





## Forord

Denne masteravhandlingen er gjennomført ved Norges miljø – og biovitenskapelige universitet (NMBU), Institutt for matematiske realfag og teknologi (IMT), våren 2014. Oppgaven har bydd på utfordringer fra dag èn og vært utrolig spennende og lærerik. Avhandlingen har bidratt til å gi meg en dypere forståelse av stål som konstruksjonsmateriale og ikke minst dens dimensjoneringsforutsetninger.

En stor takk rettes til min hovedveileder ved NMBU, Christian O. Sørensen. Samtalene har vært veldig lærerike, og ikke minst støttende og motiverende. Jeg har hatt stort utbytte av hver eneste veiledningstime.

Ønsker også å vie oppmerksomhet og en takk til mekanisk verksted ved IMT som har laget alle platebærerne brukt til forsøk i denne avhandlingen. Ellers vil jeg takke Tor Anders Nygaard v/ IMT og intern veileder Øyvind Kleven v/ Hjellnes Consult for hjelp.

---

Philip Eddy Eriksen  
Ås, 15. mai 2014

## Innholdsfortegnelse

<b>1. INNLEDNING</b>	<b>5</b>
1.1 BAKGRUNN	7
1.2 PROBLEMSTILLING	7
1.3 HENSIKT	7
1.4 TERMINOLOGI	8
1.5 SYMBOLER	9
<b>2. METODE</b>	<b>10</b>
2.1 OPPSETT AV PLATEBÆRERE	10
2.2 VALG AV AVSTAND MELLOM TO STIVERPAR	11
2.3 FORUTSETNINGER OG BEGRENSNINGER	11
<b>3. TEORI</b>	<b>12</b>
3.1 STÅLETS MATERIALEGENSKAPER	12
3.2 VON MISES FLYTEKRITERIUM	13
3.3 TILPASNING AV STIVERPAR MELLOM FLENSENE	14
3.4 KNEKKING	15
3.4.1 LOKAL KNEKKING	16
3.5 SKIVETEORI	17
<b>4. BEREGNING ETTER NS-EN 1993-1-5 KAP. 6 KAPASITET FOR TVERRKREFTER</b>	<b>18</b>
4.1 VERTIKALE STIVERPAR	19
4.2 DIMENSJONERENDE KAPASITET	20
4.2.1 BELASTNINGSTYPE OG LASTPÅFØRING	20
4.2.2 EFFEKTIV LASTUTBREDELSESLENGDE $L_y$ OG REDUKSJONSFAKTOR $X_F$	21
4.3 BEREGNEDE RESULTATER FRA STANDARD	23
<b>5. PRAKTISKE FORSØK VED MEKANISK VERKSTED NMBU</b>	<b>24</b>
5.1 FORBEREDELSE OG UTSTYR	24
5.2 OPPSETT AV FORSØK	25
5.3 DELRESULTATER	26
5.3.1 KUN ENDESTIVERPAR $A = 670$ MM	26
5.3.2 ENDESTIVERPAR M/ ETT FELTSTIVERPAR MIDT UNDER PUNKTLASTEN	27
5.3.3 ENDESTIVERPAR M/ TO FELTSTIVERPAR SENTRERT OM PUNKTLASTEN; $A = 50$ MM	28
5.3.4 ENDESTIVERPAR M/ TO FELTSTIVERPAR SENTRERT OM PUNKTLASTEN; $A = 182$ MM	29
5.4 PRAKTISKE FORSØK OPPSUMMERT	30
<b>6. FEM</b>	<b>31</b>
6.1 ELEMENTTYPE, ELEMENTNETT OG FASTHOLDNINGSBETINGELSER	31
6.2 SPENNINGSLOT OG KNEKKFORM	33
6.2.1 i) KUN ENDESTIVERE $A = 670$ MM	34
6.2.2 ii) ENDESTIVERPAR M/ ETT FELTSTIVERPAR MIDT UNDER PUNKTLASTEN	35
6.2.3 iii) ENDESTIVERPAR M/ TO FELTSTIVERPAR SENTRERT OM PUNKTLASTEN; $A=50$ MM	36
6.2.4 iii) ENDESTIVERPAR M/ TO FELTSTIVERPAR SENTRERT OM PUNKTLASTEN; $A=182$ MM	37
6.3 RESULTATER; INITIELL KNEKKING OG KRITISK KNEKKLAST	38

<b>7. OPPSUMMERING AV RESULTATER</b>	<b>39</b>
<b>8. DISKUSJON OG KONKLUSJON</b>	<b>41</b>
<b>8.1 DISKUSJON</b>	<b>41</b>
8.1.1 HVA OM ENDESTIVERE UTGÅR?	42
<b>8.2 KONKLUSJON</b>	<b>42</b>
<b>8.3 VIDERE ARBEID</b>	<b>44</b>
<b>9. KILDER</b>	<b>45</b>
<b>10. VEDLEGG</b>	<b>46</b>
<b>VEDLEGG A TILLEGG</b>	<b>46</b>
<b>VEDLEGG B BEREGNINGER</b>	<b>52</b>
<b>VEDLEGG C TEGNINGER TIL MEKANISK VERKSTED VED NMBU</b>	<b>58</b>
<b>VEDLEGG D FIGUR – OG TABELLISTE</b>	<b>62</b>

## Sammendrag

Knekning må tas til vurdering når det gjelder slanke konstruksjoner, og det skilles hovedsakelig mellom to former for denne bruddtypen; global- og *lokal knekking*. Lokal knekking, som er knekningssituasjonen denne avhandlingen fokuserer på, er en form for lokal svikt i konstruksjonselementet grunnet stort konsentrert trykk eller skjær.

Høye bjelker, eller platebærere, er spesielt utsatt for lokal knekking. Denne avhandlingen fokuserer på en fritt opplagt gaffellagret platebærer med stasjonær punklast på midten. Dette introduserer et lokalt *vertikalt* knekningsproblem av stegfeltet under den påsatte punktlasten, gitt at vipping er forhindret. Dette knekningsproblemet kan "elimineres" ved å sveise inn *tverrstiverpar* under lasten og dermed øke kapasiteten. Hensikten med disse stiverne er å overføre kraften fra punktlasten via stiverne til steget.

NS-EN 1993-1-5 kap. 6 tar for seg denne belastningssituasjonen og viser en metode for hvordan kapasiteten mot at steget knekker ut lokalt kan beregnes når det er sveist inn to tverrstiverpar sentrert om den stasjonære punktlasten.

Tidligere masteravhandlinger og undersøkelser har vist at metoden gir "avvik" når avstanden,  $a$ , mellom stiverparene blir "for små". "Avviket" består i at kapasiteten blir urimelig liten, og ved gradvis mindre og mindre avstander fortsetter også kapasiteten å konvergere mot tilnærmet null. Dette er i hovedsak problemstillingen med denne masteravhandlingen.

I søket etter et svar på problemstillingen, er det utført praktiske forsøk og ikke-lineære FEM-analyser i Solidworks for sammenligning med resultatene etter standarden. De praktiske forsøkene er utført ved NMBU – Institutt for matematiske realfag og teknologi, ved hjelp av en hydraulisk presse. Her ble platebærerne belastet til lokal knekking av steg inntraff.

Ved ulike konfigurasjoner av tverrstivere, ble det observert forskjellig knekningsoppførsler av steget. Noen tilfeller ga vertikal lokal knekking, mens der avstanden mellom tverrstiverparene ble "for små", viste det i stedet en etablering av skjærfelt og følgende skjærknekking. Metoden i standarden er formulert med utgangspunkt i et vertikalt knekningsproblem.

*Fra utredelsene som er gjort i denne avhandlingen er det konkludert med at kapasitetsreduksjonen ved "små" innbyrdes avstander er misvisende, og at det heller er en indikasjon på at metoden etter kapittel 6 i standarden er utenfor sitt gyldighetsområde. En minimumsgrense burde legges inn i metoden på avstanden mellom de to tverrstiverparene avhengig av lastutbredelsen " $s_s$ ".*

*Resultatene fra standarden sammenlignet med de praktiske forsøkene der stiveravstanden er "tilfredsstillende" eller "stor nok", viste seg å være rimelige.*

*I henhold til hva som er vanlig å gjøre i praksis, kan alternativet være å utvikle en metode som omfatter ett stiverpar under punktlasten.*

## Summary

Buckling need to be taken in special consideration when the slenderness ratio of the structure is high. In the buckling category there are mainly two types of failure; global buckling and *local buckling*. Local buckling applies to a part of the structure subjected to high compression and/or shear, which is the situation considered in this thesis.

Tall steel I-beams, or plate girders, is a typical structural component that is exposed to local buckling. This thesis is based upon a simply supported fork-stored plate girder with a concentrated force on the middle of the top flange. This introduces a local *vertical* buckling problem of the web underneath the point load when the load gets to big, given that transversal torsional buckling is prevented. In this situation, we therefore use transverse stiffeners to increase the capacity against buckling. The purpose of the stiffeners is to transfer the load through the stiffeners into the web as shear.

Eurocode 3: NS-EN 1993-1-5 shows a method on how to calculate the structural design resistance against the web buckling when two pairs of transversal stiffeners are installed centered under the point load.

Previous master theses and studies of the method in the Eurocode has showed "deviation" when the distance between the stiffeners gets "too small". The "deviation" being discussed, is that the capacity appears to be unreasonably small. Also, when the distance is gradually reduced towards zero, its capacity also converge towards zero. This is the main issue for this thesis.

In search for an answer to this issue, practical experiments and non-linear FEM-analysis in Solidworks for comparison with the results from the Eurocode were executed. The practical experiments where performed at the Norwegian University of Life Sciences (NMBU), at the Department of Mathematical Sciences and Technology, using a hydraulic press. A gradually increasing force was applied until the web buckled.

At various configurations of transverse stiffeners, different types of web buckling were observed. Some cases resulted in vertical form of buckling. When the distance between the pair of stiffeners got below a certain point, a field of shear and shear buckling was established. The method in the eurocode is based on a vertical buckling problem of the web.

*This concludes that the capacity reduction at "small" distances between the stiffeners is misleading. The reduction in capacity at small stiffener distances rather indicates that the method in NS-EN 1993-1-5 is not valid for smaller distances between stiffeners. A minimum limit should be applied in the method on the distance,  $a$ , between the pair of transversal stiffeners, depending on the load distribution " $s_s$ ". The capacity results from the plate girder configurations with "sufficient" or "large enough" stiffener distance though, seemed reasonable compared with the practical experiments.*

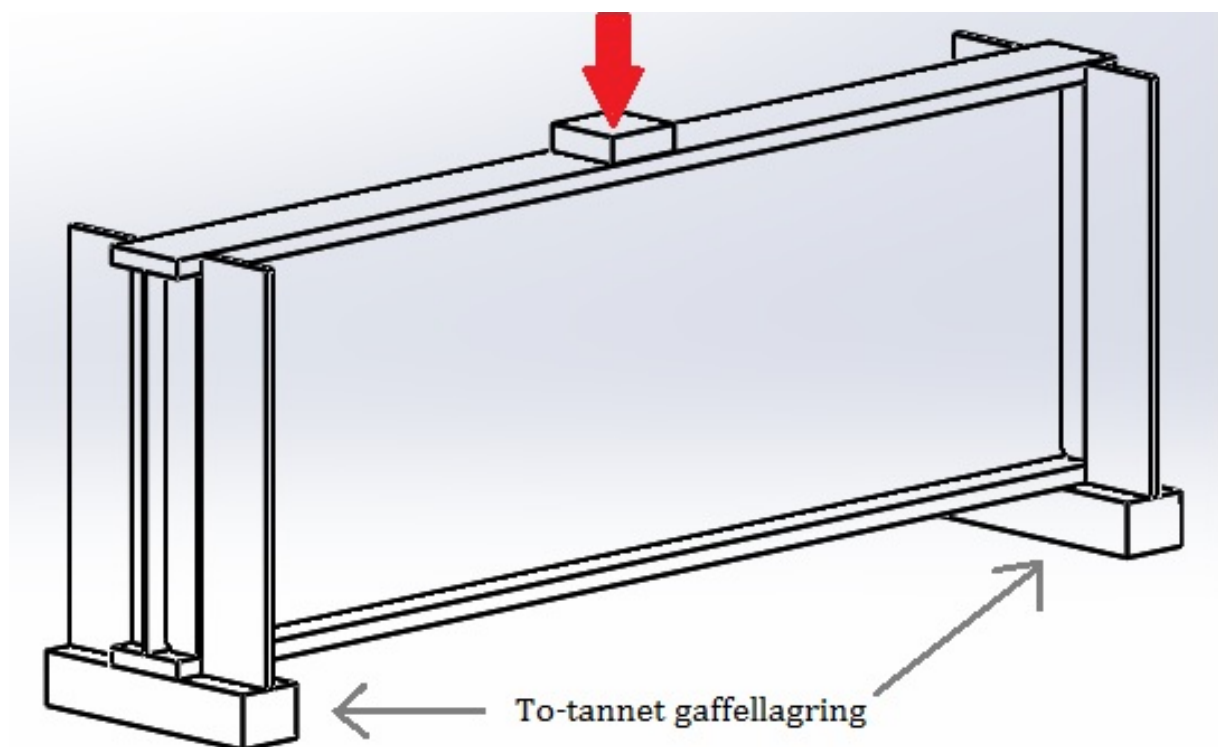
*In accordance to what is "normally" done in practice, the alternative is to develop a method which includes one pair of stiffeners underneath the point load.*

## 1. Innledning

Stål er et mye anvendt materiale i byggindustrien, og er godt egnet som et bærende konstruksjonselement. Som det er med det meste, ønsker en alltid å spare der det kan spares. En følge av dette er blant annet bedre materialutnyttelse og det å oppnå lave egenvekter med stor bæreevne. Dette medfører konstruksjonstverrsnitt med liten godstykkelse der det er mulig. En typisk konstruksjonsdel som reflekterer dette er platebærere, hvilke er sammensveist som et I-tverrsnitt. Karakteristisk for disse er dem store slankhet; høye tverrsnitt med slanke stegtykkelser. Denne type bjelke er som oftest å se i marine konstruksjoner, og er veldig vanlig i bjelkebruket konstruksjoner.

Som følge av den store slankheten introduseres en utfordring vi kjenner som knekking. I denne avhandlingen handler det hovedsakelig om lokal knekking av stegfeltet.

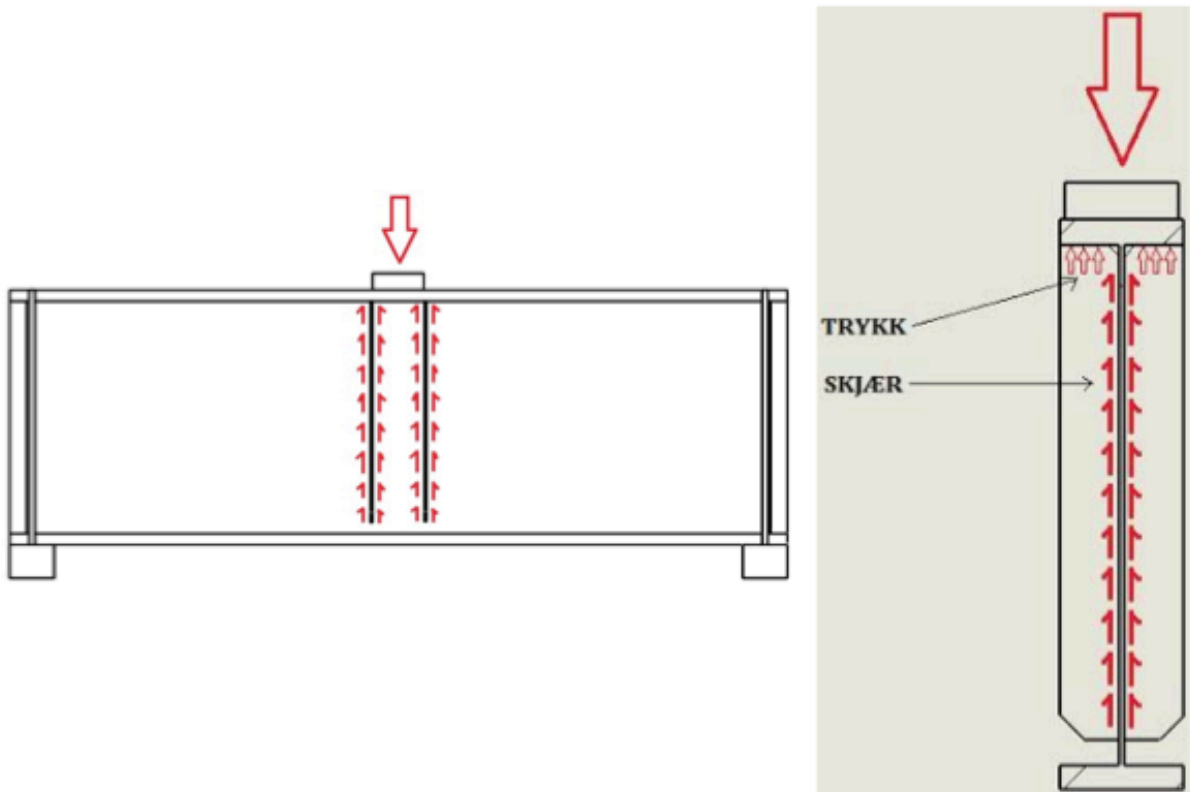
Tilfellet som betraktes er en fritt opplagt platebærer med en stasjonær punktlast på midten. Her skal det undersøkes hvordan kapasiteten mot lokal knekking av steget varierer med ulike oppsett av vertikale tverrstiverpar under belastningen.



**Figur 1.1** Fritt opplagt gaffellagret platebærer

Hensikten med tverrstiverparene er å overføre kraften fra punktlasten via stiverne til steget. Dette skjer i form av trykkoverføring øverst i stiveren i kontaktflaten med toppflensen. Dette trykket går så over til skjærspenning i stiveren som således overføres til steget gjennom sveisesømmene mellom stiver og steg [1]





**Figur 1.2** Platebærer med to tverrstiverpar viser kraftoverføring mellom stiver og steg. Venstre bilde illustrerer kraftoverføringen vist i lengdesnitt. Høyre bilde illustrerer kraftoverføring vist i tverrsnitt (bilde forstørret).

NS-EN 1993-1-5 kap. 6 "Kapazität for tverrkrefter" fremlegger en beregningsmetode for en slik situasjon, men virker på bakgrunn av tidligere avhandlinger og undersøkelser å gi svært konservative resultater. Den virker også urimelig i henhold til når det velges små avstander mellom stiverparene.

Med praktiske forsøk i en hydraulisk presse og FEM-analyse skal det prøves å finne noen fornuftige forklaringer til metodens "avvik" og hvorvidt den virker å være troverdig i henhold til dimensjonering av kapazität mot tverrkrefter.

## 1.1 Bakgrunn

Problemstillingen i denne avhandlingen er formulert med utgangspunkt i en metode fra NS-EN 1993-1-5 "Prosjektering av stålkonstruksjoner – Plater påkjent i plateplanet". Beregningsmetoden finnes under kapittel 6 "Kapasitet for tverrkrefter", og har til hensikt å gi dimensjonerende kapasitet mot lokal knekking av platefelt ved stasjonær vertikal belastning på toppflensen.

Opphavet til problemstillingen kommer fra Einar Leirgul, tidligere faglærer i konstruksjonsteknikk ved NMBU. Dette er videre blitt understøttet av Christian O. Sørensen, faglærer i samme emne. Det er her funnet uklarerheter og resultater som virker urimelige. Med det er det derfor stilt seg en kritisk holdning til formlene og kriteriene som er gitt i standarden under kapittel 6, og det er dette som er springbrettet til denne oppaveformuleringen.

Det foreligger også to masteravhandlinger, utført i kronologisk rekkefølge av Nikolai A. Hansen og Heidi M. Nilsen ved NMBU, som belyser metodens avvik. Begge avhandlingene er gjennomført med C.O. Sørensen som veileder. Dette er tatt til følge for det det søkes å besvare i denne oppgaven.

## 1.2 Problemstilling

"Avviket" som det rettes mot i metoden går i hovedsak ut på at det ved små avstander mellom stiverparene fremkommer svært lave kapasiteter. Når denne innbyrdes stiveravstanden gradvis avtar og går mot null, blir også utregnet kapasitet iflm. standarden deretter – altså gradvis lavere og lavere. Dette kan virke å henge sammen med en begrensning som er innbakt i beregningsmetoden mellom lastens utbredelse på steget og avstanden mellom de vertikale stiverparene. Fra dette er følgende utfordringer formulert;

- Hva er årsaken til begrensningen mellom lastutbredelsen på steget og avstanden mellom stiverparene i NS-EN 1993-1-5 kap. 6 ?
- Er det en logisk forklaring på kapasitetsoppførselen ved små stiveravstander jf. NS-EN 1993-1-5 kap. 6 ?
- Er beregningsmetoden fullstendig i henhold til dens hensikt ? Hvis ikke, hva burde utbedres?

## 1.3 Hensikt

Hensikten med oppgaven er å komme til en konklusjon som kan besvare metodens mulige "avvik" og hvorvidt den er gyldig innenfor det området den selv definerer.

