (33)(34)$$

Der S_0 er a posteori standardavvik på vektsenheten, s_{∇} er standardavviket på den estimerte grovfeilen. n er antall observasjoner og e er antall ukjente.

Etter at ∇ er beregnet for hver observasjon fjernes den observasjonen med høyest t_j , dersom den også er over T verdien. Merk at hele raden fjernes, altså dersom en grovfeil ble funnet i N_4 fjernes også E_4 og h_4 . Deretter gjentas prosessen til alle t_j ikke er høyere enn T .

Det er mulig å dele opp t-testen. For eksempel skille høyde og grunnriss, der en søker etter grovfeil i høyde og grunnriss hver for seg. Formlene i multippel t-test blir de samme, men dimensjonene blir endret. For grovfeilsøk i høyde fjernes rader og kolonner som tilhører nord og øst.

3 Datagrunnlag

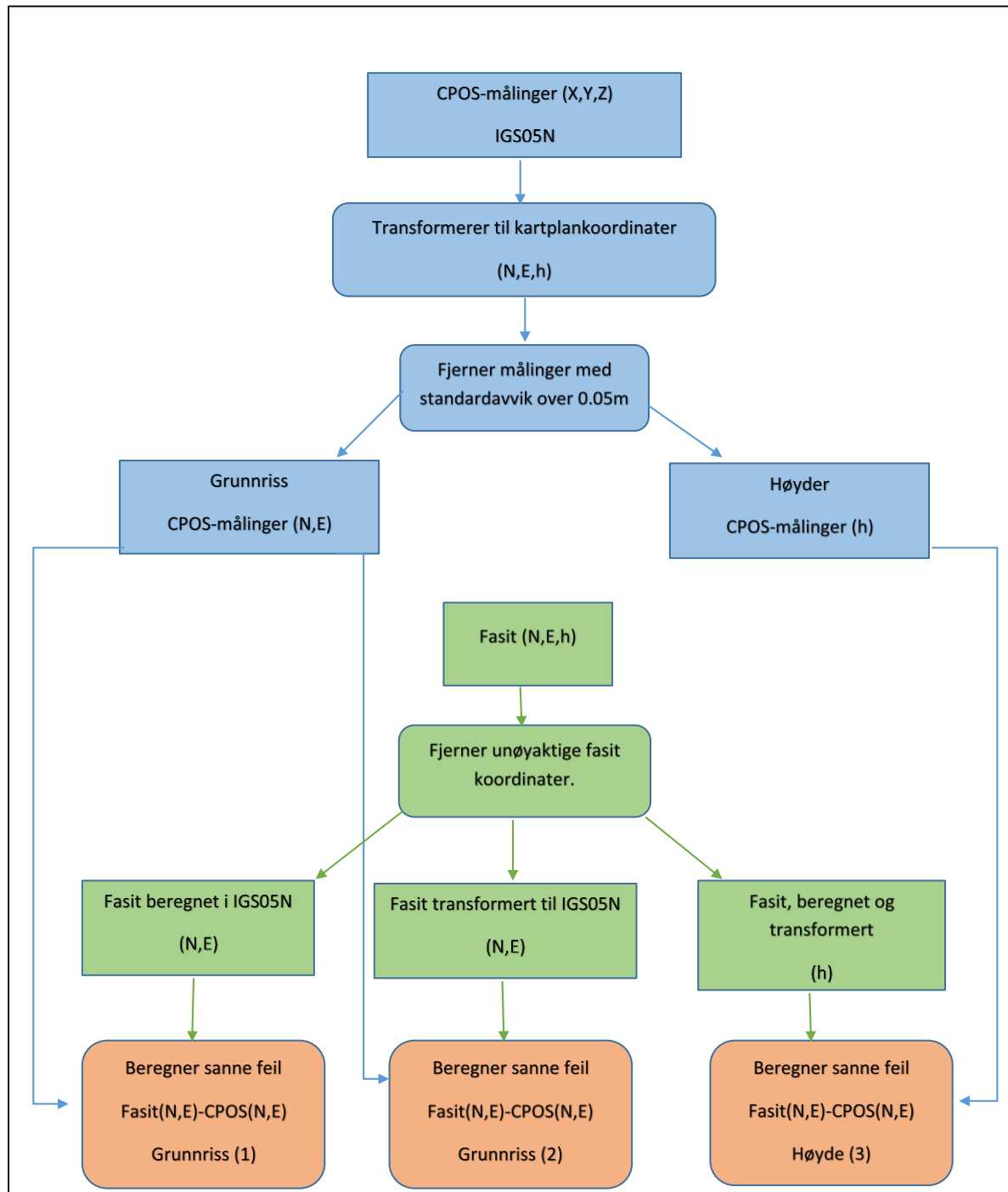
Datagrunnlaget er koordinater for fastmerker målt med CPOS-tjenesten. CPOS-målingene er fra Kartverket og er tilleggs-målinger gjort for innføring av det nye høydesystemet NN2000. Siden målingene er utført med tanke på innføring av NN2000 er de målt med fokus på høydenøyaktighet. Flere av målingene er målt eksentrisk, tre målinger rundt bolten og midlet, som fører til høyere usikkerhet for grunnriss koordinatene. Siden målingene er gjort med fokus på høyde, kan det hende at målinger med dårlig grunnrisskoordinater ble tatt med.

I følge «Innføring av NN200- praktisk brukerhåndbok» er CPOS-målingene er gjort i Test-CPOS, en intern tjeneste fra kartverket som operer med IGS05N referanseramme. I tillegg er utstyret, antenne og stang, kontrollert hos kartverkets kalibreringsbasis på Hønefoss. Det minsker sannsynligheten for at målingene er gjort med feil antenedefinisjon (se kapittel 2.2.3.3) og høydemålingene blir bedre.

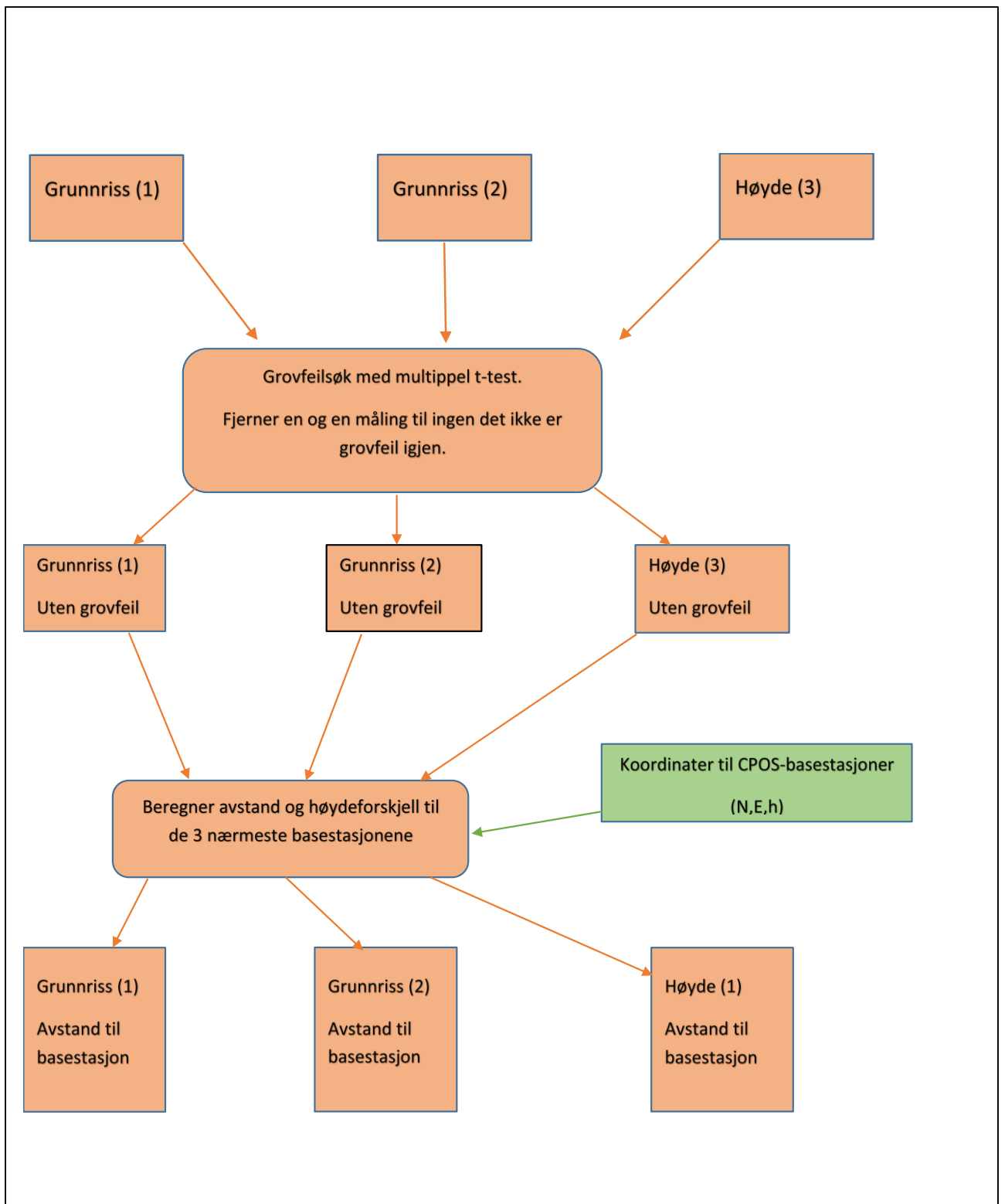
Fasitkoordinatens grunnrisskoordinater er beregnet med ulike metoder over flere forskjellige måleprosjekter, og er blir dermed regnet som «fasit» i oppgaven. Høydeverdiene er beregnet i Euref89 og transformert til IGS05N, mens for grunnrisskoordinatene er noen beregnet direkte i IGS05N. (Vestøl 2016) opplyste at det var et avvik på opp mot 3 cm for grunnrisskoordinatene etter transformasjon. Grunnrisskoordinatene ble derfor skilt mellom de direkte beregnede og de som var transformert til IGS05N.

4 Beregning og analysestrategi

For å analysere datasettene har jeg benyttet Matlab R2015b. Matlab er et matrise basert regneprogram der en kan gjøre ulike matematiske beregninger basert på egne script eller innebygde funksjoner. Nedenfor i figur 4.1 og 4.2 er flytdiagram over fremgangsmåten for beregning av analysen. Firkantet figur er datasett, figur med avrundede kanter er beregninger gjort i Matlab.



Figur 4.1 Flytdiagram del 1: over beregning strategi



Figur 4.2 Flytdiagram del 2

Datagrunnlaget som ble brukt i analysen er 6077 CPOS-målinger og 1960 fasitkoordinater. Gitt med henholdsvis jordsentriske koordinater og kartplan koordinater med ellipsoidiske høyder. For å kunne sammenligne datasettene transformerte jeg de jordsentriske CPOS målingene til kartplanet.

For å unngå å bruke unøyaktige målinger fjernet jeg en del målinger før analysen, se tabell 5.1. CPOS-målinger som er markert med dårlig høydekvalitet og grunnrisskvalitet ble fjernet før jeg beregnet differansen i forhold til fasitkoordinater. På grunn av at målingene er målt med fokus på høyde, kan de ha godtatt grunnrissmålinger som ikke er sentrert. Noe som gjør at grunnrisskoordinatene kan være dårligere enn høyden. I tillegg er grunnrisskoordinatene i fasit beregnet på forskjellige måter, se kapittel 3. Jeg har derfor valgt å skille grunnriss koordinatene. Der grunnriss (1) er de beregnede, og grunnriss (2) er de som er transformert.

Ifølge «NN2000-praktis målebok» skal CPOS-målingen være målt med «fix», altså løst for faseflertydighet. Men det er noen målinger som har svært store standardavvik, noe som tyder på «float» løsning for de aktuelle punktene. På grunn av at det vil det være vanskelig å oppdage og fjerne målinger med høye standardavvik i en multippel t-test, har jeg valgt å fjerne målinger med standardavvik større enn 0.05 meter før grovfeilsøket. Slike målinger skulle ikke vært med i datasettet, da kravene var målingene med fix-løsning.

