



Norges miljø- og biovitenskapelige universitet
Institutt for Matematiske realfag og Teknologi

Masteroppgave 2014
30 stp

Vipping, Eurokode 3 mot forenklet metode uten standard

Lateral torsional buckling, Eurocode 3 versus a
simplified method without standard

Tor Gunnar Idsøe

VIPPING

Eurokode 3 mot forenklet metode uten standard

av

Tor Gunnar Idsøe



Gradsoppgave

Maskin- prosess og produktutvikling

IMT/NMBU - 2014

FORORD

Denne gradsoppgaven er skrevet av Tor Gunnar Idsøe våren 2014. Den er skrevet som avsluttende del av masterprogrammet i Maskin, prosess og produktutvikling ved Institutt for Matematiske realfag og Teknologi ved Norges miljø- og biovitenskapelige universitet. Ved konstruksjon er vipping et alvorlig stabilitetsproblem. Konsekvensene av en kollaps forårsaket av vipping kan være katastrofale både økonomisk og helsemessig. Eurokode 3 har et relativt komplekst regelverk om vipping. Det er derfor ønskelig å bruke en forenklet metode for å foreta en enklere og raskere vippekontroll. IMT ved NMBU ønsker å utvide kunnskapen rundt dette temaet og har derfor initiert denne oppgaven.

Masteroppgaven omhandler fenomenet vipping og sammenligner beregningsmetodene til NS-EN 1993-1-1, også kalt Eurokode 3 del 1-1, og en forenklet metode uten standard.

Opgaven innledes med grunnlagsteori hvor påfølgende beregningsmetoder til Eurokode 3 og den forenklete metoden blir presentert. Deretter blir noen utvalgte caser beregnet og analysert for en mulig forbedring av konstanter i den forenklete metoden.

Rapporten kan brukes som en veiledning for andre ingeniører som ønsker kunnskap om vipping, og kan fungere som et grunnlagsdokument for videre arbeid. Leseren bør ha grunnleggende kunnskap på ingeniørnivå om dimensjonering. Undertegnede forutsetter at leseren har grunnleggende kunnskap innen faget maskinteknikk samt vipping og knekking.

Jeg ønsker å takke førsteamanuensis Geir Terjesen for hyggelige møter og god veiledning gjennom hele våren. Vil også rette en takk til Dr. Ing. Bjørn Aasen hos Norconsult for nyttige råd underveis i prosessen med beregninger.

Ås den 13. Mai 2014

Tor Gunnar Idsøe

SAMMENDRAG

Denne oppgaven omhandler stabilitetsproblemet vipping. Regelverket til Eurokode 3 er relativt komplisert, og det er derfor ønskelig med en enklere beregningsmetode for påvisning om vipping er et problem. Målsettingen til denne oppgaven har vært å sammenligne en eksisterende forenklet metode mot Eurokode 3, for deretter å vurdere muligheten for å forbedre den mot standarden. Slike forenklede beregningsmetoder kan være til stor hjelp for ingeniører, og Institutt for Matematiske realfag og Teknologi (IMT) ved NMBU har ytret et ønske om å øke kunnskapen om dette temaet.

Arbeidet startet med en gjennomgang av grunnlagsteori som var basert på litteraturstudier av lærebøker og standarder. Deretter ble det gjennomført en sammenliknende dataanalyse av utvalgte caser i Microsoft Excel, hvor også regresjonsanalyse ble gjort.

Det foreligger en rekke utdypende kilder vedrørende temaet vipping, for leser anbefales boken til Per. Kr. Larsen *"Dimensjonering av stålkonstruksjoner"*. For en enklere og mer praktisk tilnærming anbefales boken til Torstein Höglund *"Stabilitet för balkar och stängar"*.

Det ble deretter håndberegnet 5 utvalgte caser. Håndberegningene ble utført med bjelkeprofilen IPE360 og materialet S355. Casene er valgt på bakgrunn av det undertegnede anser som generelle belastningstilfeller. En lastfaktor på 1,5 og en materialfaktor på 1,05 anvendes for Eurokode 3 mot en sikkerhetsfaktor på 2,0 ved forenklet metode. I analysen ble casene testet mot et større antall bjelkelengder samt tverrsnittsprofilene IPE300, IPE360 og IPE400.

Analysen viser at det er store avvik mellom forenklet metode og Eurokode 3. Resultatet ved forenklet metode varierer avhengig av lengden, bjelkeprofil og påfølgende slankhet, noe som igjen gir betydelige utslag ved ulike knekk lengder. Det er dermed nødvendig med en rekke korreksjonsfaktorer for at forenklet metode skal være mer i tråd med Eurokode 3. I denne oppgaven er det dermed gitt forslag til 12 nye korreksjonsfaktorer. De nye korreksjonsfaktorer fører til en klar forbedring, hvor differansen fra Eurokode 3 er på 0,5% - 10% for case 1,2 og 3, og 0,5% - 30% for case 4.

ABSTRACT

This thesis concerns the structural stability problem of lateral torsional buckling. The guidelines for Eurocode 3 regarding lateral torsional buckling are relatively complex, and a simpler method is therefore desired. The objective of this study has been to compare an existing simplified method against Eurocode 3, and to consider the possibility of improving this method. Such simplified methods can be of great help for engineers, and the Department of Mathematical Sciences and Technology (IMT) at NMBU has expressed a desire to increase their knowledge on this subject.

The process was initiated with a literature study based on textbooks and relevant standards. This was followed by a comparison with data analysis in Microsoft Excel, where also a regression analysis was done.

There is a wide selection of sources regarding this subject, and Per Kr. Larsens book *“Dimensjonering av stålkonstruksjoner”* is recommended for the reader. A more practical approach is presented in Torstein Höglunds book *“Stabilitet for balkar och stänger”*.

5 cases were then calculated by hand, with cross-section IPE360 and material type S355. All cases were chosen to represent typical cases regarding lateral torsional buckling. For Eurocode 3, the partial factor applied to the load and material is respectively 1,5 and 1,05. A safety factor of 2,0 is used on the simplified method. In the data analysis the cases were investigated with a larger range of beam lengths and the beam types IPE300, IPE360 and IPE400.

The analysis shows that there are large deviations between the simplified method and Eurocode 3. The result with the simplified method varies dependent on length, cross-section and the slenderness of the beam, which in turn has a substantial impact on different buckling lengths. It is therefore necessary with a variety of correction factors to make the simplified method more in line with Eurocode 3. In this thesis a recommendation for 12 new correction factors is given. The new correction factors leads to a significant improvement, where the difference from Eurocode 3 is 0,5% - 10% in cases 1,2 and 3, and 0,5% - 30% in case 4.

INNHALDSFORTEGNELSE

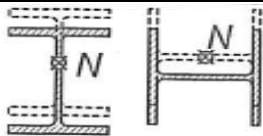

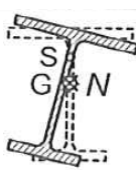
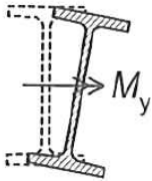

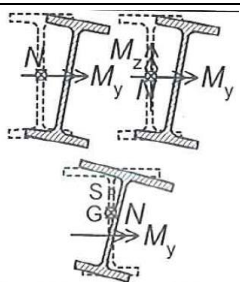
FORORD	II
SAMMENDRAG	III
ABSTRACT	IV
1 INNLEDNING	1
1.1 Bakgrunn	2
1.2 Problemstillinger	5
1.3 Målsettinger og begrensninger	5
1.3.1 Hovedmål	5
1.3.2 Delmål	5
1.3.3 Begrensninger	5
1.4 Kvalitetssikring	6
1.5 Metodebruk og løsningsverktøy	6
1.6 Symboler og terminologi	6
2 BESKRIVELSE	9
2.1 Kravspesifikasjoner	9
2.2 Vipping	9
2.2.1 Opplagerbetingelser	10
2.2.2 Sideveis avstivning	12
2.2.3 Kraftens angrepspunkt	13
2.2.4 Geometrisk form	14
2.2.5 Øvrige faktorer som påvirker vipping	15
2.3 Sikkerhet	16
2.3.1 Sikkerhet etter Eurokode 3	16
2.3.2 Sikkerhet etter klassiske beregningsmetoder	18
3 FORENKLET METODE	19
3.1 Leonhard Euler	19
3.2 Ludwig Von Tetmajer	23
3.3 Forenklet metode	26
4 EUROKODE 3	28
4.1 Tverrsnittsklassifisering	28
4.2 Vippekapasitet	32
4.2.1 Vippekurver for generelle tilfeller	33
4.2.2 Vippekurver for valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler	35
4.2.3 Forenklet metode for vurdering av fastholdte bjelker i bygninger	38
4.3 Kritisk vippemoment	40
5 CASER	45
5.1 Case 1	47
5.1.1 Beregning etter Eurokode 3	47
5.1.2 Beregning etter forenklet metode	50
5.2 Case 2	52

5.2.1	Beregning etter Eurokode 3	52
5.2.2	Beregning etter forenklet metode	54
5.3	Case 3	55
5.3.1	Beregning etter Eurokode 3	56
5.3.2	Beregning etter forenklet metode	58
5.4	Case 4	59
5.4.1	Beregning etter Eurokode 3	59
5.4.2	Beregning etter forenklet metode	61
5.5	Case 5	63
5.5.1	Beregning etter Eurokode 3	63
5.5.2	Beregning etter forenklet metode	69
5.6	Oppsummering	71
6	ANALYSE.....	72
6.1	Forklaring av analyse.....	72
6.2	Korreksjonsfaktor for vipping	75
6.3	Oppsummering	81
7	DISKUSJON.....	82
8	KONKLUSJON.....	84
8.1	Anbefalinger	84
8.2	Videre arbeid	85
9	KILDEHENVISNING	86
10	VEDLEGG	88

1 INNLEDNING

Stabiliteten til en bjelke har stor innvirkning på bæreevnen. Det finnes en rekke forskjellige stabilitetsproblemer som kan oppstå i en konstruksjon, og konsekvensene ved deformasjon og kollaps kan være enorme. Hvordan det skilles mellom de forskjellige stabilitetsproblemene avhenger av deformasjonsmønster og belastningstilfelle. Tabell 1.1 gir en oversikt over de vanligste stabilitetsproblemene [1].

Tabell 1.1: Stabilitetsproblemer

Sentrisk normalkraft		Bøyeknekking Flexural buckling
		Torsjonsknekking Lateral torsional buckling
		Bøyetorsjonsknekking Lateral torsional buckling
Moment		Vipping Lateral torsional buckling
Normalkraft og moment		Bøyeknekking Flexural buckling
		Bøyetorsjonsknekking Lateral torsional buckling

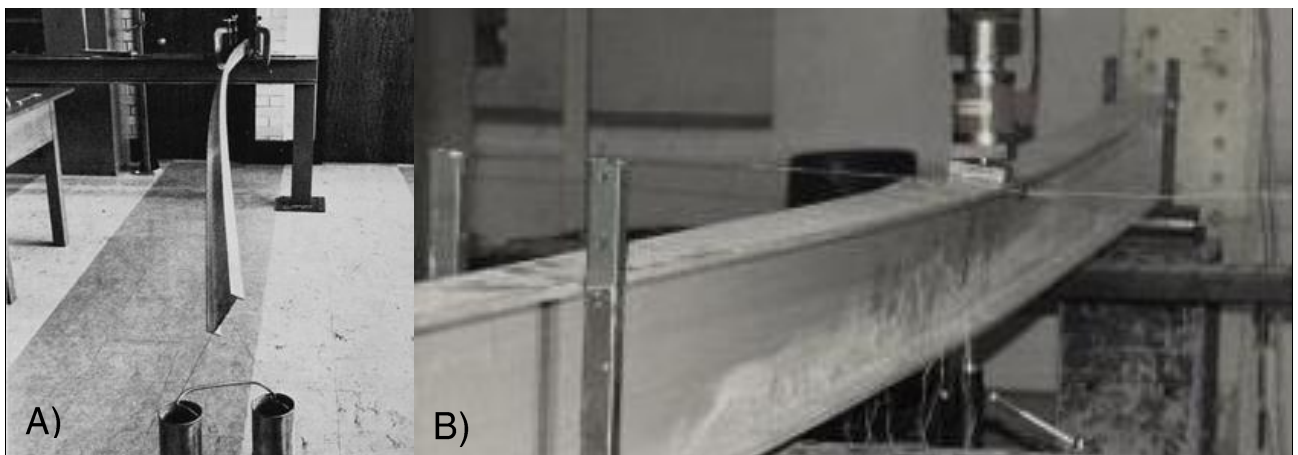
Denne gradsoppgaven tar for seg fenomenet global vipping for dobbeltsymmetriske tverrsnitt. Vipping er et stabilitetsproblem som kan oppstå for bjelker belastet om

tverrsnittets sterke akse. Det er verdt å merke seg at den engelske termen *lateral torsional buckling* omfatter mer enn bare vipping. Som det fremstår av den engelske termen vil deformasjonsmønsteret ved vipping være at bjelken får en sideveis utbøyning, kombinert med rotasjon av tverrsnittene. Dette er samme deformasjonsmønster som ved bøyetorsjonsknekking. Både fenomenet vipping og bøyetorsjonsknekking betegnes *lateral torsional buckling* i engelsk terminologi. I norsk terminologi skilles det mellom bøyetorsjonsknekking og vipping ved at vipping er det spesialtilfellet hvor staven ikke har aksialkrefter [2].

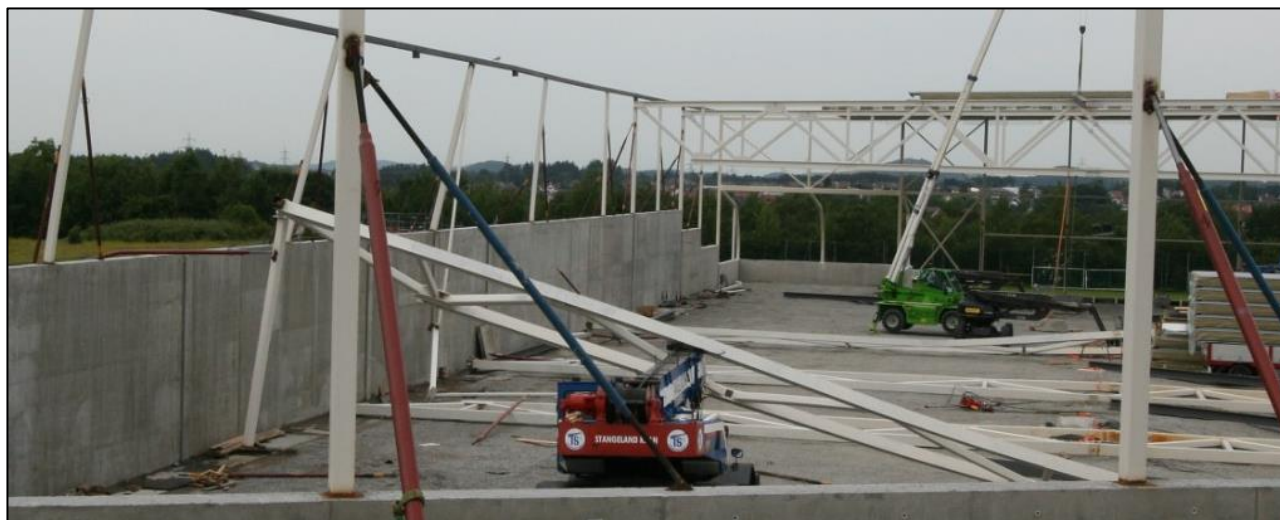
I denne oppgaven studeres det to ulike beregningsmetoder for påvisning av vipping som innebærer regelverket til NS-1993-1-1, heretter kalt *Eurokode 3*, og en eksisterende forenklet metode uten standard. Dette gjøres gjennom litteraturstudier og beregning av utvalgte caser. Deretter vil resultatene og ulikhetene analyseres og kommenteres for å undersøke muligheten for en endring av konstanter i den forenklete metoden.

1.1 Bakgrunn

Ved konstruksjon er vipping et viktig stabilitetsproblem. Vipping kan opptre for bærebjelker som ofte bærer og stabiliserer svært tunge konstruksjoner. Denne typen stabilitetsvurderinger er derfor en kritisk del av dimensjoneringsarbeidet for å unngå deformasjoner og en eventuell kollaps forårsaket av vipping. Illustrasjonene som følger gir et enkelt visuelt innblikk i hvordan vipping opptre og hvordan skadene kan se ut.



Figur 1.1: Illustrasjon av vipping. A) gaffellagret utkragerbjelke påført last i underflens [3] og B) I-bjelke, gaffellagret i begge ender påført punktlast i overflens [4]



Figur 1.2: Kollaps av ståldrager under oppføring av Sandnes hallen i 2010 [5]

Figur 1.2 viser en ulykke hvor taket på Sandnes hallen raste sammen under oppføring i 2010. Fire ståldragere på 100 tonn falt ned under det som skulle være en justering av den ene ståldrageren. Heldigvis ble det ingen personskader[5]. Ved etterforskning av ulykken har man i senere tid kommet frem til at kollapsen var forårsaket av at et stag for midlertidig avstivning ble fjernet under justeringen. Dette førte videre til en kollaps ved vipping[6]. I figur 1.3 ser man et annet tilfelle hvor de slanke flensene manglet tilstrekkelig avstivning som førte til at taket ikke klarte snølasten[6].



Figur 1.3: Kollaps av stålramme med ekstremt slanke stålbjelker [6]

Det finnes flere slike eksempler i Norge, og kunnskapen rundt stabilitetsproblemet vipping er åpenbart ikke så utbredt som man skulle ønske blant dagens ingeniører.

I takt med den teknologiske utviklingen de siste årene har slike ulykker ført til at det i større grad stilles krav til fremvisning av dokumentasjon som viser at relevante retningslinjer for dimensjonering er tatt hensyn til. Dette har ført til utarbeidelse av en rekke standarder og forskrifter. Den offisielle definisjonen på en standard er hentet fra NS-EN 45020:2006, pkt. 3.2 og ISO/IEC Guide 2:2004 og beskrives under [7].

”Standard:

dokument til felles og gjentatt bruk, fremkommet ved konsensus og vedtatt av et anerkjent organ som gir regler, retningslinjer eller kjennetegn for aktiviteter eller resultatene av dem for å oppnå optimal orden i en gitt sammenheng”

Standarden som var gjeldende i Norge for stålkonstruksjoner var NS3472 – 1984. Denne gikk ut i 2001 og ble erstattet av NS3472 – 2001, som var en tilpasning til Eurokode 3. I 1993 ble NS-ENV 1993-1 utgitt som en førstandard til Eurokode 3. I 2007 ble den endelige versjonen av Eurokode 3 utgitt under navnet NS-EN 1993-1. Denne standarden bestod av 12 deler. NS-EN 1993-1 ble gjeldende i Norge i 2010, og erstattet dermed tidligere standard NS3472 - 2001 som ble trukket tilbake.

Bakgrunnen for Eurokoden var et ønske om å skape en felles standard for de europeiske landene, og dermed fjerne handelshindringer og samordne tekniske spesifikasjoner. Eurokoden består av i alt 9 standarder, Eurokode 0 – 9 med tilhørende deler. Denne oppgaven har fokus på Eurokode 3 - Prosjektering av stålkonstruksjoner. Eurokode 3 er delt inn i 20 deler, 12 allmenne regler og 8 mer spesielle anvendelsesregler [8].

Eurokode 3 har et relativt komplisert regelverk om vipping. Eurokoden tar høyde for å fange opp alle påvirkende faktorer og går mer i detalj ved dimensjonering. Det er derfor ønskelig med en enklere metode som kommer ut på konservativ side for beregning om vipping er et problem. Dette kan spare ingeniører mye tid og arbeid. Svakheten til slike forenklete metoder er at de ofte er testet mot et begrenset antall belastningstilfeller. Denne gradsoppgaven går derfor ut på å velge ut relevante caser og prøve en eksisterende forenklet metode mot Eurokode 3 regelverket. Deretter vurderes muligheten for forbedring av konstanter i denne metoden som gir overslagsberegninger mer i tråd med Eurokode 3.

1.2 Problemstillinger

Eurokode 3 har som beskrevet tidligere et komplisert regelverk om vipping. Det vil være nødvendig å sette seg grundig inn i Eurokode 3 og forenklet metode uten standard. Deretter må det bestemmes hvilke relevante caser med gitte lastfaktorer som skal brukes, hvilke utvalgte caser som skal analyseres nærmere, og hvilken analysemetode som skal velges for å sammenligne resultatene. Kommer den forenklete metoden ut på konservativ side av Eurokode 3, og er det mulig å endre/tilføye konstanter i denne metoden som gir overslagsberegninger mer i tråd med Eurokode 3 regelverket?

1.3 Målsettinger og begrensninger

1.3.1 Hovedmål

Utføre beregninger på valgte caser med både Eurokode 3 og forenklet metode, for deretter å gjennomføre en analyse av resultatene, og om mulig endre/tilføye konstanter i forenklet metode for å forbedre den mot Eurokode 3.

1.3.2 Delmål

- Sette seg inn i Eurokode 3 og forenklet metode
- Velge ut caser som er relevante i forhold til ønsket resultat
- Utføre beregninger på valgte caser
- Sammenligne resultater og utføre analyse
- Modifisere/tilføye konstanter i den forenklete beregningsmetoden hvis mulig
- Revidere, konkludere og gi anbefalinger

1.3.3 Begrensninger

- Ser kun på dobbeltsymmetriske tverrsnitt
- Det blir beregnet et begrenset antall caser
- I analysen blir det testet et begrenset antall bjelkelengder og tverrsnittsprofiler
- Det blir kun gjort beregninger og analyse på materialet S355

1.4 Kvalitetssikring

Kvalitetssikring rapport

Rapporten er lest gjennom og språkvasket. Referanser, tabellnummerering, figurnummer, formelnummer og sidetall er sjekket to ganger. Utrekningene er kontrollert og det er kontrollert at alle symboler er kommet med i symbollisten.

Kvalitetssikring produkt

Kravspesifikasjonene er diskutert i samråd med oppdragsgiver på jevnlige møter. Det er brukt sikkerhetsfaktor gitt av oppdragsgiver og gjeldende standard. Håndberegningene er kontrollert mot dataanalyse.

