

KNEKKING, FORENKLET METODE MOT EUROKODE 3,
METODE 2

BUCKLING, SIMPLIFIED METHOD VERSUS EUROCODE 3,
METHOD 2

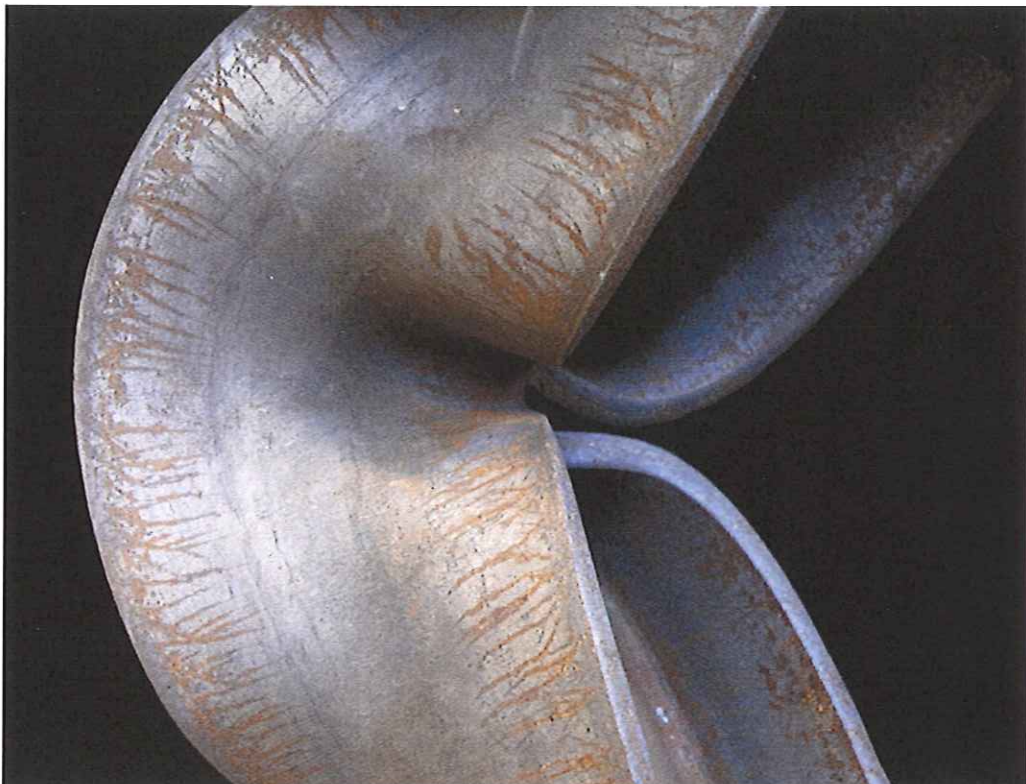
MICHAEL SOLVANG

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP
INSTITUTT FOR MATEMATISKE REALFAG OG TEKNOLOGI
MASTEROPGAVE 30 STP. 2013



Knekkning

Forenklet metode mot Eurokode 3, metode 2



Gradsoppgave



UMB - Institutt for matematiske realfag og teknologi
Våren 2013



FORORD

Denne masteroppgaven omhandler knekking og tar for seg en sammenligning av NS - EN 1993 -1 (Eurokode 3, prosjektering av stålkonstruksjoner) og Forenklet metode. Hensikten er å undersøke om Forenklet metode kommer ut på konservativ(trygg) side av Eurokode 3 i ulike belastningssituasjoner. Oppgaven er gjennomført våren 2013 som en avsluttende del av masterstudiet i maskin, prosess og produktutvikling ved instituttet for Matematiske realfag og Teknologi (IMT) ved Universitetet for Miljø og Biovitenskap (UMB)

Knekking er et meget alvorlig stabilitetsproblem og sammenlignet med andre årsaker til sammenbrudd gir knekking liten eller ingen forvarsel om at en ulykke er i ferd med å inntreffe. Når knekking da forekommer er det svært liten tid til å komme seg i sikkerhet. I forbindelse med ulykker som skyldes knekking blir skadeomfanget ofte meget alvorlig både menneskelig, miljømessig og økonomisk. Når Forenklet metode da benyttes til beregning av knekking er det derfor meget viktig at metoden er trygg. Oppgaven er en videreføring av arbeidet til Kaasa for grundigere undersøkelse av Forenklet metode mot Eurokode 3.

Jeg ønsker å rette en stor takk til min hovedmasterveileder Geir Terjesen som har vært inspirerende og til faglig stor hjelp. Underveis når jeg har møtt på ulike problemstillinger har vi i samråd diskutert oss frem til fornuftige løsninger. Geir har i tillegg bistått med relevante dokumenter og gode eksempler.

Oppgaven har gitt meg et nytt perspektiv på et fenomen jeg hadde lite kjennskap til fra før. Læringsutbyttet har vært stort og oppgaven har gitt meg god kjennskap til Eurokode 3 noe jeg vil dra nytte av i arbeidslivet. Undertegnede forutsetter at leser har grunnleggende kunnskap om faget knekking.

Ås, 10 mai 2013

Michael Solvang



SAMMENDRAG

Eurokoden er meget omstendelig og tidskrevende i forhold til Forenklet metode. Det er derfor ønskelig å nærmere studere, analysere og sammenligne resultater av beregninger til Eurokoden mot Forenklet metode. Målsetting er å undersøke om forenklet metode er konservativ (trygg) mot dagens gjellende standard, Eurokode 3 (Metode 2). Det er valgt ut 3 generelle knekke tilfeller som begrenses til styrt knekking om sterk akse.

Arbeidene starter med et litteraturstudium av grunnlagsteori. Jeg har studert forenklet metode og Eurokode 3 (metode 2) med tilhørende tabeller.

Videre håndberegnet jeg de 3 utvalgte casene. Bjelketypen som benyttes for håndberegningene er HE240A med material S235 og S355. I case 1 blir bjelken kun utsatt for en aksialkraft, mens bjelken/søylen i de 2 øvrige casene i tillegg påføres et moment. Oppplagrings betingelsene er like for case 1 og case 2, her er bjelkene leddlagret i begge ender. I case 3 blir det sett på en fast innspent søyle med en fri utkragerbjelke i andre enden. Når beregningene av casene er gjennomført blir resultatene sammenlignet og oppsummert.

Dernest utførte jeg det en dataanalyse av case 3 da dette caset kom ut på liberal (utrygg) side av Eurokode 3 (Metode 2). Det ble undersøkt tre bjelke typer, HEA og IPE og HEB med størrelser fra 200 til 300, 13 forskjellige bjelkelengder og 2 material typer som totalt utgjør 442 ulike tilfeller av Case 3. Resultatene ble analysert og kommentert og det ble gitt anbefalinger til nye interaksjonskonstanter.

Resultatene er som følger. Forenklet metode kom ut på konservativ (trygg) side av Eurokode 3 i Case 1 og Case 2 men ikke i Case 3. Case 3 ble derfor grundig testet og av de tre bjelketypene som ble undersøkt i dataanalysen kom typen HEB ut som det beste alternativet. Det ble gitt forslag til forbedring av interaksjonskonstanter for bjelketypen HEA og HEB. Den nye anbefalte interaksjonskonstanten for HEA er 1,6 mens den er 1,52 for HEB. Det ble ikke anbefalt en nye interaksjonskonstant for bjelke av typen IPE da Forenklet metode kom ut på konservativ trygg side av Eurokode 3 (metode 2) i alle relevante tilfeller.



ABSTRACT

Eurocode 3 is very winded and time consuming compared to the Simplified Method. Is therefor desirable to study, analyze and compare the results of the calculations from Eurocode 3 versus Simplified Method. The objective is to examine if the simplified method is conservative (safe) against Eurocode 3 (Method 2). It is chosen three general buckling cases that are limited too controlled buckling about the strong axis.

The theoretical basis is first explained through a literature study of Simplified Method and Eurocode 3 (method 2) with belonging tables.

Further I hand calculated the 3 selected cases. The beam type, which is used for the hand calculations, is a HE240A with material S235 and S355. In case 1 the beam is exposed too an axial force only, while in case 2 and case 3 the beam is also applied to a bending moment. When the calculations are performed the results are compered and summarized.

Case 3 was proven to not be conservative against Eurokode 3 (Method 2). Case 3 was therefore thoroughly investigated through data analysis. It was an investigation of three different beam types, HEA and IPE and HEB with sizes between 200 and 300, thirteen different beam lengths and 2 different material types which totally amounted in 442 various cases of case 3. The results were analyzed commented on and it was given recommendation of new interaction constants.

The results are as follows. The simplified method came out on conservative (safe) side of Eurocode 3 (Methode 2) in case 1 and case 2, but not in case 3. Case 3 was therefor carefully tested and beam type HEB gave the most satisfying result in the data analysis. It was given recommendations for new improved interaction constants for beam type HEA and HEB. The new interaction constant for beam HEA was 1,6 and 1,52 for beam type HEB. It was not given a recommendation for a new interaction constant for beam IPE when simplified method came out on conservative side of Eurocode 3 (Method 2) in all-relevant cases. Beam type HEB is nevertheless the better choice because the applied fore had to be halved in order to get meaningful result with bean IPE.



INNHALDSFORTEGNELSE

	Side
FORORD	II
SAMMENDRAG	III
ABSTRACT	IV
1 INNLEDNING	1
1.1 BAKGRUNN	2
1.2 Problemstilling.....	6
1.3 Målsetting og begrensninger.....	7
1.3.1 Hovedmål	7
1.3.2 Delmål	7
1.3.3 Begrensinger	7
1.4 Kvalitetssikring.....	8
1.5 Symboler og terminologi.....	8
2 BESKRIVELSE	14
2.1 Kravspesifikasjoner.....	14
2.2 Knekking.....	14
2.2.1 Global knekking	14
2.2.2 Lokal knekking	14
2.2.3 Avvik - påvirkende faktorer for knekkingslasten	15
2.3 Sikkerhet.....	16
2.3.1 Sikkerhet etter Eurokode 3	17
2.3.2 Sikkerhet etter klassiske beregningsmetoder	17
3 KLASSISKE BEREGNINGSMETODER	19
3.1 Leonhard Euler.....	19



3.1.1	Eulers formler	19
3.2	Ludwig Von Tetmajer	25
3.2.1	Tetmajers formler	25
3.3	Forenklet metode	27
4	EUROKODE 3	28
4.1	Tverrsnittklassifisering	28
4.2	Knekkurver	32
4.3	Partialfaktorer	35
4.4	Utleddninger og grunnlagsteori [48]	36
4.4.1	Trykkstav med sinusformet formfeil	36
4.4.2	Bjelkesøyle, styrt knekking og moment om sterk akse	40
5	CASER	45
5.1	Case 1, kun aksialkraft	46
5.1.1	Beregning etter Klassisk metode	47
5.1.2	Beregning etter Eurokode 3, metode 2	48
5.2	Case 2, aksial trykklast og midtstilt tverrlast.....	52
5.2.1	Beregning etter Klassisk metode	53
5.2.2	Beregning etter Eurokode 3, metode 2	54
5.3	Case 3, utkragerbjelke med aksialkraft	61
5.3.1	Beregning etter Klassisk metode	62
5.3.2	Beregning etter Eurokode 3, metode 2	64
5.4	Sammenligning og oppsummering.....	70
6	Dataanalyse av Case 3	72
6.1	Forklaring av analyse	72
6.2	Sammenligning og forbedring av interaksjonskonstant.....	73
6.3	Oppsummering og kommentarer.....	76



7	DISKUSJON OG PROSESSEVALUERING	78
7.1	Evaluering.....	78
7.2	Diskusjon	78
7.3	Forbedringer	79
8	KONKLUSJON	80
8.1	Anbefalinger	81
8.2	Videre arbeid.....	81
9	KILDEHENVISNING	82
10	VEDLEGG	87

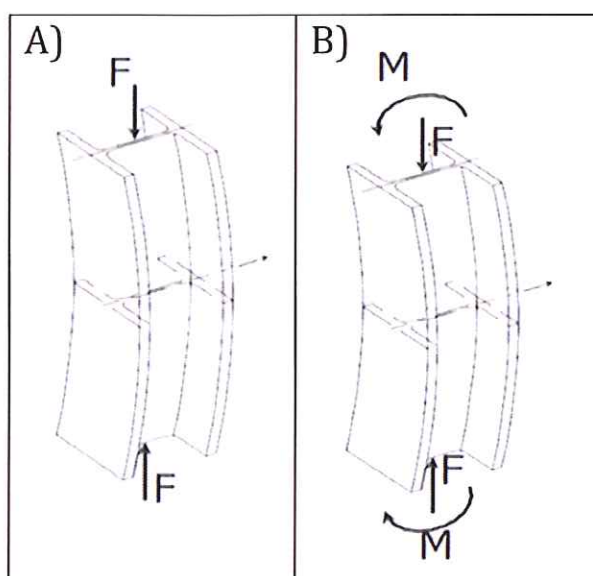
1 INNLEDNING

Denne oppgaven tar for seg fenomenet global bøyingsknekking for dobbeltsymmetriske tverrsnitt. Global bøyingsknekking forekommer når lange staver blir belastet med en aksial trykkraft og/eller et moment. Når kreftene/momentene overskrider stavens bærekapasitet vil staven til slutt kollapse. Denne kollapsen karakteriseres som knekking på fagspråket.

Det blir studert forskjellige knekke tilfeller som beregnes ved hjelp av 2 ulike beregningsmetoder, Eurokode 3 (metode 2) og forenklet metode. Resultatene blir sammenlignet og analysert og det blir sett på mulige endringer av tall faktoren i forenklet metode.

Oppgaven bygger på en tidligere masteroppgave av Jan Olav Hauan Kaasa og det er nå ønskelig å videreføre Kaasas arbeid og utføre beregninger på flere bjelketyper. Det er også ønskelig å provosere frem forskjellig tverrsnittsklasser for å studere om dette er utslagsgivende på resultatet når man sammenligner Eurokode 3 med forenklet metode.

Figuren under gir et visuelt bilde av hva knekking er og hvordan dette oppstår



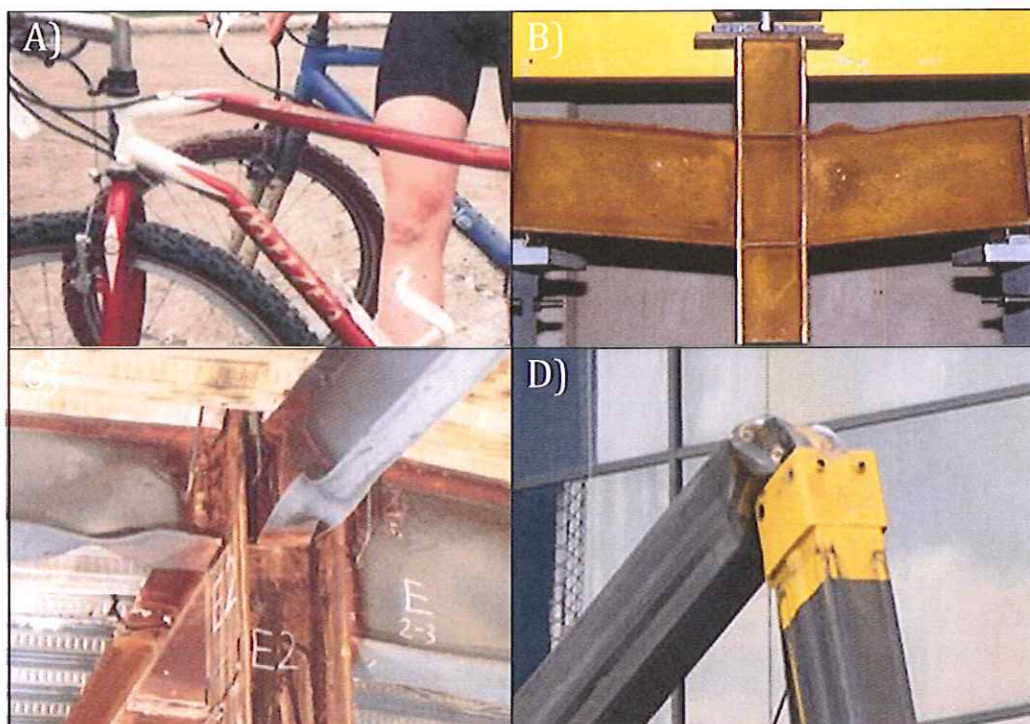
Figur 1 A) Viser knekking av bjelke påført aksialkraft, B) viser knekking av søyler påført aksialkraft og moment[1]

1.1 BAKGRUNN

Litt om knekking

Knekking er et stabilitets problem for bærebjelker som ofte bærer og stabiliserer ekstremt tunge laster. Hovedfunksjonen til bærebjolkene/søylene er å stabilisere konstruksjoner og sørge for at de står trygt slik at de kan tjene sitt formål uten fare for kollaps. Bærebjolkene/søylene brukes til å stabilisere alt fra oljeplattformer og løftekraner til skyskrapere. Det er ofte mennesker som ferdes på disse konstruksjonene og det er derfor svært viktig at disse bjelken har tilstrekkelig bærekapasitet og tåler påkjenningen de blir utsatt for. Dersom en bærebjelke knekker kan det medføre tap av menneske liv og store økonomiske kostnader. Disse beregningene er med andre ord en svært kritisk del av prosjektarbeidet og det er derfor ekstremt viktig at man er grundig og operer med god sikkerhetsmargin i dette arbeidet.

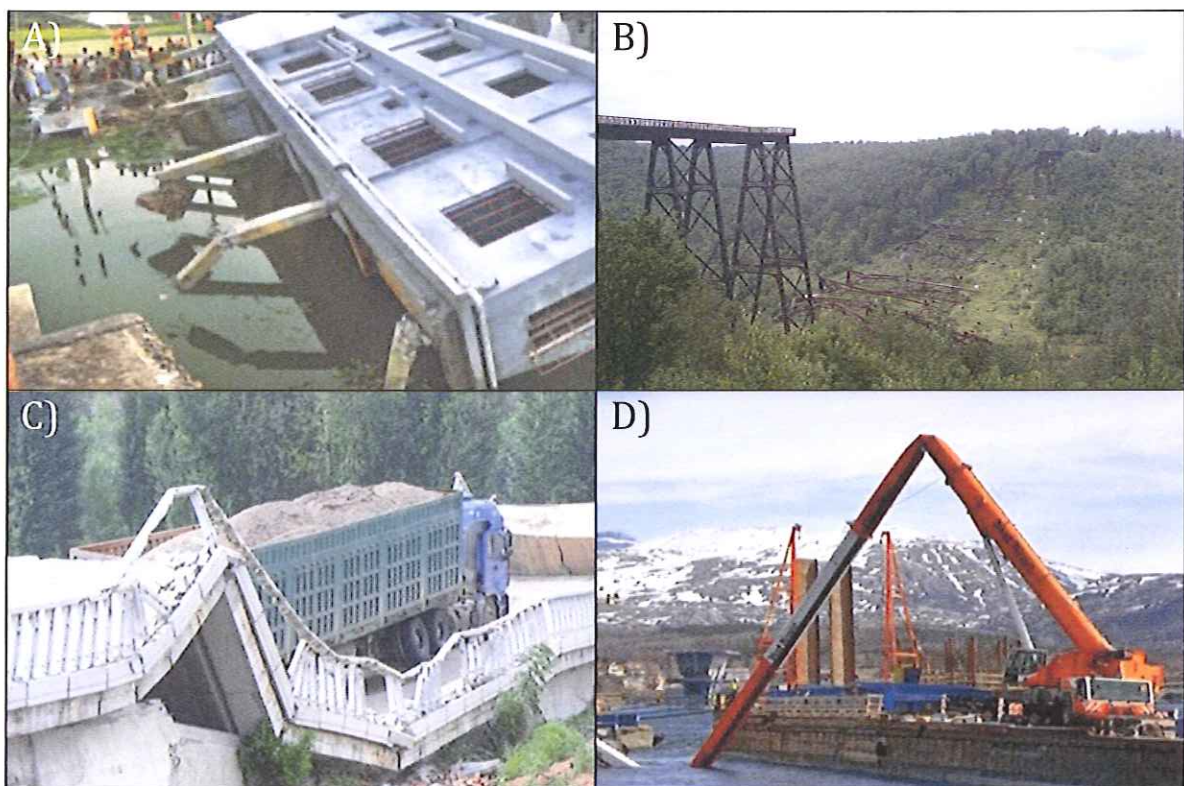
Figuren under illustrer i mindre skala hvordan geometriformen kan utarter seg når knekking inntreffer. Bildene gir et innblikk og en visuell forståelse av hva fenomenet knekking er.