For å finne og fjerne uteliggere benyttet jeg meg av multippel t-test. Det er en metode der en estimerer og tester om det er en eventuell uteliggere for hver observasjon. Siden jeg skiller observasjonene i høydedifferanser og grunnriss differanser tester jeg for uteliggere i høyde og grunnriss hver for seg. Metoden går ut på å beregne en eventuell uteliggere for alle observasjonene, og dersom en eller flere er over testverdien fjernes hele målingen. Det vil si at dersom det oppdages en uteligger for måling i nord koordinaten, fjerner jeg hele målingen. Selv om det ikke ble påvist en uteligger i øst. Siden jeg skilte høyder og grunnriss, tester jeg høydene og grunnriss koordinatene hver for seg. For om det er en uteligger i høyden, så påvirker ikke det grunnrisskoordinaten. Men en uteligger i E_i påvirker N_i . Siden det er mange målinger, og de er antatt å være nøyaktige, har jeg valgt å teste med en lav $\alpha=0.001$. Noe som gir et konfidens nivå på 99.99 %. Det er konservativt, men siden målingene antas å være nøyaktig, så unngår jeg å fjerne målinger som ikke er uteliggere.

Avstandene og høydeforskjellene mellom målingene og basestasjonene er beregnet med en enkel euclidian avstand og høydeforskjell.

5 Resultat og kommentarer

Resultatene er presentert i tre grupper etter hvilke del av datagrunnlaget som er benyttet.

Høyde(1) er ellipsoidiske høydeverdier sammenlignet med høydeverdiene fra fasit.

Grunnriss(1) er grunnriss koordinater fra CPOS-målingene sammenlignet mot fasit

koordinater for kampanjepunktene. Grunnriss(2) er grunnrisskoordinater fra CPOS-

målingene sammenlignet med fasit koordinater som er transformert. Se figur 4.1 og figur 4.2

for oversikt over beregningsgangen. Antall målinger og koordinater som er tatt med i analysen eller fjernet er oppsummert i tabell 5.1

Tabell 5.1: En oversikt over antall CPOS-målinger og fasit koordinater som brukt i de tre analysene. Henholdsvis grunnriss(1), grunnriss(2) og høyde(1). CPOS-målingene: totale antall observasjoner før noen ble fjernet. Målinger fjernet: Gkval og Hkval, er CPOS-målinger som er CPOS-målinger som var markert med henholdsvis dårlig grunnriss kvalitet og høyde kvalitet. Målinger fjernet: høyt standardavvik, er CPOS-målinger som ble fjernet på grunn av høyt standardavvik. Totalt antall fasit, er det totale antall fasit koordinater før fjerning av dårlige koordinater. Fasit, er antall koordinater som ble brukt etter fjerning av dårlige fasit koordinater. Antall målinger, er antall differanser mellom CPOS-koordinater og Fasit. Uteliggere, er antall uteliggere som ble fjernet med t-test. Differanser som blir brukt videre i analysen, er antall differanser etter fjerning av uteliggere.

	Grunnriss (1)	Grunnriss (2)	Høyde (1)
CPOS-målinger	6077	6077	6077
Målinger fjernet: Gkval og Hkval	99	99	461
Målinger fjernet: Høyt standardavvik	10	10	11
Totalt antall fasit	1954	1954	1954
Fasit fjernet:	1466	562	74
Fasit	488	1392	1880
Antall målinger	1272	3946	4925
Uteliggere	103	382	69
Differanser som blir brukt videre i analysen	1169	3564	4856

Se kapittel 3 og 4 for begrunnelsen for at jeg fjernet de ulike observasjonene. Som det kommer frem i tabell 5.1 var det henholdsvis 1169, 3564 og 4856 observasjoner som ble brukt i de statistisk beregningene og spredningsplottene. Fasit koordinatene ble delt opp i 488 punkter for grunnriss(1) og 1392 punkter for grunnriss(2).

5.1 Høyde

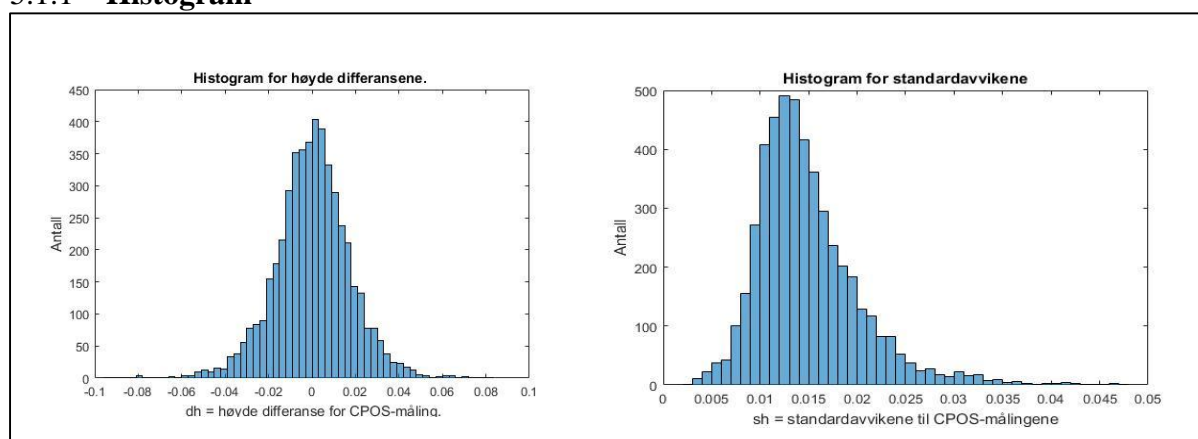
Resultat tabeller og plott for analysen for grunnriss(1).

Tabell 5.2 Verdiene er oppgitt i meter, dh er høydedifferansene mellom CPOS-måling og fasit koordinater. w er vekten, med a posteori standardavvik $\sigma_0 = 0.01$. Verdiene er gitt i meter.

	dh	dh, med vekt w
Maksimal	0.0833	
Minimum	-0.0942	
RMS	0.0170	0.0114
Std.avvik	0.0170	0.0114
Gjennomsnitt	0.0002	0.0002
Absolutt gjennomsnitt	0.0130	0.0107

Tabell 5.2 er statistiske verdier beregnet med formlene fra kapittel 2.2.3. σ_0 er satt til 0.01 på grunn av at målingene er gjort i CPOS (cm nøyaktighets posisjonstjeneste). De vektete verdiene er mindre enn uten vekt, siden differanser fra målinger med lave standardavvik blir vektet mindre enn de med store standardavvik.

5.1.1 Histogram

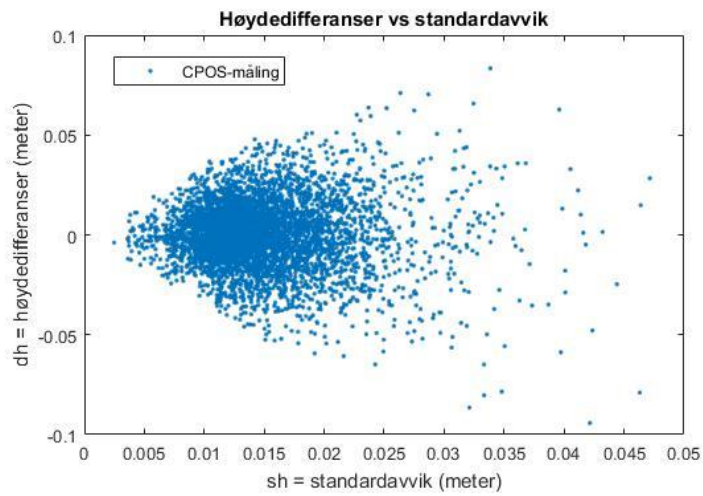


Figur 5.1: Til venstre: Histogramplott for høydedifferansene mellom CPOS-målingene og fasit. Y-aksen er antall målinger og x-aksen er verdien på høydedifferansen.

Til venstre: Histogramplott for standardavvikene i høyden, beregnet av roveren. X-aksen er antall målinger, y-aksen er størrelsene til standardavvikene..

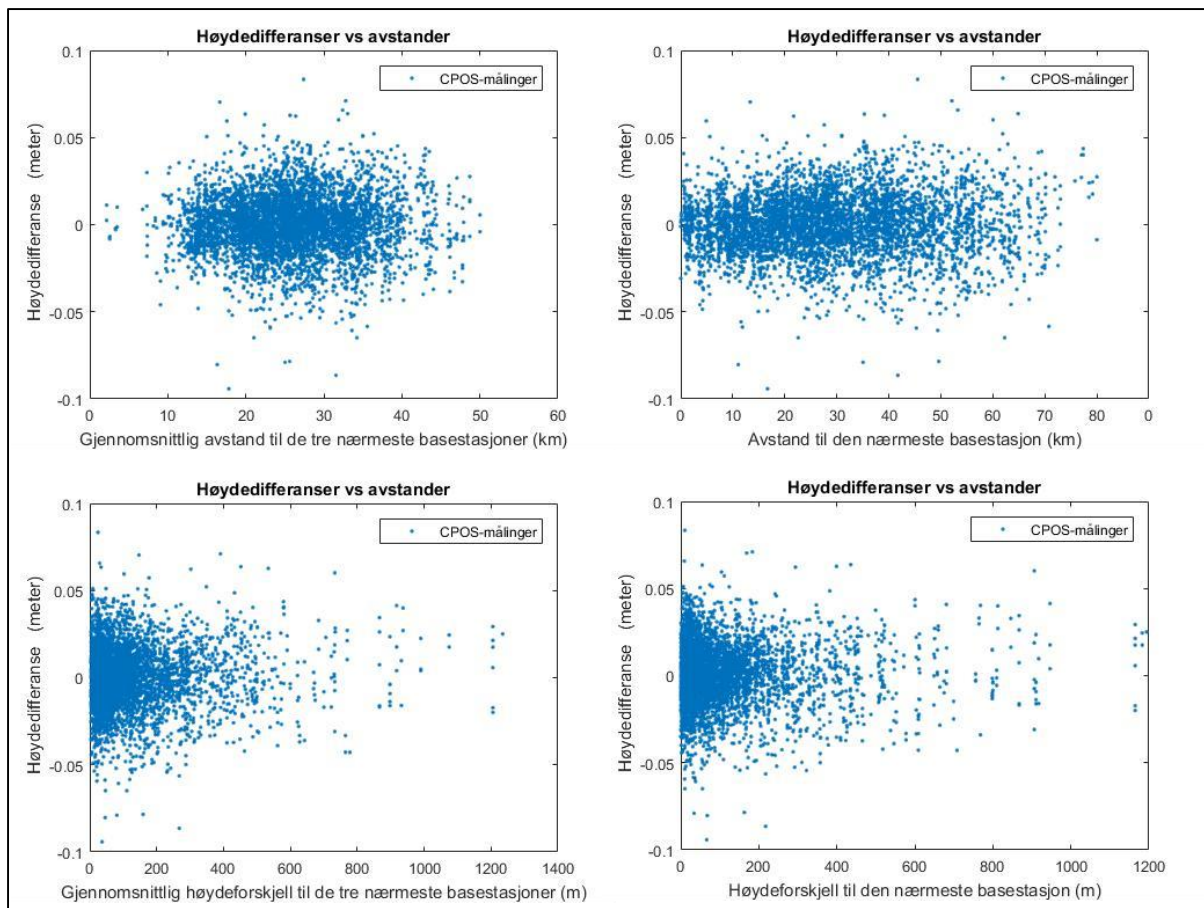
I figur 5.1 ser vi fordelingen av høydedifferansene og standardavvikene. Høydedifferansene ser ut til å være jevnt fordelt rundt null, med noen uteliggere. Histogrammet for standardavvikene viser fordelingen av standardavvikene for målingene, som beregnet av roveren.

5.1.2 Spredningsplott



Figur 5.2: Spredningsplott av standardavvik i høyden beregnet av rover og høydedifferansen mellom CPOS-måling og fasit.

