

GULL OG SØLV I EN INVESTERINGSPORTEFØLJE: EN GRATIS LUNSJ?

GOLD AND SILVER IN AN INVESTMENT PORTFOLIO: A FREE LUNCH?

TOM HENRIK FLAA

UNIVERSITETET FOR MILJØ- OG BIOVITENSKAP
INSTITUTT FOR ØKONOMI OG RESSURSFORVALTNING
MASTEROPPGAVE 30 STP. 2011



Sammendrag

Gull og sølv er en investeringsform som skiller seg fra investering i aksjer og fond. De to metallene kan fungere som en safe haven i porteføljemessig sammenheng, og har andre karakteristikk enn vanlige aksjer, som konstant kjøpekraft. Flere hevder at gull ikke er en investering, det er penger. I oppgaven antas det at det foretas en investering i fysisk gull og sølv. Teknologien har gjort det enklere for en investor å kjøpe fysisk gull og sølv gjennom flere forhandlere på nettet, samtidig som at antall forhandlere har ekspandert.

Gjennom analysen er det anvendt generell porteføljemaksimering for å identifisere porteføljer som skiller seg ut med hensyn på avkastning og risiko. Intensjonen er å minimere den totale risikoen samtidig som at investoren oppnår et tilfredsstillende avkastningsnivå. Porteføljene er vurdert i henhold til konkrete prestasjonsmål, hvor Sharpe benyttes for identifikasjon av optimale porteføljer. I investeringssammenheng er det brukt månedlige historiske data for MSCI World TR og London Fix gull og sølv i perioden 1993-2011. Hele utvalgsperioden er inndelt i de tre delperiodene 1993-1999, 1999-2007 og 2007-2011. Det antas at investoren utvelger sine porteføljeandeler basert på historiske avkastninger, og investerer i en bestemt periode (36 måneder) i 1999, 2007 og 2011.

Empirisk analyse indikerer for det første at avkastningene til gull og sølv har konsistente trender med signifikante positive korrelasjonskoeffisienter i hele utvalgsperioden.

For det andre viser analyse ved porteføljemaksimering at det er sterkere insentiver for å inkludere gull i porteføljen ved en positiv Sharpe (0,48) i investeringsperioden 2007-2010 fremfor sølv (0,1). Resultatene for investeringsperioden 1999-2002 viser negativ Sharpe for gull og sølv, som en direkte konsekvens av at avkastningen underpresterer i sammenheng med risikofri investering. Gull og sølv har hatt en positiv effekt på avkastning og risiko sammen med MSCI World, ved at de optimale porteføljene totalt sett har ført til en lavere risiko. Gull har oppnådd den laveste risikoen, og blir derfor ansett som bedre alternativ enn sølv. I utvelgelsesprosessen av optimale porteføljer har gull og MSCI World gitt høyere Sharpe for 1999-2007 og 2007-2011, mens sølv og MSCI World har gitt best Sharpe i 1993-1999.

Den siste analysedelen undersøker hvorvidt metallene har fungert som en inflasjonssikring ved distributed lag model hvor Consumer Price Index (CPI) er anvendt. Sammenhengen mellom de logaritmiske prisendringene er sterkest i perioden 2007-2011 og generelt svakest i perioden 1993-1999. Regresjonsanalysen indikerer at det i perioden 2007-2011 er en

signifikant positiv sammenheng mellom gull og CPI uten lag og signifikant negativ sammenheng mellom gull og CPI en måned før. De to andre periodene mellom gull og CPI viser ingen signifikante positive eller negative koeffisienter på CPI, og generelt er forklaringseffekten lavere enn i 2007-2011, der den var på 30 %.

Regresjonanalysen viser at avkastningsendringene i gull og sølv sammenlignet med CPI er sterkest uten lag på CPI, som indikerer at gull og sølv endrer seg positivt med en økning i denne. Effekten er størst mellom metallene og CPI uten lag i siste delperiode, og det er indikasjoner på at metallene beveger seg i samme retning som CPI. Avkastningene på gull og sølv har samtidig vist en negativ signifikant sammenheng med CPI med to måneds lag i perioden 1999-2007 og signifikant negativ sammenheng med en måneds lag i perioden 2007-2011. En økende forklaringskraft mot nyere tid impliserer at avkastningene til gull og sølv i en større grad enn før forklares av CPI, med rundt 30 % forklaringseffekt i 2007-2011.

Forord

Denne masteroppgaven utgjør fullføringsdelen av mastergraden i økonomi og administrasjon på Universitetet for miljø-og biovitenskap i Ås (UMB) .

Gjennom mitt arbeid med oppgaven har jeg lært mye om råvarene gull og sølv, herunder deres rolle og betydning i en internasjonal kontekst. Jeg har fått en dypere forståelse for sammenhengen mellom avkastning og risiko og hvilke implikasjoner de har på optimeringen av porteføljene i perioden 1993-2011. Samtidig har jeg økt min kunnskap om metallenes karakteristikk som safe haven eller sikring i porteføljemessig sammenheng, og gevinsten av å kombinere råvarer og eiendeler som er ukorrelerte.

Arbeidet med oppgaven har vært utfordrende og spennende, og jeg har økt min kunnskap og forståelse for råvaremarkedet.

Jeg vil spesielt takke min veileder, professor Ole Gjølberg, for kontinuerlig assistanse med faglige råd og anbefalinger gjennom hele vårsemesteret. Jeg vil også takke min samboer for hennes bidrag og motivasjon.

Oslo, 16.05.2011

Tom Henrik Flaa

Innholdsfortegnelse

| | |
|---|-----|
| Sammendrag | i |
| Forord | iii |
| Innholdsfortegnelse | iv |
| Figuroversikt | v |
| Tabelloversikt | vi |
| 1. Innledning..... | 1 |
| 2. Teorier om metallenes egenskaper relevant for forbedring av risikojustert avkastning eller reduksjon av risiko | 4 |
| 2.1 Egenskaper- og hoveddrivere bak prisen på gull og sølv | 4 |
| 2.2 Investering i fysisk gull: Fordeler og ulemper | 6 |
| 2.3 Andre investeringsformer av gull og sølv | 7 |
| 2.4 Hypoteser om avkastning og risiko for gull og sølv..... | 10 |
| 3. Foreliggende litteratur om prissammenhenger gull/sølv og andre eiendeler | 11 |
| 3.1 Prissammenhenger mellom gull og sølv mot andre råvarer | 11 |
| 3.2 Prissammenhenger mellom gull og sølv mot aksjeindekser..... | 11 |
| 4. Empirisk data og metode for analyse av avkastning og risiko | 13 |
| 4.1 Beskrivelse av avkastning og risiko for gull og sølv 1993-2011 | 13 |
| 4.1.2 Er avkastningen til gull og sølv normalfordelte?..... | 17 |
| 4.2 Metodikk for porteføljeoptimering | 20 |
| 5. Analysedel 1 – Enkle korrelasjoner mellom avkastninger for gull og sølv. | 22 |
| 5.1 Gull og sølv – prissammenhenger 1993-2011 | 23 |
| 6. Analysedel 2 – Avkastning versus risiko for gull og sølv..... | 25 |
| 7. Effekten av å legge inn gull og sølv i en internasjonal aksjeportefølje..... | 26 |
| 7.1 Første delperiode – 1993-1999 | 27 |
| 7.2 Andre delperiode – 1999-2007 | 35 |
| 7.3 Tredje delperiode – 2007-2011 | 44 |
| 8. Analyse av egenskapene som en inflasjonssikring | 49 |
| 9. Konklusjoner | 54 |
| Litteraturliste | 57 |
| Vedlegg | 59 |

Figuroversikt

| | |
|--|----|
| <i>Figur 1: Hoveddriverne bak gullprisen (Katz & Holmes, 2008).</i> | 4 |
| <i>Figur 2: Prisutvikling for gull, sølv og MSCI World i hele perioden.</i> | 14 |
| <i>Figur 3: Årlig gull- og sølvpris 1993-2011.</i> | 15 |
| <i>Figur 4: Annualisert avkastning for gull og sølv i perioden 1993-2010.</i> | 16 |
| <i>Figur 5: Annualisert risiko for gull og sølv i perioden 1993-2010.</i> | 17 |
| <i>Figur 6: Normalfordeling med sannsynlighetsfordeling.</i> | 18 |
| <i>Figur 7: Avkastningsfordeling for gull og sølv i tre underperioder.</i> | 19 |
| <i>Figur 8: Det effisiente porteføljesettet gitt avkastning og risiko.</i> | 21 |
| <i>Figur 9: Prisutvikling gull og sølv i perioden 1993-2011.</i> | 22 |
| <i>Figur 10: Gjennomsnittlig annualisert avkastning og risiko 1993-1999.</i> | 27 |
| <i>Figur 11: Det effisiente settet for 1993-1999 med gull og MSCI World.</i> | 29 |
| <i>Figur 12: Det effisiente settet i perioden 1993-1999 for gull/sølv og MSCI World.</i> | 34 |
| <i>Figur 13: Gjennomsnittlig avkastning og risiko annualisert 1999-2007.</i> | 35 |
| <i>Figur 14: Det effisiente settet for 1999-2007 ved gull og MSCI World.</i> | 37 |
| <i>Figur 15: Det effisiente settet for 1999-2007 ved sølv og MSCI World.</i> | 39 |
| <i>Figur 16: Gjennomsnittlig avkastning og risiko annualisert 2007-2011.</i> | 44 |
| <i>Figur 17: Det effisiente settet for optimale porteføljer 2007-2011.</i> | 45 |
| <i>Figur 18: Regresjon av prisendringer for gull mot CPI.</i> | 50 |
| <i>Figur 19: Regresjon av prisendringer for sølv mot CPI.</i> | 52 |

Tabelloversikt

| | |
|--|-----------|
| <i>Tabell 1: Deskriptiv statistikk for gull og sølv i 3 delperioder fra 1993 til 2011.</i> | <i>18</i> |
| <i>Tabell 2: Korrelasjon mellom logaritmiske prisendringer gull og sølv.....</i> | <i>23</i> |
| <i>Tabell 3: Karakteristikker for gull og sølv med aksjepris og ETFs.</i> | <i>26</i> |
| <i>Tabell 4: Optimal vekting for 1993-1999 med gull og MSCI World.....</i> | <i>29</i> |
| <i>Tabell 5: Porteføljen med gull og MSCI mot MSCI alene 1993-1999.....</i> | <i>30</i> |
| <i>Tabell 6: Optimal vekting for 1993-1999 med sølv og MSCI World.</i> | <i>32</i> |
| <i>Tabell 7: Porteføljen med sølv og MSCI World mot MSCI alene 1993-1999.....</i> | <i>32</i> |
| <i>Tabell 8: Ulike risikomål og ratetall i perioden 1993-1999.</i> | <i>33</i> |
| <i>Tabell 9: Optimal vekting for 1999-2007 med gull og MSCI World.....</i> | <i>38</i> |
| <i>Tabell 10: Optimal vekting for 1999-2007 med sølv og MSCI World.</i> | <i>40</i> |
| <i>Tabell 11: Porteføljen med gull/sølv og MSCI mot MSCI alene 1999-2007.</i> | <i>41</i> |
| <i>Tabell 12: Ulike risikomål og ratetall i perioden 1999-2007.</i> | <i>41</i> |
| <i>Tabell 13: Oversikt over prestasjonstall ex post, ex ante og MSCI World (investering 2007).43</i> | |
| <i>Tabell 14: Avkastning, risiko og Sharpe for optimale porteføljer 2007-2011.</i> | <i>46</i> |
| <i>Tabell 15: Avkastning og risiko optimale porteføljer, gull og MSCI World, 2007-2011.....</i> | <i>47</i> |
| <i>Tabell 16: Avkastning og risiko optimale porteføljer, sølv og MSCI World, 2007-2011.</i> | <i>47</i> |
| <i>Tabell 17: Oversikt over samtlige optimale porteføljer for alle periodene 1993-2011.</i> | <i>48</i> |
| <i>Tabell 18: Prissammenheng mellom gull og sølv mot prisinflasjon (US).....</i> | <i>49</i> |

1. Innledning

I denne oppgaven vil jeg studere effekten på avkastning og risiko ved å allokere en viss andel av en investeringsportefølje til to edle metaller: Gull og sølv. Dette vil jeg gjøre ved å fokusere på perioden 1993-2011 med månedlige datapunkter. Denne perioden deles inn i tre underperioder med forskjellig tidslengde. Jeg vil gjøre en analyse av historisk avkastning og se på ulike risikomål for metallene for vurderingen av de forskjellige porteføljene, samt å kartlegge det individuelle bidraget hver av dem har til en bredere porteføljes avkastning og risiko. I porteføljen vil jeg inkludere MSCI World Total Return Indeks. Jeg forutsetter at en potensiell investor ønsker å investere i slutten av 1998 og 2006 for de neste 36 månedene. Etter at porteføljen er sammensatt og vektet, er det hensiktsmessig å undersøke hvor bra porteføljen har gjort det. Her vil jeg fokusere på risikomål som *Sharpe*, *Treynor*, *Jensens alpha*, *Modigliani & Modigliani*, *Appraisal rate*, *informasjonsraten* og *tracking error*.

Denne oppgaven er skrevet for investorer med ønske om å investere i fysisk gull (uten direkte eierskap), men som samtidig foretrekker å minimere kostnaden med hensyn til lagring og forsikring. Derfor ønsker jeg å fokusere mot mindre individuelle investorer med begrenset investeringskapital. Siden det er kostbart å investere i metallene, spesielt gull, relaterer jeg oppgaven mot en spesiell type fysisk posisjon, en uallokert konto der investoren eier en interesse i et "pool". Denne investeringstypen inkluderer ikke lagringskostnader, siden investoren ikke eier metallet fysisk, men en interesse, som igjen eier en gitt mengde gull eller sølv. Kun dersom investoren beslutter å ta fysisk eierskap over metallet påfaller fabrikkasjonsavgift som produksjon og frakt. Dette vil drøftes ytterligere i teorikapitlet.

I analysen benyttes månedlig risikofri rente, siden datasettet baseres på månedlige tall. Jeg antar at risikofri rente fra USA er et bra mål siden den er relevant for en internasjonal investor. Jeg bruker US Treasury Bill daglige risikofrie renter, som er hentet fra US Department of Treasury. For hver portefølje vil en månedlig risikofri rente beregnes med basis i daglig rente for perioden som undersøkes. For at porteføljen skal være fordelaktig må avkastningen være over den risikofrie renten, altså ha en positiv meravkastning. Det er av den grunn gjort en forenkling ved å benytte risikofri rente fra USA for alle indekser i utvalget, noe som begrunnes med at det er vanskelig å finne individuelle renter for alle indekser i utvalget (US Department, 2010).

Et sentralt mål på prissammenhenger er Pearsons korrelasjonskoeffisient, som vil anvendes for å belyse sammenhenger mellom gull, sølv og MSCI World TR. For alle tre periodene vil

jeg presentere korrelasjoner for gull og sølv (separat) med verdensindeksen MSCI World. Prissammenhenger mellom gull og sølv vil vises for alle delperiodene, for å undersøke om det finnes kortsiktige eller langsiktige sammenhenger mellom prisene. Gull og sølv har historisk sett vært positivt korrelerte (siden gull og sølv i større eller mindre grad beveger seg i samme retning). Derfor antar jeg at en behandling av metallene separat i porteføljene er hensiktsmessig for å redusere risikoen. Analysedelen om sammenhenger mellom gull og sølv er kun tatt med for å vurdere hvor stor koeffisienten har vært, og om koeffisienten er signifikant. Formålet er ikke å argumentere for at gull og sølv er gode investeringsalternativer alene, men at begge kan fungere som en beskyttelse mot nedgangstider i markedet ellers (målt ved MSCI World), og gi et bedre forhold mellom avkastning og risiko i porteføljen. Siden koeffisienten gir en indikasjon på prisretningen, bør investoren konstruere porteføljen med eiendeler som er ukorrelerte. En portefølje sammensatt av aksjer som generelt beveger seg i samme retning ved prisendringer, gir positiv avkastning ved prisoppgang, men investoren mangler beskyttelse dersom det skulle forekomme en prisnedgang i porteføljen. Slike porteføljer kan ofte medføre en høy risiko. Jeg vil derfor undersøke om gull og sølv kan eliminere deler av risikoen basert på en hypotese om at metaller og aksjeindekser er ukorrelerte.

Porteføljeoptimering er neste steg i analysen. Her er ideen at gull og sølv i fellesskap med MSCI World TR utgjør en portefølje. Mitt formål er å konstruere flere porteføljer definert med ulike vekter for å minimere risikoen gitt avkastningskrav og risikofri rente. Jeg vil bruke diskrete avkastningsendringer i porteføljen. Basert på sammenhengen mellom avkastning og risiko, kovariansmatrisen og et gitt avkastningskrav, vil den optimale vektningen danne grunnlag for prestasjonen til hele porteføljen. Siden frekvensen er månedlig, vil avkastningskravet oppgis i samme intervall for å oppnå konsensus. Fra et matematisk perspektiv kan ikke avkastningskravet settes høyere enn maksimumsavkastningen til den enkelte eiendel i porteføljen. Jeg forutsetter at short ikke er lov (siden negative fysiske posisjoner vanskelig lar seg gjøre i praksis), med andre ord, en restriksjon på ikke-negative vekter. Hver portefølje vil bli fremstilt med annualisert avkastning og risiko siden dette er lettere å forholde seg til for investoren. Siden hovedformålet er å redusere risikoen gitt et avkastningskrav, vil standardavviket til porteføljen være av interesse. Avkastningskravet som er optimalt vil være bestemt av forholdet mellom avkastning og risiko. Under normale omstendigheter øker risikoen med avkastningen (enten i større, mindre eller lik grad). Det avkastningskravet som gir tangentpunktet med den bratteste kapitalallokeringslinjen, er

avhengig av risikonivå og avkastning til risikofri rente. Kapitalallokeringslinjen (CAL¹) er brattest ved lav risikofri rente og høy risikojustert avkastning, analogt med høy Sharpe-rate. Det effisiente settet er en grafisk fremstilling der porteføljens avkastning vises på den vertikale aksene og porteføljens varians på den horisontale aksene. I analysen vil effisiente settet en konkav linje fra venstre mot høyre, der økt avkastning i de fleste tilfeller fører til økt risiko. Formen på linjen kan variere av hensyn til parvise korrelasjoner mellom eiendelen i porteføljen og diversifiseringsgraden. Eid (2010) har drøftet fordelene ved gull i porteføljen, og anbefaler individuelle investorer å allokere minst 7-10 % plassert i metaller. Soros (2010) påpeker at gull både er dyrt å grave opp og av ingen reell verdi utenom prisen satt av markedet. Sparre (2010) hevder at gull er en ugunstig investering dersom historisk avkastning er grunnlaget, siden aksjefond har gitt bedre avkastning. Gull har høy volatilitet på kort sikt, og kan egne seg mer til langsiktig investering. Sparre argumenterer for at motivet enten er god timing og utnyttelse av prissvingninger eller sikring mot nedturen i økonomien generelt.

En faktor som øker prisen på råvarer generelt, inkludert gull og sølv, er frykten for stigende inflasjon i fremtiden. Det kan lønne seg å holde metaller i porteføljen under økonomiske kriser og uro i markedet, samt når inflasjonen truer valutakursen. Dette er begrunnet i at prisen på metaller og aksjer generelt beveger seg i forskjellige retninger under inflasjon. I siste analysedel har jeg utført regresjonsanalyser på sammenhengen mellom metallene og konsumprisindeksen (CPI) for USA for laggede verdier opp til 3 måneder for CPI. Dette har jeg gjort på bakgrunn av hypotesen om at metallene kan fungere som en inflasjonssikring. Hvorvidt dette er sant avhenger av signifikansen til regresjonsparametrene for de uavhengige variablene. Det er ønskelig å finne ut om det er en tidsforskyvning på reaksjonsevnen fra CPI til gull og sølv, eller om endringen skjer samtidig. Kriteriet for at gull og sølv kan ha egenskap som inflasjonssikring i en portefølje er at koeffisienten for CPI er større enn 0 og signifikant. Regresjonsanalysene vil bli utført for perioden 1993-1999, 1999-2007 og 2007-2011.

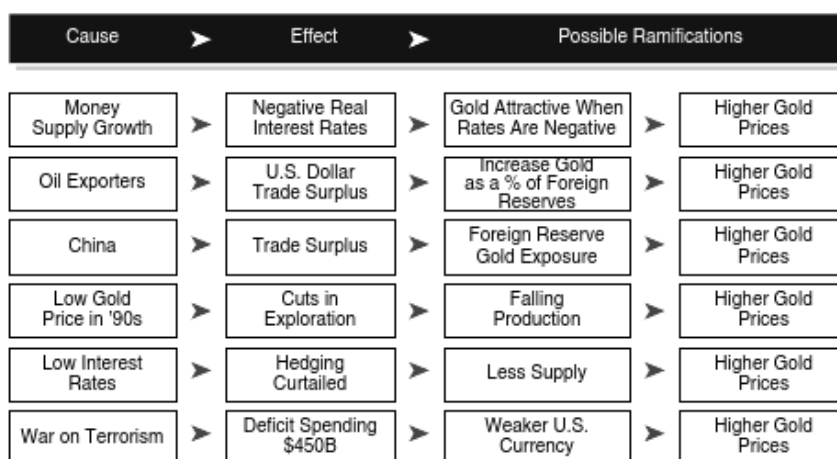
¹ Denne linjen vil jeg vise senere i det effisiente settet for optimale porteføljer. Stigningstallet på linjen bestemmes av to punkter, der det ene punktet er skjæringspunktet på den vertikale aksene tilsvarende nivået på den risikofrie renten, mens det andre punktet tilsvarer optimalt forhold mellom avkastning og risiko (høyest Sharpe).

2. Teorier om metallenes egenskaper relevant for forbedring av risikojustert avkastning eller reduksjon av risiko

2.1 Egenskaper- og hoveddrivere bak prisen på gull og sølv

Hovedegenskapene til gull og sølv er knyttet opp til felles verdidrivere, og ikke nødvendigvis felles prismønstre. Greer (1997) hevder at eiendeler kan deles inn i tre forskjellige klasser: anleggsmidler, lagring av verdieiendeler og forbruksmateriell -og overførbare eiendeler. Råvarer hører generelt til den siste eiendelstypen. For gull kan inndelingen være avhengig av bruken, siden flere investorer lagrer gull som en investering. Råvarer kjennetegnes med en egen *økonomisk verdi* som impliserer at de ikke generer kontantstrømmer som er vanlig for aksjer og obligasjoner. Prisfastsettelsen tas derfor ikke på bakgrunn av netto nåverdi eller fremtidige neddiskonterte kontantstrømmer. Dette får konsekvenser for rentens påvirkningsgrad på prisen til gull og sølv, og generelt vil renten ha en lavere prisseffekt (Fabozzi et al. 2008).

Gull og sølv påvirkes av flere faktorer positivt eller negativt sett i et fremtidig tidsperspektiv. Effekten er den samme uavhengig av om investoren handler gull- eller sølvaksjer sammenlignet med aktiv deltakelse i det fysiske markedet. En matrisefigur forenkler hva som er hovedårsakene, den følgende effekten og mulige forgreninger i forhold til prisen, som vises under (effektene kan generaliseres til å gjelde begge metallene i en viss grad, men hovedsakelig gull).



Figur 1: Hoveddriverne bak gullprisen (Katz & Holmes, 2008).

En av årsakene som kan øke gull og sølvprisen er *vekst i verdens pengemengde*. Sentralbankenes kredittpolitikk kan være med på dempe eller øke inflasjonspresset. Dersom det råder bekymring for inflasjon vil mange investorer substituere seg til gull, siden metallet

kan fungere som en (inflasjons)sikring. Et eksempel er tidlig på 1980-tallet da prisen på gull steg kraftig som følge av høy inflasjon i USA som igjen skyldtes høye oljepriser. Høyt inflasjonsnivå kan føre til negative realrenter som skyldes at inflasjonen overstiger renten. Kjøpekraften vil mest sannsynlig svekkes i verdipapirmarkedet, mens gull har en egenverdi som fører til en konstant kjøpekraftsparitet (som er spesielt for gull og andre metaller). Siden negative realrenter sannsynligvis vil føre til at investorer anser gull som en god investering, tilsier dette en høyere gullpris. Historisk sett er gull og olje de to råvarene som i størst grad følger hverandre prismessig. Eksport av olje fra USA utgjør en stor inntektskilde som bidrar positivt til handelsbalansen for USA. En økning i oljeeksporten til utlandet vil føre til en styrket gullpris siden deler av handelsbalansen investeres i blant annet gull. Derfor kan en økning i antall *oljeeksportører* øke gullprisen (Katz & Holmes, 2008).