Figur 2 A) Rammen til en sykkel har knekt i front[2], B) en bjelke har fått for stor vertikal belastning og lokal knekking har intruffet[3], C) viser et knutepunkt til en bruovergang[4], D) viser en kran som er overbelastet[5]

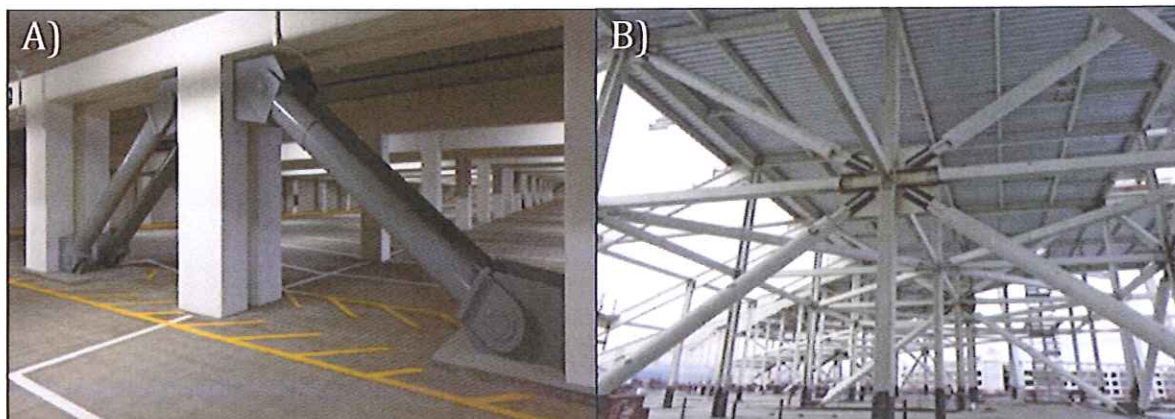
Det skal nå ses nærmere på hvor alvorlig og farlig knekking er når det fører til kollaps av større konstruksjoner. Sammenlignet med andre årsaker til sammenbrudd gir knekking liten eller ingen forvarsel om at en ulykke er i ferd med å inntreffe. Når knekking da forekommer er det svært liten tid til å komme seg i sikkerhet. Dette medfører at skadeomfanget ofte er meget alvorlig i forbindelse med ulykker som skyldes knekking

Figuren under viser noen tilfeller hvor knekking inntreffer der konsekvensene for både helse og økonomi er meget alvorlige.



Figur 3 *A) Bærepilarene har knekt pga overbelastet[6], B) en bru i Kinzua som har kollapset[7], C) en trailer som har overskredet tillatt vekt på en bru[8], D) en mobilkran som ikke har tålt løfte påkjenningene[9].*

For å hindre at ulykker av denne typen forekommer må man utarbeide løsninger som forhindrer knekking og sikrer konstruksjonen. To alternativer kan være; 1) å øke dimensjonen på bjelkene/søylene til konstruksjonen 2) Legge inn tverrstivere som støtter opp stavene. Figuren nedenfor viser to alternativer for tverrbjelker som støtter bærebjelkene og hindrer knekking.



Figur 4 A) Tverrstiver i et parkeringshus[10], B) Tverrstivere som støtter en bru[11]

Litt om standarder

I det 19. og 20. århundre har det vært en enorm industrialisering verden over. Den teknologiske utvikling har vært fenomenal og grenser for hva man trodde var mulig er for lengst brutt. Med sterke ønsker om stadig nye og mer avanserte konstruksjoner øker risikoen mer eller mindre eksponentialt med utviklingen. Vi reiser til månen, kjører biler i over 500 Km/h og reiser bygninger på over 800 meter. Dette innebærer at skadeomfanget når ulykker inntreffer i dag er langt større enn hva det var i oldtiden.

Dessverre forekomme det fra tid til annen ulykker som medfører store skader på både mennesker, og miljø og med betydelig økonomi omfang. Dette er selvfølgelig meget trist men noe godt har det heldigvis kommet ut av disse tragiske hendelsene. I tråd med den industrielle utviklingen er det utarbeidet en rekke standarder og forskrifter hvor hensikten er å ivareta sikkerhet til arbeider og kvaliteten til produkter.

En standard er felles regler og retningslinjer som man er pålagt å følge der den gitte standarden gjelder. I henhold til den norske utgaven av ISO/IEC Guide 2:2004[12] beskrives en standard som følgende:

"Dokument til felles og gjentatt bruk, fremkommet ved konsensus og vedtatt av et anerkjent organ som gir regler, retningslinjer eller kjennetegn for aktiviteter eller resultatene av dem for å oppnå optimal orden i en gitt sammenheng."[12]



Standard historikk

Den første standarden ble utgitt i Norge allerede i 1911 og svært mange nye standarder har sett dagens lys etter denne utgivelsen [13].

Det foreligger enormt mye standardhistorikk og det velges derfor å snevre inn materialet til det som er relevant for denne gradsoppgaven. For stålkonstruksjoner i Norge var det NS3472 – 1984 som gjaldt frem til 2001, da den utgikk og ble erstattet av NS3472 – 2001 som var en tilpasning til Eurokode 3. Den europeiske førstandard, NS – ENV 1993-1 (Eurocode 3, stålkonstruksjoner) ble utgitt for første gang i 1993. I 2007 ble den endelig utgaven av Eurocode 3 utgitt i Europa ved navnet NS – EN 1993-1. Standarden ble først gjeldene i Norge i mars 2010 da den tok over for NS3472-2001 som ble trukket tilbake. [14].

Eurokode 3

Bakgrunnen for eurokoden var et ønske fra det europeiske felleskap (EU) om å fjerne handelshindringer og harmonisere tekniske spesifikasjoner mellom medlemslandene. Tilbake i 1975 vedtok EU kommisjonen et handlingsprogram for bygge- og anleggsområder for å innfri disse ønskene. Utviklingen ble ledet av den tekniske komiteen CEN/TC 250 for De europeiske fellesskap[14]. Det skulle ta 18 år med utvikling før en foreløpig utgave ble utgitt i 1993 og 12 nye år før den endelige utgaven ble gitt ut i 2005.

Eurokoden er meget omfattende og består i alt av 10 deler fra Eurokode 0 til Eurokode 9. Hver del tar for seg ulike fagfelt og det skal her sees nærmere på Eurokode 3, prosjektering av stålkonstruksjoner. Eurokode 3 består av 12 forskjellig anvendelsesområder og setter regler og retningslinjer for prosjektering av stålkonstruksjoner.

Eurokode 3 gir deg valget mellom 2 forskjellige beregningsmetode for knekking, Metode 1(Annex A)og Metode 2 (AnnexB). Metode 1 er hovedsakelig basert på teori og er utviklet av franske og belgiske forskere. Metoden er relativt komplisert men gir til gjengjeld god nøyaktighet. Metode 2 baserer seg på semi-empiri og kurvtilpasning og er utviklet av Tyske og Østeriske forskere. Metoden er mindre komplisert enn metode 1 men har ikke samme nøyaktighet. [15]. I denne oppgaven blir beregningene utført etter metode 2.



Forenklet metode

Det eksisterer ulike forenklete metoder. Både metoden som kalles "svensk metode" [16] og "Forenklet interaksjonsformel" er relevante metoder til beregninger av knekke utsatte søyler. Denne gradsoppgaven fokuserer på Forenklet interaksjonsformel.

Forenklet interaksjonsformel tar utgangspunkt i det vi tiltaler som klassiske beregningsmetoder. Ved hjelp av grunnleggende kunnskaper om Euler og Tetmajer kan en via Forenklet interaksjonsformel estimere om en trykk og bøyepåkjent stav vil knekke. Metoden er modifisert av Geir Terjesen og er meget enkel å benytte. [17]

Eurokode 3 mot Forenklet. metode

Eurokoden er meget omstendelig og tidskrevende i forhold til Forenklet metode. Det er derfor ønskelig med nærmere studier for å analysere og sammenligne resultater av beregninger til Eurokoden mot Forenklet metode for å se om forenklet metode kommer ut på konservativ (trygg) side. Det er tidligere gjort analyser og sammenligninger hvor Forenklet metode har vist seg å være trygg[17,18] . Det er allikevel viktig å teste flere knekke tilfeller for at metoden skal kunne være representativ for "alle" tilfeller. Per dags dato (01.02.13) foreligger det ikke nok testing til å anse Forenklet metode som trygg. Testingen blir derfor tatt videre for å undersøke om Forenklet metode er representativ for en ny gruppe knekke tilfeller.

1.2 Problemstilling

I denne oppgaven blir det fokusert på 3 problemstillinger som listes under.

- I. Hvilke knekke tilfeller skal velges
- II. Kommer Forenklet interaksjonsformel ut på konservativ (trygg) side av Eurokode 3(metode 2) i de valgte tilfellene
- III. Er det mulig å endre tallfaktoren i Forenklet interaksjonsformel slikt at metoden blir optimalisert i forhold til Eurokode 3



1.3 Målsetting og begrensninger

Når man skal gjennomføre et prosjekt et ofte hovedmålet komplekst og vanskelig å angripe. Det er derfor hensiktsmessig å bryte ned hovedmålet i delmål slik at oppgaven fremstår mer oversiktlig og med høyere detaljeringsgrad.

1.3.1 Hovedmål

Kommer Forenklet interaksjonsformel ut på konservativ (trygg) side av Eurokode 3 i de undersøkte casene og er det mulig å endre interaksjonskonstanten i Forenklet metode slik at den optimaliseres mot Eurokode 3

1.3.2 Delmål

- Sette seg inn i beregningsutførelsen av begge metodene
- Velge caser som er generelle og som dekker ulike tverrsnittsklasser
- Utføre håndberegninger på utvalgte case
- Utføre data simulering
- Anbefale ny interaksjonskonstant om nødvendig
- Sammenligne, konkludere og gi anbefalinger

1.3.3 Begrensninger

- Alle tilfeller er styrt knekking om sterk akse
- Det blir sett på 3 ulike case
- Casene blir beregnet med 2 material typer, S235 og S355
- Det blir sjekket et begrenset antall bjelkestørrelser og bjelkelengder



1.4 Kvalitetssikring

Kvalitetssikring rapport

Jeg har gått gjennom rapporten og språkvasket den, referanser, tabellnummerering, figurernummer, formelnummer og sidetall er sjekket to ganger. Jeg har også brukt malen fra oppdragsgiver. Kontrollert utregningene to ganger og kontrollert at alle symboler er kommet med i symbollisten osv.

Kvalitetssikring produkt

Kravspesifikasjonene er diskutert/tolket i samråd med oppdragsgiver på jevnlige møter. Jeg har brukt sikkerhetsfaktorene gitt av oppdragsgiver eller brukt diverse standarder. Jeg har kontrollert håndberegninger mot dataanalyse osv.

1.5 Symboler og terminologi

Tabell 1 *Symboler med forklaring og benevning til kapitel 2*

Symbol	Forklaring	Benevning
F_{Ed}	Dimensjonerende aksialkraft	N
γ_f	Lastfaktor	-
F_{Ek}	Karakteristisk last (virkelig last)	N
f_{rd}	Dimensjonerende fasthet eller kapasitet	MPa
f_k	Karakteristisk fasthet (for eksempel flytegrense eller strekkfasthet	MPa
γ_{Mt}	Materialfaktor (1,05 for stavknekking)	-
λ	Slankhetstall	-
n_F	Sikkerhetsfaktor mot flyt	-
R_e	Flytegrense	MPa
$\sigma_{tillatt}$	Tillatt spenning	MPa
n_B	Sikkerhetsfaktor mot brudd	-
R_m	Strekkfasthet	MPa



Tabell 2 Symboler med forklaring og benevning til kapitel 3

Symbol	Forklaring	Benevning
F	kraft	N
F_{cr}	Kritisk knekklast (Euler kraft)	N
F_k	Knekklast	N
$F_{k,till}$	Tillatt knekkraft etter Euler eller Tetmajer	N
l	Bjelkelengde	mm
l_k	Bjelkens knekk lengde	mm
E	Materialets elastisitetsmodul	MPa
I_0	Staven minste treghetsmoment	mm ⁴
M	Moment	Nm
M_b	Bøyemoment som virker på søylen	Nm
$M_{b,maks}$	Største moment før flyt i ytterste fiber etter elastisitetsteorien	Nm
y	Nedbøyning	mm
n	Antall svingninger	-
C_1	Konstant	-
C_2	Konstant	-
i	Treghetsradius	mm
A	Areal	mm ²
λ	Slankhetstall	-
λ_0	Proporsjonalitetsslankhet	-
σ_{cr}	Kritisk spenning	MPa
$\sigma_p \approx 0,8R_e$	Estimat av proporsjonalitetsgrense	MPa
n_k	Sikkerhetsfaktor mot knekking	-
R_e	Materialets flytegrense	MPa
M_b	Påført moment	Nmm
$M_{b,maks}$	Største moment før flyt opptrer i ytterste fiber etter elastisitetsteorien	Nmm
n_i	Interaksjonskonstant	-
σ_{cr}	Kritisk spenning	MPa



Tabell 3 Symboler med forklaring og benevning til kapitel 4

Symbol	Forklaring	benevning
c	Bredde eller høyde på en tverrsnittsdell	mm
t	Tykkelse på tverrsnittsdell	mm
ϵ	Faktor avhengig av f_y	-
$\bar{\lambda}$	Relativ slankhet	-
χ	Reduksjonsfaktor for den relevante knekkkurven	-
α	Imperfeksjonsfaktor	-
γ_{M0}	Partialkoeffisient for Tverrsnittskapasitet uansett tverrsnittsklasse	-
γ_{M1}	Partialkoeffisient for Stavers kapasitet mot instabilitet påvist i hele staven	-
γ_{M2}	Partialkoeffisient for Tverrsnittskapasitet mot brudd for strekkpåkjenninger	-
γ_{f1}	Lastfaktor aksial trykkraft	-
γ_{f2}	Permanent last	-
ϕ	Funksjon for å bestemme reduksjonsfaktor χ	-
a_0, a, b, c, d	Klassebetegnelser for knekkkurver	-
α	Andel av tverrsnittet med trykkspenning	-
ψ	Spenning eller tøyingsforhold	-
f_y	Flytegrense	MPa
f_u	Strekfasthet	MPa
A	Tverrsnitts areal	mm ²
A_{eff}	Effektivt tverrsnitts areal	mm ²
y	Nedbøyning vilkårlig sted på en stav	mm
Y_0	Nedbøyning pga formfeil et vilkårlig sted på en stav	mm
e_0	Utbøyning midt på staven pga formfeil	mm
e	Maksimal utbøyning midt på staven	mm
x	Vilkårlig avstand	mm
$W_{y,el}$	Elastisk motstandsmoment om akse y-y	mm ³
$W_{y,pl}$	plastisk motstandsmoment om akse y-y	mm ³



Tabell 3 fortsetter

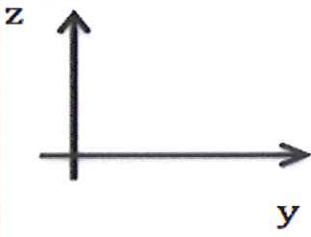
N_{cr}	Ideell kraft for den relevante knekkformen basert på bruttotverrsnittet	N
N_{Rd}	Dimensjonerende verdi for kapasitet mot aksialkraft	N
$M_{y,Rd}$	Dimensjonerende verdi for kapasitet for moment om akse y-y	Nmm
N_{ED}	Dimensjonerende aksialkraft	N
$M_{y,p,ED}$	Dimensjonerende plastisk moment om akse y-y	Nmm
$M_{y,e,ED}$	Dimensjonerende Elastisk moment om akse y-y	Nmm
$\bar{\lambda}$	Relativ slankhet	-
C_{my}	Ekvivalent moment faktor	-
K_{yy}	Interaksjonsfaktor	-

Tabell 4 Symboler med forklaring og benevning til kapitel 5

Symbol	Forklaring	benevning
s	Tykkelse steg	mm
t	Tykkelse flens	mm
r	radius	mm
h	Høyde	mm
b	Bredde	mm
I_y	Annet arealmoment om sterk akse	mm ⁴
W_y	Motstandsmoment om sterk akse	mm ³
S_y	Statisk motstandsmoment	mm ³
i	Treghetsradius	mm



Tabell 5 Terminologi

Begrep	Alternativt navn/bilde	Forklaring
Eurokode 3	EC3	Europeisk standard for stålkonstruksjoner
Forenklet interaksjonsformel	Forenklet metode, FM	Formel der summer av spenninger skal være underet vist krav
Interaksjonsformel EC3	Metode 2 og annex B	Formel der summen av spenninger skal være underet et vist krav
Interaksjonsverdi	-	Numerisk verdi av interaksjonsformelen til FM og EC3
Global bøyingsknekking	Global knekking	Deformasjon av hele konstruksjonen
Lokal bøyingsknekking	Lokal knekking	Deformasjon av tverrsnitts-del
Sterk akse	-	Aksen med størst annet arealmoment
Svak akse	-	Aksen med minst annet arealmoment
Koordinatsystem		Et orienterings system
Knekke tilfellet	Tilfellet	-
Case	-	Innebærer opplagring betingelser, krefter, bjelke-data

Tabell 5 Fortsetter

Bøyningsknekking/ Kombinertknekking	-	knekking pga et påført moment og en aksialkraft
Knekking		knekking pga påført aksialkraft
Systemakse		Viser bjelketverrsnitt med tilhørende betegnelser og akser. x-x: staven lengdeakse, y-y: tverrsnitteakse, z-z: tverrsnittsakse
Stav		Vilkårlig profil i en konstruksjon
Søyle		Vertikal profil i en konstruksjon
Bjelke		Horisontal profil i en konstruksjon
Bjelkesøyle		Bjelke eller søyle påkjent horisontalkraft og moment

2 BESKRIVELSE

2.1 Kravspesifikasjoner

Ved konstruksjoner er knekking et viktig stabilitetsproblem. Oppgaven går ut på å prøve Eurokode 3 regelverket for bøyningknekking mot forenklet metode og om mulig komme med konstanter i formelen for å få overslagsberegninger som er mer i tråd med Eurokode 3. Arbeidet er en videreføring av en tidligere masteroppgave

2.2 Knekking

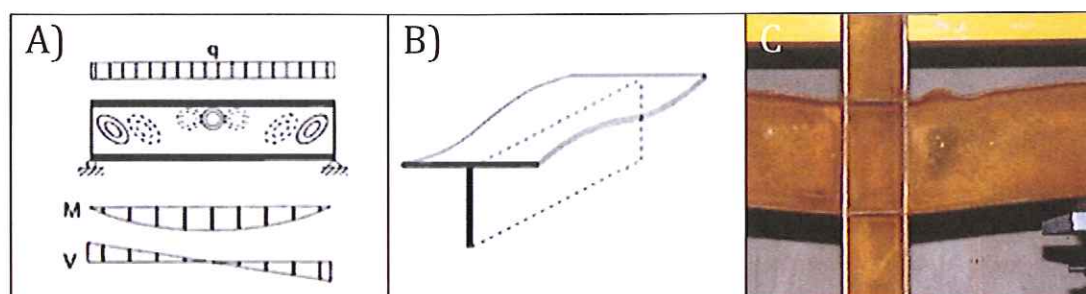
Som tidligere nevnt skiller man mellom 2 ulike former for knekking; global knekking og lokal knekking. Det skal nå redegjøres for forskjellen mellom disse.