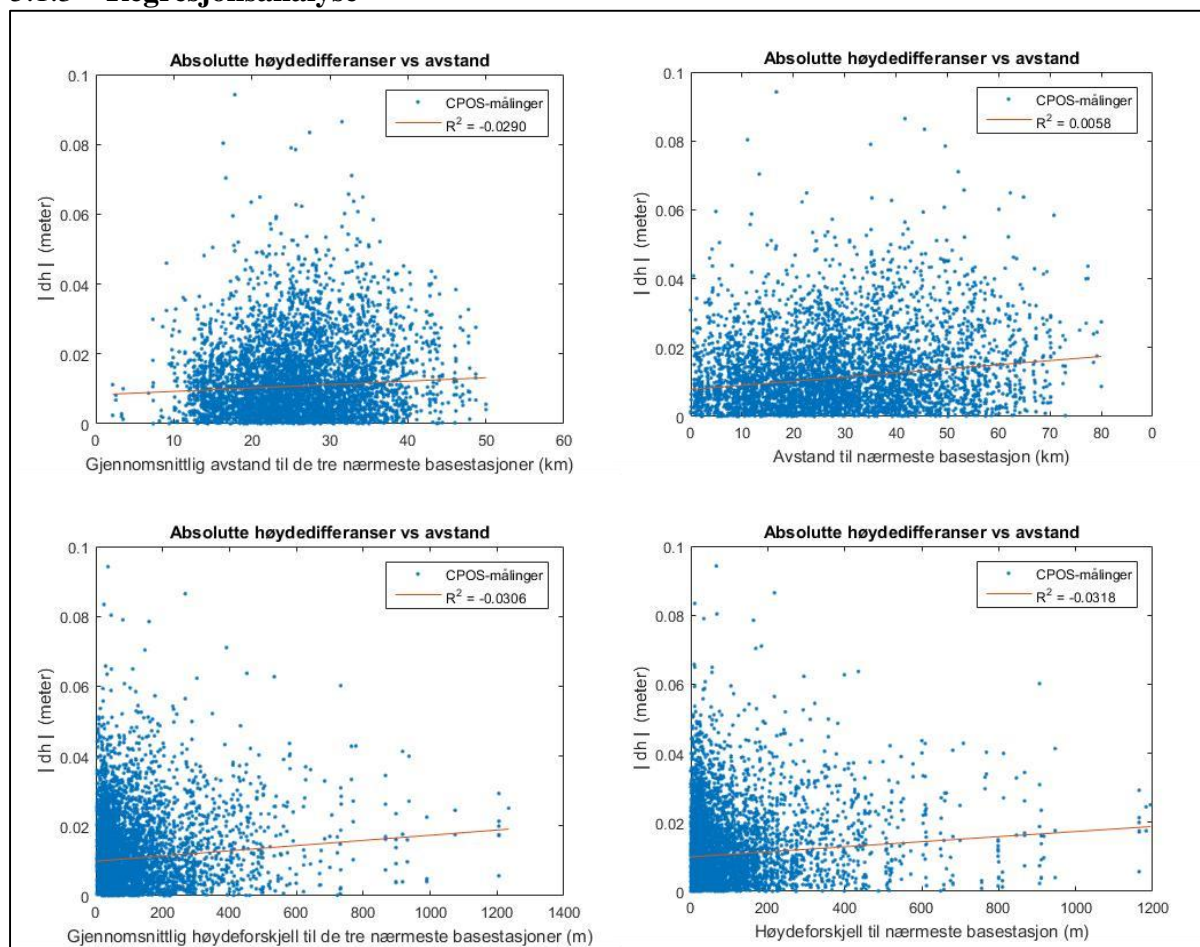
Spredningsplottet i figur 5.2 viser sammenhengen mellom beregnet standardavvik på målingene og høydedifferansene mellom målingene og fasit. Det ser ut til at det er mer spredning i differansen for målinger med større standardavvik.



Figur 5.3: : Spredningsplott mellom høydedifferanser og avstander, og høydedifferanser og høydeforskjeller. Y aksene er lik for alle fire plott og er høydedifferansen, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater. Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i km. Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km. Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter

I figur 5.3 er høydedifferansene plottet mot avstander og høydeforskjeller. Det viser at avstandene til nærmeste basestasjon som oftest er mellom 0-50 km og høydeforskjellen er som regel under 200m for CPOS-målingene som er brukt i analysen. Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene er mellom 10-40 km.

5.1.3 Regresjonsanalyse



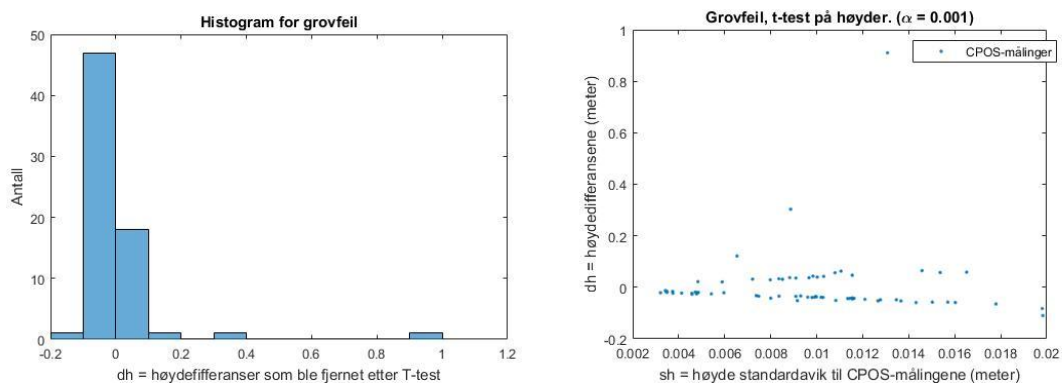
Figur 5.4 : Spredningsplott med beregnet regresjonslinje og R^2 verdi. Y aksene er lik for alle fire plott og er absolutt høydifferanse, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater. Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km. Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter.

Lager ei regresjonslinje for å for å undersøke om høydifferansene er korrelert med avstandene og høyde til CPOS-basestasjonene. Oppsummert i tabell 5.3.

Tabell 5.3: Oppsummering av R^2 verdier for de ulike plottene i figur 5.4.

	R^2
Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene.	-0.0290
Avstand til den nærmeste basestasjon	0.0058
Gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene	-0.0306
Høydeforskjell til nærmeste basestasjon	-0.0318

5.1.4 Uteliggere.



Figur 5.5: Til venstre: histogram over CPOS målinger som ble fjernet i t-testen. X-aksen er størrelsen på høydedifferansene som ble fjernet. Y-aksen er antall målinger som ble fjernet. Til høyre: Spredningsplott der x-aksen er standardavvik på CPOS-målingen, beregnet av CPOS-mottakeren. Y-aksen er høydedifferansene.

Histogrammet og spredningsplottet viser fordelingen og størrelsene for høydedifferansene som ble fjernet ved multipel t-test med $\alpha = 0.001$. 69 av 4925 differanser ble fjernet, som er 1.44% av antall differanser som ble testet.

5.2 Grunnriss (1)

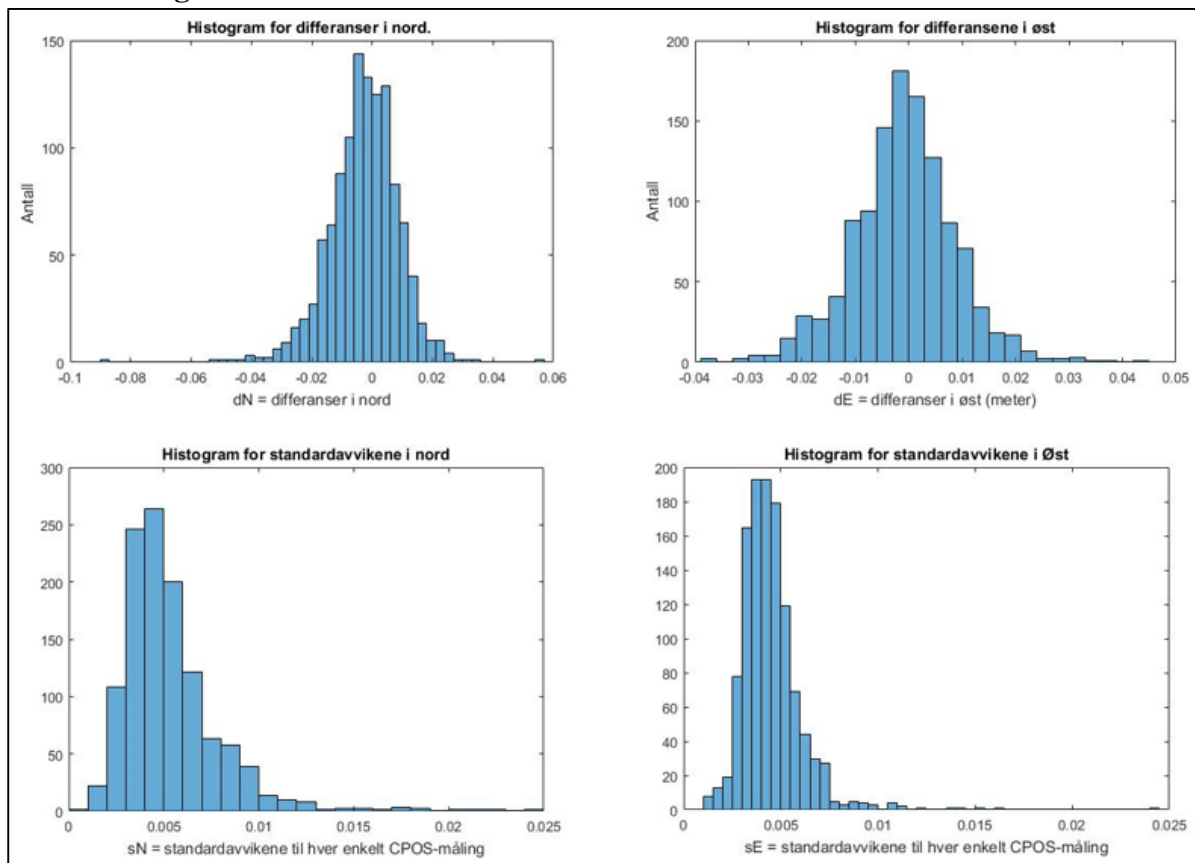
Resultat tabeller og plott for analysen for grunnriss(1).

Tabell 5.4: Statistiske verdier beregnet på koordinatene etter t-test. dN og dE er differansene i nord og øst. W er vekten, med a posteori standardavvik $\sigma = 0.01$. Grunnriss uten vekt, er kombinert RMS og standatdavvik for nord og øst. Verdiene er gitt i meter.

	dN	dE	dN med vekt w	dE med vekt w	Grunnriss, uten vekt
Maksiaml	0.0555	0.0430	-	-	
Minimum	-0.0891	-0.0388	-	-	
RMS	0.0117	0.0097	0.0242	0.0223	0.0151
Std.avvik	0.0114	0.0096	0.0236	0.0222	0.0149
Gjennomsnitt	-0.0027	-0.0008	-0.0023	-0.0010	
Absolutt gjennomsnitt	0.0088	0.0073	0.0077	0.0065	

Tabell 5.4 er en oversikt over de statistiske beregningene, med og uten vekt, på differensene i nord og øst etter at uteliggerne fra t-testen er fjernet. RMS for grunnriss er på 0.0151 meter, med et standardavvik på 0.0149.

5.2.1 Histogram



Figur 5.6: Oppe til venstre: Histogram for differansene i nord. X-aksen er størrelsen på differansene og Y-aksen er antall målinger.

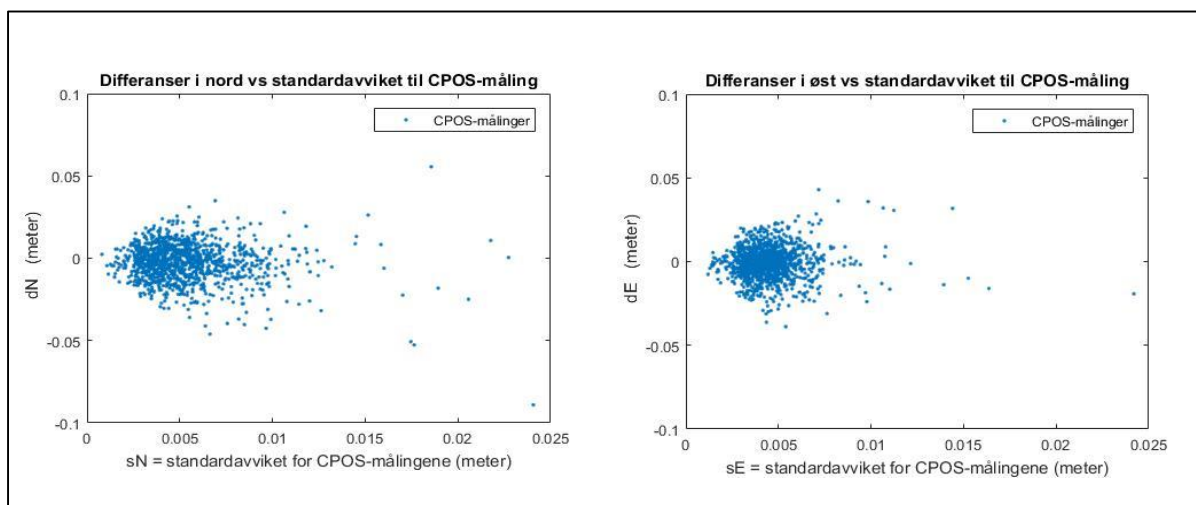
Oppe til høyre: Histogram for differansene i øst. X-aksen er størrelsen på differansene og Y-aksen er antall målinger.

Nede til venstre: Histogram for standardavvikene i nord beregnet av roveren. X-aksen er størrelsen på standardavvikene og Y-aksen er antall målinger.

Nede til høyre: Histogram for standardavvikene i øst beregnet av roveren. X-aksen er størrelsen på standardavvikene og Y-aksen er antall målinger.