1.5 Metodebruk og løsningsverktøy

- MS Excel for Mac 2011 er brukt til analyse av data samt fremstilling av grafer, tabeller og fremdriftsplaner
- MS Word for Mac 2011 er brukt til rapportskrivning

1.6 Symboler og terminologi

Tabell 1.2: Symboloversikt

Notasjon	Beskrivelse	Benevning
h	Høyde	mm
b	Bredde	mm
t_w	Tykkelse steg	mm
t_f	Tykkelse flens	mm
r	Radius	mm
A	Tverrsnitt	mm ²
I	Arealmoment om bøyningsakse	mm ⁴
I_w	Hvelvingskonstant	mm ⁶
I_t	Torsjonskonstant(St.Venant)	mm ⁴
E	Elastisitetsmodul	MPa
G	Skjærmodul	MPa
f_y	Flytegrense	MPa
$W_{el,y}$	Elastisk tverrsnittsmodul om y-aksen	mm ³
$W_{pl,y}$	Plastisk tverrsnittsmodul om y-aksen	mm ³
i	Treghetsradius	mm
F_{ED}	Dimensjonerende lastvirkning	N

γ_f	Lastfaktor	-
F	Karakteristisk last/kraft(Virkelig last/kraft)	N
f_{Rd}	Dimensjonerende fasthet	MPa
f_k	Karakteristisk fasthet	MPa
γ_M	Materialfaktor	-
n_B	Sikkerhetsfaktor mot brudd	-
n_F	Sikkerhetsfaktor mot flyt	-
R_m	Strekfasthet	MPa
R_e	Flytegrense	MPa
σ	Spenning	MPa
$\sigma_{tillatt}$	Tillatt spenning	MPa
l	Virkelig lengde	mm
l_k	Knekk lengde	mm
F_{cr}	Kritisk kraft (kritisk knekklast)	MPa
F_k	Knekklast	MPa
I_0	Tverrsnittets minste arealmoment	mm ⁴
λ	Slankhet	-
σ_{cr}	Kritisk spenning	MPa
σ_p	Proporsjonalitetsgrensen	MPa
λ_p	Slankhet ved proporsjonalitetsgrensen	-
M_{maks}	Maks opptredende moment	Nm
$F_{k,tillatt}$	Tillatt knekklast etter Euler eller Tetmajer	N
n_k	Sikkerhetsfaktor mot knekking	-
c	Bredde eller høyde på aktuell tverrsnittsdel	mm
t	Tykkelse på aktuell tverrsnittsdel	mm
ϵ	Faktor for bruk ved tverrsnittsklassifisering, avhengig av f_y	-
γ_M	Materialfaktor/Partialkoeffisient	-
γ_{M0}	Materialfaktor/Partialkoeffisient for tverrsnittskapasitet uansett tverrsnittsklasse	-
γ_{M1}	Materialfaktor/Partialkoeffisient for stavers kapasitet mot instabilitet påvist for hele staven	-
γ_{M2}	Materialfaktor/Partialkoeffisient for tverrsnittskapasitet mot brudd for strekkpåkjening	-
γ_{f1}	Lastfaktor/Partialkoeffisient for eksterne laster	-
γ_{f2}	Lastfaktor for permanente laster	-
M_{Ed}	Dimensjonerende moment	Nm
$M_{b,Rd}$	Dimensjonerende vippekapasitet	Nm
χ	Reduksjonsfaktor	-
χ_{LT}	Reduksjonsfaktor for vipping	-
Φ_{LT}	Funksjon for å bestemme reduksjonsfaktor	-

α_{LT}, α	Formfeilfaktor, imperfeksjonsfaktor for henholdsvis vipping og knekking	-
λ_{LT}	Relativ slankhet	-
M_{cr}	Ideelle kritiske momentet for vipping	Nm
$\lambda_{LT,0}$	Verdi for endring av vippekurve for valsede tversnitt	-
β	Korreksjonsfaktor til vippekurvene for valsede tversnitt	-
f	Modifikasjonsfaktor for reduksjonsfaktoren	-
k_c	Korreksjonsfaktor med hensyn til momentfordeling	-
$\chi_{LT,mod}$	Modifisert reduksjonsfaktor	-
L_c, L	Vippelengden, avstanden mellom fastholdningene	mm
$M_{y,Rd}$	Elastisk momentkapasitet	Nm
$\bar{\lambda}_f$	Relativ slankhet for ekvivalent trykkflens	-
$i_{f,z}$	Treghetsradius for ekvivalent trykkflens om svak akse	mm
$\bar{\lambda}_{c,0}$	Relativ grenseslankhet	-
k_{fl}	Modifikasjonsfaktor	-
ν	Poisson tall	-
μ_{cr}	Momentfaktor, relative dimensjonsløse kritiske momentet	-
C_1	Lastfaktor	-
C_2	Faktor som ivaretar lastens angrepspunkt i forhold til	-
C_3	Faktor som ivaretar manglende symmetri om sterk akse	-
k_{wt}	Torsjonsparameter	-
ξ_g	Lastangrepspunktets koordinat relativ til skjærsenteret	-
ξ_j	Relativ monosymmetrisk parameter	-
z_g	Lastangrepspunktets koordinat relativt til skjærsenteret	mm
z_j	Parameter som avhenger av skjærsenterets koordinat relativt	mm
k_y, k_z, k_w	Innspenningsfaktorer ved bjelkens ende	-
σ_m	Bøyespenning midt i flensen	MPa
h_\emptyset	1/3 av stegets høyde på trykksiden	mm
h_n	2/3 av stegets høyde på trykksiden	mm
A_f	Arealet av ekvivalent trykkflens	mm ²
$I_{f,z}$	Annet arealmoment for ekvivalent trykkflens om svak akse	mm ⁴
σ_N	Aksialspenning	MPa
σ_b	Bøyespenning	MPa
N_{ED}	Dimensjonerende aksialkraft	N
α	Andel av tversnittet med trykkspenning	-
N_{Rk}	Karakteristisk kapasitet for aksialkraft	N
$M_{y,Rk}$	Karakteristisk momentkapasitet	Nm
C_{mLT}	Ekvivalent momentfaktor	
ψ	Spenningsforhold	-
k_{zy}	Interaksjonsfaktor	-

2 BESKRIVELSE

2.1 Kravspesifikasjoner

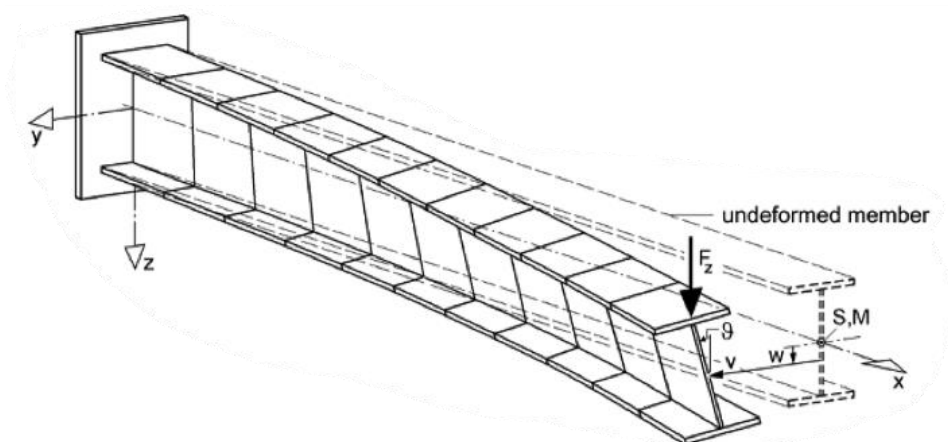
Ved konstruksjon er vipping et viktig stabilitetsproblem. Eurokode 3 har et relativt komplisert regelverk om vipping. Oppgaven går ut på å prøve Eurokode 3 regelverket mot en eksisterende forenklet formel, og om mulig forbedre konstanter i den forenklete beregningsmetoden slik at resultatene blir mer i tråd med Eurokode 3.

2.2 Vipping

Vipping er som sagt et stabilitetsproblem som kan opptre for bjelker uten sideveis avstivning som er belastet om sin sterke akse. Instabiliteten opptrer ved at en bjelke får en sideveis utbøyning om sin svake akse kombinert med en rotasjon/vridning av tverrsnittene [2].

Sideveis utbøyning oppstår fordi den vertikale lasten fører til at trykkflensen forskyves ut fra sin originale posisjon. Strekk flensen vil da prøve å holde igjen trykkflensen. Denne motvirkende kraften utgjør profilets kapasitet til å stå imot den sideveise utbøyningen.

Rotasjon av tverrsnittene kommer av torsjonsspenninger som fører til at bjelken roterer om lengderetningen. I hvor stor grad tverrsnittene roterer er blant annet avhengig av torsjonsstivheten til profilet.



Figur 2.1: Illustrasjon av deformasjonsmønsteret ved vipping [9]

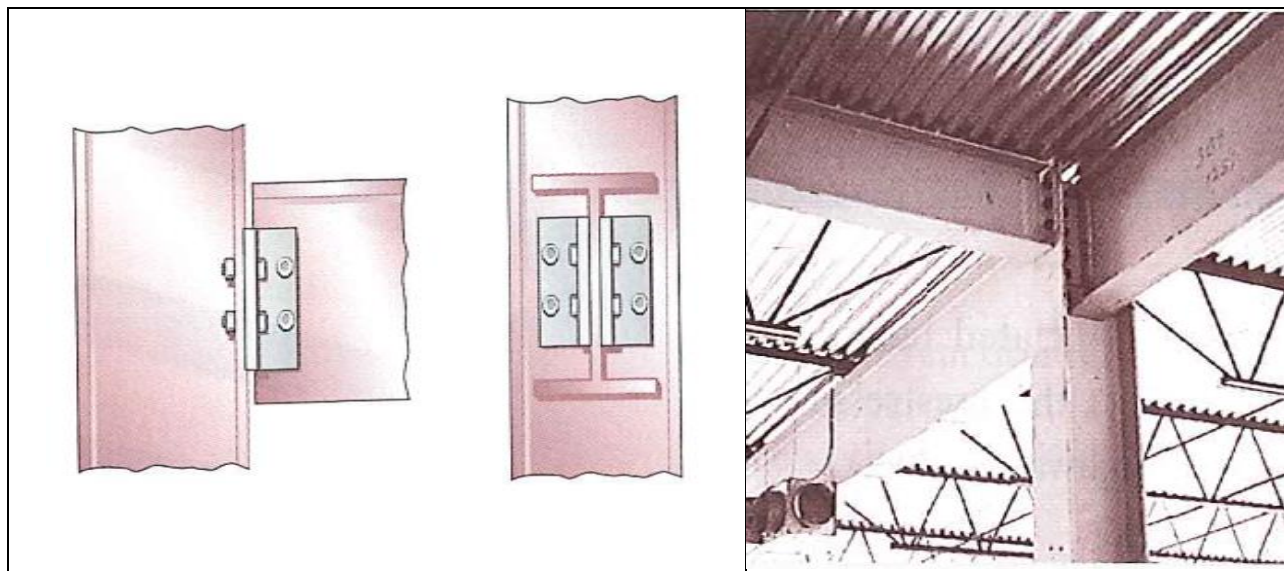
I underkapitlene som følger vil noen av de viktigste påvirkende faktorer relatert til fenomenet vipping bli beskrevet.

2.2.1 Opplagerbetingelser

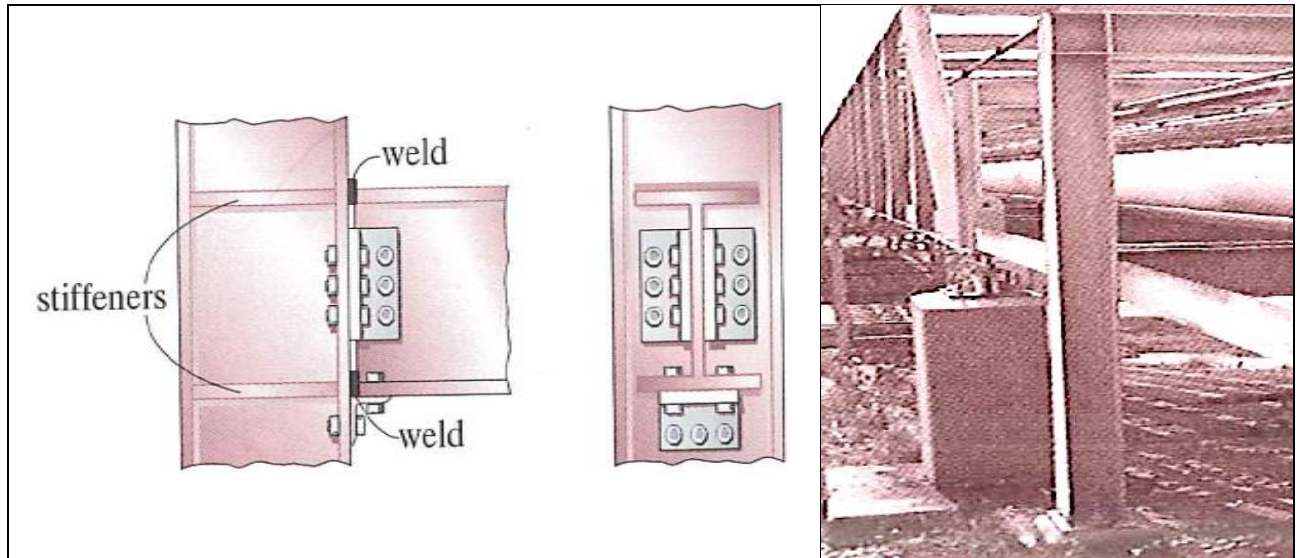
Opplageret til en bjelke kan forklares med hvordan bjelken er innspent/festet på. Ved dimensjonering velger man vanligvis mellom fritt opplagt eller fast innspent bjelke.

Fritt opplager brukes hvor en viss bevegelse/rotasjon av bjelken er tillatt, og kan i praksis sammenlignes med profiler som for eksempel er boltet fast. Ved fast innspenning kan tverrsnittene verken vris eller dreies ved fastholdningspunktet, for eksempel situasjoner hvor profilet er sveist fast [10]. Ved fast innspenning vil vippingsfaren være betydelig minsket.

Et designvalg hvor det velges en bjelke som er fullstendig fast innspent kan være en utfordring for konstruktøren, i tillegg til at det vil være en dyr løsning. I virkeligheten vil en fast innspent bjelke som regel alltid ha en viss rotasjonsstivhet. Opplagerbetingelsene er altså en generell forenkling av virkelige forhold. Fritt opplagring er som oftest valgt for å være på trygg side, mens fast innspent er et noe mer optimistisk valg [11].



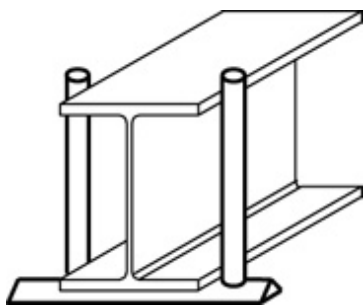
Figur 2.2: Illustrasjon av hvordan en fritt opplagret konstruksjon kan se ut i praksis [10]



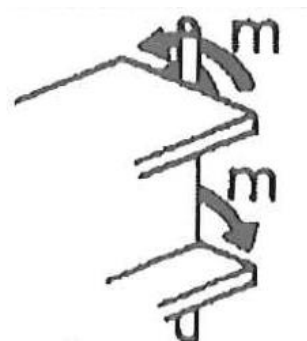
Figur 2.3: Illustrasjon av hvordan en fast innspent konstruksjon kan se ut i praksis [10]

Når det er fare for vipping, er det nødvendig med en type opplagring som hindrer bjelken i å vippe. Gaffellagring som vist i figur 2.4 hindrer bjelken i å rotere om lengdeaksen. Denne typen opplagring kan likevel ikke hindre sideveis utbøyning [12]. Undertegnede forstår det slik at opplagre, som kan sammenlignes med gaffellagring, vil i virkeligheten hindre en viss sideveis utbøyning. Det dimensjoneres likevel til trygg side ved å anta at gaffellagringen kun hindrer bjelken i å rotere om lengderetningen.

Et annet innspenningsalternativ er elastisk hvelvingsinnspenning, også kalt torsjonsinnspenning eller fjærinnspenning, illustrert i figur 2.5. Denne innspenningen hindrer at flensene får sideveis utbøyning ved at det oppstår et motvirkende moment. Dette kan sees på som en type fjær, hvor fjærmotstanden hindrer at flensene dreier seg ut av lastplanet.



Figur 2.4: Gaffellagring [13].



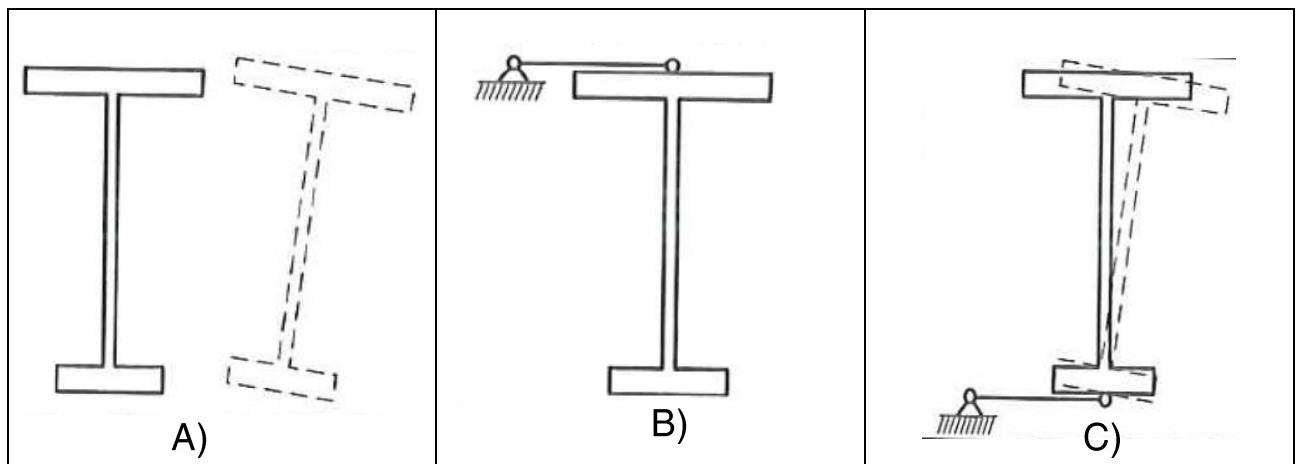
Figur 2.5: Elastisk hvelvingsinnspenning [12].

I virkeligheten er mange bjelkeopplegg utformet slik at de motsetter seg faren for vipping. Likevel dimensjoneres det i de fleste tilfeller med gaffellagring for å være på sikker side. Skal man dimensjonere med elastiske innspenninger er det i tillegg vanskelig å angi grad av innspenning [12].

2.2.2 Sideveis avstivning

Faren for vipping kan minskes og i noen tilfeller fullt ut forhindres ved å avstive bjelken sideveis. Det skilles mellom tre former for vipping når det gjelder avstivning mellom opplagringene [1]:

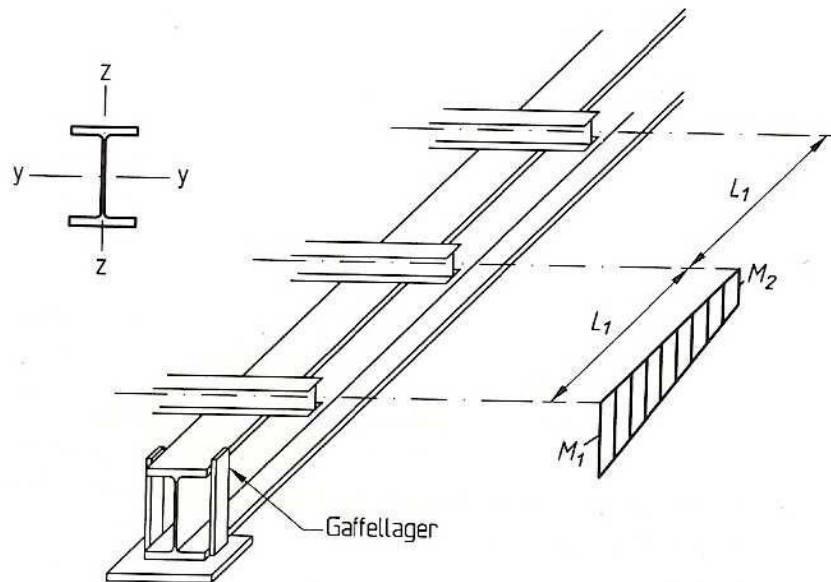
- Fri vipping: når bjelken ikke på noen måte er avstivet mellom opplagringene, figur 2.6 A).
- Ingen vipping: når bjelkens trykkflens er avstivet, figur 2.6 B)
- Bunden vipping: når bjelken er sideveis avstivet, men avstivningen klarer ikke fullt ut å hindre bjelken fra å vippe. Eksempelvis når strekkflensen er avstivet. Figur 2.6 C)



Figur 2.6 [1]: Ulike former for vipping med hensyn til avstivning: A) Fri vipping B) Ingen vipping og C) Bunden vipping

Ved avstivning av strekkflensen vil vippefaren minskes. Når trykkflensen er avstivet er det i teorien ikke fare for vipping. Nødvendig grad av avstivning avhenger av kraft og type bjelke, i de fleste tilfeller vil det være tilstrekkelig å avstive trykkflensen på noen utvalgte punkter langs en bjelke. Dette er vist i figur 2.7.

Lengden på bjelken har stor betydning for vipping. Lange bjelker med stort spenn mellom avstivningene er spesielt utsatt. Ved et slikt tilfelle er det viktig å utføre en vippekontroll for å kontrollere at avstivningen er betydelig "tett" slik at bjelken ikke vil vippe mellom avstivningene.

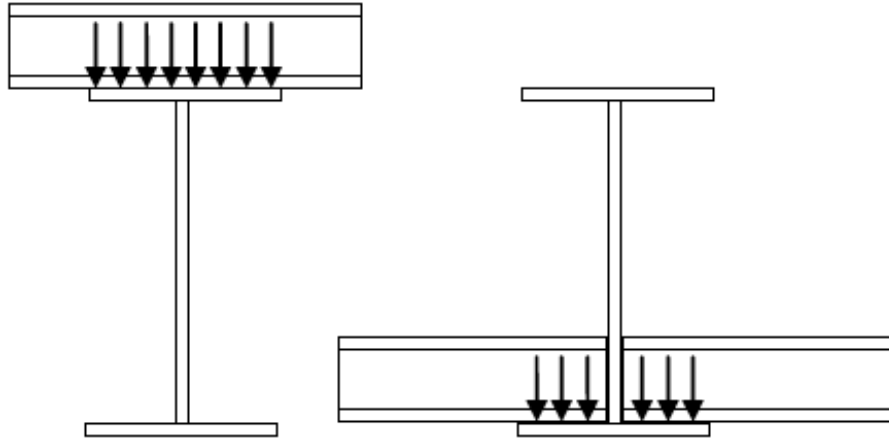


Figur 2.7: Punktvis sideveis avstivning ved tverrbjelker [9]

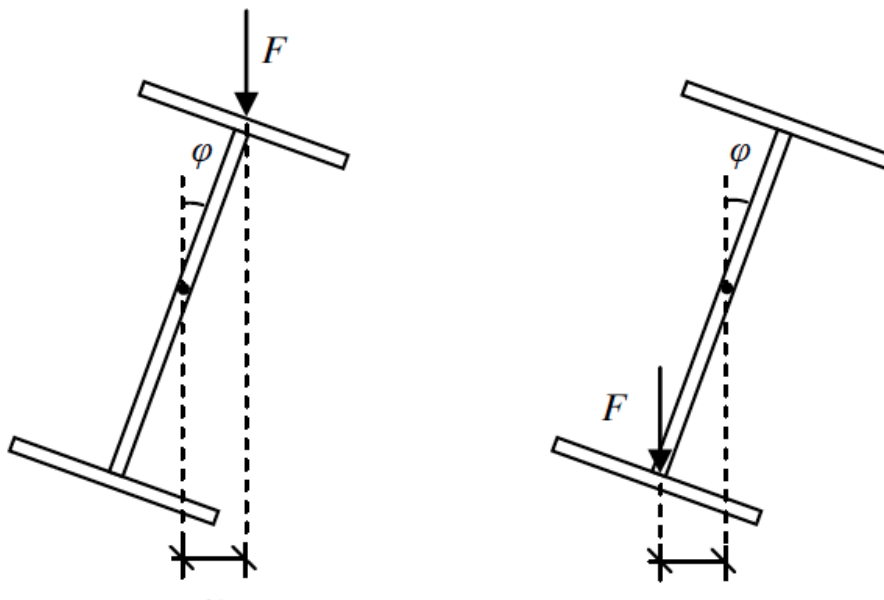
2.2.3 Kraftens angrepspunkt

Lastangrepspunkt som virker over eller under bjelkeprofilets skjærsenter påvirker tendensen til vipping [9]. Denne gradoppgaven baseres på dobbelsymmetriske profiler, her vil skjærsenteret sammenfalle med arealsenteret og tyngdepunktet i profilet.