2.2.1 Global knekking

Når hele Staven gir etter (knekker) og mister sin bærekapasitet sier vi at global knekking har inntruffet. Staven er ødelagt og dermed ikke lenger brukelig.

2.2.2 Lokal knekking

Lokal knekking er forskjellig fra global knekking ved at søylen fortsatt kan ha bærekapasiteten når knekking inntreffer. Ved lokal knekking blir en tverrsnittsdell deformert. På en søyle vil det typisk bli en deformasjon i steget eller flensen.

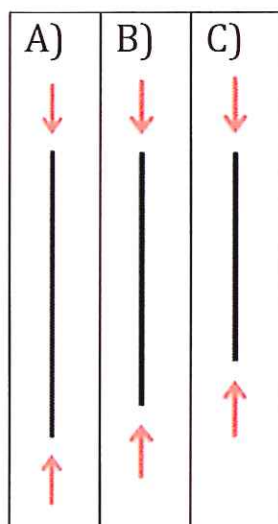


Figur 5 A) Viser et bjelkesteg påkjent av et moment og en skjærkraft. Det er kun den øvre delen av bjelken, hvor det er trykkspenning, som kan knekke. De stiplede sirklene viser bukling inn i arket og de heltrukne sirklene viser bukling ut av arket[1]. B) viser hvordan lokal knekking kan se ut[1], C) viser lokal knekking i flensen til en bjelke[3].

2.2.3 Avvik - påvirkende faktorer for knekkingslasten

Slankhet

Slankheten angis med det greske symbol " λ " og er et slankhetstall som sier noe om forholdet mellom bjelkens knekkklengde og treghetsradius. Desto lenger og tynnere en bjelke er jo letter knekker den. Bjelker med stor tykkelse i forhold til lengde vil sannsynligvis ikke knekke men gå til trykk brudd uten utbøyning. Under vises en figur hvor tre staver har likt tverrsnittsareal men forskjellig lengder. Figur 6 A) krever minst kraft før staven knekker og figur 6 C) vil mest sannsynlig ikke knekke men gå til trykk brudd. Vi kan si at Figur A) har et stort slankhetsforhold, det vil si at staven er langsmal.



Figur 6 Viser 3 bjelker med ulik lengde men med samme tverrsnittsareal utsatt for lik aksialkraft

Flytegrense

Flytegrensen angir hvor mye kraft materialet tåler før det går i flyt. Desto større materialfasthet jo større påkjenninger kan materialet utsettes for før flytegrensen nås. For konstruksjonsstål snakker en ofte om fasthetsklassene S235, S275 og S355 [19] som er flytegrensen angitt i MPa.



Tverrsnittsform

Sier noe om hvordan den geometriske formen på søylen er utformet. Formen kan være en "I" form, en "H" form, være kvadratisk, sirkulært osv. Formen er med på å bestemme slankhetstallet som sier noe om hvor lett en søylen knekker.

Opplagerbetingelser

Opplagerbetingelser er ulike måter og spenne fast/feste bjelker på. Leonhard Euler fant fire knekktilfeller man kunne rendyrke som var avgjørende for knekk lengden til en bjelke[20].

Geometriske formfeil

De matematiske formlene tar utgangspunkt i en perfekt søyle uten formfeil. I realiteten er dette sjeldent tilfellet og det forekommer ofte skader på søyler og bjelker. Skadene kan være forårsaket ved frakt, et uforsiktig løft, støt fra en truck med mer . Dette kan føre til at bærekapasiteten blir svekket og dette må tas hensyn til ved hjelp av sikkerhets faktorer som må legges inn i formlene. Sikkerhetsfaktorer skal studeres nærmere under punkt 2.3 *Sikkerhet*.

Egenspenninger

Egenspenninger (restspenninger) er spenninger som sitter igjen i materialet fra produksjonen og opptrer selv om bjelken er ubelastet. Egenspenningene kan også komme av kutting, smiing, støping eller sveisin og kan typisk være i størrelsesorden ved eller over flytegrensen [21].

2.3 Sikkerhet

Som forklart under punkt 2.2.3 er det flere usikkerhetsmomenter som kan påvirke knekkingslasten. Materialfasthet, geometriske formfeil, lasteksentrisiteter og egenspenninger er momentene det hersker størst usikkerhet rundt. For at nødvendig sikkerhet skal ivaretas må det legges inn sikkerhetsfaktorer som tar høyde for usikkerhetsmomentene. Det kan også ved uhell forekomme at kraften overskrider maksimale tillatt belastningen. Det er derfor utarbeidet en rekke forhold som skal ivaretar sikkerheten mot ovennevnte utfordringer og problemer. Disse er forskjellig fra Eurokode 3 til forenklet metode. Det skal nå ses nærmere på forskjellene.



2.3.1 Sikkerhet etter Eurokode 3

Eurokoden håndterer sikkerhetsproblemet noe annerledes enn hva vi tidligere er vant med. Det opereres med det som kalles partiall koeffisienter, angitt med den greske bokstaven gamma "γ", der tall verdien varier og avhenger av forskjellige faktorer som tverrsnittskapasitet, sammenbrudds årsak, type forbindelse osv. Partiell koeffisientene legges på både lasten og materialet. [22]

Sikkerhetsfaktor lagt på last

$$F_{Ed} = \gamma_f \cdot F_k \quad (2.1)$$

F_{Ed} : Dimensjonerende last virkning

γ_f : Lastfaktor

F_k : Karakteristisk last (virkelig last)

Sikkerhetsfaktor lagt på materialet, en lastfaktor på 1,5 blir brukt videre i oppgaven

$$f_{Rd} = \frac{f_k}{\gamma_{Mi}} \quad (2.2)$$

f_{Rd} : Dimensjonerende fasthet eller kapasitet

f_k : Karakteristisk fasthet (for eksempel flytegrense eller strekkfasthet)

γ_{Mi} : Materialfaktor (1,05 for stavknekking)

Materialfaktoren varier som tidligere nevnt på grunnlag av blant annet sammenbrudds årsaken. Samtlige årsaker til sammenbrudd i denne oppgaven er knekking. Materialfaktoren som benyttes for stavknekking er den greske bokstaven gamma, γ_{M1} , med tallverdien 1,05. Denne gammaverdien blir benyttet videre i oppgaven.

2.3.2 Sikkerhet etter klassiske beregningsmetoder

I den klassiske mekanikken har man et enkelt og greit oppsett for hvordan sikkerheten skal ivaretas. Det er én sikkerhetsfaktor og forholde seg til som skal ta høyde for alle avvik og problemer som oppstår. Sikkerhetsfaktoren sørger for at konstruksjonene ikke fullt ut utnytter den totale teoretiske bærekapasitet mot fly eller brudd. Konstruksjonene kan derfor ved uhell til en viss grad overbelastes og fremdeles være "sikker".



Sikkerhetsfaktoren har betegnelsen n (uttales eta) og det skilles mellom sikkerhetsfaktor mot flyt og brudd

Sikkerhetsfaktoren mot flyt defineres som materialets flytegrense dividert på tillatt spenning.

$$n_F = \frac{R_e}{\sigma_{tillatt}} \quad (2.3)$$

n_F : Sikkerhet mot flyt

R_e : Flytspenning

$\sigma_{tillatt}$: Tillatt spenning

Sikkerhetsfaktoren mot brudd defineres som materialets bruddgrense dividert på tillatt spenning.

$$n_B = \frac{R_m}{\sigma_{tillatt}} \quad (2.4)$$

n_B : Sikkerhet mot brudd

R_m : Bruddspenning

$\sigma_{tillatt}$: Tillatt spenning

3 KLASSISKE BEREGNINGSMETODER

I dette kapittelet skal den forenklete interaksjonsformelen studere nærmere. Interaksjonsformelen bygger på utredninger som Euler og Tetmajer i sin tid gjorde og det skal nå tas et grundig blick på grunnlagsteorien.

3.1 Leonhard Euler

Leonhard Euler (1707 – 1783) var en sveitsisk pioner innen matematikk og fysikk. Han gjorde store utredninger innenfor fagfelt som geometri, trigonometri og algebra og har med dette skrevet seg inn som en av historiens fremste vitenskapsmenn.

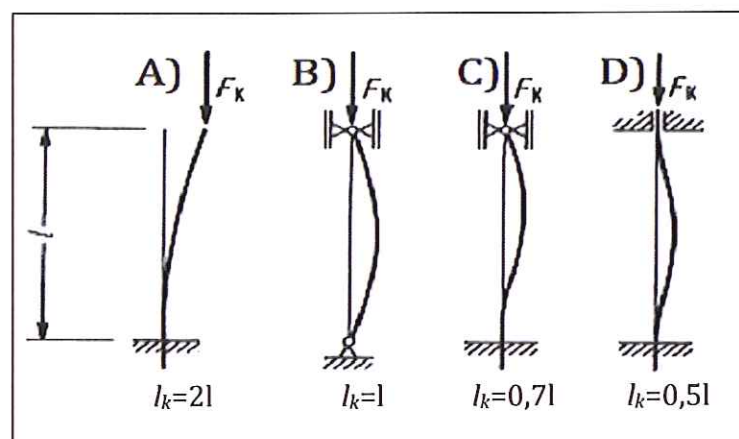


Figur 7 Euler [23]

3.1.1 Eulers formler

Eulers 4 knekktilfeller

I sitt arbeid med knekkingsproblemet kom Euler frem til at dette fenomenet kunne deles inn i fire hovedtilfeller, der deformasjonsformen avhenger av hvordan bjelken er innspent. Som vist i figuren 8 gir innspanningsmetodene A, B, C og D ulike knekk lengden på bjelken, altså avstand mellom infleksjonspunktene (retningskifte på krumning)

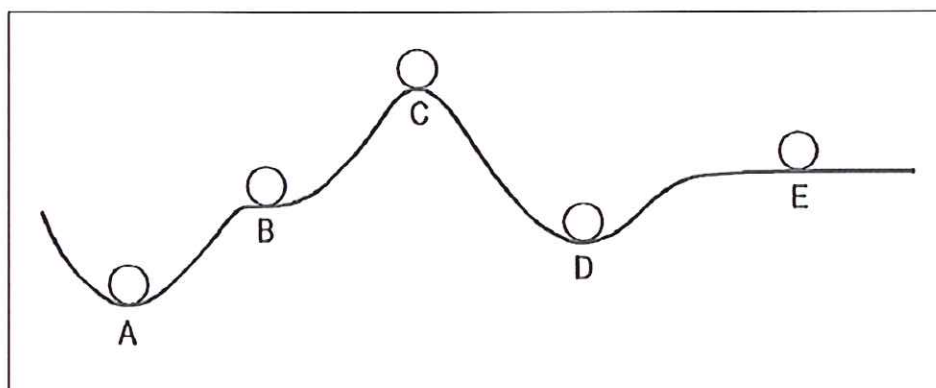


Figur 8 Eulers fire hovedtilfeller av knekking, A) innspent i en ende og fri i den andre, B) leddlagret i begge ender, C) leddlagret og innspent og D) innspent i begge ender. L_k står for knekk lengde og l er stavens faktiske lengde. [24]

Stabilitet og likevektstilstander

Det skilles mellom to begreper når det er snakk om kraft som påføres en søyle, *kritisk knekklast* F_{cr} (Eulerlasten) og *knekklast* F_k . Med den *kritiske knekklasten* menes kraften som medfører at stavens likevektstilstand slutter å være stabil. Den kritiske kraften F_{cr} forutsetter en blankpolert matematisk perfekt stav. *Knekklasten* F_k tar utgangspunkt i en virkelig stav med formfeil, restspenninger og eksentrisiteter og er kraften som fører til sammenbrudd når man også tar hensyn til elastisk-plastiske egenskaper hos materialet. Begrepene benyttes ofte noe upresist om hverandre. [25]

Stabilitetsvurderingen gjøres på grunnlag av tre tilstander; stabil, instabil og indifferent. Instabilitet tilstand anses å være svært kritisk ettersom en liten forskyvning fra likevektstilstanden vil medføre store endringer på systemet. Det er altså et meget skjevt forhold mellom forskyvning og endring i systemet. [25]



Figur 9 Kuler som ligger i forskjellige likevektstilstander på et friksjonsfritt ujevnt underlag [26]

Kule A og D befinner seg i stabil likevekt. Det betyr at de vil returnere til sin opprinnelige posisjon ved en liten forskyvning. Kulene i punkt B og C befinner seg i instabil likevekt. En liten forskyvning vil føre til en stor forflyttelse ned til lavere likevektstilstand. Kule E representerer en indifferent (nøytral) likevekts tilstand der kulen er stabil i et antall nabopunkter til E. [25]

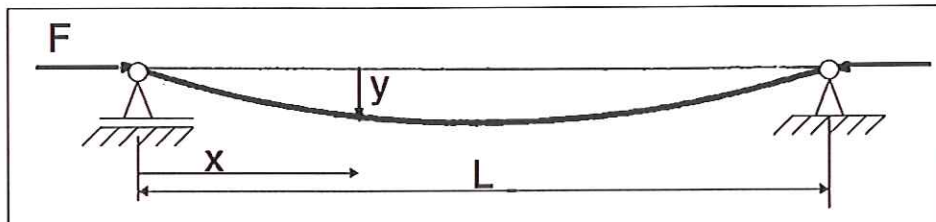
Kritisk kraft for enkle staver utsatt for aksialkraft

Gjennom sitt arbeid med knekking kom Euler som tidligere nevnt frem til en kritisk kraft F_{cr} også kalt Euler lasten. Den kritiske kraften har ofte indeksen E som symboliserer at det er Euler kraften. Eulers formel er forankret i teori og tar utgangspunkt i en blankpolert matematisk perfekt stav. Utrykket han kom frem til følger i formel under [20].

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} \quad (3.1)$$

- F_{cr} : Kritisk kraft/Euler kraft
- E : Elastisitetsmodul
- I_0 : Staven minste treghetsmoment
- l_k : Stavens knekk lengde

Utleddning av Eulers formel for en leddlagret stav i begge ender [25, 26]



Figur 10 Stav med lengden, L , leddlagret i begge ender påført en kraft F som i belastet tilstand for en utbøyning, y

$$M(x) = F \cdot y \quad (3.2)$$

$$EIy'' = -M(x) \quad (3.3)$$

$$y'' = -\frac{M(x)}{EI} = \frac{F \cdot y}{EI} \quad (3.4)$$

Innfører betegnelsen $k^2 = \frac{F}{EI}$ (3.5)

Ligningen kan da skrives: $y'' = -k^2 y \Rightarrow y'' + k^2 y = 0$



Dette er en homogen differensialligning med den generelle løsningen

$$y(x) = C_1 \cdot \sin(kx) + C_2 \cdot \cos(kx) \quad (3.6)$$

Ser på mulig randbetingelser får å finne konstantene C_1 og C_2 .

$$\text{når } x = 0$$

$$y(0) = 0 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

$$\text{når } x = l$$

$$y(l) = C_1 \cdot \sin(kl) = 0$$

Når $C_1 = 0$, er det ingen utbøyning og det tilsvarer en rett stav

Når $C_1 \neq 0$, må (kl) være $n \cdot \pi$, hvor n er antall sinushalvbølger

$$k \cdot l = n \cdot \pi \quad (3.7)$$

$$\sqrt{\frac{F_{cr}}{EI_0}} \cdot l = n \cdot \pi$$

$$\frac{F_{cr}}{EI_0} \cdot l^2 = n^2 \cdot \pi^2$$

$$F_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI_0}{l^2} = \frac{n^2 \pi^2 EI_0}{l_k^2} \quad (3.8)$$

Her er L_k knekk lengden og den laveste kritiske kraften får vi når $n=1$ som tilsvarer én sinusbølge. I praksis er det som oftest kun interessant med den laveste verdien for F_{cr} som fås ved $n=1$.

Formelen som er utledet benyttes til å finne kritisk kraft til en bjelke leddet i begge ender. Formelen er i prinsippet lik for de andre standard tilfellene til Euler bortsett fra at lengden justeres til tilfellets knekk lengde L_k . Formlene for de andre tilfellene følger på neste side, det velges å ikke utlede de da det er samme formelen bare med ulik knekk lengde.

**Eulers formel for en stav fast innspent og påført en kraft i fri enden**

For et visuelt bilde se figur 8 A

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{(2l)^2} = \frac{\pi^2 EI_0}{l_k^2}, \text{ der } l_k = 2l \quad (3.9)$$

Eulers formel for en stav fast innspent og påført en kraft i leddet enden

For et visuelt bilde se figur 8 C

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{(0,699l)^2} = \frac{\pi^2 EI_0}{l_k^2}, \text{ der } l_k \approx 0,7l \quad (3.10)$$

Eulers formel for en stav fast innspent og påført en kraft i leddet enden

For et visuelt bilde se figur 8 D

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{(0,5l)^2} = \frac{\pi^2 EI_0}{l_k^2}, \text{ der } l_k = 0,5l \quad (3.11)$$

Innføring treghetsradius (i) og slankhetstall (λ) i Eulers formel[27]

Treghetsradius
$$i = \sqrt{\frac{I_0}{A}} \quad (3.12)$$

Slankhetstall
$$\lambda = \frac{l_k}{i} \quad (3.13)$$

Kritisk spenning

Kritisk spenning finner vi ved å dividere den kritiske kraften på tverrsnittsarealet

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI_0}{l_k^2 A} \quad (3.14)$$

Setter videre inn for treghetsradien og slankhetstallet og får et uttrykk for den kritiske spenningen.