Kina er et land som er kjent for stor kontakt med omverdenen gjennom internasjonal handel, hvor handelsbalansen hovedsaklig stammer fra vestlige stater, som USA. Deler av profitten fra handelsbalansen investeres i statsgjeld, men samtidig er det ønskelig å styrke gullbeholdningen, som i 2006 var på 600 tonn. Økt inntektsnivå i Kina kombinert med nye regler vedrørende innbyggernes muligheter til å kjøpe gull har generelt hatt en positiv effekt på etterspørselen av gull. Befolkningsmengden- og veksten i Asia tilsier at kun marginale endringer i konsum av gull kan ha høy positiv effekt på gullprisen. Mesteparten av den totale etterspørselen kommer fra Kina og India hvor gullsmykker er den største etterspørselsdriveren. Av den grunn er det en klar sammenheng mellom en eventuell prisøkning på gull og kraftige etterspørselssvikt i Kina og India. Det kan derfor ikke legges skjul på påvirkningskraften prisendringer kan ha for den totale etterspørselen av gull, samtidig som at en eventuell etterspørselsøkning av gull vil ha en positiv effekt på gullprisen (Katz & Holmes, 2008).

Den *lave gullprisen på 1990-tallet* førte til at gruveselskaper hadde manglende insentiver for å øke gullbeholdningen eller lete etter nye forekomster. I nyere tid er det vanskelig for gullprodusenter å gjøre suksess, siden forekomstene av gull er færre enn før. Dersom et stort funn av gull ble lokalisert kan det være en tidkrevende prosess å skaffe seg nødvendige regjeringstillatelser og bygging av infrastrukturen som gjør at gullet kan bli tilgjengelig på markedet. Som figuren viser over kan en lav gullpris føre til en positiv endring i fremtiden på grunn av fallende produksjon som følge av redusert leting etter gull. Dette vil ha en positiv effekt på gullprisen og øke insentivene videre for å lete etter gull. *Kampen mot terrorisme* (spesielt etter 9/11 i New York) kan ha hatt en positiv effekt på gullprisen ved at investorer

substituerer seg bort fra USD (dollaren har svekket seg grunnet stadige underskudd på det nasjonale budsjettet) mot gull som en alternativ eiendel (Katz & Holmes, 2008).

2.2 Investering i fysisk gull: Fordeler og ulemper

Sett fra investorens ståsted finnes det mangfoldige investeringsmuligheter i metallene gull og sølv. En form for etterspørsel er investering i *fysisk gull* gjennom barrer og mynter utstedt av staten i forskjellige land², og jeg vil fokusere på en spesialtype av denne investeringen. Først og fremst bør investoren undersøke forhandlerens rykte. Det finnes mange internasjonale forhandlere rundt om i verden. For det andre bør investoren ta standpunkt til type barre³. For å forsikre seg om at barrene er omsettelige, bør det kontrolleres at forhandleren er akkreditert og velkjent blant andre investorer. For det tredje er forhandlerens prispolitikk viktig, både når det gjelder prispremien og spredning mellom kjøp- og salgspris. Generelt bør det vurderes hvilket land det skal investeres i, siden skattereglene kan variere. Noen steder inkluderes skatten i de kvoterte spredningene i kjøp og salg, mens andre steder behandles skatten separert (Gold Bars Worldwide, 2011).

Hovedforskjellen mellom fysiske posisjon og andre investeringsformer knyttet til metallene er at ved førstnevnte må det medberegnes kostnader knyttet til lagring. Forhandlere tilbyr både allokerte og uallokerte lagringsalternativer. Allokert oppbevaring er den sikreste formen og innebærer at gullet oppbevares i en bankboks på ditt navn, som eies av en gullforhandler eller en depotmottaker. Fordelen er at fullt eierskap tilfaller investoren, og forhandleren har verken rettigheter til å bytte, lease eller låne bort barrene med mindre eieren gir instruksjoner om det. Ulempen er kostnader knyttet til lagring og forsikring. Uallokert oppbevaring innebærer at investoren ikke eier fysiske gullbarrer, noe som er en fordel ved at det ikke medfører oppbevarings- eller forsikringskostnader. Ulempen er at kjøpt minimumskvantum er så høyt som 1000 unse⁴, som innebærer at en investor må investere for over MUSD 1. Av den grunn karakteriseres kundene som institusjonelle investorer, derunder private banker som tiltrer på vegne av klienter, sentralbanker og markedsaktører for gull. Mindre investorer kan likevel engasjere seg i gull- og sølvmarkedet gjennom "pool"-kontoer som inngår under uallokerte lagring. Her kan investoren handle så lavt som 1 unse gull. Investeringen vil være rettet for aksjeprisen på gull, London PM Fix, som er et gjennomsnitt av daglige priser. Her vil

² Totalt 31 land, http://www.gold.org/investment/why_how_and_where/where_to_invest/

³ Forhandlere selger enten standard barrer med offisielt stempel av foredleren eller tilpassede barrer spesielle for nettopp den type foredler.

⁴ En unse er måleenheten for gull og sølv, og prisene reflekterer USD/troy unse, der en troy unse er ca 31,10 gram (London Bullion Market Association, www.lbma.co.uk/).

oppbevaringskostnader normalt ikke forekomme siden forhandleren forbeholder seg retten til å bruke gullet til andre formål (som å låne det til andre produsenter). Det spesielle er at investoren ikke eier gullet direkte, men en interesse i en ”pool”, som igjen eier en kolleksjon av gull. Investoren kan selge sin andel eller skaffe seg det fysiske gullet ved å betale en fabrikkasjonsavgift. Dette er sannsynligvis den enkleste og billigste formen for investering i gull. På den annen side kan det diskuteres om det kan anses som investering i fysisk gull, og mangler samtidig sikkerheten og ansvarligheten som en allokert konto gir. Akkurat som for gull, kan du opprette ”silver-pool”-kontoer. Jeg vil fokusere oppgaven mot mindre investorer som ønsker å investere i fysisk gull og sølv gjennom ”pool”-kontoer, siden dette ikke innebærer lagringskostnader eller et høyt minimum investeringskvantum. Avkastningen på slike ”pool”-kontoer bestemmes av aksjeprisen på gull og sølv, London PM Fix (Gold Bars Worldwide, 2011).

2.3 Andre investeringsformer av gull og sølv

Det er flere andre måter å investere i gull og sølv på. Eksempler er *børshandlede fond og råvarer* (ETFs⁵ og ETCs⁶), *futureskontrakter og opsjoner*, *GAP og SAP*⁷, *relaterte aksjeselskaper, sertifikater, metallorienterte fond og obligasjoner*. ETFs og ETCs handles på en rekke internasjonale børser verden rundt, og er designet for at investorer skal eksponeres for spotprisen, som skiller seg fra andre produkter som følger aksjeprisen. Den største ETFen basert på fysisk gull er SPDR Gold Shares (GLD) introdusert i 2004 og er listet på NYSE Arca (The World Gold Council, 2011). For sølv er iShares Silver Trust (SLV) på NYSE den største ETFen. Andre store ETFs er Market Vectors Gold Miners (GDX), iShares Gold Trust (IAU), SPDR S&P Metals and Mining (XME), Market Vectors Junior Gold Miners (GDXJ), ProShares Ultra Silver (AGQ) og ProShares Ultra Gold (UGL) nevnt i rekkefølge etter volum (Tradingstocks.me, 2011).

I analysen har jeg sammenlignet avkastning og risiko for aksjeprisen til gull og sølv mot ETFs som SPDR Gold Shares⁸(GOLD.AX), Market Vectors Gold Miners⁹(GDX), iShares Silver Trust¹⁰(SLV) og Power Shares Global & Precious Metals¹¹(PSAU). Årsaken til at nettopp

⁵ Exchange Traded Funds

⁶ Exchange Traded Commodities

⁷ Gold Accumulation Plans eller Silver Accumulation Plans

⁸ Den første ETFen, med oppstart i mars 2003 og omgjort fra australske dollar til USD. En amerikansk utgave av samme ETF startet opp i november 2004 med ticker GLD.

⁹ Ble opprettet i 2006.

¹⁰ Den første sølv ETF introdusert i 2006.

¹¹ ETF basert på edle metaller med oppstart i 2008.

disse er valgt er på grunn av størrelsen og mengden på datamaterialet¹². ETFs er konstruert for å tilby investorer en kostnadseffektiv, sikker og enkel måte for å delta i markedet for edle metaller. Normalt er ETFs fordelt i sin helhet over metallrelaterte aksjer, der den største andelen er rettet mot Barrick Gold Corporation både for PSAU og GDX. SLV er annerledes, da den retter seg 100 % mot fysisk sølvbarrer (Yahoo Finance, 2011).

Futureskontrakter er bindende avtaler for levering av en spesifisert mengde av og renhet på gull eller sølv, på en forhåndsbestemt dato og til en avtalt pris. Futuresprisen er i de fleste tilfeller større enn spotprisen. Opsjoner gir på den annen side kjøperen eller selgeren en rett (men ikke en plikt) til å kjøpe eller selge en bestemt kvantifiserbar mengde til en forhåndsbestemt pris dato. Kostnaden knyttet til gjennomføringen av opsjoner kan variere, og avhenger hovedsakelig av nåværende spotpris, rentenivå, forventede svingninger i pris, utløpstid og bestemt innløsningspris. Investorens tap er begrenset til risikopremien betalt i forbindelse med inngåelse, og inntreffer kun dersom opsjonen ikke utøves. Både futures og opsjoner kan handles gjennom en megler¹³, og kan kjøpes eller selges for både gull og sølv, samt for flere andre råvarer (Bodie et al. 2009).

GAP og SAP er en individuell plan for sparing der en bestemt sum blir satt til side hver måned og automatisk investeres i gull eller sølv. En slik investering involverer stor eksponering for kortsiktige variasjoner i prisen, på grunn av de kontinuerlige avsetningene. En annen type investering er en indirekte avsetning av midler til et selskap som helt eller delvis driver innenfor gull- eller sølvindustrien. På den måten reduseres eksponeringen kun mot aksjeprisen, ved at investeringen fordeles over de ulike sektorene en relatert virksomhet driver med. Under gulldrift er det listet over 300 selskaper på forskjellige aksjebørser i USA. Dette er et alternativ til å investere i fysisk gull, ETF og futures, og investor kan samtidig kan oppnå meravkastning over aksjeprisen på gull og sølv (The World Gold Council, 2011).

Det blir utstedet sertifikater på gull og sølv, som innebærer at investoren kan kjøpe gull uten å motta det fysiske. Utvalgte banker utsteder slike sertifikater. Investoren som kjøper sertifikatet blir eier av et verdipapir, mens banken oppbevarer det fysiske gullet på hans vegne. Lagrings- og sikkerhetskostnader vil derfor falle bort, og investoren kan til enhver tid selge hele eller

¹² Samtlige av data på ETF er hentet fra http://finance.yahoo.com/etf/browser/mkt?c=etf_sp&f=0

¹³ Større meglere innen futuresbransjen er *Interactive Brokers* som tilbyr futures på en rekke råvarer hentet fra NYMEX og NYSE (www.interactivebrokers.com) og *Transworld Futures* (www.transworldfutures.com). I Interactive Brokers belastes avgifter med USD 1 per kontrakt, med tillegg for valutaavgift og regulatoriske avgifter på USD 0,05 per kontrakt. For investorer innenfor US faller valuta- og regulatoriske avgifter bort. Det kreves et minimum innskudd på USD 10 000.

deler av sin andel. *The Perth Mint* er hoveddistributør av sertifikater, og er knyttet opp mot flere land (The World Gold Council, 2011).

En annen mulighet er investering i metallorienterte fond, som i større eller mindre grad spesialisierer seg på gull- eller sølvdriftsselskaper, og som opererer i flere land. Det som skiller dem er strukturen, altså hvilke selskaper og hvilken industri de knytter seg til, samt type investering, altså om det er futures eller gruvedriftsaksjer (The World Gold Council, 2011).

Den siste investeringstypen som er av betydning er obligasjoner, som er tilgjengelig gjennom forhandlere og banker. Bond er en gjeldssikkerhet, hvor utsteder skylder eieren en gjeld og er pliktet til å betale renter og/eller betale til forfall. Fordeler som eksponering for svingninger i gullprisen og beskyttelse er gjeldende ved en slik investering. En eventuell rangering av risiko knyttet til de forskjellige investeringstypene vil gi opsjoner og futures høyest risiko, mens fysisk eierskap i barrer involverer minst risiko, siden det her er små kostnader, rask likviditetsmulighet og pristilgjengelighet (The World Gold Council, 2011).

2.4 Hypoteser om avkastning og risiko for gull og sølv

Hovedformålet med studien er å analysere hvilken effekt gull og sølv har på forholdet mellom avkastning og risiko og om effekten fører til bedre Sharpe for hele porteføljen.

Hypotese 1: Gull eller sølv i porteføljen fører til bedre risikojustert avkastning i minst en av tre utvalgte perioder sammenlignet med investering i MSCI World TR alene.

Hvorvidt hypotesen stemmer vil testes gjennom prestasjonsmålinger for avkastning og risiko knyttet til porteføljen. En annen sentral hypotese knytter seg opp mot prissammenhengene mellom metallene og MSCI World TR.

Hypotese 2: Gull og sølv er ukorrelerte med MSCI World TR i alle tre utvalgte perioder.

Det er vanskelig å gi et konkret svar på hvor sterke prissammenhengene er uten å benytte en test som sammenligner verdien mot 0. En spesiell t-test vil fungere som retningsledende, der følgende hypotese stilles.

$$H_0: \rho_{ij} = 0 \text{ vs } H_A: \rho_{ij} \neq 0$$

Det er ønskelig å ikke forkaste nullhypotesen. En korrelasjonskoeffisient tilnærmet lik 0 angir at to prisserier er ukorrelerte, som antyder at det ikke er noen lineære prissammenhenger. Jeg vil samtidig analysere sammenhengene mellom metallene og Consumer Price Index (CPI) for USA.

Hypotese 3: Gull og sølv fungerer som en inflasjonssikring i en diversifisert portefølje.

Dette vil testes ved å se på prisdata for gull og sølv i forskjellige perioder opp mot data for inflasjonstall fra USA i samme perioder. Jeg bygger hypotesen på at det er en positiv sammenheng mellom prisendringer på gull og sølv og prisdata for inflasjon. Hvorvidt det er en positiv sammenheng undersøkes ved å studere fortegnet til koeffisiente for CPI for alle laggede verdier. En positiv koeffisient viser at det er en positiv sammenheng fra CPI til gull eller sølv. Om denne verdien er signifikant, testes ved en t-test. Formålet er altså å identifisere positive og signifikante koeffisienter for CPI, som innebærer en positiv effekt.

¹⁴ Pearsons korrelasjonskoeffisient mellom i og j.

3. Foreliggende litteratur om prissammenhenger gull/sølv og andre eiendeler

Her vil jeg vise til relevant forskning som har analysert prissammenhengene på gull og sølv mot andre relevante eiendeler som kan inkluderes i en portefølje. Jeg vil spesielt rette fokuset mot tidligere litteratur som sammenligner prissammenhenger mellom gull og sølv mot større aksjeindekser, siden MSCI World er brukt gjennom hele analysen.

3.1 Prissammenhenger mellom gull og sølv mot andre råvarer

Flere studier har analysert sammenhengen mellom avkastningene for gull og sølv mot råvaren råolje. Chaudhuri (2001) analyserte sammenhengen mellom råolje og 29 andre typer råvarer, deriblant sølv. Konklusjonen viste at sølv og råolje er kointegrerte, som indikerer en langsiktig likevekt mellom avkastningene. Zhang & Wei (2010) fant resultater som støtter Chaudhuri (2001), med en sterk positiv prissammenheng mellom gull og olje fra 2000 til 2008. Choi & Hammoudeh (2010a) fant motstridende resultater ved en analyse av lignende råvarer, og konkluderte med at prisene er lite avhengige av hverandre. Lignende undersøkelser er gjort av Baffes (2007), Soytaş et al. (2009) og Sari et al. (2010b).

Erb & Harvey (2006) analyserte priskorrelasjoner mellom ulike typer råvarer og individuelle råvarer over tid. Edle metaller har historisk vært svakt positivt korrelerte med Goldman Sachs Commodity Index¹⁵, energi- og ikke energirelaterte råvarer. Spørsmålet er hvilke(n) muligheter en investering i råvarer kan ha for investorer, og det mest aksepterte resultatet er at råvarer fungerer som langsiktige investeringer på grunn av likhetene med hensyn til avkastning mot aksjer. I studien blir det hevdet at råvarer gir ulik avkastning enn aksjer, der råvarer gir avkastning betraktelig forskjellige fra null (Erb & Harvey, 2006). For å se lignende studier, vises det til Gorton & Rouwenhorst (2006) og Büyükşahin et al. (2009).

3.2 Prissammenhenger mellom gull og sølv mot aksjeindekser

En engelsk studie drøfter sammenhenger mellom avkastningene på metallene og aksjeindekser i perioden 1976-2004. Det blir hevdet at begge metallene er lite påvirket av prisendringer på S&P 500 og EAFE (Hillier et al. 2006). Korn (2007) og Choi & Hammoudeh (2010a) gjorde en lignende undersøkelse og bekreftet at det ikke var noen prissammenheng mellom gull og S&P 500 med forskjellige tidsintervall. Dette kan gi incentiver for å inkludere gull og S&P 500 i en diversifisert portefølje. Chong & Miffre (2009) har analysert

¹⁵ Forkortet GSCI, og er en indeks for råvarer der gull og sølv for øvrig er vektet med 1,9 % og 0,2 %. Hovedmajoriteten av indeksen er rettet mot energi og spesifikt råolje med 28,4 % per 2006.

futureskontrakter på råvarer i perioden 1980-2006, hvorav gull og sølv er ukorrelert med S&P 500 og svakt positivt korrelert med MSCI.

Baur & McDermott (2010a) analyserte hvorvidt gull fungerte som en sikring mot flere større aksjeindekser verden rundt, for å se hvordan gull kan beskytte investorer mot eventuelle tap i finansmarkedet. Korrelasjonskoeffisienten viste seg å være er lavest (og negativ) for europeiske markeder og USA, mens den er positiv for asiatiske markeder, i en periode som strekker seg over 30 år fra 1979 til 2009. Det er altså et skille mellom utviklede- og fremvoksende markeder. Baur & Lucey (2010b) analyserte mulige effekter av ”safe haven assets”, og argumenterte for at eiendelene er en fordel for investorer. Studien konkluderer med at gull fungerer som en safe haven på meget kort sikt etter uro i markedet. Prissammenhengene mellom gull og tyske, britiske og amerikanske aksjer er analysert, og resultatet er at samtlige er negativt korrelert med gull i en periode fra 1996 til 2006, som indikerer at gull Dette indikerer at gull fungerer som en sikring i porteføljesammenheng.

Studiene viser en helhetlig konsensus om at metallene er ukorrelerte med aksjeindekser, deriblant spesielt S&P 500. Siden det var få studier som analyserte prissammenhenger mellom metallene og MSCI World TR, har jeg sett på lignende indekser som et godt alternativ. Flere studier konkluderer med at metallene kan fungere som en safe haven eller sikring i en portefølje, spesielt etter perioder preget av uro i markedet.

4. Empirisk data og metode for analyse av avkastning og risiko

Denne oppgaven benytter månedlige prisdata for gull og sølv. Prisen på gull er hentet fra The World Gold Council, som er hovedorganisasjonen for markedsutvikling av gullindustrien¹⁶, mens prisen på sølv er hentet som aksjepris fra indexmundi¹⁷. Utvalget dekker perioden fra november 1992 til desember 2011. Alle prisdata for gull og sølv og aksjeindekser er oppgitt i enten amerikanske dollar (USD) eller US-cents¹⁸.

4.1 Beskrivelse av avkastning og risiko for gull og sølv 1993-2011

I denne seksjonen analyserer jeg avkastning og risiko for gull og sølv under hele perioden. Er det tilfelle at aksjeprisen på gull og sølv har hatt ekstrem avkastning, eller er dette bare en vanlig oppfatning? Med henblikk på prisen har gull steget fra \$ 334 til \$ 1390,55 per unse i hele perioden, med annualisert avkastning på omtrent 7,87 %. Det forutsettes at investoren ønsker en long strategi gjennom hele perioden. Sølv har hatt annualisert avkastning gjennom perioden på omtrent 12,82 %¹⁹. Selv om prisen på gull og sølv har steget sett hele perioden under ett, kan lignende avkastning oppnås ved brede aksjeindekser. I perioden 1993-2011 var avkastningen på S&P 500 5,69 %, mens råvareindeksen GSCI hadde 6,06 %. EAFE²⁰ hadde årlig avkastning på 4,42 %. Samtlige indekser har hatt positiv gjennomsnittsavkastning. Det er lettere å tolke prisutviklingen mellom gull og sølv mot aksjeindekser ved bruk av basisår, der prisverdien settes til 100. Jeg setter 1992(11) som basis, og prisutviklingen vises for gull, sølv og MSCI World Total Return Indeks.

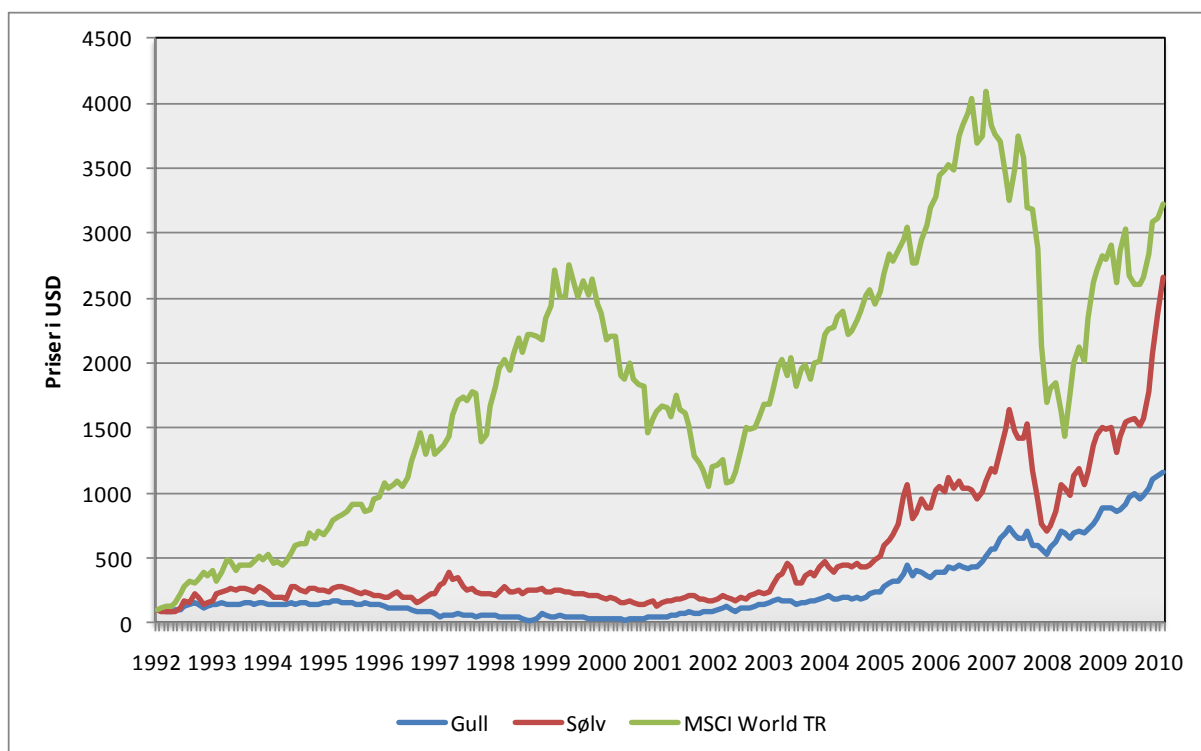
¹⁶ Hentet fra www.gold.org.

¹⁷ Kilden er: <http://data.worldbank.org/data-catalog/commodity-price-data>

¹⁸ Prisen for sølv er normalt oppgitt i USD/troy unse, men denne er omgjort til US cents. For andre prisserier er det uten betydning om prisen måles i dollar eller cent, siden endringen er lik når man multipliserer priser med en konstant.

¹⁹ Begge er gitt månedlige logaritmiske prisendringer.