I virkelige konstruksjoner virker lasten vanligvis ikke i bjelkeprofilets skjærsenter [11]. Vanligvis angriper lasten i overflens eller underflens. Dersom kraften virker over skjærsenteret og overflensen blir trykkpåkjent, vil faren for vipping øke. Hvis kraften virker under skjærsenteret vil dette skape et moment mot vipping [9], se figur 2.9. I belastningstilfeller, hvor lasten har angrepspunkt i underflens, vil man dermed holde seg til trygg side ved å velge angrepspunkt i skjærsenteret ved dimensjonering.



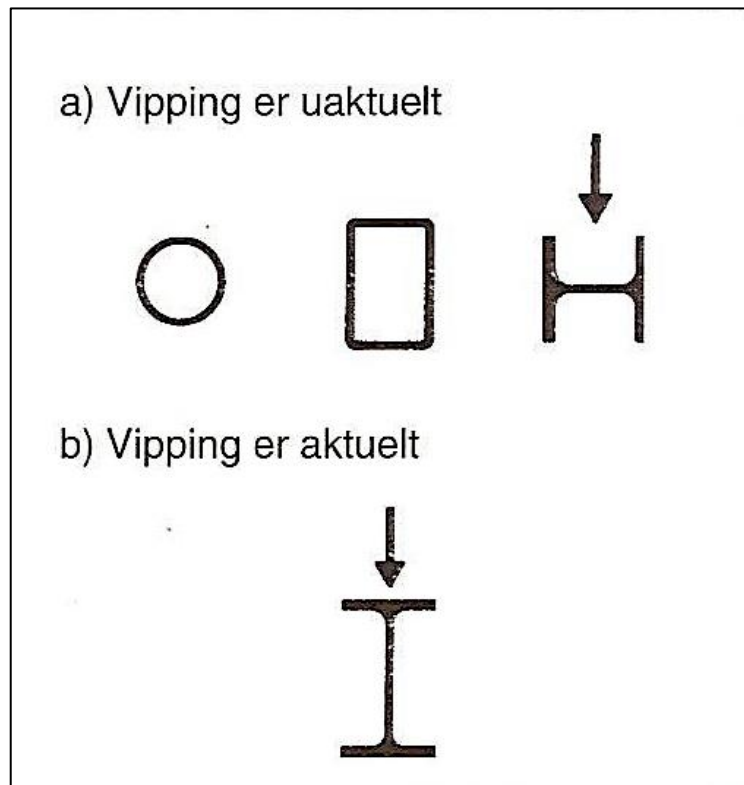
Figur 2.8: Viser forskjellen på last over og under skjærsenteret [4]



Figur 2.9: Ser på profilet til høyre at angrepspunktet vil motvirke vipping og stabilisere bjelken [4]

2.2.4 Geometrisk form

Vipping kan inntreffe for åpne bjelketversnitt som I- og H-formede profiler. Et profil med stor høyde i forhold til bredde vil være spesielt utsatt for vipping. Et eksempel er I-bjelker hvor flensene er smale, som igjen fører til liten torsjonsstivhet. Vipping er uaktuelt for lukkede tversnitt som sirkulære og kvadratiske hulprofiler, samt rektangulære rør der høyden er mindre enn to ganger bredden [12].



Figur 2.10: Risikoen for vipping avhenger av profiltype [12]

2.2.5 Øvrige faktorer som påvirker vipping

Material- og tverrsnittsverdier

Tabell 2.1: Noen øvrige faktorer som påvirker tendensen til vipping

Faktorer som påvirker vipping	
Material	Skjærmodul (G) Elastisitets modul (E)
Tverrsnitt	Torsjonskonstanten (St. Venant) (I_t) Hvelvingskonstanten (I_w) 2. arealmoment om svak akse (I_z)

Ved å ta høyde for faktorene i tabell 2.1. kan man velge å dimensjonere med en bjelketype og et material som vil minske vippingsfaren. En bjelke vil eksempelvis ha mindre fare for vipping hvis den har lav sideveis stivhet (EI_z), lav torsjonsstivhet (GI_t) og/eller lav hvelvingsstivhet (EI_w) [1].

Geometriske formfeil

Geometriske formfeil kommer av skader på konstruksjonen, noe som ofte oppstår ved frakt eller i produksjonen. Eksempelvis så kan et støt i produksjonshallen svekke kapasiteten til konstruksjonen. Geometriske formfeil blir tatt hensyn til i standarden og den forenklete metoden ved bruk av sikkerhetsfaktorer.

Egenspenninger

Egenspenninger, *restspenninger* eller *residualspenninger* er spenninger som fortsetter å være i materialet etter at kilden til spenningen er fjernet. Dette er med andre ord spenninger som sitter igjen etter blant annet produksjonen, og vil fortsette å opptre etter at belastningen er tatt bort. Disse spenningene er ofte svært lokale og vil ikke føre til store deformasjoner, men det er ofte veldig høye spenninger opp mot flytegrensen. Restspenninger utvikles ofte ved bearbeidingsprosesser hvor høy varme er involvert [13].

2.3 Sikkerhet

Ved enhver dimensjonering er det viktig å ta hensyn til forskjellige påvirkende faktorer som kan svekke konstruksjonen og vil gi et visst usikkerhetsmoment/avvik. Disse avvikene kan være formfeil, egenspenninger, lasteksentrisiteter osv. Dette gjøres ved å operere med en sikkerhetsfaktor som legges til grunn ved dimensjonering. Denne sikkerhetsfaktoren gjør at man er på "trygg" side ved dimensjonering, og man kan dermed tillate en viss overbelastning uten at konstruksjonen vil kollapse. Bruken av sikkerhetsfaktorer er noe forskjellig i Eurokoden i forhold til vanlige klassiske beregningsmetoder som den forenklete metoden. Det velges derfor å forklare forskjellene i underkapitlene som følger.

2.3.1 Sikkerhet etter Eurokode 3

Sikkerheten ivaretas etter Eurokoden med partialkoeffisientmetoden. Partialkoeffisientene det opereres med er benevnt med den greske bokstaven " γ ". De avhenger av en rekke faktorer som blant annet tverrsnittsklassifisering, type forbindelse etc. Denne metoden fungerer slik at de karakteristiske lastene multipliseres med en lastkoeffisient, og den karakteristiske fastheten til materialet divideres med en materialkoeffisient [14].

Lasten

$$F_{ED} = \gamma_f \cdot F \quad (2.1)$$

F_{ED} : Dimensjonerende lastvirkning

γ_f : Lastfaktor

F : Karakteristisk last (Virkelig last)

Lastfaktorene som blir brukt i denne oppgaven er beskrevet i tabell 2.2.

Tabell 2.2: Partialfaktor for lasten.

Symbol	Forklaring	Verdi
γ_{f1}	Lastfaktor for eksterne laster	1,5
γ_{f2}	Lastfaktor for permanente laster	1,2

Materialet

$$f_{Rd} = \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (2.2)$$

f_{Rd} : Dimensjonerende fasthet eller kapasitet

f_k : Karakteristisk fasthet (eks. flytegrense eller strekkfasthet)

γ_M : Materialfaktor (1,05 for vipping)

Materialfaktoren er definert og bestemt i det nasjonale tillegget NA i Eurokode 3 som følger:

Tabell 2.3: Partialfaktor for materialet [8]

Symbol	Forklaring	Verdi
γ_{M0}	Tverrsnittskapasitet uansett tverrsnittsklasse	1,05
γ_{M1}	Stavers kapasitet mot instabilitet påvist for hele staven	1,05
γ_{M2}	Tverrsnittskapasitet mot brudd for strekkpåkjenning	1,25

2.3.2 Sikkerhet etter klassiske beregningsmetoder

Måten å ivareta sikkerheten er noe enklere ved klassiske beregningsmetoder, noe som da også gjelder den forenklete metoden for vipping. Her velges en sikkerhetsfaktor, benevnt med bokstaven "n", som samlet skal fange opp alle usikkerhetsmomentene og avvikene som oppstår.

Det vanligste å operere med ved dimensjonering av konstruksjoner er sikkerhet mot brudd(n_B) eller sikkerhet mot flyt(n_F) som beregnes på følgende måter:

$$n_B = \frac{R_m}{\sigma_{tillatt}} \quad (2.3)$$

n_B : Sikkerhet mot brudd

R_m : Strekkfasthet

$\sigma_{tillatt}$: Tillatt spenning

$$n_F = \frac{R_e}{\sigma_{tillatt}} \quad (2.4)$$

n_F : Sikkerhet mot flyt

R_e : Flytspenning

$\sigma_{tillatt}$: Tillatt spenning

Ved forenklet metode opererer man med en sikkerhetsfaktor for knekking, n_k . Denne blir satt til 2,0 i denne oppgaven, dette vil bli beskrevet nærmere i kapittel 3.

3 FORENKLET METODE

I dette kapitlet vil den forenklete metoden studeres nærmere. Metoden er utviklet fra den tidligere stålstandard NS3472-1984, hvor den ble benevnt "Forenklet vippingskontroll" [15]. Metoden er tidligere prøvd ut mot en del vippe beregninger etter Eurokode 3 hvor beregningene viste at metoden kommer ut på konservativ side.

Den forenklete vippekontrollen fra NS-3472 bygger på prinsippet om at det er nærliggende å betrakte bjelkens trykkflens som en isolert trykkstav, og deretter anta bøyeknekking om svak akse. Knekklasten er da trykkflensens aksialkraft i det snitt hvor maks moment opptrer [15]. Leonhard Euler utledet formelen for å finne kritisk knekklast for en matematisk perfekt stav utsatt for aksialkraft. Ludwig Von Tetmajer bygget i sin tid videre på Euler sitt arbeid.

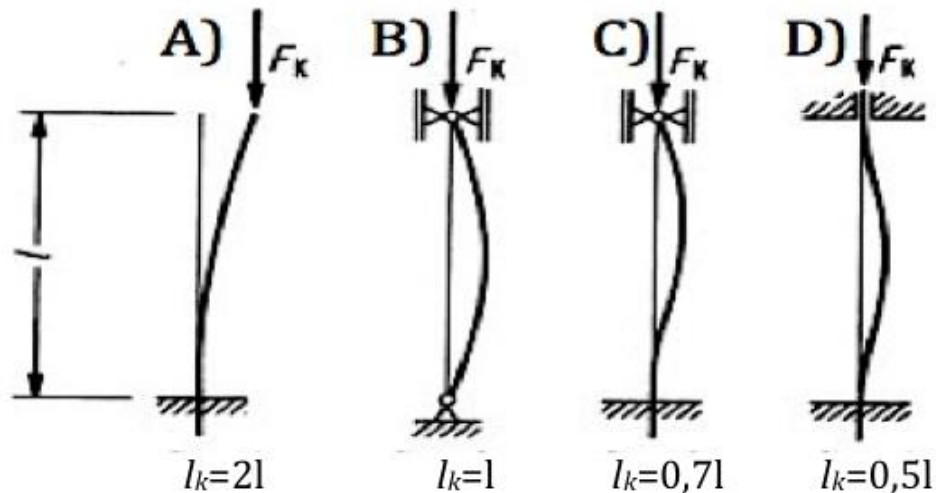
Som utdannet maskiningeniør ved høyskoler i Norge er det realistisk å anta at man ikke har lært å utføre vippekontroll etter Eurokode 3. Den forenklete metoden gir dermed en god mulighet for å foreta en enklere vippekontroll uten Eurokode 3, forutsatt at man innehar grunnleggende kunnskaper om teoriene til Euler og Tetmajer. Euler og Tetmajer blir av denne grunn introdusert i delkapitlene 3.1 og 3.2, før den forenklete metoden blir presentert i delkapittel 3.3.

3.1 Leonhard Euler

Leonhard Euler(1707-1783) er ansett som en av historiens største matematikere. Hans utredninger innen blant annet matematikk, fysikk, mekanikk, optikk og astronomi er verdenskjent, og flere av teoriene anvendes den dag i dag [16].

Eulers 4 knekktilfeller

Euler utarbeidet fire hovedtilfeller for å betrakte knekkingsproblemet. Deformasjonsformen er ulik for de fire tilfellene avhengig av hvordan bjelken er innspent. Som illustrert i figur 3.1 er det forskjellige knekk lengder på tilfellene. Knekk lengden kan beskrives som avstanden mellom momentnullpunktene, også kalt infleksjonspunkter. Disse punktene kan ligge innenfor eller utenfor den fysiske stav lengden [12].

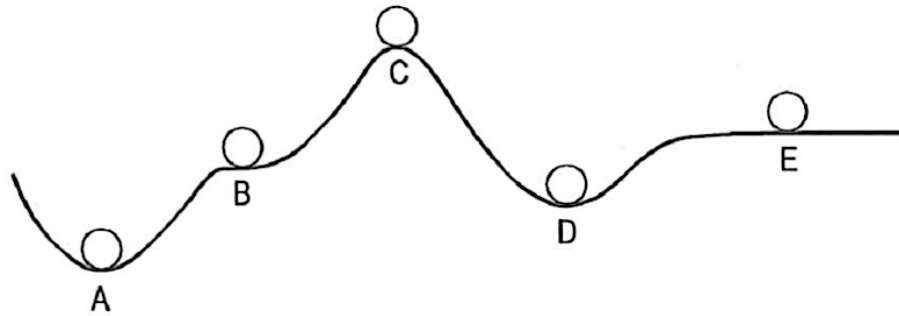


Figur 3.1: Eulers 4 knekktilfeller [17]

Stabilitet og likevekt[2]

Videre med sitt arbeid vedrørende knekkefenomenet kom Euler frem til formelen for å beregne *kritisk kraft* (F_{cr}), også kalt Eulerkraften. Denne kraften skiller seg fra *knekklasten* F_k . Med Eulerkraften menes den kraften som gjør at stavens likevektstilstand slutter å være stabil, denne lasten forutsetter en blankpolert matematisk stav. *Knekklasten* F_k er den kraften som fører til sammenbrudd av en virkelig stav med formavvik, egenspenninger og eksentrisiteter. Ved *Knekklasten* F_k tar man også hensyn til materialets elastisk-plastiske egenskaper.

For enhver konstruksjon er en stabilitetsvurdering viktig. Instabilitet er uakseptabelt i alle system. Instabilitet beskrives som hvis et system i likevekt utsettes for en liten forstyrrelse fra likevektstilstanden, vil systemet kunne få store endringer avhengig av størrelsen på forstyrrelsen. En stabilitetsvurdering gjøres på grunnlag av tre tilstander: *stabil*, *instabil* og *indifferent* likevekt.



Figur 3.2: Modell for stabilitetsvurdering[2].

Kule A og D er i *stabil* likevekt. Dette vil si at kule vil returnere til sin opprinnelige tilstand etter forstyrrelse. Kule B og C er i *instabil* likevekt, en forstyrrelse her fører til at kulene vil rulle ned til en lavere likevektstilstand. Kule E er i *indifferent (nøytral)* tilstand, hvor kula er stabil i antall nabopunkter til E.

Eulers formel for kritisk kraft ved enkle staver utsatt for aksialkraft

Ved stabilitetsproblemet vipping er det denne *kritiske kraften* F_{cr} som blir benyttet i beregningsmetoden. Benevnningen F_E brukes også, hvor indeksen "E" står for Euler. For en enkel blankpolert matematisk stav utsatt for aksialkraft er den kritiske Eulerlasten beskrevet i formel 3.1 [2].

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} \quad (3.1)$$

F_{cr} : Kritisk kraft, Euler kraft

E : Elastisitetsmodul

I_0 : Tverrsnittets minste arealmoment

l_k : Knekk lengden

Innføring av treghetsradius (i) og slankhetstall (λ) i Eulers formel[18]

Treghetsradius:

$$i = \sqrt{\frac{I_0}{A}} \quad (3.2)$$

Slankhetsforholdet:

$$\lambda = \frac{l_k}{i} \quad (3.3)$$

Kritisk spenning[18]

Deler vi knekklasten på tverrsnittsarealet kan vi finne kritisk spenning som vist i formelen under:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2 \cdot A} \quad (3.4)$$

Settes det deretter inn for treghetsradien og slankhetstallet i formel (3.4) får vi et nytt uttrykk for den kritiske spenningen:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad (3.5)$$

Gyldighetsområde for Eulers formel[18]

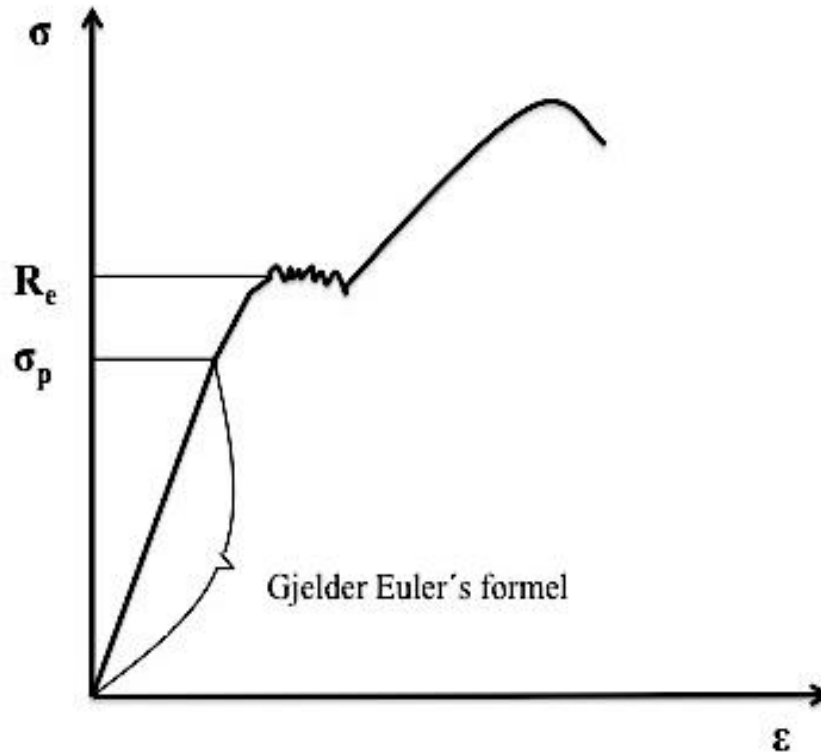
Eulers formel gjelder når den kritiske spenningen er mindre enn proporsjonalitetsgrensen (σ_p). Proporsjonalitetsgrensen avhenger av materialets egenskaper. Et godt estimat for proporsjonalitetsgrensen er $\sigma_p \approx 0,8 \cdot R_e$.

$$\sigma_p \geq \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2} \quad (3.6)$$

Dette kan også uttrykkes for slankheten λ , da får vi følgende:

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} \quad (3.7)$$

Eulers formler gjelder når vi har *elastisk knekking*. Det vil si at knekking opptrer før trykkspenningen i profilet når materialets proporsjonalitetsgrense, forutsatt at profilet er langt nok i forhold til tverrsnittene.



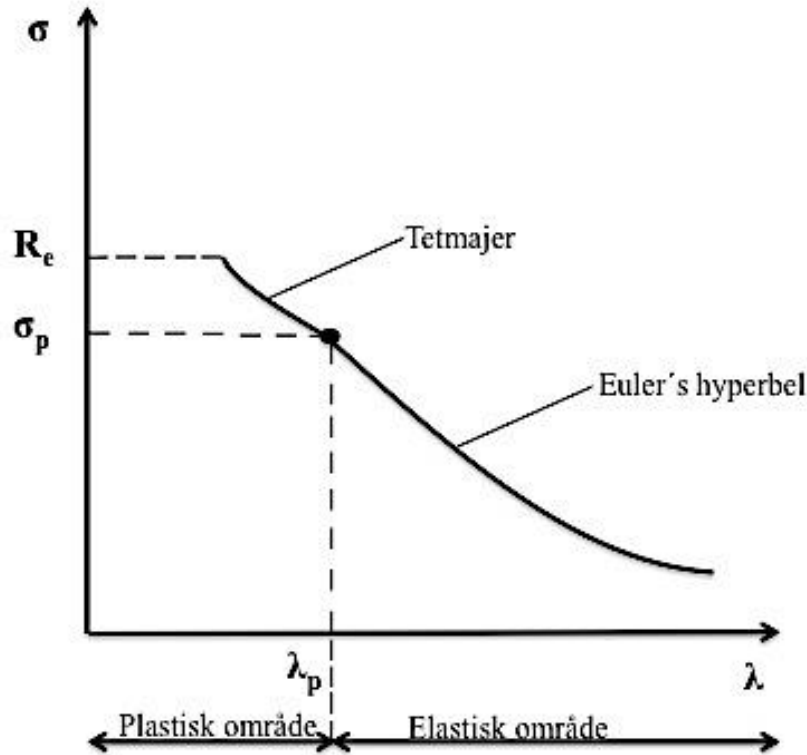
Figur 3.3: Gyldighetsområde til Euler

3.2 Ludwig Von Tetmajer

Ludwig von Tetmajer(1850-1905) var en slovakisk ingeniør. Tetmajer deltok i flere prosjekter relatert til jernbanevirksomhet. Ett av disse prosjektene var en jernbaneulykke i Munchenstein, hvor etterforskningen av ulykken i senere tid resulterte til utredningene av Tetmajers formler [19].

Tetmajers formler

Tetmajers formler ble formulert i 1886, og er en videreføring av arbeidet til Euler. Formlene gjelder i det plastiske området mellom flytegrensen og proporsjonalitetsgrensen. Knekking som forekommer her kalles *plastisk knekking*. Gyldighetsområdet for Tetmajers formler vises av grafen under, hvor slankheten λ_p er grenseverdien som skiller mellom elastisk og plastisk knekking.



Figur 3.4: Gyldighetsområde til Tetmajer

For å finne grenseverdien, λ_p , setter man inn for proporsjonalitetsgrensen σ_p i formel 3.5. Omrokeres dette blir uttrykket for slankheten:

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot E}{\sigma_p}} \quad (3.8)$$

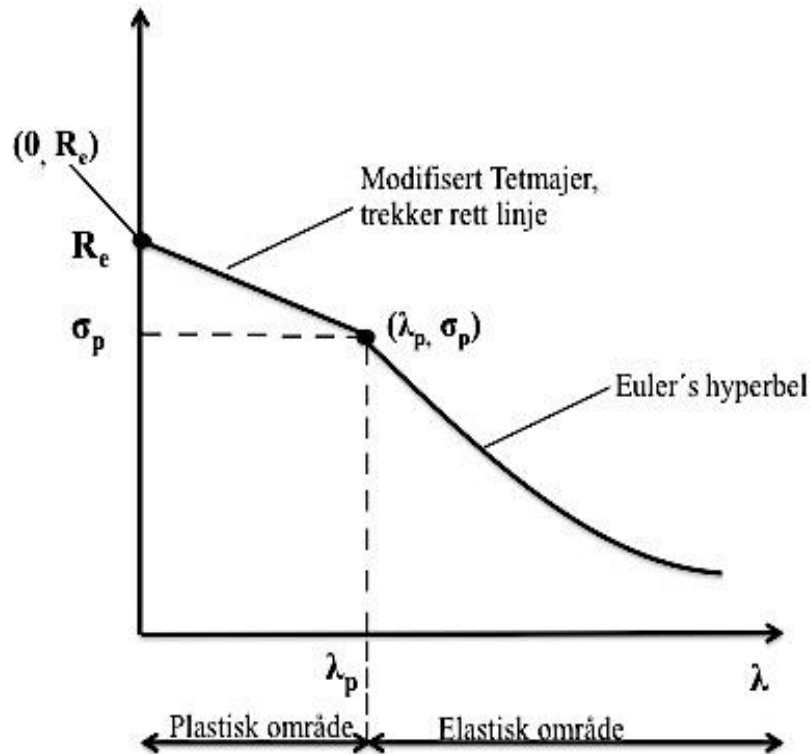
På grunnlag av en rekke forsøk med støpejern, stål og tre kom Tetmajer frem til noen generelle formler for kritisk spenning til noen utvalgte materialer. Vises i tabell 3.1.

Tabell 3.1: Tetmajers formler [18].