## 1.4 Terminologi

Termer	Forklaring
Platebærer	Høy bjelke av sammensveist I-tverrsnitt (stor slankhet)
Platebærer; Oppsett/konfigurasjon	Platebærer kombinert med ulike tilfeller av tverrstiverpar
Tverrstiverpar	Dobbeltsidig tverrstiver mellom overflens og underflens
Slankhet	Beskriver forholdet mellom medvirkende stegbredde og steghøyde. <i>Slankheten</i> , $\lambda = \frac{l_k}{i}$ hvor $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$
Global knekking	Hele konstruksjonen knekker og går i brudd
Lokal knekking	Knekkning av en tverrsnittsdel lokalt i konstruksjonen
Flytegrense	Der materialet går fra elastisk til plastisk oppførsel. Målenhet: MPa (N/mm <sup>2</sup> )
Strekbruddgrense	Der materialet gir fullstendig etter og brister. Målenhet: MPa (N/mm <sup>2</sup> )
Knekklast	Den kraft som fører til sammenbrudd for en virkelig konstruksjon med formavvik, egenspenninger og eksentrisiteter.
Kritisk knekklast	Kraft for en matematisk perfekt konstruksjon som gjør at likevektstilstanden slutter å være stabil.
Formavvik	Geometriske avvik/deformasjoner av ubelastet konstruksjon/tverrsnitt.
Egenspenninger	Spenninger som ligger igjen i materialet etter produksjon som følge av tverrsnittets ulike godstykkelser og følgende temperaturvariasjon i valseprosessen

Tabell 1.1 Termer og forklaring

## 1.5 Symboler

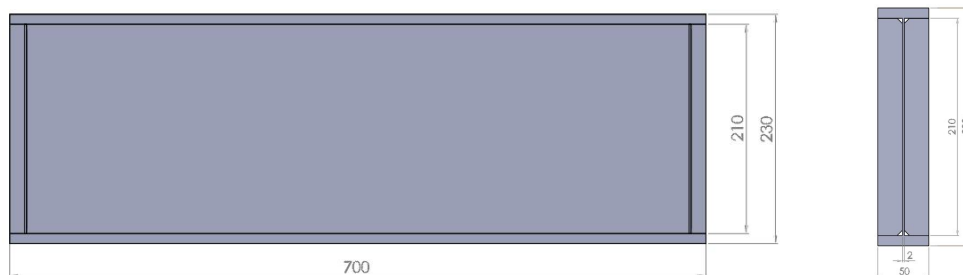
$\sigma$	spenning; [MPa]
$\varepsilon$	tøyning
$E$	elastisitetsmodul; [MPa]
$A_0$	areal av opprinnelig tverrsnitt; [mm <sup>2</sup> ]
$\tau$	skjærspenning; [MPa]
$f_y$	karakteristisk flytegrense for stål; [MPa]
$f_{yw}$	stegets karakteristisk flytegrense; [MPa]
$\gamma_{M0}$	materialfaktor for tverrsnittskapasitet
$\gamma_{M1}$	materialfaktor for stavknekking
$t_f$	flenstykkelse
$t_w$	stegtykkelse; [mm]
$h_w$	steghøyde; [mm]
$\eta$	justeringsfaktor
$F_{Rd}$	dimensjonerende kapasitet mot lokal knekking; [N]
$l_y$	effektiv belastningslengde på steget; [mm]
$X_F$	reduksjonsfaktor for knekking
$L_{eff}$	stegets effektiv lengde for kapasitet mot tverrkrefter; [mm]
$k_F$	knekkingskoeffisient
$\underline{a}$	avstand mellom to tverrstiverpar; [mm]
$\lambda_F$	stegets relative slankhet

## 2. Metode

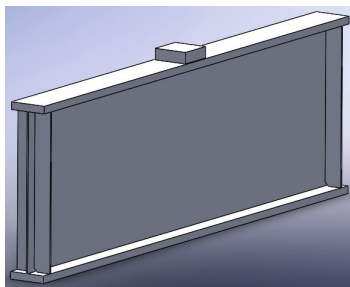
Avhandlingen berører tre ulike metoder for å se på kapasiteten mot tverrkrefter (kapasitet mot lokal knekking) av platebærerens steg:

- NS-EN 1993-1-5 kap. 6 Kapasitet mot tverrkrefter
- Praktiske forsøk med hydraulisk presse av type Stenhøj
- FEM; Ikke-lineær analyse i Solidworks

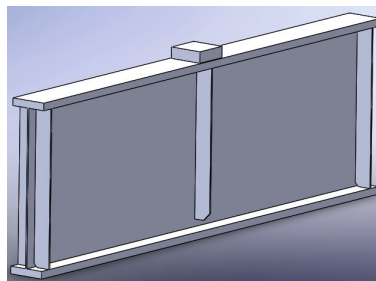
### 2.1 Oppsett av platebærere



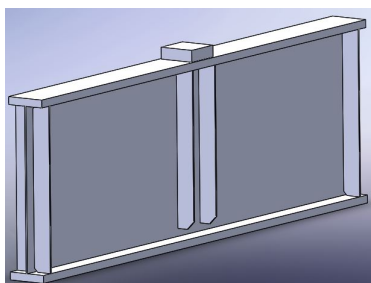
Figur 2.1 Lengdesnitt og tverrsnitt av platebærer



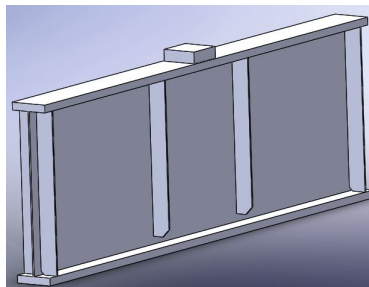
Figur 2.2 Platebærer med kun endestivere  $a = 670$  mm



Figur 2.3 Platebærer med endestivere og ett feltstiverpar sentrert under punktlasten



Figur 2.4 Platebærer med endestivere og to feltstiverpar  $a = 50$  mm sentrert om punktlasten



Figur 2.5 Platebærer med endestivere og to feltstiverpar  $a = 182$  mm sentrert om punktlasten

## 2.2 Valg av avstand mellom to stiverpar

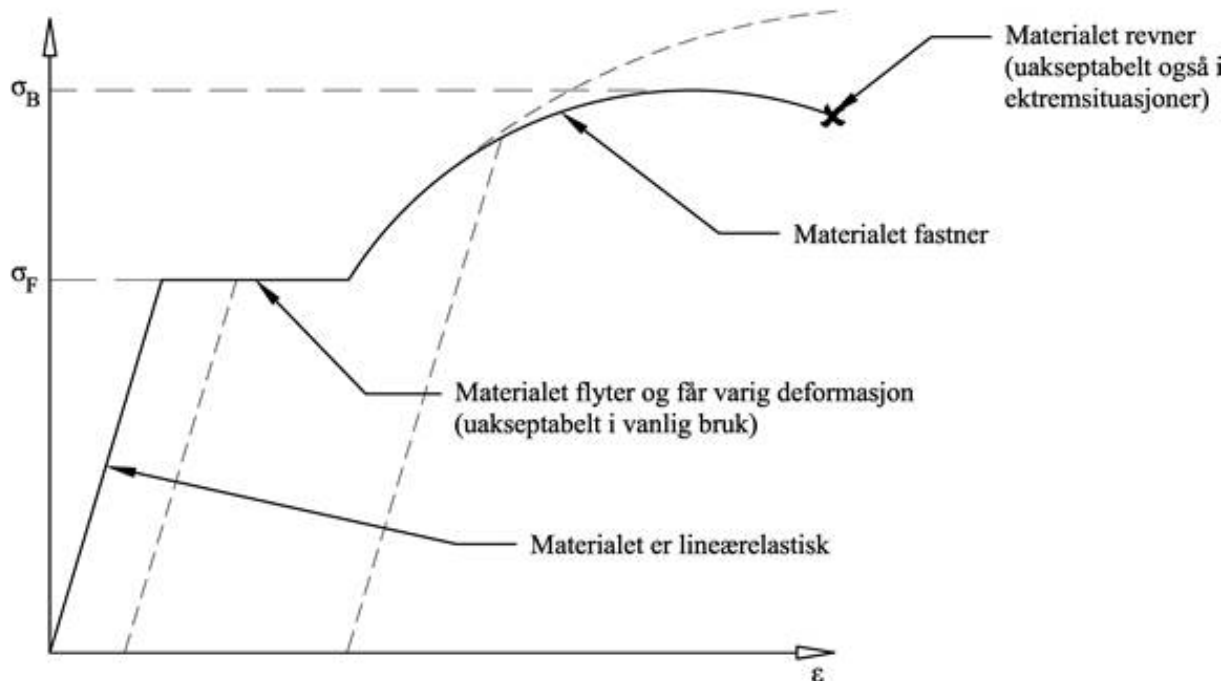
Avstanden mellom stiverparene lik 50 mm og 182 mm er henholdsvis bestemt på bakgrunn av belastningsklossens dimensjon á 46 x 46 x 15 mm (se figur 2.4) og den beregnede  $l_y$  lik 182 mm, den effektive lastutbredelsen på steget (se avsnitt 4.2.2).

## 2.3 Forutsetninger og begrensninger

- Alle beregninger er med stålqualität S355 og elastisitetsmodul 210000 MPa.
- Platebærers trykkflens er tilstrekkelig støttet sideveis, altså på tvers av platebærerens lengderetning. Vipping skal altså ikke være et problem. Se figur 3.6 for hva som menes med vipping.
- Alle beregninger er uten langsgående stivere.
- Det forutsettes at alle stiverpar det refereres til i avhandlingen er tversgående og vertikale.
- Dersom ikke annet er opplyst i teksten der og da, er det alltid NS-EN 1993-1-5 det henvises til når det rettes mot "standarden" i teksten.
- Alle dimensjoner er i millimeter hvis ikke annet er opplyst.

### 3. Teori

#### 3.1 Stålets materialegenskaper



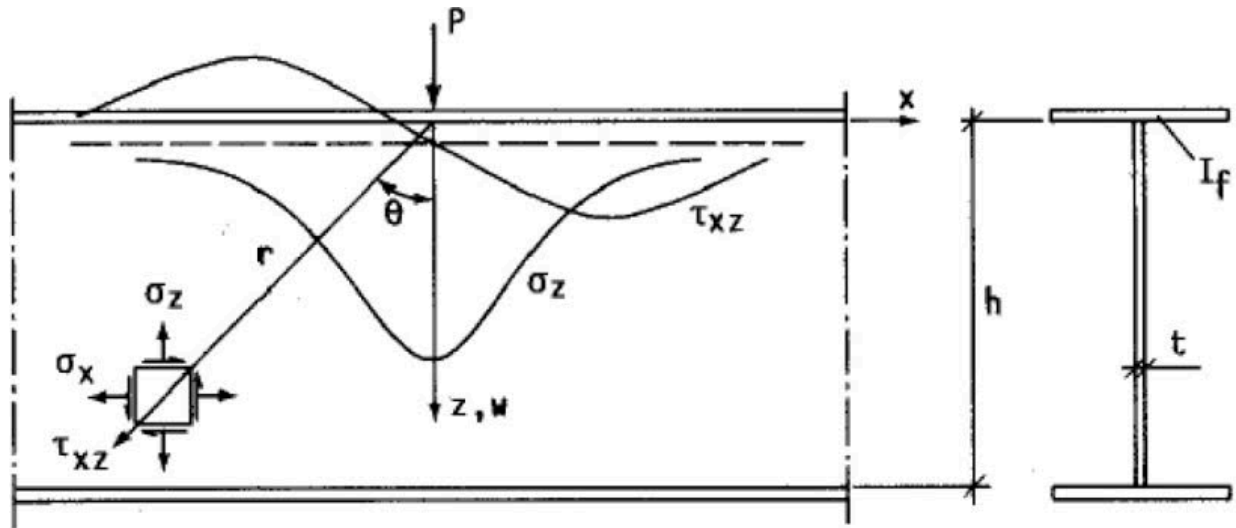
Figur 3.1 Arbeidsdiagram ("spennings-tøyningskurve") for stål

Figur 3.1 viser de mekaniske egenskapene for vanlig konstruksjonsstål, og er basert på en prøvestav i stål utsatt for strekk inntil den ryker i to (kryss i diagrammet over). Det lineære området viser en proporsjonal oppførsel mellom materialets spenning og tøyning. I dette området sier vi at stålet er elastisk, hvilket betyr at det går tilbake til sin opprinnelige form når lasten tas bort. Der grafen flater ut i en vannrett linje, flyter stålet. Altså, stålets flytegrense er nådd og er i en plastisk tilstand (går ikke tilbake til sin opprinnelige form). Punktet der grafen slår om fra lineær til vannrett, betegnes som stålets flytegrense, eller flytefasthet. Der grafen begynner å stige igjen, sier vi at stålet "fastner". Altså viser stålet ekstra styrke utover flyteplataet, og når ikke brudd før toppunktet på denne kurven. Dette punktet indikerer stålets bruddfasthet. Flytefastheten og bruddfastheten varierer for ulike typer stål, mens stålets elastisitetsmodul  $E$ , betraktes som konstant.  $E$ -modulen finnes som den lineære linjens stigning. [2]

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \quad (3.1), \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (3.2), \quad E = \frac{\Delta \sigma}{\Delta \varepsilon} \quad (3.3)$$

### 3.2 Von Mises flytekriterium

For metalliske konstruksjoner er det vanligst å benytte von Mises flytekriterium ved beregning av den elastiske tverrsnittskapasiteten, altså den snittkraft eller kombinasjon av snittkrefter som gir begynnende flytning i det mest påkjente punkt i tverrsnittet. Kriteriet gir altså mulighet for beregning av flyt gjennom en kombinasjon av normal – og skjærspenninger, og er uttrykt for både en todimensjonal og en tredimensjonal situasjon.



Figur 3.2 Punktlast på platerand av platebærer uten vertikale stiverpar.

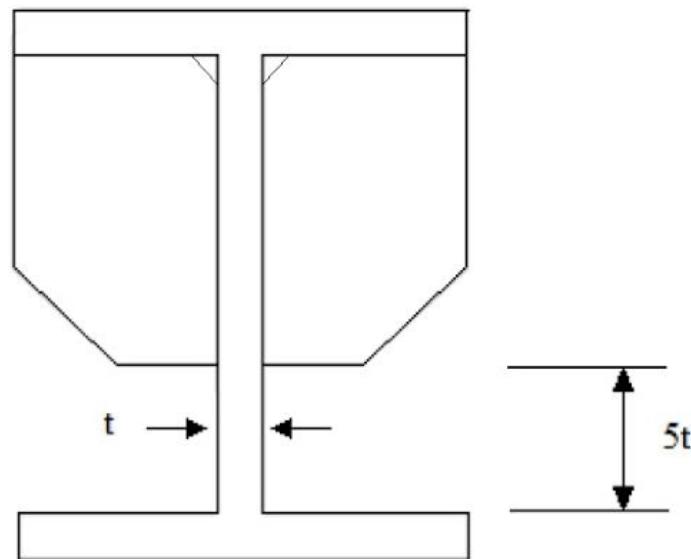
Jf. figur 3.2 som viser til et utsnitt av en platebærer med punktlast på platerand, gis det av bilde at situasjonen blir å betrakte som en todimensjonal spenningstilstand, også omtalt som en plan spenningstilstand. Dette vil si at vi har en spenningsfri retning, hvilket er en av forutsetningene for skiveteorien under avsnitt 3.5. Viser med dette derfor kun til von Mises likning for denne spenningstilstanden[3]

$$\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3\tau_{xz}^2} = f_d = \frac{f_y}{\gamma_{Mo}} \quad (3.4)$$



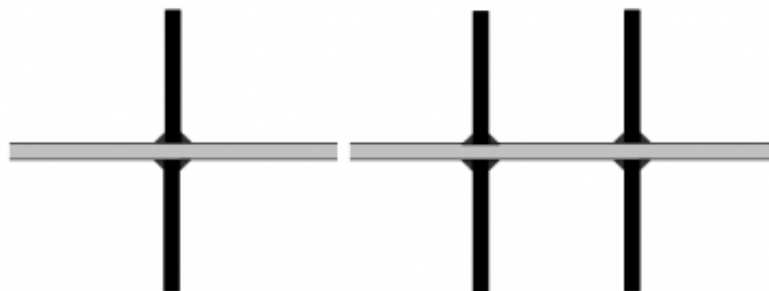
### 3.3 Tilpasning av stiverpar mellom flensene

Stivere kan tilpasses tverrsnittet på ulike måter, og tilpasses da i hovedsak slik at de fungerer til det de er tiltenkt i forhold til laster og i andre rekke slik at den er enkel å montere (sveise) inn mellom flensene. Hvorvidt stiveren sveises til flensen eller er stoppet litt før, avhenger av hvilke flens lasten virker på. Altså har vi at for tverrstivere under punktlast på toppflens at tverrstiveren sveises til steget og toppflensen, og kan stoppes litt før underflensen[4]. Dette vil gjøre tilpasningsarbeidet enklere. Det forstås da intuitivt at for tverrstivere ved opplegg at det sveises med full kontakt til underflensen. Anbefalt avstand til motsatt flens er satt til fem ganger stegtykkelsen[1].



Figur 3.3 Avkappa tverrstiverpar til motstående flens.

Da den konsentrerte lasten på platerand er tiltenkt å overføres som trykk til tverrstiverparet og "deretter" overføres som skjær via sveisesømmen mellom steg og stiverpar, er det viktig å påse at sveisearealets kapasitet er tilstrekkelig. Dette kan være avgjørende der man ønsker avkappede tverrstiverpar. Når det gjelder trykkoverføringen mellom flensen og stivernes kontaktflate (se figur 1.2), er dette avhengig av avstanden mellom stiverparene i forhold til belastningsarealet på toppflensen. [5]



Figur 3.4 Grunnrikk av hhv. ett stiverpar og to stiverpar sveist til steg.

### 3.4 Knekking

Den enkleste formen for knekking er Eulerstaven, og legger mye av grunnlaget for teorien rundt knekking.

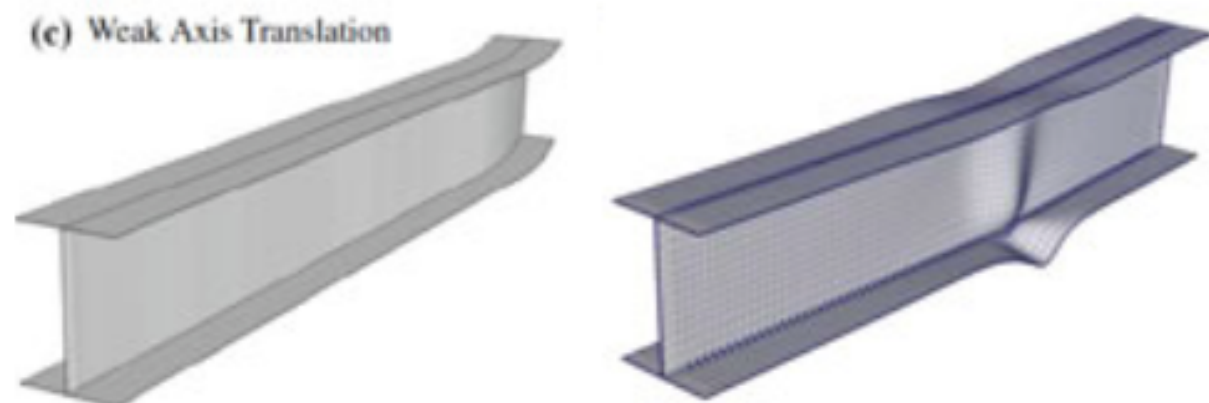
Knekking er en type bruddform som kan oppstå før materialet har nådd sin flytegrense. Det bemerkes dog at knekking kan være av både elastisk og plastisk karakter[5]

Hvor lett knekking oppstår har sammenheng med høyde/tverrsnitt-forholdet, hvilket betyr at tverrsnittets treghetsmoment/2. areal moment er av betydning for motstand mot knekking. Eksempelvis vil en trykkbelastet stav med rektangulært tverrsnitt knekke om tverrsnittets svake akse. Hadde stavens tverrsnitt vært kvadratisk ville knekkretningen vært uforutsigbar.

Det skilles mellom to hovedformer for konstruksjonsbrudd forårsaket av knekking, og er etter terminologien gitt ved

- global knekking
- lokal knekking

Den delen som omhandler global knekking, som regel omtalt litt upresist som knekking, gjelder når hele søylen og/eller bjelken knekker og mister sin bærekapasitet. Lokal knekking, som det fokuseres på i denne oppgaven, berører kun deler av konstruksjonen.