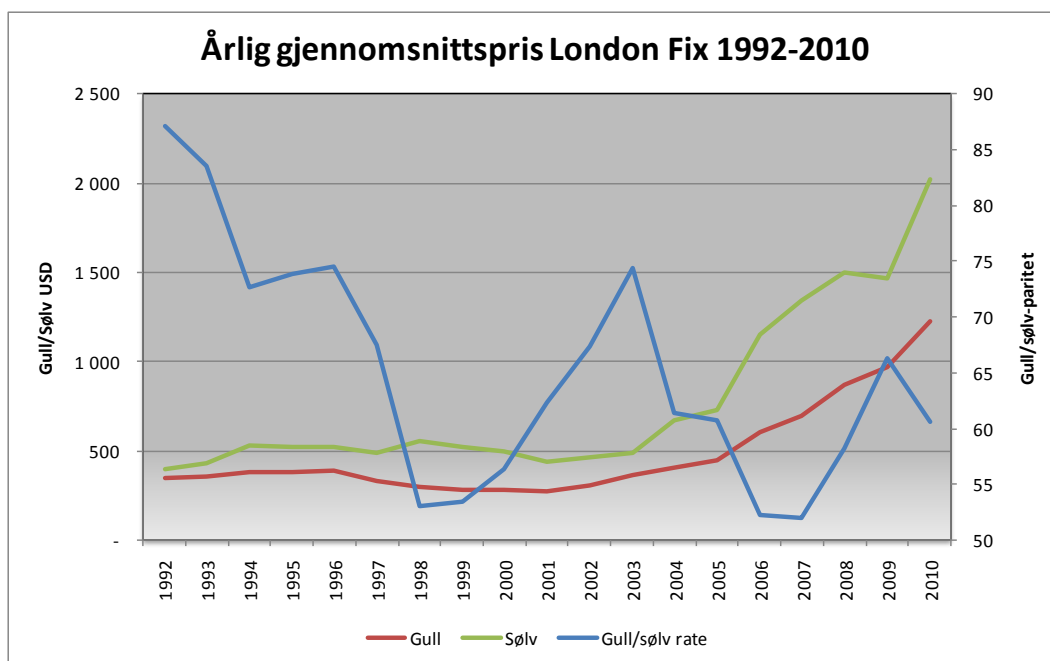
²⁰ EAFE fungerer på samme måte som MSCI, bare at den ekskluderer USA og Canada.



Figur 2: Prisutvikling for gull, sølv og MSCI World i hele perioden.

Prisseriene gir ikke noe konkret bilde av hvilken serie som har gitt størst avkastning eller lavest risiko. Intensjonen er kun å ha et sammenligningsgrunnlag mellom gull, sølv og MSCI World TR. Årsaken til at gull og sølv er plassert så langt nede på akse skyldes et prisnivå som er lavere enn for MSCI World TR (indeksen er et vektet grunnlag av om lag 6000 aksjer, og vil gi en større verdi). Basisåret (=100) er satt til november 1992. 1990-tallet var preget av en MSCI World-indeks med høyest prisvekst, før den seinere opplevde en kraftig prisreduksjon mellom 1999 og 2002. Gull og sølv hadde også et prisfall innenfor samme periode. Alle prisseriene opplevde en prisreduksjon under finanskrisen som startet i 2007, men prisene klatret seinere opp igjen på et høyt nivå, hvor gull og sølv har hatt et høyere prisnivå etter finanskrisen, mens MSCI World aldri har kommet opp på samme nivå som før finanskrisen. Grafen viser tydelig at prisendringene ved gull og sølv er gjensidig avhengige, mens prissvingningene for metallene og MSCI World bærer mer preg av tilfeldigheter. Høyest annualisert avkastning for hele perioden var sølv med 18,68 % etterfulgt av gull med 12,6 %. MSCI World hadde høy avkastning, men mindre enn både gull og sølv på 11,79 %.

Figuren på neste side viser årlig gjennomsnittspris for gull og sølv i en kombinasjon med prispariteten for gull mot sølv. Prispariteten viser gullprisen i forhold til sølvprisen, der en økning impliserer en styrket gullpris mot sølvpris.

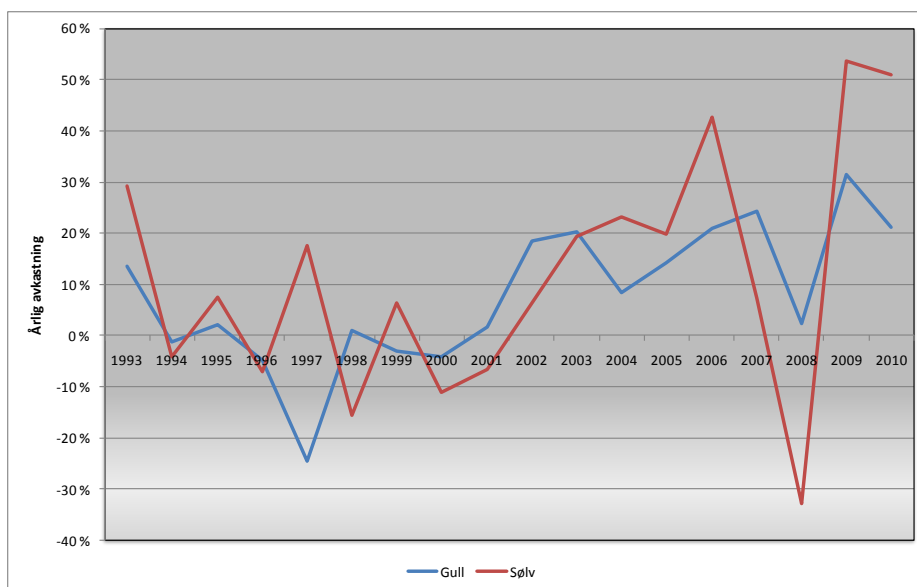


Gull og sølv måles mot venstre akse, mens gull/sølv rate måles mot høyre akse. Årlig gjennomsnittspriser for sølv er hentet fra www.kitco.com. Vanlig sølvpris er oppgitt i US cents/troy unse.

Figur 3: Årlig gull- og sølvpris 1993-2011.

Som figuren antyder er 1990-tallet preget av lite prisendringer, og det er en felles prisnedgang på slutten av 1990-tallet. Trenden viser en styrket sølvpris gjennom hele 1990-tallet sammenlignet med gullprisen, angitt ved en fallende kurve for gull-sølv pariteten. I 2004 kom gull på samme nivå som den tidligere var på midten av 1990-tallet, og siden den tid har prisen steget helt opp mot \$ 1224/oz i 2010. Sølv har vist en større prisvekst enn gull under hele perioden, vist ved en lavere prisparitet ved perioden slutt sammenlignet med periodens start. En økning i denne raten indikerer at gullprisen blir sterkere i forhold til sølvprisen, mens en reduksjon indikerer at sølvprisen er sterkere. Figuren viser en negativ utvikling fra 1992 til 1998, som indikerer at sølv har styrket seg i forhold til gull. Dette utjevnes i stor grad fra 2000 til 2003, der gull igjen styrker seg mot sølv. I perioden 2006-2007 var pariteten på et rekordlavt nivå på grunn av kraftig prisvekst på sølv. Pariteten gir en god indikasjon på hvordan utviklingen har vært mellom metallene, og som figuren antyder har det vært store svingninger.

Figuren på neste viser annualisert avkastning (1993-2010) beregnet som gjennomsnitt av månedlige logaritmiske avkastninger for hvert år gitt London Fix-prisene for både gull og sølv.

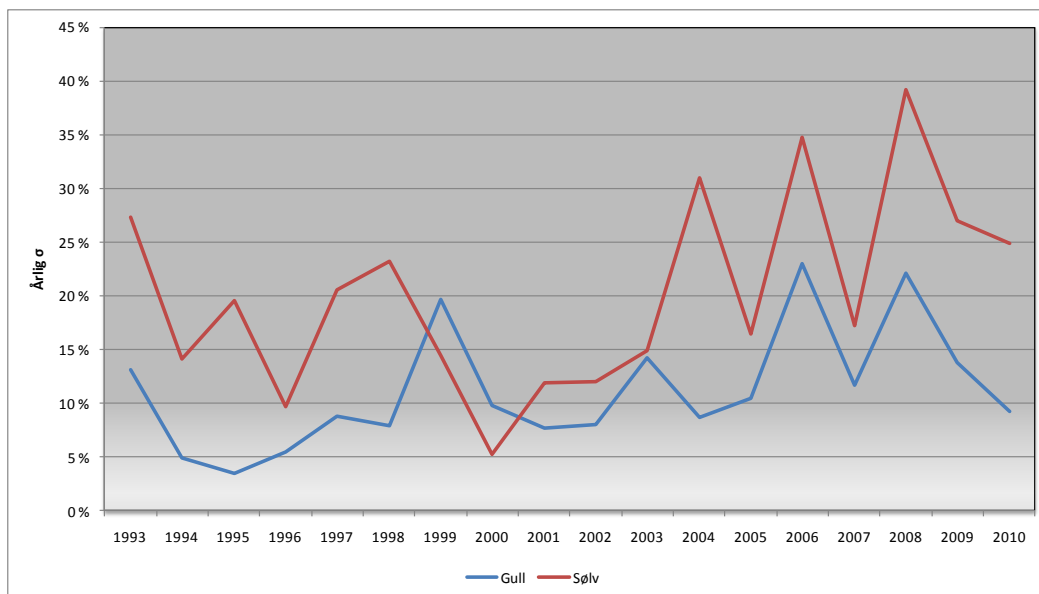


Annualisert avkastning ved logaritmisk prisendring, årlig avkastning ved r (månedlig)*12.

Figur 4: Annualisert avkastning for gull og sølv i perioden 1993-2010.

Som figuren over antyder har avkastningen på begge metallene endret seg mye gjennom 18-årsperioden. Trenden viser en generell prisøkning gjennom hele perioden. Majoriteten av prisstigningen foregikk etter 2000-tallet. For samtlige år i perioden 2001 til 2010 har den årlige avkastningen på gull vært positiv, og totalt har prisen steget fra \$ 265,49/oz til \$ 1390,55/oz. Dette tilsvarer en prosentvis vekst på 423,7 % over tiårsperioden. Året med høyest avkastning for gull i hele den utvalgte perioden er 2009 med 31,49 %, som tilsvarer en månedlig gjennomsnittsavkastning på 2,62 %. Året med lavest avkastning er 1997 med annualisert avkastning på -24,56 %. Sølv har hatt høyest avkastning i 2009 på over 50 %, som tilsvarer en månedlig avkastning på hele 4 %. Året før hadde sølvprisen et prisfall, og endte opp med negativ avkastning på mer enn -30 %. Det aritmetiske gjennomsnittet for gull og sølv er henholdsvis 7,49 % og 10,81 % basert på tall for annualisert avkastning. Dette er analogt med en større prisøkning for sølv i perioden.

Figuren på neste siden viser annualisert standardavvik for samtlige år fra 1992 til 2010. Denne er beregnet fra månedlige logaritmiske avkastninger for gull og sølv. Grafen viser risikoutviklingen som et prosentavvik i forhold til gjennomsnittsavkastningen, der høyere risiko innebærer et større kvadrert avvik fra gjennomsnittsavkastningen.



Figur 5: Annualisert risiko for gull og sølv i perioden 1993-2010.

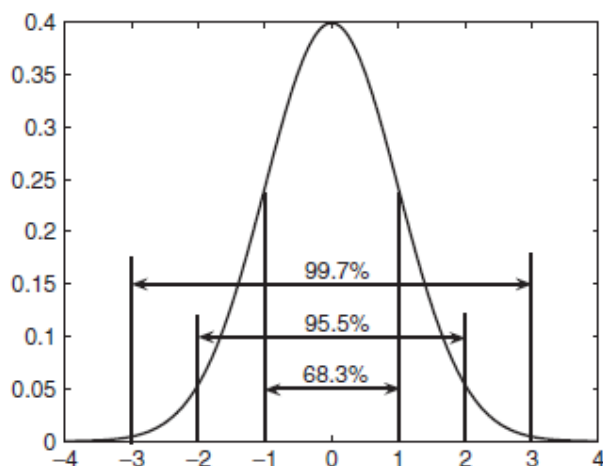
Figuren viser annualisert standardavvik for 18-årsperioden 1993-2010. Hele perioden inndeles i månedlige intervaller, slik at standardavviket for hvert år baserer seg på 12 observasjoner. Standardavviket varierer fra 3,44 % i 1995 til 22,95 % i 2006 for gull, og fra 5 % i 2000 til 39 % i 2008 for sølv. Årene 1994 til 1998 kjennetegnes ved lav risiko for gull, med det høyeste standardavviket på 8,84 %. Sølv har gjennom hele perioden vært preget av større risiko enn gull. I perioden fra 2001 til 2010 opplevde gullprisen en enorm prisvekst, som også delvis gjenspeiles i standardavvik på over 20 % i 2006 og 2008. Det aritmetiske gjennomsnittet for samtlige år er på 11,23 % for gull og 20 % for sølv²¹.

4.1.2 Er avkastningen til gull og sølv normalfordelte?

En normalfordeling kjennetegnes ved gjennomsnittsverdi lik 0 og varians lik 1. Mål på symmetri i fordelingen er gitt ved skjevhet og kurtose. Normalfordelingen er en klokkeformet figur, og tidligere erfaring har vist at den er en god måte å fremstille kontinuerlige tilfeldige variabler på. Notasjonmessig kan tilfeldige normaldistribuerte variabler bli uttrykt med gjennomsnitt og varians²². Normalfordelingen fremstilles i figuren under.

²¹ Aritmetisk gjennomsnitt beregnes ved å summere samtlige observasjoner av årlige standardavvik fra 1992 til 2010 og dividere dette med antall år, altså $\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

²² $X \sim N(\mu_x, \sigma_x^2)$, som betyr at variabler X er distribuert med en normalfordeling N i henhold til parameterne utvalgsgjennomsnitt og varians. X er en kontinuerlig variabel med verdiintervall $\pm \infty$.



Kilde: <http://www.statit.com/images/normprob.jpg>

Figur 6: Normalfordeling med sannsynlighetsfordeling.

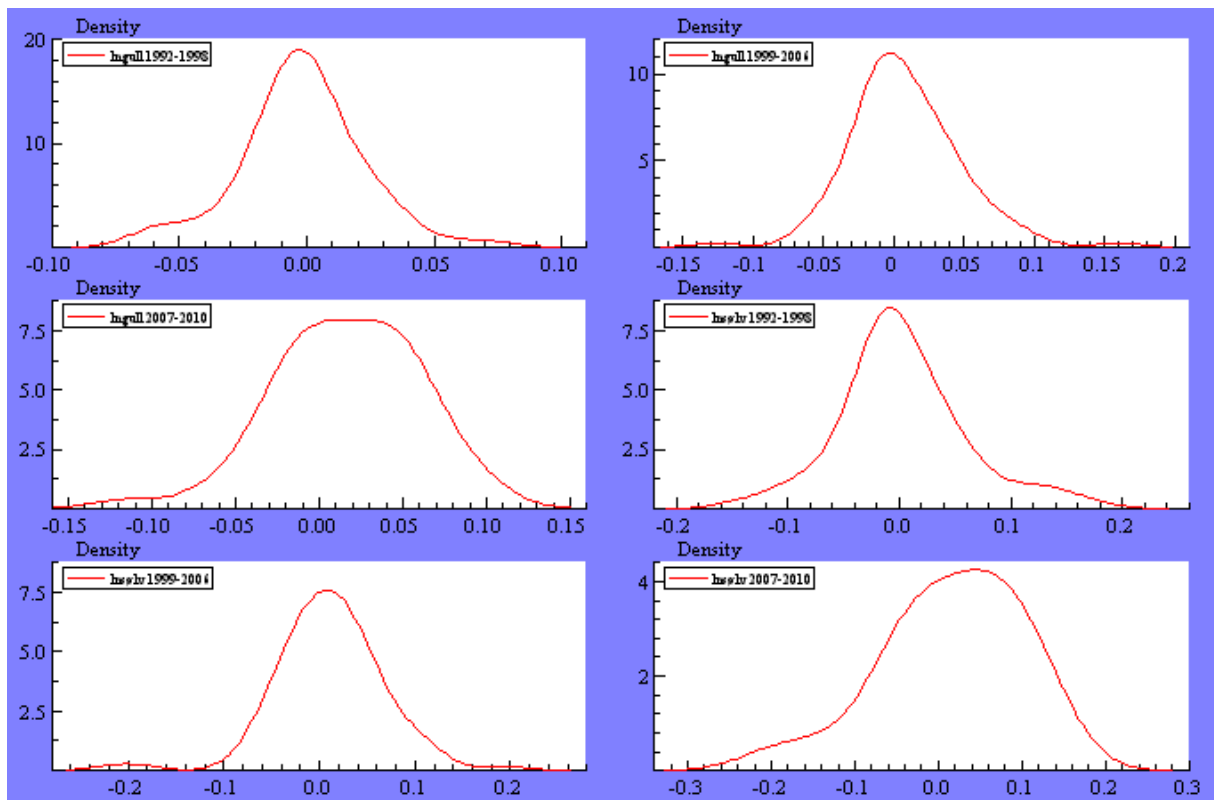
Jeg kan dele perioden fra 1993 til 2011 inn i 3 forskjellige delperioder, som vist under (basert på logaritmiske prisendringer).

| Fra 1992(12)-1998(12)-Gull | | Fra 1999(1)-2006(12)-Gull | | Fra 2007(1)-2010(12)-Gull | |
|----------------------------|---------|---------------------------|---------|---------------------------|---------|
| Gjennomsnitt | -0,002 | Gjennomsnitt | 0,008 | Gjennomsnitt | 0,017 |
| Standardavvik | 0,024 | Standardavvik | 0,039 | Standardavvik | 0,043 |
| Median | -0,002 | Median | 0,003 | Median | 0,016 |
| Eksess kurtose | 1,393 | Eksess kurtose | 2,626 | Eksess kurtose | 0,640 |
| Skjevhet | 0,032 | Skjevhet | 0,469 | Skjevhet | -0,465 |
| Antall | 73 | Antall | 96 | Antall | 48 |
| Årlig avkastning | -2,27 % | Årlig avkastning | 9,61 % | Årlig avkastning | 19,82 % |
| Årlig standardavvik | 8,31 % | Årlig standardavvik | 13,57 % | Årlig standardavvik | 14,85 % |
| Fra 1992(12)-1998(12)-Sølv | | Fra 1999(1)-2006(12)-Sølv | | Fra 2007(1)-2010(12)-Sølv | |
| Gjennomsnitt | 0,004 | Gjennomsnitt | 0,010 | Gjennomsnitt | 0,017 |
| Standardavvik | 0,057 | Standardavvik | 0,057 | Standardavvik | 0,084 |
| Median | -0,007 | Median | 0,007 | Median | 0,033 |
| Eksess kurtose | 1,340 | Eksess kurtose | 3,636 | Eksess kurtose | 0,322 |
| Skjevhet | 0,524 | Skjevhet | -0,515 | Skjevhet | -0,674 |
| Antall | 73 | Antall | 96 | Antall | 48 |
| Årlig avkastning | 4,30 % | Årlig avkastning | 12,51 % | Årlig avkastning | 19,81 % |
| Årlig standardavvik | 19,61 % | Årlig standardavvik | 19,78 % | Årlig standardavvik | 29,16 % |

Eksess kurtose = kurtose-3

Tabell 1: Deskriptiv statistikk for gull og sølv i 3 delperioder fra 1993 til 2011.

Tabellen viser deskriptiv statistikk som gjennomsnitt, standardavvik (begge annualisert), median, kurtose og skjevhet. En normalfordeling vil være lik figuren over dersom avkastningene er distribuert likt rundt gjennomsnittet. I praksis oppnås dette sjeldent, fordi verdiene på skjevhet og kurtose er ulik null. Figuren på neste side viser avkastningsdistribusjonene for gull og sølv i de tre periodene.



Figur 7: Avkastningsfordeling for gull og sølv i tre underperioder.

En investor som ønsker å investere i gull og sølv vil sannsynligvis bruke historisk avkastning som ett av grunnlagene. Figuren over viser historisk avkastning fordelt over den horisontale aksene fra minimum til maksimum. Gull har størst spredning i avkastningene for perioden 2007-2010 med gjennomsnittsavkastningen over 0 (denne fordelingen er flatest av gullavkastningsfordelingene). Denne perioden har også høyest avkastning, og vil være aktuell for en investor som ønsker å investere i 2011. Sølv har en relativt flat avkastningsfordeling i 2007-2010 med maksimum 4 % som toppfrekvensen. Hoveddelen av avkastningene er sentrert mellom 0 og 0,1, som innebærer positiv avkastning. En investor kan substituere seg bort fra metallene hvis ikke avkastningene er tilfredsstillende til investering i fremtiden, så disse fordelingene gir innblikk i faktisk oppnådd avkastning. Råvarer er ofte kjent for å ha lange fete haler som indikerer ekstreme positive og negative avkastninger rundt gjennomsnittet. Perioden som viser den bredeste fordelingen er spesielt de logaritmiske avkastningene for sølv i perioden 2007-2011 med avkastninger $\pm 30\%$.

4.2 Metodikk for porteføljeoptimering

Avkastningen til en eiendel kan måles ved diskrete prisendringer. Grunnen til at fokuset er diskret prisendring fremfor logaritmisk er knyttet opp mot formålet med optimeringen, som er å oppnå høy avkastning og lavt standardavvik. Tradisjonell porteføljeteori er basert på diskrete avkastninger, og ikke logaritmiske prisendringer. Forskjellene i avkastningstall på diskrete mot logaritmiske endringer er store dersom det forutsettes en lang tidshorisont. Et langsiktig fokus er hensiktsmessig fordi investorer ønsker ikke kontinuerlig likvidering eller rebalansering (Bade et al. 2009).

I mitt datamateriale har jeg perioder som strekker seg over 4-7 år med månedlige intervaller, og jeg forutsetter at dette er et langt tidsperspektiv i porteføljemessig sammenheng. Jeg forutsetter at investoren ikke rebalanserer eller likviderer underveis i investeringsperioden. Istedenfor forutsetter jeg at investoren holder porteføljen gjennom den forutbestemte lengden på 36-måneders uavhengig av endringer i eiendelenes porteføljeavkastning og risiko underveis.

Den forventede avkastningen til en portefølje med vektor w_i kan kalkuleres fra kovariansmatrisen, eller fra følgende formel (Bodie et al. 2009):

$$E(r) = \sum_{i=1}^n w_i E(r_i)$$

Symbolbruk:

w_i = vektning, $E(r_i)$ = avkastning og $E(r)$ = total avkastning

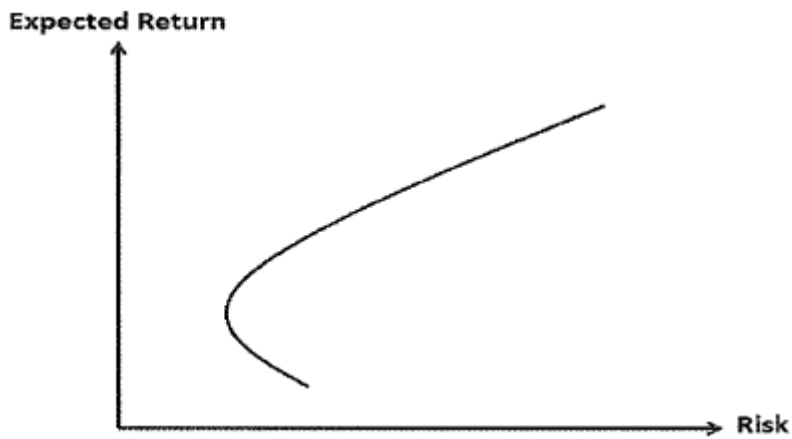
Porteføljens varians avhenger både av individuelle varianser og kovarianser mellom avkastningene, og kan uttrykkes ved (Bodie et al. 2009):

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(r_i, r_j)$$

Symbolbruk:

w_{ij} = vektning, $Cov(r_i, r_j)$ = kovarians ij og σ_p^2 = varianse

Sammenhengen mellom avkastning og risiko kan presenteres ved et *effisient porteføljesett*. Det effisiente settet viser porteføljen som gir høyest avkastning gitt et bestemt risikonivå. Figuren under viser optimale porteføljer som minimerer variansen gitt ulike avkastningskrav.



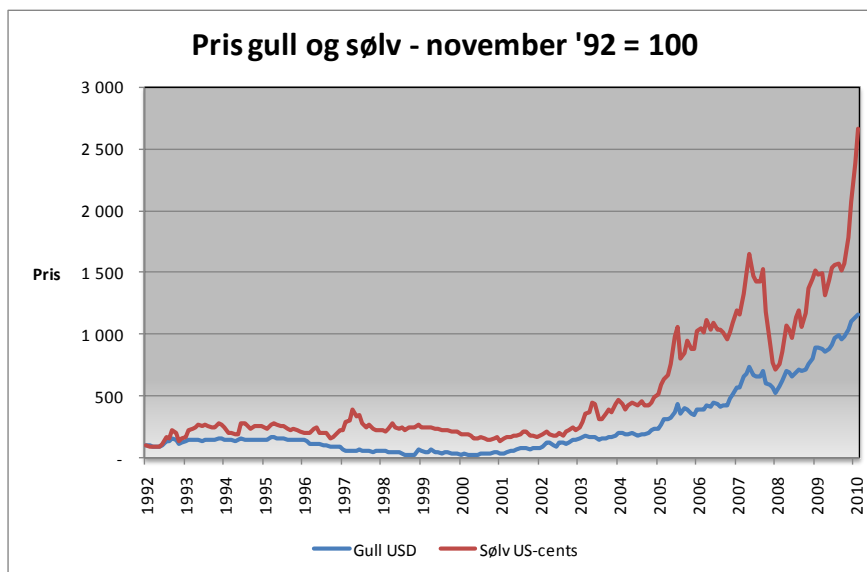
Kilde:Investopedia.com

Figur 8: Det effisiente porteføljesettet gitt avkastning og risiko.