Material	Kritisk spenning	Gyldighet
Støpejern	$\sigma_{cr} = 776 - 12\lambda + 0,053\lambda^2$	$\lambda \leq 80$
St37(S235)	$\sigma_{cr} = 310 - 1,14\lambda$	$\lambda \leq 105$
St44(S275)	$\sigma_{cr} = 322 - 0,88\lambda$	$\lambda \leq 100$
St50/St60 og St52(S355)	$\sigma_{cr} = 355 - 0,62\lambda$	$\lambda \leq 89$
Tre(Furu)	$\sigma_{cr} = 29 - 0,19\lambda$	$\lambda \leq 100$

Modifisert Tetmajer[20]

I tilfeller hvor Tetmajers formler for et material er ukjent, kan vi ved bruk av enkel matematikk komme frem til et modifisert uttrykk for den kritiske spenningen. Forutsatt at $\sigma_p \approx 0,8 \cdot R_e$, kan vi trekke en rett linje fra proporsjonalitetsgrensen til flytegrensen. Denne linjen benevnes *modifisert Tetmajer* og ligger på konservativ side av Tetmajers linje, illustrert i figur 3.5.



Figur 3.5: Modifisert Tetmajer

Kritisk spenning beregnes på følgende måte:

$$\sigma_{cr} = R_e - \frac{(R_e - \sigma_p) \cdot \lambda}{\lambda_p} \quad (3.9)$$

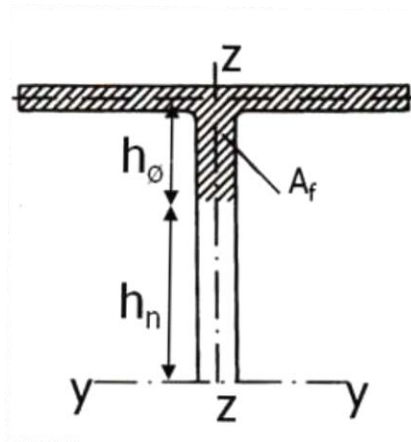
Gitt at $\sigma_p = 0,8 \cdot R_e$ kan uttrykket skrives som følger:

$$\sigma_{cr} = R_e - \frac{0,2 \cdot R_e}{\lambda_p} \cdot \lambda \quad (3.10)$$

3.3 Forenklet metode

Den forenklete metoden er som nevnt i innledningen til dette kapitlet utviklet fra den tidligere stålstandard NS3472-1984, og videre modifisert av Geir Terjesen ved NMBU.

Prinsippet for denne metoden er at bjelkens trykkflens beregnes som en trykkstav og man antar bøyeknekking om svak akse. Lasten er trykkflensens aksialkraft i det snitt hvor maks moment opptrer. Stavslankheten beregnes ut fra et areal lik trykkflensens areal pluss 1/3 av det trykkpåkjenste steget til profilet. For profiler med lastangrepspunkt på overflens skal knekklasten reduseres med 5% [15].



Figur 3.6: Illustrasjon av trykkflensen pluss 1/3 av det trykkpåkjenste steget [9]

Videre beregnes knekklast og tillatt knekklast etter Euler eller Tetmajer. Denne lasten kontrolleres mot den virkelige knekklasten som virker på profilet. Ved tillatt knekklast må den kritiske lasten etter Euler eller Tetmajer dimensjoneres med en sikkerhetsfaktor, ettersom metodene til Euler og Tetmajer forutsetter en blank polert matematisk perfekt stav. Sikkerhetsfaktoren settes lavt til 2,0 ettersom metoden antas å være konservativ i utgangspunktet.

Profilet vil være trygt med tanke på vipping dersom virkelig knekklast er mindre enn tillatt knekklast som vist i formel 3.11, med andre ord dersom virkelig knekklast delt på tillatt knekklast er mindre eller lik 1,0.

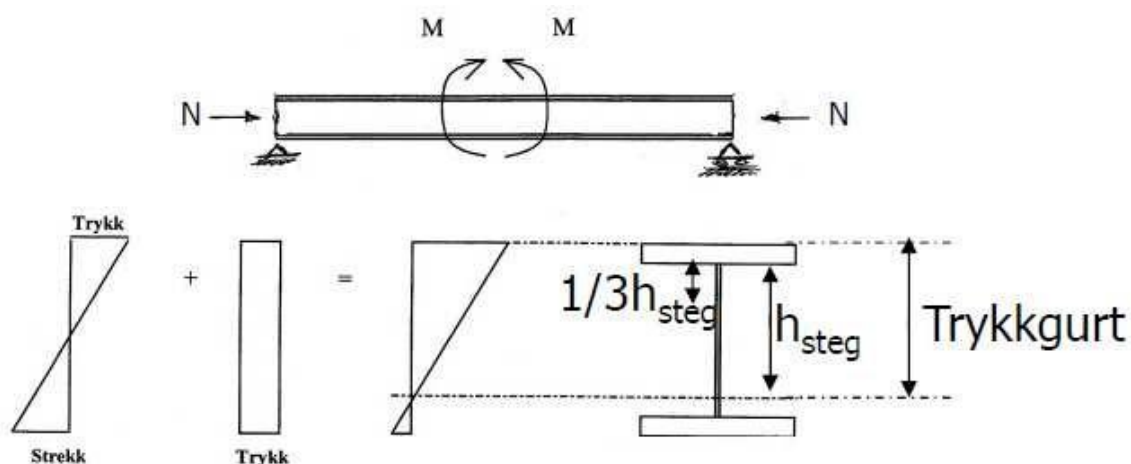
$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} \leq 1,0 \quad F_{k,tillatt} = \frac{F_{cr}}{n_k} \quad (3.11)$$

- F: : Knekklasten som virker profilet
 $F_{k,tillatt}$: Tillatt knekklast etter Euler eller Tetmajer
 F_{cr} : Knekklast etter Euler eller Tetmajer
 n_k : Sikkerhetsfaktor mot knekking (2,0)

Trykkgurt

Hvis bjelken blir utsatt for både bøyemomentet og en aksialkraft må vi ta hensyn til at den delen av tverrsnittet som blir utsatt for trykk blir større. Man må derfor finne riktig høyde til nøytralaksens plassering for det trykkpåkjente profiltverrsnittet, kalles *trykkgurt* [9]. Dette tilfellet vil øke vippingsfaren, fordi strekksonen som yter motstand mot sideveis utbøyning blir mindre. Selv om dette belastningstilfellet i litteraturen betegnes som bøyetorsjonsknekkning, vil det være nærliggende å bruke denne forenklede metoden som kontroll, så lenge man tar hensyn til trykkgurten. Erfaring viser likevel at trykkgurten er av så liten størrelse at dens betydning ved en vippek kontroll for dobbeltsymmetriske profiler er relativt minimal.

Ved et slikt belastningstilfelle skiller beregningene seg fra Eurokode 3 ved at man her bruker interaksjonsformlene i NS-1993-1-1 avsnitt 6.3.3. I standarden utfører man først en vippek kontroll som tar hensyn til momentet om sterk akse, deretter beregnes knekking om svak akse for å ta høyde for aksialkraften. Resultatet av vippeberegningene og knekkeberegningene skal til sammen være mindre enn 1. Hvis man kommer over et slikt tilfelle i praksis og skal anvende forenklede metoder, må bjelken dimensjoneres mot både vipping, hvor trykkgurten tas med, samt bøyeknekkning om sterk og svak akse.



Figur 3.7: Illustrasjon som viser prinsippet ved trykkgurt [9].

4 EUROKODE 3

I dette kapitlet vil regelverket til Eurokode 3 del 1-1 med hensyn til vipping bli grundig gjennomgått. I tillegg til dette vil det ideelle kritiske vippemomentet bli presentert i siste delkapittel.

4.1 Tverrsnittsklassifisering

Dimensjonering av en konstruksjons komponenter kan beregnes plastisk eller elastisk. Om konstruksjonen kan dimensjoneres plastisk eller elastisk avhenger av materialets egenskaper og form. Ved å anta elastiske beregninger er det ofte man ikke utnytter bjelkens kapasitet fullt ut. Noen konstruksjoner kan belastes plastisk hvor lokal knekking kan forekomme, uten at det har noen betydelig innvirkning på bjelkens kapasitet.

Eurokoden har derfor utviklet en klassifisering hvor man deler tverrsnittene inn i 4 klasser, etter hvilken grad kapasiteten bevares etter plastifisering. Ved tverrsnittsklasse 1 og 2 kan den plastiske kapasiteten utnyttes. Tverrsnittsklassene er som følger [2]:

Tverrsnittsklasse 1

Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som kan nå full plastisk kapasitet og som opprettholder kapasiteten selv om tverrsnittet eller tverrsnittsdelen får en betydelige stukning, for eksempel i et flyteledd.

Tverrsnittsklasse 2

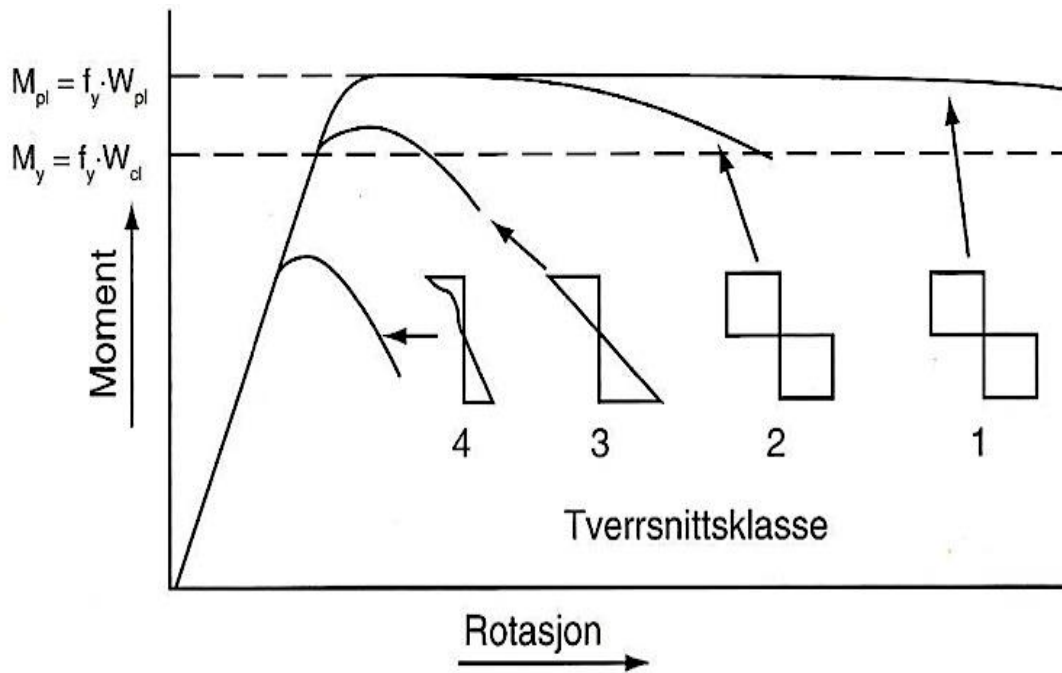
Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som kan nå full plastisk kapasitet, men som vil få lokal plastisk knekking om tverrsnittet eller tverrsnittsdelen får betydelig stukning.

Tverrsnittsklasse 3

Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som akkurat når flyting i det mest påkjente punkt før lokal elastisk knekking inntreffer.

Tverrsnittsklasse 4

Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som ikke er av tverrsnittsklasse 1,2 eller 3. Lokal knekking opptrer før spenningen i mest påkjente punkt når flytespenningen.



Figur 4.1: Tverrsnittsklasse illustrert i forhold til moment og rotasjon [14].

Fastlegging av tverrsnittsklasse

Tverrsnittsklasse blir fastlagt basert på forholdet mellom bredde og tykkelse i de påkjente tverrsnittsdelenene, i tillegg til materialets flytegrense. Figur 4.2 er hentet fra Eurokode 3 og gir en oversikt over tabellene som brukes ved klassifisering.

Tverrsnittsklassifisering fungerer videre slik at en bjelke kan dimensjoneres med en høyere (mindre gunstig) tverrsnittsklasse enn den tverrsnittsklassen bjelken oppfyller. Dette kan gjøres for å spare tid og arbeid ved at man i noen tilfeller er på trygg side ved å anta elastiske beregninger. Det vil i denne oppgaven bli regnet med den tverrsnittsklassen bjelken oppfyller i hver av casene.

Figur 4.2: Tabell 5.2 hentet fra Eurokode 3 [8] – største forhold mellom bredde og tykkelse (c/t) for trykkpåkjennte tverrsnitt

Begge sider fastholdt og påkjent av trykk						
				Bøyningsakse		
				Bøyningsakse		
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk			
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
1	$c/t \leq 72\epsilon$	$c/t \leq 33\epsilon$	når $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\epsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\epsilon}{\alpha}$			
2	$c/t \leq 83\epsilon$	$c/t \leq 38\epsilon$	når $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\epsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\epsilon}{\alpha}$			
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
3	$c/t \leq 124\epsilon$	$c/t \leq 42\epsilon$	hvis $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\epsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ hvis $\psi \leq -1$: $c/t \leq 62\epsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$			
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Figur 4.2 fortsetter: Tabell 5.2 hentet fra Eurokode 3 [8] – største forhold mellom bredde og tykkelse (c/t) for trykkpåkjennte tverrsnitt

Utstikkende flenser						
Valsede profiler			Sveiste profiler			
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk				
		Fri rand med trykk		Fri rand med strekk		
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$		
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)						
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\sigma}$ For k_σ se NS-EN 1993-1-5				
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460
	ϵ	1,03	0,92	0,81	0,75	0,71

4.2 Vippekapasitet

Etter Eurokode 3 skal en stav som er belastet om sterk akse uten sideveis fastholdelses kontrollers for vipping etter kriteriet i formel 4.1 [8]. Dimensjonerende moment må være mindre enn dimensjonerende vippekapasitet. Dett er beskrevet i formel 4.1 som når dimensjonerende moment delt på dimensjonerende vippekapasitet er mindre eller lik 1,0.

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} \leq 1,0 \quad (4.1)$$

M_{Ed} : Dimensjonerende moment

$M_{b,Rd}$: Dimensjonerende vippekapasitet

Situasjoner hvor bjelker ikke er følsomme mot vipping, og det ikke er nødvendig å foreta en vippekontroll etter formel 4.1 er spesifisert i Eurokode 3 for bjelker som: 1) har tilstrekkelig fastholdelse av trykkflensen og 2) har visse typer tverrsnitt. Tverrsnitt som ikke er følsomme for vipping er tidligere beskrevet i delkapittel 2.2.4.

Det står lite i Eurokoden om hva som betegnes som tilstrekkelig sideveis avstivning. Det er anbefalt at bestemmelsene i den britiske standarden BS 5950: del 1 avsnitt 4.3.2 og 4.3.3 følges. Her stilles det krav til at den punktlig sideveis avstivningen skal motstå 2,5% av maksimal trykkraft i overflensen, ved bjelkelengden den skal avstive [21].

Dimensjonerende momentkapasitet mot vipping i en bjelke er som følger:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_y \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.2)$$

W_y : $W_{pl,y}$ for tverrsnittsklasse 1 & 2

W_y : $W_{el,y}$ for tverrsnittsklasse 3

W_y : $W_{eff,y}$ for tverrsnittsklasse 4

f_y : flytegrensen

χ_{LT} : reduksjonsfaktoren for vipping, den angir hvor mye av bjelkens bæreevne som gjenstår for en gitt slankhet.

Eurokode 3 gir ytterligere tre alternativer for å sjekke kapasiteten mot vipping. Dette innebærer to metoder som foretar kontrollen ved bruk av vippekurver, samt en forenklet vippekontroll. Alternativene som bruker vippekurver med tilhørende reduksjonsfaktor er de som hovedsakelig blir brukt ved dimensjonering. Den forenklete vippekontrollen gjelder for punktvis fastholdte staver hvor beregningene er noe mindre komplisert. Denne metoden er for øvrig basert på de samme prinsippene som den forenklete metoden beskrevet i kapittel 3. Beregningsgrunnlaget for de tre metodene blir grundig beskrevet i de neste delkapitlene. Alternativene er som følger[8]:

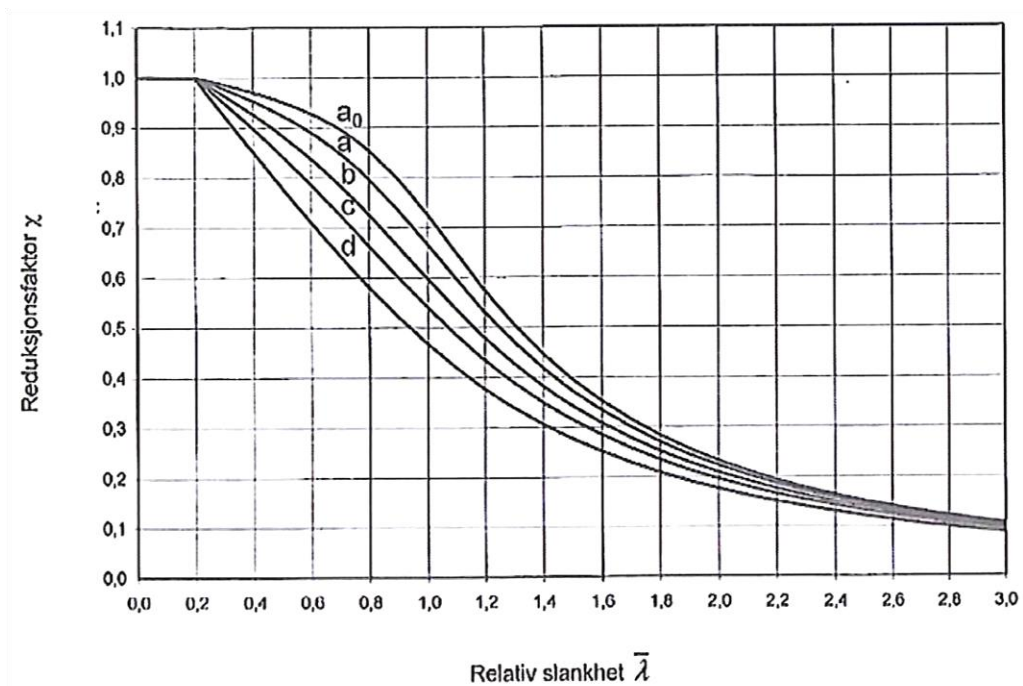
1. Vippekurver for generelle tilfeller
2. Vippekurver for valseprofiler og tilsvarende sveiste profiler
3. Forenklet metode for vurdering av fastholdte bjelker i bygninger

4.2.1 Vippekurver for generelle tilfeller

For å bestemme kapasiteten til en trykkstav må man ta hensyn til blant annet egenspenninger og geometriske formfeil. Dette er ikke mulig å gjøre analytisk, og Eurokoden har derfor gjennom eksperimentell og numerisk analyse utarbeidet knekkkurver. Vippekurvene for generelle tilfeller har samme matematiske form og er identisk med knekkkurvene for en sentrisk belastet trykkstav. Knekkkurvene tar hensyn til følgende faktorer[2]:

- Variasjon av f_y over tverrsnittet
- Tverrsnittsform
- Avvik fra nominelle tverrsnittsdimensjoner
- Geometriske formavvik
- Egenspenninger

Knekkkurvene deles inn i kurve a_0 , a, b, c, og d, som er basert på analyser og utredet for å representere de vanligste knekktilfellene. For vipping er det kurvene a, b, c og d som er relevante. Knekkkurvene blir valgt avhengig av tverrsnittsform og fremstillingsmåte som vist i tabell 4.1.



Figur 4.3: Vippekurver for generelle tilfeller/knekkurver for bøyningknekking [8].

Reduksjonsfaktoren, χ_{LT} , for staver med konstant tverrsnitt bestemmes som følger [8]:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{der } \chi_{LT} \leq 1,0 \quad (4.3)$$

Hvor

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - 0,2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (4.4)$$

Her er α_{LT} formfeilfaktoren, benevnt imperfeksjonsfaktor i Eurokode 3. Reduksjonsfaktoren for vipping χ_{LT} kan også leses av figur 4.3 for aktuelle verdier av relativ slankhet. Relativ slankhet beregnes fra formel 4.5.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_y}{M_{cr}}} \quad (4.5)$$

M_{cr} er det ideelle kritiske vippemomentet, dette er beskrevet i delkapittel 4.3.

Ved anvendelse av formlene listet ovenfor må man velge riktig knekkurve avhengig av tverrsnittsform og fremstillingsmåte, for deretter å velge tilhørende anbefalt formfeilfaktor α_{LT} . Denne formfeilfaktoren gis i det nasjonale tillegget NA. Anbefalte verdier definert i Eurokode 3 følger av tabell 4.1 og 4.2.

Tabell 4.1: Anbefalte knekkurver for vipping ved bruk av ligning (4.3) [8]

Tverrsnittform	Begrensninger	Knekkurve
Valset I-profil	$h/b \leq 2$	a
	$h/b > 2$	b
Sveist I-profil	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d
Andre tverrsnitt	-	d

Tabell 4.2: Anbefalte verdier for α_{LT} [8]

Knekkurve	a	b	c	d
Faktor α_{LT}	0,21	0,34	0,49	0,76

Disse knekkurvene kan anvendes for alle tverrsnittsformer, men forsøk viser at de er konservative for valseprofiler og sveiste profiler med tilsvarende tverrsnittsgeometri. Forsøk viser likevel at de generelle kurvene stemmer bra i tilfeller hvor man har sveiste profiler med slanke flenser og steg. Vippeoppførselen er her lik bøyingsknekking, og de generelle kurvene anbefales derfor til bruk i tilfeller hvor det tas hensyn til interaksjonen mellom bøyeknekking og vipping [2].

4.2.2 Vippekurver for valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler

Som nevnt over er de generelle vippekurvene konservative for ren vipping av valseprofiler og sveiste profiler. Formelen for reduksjonsfaktoren og vippekurvene er dermed blitt noe modifisert, hvor innføringen av utvalgte konstanter medfører et resultat som er i bedre samsvar med forsøk [2]. Reduksjonsfaktoren for valsede profiler eller tilsvarende sveiste profiler følger av formel 4.6.

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}} \quad \text{der} \quad \begin{aligned} \chi_{LT} &\leq 1,0 \\ \chi_{LT} &\leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Her har Eurokoden tilført ett nytt kriteriet $\chi_{LT} \leq \frac{1}{\bar{\lambda}_{LT}^2}$, denne begrensningen kan beskrives som en ideell vippekurve som igjen vil tilsvare Euler hyperbelen beskrevet i kapittel 3.

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + \alpha_{LT}(\bar{\lambda}_{LT} - \bar{\lambda}_{LT,0}) + \beta \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (4.7)$$

Verdiene for $\bar{\lambda}_{L,0}$ og β i tabell 4.3 anbefales fra det nasjonale tillegget NA i Eurokode 3 til bruk ved valseprofiler og sveiste profiler.

Tabell 4.3: Anbefalte verdier for valseprofiler og tilsvarende sveiste profiler [8]

Faktor	Verdi	Grense
$\bar{\lambda}_{LT,0}$	0,4	Største verdi
β	0,75	Minste verdi

Valget av $\bar{\lambda}_{L,0}=0,4$ og $\beta = 0,75$ medvirker til at disse vippekurvene er mer riktige for valseprofiler og sveiste profiler. $\bar{\lambda}_{LT,0}=0,4$ fører til at det "flate" området på knekkkurvene blir forlenget, illustrert i figur 4.4. Dette fører til at reduksjonsfaktoren øker ved en gitt slankhet, som igjen fører til en økning av den dimensjonerende momentkapasiteten.