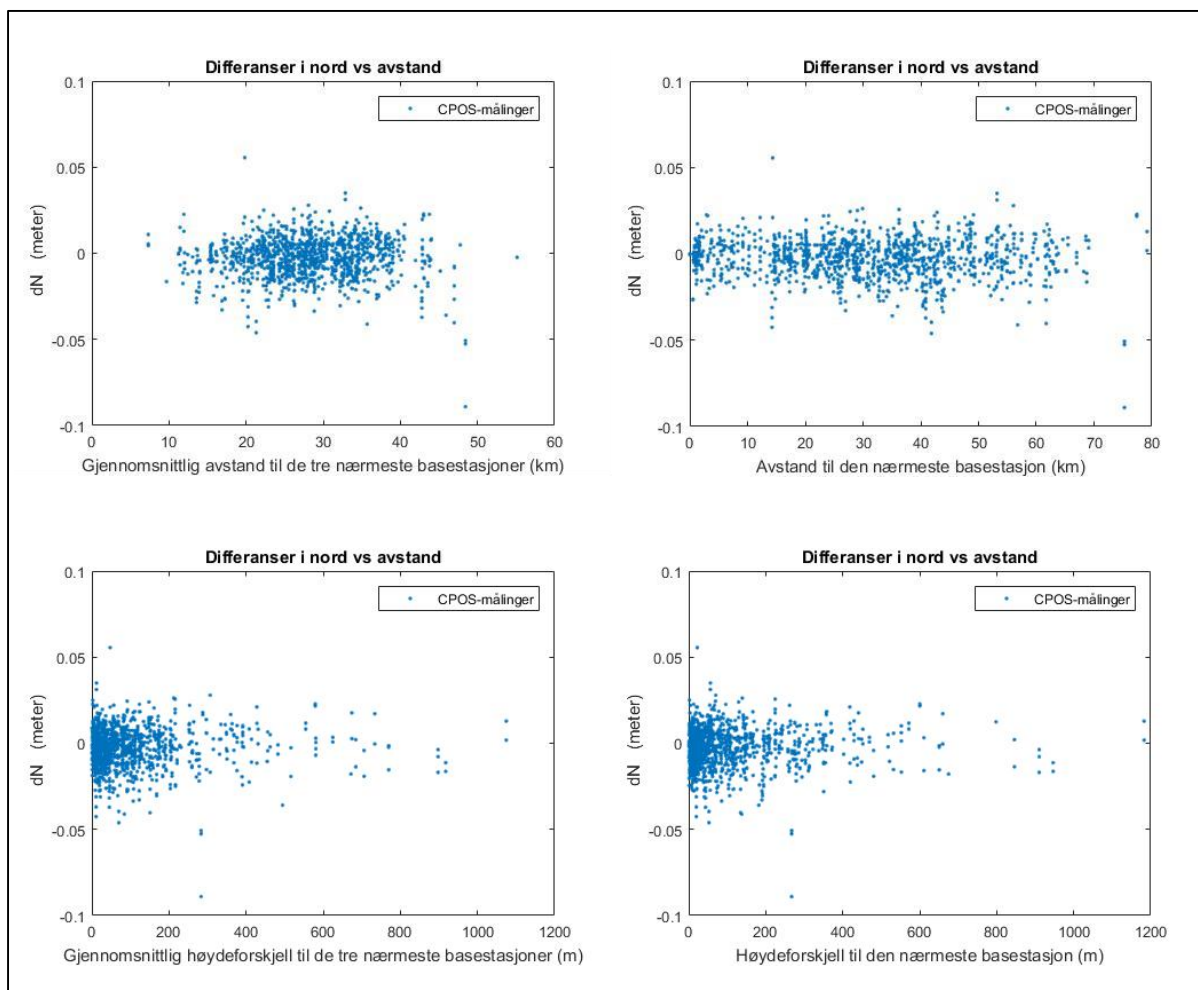
Figur 5.6 er viser fordelingen av differansene mellom CPOS-målingene og fasit koordinatene. Samt fordelingen av standardavvikene, beregnet av rover, for CPOS-målingene. De fleste differansene i nord og øst ligger rundt null, mens standardavvikene for CPOS-målingene ligger på rundt 0.005 meter.

5.2.2 Spredningsplott



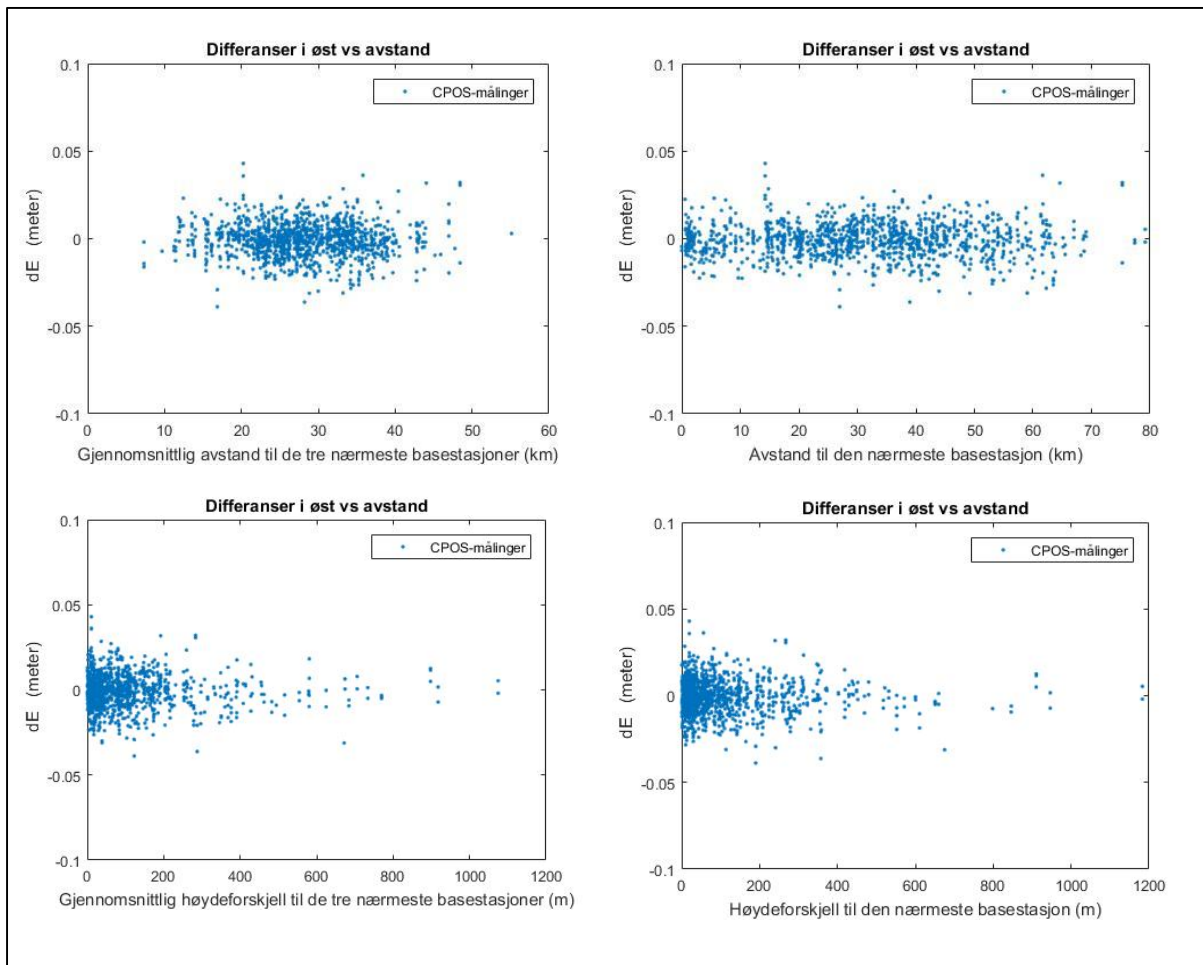
Figur 5.7: : Spredningsplott av standardavvik til hver enkelt CPOS-måling og differansene mellom CPOS måling og fasit. Til venstre: spredningsplott for standardavvik og differanser i nord. Y-aksen er differansen i nord, og x-aksen er standardavviket i nord. Til høyre: Spredningsplott for standardavvik og differanser i øst. Y-aksen er differansen i øst, og x-aksen er standardavviket i øst..

Figur 5.7 viser sammenhengen mellom differansene i nord og øst og standardavvikene beregnet i roveren. Det kan se ut som standardavvikene i nord har større spredning enn i øst, der det er flere standardavvik som er over 0.01 meter i nord.



Figur 5.8 Spredningsplott mellom differanser i nord og mot avstander og høydeforskjeller. Y aksene er nord differanser mellom CPOS målingene og fast koordinatene.
 Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i km.
 Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km.
 Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter.
 Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter

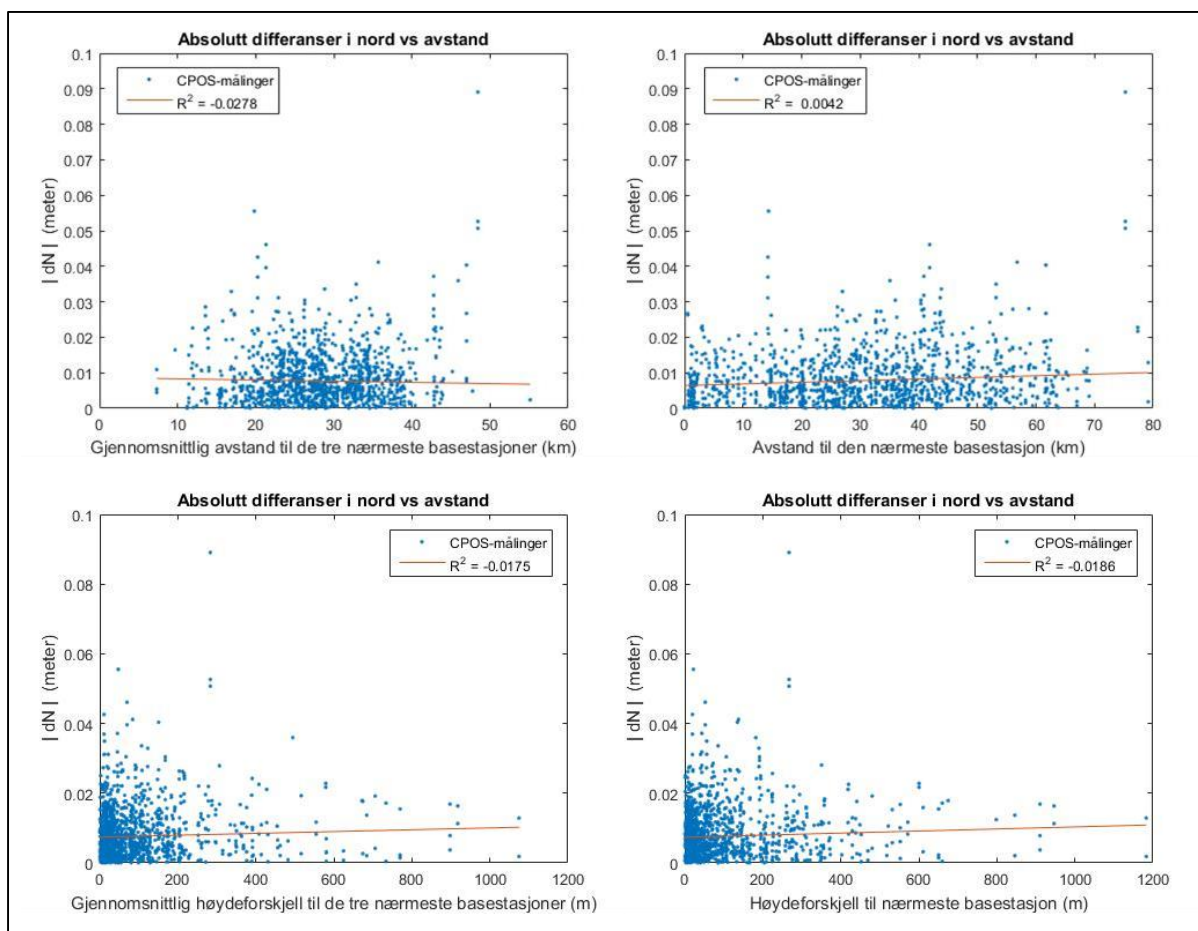
Spredningsplottene i figur 5.8 viser sammenhengen mellom avstander og høydeforskjeller til basestasjonene og differansene i nord. Med å bare se på plottene kommer det ikke frem noen variasjon i differansene som er påvirket av avstand eller høydeforskjell. Det som kommer frem er at høydeforskjellen mellom CPOS målingene og basestasjonen som regel er under 200 meter.