Settet av alle minimum-variens porteføljer definerer det effisiente settet. Grafisk er det vist som den krummede linjen mellom minimum og maksimum varians for alle mulige porteføljer. Formen på linjen varierer, men vil omtrent være som figuren over. Global minimum varians kan være vanskelig å oppnå uten å ta negative posisjoner, som vil vise seg ved effisiente sett i analysedel 2.

5. Analysedel 1 – Enkle korrelasjoner mellom avkastninger for gull og sølv.

I første del av analysen vil jeg fokusere på prissammenhenger mellom logaritmiske avkastninger på gull og sølv i forskjellige perioder. Begrunnelsen for å studere sammenhengen mellom metallene er å få bedre forståelse av hvordan de er integrert på lang sikt, og dermed kunne bruke resultatene som argumentasjon for inkludering eller ekskludering av begge metallene i porteføljene. Jeg forventer ikke at metallene vil fungere bra sammen i en portefølje på lang sikt, spesielt ikke i nyere tid, nettopp fordi metallene har sterk positiv korrelasjon. På den annen side er ikke denne tendensen like sterk gjennom hele perioden, slik figuren under viser. For eksempel har sølv en prisoppgang rundt 1997, mens gull hadde en prisnedgang omtrent på samme tid. Datasettet strekker seg fra desember 1992 til desember 2010. Innenfor dette tidsintervallet har både prisen på gull og sølv steget kraftig så det forventes at gull og sølv er positivt korrelerte med hverandre.



Årene 1992-2010 indikerer desember 1992-desember 2010. Priser i USD.

Figur 9: Prisutvikling gull og sølv i perioden 1993-2011.

Figuren ovenfor viser tydelig at prisene for gull og sølv normalt beveger seg i samme retning. Finanskrisen i størst grad har påvirket sølvprisen, vist ved den røde linjen. For å få en graf som kan lett tolkes, er det hensiktsmessig å måle prisene for gull og sølv i forskjellige måleenheter, i henholdsvis USD og US cents. Begge metallene hadde forholdsvis lav prisvekst på 1990-tallet, men fra 2000-tallet og til i dag har prisene gått kraftig opp.

Jeg har utregnet og analysert korrelasjonskoeffisienten mellom gull og sølv i forskjellige perioder. Dersom det i enkelte perioder er "lav" korrelasjon mellom gull og sølv kan dette

være argument for å inkludere begge i porteføljen. Uansett må det fremvises forsiktighet i forbindelse med inkludering av begge, da tidligere forskning i stor grad viser at metallene er sterkt positivt korrelert med hverandre. Periodene er imidlertid såpass lange (flere år) at enkelte kortsiktige prissammenhenger ikke vil være synlige. For å kunne avgjøre om en korrelasjon er signifikant forskjellige fra null (testen vil brukes i analysen av porteføljene) anvender jeg en t-test som er konstruert nettopp for dette formålet. Den statistiske signifikansen styres i stor grad av størrelsen på utvalget, og formelen er følgende (Oguz et al. 2007):

$$t - \text{verdi} = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = r \sqrt{\frac{n-2}{1-r^2}}$$

Symbolbruk:

n = antall og r = korrelasjonskoeffisienten

For å avgjøre om t-verdien til korrelasjonskoeffisienten er signifikant forskjellige fra 0 etablerer jeg et 5 % signifikansnivå. Den kritiske t-verdien avhenger av antallet n . Når n går mot uendelig vil den kritiske t-verdien omtrent bli 1,96 (Gujarati, 2006).

5.1 Gull og sølv – prissammenhenger 1993-2011

Gull og sølv har gjennom de siste 18 årene vært preget av positiv pristrend. For å illustrere prissammenhenger viser jeg korrelasjonsmatrisen for gull og sølv i perioden 1993-1999, 1999-2007 og 2007-2011 for å se hvordan utviklingen har vært basert på logaritmiske prisendringer. Det er forventet at korrelasjonskoeffisienten er positiv uavhengig av hvilken periode som undersøkes.

| 1993-1999 | LnGull | LnSølv | 1999-2007 | LnGull | LnSølv | 2007-2011 | LnGull | LnSølv |
|-----------|--------|--------|-----------|--------|--------|-----------|--------|--------|
| LnGull | 1 | | LnGull | 1 | | LnGull | 1 | |
| LnSølv | 0,578 | 1 | LnSølv | 0,601 | 1 | LnSølv | 0,805 | 1 |

Tabell 2: Korrelasjon mellom logaritmiske prisendringer gull og sølv.

Tabellen viser at korrelasjonskoeffisienten både er positiv og signifikant ved 1 % og 5 %-nivå (ikke nødvendig med noen t-test, siden verdien er så høy). Grenseverdien for korrelasjonskoeffisienten som gir en signifikant t-verdi er på omtrent 0,277, som tilsier at korrelasjonskoeffisientene har en p-verdi på 0. Korrelasjonskoeffisienten i perioden 2007-2010 er på 0,8, som er en økning fra begge de andre periodene. Økningen fra 1993-1999 til 1999-2007 er kun marginal på omtrent 0,03. Hoveddelen av prisstigningene skjedde sent på 2000-tallet for begge metallene, som er hovedårsaken til en høy koeffisient i siste delperiode.

Totalt sett vil en høy koeffisient mellom gull og sølv ikke være gunstig i en portefølje, siden målet der er å kombinere eiendeler som er ukorrelerete. I tider ved prisoppgang vil en portefølje med gull og sølv gi god avkastning, men siden et av målene er å minimere risiko, passer ikke gull og sølv sammen. Derfor vil jeg videre behandle dem separat i porteføljesammenheng sammen med verdensindeksen MSCI World. Hva den optimale andelen er besvares i analysedel 2.

6. Analysedel 2 – Avkastning versus risiko for gull og sølv

I denne seksjonen vil jeg konstruere porteføljer for de tre periodene som skal analyseres. Gull og sølv vil behandles separat i porteføljene, for å måle effekten på avkastning og risiko hver av metallene gir. I seksjon 7.1-7.3 vil jeg analysere gull og sølv sin påvirkning på porteføljen sammen med aksjeindeksen MSCI World TR²³ (fremover vil jeg kun henvise til MSCI World for MSCI World TR). Diskret avkastning brukes både for å analysere avkastning i en portefølje og for å beregne prestasjonsmål. De tre porteføljene har ulik lengde på perioden de analyseres for, med henholdsvis 6, 8 og 4 år. Første periode (1993-1999) vil bli analysert i et 36-måneders vindu, fra 1999 til 2002, for å se hvordan den optimale porteføljen har prestert. Det samme vil bli gjort for periode 2 (1999-2007), i tidsrommet 2007-2010. Siste periode (2007-2011) analyseres ikke i ettertid, siden den strekker seg til slutten av utvalgsperioden. For alle periodene vil jeg benytte FTSE All Share som referanseindeks ved beregning av prestasjonsmålinger.

Jeg har sammenlignet avkastningen og risikoen på aksjeprisen til gull og sølv med relevante ETFs. Den tidligste ETFen ble etablert i begynnelsen av 2003 med tickernavn GOLD.AX. Jeg har vurdert andre ETFs, som blant annet iShares Silver Trust (SLV), Market Vectors Junior Gold Miners (GDXJ), Market Vectors Gold Miners (GDX) og PowerShares Global & Precious Metals (PSAU)²⁴. ETFen GOLD.AX har hatt dårligere Sharpe relativt i forhold til aksjeprisen på gull satt av London Fix i perioden fra 2003 til 2007 og 2007-2010. Jeg forutsetter derfor at aksjeprisen på gull vil medføre bedre risikojustert avkastning i den totale porteføljen. Den gullbaserte ETFen GSX har i perioden 2007-2011 oppnådd en lavere Sharpe enn gullprisen. Det samme er tilfelle for PSAU i forhold til gullprisen og SLV i forhold til sølvprisen. Årsaken til at periodelengden varierer er at enkelte ETFs kun har eksistert en viss periode. Siden risikojustert avkastning er lavere for ETFs forutsetter jeg at porteføljene blir konstruert på grunnlag av aksjeprisen på gull og sølv. Sammenhengene mellom avkastning, risiko og Sharpe vises i tabellen under.

²³ MSCI World ble etablert i 1969 og dekker 16 utviklede markeder i Nord-Amerika, Europa og Asia. Indeksen består av 6000 små, mellomstore og store aksjer (www.msci.com/products/indices/country_and_regional/dm/)

²⁴ Data og informasjon om ETFs er hentet fra <http://finance.yahoo.com>

| 2003(3)-2006(12) | | | 2007(1)-2009(12) | | |
|-------------------------|---------|---------------------|--------------------------|---------|---------------------|
| GOLD.AX 0,783 | 11,04 % | Årlig avkastning | GOLD.AX 0,8577 | 17,26 % | Årlig avkastning |
| | 14,09 % | Årlig standardavvik | | 20,12 % | Årlig standardavvik |
| Gull | 17,33 % | Årlig avkastning | Gull | 21,98 % | Årlig avkastning |
| 1,1599 | 14,94 % | Årlig standardavvik | 1,3413 | 16,38 % | Årlig standardavvik |
| 2007(1)-2010(12) | | | 2008(9)-2010(12) | | |
| GDV 0,5295 | 22,84 % | Årlig avkastning | PSAU 1,0081 | 46,95 % | Årlig avkastning |
| | 43,14 % | Årlig standardavvik | | 46,57 % | Årlig standardavvik |
| Gull | 22,79 % | Årlig avkastning | Gull | 18,94 % | Årlig avkastning |
| 1,5353 | 14,84 % | Årlig standardavvik | 1,2303 | 15,39 % | Årlig standardavvik |
| 2007(1)-2010(12) | | | | | |
| SLV 0,9177 | 30,66 % | Årlig avkastning | | | |
| | 33,41 % | Årlig standardavvik | | | |
| Sølv | 27,12 % | Årlig avkastning | | | |
| 0,9454 | 28,69 % | Årlig standardavvik | | | |

Tabell 3: Karakteristikker for gull og sølv med aksjepris og ETFs.

Jeg vil analysere avkastningen og risikoen i en portefølje, der det forutsettes at investoren forholder seg til *fysisk gull og sølv* gjennom ”pool”-kontoer, som følger aksjeprisen på gull og sølv. Markedsplassen for disse to metallene er London Bullion Market Association (LBMA). Fikset pris for gull og sølv etableres to ganger hver dag av fem medlemmer i London Gold Market Fixing Ltd og London Silver Market Fixing Ltd. Prisen settes daglig kl 10:30 og 15:00 London-tid (The London Bullion Market Association, 2011). Jeg har analysert hvordan avkastning og risiko har vært på ETFs for gull og sølv i porteføljen som erstatning til fysiske metaller. ETFen GOLD.AX har dataserier tilbake til 2003, mens den tidligste sølv ETFen SLV ble etablert i 2006. Som figur over viser gir aksjeprisen på gull og sølv bedre risikojustert avkastning enn ETFs, og jeg forutsetter derfor at en investering i fysisk gull og sølv vil gi bedre forhold mellom avkastning og risiko og derved passer bedre i en portefølje.

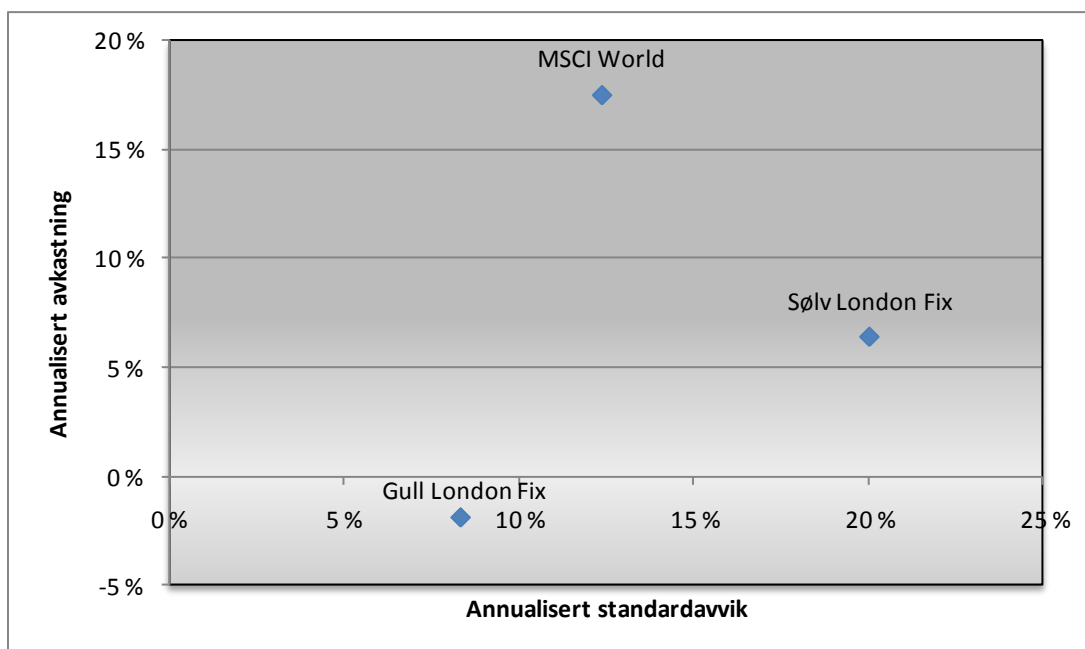
7. Effekten av å legge inn gull og sølv i en internasjonal aksjeportefølje

Denne analysedelen vil studere hvilken effekt gull og sølv har på avkastning og risiko i en internasjonal portefølje med MSCI World TR for tre uliker perioder. Gjennom alle porteføljene vil jeg identifisere de som er optimale, hvor optimalt angir best sammenheng mellom avkastning og risiko gitt et avkastningskrav. Jeg bruker Sharpe som grunnlag for optimal portefølje.

7.1 Første delperiode – 1993-1999

Denne perioden strekker seg over 6 år med 73 månedlige observasjoner for et utvalg på 2 eiendeler (i teorien flere siden MSCI World representerer 6000 aksjer). Jeg skal sette sammen en portefølje der hovedformålet er å minimere variansen gitt et minimumskrav til avkastning. Minimumskravet varierer med avkastningen på eiendelene, og kan i teorien ikke settes høyere enn maksimumsavkastningen til den enkelte eiendel. Her forutsetter jeg at shorting ikke er lov, siden det medfører vanskeligheter å inneha negative posisjoner på fysisk gull og sølv. Avkastning og risiko vil bli vist både månedlig og annualisert etter at porteføljen er vektet. Det optimale tangentspunktet i det effisiente settet mellom avkastning og risiko bestemmes på grunnlag av Sharpe og den risikofri renten.

Først, for å skape et bilde av karakteristikene til eiendelene i porteføljen, presenteres avkastning og risiko grafisk, oppgitt i USD og annualisert i første periode.



Annualisert avkastning og standardavvik basert på diskret avkastning. Årlig avkastning = $(1+r)^{12}-1$, årlig $\sigma = \sigma(\text{mnd}) * \sqrt{12}$

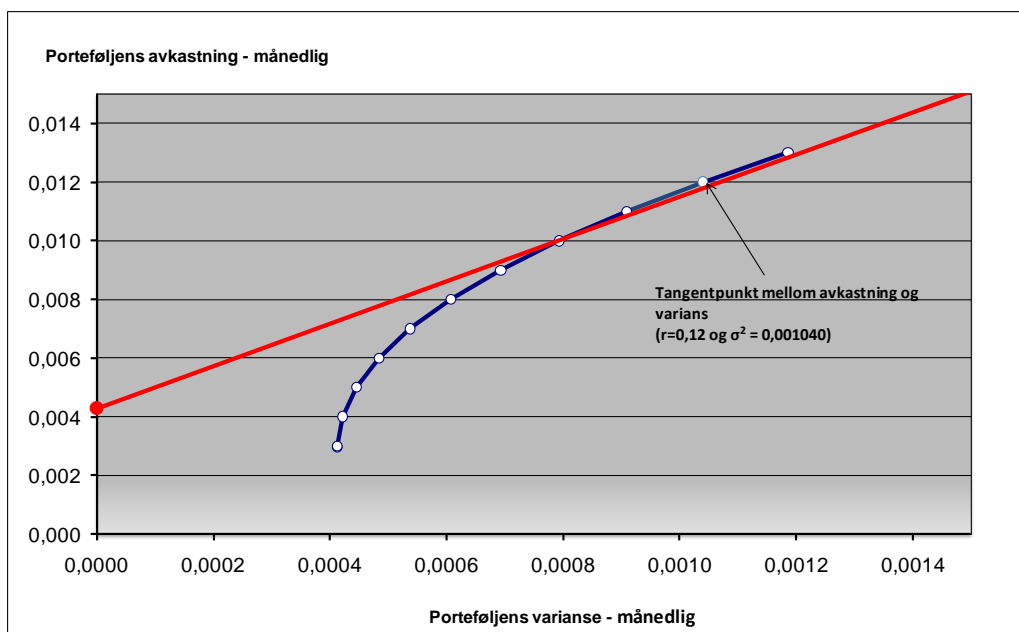
Figur 10: Gjennomsnittlig annualisert avkastning og risiko 1993-1999.

Perioden viser at MSCI World TR har oppnådd den høyeste annualiserte avkastningen på 17,53 %, mens gull har lavest risiko (8,3 %), men er samtidig utsatt for en negativ årlig avkastning (-1,9 %). Sølv har en høyere avkastning enn gull (6,41 %), men er samtidig eksponert for en større risiko (20,03 %). MSCI har opplevd høy avkastning, og dette kan skyldes en oppgang i verdensøkonomien generelt, siden indeksen er eksponert for mange aksjer i utviklede markeder. Avkastningen til referanseindeksen FTSE All World TR var 17,07 % årlig til et årlig standardavvik på 12,29 %. Hypotesen om at aksjeindekser og

metaller er ukorrelerte viser en korrelasjonskoeffisient mellom gull og MSCI World på 0,048 og mellom sølv og MSCI World på 0,097 (dette indikerer at prisendringene til gull og sølv er tilnærmet tilfeldig fordelt med MSCI World). Dette støtter opp mot tidligere forskning som i stor grad konkluderer med at råvarer og aksjeindekser er ukorrelerte. Det er ønskelig å ha eiendeler plassert i venstre hjørne, siden det gir høy avkastning til lav risiko. Det er ikke ønskelig å ha eiendeler lokalisert nede i høyre hjørne på den figuren, siden dette innebærer høy risiko og lav eller negativ avkastning. Det effisiente settet (som vises for hver portefølje) vil vise forskjellige porteføljer gitt ulike avkastningskrav, og den krummede linjen vil være grunnlaget for den optimale porteføljen.

Først vil jeg kombinere gull med MSCI World. Jeg har testet ulike kombinasjoner av månedlige avkastningskrav (fra 0 % til 1,3 %), og det optimale avkastningskravet er 1,2 %, som gir annualisert avkastning på omtrent 15,39 %. Årsaken til at dette er den optimale løsningen, kan forklares ut fra det effisiente settet og kapitalallokeringslinjen. Sistnevnte er en rett linje fra den vertikale aksen (rød linje) med skjæringspunkt i månedlig risikofri rente for perioden på 0,43 %²⁵. Den krummede linjen viser den optimale vektingen for alle avkastningskrav i intervallet. Det punktet som tangerer med den røde linjen er per definisjon optimalt (høyest risikojustert avkastning dividert med total risiko). Årsaken er at punktene over (under) 1,2 % tilbyr høyere (lavere) avkastning med større (lavere) risiko i forhold til meravkastningen. Et mål på sammenhengen mellom avkastning og risiko er Sharpe, og jeg vil vise med utregninger hvorfor dette avkastningskravet er optimalt. Grafen for det effisiente settet vises under.

²⁵ Jeg har et estimat på månedlig risikofri rente for perioden, som er utregnet basert på årlig risikofri rente for daglige observasjoner. Månedlig er funnet ved å ta gjennomsnittet av hele perioden dividert med 12, altså $0,05143/12 = 0,00429$.



Avkastning og varians for porteføljen er oppgitt månedlig fordi risikofri rente er månedlig, som frekvensen på datamaterialet. Pilen antyder optimalt avkastningskrav.

Figur 11: Det effisiente settet for 1993-1999 med gull og MSCI World.

Formen på den krummede linja er avgjørende for hva som er optimalt avkastningskrav. Linja krummer seg fra venstre mot høyre. For hvert punkt utover øker endringen i varians, noe som innebærer at jo høyere avkastning en investor ønsker, desto høyere risiko må vedkommende påta seg. Ved et avkastningskrav på 1,2 % vil den optimale vektingen være som fremstilt i tabellen under.

| Månedlig | | | Annualisert | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|------------|---------------|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting gull | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik |
| 0,00 % | 0,30 % | 69,8 % | 30,2 % | 3,62 % | 7,04 % |
| 0,10 % | 0,30 % | 69,8 % | 30,2 % | 3,62 % | 7,04 % |
| 0,20 % | 0,30 % | 69,8 % | 30,2 % | 3,62 % | 7,04 % |
| 0,30 % | 0,30 % | 69,6 % | 30,4 % | 3,66 % | 7,04 % |
| 0,40 % | 0,40 % | 63,0 % | 37,0 % | 4,91 % | 7,12 % |
| 0,50 % | 0,50 % | 56,4 % | 43,6 % | 6,17 % | 7,31 % |
| 0,60 % | 0,60 % | 49,8 % | 50,2 % | 7,44 % | 7,62 % |
| 0,70 % | 0,70 % | 43,2 % | 56,8 % | 8,73 % | 8,03 % |
| 0,80 % | 0,80 % | 36,6 % | 63,4 % | 10,03 % | 8,54 % |
| 0,90 % | 0,90 % | 30,0 % | 70,0 % | 11,35 % | 9,12 % |
| 1,00 % | 1,00 % | 23,4 % | 76,6 % | 12,68 % | 9,75 % |
| 1,10 % | 1,10 % | 16,8 % | 83,2 % | 14,03 % | 10,44 % |
| 1,20 % | 1,20 % | 10,2 % | 89,8 % | 15,39 % | 11,17 % |
| 1,30 % | 1,30 % | 3,6 % | 96,4 % | 16,77 % | 11,93 % |

$\sum_i^n w_i = 100\%$ og $\sum w_i r_i \dots w_n r_n = r_p = 1,2\%$ månedlig.

Tabell 4: Optimal vekting for 1993-1999 med gull og MSCI World.

Av de to eiendelene i porteføljen, fordeles andelen mest på MSCI World (89,8 %), og minst på gull (10,2 %²⁶). Gull vektet mest ved lave avkastningskrav, mest på grunn av lav risiko i forhold til MSCI World. Ved høyere avkastning vil mesteparten av andelene fordeles over MSCI World, siden aksjeindeksen har positiv avkastning i perioden. Dette skyldes at gull hadde negativ avkastning i perioden. Porteføljen er satt sammen på bakgrunn av minimering av variansen. Porteføljens prestasjon er derfor følgende:

| Portefølje med gull og MSCI World | | | MSCI World | | |
|-----------------------------------|---------|------------------------|------------|------------------------|---------|
| Porteføljevarians | 0,10 % | Avkastning | 1,2 % | Porteføljevarians | 0,13 % |
| Standardavvik | 3,22 % | Årlig avkastning | 15,4 % | Standardavvik | 3,57 % |
| Årlig varians | 1,25 % | Rf månedlig avkastning | 0,43 % | Årlig varians | 1,53 % |
| Årlig standardavvik | 11,17 % | Rf årlig avkastning | 5,14 % | Årlig standardavvik | 12,36 % |
| | | | | Rf månedlig avkastning | 0,43 % |
| | | | | Årlig avkastning | 5,14 % |

Rf står for risikofri rente. Tall oppgitt månedlig og årlig.

Tabell 5: Porteføljen med gull og MSCI mot MSCI alene 1993-1999.

Porteføljen med gull og MSCI World gir annualisert avkastning og standardavvik på henholdsvis 15,4 % og 11,17 %. Spørsmålet er hvordan prestasjonen hadde sett ut dersom gull ikke hadde vært med i porteføljen, det vil si en investering kun på MSCI alene. Dette gir en høyere avkastning, men samtidig en høyere risiko, siden investeringen kun fordeles over MSCI. Årlig Sharpe-raten er på 0,917²⁷ for gull kombinert med MSCI World og for MSCI World alene er den 1,0528²⁸. Begge porteføljene har høyere avkastning enn den risikofri renten, som viser at de oppnår en meravkastning. Utfyllende informasjon om optimale porteføljer med forskjellige avkastningskrav finnes i vedlegg 1. Der avkastningskravet er mindre enn månedlig risikofri rente vil Sharpe være negativ. En positiv Sharpe indikerer at porteføljen generer meravkastning utover risikofri rente. Dette er ikke spektakulært, men mer et krav siden risikofri rente kun utgjør en investering uten risiko. Sharpe kan forbedres på to måter; ved høyere meravkastning eller lavere risiko. I denne perioden blir det vist at en kombinasjon av fysisk gull og MSCI World gir en lavere Sharpe enn kun MSCI World. Samtidig har gull en såpass lav risiko at hele porteføljens standardavvik blir redusert. Gull fungerer som en sikring i porteføljen med bakgrunn i at gull er ukorrelert med MSCI World, som gir investoren en sikring i form av begrensede tap hvis prisen på MSCI World svekkes.