En vippekontroll kan ved dette stadiet i beregningene utelukkes dersom et av følgende kriterier er møtt:

$$\bar{\lambda}_{LT} \leq \bar{\lambda}_{LT,0} \quad (4.8)$$

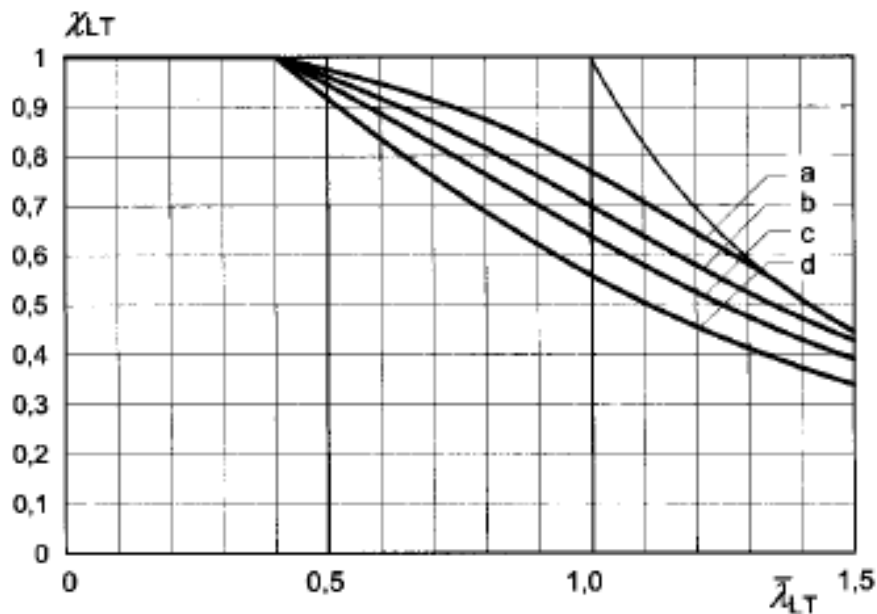
eller,

$$\frac{M_{ED}}{M_{cr}} \leq \bar{\lambda}_{LT,0}^2 \quad (4.9)$$

Valg av vippekurver følger av tabellen under. Formfeilfaktoren α_{LT} bestemmes som tidligere etter tabell 4.2.

Tabell 4.4: Anbefalte knekkurver ved bruk av ligning (4.6) [8]

Tverrsnittsform	Begrensning	Knekkurve
Valset I-profil	$h/b \leq 2$	b
	$h/b > 2$	c
Sveist I-profil	$h/b \leq 2$	c
	$h/b > 2$	d



Figur 4.4: Knekkurver for alt. 2 [22]









Alternativet for valsede eller tilsvarende sveiste profiler gir også muligheten for ytterligere økning av momentkapasiteten, ved å ta hensyn til momentfordelingen mellom sideveis fastholdelsespunkter av staven. Dette gjøres ved å modifisere reduksjonsfaktoren χ_{LT} som følger[8]:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f} \quad \text{der } \chi_{LT,mod} \leq 1,0 \quad (4.10)$$

Hvor,

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \quad \text{der } f \leq 1,0 \quad (4.11)$$

Korreksjonsfaktoren k_c , anvendt i formel (4.11), avhenger av momentfordelingen i et profil. k_c tar hensyn til at maksimalt moment om en bjelkes sterke akse ikke nødvendigvis er det samme der hvor den sideveis forskyvningen og rotasjonen er størst. Denne modifiseringen har som regel størst betydning for små slankheter [2]. Erfaring viser at ved store slankheter vil denne f verdien være tilnærmet lik eller over 1. Verdiene til korreksjonsfaktoren velges fra figur 4.5.

Momentfordeling	k_c	Momentfordeling	k_c
 $\psi = 1$	1,0		0,91
 $-1 \leq \psi \leq 1$	$\frac{1}{1,33 - 0,33\psi}$		0,86
	0,94		0,77
	0,90		0,82

Figur 4.5: Momentfordeling og tilhørende korreksjonsfaktor [2].

4.2.3 Forenklet metode for vurdering av fastholdte bjelker i bygninger

Etter Eurokode 3 sin forenklete metode vil ikke bjelker med punktvis sideveis avstivning av trykkflensen være følsomme for vipping hvis vippelengden mellom fastholdningene L_c , og den tilhørende relative slankheten for trykkflensen $\bar{\lambda}_f$ oppfyller følgende kriteriet [8]:

$$\bar{\lambda}_f = \frac{k_c L_c}{i_{f,z} \lambda_1} \leq \bar{\lambda}_{c,0} \frac{M_{c,Rd}}{M_{y,Ed}} \quad (4.12)$$

hvor

$$M_{c,Rd} = \frac{f_y}{\gamma_{M1}} W_y \quad \text{og} \quad \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$M_{y,Ed}$: Maks moment mellom fastholdningene

- W_y : tverrsnittsmodul for trykkflens
 k_c : Korreksjonsfaktor (hentes fra figur 4.5)
 $i_{f,z}$: treghetsradius for ekvivalent trykkflens
 $\bar{\lambda}_{c,0}$: relativ slankhetsgrense for ekvivalent trykkflens

Anbefalte verdier fra det nasjonale tillegget for den relative grenseslankheten er som følger [8]:

$$\bar{\lambda}_{c,0} = \bar{\lambda}_{LT,0} + 0,1 \quad , \quad \text{hvor } \bar{\lambda}_{L,0} = 0,4$$

Denne metoden baserer seg på at en sideveis fastholdt bjelke kun vil vippe dersom lengden mellom fastholdelsene overskrider en viss grense. Det stilles med andre ord et lengdekrav til profilet. Den forenklete metoden uten standard gjennomgått i kapittel 3 bygger på samme prinsipp som Eurokoden sin forenklete metode. Ved å se på trykkflensen som en isolert trykkstav, kan man si at det kritiske momentet er den kritiske lasten (tilsvarer formel for Euler lasten) multiplisert med avstanden mellom flensenes tyngdepunkter. Ut i fra dette kan vi utlede flensens relative slankhet for å få et uttrykk uten det kritiske vippemomentet, og deretter utføre en slankhetskontroll for vippelengden etter formel (4.12). Dette gjør at vi får en konservativ vippek kontroll som er betydelig enklere enn alt 1 og 2.

Den ekvivalente trykkflensen er, i likhet med forenklet metode uten standard, trykkflensen pluss 1/3 av det trykkpåkjenste steget. Dette medfører at treghetsradien $i_{f,z}$ i formel (4.12) beregnes på samme måte som i forenklet metode uten standard.

Hvis det utføres vippek kontroll etter Eurokoden sin forenklete metode og det viser seg at $\bar{\lambda}_f$ overskrider grensen angitt i (4.12) må det utføres ytterligere vippek kontroll ved bruk av reduksjonsfaktor som følger av formel 4.13 [8].

$$M_{b,Rd} = k_{fl} \cdot \chi \cdot M_{c,Rd} \quad \text{der } M_{b,Rd} \leq M_{c,Rd} \quad (4.13)$$

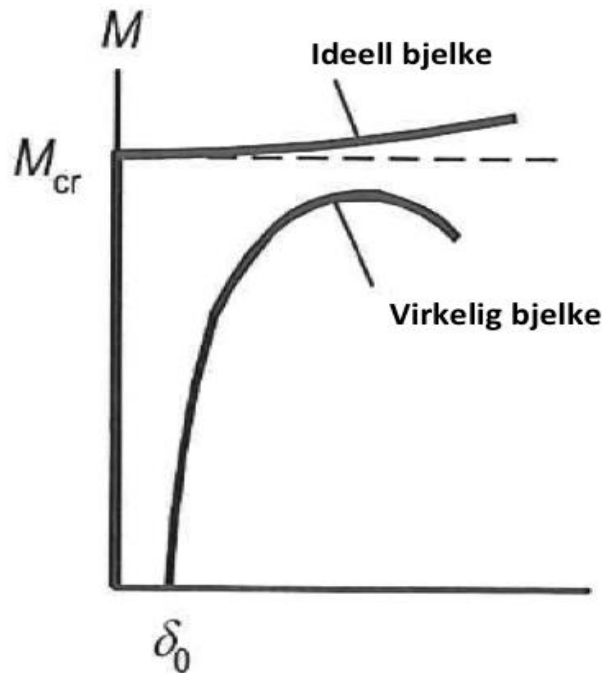
Hvor

χ : Reduksjonsfaktor for ekvivalent trykkpåkjent flens

k_{fl} : modifikasjonsfaktor, anbefales i det nasjonale tillegget til 1,10

4.3 Kritisk vippemoment

Det kritiske vippemomentet er det momentet som får bjelken til å vippe hvis bjelken følger ideelle perfekte forhold. Bjelken vil med andre ord ikke få deformasjoner før den når det kritiske vippemomentet. Dette er ikke tilfellet for en reel bjelke. Bjelken vil i virkeligheten aldri nå opp til det kritiske vippemomentet, og deformasjon vil skje før dette punktet [1]. Illustrert i figur 4.6.



Figur 4.6: Kritisk vippemoment for virkelig bjelke versus ideell bjelke [1].

Eurokode 3 gir ingen informasjon om beregning av det kritiske vippemomentet. Standarden gir bare en kort beskrivelse av at det kritiske vippemomentet blant annet tar hensyn til brutto tverrsnittsegenskaper, momentfordeling, sideveis fastholdelse og last situasjon [8].

Den som foretar beregningene står dermed fritt til å velge den beregningsmetoden som er ønskelig. Formelverket for det kritiske vippemomentet er som oftest meget omstendelig. Man kan beregne det analytisk eller ved hjelp av dataprogrammer, hvor sistnevnte antas å være mer brukt industrien. Beregning ved bruk av data kan gjøres ved blant annet LTbeam [24].

Det er vanskelig å finne analytiske løsninger til differensiallikninger for en bjelke med generell last og randbetingelser. Beregninger av det kritiske vippemomentet beregnes derfor normalt ut fra et referansetilfelle. Dette referansetilfellet tilsvarer en gaffellagret dobbelsymmetrisk bjelke med konstant moment, formel 4.13. Referansetilfellet tilpasses videre med utvalgte faktorer til den belastningssituasjonen man måtte ha.

Det mest relevante for denne gradsoppgaven med hensyn til det kritiske vippemomentet blir vist i dette kapitlet. Beregningsmetodene baserer seg for det meste på metodene til Per Kr. Larsen fra boken "Dimensjonering av stålkonstruksjoner" [2], og det henvises til denne boken for mer detaljerte utredninger.

Referansetilfelle

Det kritiske vippemomentet for en dobbelsymmetrisk gaffellagret bjelke med konstant moment som er belastet gjennom skjærsenteret følger av formelen under[2]:

$$M_{cr} = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot E \cdot I_z \cdot \sqrt{\frac{I_w}{I_z} + \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{G \cdot I_t}{E \cdot I_z}} \quad (4.13)$$

hvor:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

L : Avstanden mellom fastholdningene, vippelengden

E : Elastisitetsmodulen

I_z : Annet arealmoment om svak akse

I_w : Hvelvingskonstanten

I_t : Torsjonskonstanten (St. Venant)

ν : Poisson tall

Vilkårlig bjelke[2]

For en vilkårlig bjelke er den generelle formelen for det kritiske momentet:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{E I_z G I_t}}{L} \quad (4.14)$$

Hvor μ_{cr} er det relative dimensjonsløse kritiske moment som følger av formelen:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2 + (C_2 \xi_g - C_3 \xi_j)^2} - (C_2 \xi_g - C_3 \xi_j) \right] \quad (4.15)$$

hvor:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} \quad \xi_g = \frac{z_g \pi}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} \quad \xi_j = \frac{\pi z_j}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}}$$

C_1 : Lastfaktor

C_2 : Ivaretar lastens angrepspunkt i forhold til skjærsenteret

C_3 : Ivaretar manglende symmetri om sterk akse

k_{wt} : Torsjonsparameteren

ξ_g : Lastangrepspunktets koordinat relativ til skjærsenteret

ξ_j : Relativ monosymmetrisk parameter

z_g : Lastangrepspunktets koordinat relativt til skjærsenteret

z_j : avhenger av skjærsenterets koordinat relativt til arealsenteret

Innspenningen ved bjelkenes ender er tatt hensyn til ved parameterne k_y , k_z og k_w . Disse verdiene er definert som følger:

$k_y = 1$: fritt opplegg i lastplanet

$k_y = 0,5$: begge ender innspent i lastplanet

$k_z = 1$: fastholdt normalt på lastplanet og fri til å rotere om z-aksen

$k_z = 0,5$: begge ender fastholdt mot sideveis forskyvning og forhindret mot rotasjon

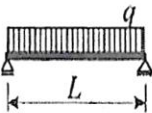
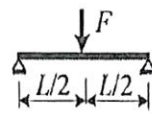
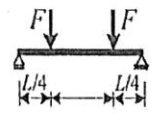
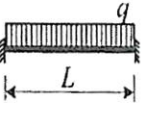
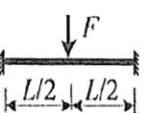
$k_w = 1$: fastholdt mot rotasjon om x-aksen og fri til å hvelve (gaffellagring)

$k_w = 0,5$: begge ender fastholdt om x-aksen og forhindret fra å hvelve

Når en konstruksjon skal dimensjoneres i praksis, vil man møte en stor utfordring ved produksjon og tilvirkning av opplagrene ved noen kombinasjoner av faktorene ovenfor. Dette gjelder for eksempel innspenningsfaktorene $k_y=k_z=k_w=0,5$ [11]. Det vil derfor være sjeldent at man kommer borti et slikt eksempel, ettersom det vil være mer naturlig å slippe

opp innspenningsgradene og velge $k_y=0,5$, $k_z=1$ og $k_w=1$. I situasjoner som denne gradsoppgaven, hvor ønske er en teoretisk sammenligning av metoder, vil det likevel være naturlig å velge innspenningsfaktorer som er mest relevant for den sammenligningen man ønsker å foreta.

Faktoren C_1 , C_2 og C_3 for noen gitte belastningstilfeller og randbetingelser er gitt av figur 4.7.

	k_y	k_z	k_w	C_1	C_2	C_3
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,12 0,95	0,46 0,31	0,53 0,67
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,35 1,03	0,55 0,44	0,41 0,52
	1 1	1 0,5	1 0,5	1,04 0,92	0,43 0,24	0,56 0,77
	0,5 0,5	1 0,5	1 0,5	2,58 1,49	1,56* 0,83*	-0,86* 0,003*
	0,5 0,5	1 0,5	1 0,5	1,68 0,94	1,39* 0,84*	-0,72* -0,07*
* Verdiene gjelder for $-0,5 \leq \psi_f \leq 0,5$						

Figur 4.7: Faktorene C_1 , C_2 , og C_3 for noen gitte belastningstilfeller [2]

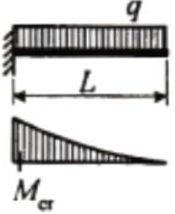
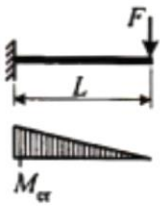
Momentfaktoren μ_{cr} forenkles dersom vi har et dobbelsymmetrisk tverrsnitt ($z_j = 0$), hvor lasten i tillegg angriper i skjærsenteret ($z_g = 0$):

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2} \right] \quad (4.16)$$

Momentfaktoren kan også videre utledes fra referansetilfellet dersom vi har et dobbelsymmetrisk tverrsnitt ($z_j = 0$) hvor lasten angriper utenfor skjærsenteret:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2 + (C_2 \xi_g)^2} - C_2 \xi_g \right] \quad (4.17)$$

Figur 4.8 gir verdier for momentfaktoren for utkragerbjelker med dobbelsymmetrisk tverrsnitt, med punktlast eller fordelt last som angriper i skjærsenteret [2].

	$\frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}}$	μ_{cr}		$\frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}}$	μ_{cr}
	0	2,05		0	1,28
	0,5	3,33		0,5	1,82
	1	4,63		1	2,43
	2	7,51		2	3,61
	4	13,07		4	6,10

Figur 4.8: Momentfaktor for utkragerbjelke og stavendemomenter [2].

5 CASER

Teorigrunnlaget i de foregående kapitlene brukes videre i dette kapitlet for å påvise vipping i utvalgte belastningstilfeller. Det er valgt ut 5 caser for beregning. Disse skal representere generelle belastningssituasjoner som er vanlig å komme over ved dimensjonering. Belastningssituasjonene som blir beregnet er som følger:

- Case 1: Gaffellagret bjelke med punktlast i skjærsenteret
- Case 2: Gaffellagret bjelke med punktlast påført i overflens
- Case 3: Fast innspent bjelke med punktlast i skjærsenteret
- Case 4: Utkragerbjelke, last angriper i skjærsenteret
- Case 5: Løfteåk, last angriper i underflens

Beregningene blir først gjort etter Eurokode 3, og deretter etter forenklet metode uten standard. Ved beregning etter Eurokode 3 er det valgt å bruke alternativ 2, som gjelder for valsede og tilsvarende sveiste profiler. Dette alternativet gir høyest vippekapasitet og anses som mest riktig, ettersom det er vanlig å operere med valsede bjelker i slike tilfeller. Beregningene er gjort med bjelkeedata hentet fra Norsk stålforbund for varmvalsede IPE-bjelker.

Bjelkeprofilen IPE360 med stål kvalitet S355 blir brukt på samtlige caser. Bjelkelengden blir valgt til 7000mm. Unntaket er case 4 – utkragerbjelken, hvor lengden blir satt til 4626mm for å kunne anvende tabellen for momentfaktor i delkapittel 4.3. Lasten vil videre bli manipulert slik at påvisning av vipping etter Eurokode 3 blir krisemaksimert.

Gjennomgående for casene er at de er belastet med en punktlast om sterk akse og blir kontrollert for vipping etter metodene beskrevet tidligere. Den største forskjellen er opplagerbetingelser ved de ulike casene.

Ved case 5 vil bjelken også være utsatt for en aksialkraft. Dette fører til at påvisning av vipping i dette tilfellet blir noe annerledes. Ved forenklet metode tar man hensyn til aksialkraften ved trykkgurten, beskrevet i kapittel 3. Etter Eurokode 3, del 1-1 skal en stav

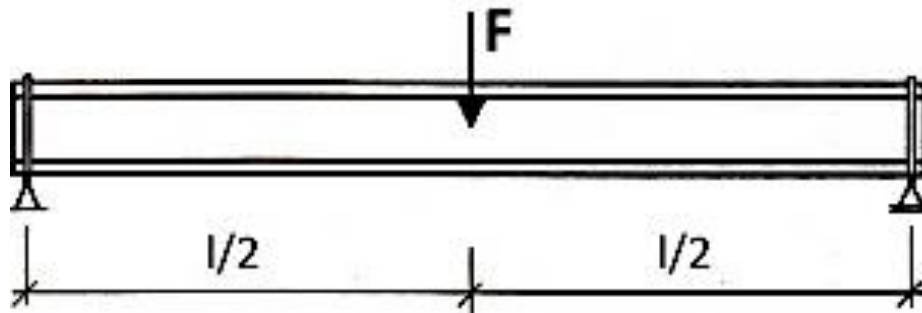
som er utsatt for bøyning og aksialkrefter dimensjoneres etter interaksjonsformlene i avsnitt 6.3.3. Dette fører til at stavknekking om svak akse må beregnes.

Tabell 5.1: Bjelke data for varmvulset IPE360-bjelke med stålkvalitet S355 [23].

Str.	Dimensjoner i mm					Tverrs -nitt mm ²	y-y			
							I_y mm ⁴ x10 ⁶	$W_{el,y}$ mm ³ x10 ³	$W_{pl,y}$ mm ³ x10 ³	i mm
	h	b	t_w	t_f	r					
IPE360	360	170	8	12,7	18	7270	162,7	904	1020	150

Str.	z-z		I_w mm ⁶ x10 ⁹	I_t mm ⁴ x10 ³	Material – S355		
	I_z mm ⁴ x10 ⁶	i mm			E MPa	G MPa	f_y MPa
IPE360	10,4	37,9	313,6	375	210 000	81 000	355

5.1 Case 1



Figur 5.1: Gaffellagret bjelke med punktlast i skjærsenteret [22]

$$F_{ED} = 85 \text{ kN}$$

$$l = 7000 \text{ mm}$$

5.1.1 Beregning etter Eurokode 3

Benytter formler fra kapittel 4.

Bestemmer tverrsnittsklasse etter figur 4.2, $\varepsilon = 0,81$ for S355:

Steg:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{steg} = \frac{h - 2 \cdot t_f - 2 \cdot r}{t_w} = \frac{360 - 2 \cdot 12,7 - 2 \cdot 18}{8} = 37,325$$

Kriteriet tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{steg} = 37,325 \leq 72\varepsilon = 72 \cdot 0,81 = 58,32 \rightarrow \text{Steg er ok for TK 1}$$

Flens:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2 \cdot r}{2 \cdot t_f} = \frac{170 - 8 - 2 \cdot 18}{2 \cdot 12,7} = 4,96$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = 4,96 \leq 9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,29 \rightarrow \text{Flens ok for TK 1}$$

Bjelken kan dimensjoneres plastisk ettersom både steg og flens oppfyller kravene til tverrsnittsklasse 1.

Kritisk vippemoment, hvor $k_w = 1$, $k_z = 1$, og fra figur 4.7 er $C_1 = 1,35$:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z GI_t}}{L}$$

hvor μ_{cr} for dobbelsymmetrisk tverrsnitt hvor lasten angriper i skjærsenteret er:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2} \right]$$

der k_{wt} er:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 313,6 \cdot 10^9}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 0,661$$

$$\mu_{cr} = \frac{1,35}{1} \left[\sqrt{1 + 0,661^2} \right] = 1,618$$

$$M_{cr} = 1,618 \frac{\pi \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6 \cdot 0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}}{7000} = 187,031 \text{ kNm}$$

Valg av knekkurve for vipping etter tabell 4.4:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \rightarrow \text{kurve c, med } \alpha_{LT} = 0,49$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1020 \cdot 10^3}{187,031 \cdot 10^6}} = 1,391$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

der Φ_{LT} er,

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + 0,49(1,391 - 0,4) + 0,75 \cdot 1,391^2] = 1,468$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1,468 + \sqrt{1,468^2 - 0,75 \cdot 1,391^2}} = 0,433$$

Modifisert reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$$

der f følger av formelen under. $k_c = 0,86$, leses av figur 4.5.

$$\begin{aligned} f &= 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \\ &= 1 - 0,5(1 - 0,86)[1 - 2,0(1,391 - 0,8)^2] = 0,979 \end{aligned}$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,433}{0,979} = 0,442$$

Momentkapasitet:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,442 \cdot 1020 \cdot 10^3 \cdot \frac{355}{1,05} = 152,427 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$F_{ED} = 85 \text{ kN} \rightarrow M_{ED} = \frac{F_{ED} \cdot l}{4} = \frac{85 \cdot 7}{4} = 148,75 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{148,75}{152,427} \leq 1,0$$

$$0,98 \leq 1,0$$

Resultatet viser at bjelken har tilstrekkelig kapasitet mot vipping etter Eurokode 3.

5.1.2 Beregning etter forenklet metode

Benytter formler fra kapittel 3.