Figur 5.9: Spredningsplott mellom differanser i øst og mot avstander og høydeforskjeller. Y aksene er øst differanser mellom CPOS målingene og fast koordinatene.
 Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjoner, gitt i km.
 Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km.
 Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter.
 Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter

I figur 5.9 viser differansene i øst mot avstander og høydeforskjeller til basestasjonene. Det er ikke noe mer tydelig sammenheng mellom avstand og høydeforskjell for differansene i øst enn for differansen i nord.

5.2.3 Regresjonsanalyse



Figur 5.10 Spredningsplott med beregnet regresjonslinje og R^2 verdi. Y aksene er lik for alle fire plott og er absolutt differanse i nord, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater.

Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i meter.

Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km.

Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter.

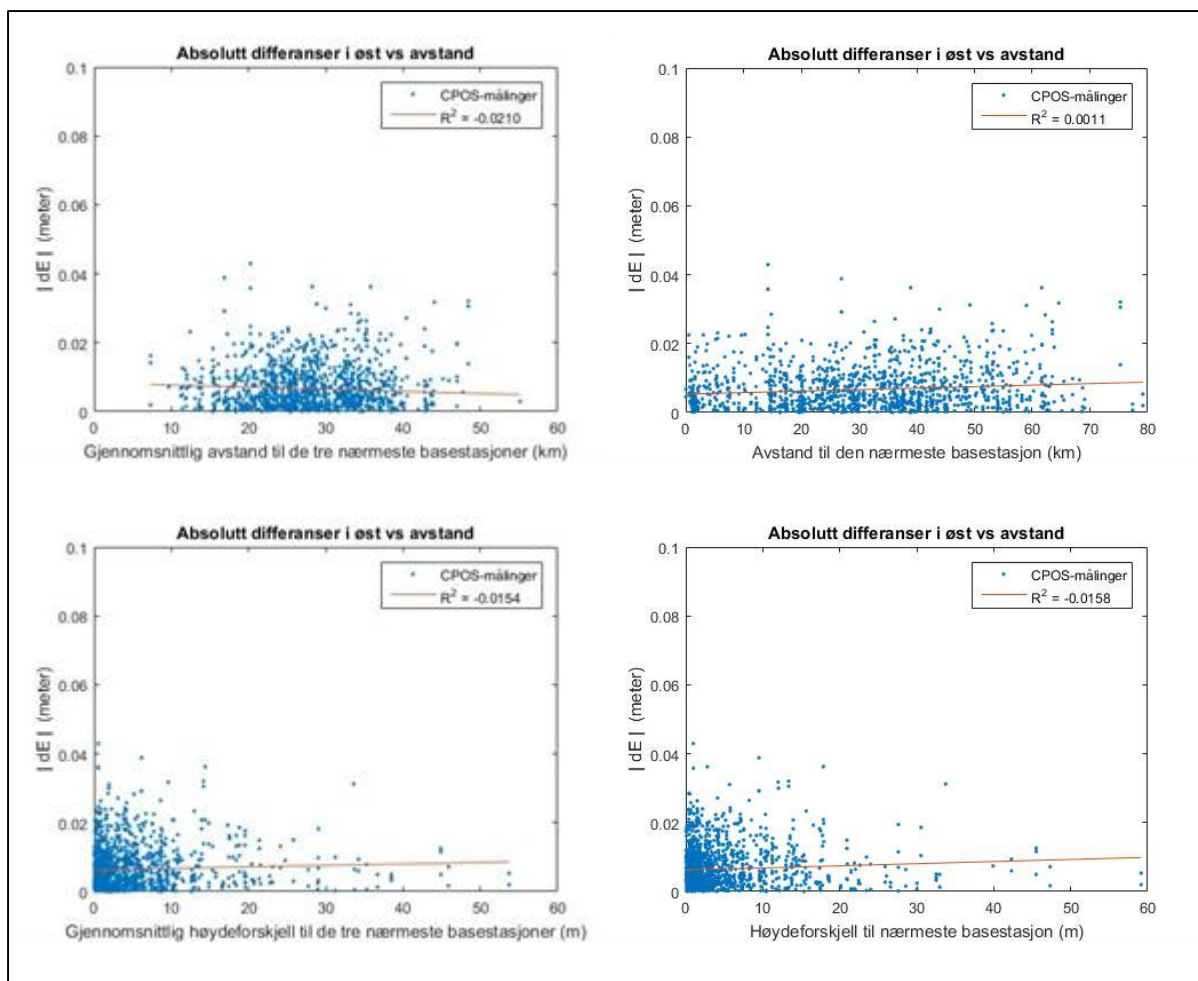
Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter.

I figur 5.10 er de absolutte differansene plottet mot avstandene og høydeforskjellene.

Regresjonslinje er laget for undersøke om differansene i nord kan være korrelert med avstandene og høydeforskjellene til basestasjonene. Oppsummert i tabell 5.5.

Tabell 5.5: Oppsummering av R^2 verdier for de ulike plottene i figur 5.10

	R^2
Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene.	-0.0278
Avstand til den nærmeste basestasjon	0.0042
Gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene	-0.0175
Høydeforskjell til nærmeste basestasjon	-0.0186



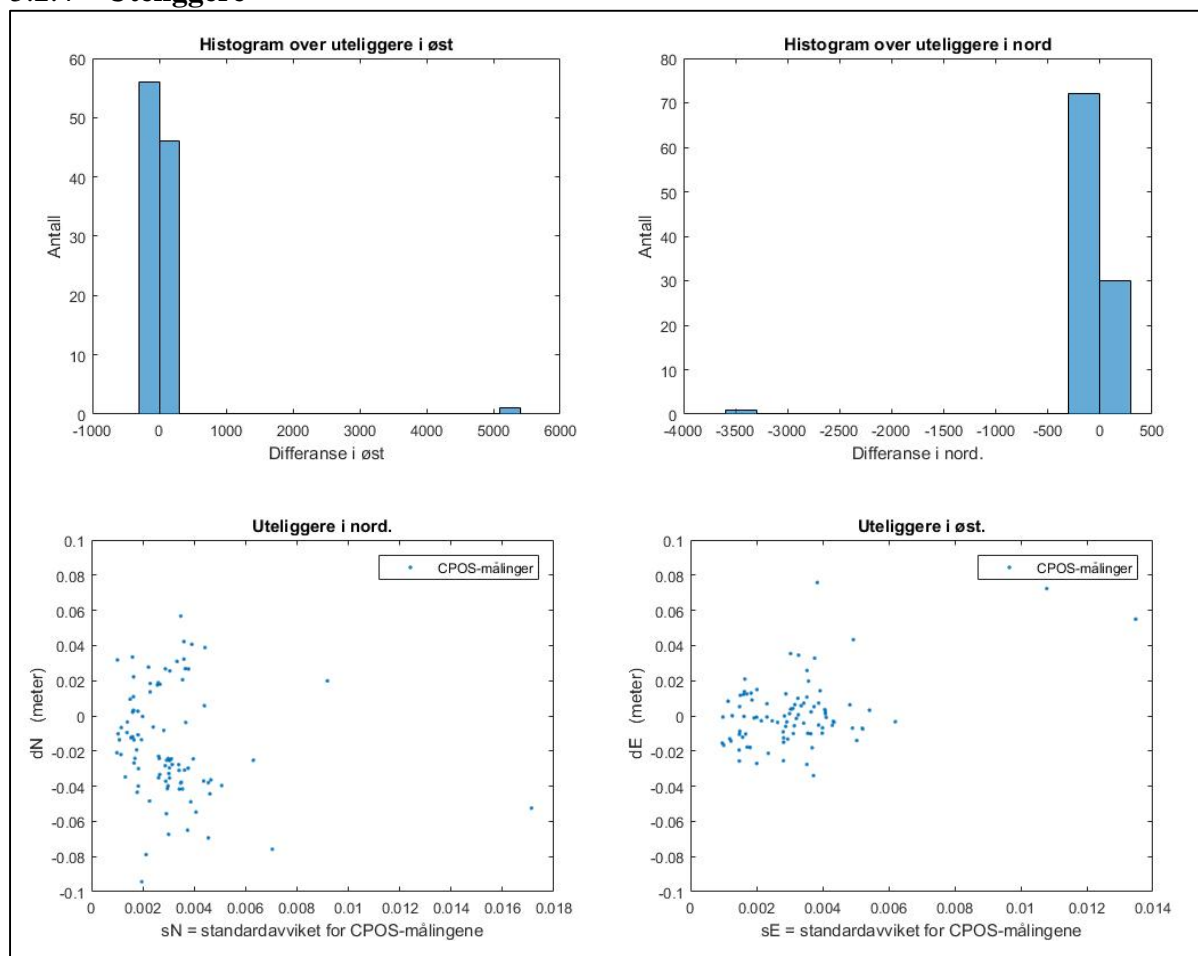
Figur 5.11: Spredningsplott med beregnet regresjonslinje og R^2 verdi. Y aksene er lik for alle fire plott og er absolutt differanse i øst, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater. Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjoner, gitt i meter. Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km. Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter.

I figur 5.11 har jeg laget en regresjonslinje for å undersøke om det kan være en korrelasjon mellom differansene i øst og høydeforskjellene og avstanden til basestasjonene. R^2 for øst er ikke særlig forskjellig fra de i figur 5.10, som er for nord differansene. Tabell 5.6 inneholder oppsummering for regresjonsanalysen for øst.

Tabell 5.6: Oppsummering av R^2 verdier for de ulike plottene i figur 5.11

	R^2
Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene.	-0.0210
Avstand til den nærmeste basestasjon	0.0011
Gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene	-0.0154
Høydeforskjell til nærmeste basestasjon	-0.0158

5.2.4 Uteliggere



Figur 5.12 : Oppe til venstre: histogram over differanser i nord som ble fjernet i t-testen. X-aksen er størrelsen på differansene i nord som ble fjernet. Y-aksen er antall målinger som ble fjernet.

Oppe til høyre: histogram over differanser i øst som ble fjernet i t-testen. X-aksen er størrelsen på differansene i øst som ble fjernet. Y-aksen er antall målinger som ble fjernet.

Nede til venstre: Spredingsplott der x-aksen er standardavviket på CPOS-målingen, beregnet av roveren. Y-aksen er differansene i nord.

Nede til høyre: Spredingsplott der x-aksen er standardavviket på CPOS-målingen, beregnet av roveren. Y-aksen er differansene i øst.

Figur 5.12 er en oversikt over CPOS-målingene som ble fjernet med t-testen. Det ble brukt en lav α , fordi jeg antok at målingene var nøyaktige. Y-aksen er skalert for å lettere kunne skille mellom målingene med lave differanser. De målingene med høyere differanse enn en cm er da utelatt fra plottene, men vises i histogramplottet. 103 av 1169 differanser ble fjernet med t-testen. Altså 8.1% av observasjonene.

5.3 Grunnriss (2)

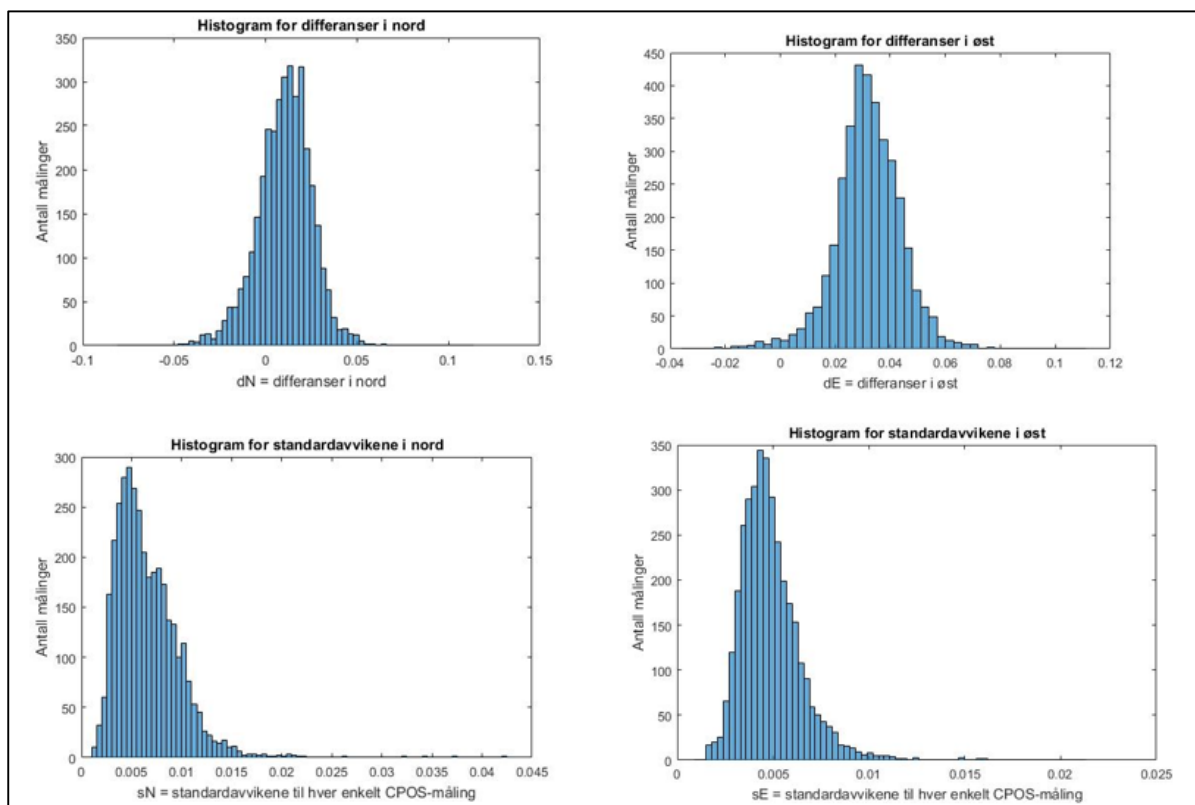
Resultat tabeller, histogram og spredningsplot for grunnriss(2) analysen.