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E i_0^2}{l_k^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.15)$$

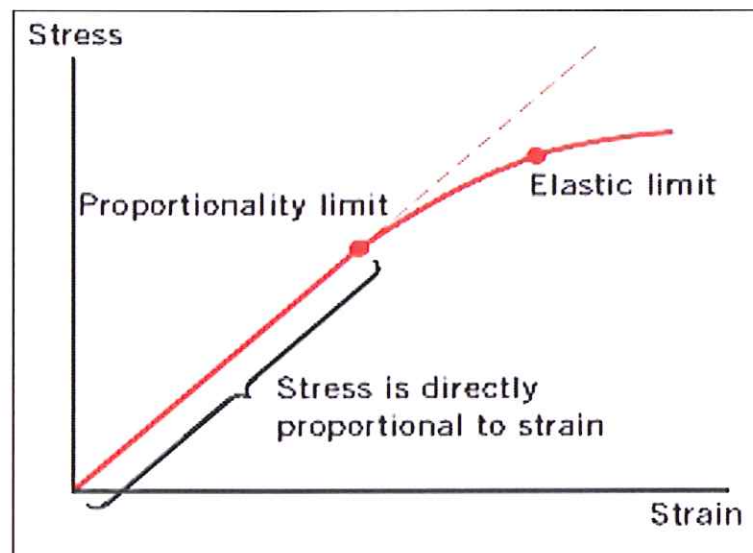
Gyldighetsområde for Euler[28]

Eulers formel gjelder så lenge den kritiske spenningen holdes under materialets proporsjonalitetsgrense, σ_p . Proporsjonalitetsgrensen avhenger av stål kvaliteten.

$$\sigma_p \geq \sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.16)$$

Hvis vi omrokerer formelen til et uttrykk for slankhetstallet λ får vi følgende

$$\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \quad (3.17)$$



Figur 11 Viser proporsjonalitetsgrensen, under denne grensen gjelder Eulers formel[30].

Tillatt knekklast[29,25]

Som tidligere påpekt er Eulers formel forankret i teori og baseres på en matematisk perfekt stav. I praksis vil det mer eller mindre alltid være formfeil, egenspenninger og lasteksentrisiteter. Det legges derfor inn en sikkerhetsfaktor n_k som i Euler området vanligvis ligger 3 og 6. Vi justerer ned den kritiske kraften til en tillatt knekklast, $F_{k,till}$. Eulers formel for en stav med sentrisk trykkbelastning blir da:

$$F_{k,till} = \frac{n^2 \pi^2 E I_0}{n_k l_k^2} = \frac{F_{cr}}{n_k} \quad (3.18)$$

3.2 Ludwig Von Tetmajer

Ludwig Von Tetmajer (1850 – 1905) var en slovakisk ingeniør som vokste opp i byen Krompachy hvor hans far var sjef for jernverket. Tetmajer fattet tidlig interesse for jern og brukte sin kunnskap i en rekke jernbaneprosjekter, omfattende testing av materialer og mest relevant for denne oppgaven utarbeidet han Tetmajers formel.[32].

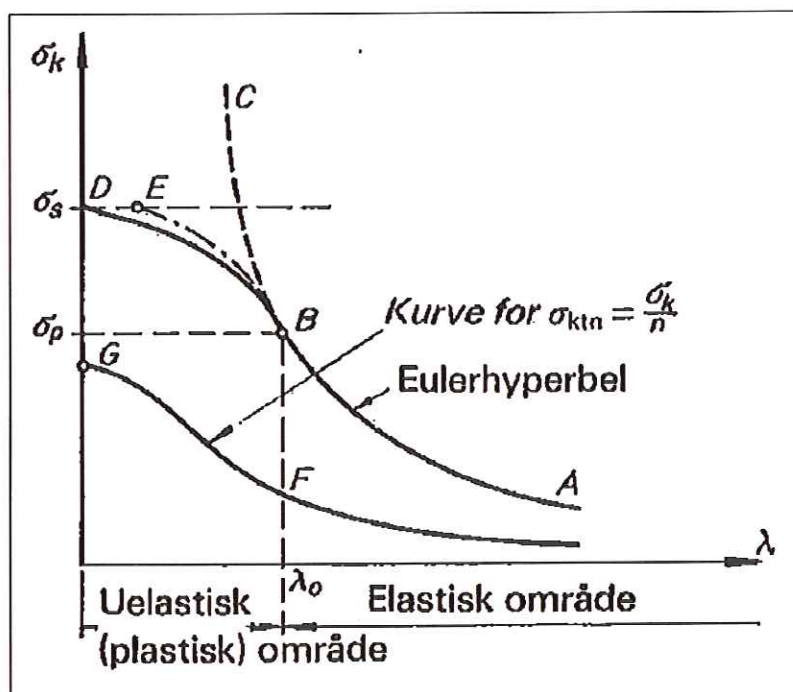


Figur12 Tetmajer[31]

3.2.1 Tetmajers formler

Gyldighetsområdet for Tetmajer

I 1886 tok han Eulers arbeid videre og utarbeidet formler som gjelder i det plastiske område, mellom proporsjonalitetsgrensen og flytegrensen . Knekking som forekommer i dette området kalles plastisk knekking. Der slankheten λ_0 passerer en viss grenseverdi viser det seg at den tillatte knekkspenningen blir for høy. Denne grenseverdien skiller elastisk knekking fra plastisk knekking.



Figur 13 Viser sammenhengen mellom knekkspenning og slankhet[33]



For å finne verdien til slankheten λ_0 som skiller det elastiske området fra det plastiske området setter man inn for proporsjonalitetsgrensen R , i formelen for kritisk spenning (formel 3.15)

$$\sigma_p = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (3.19)$$

omrokker og får et uttrykk for slankheten :

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \quad (3.20)$$

Det er ofte vanskelig å finne en eksakt verdi for proporsjonalitetsgrensen σ_p , men er godt estimat er $\sigma_p \approx 0,8 \cdot R_e$, der R_e er materialets flytegrense.

Tetmajers formler

Tetmajer utarbeidet formelene sine på grunnlag en rekke forsøk (empiri) med staver av støpejern, stål og tre. Gjennom arbeidet kom han frem til følgende formler[29]

Tabell 6 Viser Tetmajers formler for kritiskspenning [29]

Material	Utrykk for kritisk spenning	Gyldighet
Støpejern	$\sigma_{cr} = 776 - 12\lambda + 0,053\lambda^2$	Når $\lambda \leq 80$
S235	$\sigma_{cr} = 310 - 1,14\lambda$	Når $\lambda \leq 105$
S275	$\sigma_{cr} = 322 - 0,88\lambda$	Når $\lambda \leq 100$
St50/St60 og S355	$\sigma_{cr} = 335 - 0,62\lambda$	Når $\lambda \leq 89$
Furu	$\sigma_{cr} = 29 - 0,19\lambda$	Når $\lambda \leq 100$

Når knekkspenningen overstiger materialets flytegrense gjelder ikke Tetmajers ligning lenger[34].



3.3 Forenklet metode

Kombinert knekking

Eulers og Tetmajers formler tar for seg staver kun påført en aksialkraft. I mange tilfeller er stavene i tillegg til en aksialkraft påført et bøyemoment av 1. orden. Disse bjelkene betegnes som bjelkesøyler og må dimensjoneres etter 2. ordens analyse på grunn av en ikke lineær interaksjon mellom moment og aksialkraft. Momentet oppstår vanligvis på grunn av tverrlaster, stavendemomenter eller eksentriske aksialkrefter. Når vi har en stav påført et bøyemoment og en aksialkraft har vi kombinert knekking[35]

Ved dimensjonering av bjelkesøyler kan man benytte forenklet metode. Først fastlegges aksialkraften og det største moment. Deretter settes disse verdiene inn i interaksjonsformelen hvor resultatet skal bli mindre enn 1 for at det ikke skal være fare for knekking [uten standard s10].

Forenklet metode, Interaksjonsformelen[36]

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{n_i \cdot M_b}{M_{b,maks}} \leq 1 \quad (3.21)$$

Der:

F: Knekkkraft som virker på søylen.

$F_{k,till}$: Tillatt knekkkraft etter Euler eller Tetmajer med sikkerhetsfaktor for knekking.

M_b : Det største momentet som virker på bjelken etter 1. ordens teori.

$M_{b,maks}$: Det største momentet søyler tåler før flyting opptrer i de ytterste fibrene etter elastisitetsteorien .

n_i : Interaksjonskonstant som ivaretar interaksjonen mellom trykk og moment som setter til 1,5.



4 EUROKODE 3

Under punkt 1.1 *bakgrunn* og deloverskrift *Eurokode 3* er hensikten med Eurokode standarden kort forklart og det gir et innblikk hva Del 1-1 gjelder og hvilket bruksområdet som nærmere skal undersøkes i denne oppgaven.

Eurokode 3: Del 1-1 blir grundig gjennomgått i dette kapittelet og anvendelse og fremgangsmåte skal studeres nærmere.

Som tidligere påpekt er Eurokoden meget omfattende sammenlignet med klassiske beregningsmetoder. Dette fordi det tas høyde for alle mulige innvirkninger slik at resultatet gir et mest mulig realistisk bilde av belastningssituasjonen.

Dimensjoneringskriteriene som gjelder for Eurokode 3: Del 1-1 skal nå gjennomgås.

4.1 Tverrsnittklassifisering

Ved å beregne konstruksjoner elastisk utnytter man ikke bjelkens bærekapasitet fullt ut. Det viser seg at enkelte tverrsnitt kan belastes plastisk hvor lokal knekking forekommer uten at det har dramatisk innvirkning på bjelkens bæreevne. På den andre siden kan det være store farer ved plastisk beregning dersom man ikke er klar over hvordan lokal knekking vil påvirke bjelkens bæreevne. I Eurokoden er det derfor gjort en klassifisering hvor man deler tverrsnittene inn i fire klasser avhengig av hvor godt styrken blir bevart ved plastifisering[37,38]

Tverrsnittsklasse 1

Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som kan nå full plastisk kapasitet og som opprettholder kapasiteten selv om tverrsnittet eller tverrsnittsdelen får en betydelig stukning for eksempel i et flyteledd[38]

Tverrsnittsklasse 2

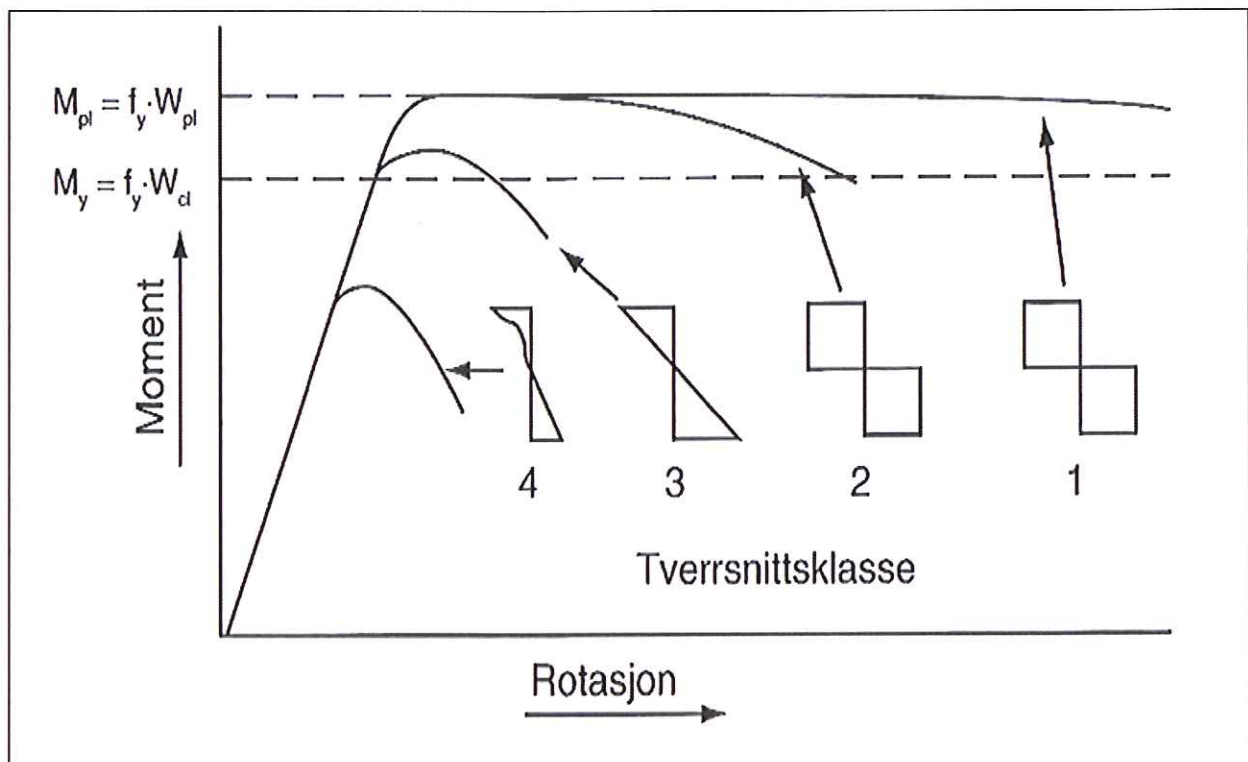
Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som kan nå full plastisk kapasitet, mwn som vil få lokal plastisk knekking om tverrsnittet eller tverrsnittsdelen får betydelig stukning.[38]

Tverrsnittsklasse 3

Tverrsnitt eller tverrsnittsdeler som akkurat når flyting i det mest påkjente punktet før lokal elastisk knekking inntreffer. [38]

Tverrsnittsklasse 4

De tverrsnittene eller tverrsnittsdelerne som ikke er av tverrsnittsklasse 1, 2 eller 3. Lokal knekking opptrer før spenning i mest påkjente punkt når flytespenning. [38]



Figur 14 Viser sammenhengen mellom økt moment og rotasjon og viser hvor de ulike tverrsnittsklassene gjelder [39]

Bestemmelse av tverrsnittsklasse

Tverrsnittsklassen det dimensjoner etter bestemmes av forholdet mellom lengde og tykkelse i de trykkpåkjennte delene av tverrsnittet. Eurokoden gir en god oversikt i hvordan bestemmelsen av tverrsnittsklasse skal gjøres. Tabellene som følger på neste side viser hvordan klassifiseringen gjøres.

Tabell 7 Største forhold mellom bredde og tykkelse (c/t) for trykkpåkjennte tverrsnittsdeler, Tabell 5.2 i NS-EN.1993-1-1[40]

Begge sider fastholdt og påkjent av trykk						
						Bøynings- akse
						Bøynings- akse
Klasse	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk			
1						
			når $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{396\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{36\varepsilon}{\alpha}$			
2						
			når $\alpha > 0,5$: $c/t \leq \frac{456\varepsilon}{13\alpha - 1}$ når $\alpha \leq 0,5$: $c/t \leq \frac{41,5\varepsilon}{\alpha}$			
3						
			hvis $\psi > -1$: $c/t \leq \frac{42\varepsilon}{0,67 + 0,33\psi}$ hvis $\psi \leq -1$: $c/t \leq 62\varepsilon(1 - \psi)\sqrt{-\psi}$			
$\varepsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	276	355	420	460
	c	1,00	0,92	0,81	0,75	0,71

Tabell 7 Forsetter, Tabell 5.2 i NS-EN.1993-1-1[41]

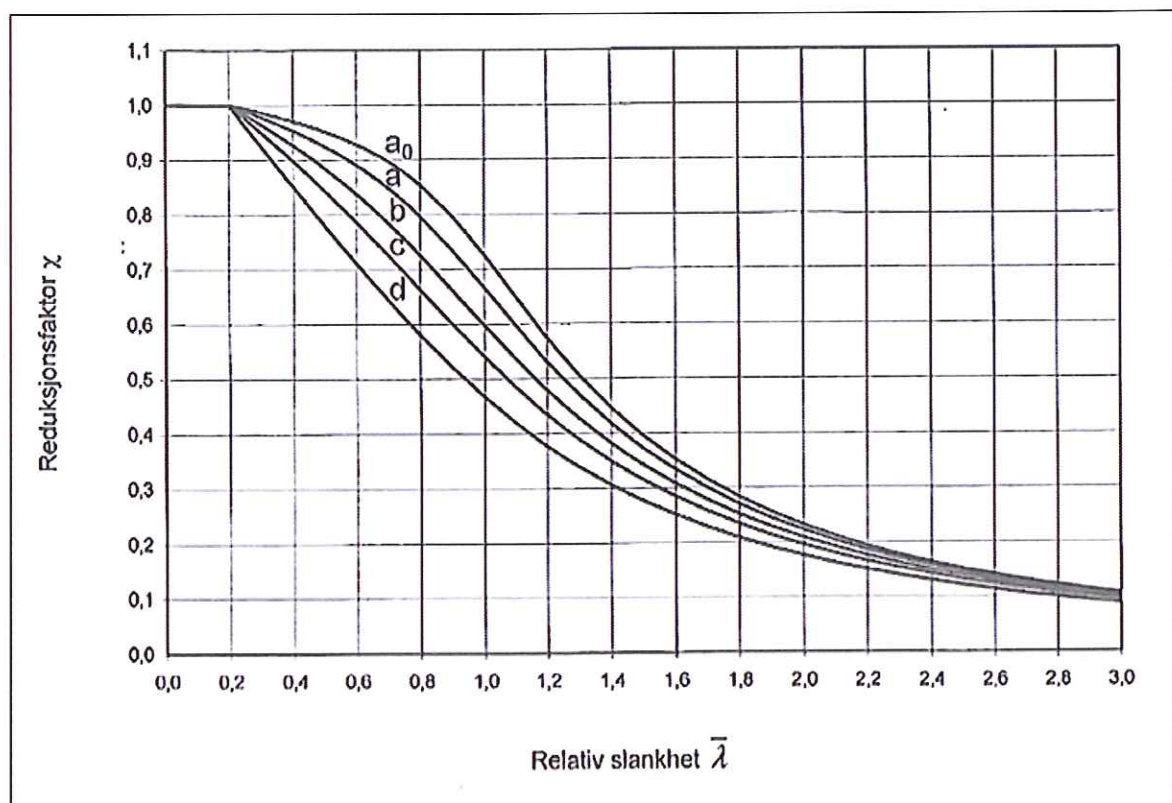
Utstikkende flenser							
Valsede profiler			Sveiste profiler				
Klasso	Tverrsnittsdeler som utsettes for trykk	Tverrsnittsdeler som utsettes for bøyning og trykk					
		Fri rand med trykk		Fri rand med strekk			
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)							
1	$c/t \leq 9\epsilon$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{9\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
2	$c/t \leq 10\epsilon$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	$c/t \leq \frac{10\epsilon}{\alpha\sqrt{\alpha}}$	
Spenningsfordeling i tverrsnittsdeler (trykk positiv)							
3	$c/t \leq 14\epsilon$	$c/t \leq 21\epsilon\sqrt{k_\alpha}$				For k_α se NS-EN 1993-1-5	
$\epsilon = \sqrt{235/f_y}$	f_y	235	275	355	420	460	
	ϵ	1,03	0,92	0,81	0,75	0,71	

4.2 Knekkurver

For staver utsatt for en tilsiktet sentrisk trykkraft klarer man ikke å utarbeide knekkurver som tar hensyn til egenspenninger og formavvik ved hjelp av matematisk analyse. Knekkurvene som brukes til å bestemme knekkapasiteten er derfor utarbeidet gjennom analyse av eksperimentell data og numerisk simulering[42] som tar hensyn til følgende:

- Variasjon av f_y over tverrsnittet
- Tverrsnittsform
- Avvik fra nominelle tverrsnittsdimensjoner
- Geometrisk formavvik
- Egenspenning på grunn av valsing eller sveising

Basert på punktene ovenfor deles knekkurven inn i 5 ulike kurver, a_0 , a, b, c og d, som er tilstrekkelig til å representere de vanligste knekktilfellene som forekommer.