**Figur 3.5 Venstre bjelke illustrerer global knekking om svak akse og høyre bjelke lokal knekking av både steg og flens.**

### 3.4.1 Lokal knekking

Lokal knekking er som sagt en form for lokal svikt i konstruksjonselementet og kan opptre i de ulike "delene" som tverrsnittet er satt sammen av. Med dette er det som regel i de tynne platefeltene problemet som oftest fremkommer, enten da på grunn av stort konsentrert trykk eller skjær. [4]

Kneknings-type	Illustrasjon
Skjærknekking av steg	
Tversgående torsjonsknekking (vipping) av bjelke	
Lokal knekking av trykkflens	
Stegknekking grunnet aksielt trykk	
Flensindusert knekking av steget	
Lokal knekking av steg grunnet vertikal last	

**Figur 3.6 Ulike typer av lokal knekking ved forskjellige lastsituasjoner. Den røde sirkelen markerer tilfellet som betraktes i denne avhandlingen.**

Måten lokal knekking skiller seg fra global knekking på, er at det for lokal knekking ikke nødvendigvis medfører at hele konstruksjonen kolliderer ved initiell knekking. Etter initiell lokal knekking kan konstruksjonen altså fremdeles ha evne til å bære lastene. Denne egenskapen er noe som gjør seg gjeldene for skiver, og beskrives nærmere i avsnittet om skiveteori[6].

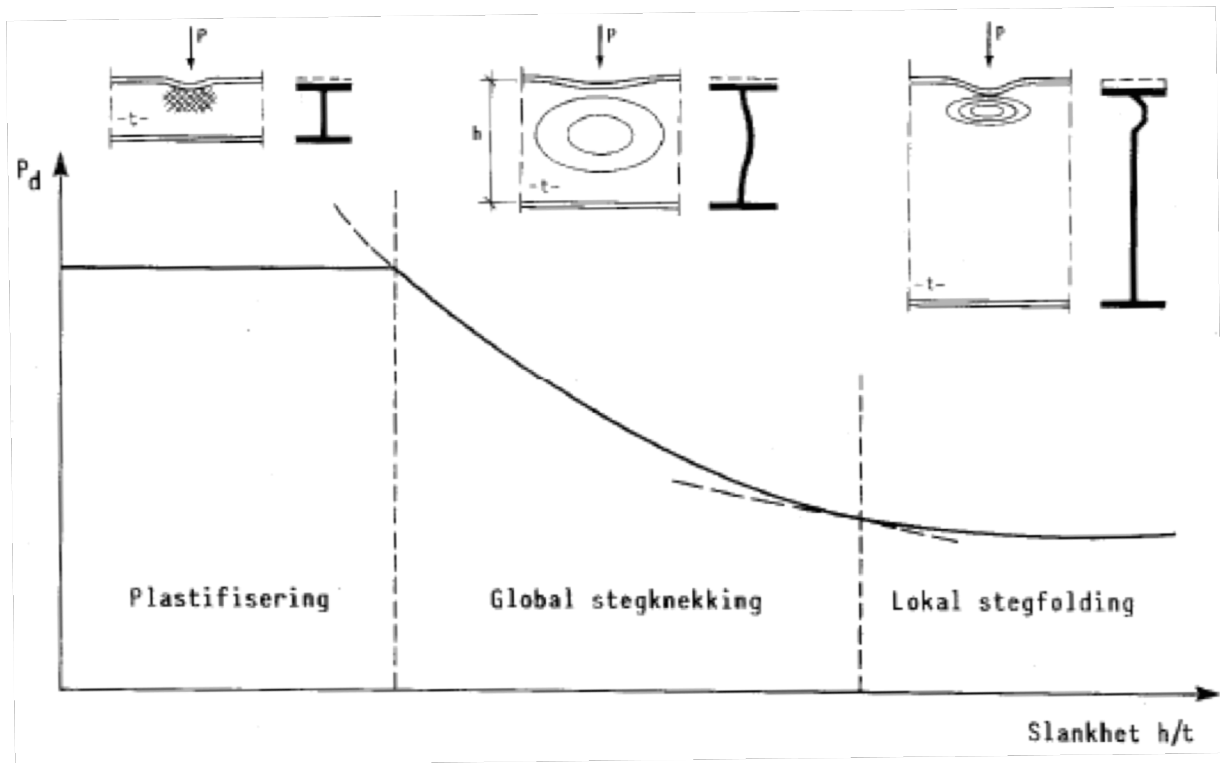
### 3.5 Skiveteori

En skive er definert som et konstruksjonselement der kreftene virker i skivens plan, hvilke er tilfelle for steget i en fritt opplagt platebærer med vertikal punktlast på midten. Når denne punktlasten blir "for stor", knekker altså skiven ut av sitt eget plan. Skiven i dette tilfelle blir å betrakte som et avgrenset felt av steget bestemt av lastens utbredelse på stegranden.

Siden det er en skive, vil den initielle knekkingen etterfølges av postknekkning. Årsaken til dette skyldes en fastholdningseffekt. Dette kan illustreres ved at skiven deles opp i søylerekker 1 mm brede, der midtre "søyle" befinner seg rett under punktlasten. Når denne midtre søylen begynner å knekke, vil den holdes igjen av søylene på hver side. Når disse tre søylene igjen knekker, vil sideliggende søyler igjen holde disse mot å knekke og så videre. Herav begrepet postknekkning. Denne effekten slutter selvfølgelig etter hvert ved en skivebredde avhengig av lastutbredelsen, og skivens evne til å motstå knekkingen ut av skiveplanet vil opphøre og lokal knekking vil opptre [7].

#### 4. Beregning etter NS-EN 1993-1-5 Kap. 6 Kapasitet for tverrkrefter

Beregningsmodellen har til hensikt å gi dimensjonerende kapasitet for plater påkjent av trykkbelastning i planet mot opptrædende tverrkrefter, og er gjeldene for følgende tre bruddtilfeller [3].



Figur 4.1 Ulike bruddformer for steget

- Plastifisering; opptrer lokalt i en sone under lasten for små slankheter
- Global stegknekkning; Middels slanke steg der steget knekker "globalt" og hvor knekkmønsteret omfatter det meste av steget.
- Store slankheter fører til en lokal foldningsmekanisme (crippling) umiddelbart under lasten, mens resten av steget forblir tilnærmet udeformert.

Bruddformene som vises for de ulike tverrsnittformene er uten vertikale stiverpar.

## 4.1 Vertikale stiverpar

Det har til nå vært klart at stiverparene det er referert til, gjelder stiverparene som er plassert sentrert under den stasjonære lasten. Som oppsettene i avsnitt 2.1 viser, kan det også merkes at det er lagt inn stiverpar ved hvert opplegg. Jf. kapittel 5 i standarden som vedrører skjærkapasitet, foreligger det en bestemmelse for hvorvidt det bør benyttes tverrstivere ved opplegg. Den sier at for uavstivede steg eller avstivede steg bør det anvendes stiverepar ved opplegg dersom

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \varepsilon, \text{ for uavstivet steg} \quad (4.1)$$

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{31}{\eta} \varepsilon \sqrt{k_\tau}, \text{ for avstivet steg} \quad (4.2)$$

der  $\eta = 1,2$  for stålsorter opp til og med S460

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

for utregning av skjærknekkingskoeffisienten  $k_\tau$  se vedlegg B. 1.

For platebærerene bortsett fra den med to stiverpar  $a = 50$  mm, ble det påvist at stivere ved endene bør legges inn. Det syntes rart at det ikke endestivere for det ene tilfelle var nødvendig da dette generelt er noe som gjøres i praksis for å føre oppleggskrefter inn i steget og for å fastholde steget mot **tverrforskyvning** [3] s. 336. Det ble derfor utført en FEM-simulering for oppsettet der ikke endestivere var nødvendig i følge med likning (4.2). Se vedlegg A.3. Da knekking ved opplegg ble resultatet av analysen, ble det valgt å benytte endestivere også her. For videre å holde orden på type stiverpar er det laget en figur av oppsettet for å tydeliggjøre når det snakkes om stiverpar ved opplegg eller under punktlast. Utregning av (4.1) og (4.2) fremkommer av vedlegg B.1.



Figur 4.2 Ende og felt definert for platebærer

Det vil med dette referes til feltstiverpar når det gjelder stiverpar under punktlast (i felt) og endestiverpar når det gjelder stiverpar plassert ved opplegg (ende).

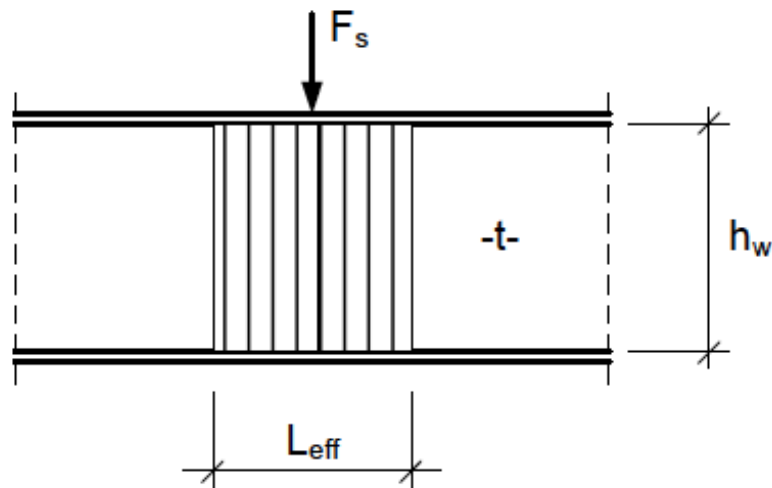
## 4.2 Dimensjonerende kapasitet

I følge standarden er formelen for dimensjonerende kapasitet mot at steget skal knekke lokalt gitt ved

$$F_{Rd} = \frac{f_{yw} L_{eff} t_w}{\gamma_{M1}} \quad (4.3)$$

$L_{eff}$  er lengden som betraktes av steget som virker mot stegets forskyvning ut av planet. Det vil si en knekkform orientert om platebærerens lengdeakse. I området denne lengden utgjør antas en konstant spenningsfordeling i steget [3]. Hvor stor denne lengden blir avhenger av den effektive lastutbredelseslengden og reduksjonsfaktoren (se avsnitt 4.2.2.)

$$L_{eff} = l_y X_F \quad (4.4)$$



Figur 4.3 Effektiv steglengde for kapasitet mot tverrkrefter

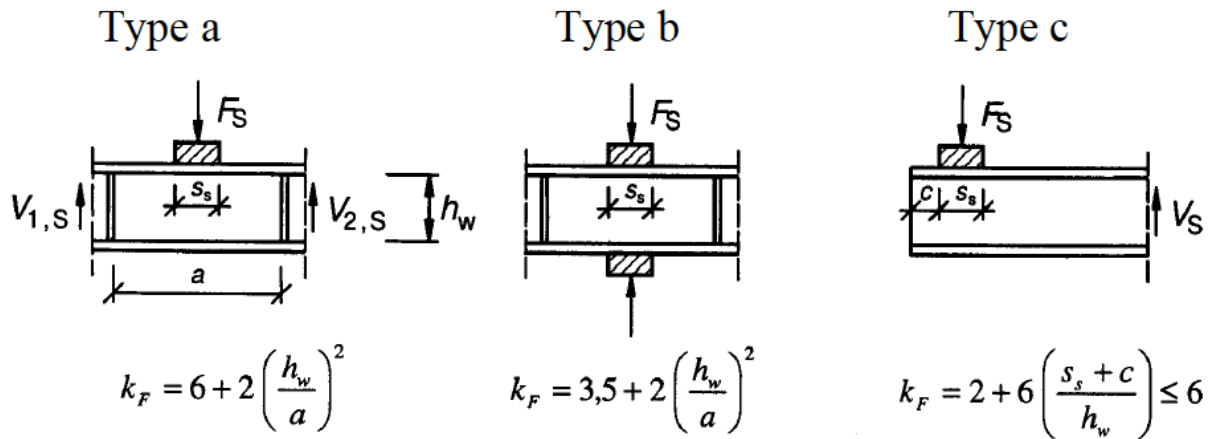
### 4.2.1 Belastningstype og lastpåføring

Metoden fremlegger tre ulike lastsituasjoner ved bestemmelse av knekningskoeffisienten. Knekningskoeffisienten varierer i tråd med lastsituasjon, og det må her avgjøres hvilket av tilfellene som skal benyttes ved videre beregning. Type lastpåføring som vises i figur 4.4 beskrives i henhold til standarden som følger:

Type a) gjennom flensen, der lasten opptas av skjærkreftene i steget.

Type b) gjennom én flens, der lasten overføres gjennom steget direkte til den andre flensen.

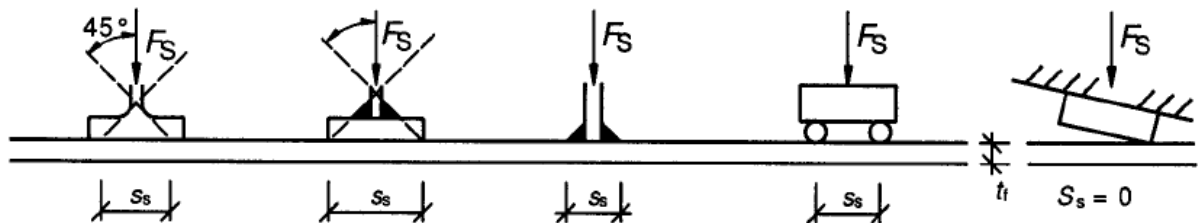
Type c) gjennom én flens i nærheten av en uavstivet ende.



Figur 4.4 Lasttilfeller

"Type a" viser et utsnitt et vilkårlig sted på en bjelke opplagt i hver ende med to dobbeltsidige stiverpar sentrert om punktlastens plassering. "Type b" viser et utsnitt av en kontinuerlig bjelke med et mellomliggende opplegg og to dobbeltsidige stiverpar sentrert med utgangspunkt i punktlasten og felttoppleggets plassering. Avstand mellom stiverparene er "a" og "h<sub>w</sub>" er steghøyden. "Type c" tolkes som en utkragerbjelke med en punktlast plassert nær enden. "Type b" og "Type c" er ikke aktuelle for denne oppgaven.

Lastutbredelsen på steget avhenger av lastfordelingsblokken (skravert området), og er betegnet med bokstaven "s<sub>s</sub>". Ved en stasjonær og konsentrert belastning på denne blokken, antar man normalt at lasten spres 45 grader gjennom denne. Eksempelvis og litt forenklet betyr dette at dersom blokken er 20 mm høy og 40 mm bred, vil "s<sub>s</sub>" ved en punkbelastning midt på blokken være lik 40 mm. Figur 4.5 viser ulike tilfeller for lastpåføring på overflensen og utbredelsen "s<sub>s</sub>".



Figur 4.5 Stiv oppleggslengde for ulike lasttyper på toppflensen

#### 4.2.2 Effektiv lastutbredelseslengde l<sub>y</sub> og reduksjonsfaktor X<sub>F</sub>

Reduksjonsfaktoren er en dimensjonsløs verdi som blir bestemt på bakgrunn av den relative slankheten av det betraktede platefeltet, og er avgjørende for hvor stor del av steget i lengderetning som kan antas utnyttbart for motstand mot tverrforskyvningen. Altså har vi at jo lavere L<sub>eff</sub> er, jo lavere vil den dimensjonerende kapasiteten bli etter metoden i standarden. Se likning (4.3). Faktoren for reduksjon av den effektive lastutbredelsen oppgis som

$$X_F = \frac{0,5}{\lambda_F} \leq 1,0 \quad (4.5)$$



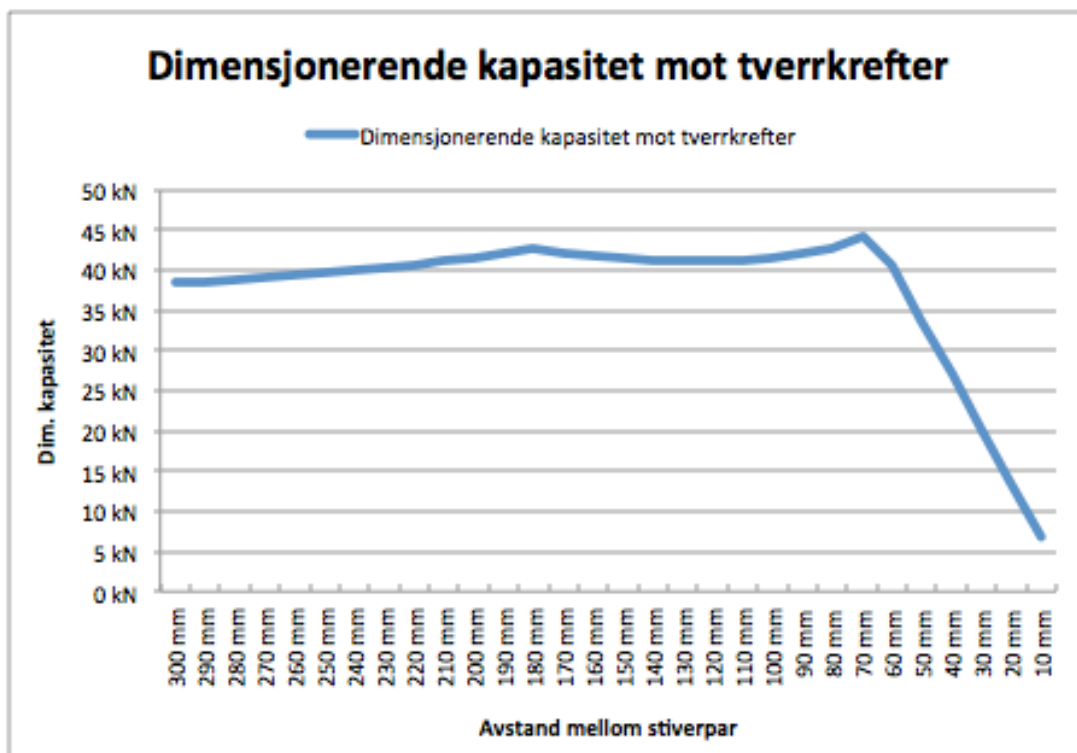
Den relative plateslankheten, uttrykt ved  $\bar{\lambda}_F$  under brøkstreken i formel (4.5), er avhengig av stegtykkelsen, stålets flytespenning, kritisk last og effektiv lastutbredelse på steget. Den effektive lastutbredelseslengden tar utgangspunkt i punktbelastningens utbredelse på flensen, "s<sub>s</sub>". Denne lastutbredelsen har helning 1:1 ned til stegranden. Derav 2t<sub>f</sub> i likning (4.6). I tillegg påløpes det noen hjelpestørrelser, og utregningen er bestemt som følger

$$l_y = s_s + 2t_f \left(1 + \sqrt{(m_1 + m_2)}\right) \quad (4.6)$$

Utregningen av l<sub>y</sub> i likning (4.6) er gjeldene for "Type a" og "Type b" (se figur 4.4). Denne lengden er fra standarden bestemt til å være mindre enn eller lik avstanden mellom de vertikale stiverparene. Altså får vi

$$l_y \leq a \quad (4.7)$$

Dette betyr at dersom det velges en innbyrdes avstand mellom stiverparene mindre enn den utregnede l<sub>y</sub>, må l<sub>y</sub> settes lik a. Da reduksjonsfaktoren er en størrelse som skal være ≤ 1, forstås det imidlertid, og kanskje litt intuitivt, at begrensningen på l<sub>y</sub> ved et gitt punkt vil gi en gradvis og avtagende virkning på den dimensjonerende kapasiteten. Se likning (4.3). Grafisk ser dette slik ut for stiveravstander fra 10 mm til 300 mm med l<sub>y</sub> = 182 mm (Se vedlegg B.4 for utregning av l<sub>y</sub>)



Figur 4.6 Grafisk fremstilling av kapasitet etter standard for stiveravstander 10 mm - 300 mm

Fra grafen kan en enkelt se at kapasiteten ved stiveravstander mindre enn 70 mm avtar tilnærmet lineært. Denne litt merkelige kapasitetsendringen ved små stiveravstander er et av de oppførte punktene i problemstillingen som det søkes en forklaring på, og er diskutert under avsnitt 8.1 - 8.2. En liknende illustrasjon for ulike profiltverrsnitt er vist i N. A. Hansen sin besvarelse, som også viser den samme avtagende kapasitetsoppførselen ved gradvis mindre stiveravstander [7].

### 4.3 Beregnede resultater fra standard

Utregning av kapasitet finnes i vedlegg B.  
Alle inngående formler er uttrykt i vedlegg B.5

Oppsett av platebærer	$F_{Rd}$
Kun endestiverpar $a = 670$ mm	36,2 kN
Endestiverpar m/ ett feltstiverpar sentrert under punklast	x
Endestiverpar m/ to feltstiverpar $a = 50$ mm sentrert om punklast	33,8 kN
Endestiverpar m/ to feltstiverpar $a = 182$ mm sentrert om punklast	42,8 kN

**Tabell 4.7 Dimensjonerende kapasitet**

For platebæreroppsettet med endestiverpar og ett feltstiverpar under punktlasten gis ikke fra beregningsmodellen etter metoden i standarden, og fremkommer derfor i tabell 4.7 som et kryss under dimensjonerende kapasitet.

## 5. Praktiske forsøk ved mekanisk verksted NMBU

Alle forsøkene er gjennomført på mekanisk verksted ved NMBU utført av to personer grunnet ryddigere og mer presis utførelse. Med dette menes avlesning av måleinstrument og samtidig kontroll over stegknekkingen.