Tabell 5.7: Statistiske verdier beregnet på koordinatene etter t-test. dN og dE er differansene i nord og øst. W er vekten, med a posteori standardavvik $\sigma_0 = 0.01$. Grunnriss uten vekt, er kombinert RMS og standatdavvik for nord og øst. Verdiene er gitt i meter.

	dN	dE	dN med vekt w	dE med vekt w	Grunnriss uten vekt
Maksimal	0.1138	0.1087			
Minimum	-0.0797	-0.0358			
RMS	0.0183	0.0341	0.0336	0.0796	0.0387
Std.avvik	0.0149	0.0120	0.0264	0.0251	0.0191
Gjennomsnitt	0.0105	0.0320	0.0098	0.0317	
Absolutt gjennomsnitt	0.0149	0.0322	0.0129	0.0318	

Tabell 5.7 er de statistiske verdiene beregnet i grunnriss(2) etter at uteliggerne er fjernet med t-testen. Den høyeste gjenværende differansen er på 0.1138 meter i nord og 0.1087 meter i øst. Den laveste differansen er -0.0797 meter i nord og -0.0358 meter i øst. RMS i grunnriss, 0.0387 meter, er større enn standardavviket i grunnriss, 0.0191 meter.

5.3.1 Histogram



Figur 5.13 Oppe til venstre: Histogram for differansene i nord. X-aksen er størrelsen på differansene og Y-aksen er antall målinger.

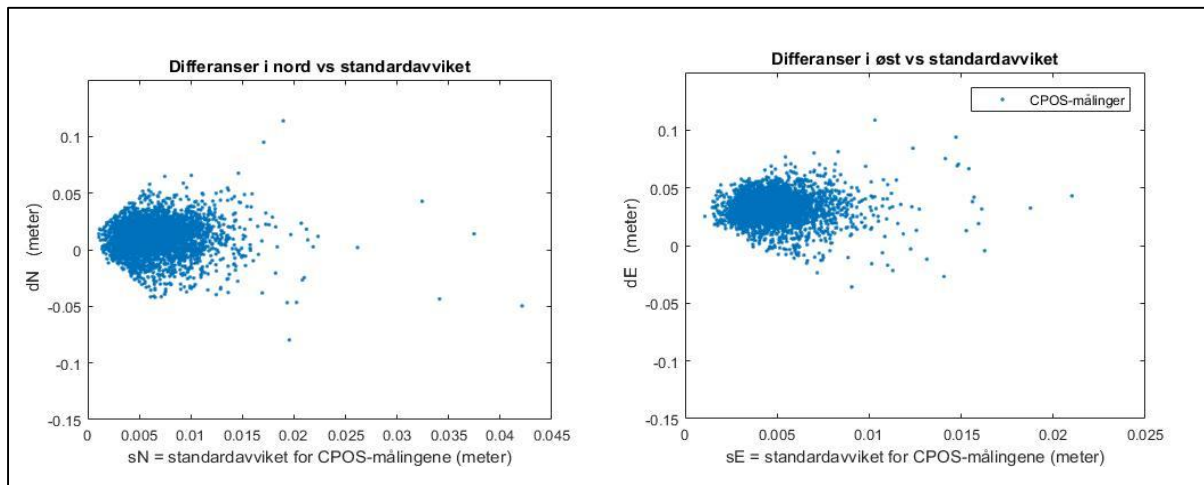
Oppe til høyre: Histogram for differansene i øst.. X-aksen er størrelsen på differansene og Y-aksen er antall målinger.

Nede til venstre: Histogram for standardavvikene i nord beregnet av roveren. X-aksen er størrelsen på standardavvikene og Y-aksen er antall målinger.

Nede til høyre: Histogram for standardavvikene i øst beregnet av roveren. X-aksen er størrelsen på standardavvikene og Y-aksen er antall målinger.

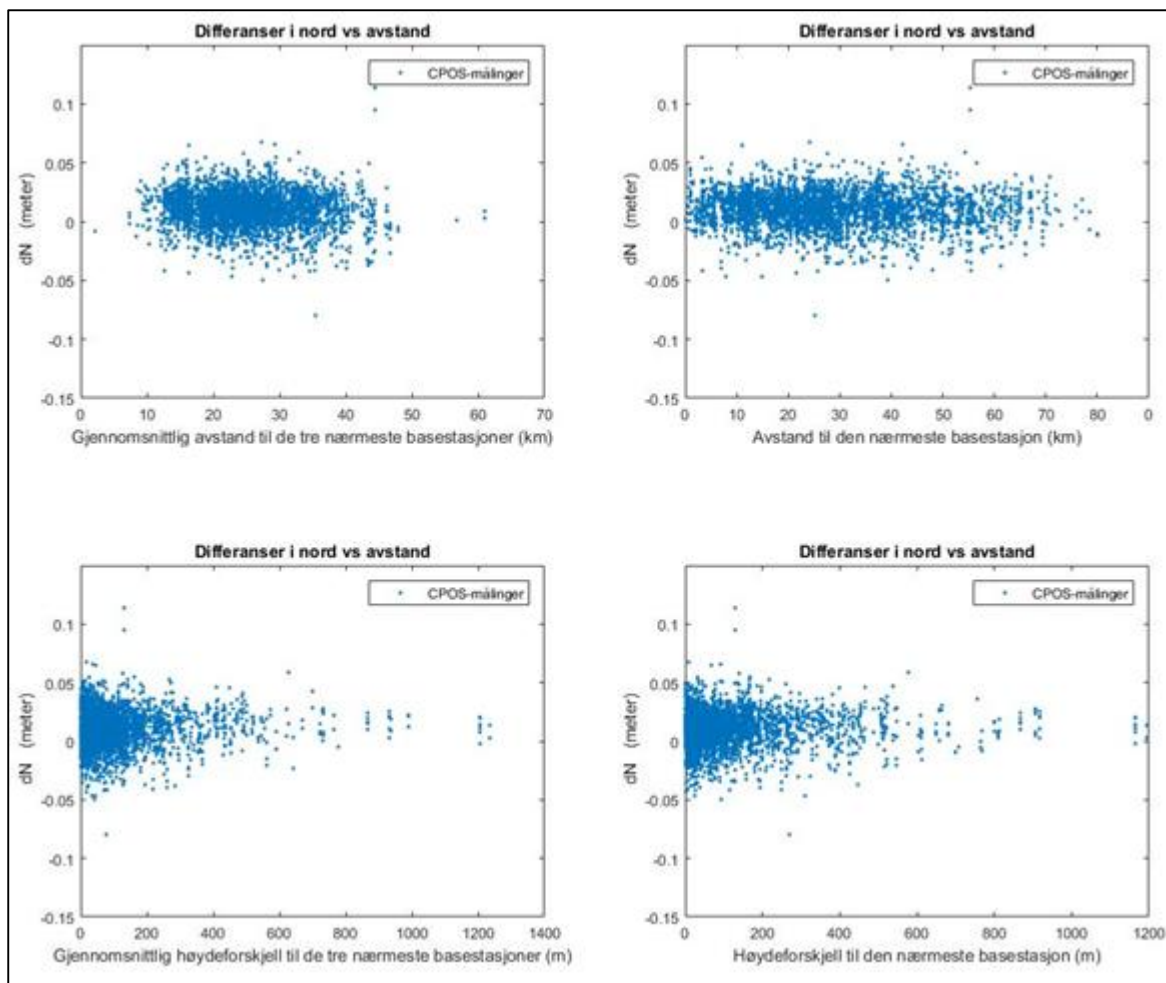
Histogrammene i figur 5.13 viser fordelingen av differansen i nord og øst for CPOS-målingene og standardavvikene i nord og øst for målingene. Differansene ser ut til å være jevnt fordelt, men har hovedtyngden på positiv side av null. Mens standardavvikene beregnet i roveren, ser ut til å ha mindre spredning i øst enn i nord.

5.3.2 Spredningsplott



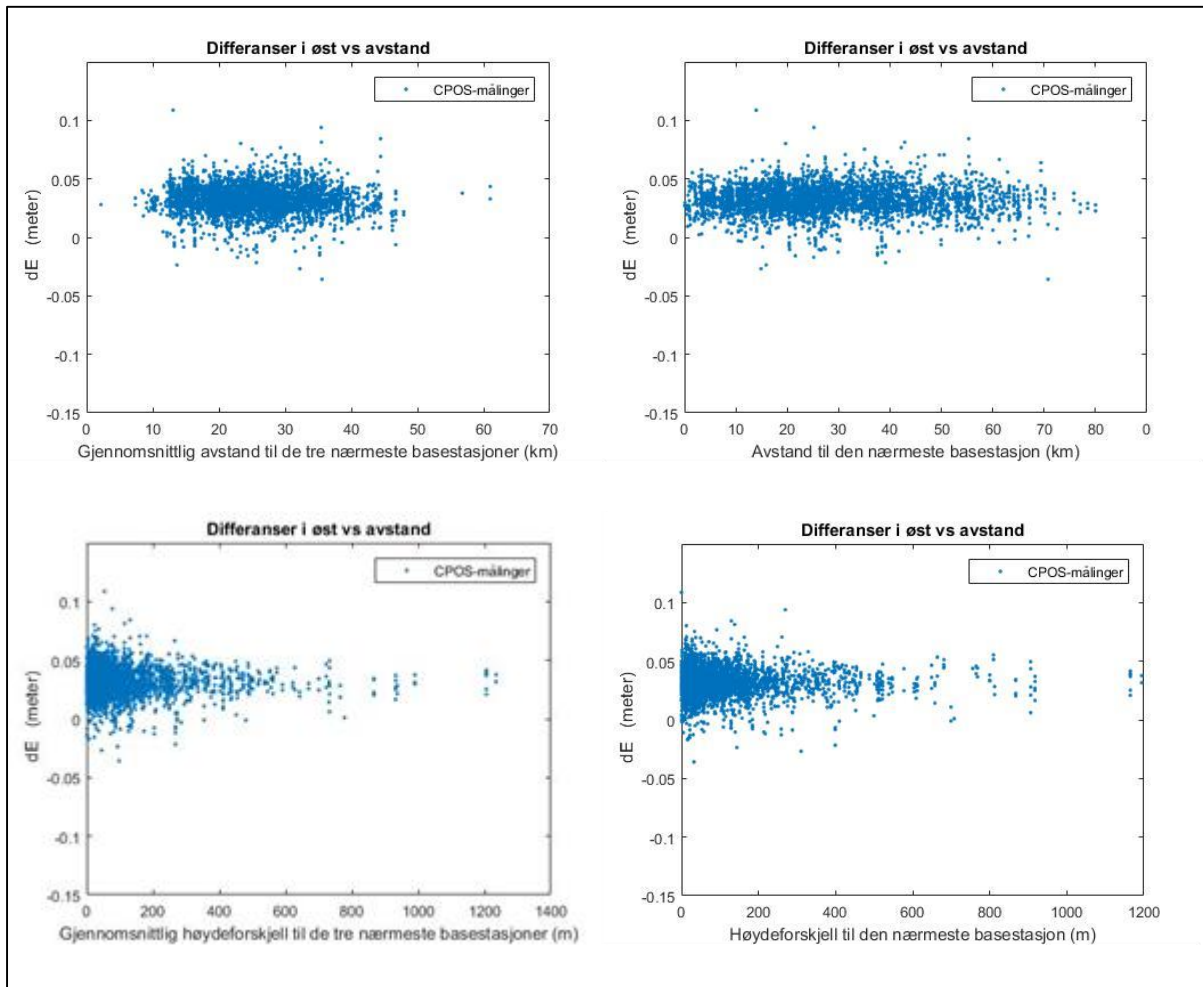
Figur 5.14: Spredningsplott av standardavvik til hver enkelt CPOS-måling og differansene mellom CPOS måling og fasit. Til venstre: spredningsplott for standardavvik og differanser i nord. Y-aksen er differansen i nord, og x-aksen er standardavviket i nord. Til høyre: Spredningsplott for standardavvik og differanser i øst. Y-aksen er differansen i øst, og x-aksen er standardavviket i øst.