Nå har jeg identifisert optimal portefølje i perioden 1993-1999 vist i tabellen ovenfor. Jeg forutsetter at en internasjonal investor ønsker å investere i begynnelsen av 1999 for de neste 36 månedene basert på optimal portefølje for perioden. Siden antakelsen er optimal vekting,

²⁶ Allokeringen rettet for gull (på 10,2 %) innebærer et bidrag til porteføljens avkastning på -0,016 %, siden gull har en månedlig negativ avkastning i perioden på -0,16 % ($w_{\text{gull}}r_{\text{gull}}$). Årlig vil dette utgjøre et negativt bidrag på -0,198 %.

²⁷ Sharpe er beregnet ved: $(0,154-0,0514) / 0,1117$

²⁸ $(0,1816-0,0514) / 0,1236$

vil porteføljen (med gull) oppnå en årlig avkastning på -0,72 %²⁹ til et årlig standardavvik på 15,47 %. Dette tilsier at, til tross for den positive avkastningen i perioden 1993-1999, vil en periode på 36 måneder for den optimale portefølje ikke gi tilfredsstillende resultater for en investor. For den andre porteføljen (med sølv) vil henholdsvis annualisert avkastning og risiko i perioden 1999-2002 være -0,85 % og 15,38 %.

Neste portefølje er en kombinasjon av sølv og MSCI World. Jeg har testet ulike kombinasjoner av månedlige avkastningskrav (fra 0 % til 1,35 %), og det optimale avkastningskravet er omtrent 1,3 %, som gir annualisert avkastning på 16,77 % til et årlig standardavvik på 11,75 %. Sølv sin andel av hele porteføljen er mindre enn for gull (6,61 % mot 10,24 %), men fortsatt positiv. Hovedårsaken (til at andelen er lavere) er at sølv både har lavere avkastning og høyere risiko enn MSCI World, som fører til at sølv blir ansett som et dårligere investeringsalternativ i porteføljen. Investoren anbefales å investere mesteparten i MSCI World alene basert på historisk avkastning i perioden 1993-1999. Korrelasjonen er høyere for sølv og MSCI World enn for gull, som indikerer at de er svakt positivt korrelerte, men korrelasjonskoeffisienten er ikke signifikant forskjellige fra 0³⁰. Vektingen fordeles over sølv og MSCI World som tabellen antyder for ulike avkastningskrav.

| Månedlig | | | | Annualisert | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|-------------|---------------|--|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting sølv | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik | |
| 0,00 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,10 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,20 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,30 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,40 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,50 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,60 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,70 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,80 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 0,90 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 1,00 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 1,10 % | 1,14 % | 25,5 % | 74,5 % | 14,60 % | 10,95 % | |
| 1,20 % | 1,20 % | 18,6 % | 81,4 % | 15,39 % | 11,06 % | |
| 1,30 % | 1,30 % | 6,6 % | 93,4 % | 16,77 % | 11,75 % | |
| 1,35 % | 1,36 % | 0,64 % | 99,36 % | 17,53 % | 12,36 % | |

²⁹ Denne årlige avkastningen er beregnet på bakgrunn av gull og MSCI sine respektive avkastninger i 1999-2002 basert på optimale andeler fra 1992 til 1999. Både gull og MSCI hadde en negativ avkastning fra 1999 til 2002.

³⁰ Med antall frihetsgrader lik 71 (n-2) og koeffisient 0,097 vil t-verdien bli 0,825 som er lavere enn den absolutte t-kritiske verdien som er omtrent lik 1,96. Med andre ord, nullhypotesen kan ikke forkastes.

Tabell 6: Optimal vekting for 1993-1999 med sølv og MSCI World.

Av de to eiendelene i porteføljen, fordeles andelen mest på MSCI World (93,4 %), og minst på sølv (6,6 %³¹). Tabellen viser også hvordan vektingen endrer seg ved høyere avkastningskrav, og tendensen er at sølv da vektet i en mindre grad. Porteføljen er satt sammen på bakgrunn av minimering av variansen. Porteføljens prestasjon er derfor følgende:

| Portefølje med sølv og MSCI World | | | MSCI World | | |
|-----------------------------------|---------|------------------------|------------|---------------------|---------|
| Porteføljevarians | 0,11 % | Årlik avkastning | 1,3 % | Porteføljevarians | 0,13 % |
| Standardavvik | 3,39 % | Årlik avkastning | 16,8 % | Standardavvik | 3,57 % |
| Årlik varians | 1,38 % | Rf månedlig avkastning | 0,43 % | Årlik varians | 1,53 % |
| Årlik standardavvik | 11,75 % | Rf årlik avkastning | 5,14 % | Årlik standardavvik | 12,36 % |
| | | | | Rf årlik avkastning | 5,14 % |

Tabell 7: Porteføljen med sølv og MSCI World mot MSCI alene 1993-1999.

Porteføljen med sølv og MSCI World gir annualisert avkastning og risiko på henholdsvis 16,8 % og 11,75 %. Spørsmålet er hvordan prestasjonen hadde sett ut dersom sølv ikke hadde vært med i porteføljen, som vist til høyre i tabellen over. Dette gir en høyere avkastning, men samtidig en høyere risiko, siden investeringen kun fordeles over MSCI. Hvis det antas et likt avkastningskrav (ikke nødvendigvis det optimale, men settes til 1 %) over porteføljene med gull eller sølv og MSCI World, vil porteføljen med gull og MSCI World ha lavest standardavvik årlig med 9,75 % (gull og MSCI World hadde 10,95 % gitt samme avkastningskrav) Det innebærer at gull og MSCI kan rangeres som den beste porteføljen i perioden 1993-1999 dersom lavest risiko er målet. Et annet avkastningskrav kan gi helt andre resultater, som avkastningskrav på 1,3 %, der sølv og MSCI World vil ha lavest risiko (med 11,75 % mot 11,93 %). Dette avhenger av brattheten på kurven i det effisiente settet, siden den viser den marginale risikoøkningen ved et økt avkastningskrav.

Historisk avkastning er ingen garanti for fremtidig avkastning, men jeg vil likevel anta at investoren bruker den optimale portefølje i perioden 1993-1999 som grunnlag for investering. Signalene er tydelige, en investor som ønsker å investere i perioden 1999-2002 vil ikke oppnå positiv avkastning og markant lavere avkastning enn perioden 1993-1999. Prestasjonstill for den optimale porteføljen med gull/sølv og MSCI World vil sammenlignes mot porteføljen med kun MSCI World, som vist i tabellen under.

³¹ Allokeringen rettet for sølv (på 6,6 %) innebærer et bidrag til porteføljens avkastning på 0,034 %, siden gull har en månedlig positiv avkastning i perioden på 0,52 % ($w_{\text{gull}}r_{\text{gull}}$). Årlig vil dette utgjøre et negativt bidrag på 0,41 %.

| Portefølje med gull og MSCI World | | Portefølje med kun MSCI World | | Portefølje med sølv og MSCI World | |
|-----------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-----------------------------------|------------|
| Prestasjonsmål | Årlig rate | Prestasjonsmål | Årlig rate | Prestasjonsmål | Årlig rate |
| Sharpe | 0,917 | Sharpe | 1,002 | Sharpe | 0,989 |
| Treynor | 0,286 | Treynor | 0,317 | Treynor | 0,290 |
| Jensen's alpha | 0,060 | Jensen's alpha | 0,077 | Jensen's alpha | 0,068 |
| Modigliani & Modigliani | 0,117 | Modigliani & Modigliani | 0,123 | Modigliani & Modigliani | 0,137 |
| Appraisalrate | 0,640 | Appraisalrate | 0,674 | Appraisalrate | 0,679 |
| Informasjonsrate | -0,130 | Informasjonsrate | 0,034 | Informasjonsrate | -0,023 |
| Vektet beta | 0,358 | Beta | 0,351 | Vektet beta | 0,400 |

Tabell 8: Ulike risikomål og ratetall i perioden 1993-1999.

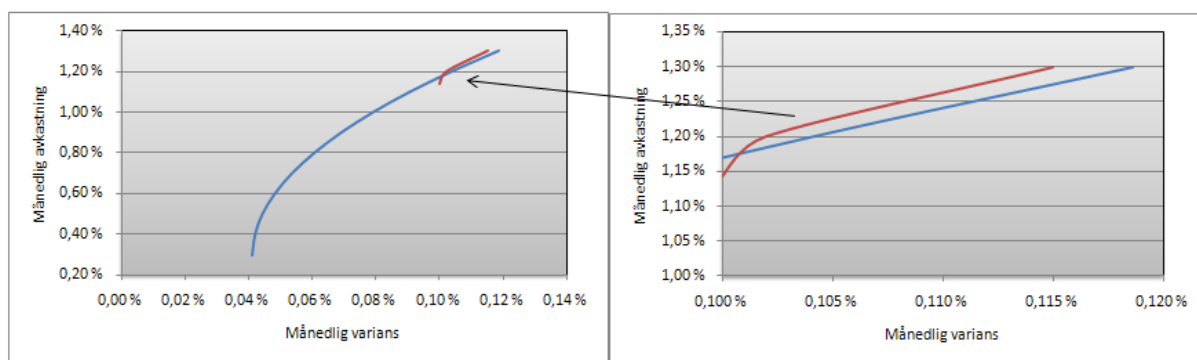
Tabellen viser at det kun er marginale forskjeller mellom resultatene for en investering i portefølje bestående av gull og MSCI World, og kun MSCI World. Samtidig er referanseindeksen i stor grad mer risikabel enn eiendelene i porteføljen, som vises ved en vektet beta på 0,358 og 0,351. FTSE All Share har hatt annualisert avkastning og standardavvik i perioden 1993-1999 på henholdsvis 17,07 % og 12,29 %. Risikojustert avkastning dividert med total risiko (Sharpe) er høyest hvis investoren fokuserer kun mot MSCI World, men forskjellene er marginale. Dessuten vil en investering i porteføljen til venstre gi lavere risiko, siden gull i seg selv kun hadde årlig standardavvik på 8,3 %. Treynor skal maksimeres, og den er høyest for MSCI World alene. Dette skyldes at MSCI World oppnår en høyere risikojustert avkastning til en lavere beta enn porteføljen med gull og MSCI World. Andelen av systematisk risiko er ekstremt lav, som skyldes for det første lav betaverdi kombinert med høye tall for standardfeil i regresjonene. Dette fører til at porteføljene består nesten 100 % av usystematisk risiko. En sammenligning av gull mot sølv i porteføljen sammen med MSCI World indikerer at sølv gir marginalt høyere tall på risikomålene, som delvis stammer fra en høyere avkastning. Begge porteføljene med gull og sølv har negative tall for informasjonsraten ex post, som skyldes at avkastningen på indeksen overstiger porteføljeavkastningen. Tracking error mellom avkastningen på porteføljen og indeksen ligger årlig på omtrent 13 %³² for samtlige. Den måler forskjellene i standardavvik årlig mellom avkastningene på porteføljen og indeksen (som er FTSE All Share). Siden tracking error ikke kan være negativ, er informasjonsraten begrenset til verdier større eller lik 0, der hovedformålet er å maksimere verdien.

Den optimale porteføljen for gull og sølv basert på historisk avkastning fra 1993 til 1999 i 36-måneders perioden fra 1999 til 2002 gir negativ avkastning (som vist tidligere på -0,72 %

³² Tracking error er utregnet ved å ta utgangspunkt i diskrete pristall for avkastninger på porteføljen totalt trukket fra indeksens diskrete avkastning. TE vises derfor som standardavviket på forskjellene i avkastning mellom portefølje og indeks. En positiv tracking verdi innebærer at porteføljen følger indeksen i en mindre grad.

årlig). Siden den risikofrie renten er positiv, vil porteføljen ikke oppnå meravkastning. Dette innebærer at Sharpe og Treynor vil gi negative estimater uavhengig av størrelsen på total- og systematisk risiko. Jensens alpha viser også negative tall, på bakgrunn av negativ meravkastning. Størrelsen på de negative tallene er uvesentlige, og jeg forutsetter at investoren søker etter høy avkastning gitt lav risiko. Et minimumskrav til porteføljen bør være at den gir meravkastning over risikofri rente siden det innebærer en investering utsatt for ingen risiko. Siden investoren forutsettes å ta en investeringsbeslutning i begynnelsen av 1999, og argumentet for vektning baseres alene på optimal portefølje i 1993-1999, kan ikke investoren ta en beslutning på bakgrunn av historiske tall i perioden 1999-2002. Med andre ord, investoren vil påta seg et tap på 0,71 % årlig ved en forutsetning om at porteføljen ikke endres gjennom de 36 månedene.

Årsaken til at jeg ikke har vist det effisiente settet for sølv og MSCI World separat er på grunn av begrenset lengde på det effisiente settet. Ved et avkastningskrav på 0 %, vil porteføljen oppnå en månedlig avkastning på 1,14 %. Denne avkastningen vil derfor holde helt til avkastningskravet settes over 1,14 %. En grafisk fremstilling av sammenhengen mellom de effisiente settene vil bli vist i figuren under (men kun vises for det intervallet hvor begge de effisiente er oppnåelige).



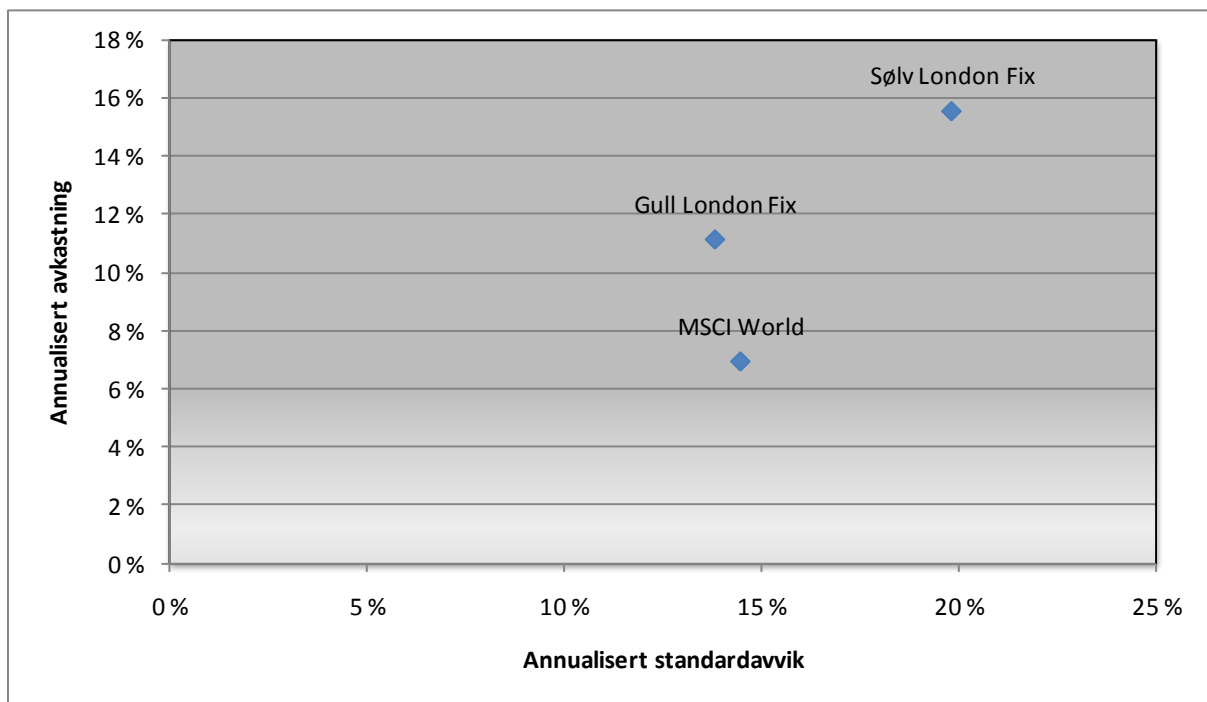
Rød linje i figuren viser porteføljen med sølv og MSCI World, mens blå pil viser portefølje med gull og MSCI World. Et utsnitt av venstre figur er vist i høyre figur.

Figur 12: Det effisiente settet i perioden 1993-1999 for gull/sølv og MSCI World.

Figuren viser at porteføljen med sølv og MSCI World gir marginalt høyere avkastning til samme risiko (vises i figuren til høyre), ved at den røde linjen er høyere oppe i diagrammet enn den blå. Mer informasjon om sammenheng mellom avkastning og risiko vises i vedlegg 1.

7.2 Andre delperiode – 1999-2007

Denne perioden strekker seg over 7 år med 96 månedlige observasjoner. Porteføljen vil fortsatt antas å bestå av gull og sølv kombinert med MSCI World. Dette defineres som en diversifisert portefølje, siden MSCI World er diversifisert. Målet er å identifisere bidraget fra gull og sølv i porteføljen, samtidig som det er ønskelig å vise at metallene er ukorrelerte med MSCI World som gir indikasjoner ingen prissammenhenger. En grafisk fremstilling av annualisert avkastning og risiko for hele investeringsporteføljen vil se slik ut.



Figur 13: Gjennomsnittlig avkastning og risiko annualisert 1999-2007.

Figuren viser at sølv har oppnådd den høyeste avkastningen (15,5 %), men er samtidig eksponert for høyest risiko (19,81 %). Gull har lavest risiko i figuren og en positiv avkastning på hele 11,1 %. MSCI World har oppnådd den laveste avkastningen, selv om avkastningen i praksis er høy sammenlignet med figuren for sammenhenger mellom avkastning og risiko for perioden fra 1993 til 1999. En egen t-test for forskjeller i korrelasjonskoeffisient (definert i analysedel 1) vises for parvise prissammenhenger mellom gull og MSCI World, samt sølv og MSCI World. Som i første periode viser sølv sterkest (positiv) prissammenheng³³, og signifikant, med MSCI World. Korrelasjonskoeffisienten for gull og MSCI World er ikke-

³³ Den parvise korrelasjonskoeffisienten mellom sølv og MSCI World er på 0,27 som gir en t-verdi på omtrent 2,78 (som er større enn den absolutte kritiske t-verdien på 1,96).

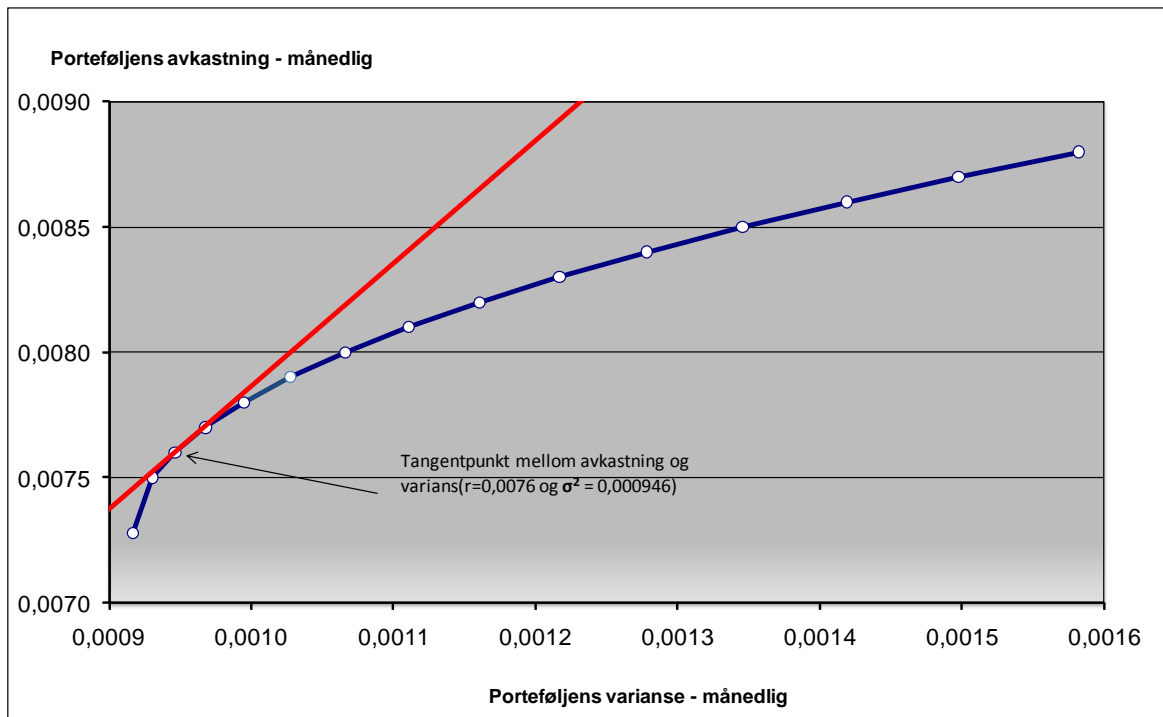
signifikant³⁴ (med koeffisient på 0,1). Koeffisienten mellom gull og sølv er på 0,58. Jeg antar at gull og sølv behandles separat i porteføljene delvis med bakgrunn i den sterke positive sammenhengen mellom dem. Avkastningen til referanseindeksen, FTSE All Share, er i samme periode på 7,24 % med standardavvik på 14,37 % (begge årlige tall). Dette plasserer dem omtrent likt med MSCI World i figuren over, men med en lavere avkastning enn metallene gull og sølv.

Den risikofrie renten er basert på *US Treasury department t-bill årlig*, og det er beregnet et gjennomsnitt for årlige rater i perioden 1999-2007. Et estimat på månedlig risikofri rente er satt til 0,30 % som tilsvarer en årlig rate på 3,55 %. Dette er et minimumskrav til avkastningen. For at porteføljen skal generere meravkastning, må den årlige avkastningen til porteføljen være over 3,55 %. Alle porteføljer som ikke opprettholder kravet til minimumsavkastning lik risikofri rente vil bli sett bort ifra.

Siden det er kun to eiendeler i porteføljen, vil den effisiente linjen vanligvis være forholdsvis kort. Avkastningskravet kan ikke settes høyere enn maksimumavkastningen til eiendelene i porteføljen. Dette innebærer at siden gull hadde en avkastning på 0,88 % månedlig, vil dette være den øvre grensen for avkastningskrav. Med tanke på at avkastningen ved et avkastningskrav fra 0 % til 0,728 % gir 0,728 % vil samtlige av disse punktene være like i det effisiente settet. Det er kun ved avkastningskrav høyere enn 0,728 % som gir utslag i forskjellige tall på avkastning og risiko. Med andre ord, avkastningskravene mellom 0,728 % og opp til 0,88 % vil være avgjørende for hva som karakteriseres som den optimale portefølje. Den optimale portefølje vil være med et avkastningskrav på ca 0,76 %, eller årlig avkastning på omtrent 9,5 %. Hvorfor akkurat dette er optimalt har sammenheng med at det gir den bratteste kapitalallokeringslinjen. Den blå linjen indikerer det effisiente settet (optimale porteføljer gitt avkastningskrav) mens den røde linjen viser til kapitalallokeringslinjen ved det avkastningskravet som er optimalt. I det punktet vil den røde linjen være brattest. Det er optimalt med høyt stigningstall på linjen. Et stigningstall på 1 innebærer at en økning i avkastningen fører til samme økning i risiko. Et stigningstall over 1 vil medføre at avkastningsøkningen fører til en risikoøkning som er marginalt lavere. Det er derfor formen på den blå linjen er konkav, som innebærer at den deriverte er større enn 0, men den andrederiverte er mindre enn 0 (som betyr at utviklingen i den deriverte reduseres, og insentivene for å velge avkastningskrav på det punktet av den blå linja der stigningstallet er

³⁴ Testen gir en t-verdi på 0,96, altså nullhypotesen om lik koeffisient kan ikke forkastes på 5% -nivå.

høyt, er store). Med andre ord, kapitalallokeringslinjen viser stigningstallet til en optimal portefølje. Figuren under illustrerer sammenhengene.



Avkastning og varians for portefølje er oppgitt månedlig, fordi risikofri rente er månedlig som frekvensen på datamaterialet. Pilen antyder optimalt avkastningskrav. Den røde linjen er kapitalallokeringslinjen og skjærer opprinnelig med den vertikale akselen på den risikofrie renten. På grunn av et spesifikt intervall viser ikke grafen skjæringspunktet.

Figur 14: Det effisiente settet for 1999-2007 ved gull og MSCI World.