### 5.1 Forberedelse og utstyr

Forberedelse av forsøkene var i hovedsak med tanke til vipping av platebæreren, og ble praktisk løst ved en kontrolltest. Vippefaren ble her eliminert ved bruk av gaffellagring i hver ende slik at trykkflensen ble fastholdt sideveis, altså mot rotasjon om platebærerens lengdeakse jf. standard 6.1(1). En kontinuerlig fastholdning langs hele trykkflensen ble derfor ikke nødvendig. Det bemerkes at også lengden på platebæreren er en avgjørende parameter for vippingen.

Utstyret benyttet til forsøkene er en hydraulisk stempelpresse av type Stenhøj med maks trykkapasitet på 300 kN. Belastning ble utført manuelt ved en pumpepedal. Lastøkning skjedde dermed med jevne pumpetrykk inntil knekking av steg inntraff, og last ble avlest av et integrert måleinstrument i pressa. Presse og måleinstrument fremkommer av figur 5.1 og figur 5.2.



Figur 5.1 Hydraulisk presse av type Stenhøj



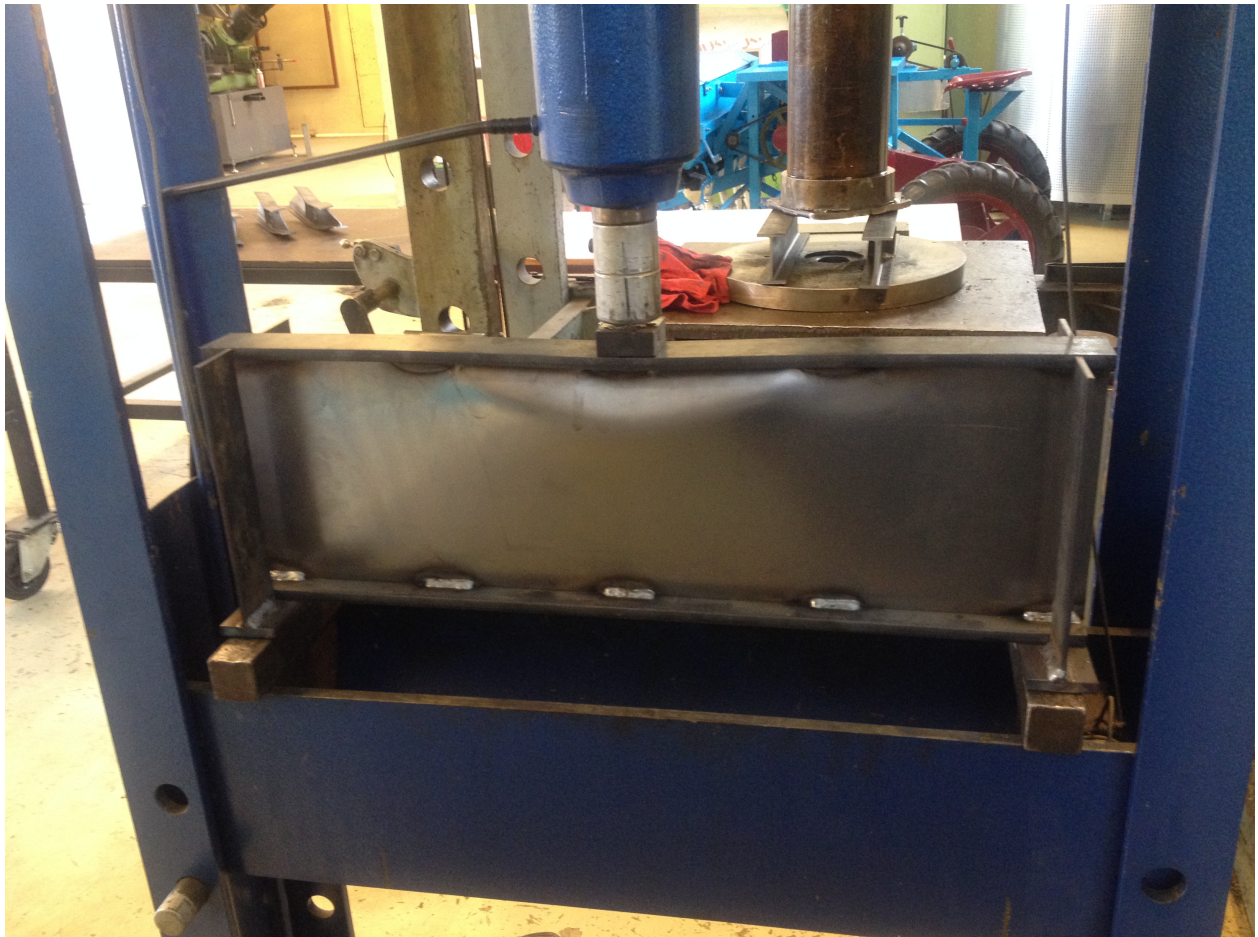
Figur 5.2 Integrert måleinstrument i pressa

## 5.2 Oppsett av forsøk

Som vist i avsnitt 2.1, er de sveisede platebærerene 700 mm lange og 230 mm høye. Hver oppleggsflate er 40 mm, så fritt spenn blir da 620 mm. Ved sammensveising er det benyttet intervallsveis med a-mål tilnærmet 5 mm. Se vedlegg A.2. Samme sveisemetode er benyttet ved innsetting av stiverne. Den konsentrerte lasten påføres platebæreren via en kvadratisk belastningskloss à 46mm x 46mm x 15mm. Da stempelet fra pressa dekker hele klossen, er belastningsutbredelsen på flensen gitt fra dimensjon på kloss. Denne lastutbredelsen tilsvarer da "s<sub>s</sub>" under avsnitt 4.1.1 "Belastningstype og lastpåføring". Fra figur 5.4 er platebæreren vist plassert i pressa og utført likedan for alle konfigurasjonene av platebærerene. Bildet er tatt fra kontrolltesten og viser hvordan steget har knekt.



**Figur 5.3 Overgang stempel, belastningskloss og platebærer**



**Figur 5.4 Oppsett av platebærer i Stenhøjpress.**

Det er i denne kontrollen ikke sveiset inn endestivere ved opplegg, men bildet gir fremdeles en tydelig indikasjon på hva som kan forventes av de andre forsøkene.

### 5.3 Delresultater

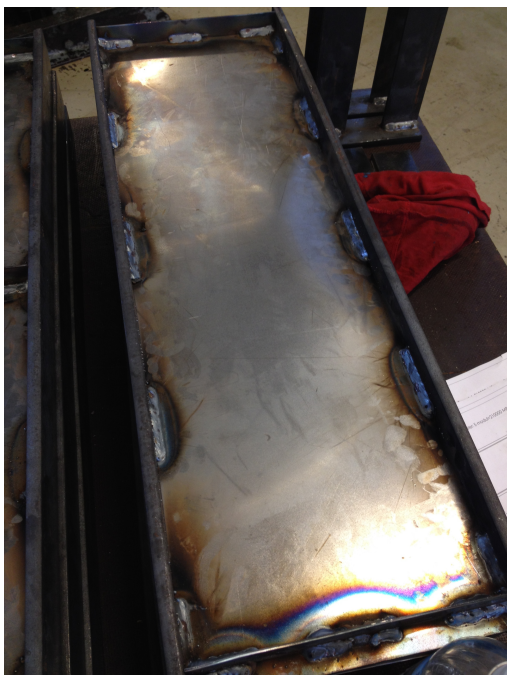
Da små resultatavvik ble observert mellom hver test, ble det besluttet å utføre tre tester på hvert enkelt oppsett av platebærerene. Fra dette ble gjeldene kapasitet bestemt enkelt ved middelverdien av de tre forsøkene. Det ble belastet helt inntil stegknekkning inntraff.

#### 5.3.1 Kun endestiverpar $a = 670$ mm



Figur 5.5 Platebærer med kun endestiverpar

Figur 5.6. viser knekkformen etter at steget har knekket lokalt. Platebærer er lagt på siden for å vise knekkformen bedre. Følgende er gjort med resten av platebærerene i de følgende forsøkene.



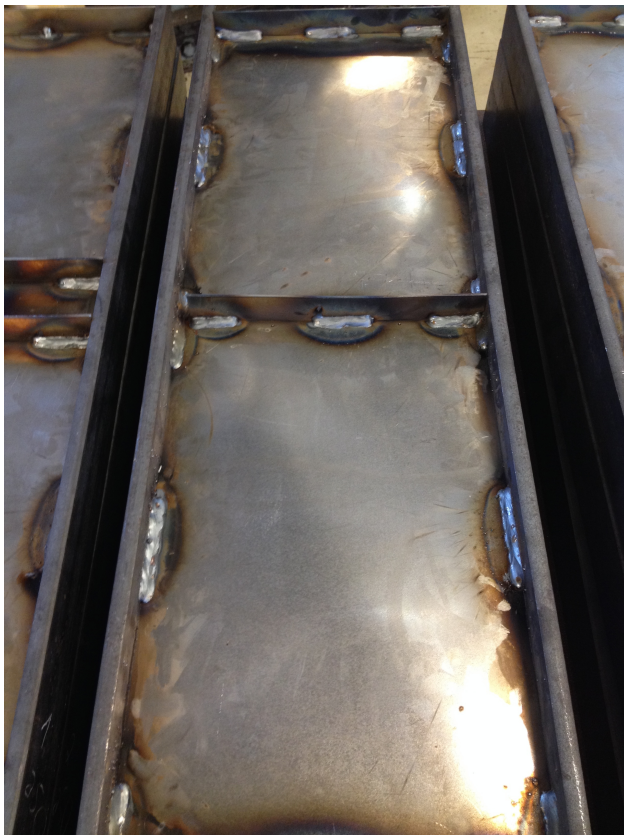
Figur 5.6 Knekkform

Test 1: 35 kN
Test 2: 38 kN
Test 3: 40 kN
Middelverdi: 38 kN

### 5.3.2 Endestiverpar m/ ett feltstiverpar midt under punktlasten



Figur 5.7 Platebærer med endestiverpar og ett feltstiverpar sentrert under punktlasten



Test 1: 75 kN
Test 2: 78 kN
Test 3: 75 kN
Middelverdi 76 kN

Figur 5.8 Knekkform

### 5.3.3 Endestiverpar m/ to feltstiverpar sentrert om punktlasten; a = 50 mm



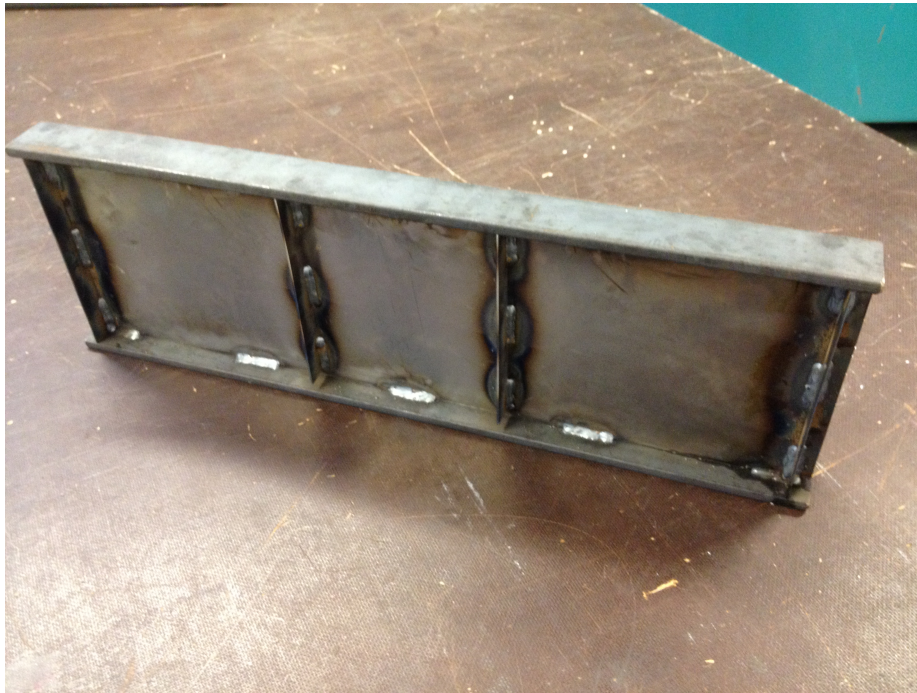
**Figur 5.9** Platebærer med endestiverpar og to stiverpar a = 50 mm sentrert om punktlasten



**Figur 5.10** Knekkform

Test 1: 80 kN
Test 2: 80 kN
Test 3: 83 kN
Middelverdi: 81 kN

### 5.3.4 Endestiverpar m/ to feltstiverpar sentrert om punktlasten; $a = 182 \text{ mm}$



Figur 5.11 Platebærer med endestiverpar og to stiverpar  $a = 182 \text{ mm}$  sentrert om punktlasten







Figur 5.12 Knekkform

Test 1: 58 kN
Test 2: 58 kN
Test 3: 58 kN
Middelverdi: 58 kN



## 5.4 Praktiske forsøk oppsummert

Alle resultater er funnet ved avlesning av måleinstrument i det øyeblikket steget ga etter for lokal knekking.

Samlede resultat fra alle oppsett			
	Kun endestiverpar <b>38 kN</b>	<b>81 kN</b>	Endestiverpar med to feltstiverpar a = 50 mm 
	Endestiverpar med ett feltstiverpar <b>78 kN</b>	<b>58 kN</b>	Endestiverpar med to feltstiverpar a = 182 mm 

Figur 5.13 Resultater fra praktiske forsøk

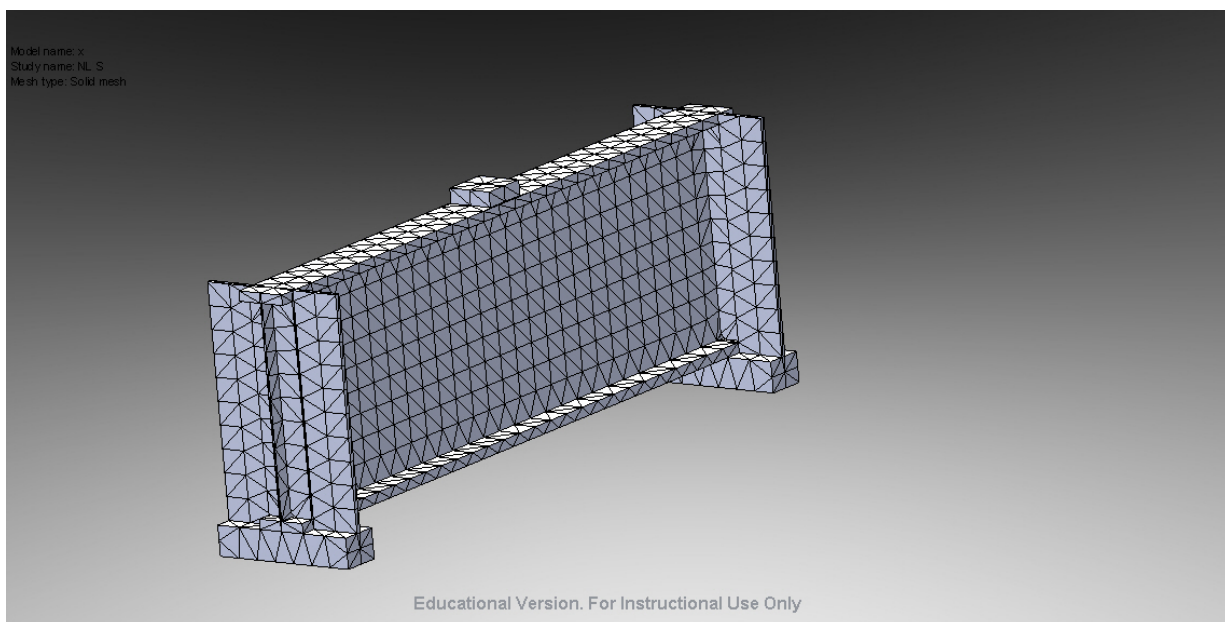
Forsøkene er også utnyttet til bestemmelse av hvordan fastholdningsbetingelsene er bestemt i FEM-analysen. Det er ikke lagt inn fastholdning i bjelkens lengderetning ved opplegg, og heller ikke på tvers ved opplegg. Men på bakgrunn av friksjon mellom stålkomponentene ved pålasting, er fastholdningsbetingelsene i simuleringene modellert deretter.

## 6. FEM

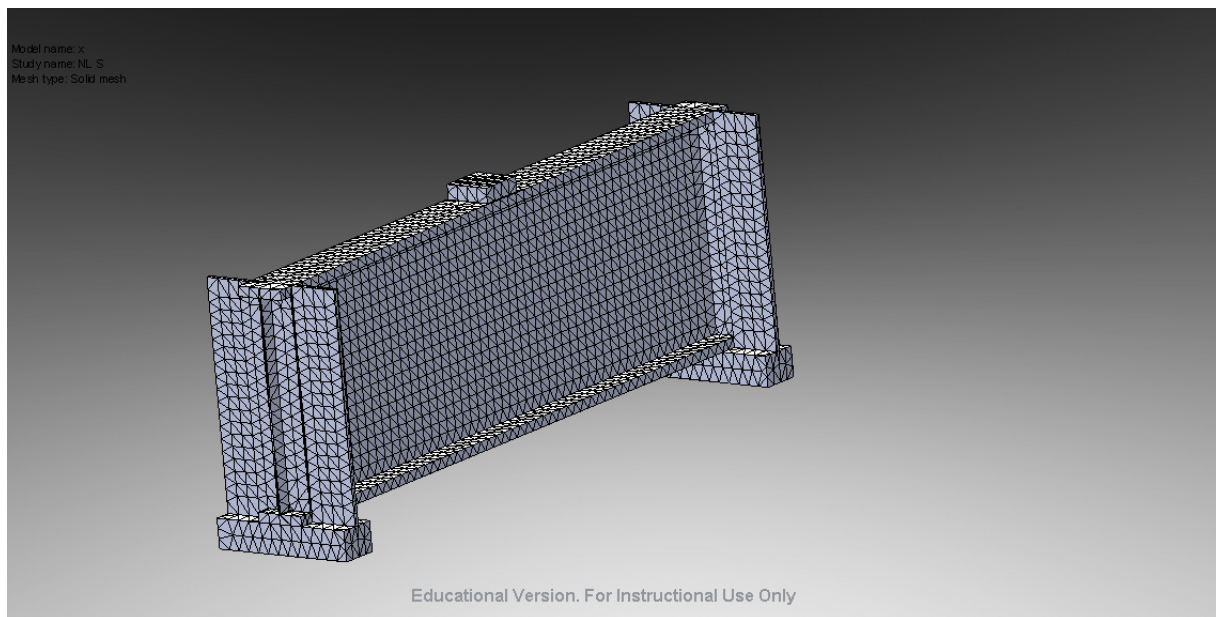
Finite Element Method (FEM), eller "elementmetoden", er en numerisk metode som går ut på å løse partielle differensiallikninger. Kort beskrevet er prinsippet med metoden at en deler opp den aktuelle konstruksjonen, i dette tilfellet en platebærer, i en rekke elementer (elementnett/"mesh"). Disse elementene er alle tilknyttet hverandre med noder/knutepunkter som til sammen utgjør hele konstruksjonen. For hvert enkelt element beregnes stivheten basert på nodenes knutepunktforskyvninger (frihetsgrader) via påførte knutepunktskrefter. En finner dernest det enkelte elements stivhetsmatrise. Systemet/konstruksjonens totale stivhet finnes således ved å addere alle de enkelte elementers stivhetsmatriser. Gjennom konstruksjonens elementinndeling kan nå snittkrefter og spenninger finnes. Dataverktøyet Solidworks er benyttet til denne analysen [8].

### 6.1 Elementtype, elementnett og fastholdningsbetingelser

Det finnes tre ulike typer elementmodeller; bjelke-element, skive-/skall-element og volumelement. Siden kompleksiteten av konstruksjonen er relativt liten, er det valgt å benytte volumelement i analysene. Denne elementtypen er den som gir den mest "virkelighetsnære" simuleringen av konstruksjonen, men er også den simuleringen som er mest tidkrevende. Det er stort sett her forskjellene mellom skall-element og volumelement også stopper – altså på tiden det tar å gjøre en simulering. Bjelke-element er ikke relevant for denne avhandlingen, da denne typen modell kun ser på endringer i lengderetningen, og ikke tverrsnittsendringer.