Maks moment:

$$F = \frac{F_{ED}}{\gamma_{f1}} = \frac{85 \text{ kN}}{1,5} = 56,67 \text{ kN}$$

$$M_{maks} = \frac{F \cdot l}{4} = \frac{56,67 \cdot 7}{4} = 99,17 \text{ kNm}$$

Bøyespenning midt i flensen, og tilhørende aksialkraft:

$$\sigma_m = \frac{M_{maks} \cdot z_m}{I_y} = \frac{99,17 \cdot 10^6 \cdot 173,65}{162,7 \cdot 10^6} = 105,844 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \rightarrow F = 105,844 \cdot 170 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 228,517 \text{ kN}$$

Finner A_f , illustrert i figur 3.6:

$$h_\emptyset = \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} - t_f \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{360}{2} - 12,7 \right) = 55,767 \text{ mm}$$

$$h_n = 2 \cdot h_\phi = 2 \cdot 55,767 = 111,534 \text{ mm}$$

$$A_f = \frac{A}{2} - h_n \cdot t_w = \frac{7270}{2} - 111,534 \cdot 8 = 2742,728 \text{ mm}^2$$

Annet arealmoment om z-aksen:

$$I_{f,z} = \frac{I_z}{2} - \frac{h_n \cdot t_w^3}{12} = \frac{10,4 \cdot 10^6}{2} - \frac{111,534 \cdot 8^3}{12} = 5,195 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Treghetsradien:

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f}} = \sqrt{\frac{5,195 \cdot 10^6}{2742,728}} = 43,521$$

Beregn så slankheten for å finne ut om det er Euler eller Tetmajer som er gjeldende:

$$l_k = l = 7000 \text{ mm} \rightarrow \lambda = \frac{l_k}{i_{f,z}} = \frac{7000}{43,521} = 160,8 \geq 89 \rightarrow \text{Euler}$$

Knekklasten:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 5,195 \cdot 10^6}{7000^2} = 219,7 \text{ kN}$$

Kapasitetskontroll:

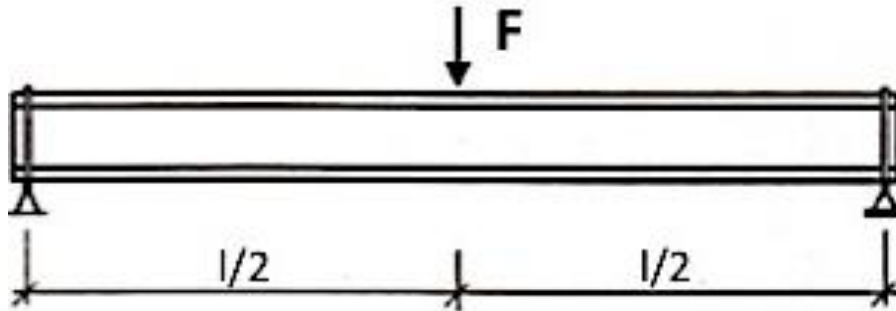
$$F_{k,tillatt} = \frac{219,7}{2} = 109,9 \text{ kN}$$

$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} = \frac{228,517}{109,9} \leq 1$$

$$2,08 \geq 1$$

Resultatet viser at bjelken ikke holder etter forenklet metode.

5.2 Case 2



Figur 5.2: Gaffellagret bjelke med punktlast påført i overflens [22]

$$F_{ED} = 65 \text{ kN}$$

$$l = 7000 \text{ mm}$$

5.2.1 Beregning etter Eurokode 3

Benytt formler fra kapittel 4. Tverrsnittsklassifiseringen blir lik som i Case 1 og det dimensjoneres plastisk.

Kritisk vippemoment, hvor $k_y = 1$, $k_z = 1$, $k_w = 1$, og fra figur 4.7 er $C_1 = 1,35$ og $C_2 = 0,55$:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z GI_t}}{L}$$

hvor μ_{cr} for dobbelsymmetrisk tverrsnitt hvor lasten angriper utenfor skjærsenteret er:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2 + (C_2 \xi_g)^2} - C_2 \xi_g \right]$$

Hvor $z_g = 0,5 \cdot h = 0,5 \cdot 360 = 180$, og ξ_g og k_{wt} er,

$$\xi_g = \frac{z_g \pi}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} = \frac{180 \cdot \pi}{1 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 0,685$$

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 313,6 \cdot 10^9}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 0,661$$

$$\mu_{cr} = \frac{1,35}{1} \left[\sqrt{1 + 0,661^2 + (0,55 \cdot 0,685)^2} - (0,55 \cdot 0,685) \right] = 1,188$$

$$M_{cr} = 1,188 \frac{\pi \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6 \cdot 0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}}{7000} = 137,33 \text{ kNm}$$

Valg av knekkurve for vipping etter tabell 4.4:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \rightarrow \text{kurve } c, \quad \text{med } \alpha_{LT} = 0,49$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1020 \cdot 10^3}{137,33 \cdot 10^6}} = 1,624$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

der Φ_{LT} er,

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + 0,49(1,624 - 0,4) + 0,75 \cdot 1,624^2] = 1,789$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1,789 + \sqrt{1,789^2 - 0,75 \cdot 1,624^2}} = 0,345$$

Modifisert reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$$

$k_c=0,86$ fra figur 4.5. f er,

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2]$$

$$f = 1 - 0,5(1 - 0,86)[1 - 2,0(1,624 - 0,8)^2] = 1,03 \rightarrow f = 1$$

$$\chi_{LT,mod} = \chi_{LT} = 0,345$$

Momentkapasitet:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,345 \cdot 1020 \cdot 10^3 \cdot \frac{355}{1,05} = 118,976 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$F_{ED} = 65 \text{ kN} \rightarrow M_{ED} = \frac{F_{ED} \cdot l}{4} = \frac{65 \cdot 7}{4} = 113,75 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{113,75}{118,976} \leq 1,0$$

$$0,96 \leq 1,0$$

Kapasiteten er tilstrekkelig etter Eurokode 3.

5.2.2 Beregning etter forenklet metode

Benytter formler fra kapittel 3.

Maks moment:

$$F = \frac{F_{ED}}{\gamma_{f1}} = \frac{65 \text{ kN}}{1,5} = 43,33 \text{ kN}$$

$$M_{maks} = \frac{F \cdot l}{4} = \frac{43,33 \cdot 7}{4} = 75,83 \text{ kNm}$$

Bøyespennning midt i flensen, og tilhørende aksialkraft:

$$\sigma_m = \frac{M_{maks} \cdot z_m}{I_y} = \frac{75,83 \cdot 10^6 \cdot 173,65}{162,7 \cdot 10^6} = 80,93 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \rightarrow F = 80,93 \cdot 170 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 174,728 \text{ kN}$$

Knekklasten etter Euler blir den samme som i Case 1:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 5,195 \cdot 10^6}{7000^2} = 219,7 \text{ kN}$$

Kapasitetskontroll:

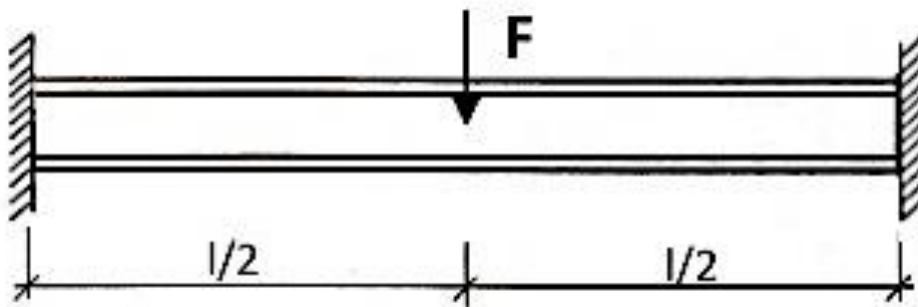
$$F_{k,tillatt} = \frac{0,95 \cdot 219,7}{2} = 104,35 \text{ kN}$$

$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} = \frac{174,728}{104,35} \leq 1$$

$$1,67 \geq 1$$

Kapasiteten er ikke tilstrekkelig etter forenklet metode.

5.3 Case 3



Figur 5.3: Fast innspent bjelke med punktlast i skjærsenteret [22]

$$F_{ED} = 280 \text{ kN}$$

$$l = 7000 \text{ mm}$$

5.3.1 Beregning etter Eurokode 3

Benytter formler fra kapittel 4. Tverrsnittsklassifiseringen blir lik som i Case 1 og det dimensjoneres plastisk.

Kritisk vippemoment, hvor $k_y = 0,5$, $k_z = 0,5$, $k_w = 0,5$, og fra figur 4.7 er $C_1 = 0,94$:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z GI_t}}{L}$$

μ_{cr} for dobbelsymmetrisk tverrsnitt hvor lasten angriper i skjærsenteret:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2} \right]$$

der k_{wt} er:

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} = \frac{\pi}{0,5 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 313,6 \cdot 10^9}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 1,32$$

$$\mu_{cr} = \frac{0,94}{0,5} \left[\sqrt{1 + 1,32^2} \right] = 3,11$$

$$M_{cr} = 3,11 \frac{\pi \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6 \cdot 0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}}{7000} = 359,5 \text{ kNm}$$

Valg av knekkurve for vipping etter tabell 4.4:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \rightarrow \text{kurve } c, \quad \text{med } \alpha_{LT} = 0,49$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1020 \cdot 10^3}{359,5 \cdot 10^6}} = 1,00$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

der Φ_{LT} er,

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + 0,49(1,00 - 0,4) + 0,75 \cdot 1,00^2] = 1,022$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1,022 + \sqrt{1,022^2 - 0,75 \cdot 1,00^2}} = 0,639$$

Modifisert reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$$

der f følger av formelen under. $k_c = 0,77$ for punktlast med fast innspenning etter figur 4.5.

$$\begin{aligned} f &= 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \\ &= 1 - 0,5(1 - 0,77)[1 - 2,0(1,00 - 0,8)^2] = 0,89 \end{aligned}$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,639}{0,89} = 0,72$$

Momentkapasitet:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,72 \cdot 1020 \cdot 10^3 \cdot \frac{355}{1,05} = 248,3 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$F_{ED} = 280 \text{ kN} \rightarrow M_{ED} = \frac{F_{ED} \cdot l}{8} = \frac{280 \cdot 7}{8} = 245 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{245}{248,3} \leq 1,0$$

$$0,99 \leq 1,0$$

Resultatet viser at bjelken har tilstrekkelig kapasitet etter Eurokode 3.

5.3.2 Beregning etter forenklet metode

Benytter formler fra kapittel 3.

Maks moment:

$$F = \frac{F_{ED}}{\gamma_{f1}} = \frac{280 \text{ kN}}{1,5} = 186,67 \text{ kN}$$

$$M_{maks} = \frac{F \cdot l}{8} = \frac{186,67 \cdot 7}{8} = 163,336 \text{ kNm}$$

Bøyespenning midt i flensen, og tilhørende aksialkraft:

$$\sigma_m = \frac{M_{maks} \cdot z_m}{I_y} = \frac{163,336 \cdot 10^6 \cdot 173,65}{162,7 \cdot 10^6} = 174,329 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \rightarrow F = 174,329 \cdot 170 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 376,376 \text{ kN}$$

Treghetsradien blir den samme som i Case 1:

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f}} = \sqrt{\frac{5,195 \cdot 10^6}{2742,728}} = 43,521$$

Beregner så slankheten for å finne ut om det er Euler eller Tetmajer som er gjeldende:

$$l_k = 0,5 \cdot l = 3500 \text{ mm} \rightarrow \lambda = \frac{l_k}{i_{f,z}} = \frac{3500}{43,521} = 80,42 \geq 89 \rightarrow \text{Tetmajer}$$

Knekklasten:

$$\sigma_{cr} = 355 - 0,62\lambda = 355 - 0,62 \cdot 80,42 = 305,14 \text{ MPa}$$

$$F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A_f = 305,14 \cdot 2742,728 = 836,916 \text{ kN}$$

Kapasitetskontroll:

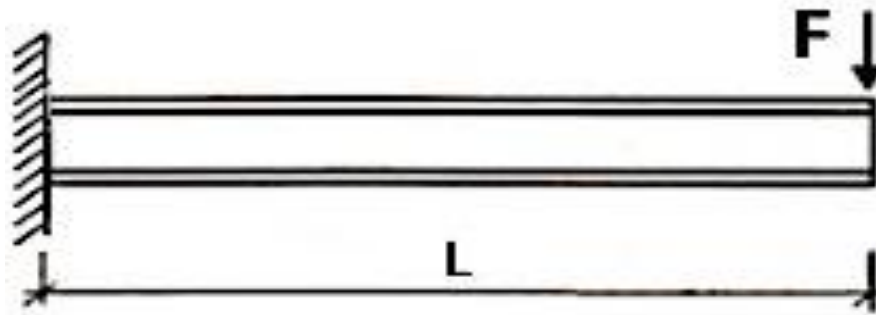
$$F_{k,tillatt} = \frac{836,916}{2} = 418,458 \text{ kN}$$

$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} = \frac{376,376}{418,458} \leq 1$$

$$0,90 \leq 1$$

Ved fast innspenning vil bjelken også holde etter forenklet metode.

5.4 Case 4



Figur 5.4: Utkragerbjelke, fast innspent i ene enden og fri i andre enden. Last angriper i skjærsenteret [22]

$$F_{ED} = 55 \text{ kN}$$

$$l = 4626 \text{ mm}$$

5.4.1 Beregning etter Eurokode 3

Benytter formler fra kapittel 4. Tverrsnittsklassifiseringen blir lik som i Case 1 og det dimensjoneres plastisk.

Kritisk vippemoment:

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z G I_t}}{L}$$

μ_{cr} for utkrager velges fra figur 4.8:

$$\frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} = \frac{\pi}{4626} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 313,6 \cdot 10^9}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 1 \rightarrow \mu_{cr} = 2,43$$

$$M_{cr} = 2,43 \frac{\pi \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6 \cdot 0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}}{4626} = 425,045 \text{ kNm}$$

Valg av knekkurve for vipping etter tabell 4.4:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \rightarrow \text{kurve } c, \quad \text{med } \alpha_{LT} = 0,49$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1020 \cdot 10^3}{425,045 \cdot 10^6}} = 0,923$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

der Φ_{LT} er

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + 0,49(0,923 - 0,4) + 0,75 \cdot 0,923^2] = 0,948$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{0,948 + \sqrt{0,948^2 - 0,75 \cdot 0,923^2}} = 0,686$$

Modifisert reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$$

der f følger av formelen under,

$$f = 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2]$$

For utkragerbjelke vil momentfordelingen når $\psi = 0$ bli som vist under, etter figur 4.5:

$$k_c = \frac{1}{1,33 - 0,33\psi} = \frac{1}{1,33} = 0,75$$

$$f = 1 - 0,5(1 - 0,75)[1 - 2,0(0,923 - 0,8)^2] = 0,879$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,686}{0,879} = 0,780$$

Momentkapasitet:

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT,mod} W_{pl,y} \frac{f_y}{\gamma_{M1}} = 0,780 \cdot 1020 \cdot 10^3 \cdot \frac{355}{1,05} = 268,9 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$F_{ED} = 55 \text{ kN} \rightarrow M_{ED} = F_{ED} \cdot l = 55 \cdot 4,6 = 253 \text{ kNm}$$

$$\frac{M_{Ed}}{M_{b,Rd}} = \frac{253}{268,9} \leq 1,0$$

$$0,94 \leq 1,0$$

Bjelken holder mot vipping etter Eurokode 3.

5.4.2 Beregning etter forenklet metode

Benytter formler fra kapittel 3.

Maks moment:

$$F = \frac{F_{ED}}{\gamma_{f1}} = \frac{55 \text{ kN}}{1,5} = 36,67 \text{ kN}$$

$$M_{maks} = F \cdot l = 36,67 \cdot 4,626 = 169,635 \text{ kNm}$$

Bøyespenning midt i flensen, og tilhørende aksialkraft:

$$\sigma_m = \frac{M_{maks} \cdot z_m}{I_y} = \frac{169,635 \cdot 10^6 \cdot 173,65}{162,7 \cdot 10^6} = 181,052 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \rightarrow F = 181,052 \cdot 170 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 390,891 \text{ kN}$$

treghetsradien $i_{f,z}$ er samme som i Case 1 for IPE360:

$$i_{f,z} = 43,521$$

Beregner så slankheten for å finne ut om det er Euler eller Tetmajer som er gjeldende:

$$l_k = 2l = 2 \cdot 4626 = 9252 \text{ mm} \rightarrow \lambda = \frac{l_k}{i_{f,z}} = \frac{9252}{43,521} = 212,6 \geq 89 \rightarrow \text{Euler}$$

Knekklasten:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 5,195 \cdot 10^6}{9252^2} = 125,786 \text{ kN}$$

Kapasitetskontroll:

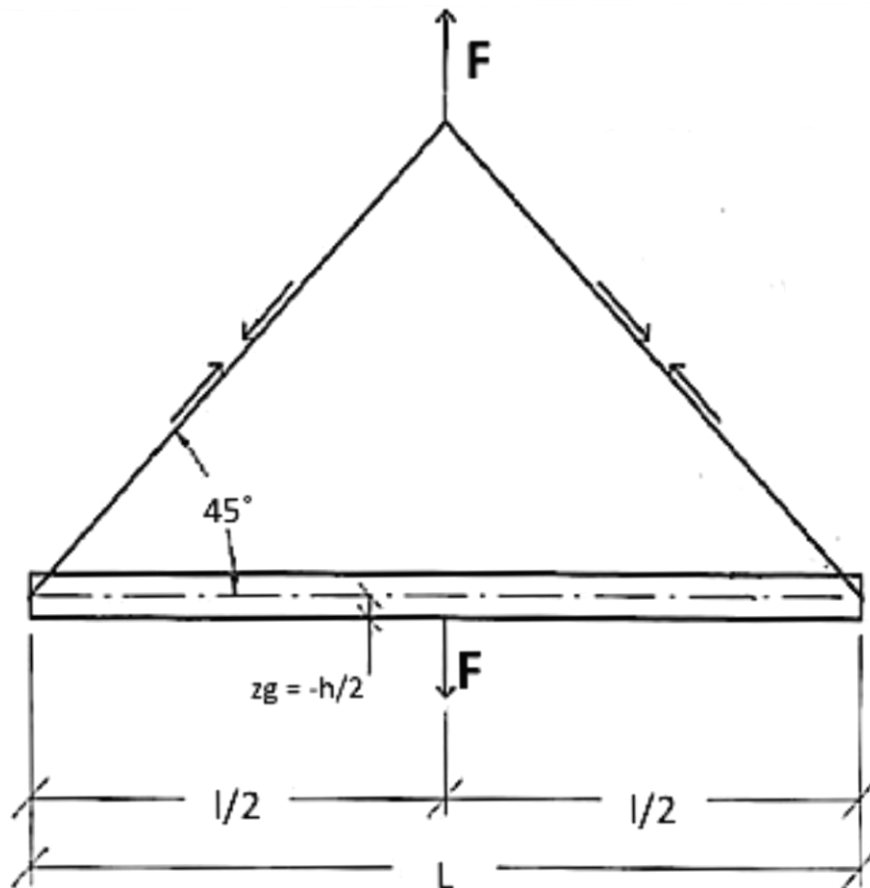
$$F_{k,tillatt} = \frac{125,786}{2} = 62,893 \text{ kN}$$

$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} = \frac{390,891}{62,893} \leq 1$$

$$6,2 \geq 1$$

Resultatet viser at bjelken ikke har tilstrekkelig kapasitet mot vipping etter forenklet metode.

5.5 Case 5



Figur 5.5: Løfteåk. Beregnes som en fritt opplagt bjelke med gaffellagring ved oppleggene, samt påkjent punktlast i midt med lastangrepspunkt på underflens [12]

$$F_{ED} = 90 \text{ kN}$$

$$N_{ED} = 45 \text{ kN}$$

$$l = 7000 \text{ mm}$$

$$M_{ED} = \frac{90 \cdot 7}{4} = 157,5 \text{ kNm}$$

5.5.1 Beregning etter Eurokode 3

Benytter formler fra kapittel 4, i tillegg til Eurokode 3 avsnitt 6.3.1.2, 6.3.1.3 og 6.3.3 samt tabell B.2 og B.3 i Tillegg B.

Reduksjonsfaktor for vipping

Bestemmer tverrsnittsklasse etter figur 4.2, $\varepsilon = 0,81$ for S355:

Steg:

$$\sigma_N = \frac{N_{ED}}{A} = \frac{45 \cdot 10^3}{7270} = 6,19 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I_y} \rightarrow y = \frac{\sigma_b \cdot I_y}{M_{ED}} = \frac{6,19 \cdot 162,7 \cdot 10^6}{157,5 \cdot 10^6} = 6,394 \text{ mm}$$

$$\alpha \cdot c = \frac{360 - 2 \cdot 12,7 - 2 \cdot 18}{2} + 6,394 = 155,694 \text{ mm}$$

$$\frac{\alpha \cdot c}{c} = \frac{155,694}{360 - 2 \cdot 12,7 - 2 \cdot 18} = 0,521$$

Kriteriet tverrsnittsklasse 1:

Når $\alpha = 0,521 > 0,5$ bruker vi etter figur 4.2 følgende:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{steg} \leq \frac{396 \cdot \varepsilon}{13 \cdot \alpha - 1}$$

$$\frac{360 - 2 \cdot 12,7 - 2 \cdot 18}{8} \leq \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,521 - 1}$$

$$37,325 \leq 55,562 \rightarrow \text{Steg er ok for TK 1}$$

Flens:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = \frac{b - t_w - 2 \cdot r}{2 \cdot t_f} = \frac{170 - 8 - 2 \cdot 18}{2 \cdot 12,7} = 4,961$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = 4,961 \leq 9\varepsilon = 9 \cdot 0,81 = 7,29 \rightarrow \text{Flens ok for TK 1}$$

Bjelken kan dimensjoneres plastisk ettersom både steg og flens oppfyller kravene til tverrsnittsklasse 1

Kritisk vippemoment, hvor $k_w = 1$, $k_z = 1$ og $k_y = 1$, fra figur 4.7 er $C_1 = 1,35$ og $C_2 = 0,55$

$$M_{cr} = \mu_{cr} \frac{\pi \sqrt{EI_z GI_t}}{L}$$

hvor μ_{cr} for dobbelsymmetrisk tverrsnitt hvor lasten angriper utenfor skjærsenteret er:

$$\mu_{cr} = \frac{C_1}{k_z} \left[\sqrt{1 + k_{wt}^2 + (C_2 \xi_g)^2} - C_2 \xi_g \right]$$

der ξ_g og k_{wt} følger av formlene under. $z_g = -0,5 \cdot h = -0,5 \cdot 360 = -180$

$$\xi_g = \frac{z_g \pi}{k_z L} \sqrt{\frac{EI_z}{GI_t}} = \frac{-180 \cdot \pi}{1 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = -0,685$$

$$k_{wt} = \frac{\pi}{k_w L} \sqrt{\frac{EI_w}{GI_t}} = \frac{\pi}{1 \cdot 7000} \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 313,6 \cdot 10^9}{0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}} = 0,661$$

$$\mu_{cr} = \frac{1,35}{1} \left[\sqrt{1 + 0,661^2 + (0,55 \cdot -0,685)^2} - (0,55 \cdot -0,685) \right] = 2,205$$

$$M_{cr} = 2,205 \frac{\pi \sqrt{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10,4 \cdot 10^6 \cdot 0,81 \cdot 10^5 \cdot 375 \cdot 10^3}}{7000} = 254,885 \text{ kNm}$$

Valg av knekkurve for vipping etter tabell 4.4:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \rightarrow \text{kurve } c, \quad \text{med } \alpha_{LT} = 0,49$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\frac{f_y \cdot W_{pl,y}}{M_{cr}}} = \sqrt{\frac{355 \cdot 1020 \cdot 10^3}{245,885 \cdot 10^6}} = 1,214$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\Phi_{LT} + \sqrt{\Phi_{LT}^2 - \beta \bar{\lambda}_{LT}^2}}$$

der Φ_{LT} er,

$$\Phi_{LT} = 0,5[1 + 0,49(1,214 - 0,4) + 0,75 \cdot 1,214^2] = 1,252$$

$$\chi_{LT} = \frac{1}{1,252 + \sqrt{1,252^2 - 0,75 \cdot 1,214^2}} = 0,518$$

Modifisert reduksjonsfaktor:

$$\chi_{LT,mod} = \frac{\chi_{LT}}{f}$$

der f følger av formelen under. $k_c = 0,86$, leses av figur 4.4.

$$\begin{aligned} f &= 1 - 0,5(1 - k_c)[1 - 2,0(\bar{\lambda}_{LT} - 0,8)^2] \\ &= 1 - 0,5(1 - 0,86)[1 - 2,0(1,214 - 0,8)^2] = 0,954 \end{aligned}$$

$$\chi_{LT,mod} = \frac{0,518}{0,954} = 0,543$$

Reduksjonsfaktor for stavknekking om svak akse:Knekkurve, bestemmes etter tabell 6.2 i Eurokode 3, del 1-1:

$$\frac{h}{b} = \frac{360}{170} = 2,1 \geq 1,2 \rightarrow \text{kurve } b, \quad \text{med } \alpha = 0,34$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \frac{l_{cr}}{i_z} \cdot \frac{1}{\lambda_1}$$

hvor λ_1 er,

$$\lambda_1 = 93,9 \cdot \varepsilon = 93,9 \cdot 0,81 = 76,059$$

$$\bar{\lambda} = \frac{7000}{37,9} \cdot \frac{1}{76,059} = 2,428$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

hvor Φ ,

$$\Phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 0,5[1 + 0,34(2,428 - 0,2) + 2,428^2] = 3,826$$

$$\chi = \frac{1}{3,826 + \sqrt{3,826^2 - 2,428^2}} = 0,147$$

Kapasitetskontroll med interaksjonsfaktorer:

Karakteristiske kapasiteter:

$$N_{Rk} = f_y \cdot A_c = 355 \cdot 7270 = 2581 \text{ kN}$$

$$M_{y,Rk} = f_y \cdot W_{pl,y} = 355 \cdot 1020 \cdot 10^3 = 362,1 \text{ kNm}$$

Ekvivalent momentfaktor fra tabell B.3 i tillegg B i Eurokode, del 1-1:

$$C_{mLT} = 0,6 + 0,4\psi \geq 0,4 = 0,6$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot \bar{\lambda}}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{ED}}{N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right] \geq \left[1 - \frac{0,1}{(C_{mLT} - 0,25)} \cdot \frac{N_{ED}}{N_{Rk}/\gamma_{M1}} \right]$$

$$k_{zy} = \left[1 - \frac{0,1 \cdot 2,428}{(0,6 - 0,25)} \cdot \frac{45 \cdot 10^3}{2581 \cdot \frac{10^3}{1,05}} \right] = 0,987$$

$$\geq \left[1 - \frac{0,1}{(0,6 - 0,25)} \cdot \frac{45 \cdot 10^3}{2581 \cdot \frac{10^3}{1,05}} \right] = \mathbf{0,999}$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{N_{ED}}{\chi \cdot \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}}} + k_{zy} \frac{M_{ED}}{\chi_{LT,mod} \cdot \frac{M_{y,Rk}}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

$$\frac{45 \cdot 10^3}{0,147 \cdot \frac{2581 \cdot 10^3}{1,05}} + 0,999 \frac{157,5 \cdot 10^6}{0,543 \cdot \frac{362,1 \cdot 10^6}{1,05}} \leq 1$$

$$0,96 \leq 1$$

Bjelken har tilstrekkelig kapasitet mot vipping samt knekking om svak akse.