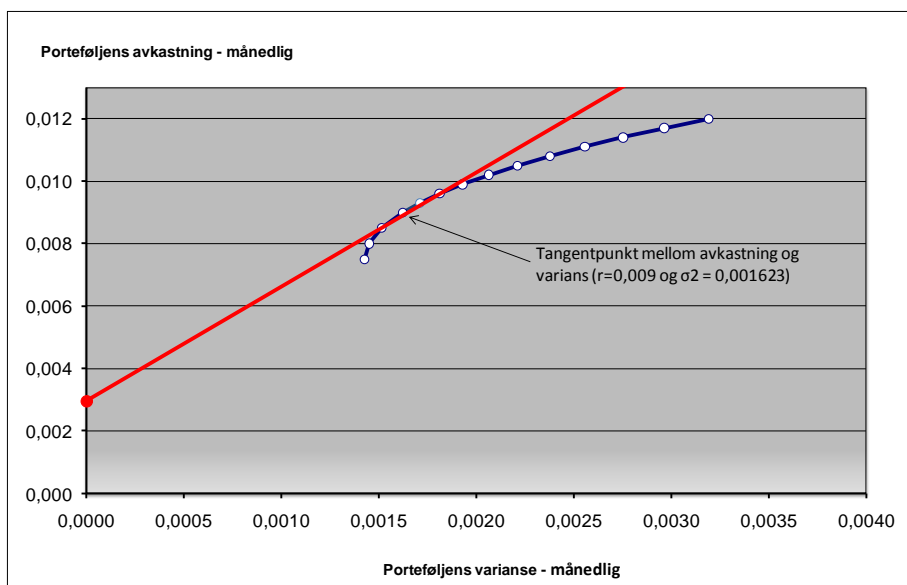
Moderne porteføljeteori fokuserer seg mot å oppnå en maksimal avkastning for en gitt mengde risiko, eller minimering av risiko for et gitt avkastningsnivå. Det effisiente settet viser optimale porteføljer gitt et avkastningskrav. Avkastningskravene er satt fra 0 % til 0,88 %. Den porteføljen med høyest avkastning er mest sannsynlig ikke den som minimerer risiko, fordi risikoen endrer seg i større grad ved høyere avkastningskrav. Formen på den blå kurven viser at et høyt avkastningskrav fører til en større økning i risiko enn et lavt avkastningskrav (som vises ved økt differanse mellom punktene på den blå linjen). Det avkastningskravet som er optimalt, er 0,076 %, som er vist i figuren over. Begrepet *optimalt* defineres som best forhold mellom avkastning og risiko. Forholdet mellom avkastning og risiko er mest optimalt ved et avkastningskrav på 0,076 %, fordi en økning i avkastningskravet vil føre til en større økning i risiko (som gir en slakere kapitalallokeringslinje), som i neste omgang gir en dårligere Sharpe. Ved en årlig avkastning på 9,51 % vil den optimale fordelingen se slik ut.

| Månedlig | | | | Annualisert | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|-------------|---------------|--|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting gull | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik | |
| 0,00 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,10 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,20 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,30 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,40 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,50 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,60 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,70 % | 0,73 % | 52,52 % | 47,48 % | 9,09 % | 10,49 % | |
| 0,75 % | 0,75 % | 59,37 % | 40,63 % | 9,38 % | 10,57 % | |
| 0,76 % | 0,76 % | 62,46 % | 37,54 % | 9,51 % | 10,66 % | |
| 0,77 % | 0,77 % | 65,55 % | 34,45 % | 9,64 % | 10,78 % | |
| 0,78 % | 0,78 % | 68,64 % | 31,36 % | 9,77 % | 10,93 % | |
| 0,79 % | 0,79 % | 71,73 % | 28,27 % | 9,90 % | 11,11 % | |
| 0,80 % | 0,80 % | 74,82 % | 25,18 % | 10,03 % | 11,31 % | |
| 0,81 % | 0,81 % | 77,91 % | 22,09 % | 10,16 % | 11,54 % | |
| 0,82 % | 0,82 % | 81,00 % | 19,00 % | 10,30 % | 11,80 % | |
| 0,83 % | 0,83 % | 84,09 % | 15,91 % | 10,43 % | 12,08 % | |
| 0,84 % | 0,84 % | 87,18 % | 12,82 % | 10,56 % | 12,39 % | |
| 0,85 % | 0,85 % | 90,27 % | 9,73 % | 10,69 % | 12,71 % | |
| 0,86 % | 0,86 % | 93,36 % | 6,64 % | 10,82 % | 13,05 % | |
| 0,87 % | 0,87 % | 96,45 % | 3,55 % | 10,95 % | 13,41 % | |
| 0,88 % | 0,88 % | 99,54 % | 0,46 % | 11,09 % | 13,78 % | |

Tabell 9: Optimal vekting for 1999-2007 med gull og MSCI World.

Andelen over gull og MSCI World fordeles med henholdsvis 62,5 % og 37,5 % ved et avkastningskrav på 0,76 % i måneden. Uavhengig av avkastningskrav vil metallet bli vektlagt mest, med en økende andel i tabellen. Gull er mer fremtredende i denne perioden enn fra 1993 til 1999 som skyldes at metallet både har høyere avkastning og lavere risiko enn MSCI World.

Spørsmålet er hvordan effekten på avkastning og risiko er for sølv i en portefølje sammen med MSCI World. Det jeg vil frem til er om sølv fører til en høyere Sharpe for porteføljen sammenlignet med å holde på MSCI World alene. Dette vil jeg illustrere, som i første periode, med en tabell som viser prestasjonstall for sølv og MSCI World sammenlignet med MSCI World alene. Først må jeg finne det effisiente settet og allokeringen mot sølv. Det effisiente settet er vist i figur under.



Figur 15: Det effisiente settet for 1999-2007 ved sølv og MSCI World.

Her har jeg satt avkastningen i et intervall fra 0 % og opp til 1,2 % for å synliggjøre kapitalallokeringslinjen (som er markert med den røde linjen). Denne linjen vil være brattest i dette punktet, som indikerer best forhold mellom avkastning og risiko (en årlig Sharpe på 0,79). Punktene til høyre gir et dårligere forhold mellom avkastning og risiko som følge av en kapitalallokeringslinje som er slakere. Ved et avkastningskrav på 0 %, vil avkastningen være 0,75 % i måneden (9,38 % årlig), som er punktet for minimum varians dersom ikke negative avkastninger hensyntas, ved et årlig standardavvik på 13,09 %. Den høyeste risikoen oppnås med en avkastning på 1,2 % i måneden, som gir årlig standardavvik på 19,57 %. Den optimale vektingen for et avkastningskrav på 0,9 % i måneden, er.

| Månedlig | | | Annualisert | | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|------------|---------------|--|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting sølv | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik | |
| 0,00 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,10 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,20 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,30 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,40 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,50 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,60 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,70 % | 0,75 % | 29,42 % | 70,58 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,75 % | 0,75 % | 29,47 % | 70,53 % | 9,38 % | 13,09 % | |
| 0,80 % | 0,80 % | 37,14 % | 62,86 % | 10,03 % | 13,19 % | |
| 0,85 % | 0,85 % | 44,80 % | 55,20 % | 10,69 % | 13,48 % | |
| 0,90 % | 0,90 % | 52,47 % | 47,53 % | 11,35 % | 13,96 % | |
| 0,93 % | 0,93 % | 57,07 % | 42,93 % | 11,75 % | 14,32 % | |
| 0,96 % | 0,96 % | 61,67 % | 38,33 % | 12,15 % | 14,74 % | |
| 0,99 % | 0,99 % | 66,27 % | 33,73 % | 12,55 % | 15,21 % | |
| 1,02 % | 1,02 % | 70,87 % | 29,13 % | 12,95 % | 15,73 % | |
| 1,05 % | 1,05 % | 75,47 % | 24,53 % | 13,35 % | 16,29 % | |
| 1,08 % | 1,08 % | 80,07 % | 19,93 % | 13,76 % | 16,89 % | |
| 1,11 % | 1,11 % | 84,67 % | 15,33 % | 14,16 % | 17,51 % | |
| 1,14 % | 1,14 % | 89,27 % | 10,73 % | 14,57 % | 18,17 % | |
| 1,17 % | 1,17 % | 93,87 % | 6,13 % | 14,98 % | 18,86 % | |
| 1,20 % | 1,20 % | 98,47 % | 1,53 % | 15,39 % | 19,57 % | |

Tabell 10: Optimal vekting for 1999-2007 med sølv og MSCI World.

Tabellen over illustrerer at sølv (som for gull i samme periode) har den største andelen. Andelen øker for sølv ved høyere avkastningskrav, men samme gjør risikoen til porteføljene. Siden sølv og MSCI World er signifikant positivt korrelerte med hverandre, kan dette være delvis årsaken til forholdsvis lik vekting. Sølv har en avkastning som er betraktelig høyere enn MSCI World, men siden optimeringsprogrammet fokuserer på minimering av variansen, vil MSCI World bli vektet med 47,5 % (MSCI World har et årlig standardavvik på 14,48 % som er 5 prosentpoeng lavere enn sølv).

Begge porteføljene med henholdsvis gull/sølv og MSCI World gir ulik avkastning og risiko avhengig av vektingen blant eiendelene. Tabellen under viser avkastning og risiko for optimal portefølje med gull/sølv og MSCI World og med MSCI alene.

| Portefølje med gull og MSCI World | | | Portefølje med sølv og MSCI World | | | | |
|-----------------------------------|---------|------------------------|-----------------------------------|---------------------|---------|------------------------|--------|
| Porteføljeverians | 0,09 % | Avkastning | 0,8 % | Porteføljeverians | 0,16 % | Avkastning | 0,9 % |
| Standardavvik | 3,08 % | Årlig avkastning | 9,5 % | Standardavvik | 4,03 % | Årlig avkastning | 11,4 % |
| Årlig varians | 1,14 % | Rf månedlig avkastning | 0,30 % | Årlig varians | 1,95 % | Rf månedlig avkastning | 0,30 % |
| Årlig standardavvik | 10,66 % | Rf årlig avkastning | 3,55 % | Årlig standardavvik | 13,96 % | Rf årlig avkastning | 3,55 % |
| MSCI World | | | | | | | |
| Porteføljeverians | 0,17 % | Avkastning | 0,56 % | | | | |
| Standardavvik | 4,18 % | Årlig avkastning | 6,90 % | | | | |
| Årlig varians | 2,10 % | Rf månedlig avkastning | 0,30 % | | | | |
| Årlig standardavvik | 14,48 % | Rf årlig avkastning | 3,55 % | | | | |

Tabell 11: Porteføljen med gull/sølv og MSCI mot MSCI alene 1999-2007.

Tabellen over viser at porteføljen med gull og MSCI World har lavest annualisert risiko (10,66 %). På tross av dette er det ikke nødvendigvis denne porteføljen som har lavest risiko (gitt et nivå på avkastningen). Det er vanskelig å vurdere hva som gir lavest risiko uten å bestemme et avkastningskrav (som settes likt), og den porteføljen som har lavest risiko vil derfor være optimal. Dette illustreres i vedlegg 2. Tabellen illustrerer derimot at inkludering av både gull og sølv sammen med MSCI vil gi en lavere risiko sammenlignet med MSCI World alene. Derfor kan både gull og sølv redusere risikoen i en portefølje, og vil derfor ha en positiv effekt på avkastning og risiko (dette fordi både gull og sølv har høyere avkastning enn MSCI World på 6,9 %). Gull og MSCI World gir en Sharpe på 0,56, sølv og MSCI World gir samme. MSCI World gir lavere Sharpe, på 0,23. En nøyere illustrasjon av prestasjonstall vises i figuren under.

| Portefølje med gull og MSCI World | | Portefølje med kun MSCI World | | Portefølje med sølv og MSCI World | |
|-----------------------------------|------------|-------------------------------|------------|-----------------------------------|------------|
| Prestasjonsmål | Årlig rate | Prestasjonsmål | Årlig rate | Prestasjonsmål | Årlig rate |
| Sharpe | 0,559 | Sharpe | 0,232 | Sharpe | 0,559 |
| Treynor | 0,400 | Treynor | 0,054 | Treynor | 0,265 |
| Jensen's alpha | 0,054 | Jensen's alpha | 0,011 | Jensen's alpha | 0,067 |
| Modigliani & Modigliani | 0,106 | Modigliani & Modigliani | 0,033 | Modigliani & Modigliani | 0,082 |
| Appraisalrate | 0,773 | Appraisalrate | 0,093 | Appraisalrate | 0,584 |
| Informasjonsrate | 0,141 | Informasjonsrate | -0,027 | Informasjonsrate | 0,246 |
| Vektet beta | 0,149 | Beta | 0,617 | Vektet beta | 0,294 |

Tabell 12: Ulike risikomål og ratetall i perioden 1999-2007.

Resultatene over viser fortsatt en positiv Sharpe. Forskjellen er at Sharpe er best i porteføljene som inkluderer gull og sølv, som indikerer at de har hatt en positiv total effekt på avkastning og risiko. Dette var ikke tilfelle for 1993-1999, der Sharpe var høyest for MSCI World alene. På den annen side er Sharpe lavere i denne perioden enn forrige. Treynor er høyest for gullporteføljen, som hovedsakelig skyldes en redusert vektet beta i forhold til første periode (lav beta skyldes at metaller, og råvarer generelt, er ukorrelerte med aksjeindekser). Porteføljen med sølv har hatt en marginal nedgang i Treynor. Jensen's alpha er positiv, som viser at samtlige generer avkastning over FTSE All Share. Informasjonsraten er positiv for porteføljene som inkluderer gull og sølv (med 0,141 og 0,246), som viser at avkastningen til porteføljen har vært høyere enn FTSE All Share (dette viser en økning i forhold til 1993-1999 der raten var negativ). På den annen side har tracking error vært så høy for perioden at IR-verdien reduseres kraftig sammenlignet med en potensiell tracking error mot null. Her viser estimatene på systematisk og usystematisk risiko at porteføljene består nesten 100 % av

usystematisk risiko. En høyere beta ville utjevnet forskjellene³⁵. Den usystematiske risikoen er dominerende og nesten identisk til den totale risikoen (dette kan tolkes ut fra lav forklaringskraft av gull og sølv mot FTSE All Share, der eksempelvis R^2 på gull og sølv er 0,0189 og 0).

Begge porteføljene med henholdsvis gull og sølv sammen med MSCI World har prestert bra i perioden. En sammenligning mot forrige periode indikerer at gull og MSCI World har høyere tall for Treynor, appraisalrate og informasjonsrate fra 1999 til 2007. Porteføljen med sølv og MSCI World viser at kun informasjonsraten er høyere i denne perioden sammenlignet med 1993-1999. Jeg vil bruke de optimale porteføljene (høyest Sharpe) fra 1999 til 2007 som grunnlag for investering fra 2007 til 2010. Resultatene viser at porteføljen med gull og MSCI World (med 62,5 % og 37,5 % vektning) gir en annualisert avkastning på 12,8 % som overstiger maksimal avkastning oppnådd gjennom optimering i perioden 1999-2007 (som var 11,11 %). Risikoen er derimot høyere fra 2007 til 2010, på 19,13 % (sammenlignet med 13,7 % gjennom optimering). Grunnen til at avkastningen er såpass høy skyldes prisutviklingen på gull, som har hatt 23 % i årlig avkastning kombinert med en lav risiko. Den andre porteføljen med sølv og MSCI World hadde en annualisert avkastning og standardavvik på henholdsvis 6,26 % og 26,78 % (høy risiko hovedsakelig som følge av sølv med 29,8 % i årlig standardavvik). Avkastningen er positiv, men betraktelig lavere enn porteføljen med gull og MSCI World. Dette viser at optimal portefølje i perioden 1999-2007 har gitt en positiv avkastning i påfølgende periode på 36 måneder. Bidraget fra gull og sølv er sterkt med tanke på at MSCI World alene hadde en negativ annualisert avkastning fra 2007 til 2010 med -2,46 %. Dette bekrefter hypotesen om at råvarer og aksjeindekser beveger seg i motsatt retning, og at metallene kan fungere som en sikring i porteføljen. Med andre ord, hadde investoren ikke investert i metallene, men kun i MSCI World hadde den positive avkastningen uteblitt.

En sammenligning av ulike prestasjonsmål som for eksempel Sharpe, Treynor med mer vises i tabellen under (både for ex post og ex ante³⁶).

³⁵ Systematisk risiko utregnes ved $\beta_i^2 \sigma_M^2$ og øker med markedsrisiko og markedsvarians (Bodie et al. 2009)

³⁶ Ex post viser til resultater basert på historisk avkastning i perioden 1999-2007, mens ex ante viser til resultater i perioden 2007-2010 basert på at investoren investerer i 2007. Optimale andeler er forutsatt for investeringsperioden og rekalkulering underveis utelates.

| Gull og MSCI World | | | | | Sølv og MSCI World | | | | MSCI World |
|--------------------|-------------------|---------|---------|---------|--------------------|---------|---------|---------|------------|
| Maksimeres | Sharpe | Ex post | Ex ante | Endring | Sharpe | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,559 | 0,484 | -0,076 | | 0,559 | 0,101 | -0,458 | -0,256 |
| Maksimeres | Treynor | Ex post | Ex ante | Endring | Treynor | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,40 | 0,296 | -0,10 | | 0,265 | 0,048 | -0,217 | -0,071 |
| Maksimeres | Jensens alpha | Ex post | Ex ante | Endring | Jensens alpha | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,054 | 0,103 | 0,049 | | 0,067 | 0,046 | -0,021 | -0,032 |
| Maksimeres | M2 | Ex post | Ex ante | Endring | M2 | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,106 | 0,113 | 0,007 | | 0,082 | 0,021 | -0,061 | -0,055 |
| Maksimeres | Informasjonsraten | Ex post | Ex ante | Endring | Informasjonsraten | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,141 | 0,64 | 0,499 | | 0,246 | 0,302 | 0,057 | -0,187 |
| Minimeres | Tracking error | Ex post | Ex ante | Endring | Tracking error | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 16,08 % | 19,63 % | -3,55 % | | 16,73 % | 19,95 % | -3,23 % | 14,38 % |
| Maksimeres | Appraisalraten | Ex post | Ex ante | Endring | Appraisalraten | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,773 | 1,203 | 0,430 | | 0,584 | 0,407 | -0,177 | -0,224 |
| Minimeres | Vektet beta | Ex post | Ex ante | Endring | Vektet beta | Ex post | Ex ante | Endring | Ex ante |
| | | 0,149 | 0,313 | -0,164 | | 0,294 | 0,569 | -0,275 | 0,851 |

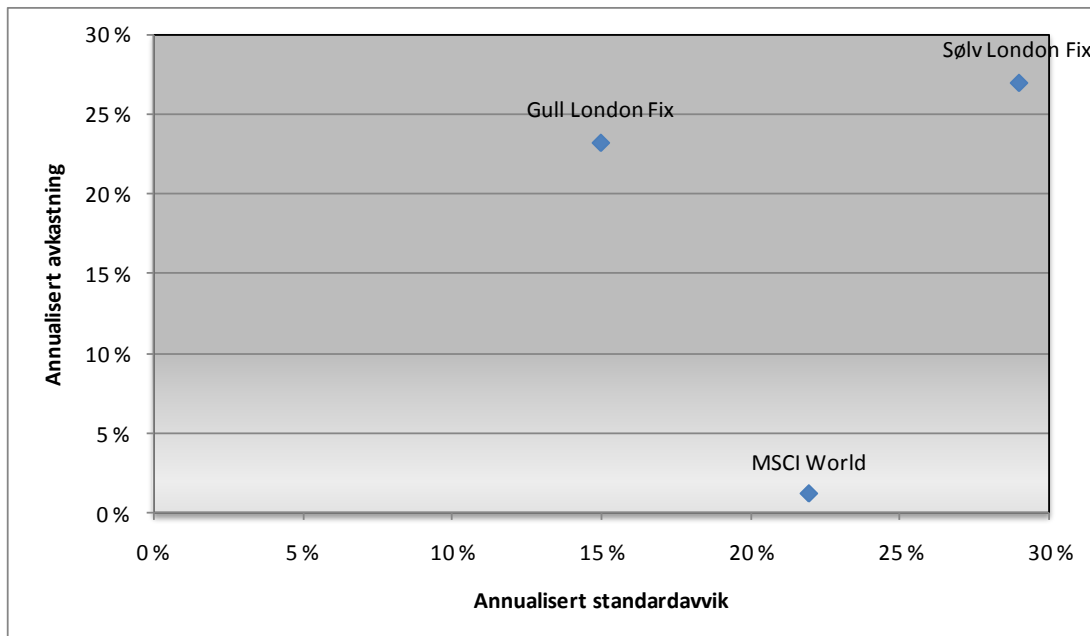
Alle tall er periodisert i henhold til årlig basis.

Tabell 13: Oversikt over prestasjonstall ex post, ex ante og MSCI World (investering 2007).

Tabellen viser en sammenligning av porteføljene med gull og sølv sammen med MSCI World og MSCI World alene. Resultatene er fremstilt ex post og ex ante. Det er tydelig at gull og sølv i stor grad har en positiv total effekt på avkastning og risiko, som fremgår av en sammenligning av ex ante mot MSCI World alene (på grunn av fraværende meravkastning fra MSCI World er estimatene på Sharpe, Treynor, Jensens alpha, M2, informasjonsrate og appraisalrate negative). Siden både gull og sølv har hatt en meravkastning over risikofri rente vil de øke avkastningen til porteføljen, som vises ved positive estimer på blant annet Sharpe og Treynor (til tross for positive tall har det vært en reduksjon fra ex post til ex ante, med størst nedgang for Sharpe med sølv og MSCI World på -0,458). Et sentralt moment er hvilket metall som skiller seg mer ut i forhold til det andre metallet i porteføljesammenheng. En sammenligning av ex ante-tall for både gull og sølv sammen med MSCI World separat gir en bedre forståelse (som vises på rad nummer 4 og 8). Resultatene støtter seg mest mot en portefølje av gull og MSCI World, siden estimatene på ex ante viser bedre tall for samtlige prestasjonsmålinger sammenlignet mot sølv.

7.3 Tredje delperiode – 2007-2011

Siste periode dekker 4 år med månedlige observasjoner. Perioden er 12 måneder lengre enn investeringsperioden fra 2007 til 2010. Intensjonen min er å vise en fremtidig investeringsplan for investoren. Problemet er at perioden kun kan testes ut for noen måneder, men analysen vil kun revurdere allokeringen mellom gull og sølv sammen med MSCI World fra 2011 ut utover. En grafisk analyse av avkastning og risiko for gull, sølv og MSCI World vises under.



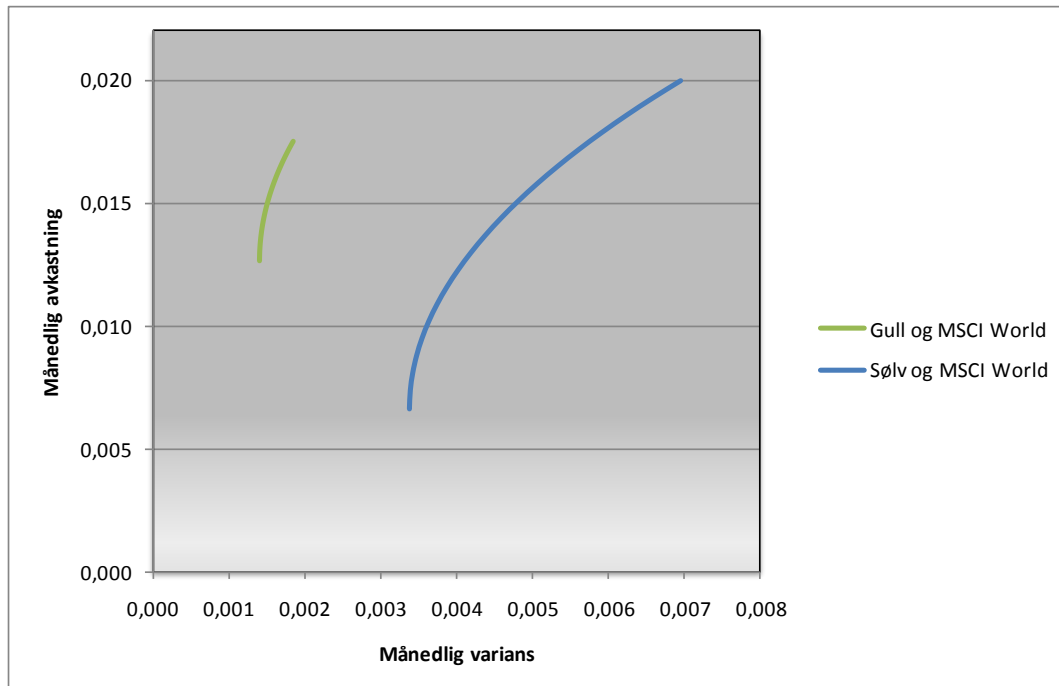
Figur 16: Gjennomsnittlig avkastning og risiko annualisert 2007-2011.

Figuren viser at sølv har oppnådd den høyeste avkastningen (27 % årlig), men har samtidig den høyeste risikoen. Det andre metallet, gull, har oppnådd en risiko som er betraktelig (og signifikant lavere ved en f-test på forskjeller i varians) med en p-verdi³⁷ på 0, som gir årlig standardavvik på 14,98 %. MSCI World har en avkastning som er (signifikant) lavere enn både gull og sølv på 1,2 % årlig, som gir t-verdier³⁸ på henholdsvis 9,74 og 6,02 for gull og sølv. Dette innebærer at både gull og sølv har avkastning som er signifikant høyere enn MSCI World. Investoren vil ha gode insentiver for å investere i gull og sølv med bakgrunn i den høye avkastningen. Korrelasjonen mellom gull og MSCI World er 0,11 mens den er sterkere for sølv og MSCI World på 0,35. Spørsmålet er hvor mye som bør allokere mot gull eller sølv i porteføljen sammen med MSCI World. Jeg vil konstruere et effisient sett for hver av

³⁷ En test der nullhypotesen angir at variansen er lik. Nullhypotesen om lik varians kan forkastes på 1%-nivå.