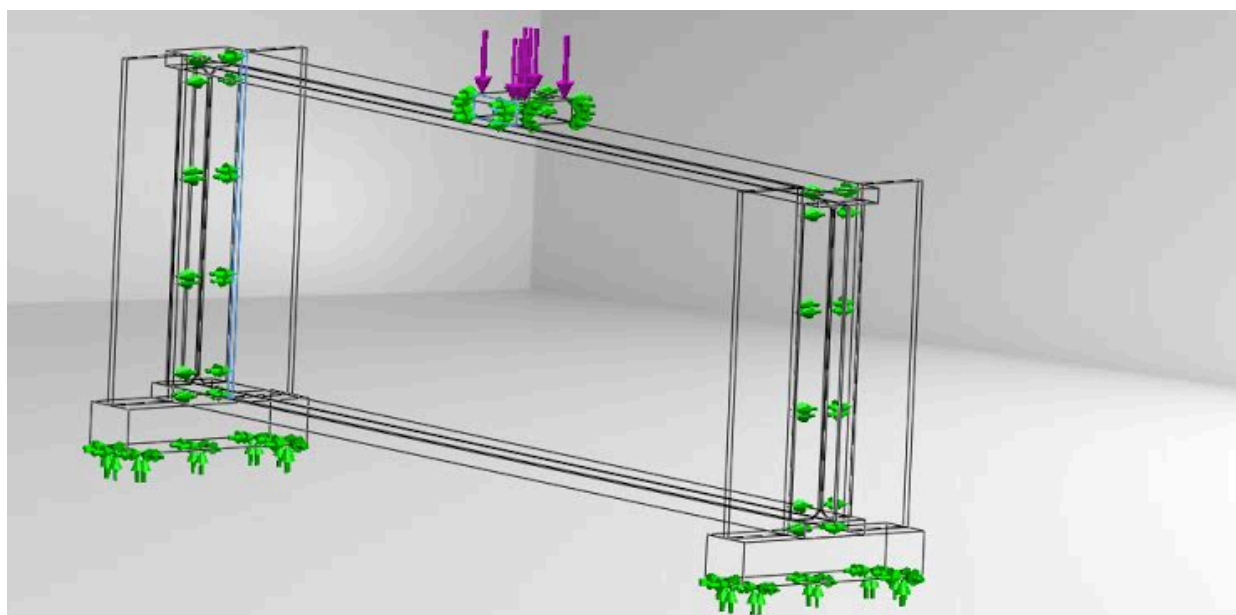


Figur 6.1 Platebærer med grovt mesh



**Figur 6.2 Platebærer med fint mesh**

Tiden det tar å gjøre en simulering henger også tett sammen med "meshinga" av konstruksjonen, altså hvor mange elementer en velger å dele konstruksjonen opp i. Jo finere nettinndelingen, jo lengere tid. Mest vanlig er å bruke en fin elementinndeling rundt de detaljerte områdene som f. eks. randen i en sirkelutsparring, skarpe overganger, kanter etc der det kan oppstå spenningskonsentrasjoner. Sammenlignet med platebæreren vises det da til overgang flens-steg, typisk rett under punktlasten og ved opplegg. Mye av grunnen til dette er for å unngå singulariteter i simuleringen. Se vedlegg A.4 for mer utfyllende informasjon om singulariteter. For øvrig i konstruksjonen kan det velges grovere nettinndeling. I denne avhandlingen er det benyttet samme størrelse på nettinndeling over hele platebæreren[9][7].



**Figur 6.3 Fastholdningsbetingelser og belastning**

Fastholdningsbetingelsene er som tidligere nevnt bestemt på bakgrunn av de praktiske forsøkene og forutsetninger gitt fra standarden i form av fastholdning mot sideveis forskyvning av trykkflens. Med hensyn til at stempelflaten fra den hydrauliske pressen hele tiden ligger horisontalt under belastning, er alle sideflatene på belastningsklossen i FEM-modellen også modellert deretter, hvilket er løst med "glidelagre". Dette gir en jevn nedbøyning over hele flensen. Flensen vil med andre ord bli å betrakte som "bøyestiv" over flaten lasten er påført.

## 6.2 Spenningsplot og knekkform

Det er utført en ikke-lineær analyse for å finne kritisk knekklast, lokal knekkform og tilhørende spenningsplot av stegplaten. Se vedlegg A.5 for mer inngående beskrivelse av lineær og ikke-lineær analyse. Materialet er satt til isotrop lineært elastisk og simuleringene er basert på von Mises flytekriterium for begge analysene. Se avsnitt 3.2 for nærmere forklaring av von Mises.

Den ikke-lineære analysen gir den kritiske knekklasten for de ulike konfigurasjonene av platebæreren ved initiell knekking, og vil forventes å være mye større enn for de praktiske forsøkene. Med initiell knekking menes i det øyeblikket steget begynner å gi etter. Hensikten med analysen blir dermed å vise at kapasitetsoppførselen for de ulike oppsettene av platebæreren tilsvarer resultatmønsteret fra forsøkene utført på verksted.

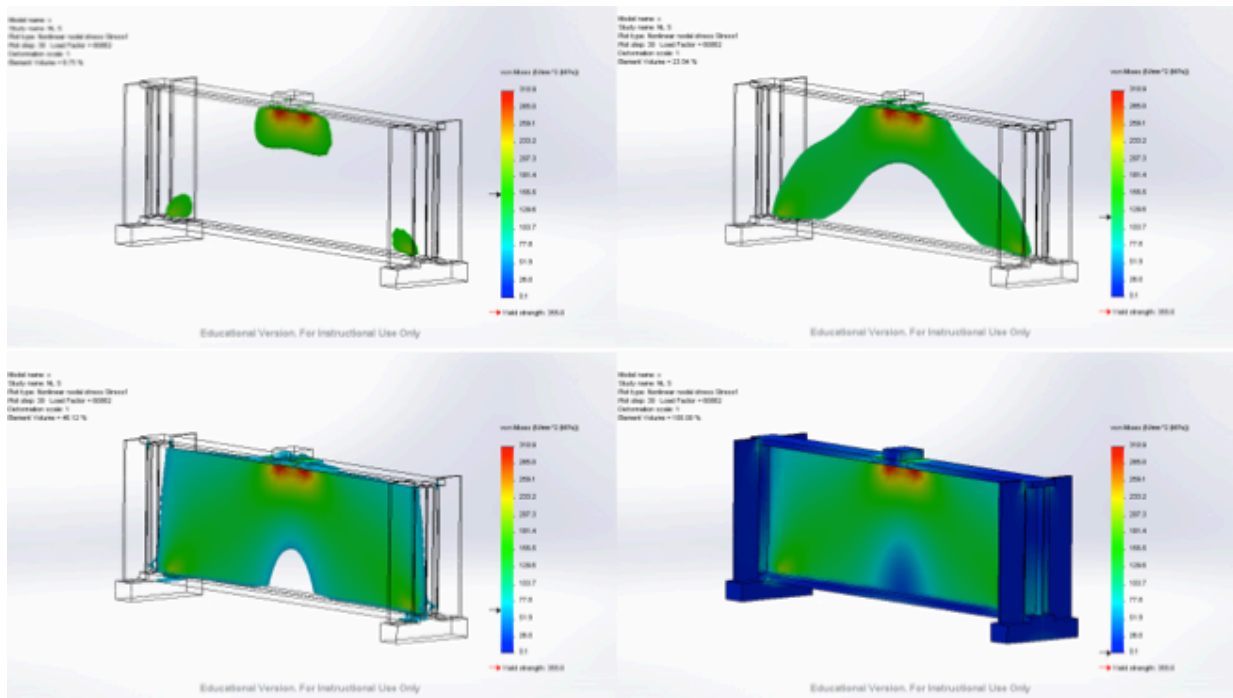
At lasten er kritisk innebærer at den er basert på en matematisk perfekt modell symmetrisk, geometrisk og materialteknisk. Altså tilsvarende Eulerstaven. Dette betyr at det ikke er tatt hensyn til imperfeksjoner som formavvik, egenspenninger og eksentrisiteter i FEM-modellen.

Den ikke-lineære analysen beskriver også hvordan steget knekker lokalt, og gir et bilde av hvordan den initielle knekkformen ser ut. Fra de praktiske forsøkene var knekkformen noe vanskelig å få frem via foto da deformasjonene var små. FEM-simuleringene viser hvordan steget vil oppføre seg rent knekningsmessig for de ulike oppsettene av platebæreren, selvom deformasjonene her også er små. Knekningsanalysen er derfor kun vist i oppriss av platebæreren.

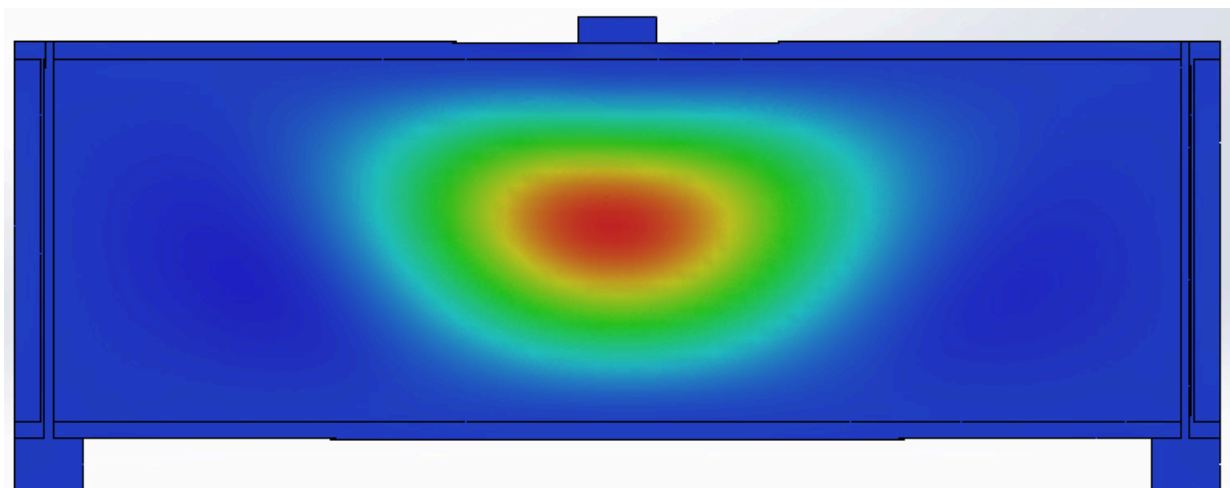
Knekkformen sees som en fargenyanse på figurene. For oppsettet der det bare er endestiverpar, bemerkes det at blå indikere null utbøyning og rød maksimal utbøyning. For de øvrige oppsettene indikerer grønn null utbøyning og rød og blå henholdsvis maksimal utbøyning, men i hver sin retning ( utbøyning mot deg og fra deg på figuren).

Spenningsplottet er fremstilt som en bildeserie for å vise hvordan spenningene utvikler seg. Rødfargen indikerer maks opptredende spenninger og mørkeblå null spenning. Se "fargekodesøyle" på figur 6.4.