Spredningsplottene i figur 5.14 viser sammenhengen mellom differansene i nord og øst i forhold til standardavvikene på CPOS-målingen. Spredningsplottet for differansene i øst ser ut til å ligge høyere enn tilsvarende plott for nord.



Figur 5.15: Spredningsplott mellom differanser i nord og mot avstander og høydeforskjeller. Y aksene er nord differanser mellom CPOS målingene og fasit koordinatene.
 Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i km.
 Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km.
 Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter.
 Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter

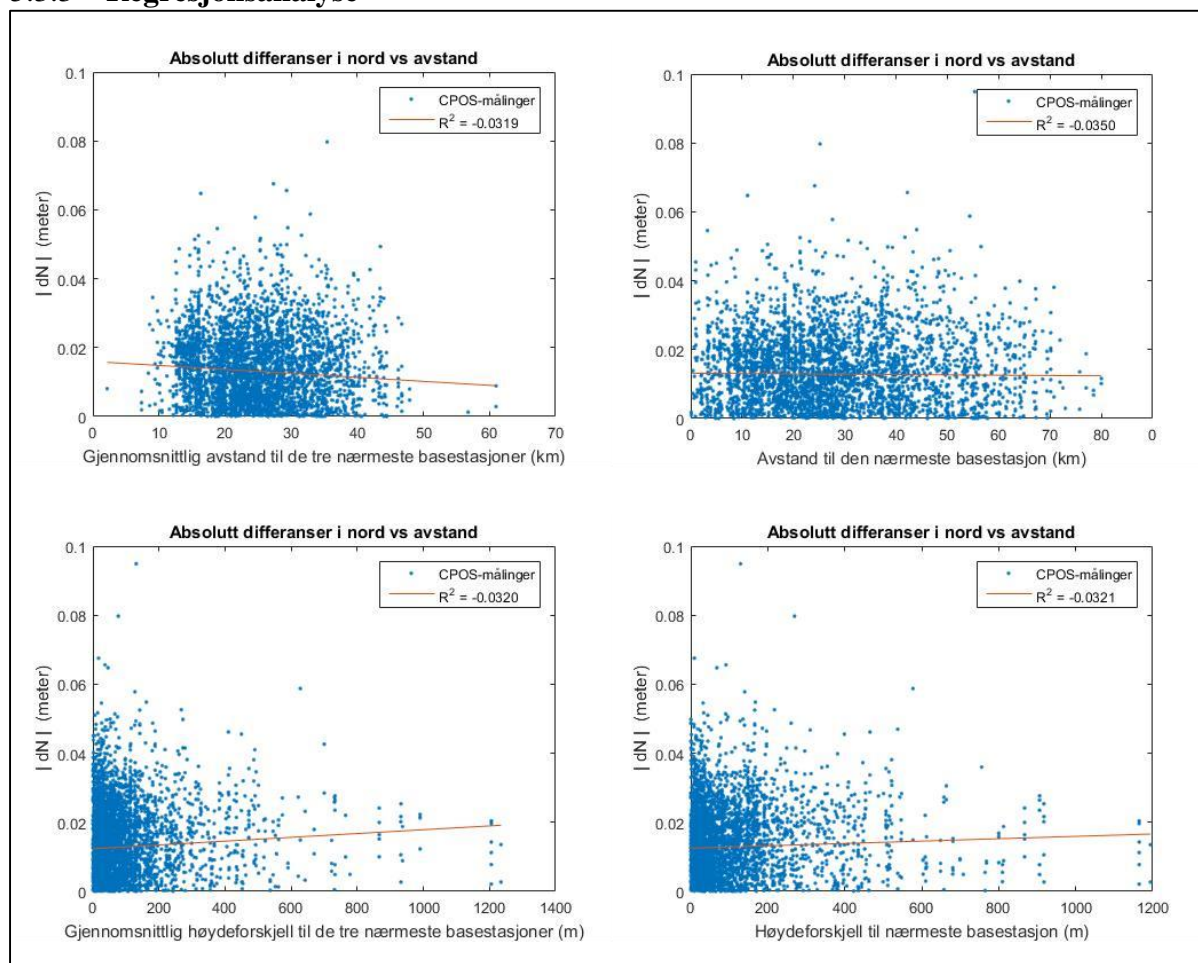
Spredningsplottet i figur 5.15 viser sammenhengen mellom avstander og høydeforskjeller til basestasjonene og differansene i nord. Av plottet oppe til venstre ser en at gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene er mellom 10 og 40 km, mens gjennomsnittlig høydeforskjell er på under 200 meter. Det er vanskelig å se noe sammenheng mellom høydedifferansene og



Figur 5.16 Spredningsplott mellom differanser i øst og mot avstander og høydeforskjeller. Y aksene er differanser i øst mellom CPOS målingene og fasit koordinatene.
 Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjoner, gitt i km.
 Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km.
 Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter.
 Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter

I figur 5.16 er spredningsplot for øst differanser mot avstander og høydeforskjellene til basestasjonene. Det er igjen liten visuell sammenheng mellom differansene med tanke på avstand og høydeforskjell. Det ser ut som om de fleste differansene ligger over null.

5.3.3 Regresjonsanalyse

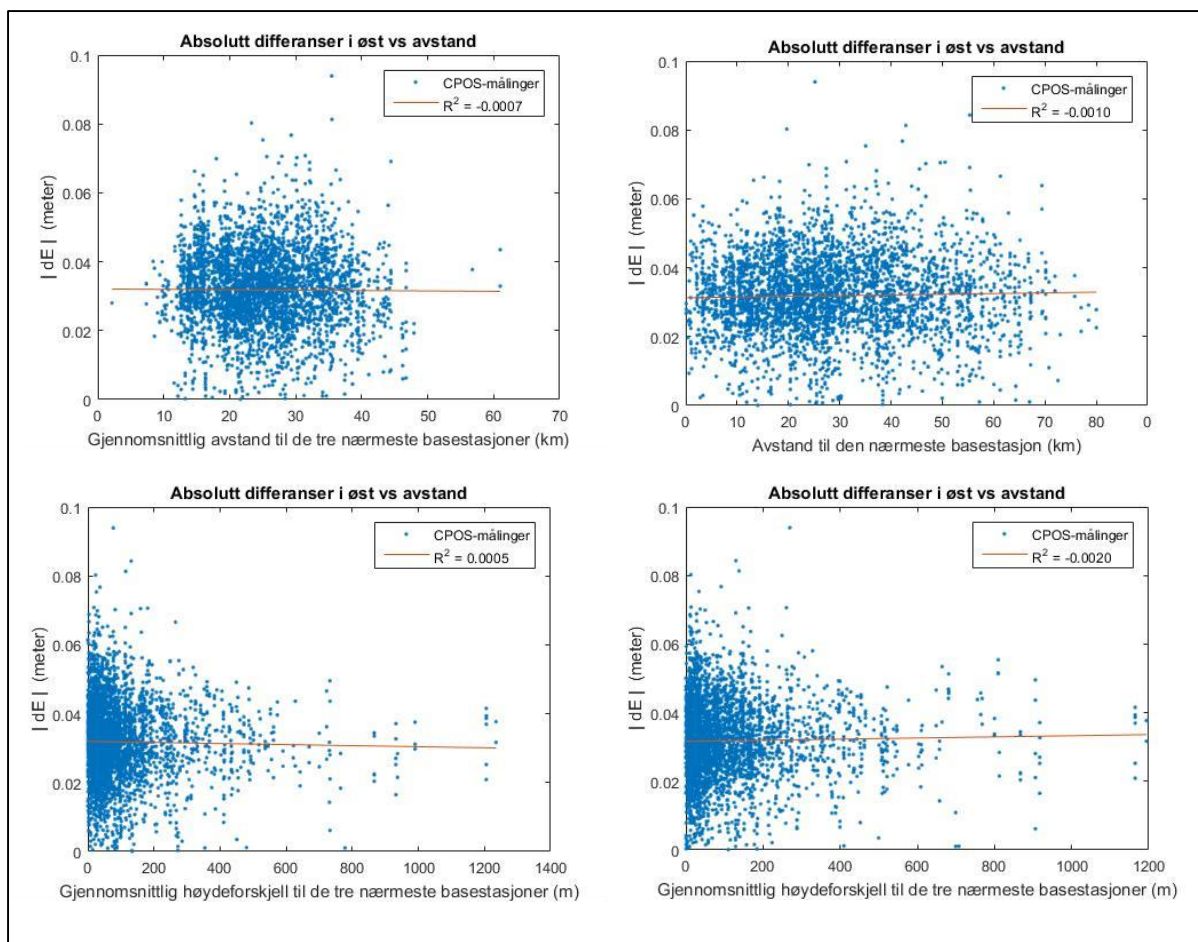


Figur 5.17 Spredningsplott med beregnet regresjonslinje og R^2 verdi. Y aksene er lik for alle fire plott og er absolutt differanse i nord, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater. Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km. Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter.

I figur 5.17 er de absolutte differansene i nord plottet mot høydeforskjeller og avstander til basestasjonene. Det er beregnet en lineær regresjonslinje for hvert spredningsplott som har R^2 verdi, som også står skrevet i tabell 5.7.

Tabell 5.7: Oppsummering av R^2 verdier for de ulike plottene i figur 5.17

	R^2
Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene.	-0.0319
Avstand til den nærmeste basestasjon	-0.0350
Gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene	-0.032
Høydeforskjell til nærmeste basestasjon	-0.0321



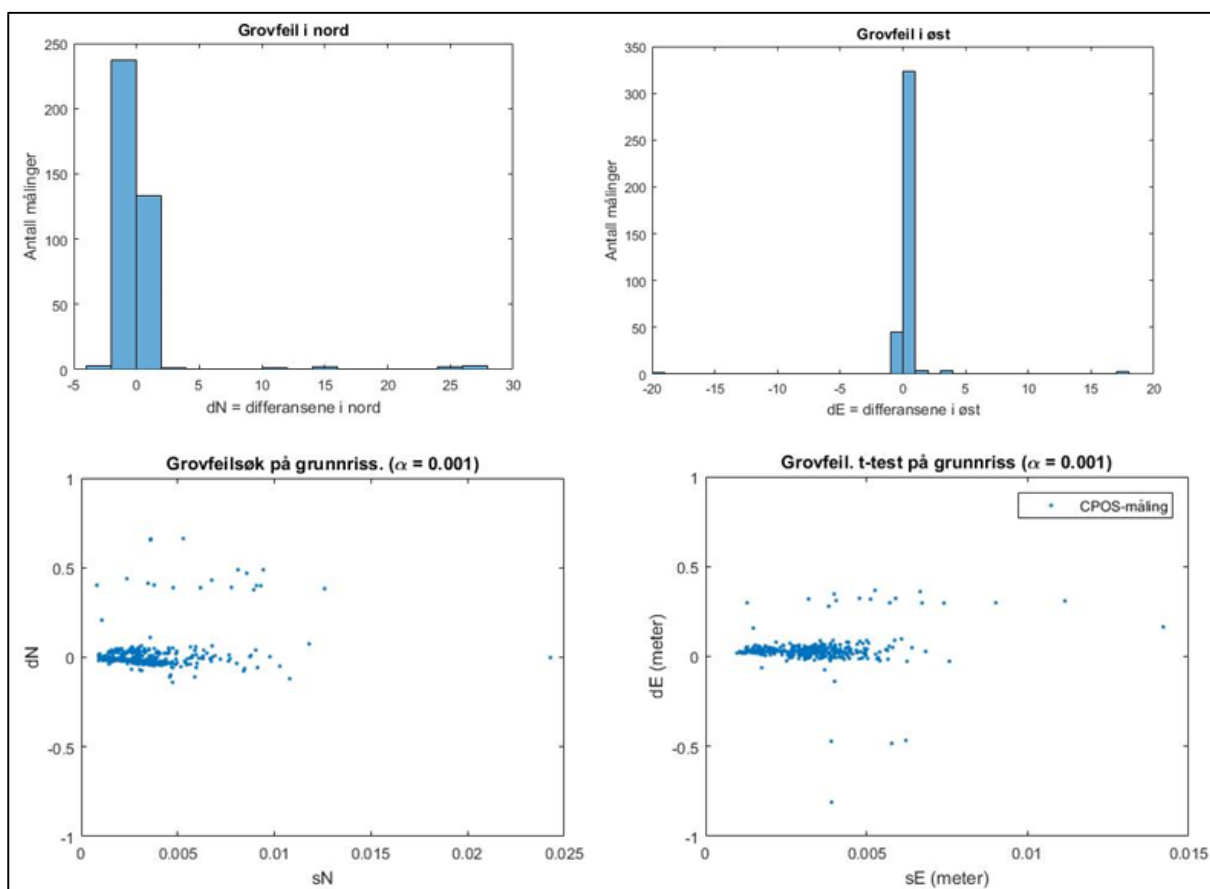
Figur 5.18: Spredningsplott med beregnet regresjonslinje og R^2 verdi. Y aksene er lik for alle fire plott og er absolutt differanse i øst, gitt i meter, mellom CPOS målinger og fasit koordinater. Oppe til venstre er x-aksen gjennomsnittlig avstand til de nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Oppe til høyre er x-aksen avstand til nærmeste basestasjon, gitt i km. Nede til venstre er x-aksen gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene, gitt i meter. Nede til høyre er x-aksen høydeforskjellen til nærmeste basestasjon, gitt i meter.