5.5.2 Beregning etter forenklet metode

Benytter formler fra kapittel 3.

Maks moment:

$$F = \frac{F_{ED}}{\gamma_{f1}} = \frac{90 \text{ kN}}{1,5} = 60 \text{ kN}$$

$$M_{maks} = \frac{F \cdot l}{4} = \frac{60 \cdot 7}{4} = 105 \text{ kNm}$$

Bøyespenning midt i flensen, og tilhørende aksialkraft:

$$\sigma_N = \frac{N}{A} = \frac{30 \cdot 10^3}{7270} = 4,127 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{M_{maks} \cdot z_m}{I_y} = \frac{105 \cdot 10^6 \cdot 173,65}{162,7 \cdot 10^6} = 112,067 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = 4,127 + 112,067 = 116,194 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F}{A} \rightarrow F = 116,194 \cdot 170 \cdot 12,7 \cdot 10^{-3} = 250,9 \text{ kN}$$

Må her ta hensyn til at den delen av tverrsnittet som blir utsatt for trykk blir litt større grunnet aksialkraften. Må derfor finne riktig plassering av nøytralaksen. Denne trykkkurten er beskrevet tidligere i kapittel 3.

$$\sigma_b = \frac{M \cdot z}{I} \rightarrow z = \frac{4,127 \cdot 162,7 \cdot 10^6}{105 \cdot 10^6} = 6,395 \text{ mm}$$

Finner A_f :

$$h_\emptyset = \frac{1}{3} \left(\frac{h}{2} + z - t_f \right) = \frac{1}{3} \left(\frac{360}{2} + 6,395 - 12,7 \right) = 57,898 \text{ mm}$$

$$h_n = 2 \cdot h_\emptyset = 2 \cdot 57,898 = 115,796 \text{ mm}$$

$$A_f = \frac{A}{2} + z \cdot t_w - h_n \cdot t_w = \frac{7270}{2} + 6,395 \cdot 8 - 115,796 \cdot 8 = 2759,792 \text{ mm}^2$$

Annet arealmoment om z-aksen:

$$I_{f,z} = \frac{I_z}{2} + \frac{z \cdot t_w^3}{12} - \frac{h_n \cdot t_w^3}{12} = \frac{10,4 \cdot 10^6}{2} + \frac{6,395 \cdot 8^3}{12} - \frac{115,796 \cdot 8^3}{12} = 5,195 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Treghetsradien:

$$i_{f,z} = \sqrt{\frac{I_{f,z}}{A_f}} = \sqrt{\frac{5,195 \cdot 10^6}{2759,792}} = 43,386 \text{ mm}$$

Beregner så slankheten for å finne ut om det er Euler eller Tetmajer som er gjeldende:

$$l_k = l = 7000 \text{ mm} \rightarrow \lambda = \frac{l_k}{i_{f,z}} = \frac{7000}{43,386} = 161,34 \rightarrow \text{Euler}$$

Knekklasten:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 5,195 \cdot 10^6}{7000^2} = 219,7 \text{ kN}$$

Kapasitetskontroll:

$$F_{k,tillatt} = \frac{219,7}{2} = 109,9 \text{ kN}$$

$$\frac{F}{F_{k,tillatt}} = \frac{250,9}{109,9} \leq 1$$

$$2,28 \geq 1$$

Resultatet viser at bjelken ikke holder etter forenklet metode.

5.6 Oppsummering

Tabell 5.2: Oppsummering av resultatene fra beregningene.

Case	Resultat	
	<i>Eurokode 3</i>	<i>Forenklet metode</i>
1	0,98	2,08
2	0,96	1,67
3	0,99	0,90
4	0,94	6,2
5	0,96	2,28

Tabell 5.2 viser at det er store forskjeller i resultatet mellom Eurokode 3 og forenklet metode. Case 3 og 4 skiller seg spesielt ut. Sammenligningen viser at forenklet metode ikke kommer ut på konservativ side av Eurokode 3 i case 3. I tillegg er case 4 meget konservativ, med et resultat ved Eurokode 3 på 0,94 mot et resultat ved forenklet metode på 6,1.

Det som er spesielt med Case 3 og 4, er at knekk lengden endres fra virkelig lengde etter Eulers 4 knekktilfeller ved forenklet metode. Her velger man knekk lengde etter hvordan bjelken er innspent, noe som igjen fører til at slankheten endres betraktelig. Det velges derfor å undersøke case 3 og 4 i det kommende kapitlet, for å se om dette gjelder for et større antall bjelkelengder og bjelkeprofiler.

Resultatet i case 1 og 2 viser at forenklet metode er noe konservativ, og en forbedring vil også være en mulighet her. Det velges å ta med både case 1 og 2 for nærmere analyse.

Case 5 blir ikke tatt med videre i analysen, ettersom det anses som et spesialtilfelle som angår kombinasjonen mellom vipping og knekking.

6 ANALYSE

I dette kapitlet blir det gjort en analyse av de utvalgte casene fra kapittel 5. Denne analysen gjøres i dataprogrammet Microsoft Excel, hvor casene blir sjekket opp mot et større utvalg bjelkelengder og tverrsnittsprfiler.

6.1 Forklaring av analyse

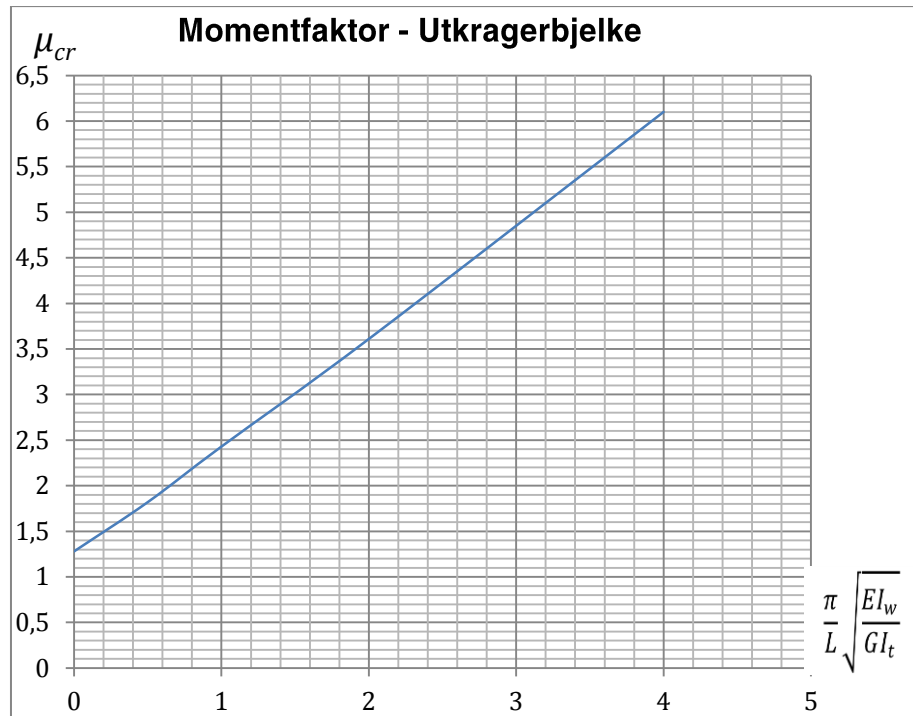
De utvalgte casene blir testet for forskjellige bjelkelengder og tverrsnittprofilene IPE300, IPE360 og IPE400. Bjelke data hentes som tidligere fra produktkatalogen til Norsk Stål [23]. Kraften vil bli endret i noen tilfeller for en bedre tilnærming for sammenligning, og for å unngå flyt i det minste bjelkeprofilen. Dette fører til at kraften er satt til 200 kN og 50 kN for IPE300 i henholdsvis case 3 og 4.

Ved case 1, 2 og 3 vil bjelkelengdene variere fra 3500mm til 9000mm med et intervall på 500mm.

Ved case 4 varierer lengdene noe annerledes. Dette gjøres for å undersøke vanlig brukte lengder ved utkragerbjelker. Bjelkelengden varierer dermed fra 1500mm til 6000mm, med et intervall på 500mm. Bjelkelengden brukt i kapittel 5 på 4626mm blir også tatt med for kvalitetssikring av regneark.

De generelle formlene anvendt i det foregående kapitlet blir satt opp i Excel, slik at bjelke data og bjelkelengder enkelt kan endres. Dette gjør at forenklet metode og Eurokode 3 kan analyseres mot et større utvalg.

Det eneste unntaket fra de generelle formlene brukt i kapittel 5 er utregning av momentfaktor ved case 4. Tidligere er det brukt tabell 4.7 for å finne momentfaktoren ved utkragerbjelker. Tabellen gir dog kun 5 alternativer for verdier av momentfaktoren μ_{cr} , og verdiene er derfor plottet inn i et linjediagram i Excel. Dette gir muligheten til å analysere ønskede bjelkelengder også ved denne casen. Det gjøres derfor en antakelse om at avvikende er relativt små, og at denne metoden for avlesning av μ_{cr} er tilfredsstillende for bruk i denne gradsoppgaven. Grafen er vist i figur 6.1.

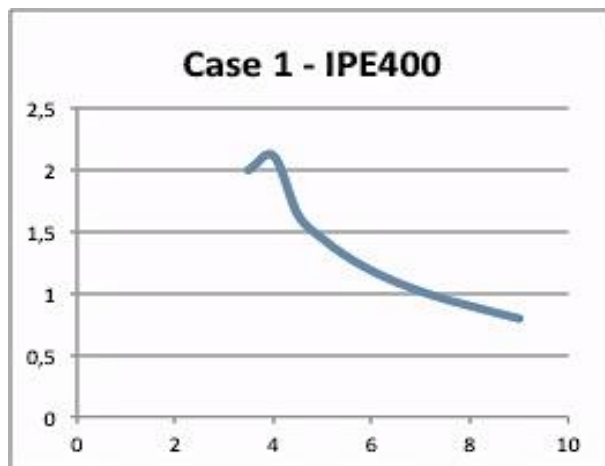


Figur 6.1: Momentfaktor for utkragerbjelker

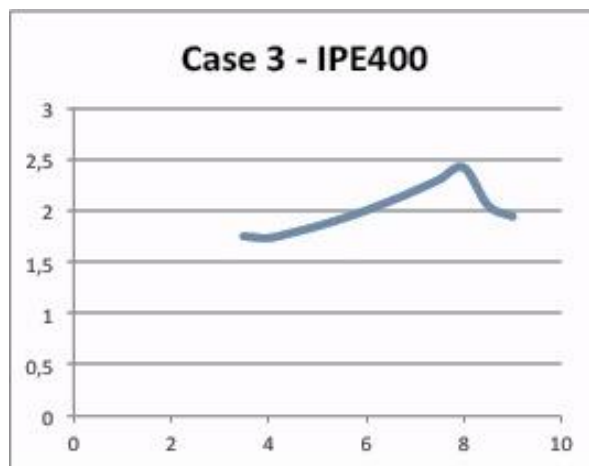
Sammenligning og metode for utarbeidelse av korreksjonsfaktorer

Etter beregninger er gjort med både forenklet metode og Eurokode 3, blir resultatene sammenlignet. Forbedring av forenklet metode gjøres ved å finne den faktoren forenklet metode må multipliseres med for å få samme resultat som Eurokoden. De nye korreksjonsfaktorene beregnes ut fra forenklet metode uten sikkerhetsfaktor, og er ment å erstatte bruken av sikkerhetsfaktor ved metoden.

Analysen viser at differansen mellom de to metodene er stor, og svært variabel ved ulike bjelkelengder og profiler. Den forenklete metoden utvikler seg i tillegg annerledes mot Eurokode 3 avhengig av om det er Tetmajer eller Eulers formel som brukes til å finne tillatt kraft. Dette vises ytterligere i utdragene fra Excel i figur 6.2 og 6.3, hvor høyeste punkt på kurven er grenseskillet mellom Euler og Tetmajer. Y-aksen tilsvarer forholdet mellom Eurokode 3 på forenklet metode, og x-aksen tilsvarer bjelkelengden. På den høyre siden av toppunktet hvor Euler gjelder vil nødvendig korreksjonsfaktor reduseres med en økning i bjelkelengde. På venstre side av toppunktet øker nødvendig korreksjonsfaktor med økende bjelkelengde. Forenklet metode er med andre ord på sitt mest liberale ved overgangen mellom bruk av Euler og Tetmajer.



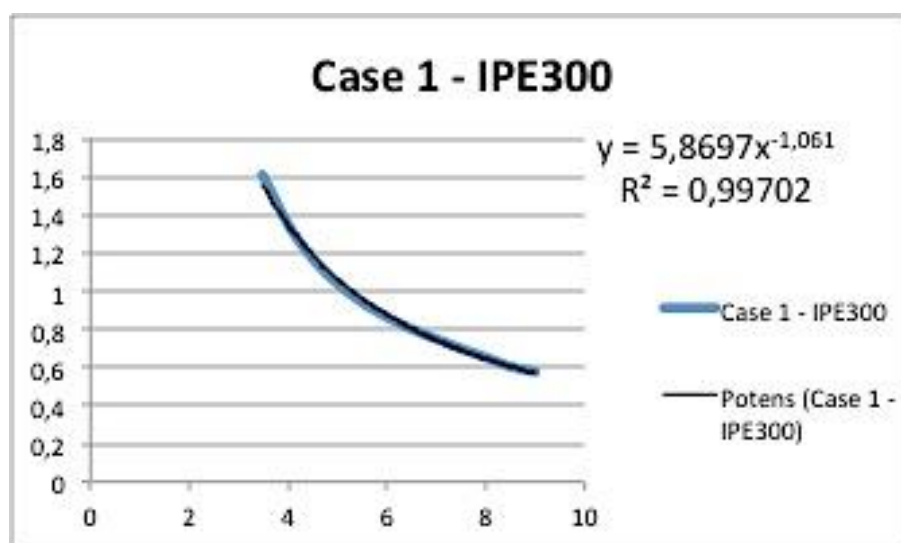
Figur 6.2: Forholdet mellom EC3 og FMUS i case 1 – IPE400



Figur 6.3: Forholdet mellom EC3 og FMUS i case 3 – IPE400

Av den grunn velges det å gi forslag til nye korreksjonsfaktorer hvor det skilles mellom tilfeller hvor Euler eller Tetmajer er brukt til å finne tillatt kraft. Med andre ord skilles det mellom tilfeller hvor slankheten er over eller under 89.

Regresjonsanalyse er brukt til hjelp for å finne et uttrykk for korreksjonsfaktorer, hvor den ukjente variabelen blir bjelkelengden. Uttrykket fra regresjonsanalysen vil bli noe justert slik at forenklet metode hele tiden havner på trygg side av Eurokoden. Utdraget fra Excel i figur 6.4 viser et eksempel ved bruk av regresjonsanalyse for case 1 med bjelkeprofilen IPE300.



Figur 6.4: Utdrag fra Excel - Case 1, IPE300

6.2 Korreksjonsfaktor for vipping

I dette kapitlet vises resultatet av analysen. Viser til vedlegg for fullstendig regenark.

Case 1

Tabell 6.1: Resultat av sammenligning og forslag til nye korreksjonsfaktorer, (-) = der hvor Tetmajer er gjeldende

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med nk=2	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE300	3500	23,9	$5,87 \cdot L^{-1,02}$	1,3
	4000	48,1		5,7
	4500	71		8,2
	5000	92,4		9,4
	5500	112,5		9,6
	6000	131,6		9,3
	6500	149,6		8,6
	7000	166,9		7,6
	7500	186,2		7,6
	8000	206,3		7,8
	8500	230,6		9,4
	9000	246,6		8,2
IPE360	3500	0,8	$7,22 \cdot L^{-1,02}$	-
	4000	15,1		0,99
	4500	33,4		3,8
	5000	50,8		5,5
	5500	67,5		6,3
	6000	83,4		6,5
	6500	98,7		6,3
	7000	113,3		5,8
	7500	127,4		5,15
	8000	141,5		4,5
	8500	157,8		4,9
	9000	174,01		5,2
IPE400	3500	0,6	$7,43 \cdot L^{-1}$	-
	4000	-5,1		-
	4500	22,6		1,2
	5000	39,0		3,3
	5500	54,7		4,5
	6000	69,6		5
	6500	83,82		5,1
	7000	97,5		4,8
	7500	110,6		4,3
	8000	123,3		3,7
	8500	137,1		3,6
	9000	152,1		4,0

Ved Case 1 er forenklet metode meget konservativ mot Eurokoden, hvor differansen er på 246,6% ved det minste bjelkeprofil. Analysen viser videre at forenklet metode blir betydelig mer konservativ etter hvert som bjelkelengden øker. Nærmere studie av verdier viser at det er Euler som er gjeldende i tilnærmet alle tilfeller.

Det er dermed gitt forslag til nye korreksjonsfaktorer ved hjelp av potensregresjon. De nye faktorene fører til en klar forbedring hvor differansen er redusert. Forenklet metode holder seg også mer konstant ved ulike bjelkelengder.

Case 2

Tabell 6.2: Resultat av sammenligning og forslag til nye korreksjonsfaktorer, (-)= der hvor Tetmajer er gjeldende

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med $n_k=2$	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE300	3500	6,3	$7,48 \cdot L^{-1,08}$	2,8
	4000	23,5		3,3
	4500	39,7		3
	5000	55,4		2,2
	5500	70,7		1,3
	6000	88,4		1,7
	6500	106,5		2,3
	7000	124,8		2,8
	7500	143,5		3,3
	8000	162,4		3,9
	8500	181,5		4,4
9000	200,9	4,9		
IPE360	3500	-12,9	$9,47 \cdot L^{-1,07}$	-
	4000	-3,25		3,9
	4500	9,9		4,1
	5000	22,7		3,8
	5500	35,1		3,2
	6000	47,2		2,5
	6500	60,9		2,8
	7000	75,3		3,5
	7500	89,99		4,2
	8000	104,9		4,8
	8500	120,0		5,5
9000	135,4	6,2		

Tabell 6.2: forts.

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med nk=2	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE400	3500	-12,3	$10,1 \cdot L^{-1,07}$	-
	4000	-19,8		-
	4500	1,4		2,4
	5000	13,1		2,1
	5500	24,5		1,5
	6000	35,6		0,7
	6500	47,2		0,4
	7000	60,3		0,9
	7500	73,5		1,5
	8000	86,9		2,1
	8500	100,6		2,6
	9000	114,5		3,2

Analysen viser at også case 2 er meget konservativ mot Eurokoden, og resultatet blir mer konservativt desto større bjelkelengden er. De undersøkte tilfellene er regnet ved bruk av Eulers formel, med noen få unntak hvor Tetmajer gjelder.

Det er dermed gitt forslag til nye korreksjonsfaktorer ved hjelp av potensregresjon. Differansen med nye korreksjonsfaktorer er en klar forbedring fra tidligere.

Case 3

Tabell 6.3: Resultat av sammenligning og forslag til nye korreksjonsfaktorer, (-)= der hvor Euler er gjeldende

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med nk=2	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE300	3500	18,4	$0,035 \cdot L^2 - 0,22L + 2,05$	1,2
	4000	18,5		2,5
	4500	14,9		1,7
	5000	10,9		1,2
	5500	6,3		0,96
	6000	1,5		0,95
	6500	-3,6		1,2
	7000	8,6		-
	7500	16,5		-
	8000	23,7		-
	8500	30,3		-
	9000	36,5		-

Tabell 6.3: forts.

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med nk=2	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE360	3500	17,0	$0,024 \cdot L^2 - 0,1L + 1,8$	2,0
	4000	16,2		3,7
	4500	12,5		3,3
	5000	8,4		2,9
	5500	4		2,7
	6000	-0,6		2,6
	6500	-5,2		2,6
	7000	-9,8		2,7
	7500	-14,2		2,9
	8000	-1,0		-
	8500	4,9		-
9000	10,5	-		
IPE400	3500	14,5	$0,024 \cdot L^2 - 0,12L + 1,9$	1,6
	4000	15,3		4,0
	4500	11,9		3,3
	5000	8,2		2,8
	5500	4,1		2,7
	6000	-0,1		2,1
	6500	-4,5		1,9
	7000	-8,8		1,9
	7500	-13,1		2,1
	8000	-17,3		2,4
	8500	-2,4		-
9000	2,9	-		

Differansen med en sikkerhetsfaktor på 2 viser at det er flere tilfeller hvor forenklet metode er liberal mot Eurokode 3. Tetmajer er dominerende i denne casen, mens noen av de større lengdene er innenfor gyldighetsområdet for Euler. Tabellen viser at ved Tetmajer vil forenklet metode bli mer liberal ved en økning i bjelkelengde.

Det er her gitt forslag til korreksjonsfaktorer i tilfellene for Tetmajer. Dette er gjort ved hjelp av polynomregresjon. Med de nye korreksjonsfaktorene vil forenklet metode være på trygg side av Eurokoden i samtlige tilfeller, i tillegg til at resultatet omtrent er i tråd med standarden.