### 6.2.1 i) Kun endestivere a = 670 mm

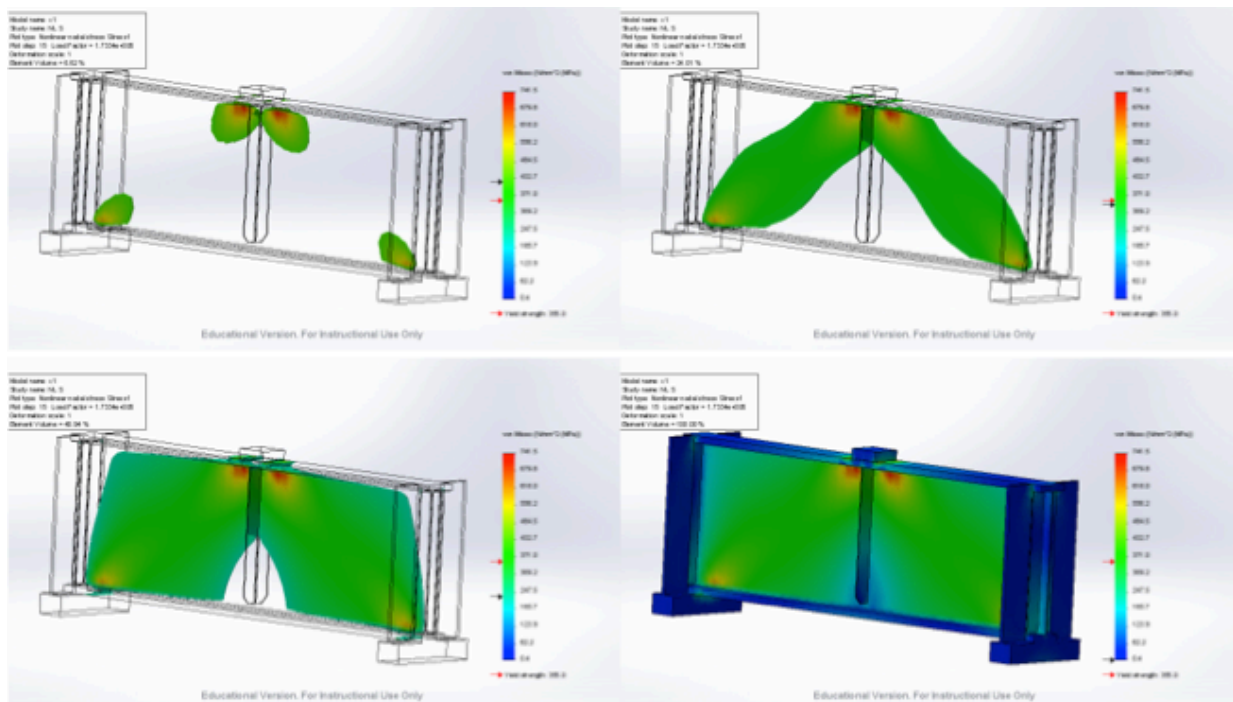


Figur 6.4 Spenningsutvikling

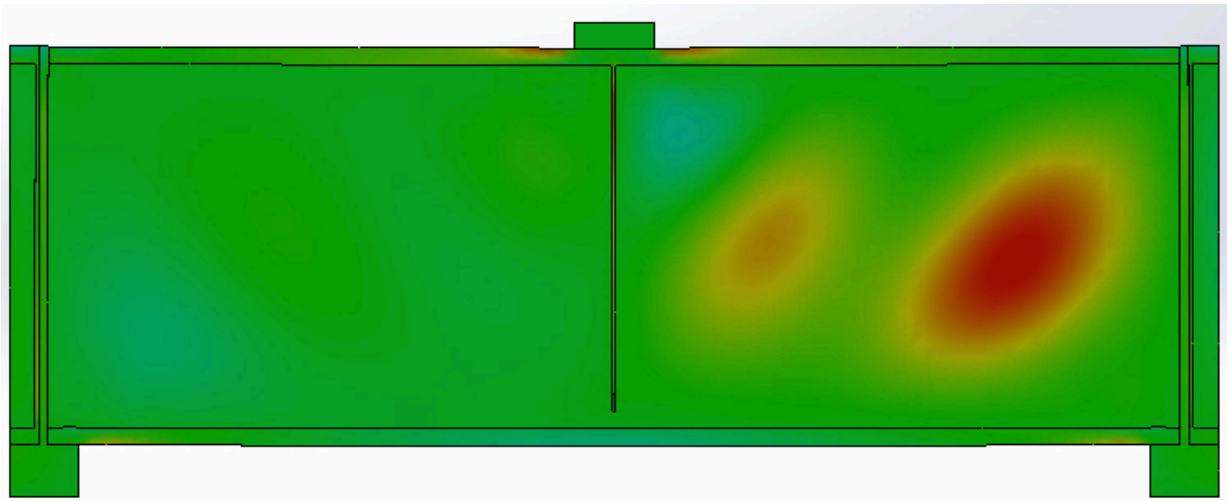


Figur 6.5 Initiell knekking

## 6.2.2 ii) Endestiverpar m/ ett feltstiverpar midt under punktlasten

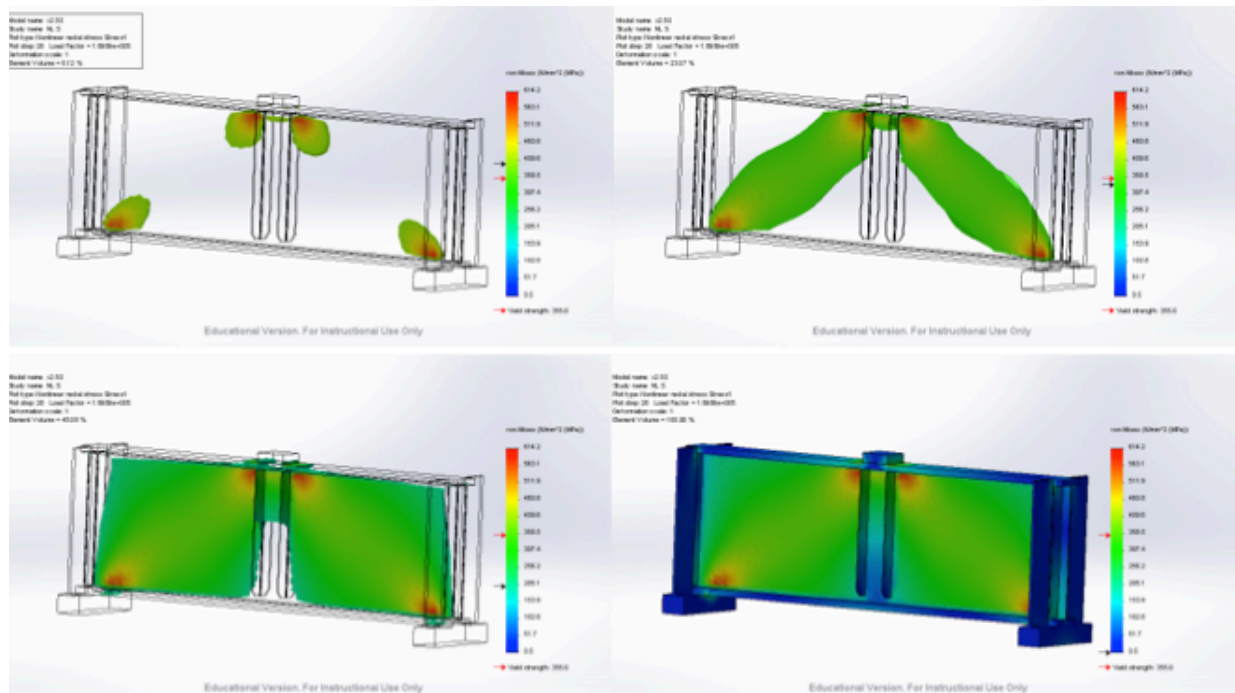


Figur 6.6 Spenningsutvikling

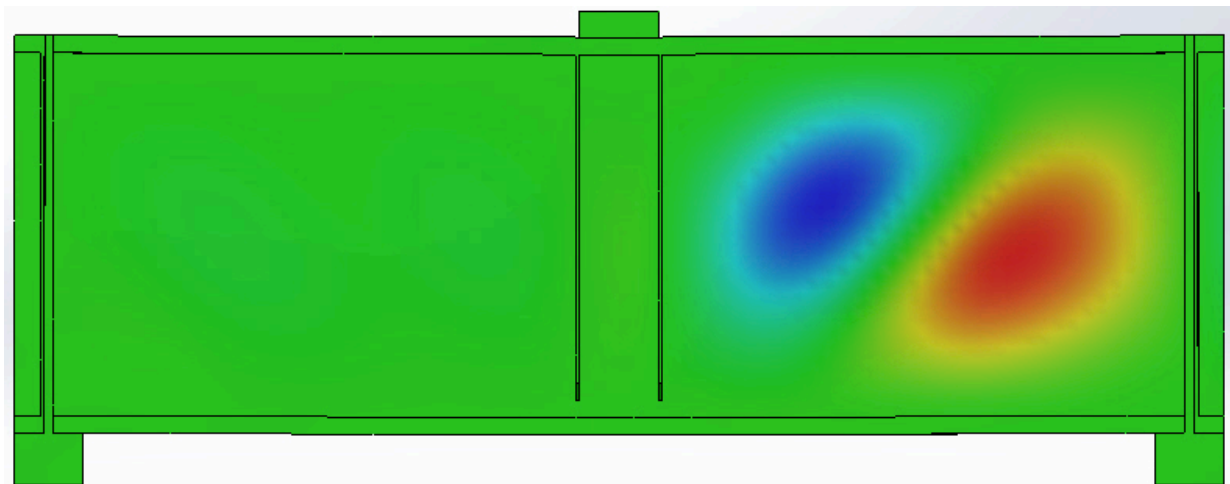


Figur 6.7 Initiell knekking

### 6.2.3 iii) Endestiverpar m/ to feltstiverpar sentrert om punktlasten; a=50 mm

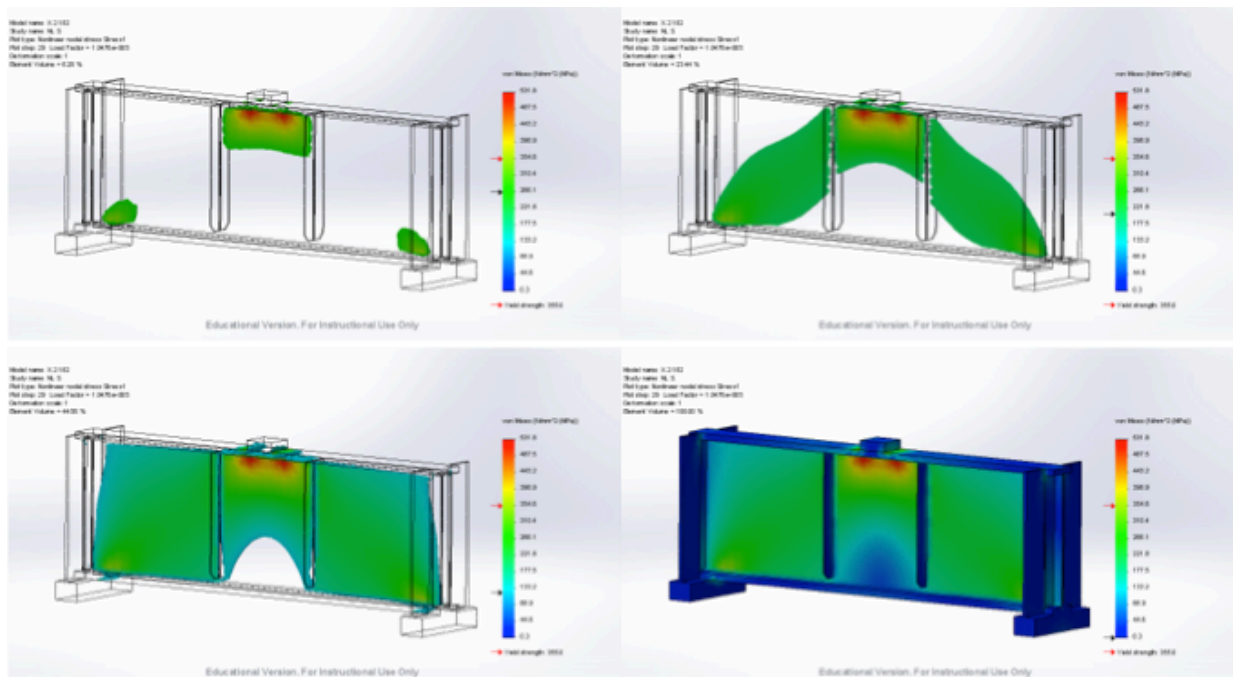


Figur 6.8 Spenningsutvikling

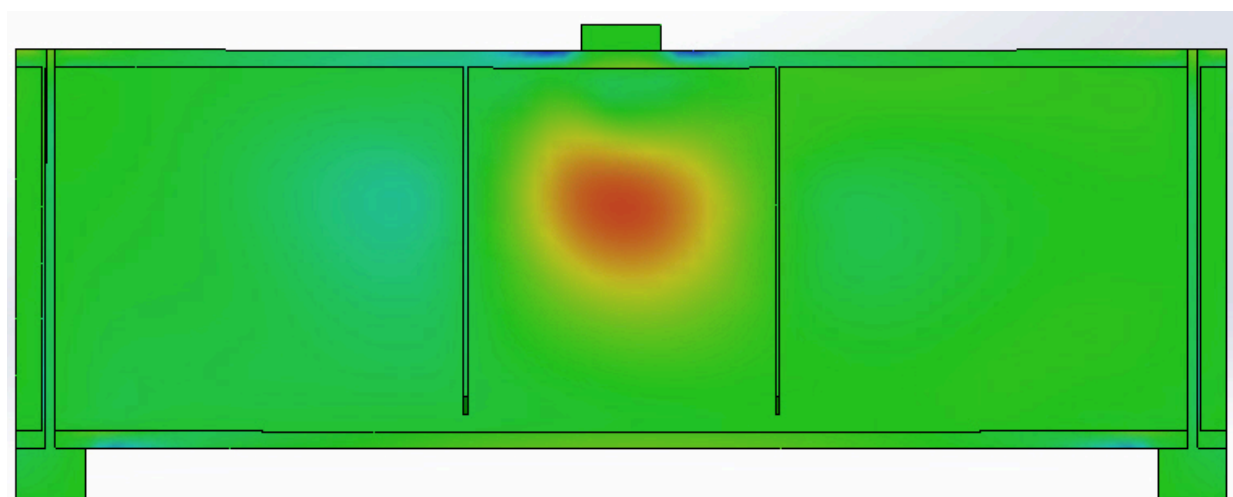


Figur 6.9 Initiell knekking

### 6.2.4 iii) Endestiverpar m/ to feltstiverpar sentrert om punktlasten; a=182 mm



Figur 6.10 Spenningsutvikling



Figur 6.11 Initiell knekking



### 6.3 Resultater; initiell knekking og kritisk knekklast

De initielle knekkformene viser hvordan steget lokalt begynner å gi etter, og hvordan det har oppstått skjærknekking via diagonale strekkfelt (se figur 3.6). Kun oppsettene med endestiverpar og endestiverpar med feltstiverpar  $a = 182$  mm viser en vertikal knekningssituasjon. Lastene som har medført den begynnende lokale knekkingen av steget er oppgitt i tabell 6.1.

Oppsett	Kritisk knekklast
i)	61 kN
ii)	173 kN
iii)	181 kN
iiii)	105 kN

Tabell 6.1 Kritiske knekkklaster fra FEM-analyse

Asymmetrien i knekkformene fra platebæreroppsettene med ett feltstiverpar og to feltstiverpar  $a = 50$  mm kan skyldes at "meshet" ikke er 100% symmetrisk om midten av platebærerens.

## 7. Oppsummering av resultater

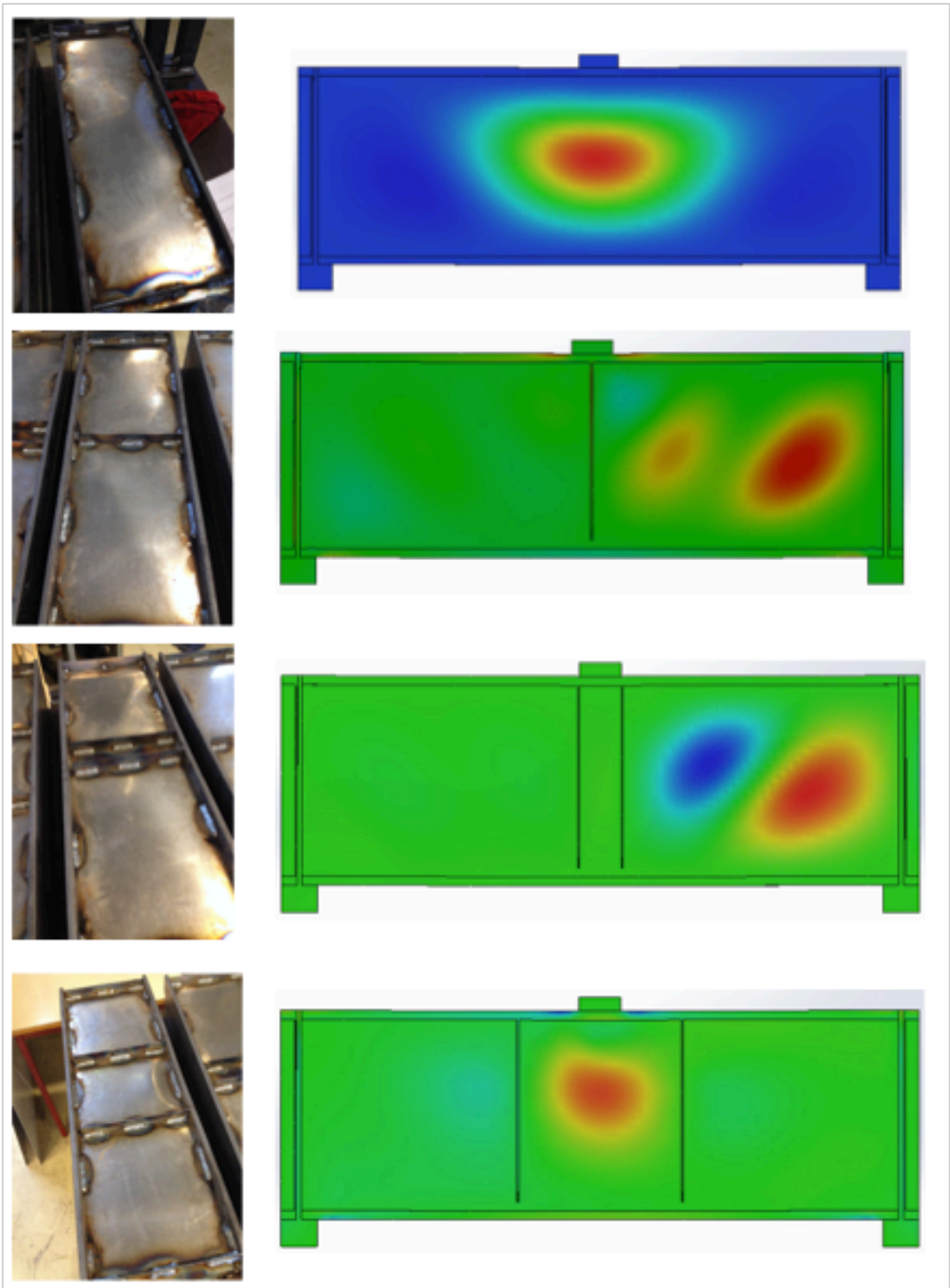
	Praktiske forsøk - Knekklast	FEM-analyse - Kristisk knekklast	NS-EN 1993-1-5 - Dimensjonerende knekklast
Kun endestivere a = 670 mm	38 kN	61 kN	36,2 kN
Endestivere med ett feltstiverpar sentrert under punktlasten	78 kN	173 kN	x
Endestivere med to feltstiverpar a = 50 mm sentrert om punktlasten	81 kN	181 kN	* 33,8 kN
Endestivere med to feltstiverpar a = 182 mm sentrert om punktlasten	58 kN	105 kN	* 42,8 kN
* Det er ikke tatt hensyn til endestiverne i beregningene			

**Tabell 7.1 Samlede resultater**

En sammenligning av resultatene fra de praktiske forsøkene og FEM viser at det er overensstemmelse ved å se på kapasitetsmønsteret for de ulike oppsettene. Dette gir en god indikasjon på at FEM-modellene er i tråd med de praktiske oppsettene av platebærerene. En sammenligning av knekkformene virker også tilfredsstillende. Se figur 7.1

Ved å sammenligne resultatene fra oppsettet med kun endestivere og oppsettet med endestivere og to feltstiverpar a = 182 mm, er det heller ikke store differanser på kapasitetene. (Se knekklast fra praktiske forsøk og dimensjonerende knekklast fra standard i tabell 7.1)

Oppsettet med kun endestivere, som er den eneste situasjonen som samsvarer 100 % med lasttypemodellen etter standarden, gir best overensstemmelse med det praktiske forsøket.



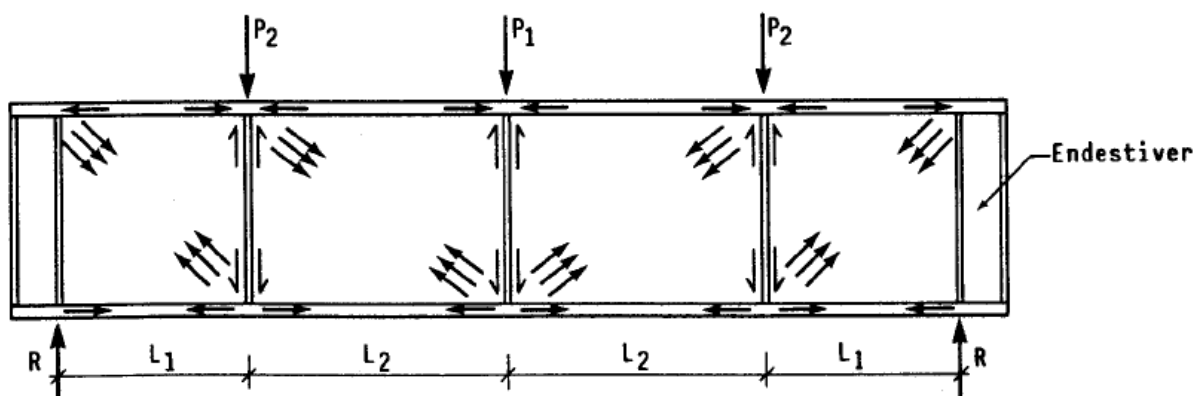
Figur 7.1 Sammenligning av knekkformer fra praktiske forsøk og FEM-modell

## 8. Diskusjon og konklusjon

### 8.1 Diskusjon

Metoden i standarden tar utgangspunkt i at det er en endimensjonal vertikal jevnt fordelt spenningsoppførsel i steget ved påføring av den konsentrert belastningen. Steget gir kun etter vertikalt. På grunn av at det er en skive som betraktes, vil det oppstå en hvis "fastholdning" på tvers av den dominerende spenningsretningen, men det ikke før steget er i ferd med å bevege seg ut av sitt eget plan. Se avsnitt 3.5. Ved å sette inn ett feltstiverpar under lasten eller to feltstiverpar "for nær" hverandre, elimineres muligheten for vertikal lokal knekking i feltområdet under der lasten er plassert. Basert på tilfellet i denne oppgaven hvor spennvidden er liten i forhold til platebærerens tverrsnittshøyde, fremprovoseres det i stedet skjærknekking. Dersom avstanden mellom feltstiverparene ikke settes for liten, vil steget tillates en vertikal lokal knekking i feltet avgrenset av feltstiverparene. Disse oppsettene stemte også best overens ved sammenligning av resultatene i avsnitt 8. Knekningsoppførselen ved små stiveravstander kan være noe av bakgrunnen til hvorfor det i standarden er lagt inn en begrensning på  $l_y$  mindre enn eller lik "a".

Begrensningen på  $l_y$  som medfører etter et gitt punkt og gradvis avtagende avstand mellom feltstiverparene mindre og mindre kapasitet, skyldes at vi beveger oss mer over til tilfellet med skjærknekking. Altså konfigurerer vi et tilfelle hvor vertikal knekking under punklast ikke kan skje. Da metoden er tiltenkt å gi kapasitet mot vertikal knekking av steget, gir den reduserte kapasiteten ved små feltstiveravstander en viss mening. Med det menes at ved den avstanden der kapasiteten begynner å avta, er det nærliggende å tenke at metodens gyldighet opphører og at det kun er skjærknekking som gjelder, tatt i betraktning det platebæreroppsettet som denne avhandlingen er basert på. Altså burde det i metoden ligge en begrensning på avstanden mellom feltstiverparene, noe som kan understøttes av den grafiske kapasitetsfremstillingen i avsnitt 4.2.2.



Figur 8.1 Illustrasjon av lastbilde for platebærer med flere stiverpar.

Fra figur 8.1 kan følgende lastfordeling analogisk stilles på linje med lastfordelingen i et fagverk. Feltstiverparet og endestiverparet virker som vertikale trykkstaver, over- og underflens som henholdsvis trykksgurt og strekksgurt, og til slutt strekkfeltene som de diagonale stavene. Hensikten med denne analogiske fremstillingen av platebæreren, er at det ved dannelse av disse strekkfeltene ikke lenger vil være noe utnyttbart ved det

resterende platefeltet rundt disse strekkfeltområdene. Mye av platefeltet blir kun overflødig materiale, hvilke tilsier at det på ingen måte kan oppstå noen vertikal knekningssituasjon når strekkfeltet er etabelert [10].

### 8.1.1 Hva om endestivere utgår?

Hvis vi tenker oss at det kun er tversgående stivere i felt sentrert under den konsentrerte lasten, og ingen forsterkning ved opplegg, vil det ikke da være intuitivt at knekking vil skje ved opplegget? Platefeltet under punktlasten forsterkes, og det kritiske plateområdet med hensyn til knekking vil dermed bli der oppleggskraften skal tas opp.

I tråd med stegknekkning, vil det hovedsakelig være tre partier på en fritt opplagt platebærer med én vertikal punktlast som er de mest kritiske – under punktlasten og ved hvert oppleggspunkt.

Dette tilsier at dersom det kun modelleres oppsett av platebærere med feltstivere under punktlasten, vil knekningsproblemet kun forflyttes til oppleggspunktene. Dette spesielt for tilfellet med ett stiverpar og to stiverpar med "små" innbyrdes avstander seg i mellom. Grunnen til dette er som tidligere diskutert. Blir avstanden mellom feltstiverparene "for liten" eller dersom det kun benyttes ett feltstiverpar, elimineres muligheten for vertikal tverrforskyvning (knekkning) av steget i platefeltet under lasten. Steget knekker i stedet ved platebærerens ende. Altså er det nærliggende å tenke at kapasiteten mot tverrforskyvning ikke økes ved ett eller to feltstiverpar med "liten" avstand mellom hverandre, men at knekkingen kun forflyttes til opplegg. I følge et tilleggsforsøk viste også platebærer med to feltstiverpar  $a = 50$  mm og ingen endestivere at knekking oppstod ved opplegg under en punktlast på 33 kN. Se vedlegg A.3.

Øker vi avstanden mellom feltstiverparene, vil vertikal knekking kunne opptre under den stasjonære lasten og tilsynelatende ved opplegg. Denne konfigurasjonen av platebæreren tvinger altså ikke knekkingen mot opplegg, men virker mer nøytralisierende. Den balanserer knekningsproblemet bedre mellom midten og opplegg, og tillater den vertikale tverrforskyvningen av steget som metoden etter kapittel 6 i standarden er basert på.

## 8.2 Konklusjon

Denne avhandlingen betrakter en platebærer med kort spennvidde i forhold til sin bjelkehøyde. Fra forsøk, FEM-analyser, resultater og de knekkformene som har oppstått ved belastningen, er det nærliggende å anta at årsaken til begrensningen  $l_y \leq a$  i standarden skyldes at metoden ser kun på stegområdet avgrenset av de to feltstiverparene som gjeldene for kapasiteten mot vertikal lokal knekking. Dette gir mening da det på yttersidene av feltstiverparene ikke er noen vertikal knekningssituasjon, men nærmere bestemt en etablering av skjærfelt. Området på yttersidene av feltstiverne gir dermed ikke noe bidrag til motstand mot tverrforskyvningen av steget.

Siden det er konkludert med at området avgrenset av feltstiverparene er det en kan beregne med, gir det "mening" at kapasiteten begynner å synke ved "for små" feltstiveravstander. Denne kapasiteten etter det som er utredet i oppgaven virker dog å

være misvisende. Kapasitetsreduksjonen er heller en indikasjon på at muligheten for vertikal knekking mellom feltstiverparene har opphørt og at metoden etter kapittel 6 i standarden ikke lenger er gyldig.

Jf. resultatene virker kapasiteten beregnet etter standarden å være pålitelige gitt at avstanden mellom feltstiverparene ikke blir "for små". Hvorvidt metoden er fullstendig vil jeg si meg uenig i. Dette gjelder hovedsakelig mangelfull informasjon rundt feltstiveravstandene. En minimumsgrense på feltstiveravstanden burde legges inn i metoden avhengig av lastutbredelsen " $s_s$ " fra punktlasten.

Alternativt kan det utvikles en metode som omfatter korte avstander mellom stiverparene og en fremgangsmåte for ett stiverpar under punktlasten. Denne utførelsen for stiverpar om/under punktlasten er mer "vanlig" i praksis. [5]

### 8.3 Videre arbeid

Ettersom at det er utført tre avhandlinger som berører den samme metoden i standarden, virker dette støttende mot at metoden har sine "avvik". Videre arbeid på tilsvarende problemstilling kan likevel ta for seg;

- En tilnærming til en mulig beregningsmetode som tar for seg "små" avstander mellom stiverne.
- En tilnærming på en mulig beregningsmetode som tar for seg kun ett stiverpar under punktlasten.

## 9. Kilder

1. Sørensen, C.O., *Stålkonstruksjoner*, Norges miljø – og biovitenskapelige universitet (NMBU), Ås, 2003
2. Statikk og fasthetslære. *Materialegenskaper*. Hentet 16. mars 2014 fra <http://meccanica.no/fasthet/materialer.htm>
3. Larsen, P.K., *Dimensjonering av stålkonstruksjoener 2. utg.*, Tapir Forlag, Trondheim, 2010.
4. SteelConstruction. *Stiffeners*. Hentet 10. april 2014 fra <http://www.steelconstruction.info/Stiffeners>
5. Sørensen, C.O., Samtale med Christian O. Sørensen ved NMBU. Ås. (11.03.2014, 15.04.2014)
6. Solidworks. *Understanding Nonlinear Analysis*. 2010; Hentet 3. Mars 2014 fra [http://files.solidworks.com/whitepapers/2010/Nonlinear\\_Analysis\\_2010\\_ENG\\_FI\\_NAL.pdf](http://files.solidworks.com/whitepapers/2010/Nonlinear_Analysis_2010_ENG_FI_NAL.pdf)
7. Hansen, N. A., *Stegavstivning av IPE-profil*, Norges miljø – og biovitenskapelige universitet (NMBU), Institutt for matematiske realfag og teknologi, Ås, 2012
8. Waløen, Å.Ø., *ELEMENTMETODEN – En innføring*, Universitetet i Trondheim; Norges tekniske Høgskole. Institutt for maskinkonstruksjon, 1993.
9. Bell, Kolbein. (2009, 2. oktober). *Elementmetoden*. I Store norske leksikon. Hentet 5. april 2014 fra <http://snl.no/elementmetoden>.
10. The European Steel Design Education Programme (ESDEP). *Lecture 6.6.2: Buckling of Real Structural Elements 2*. Hentet 20. april 2014 fra <http://www.haiyangshiyou.com/esdep/master/wg06/10620.htm>
11. GoEngineer. *Singularity*. Hentet 20. April 2014 fra <http://files.goengineer.com/docs/support/SolidWorks%20Simulation%20-%20Avoiding%20Singularities.pdf>



## 10. Vedlegg

### Vedlegg A Tillegg

#### Vedlegg A.1 Forarbeid

Det ble tatt utgangspunkt i IPE80-profil da denne oppgaven ble påbegynt. Grunnen til dette er anbefaling fra intern veileder og god tilgjengelighet på verksted ved NMBU. Det er ved andre lignende masteravhandlinger som berører samme tema også benyttet IPE80-profil som utgangspunkt. Her er det blitt informert om at andre profiler burde vurderes, men det med hensyn til andre beregningsmetoder enn den som er angitt i NS-EN 1993-1-5 kapittel 6. Kapasitet for tverrkrefter.