Figur 15 Knekkurver for bøyingsknekking, figur 6.4 NS-EN 1993-1-1[43]



Tabell 8 Grunnlang for valg av knekkurve for ulike tverrsnittformer, Tabell 6.2 NS-EN 1993-1-1[44]

Cross section	Limits	Buckling about axis	Buckling curve	
			S 235 S 275 S 355 S 420	S 460
Rolled sections 	$h/b > 1,2$	$t_f \leq 40 \text{ mm}$ $40 \text{ mm} < t_f \leq 100$	y - y z - z	a a ₀
			y - y z - z	b c
	$h/b \leq 1,2$	$t_f \leq 100 \text{ mm}$ $t_f > 100 \text{ mm}$	y - y z - z	b c
			y - y z - z	d e
Welded I-sections 	$t_f \leq 40 \text{ mm}$	y - y z - z	b c	
	$t_f > 40 \text{ mm}$	y - y z - z	c d	
Hollow sections 	hot finished	any	a	
	cold formed	any	c	
Welded box sections 	generally (except as below)	any	b	
	thick welds: $a > 0,5t_f$ $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	any	c	
U-, T- and solid sections 		any	c	
L-sections 		any	b	



Når knekkkurven er valgt på grunnlag av reduksjonsfaktoren χ og den relative slankheten $\bar{\lambda}$ følger det en tilhørende imperfeksjonsfaktoren α . Den numeriske verdien for de ulike kurvene følger i tabell under.

Tabell 9 imperfeksjonsfaktoren for ulike knekkkurver, Tabell 6.1 NS-EN 1993-1-1[45]

Knekkurve	a ₀	a	b	c	d
Imperfeksjonsfaktor α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76

Reduksjonsfaktoren χ er gitt av følgende formel:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} \text{ der } \chi \leq 1,0 \quad (4.1)$$

Der

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A f_y}{N_{cr}}} \text{ for tverrsnittsklasse 1, 2 eller 3}$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A_{eff} f_y}{N_{cr}}} \text{ for tverrsnittsklasse 4}$$



4.3 Partialfaktorer

De karakteristiske verdiene for bruddgrensekapasitet reduseres (divideres) med partialfaktorene γ_M definert i NS-EN 1993-1-1, punkt 6.1 s 45, som følger

Tabell 10 *Partialfaktor for materialet[46]*

Symbol	Forklaring	Verdi
γ_{M0}	Tverrsnittskapasitet uansett tverrsnittsklasse	1,05
γ_{M1}	Stavers kapasitet mot instabilitet påvist i hele staven	1,05
γ_{M2}	Tverrsnittskapasitet mot brudd for strekkpåkjenninger	1,25

De numeriske verdiene av partialfaktorene er bestemt i det nasjonale tillegget, NA, i Eurokoden.

I tillegg stiller EC3 krav, ref punkt 2.3.1 side 23, om at NS-EN 1991 legges til grunn for påvirkning for prosjektering av stålkonstruksjoner mens for kombinasjon av laster og partialfaktor laster legges tillegg A i NS-EN 1990 til grunn.

I denne oppgaven benyttes 2 lastfaktorer som listes under

Tabell 11 *partialfaktor for lasten/lastfaktor[47]*

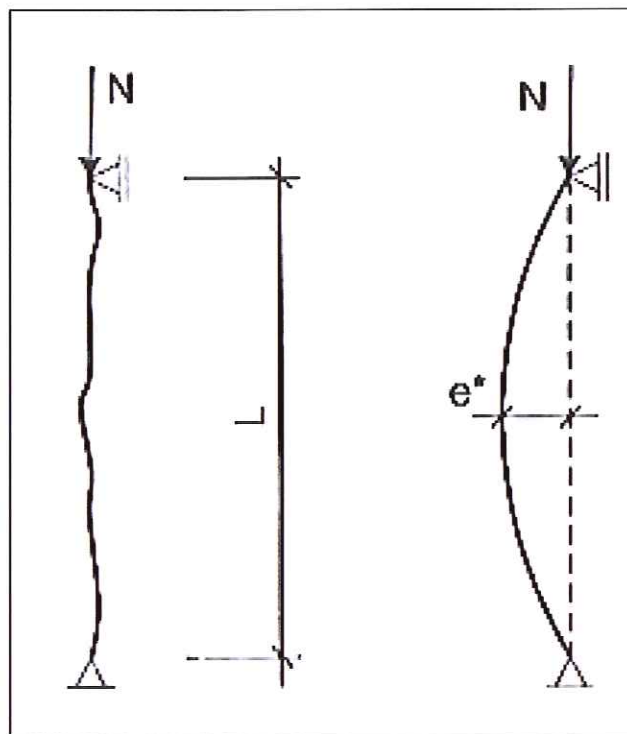
Symbol	Forklaring	Verdi
γ_{f1}	Lastfaktor for aksiel trykkraft	1,5
γ_{f2}	Permanent last	1,2

4.4 Utledninger og grunnlagsteori [48]

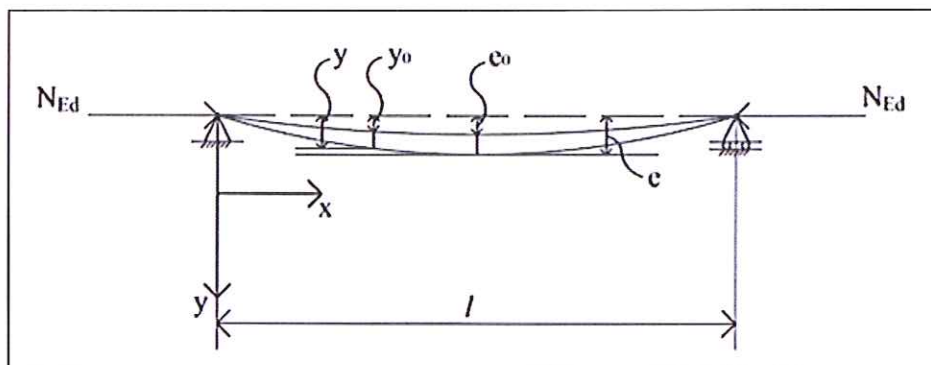
Relevante formler for denne oppgaven vil bli utledet under dette punktet. Utledningene vil kun bli gjort elastisk ettersom de plastiske beregningene bygger på samme tankegang.

4.4.1 Trykkstav med sinusformet formfeil

Alle bjelker og søyler er forskjellig og det ville ikke vært praktisk mulig å hensyn ta til avvik på hver enkelt søyle. Det er derfor gjort tilnærminger og utarbeidet beregningsmodeller som skal være representative for alle staver. Eurokode 3 sier at alle staver har formfeil og tilnærmer denne formfeilen til en sinusform som vist i figur under.



Figur 16 Stav med avvik som erstattes med en homogen modellstav med en sinusformet formfeil.[39] e^* på figur = e_0 i denne oppgaven



Figur 17 Viser en leddlagret stav med sinusformet formfeil påført en trykkkraft N_{Ed} . Nedbøyningen vil være y på et vilkårlig sted på bjelken, og den opprinnelige nedbøyningen vil være y_0 på grunn av formfeil. Opprinnelig utbøyning e_0 og maksimal utbøyning e vil være midt på bjelken [50].

Utbøyning e_0 på grunn av formfeil når $N_{Ed} = 0$

$$y_0 = e_0 \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (4.2)$$

Utbøyning e på grunn av formfeil når $N_{Ed} > 0$

$$y = e \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (4.3)$$

For varierende krumningsendring kan følgende differensialligning benyttes

$$y'' - y_0'' = -\frac{M}{EI} \quad (4.4)$$

Setter inn for utbøyningen y og y_0 og deriverer.

$$y'' - y_0'' = -(e - e_0) \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (4.5)$$

Ligningen for momentet ved et vilkårlig punkt x :

$$-M = -N_{Ed} \cdot y = -N_{Ed} \cdot e \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (4.6)$$

Setter inn for utbøyningen (formel 4.5) og momentet (formel 4.6) i formel (4.4)

$$-(e - e_0) \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) = \frac{-N_{Ed} \cdot e}{EI} \cdot \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right)$$



Rydder ligningen og får følgende uttrykk

$$(e - e_0) \frac{\pi^2 EI}{l^2} = N_{Ed} \cdot e \quad (4.7)$$

Fra tidligere utledning (jmf. formel 3.8) vet vi at symbolene merket i rødt er den kritiske kraften, også kalt Euler kraften.

$$\frac{\pi^2 EI}{l^2} = N_{cr}$$

Setter inn N_{cr} for Euler lasten

$$(e - e_0) N_{cr} = N_{Ed} \cdot e \quad (4.8)$$

Omrokerer og finner et uttrykk for maksimal utbøyningen e

$$e = \frac{-e_0 \cdot N_{cr}}{N_{Ed} - N_{cr}} = \frac{e_0}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (4.9)$$

Hvor forsterkningsfaktoren på grunn av sinusformet formfeil er

$$\frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (4.9.1)$$

Det har vist seg at denne forsterkningsfaktoren er en god tilnærming for andre formfeil i tillegg til sinusformfeilen [51].

Den største spenningen opptrer midt på staven. Den største spenningen kan med god tilnærming settes lik dimensjonerende tverrsnitts spenning ved sentrisk trykk $\frac{f_y}{\gamma_{M1}}$

Dimensjoneringskriteriet for trykkstav med sinusformet formfeil blir da

$$\frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed} \cdot e}{W} = \frac{N_{Ed}}{A} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{w \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}\right)} \leq \frac{f_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.10)$$

For å finne e_0 , den ekvivalente formfeilen, må ligning (4.10) omrokeres.



Dimensjonerende kapasitetsverdi mot aksialkrefter

$$N_{Rd} = \frac{Af_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.11)$$

Og den dimensjonerende kapasitetsverdien mot moment

$$M_{Rd} = \frac{Wf_y}{\gamma_{M1}} \quad (4.12)$$

Multipliserer ligning (4.10) med γ_{M1}/f_y og skriver om vha. ligning (4.11) og (4.12)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{Rd} \left(1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}\right)} \leq 1 \quad (4.13)$$

Stavens kapasitet reduseres med reduksjonsfaktoren χ ved knekking

$$N_{ED} = \chi \cdot N_{Rd} \quad (4.14)$$

Vi definere relativ slankhet

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{Cr}}} \Rightarrow \bar{\lambda}^2 = \frac{Af_y}{N_{Cr}} \quad (4.15)$$

Setter inn i forsterkningsfaktoren ligning (4.9.1) ved brudd når $N_{Ed} = \chi N_{Rd}$

$$\frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{\chi \cdot N_{Rd}}{N_{Cr}}} = \frac{1}{1 - \frac{\chi \cdot Af_y}{N_{Cr} \gamma_{M1}}} = \frac{1}{1 - \frac{\chi \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M1}}} \quad (4.16)$$

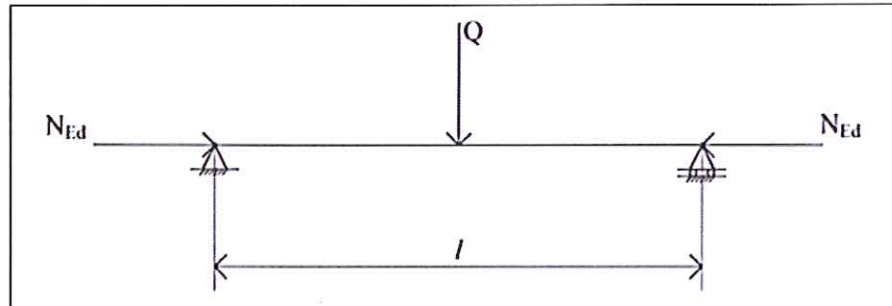
Det røde symbolene utgjør den relative slankheten ligning (4.15) og byttes ut med $\bar{\lambda}^2$ Setter videre inn for forsterkningsfaktoren i ligning (4.13)

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{N_{Ed} \cdot e_0}{M_{Rd}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\chi \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M1}}} \leq 1 \quad (4.17)$$

Setter inn χN_{Rd} for N_{Ed} og løser ligning (4.17) med hensyn på e_0 finner et uttrykket for ekvivalent formfeil

$$e_0 = (1 - \chi) \left(1 - \frac{\chi \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M1}}\right) \cdot \frac{M_{Rd}}{\chi N_{Rd}} \quad (4.18)$$

4.4.2 Bjelkesøyle, styrt knekking og moment om sterk akse



Figur 18 Bjelkesøyle utsatt for en trykkraft N_{Ed} og en midtstilt punktlast Q som skaper et moment[52]

For et tverrsnitt påført en aksialkraft N_{Ed} og et moment M_{Ed} av første orden gjelder følgende dimensjoneringskriteriet

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{N_{Ed}e_0}{M_{Rd}} + \frac{M_{Ed,maks}^*}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (4.19)$$

Hvor

$$M_{Ed,maks}^* = \frac{C_m \cdot M_{Ed,maks}}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \quad (4.20)$$

Det virkelige M_{Ed} med vilkårlig form på momentdiagrammet erstattes av et sinusformet momentdiagram med samme maksverdi (forsterket). Faktoren " C_m " avhenger altså av stavens momentfordeling[48]

Setter inn for $M_{Ed,maks}^*$ og ligningen for kapasitetskontroll blir

$$\frac{N_{Ed}}{N_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{N_{Ed}e_0}{M_{Rd}} + \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{cr}}} \cdot \frac{C_m M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (4.21)$$



Ligningen skrives om:

I denne omskrivningen går man over fra e_0 som som er forankret i teori til en ligning som er tar med seg egenspenninger og er utarbeidet gjennom empiri.

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} + \mu \frac{1}{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}} \cdot \frac{C_m M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (4.22)$$

Der

$$\mu = \frac{1 - \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}}{1 - \chi \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}}$$

Setter inn for μ og ligningen forenkles

$$\frac{N_{Ed}}{\chi N_{Rd}} + \frac{C_{my}}{1 - \chi \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (4.23)$$

Metode 1 (annex A) benytter ligning (4.23) og skriver brøken

$$k_{yy} = \frac{C_{my}}{1 - \chi \cdot \frac{N_{Ed}}{N_{Cr}}}$$

Kapasitetskontroll for styrt knekking om sterk akse (y-aksen) blir

$$\frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} + k_{yy} \cdot \frac{M_{y,Ed}}{M_{Rd}} \leq 1 \quad (4.24)$$

Der

$$N_{Rd} = \frac{N_{Rk}}{\gamma_{M1}} = \frac{f_y A}{\gamma_{M1}} \quad \text{og} \quad M_{Rd} = \frac{M_{Y,Rk}}{\gamma_{M1}} = \frac{f_y W}{\gamma_{M1}}$$

Metode 2 (annex B) benytter også ligning (4.24) men formlene (konstantene) for k_{yy} og C_{my} defineres annerledes

$$k_{yy} = C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right) \quad (4.25)$$



$$k_{yy} \leq C_{my} \left(1 + 0,6 \cdot \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rd}} \right) \quad (4.26)$$

I denne oppgaven, vil det som tidligere påpekt, kun bli sett tilfeller med styrt knekking om sterk akse fastholdt mot vipping. Det vil dermed ikke være moment om z-aksen og formelen for kapasitet kontroll vil være som den står i ligning (4.24). Beregningen vil bli gjennomført etter EC3 metode 2.

For staver i enkel krumning og med lineært varierende moment vil lasteksentrisitetene variere og det maksimale 2. ordens moment kan opptre enten ved stavendene eller i snitt mellom stavendene, avhengig av aksialkraftens størrelse. Bestemmelse av maksimalt 2. ordens kan gjøres gjennom løsning av en diff.ligning. I praksis er dette lite hensiktsmessig og EC3 del 1-1 benytter isteden tabeller med ekvivalente momentfaktorer som blir vis i tabell som følger.[53]

Eurokode 3, metode 2

Det skal her sees på tabellene som benyttes for å finne interaksjonsfaktorene og de ekvivalente momentfaktorene. Tabellene finner man i Eurokode 3: Del 1.1, tillegg B i Tabell B.1 s 82 og Tabell B.3 s 83.




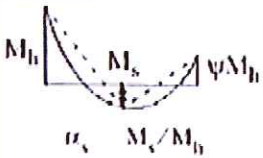
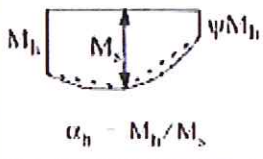
Tabell 12 Interaksjonsfaktorer, k_{ij} for torsjonsstive staver, tabell B.1 NS-EN.1993-1-1 [54]

Interaksjonsfaktorer	Type tverrsnitt	Beregningsforutsetninger	
		elastiske tverrsnittverdier for klasse 3 og klasse 4	plastiske tverrsnittverdier for klasse 1 og klasse 2
k_{yy}	I-profiler RHS-profiler	$C_{my} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_y \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda}_y - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{my} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_y N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
k_{yz}	I-profiler RHS-profiler	k_{zz}	$0,6 k_{zz}$
k_{zy}	I-profiler RHS-profiler	$0,8 k_{yy}$	$0,8 k_{yy}$
k_{zz}	I-profiler	$C_{mz} \left(1 + 0,6 \bar{\lambda}_z \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,6 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$	$C_{mz} \left(1 + (2\bar{\lambda}_z - 0,6) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 1,4 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$
	RHS-profiler		$C_{mz} \left(1 + (\bar{\lambda}_z - 0,2) \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$ $\leq C_{mz} \left(1 + 0,8 \frac{N_{Ed}}{\chi_z N_{Rk} / \gamma_{M1}} \right)$

For I- og H-profiler og rektangulære hulprofiler med aksialtrykk og enakset bøyning $M_{y,Ed}$ kan koeffisienten k_{yy} settes lik 0.



Tabell 13 Ekvivalente momentfaktorer, C_{my} , for tabell 7, Tabell b.3 NS-EN.1993-1-1 [55]

Momentforløp	Område		C_{my} og C_{mz} og C_{mLT}	
			Jovnt fordelt last	Punktlast
	$-1 \leq \psi \leq 1$		$0,6 + 0,4\psi \geq 0,4$	
	$0 \leq \alpha_s \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2 + 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$-1 \leq \alpha_s < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,1 - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$-0,8\alpha_s \geq 0,4$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,1(1-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$	$0,2(-\psi) - 0,8\alpha_s \geq 0,4$
	$0 \leq \alpha_h \leq 1$	$-1 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
	$-1 \leq \alpha_h < 0$	$0 \leq \psi \leq 1$	$0,95 + 0,05\alpha_h$	$0,90 + 0,10\alpha_h$
		$-1 \leq \psi < 0$	$0,95 + 0,05\alpha_h(1+2\psi)$	$0,90 - 0,10\alpha_h(1+2\psi)$
For staver med sideveis knekking bør ekvivalent momentfaktor antas til $C_{my} = 0,9$ henholdsvis $C_{mz} = 0,9$				
C_{my} , C_{mz} og C_{mLT} bør beregnes etter momentdiagrammet mellom de relevante fastholdte punktene på følgende måte:				
momentfaktor	bøyeakse	punkter avstivet i retning		
C_{my}	y-y	z-z		
C_{mz}	z-z	y-y		
C_{mLT}	y-y	y-y		



5 CASER

De fire foregående kapitlene har gitt en introduksjon til fenomenet knekking, konsekvensene ved knekking og beregningsmetoder for å forhindre dette.

Teorien skal nå benyttes til å teste bjelker og søyler med forskjellig materialer og profiltyper i ulike belastnings situasjoner. De utvalgte casene skal representere enkle grunnleggende knekketilfeller som ofte forekommer ved dimensjonering av konstruksjoner.