³⁸ Den kritiske t-verdien er på 2,01 ved observasjoner lik 48. Siden t-verdien er høyere enn kritisk t-verdi er forskjellen signifikant (ved 5%-nivå).

metallene sammen med MSCI World og vise til den optimale portefølje i diagrammet. Under vises figuren for begge porteføljene.



Jeg har utelatt kapitalallokeringslinjen fra figuren. Ønsker kun å se sammenhenger mellom avkastning og risiko. Risikofri rente månedlig er satt til 0,155 %.

Figur 17: Det effisiente settet for optimale porteføljer 2007-2011.

Porteføljen med gull og MSCI World viser en forholdsvis bratt stigning på det effisiente settet, som indikerer at en avkastningsøkning fører til kun marginale økninger i risiko. Det optimale avkastningskravet er 1,55 % i måneden (som gir 20,27 % årlig). Siden gull både har høyere avkastning og lavere risiko enn MSCI World for perioden, vil hoveddelen av andelene investeres i gull, med 87,56 % (som gir 12,44 % i MSCI World). Porteføljen med sølv og MSCI World har et effisient sett som for det første er forskyvet mot høyre i figuren og for det andre har en flatere stigning. Dette viser at denne porteføljen fører til en høyere risiko enn porteføljen med gull og MSCI World, samtidig som at en økning i avkastningskrav fører til større marginale økninger i risiko. Det optimale avkastningskravet for sølv og MSCI World er på 1,58 % per måned i avkastning, eller 20,7 % årlig. Sølv har høyest andel av den optimale porteføljen, med 77,43 %. En investor bør derfor vurdere gull og sølv som gode investeringsalternativer i sin portefølje fra januar 2011. Det er ingen garanti for at porteføljene kommer til å genere positiv meravkastning i fremtiden, men basert på historisk avkastning er dette de beste estimatene. Dette er et eksempel på en porteføljesammenheng. Andre porteføljer vil gi andre resultater og andre fordelinger mellom eiendelene i porteføljen. Mitt ønske er å vise at gull og sølv, basert på høy avkastning, vil være et ønsket investeringsobjekt

i fremtiden basert på ønske om minimering av varians. Sharpe er høyest for porteføljen lengst til venstre i diagrammet med 1,343 (gull og MSCI World), mens den andre har 0,765. Hovedårsaken til forskjellene er ulik risiko, siden den risikofrie renten forutsettes lik og avkastningen er tilnærmet lik. En tabellarisk fremstilling av optimale porteføljer vises i figuren under sammen med MSCI World alene.

| MSCI World | | | | | | | |
|---------------------|---------|------------------------|--------|---------------------|---------|------------------------|--------|
| Porteføljevarians | 0,40 % | Avkastning | 0,10 % | | | | |
| Standardavvik | 6,34 % | Årlig avkastning | 1,2 % | | | | |
| Årlig varians | 4,82 % | Rf månedlig avkastning | 0,16 % | | | | |
| Årlig standardavvik | 21,95 % | Rf årlig avkastning | 1,86 % | | | | |
| Sharpe | -0,030 | | | | | | |
| Gull og MSCI World | | Sølv og MSCI World | | | | | |
| Porteføljevarians | 0,16 % | Avkastning | 1,55 % | Porteføljevarians | 0,51 % | Avkastning | 1,58 % |
| Standardavvik | 3,96 % | Årlig avkastning | 20,3 % | Standardavvik | 7,11 % | Årlig avkastning | 20,7 % |
| Årlig varians | 1,88 % | Rf månedlig avkastning | 0,16 % | Årlig varians | 6,07 % | Rf månedlig avkastning | 0,16 % |
| Årlig standardavvik | 13,71 % | Rf årlig avkastning | 1,86 % | Årlig standardavvik | 24,64 % | Rf årlig avkastning | 1,86 % |
| Sharpe | 1,343 | | | Sharpe | 0,765 | | |

Tabell 14: Avkastning, risiko og Sharpe for optimale porteføljer 2007-2011.

Tabellen illustrerer at gull og sølv har en positiv effekt på Sharpe. MSCI World har alene en negativ Sharpe på grunn av manglende meravkastning over risikofri rente. Siden investoren bruker historisk avkastning som grunnlag for investering i fremtiden, vil gull og MSCI World være best alternativ. Uansett avkastningskrav vil risikoen være lavere for dette alternativet. Jeg forutsetter at vektene er optimale i henhold til optimeringen, som fører til en fordeling over gull og MSCI World med henholdsvis 87,56 % og 12,44 %. Tabellen under viser avkastning og risiko gitt avkastningskrav for gull og sølvporteføljene.

| Månedlig | | | Annualisert | | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|------------|---------------|--|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting gull | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik | |
| 0,00 % | 1,27 % | 70,44 % | 29,56 % | 16,30 % | 13,01 % | |
| 1,20 % | 1,27 % | 70,44 % | 29,56 % | 16,30 % | 13,01 % | |
| 1,23 % | 1,27 % | 70,44 % | 29,56 % | 16,30 % | 13,01 % | |
| 1,25 % | 1,27 % | 70,44 % | 29,56 % | 16,30 % | 13,01 % | |
| 1,28 % | 1,28 % | 70,96 % | 29,04 % | 16,42 % | 13,02 % | |
| 1,30 % | 1,30 % | 72,47 % | 27,53 % | 16,77 % | 13,02 % | |
| 1,33 % | 1,33 % | 73,98 % | 26,02 % | 17,11 % | 13,05 % | |
| 1,35 % | 1,35 % | 75,49 % | 24,51 % | 17,46 % | 13,08 % | |
| 1,38 % | 1,38 % | 77,00 % | 23,00 % | 17,81 % | 13,12 % | |
| 1,40 % | 1,40 % | 78,51 % | 21,49 % | 18,16 % | 13,17 % | |
| 1,43 % | 1,43 % | 80,02 % | 19,98 % | 18,51 % | 13,23 % | |
| 1,45 % | 1,45 % | 81,52 % | 18,48 % | 18,86 % | 13,31 % | |
| 1,48 % | 1,48 % | 83,03 % | 16,97 % | 19,21 % | 13,39 % | |
| 1,50 % | 1,50 % | 84,54 % | 15,46 % | 19,56 % | 13,49 % | |
| 1,53 % | 1,53 % | 86,05 % | 13,95 % | 19,92 % | 13,59 % | |
| 1,55 % | 1,55 % | 87,56 % | 12,44 % | 20,27 % | 13,71 % | |
| 1,58 % | 1,58 % | 89,07 % | 10,93 % | 20,63 % | 13,83 % | |
| 1,60 % | 1,60 % | 90,58 % | 9,42 % | 20,98 % | 13,96 % | |
| 1,63 % | 1,63 % | 92,09 % | 7,91 % | 21,34 % | 14,10 % | |
| 1,65 % | 1,65 % | 93,60 % | 6,40 % | 21,70 % | 14,25 % | |
| 1,68 % | 1,68 % | 95,11 % | 4,89 % | 22,06 % | 14,41 % | |
| 1,70 % | 1,70 % | 96,62 % | 3,38 % | 22,42 % | 14,58 % | |
| 1,73 % | 1,73 % | 98,12 % | 1,88 % | 22,78 % | 14,75 % | |
| 1,75 % | 1,75 % | 99,63 % | 0,37 % | 23,14 % | 14,94 % | |

Tabell 15: Avkastning og risiko optimale porteføljer, gull og MSCI World, 2007-2011.

| Månedlig | | | Annualisert | | | |
|-----------------|--------------------|--------------|--------------------|------------|---------------|--|
| Avkastningskrav | Oppnådd avkastning | Vekting sølv | Vekting MSCI World | Avkastning | Standardavvik | |
| 0,00 % | 0,66 % | 29,45 % | 70,55 % | 8,25 % | 20,15 % | |
| 0,60 % | 0,66 % | 29,45 % | 70,55 % | 8,25 % | 20,15 % | |
| 0,67 % | 0,67 % | 29,84 % | 70,16 % | 8,34 % | 20,15 % | |
| 0,74 % | 0,74 % | 33,50 % | 66,50 % | 9,25 % | 20,19 % | |
| 0,81 % | 0,81 % | 37,16 % | 62,84 % | 10,16 % | 20,28 % | |
| 0,88 % | 0,88 % | 40,82 % | 59,18 % | 11,09 % | 20,43 % | |
| 0,95 % | 0,95 % | 44,48 % | 55,52 % | 12,01 % | 20,63 % | |
| 1,02 % | 1,02 % | 48,14 % | 51,86 % | 12,95 % | 20,89 % | |
| 1,09 % | 1,09 % | 51,80 % | 48,20 % | 13,89 % | 21,21 % | |
| 1,16 % | 1,16 % | 55,46 % | 44,54 % | 14,84 % | 21,57 % | |
| 1,23 % | 1,23 % | 59,12 % | 40,88 % | 15,80 % | 21,97 % | |
| 1,30 % | 1,30 % | 62,78 % | 37,22 % | 16,77 % | 22,43 % | |
| 1,37 % | 1,37 % | 66,44 % | 33,56 % | 17,74 % | 22,92 % | |
| 1,44 % | 1,44 % | 70,10 % | 29,90 % | 18,72 % | 23,46 % | |
| 1,51 % | 1,51 % | 73,77 % | 26,23 % | 19,70 % | 24,03 % | |
| 1,58 % | 1,58 % | 77,43 % | 22,57 % | 20,70 % | 24,64 % | |
| 1,65 % | 1,65 % | 81,09 % | 18,91 % | 21,70 % | 25,27 % | |
| 1,72 % | 1,72 % | 84,75 % | 15,25 % | 22,71 % | 25,94 % | |
| 1,79 % | 1,79 % | 88,41 % | 11,59 % | 23,73 % | 26,64 % | |
| 1,86 % | 1,86 % | 92,07 % | 7,93 % | 24,75 % | 27,35 % | |
| 1,93 % | 1,93 % | 95,73 % | 4,27 % | 25,78 % | 28,10 % | |
| 2,00 % | 2,00 % | 99,39 % | 0,61 % | 26,82 % | 28,86 % | |

Tabell 16: Avkastning og risiko optimale porteføljer, sølv og MSCI World, 2007-2011.

De to tabellene over viser annualisert avkastning og risiko for definerte porteføljer. Gull har en tendens til å bli mer vektet dersom avkastningskravet økes. Den optimale porteføljen er gitt avkastningskrav på 1,55 % i måneden, som gir årlig avkastning og risiko på 20,27 % og 13,71 %. Risikoen øker i en større grad ved høyere avkastning som også gjenspeiles i formen på det effisiente settet vist tidligere. Sølv kjennetegnes også ved at metallet blir mer vektet desto høyere avkastningskrav. Ved det optimale avkastningskravet er årlig avkastning og risiko henholdsvis 20,7 % og 24,64 %. Dette kan gi en indikasjon på at gull og sølv har et bedre forhold mellom avkastning og risiko. Den optimale portefølje er tidligere definert som meravkastning over varians, siden optimeringen bygger på varians. Over vises det optimale avkastningskravet, men jeg bruker årlig standardavvik som grunnlag for å vise hva den optimale porteføljen har i risiko (selv om den optimale portefølje kan endrer seg dersom investoren forholder seg til varians mot standardavvik).

Tabellen under sammenligner alle perioder i hele datamaterialet, både for gull og sølv sammen med MSCI World og MSCI World alene.

| Periode | Annualisert | | Annualisert | |
|--|--------------------|------------------------|-----------------|--------|
| | Optimal avkastning | Optimalt standardavvik | Risikofri rente | Sharpe |
| Portefølje med gull og MSCI World | | | | |
| Perioden 1992(12)-1998(12) | 15,40 % | 11,17 % | 5,14 % | 0,92 |
| Perioden 1999(1)-2006(12) | 9,51 % | 10,66 % | 3,55 % | 0,56 |
| Perioden 2007(1)-2010(12) | 20,27 % | 13,71 % | 1,86 % | 1,34 |
| <i>36-måneder investeringsperiode</i> | | | | |
| Perioden 1999(1)-2001(12) | -0,72 % | 15,47 % | 2,28 % | -0,19 |
| Perioden 2007(1)-2009(12) | 12,80 % | 19,13 % | 3,55 % | 0,48 |
| Portefølje med sølv og MSCI World | | | | |
| Perioden 1992(12)-1998(12) | 16,77 % | 11,75 % | 5,14 % | 0,99 |
| Perioden 1999(1)-2006(12) | 11,35 % | 13,96 % | 3,55 % | 0,56 |
| Perioden 2007(1)-2010(12) | 20,70 % | 24,64 % | 1,86 % | 0,76 |
| <i>36-måneder investeringsperiode</i> | | | | |
| Perioden 1999(1)-2001(12) | -0,85 % | 15,38 % | 2,28 % | -0,20 |
| Perioden 2007(1)-2009(12) | 6,26 % | 26,78 % | 3,55 % | 0,10 |
| MSCI World alene | | | | |
| Perioden 1992(12)-1998(12) | 17,53 % | 12,36 % | 5,14 % | 1,00 |
| Perioden 1999(1)-2006(12) | 6,90 % | 14,48 % | 3,55 % | 0,23 |
| Perioden 2007(1)-2010(12) | 1,20 % | 21,95 % | 1,86 % | -0,03 |
| <i>36-måneder investeringsperiode</i> | | | | |
| Perioden 1999(1)-2001(12) | -0,69 % | 15,67 % | 2,28 % | -0,19 |
| Perioden 2007(1)-2009(12) | -2,46 % | 23,42 % | 3,55 % | -0,26 |

Tabell 17: Oversikt over samtlige optimale porteføljer for alle periodene 1993-2011.

Tabellen er en oversikt over alle optimale porteføljer. Avkastningen gjenspeiler porteføljen som gir høyest Sharpe. Formålet mitt er ikke å sammenligne porteføljer på bakgrunn av lik avkastnings- eller risikoprofil, men kun å identifisere porteføljene som gir best risikoutbytte gitt et avkastningsnivå. Den porteføljen som gir best utbytte blant avkastning og risiko (i undersøkelsesperioden) er gull og MSCI World i perioden 2007-2011, mens lavest er for MSCI World alene i perioden 2007-2011.

8. Analyse av egenskapene som en inflasjonssikring

Gjennom hele oppgaven har jeg argumentert for at gull og sølv følger inflasjonen i motsetning til aksjer generelt. Av den grunn kan gull og sølv kjennetegnes som en inflasjonssikring. Spørsmålene er i hvilken grad gull og sølv har fulgt inflasjonen, og i hvilken grad samvariasjonen er signifikant. Jeg vil analysere korrelasjonskoeffisienten mellom logaritmiske prisendringer for gull og sølv mot konsumprisindeksen³⁹ i USA med forutsetning om at indeksen gjelder for alle typer varer. Jeg vil også lage regresjoner som tester sammenhenger mellom de logaritmiske prisendringene på gull og sølv mot logaritmiske prisendringer på CPIAUCSL. Jeg vil inkludere 3 laggede variabler for månedlig frekvens for å teste ut om det er noen signifikante koeffisienter innen et intervall på 3 måneder. Formålet er derfor å finne positive og signifikante koeffisienter som kan gi indikasjoner på at endringer i konsumprisindekser og metallene beveger seg i samme retning. Fortegnet til koeffisienten er derfor avgjørende for om en økning eller reduksjon i inflasjonen vil ha positiv eller negativ innflytelse på endringene til gull og sølvprisen. Korrelasjonskoeffisienter for gull og sølv mot CPIAUCSL gir følgende resultater.

| Korrelasjonsmatrise 1992 (12)-1998 (12) | InGull | InSølv | Korrelasjonsmatrise 1999 (1)-2006 (12) | InGull | InSølv |
|--|--------|--------|---|--------|--------|
| InCPIAUCSL | 0,149 | 0,163 | InCPIAUCSL | 0,236 | 0,118 |
| T-verdi | 1,284 | 1,411 | T-verdi | 2,423 | 1,160 |
| T-kritisk | 1,994 | 1,994 | T-kritisk | 1,986 | 1,986 |
| Korrelasjonsmatrise 2007 (12)-2010 (12) | InGull | InSølv | | | |
| InCPIAUCSL | 0,321 | 0,343 | | | |
| T-verdi | 2,427 | 2,637 | | | |
| T-kritisk | 2,013 | 2,013 | | | |

Tall er beregnet ved hjelp av OxMetrics 4.0.

Tabell 18: Prissammenheng mellom gull og sølv mot prisinflasjon (US).

Tabellen viser at det gjennom alle periodene er en positiv sammenheng mellom metallene og den amerikanske konsumprisindeksen CPIAUCSL, men sammenhengen er ikke signifikant. Gull og sølv sin rolle som inflasjonssikring har blitt forsterket, spesielt i siste periode med signifikante koeffisienter over 0,30. Gullkoeffisienten med CPI har steget jevnt i alle periodene, og beviser at metallet i en større grad fungerer som inflasjonssikring mot nyere tid. Koeffisienten til sølv har steget fra første til siste periode, men hadde en forholdsvis lav koeffisient i andre periode på 0,118 og ikke signifikant t-verdi. Jeg vil gjennomføre følgende regresjonsanalyser.

³⁹ Jeg forutsetter at *Consumer Price Index for All Urban Consumers: All Items (CPIAUCSL)* er et godt mål på inflasjon siden den hensyntar sesongmessige variasjoner. Data er hentet fra *Federal Reserve Bank of St. Louis* på <http://research.stlouisfed.org/fred2/categories/9>.

$$\text{LnGull}^{40} = \alpha + B_0 \text{LnCPI}_t + \beta_1 \text{LnCPI}_{t-1} + \beta_2 \text{LnCPI}_{t-2} + \beta_3 \text{LnCPI}_{t-3} + \varepsilon_t$$

$$\text{LnSølv} = \alpha + B_0 \text{LnCPI}_t + \beta_1 \text{LnCPI}_{t-1} + \beta_2 \text{LnCPI}_{t-2} + \beta_3 \text{LnCPI}_{t-3} + \varepsilon_t$$

Jeg vil med andre ord se om det er en effekt på gull og sølvprisen av en endring i inflasjonsnivået samme periode til maksimalt 3 måneder tilbake i tid. CPI med lag defineres som CPI-1 til CPI-3. Resultatene er følgende.

| | | | | | |
|---------------------|-------------|--------------|---------|-------------|---------------------|
| 1993 (3) -1998 (12) | Coefficient | Std.Error | t-value | t-prob | Part.R ² |
| Constant | -0.0102621 | 0.009424 | -1.09 | 0.280 | 0.0179 |
| CPIAUCSL | 3.79495 | 2.913 | 1.30 | 0.197 | 0.0254 |
| CPIAUCSL_1 | -0.555610 | 2.884 | -0.193 | 0.848 | 0.0006 |
| CPIAUCSL_2 | 0.0873969 | 2.814 | 0.0311 | 0.975 | 0.0000 |
| CPIAUCSL_3 | 1.01600 | 2.825 | 0.360 | 0.720 | 0.0020 |
| R ² | 0.0322274 | mean(lngull) | | -0.00173 | |
| DW | 1.59 | var(lngull) | | 0.000588302 | |
| no. of observations | 70 | | | | |
| 1999 (1) -2006 (12) | Coefficient | Std.Error | t-value | t-prob | Part.R ² |
| Constant | 0.00192149 | 0.007549 | 0.255 | 0.800 | 0.0007 |
| CPIAUCSL | 2.54323 | 1.545 | 1.65 | 0.103 | 0.0289 |
| CPIAUCSL_1 | 0.644745 | 1.622 | 0.397 | 0.692 | 0.0017 |
| CPIAUCSL_2 | -3.98682 | 1.633 | -2.44 | 0.017 | 0.0615 |
| CPIAUCSL_3 | 3.47375 | 1.590 | 2.19 | 0.031 | 0.0499 |
| R ² | 0.145457 | mean(lngull) | | 0.00800833 | |
| DW | 1.97 | var(lngull) | | 0.00151934 | |
| no. of observations | 96 | | | | |
| 2007 (1) -2010 (12) | Coefficient | Std.Error | t-value | t-prob | Part.R ² |
| Constant | 0.0172343 | 0.006121 | 2.82 | 0.007 | 0.1557 |
| CPIAUCSL | 5.50316 | 1.525 | 3.61 | 0.001 | 0.2325 |
| CPIAUCSL_1 | -4.10284 | 1.788 | -2.29 | 0.027 | 0.1091 |
| CPIAUCSL_2 | -0.504285 | 1.791 | -0.282 | 0.780 | 0.0018 |
| CPIAUCSL_3 | -1.38807 | 1.493 | -0.930 | 0.358 | 0.0197 |
| R ² | 0.303403 | mean(lngull) | | 0.0165125 | |
| DW | 1.83 | var(lngull) | | 0.00179995 | |
| no. of observations | 48 | | | | |

Figur 18: Regresjon av prisendringer for gull mot CPI.

Regresjonen kan tolkes som hvor stor del av endringen i gullprisen som forklares av endringen i CPI 0-3 måneder tilbake i tid. Med hensyn til forklaringsvariabelen R² viser den

⁴⁰ Regresjonsmodellen er av typen *distributed lag model* siden det kun er lag på forklaringsvariabelen.

en stigende trend fra 0,03 til 0,30. Dette stemmer overens med resultatene som viste en stigende korrelasjonskoeffisient mellom gull og CPI. Første periode preges av ikke signifikante koeffisienter, men endringen i samme periode vil ha størst effekt på gullprisen. Hvis alle andre koeffisienter holdes konstant, vil en økning i CPI på 1 % føre til en økning i gull på 3,79 % i gjennomsnitt. Durbin Watson⁴¹ er en test for autokorrelasjon. Optimalt sett bør DW ligge på omtrent. 2, men det varierer med hensyn på signifikansnivået, antall observasjoner og antall regresjonskoeffisienter. DW-verdien for første periode er 1,59 som er høyere enn nedre kritiske verdi på 1,49. Ifølge testen er det usikkert om det er positiv autokorrelasjon eller ikke.

Andre periode har signifikante t-verdier for CPI-2 og CPI-3. Hypotesen om at koeffisientverdien for CPI-2 er lik null, kan forkastes ved 5 % nivå. Det unormale er at koeffisienten er signifikant negativ, som indikerer at CPI og gull endrer seg i motsatt retning. Hypotesen om at gull fungerer som en inflasjonssikring kan derfor ikke benyttes dersom endringene i CPI-2 brukes som grunnlag for investering i gull. På den annen side er det en positiv signifikant koeffisient for CPI-3, som indikerer at 3 måneders forskjell mellom endringene på CPI og gull vil føre til at de beveger seg i samme retning. En DW på 1,97 viser ingen tegn til autokorrelasjon.

Siste periode indikerer at det er en sterk positiv sammenheng mellom CPI og gull i samme periode, men at sammenhengen derimot er negativ for laggede verdier av CPI-1 til CPI-3. Koeffisienten til CPI-1 er signifikant negativ. En høy R^2 forteller at det er en sammenheng mellom endringer i gullpris og CPI (30 % av endringen i gullprisen kan forklares av endringen i CPI).

Resultatene viser at gull ikke fungerer som en så sterk inflasjonssikring som først antatt. Signifikante positive koeffisienter forekommer kun i periode to og tre for henholdsvis CPI-3 og CPI-0. Dette indikerer at gull i en større grad fungerer som inflasjonssikring i andre og tredje periode, men med en forskjell i tidslag på CPI. I periode 2 bør investoren vurdere gull som sikring med andre eiendeler kun dersom endringen i CPI er positiv 3 måneder før investeringen finner sted. I siste periode kan investeringen skje samtidig for å dra nytten av de positive sammenhengene.

Situasjonen for sølv mot CPI vises i en figur under.