Problemstillingen som er formulert, hvor metoden for beregning av kapasitet for tverrkrefter skal kontrolleres, stiltes det i utgangspunktet en kritisk holdning til IPE80-profilet som forsøksobjekt. Grunnen til dette var profilets relative slankhet. Det syntes rart å skulle se på et knekningstilfelle ved betraktning av et IPE80-profil da den relative slankheten ikke kan karakteriseres som "slank".

Knekning generelt er som nevnt et fenomen som viser seg hovedsaklig gjeldene for "slanke" konstruksjoner utsatt for aksiell trykkbelastning. Dersom den relative slankheten blir for lav, vil det i stedet oppstå et plastisk knekningstilfelle. En ytterligere redusert slankhet utover dette vil føre til trykkbrudd (knusing).

Metoden standarden viser til tar utgangspunkt i elastisk oppførsel og baserer den dimensjonerende kapasiteten på stålets flytespenning. Det å benytte IPE80 som forsøksobjekt er derfor lite hensiktsmessig for en elastisk knekningsanalyse. Altså steget vil nå flyt før noe form for knekking vil oppstå [7].

Det ble derfor sett nødvendig å øke slankheten av steget. Så etter en måneds tid med analyse og noen ikke så vellykkede forsøk med IPE80 på verksted ble det bestemt å gå over til platebærere.

## Vedlegg A.2 Sveising

Alle platebærerene som ble laget ble sveiset med intervallsveis. I overgangen mellom flens og steg er det nærliggende å tenke at dette har en betydning for resultatene. Intervallsveisen langs med platebæreren vil bli å betrakte som en punktvis fast innspenning for steget til flensen. De områdene som ikke er sveiset, vil dermed virke som et leddlager mellom steg og flens. Da steget i områder er fri mot å rotere i toppen langs med stegranden, vil knekkklengden også være større her. Denne sveiseløsningen vil med andre ord sannsynligvis gi en lavere knekklast enn dersom det hadde vært en kontinuerlig sveis langs med flensen og steget.

Det ble derfor utført et enkelt praktisk forsøk med kontinuerlig sveis for å se hvor stor forskjellen kunne være. Platebæreroppsettet er kun med endestivere. Før forsøket ble utført, ble det også merket "store" formavvik av steg og stivere til sammenligning med de andre forsøkene. Dette vil påvirke resultatet.

- Kontinuerlig sveis: 48 kN
- Intervallsveis: 38 kN

Selvom det bare ble gjort ett forsøk med helsveis for dette oppsettet, gir resultatet en indikasjon på at intervallsveis gir lavere kapasitet. Noe som også virker logisk. Figur A.2.1 viser knekkform for hvert av tilfellene.



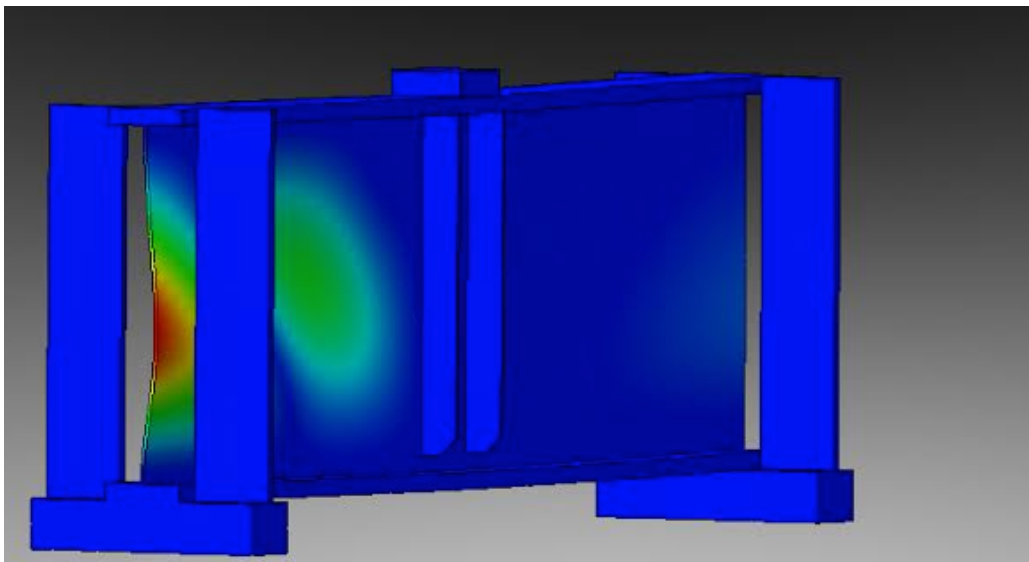
**Figur A.2.1 Venstre bilde viser intervallsveis og høyre bilde kontinuerlig sveis**

### Vedlegg A.3 Platebærere med to feltstiverpar $a = 50 \text{ mm}$ og ingen endestivere



Dette forsøket er også utført med kontinuerlig sveis, og ble gjort for å se hvordan knekning som oppstod når det ikke var endestivere ved opplegg. *Knekklasten i dette forsøket ble målt til 33 kN.*

**Figur A.3.1** Knekking ved opplegg



**Figur A.3.2** FEM-modell ; knekking ved opplegg

## Vedlegg A.4 Singularitet

Matematisk er en singularitet en funksjons divergens i uendeligheten, og FEM-simulering kan av og til føre til spenningssingulariteter i resultatet. Det er derfor viktig å være oppmerksom på disse når en gjør en spenningsanalyse der en ser på maksimale opptredene spenninger. I spenningsplot fremstår singularitetene som svært små områder med veldig høye spenninger.

En forenklet forklaring på spenningssingularitet, kan beskrives ved hjelp av likningen for spenning;

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

Singularitet oppstår når en konsentrert og svært lokalt påført last,  $F$ , virker over et veldig lite areal,  $A_0$ . Disse oppstår vanligvis punkvis, langs kanter og i hjørner orientert innad i konstruksjonen med typisk 90 graders vinkel [11]

## Vedlegg A.5 Lineær og ikke-lineær analyse

Den fundamentale forskjellen mellom lineær og ikke-lineær analyse er definert gjennom uttrykket vi kjenner som stivhet. Når en konstruksjon deformerer seg grunnet en påsatt belastning, vil stivheten også endre seg. *En stor deformasjon gir en geometriendring og en flyt-/bruddsituasjon fører til endring av materialegenskapene.* Men dersom vi sier at endringen i stivhet er "liten nok", gir det grunnlag for å anta at verken geometrien eller materialegenskapene endrer seg. Denne antagelsen er hva lineær analyse baserer seg på;

### Forutsetninger for lineær analyse;

- Hooke's lov gjelder: proporsjonal sammenheng mellom tøyninger og spenninger i materialet (lineærelastisk materialoppførsel).
- Naviers hypotese om at plane tverrsnitt forblir plane etter deformasjon.
- Deformasjonene er små
- Konstruksjonens stivhet er konstant

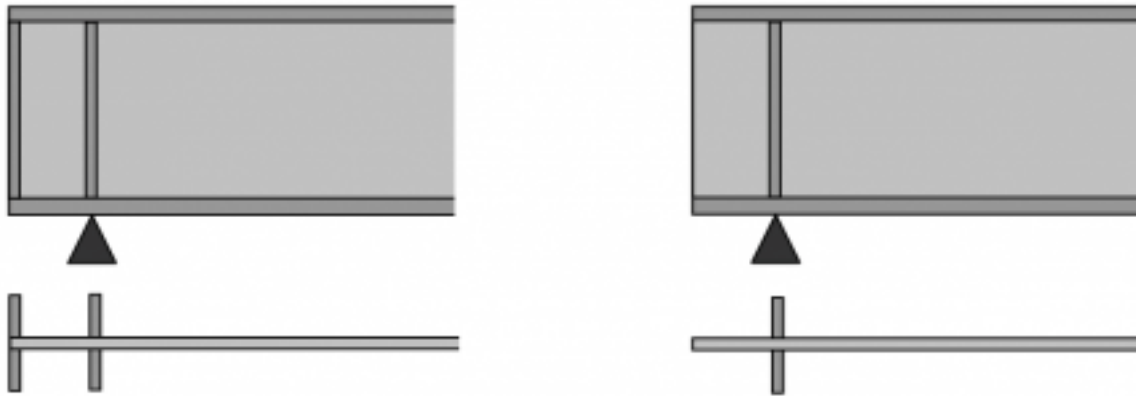
### Ikke - lineær analyse;

*Konstruksjonens stivhet er ikke konstant, men forandrer seg under deformasjonprosessen.* Det etableres nye stivheter etter hvert som konstruksjonen deformerer seg, hvilket tilnærmes gjennom en iterativ løsningsprosess. Dette betyr at det gis flere "løsninger" ettersom nye stivheter blir etablert. Det skilles mellom to typer av ikke-lineær oppførsel; geometrisk ikke-lineær og materialbasert ikke-lineær. Innledningsvis i dette vedlegget gis det en grov forklaring av hva som skiller disse to.

Denne masteravhandlingen ser på en øyeblikkelig geometriendring gjennom lokal knekking av steget, hvilket betyr at det er anvendt en geometrisk ikke-lineær analyseform i Solidworks [6].

## Vedlegg A.6 Kommentar til standardens definisjon av endestivere

Standarden skiller mellom to typer av endestivere; stive endestivere og myke endestivere.



**Figur A.6 Venstre bilde illustrerer stive endestivere og høyre bilde myke endestivere**

Grunnlaget for klassifiseringen av endestiverne avhenger av deres evne til å forankre strekkfeltet, der dobbeltstiveren blir sett på som den løsningen med vesentlig størst stivhet. For disse dobbeltstiverne fremlegges det derfor "mildere" krav til påvisning mot stivhet for å forankre strekkfeltet. Enkeltstiveren (myke endestivere) krever påvisning for tilstrekkelig kapasitet for både bøyingsknekking og torsjonsknekking[3]. Altså er de "myke endestiverne" ansett stive dersom dette er tilfredsstillt. Dette betyr at begge tilfellene illustrert på figur A.6 kan være "stive endestivere", tatt i betraktningen at forankringen av strekkfeltet er tilstrekkelig. Definisjonen "myke endestivere" virker derfor litt misvisende.

Da definisjonene virker formulert med utgangspunkt i at strekkfeltet blir forankret dobbelt med de doble endestiverparene, kunne det her kanskje være mer korrekt å definere endestivermetodene som "stivt endestiversystem" og "mykt endestiversystem".

## Vedlegg B Beregninger

### Vedlegg B.1 Utregning av skjærknekkingskoeffisient og endestiverkontroll

Se NS-EN 1993-1-5 A.3

Skjærknekkingskoeffisient:

$$k_{\tau} = 5,34 + 4,00(h_w/a)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{for } a/h_w \geq 1$$

$$k_{\tau} = 4,00 + 5,34(h_w/a)^2 + k_{\tau sl} \quad \text{for } a/h_w < 1$$

der  $k_{\tau sl} = 0$ . Gjelder langsgående stivere  
 $h_w = 210 \text{ mm}$

for  $a = 50 \text{ mm}$  og  $a = 182 \text{ mm}$  er  $a/h_w < 1$ ;

- $a = 50 \text{ mm}$  gir  $k_{\tau} = 98,2$
- $a = 182 \text{ mm}$  gir  $k_{\tau} = 11,1$

Kontroll om endestiverpar må benyttes:

-Uavstivet steg jf. likning (4.1):  $210\text{mm}/2\text{mm} = 105 > (72/1,2)*0,81 = 48,6$

-Avstivet steg jf. likning (4.2):  $210\text{mm}/2\text{mm} = 105 < (31/1,2)*0,81*\sqrt{98,2} = 207,2$

-Avstivet steg jf. likning (4.2):  $210\text{mm}/2\text{mm} = 105 > (31/1,2)*0,81*\sqrt{11,1} = 69,7$

Vedlegg B.2 Feltstiveravstand  $a = 50 \text{ mm}$

**Beregning etter NS-EN 1993-1-5 kap. 6: Kapasitet for tverrkrefter**

Dimensjon platebærer	
Bjelkelengde	700 mm
Høyde	230 mm
Steghøyde, $h_w$	210 mm
Flensbredde, $b_f$	50 mm
Stegtykkelse, $t_w$	2 mm
Flenstykkelse, $t_f$	10 mm
Hulkilradius, $r$	0 mm
Dimensjon av en enkelt stiver	
høyde	200 mm
bredde	24 mm
tykkelse	2 mm
Dimensjon belastningskloss	
lengde ( $S_s$ )	46 mm
bredde	46 mm
høyde	15 mm
Avstand mellom stiverpar	
$a$	50 mm
Materialfaktor	
Gamma M1	1,05
Stålkvalitet	
Flytespenning	355 MPa
E-modul	210 000 MPa

Beregning av kritisk last og knekklast	
Type lastpåføring	Type (a)
Knekk tall, $k_F$	41,28
<b>Kritisk last, <math>F_{cr}</math></b>	<b>297 216 N</b>
$m_1$	25 mm
$m_2$	8,82 mm
Effektiv lastutbredelseslengde, $l_y$	50 mm
Begrensning: $l_y \leq a$	
Relativ slankhet, $\lambda_F$	0,346
Reduskjonsfaktor, $X_F$	1
<b>Knekklast, <math>F_{Rd}</math></b>	<b>33 810 N</b>



### Vedlegg B.3 Feltstiveravstand $a = 182 \text{ mm}$

#### Beregning etter NS-EN 1993-1-5 kap. 6: Kapasitet for tverrkrefter

Dimensjon platebærer	
Bjelkelengde	700 mm
Høyde	230 mm
Steghøyde, $h_w$	210 mm
Flensbredde, $b_f$	50 mm
Stegtykkelse, $t_w$	2 mm
Flenstykkelse, $t_f$	10 mm
Hulkilradius, $r$	0 mm
Dimensjon av en enkelt stiver	
høyde	200 mm
bredde	24 mm
tykkelse	2 mm
Dimensjon belastningskloss	
lengde ( $S_s$ )	46 mm
bredde	46 mm
høyde	15 mm
Avstand mellom stiverpar	
$a$	182 mm
Materialfaktor	
Gamma M1	1,05
Stålkvalitet	
Flytespenning	355 MPa
E-modul	210 000 MPa

Beregning av kritisk last og knekklast	
Type lastpåføring	Type (a)
Knekk tall, $k_F$	8,66
<b>Kritisk last, <math>F_{cr}</math></b>	<b>62 372 N</b>
$m_1$	25 mm
$m_2$	8,82 mm
Effektiv lastutbredelseslengde, $l_y$	182 mm
Begrensning: $l_y \leq a$	
Relativ slankhet, $\lambda_F$	1,439
Reduskjonsfaktor, $X_F$	0,347
<b>Knekklast, <math>F_{Rd}</math></b>	<b>42 750 N</b>

## Vedlegg B.4 Kun endestivere a = 670 mm

### Beregning etter NS-EN 1993-1-5 kap. 6: Kapasitet for tverrkrefter

Dimensjon platebærer	
Bjelkelengde	700 mm
Høyde	230 mm
Steghøyde, hw	210 mm
Flensbredde, bf	50 mm
Stegtykkelse, tw	2 mm
Flenstykkelse, tf	10 mm
Hulkilradius, r	0 mm
Dimensjon av en enkelt stiver	
høyde	200 mm
bredde	24 mm
tykkelse	2 mm
Dimensjon belastningskloss	
lengde (Ss)	46 mm
bredde	46 mm
høyde	15 mm
Avstand mellom stiverpar	
a	670 mm
Materialfaktor	
Gamma M1	1,05
Stålkvalitet	
Flytespenning	355 MPa
E-modul	210 000 MPa

Beregning av kritisk last og knekklast	
Type lastpåføring	Type (a)
Knekk tall, kF	6,20
<b>Kritisk last, Fcr</b>	<b>44 615 N</b>
m1	25 mm
m2	8,82 mm
Effektiv lastutbredelseslengde, ly	182 mm
Begrensning: ly <= a	
Relativ slankhet, λF	1,703
Reduskjonsfaktor, XF	0,294
<b>Knekklast, F Rd</b>	<b>36 187 N</b>

## Vedlegg B.4 Excel-formler

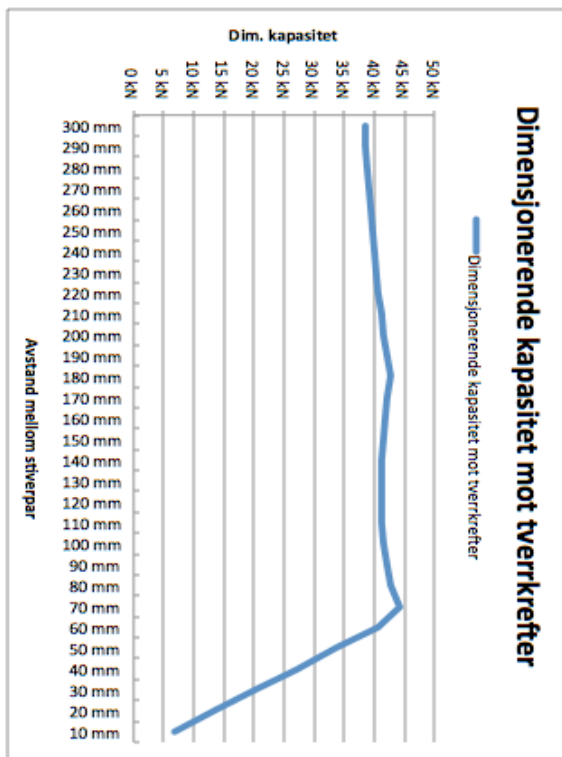
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
3													
4		<b>Beregning etter NS-EN 1993-1-5 kap. 6: Kapasitet for tverrkrefter</b>											
5													
6		<b>Dimensjon platebærer</b>		<b>Beregning av kritisk last og knekklast</b>									
7		Bjelkelengde	700 mm										
8		Høyde	230 mm										
9		Steghøyde, hw	210 mm	Type lastpåføring		Type (a)							
10		Flensbredde, bf	50 mm	Knekkfall, Kf		6,20		$6+2*((C9/C26)^2)$					
11		Stegtykkelse, tw	2 mm	<b>Kritisk last, Fcr</b>		<b>44 615 N</b>		$0,9*F10*C33*(C11^3/C9)$					
12		Flenstykkelse, tf	10 mm					$C10/C11$					
13		Hulkilradius, r	0 mm					$0,02*((C9/C12)^2)$					
14													
15		<b>Dimensjon av en enkelt stiver</b>											
16		høyde	200 mm			25 mm							
17		bredde	24 mm			8,82 mm							
18		tykkelse	2 mm	Effektiv lastutbredelseslengde, ly		182 mm		$HV[S(C21+2*C12*(1+ROT(F14+F15))>C26; C26; C21+2*C12*(1+ROT(F14+F15)))]$					
19				Begrensning: ly <= a									
20		<b>Dimensjon belastningskloss</b>											
21		lengde (Ss)	46 mm	Relativ slankhet, λF		1,703		$ROT((C32*C11*F17)/F12)$					
22		bredde	46 mm	Redusjonfaktor, XF		0,294		$HV[S(0,5/F20>=1; "1"; 0,5/F20)]$					
23		høyde	15 mm	<b>Knekklast, F Rd</b>		<b>36 187 N</b>		$C32*C11*F22*F17/C29$					
24													
25		<b>Avstand mellom stiverpar</b>											
26		a	670 mm										
27													
28		<b>Materialfaktor</b>											
29		Gamma M1	1,05										
30													
31		<b>Stålkvalitet</b>											
32		Flytspenning	355 MPa										
33		E-modul	210 000 MPa										