Krefter, lengder og bjelkestørrelse velges i en størrelsesorden der de ønskede tverrsnittsklasser blir fremprovosert slik at testing av EC3 mot forenklet metode gir et godt virkelighetsbilde.

Det blir sett på tre ulike caser. Gjennomgående for disse tre tilfellene er styrt knekking om sterk akse hvor søylene og bjelkene er fastholdt mot vipping.

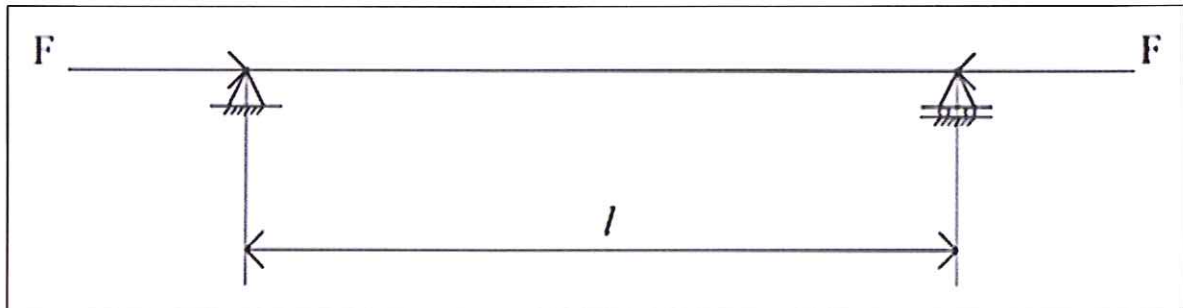
Som vist under utledningen av forenklet metode og Eurokode 3 skal det beregnes én interaksjonssum som skal ligge under én dersom staven skal kunne anses som trygg. I denne oppgaven er synsvinklene en litt annen da det skal undersøkes om interaksjonssummen alltid er større (trygg) for Forenklet metode sammenlignet med Eurokode 3. Resultatene skal helst ligge under én eller tilnærmet én slik at analysen blir realistisk.

Det benyttes en stor lastfaktor og sikkerhetsfaktor som medfører krisemaksimering av de utvalgte casene. Med andre ord er beregningene som utføres med Forenklet metode meget konservative.

For casene vil stavlengden være 5 meter og bjelke/søyle av typen HE240A. Beregningene vil bli gjort med to forskjellige material typer, s235 og s 355.

5.1 Case 1, kun aksialkraft

I dette tilfellet vil være en bjelke som er leddlagret i begge ender påført en aksial trykkraft.



Figur 19 Leddlagret stav i begge ender med aksial trykkraft F [57].

Tabell 14 Bjelke data HE240A [56]

Profil			
	Størrelse		240
Dim	h	mm	230
	b	mm	240
	s	mm	7,5
	t	mm	12
	r	mm	21
Areal	tversnitt	mm ²	7680
y - y	I _y	mm ⁴	7,76E+07
	W _{y,el}	mm ³	6,75E+05
	W _{y,pl}	mm ³	744E+3
	i	mm	101

Knekk lengde for leddlagret stav kan man finne i figur 10 "Eulers fire knekktilfeller"

$$l_k = l = 5000 \text{ mm}$$



5.1.1 Beregning etter Klassisk metode

Beregninger med material S355

Benytter formler fra kap 3.1.1 & 3.2.1

Beregner relativ slankhet for å bestemme om det skal brukes Euler eller Tetmajer:

$$\lambda = \frac{l_k}{i} = \frac{5000}{101} = 49,505 \leq 89 \rightarrow \text{Tetmajer}$$

Beregner kritisk spenning ved hjelp av Tetmajers formler:

$$\sigma_{cr} = 335 - 0,62\lambda = 335 - 0,62 \cdot 49,505 = 304,307 \text{ MPa}$$

Beregner kritisk kraft:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} \Rightarrow F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 304,307 \cdot 7680 = 2\,337,076 \text{ kN}$$

Beregner tillatt kraft:

$$F_{till} = \frac{F_{cr}}{n_k} = \frac{2\,337\,076,992}{3} = 779,0 \text{ kN}$$

Beregninger med material S235

Benytter formler fra kap 3.1.1 & 3.2.1

Beregner relativ slankhet for å bestemme om det skal brukes Euler eller Tetmajer:

$$\lambda = \frac{l_k}{i} = \frac{5000}{101} = 49,505 \leq 89 \rightarrow \text{Tetmajer}$$

Beregner kritisk spenning ved hjelp av Tetmajers formler:

$$\sigma_{cr} = 310 - 1,14\lambda = 310 - 1,14 \cdot 49,505 = 253,564 \text{ MPa}$$

Beregner kritisk kraft:

$$\sigma_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} \Rightarrow F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 253,564 \cdot 7680 = 1\,947,373 \text{ kN}$$



Beregner tillatt kraft:

$$F_{till} = \frac{F_{cr}}{n_k} = \frac{1\,947\,373,824}{3} = 649,1 \text{ kN}$$

5.1.2 Beregning etter Eurokode 3, metode 2

Beregninger med material S355

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 0,81$ for S355:

Steg:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{steg} = \frac{h - 2 \cdot t - 2 \cdot r}{s} = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} = 21,867$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{steg} = 21,867 \leq 33 \cdot \epsilon = 33 \cdot 0,81 = 26,73 \rightarrow \text{Steg OK for TK 1}$$

Flens:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b - s - 2 \cdot r}{t}\right) = \frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12} = 7,938$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 2:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{flens} = 7,938 \leq 10 \cdot \epsilon = 10 \cdot 0,81 = 8,1 \rightarrow \text{Flens OK for TK 2}$$

Bjelken kan dimensjoneres plastisk da steget oppfyller kravene etter tverrsnittsklasse 1 og flens oppfyller kravene etter tverrsnittsklasse 2.



Bestemmer knekkkurven for knekking om sterk akse y-y etter tabell 8:

$$\frac{h}{b} = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve } b, \quad \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{5000^2} = 6\,433,402 \text{ kN}$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 355}{6\,433\,402,933}} = 0,651$$

Knekkfaktoren etter formel:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Der ϕ er:

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,5[1 + 0,34(0,651 - 0,2) + 0,651^2] = 0,789$$

$$\chi = \frac{1}{0,789 + \sqrt{0,789^2 - 0,651^2}} = 0,810$$

Dimensjonerende kapasitet:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,810 \cdot 7680 \cdot 355}{1,05} = 2\,103,222 \text{ kN}$$

Tillatt kraft:

$$F_{till} = \frac{N_{b,Rd}}{\gamma_{f1}} = \frac{2\,103\,222,875}{1,5} = 1\,402,1 \text{ kN}$$

**Beregninger med material S235**

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 1$ for S235:

Steg:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{steg}} = \frac{h - 2 \cdot t - 2 \cdot r}{s} = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} = 21,867$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{steg}} = 21,867 \leq 33 \cdot \epsilon = 33 \cdot 1 = 33 \rightarrow \text{Steg OK for TK 1}$$

Flens:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{flens}} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{b - s - 2 \cdot r}{t}\right) = \frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12} = 7,938$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right)_{\text{flens}} = 7,938 \leq 9 \cdot \epsilon = 9 \cdot 1 = 9 \rightarrow \text{Flens OK for TK 1}$$

Både steg og flens oppfyller kravene for tverrsnittsklasse 1 og kan dimensjoneres plastisk.

Knekkurven for knekking om sterk akse y-y etter tabell 8:

$$\frac{h}{b} = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve b, } \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_0}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{5000^2} = 6\,433,402 \text{ kN}$$



Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 235}{6\,433\,402,933}} = 0,530$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Der ϕ er:

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,5[1 + 0,34(0,530 - 0,2) + 0,530^2] = 0,697$$

$$\chi = \frac{1}{0,697 + \sqrt{0,697^2 - 0,530^2}} = 0,870$$

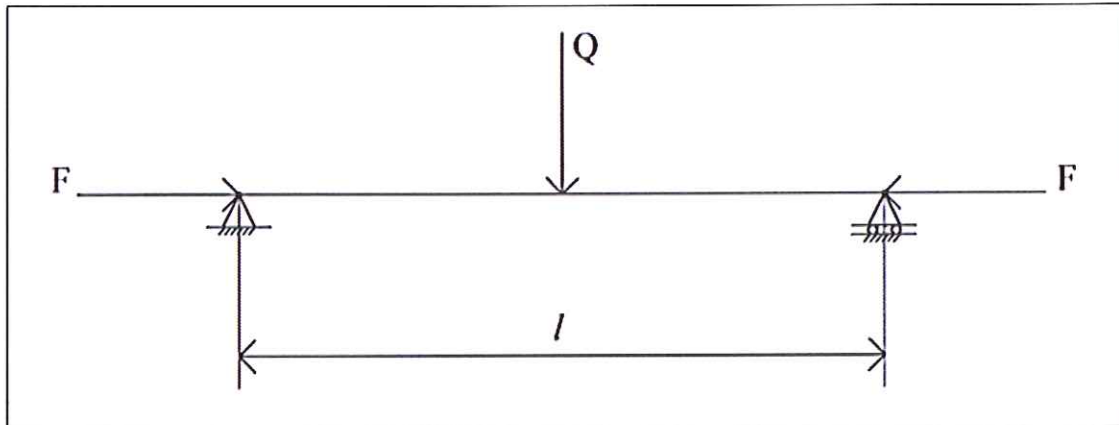
Kapasitet:

$$N_{b,Rd} = \frac{\chi A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,870 \cdot 7680 \cdot 235}{1,05} = 1\,495,405 \text{ kN}$$

Tillatt kraft:

$$F_{till} = \frac{N_{b,Rd}}{\gamma_{f1}} = \frac{1\,495\,405,714}{1,5} = 996,9 \text{ kN}$$

5.2 Case 2, aksial trykklast og midtstilt tverrlast



Figur 20 Bjelke leddlagret i begge ender påført en trykklast F og en midtstilt tverrgående punktlast Q [58].

Figuren over viser en bjelke utsatt for kombinert knekking, det vil si en bjelke utsatt for både trykkraft og bøyemoment.

Tabell 15 Bjelkedata HE240A [56]

Profil			
	Størrelse		240
Dim	h	mm	230
	b	mm	240
	s	mm	7,5
	t	mm	12
	r	mm	21
Areal	tversnitt	mm ²	7680
y - y	I _Y	mm ⁴	7,76E+07
	W _{Y,el}	mm ³	6,75E+05
	W _{Y,pl}	mm ³	744E+3
	i	mm	101

De numeriske verdiene av kreftene er som følger:

$$F = 300\,000 \text{ N} = 300 \text{ kN}$$

$$Q = 40\,000 \text{ N} = 40 \text{ kN}$$

Knekkklengde for leddlagret stav kan man finne i figur 10 "Eulers fire knekktilfeller"

$$l_k = l = 5000 \text{ mm}$$



5.2.1 Beregning etter Klassisk metode

Beregning med material S355

Benytter formler fra kap 3.1.1 & 3.2.1

Kapasitet:

Tillatt kraft blir samme som i case 1 med material S355:

$$F_{k,till} = 779,025 \text{ kN}$$

Maks tillatt moment etter elastisitetsteorien:

$$M_{b,maks} = f_y \cdot W_{el} = 355 \cdot 6,75 \cdot 10^5 = 239,625 \text{ kNm}$$

Opptredende moment [56]:

$$M_b = \frac{Ql}{4} = \frac{40\,000 \cdot 5000}{4} = 50,0 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{n_i \cdot M_b}{M_{b,maks}} \leq 1$$

$$\frac{300}{779,025} + \frac{1,5 \cdot 50}{239,625} \leq 1$$

$$0,70 \leq 1$$

Beregning med material S235

Benytter formler fra kap 3.1.1 & 3.2.1

Kapasitet:

Tillatt kraft blir samme som i case 1 med material S235

$$F_{k,till} = 649,124 \text{ kN}$$



Maks tillatt moment etter elastisitetsteorien:

$$M_{b,maks} = f_y \cdot W_{el} = 235 \cdot 6,75 \cdot 10^5 = 158,625 \text{ kNm}$$

Opptredende moment:

$$M = \frac{Ql}{4} = \frac{40\,000 \cdot 5000}{4} = 50,0 \text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{1,5 \cdot M_b}{M_{b,maks}} \leq 1$$
$$\frac{300}{649,124} + \frac{1,5 \cdot 50}{158,625} \leq 1$$
$$0,94 \leq 1$$

5.2.2 Beregning etter Eurokode 3, metode 2

Beregning med material S355

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Oppjusterer last og moment:

$$N_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F = 1,5 \cdot 300\,000 = 450 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \frac{\gamma_{f1} \cdot Q \cdot l}{4} = \frac{1,5 \cdot 40\,000 \cdot 5000}{4} = 75 \text{ kNm}$$

Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 0,81$ med material S355:

Steg:

$$\sigma_N = \frac{N_{ED}}{A} = \frac{450\,000}{7680} = 58,594 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I_y} \Rightarrow y = \frac{\sigma_b \cdot I_y}{M_{ED}} = \frac{58,594 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{75\,000\,000} = 60,625 \text{ mm}$$



$$\alpha \cdot c = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{2} + 60,625 = 142,625$$

$$\frac{\alpha \cdot c}{c} = \frac{142,625}{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21} = 0,870$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

Når $\alpha = 0,870 > 0,5$ bruker vi etter tabell 2 følgende:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq \frac{396\epsilon}{13 \cdot \alpha - 1}$$

$$\frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} \leq \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,87 - 1}$$

$$21,867 \leq 31,112 \rightarrow \text{ok for TK 1}$$

Flens:

Kriteriet for tverrsnittsklasse 2:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq 10 \cdot \epsilon$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12} \leq 10 \cdot 0,81$$

$$7,938 \leq 8,1 \rightarrow \text{ok for TK 2}$$

Vi kan dimensjonere plastisk da både steg og flens oppfyller kravene for plastisk beregning.

Knekkurve om sterk akse y-y etter tabell 8:

$$\left(\frac{H}{B}\right) = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve b}, \quad \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{5000^2} = 6\,433,402 \text{ kN}$$



Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 355}{6\,433\,402,933}} = 0,651$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \lambda^2}}$$

Der ϕ :

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$0,5[1 + 0,34(0,651 - 0,2) + 0,651^2] = 0,789$$

$$\chi = \frac{1}{0,789 + \sqrt{0,789^2 + 0,651^2}} = 0,810$$

Kapasitet:

Moment:

$$M_{y,pl,RD} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{y,pl,RD} = \frac{355 \cdot 744 \cdot 10^3}{1,05} = 251,542 \text{ kNm}$$

Kraft:

$$N_{b,RD} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0,810 \cdot 7680 \cdot 355}{1,05} = 2\,103,222 \text{ kN}$$

Interaksjonsfaktor:

$$K_{yy} = C_{my} \left(1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right) \leq C_{my} \left(1 + 0,8 \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right)$$

Der C_{my} er:

$$C_{my} = 0,9 + 0,10 \cdot \alpha_h = 0,9$$

$$M_h = 0 \Rightarrow \alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = 0$$

K_{yy} blir da:

$$\begin{aligned} K_{yy} &= 0,9 \left[1 + (0,651 - 0,2) \cdot \frac{450\,000}{2\,103\,222,857} \right] = \mathbf{0,987} \\ &\leq 0,9 \left(1 + 0,8 \cdot \frac{450\,000}{2\,103\,222,857} \right) = 1,054 \end{aligned}$$

Kapasitetskontroll:

$$\begin{aligned} \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} + \frac{K_{yy} \cdot M_{ED}}{M_{y,pl,RD}} &\leq 1 \\ \frac{450}{2\,103,222} + \frac{0,987 \cdot 75}{251,542} &\leq 1 \\ 0,51 &\leq 1 \end{aligned}$$

Beregning med material S235

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Oppjusterer last og moment:

$$N_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F = 1,5 \cdot 300\,000 = 450 \text{ kN}$$

$$M_{Ed} = \frac{\gamma_{f1} \cdot Q \cdot l}{4} = \frac{1,5 \cdot 40\,000 \cdot 5000}{4} = 75 \text{ kNm}$$



Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 1$ med material S235:

Steg:

$$\sigma_N = \frac{N_{ED}}{A} = \frac{450000}{7680} = 58,594 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I_y} \Rightarrow y = \frac{\sigma_b \cdot I_y}{M_{ED}} = \frac{58,594 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{75\,000\,000} = 60,625 \text{ mm}$$

$$\alpha \cdot c = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{2} + 60,625 = 142,625$$

$$\frac{\alpha \cdot c}{c} = \frac{142,625}{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21} = 0,870$$

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

Når $\alpha = 0,870 > 0,5$ bruker vi etter tabell 2 følgende:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq \frac{396\epsilon}{13 \cdot \alpha - 1}$$

$$\frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} \leq \frac{396 \cdot 1}{13 \cdot 0,87 - 1}$$

$$21,867 \leq 38,409 \rightarrow \text{ok TK 1}$$

Flens:

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq 9 \cdot \epsilon$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12}\right) \leq 9 \cdot 1$$

$$7,938 \leq 9 \rightarrow \text{ok for TK 1}$$

Vi kan dimensjonere plastisk da både steg og flens oppfyller kravene for plastisk beregning.



Knekkurve om sterk akse etter tabell 8:

$$\left(\frac{H}{B}\right) = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve } b, \quad \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{5000^2} = 6\,433\,402 \text{ kN}$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 235}{6\,433\,402,933}} = 0,530$$

Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Der ϕ er:

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,5[1 + 0,34(0,530 - 0,2) + 0,530^2]$$

$$\phi = 0,697$$

$$\chi = \frac{1}{0,697 + \sqrt{0,697^2 - 0,530^2}} = 0,871$$

Kapasitet:

Moment:

$$M_{y,pl,RD} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}}$$



$$M_{y,pl,RD} = \frac{235 \cdot 744 \cdot 10^3}{1,05} = 166,514 \text{ kNm}$$

Kraft:

$$N_{b,RD} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,RD} = \frac{0,871 \cdot 7680 \cdot 235}{1,05} = 1\,497,124 \text{ kN}$$

Interaksjonsfaktor:

$$K_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right] \leq C_{my} \left[1 + 0,8 \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right]$$

Der C_{my} er:

$$C_{my} = 0,9 + 0,10 \cdot \alpha_h = 0,9$$

$$M_h = 0 \Rightarrow \alpha_h = \frac{M_h}{M_s} = 0$$

K_{yy} blir da:

$$K_{yy} = 0,9 \left[1 + (0,530 - 0,2) \cdot \frac{450\,000}{1\,497\,124,571} \right] = 0,989$$

$$\leq 0,9 \left[1 + 0,8 \cdot \frac{450\,000}{1\,497\,124,571} \right] = 1,116$$

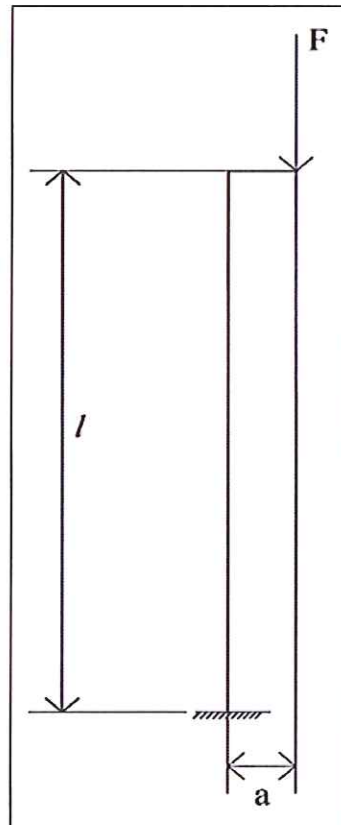
Kapasitetskontroll:

$$\frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} + \frac{K_{yy} \cdot M_{ED}}{M_{y,pl,RD}} \leq 1$$

$$\frac{450}{1\,497,124} + \frac{1,116 \cdot 75}{166,514} \leq 1$$

$$0,80 \leq 1$$

5.3 Case 3, utkragerbjelke med aksialkraft



Figur 21 Søyle fast innspent i den ene endene med en fri utkrager påført en kraft F i den andre enden[59]

Tabell 16 Bjelke data HE240A[56]

Profil			
	Størrelse		240
Dim	h	mm	230
	b	mm	240
	s	mm	7,5
	t	mm	12
	r	mm	21
Areal	tversnitt	mm ²	7680
y - y	I _y	mm ⁴	7,76E+07
	W _{y,el}	mm ³	6,75E+05
	W _{y,pl}	mm ³	744E+3
	i	mm	101

The diagram shows the cross-section of an HE240A I-beam. The height is h , the flange width is b , the flange thickness is t , the web thickness is s , and the fillet radius is r . The y - y and z - z axes are shown.