Figur 5.18 er absolutte differanser i nord plottet mot avstander og høydeforskjeller. Det er beregnet et lineær regresjonslinje som er plottet. Det ser ikke ut som om det er noe sammenheng, og R^2 verdiene på regresjonslinja viser det samme, oppsummert i tabell 5.8.

Tabell 5.8: Oppsummering av R^2 verdier for de ulike plottene i figur 5.18

	R^2
Gjennomsnittlig avstand til de tre nærmeste basestasjonene.	-0.0007
Avstand til den nærmeste basestasjon	-0.0010
Gjennomsnittlig høydeforskjell til de tre nærmeste basestasjonene	0.0005
Høydeforskjell til nærmeste basestasjon	-0.0020

5.3.4 Uteliggere



Figur 5.15.2: Oppe til venstre: histogram over differanser i nord som ble fjernet i t-testen. X-aksen er størrelsen på differansene i nord som ble fjernet. Y-aksen er antall målinger som ble fjernet. Oppe til høyre: histogram over differanser i øst som ble fjernet i t-testen. X-aksen er størrelsen på differansene i øst som ble fjernet. Y-aksen er antall målinger som ble fjernet. Nede til venstre: Spredningsplott der x-aksen er standardavvikene på CPOS-målingen, beregnet av roveren. Y-aksen er differansene i nord. Nede til høyre: Spredningsplott der x-aksen er standardavvikene på CPOS-målingen, beregnet av roveren. Y-aksen er differansene i øst.

Figur 5.12 viser histogramfordelingen og spredningsplott for de differansene som ble fjernet i t-testen. Y-aksen er skalert for å få frem forskjellene for uteliggerne nært null, men da er de største uteliggerne utelatt i spredningsplottene. 382 av 3946 differansene ble fjernet med t-testen, altså 9.7 % av målingene.

6 Diskusjon

6.1 Høyde

Høydeanalysen er gjort med å se på høydedifferanser for CPOS-målinger i forhold til fasit koordinater. Der 1.44 % av målingene er fjernet ved t-testen. I tabell 5.2 viser de beregnede statistiske verdiene, med og uten vekt. Med et gjennomsnitt på 0.0002 meter, dette tyder på at differansene er jevnt fordelt på begge sider av null. Noe som også stemmer med histogrammet til venstre i figur 5.1. Den største differansen etter t-testen er på 0.0833 meter og den laveste er på -0.0942 meter. RMS for høydedifferansene uten å vekt er på 0.0170 meter, men ved å vekte etter standardavviket til CPOS-målingene så blir RMS verdien 0.0114 meter. En lavere vektet RMS tyder på at standardavvikene beregnet i roveren er mindre for målinger med små differanser. I en lignende undersøkelse, gjort med færre basestasjoner og mindre avstand mellom basestasjonene, ble det funnet en vertikal RMS verdi på omentrent 21 mm (Janssen & Haasdyk 2011).

I spredningsplottet i figur 5.2 kan det se ut som om differansene blir større med høyere standardavvik, noe som kan stemme med teorien, siden høyre standardavvik fører til mer usikre målinger. Men siden det er få målinger med standardavvik over 0.025 meter, så er det vanskelig å si noe sikkert.

Spredningslottene i figur 5.3, som viser differansene mot avstandene og høydeforskjellene, viser ikke noen klare sammenhenger med at differansen øker med avstand og høydeforskjell. Noe som stemmer overens med spredningsplottene med regresjonslinje i figur 5.4. Med så lave R^2 verdier kan det ikke sies å være noen lineær sammenheng.

6.2 Grunnriss

For grunnriss(1) fjernet jeg 8.1 % av observasjonene med t-testen, med en lav α . Det er flere målinger enn forventet, med høyt konfidens nivå. De gjenværende differansene for grunnriss (1) er differansene fordelt rundt null, se tabell 5.4, med et gjennomsnitt på -0.0027 meter og -0.008 meter for henholdsvis nord og øst. RMS verdiene og standardavvikene på differansene i nord er større enn i øst, se tabell 5.4. RMS i nord er 0.0117 meter og RMS øst er på 0.0097 meter. Vektet RMS i er 0.0242 og 0.0223 meter, henholdsvis i nord og øst. En mulig forklaring til at de vektete RMS verdiene blir større er at selv om differansene er store så har de lave standardavvik på CPOS-målingen. Det fører til at målingene med store differanser blir vektet likt som de med lavere differanser. I figur 5.7 er det spredningsplott for differanser og beregnet standardavvik fra roverne. I nord er det større variasjon for standardavvikene enn

øst. I tillegg ser differansene i nord, visualisert i figur 5.8, ut til å ha større spredning i y-aksen for nord enn for øst, figur 5.9. Det kan komme av at satellittgeometrien generelt sett er bedre i øst-vest retning enn nord-sør på høye breddegrader.

For grunnriss (2) fjernet jeg 9.7% av observasjonene med t-testen. Det er igjen flere enn forventet, når jeg testet med et så høyt konfidensnivå. De gjenværende differansene er større i øst enn i nord, se tabell 5.7. Uvektet RMS er på 0.0341 meter i øst og 0.0183 meter i nord. Mens med vekt blir den på 0.0796 meter i øst og 0.0336 meter i nord. Der er motsatt av grunnriss(1), der de største differansene var i nord. En grunn kan være forskyvningen som kommer frem visuelt i spredningsplottet i figur 5.14 og histogrammet i figur 5.13. Det kan også hende at forskyvningen kommer av feil i fasit koordinatene og ikke selve CPOS-målingene. Standardavvikene på differansene, 0.0149 meter og 0.0120 meter i henholdsvis nord og øst, skiller seg ut ifra RMS verdien. Noe som stemmer med et gjennomsnitt på alle differansene på 0.0105 meter og 0.0320 meter. På grunn av at spredningen på differansene er omtrent likt for grunnriss(1) og grunnriss(2), og ikke er like stort som differansene til grunnriss(2), kan det tyde på noe rart i fasitgrunnlaget.

Grunnen til at jeg valgte å skille mellom grunnriss (1) og grunnriss (2) var på grunn av usikkerheten i beregningsmåten. (Vestøl 2016) informerte om at det var et avvik på opptil 3 cm på de forskjellige metodene, noe som kan ha kommet frem i forskjellen mellom grunnriss (2) og grunnriss (1) analysen. Dersom fasit koordinatene for grunnriss (2) er feil, vil det påvirke størrelsene på differansene mellom CPOS-målingene og fasit koordinatene.

RMS i grunnriss er 0.0151 meter og 0.0387 meter for henholdsvis grunnriss(1) og grunnriss(2). Der standardavviket er på 0.0149 meter og 0.0191 meter. Nøyaktigheten for grunnrissmålingene er noe dårligere enn hva en kan forvente ut ifra tidligere undersøkelser (Janssen & Haasdyk 2011), som fant en nøyaktighet på 12mm i grunnriss. Det kan komme av at målingene er målt med fokus på høyde, og dermed har målinger som er dårlige i grunnriss som blitt tatt med. Grunnriss(2) har en høy RMS i grunnriss i forhold til grunnriss(1), mens standardavviket ikke er så forskjellig.

Regresjonsanalysen for grunnriss (1) og grunnriss (2) oppsummert i tabell 5.4-5.4 og tabell 5.7 og 5.8 gir lave korrelasjoner mellom differansene og avstandene, og differansene og høydeforskjellene. R^2 verdiene er nesten lik null og en kan dermed ikke påvise en lineær sammenheng. Det er verdt å merke seg at R^2 verdiene er litt mindre for differansene mot avstand til nærmeste basestasjon, men

7 Konklusjon

Høydenøyaktigheten for CPOS-målingene er på 0.0170meter, noe som er bedre enn for tilsvarende undersøkelser for nettverk-RKT. For grunnriss, er det et skille mellom de ulike fasitgrunnlagene, der grunnriss(1) har en nøyaktighet på 0.0151 meter og grunnriss(2) har en nøyaktighet på 0.0387 meter. Men siden standardavviket for differansene for grunnriss(1) og grunnriss(2) er like, så kan det hende selve målingene greie, der forskjellen mellom grunnriss(1) og (2) ligger i fasit koordinatene og ikke i selve målingene.

Standardavvikene på hver enkelt måling ser ut til å ha en innvirkning på differansene, men siden det bare er tatt med standardavvik på under 0.05 er det vanskelig å si noe sikkert.

Regresjonsanalysene for de høyde, grunnriss (1) og grunnriss (2) har alle svært lave R^2 verdier, og det kan dermed ikke bevise en lineær sammenheng mellom differansene og avstand til basestasjonene, og differansene og høydeforskjellen til basestasjonene.

8 Referanser

- Brown, N., Keenan, R., Richter, B. & Troyer, L. (2005). *Advances in ambiguity resolution for RTK applications using the new RTCM V3.0 Master-Auxiliary messages*. Proceedings of ION GNSS. 73-80 s.
- Ghilani, C. D. (2010). *Adjustment computations: spatial data analysis*. 5 utg.: John Wiley & Sons.
- Gjevestad, J. G. (2013). *Kvalitetskontroll basert på multippel t-test*. Forelesningsnotat, NMBU:
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H. & Wasle, E. (2007). *GNSS—global navigation satellite systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*: Springer Science & Business Media.
- Janssen, V. & Haasdyk, J. (2011). Assessment of Network RTK performance using CORSnet-NSW. *International Global Navigation Satellite Systems Society IGSS Symposium*
- Mathworks. (2016). *Least-Squares Fitting*. Curve Fitting Toolbox. Tilgjengelig fra: <http://se.mathworks.com/help/curvefit/least-squares-fitting.html> (lest 9. Mai 2016).
- O Keefe, K., Lin, M. & Lachapelle, G. (2007). Network real-time kinematic performance analysis using RTCM 3.0 and the Southern Alberta Network. *GEOMATICA-OTTAWA-*, 61 (1): 29.
- Onsrud, P. J. P. (2015). *En kvalitetsundersøkelse av posisjoneringstjenesten - CPOS ; A quality study of the positioning service - CPOS*: Norwegian University of Life Sciences, Ås.
- Petit, G., Luzum, Brian. (2010). *IERS conventions (2010)*. IERS Technical Note ; 36. Frankfurt am Main: Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie. 179 s.
- Retscher, G. (2002). Accuracy performance of virtual reference station (VRS) networks. *Journal of Global Positioning Systems*, 1 (1): 40-47.
- RTCM special committee no.104. (2013). *RTCM standard 10403.2, Differential GNSS(global navigation satellite systems) services - Version 3*.
- Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy, 2nd completely revised and extended edition*: Walter de Gruyter.
- Vestøl, O. (2016). *E-post*.
- Vollath, U., Landau, H. & Chen, X. (2002). *Network RTK—Concept and performance*. Proceedings of the GNSS Symposium, Wuhan, China.
- Wanninger, L. (2004). *Introduction to Network RTK*. Tilgjengelig fra: <http://www.wasoft.de/e/iagwg451/intro/introduction.html> (lest 28. April 2016).
- Weber, G., Dettmering, D., Gebhard, H. & Kalafus, R. (2005). *Networked transport of RTCM via internet protocol (Ntrip)-IP-streaming for real-time GNSS applications*. ION GNSS 18th International Technical Meeting of the Satellite Division. 13-16 s.



Norges miljø- og biovitenskapelig universitet
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003
NO-1432 Ås
Norway