⁴¹ Testen har to kritiske verdier, en nedre og en øvre. For mer informasjon om Durbin Watson henvises til Gujarati (2006).

| 1993 (3)–1998 (12) | Coefficient | Std. Error | t-value | t-prob | Part. R ² |
|---------------------|-------------|--------------|---------|------------|----------------------|
| Constant | -0.0323431 | 0.02184 | -1.48 | 0.143 | 0.0326 |
| CPIAUCSL | 7.33002 | 6.750 | 1.09 | 0.282 | 0.0178 |
| CPIAUCSL_1 | -3.21388 | 6.682 | -0.481 | 0.632 | 0.0035 |
| CPIAUCSL_2 | 6.91830 | 6.521 | 1.06 | 0.293 | 0.0170 |
| CPIAUCSL_3 | 7.37443 | 6.546 | 1.13 | 0.264 | 0.0191 |
| R ² | 0.0692859 | mean(lnsølv) | | 0.00419286 | |
| DW | 1.87 | var(lnsølv) | | 0.00328504 | |
| no. of observations | 70 | | | | |
| 1999 (1)–2006 (12) | Coefficient | Std. Error | t-value | t-prob | Part. R ² |
| Constant | 0.00874602 | 0.01140 | 0.767 | 0.445 | 0.0064 |
| CPIAUCSL | 0.994605 | 2.334 | 0.426 | 0.671 | 0.0020 |
| CPIAUCSL_1 | 1.44989 | 2.450 | 0.592 | 0.556 | 0.0038 |
| CPIAUCSL_2 | -5.67338 | 2.467 | -2.30 | 0.024 | 0.0549 |
| CPIAUCSL_3 | 3.88921 | 2.401 | 1.62 | 0.109 | 0.0280 |
| R ² | 0.0817525 | mean(lnsølv) | | 0.0104323 | |
| DW | 1.76 | var(lnsølv) | | 0.00322661 | |
| no. of observations | 96 | | | | |
| 2007 (1)–2010 (12) | Coefficient | Std. Error | t-value | t-prob | Part. R ² |
| Constant | 0.0189242 | 0.01188 | 1.59 | 0.119 | 0.0557 |
| CPIAUCSL | 10.0887 | 2.960 | 3.41 | 0.001 | 0.2127 |
| CPIAUCSL_1 | -6.06423 | 3.471 | -1.75 | 0.088 | 0.0663 |
| CPIAUCSL_2 | -1.20797 | 3.477 | -0.347 | 0.730 | 0.0028 |
| CPIAUCSL_3 | -4.54924 | 2.899 | -1.57 | 0.124 | 0.0542 |
| R ² | 0.318982 | mean(lnsølv) | | 0.0165146 | |
| DW | 1.44 | var(lnsølv) | | 0.00693988 | |
| no. of observations | 48 | | | | |

Figur 19: Regresjon av prisendringer for sølv mot CPI.

Alle periodene viser tegn til både positiv og negative sammenhenger mellom sølv og CPI. For første periode er den positive sammenhengen sterkest for CPI-0, CPI-2 og CPI-3, men ingen av dem er signifikante på 5 % nivå. CPI-1 viser en negativ sammenheng. Årsaken til at verdiene ikke er signifikante skyldes høye verdier på standardfeil⁴². Lav R² viser at endringen til CPI forklarer kun 6,9 % av endringen til gull.

Andre periode viser at det er en signifikant negativ sammenheng mellom endring i gull og CPI-2, som kan gi investoren signaler mot å investere i gull dersom CPI-2 går ned. Det er ønskelig for investoren å ha en sikring mot endringer i aksjemarkedet generelt, og den

⁴² Årsaken til høye standardavvik skyldes delvis begrensede antall observasjoner i regresjonen og høye estimater på standardavvik. Dette fører til større vanskeligheter med å forkaste nullhypotesen om at koeffisientene ikke er signifikante.

sikringen er ikke tilstede dersom prisendringen på gull og CPI går i forskjellige retninger. Størst effekt får investoren ved 3-måneders lag på CPI i forhold til gull.

Siste periode for sølv kan sammenlignes med siste periode for gull. Koeffisienten for CPI-0 med gull er signifikant på både 5 % og 1 % nivå, som innebærer at positive endringer i CPI vil øyeblikkelig føre til positive endringer i gullprisen. Størst effekt som inflasjonssikring vil derfor gull ha i siste periode. Det er ønskelig for investoren å signifikante koeffisienter på verdier i samme tid, siden dette medfører en raskere reaksjon over på gullprisen. De laggede verdiene på CPI er negative, som igjen viser at effekten fra CPI til gull skjer raskt, og at en prisøkning lenger tilbake i tid ikke vil føre til en prisøkning i gull.

9. Konklusjoner

I denne seksjonen vil jeg presentere hypotesene som er formulert tidligere i oppgaven. Hypotesene testes i henhold til forhåndsdefinerte delperioder innenfor hele utvalgsperioden (1993-2011). Underperiodene er 1993-1999, 1999-2007 og 2007-2011. Porteføljene som analyseres er gull og MSCI World, sølv og MSCI World og MSCI World alene. Alle tall for avkastning, risiko og Sharpe vises annualisert.

Formålet med den første hypotesen er å teste hvorvidt avkastningene til gull eller sølv i en portefølje med MSCI World har gitt en bedre risikojustert avkastning i forhold til total risiko. Denne hypotesen deles inn i to undersøkelser, der den første vurderer Sharpe med hensyn til historisk avkastning, mens den andre fokuserer på Sharpe knyttet til faktisk allokering for investoren. I fremstillingen vil kun optimale porteføljer definert som høyest Sharpe sammenlignes. Avkastning og risiko er avhengig av porteføljesammensetning og valgt tidsperiode. Ex post Sharpe for 1993-1999 er høyere for MSCI World alene (1,0) enn den ville vært dersom verdensindeksen var kombinert med gull eller sølv (0,92 og 0,99). Dette skyldes at MSCI World hadde en høyere avkastning enn både gull og sølv i perioden, med 17,53 %. En investor som har til formål å maksimere Sharpe vil sannsynligvis investere i MSCI World, som følge av at gull faktisk hadde negativ avkastning i perioden på -1,9 %. I investeringsperioden 1999-2002 vil ex ante Sharpe være negativ, hvor Sharpe er omtrent -0,2 uavhengig av om porteføljen er kombinert med gull eller sølv. Negativ Sharpe skyldes en avkastning mindre enn risikofri rente, som medfører at investeringen ikke begunstiger investoren i form av oppnådd avkastning.

Den neste perioden (1999-2007) gir en avkastning for sølv på 15,5 %, som overgår både gull og MSCI World, men samtidig har sølv høyest risiko på 19,81 %. Denne perioden er lengre og har gitt en høyere avkastning totalt sett enn forrige periode. Likevel er Sharpe lavere på grunn av høyere risiko i denne perioden. Ex post Sharpe er lik for gull og sølv sammen med MSCI World på 0,56, som er høyere enn MSCI World alene på 0,23. Dette tilsier at investoren vil vurdere gull eller sølv som gode alternativer. Alle porteføljene bærer preg av stor usystematisk risiko, delvis som følge av lav markedsrisiko i forhold til FTSE All Share. Investeringsperioden (2007-2010) er klart best for gull sammen med MSCI World, med ex ante Sharpe på 0,48, mens sølv kombinert med MSCI World og MSCI World alene kun gir henholdsvis 0,1 og -0,26. Gull oppnådde en avkastning på 22,99 % gjennom perioden, som gav en porteføljeavkastning på 12,8 %. MSCI World hadde negativ avkastning på -2,46 %, som er en direkte årsak til negativ Sharpe. Investoren vil derfor være tjent med at gull eller

sølv er inkludert i porteføljen, siden gull reduserer risikoen i porteføljen fra 23,42 % ved MSCI World alene til 19,13 % ved en kombinasjon. Sølv har alene en såpass høy risiko (29,82 %) at risikoen i porteføljen vil være høyere enn risikoen for MSCI World alene. På den annen side oppnår porteføljen med sølv og MSCI World en høyere avkastning, på 6,26 %.

Den siste perioden (2007-2011) viser en avkastning både for gull og sølv på over 20 %, der gull har lavest risiko. Gull har hatt lavest risiko for samtlige av periodene 1993-1999, 1999-2007 og 2007-2011. Sharpe for gull og MSCI World er den høyeste som er oppnådd uavhengig av periode, med 1,34. Sølv og MSCI World har en positiv Sharpe (0,76), men lavere enn for gull. MSCI World har kun en marginal positiv avkastning, og dette gir utslag i negativ Sharpe på -0,03. Her anses også gull som det metallet som har størst effekt på avkastning og risiko. Sammenligningen viser at meravkastningen uteblir uten gull eller sølv i porteføljen. Investoren anbefales derfor å fordele investeringen over gull og MSCI World basert på historisk avkastning i perioden. Hvorvidt dette vil genere positiv avkastning i fremtiden gjenstår å se.

Totalt sett vil gull og sølv gi en bedre Sharpe for samtlige av optimale porteføljer ekskludert perioden 1993-1999, der MSCI World gir 1,0. Samtidig bør det nevnes at investeringsperiodene 1999-2002 og 2007-2010 både har Sharpe som er negative og positive for gull og sølv kombinert med MSCI World. Dette innebærer at de optimale andelene muligens burde vært revurdert gjennom 36-måneders perioden for å oppnå en bedre avkastning. Perioden 1993-1999 gav positiv Sharpe, men investeringsperioden som bruker de optimale andelene gir negativ Sharpe både for gull og sølv med MSCI World.

Den andre hypotesen tester hvorvidt gull og sølv er ukorrelerte med MSCI World for alle tre periodene. Korrelasjonskoeffisienten for gull og MSCI World i de tre periodene er 0,048 (1993-1999), 0,099 (1999-2007) og 0,116 (2007-2011), som ikke er signifikant forskjellige fra 0. Dette medfører at gull er ukorrelerte med MSCI World for alle periodene. Sølv har en høyere koeffisient for alle periodene, med 0,097 (1993-1999), 0,276 (1999-2007) og 0,353 (2007-2011). Koeffisienten for andre og tredje periode er signifikant forskjellige fra 0, som indikerer at sølv viser en sterkere korrelasjon med MSCI World enn tilfellet er for gull. Dette kan delvis være årsaken til at gull gir høyere Sharpe, siden ukorrelerte sammenhenger har ført til at gull og MSCI World gir lavere risiko enn sølv med MSCI World. En ulempe med sterke korrelasjoner er at avkastningen i en større grad reduseres ved negative avkastninger, siden positiv korrelasjon impliserer at avkastningene endrer seg i samme retning.

Siste hypotese tester hvorvidt gull og sølv fungerer som en inflasjonssikring ved hjelp av regresjonsanalyse for laggede verdier av CPI.

I perioden 1993-1999 er ingen av koeffisientene for CPI signifikante, men den sterkeste sammenhengen er mellom avkastningene på gull og sølv med CPI-0. Dette beviser at, til tross for ingen signifikans, er det en sammenheng mellom økt inflasjon og økt metallpris, men effekten forsvinner når avkastningene på gull og sølv måles mot endringer i CPI med tidslag. En lav forklaringskraft både for gull og sølv tilsier at CPI totalt sett har lite forklaringskraft på endring i gull og sølvprisene (R^2 på henholdsvis 3,22 % og 6,9 %). CPI har en større forklaringskraft for avkastningene til sølv, siden tidslag med to og tre måneder har en større positiv effekt på sølv enn på gull.

I den andre perioden (1999-2007) er avkastningsendringene til gull og sølv forklart i en større grad gjennom endringene i CPI. Dette vises med en forklaringskraft for gull og sølv på henholdsvis 14,54 % og 8,17 %. Det er en signifikant sammenheng mellom endring i CPI-3 og endring i gullpris (på 5 %-nivå), og en positiv (men ikke signifikant sammenheng) for CPI-1. På den annen side er koeffisienten til CPI-2 negativ, som indikerer at CPI har motsatt virkning på gull enn forventet. Forklaringskraften er høyere i denne perioden for gull, som viser at metallet i en større grad enn før forklares av CPI. For sølv er situasjonen litt forverret. Den eneste koeffisienten som er signifikant er for CPI-2. Denne er negativ for både gull og sølv. De andre koeffisientene er positive, men ikke signifikante. Konklusjonen er at, selv om gull og sølv er positivt korrelert med CPI, er det en felles negativ sammenheng med CPI-2 som motsier hypotesen.

Den siste perioden (2007-2011) har høyest forklaringskraft for både gull og sølv, som viser at henholdsvis 30,34 % og 31,89 % av endringene i metallprisene forklares av endringer i CPI med 3 lag. Prisendringene til gull og sølv blir hovedsakelig drevet positivt av endringer i CPI uten lag, som er signifikant på 1 %-nivå. For laggede verdier av CPI er koeffisienten negativ for både gull (med CPI-1 signifikant negativ) og sølv (negative koeffisientverdier som nesten er signifikante for CPI-1 og CPI-3).

Inflasjonen (CPI) har gjennomgående positiv effekt for CPI uten lag, det vil si en umiddelbar effekt. Innføring av laggede verdier av CPI fører generelt til at fortegnene på koeffisienten både er positive og negative, og det er ingen klare indikasjoner på en positiv sammenheng tilbake i tid fra CPI-1 til CPI-3.

Litteraturliste

- Bade, A., Frahm, G., & Jaekel, U. (2009). A general approach to Bayesian portfolio optimization. *Mathematical Methods of Operations Research*, 70(2), 339.
- Baffes, J. (2007). Oil spills on other commodities. *Resources Policy*, 32(3), 126-134.
- Baur, D. G., & Lucey, B. M. (2010b). Is Gold a Hedge or a Safe Haven? An Analysis of Stocks, Bonds and Gold. *Financial Review*, 45(2), 217-229.
- Baur, D. G., & McDermott, T. K. (2010a). Is gold a safe haven? International evidence. *Journal of Banking & Finance*, 34(8), 1886-1898.
- Begany, T. (2010). Gold Is Good, These Five Metals May Be Better Retrieved 07.03.2011, from <http://blogs.forbes.com/greatspeculations/2010/11/05/gold-is-good-these-five-metals-may-be-better/>
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. J. (2009). *Investments* (8. ed.): McGraw-Hill.
- BüyükŞahin, B., Haigh, M. S., & Robe, M. A. (2009). Commodities and Equities: Ever a "Market of One"? *Journal of Alternative Investments*, 12(3), 76-95.
- Capie, F., Mills, T. C., & Wood, G. (2005). Gold as a hedge against the dollar. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 15(4), 343-352.
- Chaudhuri, K. (2001). Long-run prices of primary commodities and oil prices. *Applied Economics*, 33(4), 531-538.
- Choi, K., & Hammoudeh, S. (2010a). Volatility behavior of oil, industrial commodity and stock markets in a regime-switching environment. *Energy Policy*, 38(8), 4388-4399.
- Chong, J., & Miffre, J. (2009). Conditional Correlation and Volatility in Commodity Futures and Traditional Asset Markets. *Journal of Alternative Investments*, 12(3), 61-75.
- Eid, J. (2010). Kjøper gull i tonnevis Retrieved 07.03.2011, from <http://e24.no/makro-og-politikk/kjoeper-gull-i-tonnevis/3840816>
- Erb, C. B., & Harvey, C. R. (2006). The Strategic and Tactical Value of Commodity Futures. *Financial Analysts Journal*, 62(2), 74-75.
- Fabozzi, F. J., Fuss, R., & Kaiser, D. G. (2008). *Handbook of Commodity Investing*. Hoboken, NJ, USA: Wiley.
- Gold Bars Worldwide. (2011). Buying and Selling Gold Bars - A Guide for new Investors Retrieved 23.11.2011, from http://www.goldbarsworldwide.com/PDF/BI_12_Buying&SellingGoldBars.pdf
- Gorton, G., & Rouwenhorst, K. G. (2006). Facts and Fantasies about Commodity Futures. *Financial Analysts Journal*, 62(2), 47-68.
- Greer, R. J. (1997). What is an Asset Class, Anyway? *Journal of Portfolio Management*, 23(2), 86-91.
- Gruber, E. (2008). Modern Portfolio Theory & Investment Analysis *The Characteristics of the Opportunity Set Under Risk* (pp. 37).
- Gujarati, D. N. (2006). *Essentials of Econometrics* (3. ed.): McGraw-Hill.
- Hillier, D., Draper, P., & Faff, R. (2006). Do Precious Metals Shine? An Investment Perspective. *Financial Analysts Journal*, 62(2), 98-106.
- Katz, J., & Holmes, F. (2008). *Goldwatcher : Demystifying Gold Investing*: John Wiley & Sons, Ltd.
- Korn, D. J. (2007). Different Strokes. *Financial Planning*, 37(9), 135-138.
- Ogus, E., Yazici, A. C., & Gurbuz, F. (2007). Evaluating the Significance Test When the Correlation Coefficient is Different from Zero in the Test of Hypothesis. *Communications in Statistics: Simulation & Computation*, 36(4), 847-854.
- Sanibel, M. (2010). Investing In Precious Metals Retrieved 07.03.2011, from <http://www.forbes.com/2010/06/22/investing-precious-metals-personal-finance-gold.html>
- Sari, R., Hammoudeh, S., & Soytas, U. (2010b). Dynamics of oil price, precious metal prices, and exchange rate. *Energy Economics*, 32(2), 354.
- Scott Jr, J. H. (1994). Managing Asset Classes. *Financial Analysts Journal*, 50(1), 62-69.

- Soytas, U., Sari, R., Hammoudeh, S., & Hacihasanoglu, E. (2009). World oil prices, precious metal prices and macroeconomy in Turkey. *Energy Policy*, 37(12), 5557-5566.
- Sparre, M. R. (2010). Slik investerer du i gull Retrieved 07.03.2011, from <http://www.dn.no/privatokonomi/article1982662.ece>
- The London Bullion Market Association. (2011). Current Statistics Retrieved 05.04.2011, from <http://www.lbma.org.uk/pages/index.cfm>
- The World Gold Council. (2011). The World Gold Council - Investment Retrieved 23.02.2011, from http://www.gold.org/investment/why_how_and_where/
- Tradingstocks.me. (2011). Top 10 best gold and silver ETF funds Retrieved 23.03.2011, from <http://tradingstocks.me/top-10-best-gold-and-silver-etf-funds/>
- US Department. (2010). US Department of the Treasury Retrieved 07.02.2011, from <http://www.treasury.gov/resource-center/data-chart-center/interest-rates/Pages/TextView.aspx?data=yieldAll>
- Yahoo Finance. (2011). ETFs Retrieved 12.04.2011, from http://finance.yahoo.com/etf/browser/mkt?c=etf_sp&f=0
- Zhang, Y.-J., & Wei, Y.-M. (2010). The crude oil market and the gold market: Evidence for cointegration, causality and price discovery. *Resources Policy*, 35(3), 172,176.

Vedlegg

Vedlegg 1

| Avkastningskrav | Portefølje 1 med gull og MSCI World | | | Portefølje 2 med sølv og MSCI World | | | Portefølje 1 | Portefølje 2 |
|-----------------|-------------------------------------|------------------|---------------------|-------------------------------------|------------------|---------------------|--------------|--------------|
| | Oppnådd avkastning | Årlig avkastning | Årlig standardavvik | Oppnådd avkastning | Årlig avkastning | Årlig standardavvik | Sharpe | Sharpe |
| 0,00 % | 0,30 % | 3,62 % | 7,04 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | -0,22 | 0,86 |
| 0,10 % | 0,30 % | 3,62 % | 7,04 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | -0,22 | 0,86 |
| 0,20 % | 0,30 % | 3,62 % | 7,04 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | -0,22 | 0,86 |
| 0,30 % | 0,30 % | 3,66 % | 7,04 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | -0,21 | 0,86 |
| 0,40 % | 0,40 % | 4,91 % | 7,12 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | -0,03 | 0,86 |
| 0,50 % | 0,50 % | 6,17 % | 7,31 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,14 | 0,86 |
| 0,60 % | 0,60 % | 7,44 % | 7,62 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,30 | 0,86 |
| 0,70 % | 0,70 % | 8,73 % | 8,03 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,45 | 0,86 |
| 0,80 % | 0,80 % | 10,03 % | 8,54 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,57 | 0,86 |
| 0,90 % | 0,90 % | 11,35 % | 9,12 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,68 | 0,86 |
| 1,00 % | 1,00 % | 12,68 % | 9,75 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,77 | 0,86 |
| 1,10 % | 1,10 % | 14,03 % | 10,44 % | 1,14 % | 14,60 % | 10,95 % | 0,85 | 0,86 |
| 1,20 % | 1,20 % | 15,39 % | 11,17 % | 1,20 % | 15,39 % | 11,06 % | 0,92 | 0,93 |
| 1,30 % | 1,30 % | 16,77 % | 11,93 % | 1,30 % | 16,77 % | 11,75 % | 0,97 | 0,99 |

Tabellen viser tall for årlig avkastning og standardavvik for porteføljene i perioden 1993-1999. Sharpe til høyre er beregnet med bakgrunn i årlige tall for avkastning, risikofri rente og total risiko for porteføljen. Negativ Sharpe indikerer at porteføljen ikke generer meravkastning. Sharpe baseres her på årlig standardavvik, mens i optimeringen anvendes månedlig varians. Denne vises kun for forståelse av utvikling i Sharpe for porteføljene ettersom risikoen endrer seg.

Tabell a: Avkastning, risiko og Sharpe for optimale porteføljer, 1993-1999.

Vedlegg 2

| Avkastningskrav | Portefølje 1 med gull og MSCI World | | | Portefølje 2 med sølv og MSCI World | | | Portefølje 1 | Portefølje 2 |
|-----------------|-------------------------------------|------------------|---------------------|-------------------------------------|------------------|---------------------|---------------|--------------|
| | Oppnådd avkastning | Årlig avkastning | Årlig standardavvik | Oppnådd avkastning | Årlig avkastning | Årlig standardavvik | Sharpe | Sharpe |
| 0,00 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,10 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,20 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,30 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,40 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,50 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,60 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,70 % | 0,73 % | 9,09 % | 10,49 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,528 | 0,446 |
| 0,75 % | 0,75 % | 9,38 % | 10,57 % | 0,75 % | 9,38 % | 13,09 % | 0,552 | 0,446 |
| 0,76 % | 0,76 % | 9,51 % | 10,66 % | 0,76 % | 9,51 % | 13,09 % | 0,559 | 0,455 |
| 0,77 % | 0,77 % | 9,64 % | 10,78 % | 0,77 % | 9,64 % | 13,10 % | 0,565 | 0,465 |
| 0,78 % | 0,78 % | 9,77 % | 10,93 % | 0,78 % | 9,77 % | 13,12 % | 0,569 | 0,474 |
| 0,79 % | 0,79 % | 9,90 % | 11,11 % | 0,79 % | 9,90 % | 13,15 % | 0,572 | 0,483 |
| 0,80 % | 0,80 % | 10,03 % | 11,31 % | 0,80 % | 10,03 % | 13,19 % | 0,573 | 0,492 |
| 0,81 % | 0,81 % | 10,16 % | 11,54 % | 0,81 % | 10,16 % | 13,23 % | 0,573 | 0,500 |
| 0,82 % | 0,82 % | 10,30 % | 11,80 % | 0,82 % | 10,30 % | 13,28 % | 0,572 | 0,508 |
| 0,83 % | 0,83 % | 10,43 % | 12,08 % | 0,83 % | 10,43 % | 13,34 % | 0,569 | 0,516 |
| 0,84 % | 0,84 % | 10,56 % | 12,39 % | 0,84 % | 10,56 % | 13,41 % | 0,566 | 0,523 |
| 0,85 % | 0,85 % | 10,69 % | 12,71 % | 0,85 % | 10,69 % | 13,48 % | 0,562 | 0,530 |
| 0,86 % | 0,86 % | 10,82 % | 13,05 % | 0,86 % | 10,82 % | 13,56 % | 0,557 | 0,536 |
| 0,87 % | 0,87 % | 10,95 % | 13,41 % | 0,87 % | 10,95 % | 13,65 % | 0,552 | 0,542 |
| 0,88 % | 0,88 % | 11,09 % | 13,78 % | 0,88 % | 11,09 % | 13,75 % | 0,547 | 0,548 |
| 0,90 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 0,90 % | 11,35 % | 13,96 % | ingen løsning | 0,559 |
| 0,93 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 0,93 % | 11,75 % | 14,32 % | ingen løsning | 0,573 |
| 0,96 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 0,96 % | 12,15 % | 14,74 % | ingen løsning | 0,583 |
| 0,99 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 0,99 % | 12,55 % | 15,21 % | ingen løsning | 0,591 |
| 1,02 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,02 % | 12,95 % | 15,73 % | ingen løsning | 0,598 |
| 1,05 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,05 % | 13,35 % | 16,29 % | ingen løsning | 0,602 |
| 1,08 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,08 % | 13,76 % | 16,89 % | ingen løsning | 0,605 |
| 1,11 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,11 % | 14,16 % | 17,51 % | ingen løsning | 0,606 |
| 1,14 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,14 % | 14,57 % | 18,17 % | ingen løsning | 0,606 |
| 1,17 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,17 % | 14,98 % | 18,86 % | ingen løsning | 0,606 |
| 1,20 % | ingen løsning | ingen løsning | ingen løsning | 1,20 % | 15,39 % | 19,57 % | ingen løsning | 0,605 |

Tabellen viser tall for årlig avkastning og standardavvik for porteføljene i perioden 1999-2007. Sharpe til høyre er beregnet med bakgrunn i årlige tall for avkastning, risikofri rente og total risiko for porteføljen. Negativ Sharpe indikerer at porteføljen ikke generer meravkastning. Sharpe baseres her på årlig standardavvik, mens i optimiseringen anvendes månedlig varians. Denne vises kun for forståelse av utvikling i Sharpe for porteføljene ettersom risikoen endrer seg.

Tabell a: Avkastning, risiko og Sharpe for optimale porteføljer, 1999-2007.