De numerisk verdiene av kraften og lengder er som følger:

$$F = 150\,000\text{ N} = 150\text{ kN}$$

$$l = 5000\text{ mm}$$

$$a = 500$$

Knekk lengde for fast innspent søyle i én ende og fri i andre finner man i figur 10 "Eulers fire knekktilfeller"

$$l_k = 2l = 2 \cdot 5000 = 10\,000\text{ mm}$$

5.3.1 Beregning etter Klassisk metode

Beregning med material S355

Formlene under er hentet fra kap 3.1.1 & 3.3

Relativ slankhet:

$$\lambda = \frac{l_k}{i} = \frac{10\,000}{101} = 99,010 \geq 89 \rightarrow \text{Euler}$$

Kapasitet:

$$F_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{10\,000^2} = 1\,608,350\text{ kN}$$

Tillatt knekklast:

$$F_{k,till} = \frac{F_k}{n} = \frac{1\,608\,350,733}{3} = 536,116\text{ kN}$$

Maks moment

$$M_{b,maks} = f_y \cdot W = 355 \cdot 6,75 \cdot 10^5 = 239,625\text{ kNm}$$

Opptredende moment:

$$M_b = F \cdot a = 150\,000 \cdot 500 = 75\text{ kNm}$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{n_i \cdot M_b}{M_{b,maks}} \leq 1$$
$$\frac{150}{536,116} + \frac{1,5 \cdot 75}{239,625} \leq 1$$
$$0,75 \leq 1$$

Beregning med material S355

Formler fra kap 3.1.1, 3.2.1 & 3.3

Relativ slankhet:

$$\lambda = \frac{l_k}{i} = \frac{10\,000}{101} = 99,010 \leq 105 \rightarrow \text{Tetmajer}$$

Kapasitet:

$$\sigma_k = 310 - 1,14\lambda = 310 - 1,14 \cdot 99,010 = 197,129 \text{ MPa}$$

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} \Rightarrow F_k = \sigma_k \cdot A = 197,129 \cdot 7680 = 1\,513,947 \text{ kN}$$

Tillatt knekklast:

$$F_{k,till} = \frac{F_k}{n} = \frac{1\,513\,947,648}{3} = 504,649 \text{ kN}$$

Maks moment:

$$M_{b,maks} = f_y \cdot W_y = 235 \cdot 6,75 \cdot 10^5 = 158,625 \text{ kNm}$$

Opptredende moment:

$$M_b = F \cdot a = 150\,000 \cdot 500 = 75 \text{ kNm}$$



Kapasitetskontroll:

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{n_i \cdot M_b}{M_{b,maks}} \leq 1$$
$$\frac{150}{504,649} + \frac{1,5 \cdot 75}{158,625} \leq 1$$
$$1,01 \geq 1$$

5.3.2 Beregning etter Eurokode 3, metode 2

Beregning med material S355

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Oppjusterer lasten og moment:

$$N_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F = 1,5 \cdot 150\,000 = 225,0 \text{ kN}$$

$$M_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F \cdot a = 1,5 \cdot 150\,000 \cdot 500 = 112,5 \text{ kNm}$$

Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 0,81$ med material S355

Steg:

$$\sigma_n = \frac{N_{ED}}{A} = \frac{225\,000}{7680} = 29,297 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I} \Rightarrow y = \frac{\sigma_b \cdot I}{M} = \frac{29,297 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{112\,500\,000} = 20,210 \text{ mm}$$

$$\alpha \cdot c = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{2} + 20,210 = 102,210 \text{ mm}$$

$$\frac{\alpha \cdot c}{c} = \frac{102,210}{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21} = 0,623$$



Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

Når $\alpha = 0,623 > 0,5$ bruker vi etter tabell 2 følgende:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq \frac{396\epsilon}{13 \cdot \alpha - 1}$$

$$\frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} \leq \frac{396 \cdot 0,81}{13 \cdot 0,623 - 1}$$

$$21,867 \leq 45,183 \rightarrow \text{ok for TK 1}$$

Flens:

Kriteriet for tverrsnittsklasse 2:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq 10 \cdot \epsilon$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12} \leq 10 \cdot 0,81$$

$$7,938 \leq 8,1 \rightarrow \text{ok for TK 2}$$

Vi kan dimensjonere plastisk da både steg og flens oppfyller kravene for plastisk beregning.

Knekkurve om sterk akse y-y etter tabell 8:

$$\left(\frac{H}{B}\right) = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve b}, \quad \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{10\,000^2} = 1\,608,350 \text{ kN}$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 355}{1\,608\,350,733}} = 1,302$$



Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Der ϕ er:

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,5[1 + 0,34(1,302 - 0,2) + 1,302^2]$$

$$\phi = 1,535$$

$$\chi = \frac{1}{1,535 + \sqrt{1,535^2 - 1,302^2}} = 0,426$$

Kapasitet:

Moment:

$$M_{y,pl,RD} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{y,pl,RD} = \frac{355 \cdot 744 \cdot 10^3}{1,05} = 251,542 \text{ kNm}$$

Kraft:

$$N_{b,RD} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,RD} = \frac{0,426 \cdot 7680 \cdot 355}{1,05} = 1\,106,139 \text{ kN}$$

Forsterkningsfaktor:

$$K_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right]$$

Der C_{my} er:

$$C_{my} = 0,6 + 0,4\psi = 1, \quad \rightarrow \text{da } \psi = 1$$



Forsterkningsfaktor forsetter:

$$K_{yy} = 1 \left[1 + (1,302 - 0,2) \cdot \frac{225\,000}{1\,106\,139,429} \right] = 1,224$$
$$\leq 1 \left[1 + 0,8 \cdot \frac{225\,000}{1\,106\,139,429} \right] = 1,163$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{N_{ed}}{N_{b,RD}} + \frac{K_{yy} \cdot M_{y,ED}}{M_{y,pl,RD}} \leq 1$$
$$\frac{225}{1\,106,139} + \frac{1,163 \cdot 112,5}{251,542} \leq 1$$
$$0,74 \leq 1$$

Beregning med material S355

Benytter formler og tabeller fra kap 4

Oppjusterer lasten og moment:

$$N_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F = 1,5 \cdot 150\,000 = 225\,000\, \text{kN}$$

$$M_{ED} = \gamma_{f1} \cdot F \cdot a = 1,5 \cdot 150\,000 \cdot 500 = 112,5\, \text{kNm}$$

Bestemmer tverrsnittsklasse etter tabell 7, $\epsilon = 1,0$ med material S235

Steg:

$$\sigma_n = \frac{N_{ED}}{A} = \frac{225\,000}{7680} = 29,297\, \text{MPa}$$
$$\sigma_b = \frac{M \cdot y}{I} \Rightarrow y = \frac{\sigma_b \cdot I}{M} = \frac{29,297 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{112\,500\,000} = 20,210\, \text{mm}$$
$$\alpha \cdot c = \frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{2} + 20,210 = 102,210\, \text{mm}$$
$$\frac{\alpha \cdot c}{c} = \frac{102,210}{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21} = 0,623$$



Kriteriet for tverrsnittsklasse 1:

Når $\alpha = 0,623 > 0,5$ bruker vi etter tabell 2 følgende:

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq \frac{396\epsilon}{13 \cdot \alpha - 1}$$
$$\frac{230 - 2 \cdot 12 - 2 \cdot 21}{7,5} \leq \frac{396 \cdot 1}{13 \cdot 0,623 - 1}$$

$$21,876 \leq 55,783 \rightarrow \text{ok for TK 1}$$

Flens:

Kriteriet for tverrsnittsklasse 1

$$\left(\frac{c}{t}\right) \leq 9\epsilon$$
$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{240 - 7,5 - 2 \cdot 21}{12}\right) \leq 9 \cdot 1$$

$$7,938 \leq 9 \rightarrow \text{ok for TK 2}$$

Vi kan dimensjonere plastisk da både steg og flens oppfyller kravene for plastisk beregning.

Knekkurve om sterk akse y-y etter tabell 8:

$$\left(\frac{H}{B}\right) = \frac{230}{240} = 0,958 \leq 1,2 \rightarrow \text{knekkurve b}, \quad \alpha = 0,34$$

Kritisk Euler last:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I_0}{l_k^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 7,76 \cdot 10^7}{10\,000^2} = 1\,608,350 \text{ kN}$$

Relativ slankhet:

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{7680 \cdot 235}{1\,608\,350,733}} = 1,059$$



Reduksjonsfaktor:

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

Der ϕ er:

$$\phi = 0,5[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$$

$$\phi = 0,5[1 + 0,34(1,059 - 0,2) + 1,059^2]$$

$$\phi = 1,207$$

$$\chi = \frac{1}{1,207 + \sqrt{1,207^2 - 1,059^2}} = 0,560$$

Kapasitet:

Moment:

$$M_{y,pl,RD} = \frac{f_y \cdot W_{pl}}{\gamma_{M1}}$$

$$M_{y,pl,RD} = \frac{235 \cdot 744 \cdot 10^3}{1,05} = 166,514 \text{ kNm}$$

Kraft:

$$N_{b,RD} = \frac{\chi \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}}$$

$$N_{b,RD} = \frac{0,560 \cdot 7680 \cdot 235}{1,05} = 962,560 \text{ kN}$$

Forsterkningsfaktor:

$$K_{yy} = C_{my} \left[1 + (\bar{\lambda} - 0,2) \cdot \frac{N_{ED}}{N_{b,RD}} \right]$$

Der C_{my} er:

$$C_{my} = 0,6 + 0,4\psi = 1 \geq 0,4, \quad \rightarrow \text{da } \psi = 1$$



Forsterkningsfaktor forsetter:

$$K_{yy} = 1 \left[1 + (1,059 - 0,2) \cdot \frac{225\,000}{962\,560,530} \right] = 1,201$$
$$\leq 1 \left[1 + 0,8 \cdot \frac{225\,000}{962\,560,530} \right] = 1,187$$

Kapasitetskontroll:

$$\frac{N_{ed}}{N_{b,RD}} + \frac{K_{yy} \cdot M_{y,ED}}{M_{y,pl,RD}} \leq 1$$
$$\frac{225}{962,560} + \frac{1,187 \cdot 112,5}{166,514} \leq 1$$
$$1,04 \leq 1$$

Det gjort sammenligninger av flere bjelke typer. Resultatene vil bli listet under punkt 5.4 *Sammenligning og oppsummering*. Tilhørende beregninger blir lagt ved som vedlegg da dette er mer hensiktsmessig for leser samt gjør rapporten mer oversiktlig.

5.4 Sammenligning og oppsummering

Hvor vidt bjelken holder eller knekker i de ulike casene er av mindre interesse i disse sammenligningene. Det som er spennende er å undersøke om forenklet metode kommer ut på konservativ side av EC3 i alle tilfeller. Hensikten er å undersøke om det finnes caser hvor dette ikke er tilfellet. I tabellene som følger gjennomføres det en sammenligning hvor resultatene av beregningene listes.



Tabell 17 Oppsummering av resultatene fra beregningene. Røde tall viser hvor EC3 verdier kom ut på konservativ side i forhold til forenklet metode

Case	HE240A			
	Forenklet metode		Eurokode 3	
	S355	S235	S355	S235
1	799 025	649 124	1 402 148	996 937
2	0,7	0,94	0,51	0,8
3	0,75	1,01	0,74	1,04

Sammenligning i tabell over viser at EC3 kommer ut på konservativ side av forenklet metode i case 3. Dette gjelder for material S235. Dette betyr at man må være varsom når man gjennomfører bergeninger av søyler med utkragerbjelker etter forenklet metode.

I det kommende kapittelet skal det ved hjelp av Xcel ses nærmere på case 3 og undersøkes ulike bjelke lengder, bjelke størrelser og bjelke typer samt forsøke å forbedre interaksjons konstanten i forenklet metode.



6 Dataanalyse av Case 3

Som det ble vist i tabell 17 kom EC3 ut på konservativ side av forenklet metode i Case 3 med material type S235. I dette kapitlet skal det ved hjelp av Xcel utføres grundige analyser av dette caset.

Hva er Xcel?

" Excel er et program som du kan bruke til å opprette tabeller samt beregne og analysere data. Denne typen program kalles regnearkprogram. Med Excel kan du opprette tabeller som automatisk beregner summene av numeriske verdier du legger inn, skrive ut tabeller i fine oppsett og opprette enkle diagrammer"[60].

Det blir lagd generelle formler slik at input verdien (bjelke dataen og lengder) er det eneste man trenger og endres for og gjennomføre kapasitetskontroll av forskjellige bjelker. På denne måten kan man undersøke svært mange bjelketyper, størrelser og lengder på en effektiv og enkel måte. Når beregningen er gjennomført vil de bli sammenlignet på et eget Xcel ark.

6.1 Forklaring av analyse

Som nevnt blir det lagd generelle formler, en formel til beregning etter EC3, metode 2, og en formel til beregning etter forenklet metode. Som vist under kapittel 5 er det svært mange forhold å ta hensyn til, skal det benyttes Euler eller Tetmajer, skal det dimensjoneres plastisk eller elastisk etc. Disse forholdene blir ivaretatt av en funksjon betegnet hvis(). Funksjonen returnerer en verdi hvis vilkåret du angir er sant og en annen verdi hvis vilkåret er usant. Under vises logikken bak formelen.

$$= \text{hvis}(\text{logisk tekst}; \text{verdi hvis sann}; \text{verdi hvis usann})$$

Eksempel ved bestemmelse av Euler eller Tetmajer:

$$= \text{hvis} (\lambda \geq 105; \text{Euler}; \text{Tetmajer})$$

Om det skal benyttes Euler eller Tetmajer bestemmes på bakgrunn av størrelsen på λ . Funksjonene over sier følgende: dersom λ er større enn 105 benyttes Euler, ellers benyttes Tetmajer. Den samme funksjonen og tankegangen blir benyttet til bestemmelse av tverrsnittsklasse og knekkurve.



6.2 Sammenligning og forbedring av interaksjonskonstant

Bjelke data varierer mellom verdier fra ulike bjelke typer, bjelkestørrelse og bjelke lengder. Det er undersøkt tre bjelke typer, HEA og IPE og HEB. Bjelkestørrelsene varierte mellom 200 og 300 og bjelkelengden varierer mellom 2000mm og 8000mm med en intervallverdi på 500mm. Det er undersøkt 13 forskjellige bjelkelengder og 17 ulike bjelker med to ulike materialer som totalt utgjør 442 ulike tilfeller av Case 3.

Bjelke type HEA

Tabell 18 Sammenligning av HEA bjelker, FM = Beregning etter forenklet metode, EC3 = beregning etter Euro Kode 3, (-) = FM konservativ mot EC3.

Sammenligning HEA				
Bjelke S355	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	1,112	1,224	0,112	4000
220	0,872	0,883	0,011	4000
240	-	-	-	-
260	0,587	0,608	0,021	5000
280	0,477	0,492	0,014	5000
300	0,394	0,403	0,008	5500
Bjelke S235	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	2,737	2,984	0,247	8000
220	1,255	1,354	0,099	4500
240	1,05	1,08	0,03	5500
260	0,837	0,846	0,009	5500
280	-	-	-	-
300	-	-	-	-

Fra tabellen over ser man at EC3 kommer ut på konservativ side av forenklet metode i de fleste tilfeller. Ved en nærmere gjennomgang av de numeriske verdien av interaksjonsformelene ser man at differanse mellom forenklet metode og EC3 øker betraktelig når verdien overstiger 1. Forbedring av interaksjonskonstanten gjøres derfor på grunnlag av den største differansen av interaksjonsverdiene der den numeriske verdien ligger under eller meget nærme 1.

Bjelke HE240A S235 blir benyttet når beregning av en ny interaksjonskonstant skal utføres. Interaksjonsverdiene ligger meget nærme 1 og differansen er den største blant de



interessante alternativene. Interaksjonskonstanten blir dermed krisemaksimert og man vil trygt kunne benytte forenklet metode til beregning av utkragerbjelker.

Det ønskelige er å finne en ny interaksjonskonstant som gjør at $FM \geq EC3 = 1,08$

Forslag til ny interaksjons konstant:

$$F = 150\,000 \text{ N}$$

$$F_{k,till} = 443\,071,83 \text{ N}$$

$$M_b = 75\,000\,000 \text{ N}$$

$$M_{b,maks} = 158\,625\,000 \text{ N}$$

Interaksjonskonstanten blir da:

$$\frac{F}{F_{k,till}} + \frac{x \cdot M_b}{M_{b,maks}} = 1,08$$

$$\frac{150\,000}{443\,071,830} + \frac{x \cdot 75\,000\,000}{158\,625\,000} = 1,08$$

$$x = 1,568 \approx 1,6$$

Bjelketype IPE

Tabell 19 Sammenligning av IPE bjelker, FM = Beregning etter forenklet metode, EC3 = beregning etter Euro Kode 3, (-) = FM konservativ mot EC3.

Sammenligning IPE				
S355	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	-	-	-	-
220	-	-	-	-
240	-	-	-	-
270	-	-	-	-
300	-	-	-	-
S235	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	2,671	2,754	0,083	8000
220	1,341	1,345	0,004	5000
240	-	-	-	-
270	-	-	-	-
300	-	-	-	-



Når case 3 ble testet med bjelke av typen IPE måtte Kraften halveres fra 150 000 N til 75 000 N for å få hensiktsmessige resultater. Dette fordi annet arealmoment (I_y) er mye lavere for denne type bjelker ettersom flens størrelsen på IPE bjelker er mye mindre enn hos HEA og HEB bjelker.

Med bakgrunn i resultater fra beregninger som vist i tabell 19 på forrige side ser man at FM kommer ut på konservativ side av EC3 for de fleste bjelkestørrelser. For de to størrelsene hvor forenklet metode kommer ut på liberal side av EC3 vises det at den numeriske interaksjonsverdien ligger godt over 1. Disse tilfellene er derfor lite interessante og det blir derfor ikke foreslått en ny interaksjonskonstant for denne bjelketypen.