Figur B.4 Excel regneark for metode i NS-EN 1993-1-5 kap.6

## Vedlegg B.5 Dimensjonerende kapasitet etter standard for a = 10 - 300 mm

Beregninger for stiveravstander 10 mm - 300 mm etter NS-EN 1993-1-5 kap. 6

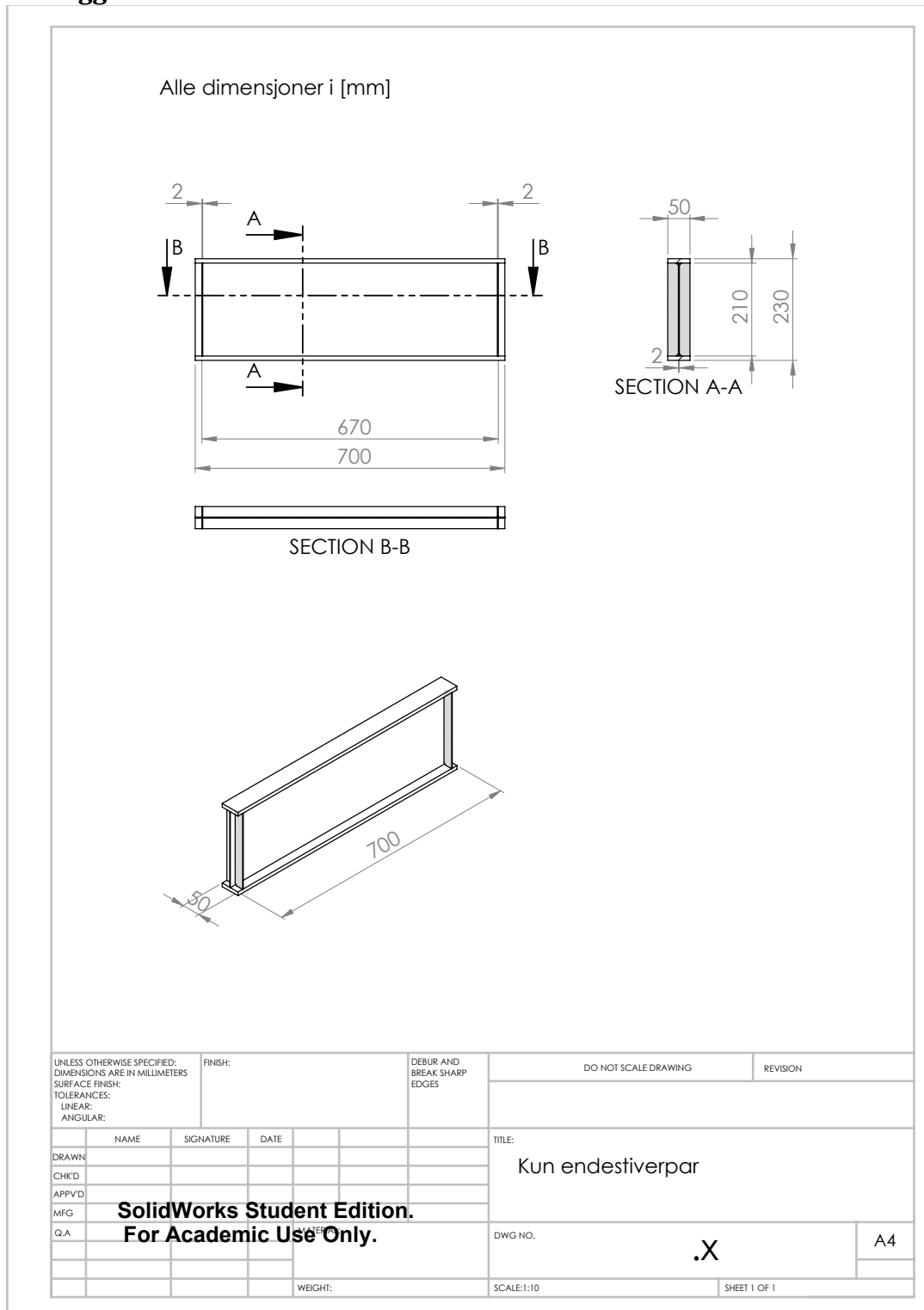
Avstand mellom stiverpar	Dimensjonerende kapasitet mot tverrkrefter
300	38,4 kN
290	38,6 kN
280	38,8 kN
270	39 kN
260	39,3 kN
250	39,6 kN
240	39,9 kN
230	40,3 kN
220	40,7 kN
210	41,1 kN
200	41,6 kN
190	42,2 kN
180	42,7 kN
170	42,2 kN
160	41,9 kN
150	41,5 kN
140	41,3 kN
130	41,1 kN
120	41,1 kN
110	41,2 kN
100	41,4 kN
90	42 kN
80	42,8 kN
70	44,1 kN
60	40,6 kN
50	33,8 kN
40	27 kN
30	20,3 kN
20	13,5 kN
10	6,8 kN



Figur B.5 Graf med tilhørende tallverdier

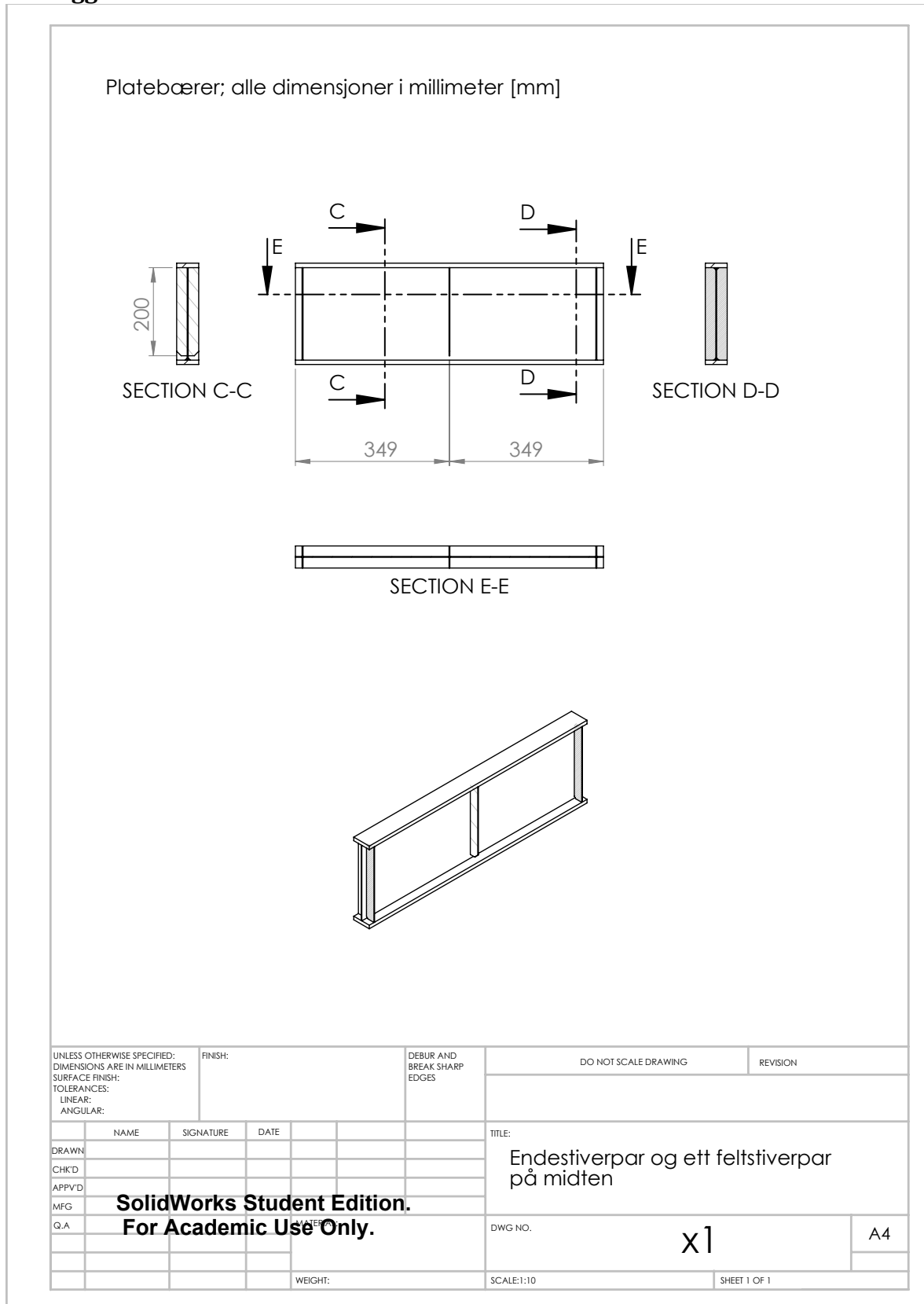
# Vedlegg C Tegninger til mekanisk verksted ved NMBU

## Vedlegg C.1



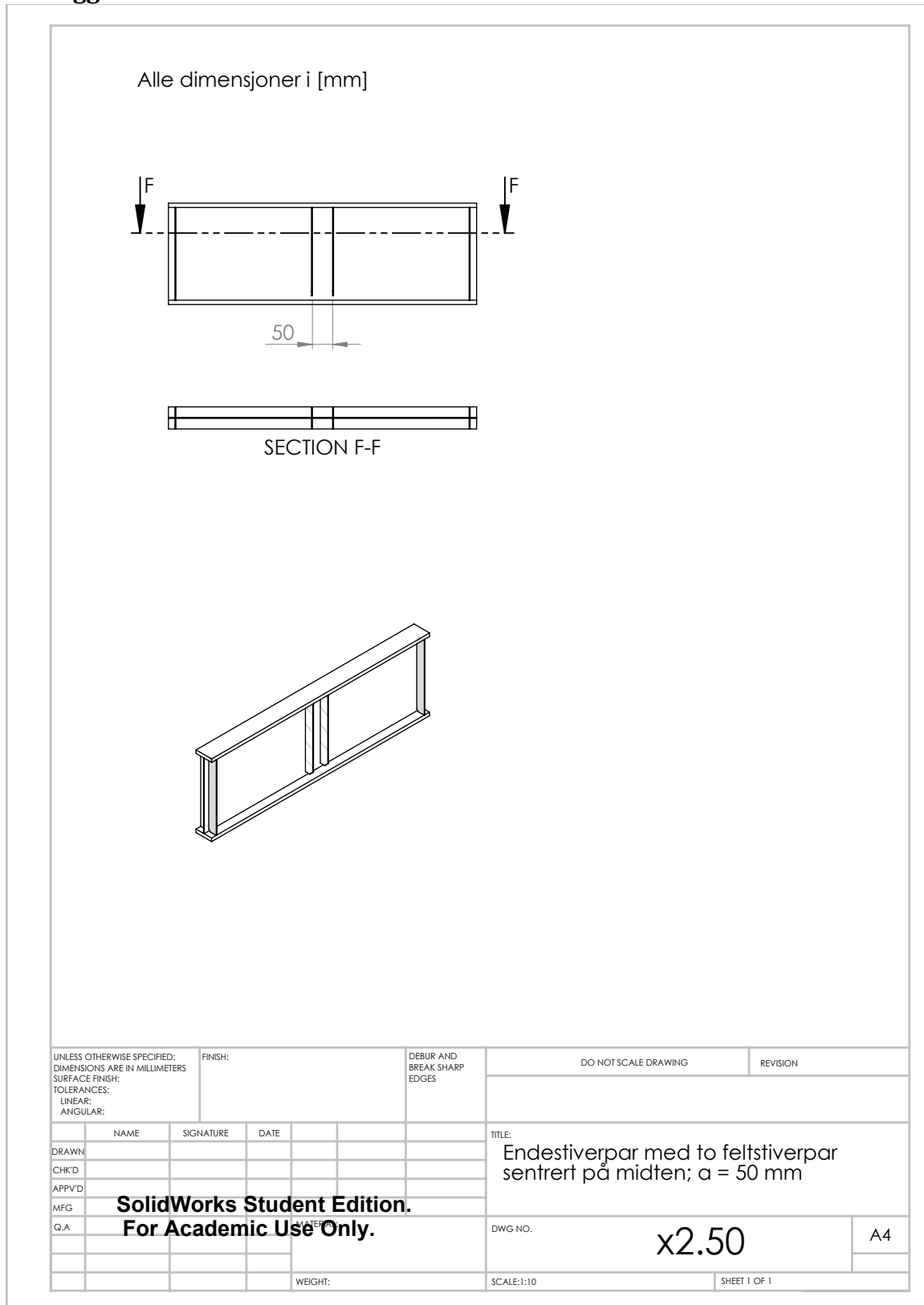
Figur C.1 Kun endestivere

## Vedlegg C.2



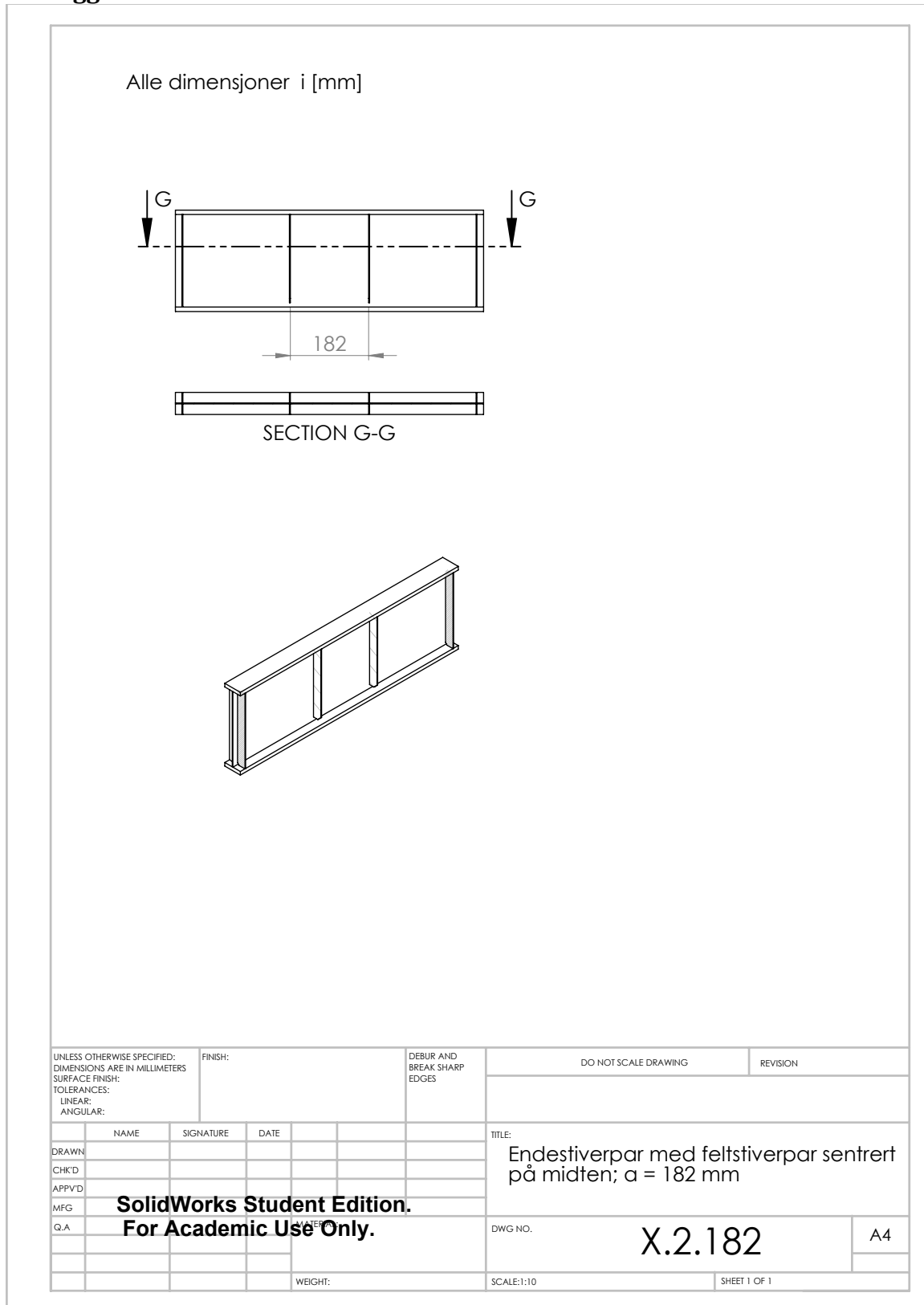
Figur C.2 Endestiverpar og ett feltstiverpar under punktlasten

### Vedlegg C.3



Figur C.3 Endestivere og to feltstiverpar a=50mm sentrert om punktlasten

### Vedlegg C.4



**Figur C.4 Endestivere og feltstiverpar a=182mm sentrert om punklasten**



## Vedlegg D Figur – og tabelliste

Figur 1.1 Fritt opplagt gaffellagret platebærer.....	5
Figur 1.2 Platebærer med to tverrstiverpar viser kraftoverføring mellom stiver og steg. Venstre bilde illustrerer kraftoverføringen vist i lengdesnitt. Høyre bilde illustrerer kraftoverføring vist i tverrsnitt (bilde forstørret).....	6
Figur 2.1 Lengdesnitt og tverrsnitt av platebærer.....	10
Figur 2.1 Lengdesnitt og tverrsnitt av platebærer.....	10
Figur 2.3 Platebærer med endestivere og ett feltstiverpar sentrert under punktlasten.....	10
Figur 2.4 Platebærer med endestivere og to feltstiverpar $a = 50$ mm sentrert om punktlast.....	10
Figur 2.5 Platebærer med endestivere og to feltstiverpar $a = 182$ mm sentrert om punktlasten.....	10
Figur 3.1 Arbeidsdiagram ("spennings-tøyningskurve") for stål.....	12
Figur 3.2 Punktlast på platerand av platebærer uten vertikale stiverpar.....	13
Figur 3.3 Avkappa tverrstiverpar til motstående flens.....	14
Figur 3.4 Grunnriss av hhv. ett stiverpar og to stiverpar sveist til steg.....	14
Figur 3.5 Venstre bjelke illustrerer global knekking om svak akse og høyre bjelke lokal knekkning av både steg og flens.....	15
Figur 3.6 Ulike typer av lokal knekking ved forskjellige lastsituasjoner. Den røde sirkelen markerer tilfellet som betraktes i denne avhandlingen.....	16
Figur 4.1 Ulike bruddformer for steget.....	18
Figur 4.2 Ende og felt definert for platebærer.....	19
Figur 4.3 Effektiv steglengde for kapasitet mot tverrkrefter.....	20
Figur 4.4 Lasttilfeller.....	21
Figur 4.5 Stiv oppleggslengde for ulike lasttyper på toppflensen.....	21
Figur 4.6 Grafisk fremstilling av kapasitet etter standard for stiveravstander 10 mm – 300 mm.....	22
Figur 5.1 Hydraulisk presse av type Stenhøj.....	24
Figur 5.2 Integrert måleinstrument i pressa.....	24
Figur 5.3 Overgang stempel, belastningskloss og platebærer.....	25
Figur 5.4 Oppsett av platebærer i Stenhøjpressa.....	25
Figur 5.5 Platebærer med kun endestiverpar.....	26

Figur 5.6 Knekkform.....	26
Figur 5.7 Platebærer med endestiverpar og ett feltstiverpar sentrert under punktlasten.....	27
Figur 5.8 Knekkform.....	27
Figur 5.9 Platebærer med endestiverpar og to stiverpar $a = 50$ mm sentrert om punktlasten.....	28
Figur 5.10 Knekkform.....	28
Figur 5.11 Platebærer med endestiverpar og to stiverpar $a = 182$ mm sentrert om punktlasten.....	29
Figur 5.12 Knekkform.....	29
Figur 5.13 Resultater fra praktiske forsøk.....	30
Figur 6.1 Platebærer med grovt mesh.....	31
Figur 6.2 Platebærer med fint mesh.....	32
Figur 6.3 Fastholdningsbetingelser og belastning.....	32
Figur 6.4 Spenningsutvikling .....	34
Figur 6.5 Initiell knekking.....	34
Figur 6.6 Spenningsutvikling .....	35
Figur 6.7 Initiell knekking.....	35
Figur 6.8 Spenningsutvikling.....	36
Figur 6.9 Initiell knekking.....	36
Figur 6.10 Spenningsutvikling.....	37
Figur 6.11 Initiell knekking.....	37
Figur 7.1 Sammenligning av knekkformer fra praktiske forsøk og FEM-modell.....	40
Figur 8.1 Illustrasjon av lastbilde for platebærer med flere stiverpar.....	41
Figur A.2.1 Venstre bilde viser intervallsveis og høyre bilde kontinuerlig sveis.....	47
Figur A.3.1 Knekking ved opplegg.....	48
Figur A.3.2 FEM-modell ; knekking ved opplegg.....	48
Figur A.6 Venstre bilde illustrerer stive endestivere og høyre bilde myke endestivere.....	51
Figur B.4 Excel – formler.....	56
Figur B.5 Graf med tilhørende tallverdier.....	57
Figur C.1 Kun endestivere.....	58

Figur C.2 Endestivere og ett feltstiverpar under punktlasten.....	59
Figur C.3 Endestivere og to feltstiverpar $a=50\text{mm}$ sentrert om punktlasten.....	60
Figur C.4 Endestivere og to feltstiverpar $a=182\text{mm}$ sentrert om punktlasten.....	61
Tabell 1.1 Termer og forklaring.....	8
Tabell 4.7 Dimensjonerende kapasitet.....	23
Tabell 6.1 Kritiske knekkklaster fra FEM-analyse.....	38
Tabell 7.1 Samlede resultater .....	39



Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
67 23 00 00  
[www.nmbu.no](http://www.nmbu.no)