Case 4

Tabell 6.4: Resultat av sammenligning og forslag til nye korreksjonsfaktorer, (-)= der hvor Tetmajer er gjeldende

Bjelkeprofil	Lengde i mm	%Diff fra EC3 med nk=2	Korreksjonsfaktor	%Diff: fra EC3 med nye faktorer
IPE300	1500	26,2	$2,55 \cdot L^{-1,35}$	-
	2000	101,1		0,6
	2500	208,9		14,3
	3000	319,5		21,4
	3500	430,7		24,7
	4000	538,3		25,2
	4500	648,9		25,3
	4626	671,1		24,3
	5000	751,3		23,6
	5500	841,9		20,2
IPE360	6000	918,1	15,6	
	1500	23,7	$3,4 \cdot L^{-1,4}$	-
	2000	57,4		1,4
	2500	146		15,9
	3000	242,3		25
	3500	337,9		28,9
	4000	435,5		30,7
	4500	532		30,8
	4626	557,4		30,9
	5000	628,2		30,1
5500	717,3	27,7		
IPE400	6000	796,5	24,0	
	1500	20,7	$3,5 \cdot L^{-1,45}$	-
	2000	26,1		-
	2500	119,0		1,5
	3000	208,4		9,7
	3500	296,6		12,8
	4000	387,7		14,3
	4500	478,9		14,4
	4626	494,7		12,9
	5000	564,2		12,7
5500	648,5	10,6		
6000	724,6	7,4		

Ved case 4 er forenklet metode svært konservativ, og differansen øker kraftig med økende bjelkelengde. Ved utkragerbjelker er det Euler som er dominerende.

Det er dermed gitt forslag til korreksjonsfaktorer ved hjelp av potensregresjon, for tilfellene hvor Eulers formel er brukt i case 4. De nye korreksjonsfaktorene fører til en betydelig forbedring, hvor største differanse fra Eurokoden er på beskjedne 30,9% mot tidligere 918,1%. I tillegg er det en betydelig mindre spredning enn tidligere.

Sammenligningen viser store forskjeller i resultatet ved forenklet metode og Eurokode 3. Ved nærmere studie av analysen, ser man at den forenklete metoden avhenger betydelig av slankheten til profilet. I tilfeller hvor Eulers formel er brukt, vil resultatet bli mer konservativt når bjelkelengden og tilhørende slankhet øker. Der hvor Tetmajers formel er brukt vil forenklet metode oppføre seg noe annerledes. Her blir resultatet mer liberalt ved økende bjelkelengder og slankhet. Dette førte videre til at uttrykket fra regresjonsanalysen måtte justeres noe, for å få en bedre tilnærming i overgangen fra Euler og Tetmajer.

Sammenligningen viser også at ved bruk av Tetmajers formler er differansen mot Eurokoden mer stabil. Resultatet er med andre ord jevnere med mindre spredning, i motsetning til der hvor Eulers formel er gjeldende.

Det at variasjonen fra Eurokoden endrer seg etter hvor slank bjelken er, gir store utslag i casene hvor knekk lengden ikke er lik den virkelige lengden. Det er dette som fører til at forenklet metode er svært konservativ ved utkragerbjelker, hvor knekk lengden er det dobbelte av den virkelige lengden. Det andre ytterpunktet er ved fast innspenning, hvor knekk lengden er halvparten av den virkelige lengden. Liten knekk lengde gir små slankheter, noe som igjen fører til tilfeller med slankheter opp mot og rundt grenseområde for bruk av Euler og Tetmajer. Det er dette som gjør at forenklet metode er liberal mot Eurokoden i flere tilfeller ved case 3.

Differansen fra Eurokoden avhenger også av størrelsen på bjelkeprofilet. Tregghetsradien er liten ved mindre bjelkeprofil, noe som fører til at bjelken blir slankere. Ved bruk av Euler vil vi da få et mer konservativt svar. Dette ser man også enkelt ut fra tabellene, hvor det tilfellet som er mest konservativt er utkragerbjelken med størst lengde og minst bjelkeprofil. Med andre ord det tilfellet hvor slankheten er størst.

6.3 Oppsummering

Det er til sammen gitt en anbefaling for 12 nye korreksjonsfaktorer. Den korreksjonsfaktoren som gir størst verdi ved hver case kan brukes som en samlet korreksjonsfaktor hvis ønskelig, forbeholdt et noe mer konservativt resultat mot Eurokoden. En samlet korreksjonsfaktor kan spesielt vurderes i casene hvor forskjellen i korreksjonsfaktorene er liten, som ved case 3.

Det er kun gitt forslag til korreksjonsfaktor for enten Euler eller Tetmajer i de undersøkte casene. I tilfellene hvor det ikke er utarbeidet en korreksjonsfaktor kan en sikkerhetsfaktor på 2,5 brukes. En sikkerhetsfaktor på 2,0 vil være mer riktig å bruke ved case 4 ettersom denne casen er mer konservativ enn de andre. Det er ved bruk av sikkerhetsfaktor viktig å merke seg at dette vil resultere i et noe konservativt svar.

Tabell 6.5: Oversikt over nye korreksjonsfaktorer

Case	Bjelke	Korreksjonsfaktor	
		Euler	Tetmajer
1	IPE300	$5,87 \cdot L^{-1,02}$	-
	IPE360	$7,22 \cdot L^{-1,02}$	-
	IPE400	$7,43 \cdot L^{-1}$	-
2	IPE300	$7,48 \cdot L^{-1,08}$	-
	IPE360	$9,47 \cdot L^{-1,07}$	-
	IPE400	$10,1 \cdot L^{-1,07}$	-
3	IPE300	-	$0,035 \cdot L^2 - 0,22L + 2,05$
	IPE360	-	$0,024 \cdot L^2 - 0,1L + 1,8$
	IPE400	-	$0,024 \cdot L^2 - 0,12L + 1,9$
4	IPE300	$2,55 \cdot L^{-1,35}$	-
	IPE360	$3,4 \cdot L^{-1,4}$	-
	IPE400	$3,5 \cdot L^{-1,45}$	-

7 DISKUSJON

Hensikten med denne oppgaven var å sammenligne forenklet metode uten standard mot Eurokode 3. Dette ble gjort ved å gjennomføre et litteraturstudie, utføre beregninger og deretter gjennomføre en dataanalyse. Det er jobbet effektivt, strukturert og målrettet gjennom hele prosessen for å oppnå målene og svare på problemstillingene.

Litteraturstudiet som ble gjennomført var essensielt for å tilegne seg kunnskapen vedrørende temaet vipping. Det er lagt vekt på å fremlegge grunnlagsteorien på en forståelig og praktisk måte, slik at leseren enkelt kan tilegne seg kunnskapen. Det er brukt en rekke kilder for å innhente informasjon, og for å sette seg grundig inn i temaet. Det er tydelig at boken til Per Kr. Larsen *"Dimensjonering av stålkonstruksjoner"* har størst faglig tyngde og går mest i detalj av de henviste kildene. For en mer praktisk og lettleselig tilnærming anbefales boken til Torsten Höglund *"Stabilitet för balkar och stängar"*.

Ved beregning ble det valgt ut caser som representerte generelle belastningssituasjoner. Samtlige caser resulterte i varierende avvik fra Eurokode 3, noe som dermed bekreftet at utvalget var tilstrekkelig for nærmere analyse. Mye av grunnen til forskjellene var at det ble valgt ut caser med forskjellige knekk lengder. Det kunne vært beregnet flere caser for å få et enda større grunnlag for sammenligning. Et aktuelt alternativ ville da vært et tilfelle med fast innspenning i ene enden og fritt opplagret i andre. Dette ville ført til at samtlige av Eulers 4 knekketilfeller ble undersøkt.

Case 1, 2, 3 og 4 ble valgt ut for nærmere analyse i Microsoft Excel. Casene ble testet mot bjelkeprofilene IPE300, IPE360 og IPE400, samt et bredt utvalg bjelkelengder. Bruken av Excel ga muligheten for enkel endring av bjelkelengde, bjelkeprofil og kraft. Excel ga i tillegg muligheten for regresjonsanalyse og var dermed et nyttig verktøy for analyse av casene og utarbeidelse av korreksjonsfaktorer. De ulike casene kunne vært testet mot enda flere bjelkeprofiler og lengder, men grunnet oppgavens omfang på 30 studiepoeng måtte analysen begrenses til de overnevnte tilfellene.

Analysen som ble gjennomført viser at resultatet ved forenklet metode varierer betydelig fra Eurokode 3. Det ble dermed gitt forslag til nye korreksjonsfaktorer som fungerer som

en erstatning for tidligere bruk av sikkerhetsfaktor. Det positive med disse faktorene er at de stemmer svært godt overens med Eurokode 3, og er tilnærmet i tråd med Eurokoden i flere av tilfellene. Det negative er at de kun stemmer for de undersøkte bjelkeprofilene og casene. Det er i tillegg til dette kun gitt forslag for slankhet enten over eller under 89. Det vil dermed være nødvendig med utarbeidelse av et større antall korreksjonsfaktorer, for at forenklet metode skal representere et stort nok utvalg til bruk i praksis. Ved videre arbeid bør muligheten for felles faktorer undersøkes, hvor man kan samle et større utvalg under et mindre antall faktorer.

Resultatene fra analysen gir også grunn til å stille spørsmål rundt den forenklede metode i sin helhet, spesielt med tanke på de store utslagene som forekommer når knekk lengden er forskjellig fra virkelig lengde. Metoden bygger på prinsippet som tilsier at det er nærliggende å betrakte bjelkens trykkflens som en trykkstav, og deretter betrakte bøyekneking om svak akse. Ettersom resultatene fra analysen varierer så mye som de gjør, stiller jeg meg noe kritisk til om det faktisk er nærliggende å foreta en slik antakelse.

Den forenklede vippekontrollen til Eurokode 3 bygger på samme prinsipp. Per Kr. Larsen skriver vedrørende denne metoden at *"Forsøk på å beregne en knekk lengde på basis av en flenskraft som har samme variasjon som momentet kan føre til betydelige feil"* [2]. Dette sitatet underbygger resultatene i denne oppgaven. Det er dermed stor grunn til å være forsiktig ved påvisning av vipping etter forenklet metode, og det anbefales å bruke Eurokode 3 der hvor de nye korreksjonsfaktorene ikke er gjeldende.

8 KONKLUSJON

I denne oppgaven er det utført beregninger av utvalgte caser, og aktuelle caser ble videre analysert i Microsoft Excel. Sammenligningen av forenklet metode og Eurokode 3 viser at forenklet metode avviker betydelig fra Eurokode 3. Avvikene fra Eurokode 3 er ulike avhengig av slankheten, som igjen er avhengig av bjelkeprofil, bjelkelengde og tilhørende knekk lengde. Dette fører til spesielt store avvik fra Eurokoden der hvor knekk lengden ikke er lik den virkelige lengden. Differansen fra Eurokode 3 utvikler seg i tillegg annerledes avhengig av om det er Tetmajer eller Eulers formel som er brukt ved beregning.

Dette fører til at forenklet metode er alt fra liberal mot Eurokoden i noen tilfeller, til ekstremt konservativ i andre. Det er av denne grunn nødvendig med en rekke faktorer for å gjøre forenklet metode mer i tråd med Eurokode 3. Det er i denne oppgaven gitt forslag til 12 nye korreksjonsfaktorer for de undersøkte tilfellene fra analysen. Faktorene erstatter tidligere bruk av en sikkerhetsfaktor ved dimensjonering, og fører til en vesentlig forbedring av forenklet metode.

Behovet for korreksjonsfaktorer gir også grunn til å være kritisk til prinsippet bak den forenklete metoden, da det forekommer tydelige feil mot Eurokode 3. Det anbefales av denne grunn å anvende Eurokode 3 eller annen relevant standard der hvor de nye korreksjonsfaktorene ikke er gjeldende.

8.1 Anbefalinger

Denne oppgaven har følgende styrker.

- Litteraturstudiet inneholder en grundig og praktisk gjennomgang av fenomenet vipping
- Utvalgte caser dekker generelle belastningssituasjoner
- Det er undersøkt et bredt utvalg av bjelkeprofiler og lengder i analysen
- Det er kommet frem til nye korreksjonsfaktorer for de undersøkte tilfellene, som er en klar forbedring mot Eurokode 3
- Resultatet av beregninger og analyse er grundig kontrollert, gjennomgått og kommentert
- Oppgaven gir et godt grunnlag for videre analyse av den forenklete metoden

8.2 Videre arbeid

Ved videre arbeid bør det legges vekt på følgende punkter.

- Undersøke flere bjelkeprofiler og bjelkelengder
- Utvide analysen for å finne uttrykk for korreksjonsfaktor både når Tetmajer og Euler brukes ved de undersøkte bjelkeprofilene
- Undersøke utvalgte caser og bjelkeprofiler med andre materialtyper
- Undersøke flere caser
- Utarbeide et større utvalg korreksjonsfaktorer
- Undersøke muligheten for å utarbeide felles korreksjonsfaktorer for et større utvalg bjelkeprofiler og belastningssituasjoner

9 KILDEHENVISNING

- [1] Höglund, T. (2006). *Att konstruera med stål - Läromedel för konstruktörer*. Modul 6 - Stabilitet för balkar och stänger. Stockholm: Stålbyggnadsinstitutet. 102 s.
- [2] Larsen, P. K. (2010). *Dimensjonering av stålkonstruksjoner*. 2 utg. Trondheim: Tapir Akademiske Forlag. 554 s.
- [3] Bilde. *Illustrasjon vipping*. Tilgjengelig fra: <http://www.globalspec.com/reference/27073/203279/html-head-chapter-3-lateral-buckling-of-beams-and-beam-columns> (Besøkt 15.01.2014).
- [4] Bilde. Ahnlén, M. & Westlund, J. (2013). *Master's thesis Lateral Torsional Buckling of I-beams*. Goteborg, Sweden: Chalmers University of Technology. 82 s.
- [5] *Kollaps av Sandneshallen*. Tilgjengelig fra: <http://www.nrk.no/rogaland/taket-pa-sandneshallen-raste-sammen-1.7218844> (Besøkt 15.03.2014)
- [6] Solberg, A. (2011). *Historiske kollapser siste 10 år. Powerpoint holdt på Norsk Ståldag i 2011*. Tilgjengelig fra: http://www.stalforbund.com/Staldag2011/1600-10_Andreas_Solberg.pdf (Besøkt 23.03.2014)
- [7] *Standard forklaring*. Norskstandard.no. Tilgjengelig fra: <http://www.standard.no/no/standardisering/> (Besøkt 14.01.2014).
- [8] *Norsk Standard, NS-EN 1993-1-1:2005, Eurokode 3: Prosjektering av stålkonstruksjoner*. Del 1-1: Allmenne regler og regler for bygninger: Standard Norge. 95 s.
- [9] Terjesen, G. (2013). *Torsjon og Vipping*. NMBU/IMT: Undervisningshefte i emnet TMP301. 35 s.
- [10] Hibbeler, R. C. (2006). *Structural Analysis*. 6 utg. Singapore: Prentice Hall. 644 s.
- [11] Dr. Ing. Bjørn Aasen, Norconsult. Informasjon om opplagerbetingelser og vipping generelt, personlig kommunikasjon pr e-post. (24.03.2014)
- [12] Aasen, B. (2010). *Stål Håndbok*. 3 utg. Del 3: Konstruksjoner av stål: Norsk stålforbund. 348 s.
- [13] Bilde. Maljaars, J., Stark, J.W.B., Steenberg, H.M.G.M & Abspoel, R. (2005). *Journal of Constructional Steel Research 61 – Lateral-torsional buckling resistance of coped beams*. Eindhoven, Nederland: Eindhoven University of Technology, Faculty of Architecture, Building and Planning.
- [13] *Egenspenning*. Wikipedia. Tilgjengelig fra: <http://no.wikipedia.org/wiki/Restspenning> (lest 26.01.2014).

- [14] Terjesen, G. (2013). *Introduksjon av Eurokode 3*. NMBU/IMT: Undervisningsheftet i emnet _TMP301. 25 s.
- [15] *Norsk Standard, NS 3472, Prosjektering av stålkonstruksjoner*. (1984). Norges Byggstandardiseringsråd. 109 s.
- [16] *Leonhard Euler*. Wikipedia. Tilgjengelig fra: http://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler (lest 04.02.2014).
- [17] Bilde. Solvang, M. (2013). *Masteroppgave Knekking*. Ås, Norge: Universitetet for miljø- og biovitenskap (UMB). 87 s.
- [18] Terjesen, G. (2013). *Globale knekkeberegninger uten standard*. NMBU/IMT: Undervisningshefte i emnet TMP301. 25 s.
- [19] *Ludwig Von Tetmajer*. Wikipedia. Tilgjengelig fra: http://en.wikipedia.org/wiki/Ludwig_von_Tetmajer (lest 08.02.2014).
- [20] Terjesen, G. (2013). Forelesning i emnet TMP301 – knekkeberegninger uten standard. NMBU/IMT
- [21] Gardner, L. & Nethercot, D. A. (2005). *Designers' guide to Eurocode 3: Design of steel structures*: Thomas Telford Limited. 165 s.
- [22] Terjesen, G. (2013). *Vipping med Eurokode 3*. NMBU/IMT: Undervisningsheftet i emnet TMP301. 12 s.
- [23] Norsk stål, produktkatalog (2014). *Varmvalsede IPE-bjelker*. 2 s.
- [24] Beskrivelse av dataprogrammet LTBeam. Tilgjengelig fra: <http://www.structuralwiki.org/en/LTBeam> (lest 07.05.2014)

10 VEDLEGG

Skriftlige vedlegg

Vedlegg A – Refleksjonsnotat

Vedlegg B – Fremdriftsplan

Elektroniske vedlegg

Vedlegg C – Regneark fra Microsoft Office Excel

Refleksjonsnotat

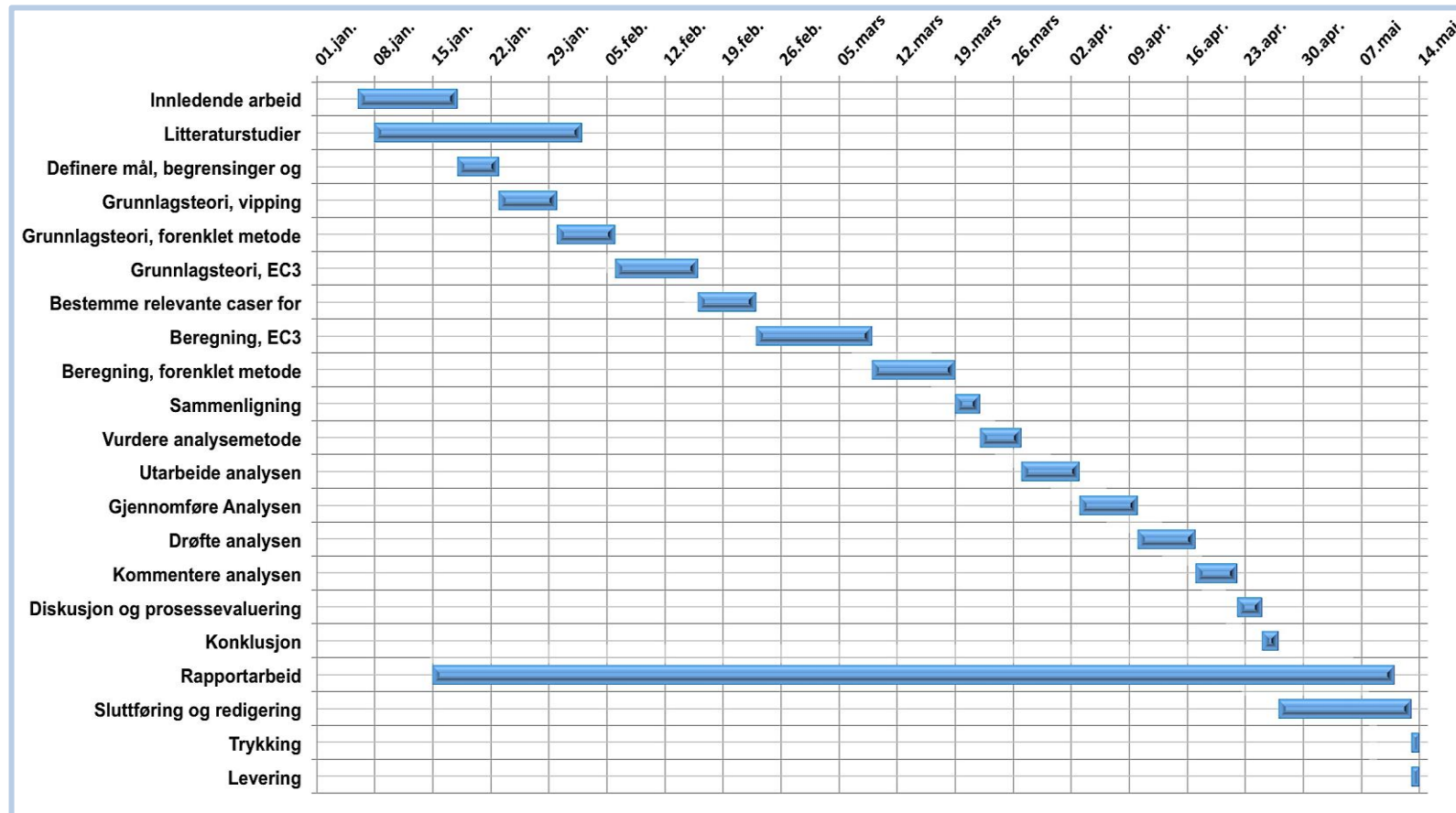
Gjennom emnet TMP301 ved IMT/NMBU fattet jeg stor interesse for beregningsdelen av faget maskinteknikk og konstruksjon. Det var derfor et bevisst valg å skrive masteroppgave relatert til dette temaet. Her ble jeg også introdusert for faget vipping og bruken av Eurokode 3. Det at bruken av standarder er utbredt i industrien gjorde oppgaven desto mer interessant, og jeg så muligheten for å få et godt læringsutbytte før jeg skal ut i arbeidslivet.

I studietiden min på NMBU har jeg som regel gjennomført og skrevet prosjektoppgaver sammen med andre. Erfaringsmessig ser jeg at det å samarbeide med andre kan være en stor fordel ved større prosjekter. Man får da muligheten til å diskutere problemer som oppstår, og får med dette en mer effektiv problemløsning. Det positive ved å arbeide alene er at man får erfaringen som kommer ved å ta avgjørelser på egenhånd og man må jobbe mer selvstendig. Jeg føler derfor at arbeidet jeg har lagt ned i denne gradoppgaven helt klart er en erfaring som jeg kommer til å ha nytte av senere.

Regelverket til Eurokode 3 og utregning av det kritiske vippemomentet er meget omstendelig. Dersom jeg skulle gjort oppgaven på ny ville jeg i større grad begrenset grunnlagsteorien vedrørende Eurokode 3, og fokusert mer på det som var aktuelt for beregning av de utvalgte casene. På denne måten kunne jeg hatt tid til å beregne flere caser, i tillegg til å utarbeide et større antall korreksjonsfaktorer.

Forenklete metoder brukt i beregning kan være svært nyttige så lenge de er trygge å anvende. Jeg håper at min gradsoppgave kan være til hjelp for andre studenter og ingeniører som arbeider med fenomenet vipping, og at oppgaven kan føre til inspirasjon for videre testing og forbedring av den forenklete metoden.

Vedlegg B - Fremdriftsplan



Fremdriftsplanen ble utarbeidet tidlig i planleggingsfasen. Planen har vært et nyttig verktøy for å vite hvordan jeg lå an tidsmessig, spesielt med tanke på de store milepælene som teorigrunnlag, beregning og analyse. Det ble i tillegg skrevet daglige notater i kalender.