Bjelketype HEB

Tabell 20 Sammenligning av HEB bjelker, FM = Beregning etter forenklet metode, EC3 = beregning etter Euro Kode 3, (-) = FM konservativ mot EC3

Sammenligning HEB				
S355	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	-	-	-	-
220	-	-	-	-
240	-	-	-	-
260	-	-	-	-
280	-	-	-	-
300	-	-	-	-
S235	FM	EC3	Differanse	Lengde
200	1,148	1,184	0,036	4500
220	0,919	0,924	0,005	5000
240	-	-	-	-
260	-	-	-	-
280	-	-	-	-
300	-	-	-	-

Basert på listede resultater i tabell over ser man at forenklet metode kommer ut på konservativ side av EC3 i nesten alle bjelkestørrelsene. For de 2 bjelkestørrelsene hvor forenklet metode kommer ut på liberal side er det HE220B som er den interessante størrelsen. Her ligger interaksjons resultatet under 1 og nærme null og det blir derfor gitt



et forslag til en ny interaksjonskonstant. Det skal nevnes at differansen mellom forenklet metode og EC3 er ubetydelig liten. Det gjøres likevel en beregning for å undersøke hvor mye interaksjonskonstanten må økes for at forenklet metode skal være konservativ.

Det ønskelige er å finne en ny interaksjonskonstant som gjør at $FM \geq EC3 = 0,924$

Forslag til ny interaksjons konstant:

$$\begin{aligned} F &= 150\,000 \text{ N} \\ F_{k,till} &= 558\,915,70 \text{ N} \\ M_b &= 75\,000\,000 \text{ N} \\ M_{b,maks} &= 172\,960\,000 \text{ N} \end{aligned}$$

Interaksjonskonstanten blir da:

$$\begin{aligned} \frac{F}{F_{k,till}} + \frac{x \cdot M_b}{M_{b,maks}} &= 0,924 \\ \frac{150\,000}{558\,915,70} + \frac{x \cdot 75\,000\,000}{172\,960\,000} &= 0,924 \\ x &= 1,5119 \approx 1,52 \end{aligned}$$

Som forventet ble økningen av interaksjonskonstanten meget liten. Det er likevel en økning som skal til for at forenklet metode skal være konservativ sammenlignet EC3.

6.3 Oppsummering og kommentarer

- HEA:
EC3 kom ut på konservativ side av Forenklet metode i de fleste tilfellene når bjelketypen HEA ble benyttet. Av de interessante interaksjonsverdiene var det bjelke HE220A med materiale S235 og lengde 5500mm som kom dårligst ut. Det ble derfor gjort en bedring av interaksjonskonstanten på bakgrunn av disse resultatene.
- IPE:
Forenklet metode kom ut på konservativ side av EC3 i de fleste tilfellene. De 2



tilfellene hvor Forenklet metode var liberal er ikke av interesse da interaksjonsverdien lå langt over 1. Det ble derfor ikke gjort noe bedring av interaksjonskonstanten for bjelketypen IPE.

- HEB:

Forenklet metode kom ut på konservativ side av EC3 i de fleste tilfeller. Av de 2 tilfellene hvor Forenklet metode var liberal var det ett av tilfellene som var av interesse. Det ble gjort et forslag til forbedret interaksjonskonstant basert på dette tilfellet. Bjelketypen som ble benyttet var HE220A med material S235 og lengde 5000mm.

Tabell 21 oppsummering av dataanalyse

Bjelke	Material	Lengde (mm)	Forbedring	Ny verdi
HE220A	S235	5500	Ja	1,6
IPE	-	-	-	-
HE240B	S235	5000	Ja	1,52



7 DISKUSJON OG PROSESSEVALUERING

7.1 Evaluering

Det er lagt ned et godt og systematisk arbeid gjennom hele vår semesteret. Det er jobbet målrettet og effektivt og arbeidsplanene som ble laget i Januar har vært fulgt. Det er gjort mye for at det estetiske ved oppgaven skal være så godt som mulig slik at leser har en positiv opplevelse og oppgaven er lettleselig.

Jeg har tilegnet meg god kunnskap om knekking og lært meg å forstå hvordan Eurokoden benyttes. Eurokoden er meget omstendelig og det kreves mye tid og klundrete arbeid for å sette seg inn i standarden. I både utledningen av Eurokode 3 og under beregningen med Eurokode 3 oppstod det problemer og uklarheter. Dette ble løst gjennom dedikert jobbing og i samråd med arbeidsgiver.

Det har vært oppsiktsvekkende og se konsekvensene og skadeomfanget av ulykker forårsaket av knekking. Oppgaven har gitt meg et nytt perspektiv på et problem jeg hadde lite kunnskap om fra før.

Dataanalysen som ble gjennomført i Xcel gjorde det mulig å utføre kapasitetskontroll på svært mange bjelketyper, bjelkestørrelser og bjelkelengder og viste seg å være et meget nyttig verktøy.

7.2 Diskusjon

Hensikten med oppgaven var å sammenligne Eurokode 3 med forenklet metode for å undersøke om forenklet metode var konservativ og trygg i alle tilfeller.

I case 1 og 2 stemte dette men i case 3 (utkragerbjelke) viste det seg at forenklet metode var liberal og ikke trygg sammenlignet med Eurokode 3. Dette caset ble derfor analysert nærmere. Det ble testet 2 ulike material typer, S235 og S355, tre ulike bjelketyper, HEA og IPE og HEB i størrelsene 200-300, og det ble sett på bjelkelengder fra 2000mm til 8000mm.

Basert på disse analysene ble det gitt forslag til nye interaksjonskonstanter slik at Forenklet metode skulle være trygg i alle tilfeller.



7.3 Forbedringer

Ideelt sett burde jeg gjennomført et kurs i bruk av Eurokoden for fullt ut å kunne utnyttet dens potensiale. Det følger ingen bruksanvisning med Eurokoden og læringen ble derfor basert på "prøve og feile" metoden. Dette er lite effektiv arbeidsutnyttelse og tiden kunne vært omsatt til mer nyttig arbeid ved hjelp av et innføringskurs.

Det kunne vært analysert flere caser slik at eventuelle andre svakheter ved Forenklet metode hadde blitt avdekket. Det kunne med fordel vært testet flere bjelke-størrelser og lengder. Dette ville gitt et bedre grunnlag for anbefaling av ny interaksjonskonstanten.



8 KONKLUSJON

Generelt:

Analysen som er gjennomført viser at forenklet metode er konservativ sammenlignet med Eurokode 3 i case 1 og case 2 men ikke i case 3 (utragerbjelke). Case 3 er derfor undersøkt meget grundig ved hjelp av data analyse i Xcel.

Bjelketype HEA:

Når det benyttes bjelke av typen HEA i case 3 kommer forenklet metode ut på liberal side av Eurokode 3 i nesten alle tilfellene. Det blir her foreslått en ny interaksjonskonstant på 1,6

Bjelketype IPE:

Når det benyttes bjelke av typen IPE måtte påført kraft halveres fra 150 000N til 75 000N for at resultatene skulle bli hensiktsmessig. Forenklet metode kom ut på konservativ side i alle tilfeller av interesse og det blir derfor ikke gitt forslag til ny interaksjonskonstant.

Bjelketype HEB:

Når det benyttes bjelke av typen HEB i case 3 kommer forenklet metode ut på konservativ side av Eurokode 3 i nesten alle tilfeller. Det er allikevel ett tilfellet av interesse hvor Forenklet metode er liberal sammenlignet med Eurokode 3. Det blir derfor foreslått en ny interaksjonskonstant på 1,52.

Material S235 vs S355:

Ved å benytte material S355 kommer Forenklet metode oftere ut på konservativ side av Eurokode 3 enn om material S235 benyttes. Ergo gir bedre stålqualiteten større sikkerhet.

Oppsummering:

Når man skal gjennomføre beregninger av søyler med utkragebjelker skal en være forsiktig med å beregne etter forenklet metode. Beregningene bør kontrolleres ved hjelp av andre standarder og metoder eller det bør benytte modifiserte interaksjonskonstanter anbefalt i denne oppgaven. Ved konstruksjon av søyler med utkragebjelke anbefales det å benytte bjelker av typen HEB da dette er det sikreste alternativet.



8.1 Anbefalinger

Det har vært jobbet målrettet og systematisk som har resultert i følgende styrker ved oppgaven.

- Utvalgte caser er generelle.
- Det er anbefalt nye interaksjonskonstanter som skal gjøre forenklet metode trygg ved beregning av utkragebjelker.
- Det er sjekket 442 ulike tilfeller av case 3 som er et meget bredt utvalg av tilfeller.
- Håndberegninger er nøye kontrollert og sammenlignet med data analyse.
- Anbefalingene i denne oppgaven er gjort på et bredt og grundig underalg

8.2 Videre arbeid

Da oppgaven skrives i løpet av ett semester og er begrenset til 30 studiepoeng ble det satt begrensninger for oppgaven slik at den skulle være mulig å gjennomføre innenfor de gitte innfor de gitte tidsrammene med tilfredsstillende kvalitet. Dersom man ønsker å utdype funn som er gjort i denne oppgaven anbefales videre arbeid;

- Utføre beregninger for knekking om svak akse
- Undersøke flere case
- Undersøke case 3 med flere materialtyper
- Undersøke flere bjelkestørrelser og flere bjelkelengder



9 KILDEHENVISNING

Internett, Bilder

- 2 Knekt sykkelramme, 3.bp.blogspot , Sitert 30.01.13
http://3.bp.blogspot.com/_urSQL6wUA5g/SZJaNmIE2CI/AAAAAAAAAGIo/IRAVvPS_jjw/s400/breezer+frame+buckling.jpg
- 3 Testbjelke lokal knekking, , Sitert 18.02.13,
http://www.tatasteelconstruction.com/file_source/Images/Construction/Reference/architectural%20studio/elements/s0000006.jpg
- 4 Bjelke knutepunkt , 911research.wtc7, Sitert 30.01.13
<http://911research.wtc7.net/mirrors/guardian2/fire/lamont4-6.jpg>
- 5 Knekking av kran zoom, i4.dailyrecord, Sitert 30.01.13
<http://i4.dailyrecord.co.uk/incoming/article1127571.ece/ALTERNATES/s615/crane-death-image-3-403680729.jpg>
- 6 Bæresøyler knekt på hus, thedailystar , Sitert 30.01.13
http://www.thedailystar.net/photo/2010/11/01/2010-11-01_let02.jpg
- 7 Kinzua bru kollaps, upload.wikimedia , Sitert 30.01.13
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/84/Kinzua_Bridge_collapsed.jpg
- 8 Overvekt bru pga lastebil, carsguide, Sitert 30.01.13
<http://www.carsguide.com.au/images/uploads/collapsed-bridge-w.jpg>
- 9 Knekking mobilkran, vertikal, Sitert 30.01.13
http://www.vertikal.net/typo3temp/pics/V_6ba547dae4.jpg
- 10 Tverrstiver i P-hus, ocair, Sitert 30.01.13
<http://www.ocair.com/Improvements/assets/images/NewsandFacts/BRB.jpg>
- 11 Tverrstiver bru, enr.construction , Sitert 30.01.13
http://enr.construction.com/images2/2012/11/enr11052012cs_stadium_brbA.jpg



- 23 Leonhard Euler, upload.wikimedia, Sitert 06.02.12,
http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/d7/Leonhard_Euler.jpg
- 24 Eulers 4 knekktifeller, ars.els-cdn, Sitert 04.02.13,
<http://ars.els-cdn.com/content/image/1-s2.0-S135063070800191X-gr5.jpg>
- 30 Proporsjonalitetsgrensen, demo.webassign, Sitert 08.02.13,
<http://demo.webassign.net/ebooks/cj6demo/art/images/c10/nw0411-n.gif>
- 31 Ludwig Von Tetmajer, epics.ethz, Sitert 08.02.12,
http://www.epics.ethz.ch/index/ethbib.bildarchiv/images/ETHBIB.Bildarchiv_Portr_00277_33358.jpg

Internett, Artikler:

- 12 Standard forklaring, standard, Sitert, 04.02.13,
<http://www.standard.no/no/Standardisering/>
- 13 Standard historikk, standard.no, Sitert, 04.02.13
<http://www.standard.no/no/Om-oss/NEK/>
- 19 Konstruksjonsståltyper, ansatt.hig, Sitert 04.02.13,
<http://www.ansatt.hig.no/livt/Nettforelesninger/Fasthet/Fasthet%20for%20st%E5l%20S.pdf>
- 21 Egenspenninger, wikipedia, Sitert 04.02.13,
<http://no.wikipedia.org/wiki/Restspenning>
- 32 Tetmajer, wikipedia, Sitert 08.02.13,
http://en.wikipedia.org/wiki/Ludwig_von_Tetmajer
- 60 Xcel, office.microsoft, Sitert 06.04.13,
<http://office.microsoft.com/nb-no/novice/hva-er-excel-HA010265948.aspx>

**Bilder:**

- 1 Geir Terjesen, Global knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 2
- 26 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 19
- 33 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 25
- 49 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 40
- 50 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 41
- 52 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 41
- 57 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 52
- 58 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s55
- 59 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s67

Skriftlig

- 14 Geir Terjesen, Introduksjon av Eurokode 3, IMT/UMB 2012, s 5
- 15 Geir Terjesen, Eurokode 3: Bøyningsknekking for dobbeltsymmetriske tverrsnitt, IMT/UMB 2012, s 10
- 16 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 13
- 17 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 10
- 18 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s10
- 20 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 4
- 22 Geir Terjesen, Introduksjon av Eurokode 3, IMT/UMB 2012, s 16
- 25 Per Kr. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 1. utgave, 1990, Tapir akademiske forlag, ISBN 978-82-519-2285-2, s151-154
- 26 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, Vedlegg 2



- 27 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 5
- 28 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 6
- 29 Geir Terjesen, Global knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 7
- 34 Geir Terjesen, Global knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 8
- 35 Per Kr. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 1. utgave, 1990, Tapir akademiske forlag, ISBN 978-82-519-2285-2, s245
- 36 Geir Terjesen, Globale knekkeberegninger uten standard, IMT/UMB 2012, s 11
- 37 Geir Terjesen, Introduksjon av Eurokode 3, IMT/UMB 2012, s 26
- 38 Per Kr. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 1. utgave, 1990, Tapir akademiske forlag, ISBN 978-82-519-2285-2, s107
- 39 Geir Terjesen, Eurokode 3: Bøyningsknekking for dobbeltsymmetriske tverrsnitt, IMT/UMB 2012, s 3
- 40 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 42
- 41 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 43
- 42 Per Kr. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 1. utgave, 1990, Tapir akademiske forlag, ISBN 978-82-519-2285-2, s 186-187
- 43 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 61
- 44 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 60
- 45 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 59
- 46 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 45
- 48 Geir Terjesen, knekking – leddlagret stav med trykkraft, UMB 2011
- 51 Jan Olav Hauan Kaasa, masteroppgave knekking, IMT/UMB 2012, s 42
- 53 Per Kr. Larsen, Dimensjonering av stålkonstruksjoner, 1. utgave, 1990, Tapir akademiske forlag, ISBN 978-82-519-2285-2, s 249-255



- 54 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 82
- 55 Norsk standard, Eurokode 3: Del 1-1, 2005+NA:2008, s 83
- 56 Geir Terjesen, Formler og tabller, UMB 2011, s 8-10

Personlig meddelelser:

- 47 Geir Terjesen, lastfaktorer, kontoret UMB/IMT, 18.02.13



10 VEDLEGG

Skriftlig vedlegg:

Vedlegg A – Fremdriftsplan

Vedlegg B – Refleksjonsnotat

Elektronisk vedlegg:

CD med Xcel fil som inneholder beregninger og sammenligning.



AKTIVITET	START	SLUTT	KOMMENTAR
Grunnlagsteori	29 jan	20 feb	
• Knekking	29 jan	3 feb	
• Eurokode 3	4 feb	10 feb	
• Forenklet metode	11 feb	18 feb	50 årslag Bergen i helgen
Slingringsmonn	2 dager		
Beregninger	21 feb	24 mars	
• Valg av case	21 feb	26 feb	
• Beregning eurokode 3	27 feb	12 mars	1 mars trekker visdomstann
• Beregning forenklet metode	13 mars	20 mars	
• Sammenligning/oppsummering	21 mars	22 mars	
Slingringsmonn	2 dager		
Analyse	25 mars	12 april	Påske
• Sette seg inn i XL	25 mars	27 mars	
• Utarbeide regneark	28 mars	3 april	
• Utføre analyse	4 april	10 april	
• Kommentarer/oppsummering	11 april	12 april	
Slingringsmonn	2 dager		
Diskusjon og prosessevaluering	15 april	16 april	
• Diskusjon	15 april	15 april	
• Forbedringer	15 april	15 april	
Slingringsmonn	1 dag		
Konklusjon	17 april	21 april	
• Anbefaling	18 april	18 april	
• Videre arbeid	19 april	19 april	
Slingringsmonn	2 dager		
Redigering	22 april	15 mai	
• Grunnlagsteori	22 april	26 april	
• Beregninger	27 april	1 mai	
• Analyse	2 mai	6 mai	
• Finpuss	7 mai	8 mai	
• Ferdigstillelsen	9 mai	10 mai	
• Print	10 mai	10 mai	
slingringsmonn	5 dager		



Refleksjonsnotat

Med hovedfaget TMP 301 ved UMB har jeg tilegnet meg grunnleggende kunnskap i faget knekking. Her ble jeg introdusert for Eurokoden og så verdien av å ha kjennskap til dette formelverket før jeg starter min arbeidskarriere. Gjennom TIP 300 ved samme lærersted har jeg gjennomført mange prosjekter og fått god trening i hvordan en rapport bør utformes og oppbygges. Med disse kursene som basis følte jeg at jeg var godt forberedt til å gjennomføre en masteroppgave.

Da jeg ble presentert for problemstillingen av Geir Terjesen syntes jeg dette var et interessant tema å fordype seg i, tiltros for at jeg i utgangspunktet hadde begrenset innsikt i Eurokoden. Kaasas tidligere arbeid lå til grunne som veiledning men kunnskapen om Eurokoden måtte forbedres betraktelig før beregningene kunne igangsettes. Eurokoden er meget omstendelig og lite forklarende i seg selv og det ble derfor brukt mye tid på å forstå standarden. Hadde jeg sittet med samme erfaring i Januar som jeg gjør i dag ville jeg forsøkt å delta på et kurs i Eurokoden. Dette hadde gitt meg en bedre forståelse av standarden samt at jeg hadde sluppet mye ineffektivt arbeid og med det fått testet flere caser.

Erfaringsmessig blomstrer kunnskapen og forståelsene lettere og raskere dersom man samarbeider med andre på et prosjekt. Ettersom jeg på tidligere gjennomførte prosjekter har samarbeidet med andre følte jeg nå det var på tide å dyrke min egen selvstendighetene. Ved å arbeidet alene må man ta egne valg og i langt større grad stole på seg selv. Jeg føler denne erfaringen har vært nyttig og er godt fornøyd med at jeg skrev oppgaven på egenhånd.

Alt i alt har det vært spennende å fordype seg i faget knekking og forstå alvoret med stabilitetsproblemer av denne typen. I tillegg gir det en ekstra motivasjon når man finner et case hvor forenklet metode viser seg å være liberal mot Eurokoden. Det inspirerende å kunne bidra med kunnskap som kan benyttes videre av arbeidsgiver.